21

ENCONTRO NACIONAL BETÃO ESTRUTURAL 1994

AVALIAÇÃO E DISCUSSÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM EDIFÍCIOS

Vinagre, J.[1]; Bártolo, A.[2]; Camara, J.[3]

Original

AVALIAÇÃO E DISCUSSÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM EDIFÍCIOS

Vinagre, J.[1]; Bártolo, A.[2]; Camara, J.[3]
Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico

SUMÁRIO

As metodologias, presentemente propostas a nível dos regulamentos para ter em conta os efeitos de 2ª ordem, no dimensionamento dos sistemas porticados de edifícios de betão armado, são reconhecidamente complexas.

Se, por um lado, parece reconhecer-se que, em geral, se sobrevaloriza estes efeitos na verificação de segurança, por outro , constata-se que as propostas regulamentares mais recentes apontam no sentido de dar ainda um maior relevo a estes efeitos, quer em relação às situações em que tais efeitos têm de ser considerados, quer em relação ao tipo de verificações exigidas.

Com base num programa de análise não linear e, de acordo com uma metodologia de verificação de segurança previamente discutida, analisam-se alguns tipos estruturais em pórtico.

Da interpretação e discussão dos resultados obtidos tiram-se algumas conclusões sobre as metodologias correntes de dimensionamento. Finalmente, chama-se a atenção para algumas das suas insuficiências e da eventual necessidade de introduzir modificações.

ABSTRACT

The simplified methods proposed by codes to take into account second order effects in building framed structures are generally complex.

If on one hand, it is thought that these effects are emphasised by codes, on another hand even the most recent codes propose more restrictive specifications. This is true in terms of the situations where those effects have to be considered and in terms of the kind of verifications needed.

Based on the results of a non linear analysis computer program some frame typologies were analysed and conclusions about the usual codes design methods are presented, and the need for some changes are pointed out.
*

---

1 - Assistente, IST
2 - Professora Auxiliar, IST
3 - Professor Associado, IST

1. - Introdução

É reconhecido, em geral, que os procedimentos correntes para avaliar os incrementos de esforços na rotura devidos à deformação das estrututras são, em termos da regulamentação, demasiado elaborados e, quando aplicados a estruturas porticadas, de validade discutível.

De facto os estudos de base que têm permitido a definição das metodologias simplificadas de cálculo neste domínio têm sido baseados em análises de pilares isolados e, posteriormente, generalizados mediante certas hipóteses, aos pilares quando integrados em estruturas mais complexas.

Nesta comunicação questiona-se, por um lado, o sentido real da metodologia de cálculo geralmente imposta pelos regulamentos quando generalizada a sistemas porticados e, por outro, apresenta-se uma linha de orientação que pensamos ser mais realista, mais próxima da física do problema e certamente de mais fácil compreensão e aplicação prática na fase de dimensionamento.

Com recurso a um programa de análise não linear desenvolvido, e que se apresenta em linhas gerais, ilustra-se, com base em exemplos práticos, o tipo de insuficiências associado à consideração dos efeitos de 2ª ordem de acordo com as disposições regulamentares.

Por último, apresentam-se as linhas de orientação do estudo que está a decorrer no IST com o objectivo de propor, em termos concretos, as bases de uma nova forma de encarar, no dimensionamento, os efeitos da deformabilidade da estrutura.

2. - Análise não linear de pórticos planos de betão armado

Apresenta-se em seguida, de uma forma resumida, a formulação adoptada para a análise não linear de pórticos planos de betão armado.

Considerou-se a estrutura decomposta em elementos finitos (de geometria constante ou variável) com três graus de liberdade por nó, discretizados em diversas secções interiores nas quais se concentram os efeitos fisicamente não lineares. Estes são introduzidos a partir das relações constitutivas dos materiais intervenientes com base num modelo de fibras. Estabelecem-se assim as relações constitutivas incrementais dos elementos de betão armado, em relação a um refencial local do elemento definido pela linha que une as suas extremidades na configuração deformada, admitindo-se que as deformações independentes são pequenas. Esta hipótese tem a vantagem de permitir separar, na formulação do problema, os efeitos fisicamente não lineares, considerados no referencial local do elemento deformado, dos geometricamente não lineares e é correntemente adoptada em análises não lineares incrementais de estruturas.

Os efeitos geometricamente não lineares são considerados com base numa descrição exacta das condições de equilíbrio e de compatibilidade da estrutura expressa em termos das variáveis totais a partir das quais se deduzem as correspondentes equações na forma incremental.

2.1. - Efeitos fisicamente não lineares: modelação dos materiais

Para além dos efeitos dependentes do factor tempo a não linearidade física de uma estrutura de betão armado é, principalmente, função da fendilhação do betão e da interacção aço-betão nessas regiões, do comportamento não linear do betão comprimido e do comportamento elasto-plástico do aço. Para o betão comprimido adoptou-se uma relação tensão-deformação expressa, em termos médios, pela curva representada na figura 1a) proposta pelo CEB e aconselhada para a utilização em análise não linear. O comportamento do betão à tracção é fundamentalmente caracterizado pela sua resistência média, utilizando-se, em geral, um módulo de elasticidade igual ao adoptado para a compressão. Para ter em conta o comportamento do elemento de betão entre o início da fendilhação e a cedência da armadura considerou-se a relação indicada na figura 1b). O comportamento do aço pode, em geral, ser expresso de forma suficientemente aproximada por um diagrama elasto-plástico perfeito caracterizado pelo módulo de elasticidade e pelo valor da tensão de cedência (figura 1c).

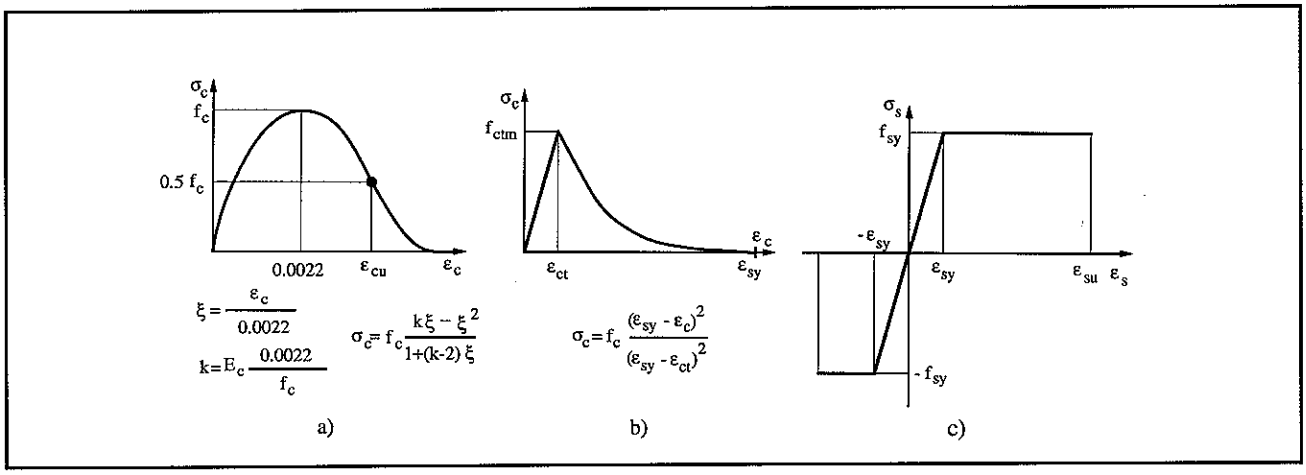


Figura 1 - Diagramas tensões-extensões: a) betão comprimido; b) betão traccionado; c) aço.

Adoptando as hipóteses simplificativas relativas ao comportamento de uma secção transversal (hipótese de Navier-Bernoulli de distribuição linear de extensões ao longo da altura da secção) é possível obter a extensão de uma fibra genérica em qualquer secção conhecendo a extensão ao nível do centro de gravidade a rotação dessa secção. Estes podem ser facilmente relacionados com os esforços independentes do elemento (escolhidos como sendo os momentos nos extremos do elemento e o esforço axial). Atendendo a que os deslocamentos independentes da barra (rotação dos extremos em relação à corda, θ_1 e θ_2, e o alongamento desta, u_n) se podem obter através da integração das deformações das diversas secções em que se discretiza o elemento, é possível relacionar as deformações independentes com os esforços independentes obtendo-se a matriz de rigidez do elemento.

2.2. - Efeitos geometricamente não lineares

Os efeitos geometricamente não lineares foram considerados tomando como base uma descrição exacta das condições de equilíbrio e compatibilidade como apresentadas em [2, 1]. As relações assim obtidas, expressas em termos de variáveis totais, são não

lineares por se admitirem, no estabelecimento das equações de compatibilidade, grandes deslocamentos e por se definirem as condições de equilíbrio do elemento na sua configuração deformada. Por forma a utilizar as equações obtidas num processo iterativo torna-se necessário exprimi-las na sua forma incremental desenvolvidas a um nível elementar e sendo posteriormente agrupadas para a obtenção das equações de equilíbrio e compatibilidade de toda a estrutura.

2.3. - Método iterativo

A formulação atrás descrita deu origem a um sistema de equações não lineares. Não sendo conhecidas as relações constitutivas dos elementos (estas são definidas através das suas matrizes de rigidez tangente e secante) e sendo as relações constitutivas dos materiais não lineares, o método de resolução adoptado consistiu num processo iterativo a três níveis: ao nível da estrutura, dos elementos e das secções.
A técnica adoptada de resolução do sistema de equações globais da estrutura foi a de Newton-Raphson com correcções de equilíbrio — figura 2a). De acordo com este método a aplicação de um incremento de carga é efectuado por duas fases:

- <u>aplicação do incremento de carga</u>
O processo de resolução inicia-se com a montagem da matriz de rigidez tangente da estrutura e dos vectores de forças nodais estaticamente equivalentes ao carregamento Calculados os deslocamentos globais correspondentes à solicitação e obtidos os esforços nos diversos elementos em que a estrutura se encontra discretizada determinam-se as forças interiores em equilíbrio com os esforços obtidos.

- <u>sucessivas correcções de equilíbrio</u>
Como a resposta da estrutura é não linear existe um desequilíbrio entre as forças interiores e as acções exteriores. Este desequilíbrio constitui o novo carregamento da estrutura reiniciando-se o processo e calculando-se uma nova solução. O objectivo destas operações é o de reduzir (anular) o desequilíbrio entre as forças interiores resultantes do campo de deslocamentos instalados na estrutura e as forças exteriores aplicadas nos nós, terminando-se quando é verificado o critério de convergência adoptado.

Uma vez calculados os deslocamentos independentes dos elementos que compõem a estrutura torna-se necessário determinar quais os esforços a eles associados. O método de Newton-Raphson aplicado aos elementos, figura 2b), com recurso às matrizes de rigidez tangente e secante (obtidas a partir das matrizes de rigidez das diversas secções que o compõem) consistiu em:

- <u>estimar os esforços associados às deformações</u>
Conhecidos os acréscimos de deslocamentos independentes dos elementos o processo iterativo inicia-se com o cálculo dos esforços a partir da matriz de rigidez tangente e consequente determinação das deformações das secções em que o elemento está discretizado.

- <u>sucessivas correcções por forma a garantir a compatibilidade com as deformações do elemento</u>

Com recurso às novas matrizes de rigidez tangente e secante do elemento, calculadas para a nova situação de deformação, desenvolve-se o processo iterativo até se verificar o critério de convergência adoptado.

No cálculo das matrizes de rigidez do elemento, o qual envolve a integração dos coeficientes das matrizes das diversas secções que o compõem, adoptou-se a regra de integração de Lobatto por esta conter as secções de extremidade e por utilizar funções de interpolação mais fortes que as de Simpson, permitindo assim uma discretização num menor número de secções. Estimados, em cada iteração, os esforços de extremidade do elemento ficam conhecidos os esforços nas suas diversas secções interiores. O cálculo das deformações independentes da secção é então efectuado num novo processo iterativo de Newton-Raphson com correcções de equilíbrio, idêntico ao adoptado para a iteração global ao nível da estrutura.

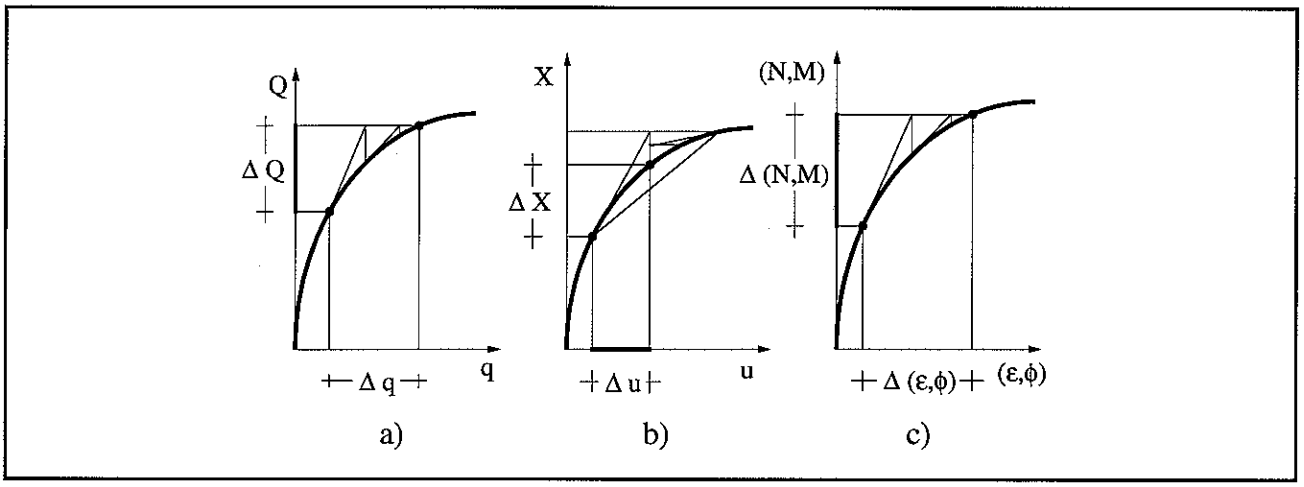


Figura 2- Esquemas dos processos iterativos: a) na estrutura; b) no elemento; c) na secção.

Nos processos iterativos descritos, e tendo por objectivo evitar os problemas de convergência usuais neste tipo de análise, procurou-se impedir acréscimos das variáveis intervenientes muito superiores aos obtidos na iteração anterior, optimizar o processo iterativo através do recurso à técnica de *line-search* e evitar o problema das falsas descargas.

2.4. - Metodologia para a verificação da segurança de elementos esbeltos

Para permitir a utilização deste programa na verificação da segurança de elementos esbeltos em que os efeitos de 2ª ordem podem ter algum significado, considerou-se ao nível das relações constitutivas que:

- se aplica um coeficiente de segurança de 1.2 ao módulo de elasticidade do betão, de acordo com indicações do Código Modelo 90 [4], (refira-se que de acordo com as análises efectuadas não é um parâmetro relevante);
- a tensão máxima dos materiais betão e aço corresponde aos valores de cálculo, respectivamente f_{cd} e f_{syd}.

Este tipo de modelação permite uma boa relação entre as modelações de verificação da segurança tradicionais e as modelações mediante a aplicação de análises não lineares [7].

3. - Disposições de verificação da segurança

3.1. - Regras regulamentares correntes

A regulamentação portuguesa para o projecto de estruturas de betão armado e pré-esforçado, nos artigos que regulamentam a verificação da segurança de pilares de pórticos ao estado limite último de encurvadura, divide as estruturas, e em particular as constituídas por pórticos, em duas categorias: estruturas de nós fixos e de nós móveis.

Esta classificação mantém-se na regulamentação europeia mais recente, como é o caso do Eurocódigo 2 [5] e do Código Modelo 90 [4], embora com algumas orientações inovadoras face à regulamentação nacional e ao anterior Código Modelo 78.

Fundamentalmente, e no que se refere ao Eurocódigo 2, aparece o conceito de estrutura contraventada (90% da força horizontal concentrada em paredes em cálculo elástico). De acordo com este código, numa estrutura contraventada, se se tratar de um edifício, os sistemas porticados dessa estrutura serão classificados de nós fixos. Caso a estrutura seja considerada não contraventada, os pórticos serão classificados de nós móveis sempre que:

- estejam associadas a elementos de contraventamento considerados esbeltos de acordo com uma verificação idêntica à do REBAP [6],
- existam pilares que, a nível de um dado piso, tendo um esforço axial superior a 70% do esforço axial médio do piso, tenham uma esbelteza superior à esbelteza limite.

No que se refere ao Código Modelo 90, mantém-se a classificação de estrutura contraventada definida de forma idêntica ao Eurocódigo 2. Segundo este código uma estrutura contraventada pode ser considerada de nós fixos ou móveis mediante o valor de uma expressão também semelhante à do REBAP, mas também função do esforço axial reduzido, v_{sd}, nos elementos de contraventamento.

Se a estrutura for não contraventada, a sua classificação como estrutura de nós móveis ou de nós fixos depende da importância da sua deformabilidade horizontal numa análise global da estrutura.

No organigrama da figura 3 resumem-se estas diferentes situações e indicam-se as expressões acima referidas.

3.2. - Metodologias para o dimensionamento de pilares isolados ou inseridos em estruturas de nós fixos

Um estudo comparativo da aplicação ao dimensionamento de pilares isolados das metodologias propostas pelos três códigos referidos, permitiu concluir que:

- os procedimentos para a quantificação dos efeitos de segunda ordem para os casos em que os pilares podem ser considerados como pilares isolados é semelhante para os referidos regulamentos;

EC2

1. Em geral

Estrutura Contraventada

$$h_{tot}\sqrt{\frac{\Sigma F_v^{totais}}{\Sigma E_{cm} I_c^{E.C.}}} \leq \begin{cases} 0.2 + 0.1\,n & \text{se } n \leq 3 \\ 0.6 & n \geq 4 \end{cases}$$

N → **Estrutura de nós móveis**

S → **Estrutura de nós fixos**

2. Em particular: Edifícios

Estrutura Contraventada → **Estrutura de nós fixos**

MC90

Estrutura Contraventada

$$\frac{h_{tot}\sqrt{\Sigma F_v^{totais} / \Sigma E_{cm} I_c^{E.C.}}}{0.01\ \beta \sqrt{\nu_{sd}}} \leq \lambda_1$$

com $\beta = 1.8 - 1.44/(n + 0.8)$

N → **Estrutura de nós móveis**

S → **Estrutura de nós fixos**

EC2

Estrutura Não Contraventada

Para pilares com Nsd > 70% Nsd, médio do piso

Se $\lambda > \lambda_{lim} = \text{máx}(25,\ 15/\sqrt{v})$

N → **Estrutura de nós móveis**

S → **Estrutura de nós fixos**

MC90

Estrutura Não Contraventada

A deformabilidade horizontal da estrutura é desprezável

N → **Estrutura de nós móveis**

S → **Estrutura de nós fixos**

Figura 3 - Classificação das estruturas

- os resultados obtidos mediante os procedimentos simplificados são suficientemente rigorosos quando comparados com os que se obtêm por uma análise física e geometricamente não linear.

O procedimento para a avaliação dos esforços de dimensionamento nos diferentes códigos, no caso de pilares isolados, pode resumir-se em avaliar as excentricidades de 2ª ordem nos pilares em função da sua esbelteza.

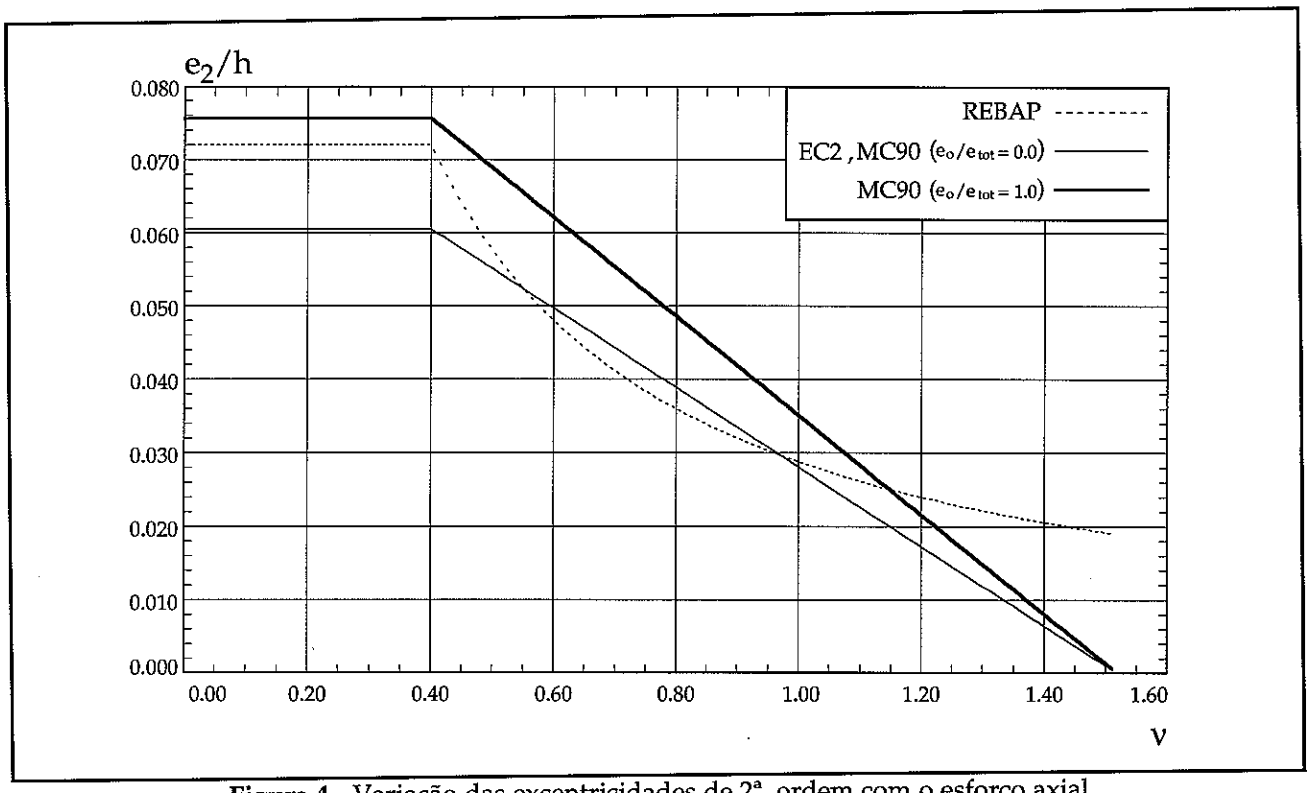


Figura 4 - Variação das excentricidades de 2ª ordem com o esforço axial

Nos gráficos da figura 4 representam-se as leis de variação da excentricidade de 2ª ordem adimensional com o valor do esforço axial reduzido de acordo com os códigos referidos. No caso do Código Modelo representam-se as curvas extremas que delimitam as situações correntes (note-se que pelo MC 90 a excentricidade de 2ª ordem é função da relação e_o/e_{tot} sendo $e_{tot} = e_o+e_a+e_2$). Da análise das diferentes curvas pode constatar-se a relativa concordância entre as três metodologias.

Apresenta-se em seguida de o resultado aplicação destas metodologias e a comparação com os obtidos por uma análise não linear.

Considerou-se um pilar em consola com uma esbelteza aproximadamente de 40, valor corrente em edifícios, com uma percentagem geométrica de armadura de 2%, submetido a dois tipos de solicitação A e B, tal como se indica na figura 5.

Analisando os gráficos daquela figura, pode comprovar-se a semelhança dos resultados obtidos pelos diferentes processos simplificados regulamentares. Os resultados obtidos por aplicação do programa de análise não linear, designados por caso A e caso B, são apresentados no mesmo gráfico.

Pode observar-se que, para a solicitação tipo A, os processos simplificados estão do lado da segurança e suficientemente aproximados aos obtidos mediante uma análise não linear.

Os procedimentos simplificados revelam-se inseguros no caso de solicitação do tipo B. Saliente-se, no entanto, que na situação habitual de pilares de pórticos de betão armado os diagramas de esforços actuantes são do tipo A, pelo que se consideram os métodos simplificados regulamentares satisfatórios para resolver situações habituais de dimensionamento de pilares.

No caso dos pilares estarem inseridos em estruturas de nós fixos, constata-se que a deformabilidade dos nós dos pórticos é desprezável, sendo a secção mais solicitada em termos de esforços de 2ª ordem, uma secção intermédia do pilar. Nestes casos continua a ser realista a análise dos pilares como isolados pois o equilíbrio dos nós do pórtico é pouco afectada pela deformação dos pilares, apenas interessando ao dimensionamento o incremento de esforços ao longo do seu eixo.

Como se discutirá mais adiante, este não é o caso das estruturas de nós móveis em que a secção mais esforçada dos pilares se localiza junto das extremidades destes elementos. Nestes casos, a deformação da estrutura não só provoca um aumento de esforços nos pilares, mas também nas vigas. Este efeito não é contemplado numa análise de pilar isolado.

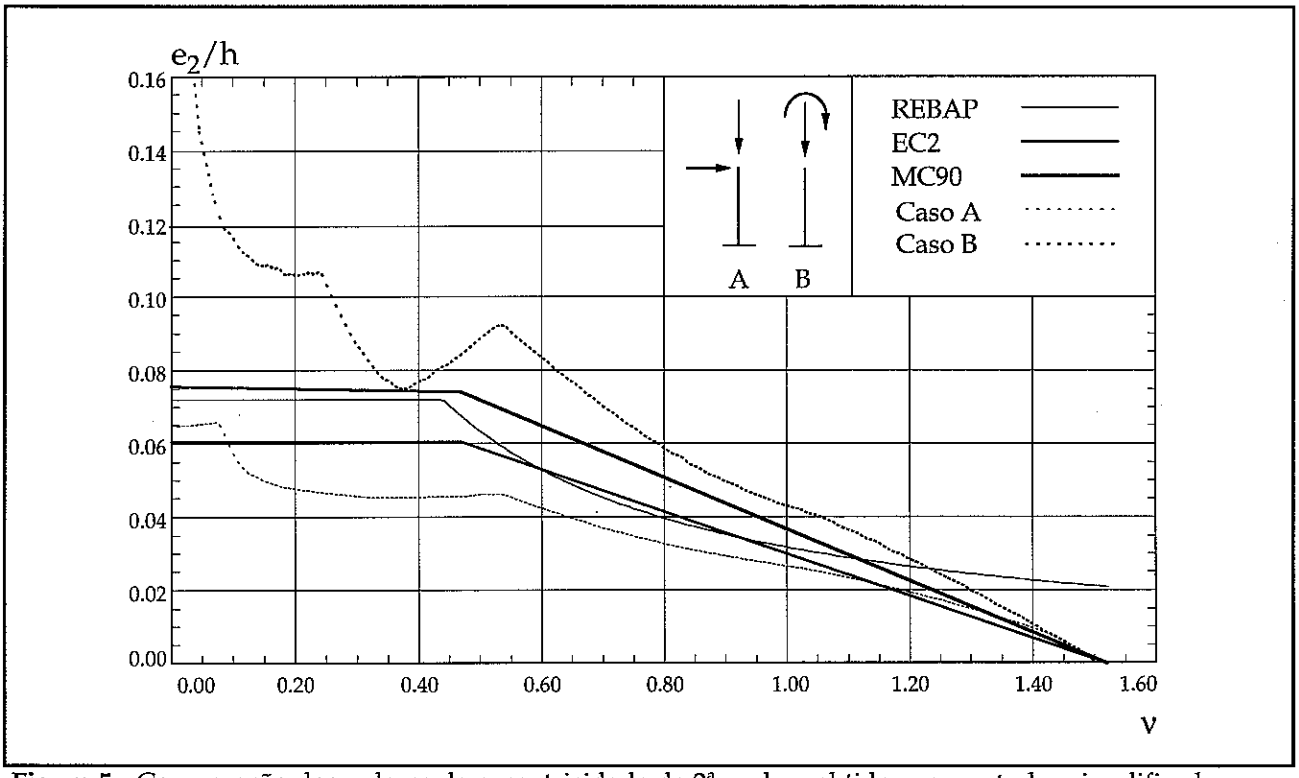


Figura 5 - Comparação dos valores da excentricidade de 2ª ordem obtidos por metodos simplificados com os resultados de uma análise não linear, em função do esforço axial.

3.3 - Metodologias para o dimensionamento de pilares inseridos em estruturas de nós móveis

Relativamente às estruturas porticadas classificadas como estruturas de nós móveis, a posição dos referidos códigos é semelhante no que respeita ao REBAP [6] e ao Eurocódigo 2 [5] mas difere da posição do Código Modelo 90 [4].

A regulamentação nacional e o Eurocódigo 2 prevêm, para as estruturas de nós móveis, a possibilidade de proceder à verificação da segurança dos pilares como se estes fossem pilares isolados, desde que a instabilidade global do conjunto não seja afectada.

Esta metodologia quando aplicada ao caso de pórticos com uma deformabilidade horizontal não desprezável, determina situações não coerentes em termos do equilíbrio. Efectivamente, ao dispôr armaduras nos pilares para os esforços elásticos acrescidos dos esforços de 2ª ordem sem garantir um incremento de resistência equivalente na viga, está-se a tomar uma distribuição não equilibrada de esforços. Uma análise não linear do pórtico, dimensionado dessa forma, mostra que a formação de rótulas plásticas nas vigas não permite a mobilização dos momentos resistentes previstos nos pilares por consideração dos efeitos de 2ª ordem.

Para ilustrar esta situação, considerou-se um pórtico simples constituído por dois pilares (0.30x0.30 e 0.60x.030), e uma viga de 0.30x0.60. Aplicaram-se esforços axiais aos pilares de forma a se obter, em ambos, esforços axiais reduzidos semelhantes e da ordem de 0.60, o que corresponde, em geral, a uma situação prática.

O pórtico foi dimensionado com base nos esforços elásticos obtidos para aquelas cargas e para uma força horizontal. Foi realizada uma análise física e geometricamente não linear tendo-se chegado a um parâmetro de carga de 1.16, muito inferior ao valor pretendido de 1.5. Refira-se que, por uma análise apenas fisicamente não linear, este é de facto o parâmetro de carga.

Procedeu-se, em seguida, a um dimensionamento tendo em conta os efeitos de 2ª ordem regulamentados pelo REBAP, isto é, dimensionando os pilares para esses efeitos, tendo-se obtido o valor de 1.27 para o parâmetro de carga e um deslocamento total δ=0.08m. Verifica-se que neste caso se obteve apenas o aproveitamento do aumento da capacidade resistente das secções inferiores dos pilares, mantendo-se a formação de rótulas na viga.

Finalmente, dimensionando as vigas para um momento adicional, igual ao momento de 2ª ordem considerado nos pilares, o parâmetro de carga atingiu um valor próximo ao esperado de 1.5.

É, no entanto, necessário ressaltar que, a obtenção de um parâmetro de carga de 1.5 para este caso particular (pórtico de um piso com pilares iguais e viga relativamente rígida), não significa que aquele método seja o mais conveniente.
Os resultados obtidos acima referidos encontram-se resumidos na figura 6.

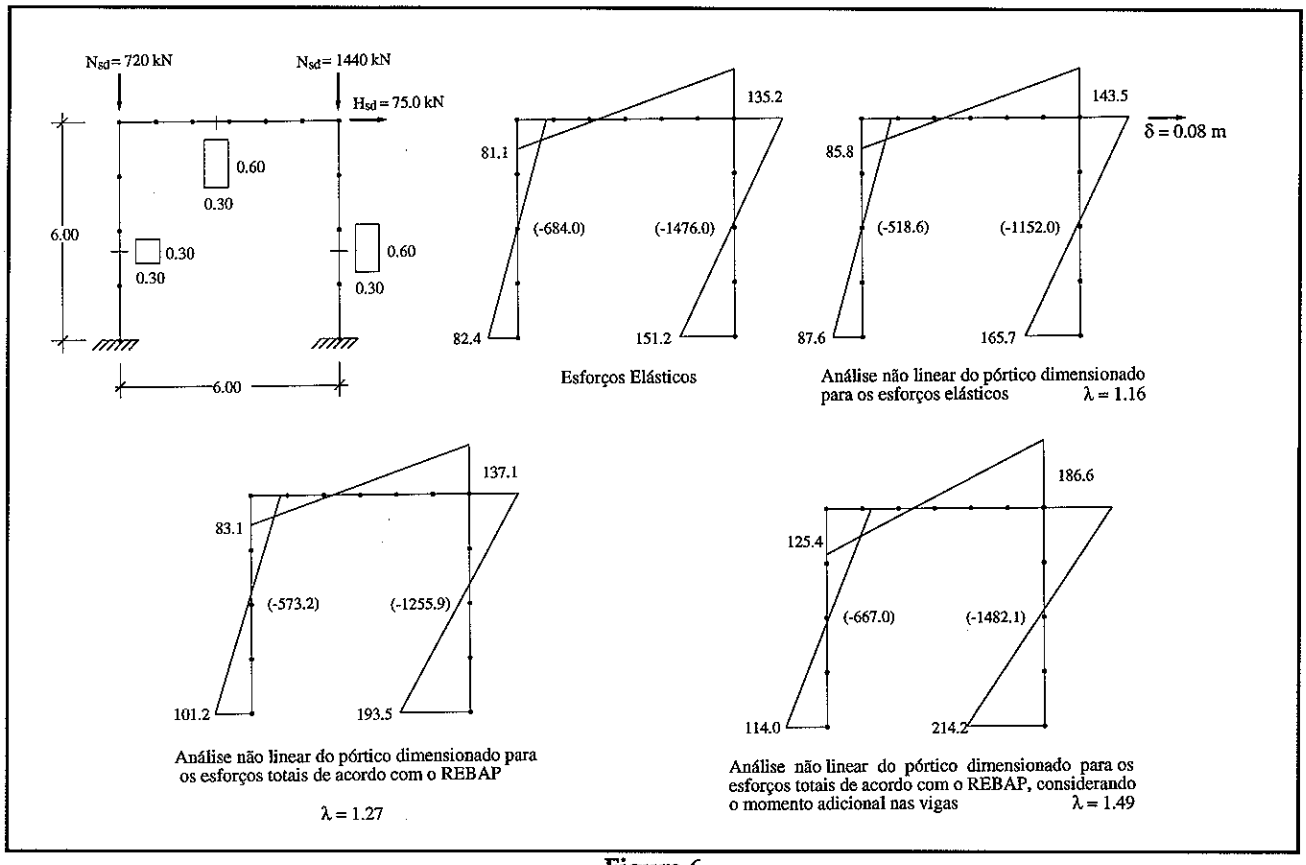
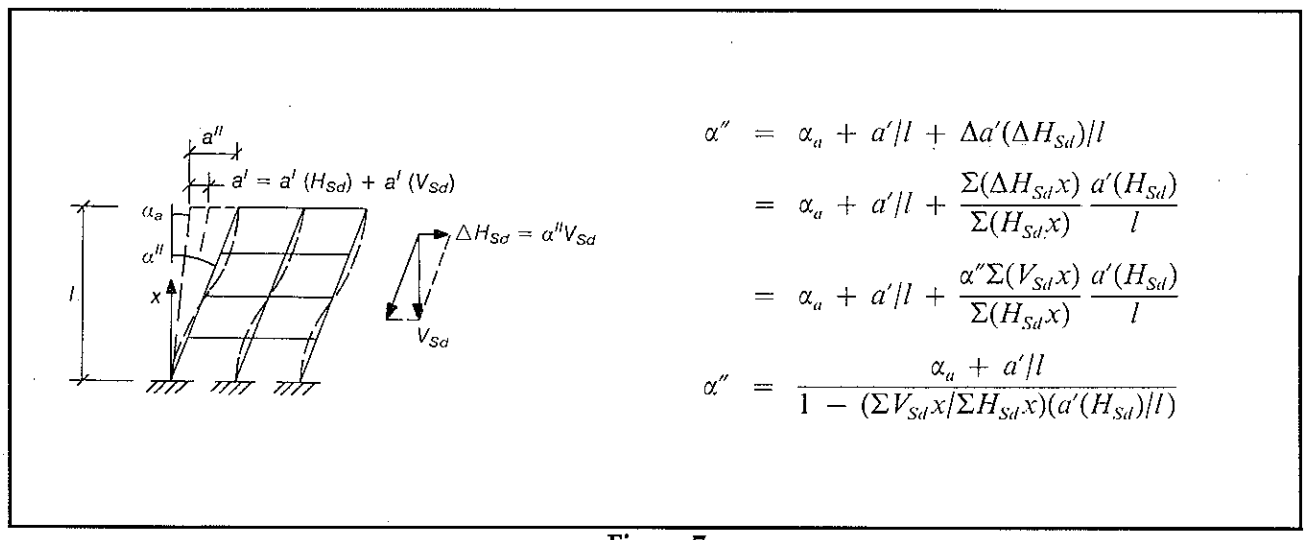


Figura 6

Devido a este facto, a postura adoptada pelo Código Modelo 90 parece mais indicada para estruturas de nós móveis. Esta norma sugere para a verificação da segurança deste tipo de estruturas um método simplificado de análise global para determinação dos efeitos de 2ª ordem do tipo P-δ como se resume na figura 7.

No entanto, como se pode deduzir analisando a expressão para a quantificação da rotação de 2ª ordem, em situações de solicitação de cargas verticais como acções de base, a variável H_{sd} torna-se pequena e as forças ΔH_{sd} para simulação da deformabilidade de 2ª ordem do pórtico resultam sub-avaliadas.



$$\alpha'' = \alpha_a + a'/l + \Delta a'(\Delta H_{Sd})/l$$

$$= \alpha_a + a'/l + \frac{\Sigma(\Delta H_{Sd}x)}{\Sigma(H_{Sd}x)}\frac{a'(H_{Sd})}{l}$$

$$= \alpha_a + a'/l + \frac{\alpha''\Sigma(V_{Sd}x)}{\Sigma(H_{Sd}x)}\frac{a'(H_{Sd})}{l}$$

$$\alpha'' = \frac{\alpha_a + a'/l}{1 - (\Sigma V_{Sd}x/\Sigma H_{Sd}x)(a'(H_{Sd})/l)}$$

Figura 7

Uma análise do pórtico acima referido e dimensionado de acordo com estas disposições ilustra este aspecto, resumidas na figura 8.

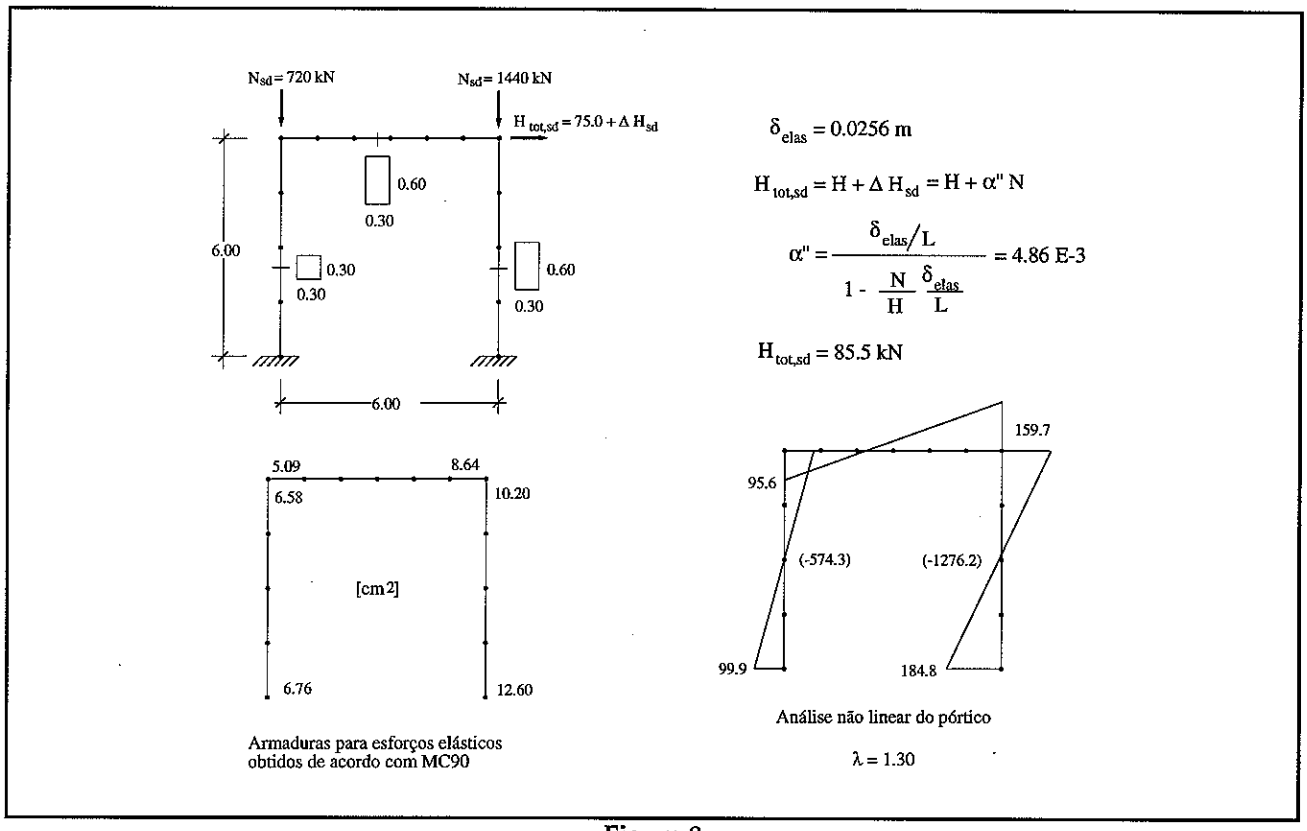


Figura 8

Com efeito, mediante o mesmo procedimento anteriormente referido mas dimensionando o pórtico pelo método do Código Modelo, o parâmetro de carga obtido com uma análise não linear é de apenas 1.30, não garantindo o nível de segurança pretendido.

No entanto, se para este mesmo pórtico as forças horizontais forem avaliadas com base no deslocamento resultante de uma análise não linear, δ=0.08m acima referido, constata-se que o pórtico dimensionado elasticamente para estas forças horizontais e para as cargas em questão, consegue resistir a um parâmetro de carga próximo de 1.5.

Esta constatação leva a concluir que o procedimento do Código Modelo 90, apontando embora num sentido mais realista, necessita de uma melhor calibração para a avaliação das forças horizontais que simulam a deformabilidade horizontal dos pórticos.

4. Conclusões

A análise não linear aplicada à verificação da segurança de estruturas porticadas tendo em conta os efeitos de 2ª ordem, pode contribuir para a definição de métodos simplificados de dimensionamento, mais fiáveis e de mais simples aplicação do que os actuais.

A metodologia apresentada neste trabalho mostra essas potencialidades e realça desde logo algumas incoerências dos procedimentos regulamentares, em particular para estruturas pouco rígidas horizontalmente.

O estudo em curso no IST deverá permitir encontrar uma metodologia geral bem fundamentada para ter em conta estes efeitos através do incremento das acções horizontais.

5. Referências

[1] - Almeida, J.: "Comportamento não linear e verificação da segurança de pontes atirantadas de betão", Tese de doutoramento, IST, Lisboa, Setembro 1989.

[2] - Freitas, J.: "The elastoplastic analysis of planar frames for large displacements by mathematical programming", Ph.D. Thesis, University of London, 1979.

[3] - Bártolo, A.; Camara, J.; Vinagre, J.: "Disposições regulamentares relati-vas ao dimensionamento de pilares de estruturas de betão armado", 2as Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Tema A, LNEC, Lisboa, Novembro 1990, pag. A305-A316.

[4] - Bulletin d' Information n° 213/214. CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne May 1993.

[5] - Eurocode n° 2: "Design of Concrete Structures", Final Draft, Luxembourg, December 1989.

[6] - Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado, Imprensa Nacional — Casa da Moeda, Lisboa 1984.

[7] - Camara, J.; Vinagre, J.; Pinto, A.: "Metodologia para verificação da segurança em análises não lineares". Encontro Nacional de Betão Estrutural. Porto 1994.