

PRÁTICAS EDUCATIVAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ELEMENTAR (Vol. I)

Vanda Santos
Sónia Brito-Costa
Sofia Gonçalves
Sílvia-Natividad Moral-Sánchez
Fernando Martins (ORGS.)

ANO 2025

Práticas Educativas

Ensino e Aprendizagem de Matemática Elementar (Vol. I)

Vanda Santos

Sónia Brito-Costa

Sofia Gonçalves

Sílvia-Natividad Moral-Sánchez

Fernando Martins (ORGS.)

título

Práticas Educativas: Ensino e Aprendizagem de Matemática Elementar (Vol. I)

editores

Vanda Santos
Sónia Brito-Costa
Sofia Gonçalves
Sílvia-Natividade Moral-Sánchez
Fernando Martins

corpo de revisores científicos

Daniela Pedrosa, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
Margarida M. Pinheiro, Universidade de Aveiro

design

Vanda Santos

edição

InED - Centro de Investigação & Inovação em Educação – Pólo de Coimbra, Instituto Politécnico de Coimbra

1.ª edição – novembro 2025

ISBN: 987-989-36572-1-8

suporte e formato

eletrónico e PDF / PDF / A

citação

Santos, V., Brito-Costa, S., Gonçalves, S., Moral-Sánchez, S.-N., & Martins, F. (2025). *Práticas Educativas: Ensino e Aprendizagem de Matemática Elementar (Vol. I)*. (1.ª ed.) InED - Centro de Investigação & Inovação em Educação. ISBN: 987-989-36572-1-8

Os conteúdos apresentados são da exclusiva responsabilidade dos respetivos autores.
© Autores. Esta obra encontra-se sob a Licença Internacional Creative Commons Atribuição 4.0.

Preâmbulo

Práticas Educativas Ensino e Aprendizagem de Matemática Elementar (Vol. I)

O presente e-book reúne um conjunto de experiências pedagógicas e investigações desenvolvidas no contexto da Educação Básica, com enfoque particular nas áreas da Didática da Matemática, da Robótica Educativa e da Interdisciplinaridade. As produções aqui apresentadas resultam de práticas intencionais, fundamentadas e inovadoras, que refletem o compromisso de professores e investigadores com a melhoria contínua das aprendizagens e com a promoção de um ensino mais significativo, criativo e equitativo.

A diversidade dos trabalhos reunidos neste volume espelha a riqueza e a vitalidade das abordagens emergentes no campo da integração das tecnologias digitais e dos materiais manipuláveis no ensino da Matemática. As experiências aqui documentadas que passam pelo desenvolvimento da aritmética mental através de jogos digitais, pela utilização de artefactos tecnológicos para o cálculo mental, pela promoção do pensamento algébrico em idades precoces ou, ainda, pelo recurso à robótica educativa e a práticas interdisciplinares constituem contributos relevantes para a reflexão e a renovação das práticas pedagógicas contemporâneas.

Nas últimas décadas, a investigação educacional tem evidenciado que o envolvimento ativo dos alunos, a resolução de problemas e o uso crítico e criativo das tecnologias digitais são fatores determinantes para o desenvolvimento de competências matemáticas, de pensamento crítico e de criatividade. As experiências aqui relatadas materializam esta perspetiva, ilustrando de forma concreta como a articulação entre teoria e prática pode transformar contextos educativos, nomeadamente a sala de aula, num verdadeiro laboratório de aprendizagem. Cada projeto representa, assim, uma oportunidade de observar a aprendizagem em ação, compreender os processos de raciocínio dos alunos e identificar estratégias que potenciam o seu desenvolvimento integral.

O e-book apresenta um conjunto de experiências pedagógicas que ilustram práticas inovadoras e contextualizadas no ensino da Matemática, da Robótica Educativa e da Interdisciplinaridade.

Ao longo do volume, evidenciam-se abordagens que promovem aprendizagens significativas desde os primeiros anos de escolaridade, incluindo o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, a introdução precoce do pensamento algébrico, a compreensão de conceitos estatísticos e probabilísticos, bem como a exploração da geometria de forma visual. A robótica educativa e os artefactos digitais surgem como instrumentos que potenciam a experimentação, a colaboração e a descoberta, permitindo que os alunos construam conhecimento de forma ativa e autónoma.

Além de apresentar resultados concretos de intervenção pedagógica, esta obra colaborativa sublinha a importância da integração curricular e da interdisciplinaridade, promovendo competências cognitivas, sociais com foco na aprendizagem ao longo da vida.

Em conjunto, estas produções representam muito mais do que simples relatos de práticas: configuram exemplos de investigação pedagógica aplicada, que evidenciam a relevância da reflexão docente e do trabalho colaborativo como motores da inovação educativa. Cada experiência documentada é, simultaneamente, um contributo para a transferência de conhecimento entre contextos da escola à academia, da prática à teoria e um convite à partilha entre a formação inicial de professores e a formação contínua (professores estagiários, professores, professores cooperantes, formadores e investigadores).

A publicação deste e-book assume, assim, um duplo propósito: por um lado, sistematizar e divulgar práticas que se revelaram eficazes e inspiradoras; por outro, encorajar outros agentes educativos a explorar, adaptar e recriar estas abordagens em função das suas realidades. Ao promover a circulação do conhecimento e valorizar a experimentação pedagógica, este volume reafirma a convicção de que a inovação educativa nasce do diálogo, da observação e da partilha.

Que estas páginas possam, portanto, inspirar e estimular todos aqueles que acreditam que ensinar é, acima de tudo, um ato de criação e transformação - um processo em permanente construção, que se renova a cada experiência, a cada desafio e a cada descoberta.

ÍNDICE

DESENVOLVIMENTO DA ARITMÉTICA MENTAL UTILIZANDO O JOGO SAM DA PLATAFORMA HYPATIAMAT	1
PROMOÇÃO DO CÁLCULO MENTAL ATRAVÉS DE ARTEFACTOS DIGITAIS: O CASO DA APLET CALCRAPID NO 1.º ANO DE ESCOLARIDADE	35
CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 3.º ANO DO 1.º CEB	61
ONDE, QUANDO E COMO: UM PROJETO INTERDISCIPLINAR COM CRIANÇAS DO 1.º CEB, ENVOLVENDO EDUCAÇÃO FINANCEIRA	81
PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO COM O ROBÔ SUPERDOC: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL E DA ORIENTAÇÃO ESPACIAL.....	97
APRENDIZAGENS SOBRE FRAÇÕES E DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO COM RECURSO À ROBÓTICA EDUCATIVA	113
INTRODUÇÃO DE CONCEITOS DO TEMA DADOS E PROBABILIDADES ATRAVÉS DE PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO	135
GEOMETRIA EM FOCO: SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E FIGURAS PLANAS	163
NOTAS SOBRE OS EDITORES.....	181

DESENVOLVIMENTO DA ARITMÉTICA MENTAL UTILIZANDO O JOGO SAM DA PLATAFORMA HYPATIAMAT

Verónica Pereira^{1,2}, Ana Gomes¹, Sílvia-Natividade Moral-Sánchez³, Ricardo Pinto⁴, Fernando Martins^{1,2,5,6}

¹Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

²inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

³Departamento de didáctica de la matemática, de las CCSS y de las CCEE, Universidad de Málaga, Málaga, España

⁴Associação Hypatiamat

⁵Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Covilhã, Portugal

⁶SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, Portugal

veronicacarlaaspereira@gmail.com, anita_gomes99@outlook.pt, silviamoral@uma.es,
rmnpslb@gmail.com, fmlmartins@esec.pt

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar de que forma o jogo sério SAM, da plataforma *HypatiaMat*, contribui para o desenvolvimento da aritmética mental dos alunos. Assente numa abordagem metodológica de investigação mista, de natureza interpretativa e com design de investigação-ação, os dados foram recolhidos através de observação direta e participante, documentos dos alunos e registos áudio e fotográficos, que possibilitaram a construção de Narrações Multimodais. Os resultados evidenciam uma evolução positiva ao nível da aritmética mental, nomeadamente na identificação de operações, estratégias de cálculo e resolução de situações problemáticas. Este artigo destaca a importância da integração de artefactos digitais no ensino da Matemática, promovendo aprendizagens significativas e o envolvimento dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Aritmética Mental, Educação, Plataforma *HypatiaMat*, Jogo Sério, Narrações Multimodais

1. INTRODUÇÃO

No ensino da Matemática, as operações aritméticas fundamentais adição, subtração, multiplicação e divisão, constituem a base de muitos dos conteúdos curriculares (Huf et al., 2022). A sua compreensão é, contudo, uma dificuldade recorrente entre os alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), conforme apontado por diversos estudos (Dias, 2021; Rodrigues et al., 2021). Frequentemente, os alunos apresentam fragilidades na compreensão das operações mais complexas, por exemplo, as que envolvem decomposição ou empréstimo — bem como no entendimento dos princípios do sistema de numeração decimal (Martins & Ribeiro, 2013; Rodrigues et al., 2021).

Dada a centralidade das operações aritméticas na aprendizagem matemática, torna-se essencial criar oportunidades que envolvam os alunos ativamente na construção do conhecimento. Esta participação promove o raciocínio matemático e contribui para uma aprendizagem mais significativa (Oliveira & Souza, 2022). Tal abordagem responde aos princípios curriculares definidos para o ensino da Matemática, ao defender o desenvolvimento da capacidade de análise, interpretação e resolução de problemas em diferentes contextos (Ministério de Educação e Ciências (MEC), 2018).

No decorrer da prática letiva, desenvolvida no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, no contexto da unidade curricular de Prática Educativa I, numa turma de 3.º ano do 1.º CEB identificaram-se dificuldades concretas na compreensão das operações aritméticas, o que impactava diretamente a resolução de tarefas. Por conseguinte, considerou-se pertinente promover o desenvolvimento do cálculo escrito e mental, articulado com o reforço da mobilização de conhecimentos prévios e da comunicação matemática (MEC, 2018). Como destaca Pinheiro (2022), muitas das dificuldades em aritmética têm origem na ausência de uma base sólida de conceitos elementares, o que compromete o desenvolvimento do pensamento matemático. A realização de tarefas que promovam o desenvolvimento da aritmética mental, por sua vez, contribuem para melhorar as capacidades de cálculo e raciocínio, promovendo avanços no desempenho intelectual e criativo (Shavkatovna & Gulbahor, 2021). De acordo com Heuvel-Panhuizen (2008), a aritmética mental exige cálculos flexíveis, centrados na compreensão das relações numéricas e das suas propriedades.

Simultaneamente, verificou-se, nos alunos, uma desmotivação face à aprendizagem da Matemática, um problema também identificado por outros autores como resultado da utilização excessiva de práticas tradicionalistas (Masola & Allevalo, 2019). Assim, torna-se essencial despertar o interesse dos alunos, promovendo a sua capacidade de reconhecer a aplicabilidade da Matemática em situações do quotidiano (Silva, 2022). Para tal, o papel do professor é fundamental, criando ambientes estáveis e oportunidades de aprendizagem integradas e contextualizadas (NCTM, 2007; Pires, 2022).

Neste artigo, destaca-se a importância da tecnologia no ensino. O Princípio da Tecnologia, proposto pelo NCTM (2007), salienta que o uso adequado de recursos tecnológicos aumenta a eficácia do ensino (Martins et al., 2022). A integração da tecnologia deve ser articulada com os materiais didáticos e com os objetivos pedagógicos, promovendo aprendizagens interativas e significativas (Lima & Lima,

2022). Para isso, o professor deve dominar e articular o conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo, segundo o modelo TPACK (Mishra & Koehler, 2006; Martins et al., 2022). Quando utilizada como ferramenta epistêmica, a tecnologia revela-se eficaz no desenvolvimento de competências gerais e conhecimentos específicos (Pinto et al., 2022).

Desta forma, os jogos sérios destacam-se como recursos inovadores, especialmente no ensino da Matemática (Freitas, Guiomar, et al., 2025). Considerando os avanços tecnológicos, estes jogos têm vindo a incorporar elementos que favorecem a aprendizagem de conteúdos complexos, promovendo competências como o raciocínio lógico, a concentração, a destreza e a perseverança (Ferreira & Dias, 2022; Gonçalves, 2011). Além disso, inseridos em contextos de *game-based learning* (GBL), permitem aos alunos aplicar conhecimentos em situações reais ou simuladas, fomentando aprendizagens significativas (Pinto et al., 2022; Gomes et al., 2022; Verdasca et al., 2020).

Entre os artefactos digitais atualmente disponíveis, destaca-se a plataforma *HypatiaMat*, desenvolvida para combater o insucesso escolar em Matemática (Pinto, 2019). Esta plataforma disponibiliza um conjunto diversificado de recursos digitais como jogos, vídeos, aplicações e materiais complementares, que abordam os conteúdos do programa do 1.º CEB (Escaroupa, 2022; Freitas, Guiomar, et al., 2025; Hortênsio, 2020; Pinto et al., 2022; Serra, 2021; Verdasca et al., 2020). Os jogos sérios da *HypatiaMat* combinam entretenimento com intencionalidade pedagógica, promovendo a compreensão dos conteúdos matemáticos e o domínio da linguagem simbólica própria da disciplina (Pinto, 2019). Particularmente, o jogo SAM, incluído nesta plataforma, foca-se no desenvolvimento do cálculo mental com base nas operações fundamentais.

Considerando as dificuldades diagnosticadas na turma de 3.º ano do 1.º CEB e o potencial educativo do jogo sério SAM, este artigo tem como objetivo analisar a influência do jogo SAM, da plataforma *HypatiaMat*, no desenvolvimento da aritmética mental, com foco nas operações referidas, em alunos do 3.º ano de escolaridade. Neste sentido pretende-se responder à seguinte questão de investigação: Será que o jogo sério SAM, da plataforma *HypatiaMat*, promove o desenvolvimento da aritmética mental nos alunos do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB)?

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1 Aritmética mental

O ensino da Matemática assenta em dois pilares essenciais: o raciocínio lógico e a sua aplicabilidade no quotidiano dos alunos (Rocha, 2019; Rodrigues, 2020). O raciocínio lógico exige do aluno a capacidade de organizar e articular ideias, atribuindo significado ao pensamento (David, 2022; Scolari et al., 2007). Este raciocínio, frequentemente designado como lógico-dedutivo, é inerente à própria natureza da Matemática (Ponte et al., 2012; Ponte et al., 2020), assumindo um papel estruturante no seu desenvolvimento. Como referem Ponte et al. (2020), a Matemática parte de axiomas e regras de inferência para deduzir teoremas, sendo o raciocínio dedutivo o mecanismo que encadeia logicamente estas afirmações, produzindo conclusões válidas (Oliveira, 2008). Nesse sentido, Oliveira (2002) considera o raciocínio dedutivo como o elemento estruturante por excelência do conhecimento matemático.

Skovsmose (2001) identifica três formas distintas de conhecer: o conhecer matemático, centrado nas competências matemáticas fundamentais como os algoritmos das quatro operações (Guimarães, 2021); o conhecer tecnológico, associado à aplicação da Matemática na modelação de problemas reais (Martins & Fernandes, 2021); e o conhecer reflexivo, relacionado com as implicações sociais do uso da Matemática (Guimarães, 2021).

No âmbito da literacia matemática, Ponte (2002) destaca a importância da capacidade de aplicar conhecimentos numéricos e interpretar dados estatísticos no quotidiano. Martins e Fernandes (2021) reforçam esta visão, caracterizando a literacia matemática como um processo que envolve competências diversificadas, ligadas a múltiplos domínios matemáticos.

O desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático facilita a compreensão dos conteúdos e a sua aplicação em contextos reais (Rodrigues, 2020). Desde cedo, os alunos contactam com números, sequências e operações básicas, desenvolvendo gradualmente o pensamento aritmético (Mattos, 2020). Este pensamento integra as relações quantitativas e operatórias, sendo, por isso, crucial a consolidação das operações aritméticas (Lozada et al., 2021), as quais se revelam fundamentais na resolução de problemas (Esteves, 2022).

A aritmética e a resolução de problemas constituem, assim, dois eixos centrais da educação matemática (Holzman et al., 2021). A aritmética estuda as propriedades dos números e das operações (Seabra et al., 2010; Abualigah et al., 2021), permitindo ao aluno, através da automatização, realizar cálculos simples sem recorrer a algoritmos formais (Seabra et al., 2010). Por sua vez, a resolução de problemas desafia o aluno a aplicar estratégias diversas, promovendo o envolvimento ativo na aprendizagem (Varela, 2020; Proença, 2021;), dando sentido aos conceitos e à utilidade da Matemática (Holzmann et al., 2021).

Estudos de Iglesias-Sarmiento et al. (2020), Mecca et al. (2016) e Hubber et al. (2014) evidenciam que o desenvolvimento da aritmética está fortemente associado a fatores cognitivos, como a compreensão, a velocidade de processamento e, em particular, a memória de trabalho (Holzmann et al., 2021). Segundo o modelo de Baddeley e Hitch (1974), esta memória articula o armazenamento e o processamento da informação, funcionando como um sistema de curto prazo que interage com a memória de longo prazo (Simplício, 2018).

A memória de trabalho é composta por um componente executivo central e por dois sistemas subsidiários o fonológico e o viso-espacial, ambos com funções distintas no domínio da aritmética mental (DeStefano & LeFvre, 2010; Superbia-Guimarães & Camos, 2022). O executivo central, responsável pela regulação dos processos cognitivos complexos, é essencial na realização de cálculos mentais, pois permite ao aluno manter números em mente enquanto aplica regras conhecidas (Rivera et al., 2021).

A aritmética mental, por sua vez, não se limita a uma área específica da Matemática. Trata-se de uma abordagem flexível e prática dos números e das suas relações (Heuvel-Panhuizen, 2008; Serrazina & Rodrigues, 2020), envolvendo a resolução de operações sem o auxílio de papel e lápis, o que não deve ser confundido com a simples ausência de cálculo escrito (Heinze et al., 2020).

Durante a realização de tarefas aritméticas, o aluno recorre a diferentes estratégias, associadas à flexibilidade de cálculo (Flückiger & Rathgeb-Schnierer, 2022; Serrazina & Rodrigues, 2020). Esta flexibilidade está relacionada com o conceito de *Zahlenblickschulung*, “olhar para os números”, proposto por Rechtsteiner-Merz e Rathgeb-Schnierer (2017), que envolve a capacidade de identificar padrões, relações e propriedades numéricas úteis na resolução de problemas (Rathgeb-Schnierer & Green, 2019).

Assim, torna-se essencial promover, no ensino da Matemática, atividades que incentivem o desenvolvimento da aritmética mental e da flexibilidade de cálculo, integrando estratégias que aprofundem o conceito de número, as operações e os métodos de cálculo (Rathgeb-Schnierer & Green, 2019). A prática sistemática destas competências permite ao aluno reconhecer estruturas numéricas, ordenar e organizar problemas e aplicar raciocínios eficazes com base em relações previamente aprendidas (Heinze et al., 2020; Rechtsteiner-Merz & Rathgeb-Schnierer, 2017).

2.2 Artefactos digitais

As tecnologias têm assumido um papel crescente na sociedade, não apenas na produção e difusão do conhecimento científico, mas também na transformação da educação, promovendo práticas inclusivas e de qualidade (Castro & Lucas, 2022; Mendes & Câmara, 2020; Silva et al., 2021). No contexto educativo atual, é comum os alunos disporem de artefactos digitais como computadores, tablets ou smartphones, que integram múltiplas funcionalidades (Martins et al., 2022). A sua utilização, integrada de forma pedagógica e intencional, constitui um dos princípios orientadores para o ensino da Matemática (Castro & Lucas, 2022; NCTM, 2007).

Contudo, a simples introdução da tecnologia não garante aprendizagens significativas. Compete ao professor organizar ambientes de aprendizagem nos quais os recursos digitais sejam integrados de forma interdisciplinar, ajustando-se às necessidades dos alunos e aos objetivos curriculares (Muniz et al., 2021; Silva et al., 2023). Essa mediação implica uma seleção criteriosa das ferramentas digitais, considerando as suas potencialidades e limitações, bem como o contexto da turma (Silva et al., 2021).

O conceito de artefacto digital refere-se a qualquer produto gerado com recurso a tecnologias digitais, como software, websites, conteúdos visuais ou bases de dados, que, quando mobilizado em contexto de aprendizagem, contribui para a construção de conhecimento (Costa et al., 2021; Serra, 2021; Tsitouridou et al., 2018). A sua integração visa, sobretudo, inovar as práticas pedagógicas e criar ambientes de ensino mais dinâmicos, interativos e significativos, promovendo o sucesso educativo, em particular no ensino da Matemática (Escaroupa, 2022, Moreira et al., 2020; Pinto, 2014; Silva, 2021).

Neste âmbito, Figueiral (2017) alerta para a crescente aversão dos alunos à Matemática desde fases iniciais da escolaridade, afetando o seu desempenho e autoestima. Assim, torna-se relevante recorrer aos artefactos digitais como ferramentas epistémicas, na medida em que permitem ao aluno experienciar a Matemática de forma ativa e significativa (Costa et al., 2021; NCTM, 2007; Serra, 2021). Esta transformação ocorre quando, sob orientação do professor, os artefactos são usados como

instrumentos de mediação cognitiva, tornando os alunos protagonistas da sua própria aprendizagem (Lopes & Costa, 2021).

Segundo Costa et al. (2021), um artefacto digital converte-se em ferramenta epistémica quando: (1) é utilizado eficazmente para resolver tarefas num contexto educativo; (2) se associa a outros artefactos com intencionalidade pedagógica; e (3) integra uma cadeia de instrumentos orquestrados que ligam o conhecimento ao saber-fazer. Assim, cabe ao professor gerir essa orquestração instrumental, articulando diferentes recursos em função de objetivos concretos (Guedet et al., 2012; Trouche, 2004; Silva et al., 2023).

A orquestração instrumental, enquanto processo didático, envolve a organização de configurações específicas e modos de exploração das mesmas (Silva et al., 2023). Existem diferentes tipos de orquestração, tais como *technical-demo*, *explain-the-screen*, *link-screen-board*, *discuss-the-screen*, *spot-and-show*, *Sherpa-at-work* (Trouche, 2004), *work-and-walk-by* (Drijvers, 2012), entre outras (Drijvers et al., 2010; Monteiro & Costa, 2021). O presente estudo insere-se na orquestração *work-and-walk-by*, onde os alunos trabalham individualmente com computadores, enquanto o professor circula, monitoriza e apoia as aprendizagens (Escaroupa, 2022).

Neste cenário, destaca-se a plataforma *HypatiaMat*, concebida para combater o insucesso na Matemática e promover aprendizagens significativas (Pinto, 2019; Pinto et al., 2022). Esta plataforma disponibiliza uma ampla gama de recursos, aplicações, jogos sérios, vídeos, tarefas, guiões, alinhados com os temas e competências do currículo do 1.º CEB (Verdasca et al., 2019; Verdasca et al., 2020). Através destes recursos, os alunos podem desenvolver o sentido de número, estratégias de cálculo mental, raciocínio matemático e resolução de problemas (Pinto et al., 2022).

Considerada uma ferramenta epistémica, a plataforma *HypatiaMat* promove o envolvimento ativo dos alunos e contribui para melhorar tanto as práticas docentes como os resultados dos alunos, desde que utilizada de forma intencional e intensiva (Verdasca et al., 2020). Os fatores que sustentam essa eficácia incluem a personalização do ritmo de aprendizagem, o estímulo à autonomia, o vocabulário matemático específico, o feedback contínuo e a diversidade de recursos (Pinto, 2014; Santos, 2021).

Estudos empíricos têm demonstrado os efeitos positivos da plataforma *HypatiaMat*. Hortênsio (2020) verificou melhorias na resolução de problemas e na explicação do raciocínio através da *Applet Calculus*. Serra (2021) constatou, com a *Applet Representar por Frações*, um impacto positivo na compreensão do conceito de fração. Escaroupa (2022), utilizando a *Applet CalcRapid*, observou progressos no raciocínio, na comunicação matemática e na fluência com números e operações. Além disso, esta investigação identificou uma perceção acrescida de motivação e persistência nos alunos, associadas ao uso regular da *applet*.

Deste modo, a plataforma *HypatiaMat* revela-se um artefacto tecnológico eficaz para o desenvolvimento da aritmética mental no 1.º CEB, constituindo-se como mediador epistémico nos processos de ensino e de aprendizagem.

2.3 Jogo Sérió

O insucesso escolar tem múltiplas origens, exigindo estratégias de intervenção diversificadas e articuladas em diferentes níveis (Pimentel et al., 2020; Severino, 2020). As investigações sobre práticas pedagógicas eficazes têm vindo a destacar abordagens que proporcionem aos alunos experiências de aprendizagem significativas e prazerosas, respeitando a sua individualidade (Ferreira et al., 2021). Neste sentido, o recurso a diferentes materiais, físicos e digitais, como jogos e atividades lúdicas, revela-se uma estratégia eficaz para fomentar o interesse e desenvolver competências diversas (Ferreira et al., 2021; Reis & Almeida, 2020).

Na atualidade, os alunos são considerados nativos digitais, com elevada fluência tecnológica, o que justifica a integração de recursos digitais como uma ferramenta estratégica no ensino, contribuindo para a motivação e o reforço das aprendizagens (Silva & Souza, 2019; Silva et al., 2021). Uma dessas estratégias passa pela utilização do jogo como recurso didático, pois este favorece o relacionamento interpessoal, promove o trabalho cooperativo, estimula a autonomia, desenvolve competências cognitivas e evita a monotonia na sala de aula (Barbieri et al., 2021; Ferreira, 2021).

Quando usado com intencionalidade pedagógica, o jogo assume um caráter de ferramenta epistémica, transformando-se em *jogo sério*. Ao contrário do jogo tradicional, focado no entretenimento, o jogo sério persegue objetivos específicos — sejam eles educacionais, militares, de saúde ou de políticas públicas — e tem como finalidade a aquisição de conhecimento (Anastasiadis et al., 2018; Checa & Bustillo, 2020). A sua estrutura envolve regras bem definidas, objetivos claros e contextos simulados que mobilizam o raciocínio e a tomada de decisão (Carmo et al., 2017; Rawansyah et al., 2021).

No contexto do *Game-based learning*, o aluno assume o papel central no processo de aprendizagem (Checa & Bustillo, 2020). Para que esta abordagem seja eficaz, o professor deve compreender os fundamentos teóricos do jogo sério e adaptar a sua aplicação às características dos alunos (Krath et al., 2021; Zhonggen, 2019). Este modelo pedagógico é sustentado pelas principais teorias da aprendizagem — comportamentalista, cognitivista e humanista — que explicam diferentes dimensões do aprender (Casanova et al., 2018).

A teoria comportamentalista, defendida por Watson e Skinner, valoriza a modificação do comportamento por meio de reforços e estímulos em ambientes organizados (Gaspar et al., 2020). Já a teoria cognitivista sublinha o papel do conhecimento prévio na construção de novas aprendizagens significativas (Silva & Barbosa, 2020). Por sua vez, a teoria humanista enfatiza a aprendizagem centrada no aluno e o papel do professor como facilitador (Andrade et al., 2019; Casanova et al., 2018).

Neste enquadramento, os jogos sérios destacam-se como ferramentas promotoras de motivação, envolvimento e comunicação, permitindo aos alunos assumirem uma postura ativa e reflexiva na construção do seu saber (Anastasiadis et al., 2018; Barbieri et al., 2021; Steege et al., 2011). A diversidade de jogos disponíveis possibilita uma seleção adequada aos conteúdos curriculares, aos objetivos pedagógicos e às necessidades dos alunos (Barros, 2018; Carvalho, 2017).

Além disso, os jogos digitais exploram o interesse natural dos alunos pelas tecnologias, sendo ferramentas que promovem não apenas o conhecimento, mas também a autoconfiança e a motivação (Rawansyah et al., 2021). A sua riqueza de representações facilita a assimilação de conceitos e conteúdos (Anastasiadis et al., 2018).

No ensino da Matemática, os jogos sérios revelam-se especialmente eficazes, ao estimularem o raciocínio lógico e a compreensão dos conceitos matemáticos (Souza et al., 2020), permitindo ainda o desenvolvimento de competências aplicáveis em contextos reais (Barbieri et al., 2021). Gonçalves (2011) destaca várias vantagens da sua utilização, como o alargamento da linguagem matemática, o estímulo ao cálculo mental, a elaboração de estratégias de resolução de problemas, a concentração, a perseverança e a criatividade (Soares & Nóbrega, 2022). Durante esse processo, o professor atua como orientador e questionador, ajudando os alunos a estruturar e refletir sobre os raciocínios desenvolvidos (Barros, 2018). Adicionalmente, com o auxílio de software educativo, é possível monitorizar o progresso dos alunos e ajustar as práticas pedagógicas (Fraga-Varela et al., 2021).

Uma das plataformas digitais que se tem destacado na disponibilização de jogos sérios para o ensino da Matemática é a *HypatiaMat*, cujo objetivo é “fomentar a utilização de jogos sérios (...) orientados para a promoção de competências lógico-matemáticas e para o desenvolvimento de competências transversais” (Pinto, 2019, p. 187). Esta plataforma oferece um conjunto de recursos que se articulam com o currículo e contribuem para a melhoria das aprendizagens e o aumento do gosto pela disciplina.

3. METODOLOGIA

3.1 Descrição da metodologia de investigação

Tendo por base os objetivos definidos e a questão de investigação, este estudo adota uma abordagem metodológica de natureza mista, de carácter interpretativo e com um design de investigação-ação (Amado, 2017; Bogdan & Biklen, 2013; Creswell & Clark, 2018).

A investigação mista permite a combinação de metodologias quantitativas e qualitativas na recolha e análise de dados (Traqueia et al., 2021), possibilitando, entre outras finalidades, generalizar resultados qualitativos, aprofundar a compreensão de dados quantitativos ou corroborar conclusões (Galvão et al., 2017). De acordo com Creswell e Clark (2018) e Amaral e Vieira (2019), os métodos mistos pressupõem a recolha rigorosa de informação qualitativa e quantitativa, articulada segundo um design específico que assegure a coerência metodológica, a credibilidade dos dados e a exequibilidade da investigação. Esta abordagem permite que os dados sejam analisados de forma independente e posteriormente comparados, verificando se os resultados se confirmam ou se se complementam (Creswell, 2014; Creswell & Clark, 2018).

A dimensão qualitativa da investigação assume uma perspetiva compreensiva, ancorada no ambiente natural como fonte de dados. Permite compreender e interpretar fenómenos sociais de forma crítica e reflexiva, exigindo do investigador uma postura analítica e um domínio teórico e metodológico significativo (Amado, 2017; Freire &

Macedo, 2022; Gonçalves, 2010). Este tipo de investigação caracteriza-se pela proximidade com os participantes e pela valorização das suas experiências subjetivas (Gonçalves et al., 2021; Resende, 2016), sendo mais centrada nos processos do que nos resultados (Amado, 2017; Rodrigues, 2021).

Por sua vez, a investigação quantitativa tem vindo a assumir um papel relevante no campo educacional, dada a sua capacidade de descrever fenómenos, testar hipóteses e fornecer evidências empíricas úteis à tomada de decisões pedagógicas (Amado, 2017; Yue & Xu, 2019). Trata-se de uma abordagem sequencial e comprobatória (Nascimento & Cavalcante, 2018), que permite generalizar resultados por meio de procedimentos estatísticos, recorrendo a ferramentas tecnológicas para organizar, descrever e interpretar os dados (Nascimento & Cavalcante, 2018). Como salientam Prodanov e Freitas (2013), tudo o que pode ser traduzido em números, opiniões, percepções, comportamentos, pode também ser quantificado e analisado (p. 69).

A presente investigação enquadra-se, especificamente, numa metodologia mista paralela convergente (Creswell, 2014), na qual os dados qualitativos e quantitativos foram recolhidos simultaneamente, sendo depois comparados de modo a alcançar uma análise mais integrada e abrangente do problema. Esta abordagem permite a quantificação de dados qualitativos e a qualificação de dados quantitativos, aumentando a validade e a explicação dos resultados obtidos (Pocinho & Matos, 2022).

O investigador desempenhou o papel de observador participante (Souza Minayo & Costa, 2018), estando inserido no contexto educativo dos participantes, o que possibilitou uma análise mais próxima das interações, reflexões contínuas sobre a intervenção e ajustes aos instrumentos de recolha de dados. Foram utilizados diversos instrumentos, incluindo registos fotográficos e áudio, guiões de exploração preenchidos pelos alunos, gravações de ecrã através do BB Flashback, bem como os dados recolhidos pelo BackOffice do jogo SAM (Gomes, 2023).

Alguns desses instrumentos serviram de base à construção das Narrações Multimodais (NM), enquanto recurso que agrega diferentes tipos de dados, imagens, diálogos, ações, trabalhos realizados, num único documento, permitindo uma análise reflexiva e crítica da prática educativa (Lopes & Viegas, 2021).

Em termos de *design* metodológico, a investigação integra claramente uma abordagem de investigação-ação, uma vez que promove a reflexão crítica sobre a prática, fomentando a produção de conhecimento, a inovação pedagógica e o desenvolvimento profissional dos participantes (Cardoso & Rego, 2017; Coutinho et al., 2009; Pereira, 2021). De acordo com Cardoso e Rego (2017), a investigação-ação visa aumentar a compreensão dos fenómenos em estudo e promover mudanças conscientes e deliberadas, com vista à melhoria da ação educativa. Como defende Oliveira-Fomoso (2008), esta abordagem permite ao professor investigar e transformar a sua própria prática pedagógica. Durante a intervenção, e em coerência com o espírito da investigação-ação, foram realizados ajustamentos entre sessões, como a integração de mais momentos de partilha e discussão coletiva, bem como o reforço da utilização de artefactos digitais na sala de aula, nomeadamente, o acesso individual ao Jogo Sériu em computadores, com vista a uma participação mais ativa e equitativa dos alunos.

3.2 Contexto de estudo

Este estudo foi desenvolvido no ano letivo de 2020/2021, numa turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa escola da cidade de Coimbra. A turma era composta por 18 alunos, em número equilibrado entre sexos (nove rapazes e nove raparigas), com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos. Participaram efetivamente na investigação 17 alunos, uma vez que um dos alunos, abrangido pelo Decreto-Lei n.º 54/2018, não acompanhava os conteúdos programáticos de Matemática do 3.º ano, embora tenha realizado algumas das tarefas propostas.

A maioria dos alunos era de nacionalidade portuguesa, existindo também alunos de origem cabo-verdiana, brasileira e venezuelana, todos com domínio funcional da língua portuguesa. Em termos curriculares, a turma apresentava um bom desempenho global, embora com maiores dificuldades nas disciplinas de Matemática e Estudo do Meio. Cinco alunos estavam abrangidos por medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão, frequentando o Apoio Educativo, sendo que três tinham avaliação diferenciada e dois eram acompanhados pela EMAEI. Um destes alunos recebia, adicionalmente, apoio de serviços especializados externos na área da Terapia da Fala e Psicologia. Do ponto de vista comportamental, os alunos demonstravam uma atitude cooperante e participativa nas atividades propostas. Até ao momento da implementação do estudo, os conteúdos matemáticos abordados incluíam a leitura, representação e comparação de números naturais até à centena de milhar, bem como as operações de adição, subtração e multiplicação, com respetivas propriedades e algoritmos. A prática pedagógica valorizava a resolução de problemas e o desenvolvimento do raciocínio matemático, através de tarefas que promoviam a expressão oral e escrita das estratégias utilizadas (Gomes, 2023).

3.3 Jogo SAM

A plataforma *HypatiaMat* disponibiliza diversos recursos pedagógicos digitais, incluindo aplicações e jogos sérios alinhados com o currículo do 1.º Ciclo do Ensino Básico e orientados para o desenvolvimento de competências transversais (Pinto, 2022). No presente estudo, foi selecionado o jogo Sérioso SAM, com o objetivo de promover o desenvolvimento da aritmética mental em alunos do 3.º ano.

Figura 1

Representação do jogo SAM



O jogo SAM destina-se a crianças com menos de 10 anos e foca-se no treino das operações de adição, subtração e multiplicação, incentivando o desenvolvimento do sentido de número, da destreza operatória e da compreensão das propriedades e relações entre operações (Lozada et al., 2021; Reinaldo, 2022). Ao dominar essas relações, os alunos conseguem estabelecer conexões mais claras entre os contextos dos problemas e os cálculos adequados, favorecendo o uso de estratégias diversificadas (Reinaldo, 2022).

Durante o jogo, o objetivo é eliminar todos os números apresentados no quadro, selecionando pares de números que, ao serem operados segundo a operação indicada, resultem no valor pretendido. O jogo inclui uma bonificação especial sempre que o jogador utiliza casas assinaladas com estrelas, multiplicando o valor por dez. Existem dois modos de jogo: o modo “treinar”, no qual o jogador escolhe as operações a praticar, e o modo “jogar”, que combina as três operações de forma aleatória. Em ambos os modos, o tempo para resolver cada desafio é de 20 segundos. O progresso dos alunos pode ser monitorizado através do *backoffice* da plataforma, onde ficam registadas todas as interações realizadas, integrando-se plenamente na lógica da aprendizagem ativa e tecnológica.

3.4 Design do estudo

A investigação decorreu entre fevereiro e junho de 2021, integrada na Prática Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico, com autorização prévia dos Encarregados de Educação, do Instituto de Ensino Superior e do Agrupamento de Escolas. O estudo foi desenvolvido numa turma de 3.º ano, numa escola da cidade de Coimbra, envolvendo 17 alunos, e estruturou-se em três fases: pré-intervenção, intervenção e pós-intervenção (Gomes, 2023).

Na fase de pré-intervenção, e devido às restrições da COVID-19, em vigor à data da implementação do estudo, procedeu-se ao registo dos alunos na plataforma *HypatiaMat* e à criação dos passaportes de acesso. Posteriormente, em regime presencial, foi aplicada uma situação problemática com quatro tarefas matemáticas, (Gomes, 2023), com o objetivo de identificar as principais dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo adição, subtração e multiplicação.

A fase de intervenção compreendeu sete sessões. Iniciou-se com a exploração orientada da plataforma *HypatiaMat* e do jogo SAM, promovendo a familiarização com o recurso digital. Os alunos trabalharam alternadamente com os computadores disponíveis (limitados a três), enquanto os restantes preenchiam guiões de apoio contendo representações simplificadas do jogo, onde identificavam operações e justificavam as suas escolhas com recurso a esquemas ou linguagem matemática. Cinco das sete sessões centraram-se na manipulação do jogo SAM e no registo das estratégias utilizadas. As duas sessões restantes foram organizadas com base no ensino exploratório (Canavarro, 2011; Canavarro et al., 2012; Freitas, Abbasi, et al., 2025), fomentando a partilha e discussão coletiva de estratégias e raciocínios matemáticos, promovendo uma comunicação matemática mais elaborada (Faria & Rodrigues, 2020). Durante as sessões, foi aplicado um modelo de orquestração instrumental “work-and-walk-by” (Drijvers, 2012), com a professora a circular pela sala, monitorizando e apoiando os alunos na

realização das tarefas. Devido ao número reduzido de computadores, os alunos jogaram em pequenos grupos, por turnos, com acompanhamento individualizado.

A fase de pós-intervenção consistiu na resolução de uma nova folha de exploração, com tarefas semelhantes às da fase inicial, permitindo comparar os dados recolhidos e avaliar a evolução dos alunos no desenvolvimento da aritmética mental.

3.5 Recolha e análise de dados

A recolha de dados nesta investigação foi realizada através da observação participante da professora estagiária, dos guiões de exploração preenchidos pelos alunos, dos registos fotográficos e dos registos de áudio. Todos os dados foram recolhidos com o consentimento informado dos Encarregados de Educação e das entidades escolares envolvidas, destinando-se exclusivamente a fins científicos (Gomes 2023).

A observação participante, enquanto técnica de recolha de dados, permite ao investigador uma participação ativa nas atividades de investigação, estabelecendo um contacto direto, contínuo e prolongado com os participantes (Mónico et al., 2017; Pawlowski et al., 2016). Esta abordagem posiciona o investigador como instrumento central de recolha, capaz de descrever detalhadamente os componentes e a dinâmica das situações observadas (Correia, 2009).

A análise qualitativa foi aprofundada através da construção de Narrações Multimodais (NM), com base no protocolo metodológico de Lopes et al. (2018). As NM constituem um instrumento teórico-metodológico que descreve, de forma detalhada e integrada, o processo de ensino e aprendizagem, incluindo as intenções do professor, o apoio prestado durante a tarefa e as reações dos alunos (Candiani & Souza Cruz, 2020; Lopes & Viegas, 2021). Nesta investigação, foram construídas duas NM, uma referente à sessão de exploração dos guiões do jogo SAM e outra à sessão de resolução da situação problemática inicial, descrevendo episódios de partilha de estratégias e raciocínios entre alunos e professora. Cada NM inclui uma contextualização da aula, seguida de um relato descritivo e multimodal dos episódios, e é validada por um terceiro elemento para garantir a sua precisão, legibilidade e fiabilidade (Lopes & Viegas, 2021; Lopes et al., 2018).

A análise dos dados foi estruturada com base num critério de quatro níveis de conhecimento (Quadro 1), adaptado de Escaroupa (2022).

Quadro 1

Critério com quatro níveis de conhecimento

Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4
A resolução não demonstra conhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos ou não responde.	A resolução demonstra limitados conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos e contém bastantes incorreções.	A resolução demonstra alguns conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos e contém algumas incorreções.	A resolução demonstra um conhecimento acerca dos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa.

Para as tarefas da fase de pré-intervenção e pós-intervenção, foram definidos descritores específicos por nível de conhecimento, alinhados com os objetivos de aprendizagem de cada tarefa (Quadro 2), sendo estes adaptados de Escaroupa (2022).

Quadro 2

Descritores do nível de conhecimento por objetivo específico das tarefas

Tarefa 1	Objetivos específicos			
	Objetivo 1	Objetivo 2	Objetivo 3	Objetivo 4
Níveis de conhecimento	Interpretar a situação problemática, compreendendo a operação que terá de utilizar (multiplicação) e identificá-la	Identificar os fatores no contexto da situação problemática	Efetuar a multiplicação	Apresentar e justificar a resposta, identificando o resultado, no contexto da situação problemática
Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.
Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação multiplicação, apresentando bastantes incorreções na compreensão e resolução da situação problemática.	Apresentar a multiplicação, destacando bastantes incorreções na representação do cálculo.	Efetuar a multiplicação, apresentando bastantes incorreções na resolução do cálculo.	Apresentar e justificar uma resposta parcialmente desadequada à situação problemática.
Nível 3	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação multiplicação, apresentando algumas dificuldades na compreensão e resolução da	Apresentar a multiplicação, destacando algumas incorreções na representação do cálculo.	Efetuar a multiplicação, apresentando algumas incorreções na resolução do cálculo.	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática, ainda que o resultado esteja incorreto.

situação problemática.				
Nível 4	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação multiplicação, apresentando representações verbais, visuais, ou simbólicas na resolução da situação problemática.	Apresenta a multiplicação e identifica os fatores.	Efetuar o cálculo, corretamente, obtendo como resultado final.	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática, identificando que o valor obtido e o respetivo significado.
Tarefa 2	Objetivo 1	Objetivo 2	Objetivo 3	Objetivo 4
Níveis de conhecimento	Interpretar a situação problemática, compreendendo a operação que terá de utilizar (multiplicação) e identificá-la	Reconhecer e identificar os fatores no contexto da situação problemática	Efetuar a multiplicação	Apresentar e justificar a resposta, identificando o resultado no contexto da situação problemática
Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.
Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação adição e multiplicação, apresentando bastantes incorreções na compreensão e resolução da situação problemática.	Apresentar a adição e a multiplicação, destacando bastantes incorreções na representação do cálculo.	Efetuar a adição e a multiplicação, apresentando bastantes incorreções na resolução do cálculo.	Apresentar e justificar uma resposta parcialmente desadequada à situação problemática.
Nível 3	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação adição e multiplicação, apresentando	Apresentar a adição e a multiplicação, destacando algumas incorreções na	Efetuar a adição e a multiplicação, apresentando algumas incorreções na	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática,

		algumas dificuldades na compreensão e resolução da situação problemática.	representação do cálculo.	resolução do cálculo.	ainda que o resultado esteja incorreto.
	Nível 4	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação multiplicação, apresentando representações verbais, visuais, ou simbólicas na resolução da situação problemática.	Apresenta a adição e a multiplicação e identifica os fatores.	Efetuar a adição e a multiplicação, corretamente.	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática, identificando que o valor obtido.
Tarefa 3	Níveis de conhecimento	Objetivo 1	Objetivo 2	Objetivo 3	Objetivo 4
		Interpretar a situação problemática, compreendendo a operação que terá de utilizar (adição) e identificá-la	Reconhecer e identificar as parcelas no contexto da situação problemática	Efetuar a operação adição	Apresentar e justificar a resposta, identificando o resultado da operação no contexto da situação problemática
	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.
	Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação adição, apresentando bastantes incorreções na compreensão e resolução da situação problemática.	Apresentar a adição, destacando bastantes incorreções na representação do cálculo.	Efetuar a adição, apresentando bastantes incorreções na resolução do cálculo.	Apresentar e justificar uma resposta parcialmente desadequada à situação problemática.
	Nível 3	Reconhecer a necessidade de	Apresentar a adição,	Efetuar a adição, apresentando	Apresentar e justificar a

		recorrer à operação adição, apresentando algumas dificuldades na compreensão e resolução da situação problemática.	destacando algumas incorreções na representação do cálculo.	algumas incorreções na resolução do cálculo.	resposta, de forma adequada à situação problemática, ainda que o resultado esteja incorreto.
	Nível 4	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação multiplicação, apresentando representações verbais, visuais, ou simbólicas na resolução da situação problemática.	Apresenta a adição e identifica os fatores corretos	Efetuar o cálculo, corretamente	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática, evidenciando que o valor obtido
Tarefa 4	Níveis de conhecimento	Objetivo 1	Objetivo 2	Objetivo 3	Objetivo 4
		Interpretar a situação problemática, compreendendo as operações que terá de utilizar (subtração e multiplicação) e identificá-la	Reconhecer e identificar o aditivo e o subtrativo e os fatores no contexto da situação problemática	Efetuar as operações (subtração e multiplicação)	Apresentar e justificar a resposta, identificando o resultado no contexto da situação problemática
	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática
	Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação subtração e multiplicação, apresentando bastantes incorreções na compreensão e	Apresentar a subtração e a multiplicação, destacando bastantes incorreções na representação do cálculo	Efetuar a subtração e a multiplicação, apresentando algumas incorreções na resolução do cálculo	Apresentar e justificar uma resposta parcialmente desadequada à situação problemática.

	resolução da situação problemática			
Nível 3	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação subtração e multiplicação, apresentando algumas dificuldades na compreensão e resolução da situação problemática	Apresentar a subtração e a multiplicação, destacando algumas incorreções na representação do cálculo	Efetuar a subtração e a multiplicação, apresentando algumas incorreções na resolução do cálculo	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática, ainda que o resultado esteja incorreto.
Nível 4	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação multiplicação, apresentando representações verbais, visuais, ou simbólicas na resolução da situação problemática.	Apresenta a subtração e a multiplicação e identifica os fatores	Efetuar a subtração e a multiplicação, corretamente	Apresentar e justificar a resposta, de forma adequada à situação problemática, identificando que o valor obtido

A avaliação das propostas de resolução dos alunos foi feita com base nesses descritores (Gomes, 2023), (Quadro 2), sendo calculada a mediana por tarefa e, em seguida, a mediana das medianas, resultando no Nível Geral de Conhecimento de cada aluno na fase de pré-intervenção.

Posteriormente, cada tarefa foi também avaliada através de uma classificação percentual, tanto na fase de pré como de pós-intervenção. Os valores obtidos foram somados para gerar uma pontuação final por aluno, posteriormente organizada em classes: $[0;25[$, $[25;50[$, $[50;75[$ e $[75;100]$, permitindo uma análise quantitativa da progressão dos alunos ao longo do estudo (Gomes, 2023).

3.5.1 Análise Estatística

A análise estatística dos dados foi realizada com recurso à estatística descritiva e inferencial, considerando-se a evolução do nível de conhecimento global, do desempenho global dos alunos nas fases de pré e pós-intervenção.

A caracterização das variáveis mencionadas foi efetuada com base nos valores médios (M) e no desvio-padrão (DP). Para o nível de conhecimento global, consideraram-se como indicadores de tendência negativa os níveis 1 e 2, e como tendência positiva os níveis 3 e 4. Relativamente ao desempenho global, os intervalos

[0; 25[e [25; 50[foram classificados como negativos, enquanto os intervalos [50; 75[e [75; 100] foram considerados positivos.

Para comparar os resultados entre as fases de pré e pós-intervenção, foi utilizado o teste t de Student para amostras emparelhadas, após validação do pressuposto de normalidade (Marôco, 2021). O pressuposto da normalidade foi avaliado através do teste de Shapiro-Wilk. Quando a normalidade não foi verificada, recorreu-se à análise da simetria, utilizando o critério de Pestana e Gageiro (2014):

$$\left| \frac{\text{coeficiente de assimetria}}{\text{erro do coeficiente de assimetria}} \right| \leq 1.96$$

O efeito da intervenção foi avaliado através do d de Cohen, sendo os valores interpretados segundo Marôco (2021): efeito pequeno ($d \leq 0.2$), médio ($0.2 < d \leq 0.5$), elevado ($0.5 < d \leq 1$) e muito elevado ($d > 1$).

Todas as análises estatísticas foram realizadas com o software IBM SPSS Statistics, versão 25 (IBM, EUA), adotando-se um nível de significância de 5% ($p \leq 0.05$). aprendizagens e o aumento do gosto pela disciplina.

4. RESULTADOS

A secção de resultados está organizada em duas partes. A primeira apresenta os dados relativos ao nível de conhecimento dos alunos; a segunda analisa o seu desempenho global.

4.1 Nível de conhecimento

O Quadro 3 apresenta a distribuição de frequências absolutas e relativas (%) do Nível de Conhecimento dos alunos por objetivo de cada tarefa, entre a fase pré-intervenção e a fase pós-intervenção.

A análise do Quadro 3 evidência uma evolução positiva no nível de conhecimento dos alunos entre a fase de pré-intervenção e a fase de pós-intervenção. A maior diferença percentual registou-se de forma consistente no objetivo 4, em todas as tarefas. Inicialmente, todos os alunos (100%) encontravam-se no nível 1, evidenciando dificuldades na atribuição de significado aos resultados obtidos e na justificação do raciocínio através de esquemas, palavras ou desenhos. No entanto, após a intervenção, observou-se um progresso significativo, com a maioria dos alunos a situar-se nos níveis 3 e 4 (T1: 94,2%; T2: 82,4%; T3: 82,4%; T4: 58,8%), demonstrando maior capacidade de interpretar os resultados no contexto das situações problemáticas propostas.

Relativamente ao objetivo 3, referente à execução das operações aritméticas, também se verificou uma melhoria substancial. Na fase pré-intervenção, os alunos encontravam-se predominantemente nos níveis 1 e 2, indicando dificuldades de cálculo. Contudo, após a intervenção, registou-se um aumento expressivo de alunos nos níveis 3 e 4, especialmente nas tarefas 1, 2 e 3 (T1: 41,2% + 52,9%; T2: 52,9% + 29,4%; T3: 82,4%) (Gomes, 2023).

Quadro 3

Distribuição da frequência absoluta e relativa (%) do Nível de Conhecimento por objetivo de cada tarefa

Tarefa	Objetivo	Pré-intervenção				Pós-intervenção			
		Nível1	Nível2	Nível3	Nível4	Nível1	Nível2	Nível3	Nível4
T1	O1	23.5% (4)	29.4% (5)	47.1% (8)	0.0% (0)	5.9% (1)	0.0% (0)	29.4% (5)	64.7% (11)
T1	O2	35.3% (6)	17.6% (3)	41.2% (7)	5.9% (1)	5.9% (1)	0.0% (0)	11.8% (2)	82.4% (14)
T1	O3	23.5% (4)	23.5% (4)	47.1% (8)	5.9% (1)	5.9% (1)	0.0% (0)	41.2% (7)	52.9% (9)
T1	O4	100% (17)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	5.9% (1)	0.0% (0)	47.1% (8)	47.1% (8)
T2	O1	23.5% (4)	41.2% (7)	35.3% (6)	0% (0)	11.8% (2)	5.9% (1)	23.5% (4)	58.8% (10)
T2	O2	35.3% (6)	23.5% (4)	35.3% (6)	5.9% (1)	11.8% (2)	5.9% (1)	23.5% (4)	58.8% (10)
T2	O3	29.4% (5)	35.3% (6)	29.4% (5)	5.9% (1)	11.8% (2)	5.9% (1)	52.9% (9)	29.4% (5)
T2	O4	100% (17)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	11.8% (2)	5.9% (1)	47.1% (8)	35.3% (6)
T3	O1	29.4% (5)	47.1% (8)	23.5% (4)	0.0% (0)	0.0% (0)	17.6% (3)	0.0% (0)	82.4% (14)
T3	O2	47.1% (8)	29.4% (5)	11.8% (2)	11.8% (2)	0,0% (0)	17.6% (3)	5.9% (1)	76.5% (13)
T3	O3	29.4% (5)	52.9% (9)	5.9% (1)	11.8% (2)	0% (0)	17.6% (3)	0% (0)	82.4% (14)
T3	O4	100% (17)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	82.4% (14)
T4	O1	29.4% (5)	52.9% (9)	17.6% (3)	0.0% (0)	11.8% (2)	35.3% (6)	35.3% (6)	17.6% (3)
T4	O2	47.1% (8)	41.2% (7)	0.0% (0)	11.8% (2)	47.1% (8)	11.8% (2)	29.4% (5)	11.8% (2)
T4	O3	29.4% (5)	47.1% (8)	11.8% (2)	11.8% (2)	47.1% (8)	11.8% (2)	35.3% (6)	5.9% (1)
T4	O4	100% (17)	0.0% (0)	0.0% (0)	0.0% (0)	5.9% (1)	35.3% (6)	41.2% (7)	17.6% (3)

Nota. O1 – Objetivo 1; O2 – Objetivo 2; O3 – Objetivo 3; O4 – Objetivo 4

Em relação aos objetivos 1 e 2, que envolvem a identificação e a apresentação da operação aritmética adequada, também se observou uma melhoria. Na fase pré-intervenção, entre 50% e 70% dos alunos situavam-se nos níveis 1 e 2. Após a intervenção, essa percentagem diminuiu consideravelmente, com um aumento visível nos níveis 3 e 4, situando-se entre 80% e 90% nas tarefas 1, 2 e 3.

Em síntese, os resultados indicam uma evolução positiva e consistente do nível de conhecimento dos alunos nos diferentes objetivos das tarefas, destacando o impacto da intervenção no desenvolvimento das competências em aritmética mental.

O Quadro 4 apresenta a distribuição das frequências absolutas e relativas (%) do Nível de Conhecimento dos alunos por tarefa, bem como o Nível Global de Conhecimento (NGC), nas fases de pré e pós-intervenção. Os dados indicam uma evolução positiva no nível de conhecimento dos alunos após a intervenção.

Quadro 4

Distribuição das frequências absolutas e relativas (%) do Nível de Conhecimento

Tarefas	Pré-intervenção				Pós-intervenção			
	1	2	3	4	1	2	3	4
T1	35.3% (6)	17.6% (3)	47.1% (8)	0.0% (0)	5.9% (1)	0.0% (0)	47.1% (8)	47.1% (8)
T2	41.2% (7)	23.5% (4)	35.3% (6)	0.0% (0)	11.8% (2)	5.9% (1)	47.1% (8)	35.3% (6)

T3	47.1% (8)	35.3% (6)	17.6% (3)	0.0% (0)	17.6% (3)	0,0% (0)	0.0% (0)	82.4% (14)
T4	47.1% (8)	41.2% (7)	11.8% (2)	0.0% (0,0)	11.8% (2)	47.1% (8)	29.4% (5)	11.8% (2)
NGC	52.9% (9)	23.5% (4)	23.5% (4)	0.0% (0)	17.5% (3)	47.1% (8)	35.3% (6)	0.0% (0)

Nota. T1 = Tarefa 1; T2 = Tarefa 2; T3 = Tarefa 3; T4 = Tarefa 4; NGC = Nível Global de Conhecimento

Em todas as tarefas foi registado um progresso, particularmente evidente nas Tarefas 2 e 3. Na Tarefa 2, que envolvia a identificação e resolução de uma única operação aritmética, mais de 50% dos alunos situavam-se nos níveis 1 e 2 na fase pré-intervenção. Após a intervenção, aproximadamente 80% dos alunos passaram a posicionar-se nos níveis 3 e 4. Já na Tarefa 3, que exigia a resolução de múltiplas operações aritméticas, cerca de 80% dos alunos encontravam-se inicialmente nos níveis mais baixos. No entanto, após a intervenção, mais de 80% passaram a alcançar o nível 4, evidenciando um desenvolvimento significativo.

No que se refere ao Nível Global de Conhecimento, também se verifica um aumento expressivo. Na fase pós-intervenção, a maioria dos alunos (14 em 17) encontra-se nos níveis 3 e 4, refletindo uma melhoria geral no desempenho cognitivo.

O Quadro 5 evidencia diferenças estatisticamente significativas no Nível Global de Conhecimento (NGC) dos alunos entre a fase pré-intervenção e a fase pós-intervenção ($t(17) = -9.929$; $p = 0.001$; $d = 3.416$), com uma dimensão de efeito muito elevada, de acordo com Cohen.

Verifica-se um aumento expressivo da média do NGC, que passou de 1.56 na fase pré-intervenção para 3.34 na fase pós-intervenção, refletindo uma evolução significativa no desempenho dos alunos. Inicialmente, os alunos encontravam-se, em média, abaixo do nível 2, enquanto após a intervenção progrediram para valores próximos do nível 4, evidenciando melhorias claras no desenvolvimento da aritmética mental, com base nos critérios definidos para as tarefas aplicadas.

Na fase pré-intervenção, foi possível mapear as principais dificuldades na resolução de tarefas, especialmente na execução e interpretação das operações aritméticas. Já na fase pós-intervenção, observa-se uma melhoria consistente, tanto na execução das operações como na formulação de respostas contextualizadas, demonstrando uma maior compreensão e capacidade de raciocínio matemático.

Quadro 5

Estatística descritiva e comparação pré e pós-intervenção no NGC

	M	DP	T	P	d	Dimensão Efeito
Pré-intervenção	1.56	0.30	-9.929	0.001	3.416	Muito elevada
Pós-intervenção	3.34	0.67				

4.2 Desempenho global

O Quadro 6 apresenta a distribuição das frequências absolutas e relativas (%) do Desempenho Global dos alunos nas fases de pré-intervenção e pós-intervenção, permitindo observar melhorias significativas após a implementação da intervenção.

Quadro 6

Distribuição das frequências absolutas e relativas (%) do Desempenho Global

	Pré-intervenção	Pós-intervenção
[0;25[58.8% (10)	0,0% (0)
[25;50[23.5% (4)	17.6% (3)
[50;75[11.8% (2)	41.2% (7)
[75;100[5.9% (1)	41.2% (7)

Na fase pré-intervenção, apenas três alunos apresentaram um desempenho superior a 50%, enquanto dez alunos obtiveram resultados inferiores a 25%. Estes dados refletem as dificuldades identificadas inicialmente, nomeadamente: a interpretação das situações problemáticas, a identificação e resolução da operação aritmética adequada, a atribuição de significado ao resultado obtido em contexto, bem como a elaboração de uma resposta completa, fundamentada no raciocínio desenvolvido. Tais fragilidades comprometeram o desempenho global, uma vez que correspondiam diretamente aos objetivos definidos para as tarefas.

Após a intervenção, verifica-se uma melhoria significativa no desempenho: a maioria dos alunos (14) obteve um resultado superior a 50%, e nenhum aluno apresentou um desempenho inferior a 25%, ao contrário do que se verificou na fase inicial.

O Quadro 7 reforça esta evolução, apresentando diferenças estatisticamente significativas nos resultados médios das tarefas entre as duas fases. Em todas as tarefas, a média do desempenho foi superior na fase pós-intervenção.

Quadro 7

Estatística descritiva e comparação pré-intervenção e pós-intervenção do Desempenho Global

		M	DP	t	p	d	Dimensão de efeito
T1	Pré-intervenção	7.00	5.50	-8.48	0.001	2.78	muito elevado
	Pós-intervenção	18.31	1.66				
T2	Pré-intervenção	9.71	8.76	-7.50	0.001	2,59	muito elevado
	Pós-intervenção	26.54	2.73				
T3	Pré-intervenção	2.71	2.31	-31.18	0.001	10.50	muito elevado
	Pós-intervenção	19.90	0.16				
T4	Pré-intervenção	4.75	4.22	-2.71	0.015	0.96	elevado
	Pós-intervenção	12.44	10.49				
DG	Pré-intervenção	21.97	12.87	-22.62	0.001	3.98	muito elevado
	Pós-intervenção	74.79	13.66				

Destaca-se a Tarefa 3, onde se verificou um aumento expressivo da média, passando de 2.71 (pré-intervenção) para 19.90 (pós-intervenção), com um resultado altamente significativo ($t(17) = -31.18$; $p = 0.001$; $d = 10.50$), correspondendo a uma dimensão de efeito muito elevada.

Estes resultados indicam que todos os alunos melhoraram o seu desempenho em todas as tarefas, confirmando o impacto positivo da intervenção na promoção das competências de aritmética mental.

5. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

O presente estudo teve como objetivo analisar de que forma a utilização do jogo sério SAM, da plataforma *HypatiaMat*, contribuiu para o desenvolvimento da aritmética mental dos alunos do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Os resultados, de natureza quantitativa e qualitativa, permitem concluir que a integração do jogo promoveu progressos significativos, tanto ao nível do conhecimento como do desempenho dos alunos, em consonância com investigações anteriores (Verdasca et al., 2020; Gomes, 2023).

Na fase de pré-intervenção, foram identificadas dificuldades recorrentes na compreensão e interpretação de situações problemáticas, na resolução de operações aritméticas; sobretudo no algoritmo da multiplicação; e na explicitação do raciocínio matemático. Estas fragilidades alinham-se com estudos que apontam limitações no domínio de conceitos básicos por parte de alunos do Ensino Básico (Rodrigues, 2020).

Os resultados obtidos após a intervenção revelam uma evolução positiva dos alunos. Esta melhoria pode ser atribuída, em grande parte, à integração do jogo SAM, que se revelou um recurso motivador e eficaz no processo de ensino-aprendizagem (Verdasca et al., 2020). Estes dados corroboram investigações que salientam o impacto positivo dos jogos digitais no desenvolvimento da flexibilidade de cálculo e de estratégias cognitivas (Gomes et al., 2023).

A análise qualitativa reforça estes resultados. Os diálogos entre professora estagiária e alunos mostram que a utilização do jogo e a posterior discussão de estratégias estimularam a explicitação do raciocínio matemático e a comunicação oral. Um dos exemplos mais relevantes foi a justificação apresentada por dois alunos:

Aluno I: Eu...eu representei de outra maneira.

Professora Estagiária: Representaste de outra maneira, então explica-me como é que representaste?

Aluno I: Nove mais dois, passa, e nove mais um, já cheguei. Já chega ao número que eu queria.

Professora Estagiária: Muito bem! Mais respostas diferentes? Outros números que tenham utilizado?

Aluno C: Eu.

Professora Estagiária: Diz, Aluno C.

Aluno C: Eh... Porque no dez há um conjunto de nove e um conjunto de um, porque ao nove falta um para chegar a dez... ou porque nove mais um é dez.

Este tipo de interação fomentou a aprendizagem cooperativa e contribuiu para o aprofundamento de estratégias de cálculo, confirmando a importância da partilha de raciocínios para o desenvolvimento da comunicação matemática (Serrazina & Rodrigues, 2020; Andrade et al., 2019).

Outro exemplo significativo foi a correção coletiva de erros no algoritmo da multiplicação:

Professora Estagiária: Como é que nós fazemos o algoritmo? O quatro fica aqui?

Aluno D: Ah, não!

Professora Estagiária: Lembram-se que, quando é por dois algarismos, depois...

Alunos: Tem que trancar!

Professora Estagiária: Exatamente. Quem não o faz, acaba por obter um resultado incorreto.

Este momento ilustra o papel do erro como oportunidade de aprendizagem e reforça o valor da interação coletiva na clarificação de conceitos (Escaroupa, 2022; Pinto et al., 2022).

Também se destacam situações de atribuição de significado ao resultado obtido, essenciais para a compreensão conceitual das operações:

Professora Estagiária: Dois mil oitocentos e oitenta é o quê? Corresponde a quê?

Aluno M: Ao preço.

Professora Estagiária: De quê?

Aluno M: Dos bilhetes dos alunos

A articulação entre cálculo e contexto favoreceu a construção de significados matemáticos, em linha com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017) e as orientações internacionais da OCDE (2018), que enfatizam competências de pensamento crítico, raciocínio matemático e aplicação do conhecimento a situações reais.

Em síntese, a integração do jogo SAM proporcionou um ambiente lúdico, motivador e desafiador, que, aliado a momentos de partilha de estratégias, contribuiu para a melhoria significativa da aritmética mental dos alunos. Este resultado está em consonância com investigações que salientam a eficácia dos jogos digitais enquanto artefactos epistémicos capazes de promover uma aprendizagem significativa (Costa et al., 2021).

5. CONCLUSÕES

A investigação teve como principal objetivo responder à seguinte questão de investigação: *Será que o jogo sério SAM, da plataforma HypatiaMat, promove o desenvolvimento da aritmética mental nos alunos do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB)?*

Com base nos dados recolhidos, na análise das tarefas propostas e nos resultados obtidos, conclui-se que a integração do jogo SAM contribuiu significativamente para o desenvolvimento da aritmética mental dos alunos envolvidos. Os resultados demonstram que os alunos evoluíram não apenas na execução de cálculos mentais, mas também na interpretação de situações problemáticas e na construção de respostas matematicamente fundamentadas.

A comparação entre as fases pré e pós-intervenção evidencia melhorias claras na compreensão e identificação das operações aritméticas adequadas a cada problema, na sua resolução e na atribuição de significado ao resultado obtido. A orquestração do artefacto digital, o jogo SAM, revelou-se um recurso eficaz na promoção do raciocínio lógico-matemático e da flexibilidade de cálculo, facilitando o domínio das operações fundamentais.

Além da componente operacional da aritmética mental, a intervenção teve impacto no desenvolvimento da comunicação matemática. Através da análise das Narrações Multimodais (NM), verificou-se que os alunos passaram a explicar com maior clareza e precisão, tanto oralmente quanto por escrito, o raciocínio utilizado na resolução das tarefas, validando a importância de momentos de partilha e discussão ao longo das sessões.

O equilíbrio entre a manipulação do jogo SAM e as sessões de discussão de estratégias mostrou-se essencial para o sucesso da intervenção. A plataforma *HypatiaMat*, pela sua acessibilidade e riqueza de recursos, associada à atuação consciente da professora estagiária – com domínio sobre os conteúdos matemáticos e pedagógicos – constituíram-se como pilares para a eficácia do processo.

Contudo, alguns constrangimentos devem ser assinalados. Por um lado, os efeitos da pandemia de COVID-19, que, à data da implementação do estudo, limitaram o tempo e a organização das sessões; por outro, a insuficiência de recursos tecnológicos disponíveis na escola, que dificultou a plena implementação do cenário de aprendizagem desejado. A limitação a apenas três computadores condicionou a manipulação simultânea do jogo SAM por todos os alunos, comprometendo, em parte, a dinâmica desejada para as sessões práticas.

Com base nas aprendizagens e limitações identificadas neste estudo, fornecem-se algumas sugestões para investigações futuras com objetivos semelhantes. Que cada aluno disponha de um dispositivo digital (computador ou tablet), de modo a garantir uma experiência mais equitativa e contínua no uso de artefactos digitais. Que se integrem um maior número de sessões dedicadas à discussão e partilha de estratégias, com promoção explícita do trabalho em pequenos grupos. Esse formato favorece o desenvolvimento de competências de comunicação matemática, aprendizagem colaborativa e o confronto de diferentes estratégias de resolução.

Em síntese, conclui-se que a utilização intencional e intensiva do jogo SAM revelou-se eficaz no desenvolvimento da aritmética mental, promovendo aprendizagens mais sólidas e significativas. Este estudo contribui, assim, para a comunidade de investigadores em Educação Matemática ao evidenciar empiricamente como a orquestração de artefactos digitais, em especial jogos sérios integrados no ensino, pode promover o desenvolvimento da aritmética mental em alunos do ensino básico. Ao associar dados quantitativos e qualitativos sustentados, confirma-se que os jogos digitais não apenas motivam, mas podem também fomentar raciocínios matemáticos mais sólidos, quando integrados em contextos de aprendizagem colaborativa e reflexiva. Este artigo contribui para a literatura da especialidade ao demonstrar que o impacto positivo do jogo SAM vai além do cálculo automático, estendendo-se à compreensão conceptual e à comunicação matemática dos alunos.

6. IMPLICAÇÕES

As implicações deste estudo para o campo da Educação em Matemática são múltiplas e relevantes. Em primeiro lugar, confirma-se empiricamente que a orquestração de artefactos digitais, em particular, jogos sérios como o SAM, da plataforma *HypatiaMat*, pode contribuir significativamente para o desenvolvimento de competências fundamentais no ensino da matemática, tais como a aritmética mental, a comunicação matemática e o raciocínio lógico-matemático.

Em segundo lugar, os resultados obtidos sustentam a importância de uma utilização intencional e planificada das tecnologias digitais no 1.º Ciclo do Ensino Básico, superando a sua mera dimensão lúdica. Quando integradas em cenários pedagógicos com momentos de exploração, discussão e sistematização, estas tecnologias revelam-se eficazes no apoio à aprendizagem e no desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Por fim, este estudo acrescenta evidência empírica ao corpo de conhecimento existente, ao demonstrar que o uso de jogos digitais educativos pode gerar impactos mensuráveis e estatisticamente significativos tanto no desempenho dos alunos como na qualidade da sua aprendizagem matemática, mesmo em contextos escolares com recursos tecnológicos limitados.

Deste modo, esta investigação reforça a pertinência de práticas pedagógicas que aliem o digital à intencionalidade educativa, abrindo caminho a novas abordagens no domínio da Educação.

Sugere-se, para estudos futuros, a ampliação da amostra, incluindo outros anos de escolaridade, com o intuito de identificar mais profundamente os fatores que contribuem para o desenvolvimento da aritmética mental dos alunos através da utilização de jogos sérios como o SAM, da plataforma *HypatiaMat*. Aos profissionais da educação e aos decisores pedagógicos, recomenda-se a integração estruturada de jogos sérios no ensino da matemática, de forma a potenciar o desenvolvimento de competências essenciais e a melhoria das aprendizagens, sempre com base em cenários pedagógicos intencionais e exploratórios.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/50008/2025 (Instituto de Telecomunicações (IT)), UID/05198/2025 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED) e UID/06185/2025 (SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde).

Agradecimento à Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra pelo apoio prestado durante a estadia de investigação. Grupo de investigação SEJ-462 (GTEA) Universidade de Málaga. Projeto B1-2023_029 do Plano Próprio de Investigação, Transferência e Divulgação Científica da Universidade de Málaga.

REFERÊNCIAS

Abualigah, L., Diabat, A., Mirjalili, S., Abd Elaziz, M., & Gandomi, A. H. (2021). The arithmetic optimization algorithm. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 376, 113609.

- Amado, J. (2017). *Manual de investigação Qualitativa em Educação* (3.^a Ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra/Coimbra University Press.
- Amaral, M. A. & Vieira, C. C. (2019). Métodos mistos de pesquisa em educação: características e possibilidades de aplicação. In A. L. Oliveira, J. A. Schutz; M. A. Amaral, & M. C. Lima (Org.), *Vozes da educação: pesquisas e escritas contemporâneas* (pp. 13-28). São Carlos: Pedro & João Editores
- Anastasiadis, T., Lampropoulos, G., & Siakas, K. (2018). Digital game-based learning and serious games in education. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering*, 4(12), 139-144.
- Andrade, D., Neto, A., de Oliveira, C., & Brito, J. (2019). Comportamentalismo, Cognitivismo e Humanismo: uma revisão de literatura. *Revista Semiárido De Visu*, 7(2), 222-241.
- Baddeley, A.D. & Hitch, G.J. (1974). Working memory. In: G.H. BOWER. (Ed.). *The psychology of learning and motivation*. (pp 47-91). London: Academic Press.
- Barbieri, G., Barbieri, R., & Capone, R. (2021). Serious games in high school mathematics lessons: An embedded case study in Europe. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(5).
- Barros, C. (2018). *Design do jogo sério Tempoly para a aprendizagem das quatro operações aritméticas com polinómios: um estudo no 3.º ciclo do ensino básico*. [Tese de Doutoramento]. Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra.
- Becker, F. (2019). Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 963-987.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). *Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia*. In Canavarro, P., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., & Carreira, S. (Orgs), Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. <http://hdl.handle.net/10451/7041>
- Candiani, G., & de Souza Cruz, E. (2020). Análise das perspectivas de educação ambiental presentes nas estratégias didáticas do acervo digital de narrações multimodais da UTAD. *APeDuC Revista-Investigação e Práticas em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologia*, 1(1), 55-69.
- Cardoso, A. & Rego, B. (2017). *Metodologias de investigação na formação de professores: a investigação-ação e o estudo de caso*. In Menezes, L., Cardoso, A., Rego, B., Balula, J., Figueiredo, M. & Felizardo, S., Olhares sobre a Educação: em torno da formação de professores (pp. 21-33). Escola Superior de Educação de Viseu.
- Carmo, A., Xexéo, G., Acioli, A., Taucei, B., Dipolitto, C., Mangeli, E., Kritz, J., Costa, L., Monclar, M., Garrot, R., Classe, T., & Azevedo, V. (2017). *O que são jogos: Uma introdução ao objeto de estudo do LUDS*. [Relatório Técnico]. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Carvalho, A. A. A. (2017). *Jogos digitais e Gamification: desafios e competição para aprender na era mobile-learning*. In Aprendizagem, TIC e redes digitais (pp. 112-144). Conselho Nacional de Educação
- Casanova, M. P., Barreto, M., Cotrim, N., Ferreira, S., Fati, A., & Morato, P. (2018). *Teorias da aprendizagem: psicopedagogia das necessidades especiais*.
- Castro, F., & Lucas, M. (2022). A importância das competências digitais dos professores na operacionalização das Orientações Curriculares para as TIC no 1.º CEB. *Indagatio Didactica*, 14(1), 99-116.

- Checa, D., & Bustillo, A. (2020). A review of immersive virtual reality serious games to enhance learning and training. *Multimedia Tools and Applications*, 79, 5501-5527.
- Correia, M. D. C. B. (2009). A observação participante enquanto técnica de investigação. *Pensar Enfermagem / Journal of Nursing*, 13(2), 30-36.
- Costa, C., Cabrita, I., Martins, F., Oliveira, R., & Lopes, J. B. (2021). Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática. *Matemática com vida: diferentes olhares sobre a tecnologia*, AYA Editora, 29-44.
- Creswell, J. W. (2014). *Educational Research: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research* (4.ª ed.). Pearson.
- Creswell, J. W., & Clark, V. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (3.ª ed.). Sage.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approach* (5.ª Ed.). Sage.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. R. C., & Vieira, S. R. (2009). Investigação-acção: metodologia preferencial nas práticas educativas. *Psicologia Educação e Cultura*, XIII (2), 455-479.
- David, E. (2022). *O raciocínio lógico e suas implicações na resolução de problemas da vida cotidiana*. [Trabalho de Conclusão de Curso]. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB.
- Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho. Diário da República, 1.ª série — N.º 129.
- DeStefano, D. & LeFevre, J. (2010) The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16 (3), 353-386.
- Dias, B. (2021). *Longe, Mas Perto – Uma Experiência À Distância De Um Click*. [Relatório de Estágio]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto.
- Drijvers, P. (2012). Teachers transforming resources into orchestrations. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 265-281). Springer.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boom, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 213-234
- Escaroupa, A. (2022). *O uso da applet CalcRapid da plataforma Hypatiamat na promoção do Cálculo Mental*. [Relatório Final]. Escola Superior de Educação de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Esteves, A. (2022). *O efeito do raciocínio, da memória de trabalho, da aritmética, da fluência da leitura e da compreensão da leitura na resolução de problemas de matemática* [Dissertação de Mestrado]. Universidade de Psicologia da Universidade do Minho.
- Faria, F., & Rodrigues, M. (2020). A comunicação matemática escrita. *Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional*, 10(2), 90-116.
- Ferreira, E., Lopes, M. & Reinol, D. (2021). A criança, o jogo e o lúdico no processo de ensino e aprendizagem. *Revista Educação*, 16 (1), 6-17.
- Ferreira, S. (2022). *Estratégias de ensino diferenciadoras para aprendizagens matemáticas no 2.º Ciclo do Ensino Básico* [Relatório de Estágio]. Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti
- Ferreira, S. & Dias, K. (2022). *O uso dos jogos digitais no processo de alfabetização* [Artigo Académico]. Instituto Federal do Amapá.
- Figueiral, L. (2017). *Audição na Comissão Parlamentar de Educação e Ciência*. Associação de Professores de Matemática [APM].
- Flückiger, T., & Rathgeb-Schnierer, E. (2022, fevereiro). Capturing flexibility in mental calculation. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (18).
- Fraga-Varela, F., Vila-Couñago, E., & Rodríguez-Groba, A. (2021). Serious games and mathematical fluency: A study from the gender perspective in primary education. *Sustainability*, 13(12), 6586.

- Freire, I. P., & Macedo, S. M. F. (2022). A investigação qualitativa em Educação—aspectos epistemológicos e éticos. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 10(24), 276-296.
- Freitas, Y., Abbasi, M., Brito-Costa, S., Pinto, R., Rato, V., Martins, F. (2025). Enhancing Elementary Students' Mathematics Self-efficacy Through Applet-Based Exploratory Teaching. In: Reis, A., et al. Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education. *Communications in Computer and Information Science*, vol 2480. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-032-02672-9_18
- Freitas, Y., Guiomar, B., Gonçalves, S., Pinto, R., Pinto, E., Rato, V., & Martins, F. (2025). Using Serious Games with Exploratory Teaching to Develop Mental Arithmetic in Primary Education. *Educational Process: International Journal*, 15, e2025151. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.15.151>
- Galvão, M., Pluye, P., & Ricarte, I. L. M. (2017). Métodos de pesquisa mistos e revisões de literatura mistas: conceitos, construção e critérios de avaliação. *InCID: Revista de Ciência da Informação e Documentação*, 8(2), 4-24.
- Gaspar, T., Tomé, G., Ramiro, L., Almeida, A., & Matos, M. G. D. (2020). Ecosistemas de aprendizagem e bem-estar: factores que influenciam o sucesso escolar. *Psicologia, Saúde and Doenças*, 21(02), 462-481.
- Gomes, A. M. M. (2023). *Desenvolvimento da aritmética mental utilizando o jogo SAM da plataforma Hypatiamat* [Relatório final de mestrado] Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Gomes, A., Pinto, R., Vidal, A., Rato, V. & Martins, F. (2022). Desenvolvimento da aritmética mental: análise da autorregulação da aprendizagem e da autoeficácia matemática no 1.º CEB. In Martins, F., Pinto, R., & Costa, C. (Eds.), *Artefactos Digitais, Aprendizagens e Conhecimento Didático-Contributos*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra
- Gonçalves, T. (2010). Investigar em Educação: fundamentos e dimensões da investigação qualitativa. In Alves, M. & Azevedo, N. (Eds.), *Investigar em Educação: desafios da construção de conhecimento e da formação de investigadores num campo multi-referenciado* (pp.47-63)
- Gonçalves, P. A. S. (2011). *Jogos digitais no ensino e aprendizagem da matemática: efeitos sobre a motivação e o desempenho dos alunos* [Dissertação de Mestrado]. Universidade do Algarve. <https://sapiencia.ualg.pt/handle/10400.1/5003>
- Gonçalves, S. P., Gonçalves, J., & Marques, C. G. (2021). Manual de investigação qualitativa. *Conceção, análise e aplicações*. Lisboa: Pactor.
- Gonçalves, T., Cajueiro, D. & Pina, E. (2021). Reflexão sobre a ação: experiências formativas de professores sobre a aprendizagem escolar. *Amazonia – Revista de Educação em Ciências e Matemática*, 17 (39), 61-77.
- Guimarães, D. R. (2021). Educação matemática crítica: contribuições para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática. *AONDÊ: Revista de Pesquisa em Educação em Ciências e Matemática*, 1(1).
- Heinze, A., Grüßing, M., Arend, J., & Lipowsky, F. (2020). Fostering Children's Adaptive Use of Mental Arithmetic Strategies: A Comparison of Two Instructional Approaches. *Journal of Mathematics Education*, 13(1), 18-34.
- Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Mental arithmetic. In *Children Learn Mathematics* (121 - 146). Leiden https://doi.org/10.1163/9789087903954_012
- Holzman, K, Nogueira, C., Lima, E. & Dorneles, B. (2021). Relação entre desempenho aritmético e desempenho na resolução de problemas de alunos de 3.º e 4.º anos do ensino fundamental. *Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática*, 30 (2), 335-353.
- Hortênsio, A. (2020). *A Influência da Plataforma Hypatiamat na Resolução de Situações Problemáticas Envolvendo a Adição e a Subtração* [Relatório Final]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.

- Hubber, P., Gilmore, C., & Cragg, L. (2014). The roles of the central executive and visuospatial storage in mental arithmetic: A comparison across strategies. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 67(5), 936–954.
- Huf, V., Huf, S., & Maciel, N. A. (2022). Aprendizagem significativa na formação inicial do pedagogo: um olhar para as quatro operações matemáticas básicas. *REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática*, 1-22.
- Iglesias-Sarmiento, V., Alfonso, S., Conde, A., Pérez, L., & Deaño, M. (2020). Mathematical difficulties vs. high achievement: an analysis of arithmetical cognition in elementary school. *Developmental Neuropsychology*, 45(2),1-17.
- Krath, J., Schürmann, L., & Von Korfflesch, H. F. (2021). Revealing the theoretical basis of gamification: A systematic review and analysis of theory in research on gamification, serious games and game-based learning. *Computers in Human Behavior*, 125, 106963.
- Lima, E. & Lima, G. (2022). *A influência das tecnologias nas práticas educativas contemporâneas*. [Conferência]. Conedu – VIII Congresso Nacional de Educação.
- Lopes, J. B., & Costa, C. (2021). Converting Digital Resources into Epistemic Tools Enhancing STEM Learning. In A. Reis, J. Barroso, J. B. Lopes, T. Mikropoulos, & C.-W. Fan (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education* (pp. 3–20). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73988-1_1
- Lopes, J. B., & Viegas, M. (2021). *Narrações multimodais: Uma e-ferramenta ao dispor da investigação*. Universidade Aberta. <https://doi.org/10.34627/uab.edel.15.10>
- Lopes, J. B., Viegas, C. & Pinto, A. (2018). *Narrações Multimodais: o que são e para que servem*. In Lopes, J. B., Viegas, C. & Pinto, A (Eds.), *Melhorar Práticas de Ensino de Ciências e Tecnologia Registrar e Investigar com Narrações Multimodais* (1.ª Ed.). Edições Sílabo, Lda.
- Lozada, C., da Silva Viana, S. L., da Silva Oliveira, M. L., dos Santos, B. G., de Araújo Lima, C., & Barbosa, E. A. A. (2021). Aritmética nos anos iniciais do ensino fundamental por meio de oficina de matemática sobre divisão com TDICs. *Diversitas Journal*, 6(1), 1356-1362.
- Marôco, J. (2021). *Análise Estatística com o SPSS Statistics* (3.ª ed.). ReportNumber.
- Martins, N., Costa, C., Silva, R., & Martins, F. (2022). *TPACK uma ferramenta para a integração da tecnologia no ensino e na aprendizagem*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Martins, S., & Fernandes, E. (2021). Literacia Matemática: Contributos do design de cenários de aprendizagem na formação inicial de professores. *Literacia científica: ensino, aprendizagem e quotidiano*, 73-87.
- Martins, F., & Ribeiro, C. M. (2013). Atribuir sentido aos raciocínios associados às resoluções de alunos no caso da subtração. In R. Cadima, H. Pinto, H. Menino, & I. S. Simões (Org.), *Proceedings of the International Conference of Research, Practices and Contexts in Education* (pp. 192-200). Leiria: ESECS
- Masola, W. J., & Allevato, N. S. G. (2019). Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. *Educação Matemática Debate*, 3 (7), 52 – 67. DOI: <http://dx.doi.org/10.24116/emd.v3n7a03>
- Mattos, S. M. (2020). *O sentido da matemática e a matemática do sentido. Aproximações com o programa etnomatemática*, São Paulo: Editora Livraria da Física Mecca, T. P., Dias, N. M., Seabra, A. G., Jana, T. A., & Macedo, E. C. (2016). Relação entre habilidades cognitivas de processamento visual e inteligência fluida com o desempenho em aritmética. *Psico*, 47(1), 35-45.
- Mendes, A. Q., & Câmara, M. A. G. D. (2020). Conhecer, aprender e ensinar através de artefactos digitais: o caso das simulações em história. *Atas do 5º Encontro sobre Jogos e Mobile Learning*.
- Ministério de Educação e Ciências [MEC] (2018). *Aprendizagens Essenciais – 3.º ano Matemática*. MEC.
- Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6), 1017-1054.

- Mónico, L., Alferes, V., Parreira, P., & Castro, P. A. (2017). A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. *CIAIQ 2017*, 3.
- Monteiro, C., & Costa, C. (2021). Instrumental orchestrations in a math teacher's practices to enhance distance learning of integral calculus. In *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education: Second International Conference, TECH-EDU 2020, Vila Real, Portugal, December 2-4, 2020, Proceedings 2* (pp. 61-74). Springer International Publishing.
- Moreira, J. A., Henriques, S., & Barros, D. M. V. (2020). Transitando de um ensino remoto emergencial para uma educação digital em rede, em tempos de pandemia. *Dialogia*, 351-364.
- Muniz, M., Gitirana, V., & Lucena, R. (2021, agosto). Orquestração instrumental on-line para a aprendizagem de função no contexto de ensino remoto. In *Anais do VI Congresso sobre Tecnologias na Educação* (pp. 81-89). SBC.
- Nascimento, L. F., & Cavalcante, M. M. D. (2018). Abordagem quantitativa na pesquisa em educação: investigações no cotidiano escolar. *Revista Tempos e Espaços em Educação*, 11(25), 9.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Oliveira, E. M., & de Souza, L. D. (2022). Dificuldade de ensino e aprendizagem na matemática: os jogos como alternativa para o entendimento do aluno que apresenta o transtorno da discalculia. *CONTRAPONTO: Discussões científicas e pedagógicas em Ciências, Matemática e Educação*, 3(4), 56-70.
- Oliveira-Fomosinho, J. (2008). A investigação-ação e a construção de conhecimento profissional relevante. In Pimenta, S. & Franco, A. (Orgs.), *Pesquisa em Educação – possibilidades investigativas/formativas da pesquisa-ação* (pp. 27-39). Edições Loyola.
- Oliveira, P. (2002). *A investigação do professor, do matemático e do aluno: Uma discussão epistemológica*. [Tese de mestrado]. Universidade de Lisboa.
- Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Educação e Matemática*, 100, 3-9.
- Pawlowski, C. S., Andersen, H. B., Troelsen, J., & Schipperijn, J. (2016). Children's physical activity behavior during school recess: A pilot study using GPS, accelerometer, participant observation, and go-along interview. *PLoS one*, 11(2).
- Pereira, J. (2021). Considerações teóricas e pedagógicas da prática educativa supervisionada na formação inicial de professores do 1º Ciclo do Ensino Básico. In Campos, R. & Moreira, S. (Orgs.), *Diálogos com António Nóvoa: reflexões sobre modelos de formação de professores/as e redes colaborativas entre escolas e universidades em Portugal e no Brasil* (68-71). CesContextos.
- Pestana, M., & Gageiro, J. (2014). *A complementaridade do SPSS*. Sílabo.
- Pimentel, E. P., Real, E. M., Braga, J. C., & Botelho, W. T. (2020, November). Análise dos resultados de insucesso escolar com o suporte de mineração de processos educacionais. In *Anais do XXXI Simpósio Brasileiro de Informática na Educação* (pp. 132-141). SBC.
- Pinheiro, N. V. L. (2022). Do mito da classe homogênea ao ensino individualizado de aritmética: a concepção de Carleton Washburne. *História da Educação*, 26.
- Pinto, R. (2014). *As aplicações hipermedia podem promover o sucesso escolar e a autorregulação da aprendizagem? Análise da eficácia de uma aplicação hipermedia* [Tese de Doutoramento]. Instituto de Educação da Universidade do Minho.
- Pinto, R. (2019). Projeto Hypatiamat. In Verdasca, J., Neves, A., Fonseca, H., Fateixa, J., Procópio, M., Magro-C, T. (Eds.), *Relatório PNPSE 2016-2018: Escolas e Comunidades tecendo Políticas Educativas com base em Evidências*, (186 - 191). PNPSE/DGEPinto, R., Loff, D., Maia, E., & Martins, J. (2022, abril 19). *Plataforma Hypatiamat*. [Página na www]. Consultado em <https://www.hypatiamat.com>

- Pinto, R., Martins, J., & Martins, F. (2022). Projeto Hypatiamat, artefactos digitais para ensinar e aprender matemática. In Martins, F., Pinto, R., & Costa, C. (Eds.) *Artefactos Digitais, Aprendizagens e Conhecimento Didático-Contributos*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Pires, R. (2022). *Dificuldades de Aprendizagem em Matemática: um estudo teórico*. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí.
- Pocinho, M. & Matos, F. (2022). *Metodologias de Pesquisa e de Investigação: qualitativa, quantitativa, quantiqualitativa, qualiquantitativa e revisões sistemáticas*.
- Ponte, J. P. (2002). *Literacia Matemática*. [Comunicação]. Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface, Centro de Investigação em Educação “Paulo Freire” da Universidade de Évora.
- Ponte, J. P. D., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, (156), 7-11.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Praxis Educativa, Ponta Grossa*, 7 (2), 353-377.
- Prodanov, C. C., & De Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico* (2.ª Ed.). Editora Feevale.
- Proença, M. C. (2021). Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática (REMat)*, 18, 1-14.
- Rathgeb-Schnierer, E., & Green, M. G. (2019). Desenvolvendo flexibilidade no cálculo mental. *Educação & Realidade*, 44.
- Rawansyah, R., Pramudhita, A. N., & Pramitarini, Y. (2021, February). Enhancing student interest in learning through the development of serious mathematics games. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1073(1), p. 012064.
- Rechtsteiner-Merz, C. & Rathgeb-Schinierer, E. (2017). “Zahlenblickchulung” as Approach to Develop Flexibility in Mental Calculation in all Students. *Journal of Mathematics Education*, 10 (1), 1-16.
- Reinaldo, M. (2022). *A contribuição do jogo na aprendizagem da Matemática do 1.º CEB* [Relatório de Prática de Ensino Supervisionada]. Escola Superior de Educação de Lisboa.
- Reis, M. & Almeida, A. (2020). *Jogos Educativos Digitais: perspectivas dos grupos editoriais e desenvolvimento do material de apoio*. In Atas 5.º Encontro sobre Jogos e Mobile Learning (pp. 128-144), Universidade de Coimbra.
- Resende, R. (2016). Técnica de investigação qualitativa: ETCl. *Journal of Sport Pedagogy & Research*, 2(1), 50-57.
- Rivera, H., Carillo, M. & Ontiveros, D. (2021, abril). Análisis del modelo experiencia de aprendizaje mediado y su aplicación en aritmética y álgebra en educación secundaria. *PRAXIS EDUCATIVA ReDIE Revista Electrónica de la Red Durango de Investigadores Educativos, A. C.*, (23), 106-114.
- Rocha, I. (2019). Ensino de Matemática: Formação para a Exclusão ou para a cidadania? *Educação Matemática em Revista*, 9, 22-31
- Rodrigues, R. (2021). *O uso do Tabuleiro Decimal na compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal e dos sentidos das operações* [Relatório Final]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Rodrigues, R. N., Costa, C., Rato, V., & Martins, F. (2021). O uso do material manipulável Tabuleiro Decimal na compreensão dos sentidos da operação aritmética subtração. *Indagatio Didactica*, 13(3), 474-500.
- Rodrigues, S. (2020). *O jogo pedagógico seixos: uma análise piagetiana do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático* [Dissertação de Mestrado]. Universidade Federal de Goiás.
- Santos, J. (2021). *O uso da Plataforma Hypatiamat no desenvolvimento do sentido aditivo da multiplicação* [Relatório Final]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.

- Scolari, A. T., Bernardi, G., & Cordenonsi, A. Z.. (2007) O Desenvolvimento do Raciocínio Lógico através de Objetos de Aprendizagem. *Renote*, Porto Alegre, 5(2), . DOI: 10.22456/1679-1916.14253.
- Seabra, A., Dias, N. & Macedo, E. (2010). Desenvolvimento das Habilidades Aritméticas e Composição Fatorial da Prova de Aritmética em Estudantes do Ensino Fundamental. *Revista Interamericana de Psicologia*, 44 (3), 481-488.
- Serra, A. (2021). *Uso da Plataforma Hypataimat e de Artefactos Concretos na Compreensão dos Números Racionais Não Negativos* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Serrazina, L. & Rodrigues, M. (2020). Teacher's Actions to Promote Flexibility in Mental Arithmetic. *Journal of Mathematics Education*, 13(1), pp. 56-72
- Severino, A. (2020). *Insucesso escolar e estratégias pedagógicas inovadoras: Estudo de caso na Escola Comandante Bula, Huambo* [Tese de Mestrado]. Universidade Portucalense.
- Shavkatovna, S. R., & Gulbahor, R. (2021, dezembro 10). *The importance of mental arithmetic in mental development in children*. [Conference]. International Conference on Innovations in Sciences, Education and Humanities, Itália. <https://www.conferencea.org/index.php/conferences/article/view/86>
- Silva, A. (2022). *Modelagem Matemática na resolução de problemas do cotidiano*. Universidade Federal do Pará.
- Silva, C. & Barbosa, V. (2020). O uso da tipografia nas interfaces de jogos: uma leitura multimodal. *Revista de Literatura, Linguística, Educação e Artes*, 16 (1), 266-280.
- Silva, J., Bilessimo, S., & Machado, L. (2021). Integração de tecnologia na educação: proposta de modelo para capacitação docente inspirada no TPACK. *Educação em Revista*, 37.
- Silva, M. S. (2021). *A orquestração instrumental na elaboração de uma tarefa matemática – conhecimento e práticas profissionais do professor*. [Tese de Doutorado]. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Silva, M., & Souza, P. (2019). *Jogos digitais e seus benefícios educacionais*. Conedu – VI Congresso Nacional de Educação.
- Silva, R., Costa, C., & Martins, F. (2021). Using Mathematical Modelling and Virtual Manipulatives to Teach Elementary Mathematics. In *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education: Second International Conference, TECH-EDU 2020, Vila Real, Portugal, December 2–4, 2020, Proceedings 2* (pp. 75-89). Springer International Publishing.
- Silva, R., Martins, F., Cravino, J., Martins, P., Costa, C., & Lopes, J. B. (2023). Using Educational Robotics in Pre-Service Teacher Training: Orchestration between an Exploration Guide and Teacher Role. *Education Sciences*, 13(2), 210.
- Símplicio, M. (2018). *Do número às contas: relação entre funções executivas e aritmética*. [Monografia]. Centro de Educação da Universidade Federal da Paraíba.
- Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Papyrus editora.
- Soares, C., & da Nóbrega Germana, G. M. (2022). Projeto de um Role Playing Game Digital para Revisão da Matemática do Ensino Fundamental. *Interações*, 18(63), 103-121.
- Souza Minayo, M. C., & Costa, A. P. (2018). Fundamentos teóricos das técnicas de investigação qualitativa. *Revista Lusófona de Educação*, (40), 11-25.
- Souza, R. M., Souza, I. D. S., & Lima, R. F. (2020). Entendimentos de professores que ensinam matemática sobre a relação entre jogo e raciocínio lógico. *Revista Baiana de Educação Matemática*, 2(01).
- Superbia-Guimarães, L., & Camos, V. (2022). *Duas décadas de memória operacional: teorias atualizadas e direções futuras*. PsyArXiv; 2022. DOI: 10.31234/osf.io/2jc58
- Traqueia, A., Euzébio, C., Soares, D., Pacheco, E., Taveira, E., Bernardo, I., Rios, J., Sousa, L., Lopes, M. & Soares, T. (2021). *Reflexões em torno de Metodologias de Investigação: métodos* (1.ª Ed.). UA Editora, Universidade de Aveiro.

- Trouche, I. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International journal of computers for mathematical learning*, 9, 281–307.
- Tsitouridou, M., Diniz, J. A., & Mikropoulos, T. A. (2018). Technology and innovation in learning, teaching and education. In *First International Conference, TECH-EDU* (pp. 20-22).
- Varela, E. (2020). *A importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º Ciclo do Ensino Básico*. [Tese de Mestrado]. Escola de Educação do Instituto Superior de Educação e Ciências.
- Verdasca, J., Neves, A. M., Fonseca, H., Fateixa, J. A., Procópio, M., & Magro – C, T. (2020). *Melhorar Aprendizagens em Matemática pelo Uso Intencional de Recursos Digitais* (1.ª edição). ME/ PNPSE. <https://pnpse.min-educ.pt/estudo4>
- Verdasca, J., Neves, A. M., Fonseca, H., Fateixa, J. A., Procópio, M., & Magro – C, T. (2019). *Relatório PNPSE 2016-2018: Escolas e comunidades tecendo Políticas Educativas com base em Evidências* (1.ª edição). PNPSE/DGE. https://valorizateviseudaolafoes.pt/wp-content/uploads/2019/09/relatorio_PNPSE_2016_2018_vf1.pdf
- Yue, C., & Xu, X. (2019). Review of quantitative methods used in Chinese educational research, 1978–2018. *ECNU Review of Education*, 2(4), 515-543.
- Zhonggen, Y. (2019). A meta-analysis of use of serious games in education over a decade. *International Journal of Computer Games Technology*, 2019.

PROMOÇÃO DO CÁLCULO MENTAL ATRAVÉS DE ARTEFACTOS DIGITAIS: O CASO DA APLET CALCRAPID NO 1.º ANO DE ESCOLARIDADE

Ângela Escaroupa¹, Filipa Pinto¹, Rita Neves Rodrigues^{1, 2, 3}, Ricardo Pinto⁴, Virgílio Rato¹ e Fernando Martins^{1, 5, 6, 7}

¹ Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

² Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal

³ CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal

⁴ Associação Hypatiamat

⁵ inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

⁶ Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Covilhã, Portugal

⁷ SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, Portugal

angelaeskaroupa@hotmail.com, filipafrpinto@gmail.com, ritanevesrodrigues@hotmail.com, rmnpslb@gmail.com, virgilior@esec.pt, fmlmartins@esec.pt

RESUMO

Este estudo tem como objetivo analisar a influência da applet CalcRapid, da plataforma HypatiaMat, na promoção do cálculo mental da adição em alunos do 1.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Através de uma metodologia mista com um design de investigação-ação, foi implementado um cenário de aprendizagem ao longo de 8 sessões que articularam a utilização do artefacto digital com práticas de ensino exploratório. A investigação foi efetuada em três fases, nomeadamente, fase pré-intervenção, fase de intervenção e fase pós-intervenção. Os resultados quantitativos revelaram melhorias estatisticamente significativas no Nível Global de Conhecimento e no Desempenho Global dos alunos. A análise qualitativa corrobora estes dados, evidenciando uma evolução na capacidade dos alunos para explicar o raciocínio e contextualizar as respostas às situações problemáticas. Conclui-se que o uso intencional do artefacto digital applet CalcRapid transformou-o num mediador epistémico permitindo o desenvolvimento de competências de cálculo mental nos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Adição, Artefactos digitais, Cálculo mental, Ensino Básico, Plataforma *HypatiaMat*.

1. INTRODUÇÃO

A matemática representa uma das áreas curriculares mais importantes do percurso escolar do aluno, dado que é necessária no quotidiano da vida de um cidadão, dando respostas a necessidades individuais e sociais (Ministério da Educação, 2021). Nesta perspetiva, a política curricular estrutura-se em torno de princípios basilares. O primeiro, intitulado *Matemática para todos*, postula a universalidade do acesso ao conhecimento matemático. Subsequentemente, em estreita articulação com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017), emerge o princípio de que a Matemática é um vetor crucial para o desenvolvimento de competências transversais, indispensáveis à plena formação do cidadão. Por último, o desígnio da *Matemática para o século XXI* preconiza a urgência de uma aprendizagem focada em saberes e práticas pertinentes para os desafios da sociedade contemporânea (Ministério da Educação, 2021, p. 2).

No âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, aquando da realização da prática letiva no contexto da unidade curricular de Prática Educativa I, numa turma de 1.º ano do 1.º CEB, identificaram-se um conjunto de desafios ao nível do cálculo mental com a adição. Constatou-se que, embora os alunos resolvessem adições até dez, demonstravam dificuldades em operações que exigiam a composição de unidades numa unidade de ordem superior. Adicionalmente, na resolução de problemas, era comum a ausência de uma resposta contextualizada, o que evidenciava uma falha na interpretação do resultado numérico. Estas dificuldades pareciam assentar em fragilidades na compreensão do sentido de número e dos diferentes significados da operação aritmética adição (Rodrigues, 2021). Perante estas dificuldades, surgiu a necessidade de identificar artefactos digitais que permitissem a promoção do cálculo mental.

A Matemática é uma área curricular fundamental no sistema de ensino, e os artefactos tecnológicos têm vindo a assumir um papel cada vez mais relevante para promover o desenvolvimento de competências matemáticas (Rodrigues et al., 2025). Neste contexto, a investigação focou-se na plataforma *HypatiaMat*, um dos projetos da área da Matemática em Portugal, reconhecido pelo seu acolhimento em planos de ação estratégica escolar e na promoção do sucesso escolar (Verdasca et al., 2020). A plataforma é direcionada para alunos do 1.º, 2.º e 3.º Ciclo do Ensino Básico, disponibiliza recursos relacionados com os conteúdos curriculares, mas também pode ser utilizada por professores e encarregados de educação para monitorizar o trabalho dos alunos (Pinto et al., 2025; Verdasca et al., 2020). Ao longo da sua utilização, a plataforma proporciona ao aluno, no decorrer da sua aprendizagem, *feedback* apropriado e adaptado a cada situação ajudando-o a completar as tarefas com sucesso (Pinto et al., 2025). A *applet CalcRapid* surge como uma ferramenta para o desenvolvimento do cálculo mental.

Com base nesta problemática e no potencial deste recurso digital, este estudo tem como objetivo analisar a influência da *applet CalcRapid* da plataforma *HypatiaMat* no desenvolvimento de estratégias de cálculo, em alunos do 1.º ano de escolaridade. A concretização deste objetivo leva-nos à seguinte questão de investigação: Será que o uso da *applet CalcRapid* promove o desenvolvimento do Cálculo Mental nos alunos do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico?

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1 Operação Aritmética da Adição

As competências do domínio da matemática emergem ainda na infância, muitas vezes, de forma intuitiva e natural, seja através de brincadeiras ou de atividades do seu quotidiano (Silva et al., 2016).

Nesse período, de acordo com Marcelino et al. (2017), destacam-se quatro competências numéricas fundamentais: a contagem, a identificação do número, as relações numéricas e as transformações numéricas aditivas e subtrativas. A aquisição destas competências, no entanto, não é universal, sendo influenciada pelo contexto cultural e social da criança. É a partir destas competências que se desenvolve o sentido do número, um processo gradual que se inicia na Educação Pré-Escolar (Marcelino et al., 2017; Mcintosh et al., 1992). Jean Piaget (1973), um dos mais influentes investigadores desta área, já alertava que a capacidade de uma criança realizar uma contagem não implica, necessariamente, a compreensão do sentido do número.

A compreensão do sentido do número permite que o aluno entenda os diferentes significados dos números, as suas representações e relações, bem como os significados das operações aritméticas (NCTM, 2007; Teixeira & Rodrigues, 2017).

A adição é uma das operações aritméticas presentes no currículo do 1.º ano de escolaridade (Ministério da Educação, 2021), e é esperado que o aluno não só recorra a factos básicos da adição, mas também que resolva problemas que envolvam os seus dois principais sentidos: juntar e acrescentar. Importa ressaltar que as somas das parcelas que resultam em 10, como por exemplo, $1+9$, $2+8$, $5+5$, são uma base fundamental para a fluência de cálculo (Rodrigues et al., 2018).

Os sentidos de juntar e acrescentar, também designados por "combinar" e "mudar juntando", respetivamente (Ponte & Serrazina, 2000; Silva, 2018), possuem definições distintas. O sentido de juntar aplica-se quando “Duas ou mais quantidades são transformadas noutra quantidade”, enquanto o sentido de acrescentar ocorre quando “uma quantidade é aumentada” (Silva, 2018, p. 23). A capacidade de distinguir estes dois sentidos permite ao aluno identificar e aplicar a estratégia mais adequada para resolver uma determinada situação problemática (Silva, 2018).

2.2 Cálculo Mental

O cálculo mental transcende a noção de mero cálculo “de cabeça” (Carvalho, 2016), definindo-se antes como um processo cognitivo complexo, que é simultaneamente variável, flexível, ativo, holístico e que requer profunda compreensão (Abrantes et al., 1999; Nunes et al., 2020). Segundo Buys (2008), este conceito envolve quatro aspetos: operar com números e não com dígitos; aplicar as propriedades das operações e as relações numéricas; basear-se num sólido conhecimento dos números e dos factos numéricos; e, crucialmente, permitir realizar registos em papel. Esta capacidade de realizar cálculos utilizando apenas o pensamento e a memória, sem recurso a ferramentas externas (Berticelli, 2017; Liu et al., 2024), promove o raciocínio, a comunicação e a destreza na utilização dos números (Carvalho, 2016).

A importância deste domínio é amplamente corroborada pela investigação científica. Estudos como o de Carvalho e Ponte (2019) evidenciam a sua relação direta

com o desenvolvimento do sentido de número e com os conhecimentos prévios do aluno, defendendo o seu desenvolvimento desde o 1.º Ciclo do Ensino Básico. Este progresso não é estático, segue uma trajetória evolutiva que parte de estratégias mecanizadas e rígidas para abordagens mais flexíveis, as quais demonstram uma maior compreensão do cálculo (Várzea, 2020). O culminar deste processo é a aquisição de um vasto leque de estratégias, que se traduz num maior domínio das operações e na capacidade de mobilizar o raciocínio mais eficiente para cada problema (Teixeira & Rodrigues, 2017). Por outro lado, as dificuldades nesta área representam um obstáculo à aprendizagem futura do aluno (Fritz et al., 2019; Liu et al., 2024).

Neste contexto, o papel do professor é determinante para fomentar o desenvolvimento do aluno. Cabe-lhe a criação de contextos de aprendizagem propícios e a promoção de momentos de discussão em grande grupo, onde a partilha de diferentes estratégias enriquece o repertório de cada um (Teixeira & Rodrigues, 2017). O sucesso desta abordagem pedagógica depende, contudo, de uma base de conhecimento sólida por parte do docente, que articule o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do currículo e o conhecimento do conteúdo específico, nomeadamente, o cálculo mental e a operação aritmética adição (Junior & Wielewski, 2017).

2.3 Artefactos digitais

Os Artefactos Digitais abrangem produtos de investigação como *software*, conteúdos de *website*, meios digitais ou visuais e bases de dados (Costa et al., 2021). No contexto educativo, a sua utilização pode ser categorizada de duas formas distintas. Por um lado, podem ser encarados como meras ferramentas, nas quais alunos e professores atuam como simples utilizadores, resultando num impacto pouco significativo na aprendizagem. Por outro lado, quando utilizados como ferramentas epistémicas, promovem a construção ativa do conhecimento, colocando o aluno no centro do seu próprio processo de aprendizagem (Lopes & Costa, 2019; Costa et al., 2021).

A pertinência desta abordagem é, de resto, corroborada pelas próprias diretrizes curriculares. A utilização da tecnologia é fortemente preconizada nas Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2021), que descrevem as ferramentas tecnológicas como “recursos incontornáveis e potentes para o ensino e aprendizagem da Matemática” (p. 6). Esta visão assenta no facto de o uso ativo da tecnologia fomentar nos alunos competências como a responsabilidade pela própria aprendizagem, a colaboração, a autonomia e a participação em discussões (Jahnke et al., 2022; Office of Educational Technology, 2024), sendo que o debate em sala de aula desempenha um papel central na construção do conhecimento matemático (Huang & Sutherland, 2022).

Esta diretriz curricular implica, contudo, a responsabilidade de, conforme aponta Martins (2020), selecionar criteriosamente “os artefactos digitais que evidenciam um maior potencial para a aprendizagem da matemática e quais as metodologias que melhor se adequam a esse propósito” (p. 75). A competência para realizar esta seleção e gerir a implementação dos artefactos digitais em sala de aula é, portanto, essencial para o professor. Este processo de gestão intencional é designado por orquestração instrumental (Drijvers et al., 2020) e corresponde à forma como o docente organiza o contexto de aprendizagem para orientar os alunos na resolução de uma tarefa específica (Trouche, 2004).

No vasto universo de artefactos digitais, a plataforma *HypatiaMat* surge como um exemplo que se destaca, sendo descrito como “um dos projetos mais populares na área da Matemática” (Verdasca et al., 2020, p. 14). A sua estrutura assenta em duas grandes vertentes: disponibiliza um conjunto diversificado de recursos para a aprendizagem (como *applets*, aplicações e vídeos); e oferece uma funcionalidade dedicada ao professor, que lhe permite acompanhar o progresso dos alunos e identificar as suas dificuldades (Pinto et al., 2025).

A ampla utilização da plataforma *HypatiaMat* tem sido objeto de diversos estudos, com investigações a apontarem consistentemente para o seu impacto positivo na aprendizagem da matemática (Freitas et al., 2024; Freitas et al., 2025; Hortênsio, 2020; Pires, 2021). Neste âmbito, Serra (2021) recorreu à *applet* "Representar por frações" e demonstrou que o seu uso em aula fomenta a aprendizagem, não só por aumentar a motivação e o esforço dos alunos, mas também por fornecer um valioso *feedback* imediato. Na mesma linha, Santos (2021) reportou que o trabalho com a *applet* "Multiplicação" resultou numa evolução dos conhecimentos e do pensamento matemático dos alunos, que passaram a adotar novas estratégias na resolução de tarefas. O estudo de Rodrigues et al. (2025) realça o desenvolvimento do Pensamento Computacional e da literacia estatística com as *applets* “Organização e tratamento de dados, moda, média e mediana” e “Diagrama de Caule-e-Folhas”, nomeadamente na compreensão de representações gráficas e na análise de dados, como o diagrama de caule-e-folhas simples e duplo, a moda, o mínimo e o máximo.

A utilização intensa e intencional da plataforma potencia a aprendizagem dos alunos por diversas vias (Verdasca et al., 2020), uma vez que fomenta a autonomia ao permitir que cada aluno trabalhe ao seu próprio ritmo e recorre a elementos de ludificação, como pontos e gratificações virtuais, que funcionam como um bom fator de motivação ao valorizarem o esforço individual (Albahiri, 2025; Verdasca et al., 2020). Esta abordagem, que recorre a jogos sérios para incentivar a experimentação e a motivação, posiciona-se como uma alternativa eficaz às estratégias de ensino mais tradicionais (Manzanares et al., 2020).

3. METODOLOGIA

3.1 Descrição da metodologia de investigação

Para responder ao objetivo proposto, adotou-se uma metodologia de natureza mista, que combina a recolha e análise de dados quantitativos e qualitativos de forma integrada (Creswell & Clark, 2018), permitindo uma compreensão mais aprofundada dos resultados do estudo (Creswell, 2014; Creswell & Creswell, 2018). O estudo segue um *design* de investigação-ação (Bogdan & Biklen, 2013), caracterizado pelo seu ciclo de planeamento, ação, observação e reflexão, o que permitiu a reformulação contínua das práticas pedagógicas ao longo da intervenção (Amado, 2014; Schnetzler, 2019).

A abordagem mista adotada neste estudo assenta numa visão pragmática, que valoriza a recolha de dados quantitativos e qualitativos para uma compreensão mais completa da questão de investigação. Em linha com esta perspetiva, a investigação seguiu um desenho concorrente, no qual ambas as vertentes de dados (quantitativa e qualitativa) tiveram a mesma prioridade e foram recolhidas em simultâneo, reforçando assim a validade dos resultados (Creswell, 2014).

A vertente quantitativa da investigação focou-se na descrição de tendências e na explicação de relações entre variáveis, recorrendo à recolha de dados numéricos através de instrumentos com respostas predefinidas e à sua posterior análise estatística (Creswell, 2014). Esta abordagem, que se pauta pela objetividade, permite apresentar resultados em termos numéricos, com funções de descrição, explicação, exploração e previsão dos fenómenos em estudo (Weil, 2017).

Por sua vez, a vertente qualitativa foi fundamental para uma exploração aprofundada da questão de investigação, permitindo uma compreensão pormenorizada do contexto do estudo. A abordagem qualitativa privilegiou a observação dos participantes no seu contexto social natural, com o investigador a assumir o papel de principal agente na recolha de dados descritivos, que foram posteriormente analisados de forma indutiva (Gonçalves et al., 2021; Pinto et al., 2018). Respeitando estas diretrizes, os dados foram recolhidos através de diversos instrumentos, que permitiram a construção de Narrações Multimodais (NM), definidas por Lopes et al. (2018), como relatos cronológicos, descritivos e multimodais, focados na ação dos intervenientes.

O processo de investigação foi marcado por uma reflexão contínua sobre cada ação, o que levou à constante reformulação do plano de intervenção e enquadra o estudo num *design* de investigação-ação (Amado, 2014). A investigação-ação foi selecionada pelo seu caráter prático, interventivo e colaborativo, operando de forma cíclica (identificação do problema, recolha de dados, reflexão e ação) para melhorar as práticas educativas (Amado, 2014; Schnetzler, 2019). Em conformidade com este *design*, a intervenção realizada foi ajustada sessão após sessão, sendo as características das sessões e o tempo despendido na manipulação da *applet* exemplos de aspetos que foram melhorados.

3.2 Contexto do estudo

O estudo foi realizado numa turma do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), localizada numa escola no centro de Coimbra. A turma era composta por 24 alunos, sendo 14 do sexo masculino e 10 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 6 e os 7 anos. Todos os alunos eram de nacionalidade portuguesa e pertenciam a um nível socioeconómico médio-alto, com apenas uma aluna de uma família monoparental.

Em termos de aprendizagens, a turma não apresentava grandes dificuldades, embora dois alunos estivessem sinalizados pelo Decreto-Lei n.º 54/2018 (desde a Educação Pré-Escolar) e outros dois usufríssem de apoio educativo devido a um ritmo de trabalho mais lento e dificuldades de atenção e concentração. Um aluno era diagnosticado com Transtorno Obsessivo Compulsivo. O comportamento da turma era, no geral, satisfatório e os alunos demonstravam interesse em aprender, colocando frequentemente questões. As maiores dificuldades em matemática, na generalidade, residiam na explicação do raciocínio na realização de tarefas.

3.3 CalcRapid

A *applet* CalcRapid, um artefacto da plataforma HypatiaMat direcionado para alunos do 1.º e 2.º CEB, foi a ferramenta selecionada para este estudo. A sua página inicial (figura 1) permite ao utilizador selecionar o nível de dificuldade (de 1 a 4) e as operações aritméticas a praticar (adição, subtração, multiplicação e divisão) (Pinto et al., 2025). A *applet* inclui ainda informação explícita de como se joga (figura 2), um

sistema de autenticação (*login*) que regista o progresso individual através de um sistema de pontuação, visível numa tabela classificativa (*top 100*) por escola ou por turma.

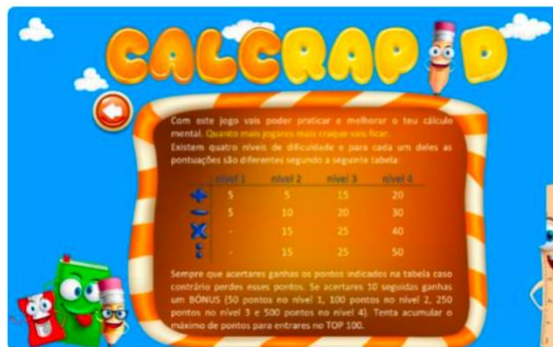
Figura 1

Página Inicial da applet CalcRapid da plataforma



Figura 2

Secção com informação explicativa disponível na applet



A escolha desta ferramenta para a investigação fundamentou-se em três características-chave: (1) a sua natureza intuitiva, que facilita a utilização autónoma; (2) o seu foco específico no desenvolvimento do cálculo mental; e (3) a ausência de limite de tempo, que permite a cada aluno progredir ao seu próprio ritmo de aprendizagem.

3.4 Design do estudo

A implementação do estudo obedeceu a todos os procedimentos éticos e institucionais, tendo sido obtida uma autorização prévia de todas as partes envolvidas: Encarregados de Educação, Instituto de Ensino Superior e Agrupamento de Escolas. A intervenção pedagógica decorreu entre fevereiro e junho de 2021 e foi dividida em três fases principais: pré-intervenção, intervenção e pós-intervenção.

Na fase de pré-intervenção, os alunos resolveram uma folha de exploração com três situações problemáticas que envolviam: competências pré-numéricas (contagem), a adição envolvendo o sentido de juntar e a adição com sentido de acrescentar (Escaroupa, 2023, p. 77).

A fase de intervenção desenvolveu-se em 8 sessões (Escaroupa, 2023, p. 78), tendo sido implementados dois tipos de sessão: com manipulação da *applet CalcRapid* da plataforma *HypatiaMat* e sem manipulação da *applet*. Nas sessões com manipulação da *applet*, os alunos realizavam várias adições, durante um intervalo de tempo previamente definido, registando o resultado no guião de exploração e apresentando a explicação do seu raciocínio, com recurso a esquemas, desenhos ou palavras. As sessões sem manipulação da *applet* constituíram-se como uma prática de ensino exploratório, respeitando as quatro fases: introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens matemáticas (Canavarro et al., 2012). Este tipo de sessões permite sistematizar aprendizagens, realizar conexões internas e transformar ideias incompletas e mal formuladas em ideias matemáticas mais rigorosas e corretas (Ponte, 2017).

Na fase de pós-intervenção foi aplicado um conjunto de tarefas similar ao inicial. As tarefas consistiam em três situações problemáticas que mobilizavam competências pré-numéricas e compreensão dos sentidos da adição (Escaroupa, 2023, p. 112).

3.5 Recolha e Análise de Dados

As sessões deste estudo foram integradas na prática letiva, uma vez que se encontravam no âmbito da componente investigativa a desenvolver no estágio em 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Para a recolha de dados, recorreu-se a uma abordagem multimodal que incluiu registos áudio, observação participante da professora estagiária, documentos produzidos pelos alunos e *screen recordings* com o *software FlashBack Express Recorder*. Este conjunto de dados diversificado serviu de base para a construção de Narrações Multimodais (NM), elaboradas segundo o protocolo de Lopes et al. (2018). As NM consistem numa “descrição cronológica, autocontida e multimodal do que o professor e alunos fazem e dizem num dado contexto de ensino, agregando e transformando todos os dados recolhidos” (Lopes et al, 2018, p. 24), permitindo uma análise aprofundada da prática letiva e da vivência em sala de aula. Foram construídas duas Narrações Multimodais (NM) a partir das sessões que não envolveram a manipulação da *applet*. Nestas sessões, os alunos realizaram um guião de exploração, e as respetivas NM focam-se nos episódios de partilha e discussão das suas resoluções, que culminaram na sistematização das aprendizagens matemáticas. Para garantir a sua pertinência, todos os guiões de exploração utilizados foram previamente validados pela equipa de investigação. Esta abordagem permitiu uma análise da vivência em sala de aula e da prática de ensino (Lopes et al., 2018).

A análise e interpretação dos dados recolhidos foram orientadas por um critério de 4 níveis de desempenho apresentado no Quadro 1 (Escaroupa, 2023, p. 29).

Quadro 1

Critérios de análise ao nível dos conhecimentos

	1	2	3	4
Conceitos matemáticos	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	A resolução demonstra algum entendimento dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa, mas apresenta erros graves ou dificuldade em terminar a tarefa.	A resolução demonstra entendimento dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa, mas apresenta pequenas incorreções ou dificuldades.	A resolução demonstra um completo entendimento dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa.

Para as fases pré e pós-intervenção, foram estabelecidos descritores para cada nível de conhecimento, alinhados com os objetivos específicos de cada tarefa e apresentados no Quadro 2 (Escaroupa, 2023, p. 29).

Quadro 1

Descritores do nível de conhecimento por objetivo específico de cada tarefa

		Objetivos específicos			
		Reconhecer a necessidade de efetuar uma contagem.	Identificar que a ordem pela qual os objetos são enumerados é irrelevante, podendo começar-se por qualquer um deles.	Efetuar a contagem dos elementos.	Identificar o resultado da operação no contexto da tarefa.
Tarefa 1 (competências pré-numéricas)	Níveis de Conhecimento				
	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.
	Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à contagem, cometendo muitas incorreções ou apresentando dificuldades extremas em finalizar a resolução da tarefa.	Apresentar parcialmente a contagem, evidenciando erros graves.	Demonstrar que pretende realizar a contagem, embora não a consiga realizar.	Elaborar uma resposta parcialmente desadequada à situação problemática.
Nível 3	Reconhecer a necessidade de recorrer à contagem, evidenciando alguma compreensão da atividade pré numérica, cometendo incorreções ou apresentando dificuldades em	Apresentar a contagem, evidenciando erros na representação do cálculo.	Efetuar a contagem das duas quantidades, embora esta não seja apresentada corretamente.	Elaborar uma resposta adequada à situação problemática, ainda que o resultado obtido se encontre incorreto.	

		finalizar a resolução da tarefa.			
	Nível 4	Recorrer à contagem, através de representações verbais, simbólicas ou visuais, evidências da compreensão do sentido de juntar da mesma.	Apresentar corretamente a contagem, tendo em conta que a ordem de contagem não influencia o resultado.	Efetuar a contagem corretamente e obter o resultado.	Elaborar uma resposta correta de acordo com o enunciado da situação problemática ou indicar somente o significado do resultado.
		Objetivos específicos			
	Níveis de Conhecimento	Compreender o sentido de juntar da adição.	Reconhecer o adicionando e o adicionador no contexto da tarefa.	Efetuar a adição.	Identificar o resultado da operação no contexto da tarefa.
Tarefa 2 (Juntar)	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.
	Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação adição, cometendo muitas incorreções ou apresentando dificuldades extremas em finalizar a resolução da tarefa.	Apresentar parcialmente a adição, evidenciando erros graves na representação do cálculo.	Demonstrar que pretende realizar a adição, embora não a consiga realizar.	Elaborar uma resposta parcialmente desadequada à situação problemática.
	Nível 3	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação	Apresentar a adição, evidenciando erros na	Efetuar a adição das duas quantidades,	Elaborar uma resposta adequada à situação

	adição, evidenciando alguma compreensão do sentido de juntar, cometendo incorreções ou apresentando dificuldades em finalizar a resolução da tarefa.	representação do cálculo.	embora esta não seja apresentada corretamente.	problemática, ainda que o resultado obtido se encontre incorreto.
Nível 4	Recorrer à operação adição, através de representações verbais, simbólicas ou visuais, evidências da compreensão do sentido de juntar da mesma.	Apresentar corretamente a adição.	Resolver a adição corretamente e obter o resultado.	Elaborar uma resposta correta de acordo com o enunciado da situação problemática ou indicar somente o significado do resultado.
Objetivos específicos				
	Compreender o sentido de acrescentar da adição.	Reconhecer o adicionando e o adicionador no contexto da tarefa.	Efetuar a adição.	Identificar o resultado da operação no contexto da tarefa.
Tarefa 3 (Acrescentar)	Nível 1	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.	Não apresentar qualquer resolução ou apresentar uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática.
	Nível 2	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação adição, cometendo muitas incorreções ou	Apresentar parcialmente a adição, evidenciando erros graves na representação do cálculo.	Demonstrar que pretende realizar a adição, embora não a consiga realizar.

	apresentando dificuldades extremas em finalizar a resolução da tarefa.			
Nível 3	Reconhecer a necessidade de recorrer à operação adição, evidenciando alguma compreensão do sentido de acrescentar, cometendo incorreções ou apresentando dificuldades em finalizar a resolução da tarefa.	Apresentar a adição, evidenciando erros na representação do cálculo.	Efetuar a adição das duas quantidades, embora esta não seja apresentada corretamente.	Elaborar uma resposta adequada à situação problemática, ainda que o resultado obtido se encontre incorreto.
Nível 4	Recorrer à operação adição, através de representações verbais, simbólicas ou visuais, evidências da compreensão do sentido de juntar da mesma.	Apresentar corretamente a adição.	Resolver a adição corretamente e obter o resultado.	Elaborar uma resposta correta de acordo com o enunciado da situação problemática ou indicar somente o significado do resultado.

A análise das resoluções dos alunos baseou-se nos descritores previamente definidos. Para determinar o Nível Global de Conhecimento (NGC) de cada aluno, adotou-se um procedimento de cálculo em duas etapas: primeiramente, calculou-se a mediana dos níveis de conhecimento para cada tarefa individualmente; posteriormente, o valor do NGC foi obtido através do cálculo da mediana destes valores medianos.

Tendo em conta estes critérios, foi também avaliado o desempenho de cada aluno. A cada tarefa das folhas de exploração (pré e pós-intervenção) foi atribuído um valor percentual, e o desempenho final correspondeu à soma desses valores (Escaroupa, 2023, p. 135). Para a análise, os resultados foram agrupados em quatro classes: [0; 25[, [25; 50[, [50; 75[e [75; 100].

3.5.1. Análise Estatística

A análise estatística do nível global de conhecimento e do desempenho global dos alunos, nas fases de pré e pós-intervenção, foi realizada através de estatística descritiva, recorrendo a tabelas de frequências para a distribuição dos dados, e ao cálculo da média (M) e do desvio padrão (DP) para cada variável.

Para a análise, os dados foram categorizados da seguinte forma: o nível de conhecimento global foi obtido considerando a percepção negativa (níveis 1 e 2) ou positiva (níveis 3 e 4). O desempenho global foi considerado tendência negativa para os intervalos [0; 25[e [25; 50[, e positiva para os intervalos [50; 75[e [75; 100].

A comparação do nível global de conhecimento e do desempenho global dos alunos entre as fases de pré e pós-intervenção foi realizada através do teste *t-Student* para amostras emparelhadas. A aplicação deste teste foi precedida da verificação do pressuposto da normalidade, avaliado para cada variável dependente com o teste de *Shapiro-Wilk* (Marôco, 2021). Nos casos de não verificação da normalidade, recorreu-se à análise da simetria dos dados como critério alternativo, utilizando a seguinte condição (Pestana & Gageiro, 2014):

$$\left| \frac{\text{coeficiente de assimetria}}{\text{erro do coeficiente de assimetria}} \right| \leq 1.96$$

A magnitude das diferenças encontradas foi avaliada pela dimensão do efeito, obtida através do *d* de *Cohen*. A sua interpretação seguiu os critérios de Marôco (2021), sendo classificada como: efeito pequeno ($d \leq 0.2$), efeito médio ($0.2 < d \leq 0.5$), efeito elevado ($0.5 < d \leq 1$) ou efeito muito elevado ($d > 1$).

A análise estatística foi realizada no *software* IBM SPSS Statistics (versão 25, IBM USA), com o nível de significância definido em 5%.

4. RESULTADOS

Nesta secção são apresentados os principais resultados da investigação em função da questão e do objetivo de investigação formulados, estruturando-se em duas vertentes: primeiramente, os resultados quantitativos e subsequentemente, os resultados qualitativos.

4.1 Resultados Quantitativos

4.1.1. Níveis de conhecimento

A tabela 1 apresenta a distribuição das frequências absolutas e relativas do Nível de Conhecimento em cada uma das tarefas e, ainda, o Nível Global de Conhecimento (NGC). A tabela revela diferenças notórias e estatisticamente significativas entre as fases de pré e pós-intervenção.

Tabela 1*Distribuição das frequências absolutas e relativas (%) do Nível de Conhecimento*

Itens	Pré-intervenção				Pós-intervenção			
	1	2	3	4	1	2	3	4
T1	62.5% (15)	20.8% (5)	4.2% (1)	12.5% (3)	0.0% (0)	4.2% (1)	20.8% (5)	75.0% (18)
T2	70.8% (17)	8.3% (2)	16.7% (4)	4.2% (1)	0.0% (0)	8.3% (2)	20.8% (5)	70.8% (17)
T3	75.0% (18)	8.3% (2)	16.7% (4)	0.0% (0)	0.0% (0)	4.2% (1)	50.0% (12)	45.8% (11)
NGC	70.8% (17)	8.3% (2)	20.8% (5)	0.0% (0)	0.0% (0)	4.2% (1)	29.2% (7)	66.7% (16)

Inicialmente, na fase de pré-intervenção, a maioria dos alunos (70.8%) apresentava um Nível Global de Conhecimento (NGC) classificado como Nível 1. O Nível 1 corresponde à ausência total de resolução ou a uma resolução que em nada se relaciona com a situação problemática, refletindo a dificuldade mapeada na fase inicial, onde os alunos não apresentavam a interpretação do resultado da operação no contexto da tarefa. Após a intervenção, o NGC demonstrou uma evolução positiva e acentuada. A percentagem de alunos no Nível 1 caiu para 0.0%, enquanto 66.7% (16 alunos) alcançaram o Nível 4. O Nível 4 representa uma compressão integral dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa.

Na Tarefa 1 (T1), focada nas competências pré-numéricas, a fase de pré-intervenção revelou que 62.5% dos alunos (15 alunos) encontravam-se no Nível 1. O Nível 1 indicava que os alunos não conseguiam reconhecer a necessidade de efetuar a contagem ou que a resolução não se relacionava com a situação problemática (peixes). Na fase de pós-intervenção, observou-se uma inversão expressiva deste cenário: 75.0% dos alunos (18 alunos) alcançaram o Nível 4. Este nível, exigia não só a contagem correta, mas também a elaboração de uma resposta devidamente contextualizada (flores). Esta transição massiva para o nível mais elevado (Nível 4) sugere que a principal dificuldade dos alunos, em expressar o raciocínio e aplicar a contagem ao contexto foi superada.

A Tarefa 2 (T2), que avaliava o sentido de “juntar” da adição, apresentou um progresso similar. Inicialmente, 70.8% dos alunos (17 alunos) estavam no Nível 1, que correspondia à ausência de interpretação do resultado da operação (37) no contexto da tarefa (flores). Na fase de pós-intervenção, exatamente a mesma percentagem (70.8%, 17 alunos) atingiu o Nível 4, demonstrando uma assimilação clara do conceito de “juntar” e a capacidade de aplicar o resultado à situação problemática (89 árvores).

Na Tarefa 3 (T3), referente ao sentido de “acrescentar”, a dificuldade foi ainda mais acentuada, com 75.0% dos alunos (18 alunos) no Nível 1 e nenhum aluno (0.0%) no Nível 4. Este dado sublinha a dificuldade generalizada em aplicar este sentido da adição e em contextualizar a resposta à situação problemática. Contudo, a fase de pós-intervenção revelou o impacto significativo da intervenção: embora 45.8% dos alunos (11 alunos) tenham alcançado o Nível 4, é crucial salientar que 50.0% (12 alunos) atingiram o Nível 3. Considerando que o Nível 3 já pressupõe a elaboração de uma resposta adequada ao problema, o valor agregado de 95.8% nos níveis mais elevados

(Níveis 3 e 4) demonstra que a intervenção levou os alunos a reconhecer a importância de contextualizar as suas respostas.

Esta progressão global é corroborada pela melhoria da média do Nível Global de Conhecimento (Tabela 2), que aumentou de 1.71 (pré-intervenção) para 3.81 (pós-intervenção). Esta diferença não é só estatisticamente significativa ($t(23) = -12.174$; $p = 0.001$), como também apresenta uma dimensão de efeito muito elevada ($d = 3.287$), o que reforça a eficácia da intervenção na promoção do cálculo mental e na compreensão dos conceitos matemáticos associados.

A soma das percentagens do nível 3 e 4 (29.2% + 66.7%, respetivamente), na fase de pós-intervenção, do NGC resulta numa perceção positiva total de 95.9%. O facto de quase a totalidade da turma ter atingido os níveis 3 e 4 demonstra que os alunos passaram a explicar o raciocínio, realizar a operação e apresentar respostas adequadas ao contexto da tarefa, que são os descritores exigidos nestes níveis.

Tabela 2

Estatística descritiva e comparação pré e pós-intervenção do NGC

	M	DP	t	p	d
Pré-intervenção	1.71	0.85	-12.174	0.001	3.287
Pós-intervenção	3.81	0.32			

4.1.2. Desempenho global

O desempenho global dos alunos também evidenciou melhorias significativas após a intervenção, tal como mostra a Tabela 3.

Tabela 3

Distribuição das frequências absolutas e relativas (%) do Desempenho Global

	Pré-intervenção	Pós-intervenção
[0; 25[45.8% (11)	0.0% (0)
[25; 50[25.0% (6)	0.0% (0)
[50; 75[20.8% (5)	12.5% (3)
[75; 100]	8.3% (2)	87.5% (21)

Na fase de pré-intervenção, o Desempenho Global dos alunos veio confirmar as dificuldades identificadas previamente. Observa-se que 70.8% dos alunos (17 alunos) obtiveram um desempenho insatisfatório, com classificação inferior a 50%, sendo que,

de forma mais expressiva, 45.8% dos alunos (11 alunos) apresentou um desempenho inferior a 25%. O baixo desempenho era um reflexo das lacunas em competências essenciais, nomeadamente na capacidade de explicar o raciocínio, interpretar o resultado das operações no seu contexto e formular uma resposta adequada à situação problemática. Considerando que a explicação do raciocínio e a contextualização da resposta eram objetivos transversais a todas as tarefas nas folhas de exploração (de pré e pós-intervenção), torna-se evidente que o principal obstáculo da maioria dos alunos não residia apenas no cálculo, mas também nas competências de comunicação e interpretação matemática.

Em contraste, a fase de pós-intervenção demonstrou uma evolução significativa no desempenho global dos alunos. A mudança mais sugestiva, conforme a Tabela 3, foi a inexistência dos desempenhos considerados negativos, com nenhum aluno a registar um desempenho global inferior a 50%. Adicionalmente, verificou-se um aumento para o intervalo superior ([75; 100]): 87.5% da turma (21 alunos) alcançou um desempenho igual ou superior a 75%, um valor exponencial face aos 8.3% registados na fase de pré-intervenção. Esta evolução demonstra que a grande maioria dos alunos superou as dificuldades iniciais, demonstrando ser capaz não apenas de calcular corretamente, mas de interpretar o resultado no contexto da situação problemática e de o articular numa resposta completa.

A eficácia da intervenção é demonstrada na Tabela 4, pela média do Desempenho global, que passou de 36.75 na fase de pré-intervenção para 86.33 na fase de pós-intervenção. Esta evolução é validada pela análise estatística, que aponta diferenças não só estatisticamente significativas ($t(23) = -11.131, p = 0.001$), mas também com uma dimensão de efeito muito elevada ($d = 3.081$). Estes indicadores sublinham o impacto da intervenção nas competências matemáticas, que transcenderam a apresentação do resultado numérico, passando a ser capazes de explicar o seu raciocínio e de contextualizar o resultado matemático numa resposta coerente com a situação problemática.

Tabela 4

Estatística descritiva e comparação pré e pós-intervenção do Desempenho global

	M	DP	t	p	d
Pré-intervenção	36.75	21.01			
Pós-intervenção	86.33	9.68	-11.131	0.001	3.081

4.2. Resultados Qualitativos

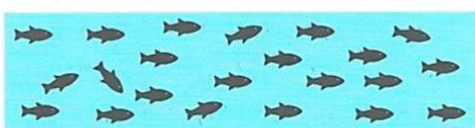
A análise qualitativa das produções dos alunos corrobora os dados quantitativos, que evidenciam uma evolução positiva entre as fases de pré e pós-intervenção. Esta análise torna-se visível através de exemplos representativos das resoluções dos alunos, que ilustram a superação das dificuldades iniciais e a evolução nas estratégias de resolução e na contextualização das respostas.

Na Tarefa 1 (Contagem), embora seja solicitado na tarefa a explicação do raciocínio, a Aluna E inicialmente apenas apresentou a resposta sem qualquer explicação (figura 3). Contudo, na fase de pós-intervenção, a sua resolução tornou-se mais desenvolvida, registrando o modo como efetuou a contagem das flores, a adição e a resposta à situação problemática, recorrendo ao sistema de contagem *tally charts* (figura 4). A aluna E demonstrou que adquiriu a competência de contextualização do resultado numérico.

Figura 3

Resolução da tarefa 1 pela Aluna E, na fase pré-intervenção

1. A Ana comprou peixes para colocar no seu aquário. Quantos peixes tem o aquário da Ana? Explica como pensaste.



A Ana tem 22 peixes.

Figura 4

Resolução da tarefa 1 pela Aluna E, na fase pós-intervenção

1. A Ana colocou flores no seu jardim. Quantas flores tem a Ana? Explica como pensaste, usando desenhos, esquemas ou palavras.



++++ +++++ +++++ +++++ +++++ +++++ +++++ = 33

R: A Ana tem no jardim 33 flores.

Na Tarefa 2 (Sentido de Juntar), o Aluno C, contrariamente à fase de pré-intervenção em que apresentou apenas o resultado numérico da adição dos dois valores apresentados na tarefa (figura 5), sem evidenciar a operação ou qualquer explicação ou contextualização. Na fase de pós-intervenção, o Aluno C expôs o seu raciocínio ao apresentar o algoritmo da adição, efetuou o cálculo corretamente e apresentou uma resposta adequada ao contexto da tarefa (figura 6).

Figura 5

Resolução da tarefa 2 pelo Aluno C, na fase pré-intervenção

2. A Joana tem 22 tulipas e 15 rosas no seu jardim. Quantas flores tem a Joana? Explica como pensaste.

37

Figura 6

Resolução da tarefa 2 pelo Aluno C, na fase pós-intervenção

2. A mãe da Ana tem 34 macieiras e 55 pereiras, no seu pomar. Quantas árvores tem a mãe da Ana? Explica como pensaste, usando desenhos, esquemas ou palavras.

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 55 \\ \hline 89 \end{array}$$

R: A mãe da Ana tem 89 árvores.

Na Tarefa 3 (Sentido de Acrescentar), a evolução da Aluna A é igualmente notória. Se na fase de pré-intervenção, a sua resposta não tinha relação com a situação problemática (figura 7), na fase de pós-intervenção já explicou o seu raciocínio através da representação horizontal da adição, resolvendo corretamente a operação com a formação de uma unidade de ordem superior ($6 + 9 = 1$ dezena e 5 unidades) (figura 8). Este exemplo é representativo da evolução na explicação do raciocínio e na contextualização do resultado, ainda que a aluna não tenha cumprido todos os objetivos

definidos para a tarefa, como a formulação de uma resposta escrita à questão apresentada.

Figura 7

Resolução da tarefa 3 pela Aluna A, na fase pré-intervenção

3. A Rita tinha 18 berlindes. No Natal, a mãe ofereceu-lhe 21 berlindes. Com quantos berlindes é que a Rita ficou? Explica como pensaste.

19

Figura 8

Resolução da tarefa 3 pela Aluna A, na fase pós-intervenção

3. A Ana tinha 59 rosas. No seu aniversário, a mãe ofereceu-lhe 26 rosas. Com quantas rosas é que a Ana ficou? Explica como pensaste, usando desenhos ou palavras.

$$85 = 59 + 26$$


As Tarefas 2 e 3 foram desenhadas para avaliar a compreensão dos dois sentidos da adição: juntar e acrescentar, respetivamente. Embora fosse expectável, de acordo com as Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2021), que os alunos aplicassem estratégias diferentes para cada sentido, tal não se verificou. O caso do Aluno X é paradigmático desta dificuldade: conforme se observa nas figuras 9 e 10, o aluno recorreu à mesma estratégia para ambas as tarefas, não evidenciando a compreensão da diferença entre os dois sentidos da operação.

Figura 9

Resolução da tarefa 2 pelo Aluno X, na fase pré-intervenção

2. A Joana tem 22 tulipas e 15 rosas no seu jardim. Quantas flores tem a Joana? Explica como pensaste.

37



2 2 2 2 2 4 25 26 27 28 29
30 2 33 34 35 36 37

Figura 10

Resolução da tarefa 3 pelo Aluno X, na fase pré-intervenção

3. A Rita tinha 18 berlindes. No Natal, a mãe ofereceu-lhe 21 berlindes. Com quantos berlindes é que a Rita ficou? Explica como pensaste.

39

21 22 23 24 25 26 27 28 29
31 32 33 34 35 36 37 38 39

5. DISCUSSÃO

Este estudo teve como objetivo analisar a influência da *applet CalcRapid* da plataforma *HypatiaMat* no desenvolvimento de cálculo mental na adição. A análise das tarefas iniciais revelou dificuldades na compreensão do sentido de número.

Esta competência é fulcral, pois, como salientam NCTM (2007) e Teixeira e Rodrigues (2017), a sua carência impede a apreensão dos múltiplos significados e representações dos números. A lacuna torna-se particularmente relevante no contexto deste estudo, uma vez que o sentido de número e o cálculo mental estão intrinsecamente relacionados, influenciando de forma decisiva o raciocínio dos alunos (Carvalho & Ponte, 2019).

A superação destas dificuldades foi promovida através de um cenário de aprendizagem estruturado, onde a mediação se revelou fundamental. O diálogo seguinte ilustra como a dificuldade em contextualizar as respostas foi explorada, levando os alunos a consciencializarem-se da necessidade de uma resposta completa à situação-problema:

Professora estagiária: Então fica, dezoito mais vinte e um, igual a trinta e nove. Já acabámos? Não falta mais nada?

Aluno L: Falta.

Professora estagiária: O que é que falta?

Aluno L: Escrever com as letras.

Professora estagiária: Escrever com as letras. O que é que isso significa?

Aluno L: Dar a resposta.

Professora estagiária: Dar a resposta, porque se vocês repararem tá aqui uma pergunta “Com quanto berlindes é que a Rita ficou?”. Então, numa situação problemática, temos que responder sempre. Então, qua... quando não tem colocamos o “R” e escrevemos (pausa de 2 segundos) a resposta. (pausa de 3 segundos) A...

(Fonte: Elaboração Própria)

A superação destas dificuldades dos alunos em explicar o raciocínio e contextualizar as respostas representa a ultrapassagem de um obstáculo significativo na aprendizagem matemática, conforme apontado por Fritz et al. (2019) e Liu et al. (2024). Este tipo de interação, focado na partilha e discussão de estratégias, amplificou o domínio dos alunos sobre as operações, capacitando-os para uma mobilização mais eficaz do seu conhecimento, tal como preconizado por Teixeira & Rodrigues (2017) e Junior e Wielewski (2017).

Paralelamente à intervenção pedagógica, a motivação foi visivelmente impulsionada pelos elementos de gamificação da plataforma. Conforme referem Verdasca et al. (2020), a atribuição de pontos e gratificações virtuais incentiva uma utilização mais intensa dos recursos. Este fenómeno foi claramente observado na turma, gerando um ambiente de competição saudável e um maior envolvimento com a tarefa:

Professora estagiária: Aqui (referindo-se à lista projetada no quadro branco) podemos ver a pontuação.

Aluno G: Quem é que está em primeiro?

Professora estagiária: Em primeiro, continua a Aluna Q. (pausa de 2 segundos)

Após eu ter dito quem estava em primeiro lugar, fez-se muito ruído dentro da sala de aula.

Aluno L: Eu já a ultrapassei.

Professora estagiária: Ultrapassaste, mas depois ela jogou mais e... ultrapassou-te.

...

Um aluno: Eu vou jogar todo o dia.

Professora estagiária: Têm que jogar muito.

(Fonte: Elaboração Própria)

A conjugação destes fatores resultou numa evolução positiva e inequívoca, tanto a nível quantitativo, com melhorias significativas no Nível Global de Conhecimento (NGC) e no Desempenho Global, como qualitativo. A melhoria na compreensão dos sentidos da adição (juntar e acrescentar), alinhada com as Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2021), reforça a importância de diferenciar estes conceitos para uma aplicação estratégica mais adequada à tarefa (Silva, 2018).

Além disso, a partilha das diversas estratégias utilizadas pelos alunos, amplificaram o domínio que o aluno tem na resolução das operações aritméticas, neste caso da adição, tornando-o capaz de realizar uma mobilização de estratégias mais eficiente, conforme mencionado por Teixeira & Rodrigues (2017).

Estas melhorias podem ser justificadas, em parte, pela interação dos alunos com a *applet*. Isto alinha-se com as diretrizes curriculares que preconizam o uso da tecnologia como um recurso eficaz para o ensino e aprendizagem da Matemática (Ministério da Educação, 2021). O artefacto digital foi propício à aprendizagem dos alunos, tal como sugerido por Martins (2020). A utilização da plataforma *HypatiaMat* favoreceu a aprendizagem do conteúdo matemático, corroborando os estudos de Freitas et al. (2024), Freitas et al. (2025), Hortênsio (2020), Pires (2021), Santos (2021) e Rodrigues et al. (2025).

6. CONCLUSÕES

Este estudo demonstrou a eficácia de uma intervenção pedagógica com a *applet CalcRapid* para promover o cálculo mental em alunos do 1.º ano. Os objetivos da investigação foram plenamente alcançados, fornecendo evidências empíricas claras sobre os contributos de um artefacto digital específico quando integrado num cenário de aprendizagem bem estruturado. O principal contributo da investigação reside na validação da influência positiva da *applet CalcRapid*, uma ferramenta sobre a qual não existiam estudos prévios, na aprendizagem inicial da matemática.

Os resultados, suportados por uma análise mista de dados, revelam uma evolução positiva no desempenho dos alunos. Quantitativamente, as melhorias foram estatisticamente significativas, tanto no Nível Global de Conhecimento (NGC) como no Desempenho Global, que aumentou significativamente. Qualitativamente, esta progressão manifestou-se num desenvolvimento visível do raciocínio, da comunicação matemática e da destreza na utilização dos números, das operações e das suas propriedades. Os alunos evoluíram de respostas simples e não justificadas para resoluções que demonstravam as suas estratégias de cálculo e a contextualização dos resultados.

O sucesso da intervenção não pode ser atribuído apenas à ferramenta, mas sim à articulação de fatores-chave do cenário de aprendizagem. Por um lado, o uso intencional da plataforma promoveu um trabalho autónomo, permitindo que cada aluno progredisse ao seu próprio ritmo. Por outro lado, a discussão e a partilha de

estratégias, foi fundamental para a sistematização e para a transformação de ideias informais em conceitos matemáticos mais rigorosos.

A condução deste estudo deparou-se com limitações de natureza tanto tecnológica como contextual. No plano tecnológico, a instabilidade no acesso à internet prejudicou a recolha de dados, enquanto a limitada disponibilidade de computadores condicionou o desenho do cenário de aprendizagem. No plano contextual, a situação pandémica da COVID-19 representou um obstáculo significativo, dificultando a implementação de dinâmicas de aprendizagem colaborativa, nomeadamente o trabalho em pequeno grupo.

Deste modo, o estudo reforça a pertinência de integrar artefactos digitais na aprendizagem da matemática, não como um fim em si mesmos, mas como intencionalidade. A intervenção com a *applet CalcRapid* serve como um modelo que evidencia como a articulação entre uma ferramenta digital motivadora e uma mediação pedagógica focada na partilha e discussão de estratégias pode, efetivamente, potenciar o desenvolvimento de competências importantes nos primeiros anos de escolaridade.

7. IMPLICAÇÕES

Os resultados e as conclusões deste estudo apresentam implicações significativas no campo da educação matemática. O estudo demonstra que a eficácia de um artefacto digital como a *applet CalcRapid* não reside apenas nas suas características técnicas, mas na sua integração intencional num cenário de aprendizagem. Para professores, evidencia-se que a introdução da tecnologia em sala de aula deve ser acompanhada por uma orquestração instrumental que inclua momentos de discussão, partilha de estratégias e sistematização dos conteúdos. A plataforma *HypatiaMat* permitiu que os alunos trabalhassem ao seu próprio ritmo, um fator crucial nos primeiros anos de escolaridade. Além disso, os elementos de gamificação (pontuações) revelaram-se um fator de motivação. Recomenda-se que os professores utilizem estas estratégias para aumentar o envolvimento dos alunos em tarefas matemáticas.

Por fim, este estudo reforça a eficácia da *applet CalcRapid* da plataforma *HypatiaMat*, abrindo caminho para futuras investigações que possam explorar outras funcionalidades desta ferramenta ou compará-la com outras abordagens. A prática de ensino adotada, que articula o uso desta ferramenta com práticas de ensino exploratório, constitui um modelo de prática letiva que pode ser replicado e adaptado para investigar o ensino de outros temas matemáticos ou o uso de outros artefactos digitais.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/50008/2025 (Instituto de Telecomunicações (IT)), UID/05198/2025 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED), UID/00194/2025 (CIDTFF), UID/06185/2023 (SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde) e no âmbito da bolsa de doutoramento com a referência 2022.09720.BD e com o identificador DOI <https://doi.org/10.54499/2022.09720.BD>.

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P. Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Albahiri, M., Alhaj, A., & Oteibi, B. (2025). Proposed Educational Program Predicated on Gamification for Teaching Mathematics as Required by TIMSS and Its Effect on Developing Strategic Competence among Fourth-grade Male Students. *Educational Process: International Journal*, 14. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.14.42>
- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação* (2.ª ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Berticelli, D. (2017). *Cálculo Mental no Ensino Primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná* [Mental Calculus in Primary Education (1950-1970) – a particular look at Paraná] [Tese de doutoramento, Pontifícia Universidade Católica do Paraná]. Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Buys, K. (2008). Mental arithmetic. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam: The Netherlands: Sense Publishers.
- Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). *Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia*. In Canavarro, P., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., & Carreira, S. (Orgs), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. <http://hdl.handle.net/10451/7041>
- Carvalho, R. (2016). *Cálculo Mental com Números Racionais: um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade* [Tese de doutoramento]. Universidade de Lisboa.
- Carvalho, R., & Ponte, J. (2019). Cálculo mental com números racionais e desenvolvimento do sentido de número. *Quadrante*, 28(2), 53-71.
- Costa, C., Cabrita, I., Martins, F., Oliveira, R., & Lopes, J.B. (2021). Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática. In V. Santos, I. Cabrita, T. Neto, M. Pinheiro, J.B. Lopes (Eds.), *Matemática com vida: diferentes olhares sobre a tecnologia*. UA Editora, Universidade de Aveiro.
- Creswell, J. W. (2014). *Educational Research: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research* (4ª ed.). Pearson.
- Creswell, J. W., & Clark, V. (2018). *Designing and conducting mixed methods research* (3.ª ed.). Sage.
- Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho. *Diário da República n.º 129/2018, Série I*. Lisboa: Presidente do Conselho de Ministros.
- Drijvers, P., Grauwijn, S., & Trouche, L. (2020). When bibliometrics met mathematics education research: the case of instrumental orchestration. *ZDM Mathematics Education*, 52, 1455-1469. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01169-3>
- Escaroupa, A. (2023). *O uso da applet calcrapid da plataforma Hypatiamat na promoção do Cálculo Mental* [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositório Comum, <http://hdl.handle.net/10400.26/44515>
- Freitas, Y., Abbasi, M., Brito-Costa, S., Pinto, R., Rato, V., & Martins, F. (2024). Exploratory teaching: Integrating applet to teach arithmetic multiplication operation. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(12). <https://doi.org/10.29333/ejmste/15666>
- Freitas, Y., Guiomar, B., Gonçalves, S., Pinto, R., Pinto, E., Rato, V., & Martins, F. (2025). Using Serious Games with Exploratory Teaching to Develop Mental Arithmetic in Primary Education. *Educational Process: International Journal*, 15. <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.15.151>

- Fritz, A., Haase, V., & Rasanen, P. (2019). *International handbook of mathematical learning difficulties*. Cham: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3>
- Gonçalves, S., Gonçalves, J., & Marques, C. (Eds.) (2021). *Manual de Investigação Qualitativa – conceção, análise e aplicações* (1ª ed.). Pactor.
- Hortênsio, A. (2020). *A Influência da Plataforma HypatiaMat na Resolução de Situações Problemáticas Envolvendo a Adição e a Subtração* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10400.26/33215>
- Huang, W., & Sutherland, S. M. (2022). The impact of technology artifacts on mathematics classroom discourse. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 8(3), 317-351. <https://doi.org/10.1007/s40751-022-00114-1>
- Jahnke, I., Meinke-Kroll, M., Todd, M., & Nolte, A. (2022). Exploring artifact generated learning with digital technologies: Advancing active learning with co design in higher education across disciplines. *Technology, Knowledge and Learning*, 27, 335-364. <https://doi.org/10.1007/s10758-020-09473-3>
- Junior, J. & Wielewski, G. (2017). Base de Conhecimento de Professores de Matemática: do Genérico ao Especializado. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, 18 (2), 126-133.
- Liu, D., Tan, X., Yan, H., & Li, W. (2024). Improving mental arithmetic ability of primary school students with schema teaching method: An experimental study. *PLoS ONE* 19(4): <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0297013>
- Lopes, J. B., Costa, C. (2019). Digital Resources in Science, Mathematics and Technology Teaching – How to Convert Them into Tools to Learn. In M. A. Tsitouridou, J. Diniz, T. Mikropoulos (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20954-4_18
- Lopes, J. B., Viegas, C., & Pinto, A. (2018). *Melhorar práticas de ensino de ciências e tecnologia – Registrar e investigar com narrações multimodais*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Manzanares, M., Arribas, S., Aguilar, C., & Queiruga-Dios, M. (2020). Effectiveness of Self-Regulation and Serious Games for Learning STEM Knowledge in Primary Education. *Psicothema*, 32(4), 516-524.
- Marcelino, L., Teixeira, R., & Rato, J. (2017). Método sentido de número: intervenção nas competências numéricas de crianças do 1.º ano de escolaridade. *Quadrante*, 26(1).
- Marôco, J. (2021). *Análise Estatística com o SPSS Statistics* (3.ª ed.). ReportNumber.
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., da Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE). http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf
- Martins, S. (2020). Applets como artefactos de mediação semiótica na formação inicial de professores na Licenciatura em Educação Básica. *Quadrante*, 29(1), 74–96. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23014>
- Mcintosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2–44. <http://www.jstor.org/stable/40248053>
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens Essenciais. 1.º Ano | 1.º Ciclo do Ensino Básico. Matemática*. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_1.o_ano.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Nunes, S., Dorneles, B., & Corso, L. (2020). Flexible Mental Calculation: Reasoning Profiles of Brazilian Student in Second and Fourth. *Journal of Mathematics Education*, 13(1), 35-55.

- Office of Educational Technology. (2024). *A call to action for closing the digital access, design, and use divides: 2024 national educational technology plan*. U.S. Department of Education.
- Pestana, M., & Gageiro, J. (2014). *A complementaridade do SPSS*. Lisboa: Sílabo.
- Piaget, J. (1973). *The child's conception of number*. Londres: Routledge.
- Pinto, I., Campos, C., & Siqueira, C. (2018). Investigação qualitativa: Perspetiva geral e importância para as Ciências da Nutrição. *Acta Portuguesa de Nutrição*, 14(6), 30-34.
- Pinto, R., Loff, D., Maia, E., & Martins, J. (2025, setembro 15). *Plataforma HypatiaMat*. [Página na www]. Consultado em <https://www.HypatiaMat.com>
- Pires, D. (2021). *Adição de Números Naturais usando a Plataforma HypatiaMat* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Ponte, J. P. (2017). *Discussões coletivas no ensino-aprendizagem da Matemática*. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 33-56). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. D. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Rodrigues, M., Serrazina, L., & Caseiro, A. (2018). Estabelecendo Relações Numéricas: Um estudo com alunos de 2.º ano. In A. Rodrigues, A. Barbosa, A. Santiago, A. Domingos, C. Carvalho, C. Ventura, C. Costa, H. Rocha, J. M. Matos, L. Serrazina, M. Almeida, P. Teixeira, R. Carvalho, R. Machado, & S. Carreira (Eds.), *Atas do EIEM – Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 533-545). Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Rodrigues, R. (2021). *O uso do Tabuleiro Decimal na compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal e dos sentidos das operações* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10400.26/46887>
- Rodrigues, R., Almiro, M., Rato, V., Pinto, R., Costa, C., & Martins, F. (2025). Desenvolvendo o Pensamento Computacional e a Literacia Estatística através da Plataforma HypatiaMat. *Revista APEDuC – Investigação e Práticas em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologia*, 6(1), 122-142. <https://doi.org/10.58152/APEDuCJournal.554>
- Santos, J. (2021). *O uso da Plataforma HypatiaMat no desenvolvimento do sentido aditivo da multiplicação* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10400.26/38337>
- Schnetzler, R. (2019). A importância da investigação-ação no desenvolvimento profissional docente: critérios para sua adoção em teses de doutorado em Educação. *Educação Química em Punto de Vista*, 3(2), 1-14. <https://doi.org/10.30705/eqpv.v3i2.1745>
- Serra, A. (2021). *O uso da plataforma HypatiaMat e de artefactos concretos na compreensão dos números racionais não negativos* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10400.26/36897>
- Silva, I., Marques, L., Mata, L., & Rosa, M. (2016). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: ME.
- Silva, R. (2018). *Modelação Matemática como ambiente de Aprendizagem: o uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição e da subtração* [Relatório Final de Mestrado]. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Teixeira, R., & Rodrigues, M. (2017). *O desenvolvimento de estratégias de cálculo mental: um estudo no 1.º ciclo do Ensino Básico* [Comunicação]. III Encontro de Mestrados em Educação e Ensino. <http://hdl.handle.net/10400.21/9178>
- Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281–307.

- Várzea, S. (2020). *Refletindo sobre a Prática Pedagógica e Investigando o desenvolvimento do cálculo mental através de jogos de movimento* [Dissertação de Mestrado]. Instituto Politécnico de Leiria.
- Verdasca, J., Neves, A., Fonseca, H., Fateixa, J., Procópio, M., & Magro-C, T. (2020). *Melhorar Aprendizagens em Matemática pelo Uso Intencional de Recursos Digitais* (1ª ed.). ME/PNPSE. <https://pnpse.min-educ.pt/estudo4>
- Weil, J. (2017). *Research Design in Aging and Social Gerontology*. Routledge.

CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: UM ESTUDO COM ALUNOS DO 3.º ANO DO 1.º CEB

Ana Garcia¹, Catarina Cruz^{1,2}, Nuno Martins^{1,3}

¹Instituto Politécnico de Coimbra, Escola Superior de Educação

²CIDMA - Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações,
Universidade de Aveiro

³inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra

anaaggarcia13@gmail.com, cmcruz@esec.pt, nmartins@esec.pt

RESUMO

O presente texto aborda a importância da Álgebra e do pensamento algébrico no Ensino Básico, devido à sua transversalidade e ligação com outros temas matemáticos. As Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico e, em particular, para o 1.º Ciclo, destacam o desenvolvimento da aritmética generalizada e a capacidade de formular conjecturas e estabelecer generalizações, competências essenciais ao pensamento matemático. O estudo apresentado foi realizado com uma turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, com o objetivo de analisar características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos na resolução de uma tarefa envolvendo regularidades em sequências de crescimento, bem como estratégias e tipos de erros cometidos. Os resultados indicaram que os alunos mobilizaram, sobretudo, características do pensamento funcional, como a identificação de padrões geométricos ou numéricos e a descoberta de relações entre quantidades. As maiores dificuldades ocorreram na generalização de relações entre quantidades.

PALAVRAS-CHAVE: Pensamento Algébrico, Álgebra, 1.º CEB, Resolução de Problemas

1. INTRODUÇÃO

A Álgebra caracteriza-se pela sua transversalidade e facilidade de articulação com outros temas matemáticos. No entanto, as atuais orientações curriculares para o 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) destacam-na enquanto tema autónomo, valorizando-se, desde cedo, a aritmética generalizada, bem como a capacidade de conjecturar sobre relações e estabelecer generalizações, competências essenciais ao pensamento matemático (MEC, 2021). Trabalhar o pensamento algébrico desde os primeiros anos pressupõe partir de um conjunto particular de exemplos, identificar regularidades, estabelecer generalizações por meio de caminhos adequados à sua idade e que tendem a tornar-se mais formais (Blanton & Kaput, 2005). Segundo Oliveira e Paulo (2021), a generalização vai para além da determinação de uma forma geral de descrever, por exemplo, a regra de formação de uma sequência, uma vez que visa a expressão geral de relações entre variáveis. As autoras reforçam, de certo modo, o cariz multifuncional do pensamento algébrico, uma vez que este capacita os alunos para lidarem com outras estruturas matemáticas e aplicá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios do saber.

O estudo que aqui se apresenta resultou de uma intervenção numa turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB, em contexto formal, tendo como propósito analisar o desempenho dos alunos na mobilização de características do pensamento algébrico na resolução de problemas envolvendo regularidades em sequências. Assim, o trabalho teve como finalidade responder à questão: *Que competências são mobilizadas pelos alunos de uma turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB, na resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico?*. Foram estabelecidos como objetivos deste trabalho: analisar estratégias aplicadas pelos alunos; reconhecer características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos; identificar tipos de erros cometidos pelos alunos. Para dar resposta ao problema definido, foi desenvolvido um estudo de caso, de natureza qualitativa (Amado, 2014), e de cariz descritivo e interpretativo (Merriam, 2002).

Os resultados do estudo apontam para uma mobilização de características do pensamento algébrico relacionadas com o pensamento funcional, tendo a maioria dos alunos identificado um padrão geométrico ou numérico e expressado uma relação funcional ao estabelecer uma correspondência entre a ordem do termo e o termo, sendo a descoberta de um padrão e a organização de informação numa lista as estratégias implementadas com maior frequência. Poucos alunos revelaram ter a capacidade de determinar um termo de uma sequência através da exploração de propriedades e relações entre números inteiros e operações aritméticas sobre números inteiros, bem como a predição de situações desconhecidas a partir de conjecturas. Quanto às dificuldades sentidas, estas acentuaram-se na generalização de relações entre quantidades e na expressão de padrões numéricos ou geométricos como funções e expressões algébricas.

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1 Fundamentação teórica

Na literatura, surgem diferentes caracterizações de Álgebra, a título de exemplo, Usiskin (1988) descreveu quatro concepções: aritmética generalizada; conjunto de procedimentos usados para resolver certos problemas; estudo de relações entre quantidades; e o estudo de estruturas. Mais tarde, Kaput (1995) identificou cinco características da Álgebra: generalização e formalização; manipulações guiadas sintaticamente; estudo da estrutura; estudo de funções, relações e variação conjunta; e uma linguagem de modelação.

Vários investigadores têm refletido sobre a natureza do pensamento algébrico, centrando-se, muitos deles, no que os alunos fazem e de que forma se desenvolvem as suas capacidades de generalização e de utilização de símbolos (Pitta-Pantazi et al., 2019). Para além do pensamento algébrico promover o desenvolvimento de abstrações e generalizações, destaca-se também a sua importância em processos de modelação matemática da vida real. Justifica-se, assim, a necessidade de integrar a Álgebra na Matemática Elementar, tendo esta intencionalidade impulsionado vários estudos que contribuíram para a identificação de certas características do pensamento algébrico ajustadas a vários contextos de ensino, nomeadamente ao Ensino Básico (Chimoni et al., 2018). Neste sentido, Kaput (2008), propôs três domínios considerados fundamentais na Álgebra: *aritmética generalizada*, que assenta no pensamento algébrico inicial, isto é, nas perceções a partir de dados empíricos, relações entre números, manipulação de operações e suas propriedades e transformação e solução de equações; *pensamento funcional*, que se refere à generalização de relações entre quantidades e à capacidade de exprimir padrões numéricos e geométricos como funções e expressões algébricas; *aplicação de generalizações como linguagens de modelação*, que se refere à generalização de regularidades que são apresentadas implicitamente através de vários contextos de problemas (Chimoni et al., 2018; Mulligan & Mitchelmore, 2009; Warren & Cooper, 2008). Vale e Pimentel (2013), categorizaram, através de uma adaptação de Blanton e Kaput (2005), as formas de pensamento algébrico, identificando nas três categorias apresentadas por Kaput (2008), as seguintes competências: na *aritmética generalizada*, exploração de propriedades e relações entre números inteiros, exploração de propriedades das operações sobre números inteiros, tratamento algébrico do número, resolução de expressões em que falta um número; no *pensamento funcional*, simbolização de quantidades e operação com expressões simbólicas, descoberta de relações funcionais, predição de situações desconhecidas usando dados conhecidos – conjectura e identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos; nos *outros processos de generalização e justificação*, uso de generalizações para a resolução de tarefas algébricas, justificação, prova e teste de conjecturas e generalização de um processo matemático (p. 103).

Blanton e Kaput (2003), reconheceram como uma problemática no ensino e aprendizagem da Matemática a abordagem tardia da Álgebra nas orientações curriculares. Segundo Ferrysyah et al. (2018), a ausência do pensamento algébrico nos primeiros anos poderá desencadear no futuro dificuldades na resolução de problemas. A Álgebra, enquanto tema matemático autónomo, surgiu pela primeira vez nos documentos curriculares portugueses para o 1.º Ciclo do Ensino Básico nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (MEC, 2021), que se

encontram em vigor desde o ano letivo de 2022/2023. Nos primeiros anos, os padrões são utilizados como o centro das atividades na Álgebra inicial, uma vez que permitem aos alunos investigar e identificar a estrutura, bem como a relação entre objetos matemáticos (Drijvers et al., 2011). Apesar do potencial da utilização de padrões na introdução do pensamento algébrico em idades mais precoces, surgem algumas dificuldades, nomeadamente relacionadas com a sua generalização (Lannin, 2005). De facto, o pensamento algébrico inclui frequentemente o processo de generalização de procedimentos matemáticos e envolve cada vez mais a utilização de incógnitas, tornando-se, por vezes, complexo (Sibgatullin, 2022). Assim, para um raciocínio algébrico forte, são necessárias boas capacidades de simbolização e de generalização (Sibgatullin, 2022). Apesar de Kaput (2008) considerar como competências centrais do pensamento algébrico a generalização e expressão de generalizações através de símbolos cada vez mais convencionais e o raciocínio envolvendo simbologia formal, Kieran (1996) e Radford (2000) apresentaram uma visão ligeiramente diferente, na qual o pensamento algébrico não é apenas sobre o uso de símbolos para expressar generalidade, surgindo também quando se utiliza qualquer tipo de representações, incluindo gestos, expressões verbais, desenhos e símbolos alfanuméricos, para manipular quantidades de uma forma relacional (Pitta-Pantazi et al., 2020). O pensamento algébrico começa com a experiência concreta dos números e progride para a generalização e pensamento abstrato (Mason, 2008; Radford & Sabena, 2015). Neste sentido, os professores devem orientar os alunos para o pensamento algébrico, em termos de reconhecimento de padrões e generalização matemática, à medida que vão adquirindo competências aritméticas (Carragher et al., 2000). Para tal, é importante proporcionar aos alunos oportunidades que lhes permitam analisar e construir padrões, conjecturar, generalizar e justificar factos e relações matemáticas (Vale & Pimentel, 2013).

Compreender a natureza e as implicações dos erros cometidos pelos alunos é crucial não só para a investigação em educação matemática, mas também para os processos de ensino e aprendizagem. Os erros cometidos, particularmente em tarefas que envolvem o pensamento algébrico, são frequentemente motivados por falta de conhecimentos processuais e conceptuais, sendo essencial, para melhorar a compreensão algébrica e a capacidade de resolução de problemas, a sua exploração (Mathaba et al., 2024). Baseados na teoria da análise de erros de Koch (2014), Mathaba et al. (2024) classificaram os erros em cinco categorias: *erros por descuido*, cometidos quando os alunos trabalham de forma descuidada, não se concentram, estão a resolver a tarefa apressadamente ou estão cansados; *erros de computação*, ocorrem quando os alunos interpretam ou utilizam incorretamente os sinais das operações aritméticas e efetuam operações incorretamente; *erros de resolução de problemas*, quando os alunos não seguem as regras matemáticas ou as ignoram por falta de conhecimentos conceptuais e processuais; *erros de precisão*, quando escrevem de forma desordenada, a resolução é demasiado confusa, esquecem-se de indicar sinais, variáveis ou números, não utilizando, nalguns casos, notação; *erros de impreparação*, quando não consegue terminar a resolução e deixam espaços em branco ou não escrevem nada. Alguns estudos sugerem que ao resolverem problemas algébricos, os erros ocorrem de forma não intencional ou inconsciente devido a vários fatores, entre os quais perda de concentração, cansaço ou por serem resolvidos apressadamente (Luneta & Makonye, 2010).

Na resolução de problemas que envolvem padrões em sequências, bem como o pensamento algébrico, a escolha de estratégias é essencial em momentos específicos desse processo, uma vez que podem fornecer ferramentas concretas na compreensão do problema, na elaboração e execução de um plano (Palhares, 2004). Segundo Posamentier e Krulik (1998) e Palhares (2004), as principais estratégias para resolver um problema são: fazer uma simulação ou dramatização – recriar a situação do problema de forma ativa; tentar várias abordagens (“fazer tentativas”), validando-as à luz dos dados disponíveis; reduzir o problema a um mais simples – dividir ou simplificar para melhor compreensão; descobrir padrões – procurar regularidades que facilitem uma solução; fazer listas organizadas – enumerar sistematicamente hipóteses ou etapas; trabalhar do fim para o princípio – começar pela solução esperada e retroceder; representações visuais (desenhos, tabelas, esquemas) – externalizar o pensamento por meio de gráficos ou imagens. Segundo Wilkie (2016), uma das principais competências do pensamento algébrico consiste em utilizar representações múltiplas (e.g., simbólicas, visuais, físicas, contextuais, verbais) para expressarem os seus pensamentos.

2.2 Contexto do estudo

A prática educativa abordada neste trabalho foi desenvolvida no âmbito da unidade curricular de Prática Educativa I, do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, da Escola Superior de Educação de Coimbra, na qual a professora estagiária realizou um estágio pedagógico numa turma do 3.º ano do 1.º CEB, de uma escola pública do concelho de Coimbra. O estudo envolveu 24 alunos, 12 do sexo feminino e 12 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos.

O estágio pedagógico decorreu no ano letivo de 2022/2023, no qual as orientações curriculares de Matemática seguiam as Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (MEC, 2021), com a Álgebra, enquanto tema matemático autónomo, a surgir pela primeira vez nos documentos curriculares para o 1.º CEB. Neste sentido, foi desenvolvida uma investigação centrada na análise de competências associadas ao pensamento algébrico, como expressar e formalizar generalizações, bem como descrever relações funcionais, dando cumprimento às orientações curriculares. Para tal, foi implementada na turma, no dia 13/06/2023, uma tarefa constituída por várias questões, intitulada “Bolinhas Y”, envolvendo padrões em sequências de crescimento.

2.3 Metodologia

Este estudo teve como intencionalidade responder à questão: *Que competências são mobilizadas pelos alunos de uma turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB, na resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico?* Para responder ao problema que norteou o estudo, foram considerados os seguintes objetivos: analisar estratégias aplicadas pelos alunos; reconhecer características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos; identificar tipos de erros cometidos pelos alunos.

Este trabalho consiste num estudo de caso, de natureza qualitativa (Amado, 2014), e de cariz descritivo e interpretativo (Merriam, 2002), constituindo a unidade em estudo a turma do 3.º ano de escolaridade, do 1.º CEB, acompanhada pela professora estagiária.

Os dados que sustentam o estudo foram recolhidos através de produções dos alunos e complementados com notas de campo da investigadora participante. A análise dos dados incidiu sobre as estratégias implementadas pelos alunos, nos tipos de erros cometidos e nas formas de pensamento algébrico mobilizadas. Na identificação dos tipos de estratégias implementados durante a resolução de problemas, foi considerada a classificação de Posamentier e Krulik (1998) e de Palhares (2004). A análise dos tipos de erros cometidos pelos alunos seguiu o modelo apresentado em Mathaba et al. (2024). A categorização das características do pensamento algébrico baseou-se numa adaptação de Blanton e Kaput (2005), apresentada por Vale e Pimentel (2013).

3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA E SUA IMPLEMENTAÇÃO

A tarefa “Bolinhas Y” (figura 1) integra uma sequência de crescimento com figuras e envolve o raciocínio algébrico, enquanto atividade de generalização de ideias matemáticas, de utilização de representações simbólicas literais e de representação de relações funcionais, ideias que constituem o pensamento algébrico no Ensino Básico (Blanton & Kaput, 2011).

Figura 1

Tarefa

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.




Figura 1




Figura 2




Figura 3

Figura 4

Figura 5

Figura 6

2. Podemos observar que a 3.ª Figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste nas 5.ª e 6.ª figuras?

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à Figura 21.

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30.ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

A tarefa proposta enquadra-se curricularmente no tema *Álgebra*, no tópico *Regularidades em sequências*, e envolve as capacidades de: resolver problemas; raciocinar matematicamente, nomeadamente, formular e testar conjecturas/generalizações partindo da identificação de regularidades; usar múltiplas representações matemáticas para exprimir compreensão, raciocínios e processos matemáticos (MEC, 2021). Na Tabela 1, são apresentados conceitos e processos envolvidos nas resoluções das diferentes questões que integram a tarefa.

Tabela 1*Conceitos e processos envolvidos na tarefa*

Questões	Conceitos/Processos
	Regularidades em sequências de crescimento
1	Continuação de uma sequência de crescimento respeitando uma regra de formação identificada
2	Regularidades em sequências
	Relações funcionais
3	Correspondência entre a ordem do termo de uma sequência e o termo
	Identificação da regra de formação de uma sequência de crescimento
	Continuação de uma sequência de crescimento
4	Previsão de um termo não visível de uma sequência
5	Descrição da regra de formação de uma sequência de crescimento

Durante a implementação da tarefa em sala de aula, estiveram presentes 23 dos 24 alunos. Uma vez que, neste estudo se pretendia analisar o desempenho individual dos alunos, foi proposta à turma a resolução individual da tarefa. Na primeira parte da aula, os alunos resolveram a tarefa e, posteriormente, procedeu-se à sua discussão em grande grupo. Enquanto os alunos resolviam a tarefa, a investigadora participante acompanhava o seu trabalho, intervindo pontualmente, sempre que se justificasse. Durante a implementação da tarefa procedeu-se à recolha de dados, nomeadamente, através de observações e notas de campo da investigadora participante e das produções dos alunos.

4. AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PRÁTICA E PRINCIPAIS RESULTADOS

Para responder à questão de investigação, a análise dos dados incidiu sobre as estratégias aplicadas pelos alunos na resolução da tarefa, erros cometidos e características do pensamento algébrico mobilizadas. A análise dos dados é feita questão a questão. Para salvaguardar a identidade das crianças, estas são referidas no texto através de letras maiúsculas do alfabeto latino.

Questão 1

Relativamente à Questão 1 da tarefa, foram identificadas as seguintes estratégias:

Tabela 2

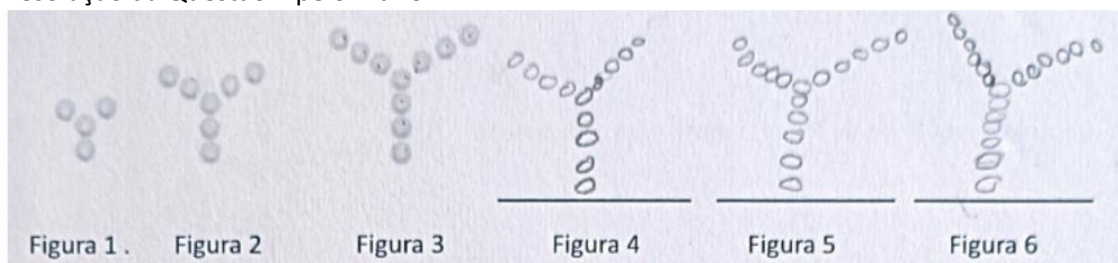
Estratégias aplicadas na resolução da Questão 1

Estratégias	N.º de observações
Fazer desenhos	23
Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	14 (padrão geométrico) e 3 (padrão numérico)

Verifica-se que todos os alunos (23) recorreram à estratégia *fazer desenhos*, através de representações visuais (Lesh et al., 2003), conforme solicitado na própria questão. Esta uniformidade revela que os alunos, na generalidade, à exceção de alguns descuidos verificados, compreenderam a tarefa e não evidenciaram dificuldades. A maioria dos alunos resolveu a tarefa corretamente, identificando um padrão geométrico (figura 2).

Figura 2

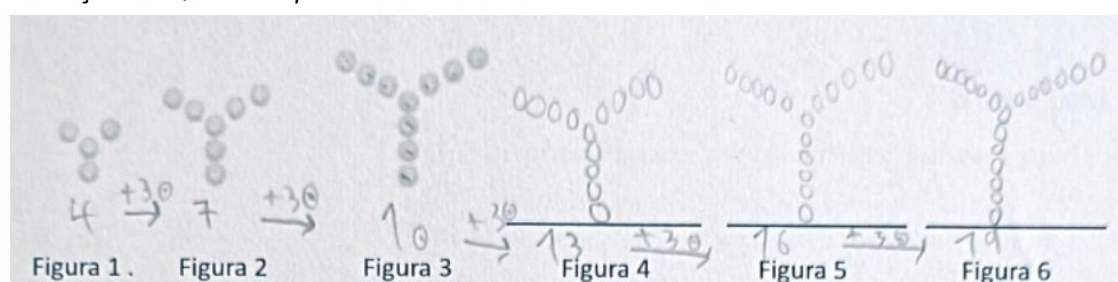
Resolução da Questão 1 pelo Aluno B



Três alunos destacaram-se por identificarem também um padrão numérico (figura 3), traduzindo a regra de formação da sequência através de simbologia matemática, demonstrando fluência representacional.

Figura 3

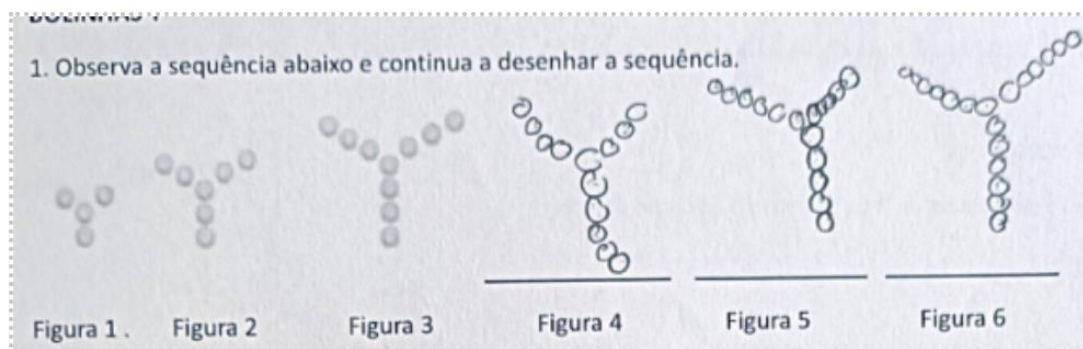
Resolução da Questão 1 pelo Aluno K



Como já referido, os erros cometidos deveram-se, sobretudo, a descuidos, como é possível verificar na figura 4, na qual, apesar do aluno ter desenhado as figuras com o número de bolinhas correto, a disposição das mesmas não segue o padrão geométrico.

Figura 4

Resolução da Questão 1 pelo Aluno F



Relativamente às categorias do pensamento algébrico, a maioria dos alunos identificou um padrão e procedeu à continuação da sequência de crescimento.

Questão 2

Na Tabela 3, estão descritas as estratégias aplicadas na resposta à Questão 2.

Tabela 3

Estratégias aplicadas na resolução da Questão 2

Estratégias	N.º de observações
Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	5
Organizar a informação numa lista	3
Não é possível identificar	16

A resposta à Questão 2 derivava, de imediato, da resposta à Questão 1, como tal, a maioria dos alunos (16) apresentou apenas a resposta sem explicitar o raciocínio, não sendo possível identificar as estratégias utilizadas (figura 5).

Figura 5

Resolução da Questão 1 pelo Aluno D

R: A figura 5 tem 16 e a 6 tem 19.

Ainda assim, foi possível, nalguns casos, identificar estratégias como *descobrir um padrão* (figura 6) ou organizar informações numa lista. A resolução do aluno Q traduz o que este desenhou, recorrendo à simbologia matemática, na qual o número total de bolinhas surge como uma soma resultante de parcelas que descrevem o padrão geométrico.

Figura 6

Resolução da Questão 1 pelo Aluno Q

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

f 5 $6+5+5=16$ | f 6 $7+6+6=19$

R: Na figura 5 meti 16 bolinhas e na figura 6 meti 19 bolinhas

Na generalidade, não foram cometidos erros, uma vez que as respostas erradas decorriam do erro cometido na Questão 1.

Questão 3

Através da Tabela 4 verifica-se que a maioria dos alunos recorreu à descoberta de um padrão ou à organização da informação numa lista.

Tabela 4

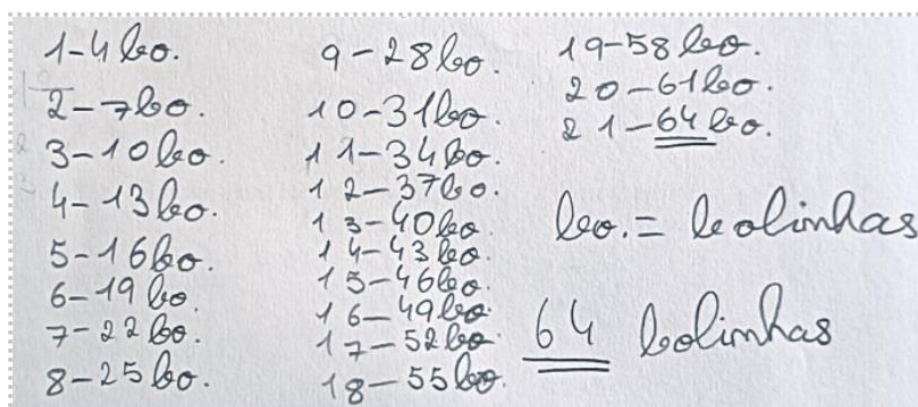
Estratégias aplicadas na resolução da Questão 3

Estratégias	N.º de observações
Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	21
Organizar a informação numa lista	20
Fazer um esquema	2
Dedução lógica	1
Não é possível identificar	1

Apesar da maioria dos alunos identificar o padrão numérico e listar as figuras até à 21.^a com o correspondente número de bolinhas que a compõe (figura 7), houve quem recorresse a outras estratégias, como o aluno T (figura 8).

Figura 7

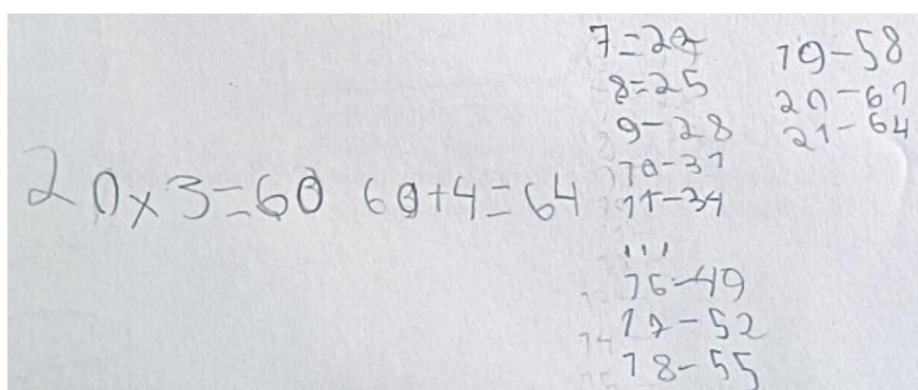
Resolução da Questão 3 pelo Aluno G



O aluno T apresenta uma resposta que se destaca, pois, para além de identificar o padrão, vai mais longe, ao aplicar a dedução lógica e ao formular uma expressão matemática que lhe permite calcular diretamente o número de bolinhas da figura 21. Este caso é particularmente relevante, pois demonstra um nível de abstração e generalização superior, servindo como bom exemplo de raciocínio algébrico avançado no contexto da tarefa.

Figura 8

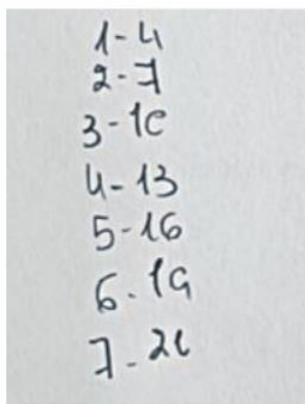
Resolução da Questão 3 pelo Aluno T



Entre os poucos erros identificados, a maioria foram por descuido, como enganos em cálculos ou falhas na leitura do enunciado. Como exemplo de um dos erros cometidos, na figura 9, o Aluno F, apesar de identificar o padrão numérico, comete um erro de cálculo e não lê corretamente o enunciado, considerando a figura composta por 21 bolinhas em vez do número de bolinhas que compõe a figura 21.

Figura 9

Resolução da Questão 3 pelo Aluno F



Relativamente às categorias do pensamento algébrico envolvidas nas resoluções dos alunos, para além da identificação do padrão numérico, a maioria dos alunos estabeleceu uma correspondência entre quantidades, ou relações funcionais, e descobriu uma regra que descreve a relação entre as quantidades que variam. Na resolução apresentada pelo aluno T (figura 8), este explorou também propriedades e relações entre números inteiros e operações aritméticas. De facto, o aluno T associou a adição de parcelas iguais a 3 à multiplicação por 3, percebendo, no entanto, que o facto do termo inicial da sequência não ser um múltiplo de 3, os sucessivos termos também não seriam múltiplos de 3, tendo acrescentado múltiplos de 3 ao termo inicial.

Questão 4

A análise da Tabela 5 aponta a descoberta de um padrão e a organização da informação numa lista como estratégias predominantes.

Tabela 5

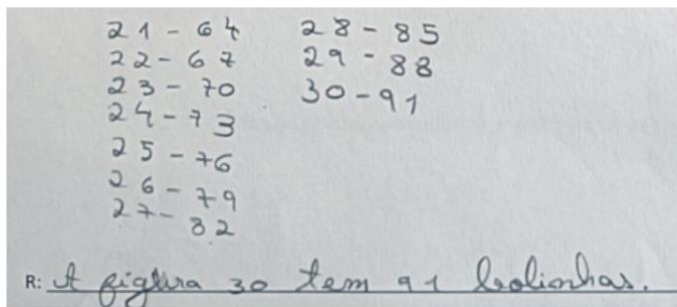
Estratégias aplicadas na resolução da Questão 4

Estratégias	N.º de observações
Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	16
Organizar a informação numa lista	13
Dedução lógica	3
Fazer um esquema	1
Fazer tentativas	1

Dos 16 alunos que identificaram o padrão ou regra de formação, 13 deles organizaram a informação numa lista (figura 10), uma estratégia que já se tinha revelado eficaz em questões anteriores.

Figura 10

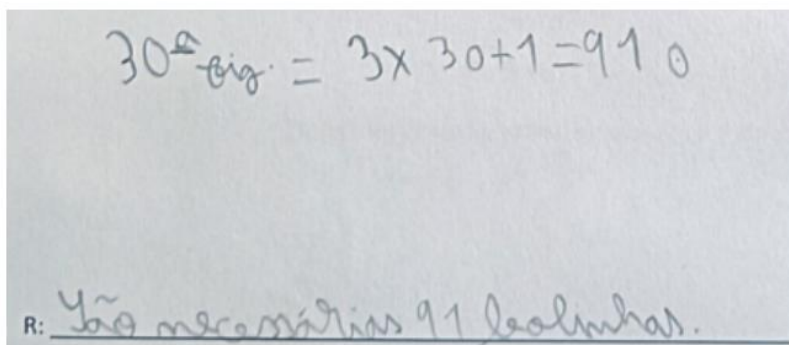
Resolução da Questão 3 pelo Aluno W



Além disso, destacam-se 3 alunos (figuras 11-13) que aplicaram a dedução lógica, procurando obter o termo não visível da sequência de forma direta, isto é, sem continuar a sequência, evidenciando um nível mais elevado em termos de pensamento algébrico.

Figura 11

Resolução da Questão 3 pelo Aluno K



O Aluno K (figura 11) verificou que os termos da sequência correspondem a um múltiplo de três mais uma unidade. O aluno M (figura 12) partiu da informação que já tinha do 21.º termo e acrescentou-lhe o produto de 3 pela diferença da ordem dos 30.º e 21.º termos.

Figura 12

Resolução da Questão 4 pelo Aluno M

21^a figura - 64 bolinhas
30 - 21 = 9
9 x 3 = 27
64 + 27 = 91

30^a figura - 91 bolinhas

R: A figura 30 terá 91 bolinhas.

O aluno T (figura 13) identificou um padrão nos termos cuja ordem é múltiplo de 10.

Figura 13

Resolução da Questão 4 pelo Aluno T

10 = 31 e 20 = 61 então 30 = 91

R: São necessárias 91 bolinhas

Alguns alunos tentaram usar uma estratégia semelhante às anteriores, não tendo sido bem-sucedidos, como é o caso do aluno C (figura 14). Este aluno focou-se apenas na ideia de “acrescentar mais 3”, associando-a aos múltiplos de 3, não tendo em consideração o termo inicial.

Figura 14

Resolução da Questão 4 pelo Aluno C

3 x 30 = 90

R: Na figura 30 há 90 bolinhas

Em relação a outros erros cometidos, verificaram-se casos pontuais de descuido, erros de precisão e de lacunas na resolução de problemas, o que indica que, embora a maioria dos alunos tenha compreendido a tarefa, alguns ainda enfrentaram dificuldades.

Relativamente às categorias do pensamento algébrico, a maioria dos alunos identificou o padrão numérico, continuou a sequência e descobriu uma relação funcional ao estabelecer uma correspondência entre o número da figura e o número de bolinhas necessárias. Houve, no entanto, alunos, embora poucos, que, para além destas características, evidenciaram outras, nomeadamente, a previsão de um termo não visível de uma sequência através da exploração de propriedades e relações entre números inteiros e operações aritméticas sobre números inteiros, bem como a predição de situações desconhecidas a partir de conjeturas.

Questão 5

Na Questão 5, era pedida a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura. Esta questão levantou dificuldades aos alunos, não tendo sido resolvida por 16 deles, o que demonstra da sua parte uma grande dificuldade em compreender o problema ou identificar estratégias para o resolver, refletindo-se estas dificuldades na categoria de erros de impreparação. De facto, a questão exigia um nível de abstração e generalização que não foi facilmente alcançado pela turma. Dos poucos alunos que resolveram a tarefa, 5 descobriram um padrão e 1 aluno tentou reduzir o problema a outro mais simples (Tabela 6).

Tabela 6

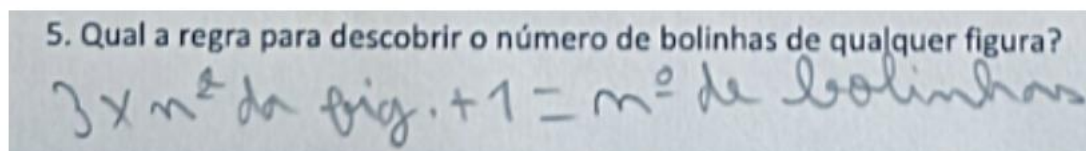
Estratégias aplicadas na resolução da Questão 5

Estratégias	N.º de observações
Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	5
Reduzir a um problema mais simples	1

Dos alunos que resolveram a tarefa, o Aluno K (figura 15) foi o único a apresentar uma resolução correta, conseguindo identificar e representar por uma expressão matemática a lei de formação da sequência, evidenciando, de certo modo, o recurso a símbolos para modelar problemas.

Figura 15

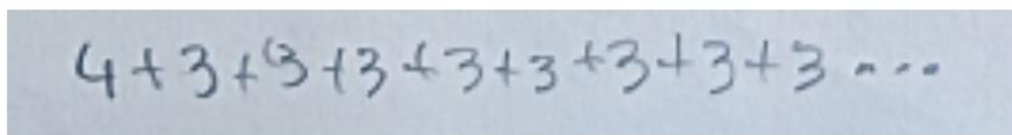
Resolução da Questão 5 pelo Aluno K



O Aluno Q (figura 16) evidencia ter compreendido o que lhe estava a ser pedido, no entanto, não conseguiu recorrer a símbolos para representar o número de bolinhas necessário para a construção de qualquer figura.

Figura 16

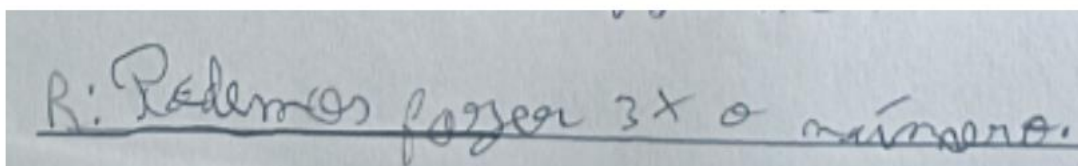
Resolução da Questão 5 pelo Aluno Q


$$4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = \dots$$

O aluno U (figura 17) centrou-se apenas na ideia de “acrescentar mais 3” associando-a aos múltiplos de 3. Esta resposta exemplifica um erro comum, não tendo considerado o termo inicial da sequência.

Figura 17

Resolução da Questão 5 pelo Aluno U



R: Podemos fazer $3 +$ o número.

5. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

O presente estudo teve como intencionalidade responder à questão: *Que competências são mobilizadas pelos alunos de uma turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB, na resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico?*. Numa tentativa de responder à questão colocada, foram analisadas as produções dos alunos relativas a uma tarefa proposta que envolveu uma sequência de crescimento com regularidades, tendo sido objeto de análise: estratégias aplicadas pelos alunos (Posamentier & Krulik, 1998; Palhares, 2004); erros cometidos (Mathaba et al., 2024); características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos (Vale & Pimentel, 2013).

Quanto às estratégias implementadas, verificou-se, naturalmente, a descoberta de um padrão ou uma regra de formação, uma vez que as próprias questões pressupunham a descoberta de regularidades. A organização de informação numa lista predominou igualmente entre as estratégias aplicadas.

A Questão 5 foi a que mais dificuldades levantou, uma vez que requeria a determinação de uma regra geral para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura, exigindo alguma capacidade de abstração e generalização, que não foi alcançada pela maioria dos alunos da turma. As dificuldades revelaram-se, sobretudo, na compreensão do problema e na identificação de estratégias para o resolver, evidenciando lacunas conceituais e processuais, recaindo na categoria de erros de impreparação (Mathaba et al., 2024), uma vez que deixaram a resposta em branco ou não completaram a resposta. É de notar que, os alunos estavam a iniciar o contacto com problemas deste tipo. Na resolução das restantes questões, os alunos corresponderam, na generalidade, ao que era pedido, ainda assim ocorreram erros por *descuido* (lapsos nos cálculos ou no desenho das figuras, falhas na leitura do enunciado, entre outros), da categoria *resolução de problemas* (por falta de conhecimentos conceptuais e processuais) e também erros de precisão (por vezes a redação das respostas era confusa) (Mathaba et al.,

2024). Os alunos revelaram não estar à-vontade com o recurso a símbolos para representar quantidades desconhecidas. Por outro lado, quando lhes era solicitado a descrição da regra que descreve a sequência, os alunos focaram-se, sobretudo, na quantidade que era constantemente adicionada a um termo para obter o termo seguinte, associando a regra aos múltiplos dessa constante, não considerando o primeiro termo da sequência.

Relativamente às categorias do pensamento algébrico, de acordo com o modelo de Vale e Pimentel (2013), a maioria dos alunos evidenciou características do pensamento funcional, isto é, identificou o padrão geométrico e numérico, continuou a sequência e descobriu uma relação funcional ao estabelecer uma correspondência entre o número da figura e o número de bolinhas necessárias. Alguns alunos, não muitos, para além destas características, revelaram ter a capacidade de prever um termo não visível de uma sequência através da exploração de propriedades e relações entre números inteiros e operações aritméticas sobre números inteiros, bem como a predição de situações desconhecidas a partir de conjecturas.

O trabalho aqui apresentado corresponde a um pequeno estudo que decorreu da implementação de uma tarefa numa turma, envolvendo o pensamento algébrico. A reduzida dimensão da amostra, bem como o reduzido número de tarefas implementadas, são considerados limitações deste estudo, pelo que, não se pretende com o mesmo generalizar quaisquer conclusões ou analisar alguma evolução nas capacidades de resolução de problemas envolvendo o pensamento algébrico. Ainda assim, o estudo aqui apresentado pode dar pistas ou algum *background* para futuros trabalhos que se venham a desenvolver sobre a mesma temática.

REFERÊNCIAS

- Amado, J. (Coord.) (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação* (2.ª Ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Blanton, M., & Kaput, J. (2003). Developing elementary teachers' "Algebra eyes and ears". *Teaching Children Mathematics*, 10(2), 70-77. <https://doi.org/10.5951/TCM.10.2.0070>
- Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.
- Blanton, M.L., & Kaput, J.J. (2011). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. In: J. Cai, & E. Knuth (Eds.) *Early Algebraization. Advances in Mathematics Education* (pp. 5-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2
- Carraher, D. W., Schliemann, A., & Brizuela, B. M. (2000). In: M. Fernandez (Eds.), *Early algebra, early arithmetic: Treating operations as functions* (vol. 1, pp. 1–26). PME-NA.
- Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2018). Examining early algebraic thinking: insights from empirical data. *Educational Studies in Mathematics*, 98, 57–76. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9803-x>
- Drijvers, P., Dekker, T., & Wijers, M. (2011). Patterns and formulas. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary Algebra Education: Revisiting Topics and Themes and Exploring the Unknown* (pp. 89-100). Sense Publisher.
- Ferryansyah, Widyawati, E., & Rahayu, S. (2018). The analysis of students' difficulty in learning linear algebra. *Journal of Physics: Conference*. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012152>.
- Kaput, J. J. (1995). A research base supporting long term algebra reform? In D. T. Owens, M. K. Reed, & G. M. Millsaps (Eds.), *Proceedings of the 17th Annual Meeting of PME-NA*, Vol. 1 (pp. 71-94). ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Kaput, J. J. (2008). *What is algebra? What is algebraic reasoning?* In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum Associates.

- Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Eds.), *8th international congress on mathematical education: Selected lectures* (pp. 271–290). S. A. E. M. Thales.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139 – 151.
- Lannin, J.K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3.
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T., & Zawojewski, J. (2003). Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Luneta, K., & Makonye, P. J. (2010). Learner Errors and Misconceptions in Elementary Analysis: A Case Study of a Grade 12 Class in South Africa. *Acta Didactica Napocensia*, 3(3), 35-46.
- Mason, J. (2008). Making use of children’s powers to produce algebraic thinking. *Algebra In The Early Grades*, 57-94. <https://doi.org/10.4324/9781315097435-4>
- Mathaba, P. N., Bayaga, A., Tırnovan, D., & Bossé, M. J. (2024). Error analysis in algebra learning: Exploring misconceptions and cognitive levels. *Journal on Mathematics Education*, 15(2), 575-592. <http://doi.org/10.22342/jme.v15i2.pp575-592>
- Merriam, S. B. (2002). *Qualitative research and case study applications in education*. Jossey - Bass Publishers.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2021). *Aprendizagens Essenciais: Matemática*. MEC.
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- Oliveira, V., & Paulo, R. M. (2021). Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: O que pensam os professores?. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 12(3). <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250366>
- Palhares, P. (Coord.). (2004). *Elementos de matemática para professores do ensino básico*. LIDEL.
- Pitta-Pantazi, D., Chimoni, M., & Christou, C. (2020). Different Types of Algebraic Thinking: an Empirical Study Focusing on Middle School Students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 965–984. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-10003-6>
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (1998). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions: A resource for the mathematics teacher*. Corwin Press.
- Radford, L. (2000). Sings and meanings in students’ emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237–268. <https://doi.org/10.1023/A:1017530828058>.
- Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257–277. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2>
- Radford, L., & Sabena, C. (2015). The question of method in a Vygotskian semiotic approach. *In Approaches to qualitative research in mathematics education*, 157-182. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_7
- Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V., & Chauzova, V. (2022). A Systematic Review on Algebraic Thinking in Education. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1). <https://doi.org/10.29333/ejmste/11486>
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variable. In A. F. Coxford, & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (1988 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 8-19). NCTM.

- Vale, I., & Pimentel, T. (2013). O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98–124.
- Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 171–185. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9092-2>
- Wilkie, K. J. (2016). Students' use of variables and multiple representations in generalizing functional relationships prior to secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 333-361. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9703-x>

ONDE, QUANDO E COMO: UM PROJETO INTERDISCIPLINAR COM CRIANÇAS DO 1.º CEB, ENVOLVENDO EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Tatiana Gomes¹, Catarina Cruz², Ana Santiago³

¹Instituto Politécnico de Coimbra, Escola Superior de Educação

²Instituto Politécnico de Coimbra – ESEC, Linha Temática GEOMETRIX-CIDMA

³Instituto Politécnico de Coimbra – ESEC, CICS.NOVA

tatiianasgomess@gmail.com, cmcruz@esec.pt, asantiago@esec.pt

RESUMO

Neste artigo apresentamos um projeto desenvolvido numa turma do 4.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico. O projeto, de cariz interdisciplinar, teve como finalidade desenvolver competências assentes no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, nomeadamente os pensamentos crítico e criativo, num contexto envolvendo conhecimentos matemáticos, Educação Financeira, Educação para o Consumo e Educação para o Empreendedorismo. Nas sessões foi levado a cabo o planeamento e a elaboração de um orçamento, identificando fontes de rendimento e despesas, apurando o saldo para a realização de uma visita de estudo. A participação ativa dos alunos nas diferentes fases do projeto e o envolvimento da comunidade provocou o desenvolvimento de aprendizagens e competências de vários domínios, nomeadamente, possibilitou o envolvimento dos alunos na resolução de desafios do quotidiano, nos quais tiveram de refletir, antecipar e atuar de modo responsável, para além de ter promovido o relacionamento interpessoal.

PALAVRAS-CHAVE: Interdisciplinaridade, 1.º Ciclo do Ensino Básico, Trabalho por Projeto, Educação Financeira

1. INTRODUÇÃO

No 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), espera-se, em particular, que o ensino da Matemática se dirija para aprendizagens pertinentes e consistentes, de forma que os alunos reconheçam que esta está presente em vários contextos do seu quotidiano (ME, 2021). Entre os vários domínios da Estratégia Nacional da Educação para a Cidadania (ENEC), a Matemática destaca-se, em particular, na Educação Financeira (EF), na Educação para o Consumo e na Educação para o Empreendedorismo, tendo como documentos de referência, respetivamente, o Referencial de Educação Financeira (Dias et al., 2013), o Referencial de Educação do Consumidor (Dias et al., 2019) e o Referencial de Educação para o Empreendedorismo (Figueiredo et al., 2024), apresentando-se como temáticas transversais e transdisciplinares da Educação para a Cidadania.

Os ambientes de aprendizagem devem promover o desenvolvimento de competências que ajudem os alunos a lidar com as mudanças e os desafios emergentes da sociedade (Figueiredo et al., 2024). Neste sentido, além do conhecimento das várias áreas disciplinares, é importante que os alunos desenvolvam e adquiram capacidades e atitudes do domínio geral, de forma integrada e transversal. De acordo com o Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO), o aluno, enquanto cidadão, deve estar dotado de várias literacias que lhe possibilitem analisar e questionar de forma crítica a realidade e tomar decisões fundamentadas no seu quotidiano (ME, 2017). Assim, a articulação entre a EF e a Matemática, poderão trazer benefícios às aprendizagens das crianças, estando a EF englobada na Educação para a Cidadania (Domingos & Santiago, 2017).

Durante a realização do estágio pedagógico integrado na unidade curricular de Prática Supervisionada II, do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB, a professora estagiária, e investigadora, acompanhou uma turma do 4.º ano de escolaridade, do 1.º CEB, que manifestou interesse em realizar uma visita de estudo. No entanto, para fazer face ao reduzido orçamento da escola, considerou-se oportuno desenvolver um projeto interdisciplinar, envolvendo os alunos, que articulasse diversas competências assentes no PASEO), nomeadamente, a resolução de problemas do quotidiano, através de conhecimentos matemáticos, e o desenvolvimento dos pensamentos crítico e criativo, num contexto integrando a Educação Financeira, a Educação para o Consumo e a Educação para o Empreendedorismo. Neste sentido, o projeto referido motivou o seguinte problema de investigação: *De que forma um projeto interdisciplinar, envolvendo a Educação Financeira, a Educação para o Consumo e a Educação para o Empreendedorismo, pode contribuir para o desenvolvimento/aplicação de aprendizagens e competências múltiplas, em particular no domínio da Matemática?*. Para dar resposta ao problema definido, foi desenvolvido um estudo de caso, de natureza qualitativa (Amado, 2014), e de cariz descritivo e interpretativo (Merriam, 2002).

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

O contexto escolar é eleito como um espaço onde se deve promover o desenvolvimento de uma cidadania ativa (Fonseca et al., 2015). Sendo a EF um tema transversal e transdisciplinar da Educação para a Cidadania, a sua implementação no

contexto escolar coloca em questão a perspetiva a adotar na sua abordagem (Dias et al., 2013). Os projetos de empreendedorismo podem proporcionar oportunidades para abordar a EF. Estes projetos desenvolvem competências empreendedoras, inclusive, capacidades (trabalho em equipa, comunicação) e atitudes (motivação, iniciativa), integrando a Educação para a Cidadania (Fonseca et al., 2015).

2.1 Fundamentação teórica

O mundo atual enfrenta um conjunto de problemas globais, relacionados com as alterações climáticas, as guerras, os extremismos, as desigualdades no acesso aos bens e direitos fundamentais, entre outros, sendo cada vez mais pertinente desenvolver nos cidadãos do futuro aprendizagens com impacto tridimensional, isto é, na atitude cívica individual, no relacionamento interpessoal e no relacionamento social e intercultural (Monteiro et al., 2016).

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) considera como basilares na Educação as “competências transformadoras”, definindo-as como os tipos de conhecimentos, aptidões, atitudes e valores que os alunos necessitam para transformar a sociedade e moldar o futuro para uma vida melhor (OCDE, 2019). Também as orientações curriculares recomendam o reforço da Educação para a Cidadania desde a Educação Pré-Escolar até ao Ensino Secundário. Neste sentido, a Direção-Geral da Educação, em colaboração com várias entidades parceiras públicas e da sociedade civil, tem produzido documentos que se constituem como referenciais na abordagem dos diferentes domínios de Cidadania, como o Referencial de Educação Financeira (Dias et al., 2013), o Referencial de Educação para o Empreendedorismo (Figueiredo et al., 2024), entre outros.

2.1.1 Educação Financeira escolar

Seguindo a tendência da OCDE, em 2013 surgiu em Portugal o Referencial de Educação Financeira (REF), construído entre duas entidades, Plano Nacional de Formação Financeira e o Ministério da Educação e Ciência, que constitui a Educação para a Cidadania. O referencial é um instrumento de apoio dirigido aos contextos de Educação Pré-Escolar, Ensinos Básico e Secundário e Formação de Adultos (Dias et al., 2013). Posteriormente, decorreram um conjunto de cursos de formação dirigidos a professores e foram publicados os Cadernos de Educação Financeira, dirigidos aos diferentes níveis de ensino, tendo sido a primeira publicação dirigida ao 1.º CEB. Seguiu-se, em 2019, a publicação do Referencial de Educação para o Consumidor, com o objetivo de auxiliar os alunos e professores no desenvolvimento de consumidores mais sustentáveis, responsáveis e protegidos, capazes de tomar decisões conscientes e informadas que contribuam para o seu bem-estar (Dias et al., 2019).

As crianças passam por diferentes “fases financeiras” de desenvolvimento infantil (Lobo, s.d.), começando, entre os 7/12 anos, a observar o mundo que as rodeia com maior profundidade e a adquirir a capacidade de realizar operações mentais em várias situações. Neste estágio, há um desenvolvimento das competências matemáticas que auxiliam a compreensão dos conceitos de Educação Financeira (Ferreira, 2015). Por este motivo, no 1.º CEB os alunos começam a aprender a diferença entre necessidade e desejo de consumo, passando a reconhecer o que é a compra por impulso e porque não deve ocorrer (Dias et al., 2013; Lobo, s.d.). O conhecimento do sistema monetário português, a compreensão das funções de um banco, assim como as razões que levam

as pessoas a pedir empréstimos, são noções presentes no REF e que também devem ser alcançadas pelas crianças no decorrer do 1.º CEB (Dias et al., 2013; Lobo, s.d.).

2.1.2 Educação para o Empreendedorismo

A Educação para o Empreendedorismo envolve na educação e formação a intencionalidade de despoletar o desenvolvimento de competências e comportamentos empreendedores (Comissão Europeia, 2012), assumindo-se, assim, como mobilizadora de saberes transversais e competências elementares da Educação para a Cidadania e do PASEO (Bogard, 1997).

Nesta linha, o Ministério da Educação, têm vindo a desenvolver recursos, tendo, em 2006, surgido o Guião de Educação para o Empreendedorismo, da Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) que integra a coleção Educação para a Cidadania (Alves, 2015; ME, 2006). Este guião é direcionado para os professores e inclui algumas propostas que podem ser realizadas com os alunos (Alves, 2015). Também da autoria da DGIDC, em 2007, surgiu o guião Promoção do Empreendedorismo na Escola, com intuito de convidar as escolas a promover nos alunos o desenvolvimento de competências chave para que se apropriem do espírito empreendedor (Alves, 2015; Pereira et al., 2007).

A escola destaca-se como um contexto no qual é possível promover o desenvolvimento de capacidades empreendedoras (Pereira et al., 2007). Contudo, nem todos os alunos se tornam cidadãos empreendedores, apesar da Educação para o Empreendedorismo oferecer as bases necessárias para que os alunos se tornem empreendedores, não os torna empreendedores (Mendes, 2007). Para que os alunos se tornem empreendedores, é necessário oferecer ambientes de aprendizagem onde sejam estimulados a escolher, debater e enfrentar desafios, desenvolvendo *soft skills* (Rodrigues, 2016)

2.1.3 Conexões Matemáticas

A compreensão de conceitos matemáticos abstratos e a sua aplicação, é auxiliada pelo estabelecimento de conexões entre a Matemática e outros domínios do saber. A aplicação de ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos, promove o estabelecimento de conexões externas à Matemática. Por outro lado, o reconhecimento e estabelecimento de conexões, entre ideias matemáticas de diferentes temas, favorece a compreensão desta área enquanto uma disciplina articulada. Apesar das conexões (internas e externas) terem sido destacadas recentemente nas Aprendizagens Essenciais de Matemática (ME, 2021), estas são valorizadas há muito tempo nas práticas de ensino e de aprendizagem da Matemática (Ponte, 2010), tendo o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) tido um papel decisivo no destaque que lhes foi dado, ao eleger as conexões como competências matemáticas importantes a serem desenvolvidas em qualquer idade (NCTM, 2000). As conexões internas visam ampliar a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos nelas envolvidas e, conseqüentemente, estabelecer relações com os diferentes temas da Matemática (ME, 2021). As conexões externas, por sua vez, envolvem diferentes áreas do conhecimento, inclusive, as Artes, Ciências ou as Humanidades e estão relacionadas com contextos do quotidiano (ME, 2021). Estas permitem abordar determinado conteúdo articulado com outras áreas, com recurso a situações reais e

concretas dos alunos e, por isso, torna os conteúdos menos abstratos (Jacinto & Pires, 2019)

Estabelecer conexões entre a Matemática e outros domínios do conhecimento, ou na própria Matemática, é um processo cognitivo que requer reconhecimento e estabelecimento de ligações que implicam ideias matemáticas (Businskas, 2008). A abordagem das conexões, sejam externas ou internas, requerem intencionalidade e trabalho sistemático por parte do professor (Jacinto & Pires, 2019).

2.1.4 Metodologia de Trabalho por Projeto

A Metodologia de Trabalho de Projeto (MTP), apesar de poder ser aplicada em qualquer nível educativo, tem especial incidência na Educação Pré-Escolar e no 1.º CEB. Esta metodologia tem uma abordagem pedagógica centrada nos problemas reais, que surgem de acordo com os interesses das crianças (Leite et al., 1989; Vasconcelos et al., 2012). Trata-se, portanto, de uma metodologia que envolve pesquisa no terreno, tempos de planificação e intervenção, de forma a dar resposta às questões das crianças (Leite et al., 1989).

A MTP coloca o aluno no centro da aprendizagem, ou seja, este é um investigador e um criador ativo de saberes (Vasconcelos, 2011). Durante o processo de aprendizagem é priorizado o desenvolvimento de competências como, por exemplo, o espírito crítico e analítico, o saber questionar, o trabalhar em grupo e a tomada de decisões (Katz & Chard, 2009). Assim, esta metodologia vem romper com o ensino tradicional, onde o professor assume um papel transmissivo, as aulas são lineares e o ritmo e direção são delineados pelo professor (Oliveira & Moura, 2005). De acordo com Vasconcelos et al. (2012), existem quatro fases do trabalho de projeto: Fase I – Definição do problema; Fase II - Planificação e desenvolvimento do trabalho; Fase III – Execução; Fase IV – Divulgação/Avaliação. Estas fases não devem ser estanques, ou seja, devem interligar-se entre si (Espada, 2015).

2.2 Contexto do estudo

O presente estudo realizou-se no ano letivo 2023/2024, com os alunos de uma turma do 4.º ano, do 1.º CEB, de uma escola localizada na periferia de Coimbra. A turma era constituída por 24 alunos, 10 do sexo feminino e 14 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os nove e dez anos. A turma possuía um aluno sinalizado pelo Decreto-Lei n.º 54/2018.

Para este estudo, os 24 alunos foram agrupados em 5 grupos. Os grupos já estavam previamente definidos pela professora titular, de acordo com os seus níveis de aprendizagem e relações pessoais e interpessoais. Todavia, foi necessário fazer alguns reajustes. Estes reajustes deveram-se à dificuldade que a turma revelava quanto ao relacionamento interpessoal, já que em momentos anteriores tinham sido identificadas adversidades na comunicação e colaboração entre os alunos quando estavam em pequenos grupos.

2.3 Metodologia do estudo

Este estudo teve como finalidade responder à questão: *De que forma um projeto interdisciplinar, envolvendo a Educação Financeira, a Educação para o Consumo e a Educação para o Empreendedorismo, pode contribuir para o desenvolvimento/aplicação de aprendizagens e competências múltiplas, em particular no domínio da Matemática?*

Para responder ao problema que norteou o estudo, foram considerados os seguintes objetivos: conceber, implementar e avaliar um trabalho por projeto interdisciplinar envolvendo o planejamento, a elaboração de um orçamento, identificando e apurando o saldo para a realização de uma visita de estudo; identificar aprendizagens e competências múltiplas desenvolvidas durante a concretização do projeto, em particular, do domínio da Matemática.

O trabalho desenvolvido consiste num estudo de caso, de natureza qualitativa (Amado, 2014), e de cariz descritivo e interpretativo (Merriam, 2002), constituindo a unidade em estudo a turma do 4.º ano de escolaridade, do 1.º CEB, que estava a ser acompanhada pela professora estagiária no âmbito da realização de um estágio pedagógico. A recolha de dados foi realizada recorrendo à observação participante, folhas de exploração, fotografias, áudios e notas de campo. A análise dos dados foi sustentada em documentos de referência, entre os quais, o PASEO, as Aprendizagens Essenciais de Matemática, o Referencial de Educação para a Cidadania, o Referencial de Educação para o Empreendedorismo, o Referencial de Educação para o Consumidor e o Referencial de Educação Financeira. As transcrições das sessões e as tarefas foram analisadas considerando os objetivos de cada documento.

3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA E SUA IMPLEMENTAÇÃO

O projeto descrito neste trabalho surgiu do interesse apresentado por parte da turma em realizar uma visita de estudo. Deste modo, foram desenvolvidas setes sessões, com vista a desenvolver um projeto de Cidadania e a promover a aplicação e aquisição de conhecimento matemáticos e o desenvolvimento da EF. Tendo em conta que a prática implementada foi um projeto, este decorreu desde fevereiro até abril. Todas as sessões ocorreram em sala de aula, à exceção de uma que ocorreu no espaço exterior da escola, num contexto não formal.

As sessões integraram um conjunto de tarefas interdisciplinares, que além de envolverem a Matemática, também envolveram a área do Português, TIC e Cidadania e Desenvolvimento.

A metodologia de Chen e Ling (2013) influenciou a organização das sessões, que assentaram em três fases: planear, implementar, avaliar e refletir. Na fase planear, foi escolhido o contexto para a concretização do projeto, neste caso, a preparação de uma visita de estudo. Na fase implementar, o projeto começou a implementado seguindo as fases do Trabalho por Projeto. Na fase de definição do problema, foram definidas as questões e objetivos do mesmo. Na fase de planificação e desenvolvimento do trabalho, foram discutidas as ideias iniciais, inclusive, de que forma os alunos poderiam angariar dinheiro. Ainda nesta fase, foram definidos cinco possíveis locais a visitar e foram realizados e discutidos os primeiros orçamentos. Na fase de execução, foram eleitas e executadas as ideias mais rentáveis, nomeadamente, a venda de rifas e a realização de uma feira. Esta fase envolveu a realização de um modelo de rifas e a confeção e embalamento dos produtos para vender na feira. Após a sua execução, foi analisado o lucro obtido com as rifas e com a feira e, conseqüentemente, foram analisados os orçamentos realizados, de forma que os alunos pudessem perceber se o saldo seria positivo ou negativo. A fase de divulgação incidiu na venda das rifas e na montagem da banca da feira (realizada em articulação com a Comissão de Pais). A fase da avaliação

consistiu na elaboração de um texto, onde os alunos contemplaram um momento que tivessem gostado durante o projeto e o que aprenderam no decorrer do mesmo. Por fim, na fase avaliar e refletir, os dados recolhidos durante as sessões foram analisados, interpretados e avaliados.

Durante as diferentes fases do projeto os alunos tiveram oportunidade de utilizar diferentes tipos de ferramentas, inclusive, analógicas e digitais, nomeadamente o *mindmeister*, o *canva*, entre outros.

4. AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PRÁTICA E PRINCIPAIS RESULTADOS

A análise dos dados foi auxiliada por vários documentos de referência, entre os quais, o PASEO, as Aprendizagens Essenciais de Matemática, o Referencial de Educação para a Cidadania, o Referencial de Educação para o Empreendedorismo, o Referencial de Educação para o Consumidor e o Referencial de Educação Financeira. Na análise que se segue, são destacadas aprendizagens e competências desenvolvidas no âmbito de cada referencial referido.

4.1 Competências do PASEO

Relativamente ao PASEO, ao longo do projeto é evidente o desenvolvimento dos pensamentos crítico e criativo, nomeadamente, na escolha dos possíveis locais a visitar e na aceitação ou rejeição de ideias referentes à angariação de dinheiro. Por exemplo, pedir dinheiro ao banco implicaria o pagamento de juros, assim essa ideia foi rejeitada, o mesmo aconteceu com a compra e venda de roupa, uma vez que envolveria despesas, como se pode verificar através do seguinte diálogo:

Excerto 1

PE: *Têm alguma sugestão do que podemos fazer para tentar arranjar dinheiro?*

J: *Podemos ir pedir dinheiro ao banco.*

D: *Mas se formos pedir 50 euros ao banco, temos de dar sempre dinheiro ao banco. (...)*

J: *Tenho uma ideia! Podemos comprar roupa e vender.*

P: *Isso não, porque se vamos ter de comprar para depois vender, não vamos ter muito lucro.*

J: *Isso depende do valor que fosse cada peça.*

F: *Mas o nosso objetivo é não termos despesas e assim iríamos ter.*

PG: *Eu tenho uma ideia, podíamos ter doces, numa feira.*

G: *Mas nós não temos doces.*

PE: *Nós não temos doces, mas podemos passar a ter.*

P: *Podemos comprar.*

PE: *Comprar?*

L: *Podemos fazer.*

J: *Mas para fazer, temos de ter as coisas.*

C: *Podemos pedir e assim não gastamos dinheiro.*

No decorrer do projeto, foram vários os momentos que requereram trabalho colaborativo e cooperativo, visto que quase todas as sessões envolveram a organização da turma por grupos. Salienta-se a sessão que envolveu a confeção e embalamento dos produtos a vender na feira. Nesta sessão, todos os alunos estavam envolvidos com o mesmo objetivo: confeccionar as bolachas e doces (figura 1), embalar os respetivos produtos (figura 2) e pintar as caixas para a banca.

Figura 1

Alunos a confeccionar as bolachas



Figura 2

Alunos a embalar as bolachas



4.2 Competências matemáticas

No que diz respeito às competências matemáticas, são evidentes conteúdos do tema Dados, visto que os alunos tiveram de formular questões estatísticas, recolher dados, registar e organizá-los, de forma a eleger os cinco locais mais escolhidos para visitar.

Durante a conceção dos orçamentos, os alunos aplicaram operações aritméticas, como a adição e multiplicação, envolvendo números decimais, e recorreram ao cálculo mental, como se pode verificar no diálogo seguinte e na figura 3.

Excerto 2D: *O bilhete custa 13 euros e meio.*

D: *Então e nós já multiplicámos 13 euros e meio por 24.*

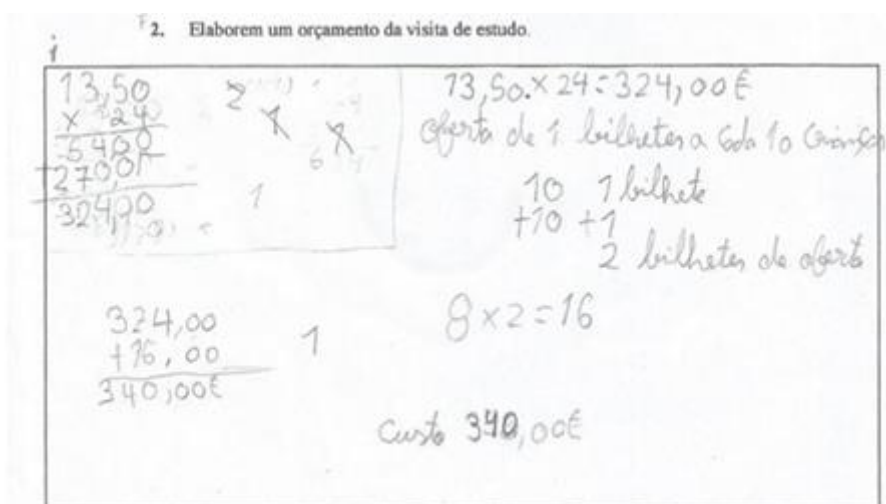
D. F: *Mas aqui diz que oferecem um bilhete a cada 10 crianças.*

V: Então, temos de fazer contas.

D: Nós somos 24, ou seja, 10 mais 10, é 20. Como a cada dez bilhetes temos a oferta de 1, vamos ter a oferta de dois bilhetes (aluno escreve essa informação na folha).

Figura 3

Orçamento da Kidzania



Durante a confeção dos doces e das bolachas, os alunos realizaram medições de grandezas usando unidades de medidas convencionais (figura 4) e estabelecendo relações entre elas, nomeadamente na medição da massa, tendo relacionado o quilograma com o grama, tal como é evidenciado no Excerto 3. Também é evidente as conexões externas, visto que a matemática esteve envolvida num contexto real e articulada com outros domínios do saber.

Excerto 3

G: Eu vou pesar a farinha.

R: Aqui está a dizer que tens de pesar 250 gramas de farinha.

D: Onde é que está aqui na balança 250 gramas?

G: É melhor chamar a PE. PE, podes vir aqui?

PE: Digam! Estão com alguma dúvida?

D: Não sabemos onde está na balança 250 gramas.

PE: Primeiro, digam-me o que são as gramas e o quilograma.

R: Eu acho que são medidas de...

D: Massa.

PE: *Sim, são unidades de medida de massa. Observem os traços maiores, a balança anda de quanto em quanto? Aqui* (aponta para o traço maior da balança) *corresponde a quê?*

G: *Um quilograma.*

PE: *E aqui?* (Aponta para o traço seguinte.)

D: *Dois quilogramas. Anda de quilo em quilo.*

PE: *E aqui* (aponta para o traço entre 0kg e 1kg), *quanto será?*

R: *Aí vai ser metade... vai ser meio quilo.*

PE: *Meio quilo, corresponde a quantas gramas?*

D: *A 500 gramas.*

PE: *E quanto é metade de 500 gramas?*

D: *Metade é... é 250 gramas.*

PE: *Então, têm aí a resposta à vossa dúvida.*

G: *É aqui!* (Aponta para o traço correspondente a 250 gramas.)

D: *Então, 125 gramas, é metade de 250 gramas. Por isso, 125 gramas é aqui!* (Aponta para o traço correspondente a 125 gramas.)

Figura 4

Alunos a medirem a farinha



4.3 Competências da Educação para a Cidadania

No que diz respeito à Educação para a Cidadania, é evidente o desenvolvimento de conhecimentos relacionados com a Educação Financeira, a Educação para o Empreendedorismo e a Educação para o Consumidor. Foram várias as aprendizagens manifestadas no âmbito da Educação Financeira, nomeadamente, a aquisição de conceitos como lucro, receitas e despesas. No Excerto 4, é evidente a aquisição desses conceitos durante a realização da tabela para o registo da venda de rifas.

Excerto 4

PE: *Que nome poderemos dar nós a esse dinheiro que vamos ganhar?*

D: *Eu já falei sobre isso com o meu pai. Acho que é o... Lucro!*

PE: *Consegues explicar o que é o lucro?*

D: *Por exemplo, se nós gastarmos dinheiro a fazer as rifas e depois as vendermos, vai ser o dinheiro que vamos receber.*

PE: *Ok. O dinheiro que vamos receber depois de vermos quanto dinheiro foi gasto, ou seja, irá ser o dinheiro que tivermos a mais. Neste caso, será tudo lucro, porque não vamos gastar dinheiro.*

T: *Ah... já percebi.*

PE: *Então e se eventualmente gastássemos dinheiro nas rifas, que nome poderíamos dar a esse dinheiro gasto?*

P: *Eu acho que são as despesas...*

T: *Então, as despesas é o dinheiro que gastamos?*

PE: *Exatamente. Lá em casa os vossos pais não costumam ir às compras ou, por exemplo, pagar renda, nalguns casos? Isso são as despesas. (...)*

PE: *Não sei se algum de vocês tem alguma mesada. Que nome se dá a esse dinheiro?*

D: *Não sei...*

PE: *Ou, por exemplo, ao ordenado...Sabem o que é um ordenado?*

C: *Sim, é o dinheiro que os meus pais recebem ao fim do mês por terem trabalhado.*

PE: *Exatamente. E sabem como se chama esse dinheiro que vocês recebem de mesada ou que os vocês pais recebem de ordenado? (...)*

PE: *Isso são os rendimentos, ou seja, as receitas.*

A venda dos produtos confeccionados, permitiu às crianças o contacto com dinheiro, ainda que sob orientação e observação de um adulto, neste caso, da Comissão de Pais. Através desta experiência as crianças compreenderam a importância de notas e moedas para adquirir bens, como meio de pagamento (figura 5). Além disto, tiveram de dar informações ao comprador sobre os produtos, por exemplo, o preço e suas características.

Figura 5

Alunos a efetuarem os trocos



A realização das etiquetas para colocar nas embalagens das bolachas e dos doces que seriam vendidos na feira, promoveu a relação da publicidade e do marketing com o consumo. Além dos alunos estarem a criar uma forma de publicitar os produtos, também perceberam que estas fomentam atitudes e comportamentos da parte dos potenciais compradores. O mesmo aconteceu com os valores de venda dos frascos de doce (pequenos e grandes), isto é, a diferença entre os valores teve como intenção estimular a aquisição dos frascos grandes em detrimento dos pequenos, uma vez que, em termos económicos (relação entre preço e quantidade) compensava o frasco maior, como mostra o Excerto 5.

Excerto 5

P: *Vou ao site do Continente.* (...)

P: *Está aqui um de abóbora que só custa 1 euro e 79 cêntimos. E o de morango custa 1 euro e 49 cêntimos.*

M: *São frascos grandes ou pequenos?*

P: *São de 375 gramas.*

M: *Não são muito grandes. Se calhar o pequeno pode ser 2 euros, porque também temos de ganhar algum dinheiro.*

P: *E o grande? 4 euros?*

F: *Pode ser a 3 euros e meio.*

M: *Assim, vai haver pouca diferença do pequeno para o grande.*

P: *Até tem alguma lógica, as pessoas vão preferir comprar o grande porque compensa mais e ganhamos mais dinheiro. Fazemos mais grandes do que pequenos.*

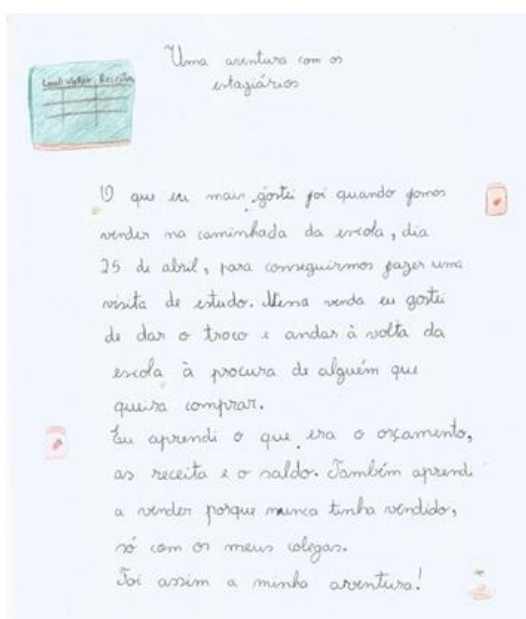
M: Ficam os dois doces a custar o mesmo?

B: Eu acho que podem ficar.

No final do projeto, os alunos mostraram ainda capacidade para se autoavaliarem. De uma forma geral, os alunos evidenciaram que aprenderam como se realiza um orçamento, assim como outros conceitos envolvidos, por exemplo, as receitas, o saldo e as despesas (figuras 40 e 41). Um número elevado de alunos mencionou que a participação na feira foi um dos momentos que mais gostaram (figura 6).

Figura 6

Avaliação formativa realizada por um aluno



O contexto da investigação foi motivado por um interesse dos alunos, realizar uma visita de estudo, tendo conduzido ao desenvolvimento de um projeto. O projeto proposto, orientado pela metodologia de trabalho por projeto, teve como premissas educar para a cidadania, fomentar metodologias ativas e desenvolver múltiplas competências dos domínios cognitivo, social e emocional.

Da análise dos resultados, constata-se que o projeto interdisciplinar contribuiu para a participação ativa dos alunos durante todo o processo. De facto, os alunos foram participantes ativos durante o decorrer do projeto, desde a escolha do local a visitar, à organização de toda a logística que uma visita de estudo requer. Durante todo o processo, foram surgindo questões (qual o local a visitar?; que quantia de dinheiro será necessária?; como angariar esse dinheiro?; quais os procedimentos para realizar uma visita de estudo?; o que é um orçamento?) que exigiram por parte dos alunos a procura de estratégias e soluções. Na procura destas estratégias e soluções, são evidentes as competências envolvidas e desenvolvidas, nomeadamente: o pensamento crítico e o pensamento criativo, visto que os alunos tiveram de sugerir ideias e soluções, de forma imaginativa e criativa (por exemplo, nas possibilidades de angariação de dinheiro e no envolvimento da comunidade/Pais); os saberes científico, técnico e tecnológico, uma vez que os alunos recorreram à tecnologia em diversas situações (na realização dos

mapas conceituais, na procura de informações sobre os possíveis locais a visitar e na realização das etiquetas dos produtos confeccionados).

Entre as várias áreas envolvidas no projeto, a Matemática assumiu especial destaque na modelação ou resolução de vários problemas, permitindo aos alunos reconhecer a presença e utilidade da Matemática na tomada de decisões do seu quotidiano (Attard, 2016). Foram evidentes as aprendizagens e competências desenvolvidas na área da Matemática, nomeadamente, a realização de algoritmos da multiplicação com números decimais. Tornou-se igualmente evidente que a realização dos orçamentos, possibilitou a aquisição de novas aprendizagens referentes à sua conceção e importância no quotidiano e, conseqüentemente, a aquisição de novos conceitos, como saldo, receitas e despesas.

REFERÊNCIAS

- Alves, V. (2015). *Educação para o Empreendedorismo: a ativação criativa no 1.º CEB* [Dissertação de mestrado]. Repositório Institucional da Universidade de Aveiro. <https://ria.ua.pt/handle/10773/16350>
- Amado, J. (Coord.) (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação* (2.ª Ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Attard, C. (2016). *Mathematics + Money = Engagement: Financial Literacy as a Tool to Increase Opportunity and Engagement with Mathematics for Students from Low Socio Economic Areas: Final Report*. <https://doi.org/10.4225/35/576376814fb8f>
- Bogard, G. (1997). Para uma educação socializadora dos adultos (pontos-chave para uma reflexão). In L. Samartino, & M. Torres (Orgs.), *Educação de Adultos* (pp. 93 – 101). Cadernos de Formação.
- Businskas, A. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualise and contend with mathematical connections*. Unpublished doctoral dissertation. Simon Fraser University.
- Comissão Europeia. (2012). *Repensar a educação — Investir nas competências para melhores resultados socioeconómicos*. Parlamento Europeu.
- Dias, A., Oliveira, A., Pereira, C., Abreu, M., Alves, P., Bastos, R., Silva, R., & Narciso, S. (2013). *Referencial de Educação Financeira para a Educação Pré-Escolar, o Ensino Básico, o Ensino Secundário e a Educação e Formação de Adultos*. Ministério da Educação e Ciência. <https://www.dge.mec.pt/referencial-de-educacao-financieir>.
- Dias, A., Santos, F., Figueiredo, I., Santos, J., Carreto, N., Silva, R., Passos, S. (2019). *Referencial de Educação do Consumidor: Educação Pré-Escolar, Ensino Básico e Ensino Secundário*. Ministério da Educação. *Referencial para a Educação do Consumidor | Direção-Geral da Educação*.
- Domingos, D., & Santiago, A. (2017). Conceções e práticas de professores de matemática sobre educação financeira. *Revista De Educação, Ciências E Matemática*, 6(3), 2-18. <https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/4224>
- Espada, C. (2015). *O Trabalho de Projeto no Jardim de Infância* [Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação de Beja]. Repositório do Instituto Politécnico de Beja. <https://repositorio.ipbeja.pt/entities/publication/ba3fc668-bd01-4a2b-865fb07cad78dd27>
- Ferreira, A. (2015). *Educação Financeira e Matemática* [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação e Ciências <https://iconline.iplleiria.pt/handle/10400.8/1585>

- Figueiredo, I., Santos, J., André, T., & Figueiredo, V. (2024). *Referencial de Educação para o Empreendedorismo-Educação Pré-Escolar, Ensino Básico e Ensino Secundário*. Ministério da Educação.
- Fonseca, L., Gonçalves, T., Barbosa, G., Barbosa, A., & Peixoto, A. (2015). Educação Empreendedora: um caminho para a Educação Financeira? In A. Domingos, & A. Santiago, *Atas do 2.º Seminário de Investigação em Educação Financeira Escolar e Educação Matemática*. UIED.
- Jacinto, H., & Pires, M. (2019). Tarefas e recursos para a promoção de conexões matemáticas. In N. Amado, A. P. Canavarro, S. Carreira, R., T. Ferreira, & I. Vale. (Ed.), *Encontro de investigação em educação matemática* (pp. 189-195).
- Katz, L. & Chard, S. (2009). *A Abordagem por Projectos na Educação de Infância*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Leite, E., Malpique, M., & Santos, R. (1989). *Trabalho de Projecto I – Aprendendo por projectos centrados em problemas*. Afrontamento.
- Lobo, A. (s.d.). *O que ensinar às crianças sobre finanças?*. Escola Virtual. <https://www.escolavirtual.pt/Blogue/Artigos/o-que-ensinar-as-criancas-sobre-financas.htm>
- Merriam, S. B. (2002). *Qualitative research and case study applications in education*. Jossey - Bass Publishers.
- Mendes, A. (2007). Apontamentos sobre a educação para o empreendedorismo em Portugal. *Revista portuguesa de pedagogia*, 41, 285-298. https://dl.uc.pt/bitstream/10316.2/4623/1/18_apontamentos_sobre_a_educacao_para_o_empreendedorismo_em_portugal.pdf
- Ministério da Educação [ME] (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação.
- Ministério da Educação e Ciência [ME] (2021). *Aprendizagens Essenciais: Matemática*. MEC.
- Monteiro, R., Ucha, L., Alvarez, T., Milagre, C., Neves, J., Silva M., Prazeres, V., Diniz, F., Vieira, C., Gonçalves, L. M., Araújo, H. C., Santos, S. A., & Macedo, E. (2016). *Estratégia nacional de educação para a cidadania*. DGE. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Projetos_Curriculares/Aprendizagens_Essenciais/estrategia_cidadania_original.pdf
- NCTM. (2000). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Associação de Professores de Matemática.
- OECD (2019). *Future of Education and Skills 2030 - Transformative Competencies for 2030*. https://www.sel-gipes.com/uploads/1/2/3/3/12332890/oecd_transformative_competencies_for_2030_concept_note.pdf
- Oliveira, C., & Moura, G. (2005). Projeto Trilhos Marinhos – uma abordagem de ambientes não-formais de aprendizagem através da Metodologia de Projetos. *Revista Educação e Tecnologia*, 10 (2), 46-51.
- Pereira, M., Ferreira, J. & Figueiredo, I. (2007). *Guião Promoção do Empreendedorismo na Escola*. Ministério da https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/guiao_pdf.pdf
- Ponte, J. (2010). Conexões no programa de matemática do ensino básico. *Educação e Matemática*, 110, 3-6. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1894>
- Rodrigues, D. (2016). *Educação para o Empreendedorismo - Uma abordagem educativa no 1.º CEB* [Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. <http://repositorio.ipv.pt/handle/20.500.11960/1624?locale=pt>
- Vasconcelos, T. (2011). Trabalho de Projeto como "Pedagogia de Fronteira". *Da Investigação às Práticas*, 1 (3), 8-20.
- Vasconcelos, T. (coord.), Rocha, C., Loureiro, C., Castro, J., Menau, J., Sousa, O., Hortas, M., Ramos, M., Ferreira, N., Melo, N., Rodrigues, P., Mil-Homens, P., Fernandes, S., & Alves, S. (2012). *Trabalho por Projectos na Educação de Infância: Mapear Aprendizagens, Integrar*

Metodologias. Ministério da Educação e Ciência/Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/EInfancia/documentos/trabalho_porr_projetor_r.pdf

PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO COM O ROBÔ SUPERDOC: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL E DA ORIENTAÇÃO ESPACIAL

Beatriz Raposo¹, Rita Pértiga¹, José Sacramento^{1,2}, Ana Patrícia Vidal³, Rita Neves Rodrigues^{1,4,5}, Fernando Martins^{1,2,6,7,8}

¹Instituto Politécnico de Coimbra, Escola Superior de Educação de Coimbra, Coimbra, Portugal

² NIEFI – Núcleo de Investigação em Educação, Formação e Intervenção, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

³ Centro Escolar Solum Sul, Agrupamento de Escolas Eugénio de Castro, Coimbra, Portugal

⁴ Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal

⁵ Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal

⁶ inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Portugal

⁷Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Covilhã, Portugal

⁸SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, Portugal

biaraposo01@gmail.com, rita.pertiga@gmail.com, jose@esec.pt,
anapatricia.vidal@aeuegeniodecastro.pt, ritanevesrodrigues@hotmail.com,
fmlmartins@esec.pt

RESUMO

As práticas de ensino têm vindo a sofrer alterações ao longo do tempo, tanto socialmente, como ao nível do currículo e metodologias pedagógicas adotadas. Neste sentido, as Práticas de Ensino Exploratório (PEE) promovem a aprendizagem dos alunos por meio da realização de tarefas matemáticas, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades matemáticas, bem como, para a compreensão de conceitos matemáticos. Este artigo tem por base uma PEE cujo objetivo foi promover o desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC) através da aprendizagem de conceitos de Orientação Espacial com recurso à robótica educativa. A PEE foi implementada numa turma de 20 alunos do 1.º ano de escolaridade. Os alunos, organizados em 5 grupos de 4 elementos, realizaram uma folha de exploração usando o robô *SuperDoc* como mediador epistémico. Como principal resultado destaca-se que a orquestração da robótica educativa com PEE, contribuiu para a compreensão de conceitos de orientação espacial e para o desenvolvimento do PC nos alunos. Em particular a construção e o registo do percurso a realizar com robô *SuperDoc* foi determinante para a compreensão dos conceitos de “esquerda” e “direita” e para o desenvolvimento de dimensões de PC, com destaque para a algoritmia e a depuração. Acrescenta-se que as professoras estagiárias manifestaram algumas dificuldades na gestão da prática de Ensino Exploratório (EE), nomeadamente na mediação dos alunos na fase de discussão da tarefa e na gestão do tempo desta fase.

PALAVRAS-CHAVE: *SuperDoc*, Pensamento Computacional, Práticas de Ensino Exploratório, Robótica Educativa

1. INTRODUÇÃO

O Pensamento Computacional (PC) tem-se tornado cada vez mais proeminente e significativo nas pesquisas voltadas para a educação (Gao & Hew, 2022), sendo Papert (1980), dentro da comunidade científica, o pioneiro deste tema. No entanto, somente mais tarde, Wing (2006) impulsionou a integração desta capacidade matemática no ensino (Grover & Pea, 2013). O PC é uma competência fundamental a ser adquirida, sendo a sua importância equiparada à leitura e à escrita (Wing, 2006), pois é considerada como um conjunto de competências essenciais para a resolução de problemas (Ausiku & Matthee, 2021). Sendo um tema emergente no ensino global, o PC integra as Aprendizagens Essenciais (AE) do plano curricular de Matemática, desde o ano letivo 2022/2023, sendo o primeiro ano em que este tema é desenvolvido no sistema educativo em Portugal (Canavarro, et al., 2021).

Neste contexto, o presente artigo descreve uma prática educativa implementada por professoras estagiárias, tendo por base PEE. A implementação decorreu numa turma de 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, composta por alunos com idades compreendidas entre os seis e sete anos, numa escola pública de uma cidade localizada na zona Centro de Portugal continental. O presente estudo foi desenvolvido no âmbito da prática de ensino supervisionada de um curso superior de formação de professores, em Portugal. Esta prática educativa enquadra-se nos objetivos definidos no quadro normativo que regula a habilitação profissional para a docência em Portugal, a qual exige a realização de um estágio profissional (Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio). Durante o período de estágio, foi identificado que a turma apresentava dificuldades na compreensão de conceitos relacionados com o tema matemático Orientação Espacial (OE), em particular os conceitos de “esquerda” e “direita”. Desta forma, o principal objetivo da prática educativa passou por promover o desenvolvimento do PC, através da aprendizagem de conceitos de OE com recurso à Robótica Educativa (RE).

As PEE incentivam a aprendizagem dos alunos por meio da participação em atividades matemáticas exigentes (Ponte, 2005). As mesmas são, posteriormente, debatidas e organizadas em grupo, contribuindo para o desenvolvimento de competências amplas, como a comunicação matemática, a capacidade de resolução de problemas e o aprimoramento do raciocínio lógico-matemático (Canavarro, 2011). Assim, procurou-se compreender de que forma a utilização da RE, aliada a um ambiente de PEE, poderia contribuir para superar as dificuldades relacionadas com os conceitos de OE dos alunos do 1.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo de Ensino Básico.

A prática educativa foi realizada numa única sessão, planificada segundo as quatro fases da PEE (Canavarro, 2011) e integrando a utilização de tecnologias. Durante a sessão, os alunos trabalharam em grupos, em tarefas relacionadas com o tema matemático Geometria e Medida – OE, com o objetivo de desenvolver o PC, com recurso à RE.

Adicionalmente, esta prática educativa constitui um exemplo prático de como promover o PC nos alunos através de PEE. Através desta prática de ensino, os alunos desenvolveram o seu próprio conhecimento de forma ativa, autónoma e significativa, ultrapassando as suas dificuldades. O trabalho em grupo promoveu a colaboração e gestão dos alunos, através das discussões e partilha de ideias.

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1. Pensamento Computacional

O conceito de PC não reúne consenso entre a comunidade científica, sendo possível encontrar múltiplas definições quer desta competência, quer das dimensões que a constituem (Rodrigues et al., 2022). O PC pode ser entendido como uma competência que envolve o desenvolvimento de capacidades fundamentais para a resolução de problemas (Ausiku & Matthee, 2021). Embora o PC seja, frequentemente, associado à utilização de tecnologias, a sua designação decorre do facto de as suas dimensões assentarem nos processos de computação, sendo este definido por Wing (2006) como um conjunto de processos mentais envolvidos na identificação de problemas e na conceção de soluções. Através de Rodrigues et al. (2025), é perceptível que o PC se tem tornado cada vez mais proeminente e relevante na investigação educacional.

O termo PC não deve ser confundido com a mera habilidade de utilizar aplicativos em dispositivos eletrónicos ou com um modo de pensar mecanizado que restringe a criatividade da mente humana (Brackman, 2017). Pelo contrário, o PC fomenta o desenvolvimento de ideias, a resolução de problemas, a reflexão, a análise e descrição de soluções para um dado problema, e a construção e desenvolvimento de estratégias de resolução (Azevedo & Maltempi, 2020).

De acordo com Oliveira (2019), o PC é uma atividade que envolve conceção, reflexão, abstração e expressão, destacando-se quatro componentes essenciais: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmia. Loureiro et al. (2020) referem que, embora o PC assuma múltiplas definições, está fortemente associado à resolução de problemas, comparável à resolução de um puzzle, sendo sustentado por princípios como abstração, decomposição, sequenciação, automação, depuração e generalização. Por sua vez, Piedade et al. (2020) identificam diversas competências associadas ao PC, nomeadamente abstração, decomposição, generalização, reconhecimento de padrões, algoritmia, controlo de fluxos e representação de dados.

O PC é uma competência fundamental para a resolução de problemas e foi integrado nos currículos de vários países, incluindo Portugal (Rodrigues et al., 2025), O qual foi, pela primeira vez, integrado nos documentos oficiais orientadores do ensino da Matemática com a publicação das novas AE, em 2021 (ME, 2021). Neste documento, o PC é caracterizado através de cinco dimensões fundamentais: abstração, decomposição, reconhecimento de padrões, algoritmia e depuração (Espadeiro, 2021; ME, 2021; Rodrigues et al. 2022).

A dimensão Abstração é um dos pilares mais importantes do PC, pois simplifica a complexidade, destaca padrões essenciais, permite generalizar soluções, facilita a comunicação e estimula a criatividade (Batista, 2024), selecionando as informações essenciais de um problema, ignorando as restantes (Espadeiro, 2021). Desta forma, esta dimensão possibilita a redução da complexidade de uma tarefa ou problema (Grover & Pea, 2013). A dimensão Decomposição do PC permite a divisão de tarefas ou situações complexas em componentes mais simples (Albuquerque, 2021), reduzindo a sua complexidade e promovendo uma abordagem estruturada para as solucionar (Batista,

2024). Esta dimensão apoia os alunos na resolução de tarefas que, inicialmente, se apresentam como complexas, promovendo a sua subdivisão em tarefas de menor complexidade (Wing, 2006). Quando os alunos identificam similaridades e relações em tarefas já concluídas, e demonstram capacidade para mobilizar este conhecimento na resolução de novas tarefas, estão a desenvolver a dimensão Reconhecimento de Padrões (Lee et al., 2022). Ao decompor um problema complexo, é comum identificar padrões entre os problemas gerados. Essas regularidades ou características comuns possibilitam a resolução de problemas de forma mais rápida e eficiente, utilizando soluções previamente definidas e baseadas em experiências anteriores (Batista, 2024). Esta dimensão, quando desenvolvida, irá originar a dimensão Algoritmia. Os algoritmos desempenham um papel fundamental na resolução organizada de problemas, na automatização de tarefas e no desenvolvimento de soluções otimizadas (Batista, 2024). Esta dimensão possibilita que os alunos desenvolvam um conjunto estruturado de etapas para a resolução de uma tarefa (Voon et al., 2022). Por fim, a dimensão Depuração do PC envolve a identificação e correção de erros, promovendo, assim, ações de testagem, verificação, refinamento e otimização de uma determinada solução (Espadeiro, 2021).

Segundo o ME (2021), estas práticas apresentam-se como uma mais valia, tanto na resolução de tarefas matemáticas, como na forma de ferramenta essencial na resolução de problemas. Assim, e de acordo com Torres e Figueiredo (2021), uma vez que o PC influencia e orienta a forma como interpretamos e interagimos com o mundo, torna-se vital a sua implementação precoce no ambiente escolar.

2.2. Prática de Ensino Exploratório

O EE, também designado por “ensino-aprendizagem exploratório” ou “ensino ativo” (Ponte, 2005) é uma metodologia de ensino onde, segundo o autor, o professor procura deixar os alunos encarregues do trabalho de descoberta e construção do conhecimento. Na abordagem exploratória, o aluno desempenha um papel ativo na construção do conhecimento, promovido pela descoberta ao longo da realização de atividades matemáticas exigentes, que são posteriormente debatidas e organizadas em grupo (Canavarro, 2011). As PEE permitem o desenvolvimento de competências essenciais, como a autonomia e a colaboração entre o grupo (Yelitzka, et al., 2024). Segundo Jesus et al. (2020), os alunos desenvolvem, de forma ativa e autónoma, tarefas desafiadoras em contexto de trabalho colaborativo, sob a monitorização orientadora do professor. O professor atua como orientador do processo, organizando, facilitando e integrando as estratégias apresentadas pelos estudantes. Adicionalmente, é da responsabilidade do professor selecionar e propor tarefas adequadas, bem como acompanhar e mediar o processo de resolução desenvolvido pelos alunos (Ponte et al., 2017).

Num primeiro momento, compete ao professor a seleção de tarefas matemáticas estimulantes que promovam a aprendizagem dos alunos (Canavarro, 2013), sendo que, tal como em todas os métodos de ensino, também a este é exigido uma estrutura base de aula, a qual é apresentada por Canavarro (2011), subdividindo a aula em quatro fases, nomeadamente: (1) Introdução da tarefa – o professor orienta os alunos relativamente à tarefa, assegurando que compreendem de forma clara o objetivo e se sentem incentivados a executá-la; (2) Desenvolvimento da tarefa – o professor apoia os alunos

na realização da tarefa, habitualmente realizada em pequenos grupos, e aproveita este momento da aula para garantir a participação de todos, fazer perguntas, responder com comentários e orientar sem reduzir o nível de exigência da atividade, garantindo que os alunos produzem materiais adequados para a seguinte fase, a discussão; (3) Discussão da tarefa – o professor organiza as apresentações e, durante as mesmas, promove uma discussão ativa, gerindo as intervenções e interações entre os alunos, além de garantir a qualidade matemática dos debates, solicitando explicações e justificações, de modo que a discussão vá além da simples comparação e confronto de resoluções, contribuindo para a aquisição de novas aprendizagens e possibilitando o surgimento de novos conceitos ou procedimentos emergentes; (4) Sistematização das aprendizagens matemáticas – o professor destaca as ideias ou procedimentos matemáticos que surgem a partir da exploração da tarefa.

No estudo de Jesus et al. (2020), a fase de discussão teve como finalidade comparar as diferentes soluções apresentadas pelos alunos e apoiar aqueles com maiores dificuldades na compreensão das tarefas. Neste âmbito, o professor assume o papel de moderador, orientando as intervenções dos estudantes. Na fase de sistematização, procede-se à consolidação dos conteúdos abordados durante a aula.

Seguindo este método, o aluno tem oportunidade de se expressar, apresentar as suas respostas e as estratégias que conduziram ao resultado, defendendo a sua perspetiva perante os colegas. Este processo promove o desenvolvimento de uma atitude crítica sustentada no diálogo e na argumentação, contribuindo para a aquisição de competências amplas, como a comunicação matemática, a capacidade de resolução de problemas e o raciocínio lógico-matemático (Stein et al., 2008; Canavarro, 2011).

3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA E SUA IMPLEMENTAÇÃO

Os dados apresentados são de uso exclusivo e, por isso, foi garantido o anonimato dos alunos. A recolha desses dados ocorreu com o consentimento prévio de todos os Encarregados de Educação, da professora cooperante e do Agrupamento de Escolas. A recolha foi realizada por meio de registos fotográficos e de áudio, das produções escritas dos alunos e das anotações das Professoras Estagiárias (PE). Esta prática foi conduzida de forma colaborativa pelas PE, com o acompanhamento da professora cooperante.

A prática educativa apresentada decorreu em contexto de estágio numa escola pública do distrito de Coimbra, Portugal, numa turma do 1.º ano de escolaridade. A turma era composta por vinte alunos/as, com idades de seis e sete anos, quatro são do sexo feminino e dezasseis do sexo masculino.

Esta prática surgiu no seguimento da identificação de dificuldades no que concerne aos conceitos relacionados com a OE, nomeadamente frente, trás, esquerda, direita, virar à esquerda e virar à direita. De forma a colmatar as dificuldades mencionadas anteriormente, foi desenvolvida uma sessão seguindo PEE, com o objetivo de promover o desenvolvimento das dimensões do PC, através de conceitos do tema Geometria e Medida, integrando a RE. A sessão decorreu em 150 minutos e foi implementada por três professoras estagiárias. Durante a sessão, os alunos foram organizados em cinco grupos, com quatro elementos cada um. Estes grupos foram

previamente definidos pelas PE seguindo a teoria de Vygotsky (Vygotsky, 1998), que sugere agrupá-los de acordo os diferentes níveis de aprendizagem. Deste modo, as PE formaram grupos heterogêneos com base nos níveis de aprendizagem dos alunos, não apenas para facilitar a aprendizagem, mas também para valorizar o papel das relações sociais no desenvolvimento cognitivo. A função do professor será a de “favorecer esta aprendizagem, servindo como mediador” (Rabello & Passos, 2018, p. 5). Como forma de apoiar a aprendizagem dos alunos recorreu-se a uma estratégia de avaliação formativa, de Lopes e Silva (2020).

A planificação da sessão seguiu a organização da PEE de Canavarro et al. (2012), composto por quatro fases: introdução da tarefa (1.ª fase), realização da tarefa (2.ª fase), discussão da tarefa (3.ª fase) e por último, sistematização das aprendizagens matemáticas (4.ª fase).

Na fase da introdução da tarefa, as PE apresentaram as tarefas a serem realizadas e explicaram a metodologia de trabalho adotada, de forma a garantir que os alunos compreendiam o contexto e adquiriam os objetivos propostos. Além disso, foi realizada uma breve revisão dos conceitos relacionados com a OE.

Na segunda fase, dedicada à realização da tarefa, as PE asseguraram o envolvimento ativo dos alunos na realização da tarefa proposta. Durante esse processo, circularam pela sala, observando a manipulação dos robôs por parte dos alunos e, sempre que necessário, esclarecendo dúvidas e orientando para eventuais dificuldades, por meio da colocação de questões orientadoras, formuladas de modo a preservar o desafio cognitivo e a promover a autonomia dos alunos. Durante esta fase de observação, as PE preencheram alguns parâmetros na grelha de avaliação e realizaram notas de campo sobre o progresso do trabalho desenvolvido pelos grupos.

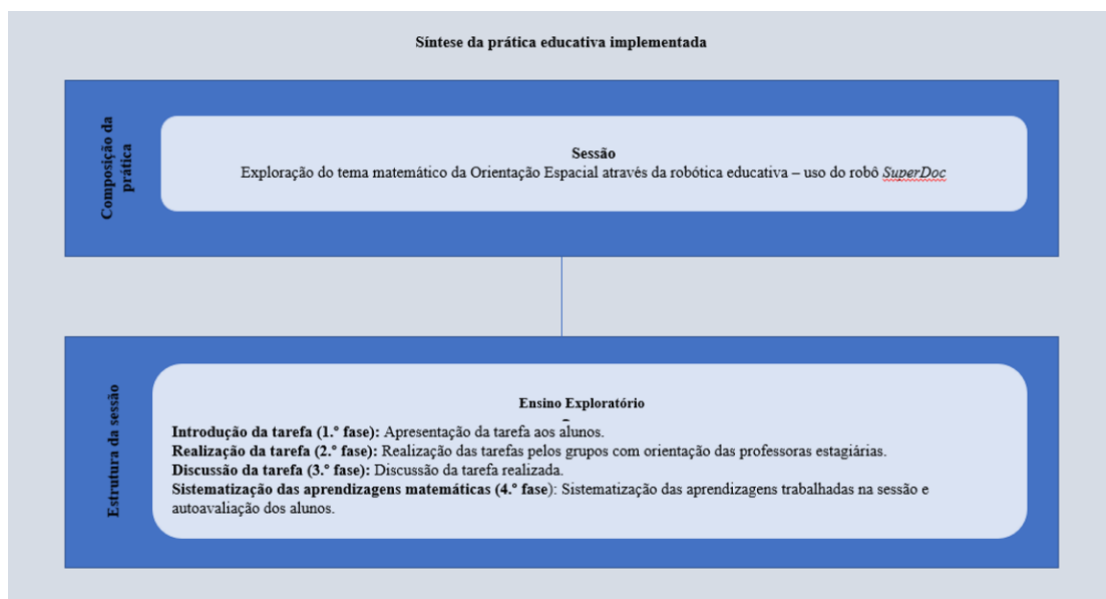
Na terceira fase, realizou-se a correção da tarefa, possibilitando o confronto de ideias entre os vários grupos. Assim sendo, num momento de discussão da tarefa, as PE solicitaram que cada grupo explicasse o percurso realizado e indicasse o número de passos dados até chegar à saída. Desta forma, a discussão teve como foco não apenas a correção das respostas, mas também a possibilidade de confronto de ideias e estratégias dos alunos.

Por último, na fase de sistematização das aprendizagens, as PE recorreram a uma folha de sistematização, com o intuito de consolidar as aprendizagens matemáticas adquiridas durante a folha de exploração. A realização da folha de sistematização foi dinamizada de forma conjunta, com o suporte de um PowerPoint.

O seguinte diagrama (figura 1) apresenta a síntese da prática educativa.

Figura 1

Síntese da prática educativa implementada



3.1. Descrição da Sessão

O objetivo da sessão era colmatar as dificuldades no que concerne aos conceitos relacionados com a OE. Assim, a fase de introdução da tarefa iniciou-se com a apresentação das tarefas a serem realizadas e explicação da metodologia de trabalho adotada. De seguida, foi realizada uma breve revisão dos conceitos relacionados com a OE, através da estratégia do “robô humano”. Neste sentido, foi apresentado o robô e realizada uma explicação do seu funcionamento com o apoio de um Power Point (figura 2).

Figura 2

PowerPoint sobre o funcionamento do robô SuperDoc (Fonte: Elaboração própria)



A seguinte fase de trabalho, foi apoiada numa folha de exploração (figura 3) e num tapete pedagógico, para além de um robô *SuperDoc* para cada grupo.

Figura 3

Folha de exploração (Fonte: Elaboração própria)

1. Utilizando o tabuleiro e o robô *Super DOC*, **realizem** um percurso que inicie na “entrada” e termine na “saída”, e que passe por todos os animais apenas uma vez.

1.1. **Escrevam** o percurso usando o código de teclas. Não se esqueçam de registrar todos os passos que realizarem.



1.2. **Escrevam** o número de passos (setas) necessários para ir da entrada até à saída.

1.3. Quais foram as indicações do enunciado que acharam importantes para construir corretamente o vosso percurso? **Selecione** com um X as opções corretas.

- a) Temos de iniciar na “saída” e terminar na “entrada”.
- b) Temos de passar por todos os animais apenas uma vez.
- c) Temos de utilizar o tabuleiro e o robô *Super DOC*.
- d) Temos de utilizar a tecla “estrela” para confirmar a escolha efetuada.

Na fase de realização da tarefa, enquanto os alunos exploravam o *robô*, programando-o para se deslocar pelos diferentes animais, as PE circularam pela sala para observar a exploração do *robô* e orientar possíveis dificuldades que fossem surgindo. Também nesta fase, as mesmas foram retirando notas de campo que possibilitaram o preenchimento da grelha de avaliação.

A fase de discussão da tarefa, possibilitou o confronto de ideias entre os vários grupos. Assim sendo, num momento de discussão da tarefa, as PE solicitaram que cada grupo explicasse o percurso realizado e indicasse o número de passos dados até chegar à saída. Desta forma, a discussão teve como foco o número de passos dados ao longo de todo o percurso e a identificação do percurso mais curto e mais longo. Durante a presente fase, os alunos tiveram a possibilidade de explicar à turma o seu raciocínio bem como o percurso escolhido.

Na fase de sistematização das aprendizagens matemáticas, foi apresentada uma folha de sistematização (figura 4) onde os alunos puderam completar lacunas relativas à manipulação do *robô SuperDoc*.

Figura 4

Folha de sistematização (Fonte: Elaboração própria)

1. Completa as frases seguintes.

Para que o robô ande três passos para a frente, devo carregar ____ vezes na seta _____. Para que o robô ande um passo para trás devo carregar ____ vez na seta _____. Para que o robô vire para a direita devo carregar ____ vez na seta _____. Para que o robô dê 2 passos para a frente e 1 passo para a esquerda, devo carregar ____ vezes na seta _____, ____ vez na seta _____ e ____ vez na seta _____.

2. Quantas opções de percursos foi possível encontrar?




3. Qual foi o grupo que encontrou o percurso mais curto (menos passos)?

Por fim, os alunos realizaram a Técnica de Avaliação Formativa (TAF) “Semáforo” (figura 5) como forma de autoavaliação, no qual tinham de, segundo os parâmetros descritos, colocar um X segundo a legenda: vermelho – ainda não sei; amarelo – sei, mas preciso de perceber melhor, verde – já sei (Lopes & Silva, 2020).

Figura 5

Folha TAF (Fonte: Elaboração Própria)

TAF – “Semáforo”

			
Retirei a informação essencial de um problema.			
Reconheci os conceitos “esquerda/direita”, “voltar à esquerda/à direita”.			
Compreendi os conceitos “um quarto de volta”, “meia volta” e “volta completa”.			
Utilizei de forma correta e adequada o robô.			
Expliquei o processo, passo a passo, que utilizei para resolver a tarefa.			
Corrigi os erros.			
Comentei os trabalhos dos colegas e argumentei sobre as suas decisões.			

4. AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PRÁTICA E PRINCIPAIS RESULTADOS

A facilidade de todos os grupos em entender o funcionamento do robô *SuperDoc*, foi bastante notória. No entanto, foi visível que os grupos arranjaram duas estratégias diferentes para programar o robô: alguns alunos carregaram numa seta e depois no botão OK, enquanto outros alunos programaram um conjunto de passos através das setas e depois carregaram no botão OK. No diálogo abaixo, são apresentadas as estratégias mencionadas anteriormente, onde é possível verificar que o grupo do aluno D, decompôs o problema, identificando padrões, possibilitando a resolução do mesmo de forma mais rápida e eficiente, desenvolvendo, a dimensão “reconhecimento de padrões”, um dos pilares do PC (Batista, 2024). Da mesma forma, podemos verificar o desenvolvimento do pilar da “depuração”, visto que os alunos testaram e ajustaram as soluções encontradas, otimizando-as.

Aluno A: Carregamos nesta seta e depois no OK e depois nesta e depois no OK.

Aluno D: Mas podemos carregar nestas setas todas e depois carregar no OK.

As diferentes interações entre os elementos dos grupos, proporcionou a participação ativa de todos os alunos, compartilhando ideias, discutindo soluções, contribuindo de forma contínua para todas as etapas do projeto e chegando a conclusões. Exemplo disso, pode ser apresentado através do diálogo entre os alunos S. e R.R., elementos do mesmo grupo, que tiveram um momento de discussão relativamente à comparação dos itinerários idealizados, pois criaram e representaram formas diferentes do respectivo percurso.

Aluno S: Podemos ir por aquele caminho.

Aluno R.R: Não, não, se formos por ali é mais rápido.

Aluno S: Como é que sabes?

Aluno R.R: Não precisamos de passar pelos sítios todos, podemos vir logo por aqui.

A seguinte narrativa representa uma das dificuldades sentidas pelos alunos – compreenderem qual seria a informação, descrita no enunciado, fundamental para construir o seu percurso. Esta dificuldade, foi superada, através de questões orientadoras, realizadas pelas PE. Assim, é possível evidenciar que os alunos P., D.F., D.G. e K., desenvolveram competências a nível do PC, especificamente, o pilar “abstração”, sendo que eliminaram detalhes desnecessários, focando no que realmente é importante (Brackman, 2017).

Aluno P.: Professora, posso fazer assim?

Professora estagiária A: Que informações é que acharam importantes para resolver esta tarefa?

Aluno K.: Temos de usar o robô.

Aluno D.G.: E o robô tem de ir até aos animais.

Aluno K.: Sim... e também temos de começar na entrada e acabar na saída.

Aluno P.: Então está certo!

Professora estagiária A: Então e não há mais informações importantes? Podem passar várias vezes pelos animais?

Aluno D.F.: Não! Temos de tocar em todos os animais só uma vez.

Professora estagiária A: Então P.? O que achas da vossa resposta?

Aluno P.: Não está certo. Ainda não tínhamos passado pelo gato.

Ainda no seguimento da narrativa anterior, é possível observar outro diálogo onde se destaca o desenvolvimento do pilar da “decomposição”. Dessa forma, compreende-se que a tarefa foi dividida em várias partes, tornando-a menos complexa.

Aluno P.: Então... Primeiro passamos pelo cão, depois pelo golfinho, depois pelo coelho.

Aluno D.F.: Não te esqueças do gato P..

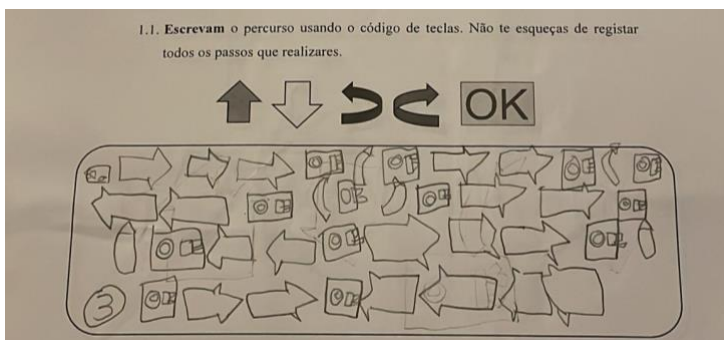
Aluno P.: A seguir é pelo gato, o cavalo, o leopardo e chegamos ao fim!

Aluno K.: Está certo!

Apesar do envolvimento e interesse de todos os grupos, verificou-se que, embora todos tenham conseguido dizer, de forma oral, o itinerário idealizado, persistiu uma enorme dificuldade em transferi-lo, de forma correta, para o papel. No entanto, constatamos que os alunos estruturaram diferentes etapas que os ajudaram a resolver a tarefa proposta, desenvolvendo assim outro pilar do PC, denominado de “algoritmia”. Isto deve-se ao facto de ter sido encontrada uma solução eficiente para a resolução de um problema, possibilitando que os alunos se organizassem e criassem um conjunto de instruções, passo a passo (figura 6).

Figura 6

Resolução de um grupo (fonte: elaboração própria)



Na fase de discussão, foi evidente, mais uma vez, a disparidade de estratégias encontradas pelos alunos para identificar o seu percurso. O seguinte discurso evidencia essa disparidade e a forma como as PE geriram a presente fase.

Professora estagiária B: Grupo 2 quantos passos, no total, deram para formar o vosso percurso?

Aluno D. (grupo 2): 33 passos.

Professora estagiária C: Muito bem, alguém encontrou um caminho diferente?

Aluno R.T. (grupo 1): Nós! Nós demos 17 passos.

Professora estagiária B: Hum, então isso significa que o vosso percurso é maior ou menor que o do grupo 2?

Aluno R.T. (grupo1): O nosso é mais pequeno.

5. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

A utilização de PEE aliado à RE e as propostas de práticas educativas promovidas pelas PE, contribuíram para o desenvolvimento do PC e a sistematização do conceito de OE.

A organização das aulas de acordo com as PEE facilitou a inclusão de tarefas direcionadas ao desenvolvimento das cinco dimensões do PC, desempenhando um papel fundamental na superação das dificuldades iniciais dos alunos. Outro aspeto a ter em conta refere-se à criação de um ambiente facilitador no processo de construção de conhecimento por parte dos alunos, onde as PE tiveram um papel de mediadoras.

Desta forma, é possível destacar momentos chave, tais como momentos de trabalho colaborativo (2.ª fase de PEE) e partilhas e discussões em grande grupo (3.ª fase de PEE). Estes momentos foram fulcrais, permitindo aos alunos desenvolver competências ao nível do PC, tais como: retirar a informação essencial de um problema simplificando-o e eliminando os detalhes desnecessários (Abstração); dividir o problema do menor percurso, em etapas de menor complexidade (Decomposição); reconhecer as semelhanças na utilização dos botões no *robô* (Reconhecimento de Padrões) e indicar corretamente os espaços do percurso que realizaram (Algoritmia); testar e corrigir possíveis erros durante o processo (Depuração). Através da tarefa de sistematização verificou-se que os conceitos relativos à OE foram adquiridos.

Embora a maioria das ocorrências durante essa prática pedagógica tenha sido amplamente positiva, as PE enfrentaram alguns desafios na gestão do grupo e na administração do tempo, sendo pertinente destacar estes aspetos como os que necessitam de aprimoramento em futuras práticas.

Considera-se que as características inerentes a estas práticas de ensino, nomeadamente a estruturação das aulas em quatro fases, promovem a participação ativa e colaborativa dos alunos, bem como o papel mediador do professor. De igual forma, a implementação desta prática proporcionou um ambiente de aprendizagem inovador, envolvente e motivador, favorecendo o desenvolvimento de competências essenciais para o futuro dos alunos. Assim sendo, foram criadas as condições necessárias para desenvolver as dimensões do PC nos alunos, através destas PEE.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/50008/2023 (Instituto de Telecomunicações (IT)), UID/05198/2023 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED), UID/00194/2023 (CIDTFF), UID/06185/2023 (SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde) e no âmbito da bolsa de doutoramento com a referência 2022.09720.BD e com o identificador DOI <https://doi.org/10.54499/2022.09720.BD>.

BIBLIOGRAFIA

- Albuquerque, C. (2021). Pensamento Computacional e Matemática. *Educação e Matemática*, 162, 31-38. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2742>
- Ausiku, M., & Matthee, M. (2021). Preparing Primary School Teachers for Teaching Computational Thinking: A Systematic Review. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 1251 LNCS, 202-213. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66906-5_19
- Ausiku, M., & Matthee, M. (2021). Preparing Primary School Teachers for Teaching Computational Thinking: A Systematic Review. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 1251 LNCS, 202– 213. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66906-5_19
- Azevedo, G. T. D., & Maltempo, M.V. (2020). Processo de Aprendizagem da Matemática à luz das Metodologias Ativas e do fazer Pensamento Computacional. *Ciência e Educação (Bauru)*, 26. <https://doi.org/10.1590/1516-731320200061>
- Batista, J. S. (2024). Pensamento computacional: teoria e prática. UFMS Digital.

<https://repositorio.ufms.br/bitstream/123456789/8876/4/Pensamento%20Computacional.pdf>

- Brackman, C. P. (2017). *Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de atividades desplugadas educação básica* [Tese Pós-Graduação, UFRGS]. 10.13140/RG.2.2.32976.61444
- Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Revista Educação & Matemática*, 115, 11-17. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4265/1/APCanavarro%202011%20EM15%20pp11-17%20Ensino%20Explorat%C3%B3rio.pdf>
- Espadeiro, R. (2021). O Pensamento Computacional no currículo de Matemática. *Educação e Matemática*, 162, 5-10. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2737>
- Gao, X., & Hew, K. F. (2022). Toward a 5E-Based Flipped Classroom Model for Teaching Computational Thinking in Elementary School: Effects on Student Computational Thinking and Problem-Solving Performance. *Journal of Educational Computing Research*, 60(2), 512– 543. <https://doi.org/10.1177/07356331211037757>
- Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational thinking in K–12: A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42(1), 38-43. <https://journals.sagepub.com/doi/10.3102/0013189X12463051>
- Jesus, C., Cyrino, M., & Oliveira, H. (2020). Mathematics teachers' learning on Exploratory Teaching: analysis of a Multimedia Case in a Community of Practice. *Acta Scientiae*, 22(1), 112–133. <http://dx.doi.org/10.17648/acta.scientiae.5566>
- Lee, J., Joswick, C., Pole, K., & Jocius, R. (2022). Algorithm design for young children. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 23(2), 198–202. <https://doi.org/10.1177/14639491211033663>
- Loureiro, M. J., Guerra, C., Cabrita, I., Moreira, F. T., Gonçalves, D., & Queiroz, J. (2020). *Teachers' training handbook - tangible programming and inclusion in educational context*. UA Editora. https://ria.ua.pt/bitstream/10773/27302/1/EN_TangIn_TEACHERS%20TRAINING%20HANDBOOK_2020.pdf
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática*. Lisboa: ME.
- Oliveira, M. G. (2019). Pensamento computacional, programação e robótica: desenvolvendo habilidades para resolver problemas. *Revista Veredas*, 1, 38-40.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books. https://worrydream.com/refs/Papert_1980_-_Mindstorms,_1st_ed.pdf
- Piedade, J., Dorotea, N., Pedro, A., & Matos, J. F. (2020). On Teaching Programming Fundamentals and Computational Thinking with Educational Robotics: A Didactic Experience with Pre-Service Teachers. *Education sciences*, 10(9), 214. <https://doi.org/10.3390/educsci10090214>
- Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática. https://www.researchgate.net/publication/242643133_Gestao_curricular_em_Matematica
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. *Bolema*, 56(30), 868-891. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a01>
- Rabello, E., & Passos, J. S. (2018). Vygotsky e o desenvolvimento humano.
- Rodrigues, R. N., Costa, C., Abbasi, M., Martins, F., & Brito-Costa, S. (2025). Self-efficacy in computational thinking: Preliminary analysis of pre-service teachers' perception through a Portuguese tool. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(6). <https://doi.org/10.29333/ejmste/16507>
- Rodrigues, R. N., Fonseca, J., Costa, C., & Martins, F. (2022). Pensamento computacional: dimensões desenvolvidas numa intervenção no estágio pedagógico. In Martins, F., Pinto, R., & Costa, C. (Eds.) *Artefactos digitais, aprendizagens e conhecimento didático* (pp. 117-

- 134). Coimbra (Portugal): Instituto Politécnico de Coimbra – Escola Superior de Educação. <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/46893/1/Pensamento%20computacional.pdf>
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986060802229675>
- Torres, J., & Figueiredo, M. (2021). Aprender Matemática para programar ou programar para aprender Matemática?. *Educação e Matemática*, 162, 11–14. <https://em.apm.pt/index.php/em/issue/view/162>
- Vygotsky, L.S. (1998) *A formação social da mente*. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Lda.
- Voon, X. P., Wong, S. L., Wong, L.-H., Khambari, M. N. M., & Syed-Abdullah, S. I. S. (2022). Developing Computational Thinking Competencies through Constructivist Argumentation Learning: A Problem-Solving Perspective. *International Journal of Information and Education Technology*, 12(6), 529–539. <https://doi.org/10.18178/IJiet.2022.12.6.1650>
- Wing, J. (2006). Pensamento Computacional. *Educação e Matemática*, 162, 2-4. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2736/278>
- Yelitza, F., Abbasi, M., Brito-Costa, S., Pinto, R., Rato, V., & Fernando Martins (2024). Exploratory teaching: Integrating applet to teach arithmetic multiplication operation. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(12). <https://doi.org/10.29333/ejmste/15666>

APRENDIZAGENS SOBRE FRAÇÕES E DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO COM RECURSO À ROBÓTICA EDUCATIVA

Inês Faustino¹, Joana Félix¹, Mafalda Roque¹, José Sacramento¹, Elizabete Pires², Rita Neves Rodrigues^{1, 3, 4}, Fernando Martins^{1, 5, 6, 7}

¹ Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

² Escola Básica do Areeiro- Agrupamento de Escolas Coimbra Sul, Coimbra, Portugal

³ Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal

⁴ CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal

⁵ inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

⁶ Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Covilhã, Portugal

⁷ SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, Portugal

a2020145071@esec.pt, a2020145216@esec.pt, jose@esec.pt, elisabetepires2@gmail.com,
ritanevesrodrigues@hotmail.com, fmlmartins@esec.pt

RESUMO

O tópico das frações, pertencente ao tema matemático dos Números, revela-se algo complexo no processo de ensino e de aprendizagem, o que leva à necessidade de implementar estratégias que motivem os alunos acerca desta temática. As intervenções realizadas em grupo, numa turma de 3.º ano do 1.º CEB, apresentam uma inovação matemática, pois as frações equivalentes foram exploradas pelos alunos sem que estes tivessem conhecimento concreto do conceito. O trabalho desenvolvido aborda, através das frações, a capacidade matemática do Pensamento Computacional estando também integrada a Robótica Educativa, aquando da programação do robô *SuperDoc*. Os alunos, divididos em dois grupos de seis e um grupo de sete elementos, resolveram três situações problemáticas e programaram o robô de forma que este chegasse à resposta correta. As professoras estagiárias implementaram nesta sessão práticas do modelo de Ensino Exploratório, cumprindo as suas quatro fases: introdução, realização e discussão da tarefa, bem como a sistematização das aprendizagens matemáticas. No momento de avaliação, conclui-se que a noção de fração equivalente foi compreendida de forma significativa, bem como as dimensões do Pensamento Computacional. De forma a serem recolhidos todos os dados necessários utilizamos gravações de áudio, fotografias e os guiões escritos pelos alunos tendo em consideração o anonimato dos participantes.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino Exploratório, Pensamento Computacional, Robô *SuperDoc*, Números

1. INTRODUÇÃO

O Pensamento Computacional (PC) tem criado um interesse significativo por parte de muitos educadores, contudo a sua investigação e ensino está ainda numa fase inicial (Gao & Hew, 2022). De acordo com Wing (2006, p.3717) o PC é uma abordagem à resolução de problemas, à conceção de sistemas e à compreensão do comportamento humano que se baseia em conceitos fundamentais para a computação. O mesmo autor refere ainda que esta capacidade matemática é considerada um tipo de pensamento analítico, que partilha com o pensamento matemático as formas gerais de abordar a resolução de um problema.

Desenvolver a capacidade matemática do PC, segundo o Ministério da Educação (2021, p.3), “(...) tem vindo a assumir relevância nos currículos de matemática de diversos países.”. Esta capacidade integra as práticas da abstração, decomposição, reconhecimento de padrões, algoritmia e depuração. Os mesmos autores corroboram ainda com a ideia de que “Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.” (ME, 2021, p. 3).

Relativamente à fração, esta caracteriza-se pela divisão entre o numerador e o denominador, os quais são dois números inteiros, em que o denominador é diferente de zero (Esteves, 2018). Para que uma fração se denomine equivalente de outra, ambas representam a mesma quantidade e o numerador é múltiplo do denominador (Esteves, 2018 & Martins, 1976 citado por Nierni & Noaves, 2024). É de referir que, de acordo com Ponte e Quaresma (2011, p. 57), “muitos alunos têm dificuldades na aprendizagem dos números racionais” e, por isso, achámos pertinente integrar a Robótica Educativa, uma vez que consideramos ser, de acordo com Pinto (2020, p.10), “uma ferramenta pedagógica que resulta na abordagem de várias áreas de conteúdo e curriculares e potencia novos conhecimentos para o processo de ensino-aprendizagem com a criança”.

A implementação da nossa prática ocorreu numa turma de 3.º ano de escolaridade, de uma escola da região de Coimbra em Portugal Continental e baseou-se nas Práticas de Ensino Exploratório (PEE). Estas práticas permitem, segundo Ponte e Quaresma (2016) a apresentação de situações problemáticas desafiantes que levam os alunos a aplicar uma variedade de estratégias, fazendo a sua comparação e avaliação num momento de discussão com toda a turma.

No que concerne à problemática, temos como principal foco perceber como podemos desenvolver, de forma lúdica, as frações e as frações equivalentes tendo por base o Modelo de Ensino Exploratório. Através desta problemática, temos como principal objetivo desmistificar a complexidade de aprender as frações no contexto de sala de aula, de forma a motivar os alunos. Consideramos que este tipo de práticas inovadoras é algo bastante positivo para o processo de aprendizagem, uma vez que tornam os conceitos mais apelativos e dinâmicos, desmistificando a ideia de que, como mencionado por Monteiro et al.(2005), as frações são um tema complexo e difícil para os alunos.

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1. Práticas Ensino Exploratório

O ensino direto, ainda utilizado na maior parte das escolas, coloca o professor como foco da aprendizagem, uma vez que compete a este transmitir os conhecimentos. Já o ensino exploratório é um modelo interativo que envolve, profundamente, o professor e os alunos nas tarefas da aula. Segundo Ponte (2005, p.13), no ensino exploratório “a ênfase desloca-se da atividade ‘ensino’ para a atividade mais complexa ‘ensino-aprendizagem’”. De acordo com o mesmo autor (2005, p.1) “O que os alunos aprendem resulta de dois factores principais: a actividade que realizam e a reflexão que sobre ela efectuam”.

O docente deve ter a capacidade de organizar situações de aprendizagem nas quais as tarefas matemáticas se revelem desafiantes, com o intuito de propiciar o raciocínio e a comunicação dos alunos, fazendo assim com que estes sejam capazes de manifestar o seu conhecimento matemático (Canavarro, 2011, p.11). O mesmo autor defende que os alunos, através da Prática de Ensino Exploratório (PEE), “(...) têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática”. Além disso, Canavarro et al. (2012, p.263) e Ponte (2014, p.26) destacam algumas vantagens das PEE, tais como: o desenvolvimento de capacidades transversais dos alunos, o contexto de aprendizagem de conceitos e procedimentos que ainda não foram desenvolvidos pelo docente e a construção do próprio conhecimento recorrendo a diversos contextos. Para que tudo isto ocorra, o papel e a ação do professor é fundamental, uma vez que este tem a função de escolher as tarefas, de forma adequada, e de delinear a exploração matemática com o intuito de cumprir o objetivo matemático (Canavarro, 2011, p.11).

A prática de ensino exploratório divide-se em quatro fases da aula: a introdução da tarefa, o desenvolvimento ou realização da tarefa, a discussão da tarefa e a sistematização das aprendizagens matemáticas. De acordo com Menezes et al. (2013)

1. Na primeira fase, introdução da tarefa, o professor deve assegurar-se de que os alunos compreendem o trabalho proposto através de, por exemplo, um problema ou uma investigação, e se sintam motivados e desafiados a realizá-lo.

2. Já na segunda fase da aula, desenvolvimento/ realização da tarefa, o professor, apesar de parecer ter uma participação menos visível, desempenha um papel crucial no acompanhamento e apoio dos alunos. Contudo, é fundamental que esse apoio não resulte na facilitação do nível cognitivo da tarefa, através de comentários ou respostas. Durante esta fase, o docente deve avisar os alunos para que estes comecem a preparar a apresentação daquilo que realizaram. Além disso, deve ainda, segundo Stein et al. (2008), citado por Menezes et al. (2013, p.5797) “(...) selecionar e estabelecer a sequência dessas apresentações na discussão coletiva”.

3. Na fase de discussão da tarefa, o professor deve gerir o discurso de forma a facilitar, segundo Cengiz et al. (2011), Ruthven et al. (2011) & Stein et al. (2008), “o estabelecimento de conexões entre ideias, a comparação de distintas resoluções e a

discussão da respetiva diferença e eficácia matemática” (citados por Menezes et al., 2013, p.3).

4. Na fase de sistematização das aprendizagens matemáticas, é crucial que os alunos tenham a oportunidade de consolidar os conteúdos-chave abordados e de estabelecer conexões com aprendizagens anteriores. Quanto ao professor, é nesta fase que este compreende se os objetivos pré-estabelecidos foram atingidos.

2.2 Pensamento Computacional

O Pensamento Computacional (PC) é uma metodologia que, apesar do nome, não deve ser confundida com a informática ou tecnologia, áreas que exigem a utilização de dispositivos eletrónicos. Apesar de ser considerado uma capacidade matemática, o PC não se cinge apenas à disciplina de matemática, ou seja, pode ser trabalhada de uma forma interdisciplinar com as outras áreas do currículo (Vicari et al., 2021).

O termo Pensamento Computacional não tem uma definição concreta, pois é uma capacidade com distintos significados e não existe concordância no que toca às dimensões que integra (Carvalho et al., 2024). Foi Seymour Papert, em 1980, o primeiro a utilizar o termo PC numa das suas publicações, no entanto, é em 2006 que Jeannette Wing lhe dá destaque, quando faz referência à “importância de generalizar as formas de pensar associadas à ciência da computação” (Albuquerque, 2021, p. 35). Na sua publicação, Wing (2006) afirma ainda que o pensamento computacional permite a reformulação de um problema que, à partida, parece complicado de resolver, mostrando-se uma competência fundamental para todos e que deveria ser trabalhada como as capacidades de leitura, escrita ou aritmética.

Assim sendo, só com a publicação das novas Aprendizagens Essenciais em 2021 é que o Pensamento Computacional começa a ser tido em conta como uma capacidade matemática, tendo definidas cinco dimensões: a abstração; a decomposição; o reconhecimento de padrões; a algoritmia; e a depuração (Ministério da Educação, 2021). A primeira dimensão, a abstração, permite uma discriminação da informação apresentada, isto é, conseguir ignorar aquilo que não interessa, canalizando o foco para aquilo que é mais importante (Albuquerque, 2021).

A dimensão da decomposição, como o próprio nome indica, permite uma desconstrução de uma tarefa complexa, dividindo um determinado problema em problemas mais pequenos para diminuir a sua dificuldade (Wing, 2006). A dimensão do reconhecimento de padrões permite que sejam reconhecidos e identificados padrões ao longo do processo de resolução de problemas, para que quando surjam outros problemas semelhantes, seja possível aplicar um conjunto de passos ou estratégias já provadas como eficazes (Ministério da Educação, 2021). Já a algoritmia, de acordo com Voon et al. (2022), possibilita desenvolver um procedimento passo a passo (algoritmo) de forma a encontrar uma solução para o problema apresentado. Além disso, Carvalho et al. (2024) acrescenta a dimensão da algoritmia, surge quando a dimensão do reconhecimento de padrões é adquirida. Por último a depuração, que corresponde à última fase do PC, permite a análise das respostas reconhecendo os erros presentes, ou não, ao longo da sua resolução (Albuquerque, 2021). Esta fase mostra-se essencial, uma

vez que o aluno tem oportunidade de testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada (Ministério Educação, 2021).

Devido à extrema relevância do Pensamento Computacional nos dias de hoje, e a sua recente inclusão como uma capacidade matemática no documento das Aprendizagens Essenciais, é pertinente considerar o processo de formação de professores e compreender a importância que as suas conceções de ensino e aprendizagem portam na transmissão do conhecimento (Júnior & Oliveira, 2019). Desta forma, é fundamental que um professor em formação inicial ou continuada compreenda, em toda a sua profundidade, os conceitos do PC e como estes se relacionam com as outras áreas do conhecimento a ser trabalhadas (Vicari et al., 2018). Todos somos conscientes da função de um professor dentro da sala de aula e qual o papel que este desempenha na aquisição de conhecimento por parte dos seus alunos. Segundo Ponte (2012), o conhecimento didático, vertente da prática educativa onde a especificidade da disciplina se faz sentir de uma forma mais marcante, apresenta quatro dimensões principais: o conhecimento da matemática; o conhecimento do currículo; o conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem; e o conhecimento dos processos de trabalho dentro da sala de aula, ou seja, a prática letiva. O autor acima mencionado faz referência às seguintes dimensões:

1. A primeira dimensão do conhecimento didático, o conhecimento matemático, não perceciona a matemática como uma ciência, pois baseia-se na interpretação que cada professor faz da mesma, enquanto disciplina escolar presente no currículo. “Destes conhecimentos, Shulman dá particular destaque ao conhecimento pedagógico do conteúdo, que consiste nas formas de representar e formular o assunto, de modo a torná-lo compreensível ao aluno” (Viseu & Menezes, 2014, p.351).

2. No que diz respeito à dimensão do conhecimento do currículo e a forma como este é gerido, Rodrigues e Ponte (2020) afirmam que, esta inclui os principais objetivos do ensino da matemática, a organização dos conteúdos, o conhecimento dos diferentes materiais e das distintas formas de avaliação. Esta dimensão é fulcral para a discriminação dos assuntos aos quais devem ser dedicados mais tempo e como orientar os processos de ensino e aprendizagem, procurando sempre um equilíbrio com as perspetivas curriculares.

3. O conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem, a terceira dimensão enumerada, diz respeito ao conhecimento que o professor tem dos seus alunos enquanto indivíduos com gostos, interesses, valores, referências culturais, formas de aprendizagem e comportamentos característicos. Reunir estas particularidades de cada aluno é decisivo para que o trabalho do professor seja bem-sucedido. A este respeito, conhecer os interesses dos alunos, os seus gostos, as suas referências culturais e como aprendem é decisivo para o trabalho de ensinar do professor

4. Por fim, a dimensão do conhecimento da prática letiva considerada por Ponte (2012) como o núcleo fundamental do conhecimento, inclui a planificação a médio e longo prazo que consiste no plano de cada sessão, a preparação das tarefas a realizar e todas as questões relacionadas com a condução da atividade planeada. Dentro dessas questões destacam-se as formas de organização do trabalho dos alunos, criação de culturas de aprendizagem dentro da sala, desenvolvimento e regulação de modos de comunicação e avaliação dos alunos e até do próprio ensino dos professores.

2.3 Números racionais não negativos no 1.º ciclo do Ensino Básico

A fração é um conceito “(...) considerado complexo, mas, simultaneamente, fundamental na aprendizagem matemática das crianças” (Cardoso & Mamede, 2017, p.1). Este conceito “(...) só está completamente adquirido quando o aluno é capaz de trabalhar com frações em todas as interpretações do conceito e de utilizar e traduzir frações em todos os modos de representação (concreto, verbal, pictórico, simbólico)” (Behr et al., 1983; Kieren, 1993; Nunes et al., 2004, citado por Cardoso & Mamede, 2017, p.1).

Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005, p.47) referem que “As fracções são um dos temas do ensino básico em que os alunos apresentam mais dificuldades” e Streefland (1991) afirma que “Os professores reclamam falta de estudo para justificarem o insucesso nesta parte da matéria, não parecendo reconhecer a complexidade inerente a este assunto (citado por Monteiro et al., 2005, p.47). No entanto, Cramer e Henry (2002), contrapõem Streefland (1991), referindo que “(...) os estudantes teriam mais sucesso se os professores, nos primeiros anos de escolaridade, investissem o seu tempo na construção do significado das frações, usando modelos concretos, enfatizando conceitos e usando estratégias informais de ordenação e estimativa” (citado por Chainho, 2015, p.15).

Cardoso e Mamede (2017) referem ainda que

Algumas das dificuldades dos alunos em trabalharem com números racionais decorrem da tendência de transferir para estes números as regras aprendidas nos números inteiros. Salienta-se assim, a importância de trabalhar desde os primeiros anos simultaneamente os números inteiros e os fracionários, de modo a minimizar esta tendência como é contemplada no atual Programa de Matemática.

Chainho (2015, p. 14), afirma que “O conjunto dos números racionais resulta da reunião do conjunto dos números inteiros com o conjunto dos números fracionários. O desenvolvimento do sentido de número, relativamente aos números racionais, envolve uma ampliação significativa de conhecimentos (...)”.

Em situações em que há uma comparação entre uma parte e um todo, o que resulta é a fração como parte-todo, representando o todo a unidade (Pinto & Ribeiro, 2013). A fração representa-se por um denominador que representa o número de partes iguais em que a unidade está dividida e um numerador que indica o número de partes escolhidas, ou seja, o todo, podendo este ser, segundo Pinto e Ribeiro (2013, p. 3) “(...) contínuo (uma folha de papel) ou discreto (os berlindes do João)”. Ponte e Quaresma (2011), salientam que: “(...) numa grandeza contínua, um objecto é composto por várias partes, sendo cada parte uma entidade única contínua ligada às restantes. Esta unicidade, continuidade e conectividade são conceptualmente bem evidentes para os alunos”. Por outro lado, num conjunto discreto, cada uma das partes iguais pode ser composta por conjuntos de objetos não conexos (citado por Sousa, 2014, p. 25).

Morais et al. (2014, p. 93) corrobora esta ideia dizendo que unidade pode ser considerada contínua, se esta for dividida infinitamente, como por exemplo um bolo ou

um comprimento de um objeto e também pode ser considerada discreta se for “(...) constituída por elementos que se podem contar, mas são indivisíveis, como o número de berlindes ou o número de crianças de uma turma”.

No que diz respeito às frações equivalentes, segundo Boavida, et al. (2016) estas caracterizam-se por frações que representam o mesmo número racional nas quais se verifica que os termos de uma fração se podem obter multiplicando ou dividindo os termos da outra por um mesmo número racional diferente de zero.

Existem dois conceitos subjacentes à estrutura das frações equivalentes, os quais parecem estar no centro dos problemas dos alunos. O primeiro conceito é a relação multiplicativa e o segundo é a propriedade de conservação do todo e da parte (Piaget, 1983, 1987; Piaget et al., 1960, citados por Ertuna & Uçar, 2021, p.614). No que diz respeito à conservação do todo e da parte, os alunos ignoram o facto de que o todo ou a parte não mudará mesmo que seja dividido em várias partes (Ertuna & Uçar, 2021, p.614).

Monteiro et al. (2005, p. 51) referem que é importante dar oportunidade aos alunos de desenvolverem:

(...) um trabalho em diversificadas situações, onde as fracções surgem com diferentes significados, de modo a que explorem os conceitos de forma completa e integrada possibilitando uma construção gradual do sentido do número racional. É preciso, portanto, dar tempo aos alunos para irem integrando todos estes conceitos e as suas relações, assim como os novos símbolos, e não ter pressa em introduzir regras e algoritmos, correndo o risco de os introduzir antes de que estes possam ter significado para as crianças.

A temática dos números racionais exige que o docente apresente conhecimentos necessários para lecionar e, por isso, Shulman (1986) sugere que:

(...) a classificação do conhecimento necessário para ensinar em três categorias: a) conhecimento de conteúdo — conhecimento de teorias, princípios e conceitos de uma disciplina; b) conhecimento pedagógico de conteúdo — vai para além do conhecimento de conteúdo, na medida em que trata do conhecimento necessário para ensinar, incluindo o conhecimento de estratégias que tornem o conteúdo compreensível para os alunos; c) conhecimento curricular — conhecimento do currículo, envolvendo a capacidade de relacionar conteúdos que os alunos estão a aprender simultaneamente noutras disciplinas (articulação horizontal), bem como o conhecimento daquilo que os alunos aprenderam em anos anteriores e do que aprenderão em anos posteriores, na disciplina (articulação vertical).

De acordo com McCloskey e Norton (2009) os professores estão bem conscientes das dificuldades que os alunos apresentam com as frações. Estes autores ainda afirmam que é mais importante avaliar o raciocínio dos alunos em compreender as frações como

números, do que gastar tempo em praticar algoritmos padrão no cálculo com frações. Este conteúdo matemático terá sucesso caso o docente seja capaz de encontrar meios que promovam a compreensão das frações, pois estas são fulcrais para que o aluno progrida na sua aprendizagem matemática (Sousa, 2014, p. 29).

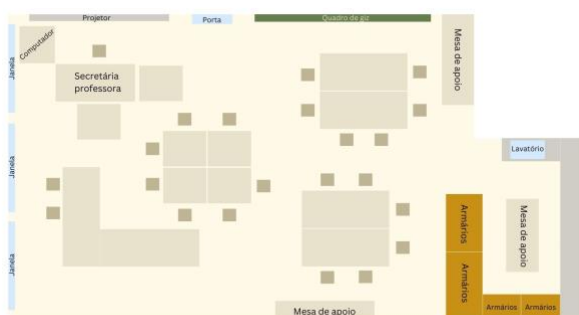
3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA E SUA IMPLEMENTAÇÃO

Os dados recolhidos, mais concretamente as fotografias, os áudios e as produções escritas, são do consentimento dos Encarregados de Educação e da Professora Cooperante, sendo de uso exclusivo para a realização deste trabalho. A prática educativa desenvolvida, realizou-se em contexto de estágio de 1.º CEB numa escola de um dos Agrupamentos de Coimbra sendo concretizada pelas professoras estagiárias A, B e C. Implementámos a nossa prática numa turma de 3.º ano de escolaridade, composta por 19 alunos/as, com idades compreendidas entre os 8 e 9 anos de idade. A sessão decorreu no dia 4 de novembro de 2024, mais concretamente numa sessão planificada com uma duração de 120 minutos sendo supervisionada pela Professora Cooperante. Para esta aula as professoras estagiárias formaram 3 grupos, dois deles compostos por 6 alunos e um deles composto por 7 alunos, tendo em conta as condições da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotsky (1980) (citado por Freitas, 2024). É de referir que a composição destes grupos foi determinada de acordo com o número de robôs que estavam disponíveis, três robôs.

Figura 1

Planta da sala de aula organizada para a sessão

Fonte: Elaboração Própria



Num primeiro momento em que os alunos entraram na sala de aula, as professoras estagiárias pediram que estes se sentassem por grupos, previamente definidos pelas mesmas. De seguida, foram distribuídos o robô *SuperDoc* e o respetivo tapete a cada grupo, bem como as folhas de exploração a cada elemento, sendo ainda estipulado o tempo de resolução da tarefa. Apesar de todos os alunos terem conhecimento de como se programava o robô, as professoras estagiárias estipularam um tempo para que estes o pudessem explorar livremente, como podemos verificar na figura 3. Após esta fase introdutória, os grupos tiveram de interagir e cooperar de forma a contribuir para a resolução das questões colocadas. Seguidamente, os alunos programaram o robô *SuperDoc*, de forma que este se

deslocasse até à imagem do tabuleiro que continha a resposta correta, como é possível observar nas figuras 2 e 3.

Figura 2

Utilização do robô



Figura 3

Programação do robô



A folha de exploração, além de apresentar as situações problemáticas, continha também um espaço para que os alunos colocassem as coordenadas correspondentes à imagem do tabuleiro que contemplava a resposta correta (figura 4). Houve um debate entre os elementos de cada grupo, no qual tiveram de explicar todo o seu raciocínio para que, no momento da discussão, os restantes grupos compreendessem a resolução efetuada. Durante este processo, as professoras estagiárias adotaram uma postura ativa, circulando pela sala de aula com o intuito de ir colocando algumas questões aos grupos. Desta forma, procuraram estimular e orientar o pensamento e o raciocínio dos alunos, não facilitando o nível cognitivo da tarefa, ou seja, conduzindo o grupo à resposta de uma forma indireta.

Figura 4

Primeiro exercício da folha de exploração



Nome: _____ Data: ____/____/____

Lê com atenção todas as questões e responde a cada uma delas indicando todos os cálculos e raciocínios que efetuares.

1. A Eva e a irmã Sara comeram uma quiche de legumes ao jantar. A Eva

comeu $\frac{2}{4}$ da quiche, quantas fatias comeu?

A Sara comeu $\frac{1}{2}$ da quiche. Quantas fatias comeu?



Pergunta 1 - Descreve os passos que fizeste para resolveres a 1.ª questão, explicando como pensaste usando palavras.

Pergunta 1 - Indica qual o percurso que o robô percorreu para chegar à resposta correta, utilizando desenhos ou palavras.

Pergunta 2 - Descreve os passos que fizeste para resolveres a 2.ª questão, explicando como pensaste usando palavras.

Completa:

A Eva comeu _____ fatias, ou seja, _____ da quiche.

A Sara comeu _____ fatias, ou seja, _____ da quiche.

As respostas corretas encontram-se nas coordenadas _____ e _____, ou seja, no _____ e no _____ do tapete.

A fase de discussão da tarefa, foi um momento bastante enriquecedor, pois os alunos tiveram a oportunidade de debater acerca das resoluções que tinham realizado. Uma vez que a sala de aula não dispõe de um ecrã interativo, e o posicionamento do projetor dificulta a visibilidade para alguns alunos, decidimos que os grupos, escolhidos previamente, iriam apresentar a sua resolução no quadro de giz. Esta fase da aula durou aproximadamente trinta e três minutos, tendo-se revelado um momento importante e inovador para a turma, na medida em que não era costume terem a oportunidade de expor e discutir as suas resoluções. Alguns dos subtópicos relacionados com a capacidade matemática ligada ao Pensamento Computacional, foram bastante desenvolvidos ao longo desta fase.

Para dar início à fase da sistematização das aprendizagens matemáticas, os alunos voltaram aos seus lugares habituais, tendo sido recolhidas as folhas de exploração e solicitado que colocassem em cima da mesa apenas o material de escrita. As professoras estagiárias leram todas as questões, em voz alta, de forma que os alunos ficassem com uma ideia inicial daquilo que lhes estava a ser pedido. Posteriormente, os alunos realizaram individualmente a folha de sistematização (figura 5), permitindo que as professoras estagiárias observassem se todos compreenderam os conceitos matemáticos trabalhados. Seguidamente, foi feita a correção, na qual se solicitou que um dos alunos se dirigisse ao quadro para mostrar a sua resolução. Por fim, foram recolhidas as folhas de sistematização e entregues as Tarefas e Avaliação Formativa (TAF) (figura 6), realizadas também individualmente pelos alunos. Esta fase durou aproximadamente dezasseis minutos.

Figura 5

Folha de sistematização

Folha de sistematização

Nome: _____
Data: _____

Nome: _____ Data: _____

Tarefa de Avaliação Formativa

1. Completa os espaços em branco.

a) Uma fração é constituída por um _____ e um _____.

b) Metade de algo representa-se através da fração ____ que se designa de _____.

c) Uma quarta parte de algo representa-se através da fração ____ que se designa de _____.

d) Se dividirmos algo por 12 partes iguais, representamos através da fração _____, que se designa de _____.

2. Lê com atenção todas as questões e responde a cada uma delas indicando todos os **cálculos e raciocínios que efetuares.**

O Marco colocou $\frac{5}{7}$ dos seus cromos na caderneta de futebol. Que fração de cromo falta para completar a caderneta?



- O que aprendi?

- Que dúvidas tenho?

- Gostaria de aprender mais sobre...

FIGURA 11. TAF

R.: _____

A recolha de registos de áudio, fotografias a observação das resoluções feitas por parte dos alunos permitiu às professoras estagiárias avaliar a sua postura perante a turma. Além disso, foi construída ainda uma grelha de observação para que pudessem refletir e avaliar a prestação de cada aluno de uma forma individual.

4. AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PRÁTICA E PRINCIPAIS RESULTADOS

Neste ponto serão analisados os resultados obtidos ao longo da implementação da prática relativamente às frações, ao Pensamento Computacional e à Robótica Educativa.

É importante refletir acerca da prática adotada, pois só desta forma é possível analisar e avaliar os aspetos positivos e negativos, levando a que haja uma evolução da prática docente (Silva, 2021). O áudio gravado ao longo desta sessão foi uma mais-valia, pois permite a análise de aspetos que devem ser melhorados, com objetivo de aperfeiçoar não só a prática, mas também as estratégias a utilizar com os alunos. Este áudio foi muito importante para o momento da avaliação, pois viabiliza um acesso pormenorizado daquilo que é proferido pelos alunos. Além disso, facilita a perceção de como acontece a interação, o controlo e a gestão da turma, o que leva a reconsiderar a ação e as estratégias adotadas.

A utilização do robô *SuperDoc*, aquando da realização da folha de exploração, teve como principal objetivo criar um momento lúdico e dinâmico que complementasse a abordagem da temática das frações. Segundo Silva et al. (2019, p. 76) “As frações,

quando trabalhadas de forma lúdica tem o poder de fazer o aluno se interessar pelo conteúdo auxiliando na compreensão.”

Relativamente à resolução das situações problemáticas, foi percebido que inicialmente apenas um grupo se encontrava a realizar todos os cálculos e a escrever os passos que fizeram até atingir a resposta. Para agilizar essa situação, os outros grupos foram alertados para o facto de terem de apresentar todo o seu raciocínio, o que resultou no seu registo por parte de todos os alunos.

Na fase da discussão, as professoras estagiárias começaram por questionar o grupo 2 acerca das informações relevantes a retirar do enunciado. Neste momento, foi possível verificar a primeira dimensão do PC, mais concretamente a “abstração”, uma vez que, e de acordo com Albuquerque (2021), houve uma filtração das informações presentes no enunciado, como mostra o seguinte diálogo.

Professora Estagiária A: No primeiro exercício qual era a informação importante que tínhamos que retirar do enunciado?

Aluno B: Tínhamos que ver quanto é que elas comeram. A Eva comeu dois décimos.

Professora Estagiária A: Dois décimos?

Aluno B: Dois quartos.

Professora Estagiária A: Então a informação importante era que a Eva comeu dois quartos e a Sara?

Aluno B: Um meio.

Professora Estagiária A: Então agora podes vir aqui ao quadro e explicar como é que o teu grupo resolveu esta questão.

Aluno B: (Desenha um círculo, divide em quatro, pinta metade com bolas e outra metade com riscos e fica confusa).

Uma vez que este elemento do grupo não soube explicar a sua resolução, demonstrada na figura 7, o grupo 3 foi chamado ao quadro. É possível evidenciar o desenvolvimento de competências do PC, mais concretamente a dimensão “decomposição”, pois o grupo desconstrói o problema, dividindo-o em duas partes assim como refere Wing (2006). Na figura 8 e no diálogo apresentado, é possível comprovar esta dimensão, pois os alunos começaram por desenhar dois círculos, um deles dividido em quatro partes iguais e o outro dividido em duas partes iguais. No primeiro círculo pintaram duas das partes, representando $\frac{2}{4}$ e no segundo círculo pintaram uma metade, que representa $\frac{1}{2}$. Ou seja, elabora um primeiro círculo correspondente ao que uma das amigas comeu e um outro círculo que representa o que a segunda amiga comeu. Após realizarem esta representação, colocaram um símbolo de igual entre os dois círculos, como mostra a figura 8. As resoluções apresentadas mostram duas estratégias de resolução.

Figura 7

Exemplo 1 da resolução da primeira situação problemática

Lê com atenção todas as questões e responde a cada uma delas indicando todos os cálculos e raciocínios que efetuares.

1. A Eva e a irmã Sara comeram uma quiche de legumes ao jantar. A Eva comeu $\frac{2}{4}$ da quiche, quantas fatias comeu?
A Sara comeu $\frac{1}{2}$ da quiche. Quantas fatias comeu?

Completa:

A Eva comeu duas fatias, ou seja, mitade da quiche.
A Sara comeu duas fatias, ou seja, mitade da quiche.

As respostas corretas encontram-se nas coordenadas A1 e B4 ou seja, no casulo e no lago do tapete.

Figura 8

Exemplo 2 da resolução da primeira situação problemática

Lê com atenção todas as questões e responde a cada uma delas indicando todos os cálculos e raciocínios que efetuares.

1. A Eva e a irmã Sara comeram uma quiche de legumes ao jantar. A Eva comeu $\frac{2}{4}$ da quiche, quantas fatias comeu?
A Sara comeu $\frac{1}{2}$ da quiche. Quantas fatias comeu?

Completa:

A Eva comeu 2 fatias, ou seja, mitade da quiche.
A Sara comeu 2 fatias, ou seja, mitade da quiche.

As respostas corretas encontram-se nas coordenadas A1 e B4, ou seja, no casulo e no lago do tapete.

Professora Estagiária A: Alguém do grupo 3 quer acrescentar alguma coisa?

Aluno A: (Desenha dois círculos) Imagina que a Eva comeu dois quartos que é isto (pinta duas partes de um dos círculos) e a Sara comeu a metade que era o que sobrou (pintou uma parte do outro círculo) então ao todo este aqui (aponta para um dos círculos) é igual a este aqui (aponta para o outro círculo e desenha um símbolo de igual).

Aluno R: Eu acho que não é porque aqui ela tá a dizer que temos quatro partes ela comeu duas, mas aqui diz de duas ela comeu só uma. (a turma começa a fazer barulho, pois todos querem explicar).

Professora Estagiária B: Oiçam, a R está com dúvidas.

Aluno A: Isto é o meu bolo (volta a desenhá-lo) e tenho-o dividido em quatro partes (divide em 4 partes) e tu comeste isto (pinta duas partes). Comeste quanto?

Aluno R: Duas.

Aluno A: Então eu tinha um bolo dividido em duas partes (desenha um círculo e divide em duas partes) e comi esta (pinta uma parte).

Aluno R: Está dividido em duas partes.

Aluno A: Então no denominador meto o número total (escreve no denominador o 2). E no numerador escrevo 1 (escreve 1). A parte pintada nos dois bolos é a mesma.

Aluno R: É.

Professora Estagiária B: Então podemos dizer que $\frac{2}{4}$ equivale a $\frac{1}{2}$, ou seja, são frações equivalentes porque equivalem ao mesmo. Não são iguais porque não se escrevem de igual forma, mas representam o mesmo. Perceberam?

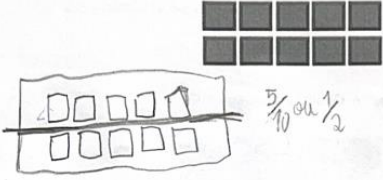
Na exploração da segunda situação problemática, os grupos mostraram alguma facilidade em resolvê-la. O primeiro grupo a ser chamado ao quadro tinha uma resolução correta daquilo que estava a ser pedido, no entanto, um outro grupo apresentava algo que complementava a resposta como se pode observar nas figuras 9, 10. A transcrição seguinte indica a resposta que o primeiro grupo concluiu.

Aluno R: Tínhamos 10 quadrados e fomos dividir por 2 que dá 5, então dá $\frac{5}{10}$.

Figura 9

Exemplo 1 da segunda situação problemática

2. A Catarina comprou uma barra de chocolate que vinha dividida pedacinhos iguais. Ela decidiu repartir com a sua amiga de forma duas ficassem com a mesma quantidade. Que fração representa a quantidade que cada uma irá comer?



R.: A fração que representa a quantidade que cada uma comer é $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{10}$.

A resposta correta encontra-se na coordenada B5, ou seja, no 5.º grupo do tapete.

Figura 10

Exemplo 2 da segunda situação problemática

2. A Catarina comprou uma barra de chocolate que vinha dividida pedacinhos iguais. Ela decidiu repartir com a sua amiga de forma duas ficassem com a mesma quantidade. Que fração representa a quantidade que cada uma irá comer?



R.: elas irão comer $\frac{5}{10}$ de chocolate cada uma.

A resposta correta encontra-se na coordenada B5, ou seja, no 5.º grupo do tapete.

Apesar de, inicialmente, as professoras estagiárias terem pensado que nenhum grupo chegaria à conclusão que $\frac{5}{10}$ equivale a $\frac{1}{2}$, um deles, através do desenvolvimento da dimensão reconhecimento de padrões do PC, identificou uma semelhança com a situação problemática anterior. Esta dimensão permite reconhecer e identificar padrões no processo de resolução, assim como refere o Ministério de

Educação (2021). A semelhança encontrada diz respeito ao facto de o grupo perceber que, tal como $1/2$ da quiche representava metade da mesma, então cinco pedacinhos do chocolate iriam equivaler também a $1/2$. Uma vez que a algoritmia está intimamente ligada à dimensão acima mencionada, é de prever que a estratégia utilizada para resolver a situação problemática anterior, surta efeito nesta situação. Como afirmado por Voon (2022) esta fase do PC possibilita o desenvolvimento de um procedimento passo a passo encontrando a resolução para o problema. O diálogo transcrito abaixo demonstra esta situação.

Professora Estagiária B: Grupo 1, querem acrescentar alguma coisa?

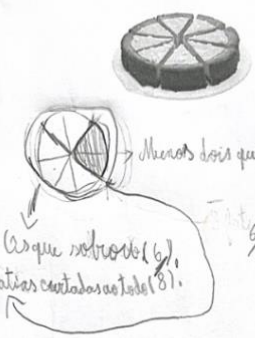
Aluno L: Sim! É que isto é exatamente a mesma coisa que o outro exercício. Nós temos uma barra com 10 quadrados (desenha uma barra com 10 quadrados) e a pergunta era “que fração representa a quantidade que cada uma irá comer?”, mas também diz que elas dividiram de forma igual. Então esta pergunta é mais fácil do que a outra pergunta porque naquela tivemos de fazer uma coisa mais difícil. Esta diz logo a resposta só que algumas pessoas podem não perceber porque está escrito de outra maneira, que é tinha uma barra de 10 e dividiram igualmente pelas duas e aí é que está a resposta porque depois temos de dizer que fração é que temos de pôr. Se dividiram igualmente pelas duas, têm de dividir a mesma quantidade e 10 a dividir por 2, porque eram 2 pessoas, é igual a 5, então fica 5 para cada uma (rodeia 5 quadrados e depois rodeia os outros 5). E então a fração é $1/2$ porque se elas dividiram igualmente é porque têm a mesma quantidade.

No terceiro exercício da folha de exploração, o primeiro grupo a ser chamado evidenciou o seu raciocínio de forma bastante simples. É importante frisar que no momento de discussão, inevitavelmente acontece sempre a “depuração”, uma vez que nesta fase os alunos analisam as respostas que deram, podendo ou não encontrar erros. De acordo com o Ministério da Educação (2021), esta fase envolve a experimentação, o aprimoramento e a melhoria de uma dada resolução. Todavia, neste diálogo o aluno mostra como chegou ao resultado mentalmente, mas escolheu confirmar se estava correto, ou seja, testou e verificou que a solução correspondia ao pretendido (figura 11 e 12).

Figura 11

Exemplo 1 da terceira situação problemática

3. A mãe da Ana comprou um bolo de aniversário para a festa da Ana e dividiu-o em 8 fatias iguais. Mas a Ana, como é muito gulosa, comeu duas fatias antes da festa começar. Que fração representa a quantidade de fatias que sobraram para os convidados?



Menos duas que a Ana comeu.

$8 - 2 = 6$

As que sobraram (6).
Fatias contadas no total (8).

R.: o que sobrou para os convidados foi $\frac{6}{8}$.

A resposta correta encontra-se na coordenada D6, ou seja, na grata do tapete.

Figura 12

Exemplo 1 passo a passo da terceira situação problemática

Pergunta 3 – Descreve os passos que fizeste para resolveres a 3.ª questão, explicando como pensaste usando palavras.

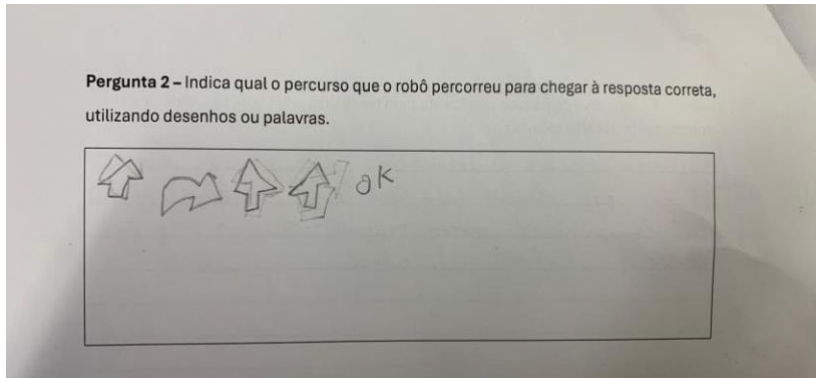
Desenhei um círculo e dividi em oito partes e pintei duas fatias e fiz uma seta a dizer menos duas que a Ana comeu. Depois fiz um círculo à volta do bolo e fiz uma seta a dizer fatias contadas ao todo (8). Fiz outra seta e escrevi as que sobraram (6). Escrevi $8 - 2$ que dá seis então resolveu a.

Aluno D: Aquilo que eu tinha pensado logo, mas não escrevi, é que 8 menos 2 é igual a 6. Só que eu fui ver se era mesmo assim e fiz um bolo (desenha um círculo) e dividi por 8 (divide por 8) e para saber o número que sobrou pintei 2 (pinta duas partes) e fiz uma seta a dizer “número que a Ana comeu” e entre parêntesis escrevi um 2 (escreve no quadro). E depois pus “número que sobrou” com um 6 entre parêntesis (escreve junto às partes não pintadas). Depois eu fiz uma seta e escrevi “total de fatias” e meti entre parêntesis um 8 (escreve ao lado) só que na minha folha o 8 calhou por baixo do 6 então eu meti um traço da fração no meio e ficou $\frac{6}{8}$.

É de realçar que no fim de resolverem cada situação problemática, era pedido aos alunos que utilizassem o robô para chegar à resposta correta e, por isso, a dimensão da robótica educativa era algo que estava a ser desenvolvido em cada situação. Todos os grupos indicaram os passos do itinerário que realizaram para chegarem à resposta correta em cada um dos exercícios. Os grupos optaram por fazer o registo do percurso do robô de duas formas diferentes, ou seja, alguns utilizaram a representação gráfica (desenho das setas), como mostra a figura 13, e outros realizaram uma produção escrita, como evidenciada na figura 14.

Figura 13

Exemplo 1 da descrição da programação do robô



A realização da TAF é já prática recorrente noutras Áreas de Conteúdo, pelo que os alunos não demonstraram dificuldade na sua realização, mostrando-se envolvidos e reflexivos, como exemplificado pelas figuras 15 e 16.

Figura 14

Exemplo 2 da descrição da programação do robô

Pergunta 2 – Indica qual o percurso que o robô percorreu para chegar à resposta correta, utilizando desenhos ou palavras.

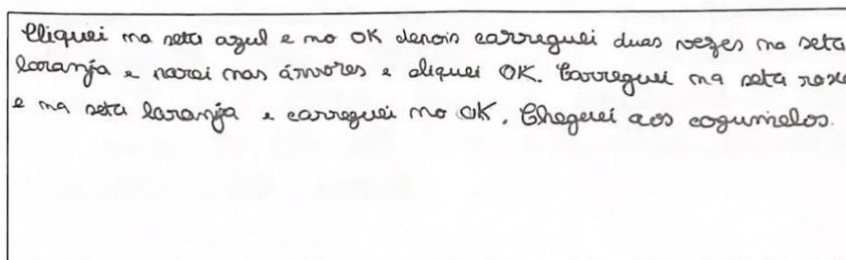


Figura 15

Exemplo 1 DA TAF

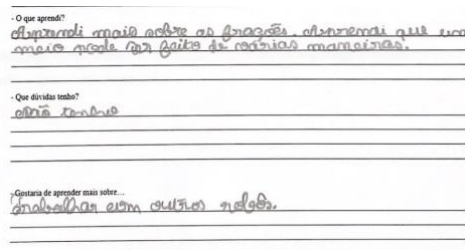
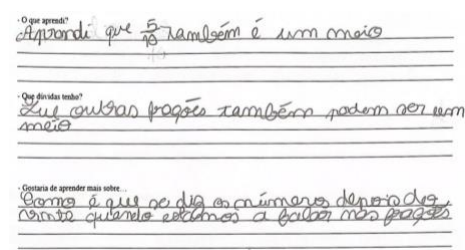


Figura 16

Exemplo 2 da TAF



Ao longo do desenvolvimento das situações problemáticas, foi possível observar que os alunos compreenderam o significado de numerador e denominador numa fração, bem como a relação de parte-todo. A aquisição dos termos mencionados permitiu que os alunos realizassem mais facilmente alguns tipos de representações gráficas, levando a que, no momento de discussão, conseguissem explicitar todo o seu raciocínio de uma forma mais intuitiva, através de desenhos. Este momento foi crucial para todos os alunos, no entanto aqueles que apresentavam algumas dificuldades ficaram beneficiados, pois as suas dúvidas foram esclarecidas através da explicação dos colegas. Desta forma, uma vez que a linguagem utilizada entre os pares é considerada mais simples para eles, faz com que haja uma descomplicação de determinada dúvida que surja. É de realçar, que a linguagem por vezes utilizada, não é a mais correta em termos científicos, contudo o professor tem um papel preponderante em estar atento e fazer essa retificação.

Durante o desenvolvimento da folha de exploração, do momento de discussão e da TAF, foi possível observar que os alunos compreenderam o significado de fração equivalente. Demonstraram perceber que, $1/2$ pode ser representado de diversas formas sendo possível escrever outras frações que sejam equivalentes a esta, como mostram as figuras 17 e 18.

Figura 17

Representação gráfica da primeira situação problemática

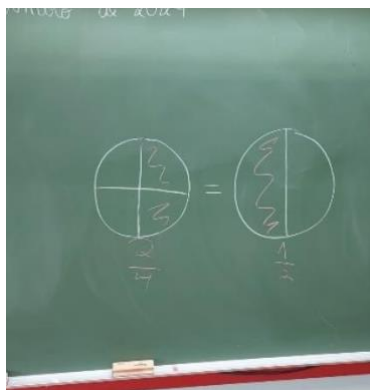
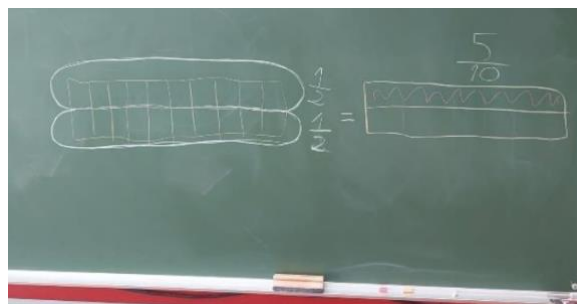


Figura 18

Representação gráfica da segunda situação problemática



Como forma de responder à problemática com que se iniciou este trabalho, observámos que a utilização do robô permitiu criar um momento dinâmico e lúdico no qual os alunos se mostraram bastante interessados e participativos. Desta forma, responderam às questões propostas corretamente com a finalidade de programar o robô até ao quadrado do tabuleiro que contemplava a resposta certa. O manuseamento do robô permitiu aos alunos desenvolverem uma aprendizagem ativa e envolvente, estando assim integrados numa prática inovadora e interativa. Durante este momento, o facto de estarem a trabalhar em grupo foi algo bastante vantajoso, pois favoreceu uma aprendizagem colaborativa através da comunicação, da partilha de ideias e do desenvolvimento do pensamento crítico. Apesar do trabalho em grupo ter sido algo positivo para a turma, futuramente teremos em atenção o número de alunos que

constitui cada grupo, pois o recomendado para a formação de grupos no 1.º Ciclo é de 3 a 4 elementos. De forma a colmatar esta adversidade, disponibilizaríamos mais robôs conseguindo, não só que os grupos fossem mais pequenos, mas também uma maior variedade de raciocínios para apresentar na fase de discussão.

5. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

A implementação de práticas distintas do habitual é atualmente algo impreterível, pois permite desenvolver substancialmente competências relacionadas com diversas áreas, não só do conhecimento, mas também de atitudes e valores morais como o respeito, a empatia, entre outros. O modelo de Ensino Exploratório fornece aos alunos a oportunidade de participar de forma ativa, autónoma e eficaz na construção da sua aprendizagem que permite uma melhor aquisição do conhecimento. A implementação da prática das professoras estagiárias permitiu aos alunos a exploração dos números racionais não negativos, mais concretamente as frações, de forma lúdica através da programação do robô *SuperDoc*.

No que concerne à temática das frações, a base da intervenção, conclui-se que os alunos adquiriram as conceções esperadas relacionadas com esta temática, mais concretamente a identificação e aplicação dos termos numerador e denominador, as relações de equivalência entre frações e a relação parte todo.

A prática de Ensino Exploratório foi uma mais-valia, uma vez que os alunos desenvolveram uma aprendizagem colaborativa, procurando que os elementos do grupo se apoiassem entre si com a intenção de atingir objetivos comuns. Durante estes momentos, não existiu uma hierarquização ou distribuição de papéis, mas sim uma liderança e responsabilidade partilhada.

O professor tem um grande impacto como mediador nas interações entre os elementos dos grupos. Por este motivo, o docente deve ter a capacidade de gerir e moderar conflitos de uma forma imparcial, procurando uma harmonia e um equilíbrio que favoreçam um ambiente propício à aquisição de aprendizagens.

É importante realçar que não foi assumida a mediação apenas como um meio de resolução de conflitos, mas também como forma de antecipá-los, através da criação de um ambiente de entreajuda e respeito pelo outro. No momento da fase de discussão as professoras estagiárias desenvolveram um papel ativo e eficaz na promoção de um ambiente favorável à partilha das resoluções, de forma a motivar e envolver os grupos, sendo ainda desenvolvidas as dimensões do Pensamento Computacional. Desta forma, os alunos tiveram de identificar a informação importante a retirar dos enunciados (abstração) com o intuito de reduzir a dificuldade da situação problemática (decomposição). Durante a resolução foi possível verificar que alguns alunos identificaram e reconheceram padrões presentes em exercícios anteriores (reconhecimento de padrões), fazendo a sua menção na discussão e aplicando estratégias de resolução (algoritmia). No fim de cada situação problemática foi realizada uma verificação de todos os passos, para que os alunos pudessem procurar e corrigir erros, testando, refinando e otimizando uma determinada resolução (depuração).

A prática do ensino exploratório torna possível a troca de ideias, estimulação do pensamento crítico e construção coletiva do conhecimento, o que favorecerá a

entreadu, autonomia e envolvimento do grupo, sendo o papel do professor importante na mediação intencional das aprendizagens.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/50008/2025 (Instituto de Telecomunicações (IT)), UID/05198/2025 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED), UID/00194/2025 (CIDTFF), UID/06185/2025 (SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde) e no âmbito da bolsa de doutoramento com a referência 2022.09720.BD e com o identificador DOI <https://doi.org/10.54499/2022.09720.BD>.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

- Albuquerque, C. (2021). *Pensamento Computacional e Matemática*. Associação de Professores de Matemática. A <https://biblios.ciencias.ulisboa.pt/detalhes/54924>
- Canavarro, A. (2011). *Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios*. 11-17. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4265/1/APCanavarro%202011%20EM115%20pp11-17%20Ensino%20Explorat%C3%B3rio.pdf>
- Canavarro, A., Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). In Canavarro, P., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., & Carreira, S. (Orgs), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/7041/1/Canavarro_Oliveira_Menezes_ei_em.pdf
- Cardoso, P. & Mamede, E. (2017). *Dificuldades em ensinar frações no 1.º Ciclo do Ensino Básico*. <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/52502>
- Carvalho, J., Couceiro, T., Gomes, T., Rodrigues, R., Sacramento, J., Pereira, R., Freitas, Y., Costa, C., Martins, F. (2024). Desenvolver o Pensamento Computacional através do ensino exploratório numa aula de matemática do 4.º ano de escolaridade. *DEDICA. REVISTA DE EDUCAÇÃO E HUMANIDADES*, 22, 259-292. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/dedica/article/view/30107/27272>
- Chainho, A. (2015). *A Aprendizagem dos Números Racionais no Ensino Básico - Um estudo no 3º ano do 1ºciclo*. <https://repositorio.ipbeja.pt/server/api/core/bitstreams/6248224a-a833-4147-aa81-87f4826e2d2f/content>
- Ertuna, L. & Uçar, Z. (2021). *An Investigation of Elementary School 4-7th Grade Students' Ability to Link Equivalent Fractions' Symbolic and Graphical Representations*. *Sakarya University Journal of Education*. 11. 613-630. 10.19126/suje.992377
- Esteves, A. (2018). *A resolução de tarefas envolvendo números racionais não negativos: um estudo com uma turma do 5.º ano de escolaridade*. [Relatório Final, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://repositorio.ipv.pt/bitstream/20.500.11960/2067/1/Anais_Esteves.pdf
- Freitas, Y. (2024). A applet multiplicação da plataforma Hypatiamat na compreensão dos sentidos da operação aritmética multiplicação. <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/50434>
- Júnior, P. & de Oliveira, S. (2019). *Pensamento computacional: uma proposta de oficina para a formação de professores*. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, 17(1), 62-71. <https://doi.org/10.22456/1679-1916.95707>
- McCloskey, A., Norton, A. (2009). Recognizing schemes, which are different from strategies, can help teachers understand their students' thinking about fractions. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 15(1). 44-50. <https://wilson.coe.uga.edu/emat7050/Students/Ghosh%20Hajra/McCloskey-mtms2009-08-44a.pdf>

- Menezes, L., Oliveira, H. & Canavarro, P. (2013). Descrevendo as práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso da professora Fernanda. in Atas do VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática (p.5795-5803), Montevideo, Uruguay, ISSN 2301-0797. <https://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/1771>
- Ministério da Educação (2021). Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico. ME-DGE. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf
- Monteiro, C., Pinto, H. & Figueiredo, N. (2005). *As frações e o desenvolvimento do sentido do número racional*. https://www.researchgate.net/publication/46657722_As_fraccoes_e_o_desenvolvimento_do_sentido_do_numero_racional
- Morais, C., Cerca, R., Quaresma, M. & Ponte, J. (2014). *Os números racionais no 2.º ano: Um estudo diagnóstico*. https://www.researchgate.net/publication/322357934_Os_numeros_racionais_no_2_a_no_Um_estudo_diagnostico
- Nierri, A., Noaves, B. (2024). A matemática do ensino de frações equivalentes no projeto HAPRONT (1976). *Revista de História da Educação Matemática. HISTEMAT*, 10, 1-17 <https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/656/544>
- Pei, V., Wong, S., Wong, L. & Khambari, N. (2022). Developing Computational Thinking Competencies through Constructivist Argumentation Learning: A Problem-Solving Perspective. *Revista International Journal of Information and Education Technology*. https://www.researchgate.net/publication/360251763_Developing_C
- Pinto, H. & Ribeiro, M. (2013). *Diferentes significados das frações - conhecimento mobilizado por futuros professores dos primeiros anos*. https://www.researchgate.net/publication/258960351_Diferentes_significados_das_fracoes_-_conhecimento_mobilizado_por_futuros_professores_dos_primeiros_anos
- Pinto, R. (2020). *Prática de Ensino Supervisionada – Potencialidade(s) da robótica educativa no processo de ensino-aprendizagem*. <https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/23156/1/Rosana%20Pinto.pdf>
- Ponte, J. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. [Universidade de Lisboa]. Repositório Universidade de Lisboa. https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf
- Ponte, J. (2012). *ESTUDIANDO EL CONOCIMIENTO Y EL DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS*. [Universidade de Lisboa]. Repositório Universidade de Lisboa. https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/29194/1/Ponte%20PROFESORADO_%2831_Ago_2011%29F.pdf
- Ponte, J. & Quaresma, M. (2011). *Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular*. <https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/6562/1/11%20Ponte%2c%20Quaresma%200Quadrante.pdf>
- Ponte, J. (2014). *Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática*. https://www.researchgate.net/publication/275409996_Tarefas_no_ensino_e_na_aprendizagem_da_Matematica
- Ponte, J., Quaresma, M. (2016). *Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. Educational Studies in Mathematics*, 93, 51-66. <https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/24730/1/Ponte%20Quaresma%20ESM%202016.pdf>
- Rodrigues, B., Ponte, J. (2020). Desenvolvimento do conhecimento didático de professores em Estatística: uma experiência formativa. *Zeteriké*, 28, 1-20. <https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/44387/1/Rodrigues%2c%20Ponte%20Zeterike%20PT%202020.pdf>

- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *American Educational Research Association* 15(2). 4-14.
<https://www.wcu.edu/webfiles/pdfs/shulman.pdf>
- Silva, L., Lage, M., Gonçalves, S., Pereira, A., Araujo, L., Maria, G., Sales, A. (2019). ESTUDO DE FRAÇÕES NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL I: A utilização de jogos lúdicos no ensino-aprendizagem de frações. *Revista Científica Fagoc Multidisciplinar*. IV. 73-81. <https://revista.unifagoc.edu.br/multidisciplinar/article/view/507/434>
- Silva, M. (2021). *A Orquestração Instrumental na Elaboração de uma Tarefa Matemática: Conhecimento e Práticas Profissionais do Professor*. Repositório da Universidade de Lisboa. <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/50369>
- Sousa, A. (2014). *O ENSINO E A APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES NO 2.º ANO DE ESCOLARIDADE NUM CONTEXTO DE ENSINO EXPLORATÓRIO*. <https://iconline.ipleiria.pt/bitstream/10400.8/1610/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Final1.pdf>
- Vicari, R., Moreira, A. & Menezes, P. (2018). *Pensamento Computacional – Revisão Bibliográfica*. <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/197566/001097710.pdf>
- Viseu, F., Menezes, L. (2014). DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DIDÁTICO DE UMA FUTURA PROFESSORA DE MATEMÁTICA DO 3.º CICLO: O CONFRONTO COM A SALA DE AULA NA PREPARAÇÃO E ANÁLISE DE TAREFAS DE MODELAÇÃO MATEMÁTICA. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 17(3). 347-375. <https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/2435/1/201404c.pdf>
- Wing, J. (2006). Computational Thinking. *COMMUNICATIONS OF THE ACM*. 49(3). 33-35.
<https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/1118178.1118215>

INTRODUÇÃO DE CONCEITOS DO TEMA DADOS E PROBABILIDADES ATRAVÉS DE PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO

Ana Beatriz Silva¹, Ana Oliveira¹, Beatriz Sabugueiro¹, Rita Neves Rodrigues^{1, 2, 3}, José Sacramento¹, Catarina Sacramento⁴, Fernando Martins^{1, 5, 6, 7}

¹ Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

² Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal

³ CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal

⁴ Escola Básica de Torres do Mondego, Agrupamento de Escolas Coimbra Sul, Coimbra, Portugal

⁵ inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

⁶ Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Covilhã, Portugal

⁷ SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, Portugal

a.beatriz.silva@hotmail.com, ana.oliveira.a@gmail.com, beatrizsabugueiro@gmail.com, ritanevesrodrigues@hotmail.com, jose@esec.pt, catarinasacramento@coimbrasul.pt, fmlmartins@esec.pt

RESUMO

A literacia estatística constitui-se como tema curricular de aprendizagem em Matemática, promovendo nos alunos os conhecimentos para organizar dados, construir representações gráficas e compreender diferentes formas de representação. O pensamento computacional, enquanto capacidade matemática transversal, tem vindo a ganhar destaque, tanto nas publicações científicas, como nos currículos escolares. O trabalho apresentado descreve uma prática implementada em 1.º Ciclo do Ensino Básico tendo como foco o tema Dados e Probabilidades e a capacidade Pensamento Computacional, numa turma mista (3.º e 4.º anos), ao longo de três sessões. Implementaram-se práticas de ensino exploratório com a inclusão de artefactos digitais para o aprofundamento de conhecimentos matemáticos sobre o Diagrama de caule-e-folhas simples e duplo. A avaliação formativa integrou tarefas de avaliação formativa e grelhas de observação. Com esta implementação, é possível concluir a pertinência da abordagem do tema e capacidade matemáticos em questão, bem como da tecnologia no desenvolvimento de aprendizagens significativas.

PALAVRAS-CHAVE: Práticas de Ensino Exploratório, Dado e Probabilidades, Pensamento Computacional, 1.º Ciclo do Ensino Básico, Tecnologia.

1. INTRODUÇÃO

As inovações tecnológicas têm sido um motor para a mudança das sociedades, penetrando em todas as atividades humanas, sendo facilitadoras de trabalho para qualquer indivíduo (González, 2021). As tecnologias digitais resultam em muitas mudanças na educação e na aprendizagem, considerando-se improvável que a educação seja igualmente relevante sem essas mesmas tecnologias (UNESCO, 2023). Mas as tecnologias, só por si, não respondem a todos os desafios de uma escola que se quer diversa (Patacho, 2021), inclusiva (Decreto-Lei 54/2018) e que contribua para o desenvolvimento global dos alunos (Martins et al., 2017). É importante pôr em prática estratégias que permitam aos alunos desenvolver as competências transversais descritas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (PASEO). Assim, ao desenvolver uma proposta didática, é importante mobilizar, e promover competências, transversais e específicas, e conhecimentos não só ao nível da Educação em Matemática como na Educação para a Tecnologia, procurando ainda, através da escolha por uma abordagem de ensino que permita a diferenciação, promover a tão preconizada diversidade de que a escola deve ser palco.

O pensamento computacional mostra-se relevante enquanto capacidade transversal, promovendo a resolução de problemas em geral, dentro e fora da escola (Lee et al., 2022; Voon et al., 2022). Os benefícios da sua promoção estendem-se a várias áreas curriculares, não estando circunscritos à Matemática. Foi considerado, assim, pertinente propor tarefas que colocassem esta competência em foco.

Martins (2017), preconiza a análise exploratória de dados como forma de dar início à aprendizagem da estatística, na medida em que fornece um contexto que permite a sua manipulação concreta. Este conhecimento é considerado essencial na atualidade, tendo em conta a informação quantitativa com que se confronta a sociedade em geral. Na proposta que aqui apresentamos, trabalhar com o tema Dados e Probabilidades, tendo em conta os conteúdos curriculares associados, pareceu-nos uma forma pragmática e profícua de desenvolver este conhecimento nos alunos, tendo em conta as especificidades da turma, como adiante se verá. Propôs-se a abordagem do tópico Representações gráficas e dos subtópicos Diagrama de caule-e-folhas (simples e duplo) e Análise de dados.

As principais motivações que serviram de base a esta implementação estão diretamente relacionadas com o facto de estarmos perante uma turma mista e da intenção de abordar um tema matemático que pudesse fazer convergir o trabalho. A forma como planificámos permite trabalhar o mesmo tema de forma simultânea, introduzindo as necessárias adaptações, sempre que um ano de escolaridade diverge do outro a nível da complexidade das propostas.

A implementação didática aqui apresentada desenvolveu-se numa turma mista de 3.º e 4.º anos de escolaridade, de 1.º ciclo do ensino básico (1.ºCEB), numa escola nos arredores de Coimbra, ao longo de três sessões. A primeira sessão teve como principais objetivos introduzir o Diagrama de Caule-e-Folhas Simples ao 3.º ano e, simultaneamente, aprofundar este conteúdo com o 4.º ano. A segunda sessão teve como objetivos aprofundar com o 3.º ano o Diagrama de Caule-e-Folhas Simples, enquanto era introduzido o Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo ao 4.º ano. Além disto, esta sessão também tinha como objetivo interpretar os diagramas construídos - Simples

e Duplos - ao nível dos Valores Máximo e Mínimo e da Moda, sendo que estes conteúdos estavam a ser introduzidos ao 3.º ano e aprofundados no 4.º ano. A terceira sessão teve como objetivos aplicar todas estas aprendizagens desenvolvidas nas sessões anteriores, recorrendo à plataforma *HypatiaMat*, com vista ao seu aprofundamento.

Consideramos que este trabalho deve a sua pertinência, em primeira instância, ao facto de ter a diferenciação pedagógica como essencial à sua implementação. Trabalhar com turmas mistas traz um conjunto de desafios nos quais se podem rever docentes que se encontram a trabalhar em circunstâncias semelhantes ou mesmo que, no contexto de turmas com apenas um ano de escolaridade, entendam como necessária uma abordagem que permita envolver vários níveis de complexidade.

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1. Pensamento computacional

A competência que hoje é definida como pensamento computacional (PC) está presente na produção de conhecimento da humanidade desde a Antiguidade (Albuquerque, 2021). Mas, as observações relativas à sua importância e à relevância de a incluir nos currículos escolares foram feitas por Wing (2006), num artigo que é tido por alguns autores como ponto de viragem para a integração do pensamento computacional nos currículos escolares (Grover & Pea, 2012). O pensamento computacional (PC) é, desde o artigo de Wing (2006), tido como essencial para qualquer pessoa e em qualquer área de estudo, não apenas no ensino e aprendizagem da matemática, na medida em que envolve um conjunto de competências fundamentais: utilizar vários níveis de abstração; ser uma abordagem à resolução de problemas que torna possível resolver problemas complexos usando a abstração e a decomposição (Wing, 2006). A capacidade de resolução de problemas fomentada pelo pensamento computacional continua a ser sublinhada por autores como Lee et al. (2022) e Voon et al. (2022), salientando a importância desta competência nos dias de hoje, associada, mas não necessariamente, às exigências da era digital. Para além da resolução de problemas, Voon et al. (2022) destacam ainda outras competências promovidas pelo pensamento computacional: pensamento crítico, pensamento algorítmico, aprendizagem cooperativa e criativa, e pensamento crítico. O currículo português para o 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) não é exceção.

As Aprendizagens Essenciais (AE) (Ministério da Educação (ME), 2021) destacam, como fundamental ao pensamento computacional, o desenvolvimento nos alunos de práticas como “a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos” (p.3). Estas são consideradas centrais à atividade matemática dado que proporcionam aos alunos ferramentas essenciais à resolução de problemas.

No âmbito do PC, foram privilegiadas as seguintes etapas: abstração, entendida como a capacidade que permite extrair a informação essencial de um problema (Grover & Pea, 2013), através de questões como “Identifica as informações que foram essenciais...”; decomposição, enquanto capacidade para decompor a resolução de um problema em etapas de resolução mais simples ou menos complexa (Albuquerque, 2021).

Ainda que o PC seja contemplado nas AE de Matemática para o 1.º CEB, esta competência não se aplica apenas a processos de raciocínio matemático. Por isso, é fundamental para as restantes áreas curriculares (Sobral et al., 2024), da mesma forma que é importante para a formação de valores, capacidades e competências, como criatividade, inovação e espírito crítico, competências previstas no PASEO (Martins et al., 2017).

2.2. Dados e Probabilidades

Ainda que a estatística seja uma área vasta e que compreende modelos probabilísticos, a abordagem destes é, de acordo com Ben-Zvi (2020) adiada no tempo e, em contexto de 1.º CEB. Nesta fase, tem lugar a análise de dados, tendo em conta o seu valor intrínseco enquanto processo cognitivo autónomo. Isto porque, segundo o mesmo autor, há um reconhecimento crescente de que o ensino deste tema “é uma parte essencial de uma educação de qualidade, já que o uso de dados é cada vez mais comum na ciência, sociedade, media, vida quotidiana e praticamente em todas as profissões” (Ben-Zvi, 2020, p.178)¹.

Assim, o tema Dados e Probabilidades constitui uma forma de os alunos desenvolverem competências que lhes permitam interpretar a informação estatística que os rodeia (Martins, 2017), ou seja, de desenvolver a literacia estatística. Nos primeiros anos de escolaridade, isto pode ser conseguido com atividades que promovam o contacto com dados, num contexto que permite a sua manipulação concreta, em abordagens ativas e com recurso às novas tecnologias (Ben-Zvi, 2020; Martins, 2017). Com efeito, de acordo com as AE de Matemática para o 1.º CEB, “investe-se no desenvolvimento da capacidade das crianças lidarem com dados, com o objetivo de melhor conhecerem o que as rodeia, fundamentar decisões, interrogar-se sobre novas questões e abordar a incerteza” (ME, 2021, p.10).

No que respeita especificamente ao conteúdo diagrama de caule-e-folhas, Pereira (2013), identificou que nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, os alunos manifestam dificuldades consideráveis a diversos níveis aquando da sua aprendizagem. Como tal, é pertinente fazer-se um olhar atento à sua abordagem nestes Ciclos de Ensino, bem como a definição clara destes conceitos.

O diagrama de caule-e-folhas constitui uma forma de representação, que apresenta os valores reais da amostra de forma semelhante a um histograma, ao qual se recorre para se proceder à organização de dados quantitativos de naturezas diversas (Martins & Ponte, 2010). Devido a estas características, de acordo com Rodrigues et al. (2025), trata-se de uma forma de representação que favorece a organização e visualização dos dados que integram o(s) conjunto(s) que estão a ser explorados.

Segundo Martins e Ponte (2010), este diagrama apresenta uma estrutura que divide cada elemento que integra o conjunto de dados em duas componentes – caule e folha –, que se organizam em cada um dos lados de uma linha vertical. De acordo com

¹ Tradução nossa de: “There is a growing recognition that the teaching of statistics is an essential part of sound education since the use of data is increasingly common in science, society, media, everyday life, and almost any profession”.

Oliveira e Oliveira (2011), à sua direita são registadas as folhas, por ordem crescente, e à esquerda são organizados os caules. Martins e Ponte (2010), esclarecem que o digrama de caule-e-folhas pode ser útil para comparar dois conjuntos de dados. Para tal, nestes casos o caule encontra-se no centro do diagrama, sendo que as folhas de um dos conjuntos são organizadas à sua direita e as do outro conjunto à sua esquerda.

Para se proceder à sua construção, é necessário identificarem-se os dados que constituem o maior e o menor valor do conjunto sendo que, posteriormente, cada número é dividido nas duas partes suprarreferidas: caule (primeiro algarismo) e folha (último algarismo) (Martins & Ponte, 2010). Contudo, segundo Carvalho et al. (2020), é necessário que os alunos compreendam que é possível, nesta representação, organizar conjuntos que apresentam dados com mais de dois algarismos, sendo que nestes casos em específico é considerada folha apenas o algarismo das unidades e os restantes integram o caule.

2.3. Artefactos digitais

Os Artefactos digitais podem assumir-se como um tipo de produto de investigação que compreende software, conteúdo do website, meios digitais ou visuais e conjunto de dados. Estes podem ser utilizados como ferramentas epistémicas, apoiando o ensino e aprendizagem da Matemática (Costa et al., 2021).

Um artefacto pode ainda referir-se como entidade/produto da criação humana, que compreende conhecimento e, por norma, com um propósito específico. Um recurso digital é um artefacto digital com características e qualidades realizadas recorrendo às Tecnologias de Informação e Comunicação (Lopes & Costa, 2019).

As AE, enquanto um dos principais documentos norteadores de práticas nas escolas, destacam os materiais manipuláveis e as ferramentas tecnológicas, apontadas como “recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática” (ME, 2021, p.6) e devendo ser diversificadas e aplicadas aos vários tópicos desta área curricular.

De acordo com Martins et al. (2018, citado em Freitas, 2024) “os artefactos digitais, como as aplicações digitais (applets), podem ser utilizados para vivenciar a matemática de outro modo e permitir uma interação entre aluno e artefactos digitais favorável à compreensão dos conteúdos matemáticos” (p.19). No entanto, é importante ter presente quão decisivo é o papel do professor neste contexto, enquanto mediador e criador de ambientes favoráveis à aprendizagem através destes artefactos.

Em *Principles to Action* (NCTM, 2014), apontam-se várias vantagens da utilização das tecnologias na sala de aula de Matemática, das quais destacamos: apoiar os alunos na exploração da matemática, na compreensão de conceitos e procedimentos, e no desenvolvimento do raciocínio matemático; permitir a análise de múltiplas representações de funções e dados; proporcionar aos alunos a oportunidade de explorar ideias matemáticas e formular, testar e observar conjeturas sobre relações matemáticas; ajudar os alunos a comunicar o seu raciocínio aos colegas, a colaborar e a receber *feedback* construtivo.

Neste contexto, a plataforma *HypatiaMat* surge como uma oportunidade para potencializar os benefícios do uso das tecnologias na sala de aula. De facto, para Verdasca et al. (2020) o *HypatiaMat* é “um dos projetos mais populares na área da

Matemática” (p.4), apresentando-se como uma plataforma que integra artefactos digitais. Foi desenvolvida como forma de contribuir para o sucesso escolar, na certeza de que o “sucesso na Matemática e a utilização corrente das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na sala de aula como dois grandes desafios que a educação enfrenta na atualidade” (HypatiaMat, s.d.), o que está em consonância com as perspectivas atuais sobre a importância das TIC na educação, mas também com o conhecimento de que “a evolução da aprendizagem matemática se processa numa dinâmica contínua e em espiral” para a qual “é importante o estabelecimento de bases sólidas para não serem comprometidas as aprendizagens dos anos seguintes” (Martins et al., 2022, p.11). É uma plataforma destinada a ser utilizada essencialmente pelos alunos, tirando partido do interesse destes por ambientes tecnológicos. Enquanto recurso pedagógico digital, apresenta um conjunto diversificado de mais-valias, entre as quais a prática da diferenciação pedagógica sem comprometer a correção da linguagem e símbolos matemáticos, o despertar do interesse e envolvimento dos alunos, com foco na autorregulação das aprendizagens. Possibilita, ainda, o recurso a variadas formas de evidenciar as aprendizagens por meio da tecnologia digital. (Verdasca et al., 2020). Assume-se, por fim, como um local destinado a ensinar e aprender matemática, com reconhecimento e valorização de diversos atores educativos, que aposta na capacitação de professores para a correta seleção e utilização destes artefactos em sala de aula, com foco no aluno como elemento central do seu processo de aprendizagem (Martins et al., 2022).

Dados recentes da monitorização de resultados obtidos com o uso da plataforma apontam para uma clara evolução no seu uso, tanto pelos alunos (que demonstram consistentemente entusiasmo por trabalhar com a plataforma) como pelos professores (que a utilizam tanto para aprofundar conteúdos como para apresentar conteúdos pela primeira vez) (Verdasca et al., 2020).

2.4. Práticas de ensino exploratório

De acordo com as AE (ME, 2021), “a experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens” (p.6). Para além disso, o documento aponta como fundamentais os momentos de pensamento, partilha e discussão de ideias entre os alunos, bem como a discussão e sistematização coletiva das aprendizagens.

Um dos formatos que permite pôr em prática estes princípios são as Práticas de Ensino Exploratório (PEE), um formato de interação pedagógica que tem como foco o desenvolvimento de aprendizagens ativas pelos alunos (Canavarro, 2012; Freitas et al., 2024). Este tipo de práticas preconiza a organização do ambiente de aprendizagem de modo que os alunos se envolvam em tarefas matemáticas desafiadoras, adotando uma postura ativa, que implica interagir com o professor e com os pares, expor as suas ideias e estar disposto a ouvir as ideias dos colegas, em modo de trabalho coletivo, que os alunos realizam enquanto o professor monitoriza e orienta, sempre que assim se mostre necessário (Jesus et al., 2020). Freitas et al. (2024) concluem que a prática de ensino exploratório potencia o desenvolvimento de competências como a autonomia e a colaboração entre os alunos, ao mesmo tempo que possibilita a integração estruturada dos artefactos digitais nas práticas em sala de aula. Os autores consideram também que

este método possibilita formas ativas e significativas para os alunos construírem as suas aprendizagens (Freitas et al., 2024).

Canavarro et al. (2012) propuseram um quadro de referência para a prática do ensino exploratório da Matemática, segundo o qual uma aula se desenvolve em quatro fases.

Na fase de **introdução**, apresenta-se a tarefa, esclarecem-se dúvidas e informam-se os alunos sobre as fases da aula e o tempo em que cada uma decorre.

Na fase de **desenvolvimento** da tarefa, o trabalho realizado pelos alunos é autónomo e o professor assume-se como problematizador das questões que surgem, assegurando o tempo e materiais necessários para apresentação das resoluções, assim como organizador da fase de discussão.

No momento seguinte, dá-se início à **discussão** da tarefa, lugar de apresentação à turma das propostas dos alunos, orientadas pelo professor, promotor de qualidade matemática e da eficácia e diferenças entre estas.

A fase de **sistematização** das aprendizagens matemáticas consiste no reconhecimento das aprendizagens pelos professores e pelos alunos, estabelecendo conexões e reconhecendo processos matemáticos.

Freitas et al. (2024) sugerem que a organização das experiências de ensino e aprendizagem em fases, de acordo com o modelo de ensino exploratório, contribui de forma significativa para a aprendizagem dos alunos, destacando a promoção da autonomia, da capacidade para contruir o próprio conhecimento. A autonomia e a possibilidade de se envolver ativamente na resolução das suas tarefas são essenciais para que possamos dizer que estão a ocorrer práticas epistémicas, isto é, práticas em que os alunos constroem o seu próprio conhecimento (Rodrigues et al., 2022).

De acordo com Canavarro et al. (2011), a prática de ensino exploratório é marcadamente exigente para o professor, na medida em que, para além de se reconhecer a importância de selecionar tarefas adequadas, reconhece-se também a necessidade de se disponibilizar de tempo e prática para que a ação docente possa ser continuamente aperfeiçoada. Assim, a reflexão acerca da própria prática com o intuito de aprimorar as suas capacidades deve ser uma preocupação dos professores, tanto na aplicação deste modelo de ensino como, de um modo geral, nas suas práticas profissionais (Rodrigues et al., 2022).

3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA E SUA IMPLEMENTAÇÃO

A prática educativa apresentada decorreu em contexto de estágio curricular, numa escola do 1.º CEB, nas imediações da cidade de Coimbra, numa turma composta por 12 alunos do 3.º ano de escolaridade e 8 alunos do 4.º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os 7 e os 9 anos, perfazendo um total de 20 alunos. Esta turma possuía diferentes ritmos de aprendizagem, o que é evidenciado pela diferença entre os anos de escolaridade, assim como alguma iliteracia tecnológica, como já referido. Na turma, 10 alunos beneficiavam de Medidas de Suporte à Aprendizagem e Inclusão, sendo que três destes alunos usufruíam também de medidas seletivas.

A implementação realizada decorreu predominantemente na sala de aula, desdobrando-se, pontualmente, para o átrio contíguo a essa mesma sala. Foram realizados momentos em grande grupo (com ambos os anos de escolaridade) na sala, sempre que se considerou que seria potenciador das aprendizagens em questão e havendo a possibilidade de convergir a nível de conteúdos, e momentos em que a turma trabalhou separadamente (por ano de escolaridade), entre a sala e o átrio, de forma a explorar conteúdos específicos de um e de outro ano.

Esta sequência didática possuiu como principal foco trabalhar o tema Dados e Probabilidades e compreendeu 3 sessões, de 70 minutos, nos dias 25 de novembro, 26 de novembro e 2 de dezembro de 2024. A primeira sessão foi conjunta, possuindo o mesmo ponto de partida e as restantes duas foram paralelas, em que um dos grupos permaneceu na sala - 3.º ano - e o outro deslocou-se para o espaço contíguo à sala - 4.º ano.

As sessões enquadram-se nas AE de 3.º e 4.º anos no tema Dados e Probabilidades, mais especificamente os tópicos e subtópicos: Diagrama de Caule-e-folhas Simples, Diagrama de Caule-e-folhas Duplo e análise de dados relativamente à Moda e aos Valores Mínimo e Máximo. No que diz respeito às capacidades matemáticas, as que são comuns às 3 sessões, são: as Representações Matemáticas, o Pensamento Computacional e a Comunicação Matemática. No que concerne às áreas do PASEO, destacam-se: D - Pensamento Crítico e Criativo, presente transversalmente, mas com ênfase na fase da discussão no ensino exploratório; E - Relacionamento interpessoal, pelo trabalho em grupo e pelas dinâmicas entre grupos, mais evidente na fase de discussão, F - Desenvolvimento Pessoal e Autonomia, evidenciado no trabalho individual e I - Saber científico, técnico e tecnológico a nível de diversas áreas, como a Matemática e a Tecnologia.

Assim, as experiências propostas tiveram o seu foco no primeiro tipo de trabalhos proposto por pelas AE: o estudo de situações concretas, estando os alunos envolvidos, de forma progressiva, em todas as fases de um processo de investigação estatística.

Desta forma, procurou-se, fazer uma abordagem inicial ao assunto “Dados”, com questões exploratórias sobre aquilo que os alunos sabiam sobre o tema, quais as suas ideias sobre os dados, as suas formas de tratamento e ainda sobre as formas conhecidas de organização de dados. Foi proposta a introdução (no caso do 3.º ano) e a revisão (no caso do 4.º ano) do Diagrama de Caule-e-Folhas, num primeiro momento, com dados exemplificativos e, no momento seguinte, com dados recolhidos com a participação dos alunos, nomeadamente, as suas alturas em centímetros.

Para tal, a turma organizou-se em 7 grupos: 4 grupos de 4 elementos de 3.º ano e 3 grupos, 2 de 3 elementos e 1 de 2 elementos de 4.º ano, agrupados por ano de escolaridade e após perceber as dinâmicas sociais, relacionais, de conhecimentos e capacidades matemáticas e de trabalho cooperativo, de forma estratégica. Optou-se pela constituição de grupos homogéneos, uma vez que os conteúdos matemáticos a explorar, apesar de serem semelhantes na primeira sessão, na segunda e terceira sessões o mesmo não se verificou - o 3.º ano iria explorar o Diagrama de Caule-e-Folhas Simples e o 4.º ano o Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo. Os grupos foram numerados de 1 a 7, sendo que os grupos 1, 2, 3 e 4 eram constituídos por alunos do 3.º ano e os restantes por alunos do 4.º ano.

A avaliação foi feita através de observação direta e participada, com grelhas de registos com parâmetros avaliativos, através de folhas de sistematização e de Tarefas de Avaliação Formativa (TAF).

Tabela 1

Síntese da prática educativa implementada.

(Fonte: Elaboração própria)

Composição da prática			
Ano de escolaridade	Sessão 1: 25/11/2024	Sessão 2: 26/11/2024	Sessão 3: 02/12/2024
3.º ano	Introdução ao diagrama de caule-e-folhas simples.	Introdução da análise e interpretação do diagrama de caule-e-folhas simples (valores máximo e mínimo e moda).	Aprofundamento do diagrama de caule-e-folhas simples e a sua interpretação, com recurso à plataforma <i>HypatiaMat</i> .
4.º ano	Revisão e aprofundamento do diagrama de caule-e-folhas simples.	Introdução ao diagrama de caule-e-folhas duplo.	Aprofundamento do diagrama de caule-e-folhas duplo e a sua interpretação, com recurso à plataforma <i>HypatiaMat</i> .

A nível de estrutura, todas as sessões seguiram as diretrizes das práticas de ensino exploratório, subdividindo-se em 4 fases: introdução da tarefa, resolução da tarefa, discussão da tarefa e sistematização (Canavarro, 2011).

- Introdução da tarefa (1.ª fase): foram distribuídas aos alunos as folhas de exploração. As professoras estagiárias e os alunos leram as folhas de exploração e foram clarificadas as questões existentes relativamente às tarefas a realizar, garantindo que os alunos compreendessem o que era pretendido.
- Resolução da tarefa (2.ª fase): foi feito o controlo do tempo, indicando que os alunos teriam 25 minutos para esta fase, controlo esse que se foi repetindo algumas vezes ao longo desta fase; as professoras estagiárias circularam pelo espaço da sala, observando as dinâmicas de grupo e realizando registos relacionados com as particularidades das resoluções realizadas pelos diferentes grupos, orientando os alunos, se necessário, sem a validação das suas respostas.
- Discussão da tarefa (3.ª fase): foi novamente feito o controlo do tempo, no início, e deu-se início à discussão das tarefas realizadas, moderada pelas professoras estagiárias através dos registos de observação realizados aquando da 2.ª fase, garantindo a participação, de forma ordeira, pelos alunos dos diferentes grupos. Aqui os alunos apresentaram as suas respostas, comentaram e completaram as respostas dos colegas, justificando e fundamentando sempre o que diziam.
- Sistematização das aprendizagens matemáticas (4.ª fase): foram distribuídas aos

alunos, pelas professoras estagiárias, folhas de sistematização relacionadas com os conteúdos trabalhados nas folhas de exploração. Novamente, antes da realização, foi realizado o controlo de tempo, indicando aos alunos quanto tempo teriam para preencher a folha. Por fim, foi realizado, para complementar o registo escrito, um pequeno resumo oral das aprendizagens realizadas.

3.1 Descrição da 1.ª Sessão

A primeira sessão ocorreu em simultâneo para os 3.º e 4.º anos, com o mesmo conteúdo matemático em foco – Diagrama de Caule-e-Folhas Simples -, tendo o 3.º ano como objetivo a promoção da aprendizagem desse conteúdo e o 4.º ano a sua revisão/aprofundamento.

De forma a fomentar a capacidade matemática do Pensamento Computacional, optou-se por organizar a Folha de Exploração desta sessão em duas etapas, de menor complexidade (decomposição), como forma de modelar um procedimento de organização de dados tendo em vista a construção de um Diagrama de Caule-e-Folhas; algoritmia, enquanto desenvolvimento de um algoritmo, ou seja, de um procedimento passo-a-passo, de modo a que possa ser implementado noutros procedimentos, tecnológicos ou não, em questões como “Descreve os passos que fizeste (...), explicando como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos”. Lee et al. (2022) consideram que propostas que promovam o desenvolvimento da algoritmia e, em última análise, do pensamento computacional, devem estar presentes desde os primeiros anos de educação de infância, uma vez que esta capacidade promove também a capacidade de resolução de problemas; e depuração, enquanto capacidade para testar as resoluções encontradas, verificar o processo, detetar e corrigir eventuais erros (Albuquerque, 2021), em questões como “Verifica se construístes o diagrama de caule-e-folhas corretamente. Explica como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos”.

Na primeira parte (figura 1), foi pedido aos alunos que organizassem os dados por linhas, organizando-os por ordem crescente na linha correspondente – de acordo com a sua quantidade de dezenas. Seguiu-se um breve momento de partilha de resoluções, discussão destas e sistematização relativo a este primeiro passo.

Figura 1

Folha de Exploração “Percurso” (1.ª parte) da 1.ª sessão para os 3.º e 4.º anos

Folha de Exploração “Percurso”		
Nomes: _____	Grupo: _____	Data: _____

1.ª Parte

Na turma do Marco, os alunos registaram o tempo, em minutos, que cada um demora a chegar de sua casa à escola:

14	47	40	26
35	32	15	11
18	20	23	40
26	40	29	12

Fonte: própria.

1. Organiza os dados da tabela por ordem crescente.

	Dados
Os dados que têm 1 dezena	
Os dados que têm 2 dezenas	
Os dados que têm 3 dezenas	
Os dados que têm 4 dezenas	

De seguida, as professoras estagiárias apresentaram o formato que deveriam utilizar na segunda parte da folha de exploração (figura 2): organizar os dados em linha, mas colocar as dezenas à esquerda de uma linha vertical e as unidades à direita desta.

Figura 2

Folha de Exploração “Percurso” (2.ª parte) da 1.ª sessão para os 3.º e 4.º anos

Folha de Exploração “Percurso”		
Nomes: _____	Grupo: _____	Data: _____

2.ª Parte

2. Organiza os dados de acordo com o que aprendeste: dezenas à esquerda, unidades à direita.

Após o momento de discussão com ambos os anos, seguiu-se o momento de sistematização, com o objetivo da institucionalização dos conceitos abordados na sessão

com recurso a um *PowerPoint*. Neste momento, cada aluno preencheu a folha de sistematização (figura 3), que foi colada no caderno diário, após a devida correção por parte das professoras estagiárias.

Figura 3

Folha de Sistematização da 1.ª sessão para os 3.º e 4.º anos

Folha de Sistematização	
Nome: _____	Data: _____
<p>O diagrama que construí tem o nome de _____ de _____ -e- _____.</p> <p>Este diagrama serve para organizar dados de _____ conjunto.</p> <p>No _____ são colocadas as _____ dos dados, que podem ter 1 ou mais algarismos.</p> <p>Nas _____ é colocado o algarismo das _____. As folhas organizam-se por ordem _____ a partir do caule.</p> <p>Os elementos que não devem faltar no diagrama de caule-e-folhas são o _____; a _____ e a _____.</p>	

No fim da sessão, os alunos responderam individualmente a uma Tarefa de Avaliação Formativa (figura 4), com vista a obter *feedback* das aprendizagens realizadas.

Figura 4

Tarefa de Avaliação Formativa da 1.ª sessão para os 3.º e 4.º anos

Tarefa de Avaliação Formativa			
Nome: _____		Data: _____	
<i>O que aprendi hoje:</i>	<i>Já sei!</i>	<i>Tenho algumas dificuldades.</i>	<i>Não percebi.</i>
<i>O que é um diagrama de caule-e-folhas.</i>			
<i>Como construir um diagrama de caule-e-folhas.</i>			
<i>Quanto e quais os elementos um diagrama de caule-e-folhas deve ter.</i>			

3.2 Descrição da 2.ª Sessão

A segunda sessão ocorreu de forma paralela, entre a sala de aula (3.º ano) e o espaço que lhe é contíguo (4.º ano). No 3.º ano o foco foi, a nível de conteúdos matemáticos – inseridos no tema Dados e Probabilidades – o Valor Mínimo, o Valor Máximo e a Moda. Já no 4.º ano, os conteúdos matemáticos em foco – também inseridos no tema Dados e Probabilidades – foram o Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo.

Cada um destes conteúdos foi introduzido pela primeira vez no ano de escolaridade correspondente.

No que ao 3.º ano diz respeito, a sessão iniciou com uma discussão introdutória sobre os conteúdos da sessão anterior e sobre os objetivos da presente sessão. Neste momento, foi também apresentada a estrutura da sessão, de acordo com o modelo de ensino exploratório da matemática (Canavarro, et al., 2012) e os alunos tiveram oportunidade de colocar questões. Foi revista a constituição dos grupos e tomaram os seus lugares para dar início à tarefa atribuída.

Assim, os alunos realizaram, em pequeno grupo, a Folha de Exploração “Alturas” (figura 5), com base em dados reais da turma recolhidos previamente.

Figura 5

Folha de Exploração “Alturas” da 2.ª sessão para o 3.º ano

Folha de Exploração “Alturas”				
Nomes: _____		Grupo: _____		Data: _____

Foram medidas as alturas em centímetros dos alunos da turma de 3.º e 4.º anos da Escola Básica de Torres do Mondego.

Alturas dos alunos dos 3.º e 4.º anos

133	150	140	130	137
131	128	135	136	137
133	142	135	126	136
135	135	131	128	134

Fonte: própria

- 1. Organiza** os dados num diagrama de caule-e-folhas. **Describe** os passos que fizeste para construir o diagrama de caule-e-folhas, explicando como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 2. Identifica** as informações que foram essenciais para construíres o diagrama de caule-e-folhas.
- 3.** Considerando o diagrama de caule-e-folhas que construístes, qual é a altura do aluno mais baixo? E do mais alto? O que significam estes valores? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 4.** Qual foi a altura mais registada? O que significa este valor? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 5. Verifica** se construístes o diagrama de caule-e-folhas corretamente. **Explica** como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 6. Indica** todos os elementos que devem estar presentes num diagrama de caule-e-folhas.

Na quarta fase, os alunos preencheram individualmente uma folha de sistematização, que consistia no preenchimento de espaços em branco com os conceitos matemáticos abordados no decorrer da sessão (figura 6).

Figura 6

Folha de Sistematização da 2.^a sessão para o 3.^o ano

Folha de Sistematização	
Nome: _____	Data: _____

Analisando os dados através de um diagrama de caule-e-folhas, podemos identificar o valor _____ (que corresponde ao menor valor registado); o valor _____ (que corresponde ao maior valor registado) e ainda a _____ (que corresponde ao valor mais registado).

Com vista a obter *feedback* das aprendizagens realizadas, após o momento de sistematização, os alunos responderam individualmente a uma Tarefa de Avaliação Formativa (figura 7).

Figura 7

Tarefa de Avaliação Formativa da 2.^a sessão para o 3.^o ano

Tarefa de Avaliação Formativa	
Nome: _____	Data: _____

O que aprendi hoje:	Já sei!	Tenho algumas dificuldades.	Não percebi
Organizar dados num diagrama de caule-e-folhas.			
Verificar se construí o diagrama de caule-e-folhas corretamente.			
Identificar o valor mínimo, o valor máximo e a moda de um conjunto de dados.			

Relativamente ao 4.^o ano, foi feita uma conversa introdutória para recordar o que foi trabalhado na sessão anterior – Diagrama de Caule-e-Folhas Simples, e foram realizadas algumas questões provocatórias relacionadas com análise e interpretação de dados, por parte da professora estagiária. Em seguida, após a distribuição da Folhas de Exploração “Alturas” (figura 8), os alunos deram início à resolução das tarefas propostas.

Figura 8

Folha de Exploração “Alturas” da 2.ª sessão para o 4.º ano

Folha de Exploração “Alturas”			
Nomes: _____	Grupo: _____	Data: _____	

Foram medidas as alturas em centímetros dos alunos da turma de 3.º e 4.º anos da Escola Básica de Torres do Mondego.

Alturas dos alunos do 3.º ano				Alturas dos alunos do 4.º ano			
136	137	133	142	133	150	140	130
135	126	136	135	137	131	128	135
135	131	128	134				

Fonte: própria.

- 1. Organiza** os dados num diagrama de caule-e-folhas duplo. **Descreve** os passos que fizeste para construir o diagrama de caule-e-folhas duplo, explicando como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 2. Identifica** as informações que foram essenciais para construíres o diagrama de caule-e-folhas duplo.
- 3.** Considerando o diagrama de caule-e-folhas duplo que elaboraste, qual é a altura do aluno mais baixo? E do mais alto? O que significam estes valores nos dados registados nos dois anos? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 4.** Qual foi a altura mais registada? O que significa este valor? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 5. Verifica** se construístes o diagrama de caule-e-folhas duplo corretamente. **Explica** como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.
- 6. Indica** todos os elementos que devem estar presentes num diagrama de caule-e-folhas duplo.

Na fase da sistematização, foi distribuída uma folha para este fim (figura 9) que foi resolvida por cada aluno, com vista a institucionalizar os conteúdos abordados no decorrer da sessão.

Figura 9

Folha de Sistematização da 2.^a sessão para o 4.^o ano

Folha de Sistematização	
Nome: _____	Data: _____

A Matilde construiu a árvore genealógica da sua família e decidiu registar as idades dos seus familiares num diagrama de caule-e-folhas. Para isso, começou por organizar as idades dos familiares da parte da sua mãe, da seguinte forma:

Idades dos familiares da Matilde

Familiares da parte da mãe

1	1	4	9
2	3	7	
3	2	2	6 8
4	0	5	
5	7		

1. Completa o diagrama de forma a que inclua as idades dos familiares da Matilde, da parte do pai e da parte da mãe:

1	1	4	9
2	3	7	
3	2	2	6 8
4	0	5	
5	7		

Fonte: própria.

1|1 significa 11

A Matilde gostaria de organizar, no mesmo diagrama, as idades dos familiares da parte do pai que se encontram no quadro abaixo:

15	58	22	52
34	46	13	31
22	30	57	29

Por fim, após a conclusão da fase de sistematização, os alunos realizaram a Tarefa de Avaliação Formativa (figura 10), com vista a reconhecerem quais os conteúdos que consideravam ter aprendido, não ter compreendido ou ter algumas dificuldades.

Figura 10

Tarefa de Avaliação Formativa da 2.^a sessão para o 4.^o ano

Tarefa de Avaliação Formativa	
Nome: _____	Data: _____

<i>O que aprendi hoje:</i>	<i>Já sei!</i>	<i>Tenho algumas dificuldades.</i>	<i>Não percebi</i>
<i>Como construir um diagrama de caule-e-folhas duplo.</i>			
<i>Quantos e quais os elementos um diagrama de caule-e-folhas duplo deve ter.</i>			
<i>Identificar o valor mínimo, o valor máximo e a moda de um conjunto de dados.</i>			

3.3. Descrição da 3.ª Sessão

A terceira sessão ocorreu de forma paralela, entre a sala de aula (3.º ano) e o espaço contíguo (4.º ano). Aqui, ambos os anos tiveram como foco a aplicação dos conteúdos matemáticos abordados nas duas sessões anteriores, através da exploração da *applet* “Representação de Dados 2: Caule-e-folhas”. Apesar da mesma *applet*, as *frames* realizadas foram diferentes: o 3.º ano trabalhou com a *frame* 58 (Diagrama de Caule-e-Folhas Simples); e o 4.º ano trabalhou com as *frames* 60, 61 e 62 (Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo).

No que ao 3.º ano diz respeito, a sessão seguiu a mesma estrutura das anteriores e, após a saída dos alunos do 4.º ano da sala, os alunos de 3.º ano ocuparam os lugares com os respetivos grupos e deu-se início à sessão. Devido a observações feitas na sessão anterior, relativamente às dinâmicas de trabalho em grupo, foram feitas algumas considerações acerca da importância da qualidade da comunicação dentro dos grupos, ao cuidado que todos devem ter ao dar as suas respostas e o seu *feedback* acerca das respostas dos colegas.


Seguiu-se um momento introdutório, através do levantamento de questões por parte das professoras estagiárias, com vista à mobilização de conhecimentos desenvolvidos nas sessões anteriores. De seguida, os alunos ligaram um computador por grupo e deram início à resolução das tarefas propostas no Guião de Exploração “Diagrama de Caule-e-Folhas Simples” (figura 11), fazendo o devido registo.

Figura 11

Guião de Exploração “Diagrama de Caule-e-Folhas Simples” da 3.ª sessão para o 3.º ano

Guião de Exploração “Diagrama de Caule-e-Folhas Simples”
Nomes: _____ Grupo: _____ Data: _____

1. Abre a *applet* “Representação de Dados 2: Caule-e-folhas” da plataforma *HypatiaMat* e dirige-te à *frame* 58 e observa os dados.



Clica para validar a resposta.

Clica no espaço por preencher e utiliza o teclado que aparece em baixo para responder.

- 1.1. Identifica os elementos que são necessários para a construção de um diagrama de caule-e-folhas.
- 1.2. Verifica se construiste o diagrama de caule-e-folhas corretamente. Explica como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.
2. Qual foi o valor da pulsação mais baixa? O que significa este valor? Explica como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.
3. Qual foi o valor da pulsação mais alta? O que significa este valor? Explica como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.
4. Na atividade desportiva realizada na escola do Tobias, qual foi o valor da pulsação mais registada? O que significa este valor? Explica como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

No momento de discussão, dada a variabilidade das propostas de resolução feitas pelos diferentes grupos, foi possível organizar a discussão de modo que as resoluções menos completas precedessem as mais completas (Canavarro et al., 2012).

Seguiu-se um momento de sistematização das aprendizagens matemáticas, no qual os alunos preencheram individualmente uma Folha de Sistematização (figura 12).

Figura 12

Folha de Sistematização da 3.ª sessão para o 3.º ano

Folha de Sistematização	
Nome: _____	Data: _____

1. Os dados que estão na tabela são as idades, em anos, dos familiares do António que estiveram presentes na sua festa de aniversário. Observa os dados.

14	11	90	18
39	44	35	43
86	17	53	56

2. Individualmente, elabora um diagrama de caule-e-folhas para organizar os dados que são apresentados. Não te esqueças de indicar todos os elementos que devem estar presentes neste tipo de diagrama.



3. Completa:

A pessoa mais nova presente na festa tem _____ anos e este valor representa o valor _____ . A pessoa mais velha presente na festa tem _____ anos e este valor representa o valor _____ .
 A idade que mais se repete é _____ anos. Este valor representa a _____ .

No que concerne ao 4.º ano, para recordar o que foi trabalhado anteriormente - Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo, assim como os Valores Máximo e Mínimo e a Moda. Em seguida, após a distribuição dos Guiões de Exploração “Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo”, os alunos procederam, em pequeno grupo, à resolução das tarefas propostas (figura 13).

Figura 13

Guião de Exploração “Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo” da 3.ª sessão para o 4.º ano

Guião de Exploração “Diagrama de Caule-e-Folhas Duplo”		
Nomes: _____	Grupo: _____	Data: _____

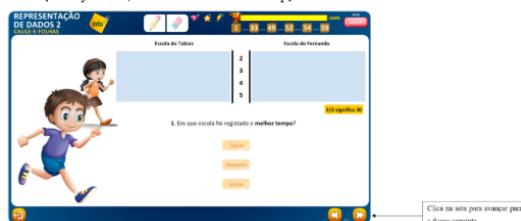
1. Abre a *applet* “Representação de Dados 2: Caule-e-folhas” da plataforma *HypatiaMat* e dirige-te à *frame* 60.
- 1.1. Lê atentamente a seguinte situação e **preenche** os espaços.



- 1.1. **Identifica** os elementos que são necessários para a construção de um diagrama de caule-e-folhas duplo.

- 1.2. **Verifica** se construiste o diagrama de caule-e-folhas duplo corretamente. **Explica** como pensaste usando palavras, esquemas ou desenhos.

2. Avança até à *frame* 61, lê atentamente e **seleciona** a opção correta.



- 2.1. O que significa este valor? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

3. Avança até à *frame* 62, lê atentamente e **seleciona** a opção correta.



- 3.1. O que significa este valor? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

4. Nas provas de corrida de 200 metros destas escolas, qual foi o valor do tempo em segundos mais registado? O que significa este valor? **Explica** como pensaste, usando palavras, esquemas ou desenhos.

Seguiu-se o momento de discussão, onde os grupos partilharam as suas resoluções, de acordo com a ordem previamente definida pela professora estagiária - da resolução menos completa para a mais completa. Foi neste momento que os alunos inseriram no computador da sala os dados das suas resoluções e foi feita a devida verificação, com recurso ao sistema de verificação de respostas da plataforma *HypatiaMat*.

Na fase de sistematização, cada aluno procedeu ao preenchimento individual da Folha de Sistematização (figura 14) que consistia no completamento de espaços que remetiam para as ideias-chave abordadas no decorrer de toda a sessão.

Figura 14

Folha de Sistematização da 3.ª sessão para o 4.º ano

Folha de Sistematização	
Nome: _____	Data: _____

1. Completa.

O diagrama que construí tem o nome de diagrama de caule-e-folhas _____. Este diagrama serve para organizar dados de _____ conjuntos, que partilham o _____.

As folhas organizam-se por ordem _____ a partir do caule, sendo que as do lado _____ representam os dados de um conjunto e as do lado _____ representam os dados do outro conjunto.

2. Enumera os três elementos que não devem faltar no diagrama de caule-e-folhas duplo que construiste.

- _____;
- _____;
- _____.

No final da sessão, os alunos preencheram individualmente uma Tarefa de Avaliação Formativa (TAF) - comum a ambos os anos de escolaridade -, com a qual se pretendia ter uma percepção sobre a avaliação dos alunos acerca das próprias aprendizagens (figura 15).

Figura 15

Tarefa de Avaliação Formativa (Bilhete à Saída) da 3.ª sessão para os 3.º e 4.º anos

Tarefa de Avaliação Formativa - Bilhete à Saída	
Nome: _____	Data: _____
O que aprendi hoje:	

O que não compreendi:	

Uma questão sobre a aula de hoje:	

4. AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PRÁTICA E PRINCIPAIS RESULTADOS

De uma forma geral, as sessões decorreram com um ritmo adequado à profundidade dos temas abordados. Ao longo das atividades, foi possível alcançar os objetivos definidos e o envolvimento dos participantes foi, na maioria das vezes, positivo. Algumas dinâmicas específicas contribuíram para uma melhor compreensão dos conteúdos tratados, permitindo a troca de ideias e a reflexão crítica sobre as questões propostas. Procurámos ir melhorando e ajustando as propostas de sessão para sessão, após analisarmos a sua eficácia (ou ineficácia).

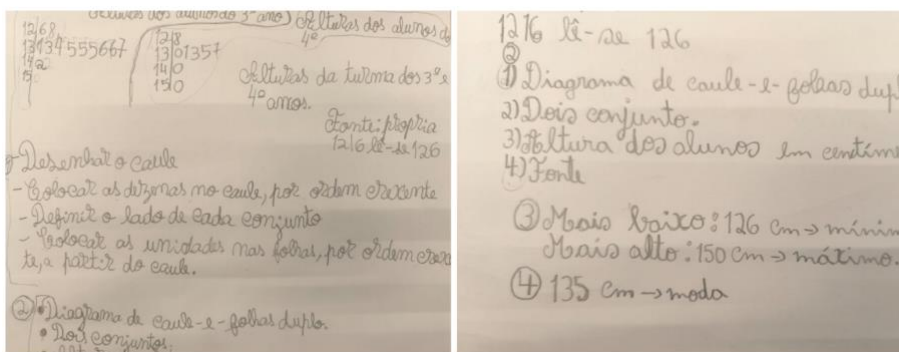
A prática de ensino exploratório permite que a aprendizagem dos alunos decorra da realização de valiosas tarefas, atribuindo real significado aos conhecimentos e procedimentos matemáticos, desenvolvendo capacidades matemáticas (Canavarro, 2011). Este modelo exige o seu conhecimento e compreensão para uma consequente boa aplicação e eficácia. Essa foi uma preocupação nossa aliada à verificação dessa mesma eficácia no desenvolvimento de competências matemáticas, mas também a nível da participação, do respeito e da escuta. Este foi um trabalho constante e minucioso que procurámos ir melhorando ao longo das sessões, que iniciou de forma prévia, aquando do contacto e análise do modelo e da sua implementação.

No que ao pensamento computacional diz respeito, verificou-se, sobretudo nos momentos de discussão, em que os alunos partilharam com a turma a sua forma de pensar, um aumento progressivo das capacidades de **abstração**, tendo identificado corretamente os elementos essenciais: identificação de dezenas e unidades, que elementos colocar no caule e nas folhas, organização por ordem crescente a partir do caule e identificação de título, fonte e legenda. Também foi possível, através da

estrutura da folha de exploração, os alunos procederem à **decomposição** da tarefa em tarefas de menor complexidade. A capacidade de **algoritmia** ficou evidenciada nas respostas à questão 1 da Folha de Exploração da 2.ª Sessão (figura 16). O processo de **deapuração** foi estimulado sobretudo no momento da discussão, enquanto os alunos confrontavam as suas respostas com as dos colegas e verificavam o trabalho realizado.

Figura 16

Resolução proposta pelo Grupo 7 (4.º ano), Folha de Exploração “Alturas”, 2.ª Sessão



Relativamente ao tema matemático em foco, a avaliação das aprendizagens realizadas revela-se positiva, a partir dos registos de sistematização dos alunos, que evidenciaram compreensão dos conteúdos, bem como das grelhas de observação tanto para o 3.º ano como para o 4.º ano. É possível verificar a maioria dos alunos a registar o nível 3 ou 4 dos parâmetros de avaliação, sobretudo na construção do diagrama de caule-e-folhas (simples e duplo), contemplando todos os seus elementos, bem como na identificação dos valores máximo e mínimo; a identificação da moda dos conjuntos de dados que revelou um pouco menos de alcance dos objetivos propostos² (figuras 17, 18, 19 e 20). Assim, considera-se que os alunos se encontravam numa trajetória positiva de desenvolvimento da literacia estatística, nomeadamente ao nível da análise exploratória de dados como introdução a esta área de estudo (Martins et al, 2017).

² As grelhas de observação utilizadas contemplaram quatro níveis de avaliação (de 1 a 4), podendo estes ser exemplificados da seguinte forma:

1. Não analisa representações gráficas...;
2. Revela dificuldades acentuadas em analisar representações gráficas...;
3. Analisa representações gráficas (...) revelando dificuldades pontuais;
4. Analisa com facilidade representações gráficas... .

Figura 17

Folha de Sistematização preenchida por um dos elementos do Grupo 5 (4.º ano), 1.ª Sessão

Escola Básica de [redacted]

Folha de Sistematização

Nomes: [redacted] Grupo: 5 Data: [redacted]

O diagrama que construí tem o nome de diagrama de caule e folha.
Este diagrama serve para organizar dados de 1 conjunto.
No caule são colocadas as dezenas dos dados, que podem ter 1 ou mais algarismos.
Nas folhas é colocado o algarismo das unidades. As folhas organizam-se por ordem crescente a partir do caule.
Os elementos que não devem faltar no diagrama de caule-e-folhas são o título, a legenda e a fonte.

Figura 18

Folha de sistematização preenchida por um dos elementos do Grupo 2 (3.º ano), 2.ª Sessão

[redacted]

Folha de Sistematização

Nome: [redacted] Data: 17/11/2024

Analisando os dados através de um diagrama de caule-e-folhas, podemos identificar o valor mínimo (que corresponde ao menor valor registado); o valor máximo (que corresponde ao maior valor registado) e ainda a meda (que corresponde ao valor mais registado).

Figura 19

Resolução apresentada pelo Grupo 5 (4.º ano), Folha de Sistematização, 2.ª Sessão

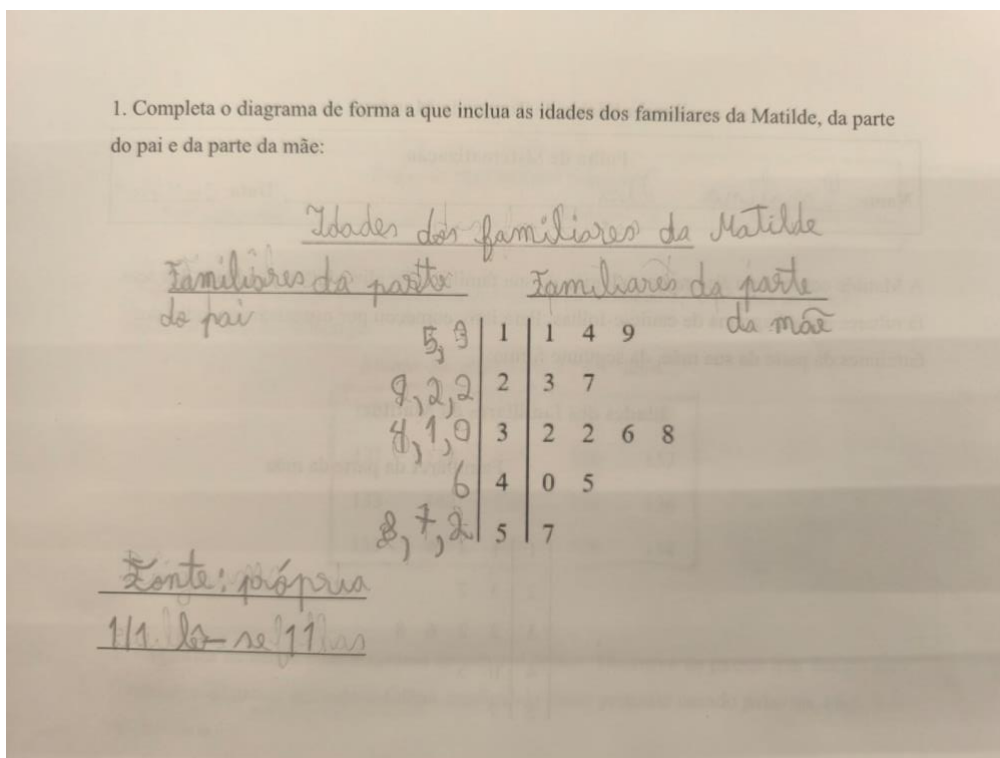
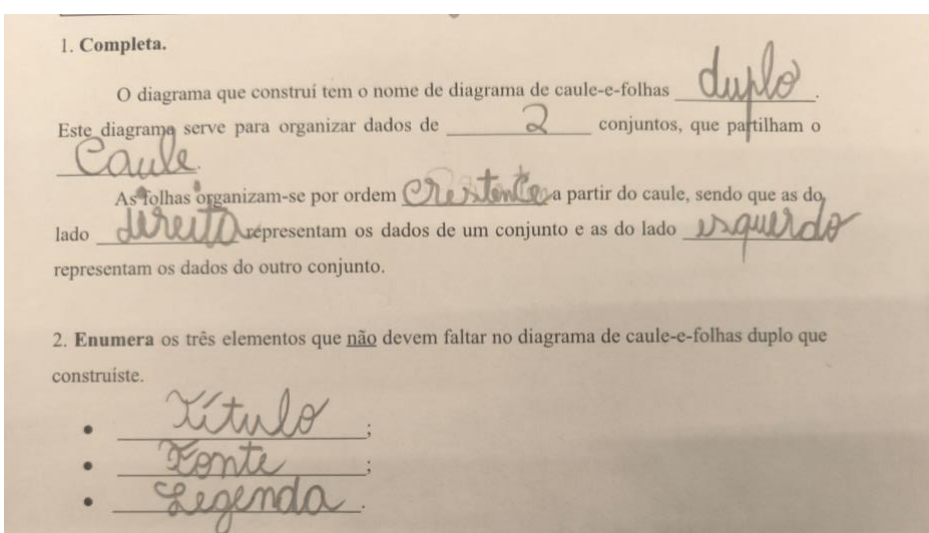


Figura 20

Folha de Sistematização preenchida por um elemento do Grupo 5 (4.º ano), 3.ª Sessão



As TAF revelaram-se uma importante fonte de informação, não só sobre as aprendizagens realizadas, como também da própria perceção dos alunos em relação a estas. Essa informação foi cruzada com as observações realizadas, bem como com os dados recolhidos acerca de cada aluno ao longo das sessões (figura 21).

Figura 21

TAF preenchida pelo Grupo 1 (3.º ano), 3.ª Sessão

O formulário é um bilhete de saída de avaliação formativa. No topo, há um campo para o nome do aluno, que está em branco. Abaixo, o título é "Tarefa de Avaliação Formativa - Bilhete à Saída". À esquerda, há um campo para o nome, também em branco. À direita, há um campo para a data, preenchido com "2/12/2024".

As perguntas e respostas são as seguintes:

- O que aprendi hoje: *Eu aprendi o diagrama de Caule - e - folhas*
- O que não compreendi: *Nada.*
- Uma questão sobre a aula de hoje: *Não teve mesma questão.*

5. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

É possível identificar alguns desafios com que surgiram ao longo do processo e cujos potenciais efeitos negativos se procura, sempre que possível, mitigar. Nesta secção, pretende-se refletir criticamente sobre os mesmos, apontando para as melhorias que poderão ser feitas, em momentos futuros, na implementação da prática.

Em primeiro lugar, torna-se incontornável referir a questão da gestão de tempo, apesar das planificações contemplarem essa rubrica e de, através das planificações, serem consideradas eventuais dificuldades. Assim, duas das sessões planeadas com ambos os grupos, as 2.ª e 3.ª sessões, prolongaram-se um pouco mais do que tinha sido planeado. Esta constatação foi feita perto do final do tempo letivo que deveria ser dedicado à sessão e, prontamente, foi discutido com a professora cooperante, que permitiu prolongar a sessão no tempo letivo seguinte, de forma que as planificações fossem cumpridas na totalidade.

Canavarro et al. (2012) referem alguns dos desafios encontrados pelos professores ao implementar Práticas de Ensino Exploratório que foram evidenciadas pelas Professoras Estagiárias, nomeadamente durante os momentos de resolução da tarefa, considerando que os alunos solicitam atenção com muita frequência e é necessário, em simultâneo, gerir a turma toda, não providenciar informação sobre a correção das respostas, mas dar apoio aos alunos e começar a orientar a discussão. De forma a minorar os constrangimentos relativos ao tempo necessário para realização das sessões, refletiu-se que também será importante, em momentos futuros, pensar em propostas de sistematização mais breves do que algumas das que foram apresentadas, por exemplo, a Folha de Sistematização da 2.ª Sessão para o 4.º ano (figura 9) e a Folha de Sistematização da 3.ª Sessão para o 3.º ano (figura 12).

As dificuldades encontradas no trabalho com os números, nomeadamente o entendimento dos alunos acerca do valor posicional dos algarismos remete para a necessidade de abordar novamente estes conteúdos, não descurando etapas essenciais para que esta dificuldade seja colmatada. Esta observação indica também a necessidade

de, em futuros momentos de planificação, se olhar de forma mais atenta para os conhecimentos prévios e, se necessário, fazer uma avaliação diagnóstica dos mesmos, para se poder seguir para os momentos de exploração com mais certezas, sobretudo para que os alunos possam usufruir de forma mais plena.

Outro desafio significativo encontrado foi a colaboração entre os alunos a nível do trabalho de grupo. Foi observado que alguns alunos manifestam desagrado por outros membros pertencentes ao grupo. Noutros casos, os alunos não expressavam o seu descontentamento de maneira explícita, mas, durante as atividades em grupo, demonstravam resistência à colaboração, seja por acreditarem ser capazes de resolver as tarefas de forma independente, seja por uma falta de disposição para trabalhar em conjunto com os colegas.

Ambas as situações sugerem a necessidade de trabalhar as competências sociais de forma mais eficaz. Lopes e Silva (2022) desenvolveram um trabalho acerca deste tema, dedicando um capítulo ao ensino das competências sociais consideradas importantes para o envolvimento dos alunos em estratégias de aprendizagem cooperativa, tanto aquelas que estão diretamente relacionadas com a tarefa, como as que têm que ver com o clima que se vive no grupo. Os autores enumeram uma série de comportamentos, verbais e não verbais, que podem ser demonstrativos de competências sociais potenciadoras do trabalho cooperativo, entre as quais a forma como os alunos se expressam, como escutam os colegas, como comunicam a sua concordância ou discordância, como gerem os conflitos, entre outras. Esta será certamente uma fonte indispensável para, futuramente, a abordagem ao trabalho e aprendizagem entre pares dentro da sala de aula ser melhorada.

Nas primeiras sessões de discussão, foi notável a responsabilização pelo grupo a um elemento que havia apresentado uma resposta menos completa, o que levou a, nas sessões subsequentes, reforçar a necessidade de respeito, colaboração e que esse era também um parâmetro importante de observação - não apenas as resoluções. Foi também realizado o reforço do brilho do erro, como essencial ao processo de aprendizagem, sempre com foco na melhoria e aprimoramento. Assim, é fundamental que se consiga promover um “ambiente de trabalho estimulante, onde o estabelecimento de uma adequada comunicação e negociação de significados é um aspeto fundamental ao serviço da construção de saberes pelos alunos” (Correia et al., 2010).

Outra questão a destacar são as dificuldades inerentes ao uso das tecnologias digitais, iniciando pelo deficiente acesso à *internet*, dada a localização geográfica da escola; existindo na escola apenas um *router* localizado no extremo oposto do edifício ao local onde se encontram as salas onde decorreram estas propostas e aos problemas técnicos dos computadores, podendo apenas ser solucionados por técnicos de informática do Agrupamento.

Em suma, é possível resumir desta forma os principais desafios encontrados e as suas implicações para a futura prática profissional:

- Desafios inerentes à implementação das Práticas de Ensino Exploratório, que é muito exigente para o professor, na medida em que este tem de fazer várias tarefas simultaneamente, preparar com antecedência todos os passos, materiais e instrumentos de avaliação, assim como antecipar questões e resoluções. Nesta situação,

que se tratou da aplicação deste tipo de práticas letivas pela primeira vez, foi um grande desafio e, ainda que se reconheça que é muito relevante e tem bastantes potencialidades, é possível perceber o quanto ainda é necessário praticar até existir um maior conforto na sua implementação, de modo que os seus benefícios para os alunos possam ser também incrementados.

- A questão da gestão do tempo, o que poderá ser justificado pela inexperiência.

- Os hábitos de trabalho da turma que impactaram diretamente as sessões de práticas de ensino exploratório: apesar de se ter tentado antecipar esta questão pondo em prática algumas sessões prévias, em jeito de “ensaio”, não se considerou suficiente. Nas sessões de práticas ensino exploratório tornou-se bastante notória a necessidade de continuar a insistir nas dinâmicas de trabalho em grupo e em processos colaborativos, bem como nas práticas de ensino exploratório, de modo que os alunos se sintam cada vez mais familiarizados com aquilo que deles é esperado em cada uma das fases.

- O recurso à plataforma *HypatiaMat*, cativante e gerador de aprendizagens significativas pelos alunos, ser condicionado pela falta de condições quer a nível de *internet*, quer a nível dos computadores de uso pessoal.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/50008/2025 (Instituto de Telecomunicações (IT)), UID/05198/2025 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED), UID/00194/2025 (CIDTFF), UID/06185/2025 (SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde) e no âmbito da bolsa de doutoramento com a referência 2022.09720.BD e com o identificador DOI <https://doi.org/10.54499/2022.09720.BD>.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aharoni, R. (2008) (2.^a edição). *Aritmética para pais, Um livro para adultos sobre a matemática das crianças*. Gradiva.
- Albuquerque, C. (2021). Pensamento computacional e matemática. *Educação e Matemática*, 162, 31-38. Associação Portuguesa de Professores de Matemática.
- Ben-Zvi, D. (2020). Data handling and statistics teaching and learning. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., pp. 177-181). Springer Reference.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J.B. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi, & J.B. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-16). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico, Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. ME/DGIDC. Em: https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5566/1/A_experiencia_matematica_no_ens_basico.pdf
- Canavaro, A.P. (2011). Ensino exploratório da matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17. Associação Portuguesa de Professores de Matemática.
- Canavaro, A., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In L. Santos, A. Canavaro, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira

- (Eds.), *Investigação em Educação Matemática*, 255– 266. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Carvalho, A., Santos, C., & Teixeira, R. C. (2020). Temas da matemática elementar: Diagrama de caule-e-folhas. *Jornal das Primeiras Matemáticas*, (15), 55-66.
- Correia, S., Ribeiro, C. M. & Carrillo, J. (2010). O papel do erro na resolução de problemas: a prática de uma professora do 1º Ciclo. In APM (Ed.), *Actas do XXV Encontro Nacional de Professores de Matemática – ProfMat 2010*. Aveiro: APM. https://www.researchgate.net/publication/258994585_O_papel_do_erro_na_resolucao_de_problemas_a_pratica_de_uma_professora_do_1_Ciclo
- Costa, C., Cabrita, I., Martins, F., Oliveira, R., & Lopes, J.B. (2021). Qual o papel dos artefactos digitais no ensino e na aprendizagem de matemática. In V. Santos, I. Cabrita, T. Neto, M. Pinheiro, J.B. Lopes (Eds.), *Matemática com vida: diferentes olhares sobre a tecnologia*. UA Editora, Universidade de Aveiro.
- Freitas, Y.M.A. (2024). *A applet multiplicação da plataforma hypatiamat na compreensão dos sentidos da operação aritmética multiplicação* [Relatório Final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Instituto Politécnico de Coimbra.
- Freitas, Y.A., Abazzi, M., Brito-Costa, S., Pinto, R., Rato, V., & Martins, F. (2024). Exploratory teaching: Integrating applet to teach arithmetic multiplication operation. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2024, 20(12), em2546. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15666>
- González, M. S. (2021). *#Dienlínea UNIA: Guía para una docencia innovadora en red*. (1st ed.). Universidad Internacional de Andalucía. <http://hdl.handle.net/10334/5981>
- Grover, S., & Pea, R. (2012). Computational thinking in K–12, A review of the state of the field. *Educational Researcher*, 20, (20), pp. 1–6. https://www.researchgate.net/publication/258134754_Computational_Thinking_in_K-12_A_Review_of_the_State_of_the_Field
- Hortênsio, A. (2020). *A influência da plataforma Hypatiamat na resolução de situações problemáticas envolvendo a adição e a subtração* [Dissertação de Mestrado]. Escola Superior de Educação de Coimbra.
- HypatiaMat (2024). *Projeto*. <https://www.hypatiamat.com/projeto.php>
- Jesus, C., Cyrino, M., & Oliveira, H. (2020). Mathematics teachers’ learning on Exploratory Teaching: analysis of a Multimedia Case in a Community of Practice. *Acta Scientiae*, 22(1), 112–133. <http://dx.doi.org/10.17648/acta.scientiae.5566>
- Lee, J., Joswick, C., Pole, K., & Jocius, R. (2022). Algorithm design for young children. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 23(2), 198–202. doi/10.1177/14639491211033663
- Lopes, J. B., Costa, C. (2019). Digital Resources in Science, Mathematics and Technology Teaching – How to Convert Them into Tools to Learn. In M. A. Tsitouridou, J. Diniz, T. Mikropoulos (Eds.), *Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20954-4_18
- Lopes, J.P., & Silva, H.S. (2022). *Aprendizagem cooperativa na sala de aula*. Pactor.
- Martins, F. (coord.) (2017). *Educação pré-escolar e literacia estatística, A criança como investigadora*. Psicossoma.
- Martins, F., Pinto, R., & Costa, C. (Eds.) (2022). *Artefactos digitais, aprendizagens e conhecimento didático*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. DGIDC.
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens essenciais de matemática – 3.º e 4.º ano*. Ministério da Educação.
- NCTM (2014). *Principles to action: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Oliveira, A., & Oliveira, T. (2011). *Elementos de Estatística Descritiva*. Lisboa.
- Patacho, P. (2021). *Pensar a Educação: escola, justiça social e participação*. Porto Editora.

- Pereira, C. G. (2013). *Explorando a Organização e Tratamento de Dados em turmas dos 2.º e 6.º anos do Ensino Básico*. [Relatório de Estágio, Instituto de Educação da Universidade do Minho]. Repositóri UM. <https://hdl.handle.net/1822/28995>
- Pinto, R., Martins, J., & Martins, R. (2022). Projeto Hypatiamat, artefactos digitais para ensinar e aprender matemática. In F. Martins, R. Pinto & C. Costa (Eds.), *Artefactos digitais, aprendizagens e conhecimento didático* (pp. 10-30). Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Pires, D. (2021). *Adição de Números Naturais usando a Plataforma Hypatiamat* [Dissertação de Mestrado]. Escola Superior de Educação de Coimbra.
- Rodrigues, R. N., Almiro, M., Rato, V., Pinto, R., Costa, C., & Martins, F. (2025). Desenvolvendo o pensamento computacional e a literacia estatística através da plataforma HypatiaMat. *Revista APEduC*, 6(1), 122-142. <https://doi.org/10.58152/APEduCJournal.554>
- Rodrigues, R.N., Costa, C., Martins, F., & Ruiz-Rey, F.J. (2022). Ações de uma estagiária na promoção e sustentação de práticas epistémicas. *Revista Practicum*, 7(2), 148-168. <https://doi.org/10.24310/RevPracticumrep.v7i2.13518>
- Santos, J. (2021). *O uso da Plataforma Hypatiamat no desenvolvimento do sentido aditivo da multiplicação* [Dissertação de Mestrado]. Escola Superior de Educação de Coimbra.
- Serra, A. (2021). *O uso da plataforma Hypatiamat e de artefactos concretos na compreensão dos números racionais não negativos* [Dissertação de Mestrado]. Escola Superior de Educação de Coimbra.
- Sobral, L.S., Neves, M.P.C, Simões, M.I.R., Rodrigues, R.N., Freitas, Y., Costa, C., & Martins, F. (2024). Pensamento computacional e literacia estatística no 1.º ano de escolaridade: Uma prática de ensino exploratório. *Didácticas Específicas*, 31, pp. 62-75.
- UNESCO. (2023). *A Tecnologia na educação: Uma Ferramenta a Serviço de Quem?*. (1st ed.). UNESCO. <https://pessoas2030.gov.pt/wp-content/uploads/sites/19/2023/07/386147POR.PDF>
- Verdasca, A., Neves, A., Fonseca, H., Fateixa, J., Procópio, M., & Magro-C, T. (2020). *Melhorar aprendizagens em matemática pelo uso intencional de recursos digitais* (1.ª edição). PNPSE. Em <https://pnpse.min-educ.pt/estudo4>
- Voon, X.P., Wong, S.L., Wong, L.H., Khambari, M.N.M, & Syed-Abdullah, S.I.S. (2022). Developing computational thinking competencies through constructivist argumentation learning: A problem-solving perspective. *International Journal of Information and Education Technology*, 12(6), 529-539.
- Wing, J.M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 19 (3), 33-35. Association for Computing Machinery.

GEOMETRIA EM FOCO: SÓLIDOS GEOMÉTRICOS E FIGURAS PLANAS

Beatriz Figueiredo¹, Beatriz Ribeiro¹, Joana Rodrigues¹, José Sacramento¹, Vera Silva², Rita Neves Rodrigues^{1, 3, 4}, Fernando Martins^{1, 5, 6, 7}

¹ Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

² Centro Escolar Quinta das Flores, Agrupamento de Escolas Coimbra Sul, Coimbra, Portugal

³ Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal

⁴ CIDTFF – Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal

⁵ inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal

⁶ Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Covilhã, Portugal

⁷ SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde, Portugal

beatrizfigueiredo318@gmail.com, beatrizmirandaribeiro@hotmail.com,
joanacardosorodrigues@gmail.com, jose@esec.pt, verasilva@coimbrasul.pt,
ritanevesrodrigues@hotmail.com, fmlmartins@esec.pt

RESUMO

A utilização de materiais manipuláveis e artefactos digitais é sugerida na literatura da especialidade como sendo uma mais-valia para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Além disso, o modelo de ensino exploratório influencia o papel ativo dos alunos na construção dos seus conhecimentos. Este estudo tem como objetivo apresentar uma sequência didática para promover a aprendizagem dos conceitos sólidos geométricos e as figuras planas no tema Geometria e medida no 1.º Ciclo do Ensino Básico. Esta prática letiva centra-se numa experiência de ensino com quatro sessões, implementadas no 2.º ano de escolaridade, usando o modelo de ensino exploratório. Os alunos exploram os sólidos geométricos e as figuras planas, sendo a aprendizagem mediada através dos artefactos: Plataforma *HypatiaMat*, geoplano e casas dos sólidos. A análise da implementação da sequência didática foi efetuada através da interpretação dos registos escritos dos alunos e dos registos do diário de bordo das professoras estagiárias, recolhidos durante as sessões. Tornaram-se evidentes melhorias na compreensão dos conceitos geométricos, como por exemplo, a classificação e a distinção das figuras planas e, para além disso, no desenvolvimento de competências de aprendizagem colaborativa, do raciocínio matemático e da comunicação matemática. A sequência didática evidenciou constituir-se como uma proposta eficaz para compreensão dos conhecimentos matemáticos dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: 1.º Ciclo do Ensino Básico, Geometria e Medida, Práticas de Ensino Exploratório.

1. INTRODUÇÃO

O ensino exploratório distingue-se do ensino direto pelos papéis que o professor e os alunos desempenham, como as tarefas são propostas e geridas e como a comunicação é feita na sala de aula (Oliveira et al., 2013). A principal característica deste modelo de ensino é que o professor não procura explicar todos os conceitos diretamente, mas atribui aos alunos uma parte significativa do processo de descoberta e construção do conhecimento (Ponte, 2005). Segundo Canavarro (2011, p.11) o ensino exploratório defende “(...) que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva, fazendo com que os conhecimentos e procedimentos matemáticos surjam com significado”. O ensino exploratório distingue-se do ensino expositivo pelos papéis assumidos pelo professor e pelos alunos, pelas tarefas propostas, pela forma como são geridas e pela comunicação estabelecida durante a aula (Ponte, 2005).

O presente artigo tem como objetivo apresentar uma sequência didática que promoveu o desenvolvimento do raciocínio matemático nos processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, no âmbito do tema Geometria e medida. O foco incidiu especificamente nos tópicos sólidos e figuras planas, conforme definidos nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 1.º Ciclo do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2021). Assim, os principais objetivos a atingir com estas sessões eram desenvolver a noção de sólidos geométricos e as suas características e aprofundar o conceito de figuras planas, em particular, os polígonos.

O problema educativo que esteve na base da prática implementada surgiu a partir de uma observação feita na sala de aula, em que um aluno, ao tentar identificar um cubo, chamou-o de "quadrado". Este equívoco indicou uma falta de compreensão clara sobre as diferenças entre sólidos geométricos e figuras geométricas. A partir desta situação, surgiu a necessidade de uma intervenção pedagógica focada no reforço das noções de sólidos geométricos e figuras planas, de forma a clarificar estas distinções e aprofundar a compreensão dos alunos sobre as propriedades e classificações dos objetos geométricos. Assim, a prática implementada teve como objetivo colmatar as dificuldades identificadas e promover a compreensão dos tópicos mencionados, do tema, Geometria e Medida.

A sequência didática foi direcionada para uma turma de 24 alunos do 2.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Realizaram-se quatro sessões distintas, com a duração de 90 minutos, estruturadas de forma a garantir uma progressão lógica e integrada das aprendizagens matemáticas. Na primeira sessão, o foco incidiu sobre os sólidos geométricos, onde os alunos exploraram os sólidos geométricos, identificando as suas características principais, através do jogo, diálogos interativos, manipulação de sólidos geométricos em madeira, folhas de exploração para trabalho em pares e utilização da plataforma *HypatiaMat*. Na segunda sessão, a atenção focou-se nas figuras planas, com destaque nos polígonos, em que os alunos aprenderam a identificar, classificar e descrever figuras planas. A terceira sessão foi dedicada ao aprofundamento dos conteúdos trabalhados na sessão anterior. Por fim, na quarta sessão realizou-se um *peddy paper* com o objetivo de aprofundar os conhecimentos adquiridos nas últimas três sessões. Esta sessão permitiu aprofundar as aprendizagens, promover o trabalho em equipa e desenvolver competências, como o raciocínio lógico. Em todas as sessões,

as aprendizagens foram desenvolvidas de forma dinâmica e diversificada, recorrendo-se a diversos recursos pedagógicos para tornar o processo de aprendizagem mais envolvente e holístico, seguindo as diretrizes das práticas de ensino exploratório. Estas práticas incluem: (i) a introdução da tarefa, (ii) a realização da tarefa, (iii) a discussão da tarefa e (iv) sistematização das aprendizagens matemáticas (Oliveira et al., 2013).

A utilização de materiais manipuláveis, representações visuais e artefactos digitais, como a plataforma *HypatiaMat*, revelou-se essencial para proporcionar tarefas interativas e feedback imediato, estimulando o raciocínio matemático e a autonomia dos alunos. Esta plataforma é diretamente direcionada para os alunos, com o objetivo de promover o sucesso escolar na matemática. Além disso, a promoção de estratégias práticas e exploratórias, aliadas a momentos de aprendizagem colaborativa, permite que os alunos possam partilhar ideias, resolver problemas em grupo e construir conhecimentos de forma conjunta (Hortênsio, 2020).

Esta sequência didática contribuiu para uma prática pedagógica mais diversificada e inclusiva, ao integrar diferentes recursos, como materiais manipuláveis e artefactos digitais, criando oportunidades para aprendizagens mais ativas e colaborativas. Do ponto de vista formativo, este artigo também oferece uma oportunidade de reflexão e aplicação prática para os docentes em formação, permitindo experimentar estratégias pedagógicas inovadoras e adaptar as metodologias ao contexto real da sala de aula, contribuindo, assim, para o aperfeiçoamento das suas competências profissionais.

2. FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTO

2.1 A aprendizagem da geometria no primeiro ciclo do ensino básico

Segundo Vale e Barbosa (2014), a geometria no 1.º Ciclo deve estar ligada à realidade dos alunos, permitindo-lhes observar, explorar e relacionar formas e objetos do mundo que os rodeia. Assim, as sessões realizadas tiveram como propósito a criação de experiências de aprendizagens significativas, em que os alunos pudessem estabelecer relações entre os conceitos geométricos e situações concretas do quotidiano, utilizando, por exemplo, sólidos geométricos de madeira associados a objetos reais. Isto facilitou o reconhecimento e a identificação dos sólidos geométricos e reforçou a ligação entre os conteúdos e a realidade dos alunos. A abordagem escolhida teve como intenção desenvolver os conhecimentos dos alunos do 2.º ano de escolaridade ao nível da geometria, com foco nos sólidos geométricos e nas figuras planas.

De Villers (2017) alerta para os riscos de uma abordagem excessivamente formal, baseada apenas na apresentação de definições, exemplos e propriedades. Embora essa prática ainda seja comum, pode gerar algumas consequências como levar os alunos a acreditar que a matemática começa sempre com definições rígidas e únicas, o que dificulta a construção de significados. Por isso, foi adotada uma metodologia exploratória e concreta que permitiu a manipulação de materiais e a exploração em grupo, contribuindo para um maior envolvimento e compreensão dos conceitos.

A aprendizagem da geometria no 1.º Ciclo apresenta algumas dificuldades, tais como o facto de os alunos se fixarem em características não muito relevantes sobre as figuras e confundirem objetos tridimensionais com figuras planas. Assim, é essencial que se criem oportunidades para que haja comunicação entre os alunos e se criem

momentos para estes validarem as suas ideias em contextos práticos e visuais (Vale & Barbosa, 2014).

2.2 O raciocínio matemático

O desenvolvimento do raciocínio matemático é essencial no ensino da matemática, permitindo que os alunos formulem, testem e justifiquem conjecturas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos. Segundo Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020), o raciocínio matemático passa por mostrar ideias, encontrar padrões e explicar o que se pensa, processos estes que são fundamentais para a construção do conhecimento matemático.

Serrazina (2021) reforça que o raciocínio não deve ser visto como algo isolado, mas sim associado às representações matemáticas, pois é através destas que os alunos expressam o seu pensamento, têm contacto com as ideias matemáticas e constroem significados. A autora defende que a compreensão será mais profunda quando os alunos conseguem fazer conexões entre diferentes representações de uma mesma ideia.

Desta forma, nas sessões realizadas, foram criadas tarefas que incentivassem os alunos a explorar, discutir e refletir sobre conceitos matemáticos. Esta abordagem está alinhada com a perspetiva de que o raciocínio matemático deve ser promovido desde os primeiros anos de escolaridade, através de atividades que fomentem a investigação, a comunicação e a argumentação. Ao proporcionar um ambiente de aprendizagem onde os alunos possam experimentar, representar e discutir ideias matemáticas, favorecemos o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolver problemas com autonomia (Ponte et al.,2020).

2.3 A utilização de materiais manipuláveis

A utilização de materiais manipuláveis no ensino da matemática tem sido amplamente reconhecida como uma estratégia eficaz para a construção de conceitos, especialmente na geometria. Segundo Barata (2021), o uso de materiais manipuláveis e recursos digitais promove a motivação dos alunos, melhora a qualidade do ensino e facilita a obtenção de resultados em variados modelos de aprendizagem. Nas sessões realizadas, foram utilizados diversos materiais manipuláveis, que permitiram que os alunos explorassem ativamente os conceitos geométricos, facilitando a compreensão das propriedades das figuras e a distinção entre sólidos e figuras planas.

2.4 O uso da tecnologia para aprender matemática

No âmbito das tecnologias digitais, Barata (2021) destaca o surgimento de aplicações específicas para a matemática e as oportunidades que estas ferramentas oferecem para a aprendizagem dos alunos e o trabalho dos professores, visto que é perceptível que os alunos são visivelmente seduzidos por equipamentos digitais. Neste sentido, houve a preocupação de integrar ferramentas digitais de forma intencional e pedagógica, como a plataforma *HypatiaMat*, articulando a tecnologia com os objetivos de aprendizagem definidos. Existem alguns estudos, realizados por Hortênsio (2020), Serra (2021) e Pires (2021), que reforçam a importância da plataforma *Hypatiamat* na

aprendizagem da matemática. As autoras referem que a integração de *applets* no contexto de sala de aula, possibilita o desenvolvimento de diversas representações e resoluções por parte dos alunos. A utilização desta plataforma torna os alunos mais atentos e motivados para realizar as tarefas propostas, revelando-se, por isso, um artefacto digital importante no processo de ensino e de aprendizagem (Serra, 2021). Porém, para além dos materiais e recursos digitais terem de estar otimizados e funcionais, os docentes também têm de se sentir confiantes e confortáveis com a sua utilização (Lacerda, 2021). Esta preocupação esteve presente no planeamento, garantindo que todos os intervenientes estavam familiarizados com a ferramenta escolhida e com o seu potencial pedagógico.

Dentro das tecnologias digitais, alguns autores destacam as aplicações digitais criadas para a matemática e as oportunidades de exploração que essas ferramentas proporcionam aos alunos (Barata, 2021). Também na nossa prática, valorizamos estas oportunidades, incentivando a experimentação e a descoberta através de atividades digitais cuidadosamente selecionadas.

O uso das tecnologias digitais promove a motivação dos alunos, melhora a qualidade do ensino e facilita a obtenção de resultados em variados modelos de aprendizagem (Christopoulos et al., 2020). Esta realidade foi visível na nossa experiência, com os alunos a demonstrarem um maior interesse e envolvimento nas tarefas propostas. Para Pais (2020), a tecnologia utilizada em sala de aula, pode ter resultados positivos nos alunos, desde que não ocupe uma grande parte do tempo da aula. Assim, asseguramos um equilíbrio adequado, utilizando a tecnologia meramente como um apoio para o aprofundamento de conhecimentos já introduzidos. Reforçamos, deste modo, a intencionalidade do seu uso, recorrendo às ferramentas digitais em momentos-chave da aprendizagem, com o objetivo de consolidar e enriquecer os conteúdos trabalhados de forma significativa.

3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA E A SUA IMPLEMENTAÇÃO

A prática educativa, desenvolvida ao longo de quatro sessões, foi implementada numa turma do 2.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, composta por vinte e quatro alunos, com idades entre os sete e os oito anos. Trata-se de um grupo heterogéneo, com diferentes níveis e ritmos de aprendizagem. As sessões foram planeadas com o objetivo de introduzir o tema “Geometria e Medida”, promover o ensino exploratório e o desenvolvimento do raciocínio matemático, tendo cada uma a duração de noventa minutos. As três primeiras sessões foram realizadas em sala de aula, enquanto a quarta decorreu ao ar livre. Procurou-se implementar práticas inovadoras e distintas da rotina habitual dos alunos, com o objetivo de tornar o ensino mais dinâmico e envolvente, explorando métodos que estimulam a curiosidade e o empenho dos alunos.

1.ª sessão:

A sessão, começou com uma dinâmica intitulada “Jogo do Intruso” (figura 1), cujo objetivo era levar os alunos a identificar qual das figuras geométricas apresentadas não pertencia ao conjunto de cartas, expostas no quadro. Esta tarefa teve como propósito analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre figuras geométricas de forma lúdica

e interativa. Depois do jogo, a professora estagiária conduziu um diálogo sobre sólidos geométricos, utilizando objetos do quotidiano para facilitar a associação entre os objetos e os sólidos geométricos. A partir deste diálogo, os alunos foram explorando conceitos como faces, arestas e vértices, aprofundando o conhecimento sobre as propriedades dos sólidos. De seguida, os alunos trabalharam a pares, estipulados pela professora estagiária e realizaram uma folha de exploração (figura 2), sobre sólidos geométricos. Após a sua conclusão, iniciou-se uma discussão, onde a professora estagiária orientou os pares para partilharem as suas resoluções, fazendo corresponder os sólidos geométricos às casas “poliedros” e “não poliedros” correspondentes (figura 3). Após terem sido detetadas dificuldades em alguns pares, a professora estagiária utilizou como mediador da aprendizagem, a plataforma *HypatiaMat*, para reforçar os conteúdos abordados. Algumas *frames* foram realizadas com toda a turma, com foco nos alunos que apresentaram mais dificuldades, ajudando-os a aprofundar a aprendizagem dos conceitos abordados ao longo da sessão, tal como Serra (2021) defende que estes artefactos digitais são importantes no processo de ensino e aprendizagem, deixando os alunos atentos e motivados.

Para finalizar esta aula, foi entregue aos alunos uma folha de sistematização, com uma situação problemática, que permitiu de modo a verificar os conhecimentos dos alunos. Esta sessão proporcionou diversas estratégias lúdicas, bem como, diálogos interativos e artefactos digitais que garantiram uma abordagem dinâmica para a aprendizagem dos alunos.

Figura 1

Jogo do intruso

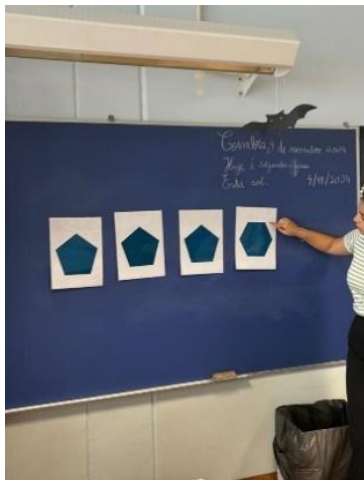








Figura 2

Folha de exploração

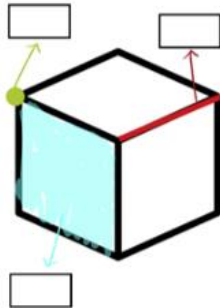
Nome: _____ Data: __/__/__

Folha de exploração – Sólidos geométricos

1 – Faz corresponder o nome do sólido geométrico à sua imagem.

	•	•	<input type="text" value="Cilindro"/>
	•	•	<input type="text" value="Pirâmide"/>
	•	•	<input type="text" value="Esfera"/>
	•	•	<input type="text" value="Cone"/>
	•	•	<input type="text" value="Cubo"/>
	•	•	<input type="text" value="Paralelepípedo retângulo"/>

2 – Coloca os nomes corretos, face, aresta e vértice, nos espaços em branco.



Nome: _____ Data: __/__/__

3 – Assinala, com um X, a opção correta.

Sólido geométrico	Cone	Cubo	Esfera	Cilindro	Pirâmide	Paralelepípedo retângulo
Pode rolar sempre						
Pode rolar e pode não rolar						
Nunca pode rolar						

4 – Após a leitura do texto, corresponde os sólidos geométricos ao local correto.

A família dos sólidos geométricos

Era uma vez uma família muito vaidosa, a família dos sólidos geométricos. Esta família era grande e muito variada, estava sempre dividida em dois grupos com características diferentes, chamados os poliedros e os não poliedros.

Os poliedros eram conhecidos por terem todas as suas superfícies planas e não gostarem de curvas. No outro lado da família viviam os não poliedros. Estes não se entendiam muito bem, porque uns só tinham superfícies curvas, e os outros tinham superfícies curvas e planas.

<input type="text" value="Pirâmide"/>	•	
<input type="text" value="Esfera"/>	•	•
<input type="text" value="Cone"/>	•	•
<input type="text" value="Cubo"/>	•	
<input type="text" value="Cilindro"/>	•	•
<input type="text" value="Paralelepípedo retângulo"/>	•	•

Figura 3

Exploração da “casa dos poliedros” e “casa dos não poliedros”



2.ª sessão:

A segunda sessão, teve como objetivo abordar os conceitos dos polígonos, não polígonos, linhas poligonais e linhas não poligonais, usando uma abordagem com base no ensino exploratório. A sessão começou com a distribuição de uma folha de exploração sobre polígonos (figura 4), que foi lida em voz alta pela professora estagiária para garantir que todos os alunos compreendessem a tarefa. A realização da folha de exploração permitiu que os alunos analisassem e compreendessem as características dos polígonos de forma autónoma. Após a conclusão da realização da tarefa, seguiu-se a partilha e discussão das resoluções dos alunos em grande grupo, o que permitiu identificar os alunos que apresentaram maiores dificuldades na compreensão dos conceitos (figura 5). A realização da discussão em grande grupo revelou-se uma estratégia essencial para clarificar os conceitos e proporcionou aos alunos a oportunidade de partilhar as suas interpretações e dúvidas.

Figura 4

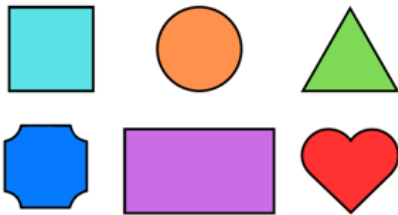
Folha de exploração dos polígonos e não polígonos, linhas poligonais e não poligonais

Nome: _____ Data: _____


Nome: _____ Data: _____


Polígonos e não polígonos

1. Observa atentamente as figuras que se seguem.



1.2 Organiza as figuras em dois grupos (Grupo A e Grupo B).


A


B



1.3 Justifica os critérios que usaste para a criação dos grupos. Explica como pensaste através de esquemas, desenhos ou palavras.


Linhas poligonais e não poligonais

2. Observa atentamente as figuras que se seguem.



2.2 Organiza as figuras em dois grupos (Grupo A e Grupo B).

A


B


2.3 Justifica os critérios que usaste para a criação dos grupos. Explica como pensaste através de esquemas, desenhos ou palavras.

Figura 5

Esquemas elaborados pelos alunos sobre os conteúdos



De modo a aprofundar os conteúdos, a professora estagiária recorreu à plataforma *HypatiaMat*, envolvendo os alunos de forma interativa na resolução das *frames*, promovendo um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e participativo. No final da sessão, para aprofundar os conceitos trabalhados, os alunos realizaram uma folha de sistematização.

3.ª sessão:

A terceira sessão teve como principais objetivos: classificar figuras planas com base nas suas características, compreender a hierarquia entre quadrado e retângulo, e usar representações para expressar ideias e processos matemáticos. Os alunos foram organizados em pares e receberam uma folha de exploração (figura 6) com situações problemáticas sobre quadriláteros. Cada par recebeu também um geoplano e elásticos, materiais indispensáveis para a concretização de algumas tarefas propostas.

Figura 6

Folha de exploração sobre os quadriláteros

Nome: _____ Data: ___/___/___

Os Quadriláteros

1. Observa os polígonos A, B e C. O que têm em comum e o que os diferencia?
Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.



- 1.1. Entre os polígonos A, B e C qual (is) pode(m) ser chamado(s) retângulo(s)?
Porquê? Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

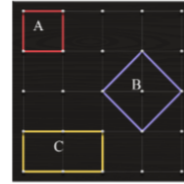
- 1.2. Entre os polígonos A, B e C qual (is) pode(m) ser chamado(s) losango(s)?
Porquê? Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

- 1.3. Entre os polígonos A, B e C qual (is) pode(m) ser chamado(s) quadrado(s)?
Porquê? Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

Nome: _____ Data: ___/___/___

Aprender com o geoplano

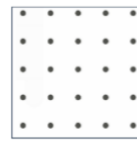
1. Constrói no geoplano as figuras A, B e C.



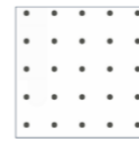
Esquema 1

- 1.1. Sublinha as afirmações verdadeiras.
Todas as figuras são quadriláteros.
Só a figura C é que é um retângulo.
Todas as figuras são polígonos.
As figuras A e B são losangos.

2. Constrói duas figuras com quatro lados à tua escolha no geoplano.
Representa as tuas construções, uma no papel pontado do esquema 2 e outra no do esquema 3.



Esquema 2



Esquema 3

Após a realização das tarefas, seguiu-se um momento de discussão, durante o qual foi possível observar que alguns alunos revelaram dificuldades em compreender que o quadrado partilha características tanto do retângulo como do losango. Na tarefa que envolvia o uso do geoplano, os alunos construíram com facilidade dois polígonos com quatro lados, demonstrando capacidade para aplicar os conceitos básicos sobre os quadriláteros. Segundo Barata (2021), o uso de materiais manipuláveis e recursos digitais promove a motivação dos alunos, melhora a qualidade do ensino e facilita a obtenção de resultados em variados modelos de aprendizagem, o que se comprovou com o geoplano, visto que todos os alunos conseguiram construir os polígonos com facilidade.

No momento de sistematização, a professora estagiária analisou com os alunos um documento em formato PowerPoint, que permitiu aprofundar as aprendizagens e também identificar eventuais dificuldades.

4.ª sessão:

A quarta sessão teve como principal objetivo aprofundar os conhecimentos adquiridos, nas sessões anteriores, sobre os sólidos geométricos e as figuras planas. Os alunos foram organizados em seis grupos de quatro elementos, promovendo a colaboração e o trabalho de equipa. Cada grupo recebeu os materiais necessários para a dinâmica, nomeadamente: uma folha de exploração do *peddy paper* (figura 7), um lápis e uma borracha. Após a distribuição dos materiais, foram apresentados os objetivos e as regras do jogo. Os alunos compreenderam que deveriam procurar as estações (figura 8), previamente distribuídas pelo recinto escolar, e responder às questões, seguindo a ordem indicada na folha de exploração.

Figura 7

Folha de exploração

Grupo 5

Estação 5: Dirige-te para as mesas onde costumamos cantar os parabéns aos colegas da turma.
Completa os espaços em branco.
Este polígono pode ser simultaneamente um _____, um _____ e um _____.

Estação 10: Dirige-te ao local onde dançámos quando estávamos a aprender os números ordinais.
R: _____

Estação 8: Dirige-te ao portão da escola.
R: _____

Estação 9: Dirige-te para os bancos de cimento ao pé das mesas onde costumamos cantar os parabéns.
R: _____

Estação 4: Dirige-te ao pé da porta da Associação de Pais.

Número de faces: _____
Número de arestas: _____
Número de vértices: _____

Estação 3: Dirige-te para a porta de entrada da escola.
R: _____

Estação 6: Dirige-te ao local onde se realizou uma fogueira no dia de São Martinho.

R: _____

Estação 7: Dirige-te à baliza, do lado esquerdo, do campo de futebol.

Estação 1: Dirige-te à baliza, do lado direito, do campo de futebol.

Rodeia a opção correta:

Sim Não

Estação 2: Dirige-te aos matraquilhos.

Figura 8

Estações do *peddy paper*

ESTAÇÃO 1

Este polígono é um quadrilátero?



ESTAÇÃO 2

Desenha uma linha poligonal aberta.

ESTAÇÃO 3

Este sólido geométrico é um **poliedro** ou um **não poliedro**?



ESTAÇÃO 4

Indica o número de **faces**, de **arestas** e de **vértices** deste sólido geométrico.



ESTAÇÃO 5

Este polígono pode ser simultaneamente um _____, um _____ e um _____.



ESTAÇÃO 6

Este sólido geométrico é um prisma ou uma pirâmide?



ESTAÇÃO 7

Desenha um polígono hexagonal.

ESTAÇÃO 8

Escreve o nome de **dois** sólidos geométricos **não poliedros**.

ESTAÇÃO 9

Escreve o nome de **dois** sólidos geométricos com superfícies **planas**.

ESTAÇÃO 10

Escreve o nome de **cinco** sólidos geométricos.

Durante o *peddy paper*, os grupos deslocaram-se pelo espaço exterior da escola, resolvendo as tarefas propostas em cada estação. As professoras estagiárias acompanharam os grupos, ao longo de toda a dinâmica, de forma a monitorizar o progresso, verificar o trabalho realizado, garantir o apoio necessário e promover o cumprimento das regras estabelecidas. Na organização da dinâmica, foi preparada uma sequência diferente de estações para cada grupo. Embora as tarefas fossem as mesmas, procurou-se que a ordem da resolução variasse, de forma a evitar aglomerações nas estações e a minimizar distrações, promovendo assim um ambiente de trabalho mais focado e eficiente.

No final da tarefa, os alunos regressaram à sala de aula para uma discussão em grande grupo sobre as tarefas realizadas. Após o momento de partilha, cada aluno recebeu uma folha de sistematização dos conteúdos abordados, centrada nos temas dos sólidos geométricos e figuras planas, para ser resolvida de forma individual. Esta sessão destacou-se pela sua praticidade e interatividade, combinando o trabalho em equipa, com momentos de reflexão e discussão, o que favoreceu uma aprendizagem colaborativa e significativa.

4. AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DA PRÁTICA E PRINCIPAIS RESULTADOS

Na primeira sessão, introduzir um jogo para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos, revelou-se uma estratégia acertada, o que demonstra evidências da importância de compreender as conceções prévias dos alunos antes de introduzir tópicos matemáticos (Madruça et al., 2017). Nesse sentido, todos os alunos foram capazes de distinguir as figuras geométricas, expostas nos cartões no quadro (círculo, triângulo, quadrado, retângulo, pentágono e hexágono), nomeando qual o intruso, porquê e fazer a sua distinção. Posteriormente, procedeu-se à apresentação de os sólidos geométricos de madeira e estabeleceram-se conexões com objetos da vida real com uma forma semelhante. No decorrer do diálogo, alguns alunos não conseguiram identificar objetos com formas semelhantes a sólidos geométricos. Contudo, assim que a professora estagiária apresentou um exemplo, todos foram capazes de identificar o sólido correspondente. Esta abordagem apoiou os alunos na construção do seu conhecimento matemático, principalmente aqueles que revelaram mais dificuldades em estabelecer essas ligações (Lourenço, 2024).

Durante a realização da folha de exploração (figura 9), evidenciou-se que alguns grupos confundiram o cone com a pirâmide quadrangular e, outros grupos, não conseguiram classificar corretamente o cilindro e o cone, atribuindo-os à categoria dos poliedros, quando, na verdade, pertencem à categoria dos não poliedros, o que demonstra a não compreensão das características ou propriedades dos conceitos (Brunheira & Ponte, 2018).

Figura 9

Folha de exploração dos poliedros e dos não poliedros

3 – Assinala, com um X, a opção correta.

Sólido geométrico	Cone	Cubo	Esfera	Cilindro	Pirâmide	Paralelepípedo retângulo
Pode rolar sempre			<input checked="" type="checkbox"/>			
Pode rolar e pode não rolar	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>		
Nunca pode rolar	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

4 - Após a leitura do texto, corresponde os sólidos geométricos ao local correto.

A família dos sólidos geométricos

Era uma vez uma família muito vaidosa, a família dos sólidos geométricos. Esta família era grande e muito variada, estava sempre dividida em dois grupos com características diferentes, chamados os poliedros e os não poliedros.

Os poliedros eram conhecidos por terem todas as suas superfícies planas e não gostarem de curvas. No outro lado da família viviam os não poliedros. Estes não se entendiam muito bem, porque uns só tinham superfícies curvas, e os outros tinham superfícies curvas e planas.

A utilização da plataforma *HypatiaMat*, como mediador da aprendizagem, foi uma decisão eficaz. Este artefacto digital permitiu verificar se os alunos realmente tinham compreendido os conteúdos após a correção da folha de exploração e mostrou que os alunos reforçam os seus conhecimentos através de ambientes tecnológicos (Hortênsio,2020).

Na segunda sessão, o principal desafio identificado relacionou-se com a distinção entre linhas poligonais e não poligonais (figura 10). Inicialmente, os alunos demonstraram alguma dificuldade em compreender estas diferenças, o que exigiu um esforço maior de explicação e de mediação por parte das professoras estagiárias, utilizando e expondo exemplos de linhas poligonais e não poligonais no quadro. Esta estratégia revela a importância de os alunos contactarem com exemplos e não exemplos de um conceito, como defendem Brunheira e Ponte (2015), permitindo-lhes estabelecer comparações, formular hipóteses e construir generalizações. No final, a avaliação da sessão mostrou que, apesar das dificuldades iniciais, os alunos compreenderam bem o tema, demonstrando progresso nas suas aprendizagens concetuais. Verificou-se ainda que verbalizaram com maior facilidade as estratégias que adotaram e, tal como observado por Lourenço (2024), partilharam as suas ideias com mais segurança e argumentaram as suas escolhas.

Figura 10

Folha de exploração de linhas poligonais e não poligonais

Polígonos e não polígonos

1. Observa atentamente as figuras que se seguem.

1.2 Organiza as figuras em dois grupos (Grupo A e Grupo B).

1.3 Justifica os critérios que usaste para a criação dos grupos. Explica como pensaste através de esquemas, desenhos ou palavras.

Handwritten text: Um polígono círculo e a coração porque...
B - Representa os não polígonos
A - Representa os polígonos

Linhas poligonais e não poligonais

2. Observa atentamente as figuras que se seguem.

2.2 Organiza as figuras em dois grupos (Grupo A e Grupo B).

2.3 Justifica os critérios que usaste para a criação dos grupos. Explica como pensaste através de esquemas, desenhos ou palavras.

Handwritten text: Porque o B parece uma cara e está porque as figuras têm um ângulo.
B - linhas não poligonais
B - linhas poligonais

Na terceira sessão, os alunos enfrentaram várias dificuldades relacionadas com a compreensão das características comuns entre os diferentes tipos de quadriláteros (figura 11), particularmente no caso do quadrado. Muitos alunos tiveram dificuldade em perceber que o quadrado partilha características tanto do retângulo como do losango, tendo sido desafiador para eles entender que o quadrado é também um losango porque tem todos os lados iguais e, simultaneamente, um retângulo porque possui quatro ângulos retos. Este facto demonstra a dificuldade que os alunos têm em compreender as relações hierárquicas entre as figuras, nomeadamente as relações de transitividade entre diferentes conceitos (Brunheira & Ponte, 2015). Na situação problemática que envolvia o geoplano, os alunos facilmente construíram no material dois polígonos com quatro lados, mostrando capacidade em manipular os conceitos básicos de quadriláteros, o que demonstra que os materiais manipuláveis desempenham um papel fundamental na construção dos conceitos (Vale & Barbosa, 2014).


Figura 11

Folha de exploração sobre os quadriláteros

Os Quadriláteros

1. Observa os polígonos A, B e C. O que têm em comum e o que os diferencia?
Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

*Em comum: têm quatro lados e o comprimento dos lados e os ângulos.
Diferença: ao certo e não são todos iguais.*



Os polígonos têm quatro lados em comum e o que os diferencia são o comprimento dos lados e os ângulos.

1.1. Entre os polígonos A, B e C qual (is) pode(m) ser chamado(s) retângulo(s)?
Porquê? Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

*B porque se chama retângulo.
B e C, porque têm quatro ângulos retos.*

1.2. Entre os polígonos A, B e C qual (is) pode(m) ser chamado(s) losango(s)?
Porquê? Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

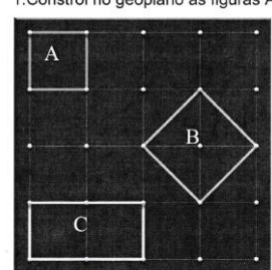
*A porque os lados são todos iguais.
A e B, porque têm quatro lados iguais.*

1.3. Entre os polígonos A, B e C qual (is) pode(m) ser chamado(s) quadrado(s)?
Porquê? Explica como pensaste através de desenhos, esquemas ou palavras.

*C porque se chama quadrado.
B e C porque têm quatro ângulos retos e quatro lados iguais.*

Aprender com o Geoplano

1. Constrói no geoplano as figuras A, B e C.

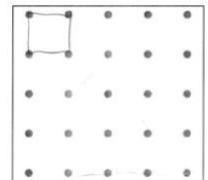


Esquema 1

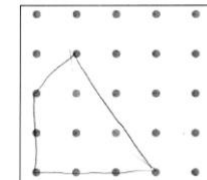
1.1. Sublinha as afirmações verdadeiras.

- Todas as figuras são quadriláteros. ✓
- Só a figura C é que é um retângulo.
- Todas as figuras são polígonos. ✓
- As figuras A e B são losangos. ✓

2. Constrói duas figuras com quatro lados à tua escolha no geoplano. Representa as tuas construções, uma no papel pontilhado do esquema 2 e outra no do esquema 3.



Esquema 2



Esquema 3

Na quarta sessão, os alunos enfrentaram algumas dificuldades, especialmente no que diz respeito ao trabalho em grupo e à resolução colaborativa das tarefas propostas. Um dos principais desafios foi a dificuldade em discutir ideias de forma conjunta para chegarem a respostas corretas, o que pode estar relacionado com uma formação de grupos que não foi suficientemente equilibrada. Esta questão comprometeu o envolvimento e a eficiência do trabalho colaborativo em algumas equipas. Além disso, demonstra que a discussão de ideias em grupo exige competências que nem todos os alunos têm desenvolvido, sendo necessário que estes aprendam a argumentar, justificar e a respeitar as ideias dos colegas (Guerreiro et al., 2015).

Quanto ao que diz respeito ao conteúdo (figura 12), uma das maiores dificuldades foi o reconhecimento do número de faces, arestas e vértices do prisma pentagonal. Este desafio parece estar associado à complexidade de visualizar e interpretar formas tridimensionais e a estabelecer relações entre figuras (Brunheira & Ponte, 2015).

Figura 12

Folha de exploração do peddy paper

Grupo 5

Estação 5: Dirige-te para as mesas onde costumamos cantar os parabéns aos colegas da turma.
Completa os espaços em branco.
Este polígono pode ser simultaneamente um quadrado, um retângulo e um quadrilátero.

Estação 10: Dirige-te ao local onde dançamos quando estávamos a aprender os números ordinais.
R: quinto com paralelepípedo, pirâmide, prisma.

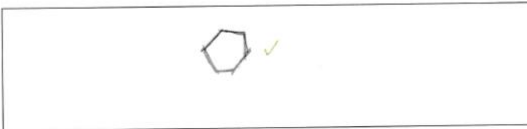
Estação 8: Dirige-te ao portão da escola.
R: cilindro, esfera.

Estação 9: Dirige-te para os bancos de cimento ao pé das mesas onde costumamos cantar os parabéns.
R: esfera com prisma.
o cubo é um prisma com 6 superfícies planas. O cubo é o prisma triangular com 5 superfícies planas.

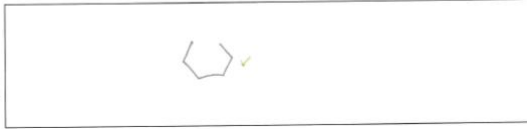
Estação 4: Dirige-te ao pé da porta da Associação de Pais.
Número de faces: 6
Número de arestas: 12
Número de vértices: 8

Estação 3: Dirige-te para a porta de entrada da escola.
R: poliedro.

Estação 6: Dirige-te ao local onde se realizou uma fogueira no dia de São Martinho.
R: prisma.

Estação 7: Dirige-te à baliza, do lado esquerdo, do campo de futebol.


Estação 1: Dirige-te à baliza, do lado direito, do campo de futebol.
Rodeia a opção correta:
 Sim Não

Estação 2: Dirige-te aos matraquinhos.


5. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

A experiência vivida na elaboração e implementação das quatro sessões do modelo de ensino exploratório permitiu-nos aprofundar conhecimentos teóricos e práticos, sobretudo, quanto ao modo como poderíamos colocar em prática os objetivos de aprendizagem e ir ao encontro das aprendizagens essenciais da matemática para o 2.º ano de escolaridade. O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória também foi considerado para o desenvolvimento de várias competências. As sessões desenvolvidas tiveram em consideração as quatro fases do modelo de ensino exploratório, tais como: introdução da tarefa, realização da tarefa, discussão da tarefa e sistematização dos conteúdos matemáticos. Ao longo das sessões, adotamos uma posição de orientadoras, realizando algumas questões, para ajudar os alunos a desenvolverem o seu raciocínio na resolução das tarefas propostas. Todas as sessões desenvolvidas estavam interligadas e tinham um fio condutor. A última sessão procurou aprofundar os conhecimentos dos alunos desenvolvidos ao longo das sessões anteriores. Escolhemos aprofundar o tema matemático “Geometria e medida” e a capacidade matemática “Raciocínio matemático”, por considerarmos, tendo em conta as características dos alunos da turma, serem essenciais desenvolver. Este tema desperta algumas dúvidas e dificuldades nos alunos, pelo facto de exigir a compreensão de conceitos e a sua classificação. Os alunos foram incentivados a analisarem, classificarem e justificarem conceitos de geometria, sendo capacidades transversais a outros temas integrados nas aprendizagens essenciais. As propostas realizadas permitiram que os alunos explorassem conceitos de geometria de forma prática e interativa, em pares ou em pequenos grupos. Consideramos que, enquanto professoras

estagiárias, precisamos de melhorar as nossas estratégias para formar grupos, de forma a evitar que existam elementos do grupo que realizem e reflitam sobre as tarefas, enquanto outros tomam atitudes mais passivas e menos envolventes.

Ainda assim, avaliamos esta experiência como bastante positiva, tanto no que diz respeito à evolução da aprendizagem dos alunos como ao nosso crescimento profissional. A planificação cuidada, a articulação entre sessões e a intencionalidade pedagógica permitiram-nos consolidar práticas de ensino mais eficazes e refletir criticamente sobre os desafios e potencialidades do modelo de ensino exploratório.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/50008/2025 (Instituto de Telecomunicações (IT)), UID/05198/2025 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED), UID/00194/2025 (CIDTFF), UID/06185/2025 (SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde) e no âmbito da bolsa de doutoramento com a referência 2022.09720.BD e com o identificador DOI <https://doi.org/10.54499/2022.09720.BD>.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barata, M. (2021). *Os materiais manipuláveis e a tecnologia na aprendizagem da matemática: Uma experiência de ensino numa turma de 1.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. [Prova de Mestrado, Instituto Superior de Educação e Ciências]. Repositório Comum.
- Brunheira, L., & Ponte, J. P. (2015). A influência das representações na classificação de quadriláteros em futuras professoras e educadoras. In M. V. Pires et al. (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2015 – Representações matemáticas* (pp. 195–208). Bragança: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Brunheira, L., & Ponte, J.P. (2018). Definir figuras geométricas: uma experiência de formação com futuras professoras e educadoras. *Quadrante*, 27(2), 133-159. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22965>
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/4265>
- Christopoulos, A., Kajasilta, H., Laakso, M., & Salakoski, T. (2020). Limits and Virtues of Educational Technology in Elementary School Mathematics. *Journal of Educational Technology*, 49(1), 59-81.
- De Villiers, M. (2017). From a golden rectangle to golden quadrilaterals and beyond. *At right angles*, 6(1), 64-69.
- Guerreiro, A., Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M.H. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(2), 279-295. <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>
- Hortênsio, A. (2020). *A influência da plataforma Hypatiamat na resolução de situações problemáticas envolvendo a adição e subtração*. [Relatório final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositório Comum.
- Lacerda, M. (2021). *O contributo das tecnologias digitais para a aprendizagem da matemática numa turma de 4.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. [Prova de Mestrado, Instituto Superior de Educação e Ciências]. Repositório Comum.
- Lourenço, A. (2024). Os materiais manipuláveis na aprendizagem matemática: um estudo com uma turma de 1.º ano do 1.º CEB. [Prova de Mestrado, Instituto Superior de Educação e Ciências]. Repositório Comum.

- Madruça, Z., Gallon, M., & Silva, C. (2017). Percepções sobre os conhecimentos prévios em matemática nos anos iniciais e possíveis caminhos. *Revista Exitus*, 7(3), 146-171. <https://doi.org/10.24065/2237-9460.2017v7n3ID352>
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática – 2ºano*. Lisboa: ME.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 22(2), 29–54. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22895>
- Pais, J. (2020) Tecnologia e educação. Uma aliança eficaz? Iniciativa educação. <https://www.iniciativaeducacao.org/pt/ed-on/ed-on-artigos/tecnologia-e-educacaouma-alianca-eficaz>
- Pires, D. (2021). *Adição de números naturais usando a plataforma HypatiaMat*. [Relatório final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositório Comum.
- Ponte, J.P, Quaresma, M., & Pereira, M. J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?. *Educação e Matemática*, 156, 7-11.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Serra, A. (2021). *Uso da plataforma HypatiaMat e de artefactos concretos na compreensão dos números racionais não negativos*. [Relatório final de Mestrado, Escola Superior de Educação de Coimbra]. Repositório Comum.
- Serrazina, L. (2021). Aprender matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. *Em Teia, Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 12(3), 2-19. <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250302>
- Vale, I. & Barbosa, A. (2014). Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *Boletim GEPEN*, 65(1), 3-16. <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2015.011>

NOTAS SOBRE OS EDITORES

Vanda Santos é Professora Adjunta Convidada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e doutorada em Didática de Ciências e Tecnologia, Especialidade de Didática de Matemática. Membro integrado do Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de formadores (CIDTFF) da Universidade de Aveiro e membro colaborador do Centro de Informática e Sistemas da Universidade de Coimbra (CISUC). Integra o *lem@tic* – laboratório de Educação em Matemática. É Editora Convidada na revista científica *Frontiers in Education*. Revisora nas revistas científicas *Computers & Education*, *Education and Information Technologies* e *Technology e Knowledge and Learning*. As suas principais áreas de investigação são geometria computacional, tecnologias educativas, pensamento crítico, STE(A)M e educação [ORCID ID: [0000-0002-3953-6123](https://orcid.org/0000-0002-3953-6123)].

Sónia Brito-Costa é Professora Adjunta Convidada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e Investigadora Auxiliar de carreira no Instituto Politécnico de Coimbra. Membro da direção e coordenadora do polo de Coimbra do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação (UID/05198/2025), participa em vários conselhos editoriais de revistas científicas internacionais, atuando também como revisora, e tem participado como perita avaliadora especialista na comissão europeia, tendo como interesses de investigação a Personalidade, os processos cognitivos, a Psicometria e a tomada de decisão [ORCID ID: [0000-0002-7074-887X](https://orcid.org/0000-0002-7074-887X)].

Sofia Gonçalves é Professora Adjunta Convidada na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra e doutorada em Ciências da Educação, na especialidade de Organização do Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores pela Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra. Investigadora Integrada do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação (UID/05198/2025), com interesses de investigação em Didática, Organização Escolar, Políticas Educativas e Aprendizagem Cooperativa [ORCID ID: [0000-0002-9893-7875](https://orcid.org/0000-0002-9893-7875)].

Sílvia-Natividad Moral-Sánchez é doutora em Educação Matemática pela Universidade de Almería (Espanha). Mestre em Ensino Secundário e Formação Profissional, com especialização em Matemática e Engenharia de Telecomunicações pela Universidade de Málaga (Espanha). É Professora na área de Didática da Matemática da Universidade de Málaga, com interesses de investigação em Educação Matemática, Inovação Educativa, Educação STEAM, Pensamento Computacional e Inteligência Artificial e Novas Tecnologias aplicadas ao ensino da Matemática. [ORCID ID: [0000-0002-0200-3569](https://orcid.org/0000-0002-0200-3569)].

Fernando Martins é Professor Coordenador Principal na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra. Agregado em Estudos da Criança, Especialidade De Infância, Desenvolvimento e Aprendizagem (Universidade Do Minho). Investigador do inED - Centro de Investigação e Inovação em Educação (UID/05198/2025), do Instituto de Telecomunicações (UID/50008/2025) e do SPRINT – Centro de Investigação & Inovação em Desporto, Atividade Física e Saúde (UID/06185/2025), com interesses de investigação em Didática de Matemática Elementar, Conhecimento Matemático para Ensinar, Métodos Matemáticos Aplicados a Problemas de Ciências do Desporto e Engenharia, Matemática Elementar, Pensamento Computacional, Robótica Educativa, Educação STEAM [ORCID ID: [0000-0002-1812-2300](https://orcid.org/0000-0002-1812-2300)].

