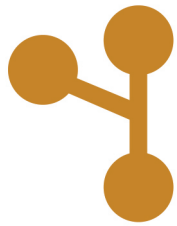


REVISTA TÉCNICO - CIENTÍFICA



# robótica®

automação  
controlo  
instrumentação



#### ARTIGO CIENTÍFICO

- *Gesture – Controlled Robot for Color Detection Applied to IIoT*
- *Redes de Petri em Sistemas de Energia / Petri Nets in Power Systems*

#### INSTRUMENTAÇÃO

- Óptica geométrica: Lei de Snell-Descartes

#### ELETRÓNICA INDUSTRIAL

- Eletrónica (28.ª Parte)

#### PORTUGAL 3D

- *Airbag e a importante combinação com outros dispositivos de segurança em veículos (3.ª Parte)*

#### ROBÓTICA 360°

- Introdução à Robótica Industrial (6.ª Parte)

#### DOSSIER SOBRE ROBÓTICA COLABORATIVA

- Robótica colaborativa: o futuro da produção industrial
- *Cobots e robots: a evolução da automação em Portugal*
- Manipulador móvel para montagem colaborativa, inspeção e logística interna

#### REPORTAGEM

- Inteligência Artificial, o Canadá e muito mais: vem aí a Hannover Messe 2025
- Regulamentação, formação e segurança, chaves da Pilz para o futuro da automação
- *IT – Awards 2024: Rittal é o melhor fornecedor de refrigeração*
- A força por detrás da RoboParty 2025
- Impacto social da WEG Portugal em 2024

**EPSON®** **EPL**

SHARE **No.1** SINCE 2011 SCARA ROBOTS

**Funções Avançadas de Segurança**

» » » [epl-si.com](http://epl-si.com)

# Óptica geométrica: Lei de Snell-Descartes

Diversas hipóteses sobre a estrutura da luz têm sido colocadas desde a antiguidade. Ptolomeu<sup>1</sup> reuniu os conhecimentos ópticos da sua época, num tratado de óptica em cinco volumes, onde expõe a teoria da visão, discute a reflexão nos espelhos planos e curvos, enuncia qualitativamente as Leis da Refracção nas superfícies de separação ar/água, ar/vidro e água/vidro, descrevendo em pormenor o aparelho de que se serviu para determinar esses valores.

Ibn al-Haytham<sup>2</sup>, que viveu na Península Ibérica, escreveu um tratado em árabe sobre óptica, em que surgem já avanços significativos relativamente a Ptolomeu.

No século XIII aparecem duas aplicações importantes da óptica: os espelhos de vidro estanhado e os óculos corretores da visão. Embora haja registos do seu uso a partir do ano 1000 a.C., a construção dos primeiros óculos presume-se que tenha acontecido no norte de Itália, muito provavelmente em Pisa, por volta do ano de 1290.

Kepler<sup>3</sup> deu um novo impulso ao estudo dos fenómenos ópticos com a publicação do seu primeiro trabalho sobre óptica em 1604.

Lipperhey<sup>4</sup> constrói o primeiro telescópio, com duas lentes convergentes montadas num tubo, que permite obter uma imagem invertida. Galileu aperfeiçoa este invento e apresenta o telescópio com imagens direitas, tendo sido muito utilizado em astronomia.

Snell<sup>5</sup> e Descartes<sup>6</sup> estudaram as Leis da Refracção, às quais têm os seus nomes ligados.

Huygens<sup>7</sup> trabalhou no aperfeiçoamento das lentes, na construção de objetivas e de oculares, tendo descoberto a polarização da luz. No entanto, o que mais o notabilizou foi a sua obra "*Traité de la Lumière*", de 1690, em que apresenta a teoria ondulatória da luz. Nela, considerava a luz como resultante das

vibrações de uma substância imponderável que enchia, por completo, todo o espaço e que designou por éter. Esta teoria não foi geralmente bem aceite na época, possivelmente devido ao facto de Newton<sup>8</sup> ter elaborado uma teoria da luz em que a considerava ser constituída por uma emissão de partículas de dimensões muito reduzidas.

A teoria da emissão de Newton surgiu para interpretar os fenómenos de propagação da luz nos prismas.

## 1. O DOMÍNIO DA ÓPTICA GEOMÉTRICA E O CAMINHO ÓPTICO

Na óptica geométrica trabalha-se com raios luminosos e feixes luminosos, em vez de utilizar ondas electromagnéticas. É possível usar esta metodologia sempre que o comprimento de onda da radiação é muito menor do que as dimensões do espaço onde se efetua o estudo. De uma forma mais rigorosa pode dizer-se que a óptica geométrica é o caso limite da óptica ondulatória, quando o comprimento de onda tende para zero.

Para caracterizar um meio óptico utiliza-se o seu índice de refração  $n$ , que é um número adimensional, definido pelo quociente entre a velocidade da luz no vazio,  $c$ , e a velocidade da luz no referido meio,  $v$ ,

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

e é sempre maior do que a unidade.

Em bom rigor, sempre que se referiu a velocidade da luz,  $v$ , num determinado meio, a grandeza em questão deveria ter sido designada como a velocidade de fase da luz, *i.e.* a velocidade com a qual as frentes de fase se propagam nesse meio.

De modo genérico, a velocidade de fase de uma qualquer onda é dada por

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{k} \quad (2)$$

em que:

$\omega$  – frequência angular da onda, em  $\text{rad s}^{-1}$ ;

$f$  – frequência da onda, em  $\text{s}^{-1}$ ;

$k$  – número de onda angular, em  $\text{rad m}^{-1}$ .

O número de onda angular,  $k$ , é dado por

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3)$$

<sup>1</sup> Cláudio Ptolomeu (de Alexandria), astrónomo, geógrafo e matemático grego, com importantes trabalhos realizados na óptica, 90–168.

<sup>2</sup> Hasan Ibn al-Haytham, matemático árabe que escreveu mais de 200 livros e, por vezes, apelidado de pai da óptica moderna, 965–1040.

<sup>3</sup> Johannes Kepler, matemático e astrónomo alemão, famoso pelas suas Leis do movimento dos corpos celestes, 1571–1630.

<sup>4</sup> Hans Lipperhey, fabricante de óculos alemão-holandês, 1570–1619.

<sup>5</sup> Willebrord Snellius, matemático e astrónomo holandês, 1580–1626.

<sup>6</sup> René Descartes, matemático, físico e filósofo francês, 1596–1650.

<sup>7</sup> Christiaan Huygens, físico, matemático e astrónomo holandês, 1629–1695.

sendo  $\lambda$  o comprimento de onda, em m.

Desta forma, combinando as equações (2) e (3), obtém-se a expressão (4)

$$v = \lambda f \quad (4)$$

Indicam-se a seguir os índices de refração de alguns materiais correntes

vidro:  $n = 1,520$

água:  $n = 1,333$

ar (valor aproximado):  $n = 1,000$

Uma determinação exacta para o índice de refração do ar, nas condições de pressão e temperatura normais<sup>9</sup> (PTN), fornece o valor  $n = 1,000292$ .

Diferentes tipos de vidro e de plásticos têm índices de refração diferentes. Em geral, os vidros ópticos mais utilizados, têm índices de refração no intervalo de medição entre 1,52 e 1,72.

A densidade óptica de qualquer meio transparente é o valor do seu índice de refração. Um meio com um índice de refração relativamente elevado é dito ter uma densidade óptica elevada, enquanto um com baixo índice é dito ter uma baixa densidade óptica.

A partir da equação (1) e de  $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ , notando que a velocidade da luz no vácuo,  $c$ , correspondem  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  e ainda que  $\mu_0 \approx \mu$ , conclui-se

$$n \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (5)$$

em que:

$\epsilon$  – permitividade eléctrica do meio, em  $F\ m^{-1}$ ;

$\epsilon_0$  – permitividade eléctrica do vácuo, em  $F\ m^{-1}$ ;

$\epsilon_r$  – permitividade relativa ou constante dieléctrica do meio, adimensional.

Prova-se também que os raios luminosos são rectilíneos sempre que o índice de refração não dependa das coordenadas espaciais.

Dá-se o nome de raio de onda ao segmento orientado perpendicular ao plano de onda e no seu sentido de propagação. Para o caso da radiação visível, chama-se feixe luminoso a um conjunto de raios de onda agrupados.

Chama-se caminho óptico  $L$  ao produto do caminho geométrico<sup>10</sup>  $d$  pelo índice de refração  $n$

$$L = dn \quad (6)$$

Esta última equação pode ser interpretada do seguinte modo: o caminho óptico num determinado meio material é equivalente ao percurso que a luz percorreria no vácuo, no mesmo intervalo de tempo em que esta percorre a distância  $d$  nesse meio material.

No caso do índice de refração  $n$  variar com as coordenadas de espaço, o caminho óptico entre dois pontos P e Q será dado por

$$L = \int_{PQ} n(r) ds \quad (7)$$

em que:

$n(r)$  – índice de refração, função das coordenadas de espaço;

$r$  – vector de posição;

$ds$  – trajectória elementar da luz no ponto definido pelo vector  $r$ .

Uma propriedade muito importante referente ao caminho óptico é o princípio de Fermat<sup>11</sup>: *um raio luminoso descreve sempre uma trajectória à qual corresponde o caminho óptico mínimo.*

## 2. REFLEXÃO, REFRAÇÃO E LEI DE SNELL-DESCARTES

As Leis da Reflexão e da Refracção dizem respeito ao comportamento dos raios luminosos ao atravessarem a superfície de separação de dois meios materiais. Considerem-se dois meios, 1 e 2, caracterizados pelos respetivos índices de refração  $n_1$  e  $n_2$ . Os meios encontram-se em contacto e a sua superfície de separação, na zona em estudo, é plana. Existe, pois, uma descontinuidade material. Suponha-se uma onda luminosa monocromática que se propaga no interior de um dos meios e incide na superfície de separação com o outro meio.

A experiência revela que uma onda ao incidir na superfície de separação de dois meios, se desdobra nas seguintes ondas:

<sup>11</sup> Pierre de Fermat, matemático e cientista francês, 1601–1665.

**AUTOMAÇÃO LOW COST**

**A partir de 3.311 €**

**É uma ReBeLução.**

O ReBeL<sup>®</sup> é o primeiro cobot fabricado em polímeros de alto desempenho, conforme a norma ISO TS15066 2017:4. Desenvolvido e fabricado em Colónia, este cobot está disponível a um preço revolucionário!

Com apenas 8 kg e dimensões compactas, é ideal para novas aplicações na indústria, serviços e investigação. Possui controlo integrado e software gratuito, facilitando a automatização de baixo custo, melhorando a técnica e reduzindo os custos.

Tel. 226 109 000  
(chamada para a rede fixa nacional)  
info@igus.pt  
motion plastics<sup>®</sup>

igus.pt/info/rebel

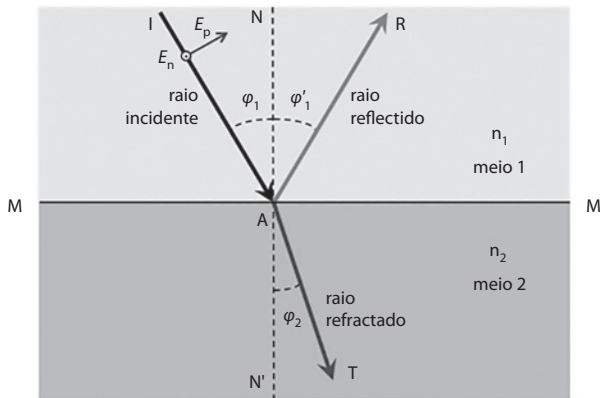
<sup>9</sup> Consideram-se os valores de pressão e de temperatura normais como sendo  $p_0 = 101325\ Pa$  e  $T_0 = 0\ ^\circ C$ , respectivamente.

<sup>10</sup> Espaço rectilíneo percorrido pela luz num determinado meio material.

- uma onda reflectida que se mantém no mesmo meio;
- uma onda refractada (ou onda transmitida) que se vai propagar no segundo meio;
- uma onda evanescente que se propaga ao longo da superfície de separação dos meios e cuja amplitude cai fortemente ao fim de uma distância equivalente a alguns comprimentos de onda (nem sempre há ondas refractada e evanescente).

Verifica-se que as direcções de propagação destas ondas e a normal à superfície de separação são coplanares.

Esta situação encontra-se esquematizada na Figura 1.



**Figura 1.** Reflexão e refração de uma onda plana monocromática.

Aos ângulos representados por  $\varphi_1$ ,  $\varphi'_1$  e  $\varphi_2$  dá-se o nome de ângulo de incidência, ângulo de reflexão e ângulo de refração, respectivamente. A partir das condições de fronteira a que devem obedecer os campos eléctrico  $\mathbf{E}$  e magnético  $\mathbf{H}$  (continuidade das componentes tangenciais de  $\mathbf{E}$  e de  $\mathbf{H}$  e continuidade das componentes normais do deslocamento eléctrico  $\mathbf{D}$  e da indução magnética  $\mathbf{B}$ ), é possível obter as seguintes Leis:

1. os ângulos de incidência  $\varphi_1$  e de reflexão  $\varphi'_1$  são iguais

$$\varphi_1 = \varphi'_1 \quad (8)$$

2. os ângulos de incidência e de refração estão relacionados pela Lei de Snell-Descartes

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 \quad (9)$$

A medição do índice de refração é feita por meio de aparelhos chamados refractómetros. Baseiam-se no princípio teórico apresentado, em que se mede o desvio angular do raio refractado. A sua precisão pode ser melhor do que  $\Delta n < 0,00005$ .

Diz-se que o meio 1 (com índice de refração  $n_1$ ) é mais refringente do que o meio 2 (com índice de refração  $n_2$ ) quando  $n_1 > n_2$ .

No caso em que a passagem de uma onda se faça de um meio caracterizado pelo índice de refração  $n_1$  para outro  $n_2$  menos refringente ( $n_1 > n_2$ ), a Lei de Snell-Descartes descrita pela equação (9) só é satisfeita quando

$$\sin \varphi_1 = \frac{n_2}{n_1} \quad (10)$$

caso contrário ter-se-ia  $\sin \varphi_2 > 1$ , o que é claramente impossível.

Define-se o ângulo limite, a partir da equação (10), como sendo

$$\varphi_{1L} = \arcsen \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (11)$$

Nesta situação obtém-se a reflexão total da onda incidente, com a onda refractada a viajar ao longo da fronteira de separação entre os dois meios, uma vez que substituindo  $\varphi_{1L}$  na equação (9) origina  $\varphi_2 = 90^\circ$ . Para qualquer ângulo de incidência  $\varphi_1 > \varphi_{1L}$  deixa de haver onda refractada (toda a onda incidente é reflectida) e ocorre o fenómeno de reflexão interna total.

No caso em que a passagem de uma onda se faça de um meio caracterizado pelo índice de refração  $n_1$  para outro  $n_2$  mais refringente ( $n_1 < n_2$ ), não existe qualquer valor limite para o ângulo da onda incidente  $\varphi_1$ .

No caso geral em que há a passagem de uma onda de um meio 1 para um meio 2, pode demonstrar-se que se a onda incidente for polarizada linearmente segundo uma direcção contida no plano de incidência (vector  $\mathbf{E}_p$  na Figura 1), existe um ângulo de incidência para o qual o raio reflectido se anula. A este ângulo chama-se ângulo de Brewster<sup>12</sup> ou ângulo de polarização

$$\theta_B = \text{tg} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (12)$$

Já se a onda for polarizada segundo o plano normal ao anterior (vector  $\mathbf{E}_n$  na Figura 1) não há extinção do raio reflectido. É assim possível, a partir de uma onda polarizada não linearmente, obter uma onda polarizada linearmente através da escolha conveniente do ângulo de incidência.

Os meios materiais exibem dispersão cromática, *i.e.* a velocidade de propagação não é igual para todas as frequências. Utilizando uma linguagem óptica pode dizer-se que a velocidade de propagação depende da cor da luz. Consequentemente o índice de refração depende da cor. Este fenómeno já foi por todos observado ao efectuar a decomposição da luz branca por meio de um prisma. 🗨️



Os meios materiais exibem dispersão cromática, *i.e.* a velocidade de propagação não é igual para todas as frequências. Utilizando uma linguagem óptica pode dizer-se que a velocidade de propagação depende da cor da luz. Consequentemente o índice de refração depende da cor. Este fenómeno já foi por todos observado ao efectuar a decomposição da luz branca por meio de um prisma.

<sup>12</sup> David Brewster, cientista e inventor escocês, 1781–1868.