



**Escola Superior  
de Educação**

Politécnico de Coimbra

# **Ensino Exploratório e abordagem do Perímetro e da Área do círculo: uma experiência de ensino envolvendo conexões Matemáticas**

Departamento de Formação de Educadores e Professores

Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo  
do Ensino Básico



**Escola Superior  
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Ana Carolina Marques Macário

Ensino Exploratório e abordagem do Perímetro e da Área do círculo: uma experiência de ensino envolvendo conexões Matemáticas

Relatório Final de Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, apresentado ao Departamento de Formação de Educadores e Professores da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Trabalho realizado sob a orientação da Professora Doutora Ana Elisa Esteves Santiago e coorientação do Professor Doutor Armando Duarte da Silva Gonçalves

Maio de 2025

## **Agradecimentos**

Ao Instituto Politécnico de Coimbra, mais precisamente, à Escola Superior de Educação, pela oportunidade de me formar enquanto pessoa e profissional na área da Educação.

À professora e orientadora Ana Elisa Santiago e ao professor e coorientador Armando Gonçalves que me acompanharam e orientaram ao longo de todo este percurso, por me apoiarem, motivarem e incentivarem a não desistir, a superar as minhas dificuldades e a procurar querer ser/saber sempre mais e melhor.

Aos meus pais e irmã, que sempre me ouviram, incentivaram, apoiaram e acreditaram em mim e nas minhas convicções e capacidades, especialmente nos momentos em que me senti mais insegura e sem forças. Sem vós não teria sido possível. A minha personalidade é o reflexo da vossa força e resiliência.

Aos meus colegas de Licenciatura e de Mestrado, principalmente, aos meus pares que me ajudaram a ser e a experienciar todo este processo com a força que vos caracteriza. Agradeço a paciência e entreaajuda de todos os meus colegas para comigo.

Agradeço às professoras cooperantes e às professoras supervisoras pelos ensinamentos e os momentos de reflexão proporcionados, que se demonstraram importantes para a minha formação, bem como pela paciência e pela crítica construtiva que me auxiliou na reflexão e a evoluir.

Por último, a todos as crianças com as quais tive oportunidade de realizar a PES por tudo o que me ensinaram todos os dias e que me tornam uma melhor pessoa e uma melhor profissional. Apesar das peripécias, a minha vida fez muito sentido com todos vocês. Obrigada por serem meninos maravilhosos.

## **Ensino Exploratório e aprendizagem do Perímetro e da Área do círculo: uma experiência de ensino envolvendo conexões Matemáticas**

Resumo: O presente Relatório Final resulta do trabalho desenvolvido ao longo da Prática de Ensino Supervisionada (PES), decorrida no âmbito do Mestrado em ensino do 1ºCEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2º CEB. Este documento encontra-se estruturado em três partes fundamentais: a Introdução, a Componente Reflexiva e a Componente Investigativa.

Na Introdução são enquadrados os estágios realizados ao longo do Mestrado, no âmbito das Unidades Curriculares (UC) de Prática Educativa (PE) I e II, bem como, enunciados aspetos considerados relevantes que tornam estes estágios tão importantes para a minha vida profissional como futura professora.

A Componente Investigativa apresenta um estudo realizado numa turma de 6º ano de escolaridade, desenvolvido em torno da questão-problema: “De que modo o Ensino exploratório da Geometria e Medida, contribui para a aquisição de aprendizagens significativas?”; “De que modo as conexões Matemáticas contribuem para o Ensino da Geometria e Medida?”

Para a realização deste estudo foi elaborada e implementada uma sequência didática, com recurso a conexões matemáticas. Deste modo, tornou-se pertinente o desenvolvimento de um estudo qualitativo, descritivo e de índole interpretativo. A recolha dos dados foi realizada através da observação participante da professora estagiária, de registos áudio e fotográficos e da recolha de tarefas redigidas pelos alunos, que permitiram a construção de transcrições. Os resultados demonstram uma grande evolução na compreensão dos conceitos de Perímetro e Área de figuras, nomeadamente do círculo. Durante este estudo, é notória a satisfação dos alunos pela utilização de materiais manipuláveis e, conseqüentemente, pelos conteúdos matemáticos abordados. As conclusões desta investigação vão ao encontro dos objetivos propostos.

Na Componente Reflexiva consta uma reflexão acerca do estágio realizado, em 2º CEB na área da matemática. Procurou-se evidenciar os aspetos que contribuiram para o desenvolvimento profissional da Professora Estagiária, ao longo do estágio realizado.

**Palavras-chave:** 2º Ciclo do Ensino Básico, Materiais manipuláveis, Perímetro e Área do círculo, Conexões matemáticas.

## **Exploratory teaching and learning the perimeter and area of a circle: a teaching experience involving mathematical connections**

**Abstract:** This Final Report is the result of the work carried out during the Supervised Teaching Practice (STP), which took place within the scope of the Master's Degree in teaching at primary school level and Mathematics and Natural Sciences at secondary school level. This document is structured in three fundamental parts: the Introduction, the Reflective Component and the Investigative Component.

The Introduction provides a framework for the internships carried out during the Master's Degree, within the scope of the Curricular Units (CU) of Educational Practice (EP) I and II, as well as the aspects considered relevant that make these internships so important for my professional life as a future teacher.

The Research Component presents a study carried out in a 6th grade class, developed around the problem question: "How does the exploratory teaching of geometry and measurement contribute to the acquisition of meaningful learning?"; "How do mathematical connections contribute to the teaching of geometry and measurement?"

To carry out this study, a didactic sequence was designed and implemented, using mathematical connections. It was therefore appropriate to carry out a qualitative, descriptive and interpretative study. Data was collected through participant observation by the trainee teacher, audio and photographic recordings and the collection of tasks written by the students, which allowed transcripts to be made. The results show a great deal of progress in understanding the concepts of Perimeter and Area of figures, particularly the circle. During this study, the students' satisfaction with the use of manipulative materials and, consequently, with the mathematical content covered, was notable. The conclusions of this research meet the proposed objectives.

The Reflective Component contains a reflection on the internship carried out in the 2nd CEB in the area of mathematics. The aim was to highlight the aspects that contributed to the trainee teacher's professional development during the internship.

**Keywords:** 2nd cycle of basic education, manipulative materials, Perimeter and area of the circle, Mathematical connections.

## Sumário

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>PARTE I: COMPONENTE REFLEXIVA</b> .....	14
<b>CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZAÇÃO E PERCURSO DE ESTÁGIO</b> .....	15
1. Contextualização: do agrupamento à sala de aula .....	16
2. Caracterização da Turma de Estágio e Organização do Trabalho Pedagógico 2º CEB 18	
3. Percurso de estágio .....	19
<b>CAPÍTULO II. COMPONENTE REFLEXIVA DA CONTEXTUALIZAÇÃO E DO DECURSO DO ESTÁGIO     EM 2º CEB</b> .....	21
<b>PARTE II: COMPONENTE INVESTIGATIVA</b> .....	24
<b>CAPÍTULO III. INTRODUÇÃO</b> .....	25
1. Motivação e formulação do problema .....	26
2. Objetivos e questão de investigação .....	27
3. Pertinência do estudo .....	28
<b>CAPÍTULO IV. REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	29
1. Conexões Matemáticas .....	30
2. Ensino Exploratório .....	31
3. Medida .....	34
<b>CAPÍTULO V. METODOLOGIA E RECOLHA DE DADOS</b> .....	37
1. Contexto do estudo .....	38
2. Descrição da Metodologia de Investigação .....	39
3. Design do Estudo .....	40
4. Recolha de Dados .....	42
<b>CAPÍTULO VI. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	43
1. Análise de Dados .....	44
2. Apresentação e discussão dos resultados .....	57
<b>CAPÍTULO VII. CONCLUSÕES</b> .....	66
Conclusões .....	67
<b>PARTE III. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	68
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	70
<b>APÊNDICES</b> .....	74
<b>Apêndice 1</b> .....	75
2.4. Planificação da sessão 1 (09/02/2024) e sessão 2 (16/02/2024) .....	75
2.5. Tarefa I – “Á descoberta da razão” .....	4

2.6. Tarefa II – Perímetro do círculo.....	5
2.7. Tarefa III – Área do círculo.....	6
2.8. Transcrição 1 – 9 de fevereiro de 2024 .....	7
2.9. Transcrição 2 - Dia 16 de fevereiro de 2024.....	19
<b>Apêndice 2.....</b>	<b>32</b>
2.1. Planificação da sessão 4 (17/05/2024) e da sessão 5 (21/05/2024) .....	32
2.2. Guião de exploração .....	37
2.3. Folha de exploração – Tarefa do Estudo de aula .....	39
2.4. Transcrição 3 – Sessão 4 – Dia 17 de maio de 2024 – Estudo de aula.....	43
2.5. Transcrição 4 – sessão 5 – Dia 21 de maio de 2024 – Estudo de aula .....	54
<b>Apêndice 3: Consentimento Informado .....</b>	<b>64</b>

## **Lista de abreviaturas**

AE - Aprendizagens Essenciais

CEB - Ciclo do Ensino Básico

EE – Encarregados de Educação

ESEC - Escola Superior de Educação de Coimbra

GCR - Grupo Colaborativo de Reflexão

GM – Geometria e Medida

GOP – Grupo de Observação Participante

ME – Ministério de Educação

MEC – Ministério da Educação e Ciência

NCTM – National Council of Teachers os Mathematics

NEE – Necessidades Educativas Específicas

PASEO – Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória

PC – Professora Cooperante

PCT – Plano Curricular da Turma

PE – Professora Estagiária

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PO – Professora Orientadora

UC – Unidades Curriculares

## Lista de figuras

FIGURA 1.....	45
FIGURA 2.....	47
FIGURA 3.....	48
FIGURA 4.....	50
FIGURA 5.....	58

## Lista de quadros

QUADRO 1.....	40
QUADRO 2.....	40
QUADRO 3.....	44
QUADRO 4.....	45
QUADRO 5.....	47
QUADRO 6.....	48
QUADRO 7.....	52
QUADRO 8.....	55
QUADRO 9.....	57
QUADRO 10.....	58
QUADRO 11.....	59
QUADRO 12.....	60
QUADRO 13.....	62
QUADRO 14.....	64

## INTRODUÇÃO

## INTRODUÇÃO

O Relatório Final surge no âmbito do Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, que decorreu na Escola Superior de Educação de Coimbra, durante os anos letivos 2022/2023 e 2023/2024. Nele é apresentado o percurso das práticas pedagógicas ao longo do 2º CEB, sendo constituído por duas partes: dimensão reflexiva e dimensão investigativa.

O estágio realizado em 2º CEB, decorreu no ano letivo de 2024/2025, em duas turmas 5º ano e 6º ano de escolaridade, Ciências Naturais e Matemática, respetivamente. A disciplina de Ciências Naturais foi lecionada numa turma constituída por... Na disciplina de Matemática, a leção decorreu numa turma de 21 alunos, sendo que 3 deles não frequentavam a disciplina, perfazendo um total de 18 alunos.

Ao longo dos estágios curriculares tive a oportunidade de desenvolver as minhas competências enquanto futura professora, de forma gradual, através de observações, planificações, intervenções e reflexões. Leal da Costa et al. (2020) relevam que a PES é mobilizadora “[...] da construção de conhecimento praxiológico, baseado em observação, reflexão, investigação, estudo e desenvolvimento de projetos. No seu conjunto, sujeitos, contextos e atividades, concorrem para fundamentadas e sustentáveis inovações pedagógicas.” (pp. 16-17).

Para além dos períodos de observação, cruciais no início e durante cada estágio, a Prática Supervisionada garante também a colaboração entre diversos profissionais. O futuro professor ao ser observado e avaliado, por professores supervisores do estágio e pelos professores cooperantes, proporcionam um conjunto de informações necessárias para refletir acerca das suas práticas em sala de aula (Santos et al., 2020; Sousa, Indjai, & Martins, 2020). As avaliações elaboradas pelos professores supervisores tornam-se um ponto crucial na vida profissional dos futuros docentes pois permitem-lhes perceber quais os aspetos positivos e aqueles que têm de melhorar durante a leção (Marques, 2018; Mesquita & Roldão, 2019).

O apoio, a orientação e, até mesmo, as sugestões de melhoria recebidas pelos docentes, permitiram que a professora estagiária pudesse evoluir cada vez mais refletindo sobre as suas ações. Em toda a vida profissional de um professor a reflexão vai ter um papel fundamental, pois só refletindo diariamente sobre as suas atitudes em sala de aula é que um professor consegue melhorar os seus métodos para as aulas seguintes (Günzel, 2019; Lidoio et al., 2020).

Na presente introdução explanam-se os estágios desenvolvidos ao longo deste mestrado, bem como, os aspetos mais importantes destes na formação de professores. A componente investigativa tem como foco o estágio desenvolvido numa turma do 6.º ano do 2.º CEB, cujo tema é o ensino exploratório na aprendizagem do Perímetro e da Área do círculo: uma experiência de ensino com alunos do 6º ano de escolaridade envolvendo conexões Matemáticas internas e externas.

**PARTE I: COMPONENTE REFLEXIVA**

## **CAPÍTULO I. CONTEXTUALIZAÇÃO E PERCURSO DE ESTÁGIO**

## **1. Contextualização: do agrupamento à sala de aula**

O estágio realizado em 2º CEB decorreu numa escola pública do concelho de Coimbra, durante o ano letivo de 2023/2024, no qual fui observadora e interveniente (Decreto-Lei n.º 79, 2014).

O agrupamento ao qual a escola pertence é constituído por inúmeros estabelecimentos que abrangem vários níveis de ensino, desde Jardins de Infância até ao 3º ciclo. Desta forma, a população escolar é heterogénea, constituída por alunos com residência na área de influência das escolas e por alunos cujos pais e encarregados de educação têm o local de trabalho nas proximidades. O agrupamento tem perto de 1500 alunos. A escola referida situa-se numa zona urbanizada e provida de serviços comerciais, serviço de correios e serviços de saúde. É composta por 747 alunos, distribuídos por 17 turmas do 2º CEB e 18 turmas do 3º CEB, perfazendo um total de 35 turmas.

Relativamente ao pessoal docente, a escola apresenta 40 professores do 2º CEB, 72 professores do 3º CEB, 3 professores de apoio, 2 professores bibliotecários, 7 docentes de Educação Especial, 1 psicóloga dos Serviços de Psicologia e Orientação do agrupamento e 1 psicóloga do CRI da APPACDM. No que diz respeito ao pessoal não docente, a escola contém 15 assistentes operacionais.

A edificação é composta por 8 blocos distintos. O bloco A possui uma sala de aula apenas para os alunos que estão inseridos na Unidade Especializada de apoio aos alunos com Multideficiências, o bloco B é composto por diversas salas de aula, mas também inclui a sala de professores e uma sala de reuniões, o bloco C é constituído apenas por salas de aulas e o bloco D engloba a biblioteca escolar. Existe um bloco que engloba as salas da direção, a secretaria escolar, a cantina, o bar, a associação de estudantes e uma sala de convívio para os alunos. Todos os blocos têm um formato peculiar, existe uma entrada exterior ao bloco para os alunos e uma entrada interior apenas para os professores. A edificação contém algumas lacunas no seu estado de conservação e também não possui aquecimento. Relativamente aos recursos, a escola possui poucos equipamentos, sendo necessária a sua requisição atempadamente.

Na parte exterior, a escola dispõe de um espaço comum, bastante agradável, espaçoso, murado e vedado. Possui um campo de jogos e outros espaços livres, onde os alunos podem desfrutar, não só no intervalo, como também nas aulas de Educação Física.

A relação escola-escola e escola-família é crucial. Neste estágio pude verificar que neste estabelecimento de ensino há um bom relacionamento de ambas as partes, uma vez contribuem

para o desenvolvimento de atividades durante o ano letivo. Esta escola possui um bom relacionamento com as instituições locais uma vez que, contém alunos institucionalizados.

No geral, as relações entre docentes, não-docentes e alunos é positiva, na medida em que todos se entreadjudam quando é verificado algum problema na escola, em relação a uma turma em específico, ou mesmo com a escola no geral.

## **2. Caracterização da Turma de Estágio e Organização do Trabalho Pedagógico 2º CEB**

A turma na qual realizei o estágio de Matemática, era uma turma do 6.º ano de escolaridade, constituída por 21 alunos, sendo 15 do sexo feminino e 6 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 10 e 13 treze anos. Nesta turma existiam 3 alunos com NEE e RTP (Relatório técnico ou pedagógico) que não frequentavam a disciplina de Matemática. Desta forma, a turma de estágio perfazia um total de 18 alunos, sendo que apenas um aluno apresentava retenção, tendo este, 13 anos de idade. Existiam, na turma, 2 alunos que apresentam RTP e possuem uma incapacidade intelectual. Embora apresentassem um bom comportamento, possuíam défice de atenção, o que lhes permitia beneficiarem de medidas seletivas de acordo com o DL nº54/2018.

O nível sociocultural dos/as alunos/as era médio, dado que, os seus pais/encarregados de educação apresentavam habilitações literárias que variavam entre o ensino secundário e o mestrado. Nesta turma havia alunos de duas nacionalidades: portuguesa e brasileira.

De forma geral, a turma era heterogénea, o seu comportamento era de um nível bom, com alunos/as maioritariamente pontuais e assíduos. Contudo, tinham alguma dificuldade em cumprir as regras de comunicação na sala de aula, dado que eram muito comunicadores entre si. Os níveis de aprendizagem dos alunos eram bastantes díspares, no qual havia alunos a necessitar de acompanhamento constante. Apesar das dificuldades existentes na turma, a sua maioria era participativa, interessada e sempre predisposta a aprender.

O Plano Curricular de Turma (PCT) apontava como principais dificuldades da turma: o raciocínio lógico matemático, a atenção/concentração, a interpretação de gráficos/imagens, a pesquisa, seleção, organização e informação, nos hábitos e métodos de estudo e os diferentes ritmos de aprendizagem. A turma tinha uma carga horária letiva de Matemática de 3 horas e 45 minutos semanais. As atividades educativas decorriam quotidianamente das 8h30min às 17h, contemplando neste horário 2 horas e 15 minutos de Apoios ao Estudo, uma componente de apoio às aprendizagens que, por decisão da escola, é de frequência obrigatória para os alunos para tal indicados pelo conselho de turma, desde que obtido o acordo dos encarregados de educação, conforme a alínea e) do Anexo II do Decreto-Lei nº 55/2018, de 6 de julho.

### 3. Percurso de estágio

O estágio em 2º CEB representa o culminar das vinte e sete semanas, perfazendo um total de 300 horas de prática letiva. O horário de estágio inclui a reunião semanal com a Professora Cooperante. O grupo de estágio era composto por três estagiárias, pela Professora Cooperante (Titular de Turma) e pela Professora Orientadora de Prática Educativa da Escola Superior de Educação de Coimbra (ESEC), cada professora estagiária realizou seis semanas de intervenção, intercaladas por observação.

O estágio decorreu entre outubro de 2023 e maio de 2024, com as 4 primeiras semanas apenas de observação e 6 semanas de intervenção, espaçadas pelo ano letivo, para cada uma das disciplinas. As aulas de estágio eram sempre durante as manhãs, uma vez que no período da tarde existia a componente letiva do mestrado, na ESEC. As semanas iniciais permitiram conhecer a turma, a professora cooperante, bem como identificar algumas formas de atuação, representando uma mais-valia para a minha intervenção que decorreu nas semanas posteriores.

Em cada semana em que iria intervir, havia uma reunião prévia com a PC para debatermos ideias e alguns temas. Nas aulas de Prática Educativa II, dava continuidade a elaboração da planificação, enquadrada nas Aprendizagens Essências (AE) e no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO). A mesma continha um roteiro detalhado sobre as aulas que iriam ser lecionadas. Posteriormente a cada intervenção, havia um momento de reflexão sobre os aspetos positivos e os aspetos a melhorar. Mizukami et al. (2002) entendem o ato de refletir "(...) ajudar a refazer o caminho trilhado possibilitando descobrir acertos e erros, e tentar construir novos rumos para a atuação, quando necessário" (p. 167).

As aulas do 6º ano do 2º CEB lecionadas pela Professora Estagiária (PE) envolveram uma pedagogia participativa que de acordo com Carneiro (2016), a pedagogia participativa adota uma abordagem construtivista, interativa e colaborativa, na qual a aprendizagem é focada no papel ativo da criança como construtora do seu próprio conhecimento, na interação entre os alunos e na colaboração do Professor (pp. 19-20).

Ao longo do estágio, na disciplina de Matemática, abordei os seguintes tópicos no tema "Números": Frações (Determinar a fração irredutível equivalente a uma fração dada, adicionar e subtrair frações, reduzindo ao mesmo denominador e multiplicar frações e representar geometricamente o resultado em situações simples (anexo 1)). Relativamente ao tema "Álgebra": Regularidades em sequências (Justificar conjeturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem

necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo), reconhecer relações, entre termos consecutivos de uma sequência numérica decrescente ou entre termos e as respectivas ordens, e formular conjecturas quanto a leis de formação das sequências, identificar e descrever em linguagem natural ou simbólica uma possível lei de formação para uma dada sequência decrescente (anexo 2), criar, completar e continuar sequências dadas de acordo com uma lei de formação e verificar se um dado número é elemento de uma sequência, justificando, resolver problemas que envolvam regularidades e comparar criticamente diferentes estratégias da resolução. No tema “Dados”: Questões estatísticas, recolha e organização de dados (construir classes de igual amplitude, sem recorrer a regras formais, usar tabelas de frequências absolutas e relativas para organizar os dados para cada uma das classes e limpar de gralhas detetadas, usar título na tabela, representar dados através de histogramas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas (anexo 3). Para finalizar abordamos o tema “Geometria e Medida”: Figuras Planas (Reconhecer a amplitude de um ângulo em graus, identificar ângulos complementares, suplementares, adjacentes, alternos internos e verticalmente opostos e resolver problemas envolvendo as propriedades dos triângulos), (Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência (anexo 4) e designar por  $\pi$  a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra, conhecer a expressão para a medida da área do círculo (anexo 5), resolver problemas que envolvam a determinação das medidas do perímetro e da área do círculo, em diversos contextos; Figuras no espaço (Interpretar e modelar situações que envolvam volumes de paralelepípedos e cilindros ou sólidos decomponíveis em paralelepípedos e cilindros, e resolver problemas associados (anexo 6)), operações com figuras (Analisar as simetrias de rotação de rosáceas e explicar a forma como foram construídas, relacionando o ângulo mínimo de rotação com as características das rosáceas (anexo 7). Relacionar, para rosáceas com simetria de reflexão, o número de eixos de simetria com a medida da amplitude do ângulo mínimo de rotação. Construir as imagens de uma figura, por rotações sucessivas, de modo a formar uma rosácea (anexo 8)).

As salas de aula onde se desenvolveu o Estágio eram espaçosas e muito iluminadas uma vez que possuíam sempre janelas de dois lados das salas. Possuíam um quadro de giz, um computador e um projetor. O material didático existente tinha sempre de ser requisitado atempadamente na sala de professores, uma vez que existem poucos e são muito solicitados. A ligação à internet nem sempre foi possível nas salas do bloco C, o que condicionava as estratégias utilizadas em sala de aula.

**CAPÍTULO II. COMPONENTE REFLEXIVA DA CONTEXTUALIZAÇÃO E DO DECURSO DO ESTÁGIO  
EM 2º CEB**

No segundo ano do mestrado, tive a oportunidade de estagiar no 2º CEB em Ciências Naturais e em Matemática, numa turma de 5º ano e numa turma de 6º ano, respetivamente. Desta forma, importa refletir acerca dos aspetos mais importantes, realçando o estágio do 6.º ano de escolaridade, onde se realizou o estudo.

O estágio do 2º CEB foi organizado em três fases: a observação, a lecionação e a reflexão. Considero a fase da reflexão, uma fase crucial para o meu desenvolvimento, uma vez que, os feedbacks obtidos pelas docentes, permitiram-me evoluir e refletir sobre as minhas práticas, adequando as estratégias de ensino aos alunos.

Os objetivos principais como estagiária foram: (1) observar criticamente e desenvolver atividades de iniciação à prática profissional em contextos de prática supervisionada; (2) identificar quadro teórico que fundamentam a nossa intervenção; (3) consciencializar o processo de construção/desenvolvimento de competências profissionais e pessoais em contextos reais.

A turma onde lecionei Matemática demonstrou um bom cumprimento das regras de comunicação e participação na sala de aula, sendo uma turma muito interessada e participativa. A turma possuía três alunos com RTP e NEEs implicando assim que, ao longo do ano a adaptação dos trabalhos e dos testes que realizavam.

Nas primeiras semanas de observação pude observar as dinâmicas utilizadas em salas de aula geradas pelas professoras cooperantes. Nas aulas lecionadas, procurei sempre planificar um ambiente de sala de aula idêntico ao realizado pela professora cooperante, pois os/as alunos/as demonstravam grande interesse e empenho, no que diz respeito à disciplina de Matemática. Contudo, na disciplina de Ciências Naturais, a professora cooperante deixava ao nosso critério o modelo de aula utilizado. Em ambas, procurei diversificar as estratégias criando aulas dinâmicas com a realização de pesquisas e partilhas das mesmas, construção de um cartaz-síntese, utilização de robôs, etc.

A escola onde decorreu o estágio em 2º CEB apresentava algumas limitações relativamente aos recursos materiais, o que se tornou um obstáculo. Com o avançar do tempo, pude perceber e adaptar os métodos ao contexto apresentado.

Para enfrentar esses desafios, recorri a uma variedade de metodologias, incluindo o uso de recursos tecnológicos, do recurso ao trabalho cooperativo e colaborativo, à resolução de problemas do quotidiano e ainda proporcionei momentos com o recurso à robótica. Dei igualmente destaque a momentos que permitissem aos alunos expressar-se e criar, promovendo o pensamento crítico, a criatividade, a colaboração e a comunicação.

Durante a prática letiva, privilegiei metodologias que promovessem uma aprendizagem ativa, centrada nos alunos. A implementação de estratégias como a resolução de problemas do quotidiano e o desenvolver de tarefas relativas aos conteúdos programáticos, contribuiu significativamente para a criação de um ambiente de aprendizagem motivador, dinâmico e enriquecedor.

Senti uma evolução positiva no decorrer do ano letivo, uma vez que o apoio fornecido pelas docentes, resultou num desenvolvimento progressivo na elaboração e lecionação das aulas. Geralmente as minhas intervenções eram divididas em duas fases: numa primeira fase eram revistos os conteúdos prévios necessários para a abordagem dos novos, originando um ponto de partida. Numa segunda fase, era introduzida uma tarefa que permitiria aos alunos adquirir novas aprendizagens.

**PARTE II: COMPONENTE INVESTIGATIVA**

### **CAPÍTULO III. INTRODIÇÃO**

## **1. Motivação e formulação do problema**

O estágio decorrido no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, realizado numa turma de 6.º ano de escolaridade, permitiu identificar algumas fragilidades nos alunos no que diz respeito à Geometria, motivo pelo qual realizei o estudo. Os alunos tinham dificuldades na compreensão de conceitos como a noção de perímetro e área de figuras. Notou-se uma confusão entre ambos os conceitos, não compreendendo o seu significado. A idealização do estudo de aula, posteriormente, decorre da verificação da compreensão do estudo realizado anteriormente, a fim de sistematizar os conceitos de perímetro e área do círculo.

A geometria é considerada uma área bastante visual e manipulável (Rezende, 2017, p.12), deste modo, a utilização do material didático manipulável pode ajudar os estudantes a melhorar a percepção dos conceitos geométricos referentes aos polígonos.

A utilização de artefactos manipuláveis torna-se fundamental para o entendimento dos conceitos estudados, pois segundo Lorenzato (2009), o material didático “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino e de aprendizagem” (p. 18), tornando a matemática mais experimental, com a possibilidade de tocar, manipular, visualizar, entre outras. Assim, podemos concluir que um artefacto, devidamente usado, poderá ajudar a colmatar as dificuldades dos alunos.

## 2. Objetivos e questão de investigação

Tendo em consideração o contexto da turma, as respetivas dificuldades, bem como a importância da geometria e da construção de conceitos significativos por parte dos alunos, foram formulados os seguintes objetivos de investigação:

- a) Conceber e implementar tarefas envolvendo o conceito de perímetro e área do círculo;
- b) Investigar de que forma o ensino exploratório dos conceitos de perímetro e área do círculo contribui para o desenvolvimento de aprendizagens significativas;
- c) Investigar quais as conexões matemáticas que podem emergir em tarefas envolvendo o conceito de perímetro e área do círculo.

Considerando os objetivos de investigação emergem as seguintes questões de investigação:

“De que modo o Ensino Exploratório da Geometria e Medida, contribui para o desenvolvimento de aprendizagens?”

“De que modo o Ensino exploratório da Geometria e Medida, contribui para a aquisição de aprendizagens significativas?”

“De que modo as conexões Matemáticas contribuem para o Ensino da Geometria e Medida?”

### **3. Pertinência do estudo**

O estudo da geometria tem vindo a ser investigado e aprofundado no domínio dos processos de ensino e de aprendizagem, dada a sua particularidade perante os outros domínios.

O uso de materiais concretos para explorar conceitos matemáticos em sala de aula permite aos alunos compreender todo o processo até às expressões que lhes são apresentadas. É dada a oportunidade aos alunos de "observem, relacionem, comparem hipóteses e argumentações" (Silva & Silva, 2017, p. 33), enquanto "cabe ao professor orientar na resolução das tarefas" (Silva & Silva, 2017, p. 33). Souza e Cols. (2020) acrescentam que a utilização de materiais didáticos é fundamental para a dinâmica de construção do raciocínio lógico, dado o papel da manipulação desses recursos no processo de aprendizagem.

Em suma, pode considerar-se este estudo pertinente, porque: pretende atender a dificuldades de uma turma de 6.º ano diagnosticadas em contexto de sala de aula; o problema de investigação e as opções metodológicas vão ao encontro das sugestões da comunidade científica, vai permitir que outros investigadores possam estudar um pouco mais sobre a temática e observar resultados reais, uma vez que a presente investigação enquadra-se no 6.º ano de escolaridade, no tema "Geometria e Medida", tendo como tópico "Figuras Planas", como subtópico "Perímetro e Área do círculo" e como objetivos de aprendizagem "Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por Pi a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra" e "Conhecer a expressão para a medida da área do círculo".

## **CAPÍTULO IV. REVISÃO DA LITERATURA**

## **1. Conexões Matemáticas**

Nas últimas décadas, o tema das conexões matemáticas tem ganhado alguma importância. O National Council of Teachers of Mathematics (2007) destaca que, quando os estudantes têm a oportunidade de interligar ideias matemáticas, a sua compreensão torna-se mais profunda. Uma das conexões mencionadas refere-se ao reconhecimento e à aplicação da matemática em situações fora do âmbito matemático.

O NCTM (2007) confirma que, na conexão de ideias matemáticas, os alunos conseguem uma compreensão mais sólida dos conteúdos. Essas conexões podem ser internas ou externas, sendo que as externas estão associadas a contextos não matemáticos. O objetivo é que essas conexões “ampliem a compreensão das ideias e dos conceitos que nelas estão envolvidos e, conseqüentemente, permitam aos alunos dar sentido à Matemática e entender esta disciplina como coerente, articulada e poderosa” (Canavarro, 2017, p. 38).

Diversos autores mencionam que as dificuldades sofridas pelos alunos na aprendizagem da Matemática, podem ser superadas ao se estabelecer conexões entre a experiência matemática informal e intuitiva que os estudantes trazem para a sala de aula e a matemática formal e abstrata que se espera que aprendam (Bonotto, 2009; Clements & Sarama, 2007; Hiebert, 1984; Noss, Healy & Hoyles, 1997; Perry & Docket, 2008) citados por Jacinto e Pires, 2019).

## 2. Ensino Exploratório

Ao longo dos anos, a investigação em educação tem procurado estratégias mais eficazes para garantir que as crianças tenham acesso ao conhecimento, destacando a importância de experiências positivas, especialmente no ensino da Matemática (NCTM, 2014). Oliveira et al. (2013) apontam que o ensino direto, baseado na exposição dos conteúdos e aplicação de exercícios, não tem respondido às necessidades de aprendizagem das crianças. Um dos modelos alternativos, como o Ensino Exploratório, adotam uma abordagem dialógica, tendo como vantagens uma maior motivação e eficácia, permitindo que os alunos se envolvam na construção de seu conhecimento. Esses modelos de ensino, o direto e o exploratório, são distinguidos pelos papéis que desempenham os intervenientes (alunos e professores), pelas tarefas propostas e na gestão da aula (Serrazina, 2021).

De acordo com Mota (2017), uma aula de ensino exploratório desenrola-se de forma diferente uma vez que, neste tipo de ensino, são propostas tarefas matemáticas cujas estratégias de resolução são descobertas pelas crianças. Estas tarefas matemáticas (podem ser problemas ou tarefas de investigação), devem abordar assuntos que sejam relevantes para promover a discussão entre os alunos e o desenvolvimento do seu pensamento. Segundo Serrazina (2021), estas “devem promover o raciocínio e a resolução de problemas e a sua complexidade deve estar adaptada ao nível dos estudantes a quem se dirigem” (p.5). Contudo, o docente deve ter em conta que, tarefas demasiado fáceis não desafiam os alunos e tarefas demasiado complexas podem levar os alunos à frustração.

A falta de motivação dos alunos, leva-nos à necessidade de motivar as suas aprendizagens, sendo essencial selecionar e adaptar tarefas que lhes permita criar essa motivação. Assim, as tarefas devem apelar à promoção da comunicação matemática, ao desenvolvimento da compreensão e a aptidão matemática e à estimulação dos alunos a estabelecer conexões. O professor deve garantir que as tarefas sejam desafiantes, de modo a estimularem o interesse dos alunos, criando assim, ambientes de cooperação, discussão e partilhas de ideias. Para além disso, o docente deve ainda monitorizar o trabalho desenvolvido pelas crianças, interpretar e compreender como é que elas resolvem a tarefa e explorar as suas ideias, de forma a conseguir “aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam” (Canavarro, 2011, p.11).

Recorrendo ao Ensino Exploratório da Matemática em sala de aula, dá-se um processo

eminentemente comunicativo caracterizado pelo diálogo aluno-aluno e aluno-professor, no qual se interage e trocam informações havendo, portanto, uma construção recíproca de significados (Guerreiro et al., 2015). Desta forma, segundo Guerreiro et al. (2015):

“no ensino exploratório, a construção do conhecimento é um processo pessoal que se efetiva na interação com os outros, ou seja, o conhecimento emerge na interação social, resultado de processos de negociação de significados”, nos quais o professor desempenha um papel relevante de monitorização. Este processo de construção é marcado e personalizado por cada um dos alunos, dado que estes têm conhecimentos e experiências prévias que lhes são próprias e singulares (...). (p. 286-287).

Segundo Mota (2017), as aulas que seguem um modelo Ensino Exploratório de Matemática decorrem segundo quatro fases: introdução da tarefa, execução, discussão/apresentação e sistematização das aprendizagens.

Na primeira fase, na introdução da tarefa, o professor apresenta a tarefa aos alunos, certifica-se que toda a turma percebeu os seus objetivos e motiva as crianças para que estas se sintam desafiadas e entusiasmadas em resolver o que lhes é proposto (Serrazina, 2021).

Posteriormente, na fase de execução/resolução da tarefa, enquanto as crianças vão procurando estratégias para resolver a tarefa, o docente vai acompanhando os grupos/pares, monitorizado o seu trabalho, questionando e dando algumas indicações, promovendo assim a discussão e a partilha de ideias entre os alunos. Para além disso, é também nesta fase que o/a docente vai selecionar e sequenciar a ordem das apresentações que serão feitas na fase seguinte (Serrazina, 2021). Todos os alunos devem participar na resolução da tarefa.

Durante a fase seguinte, na discussão/apresentação das resoluções das crianças, o professor modera a discussão dos resultados, de modo que haja interesse pelos diferentes trabalhos. Deve também solicitar explicações e justificações dos resultados apresentados. De acordo com Oliveira et al. (2012): “É importante que a discussão tenha como objetivo mais do que a comparação e o confronto das resoluções dos alunos, e contribua para que estes realizem novas aprendizagens relevantes, não só sobre os conceitos, procedimentos ou processos em presença, mas também sobre os modos legítimos de produção do conhecimento matemático (...)”. (p.257).

Por fim, na fase de sistematização das aprendizagens, o docente tem o papel de criar um ambiente propício para que se sistematize o que foi desenvolvido, identificando, clarificando e explorando os conceitos matemáticos abordados, estabelecendo conexões com as aprendizagens já realizadas (Serrazina, 2021).

No decorrer de uma aula de Ensino Exploratório da Matemática, de acordo com Canavarro (2011), o/a docente deve ter em atenção as características deste tipo de ensino e estar alerta para não incorrer em ações que podem comprometer o seu sucesso, tais como: escolher criteriosamente

tarefas matemáticas, gerir o tempo da sua realização, evitar estender o tempo de trabalho autónomo dos alunos, prever a utilização de recursos que agilizem a comunicação dos alunos na fase de discussão, promover um ambiente estimulante na sala de aula, favorecer a discussão efetiva de ideias, recusar a possibilidade de apresentar as resoluções à turma caso estas não contribuam, ter em atenção as questões e comentários que se fazem aos alunos de modo a não lhes indicar «a» estratégia a seguir e resistir a validar as resoluções dos alunos durante o tempo de trabalho autónomo (p.16-17).

Como constatámos anteriormente, o Ensino Exploratório da Matemática não defende que as crianças descubram sozinhas os conceitos matemáticos que devem aprender. Muito pelo contrário, de acordo com Canavaro (2011), o Ensino Exploratório da Matemática defende que “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (p. 11). Desta forma, recorrendo ao Ensino Exploratório da Matemática, o professor dá a oportunidade aos alunos de poderem construir a sua própria aprendizagem de forma significativa. Para além disso, as crianças têm ainda a possibilidade de desenvolver capacidades relacionadas com a Matemática, como a comunicação matemática, a resolução de problemas e o raciocínio matemático.

### 3. Medida

O estudo da geometria ajuda os alunos a representar e a dar significado ao mundo. Os modelos geométricos fornecem uma perspectiva a partir da qual os alunos podem analisar e resolver problemas. As interpretações geométricas podem ajudá-los a compreender mais facilmente uma representação abstrata (simbólica) (NCTM, 1991, p. 133). A construção e manipulação destes modelos permitem aos alunos representarem e resolverem problemas relativos à matemática ou a problemas do seu quotidiano (Palhares, 2004), competências estas essenciais uma vez que “alunos do 6º ano de escolaridade estão interessados na forma como as coisas se relacionam” (NCTM, 1993, p. 25), realçando assim os benefícios de desenvolver o pensamento geométrico dos alunos.

Trabalhar a Geometria representa mais do que a simples tarefa de memorizar definições e aplicar fórmulas. Neste sentido o estudo da geometria “deve contemplar a descrição de relações e de raciocínios, a construção de justificações e de demonstrações” (Palhares, 2004, p. 251). Para os alunos deste ciclo “a geometria deve focar-se na investigação e utilização de ideias geométricas e de relações, em vez da memorização de definições e fórmulas” (NCTM, 1991, p. 133).

Assim sendo, para qualquer nível de ensino, é fundamental que o ensino da geometria possibilite:

- Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
- Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
- Aplicar transformações geométricas e usar simetrias para analisar situações matemáticas;
- Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas (NCTM, 2007, p. 44).

Segundo as Aprendizagens Essenciais da Matemática (referência), a geometria do 2º ciclo do Ensino Básico permite introduzir conceitos e propriedades elementares.

A geometria e a medida são tópicos que se encontram interligados, acabando por se complementar (NCTM, 1991). Podemos verificar esta relação, por exemplo, com a determinação do perímetro e da área de figuras irregulares pois “podem ser determinados usando segmentos de reta e quadrados, respetivamente” (NCTM, 1991, p. 139). Embora muitas crianças não entendam a importância do estudo da Geometria e Medida, medir é uma ação necessária no nosso dia-a-dia, para as mais variadas situações, independentemente da nossa profissão, (Caraça, 1998). Pois inevitavelmente “contactam com ideias de medida, quer dentro da escola quer fora dela, em áreas como a arquitetura, a arte, a ciência, o desenho, os desportos, a culinária e as

compras, e ainda na leitura de um mapa” (NCTM, 1991, p. 138). Neste sentido o estudo da medida, devido às suas aplicações no nosso cotidiano, apresenta-se como um importante tópico no currículo da Matemática (NCTM, 2007), onde as “experiências com medidas constituem uma ligação poderosa entre diferentes temas da matemática (...) e as outras disciplinas” (NCTM, 1991, p. 141). A medida é um tópico da geometria que “define, em particular, as regras relativas à medida de grandeza” (Palhares, 2004, p. 375). Medir “consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.” (Caraça, 1998, p. 29). É, por isso, essencial determinar “um escalão único de comparação” (Caraça, 1998, p. 29), isto é, uma unidade de medida, e, em seguida, responder à seguinte questão: Quantas vezes cabe?

Assim sendo podemos mencionar que para realizar uma medição é necessário: - selecionarmos um objeto que pretendemos medir: um comprimento, uma área, um volume, uma massa ou uma temperatura; - escolhermos uma unidade apropriada com a qual possamos comparar o objeto. Selecionar a unidade de medida é uma condição básica, pois esta é a base de qualquer medição. Assim sendo, é essencial que os alunos sejam capazes de escolher a unidade de medida mais adequada de acordo com o que se pretende medir. Ao trabalhar a medida em sala de aula pretende-se despertar a “necessidade de os alunos usarem determinadas medidas salientando a importância das unidades padrão e dos sistemas de medida comuns” (NCTM, 1991, p. 138). O ato de medir implica necessariamente a utilização de materiais concretos, assim sendo, para que os alunos apreendam o conceito medida, é fundamental que estes possam manusear materiais, de modo a permitir que os mesmos possam fazer medições e comparações físicas (NCTM, 2007).

De acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 6º ano, o “tópico da Medida, neste ciclo, é dedicado a áreas de figuras planas” (referência). Apesar do “perímetro e a área de uma figura serem duas medidas diferentes” (Ma, 2009, p. 156), muitos alunos confundem estes dois conceitos, uma vez que “os cálculos de ambas as medidas estão relacionados com os lados da figura” (vice-versa). Segundo o dicionário elementar de matemática, a área é a extensão de uma superfície que é medida em unidades próprias. E o perímetro corresponde ao “comprimento da linha que define uma figura plana. Por exemplo, o perímetro de um triângulo é a soma dos comprimentos dos seus três lados; o perímetro do círculo é o comprimento da circunferência” (Albuquerque & Carvalho, 1990, p. 95). Os conceitos de área e perímetro, por se tratar de conceitos de medida, são conceitos que estão estreitamente relacionados. Esta relação permite que os alunos confundam os mesmos, quando confrontados com uma medição.

Para Serrazina e Matos (1996) este problema pode ser solucionado se os conceitos forem trabalhados simultaneamente e se recorrermos a atividades que coloquem ambos os conceitos

em confronto. Atualmente, o trabalho do professor em sala de aula passa necessariamente por iniciar qualquer conteúdo programático partindo do que os alunos já sabem sobre o mesmo. Estes problemas surgem, principalmente, porque a área e o perímetro “são introduzidos através de fórmulas. Mais tarde é pedido aos alunos que determinem o «comprimento à volta», ou o «espaço ocupado», e muitos não são capazes de reconhecer aquelas ideias” (Serrazina & Matos, 1996, p. 114). Esta forma de trabalhar os conceitos não favorece a compreensão dos mesmos, mas apenas a memorização de fórmulas. Neste sentido, o trabalho em sala de aula deve incidir antes no desenvolvimento da compreensão dos conceitos e fórmulas, e não apenas na capacidade de memorizar fórmulas (NCTM, 1991). Para tal, segundo Serrazina e Matos (1996), devem ser proporcionadas aos alunos “experiências concretas construídas por eles próprios, até chegarem à compreensão da utilização das fórmulas” (p. 114).

## **CAPÍTULO V. METODOLOGIA E RECOLHA DE DADOS**

## **1. Contexto do estudo**

O estudo foi realizado no ano letivo 2023/2024, com uma turma do 6º ano de escolaridade, numa escola central da cidade de Coimbra. A turma era constituída por 21 alunos, sendo quinze eram do sexo feminino e seis do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 10 e os 13 anos. A turma apresentava alunos com três nacionalidades, portuguesa, brasileira e cabo-verdiana.

Nesta turma existiam 3 alunos com NEE e RTP (Relatório técnico ou pedagógico) que não frequentavam a disciplina de Matemática e apenas um aluno apresentava retenção, tendo assim, 13 anos de idade. Desta forma o estudo foi realizado apenas com 18 alunos, sendo treze do sexo feminino e cinco do sexo masculino.

O nível sociocultural dos alunos é médio, dado que os seus pais apresentam habilitações literárias dos pais varia entre o ensino secundário e o mestrado.

De forma geral, a turma é heterogénea, apresenta um comportamento de nível bom, com alunos maioritariamente pontuais e assíduos, embora muito comunicadores entre si, levando assim a uma certa dificuldade em cumprir as regras de comunicação na sala de aula. Existem, na turma, 2 alunos que apresentam RTP e possuem uma incapacidade intelectual. Embora apresentem um bom comportamento, possuem défice de atenção e beneficiam de medidas seletivas de acordo com o DL nº54/2018.

Relativamente à organização da turma, a mesma foi mantida em pares de trabalho ( ou trios sempre que faltava alunos), no entanto os pares foram reorganizados de acordo o desenvolvimento dos alunos.

A orientação fornecida aos alunos no decorrer das aulas, foi idêntica para cada grupo de trabalho, contudo, serão analisados os dados de toda a turma, mas apenas serão especificados os trabalhos dos grupos mais pertinentes.

## **2. Descrição da Metodologia de Investigação**

Tendo em consideração os objetivos e a questão previamente definidos, a metodologia desta investigação respeita os propósitos de uma investigação qualitativa, descritiva e de índole interpretativa, utilizando uma observação participante.

Segundo Flick (2004), a metodologia qualitativa possibilita uma análise aprofundada do contexto em que o estudo se desenvolve, bem como das interações nele estabelecidas, permitindo explorar as perceções e ações dos participantes. Esta abordagem metodológica revelou-se particularmente adequada para compreender as dinâmicas e complexidades dos processos educativos, valorizando a participação direta da investigadora no ambiente em estudo.

A realização do presente estudo foi orientada pelos princípios da investigação-ação, uma metodologia caracterizada por ciclos contínuos de planificação, intervenção e reflexão, com o propósito de promover mudanças significativas no contexto escolar e contribuir para aprendizagens mais significativas por parte dos alunos. Esta perspetiva está alinhada com a visão de Máximo-Esteves (2008), que sublinha o potencial transformador da investigação-ação no campo educativo. O Grupo de Observação Participante (GOP) é constituído pela investigadora, a Professora Cooperante, a Professora Orientadora e dois estagiários. Estes participantes estiveram presentes na fase de implementação, apoiando no esclarecimento de dúvidas que foram surgindo, assim como na distribuição e recolha de materiais/dados. Do grupo Colaborativo de Reflexão (GCR) faz parte a investigadora e dois Professores Orientadores da ESEC, colaborando no planeamento, na avaliação e reflexão dos dados recolhidos.

### 3. Design do Estudo

A metodologia desta investigação foi influenciada pelas ideias de Cheng e Ling (2013), envolvendo, desta forma, três fases: planear, implementar, avaliar e refletir.

#### Quadro 1

##### *Etapas do estudo*

Planear	Seleção dos conteúdos a explorar e das capacidades a desenvolver: Conexões internas e externas na e à Matemática, conceitos geométricos, medida e dados. Identificação dos objetivos de aprendizagem.
Implementar	Implementação de três desafios durante quatro sessões, com os alunos. Recolha dos dados durante as sessões de implementação dos desafios através de: observações, produções dos alunos, registos fotográficos e de áudio.
Avaliar e refletir	Análise, interpretação, avaliação e reflexão dos dados resultantes da Investigação.

Planear – Foram selecionados os conteúdos, passíveis de serem trabalhados de acordo com a questão-problema enunciada. Desta forma, foram identificadas várias conexões matemáticas tanto internas como externas. As conexões internas permitiram interligar vários temas como a Geometria e Medida e a Álgebra.

Implementar – foram constituídas quatro sessões, nas quais se procedeu à recolha de dados através de observações, produções dos alunos, registos fotográficos e de áudio.

#### Quadro 2

##### *Cronograma da fase de implementação*

Data	Duração	Síntese
09/02/2024	Sessão 1 - 90 minutos	Tarefa I e II sobre o perímetro do círculo; Vídeo sobre o perímetro. Aula assistida pela PAS
16/02/2024	Sessão 2 - 90 minutos	Tarefa III sobre a área do círculo.

17/05/2024	Sessão 3 - 90 minutos	Tarefa estudo de aula – “População residente em Portugal em 2022”. Aula assistida pela PAS
21/05/2024	Sessão 5 - 90 minutos	Continuação da tarefa do estudo de aula.

Avaliar e refletir – os dados foram analisados, interpretados e avaliados de forma a dar resposta às questões de investigação.

#### **4. Recolha de Dados**

A recolha de dados foi realizada através da observação participante da Professora Estagiária, de registos de áudio e registos fotográficos das produções dos alunos. Estes elementos foram utilizados para a elaboração de transcrições.

É de salientar que, aquando da elaboração de transcrições, cada aluno foi identificado por uma letra, garantindo o seu anonimato no decorrer da investigação. Realço que os Encarregados de Educação tiveram conhecimento da implementação através de um consentimento informado relativo à participação dos seus educandos nesta investigação.

Relativamente às transcrições elaboradas, a transcrição 1 (apêndice) diz respeito à Sessão 1 e trata da resolução das duas primeiras tarefas. A transcrição 2 (apêndice) corresponde à Sessão 2, relativa à resolução da tarefa três. A transcrição 3 (apêndice) representa a Sessão 3, referente a resolução da primeira parte da tarefa do estudo de aula. A transcrição 4 (apêndice) evidencia a Sessão 4, relacionada à última parte da resolução da tarefa do estudo de aula.

## **CAPÍTULO VI. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

## 1. Análise de Dados

A análise dos dados foi efetuada através de critério de três níveis semelhante ao apresentado no quadro 1, elaborado por Pratas et al., (2016).

### Quadro 3

*Critério com três níveis de conhecimento (Pratas et al., 2016.P.36)*

Nível 1	Nível 2	Nível 3
Demonstra conhecimentos limitados acerca dos conceitos matemáticos envolvidos ou não responde.	Demonstra alguns conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos e contém pequenas incorreções.	Demonstra pleno conhecimento acerca dos conceitos matemáticos envolvidos.

Para cada sessão, foi criado um conjunto de descritores para cada nível de conhecimento, tendo em conta os objetivos específicos previamente definidos para cada tarefa. As propostas de resolução apresentadas pelos alunos foram analisadas e interpretadas segundo os descritores que se seguem:

#### 1.1. Sessão 1

A aula iniciou com a organização da turma em 8 grupos de dois alunos cada, totalizando 16 alunos, e com a entrega aos grupos de um objeto circular, de uma fita métrica, corda e da tarefa I, descrita na figura.

Figura 1

Tarefa I – “À descoberta da razão”

**Tarefa I**  
**“À descoberta da razão”**

1. Preenche a tabela abaixo, de acordo com as indicações que são dadas.

Objeto analisado: \_\_\_\_\_

Perímetro (P)	Diâmetro (d)	Raio (r)	Calcula o quociente entre o perímetro e o diâmetro

2. A partir da fita, verifica que relação existe entre o comprimento do diâmetro e o perímetro do teu objeto. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. A partir da discussão em grande grupo, que semelhanças identificas nos valores da última coluna da tabela?

De seguida, cada grupo procedeu a realização da tarefa proposta. A presente tarefa tinha como objetivo para cada grupo, a medição do perímetro (P) e do diâmetro (D) do objeto circular. Aquando da discussão dos resultados em grande grupo os alunos deviam concluir que o quociente entre as duas medidas (P/D) se aproxima de um número em específico, o pi ( $\pi$ ).

Quadro 4

*Critérios de avaliação elaborados de acordo com os objetivos de aprendizagem propostos na realização da tarefa I*

Critérios de avaliação	Descritores		
	Nível 1	Nível 2	Nível 3

<b>Efetuar as operações necessárias</b>	Não realiza operações.	Realiza algumas operações, incompletas.	Realiza todas as operações de forma correta.
<b>Relacionar o perímetro com o diâmetro das figuras circulares</b>	Não reconhece qualquer relação existente.	Relaciona incorretamente as medidas enunciadas.	Relaciona corretamente o comprimento do diâmetro com a perímetro da figura.
<b>Identificar semelhanças nos valores do quociente de toda a turma</b>	Não identifica semelhanças nos valores apresentados.	Identifica semelhanças, mas não relevantes.	Identifica as semelhanças entre os valores e associa os mesmos ao $(\pi)$ .
<b>Linguagem matemática escrita</b>	Não utiliza linguagem matemática.	Utiliza linguagem matemática com imprecisões.	Utiliza linguagem matemática revelando um bom conhecimento sobre as relações entre os termos e conhecimentos usados.
<b>Cooperação com os colegas</b>	Geralmente, não ajuda os colegas a realizar a tarefa.	Às vezes, ajuda os colegas a realizar a tarefa.	Ajuda sempre os colegas a realizar a tarefa.

Na segunda parte da aula, foi introduzida a Tarefa II – “Perímetro do Círculo” (figura).

**Figura 2**

Tarefa II – “Perímetro do Círculo”

<b>Tarefa II</b> <b>“Perímetro do Círculo”</b>
1. A partir do que aprendeste sobre o número $\pi$ , como poderemos determinar o perímetro do círculo, a partir da medida do diâmetro?
2. Se souberes apenas o valor do raio, consegues determinar o perímetro do círculo? Se sim, como?

**Quadro 5**

*Critérios de avaliação elaborados de acordo com os objetivos de aprendizagem propostos na realização da tarefa II*

Critérios de avaliação	Descritores		
	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<b>Explicitar como determinar o perímetro do círculo</b>	Não compreendeu como determinar o perímetro do círculo.	Compreendeu como determinar o perímetro, mas não soube justificar.	Compreendeu e soube justificar, como determinar o perímetro.
<b>Determinar o perímetro a partir do raio</b>	Não reconheceu qualquer relação entre o perímetro e o raio.	Reconheceu a relação entre o diâmetro e o raio, mas não entre o perímetro e o raio.	Consegui determinar o perímetro a partir do raio.

## 1.2. Sessão 2

A aula iniciou com um breve resumo dos conteúdos da aula anterior, para relembrar os alunos e enquadrar dois alunos que faltaram à aula anterior.

Ao longo da aula, os alunos vão realizar a tarefa III – “Área do círculo” (figura). Esta tarefa dividiu-se em diversas etapas nas quais os alunos tinham de seguir passo a passo as indicações fornecidas tanto pela professora como na tarefa.

**Figura 3**

*Tarefa III – “Área do círculo”*

<b>Tarefa III</b> <b>“Área do círculo”</b>	
1.	Recorta o círculo, pelas linhas a tracejado, (quatro fatias).
2.	Compõe as quatro fatias de acordo com as indicações dadas.
3.	Recorta novamente cada fatia ao meio, para obteres oito fatias.
4.	Volta a construir a mesma figura, mas com as oito partes.
5.	Recorta cada fatia ao meio, de forma a obteres dezasseis partes iguais.
6.	Constrói novamente a figura obtida anteriormente, mas com as dezasseis partes.
a)	Se dividires o círculo em mais partes e fizeres a composição conforme indicado, a que figura se assemelha essa composição?
<hr/>	
7.	A partir do que aprendeste, como podes determinar a área do círculo?

**Quadro 6**

*CrITÉRIOS de avaliação elaborados de acordo com os objetivos de aprendizagem propostos na realização da tarefa III*

CrITÉRIOS de avaliação	Descritores		
	NÍVEL 1	NÍVEL 2	NÍVEL 3

<p><b>Manipular materiais</b></p>	<p>Não manipula materiais e necessita de ajuda.</p>	<p>Manipula com alguma dificuldade os materiais e necessita de ajuda.</p>	<p>Manipula adequadamente os materiais, não necessitando de ajuda.</p>
<p><b>Relacionar a figura construído com o paralelogramo</b></p>	<p>Não consegui relacionar a figura elaborada com o paralelogramo.</p>	<p>Relaciona a figura elaborada com uma figura geométrica semelhante (quadrado, retângulo).</p>	<p>Relaciona a figura elaborada com um paralelogramo</p>
<p><b>Determinar a área do círculo partindo da área de um paralelogramo</b></p>	<p>Não consegui determinar a área do círculo, nem determinar a área de um paralelogramo.</p>	<p>Não consegui determinar a área do círculo, mas apresentou evidências de que compreende a área do paralelogramo.</p>	<p>Conseguir determinar a área do círculo, partindo da área do paralelogramo.</p>

### 1.3. Sessão 3

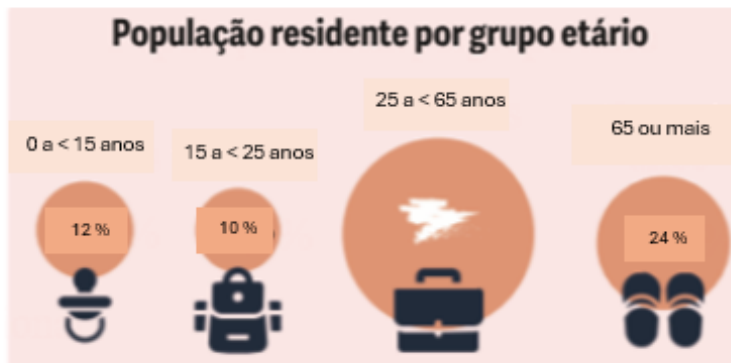
Ao longo destas duas sessões foi desenvolvido um estudo de aula que consistiu no tratamento e análise de dados fornecidos. A presente proposta (figura) estava dividida em duas partes: na sessão 3 os alunos realizaram os exercícios até à questão 1.6 e na sessão 4 os alunos terminaram a resolução da tarefa.

Figura 4

Tarefa Estudo de Aula

1. Segundo os Censos 2021, residem em Portugal 10 343 066 pessoas.

A representação gráfica traduz a população residente em Portugal, em percentagem, por grupo etário.



- 1.1. Faz uma análise/interpretação da representação gráfica apresentada anteriormente.

---

---

---

- 1.2. Qual é o motivo pelo qual os círculos associados a cada grupo etário têm tamanhos diferentes?

---

---

- 1.3. A percentagem da população entre os 25 a < 65 anos não está visível. Qual é o valor?

- 
- 1.4. A partir dos dados representados anteriormente, completa a tabela de frequências, organizada em quatro classes.

Classes	Frequências absolutas	Frequências relativas	Frequências relativas (%)
<b>Total</b>			

- 1.5. Qual é a classe modal? O que representa esse valor no contexto apresentado?

---

---

- 1.6. Consideras que a representação gráfica está bem construída? Justifica a tua resposta.

---

---

---

- 1.7. Como podes verificar se as representações gráficas estão bem construídas?

---

---

1.8. Tendo em conta os dados apresentados, completa a seguinte tabela com os respetivos valores.

Classes	Frequência relativa (%)	Diâmetro / Raio	Área do círculo	
0 a < 15 anos				
15 a < 25 anos				
25 a < 65 anos				
65 ou mais anos				
Total				

Cálculos auxiliares:

1.9. Responde novamente à questão 1.6.

---

---

---

**Quadro 7**

*Critérios de avaliação elaborados de acordo com os objetivos de aprendizagem proposto na realização da tarefa do estudo de aula parte 1*

Critérios de avaliação	Descritores
------------------------	-------------

	<b>Nível 1</b>	<b>Nível 2</b>	<b>Nível 3</b>
<b>Fazer análise da representação gráfica</b>	Não conseguiu extrair informações da interpretação	Conseguiu analisar a representação gráfica, embora apresente lacunas na sua interpretação.	Analisa adequadamente as informações da representação gráfica.
<b>Perceber por que razão os círculos das representações gráficas possuem diferentes tamanhos</b>	Não associou o tamanho dos círculos aos dados da representação gráfica.	Associou o tamanho dos círculos	Associou o tamanho dos círculos à população de cada setor, assim como à sua percentagem.
<b>Determinar a percentagem em falta</b>	Não conseguiu calcular a percentagem em falta.	Determina apenas a percentagem de população já existente na representação gráfica.	Consegue determinar a percentagem em falta na representação gráfica.
<b>Completar a tabela de frequências</b>	Não consegue completar a tabela de frequências.	Demonstra alguma dificuldade na determinação das frequências absolutas e relativas.	Completa adequadamente a tabela de frequências.
<b>Conceito de classe modal</b>	Não compreende o conceito de classe modal, impossibilitando a sua identificação.	Identifica a classe modal, mas apresenta dificuldades na explicação da sua representação no contexto.	Identifica a classe modal e explicita o seu contexto.

<b>Identificar lacunas na construção da representação gráfica</b>	Considera que a representação gráfica está construída corretamente.	Considera que a construção está mal construída, mas não explicita adequadamente.	Considera a construção mal construída e justifica de acordo com o tamanho dos círculos.
---	---	--	---

#### 1.4. Sessão 4

Nesta última sessão os alunos sistematizaram as aprendizagens que apreenderam ao longo do estudo.

#### Quadro 8

*Critérios de avaliação elaborados de acordo com os objetivos de aprendizagem propostos na realização da tarefa do estudo de aula parte 2*

Critérios de avaliação	Descritores		
	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<b>Justificar a construção da representação gráfica</b>	Relaciona a construção da representação gráfica com as informações fornecidas na mesma.	Relaciona a construção da representação gráfica com as percentagens.	Relaciona a construção adequada da representação com a percentagem e tamanhos dos círculos.
<b>Efetuar medições de diâmetro, raio</b>	Não efetua medições de forma correta.	Efetua medições, embora necessite de ajuda.	Efetua corretamente as medições.
<b>Determinar a área de cada círculo</b>	Não consegue determinar a área do círculo.	Determina a área do círculo, apresentando dificuldades.	Determina corretamente a área do círculo.
<b>Calcular a razão entre a frequência relativa em % e a área de cada círculo</b>	Não consegue determinar as razões.	Possui dificuldades no cálculo das razões.	Calcula corretamente as razões.
<b>Construção da representação gráfica</b>	Não consegue identificar que a construção está incorreta, uma vez que o tamanho dos círculos não é proporcional à	Consegue identificar que a construção está incorreta, embora não associe o erro à proporção da área de cada círculo com a	Consegue identificar que a representação gráfica está incorreta, devido a falta de proporcionalidade direta entre a percentagem e o

	percentagem que lhes está atribuída.	respetiva percentagem.	tamanho de cada círculo.
--	--------------------------------------	------------------------	--------------------------

## 2. Apresentação e discussão dos resultados

A apresentação dos resultados encontra-se estruturada em 4 sessões. Em cada sessão são analisadas as transcrições elaboradas, assim como as produções dos alunos. De modo a facilitar a apresentação dos resultados elaborei tabelas com os níveis de desempenho de cada aluno.

### 2.1. Evidências da sessão 1

Os alunos associaram a relação existente entre quocientes, ao número de casa decimais do perímetro e do diâmetro. Devido aos erros de medição, os alunos perceberam a existência de valores dispersos.

#### Quadro 9

*Distribuição das respostas dos grupos ao cálculo do quociente entre o perímetro e o diâmetro dos objetos circulares*

Grupo	Objeto	Quociente
G1	“Tampa de queijo”	3,04 cm
G2	“Tampa de queijo”	3,29 cm
G3	“Tampa de metal”	3,14 cm
G4	“Tampa rosa”	3,21 cm
G5	“Tampinha de sumo”	3,28 cm
G6	“Caixa de queijo”	3,15 cm
G7	“Tampa roxa”	3,17 cm
G8	“Tampa de Compota”	3,10 cm
G9	-----	-----

Durante a discussão em grande grupo dos resultados foi construída a seguinte tabela (figura) com os alunos, de modo a apresentar as informações de cada grupo.

**Figura 5**

Tabela elaborada com os resultados de todos os grupos de trabalho

Perímetro (P)	Diâmetro (d)	Raio (r)	$\frac{P}{d}$	Objeto
12,8	3,9	1,95	3,28	Tampa de sumo
46	14,5	7,25	3,17	Tampa rosa
36,2	11	5,5	3,29	Tampa de queijo
46,6	14,5	7,25	3,21	Tampa rosa
35	11,5	5,75	3,04	Tampa de queijo
21,7	7	3,5	3,10	Tampa de compota
34,5	11	5,5	3,14	Tampa de metal
33,7	10,7	5,35	3,15	Caixa de queijo

A partir desta tabela, os alunos tinham condições para responder à pergunta 3 da tarefa I. Finalizei a atividade, com o reforço do conceito da razão entre o perímetro e o diâmetro da figura circular é definida pela letra grega  $\pi$  (pi) que é um número irracional que usualmente utilizamos 3.14 como valor aproximado.

**Quadro 10**

Níveis de desempenho dos alunos na realização da tarefa I

Critérios	Efetuar as operações necessárias	Relacionar o perímetro com o diâmetro das figuras circulares	Identificar semelhanças nos valores do quociente de toda a turma	Linguagem matemática escrita	Cooperação com os colegas
Aluno A	Nível 3	Nível 2	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Aluno B	Nível 3	Nível 2	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Aluno C	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 3
Aluno D	Nível 3	Nível 2	Nível 1	Nível 2	Nível 2
Aluno E	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Aluno F	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 2	Nível 2
Aluno G	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 3
Aluno H	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 2	Nível 1
Aluno I	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 3
Aluno J	Nível 1	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 1
Aluno K	Nível 3	Nível 2	Nível 1	Nível 2	Nível 3

<b>Aluno L</b>	Nível 3	Nível 2	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<b>Aluno M</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno N</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno O</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<b>Aluno P</b>	Nível 3	Nível 2	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<b>Aluno Q</b>	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou
<b>Aluno R</b>	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou

*Ao realizar a tarefa II, alguns alunos não perceberam que ao multiplicar o pi pelo diâmetro iriam obter o perímetro. Desta forma, tive de exemplificar no quadro com os dados de um grupo, esclarecendo as dúvidas existentes.*

#### **Quadro 11**

*Níveis de desempenho dos alunos na realização da tarefa II*

<b>Crítérios</b>	<b>Explicitar como determinar o perímetro do círculo</b>	<b>Determinar o perímetro a partir do raio</b>
<b>Aluno A</b>	Nível 1	Nível 3
<b>Aluno B</b>	Nível 2	Nível 3
<b>Aluno C</b>	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno D</b>	Nível 2	Nível 2
<b>Aluno E</b>	Nível 1	Nível 1
<b>Aluno F</b>	Nível 1	Nível 1
<b>Aluno G</b>	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno H</b>	Nível 2	Nível 1
<b>Aluno I</b>	Nível 1	Nível 1
<b>Aluno J</b>	Nível 1	Nível 1
<b>Aluno K</b>	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno L</b>	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno M</b>	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno N</b>	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno O</b>	Nível 2	Nível 3
<b>Aluno P</b>	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno Q</b>	Faltou	Faltou
<b>Aluno R</b>	Faltou	Faltou

## 2.2. Evidências da sessão 2

Na exploração da tarefa III, houve alguma agitação na sala de aula, uma vez que era uma tarefa prática, que envolvia alguma agilidade e atenção.

### Quadro 12

*Níveis de desempenho dos alunos na realização da tarefa III*

<b>Crítérios</b>	<b>Manipular materiais</b>	<b>Relacionar a figura construído com o paralelogramo</b>	<b>Determinar a área do círculo partindo da área de um paralelogramo</b>
<b>Aluno A</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno B</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno C</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno D</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno E</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno F</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno G</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno H</b>	Nível 3	Nível 2	Nível 1
<b>Aluno I</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno J</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno K</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno L</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno M</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno N</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno O</b>	Nível 3	Nível 1	Nível 3
<b>Aluno P</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno Q</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno R</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 1

Alguns alunos conseguiram associar a figura construída ao paralelogramo, embora tenham associado facilmente que o perímetro do círculo era igual ao do paralelogramo.

Apenas o aluno F observou que aumentando o número de fatias do círculo, os espaços em branco existentes ao redor iriam diminuir. O aluno O conseguiu determinar uma fórmula para o cálculo da

área do círculo, dado que não perceberam de imediato que a altura do paralelogramo era equivalente ao raio do círculo inicial.

### 2.3. Evidências da sessão 3

Com a realização do estudo de aula e devido a agitação existente na turma, uma vez que era suportado haver greve, tive de alterar os pares de trabalho.

Quadro 13

*Níveis de desempenho dos alunos na realização da tarefa do estudo de aula parte 1*

<b>Critérios</b>	<b>Fazer análise da representação gráfica</b>	<b>Perceber por que razão os círculos das representações gráficas possuem diferentes tamanhos</b>	<b>Determinar a percentagem em falta</b>	<b>Completar a tabela de frequências</b>	<b>Conceito de classe modal</b>	<b>Identificar lacunas na construção da representação gráfica</b>
<b>Aluno A</b>	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou
<b>Aluno B</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno C</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 2	Nível 1
<b>Aluno D</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno E</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno F</b>	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno G</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 2	Nível 3
<b>Aluno H</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno I</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno J</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1	Nível 2
<b>Aluno K</b>	Nível 3	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno L</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno M</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 2
<b>Aluno N</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno O</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno P</b>	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 2	Nível 1
<b>Aluno Q</b>	Nível 2	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 2	Nível 1
<b>Aluno R</b>	Nível 3	Nível 2	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1

Para a resolução da parte 1 do estudo de aula, foi necessário aumentar o tempo de resolução dos alunos, pois apresentavam algumas dificuldades na análise da representação gráfica.

A cooperação entre os alunos M e N foi notável, dado que o aluno N possui défice de atenção e RTP, o aluno M ajudou-o a pensar nas respostas.

A identificação da classe modal assim como a explicitação do seu conceito, foram aprendizagens que não estavam bem consolidadas, sendo notório nos alunos.

#### 2.4. Evidências da sessão 4

O relembrar das tarefas realizadas na aula anterior permitiu o enquadramento dos alunos para a realização da parte 2 do estudo de aula.

Ao efetuar medições foi notada uma ligeira dificuldade no manuseamento de materiais (motricidade fina), que fez com que a duração prevista não fosse cumprida.

#### Quadro 14

*Níveis de desempenho dos alunos na realização da tarefa do estudo de aula parte 2*

<b>Critérios</b>	<b>Justificar a construção da representação gráfica</b>	<b>Efetuar medições de diâmetro, raio</b>	<b>Determinar a área de cada círculo</b>	<b>Calcular a razão entre a frequência relativa em % e a área de cada círculo</b>	<b>Construção da representação gráfica</b>
<b>Aluno A</b>	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou	Faltou
<b>Aluno B</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno C</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno D</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno E</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno F</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 1
<b>Aluno G</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno H</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno I</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno J</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno K</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno L</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno M</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno N</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno O</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno P</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno Q</b>	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3
<b>Aluno R</b>	Nível 1	Nível 3	Nível 3	Nível 3	Nível 3

O cálculo da razão gerou alguma discórdia na turma, pois havia alunos que não entendiam a etapa e para que servia neste contexto.

## **CAPÍTULO VII. CONCLUSÕES**

## Conclusões

O presente estudo teve como principal objetivo compreender de que modo o ensino exploratório da Geometria e Medida pode contribuir para o desenvolvimento de competências em alunos do 2º Ciclo do Ensino Básico.

Considero que os objetivos definidos para cada sessão foram maioritariamente todos cumpridos. Perante os resultados obtidos e apresentados neste estudo, é possível afirmar que o uso de conexões matemáticas, assim como de materiais manipuláveis, facilita a aprendizagem dos alunos.

Todos os alunos envolvidos no estudo evoluíram o conhecimento relativo a compreensão dos conceitos de perímetro e área de figuras, nomeadamente do círculo. Analisando as respostas dos alunos à última tarefa (Estudo de aula) verificamos uma crescente aprendizagem de forma a não confundirem os conceitos referidos. A utilização de materiais manipuláveis no contexto educativo revela-se uma estratégia pedagógica eficaz, não apenas por estimular o interesse dos alunos pela aprendizagem da matemática, mas também por facilitar a compreensão de conteúdos abstratos que, frequentemente, se revelam mais desafiantes (Aires & Almeida, 2019). Ao serem integrados nas dinâmicas de sala de aula, estes recursos promovem níveis elevados de envolvimento e motivação por parte dos alunos, como foi possível observar nas transcrições elaboradas ao longo deste estudo. Neste sentido, os materiais manipuláveis contribuem significativamente para o aumento do entusiasmo dos alunos em relação à escola e, em particular, à disciplina de Matemática (Soares & Catarino, 2018).

Os dados obtidos, nomeadamente através da análise dos registos áudio, evidenciam uma evolução notável nas competências cooperativas dos alunos, ao longo das sessões (Pereira et al., 2017). Verificou-se um enriquecimento progressivo das interações entre os pares, com melhorias claras na comunicação e na entreaajuda. Estes resultados apontam para a importância da utilização de materiais manipuláveis aliados à Geometria e Medida, enquanto promotores da aprendizagem colaborativa. Através deste processo, fomenta-se não só o desenvolvimento de competências cognitivas, mas também sociais, essenciais para a construção de aprendizagens significativas.

### **PARTE III. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A realização da Licenciatura em Educação Básica, seguida do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo, permitiu-me consolidar um percurso formativo rico em aprendizagens e experiências que contribuíram significativamente para a construção de um conhecimento sólido e diversificado, essencial à prática docente.

Ao longo destes cinco anos, o contacto com diferentes contextos escolares possibilitou a interação com múltiplos agentes educativos, cujas partilhas e orientações se revelaram fundamentais para o meu crescimento pessoal e profissional. O feedback obtido durante os estágios teve um papel crucial nesse processo, promovendo uma constante autorreflexão. No meu ponto de vista, esta competência é fundamental para um docente, uma vez que permite melhorar as suas práticas ao longo dos tempos.

A elaboração deste trabalho de investigação constituiu uma etapa particularmente enriquecedora. A conceção de uma sequência de aprendizagem inovadora representou um desafio importante, que me obrigou a refletir criticamente sobre as minhas práticas e a considerar possibilidades de melhoria contínua. A análise detalhada dos registos áudio das intervenções em sala de aula permitiu-me identificar os meus pontos fortes, mas também tomar consciência das fragilidades, assumindo uma postura reflexiva com vista ao aperfeiçoamento da minha prática docente.

Na minha opinião, este percurso foi exigente, mas extremamente gratificante. A superação dos desafios encontrados ao longo do processo evidenciou a minha resiliência e reforçou a convicção de que quero, no futuro, ser uma professora capaz de me adaptar a qualquer realidade, tendo sempre presente como principal objetivo a promoção de experiências educativas significativas e inovadoras.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Barbosa, P. (2003). *O Estudo da Geometria. Revista Benjamin Constant*, (25).
- Barros, P. (2012). *A investigação-ação como estratégia de supervisão/ formação e inovação educativa: um estudo de contextos de mudança e de produção de saberes* (Tese de Doutoramento em Ciências da Educação Especialidade em Supervisão Pedagógica, Instituto de Educação da Universidade do Minho). <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/22888>.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. (1.ª Ed.). Porto Editora
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação* (12.ª ed). Porto Editora.
- Botas, D. (2008). *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática: Um estudo no 1º ciclo* (Relatório Final do Mestrado em Ensino das Ciências – Especialidade em Ensino da Matemática, Departamento de Ciências da Educação da Universidade Aberta). <https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1235/1/Disserta%C3%A7%C3%A3omateriaisdid%C3%A1cticos.pdf>.
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de matemática – um estudo no 1º Ciclo. Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 253-286.
- Caldeira, M. F. (2009). *A Importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática*. Tese de Doutoramento. Málaga: Universidade de Málaga e Escola Superior de Educação João de Deus.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, pp. 11-17.
- Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação e Direção-Geral da Educação.
- Canavarro, A.P., Oliveira, H., Menezes, L. (2012). *Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia*. In Canavarro, A.P., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., Carreira, S. (Orgs), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

- Cheng, E., & Ling, L. (2013). *The Approach of Learning Study: Its Origin and Implications*. *OECD Education Working Papers*, 94, 1-28.
- Contente, I. (2012). *A utilização de materiais didáticos no ensino da matemática do 1º ciclo do Ensino Básico* (Relatório Final do Mestrado em EPE e Ensino do 1.º CEB, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Beja). <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/3910>.
- Ferreira, C. (2012). *Conexões Matemáticas em Álgebra um estudo com alunos do 7º ano de escolaridade*. [Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório UL.
- Guerreiro, A., Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(44), 279-295. <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/50936>.
- Helpa, C., & Paula, R. (2013). *Formação de professores: a importância da reflexão sobre a prática docente*. In D. Vosgerau, R. Ens, & M. Behrens (Orgs.), *Atas do XI Congresso Nacional de educação: EDUCERE* (pp. 14426-14433). Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná.
- Leal da Costa, C., Folque, M. A., Ramos, J. L., Marques, M. (2020). *Prática de Ensino Supervisionada na Universidade de Évora – Formação inicial de educadores e professores e investigação*. *TREZE*, 10, 16-17.
- Martins, C., Pires, M. V., & Sousa, J. C. (2017). *Reflexão escrita sobre experiências de ensino e aprendizagem: articulação conteúdo-profundidade*. *Atas do II Encontro de Formação na Docência*, 411 – 418. <http://hdl.handle.net/10198/15415>.
- Martins, G. O., Gomes, C. A. S., Brocardo, J. M. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L. A., Silva, L. M. U., da Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (DGE). [http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto\\_Autonomia\\_e\\_Flexibilidade/perfil\\_dos\\_alunos.pdf](http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf).
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Acção*. (1.ª Ed.). Porto Editora.
- Mendes, M., Delgado, C. (2008). *Geometria: textos de apoio para educadores de infância*. Lisboa: Ministério da Educação Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Menezes, L., Oliveira, H., & Canavarro, A. (2013). *Descrivendo as práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso da professora Fernanda*. In *Atas do VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática* (pp.5795-5803), Montevideo, Uruguay: CIBEM.

- Merriam, S. B. (2002). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. Jossey-Bass Publishers.
- Ministério da Educação/ Direção-Geral da Educação [ME/DGE]. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação e Direção-Geral da Educação.
- Mizukami, M. , Reali, A., Reyes, C., Martucci, E., Lima, E., Tancredi, R., Mello, R. (2002). *Escola e aprendizagem da docência: Processos de Investigação e Formação* (1.ª ed.). EdUFSCar
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (1.ª Edição). APM.
- NCTM. (2014). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. 1ª ed. - Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Palhares, P. (Coord.) (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lidel.
- Pereira, B., Cardoso, A., & Rocha, J. (2017). *Avaliação de competências cooperativas e trabalho de grupo no 1.º CEB*. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, Extr.(6), 106-110.
- Pinto, I., Campos, C., & Siqueira, C. (2018). *Investigação qualitativa: Perspetiva geral e importância para as Ciências da Nutrição*. *Acta Portuguesa de Nutrição*, 14(6), 30-34.
- Ponte, J. (2010). *Conexões no programa de Matemática do ensino básico*. *Educação e Matemática*, 110, 3-6.
- Silva, H. S., Lopes, J. P., & Moreira, S. (2018). *Cooperar em sala de aula para o sucesso*. (1.ª Ed.). PACTOR.
- Soares, L. (2009). *Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica*. [Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba].  
Repositório UFPB

### **Legislação consultada**

- Decreto-lei n.º 55/2018 do Ministério da Educação. (2018). *Diário da República: I Série*, n.º 129/2018.  
<https://dre.pt/dre/detalhe/decreto-lei/55-2018-115652962>.

## **APÊNDICES**

## Apêndice 1

### 2.5. Planificação da sessão 1 (09/02/2024) e sessão 2 (16/02/2024)

#### Planificação da sessão 1 e da sessão 2

##### I. Planificação Global

Ano de escolaridade: 6.º Ano

##### A) Planificação da(s) sequência(s) de ensino e de aprendizagem

Tema	Aulas / Duração	Tópicos e subtópicos	Objetivos de aprendizagem	Áreas de competência do Perfil dos alunos
Geometria e Medida	Aula n.º 1	<u>Figuras planas:</u> Perímetro e área do círculo.	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por <math>\pi</math> a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra;</li></ul>	C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; I – Saber científico, técnico e tecnológico.
	Aula n.º 2		<ul style="list-style-type: none"><li>• Conhecer a expressão para a medida da área do círculo;</li><li>• Resolver problemas que envolvam a determinação das medidas do perímetro e da área do círculo, em diversos contextos.</li></ul>	

#### Referências Bibliográficas

Direção-Geral da Educação. (2022). *Aprendizagens Essenciais. 6.º Ano | 2.º Ciclo do Ensino Básico. Matemática.*

[http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens\\_Essenciais/2\\_ciclo/ae\\_mat\\_6.o\\_ano.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_6.o_ano.pdf)

Neves, M., Ribeiro, B. & Roque, B. (2023). *MX 6 Parte 1*. (1.ª edição). Porto Editora.

## B) Fundamentação curricular, científica e pedagógico/didática

Ao medirmos a porção de plano que uma dada figura plana ocupa, estamos a calcular a área dessa figura. Ora, a unidade de medição de área, como vimos anteriormente, faz parte do conjunto de unidades SI, metro quadrado.

Perímetro do círculo: consiste na multiplicação do Pi pelo diâmetro;

Área do círculo: Consiste na multiplicação do  $\pi$  pelo raio ao quadrado.

## II. Planificação de aula

Aula n.º 1 – 9 de fevereiro de 2024 – 90 minutos

<b>Tema</b>	Geometria e Medida
<b>Tópicos e Subtópicos</b>	<b>Figuras planas:</b> Perímetro e área do círculo <b>Capacidades Matemáticas</b> <u>Resolução de problemas:</u> Estratégias; <u>Pensamento computacional:</u> Algoritmia;
<b>Objetivos de aprendizagem</b>	<u>Resolução de problemas:</u> Estratégias: Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia; <u>Pensamento computacional:</u> Algoritmia: Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema nomeadamente recorrendo à tecnologia; Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por $\pi$ a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra.

<b>Áreas de competência do Perfil dos alunos</b>	C – Raciocínio e resolução de problemas; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.
<b>Recursos</b>	Computador; projetor; escola virtual; quadro; manual; caderno diário; material de escrita; tarefas I e II impressas.
<b>Estratégias</b>	1. Realização da tarefa I; 2. Realização da tarefa II; 3. Sistematização dos conteúdos
<b>Avaliação</b>	Observação direta do desempenho dos alunos; Análise das resoluções das tarefas.
<b>Sumário</b>	Realização da tarefa I “À descoberta da razão”. Perímetro do círculo – tarefa II.

### **Descrição do ambiente de ensino e de aprendizagem**

A professora estagiária escreve no quadro o sumário da aula anterior e abre a lição. A professora estagiária inicia a aula com a organização dos alunos em pares de trabalho e distribui a cada um, a tarefa I. Seguindo as indicações da professora, os alunos devem apenas responder às questões 1 e 2.

Após a recolha dos dados da tabela, os alunos terminam de preencher a tabela e em grande grupo, os alunos apresentam os seus resultados, de forma a responderem à pergunta 3. A professora vai construir uma tabela no quadro para registar as razões/quociente de cada par.

De seguida, é apresentado um vídeo sobre o “Pi” para que percebam em que consiste o número, <https://app.escolavirtual.pt/lms/playerteacher/resource/798045/E?se=&seType=&cold=&area=search> .

Posteriormente, distribui uma segunda tarefa, para que os alunos realizem de forma individual, com o intuito de chegarem à fórmula do perímetro.

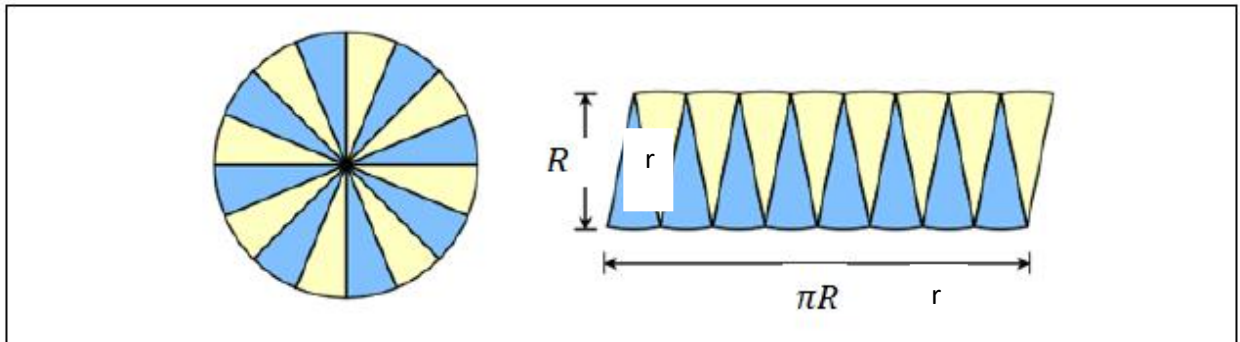
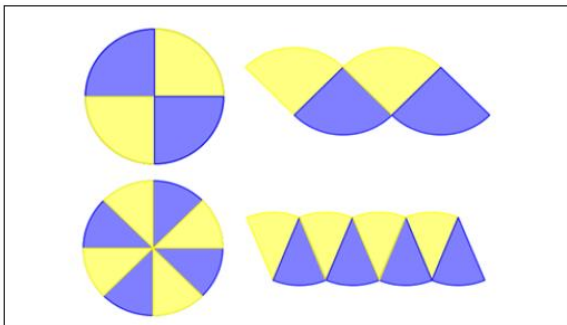
Por fim, a professora recolhe as atividades e conclui com a turma qual a fórmula do perímetro do círculo.

<b>Tema</b>	Geometria e Medida
<b>Tópicos e Subtópicos</b>	<p><b>Figuras planas:</b> Perímetro e área do círculo</p> <p><b>Capacidades Matemáticas</b></p> <p><u>Resolução de problemas:</u> Estratégias;</p> <p><u>Pensamento computacional:</u> Abstração e Algoritmia;</p>
<b>Objetivos de aprendizagem</b>	<p><u>Resolução de problemas:</u> Estratégias: Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;</p> <p><u>Pensamento computacional:</u> Abstração: Extrair a informação essencial de um problema;</p> <p><u>Algoritmia:</u> Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema nomeadamente recorrendo à tecnologia;</p> <p>Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por <math>\pi</math> a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra.</p>
<b>Áreas de competência do Perfil dos alunos</b>	<p>C – Raciocínio e resolução de problemas;</p> <p>F – Desenvolvimento pessoal e autonomia;</p> <p>I – Saber científico, técnico e tecnológico.</p>
<b>Recursos</b>	Computador; projetor; escola virtual; quadro; manual; caderno diário; material de escrita; tarefas III impressas; círculos para os alunos.
<b>Estratégias</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Realização da tarefa III;</li> <li>2. Realização de exercícios.</li> </ol>
<b>Avaliação</b>	<p>Observação direta do desempenho dos alunos;</p> <p>Análise das resoluções das tarefas.</p>
<b>Sumário</b>	Realização da tarefa III - Área do círculo.

### Descrição do ambiente de ensino e de aprendizagem

A professora estagiária inicia a aula com a escrita do sumário da aula anterior e a abertura da lição. De seguida, começa por organizar os alunos pelos pares e entrega a tarefa III e um círculo a cada aluno.

Ao longo da realização da tarefa III, a professora estagiária vai realizando e expondo no quadro os resultados pretendidos nos exercícios 2 e 4.



Ao longo da aula a professora irá auxiliar os alunos na construção da aprendizagem de forma que os alunos cheguem à ideia de paralelogramo.

Por fim, sistematiza as aprendizagens no quadro com os alunos.

## 2.6. Tarefa I – “À descoberta da razão”

### Tarefa I

#### “À descoberta da razão”

4. Preenche a tabela abaixo, de acordo com as indicações que são dadas.

Objeto analisado: \_\_\_\_\_

Perímetro (P)	Diâmetro (d)	Raio (r)	Calcula o quociente entre o perímetro e o diâmetro

5. A partir da fita, verifica que relação existe entre o comprimento do diâmetro e o perímetro do teu objeto. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. A partir da discussão em grande grupo, que semelhanças identificas nos valores da última coluna da tabela?

## 2.7. Tarefa II – Perímetro do círculo

### Tarefa II

#### “Perímetro do Círculo”

3. A partir do que aprendeste sobre o número  $\pi$ , como poderemos determinar o perímetro do círculo, a partir da medida do diâmetro?
  
4. Se souberes apenas o valor do raio, consegues determinar o perímetro do círculo? Se sim, como?

#### 4.1. Tarefa III – Área do círculo

##### **Tarefa III** **“Área do círculo”**

8. Recorta o círculo, pelas linhas a tracejado, (quatro fatias).
9. Compõe as quatro fatias de acordo com as indicações dadas.
10. Recorta novamente cada fatia ao meio, para obteres oito fatias.
11. Volta a construir a mesma figura, mas com as oito partes.
12. Recorta cada fatia ao meio, de forma a obteres dezasseis partes iguais.
13. Constrói novamente a figura obtida anteriormente, mas com as dezasseis partes.
- b) Se dividires o círculo em mais partes e fizeres a composição conforme indicado, a que figura se assemelha essa composição?

- 
14. A partir do que aprendeste, como podes determinar a área do círculo?

#### 4.2. Transcrição 1 – 9 de fevereiro de 2024

Neste documento serão transcritos os diálogos aquando da realização da tarefa I e II

- Alunos A e B (grupo 1);
- Alunos C e D (grupo 2);
- Alunos E e F (grupo 3);
- Alunos G e H (grupo 4);
- Alunos I e J (grupo 5);
- Alunos K e L (grupo 6);
- Alunos M e N (grupo 7);
- Alunos O e P (grupo 8);
- Alunos Q e R (grupo 9), faltaram à aula;
- Professora estagiária A, PEA (Investigador);
- Professoras Estagiárias B e C, PEB E PEC, respetivamente;
- Professora Cooperante, PC;
- Professora orientadora, PO.

#### Introdução à Tarefa I – “À descoberta da razão”

Após a escrita do sumário, a professora estagiária solicitou aos alunos a arrumação dos cadernos nas mochilas, mantendo apenas em cima das mesas o material de escrita. De seguida, a professora estagiária A, indicou-lhes os pares de trabalho, e pediu aos alunos para se sentarem ao lado do par que lhes correspondia.

Figura 1: materiais manipulativos utilizados pelos alunos



Ao mesmo tempo que a professora estagiária A distribuía a tarefa I, os alunos organizavam as suas mesas, deixando unicamente em cima destas, o material de escrita. A PEA lembrou os alunos das regras dos trabalhos de grupos a pares, solicitando assim que houvesse colaboração e cooperação dentro dos pares. Contudo, reforçou que cada aluno deveria responder na sua folha de exploração. Distribuindo assim, as embalagens pelos alunos.

Já com o material necessário para a realização do exercício a PEA leu o enunciado aos alunos, fornecendo algumas indicações:

**PEA:** Vocês vão ter de medir o perímetro da vossa figura, o diâmetro, o raio e depois vão ter de calcular o quociente entre o perímetro e o diâmetro. Vocês têm uma fita, neste caso, vão colocar a fita à volta da vossa figura, vão marcar a união das duas fitas, podem marcar com o marcador, e depois podem cortar a fita. Por fim, vou-vos distribuir uma fita métrica e vocês vão medir quanto mede a vossa fita. De seguida, têm de medir o diâmetro, sempre com a mesma fita, se o conseguirem traçar no objeto, podem traçar. Depois vão descobrir qual é que é o raio, e depois preenchem a tabela.

Figura: Explicação da PEA



**Aluno A:** Professora não era mais fácil usar uma régua?

**PEA:** Como é que vais medir um setor circular?... Podem usar a régua para traçar o diâmetro.

(Após as indicações fornecidas pela professora estagiária A, os alunos iniciaram a tarefa a pares. Ao longo de toda a resolução da tarefa, os alunos tiveram o auxílio das professoras estagiárias, da professora orientadora e da professora cooperante.

**Figura:** Exercício 1 e 2 da tarefa I

**PEA:** Todos perceberam o que é para fazer?... Depois vão ter uma segunda pergunta à qual vão ter de responder, para ver se existe alguma relação entre a medida de diâmetro e a medida do perímetro.

Depois não fazem a 3, vamos discutir os resultados que vocês obtiveram na 1 e na 2 e só depois é que partimos para a 3. Pode ser? ... Coloquem os nomes nas folhas.

**PC:** Muito cuidado com as medições, meçam no sítio certo e depois não troquem a medida da fita, para não se enganarem e medirem a medida da fita que sobrou ... coloquem logo de lado.

**PEA:** É trabalho a pares. Sim Aluno F, é trabalho a pares.

(Durante a resolução e discussão dos exercícios a pares, a professora estagiária A dirigiu-se às mesas, ordeiramente, esclarecendo eventuais dúvidas que fossem surgindo, de forma a auxiliar os grupos que demonstravam mais dificuldades e corrigindo pequenas incorreções nas medições, tal como as restantes professoras).

### Exercício 1 – Preenchimento da tabela

**PEA:** Quando forem para traçar o diâmetro, vocês têm de descobrir a medida que passa exatamente no centro da figura, como é que vão fazer isso?

**Aluno B:** Unimos dois lados da figura.

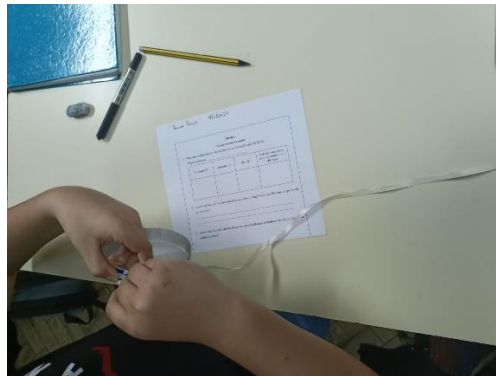
**PEA:** Se for assim neste cantinho não é o diâmetro (apontando para uma corda que traçou na figura).

**Aluno A:** É o que é maior.

**PEA:** É o que é maior. Então vocês para tentar encontrar o centro podem medir com a régua. Podem tentar encontrar o centro e devem mover a toda a volta, a partir da medida que vocês encontraram, para ver realmente se é o diâmetro ou não. Podem traçar os objetos se quiserem.

**PC:** Não confundiram as fitas? (questionas dois alunos).

Figura: Medições efetuadas pelos alunos



**Aluno N:** Qual é o nosso perímetro?

**Aluno M:** 46,5 cm

**PC:** Então regista já, antes que te esqueças.

**Aluno M:** Qual é o objeto analisado?

**PC:** É uma tampa, tampa roxa, pronto. Quando medirem registem logo, para não se esquecerem.

**Aluno E:** como medimos o perímetro?

**PEA:** O perímetro não é a medida à volta do objeto?

**Aluno E:** Sim

**PEA:** Então vais ter de colocar a fita ao redor do teu objeto e registares com um marcador onde se unem as fitas.

**Aluno I:** O raio, o raio é metade?

**Aluno J:** Ahhh, sim é.

**Aluno M:** Ah o raio é metade do diâmetro, se calhar.

**Aluno N:** Como é que é metade? ... Ai ai.

Figura: Medição do diâmetro dos objetos circulares



**PC:** Passaram mesmo pelo centro?

**Aluno M e N:** Sim.

**PC:** O que é que a professora explicou, o diâmetro é a medida maior, têm de encontrar o centro. Até podes medir diretamente com a fita métrica para teres a certeza que é a medida maior. Repara se tu colocares aqui, esta não é a medida maior. Vais vendo até encontrares.

**Aluno N:** 46cm a dividir por 2, o raio é 7,25 cm. ... Professora é este o número certo, não é?

**PEA:** Quanto é o raio?

**Alunos M e N:** O raio é metade do diâmetro.

**PEA:** Fizeram a conta de u isso?

**Aluno M:** Sim

**PC:** Então vá.

**Aluno N:** Escrevo isto tudo? (apontando para a calculadora).

**PC:** Não com duas ou quatro casas decimais. Oh PEA, quantas casas decimais?

**PEA:** Duas, duas casas decimais... quando estiverem a escrever o quociente apresentem a conta que fazem.

...

**Aluna G:** A relação existente é o número de casas decimais, os dois têm duas casas.

**Aluno H:** Não espera, sim as casas decimais são iguais.

**Aluno O:** Ya, as casas decimais são iguais.

**PEA:** Então a 2?

**Alunos M e N:** A 2 é impossível.

**PEA:** Impossível? Não há relação?

**Alunos M e N:** A nossa 2 é: tem as mesmas casas decimais.

**PEA:** Pensem lá bem.

(Os alunos questionaram a PEA sobre não haver qualquer relação, afirmando que a única relação que encontraram foi a das casas decimais).

**PEA:** Façam lá a conta com duas casas... Então Aluno A, qual é que é a relação? Podem encontrar uma relação qualquer. Qual é que é o vosso diâmetro?

**Aluno M:** Diâmetro, é 14,2 cm.

**PEA:** Coloca na mesa a tampa, isto aqui tem de marcar o zero, senão esta não zero, fica incorreto.

**Aluno N:** Ainda bem que a professora aqui veio.

**PEA:** Não é o zero, o zero não é a ponta. (executando a medição do perímetro da tampa). 14,5 cm?

**Aluno M:** A mim deu-me 14,2.

(Com a ajuda da PEB, a PEA realizou a medição de forma correta, obtendo assim 14,5 cm).

**PEA:** Então a relação ... já encontraram? (questionou todos os grupos sobre a relação existente). 46 cm é o vosso perímetro... depois façam o vosso quociente.

**Aluno A:** A relação é ser um mais pequeno que o outro.

(A PEA, colou no quadro uma cartolina com uma tabela para organizar os dados dos grupos de trabalho).

**PC:** Imagina que tinhas aqui um 20 e aqui um 10, qual seria a relação? O que é que podias dizer?

**Aluno P:** Ah que o diâmetro é metade do perímetro.

**PC:** Era metade, então e aqui?

**Aluno P:** Espera, o mais perto é três. Eu fiz 14,5 cm vezes três e deu 43,5 cm.

**PC:** O que é que este é em relação a este?

**Aluno P:** É o dobro... ah não é o triplo, aproximadamente.

**PEA:** Quando nós fazemos medições há sempre muitos erros, cortar a fita, medir, tudo isso são erros.

### Discussão dos resultados em grande grupo

Figura : tabela com os dados dos alunos

Perímetro (P)	Diâmetro (d)	Raio (r)	$\frac{P}{d}$	Objeto
12,8	3,9	1,95	3,28	Tampa de sumo
46	14,5	7,25	3,17	Tampa noxa
36,2	11	5,5	3,29	Tampa de queijo
46,6	14,5	7,25	3,21	Tampa noxa
35	11,5	5,75	3,04	Tampa de queijo
21,7	7	3,5	3,10	Tampa de compota
34,5	11	5,5	3,14	Tampa de metal
33,7	10,7	5,35	3,15	Caixa de queijo

(Como os alunos não encontraram a relação que a PEA pretendia, a PEA iniciou a discussão dos resultados).

**PEA:** Eu fiz aqui uma tabela onde nós vamos colocar o objeto e vamos colocar todas as medidas que vocês têm na vossa tabela. Depois vamos comparar. Grupo 5.

**Aluno I:** Perímetro 12,8 cm... diâmetro 3.9...raio 1,95... quociente 3.

**PEA:** (verifica que existia um pequeno erro no cálculo do quociente, realizando assim o cálculo na calculadora) Três certinhos? ... dá 3,28 cm. Qual é que era o vosso objeto?

**Aluno I:** Tampa de sumo.

(De seguida a PEA questionou cada grupo de forma a completar a sua tabela, retificando os cálculos que estavam incorretos e realizando os respetivos arredondamentos).

**PEA:** E agora na vossa pergunta 2. Perguntava qual era a relação entre...

**Aluno B:** Coisas

**PEA:** Quais eram as coisas?

**Aluno C:** O diâmetro e o raio.

**PEA:** O diâmetro e o perímetro. Qual é que foi a relação que encontraram? (questionando assim cada grupo).

...

**PEA:** Grupo do aluno I e J? Eu não consigo ouvir o aluno I.

**Aluno I:** Nós colocamos que o perímetro é aproximadamente o triplo do diâmetro.

**PEA:** Quem disse uma coisa diferente? ... Aluno A

**Aluno A:** Um é maior que o outro e um tem casas decimais e o outro não.

**Aluno K:** São múltiplos.

**PEA:** São múltiplos? Múltiplos de quê?

**Aluno K:** Professora não sei explicar...

**PEA:** O aluno I disse que era o triplo. O diâmetro era o triplo do perímetro? ... Não o perímetro é aproximadamente o triplo do diâmetro. Então eu agora vou recolher as vossas folhas para vocês não alterarem as vossas respostas.

...

### **Introdução da noção de $\pi$**

**PEA:** Então se vocês repararem há uma relação entre os números da coluna do quociente.

**Aluno M:** São todos 3.

**PEA:** Sim, todos começam por 3... têm quantas unidades?

**Alunos:** Duas.

**Aluno C:** Não, três unidades.

**PEA:** Têm 3 unidades, têm duas casas decimais e se não houvesse erros de cálculo, ao vocês medirem. Ao medirem há sempre um desvio de 1 milímetro, 2 milímetro, ...

Por isso é que aqui (apontando para a tabela) os números do quociente não estão muito parecidos. Mas aqui no grupo dos alunos K, L e E, F, se repararem são os que estão mais próximos. Os alunos da tampa de compota também e aqui os da tampa roxa também. Aqui como houve um desvio na medição, já não obtiveram um resultado tão exato, mas o que era pretendido era obterem 3,14, aproximadamente.

Então agora, eu vou mostrar-vos um vídeo, porque o nosso número 3,14 (dirige-se para apontar o número existente na tabela) este número tem um nome específico, vocês já vão aprender a seguir.

A partir de agora vão ter de o usar... Sempre que eu vos pedir...

Figura : explicação da PEA aos alunos



**Aluno E:** É o  $\pi$ .

**PEA:** Sim é o  $\pi$ , e o que é que é isso do  $\pi$ ? O aluno E falou em  $\pi$ , já alguém ouviu falar em  $\pi$ ?

**Alunos:** Simmm.

**PEA:** O que é que é?

**Alunos:** Não sei.

**PEA:** Então aluno E, o que é o número  $\pi$ ?

**Aluno E:** É um número.

...

**PEA:** O  $\pi$  vale 3,14159. A partir de agora vocês vão utilizar, sempre que vos pedir  $\pi$ , ... Isto é o  $\pi$  (escreveu a representação do  $\pi$  no quadro, acompanhado do seu valor). Vocês se repararem têm na vossa calculadora. (apercebendo-se que nem todas as calculadoras possuíam o  $\pi$ ). Quando não tem, têm de usar o número 3,14159.

(A PEA, resolveu recolher o material da tarefa I, uma vez que estava a ser um dos motivos da distração)

Figura : Vídeo do  $\pi$

### **Resolução da tarefa II – “Perímetro do círculo”**

**PEA:** Agora vou-vos distribuir uma outra tarefa onde vocês vão ter de descobrir qual é que é o perímetro do círculo... Nome, e fazem a lápis (distribui as tarefas aos alunos). Aqui só têm cinco minutinhos.

Têm aqui os vossos resultados, a partir dos vossos resultados, vocês já sabem o vosso perímetro, certo? Já sabem o  $\pi$ , já sabem o diâmetro, agora quero uma fórmula geral.

Vocês podem partir dos dados da vossa figura para obterem a fórmula do perímetro.

Figura : Tarefa II

(A PEA circula pela sala e esclarece dúvidas que os alunos coloquem).

**PEA:** (como os alunos não estavam a perceber o que tinham de fazer, a PEA resolveu escrever um exemplo no quadro) No vídeo o que é que dizia que devia dar o quociente entre estes dois números? O quociente entre o perímetro e o diâmetro, tem de dar sempre o número  $\pi$ , (volta a passar o vídeo aos alunos). Se repararem aqui o quociente entre o perímetro e diâmetro vai dar o nosso número  $\pi$ . Então eu sei que o perímetro sobre o diâmetro vai dar o nosso número  $\pi$ , (acompanhando a explicação com a escrita no quadro). E agora eu quero saber este?

**Aluno C:** Então temos de fazer perímetro vezes perímetro?

**PEA:** Não sei experimenta fazer com os teus resultados e vêes se dá certo, aproximadamente, porque vocês tiveram de fazer arredondamentos. Isso pode não dar certinho... Perceberam? (como um aluno ainda não tinha percebido, explicou novamente aos alunos).

**Aluna M:** Professora, o meu não me dá o valor exato do perímetro, quando faço a multiplicação.

**PEA:** Aqui? Tens de usar o teu valor do  $\pi$ . Qual é que é o teu exemplo?

**Aluna M:** Nós fizemos 14,5 vezes 3.11 e deu 45,1.

**PEA:** Que arredondado é? ... Tens aqui o teu perímetro que é 35, diâmetro é 11,5 e o teu  $\pi$  deu-te, 3,04. Agora eu quero saber como é que eu chego aos 35 com estes dois números?

**Aluno A:** Multiplicando?

**PEA:** Então experimenta fazer a multiplicação.

(Após o diálogo com os alunos a PEA percebeu que ainda havia alunos que não tinham percebido. Contudo, no meio da sua explicação há um aluno que ao multiplicar percebeu que tinham obtido o seu perímetro).

**Aluno A:** A mim deu-me 35.

**PEA:** Então e qual era o teu perímetro?

**Aluno A:** É 35

**PEA:** O aluno A multiplicou o diâmetro pelo seu  $\pi$  e obteve o perímetro (escrevendo no quadro a fórmula geral). Agora tens aí a resposta à 1, agora quero saber se não tivesses o diâmetro, se só tivesses o raio, o que tinhas de fazer para calcular o perímetro?... Não quero que digas, escreve a tua resposta.

(Realizou no quadro as multiplicações para os restantes grupos perceberem como era realizada a multiplicação)

...

**PEA:** Já fizeram a 2? Então tentem descobrir a 2... Se vocês não tiverem o diâmetro e só tiverem o raio, como é que conseguem descobrir o perímetro?

...

**PEA:** Partindo que o vosso perímetro é igual a  $\pi$  vezes diâmetro, se eu não souber este e souber o raio?

O raio, qual é a relação do diâmetro e do raio?

Aqui na tabela como é que descobriste o raio?

**Aluno I:** Dividimos por dois.

**PEA:** Então segundo o aluno I, ele para saber o raio foi dividir o diâmetro por dois. Então eu posso dizer que o diâmetro é duas vezes o raio? (como o terminar da aula os alunos ficaram um pouco mais agitados, mas a PEA concluiu apenas o raciocínio).

Então se aqui multiplicamos o diâmetro, aqui vamos multiplicar por duas vezes o raio, substituindo o nosso diâmetro.

### 4.3. Transcrição 2 - Dia 16 de fevereiro de 2024

Neste documento serão transcritos os diálogos aquando da realização da tarefa III.

- Alunos A e B (grupo 1);
- Alunos C e D (grupo 2);
- Alunos E e F (grupo 3);
- Alunos G e H (grupo 4);
- Alunos I e J (grupo 5);
- Alunos K e L (grupo 6);
- Alunos M e N (grupo 7);
- Alunos O e P (grupo 8);
- Alunos Q e R (grupo 9);
- Professora estagiária A, PEA (Investigador);
- Professoras Estagiárias B e C, PEB E PEC, respetivamente;
- Professora Cooperante, PC;
- Professora orientadora, PO.

#### Correção do TPC

**PEA:** Já passaram o sumário?

**Alunos:** Não

**PEA:** Terminaram o TPC?

**Alunos:** Não consegui fazer. Não percebi. Há uma coisa que eu não consegui fazer, não consegui. Não sei como é.

...

Figura : pagina 9 exercício 3

**Aluno M:** Era o 3 não era professora?

**PEA:** Era

**Aluno M:** Começo a ler de onde, professora?

**PEA:** Viagem de bicicleta

**Aluno M:** Cada roda da bicicleta da Adriana tem 30 centímetros de raio.

**PEA:** 30 centímetros de raio (registando no quadro os dados). Então o que é que já tínhamos descoberto ontem?

**Aluno I:** Que o diâmetro era 60 centímetros.

**PEA:** Exato o diâmetro é 60 centímetros... então e na 3.1. o que é que dizia?

**Aluno M:** A Adriana percorreu 800 metros na sua bicicleta para ir de casa até à florista. Quantas voltas completas deu cada roda?

**PEA:** Então, nós sabemos que de casa até à florista ela percorreu 800 metros. Qual é o primeiro cálculo que vocês começaram a fazer? Aluno C, fizeste o quê?

**Aluno C:** Fiz o perímetro que é igual a 2 vezes o raio vezes...

**PEA:** Fizeste o perímetro de quê?

**Aluno C:** Primeiro passei os centímetros para metros.

**PEA:** Ficou igual a 0,3 metros, já tínhamos visto ontem.

**Aluno C:** 2 vezes o raio vezes  $\pi$ .

**PEA:** E o que é que é isso 2 vezes o raio vezes  $\pi$ ?

**Aluno C:** É o perímetro.

**PEA:** É o perímetro de quê?

**Aluno C:** Da roda.

**PEA:** O perímetro da roda é igual a?

**Aluno C:** 0,3...

**PEA:** Que fórmula é que tu utilizaste?

**Aluno C:** Foi 2 vezes o raio vezes o  $\pi$ .

**PEA:** Então, 2 vezes 0,3 que era o nosso raio, vezes  $\pi$ . Isto deu?

**Aluno C:** 2 centímetros.

**PEA:** 2 centímetros, não vamos arredondar já porque depois vamos precisar do arredondamento para o final. Fica 1,885.

Eu disse que não íamos arredondar já. Centímetros? Ou centímetros quadrados? Metros?

**Aluno O:** Metros.

**PEA:** Então, na primeira o aluno O foi passar os 30 centímetros de raio para metros. E ficou 0,3 metros. Depois ele foi descobrir o perímetro da roda. Utilizou a fórmula do raio, mas poderia utilizar outra fórmula. Qual seria a outra fórmula? (o aluno R pediu permissão para falar) Diz.

**Aluno R:** 60 vezes o  $\pi$ .

**PC:** Mas a fórmula sem números, só a fórmula.

**Aluno R:** Ah, sim. Diâmetro vezes  $\pi$ .

**PEA:** Diâmetro vezes  $\pi$ . Então, se utilizasse os 60 centímetros do diâmetro, o que é que terias de fazer no final?

**Aluno R:** Como assim?

**PEA:** Como assim? Então, o perímetro da roda ia ser em centímetros, certo?

**Aluno R:** Sim, tínhamos de mudar para metros.

**PEA:** Exatamente. E como é que iríamos mudar para metros?

**Aluno R:** Andar duas vírgulas para a direita, nãoooo, duas casas para a direita. Duas casas para a direita.

**PEA:** Duas casas para a direita?

**Aluno R:** Não para a esquerda, eu confundo-me sempre. 1,885.

...

**PEA:** Aqui tinham duas formas, podiam resolver através do raio ou através do diâmetro. Ambas estavam certas. Aqui também poderiam usar o diâmetro já em metros, que ia dar ao mesmo, e então e depois o que é que tínhamos de fazer, aluno P?

**Aluno P:** Depois tínhamos de fazer os 800 a dividir por 1,885.

**PEA:** E o que era esse número?

**Aluno P:** Esse número é...

**PEA:** Perímetro da roda. E quanto é que te dava? ... Então e porque é que acham que o aluno P foi dividir os 800 metros pelo perímetro da roda. Diz lá, aluno E, diz.

**Aluno E:** Porque temos que ver quantas vezes a roda dá voltas para chegar até os 800 metros.

**PEA:** Exatamente. Nós sabemos, por exemplo, que ele aqui percorreu 800 metros. E nós sabemos que o perímetro da roda é de 1,885 metros. Então, o que o aluno E estava a sugerir, era nós temos aqui a nossa roda e sabemos que a roda, se ela começar a contar daqui, ela ao andar, ela vai fazer esta volta toda, certo?

Então, ela quando está aqui, quando volta a passar o mesmo ponto, já estará mais ou menos aqui. Foi que já andou a roda toda...

Exatamente, e nós sabemos que daqui a aqui, que é quando ela dá uma volta completa, que é o perímetro.

(Os alunos colocam questões inoportunas à PEA)

**PEA:** Nós sabemos que quando uma volta, quando a roda da bicicleta dá uma volta completa, é o nosso perímetro, certo? Então nós sabemos que daqui a aqui é 1,885 metros. A distância que ela percorreu pelo perímetro da roda vai dar o número de voltas. Então o aluno E, foi dividir a distância percorrida pelo perímetro que lhe foi dar o número de voltas. O que é que fizeste?

**Aluno E:** 800 a dividir por 1,885 e deu-me 424,40.

**PEA:** E isto é o número de voltas (apontando para o resultado). Mas no enunciado perguntava quantas voltas completas?

**Aluno C:** 424 voltas.

(No seguimento da correção do TPC, a PEA corrigiu o exercício 3.2. de forma semelhante ao apresentado anteriormente)

### **Introdução à tarefa III – “Área do círculo”**

**PEA:** (Pede aos alunos para se organizarem e arrumarem o caderno e o manual) ... É preciso tesoura, cola e eu vou distribuir a tarefa III... Colocam o nome na folha...

...

**PEA:** Eu agora vou distribuir um círculo, o círculo tem duas cores. Tem um tracejado azul e tem um tracejado... Um tracejado não, tem uma linha a verde.

Figura : Círculo fornecido aos alunos.

**PEA:** Vão fazer passo a passo comigo, eu faço com vocês. (distribui os círculos)

Então nós vamos ter de seguir as indicações. E... primeira tarefa, tarefa III, primeiro exercício, porque já fizemos duas sobre o perímetro, esta é a terceira. Primeira alínea aluno F, o que é que temos de fazer?

**Aluno F:** Recorta o círculo, pelas linhas a tracejado, (quatro fatias).

**PEA:** Vão cortar o círculo pelas linhas azuis, só pelas azuis. Podem cortar mesmo até ao fim...E vão obter 4 fatias, certo?

**Alunos:** Sim.

**PEA:** São todas iguais.

**PC:** Mais ou menos é porque cortaram mal.

**PEA:** Já todos fizeram? Já está tudo cortado? Então e agora se eu colocar as minhas 4 fatias sobre uma linha...

Figura: Quadro com 4 fatias

**PEA:** Qual é a figura geométrica?

**Aluno N:** Parece um pato.

**Aluno C:** Um pássaro.

**PEA:** Qual é a figura geométrica que mais se assemelha?

**Aluno F:** É um paralelogramo.

**PEA:** Quem é que disse que era um paralelogramo?

**Alunos:** Aluno F.

**PEA:** Como é que chegaste à ideia do paralelogramo?

**Aluno F:** Tem os dois lados paralelos.

**PEA:** Neste caso, entre os dois lados, são paralelos, sim (apontando para a figura). E aqui conseguimos traçar uma linha paralela à horizontal. E vamos obter o nosso paralelogramo. Exatamente. Mas se repararem, aqui ainda temos muito espaço em branco, certo?

Então, esta parte foi o nosso passo 1 e o passo 2. E agora o que é que temos no passo 3, aluno K, na tarefa?

**Aluno K:** Recorta novamente cada fatia ao meio para obteres oito fatias.

**PEA:** 8 fatias. Então agora, a partir de cada fatia, vocês vão cortar pela linha que está a verde.

...

**PEA:** Então a partir do passo um e dois o que é que já podemos concluir?

**Aluno M:** Que esta figura pode formar um paralelogramo.

**PEA:** Que esta figura pode formar um paralelogramo. Pode vir a formar um paralelogramo, sim. E relativamente às áreas de uma e às áreas da outra?

**Aluno C:** São iguais? São iguais.

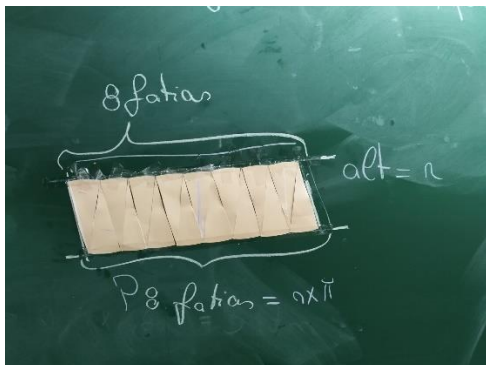
**Aluno M:** São equivalentes?

**PEA:** São parecidas, sim. E qual é que era a nossa figura inicial?

**Alunos:** Um círculo.

**PEA:** Um círculo... Já vimos que a área do nosso círculo, como disse o aluno L, é parecida à área do paralelogramo. Então agora em vez de ter as 4 fatias tiver 8, sempre uma fatia para baixo e outra para cima.

Figura : quadro com a figura completa



**Aluno M:** Professora continua a ter a mesma área.

**PEA:** Continua a ter a mesma área? É sempre o mesmo círculo, não aumentou, nem diminuiu. Conseguem formar uma figura semelhante à minha? Se eu traçar uma reta, vamos ter aqui um paralelogramo. O que vêm de diferente de um paralelogramo para o outro?

**Aluno N:** Um está mais completo que o outro, tem mais espaços em branco.

**PEA:** Qual é que tem mais espaços em branco?

**Aluno C:** O das 4 fatias.

**Aluno F:** Como a inclinação na curva vai diminuindo, fica cada vez mais direito.

**PEA:** Então se cortarmos cada vez mais vezes o que vai acontecer? E os espaços em branco?

**Aluno F:** Vão desaparecer

**Aluno R:** Não vão nada.

**PEA:** Desaparecer totalmente, não desaparecem. Diminuem ficando quase nulos. Então vamos ver se se confirma o que o aluno F disse.

**Aluno R:** Não porque, ó aluno F, o que tu estás a dizer fazer sentido tu estarias a dizer é que a área muda ao longo dos cortes que nós fazemos.

**PEA:** Não ele não disse que a área muda.

**Aluna R:** Não professora, se os espaços brancos vão desaparecer à medida que cortamos, a área terá de mudar.

**Aluno F:** Então, ó aluno R, mas são coisas diferentes.

**PEA:** Se tu reparares aqui, ao obteres... aqui tens 4, a nossa curva da fatia estaria sempre assim, está mais acentuada como disse o aluno F.

**Aluno R:** Então, mas ó professora na outra (4 fatias) os espaços são a mesma quantidade. Se nós formos somar a área dos espaços B (figura com 8 fatias) têm a mesma quantidade.

**PEA:** Se fores somar a área dos espaços B... sim tens a mesma quantidade. Tu vais ter sempre a mesma quantidade, vai é ficar cada vez mais reduzida em termos de visualização. Porque a nossa figura inicial ... nós ainda não cortámos a nossa figura inicial, ainda não lhe cortamos nenhum pedaço,

a figura está cá toda. A área preenchida pelas 4 fatias é a mesma área preenchida pelas 8 fatias, porque é sempre o nosso círculo inicial. Então vamos ver agora o que diz no ponto 5, aluno N?

**Aluno N:** Recorta cada fatia ao meio, de forma a obteres 16 partes iguais.

Figura:



**PEA:** Agora não cortar as oito fatias ao meio. Tem que arranjar uma forma de as cortar ao meio, que agora não têm nenhuma linha. Podem tracejar a lápis, podem dobrar, ...

...

**PEA:** Quem já acabou abre o caderno, coloca como título... Tarefa III – “Área do círculo2” e colam no caderno, tal como está no quadro.

(As professoras circulam pela sala para ajudar os alunos a colarem as fatias nos cadernos)

Figura : cadernos dos alunos



**PEA:** Quem já acabou pode responder à pergunta 6 a ou 6 b?... cada um responde à alínea que tem.

Quem já respondeu à 6 pode tentar responder à 7. Na 7 vocês vão partir, desta estrutura (apontando para a construção presente no quadro), será cada vez mais semelhante?

**Alunos:** Paralelogramo.

**PEA:** E como é que nós calculamos a área do paralelogramo?

**Aluno A:** Altura vezes a base.

**PEA:** Altura vezes a base. Então vá a partir de aqui, transpõe aqui para a figura e vê qual é que é a altura, qual é que é será a nossa base...

...

**Aluno M:** E na 7.

**PEA:** Na 7, quero descubram uma forma para calcular a área do círculo.

...

**Aluno C:** Professora é A vezes B.

**PEA:** O que é o teu A e o teu B?

**Aluno C:** O A é o diâmetro e o B é o perímetro.... É o diâmetro vezes qualquer coisa...

**PEA:** Vocês disseram que a área do paralelogramo era a altura vezes a base, que é semelhante à área de círculo, mas na área de círculo eu não sei. Consigo saber qual é a altura, mas não consigo saber qual é a base.

**Aluno C:** A base é qualquer coisa vezes 2.

**Aluno M:** É igual a 1 vez altura vezes 1.

**PEA:** Não. Diz

**Aluno L:** Altura vezes o perímetro?

**PEA:** Altura vezes o perímetro não, mas andam lá perto.

**Aluno F:** Altura vezes o raio?

**PEA:** Altura vezes o raio?

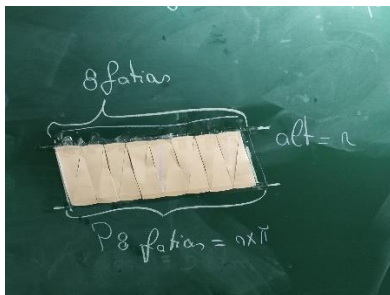
**Aluno M:** Altura vezes a largura?

**PEA:** Altura vezes a largura? Como é que eu sei aqui a largura.

**Aluno R:** Altura vezes a base?

**PEA:** Altura vezes a base? E qual é que é a base? Pensem, escrevam uma resposta que eu recolho e depois vamos ver o que é.

Figura: Explicação da PEA



...

(Entusiasmados, dois alunos foram procurar nos manuais a solução).

**Aluno C:** É o  $\pi$  vezes raio, professora, não é?

**Aluno M:** É  $\pi$  vezes raio ao quadrado.

**Aluno C:** Ah, professora!  $\pi$  vezes raio ao quadrado é isso? Então isso é a mesma coisa que  $\pi$  vezes o raio vezes dois. Ah não, porque... Ah, raio vezes raio... Ah o que eu estava a dizer era o perímetro.

**PEA:** Então vamos ver, no nosso paralelograma qual é que é a altura?

**Aluno C:** É o que está no meio.

**PEA:** É o que está no meio, ou aqui, a medida vai ser sempre a mesma.

**Aluna C:** Sim professora, pode ser em qualquer fatia.

**PEA:** Então e no círculo o que representa esta altura?

**Aluno C, F, M, N:** O diâmetro.

**Aluno C:** Ah não é o raio.

**Aluno R:** O diâmetro eram dois daquele.

**Aluno C:** Raio ao quadrado.

**PEA:** Porquê o raio ao quadrado?

**Aluno C:** Porque está no livro. E porque a professora disse que estava certo.

**PEA:** Mas isso tem a ver com a área, nos estamos a falar da altura do paralelogramo. Porque é que é o raio ou porque é que é o diâmetro?... é o raio ou o diâmetro?

**Aluno R:** É o raio professora, era o diâmetro se aí e tivesse posto em dois.

**PEA:** Exatamente. Então, nós temos a nossa figura cortada em ... 16 partes iguais. Se repararem a nossa altura do paralelogramo é sempre o raio, certo?... Daqui a aqui, é o raio, mas daqui a aqui, também é o raio. A altura do nosso paralelogramo vai ser o raio...

E a nossa base o que é que será?

**Aluno C:** O  $\pi$ . O raio outra vez. O raio vezes o  $\pi$ .

**PEA:** Pensem. Então nós temos aqui... quantas fatias é que temos na parte de cima?

**Aluno C:** 16 Ah não 8.

**PEA:** Aqui só temos oito fatias (cima) e aqui 8 fatias (baixo). E como é que eu sei quanto medem estes bocadinhos ondulados das oito fatias?

Se vocês repararem tenho 8 fatias. Se eu pintar 8 fatias...se eu aqui pintar 8 fatias... vou ter metade da minha figura. Certo?

**Alunos:** Sim.

**PEA:** São as 8 fatias que estão da parte de cima e as 8 fatias estão na parte de baixo. Então, e agora, o que é que eu queria saber...quanto é que mede os oito arcozinhos? Então, a medida dos oito arcozinhos está aqui. Um aqui, outro aqui, outro aqui E o que é que é esta medida à volta no círculo? (acompanha o raciocínio oral com esquemas no quadro).

**Aluno M:** A metade do perímetro.

**PEA:** E como é que calculamos o perímetro de círculo?

**Aluno C:** Diâmetro vezes  $\pi$ .

**PEA:** Diâmetro vezes  $\pi$ . Aqui a fórmula já está da aula passada. Então agora nós sabemos que estes oito arcos juntos é metade do perímetro de círculo, certo? O perímetro é a fronteira toda a volta da

figura. Então eu sei que metade do perímetro vai mudar ... a medida das 8 fatias. Então quanto é que é metade do perímetro?... Quanto é que é metade do diâmetro?

**Alunos:** Raio.

**Aluno C:** O raio vezes o diâmetro vezes o  $\pi$ .

**Alunos:** Já está confuso professora.

**PEA:** (Começou a explicar tudo novamente) O perímetro do círculo é igual a diâmetro vezes o  $\pi$ , certo? ..., mas qual é a outra forma que têm de calcular?

**Alunos:** O raio vezes 2 vezes  $\pi$ .

**PEA:** O raio vezes 2 vezes  $\pi$ .

**Aluno A:** Então a professora já tem a resposta.

**PEA:** Não, não tenho isto é o perímetro. E eu quero descobrir qual é que é metade do perímetro do círculo, que é a nossa base.

**Aluno C:** Então faz-se isso vezes dois... não a dividir por dois.

**PEA:** E como é que fica?

**Aluno C:** Fica perímetro, metade do perímetro.

**Aluna M:** Porque é que temos de dividir por 2?

**PEA:** Porque eu tenho 8 fatias na parte de cima e 8 fatias na parte de baixo. Então, perímetro, a toda a volta, na parte de cima que vai ser a nossa base aqui, só vou ter as 8 fatias.

**Aluna M:** Mas supostamente não seria vezes 2?

**PEA:** Não, porque o perímetro total é a fronteira toda a volta, certo? E eu só quero 8 fatias. 8 fatias. Então agora, o perímetro do círculo a dividir por 2, como é que fica aqui representado? É igual a quê?

**Aluno C:**  $\frac{1}{2}$  do perímetro.

**PEA:** Sim  $\frac{1}{2}$  do perímetro. Mas como é que simplificamos aqui? O que é que fazemos a esta conta?...Mas está a dividir por dois. Como é que dividimos por dois?

**Aluna M:** Tiramos o vezes dois.

**PEA:** Tiramos o vezes dois...Isto corresponde às 8 fatias, ao perímetro das 8 fatias. Certo?

**Aluno R:** Mas não são 8, são 16.

**PEA:** Mas eu quero saber das 8, que é a nossa base, certo? Então nós já sabemos que o perímetro das 8 fatias vai ser o raio vezes o  $\pi$ . Estás a perceber, aluno R? (o aluno R acena com a cabeça que não percebeu). Olha aqui, nós aqui temos 8 fatias na parte de cima, certo? 8 fatias na parte de baixo. E a área do paralelogramo é base vezes altura. Qual é aqui a nossa base? Nesta figura.

**Aluno R:** São as 8 fatias.

**PEA:** Neste caso são os arcos das 8 fatias, certo? Até como é que eu vou descobrir quanto é que medem estes arcos todos? Aqui... vamos ao perímetro do círculo e só queremos metade. Porque o perímetro é as 8 fatias de cima mais as 8 fatias de baixo. (tocou a campainha, provocando alguma agitação nos alunos).

**PC:** Olha, mas não mandámos arrumar...Aluno Q, ainda não mandámos arrumar. A professora está a explicar.

**PEA:** Estás a perceber, aluno R?

**Aluno R:** Mais ou menos.

**PEA:** Aqui a nossa base vai ser o raio vezes o  $\pi$ , que é metade do perímetro do círculo, corresponde às 8 fronteiras. Então agora, como é que calculamos a área de paralelogramo? Era a base vezes a altura, certo? E qual é que era a nossa base? Qual é que é aqui a nossa base? Isto sim. Isto corresponde à nossa base. Aqui qual é que é a nossa altura? Qual é que é a altura que descobrimos o paralelogramo?

**Alunos:** Raio.

**PEA:** Área de círculo corresponde a quê? ... a raio ao quadrado vezes o  $\pi$ .

**Alunos:** Ahhhhh.

**PEA:** Perceberam agora?...coloquem esta fórmula nos vossos cadernos e continuamos na próxima aula.

**Apêndice 2**

**2.1. Planificação da sessão 4 (17/05/2024) e da sessão 5 (21/05/2024)**

**Planificação da sessão 4 e da sessão 5**

**I. Planificação Global**

**Ano de escolaridade:** 6.º Ano

**A) Planificação da(s) sequência(s) de ensino e de aprendizagem**

Tema	Aulas / Duração	Tópicos e subtópicos	Objetivos de aprendizagem	Áreas de competência do Perfil dos alunos
Dados  Geometria e Medida	Aula n.º 1	<p><u>Questões</u> estatísticas, recolha e organização de dados:  Fontes e métodos de recolha dos dados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recolher dados a partir de fontes primárias ou sítios credíveis na Internet (dados contínuos agrupados em classes e não agrupados/listas), através de um dado método de recolha.</li> <li>• Reconhecer que os dados contínuos envolvem grande variedade de números levando à necessidade de agrupar os dados em classes.</li> </ul>	<p>A – Linguagens e textos;  C – Raciocínio e resolução de problemas;  D – Pensamento crítico e pensamento criativo;  F – Desenvolvimento pessoal e autonomia;  I – Saber científico,</p>
	Aula n.º 2	<p><u>Classes:</u>  Tabela de frequências organizadas em classes.</p> <p><u>Representações gráficas:</u>  Histogramas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir classes de igual amplitude, sem recorrer a regras formais.</li> <li>• Usar tabelas de frequências absolutas e relativas para organizar os dados para cada uma das classes e limpar de gralhas detetadas. Usar título na tabela.</li> </ul>	

		<p><u>Análise de dados:</u></p> <p>Resumo dos dados-classe modal.</p> <p><u>Figuras planas:</u></p> <p>Perímetro e área do círculo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar dados através de histogramas, usando escalas adequadas, incluindo fonte, título e legendas.</li> <li>• Reconhecer a(s) classe(s) modal(ais) como a classe que apresenta maior frequência e identificá-la.</li> <li>• Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por <math>\pi</math> a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra.</li> <li>• Conhecer a expressão para a medida da área do círculo. Resolver problemas que envolvam a determinação das medidas do perímetro e da área do círculo, em diversos contextos.</li> </ul>	<p>técnico e tecnológico.</p>
--	--	---	--	-------------------------------

### Referências Bibliográficas

Direção-Geral da Educação. (2022). *Aprendizagens Essenciais. 6.o Ano | 2.o Ciclo do Ensino Básico. Matemática.*

[http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens\\_Essenciais/2\\_ciclo/ae\\_mat\\_6.o\\_ano.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_6.o_ano.pdf)

Neves, M., Ribeiro, B. & Roque, B. (2023). *MX 6 Parte 1.* (1.ª edição). Porto Editora.

### II. Planificação de aula

Aula n.º 1 e n.º 2 – 17 e 21 de maio de 2024 – 90 minutos

<p><b>Tema</b></p>	<p>Dados Geometria e Medida Álgebra</p>
<p><b>Tópicos e Subtópicos</b></p>	<p>Questões estatísticas, recolha e organização de dados: Fontes e métodos de recolha dos dados; Classes; Tabela de frequências organizadas em classes;</p> <p>Representações gráficas: Histogramas;</p> <p>Análise de dados: Resumo dos dados-classe modal;</p> <p>Proporcionalidade direta: Razão e proporção;</p> <p>Figuras planas: Área do círculo;</p> <p>Capacidades Matemáticas:</p> <p><u>Resolução de problemas</u>: estratégias;</p> <p><u>Pensamento computacional</u>: algoritmia;</p>
<p><b>Objetivos de aprendizagem</b></p>	<p>Questões estatísticas, recolha e organização de dados - <u>Fontes e métodos de recolha dos dados</u>: Recolher dados a partir de fontes primárias ou sítios credíveis na Internet (dados contínuos agrupados em classes e não agrupados/listas), através de um dado método de recolha.</p> <p><u>Classes</u>: Reconhecer que os dados contínuos envolvem grande variedade de números levando à necessidade de agrupar os dados em classes; Construir classes de igual amplitude, sem recorrer a regras formais.</p> <p><u>Tabela de frequências organizadas em classes</u>: Usar tabelas de frequências absolutas e relativas para organizar os dados para cada uma das classes e limpar de gralhas detetadas. Usar título na tabela.</p> <p>Representações gráficas – <u>Histogramas</u>: Representar dados através de histogramas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas.</p>

	<p>Análise de dados - <u>Resumo dos dados-classe modal</u>: Reconhecer a(s) classe(s) modal(ais) como a classe que apresenta maior frequência e identificá-la.</p> <p><u>Resolução de problemas</u> - estratégias: aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;</p> <p><u>Pensamento computacional</u> - abstração: extrair a informação essencial de um problema.;</p> <p>Algoritmia: - Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>
<b>Áreas de competência do Perfil dos alunos</b>	<p>A – Linguagens e textos;</p> <p>C – Raciocínio e resolução de problemas;</p> <p>F – Desenvolvimento pessoal e autonomia;</p> <p>I – Saber científico, técnico e tecnológico.</p>
<b>Recursos</b>	- Computador; projetor; quadro; material de escrita;
<b>Estratégias</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Distribuição e resolução da primeira parte da tarefa sobre a população residente em Portugal em 2021;</li> <li>2. Sistematização das aprendizagens;</li> <li>3. Distribuição e resolução da segunda parte da tarefa;</li> <li>4. Sintetização da tarefa.</li> </ol>
<b>Avaliação</b>	Ficha 3-2-1
<b>Sumário do dia 17/05/2024</b>	Realização de uma atividade sobre a população residente em Portugal em 2021: análise e interpretação de representações gráficas.

<b>Sumário do dia</b> <b>21/05/2024</b>	Continuação da atividade realizada na aula anterior: construção de uma tabela de frequências e análise crítica de gráficos.
--	---

### **Descrição do ambiente de ensino e de aprendizagem**



Para estas duas aulas elaborei um guião de tarefas, no qual descrevi detalhadamente todos os passos que segui.

## 2.2. Guião de exploração

	<b>Ações do professor</b>	<b>Ações dos alunos</b>	<b>Objetivos de aprendizagem</b>
<b>1.ª parte</b>  <b>Análise e interpretação de dados de uma infografia (45 minutos)</b>	1. Explicar a dinâmica da aula; 2. Enunciar o material necessário para a realização da tarefa; 3. Constituir os pares de trabalho; 4. Distribuir a 1.ª parte da tarefa; 5. Gerir o tempo da aula; 6. Monitorizar o trabalho dos alunos; 7. Esclarecer dúvidas; 8. Discutir com a turma os resultados obtidos até à questão 1.5.	1. Interpretar a representação gráfica; 2. Relacionar a percentagem com o tamanho dos círculos; 3. Descobrir a percentagem em falta = 54 %; 4. Preencher a tabela de frequências; 5. Identificar a classe modal = entre 25 < 65 anos; 6. Corrigir, com outra cor, os exercícios realizados.	III IV
<b>2.ª parte</b>  <b>Discussão (45 minutos)</b>	1. Questionar os alunos: Como verificam se a construção foi elaborada corretamente? 2. Chamar à atenção da existência de duas percentagens em que uma é múltipla da outra; 3. Questionar os alunos: Como podem comparar os tamanhos dos círculos? Qual a fórmula utilizada para o cálculo da área do círculo? 4. Discutir os resultados com a turma.	1. Justificar se a construção da representação gráfica foi elaborada corretamente; 2. Explicar como se verifica se a construção foi bem elaborada;	IV V
<b>3.ª parte</b>  <b>Cálculo da área do círculo</b>	1. Recordar a 1.ª parte da tarefa;	1. Medir o comprimento do diâmetro; 2. Determinar o valor do raio;	V

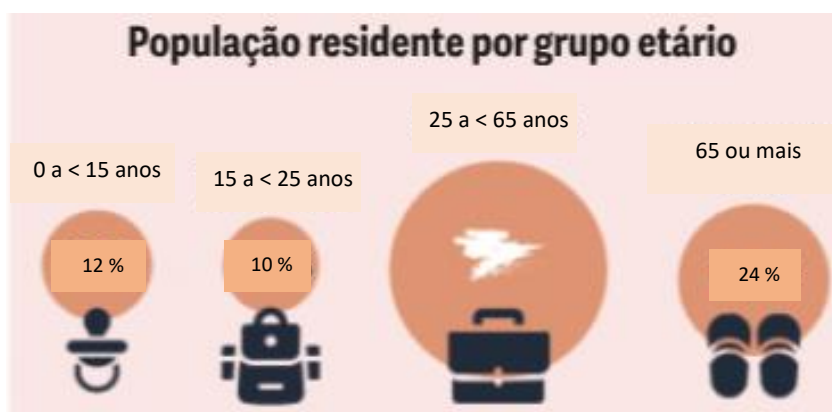
<b>(30 minutos)</b>	2. Entregar a 2. <sup>a</sup> parte da tarefa.	3. Calcular a área do círculo;	
<b>4.<sup>a</sup> parte Discussão (60 minutos)</b>	<p>1. Questionar os alunos: Como é que podemos verificar se a área dos círculos é diretamente proporcional à percentagem de habitantes?</p> <p>2. Discutir os resultados com a turma;</p> <p>3. Questionar a turma: Existe proporcionalidade direta nas construções apresentadas?</p>	<p>1. Determinar a razão entre a frequência relativa e a área de cada círculo;</p> <p>2. Verificar que a razão não era igual para todos os valores;</p> <p>3. Concluir que não existe proporcionalidade direta entre as duas grandezas;</p> <p>4. Concluir que o gráfico estava mal construído;</p> <p>5. Corrigir, com outra cor, os exercícios realizados.</p>	<p>I</p> <p>II</p> <p>IV</p>

### 2.3. Folha de exploração – Tarefa do Estudo de aula

	<b>Matemática – 6º ano</b>	
Nome: _____ Nº ____ Turma ____ Data: ____ / ____ / 2024		

1. Segundo os Censos 2021, residem em Portugal 10 343 066 pessoas.

A representação gráfica traduz a população residente em Portugal, em percentagem, por grupo etário.



1.1. Faz uma análise/interpretação da representação gráfica apresentada anteriormente.

---

---

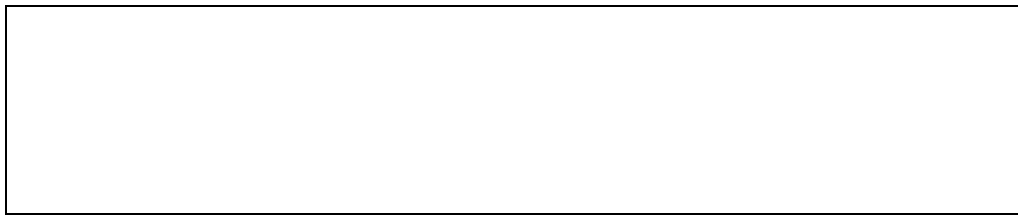
---

1.2. Qual é o motivo pelo qual os círculos associados a cada grupo etário têm tamanhos diferentes?

---

---

1.3. A percentagem da população entre os 25 a < 65 anos não está visível. Qual é o valor?



1.4. A partir dos dados representados anteriormente, completa a tabela de frequências, organizada em quatro classes.

<b>Classes</b>	<b>Frequências absolutas</b>	<b>Frequências relativas</b>	<b>Frequências relativas (%)</b>
<b>Total</b>			

1.5. Qual é a classe modal? O que representa esse valor no contexto apresentado?

---

---

1.6. Consideras que a representação gráfica está bem construída? Justifica a tua resposta.

---

---

---

1.7. Como podes verificar se as representações gráficas estão bem construídas?

---

---

---

1.8. Tendo em conta os dados apresentados, completa a seguinte tabela com os respetivos valores.

<b>Classes</b>	<b>Frequência relativa (%)</b>	<b>Diâmetro / Raio</b>	<b>Área do círculo</b>	
<b>0 a &lt; 15 anos</b>				
<b>15 a &lt; 25 anos</b>				
<b>25 a &lt; 65 anos</b>				
<b>65 ou mais anos</b>				
<b>Total</b>				

Cálculos auxiliares:

1.9. Responde novamente à questão 1.6.

---

---

---

## 2.4. Transcrição 3 – Sessão 4 – Dia 17 de maio de 2024 – Estudo de aula

### Transcrição 3 – Dia 17 de maio de 2024

Neste documento serão transcritos os diálogos da realização do Estudo de aula:

- Alunos J e P (grupo 1);
- Alunos L e I (grupo 2);
- Alunos E e Q (grupo 3);
- Alunos F, H e B (grupo 4);
- Alunos G e K (grupo 5);
- Alunos R e N (grupo 6);
- Alunos C e O (grupo 7);
- Alunos M e D (grupo 8);
- Professora estagiária A, PEA (Investigador);
- Professoras Estagiárias B e C, PEB E PEC, respetivamente;
- Professora Cooperante, PC;
- Professora orientadora, PO.

#### Introdução da tarefa

(Inicialmente, a PEA retifica com a PO um pequeno detalhe que encontrou na resolução da tarefa, levando assim à alteração de uma alínea. De seguida pede aos alunos que copiem o sumário e colemb nos cadernos os gráficos que a PC lhes tinha dado.

Ao longo de toda a aula os alunos estiveram muito agitados, uma vez que pensavam que iria ser greve, levando assim a PEA a criar novos grupos de trabalho.)

**PEA:** (Escreveu os materiais necessários para a aula no quadro) Materiais necessários para a aula de hoje: régua; calculadora; um lápis de cor, material de escrita;

Posso? Hoje nós vamos fazer uma tarefa um pouco diferente. Vamos na mesma analisar gráficos, vamos preencher uma tabela, mas vamos analisar uma representação gráfica um pouco diferente do que estão habituados. Vão realizar a tarefa a pares que eu vou dizer, e já estão escolhidos. E vão precisar destes materiais todos. O lápis de cartão e a borracha, cada um tem de ter a sua. O lápis de cor pode ser um por par, uma régua e uma calculadora por par... só usam o lápis de cor.... aluno N?... Só usam o lápis de cor quando for para a correção. Eu aviso para usarem o lápis de cor ou caneta. Sim? (Enunciou de seguida os pares/trios de trabalho, pediu aos alunos para mudarem de lugar para o lado dos colegas de par e distribuiu as respetivas tarefas).

...

### **Realização da Primeira parte da tarefa**

**PEA:** Ora bem, nós temos aqui uma apresentação gráfica, do número de residentes em Portugal em 2021. Vocês vão analisar e interpretar o gráfico e vão responder até à pergunta 1.5. Sim? Na primeira pergunta vocês têm que fazer uma análise da representação gráfica. Na pergunta 1.2, pergunta qual é o motivo pelo qual os círculos associados a cada grupo etário têm tamanhos diferentes. Na pergunta 1.3, a percentagem da população entre 25 e menores de 65 anos não está visível, tem que determinar o valor. Depois, na pergunta 1.4, tem que preencher a tabela. Na pergunta 1.5, pergunta qual é a classe modal e o que é que significa esse valor. No contexto. Sim? Tem 20 minutos.

(Durante os 20 minutos as professoras circularam pela sala para esclarecer algumas dúvidas e questionar os alunos sobre as suas respostas).

**PEA:** (Conversa entre um grupo e a PEA) Qual é a informação que vocês conseguem retirar mais?

**Aluno M:** Podemos só por uma ou temos que pôr duas?

**PEA:** Sim, podem pôr várias, assim têm várias opções.

**Aluno M:** Então vamos já por uma... a população de 25 a 65 é a maior e a de 15 a 25 é a menor.

...

**Aluno M:** O que aqui está é, esta é uma parte, esta é outra parte, esta outra e esta outra.

**Aluno N:** Temos de adicionar.

**Aluno M:** O que está lá é 100 ... a percentagem é de 100. Somar e depois fazer o que? somar estes 3 e depois subtrair o total disto. Estás a entender? Isto é o total, isto é 100%, isto é 100. Isto é uma parte, isto é uma parte e isto é outra parte. Isto aqui nós não sabemos, mas sabemos que é maior do que ela... olha o tamanho. Agora, o que nós vamos fazer? Isto é o total, vamos ficar com 4, 10 e 12, vai dar um certo resultado, vai dar 5, dá resultado 5. Depois temos que ir ao 100, que é o total de tudo, e pegar este aqui, que nós vamos ter o resultado deste. Então, como é que...

**Aluno D:** Eu disse que temos que somar...

**Aluno M:** Sim,  $12+24+10$

**Aluno D:** Dá 46.

**Aluno M:** Dá 46 o quê? Batatas.

**Aluno D:** Anos.

**Aluno M:** Anos é isto, a percentagem é o valor da população.

Mas o que é que isto dá? 12% mais 10%, mais 24%... Agora, o que eu tinha dito, o total é 100. Então, é 100, menos...

**Aluno D:** Então, 60 e.... não, não está perto.

**Aluno M:** Se for 60, 6 mais 4 já dá 10. Já dá o 100.... Achas 50?

**Aluno D:** Acho que sim.

**Aluno M:** 50 e quantos?

**Aluno D:** Cinquenta e seis ou quatro.

**Aluno M:** Ou seja, 46% é esta população e 54% é esta. Ou seja, quase... A percentagem da população é de 25 anos? Não, não. Não preciso escrever anos. Escreve 25 anos é de 54%.

Completa a tabela de frequências, organizada em 4 partes. Ou seja, isto é uma entidade de um inteiro, quais são as nossas classes? Lembras-te do número de calçados que eu lhe mostrei? (o aluno M relembra o aluno N sobre o exercício que tinham realizado na aula anterior sobre tabelas de frequências e classes). 30 a... 30 a menor de 33. 33 a menor de 36. O que é que tu estás a ver? O que é que tu escreves nas classes? Agora, o que é que é esta classe aqui? ...

É de zero a menor de 15. Só coloca zero a menor de 15.

Só que nós temos de começar pelas diferenças relativas, que são aquelas informações e as diferenças relativas que nós já fizemos. O que é mais importante aqui é a percentagem, porque nós já temos as percentagens do outro lado.

(Os alunos optaram por começar pelo fim da tabela uma vez que, já possuíam as informações necessárias).

**Aluno M:** De 0 a menos 15 anos, qual é a percentagem?

Nós para confirmarmos fazemos ... é 10 mais 12 mais 54 mais 24. Dá 100...

Agora, as frequências relativas agora não mudam. Agora, vamos fazer o contrário... Por exemplo, para nós termos a percentagem aqui, o que nós fizemos? Na frequência relativa, nós colocamos 2 pessoas, 17 é igual a 0,12. Quando nós temos a percentagem de 0,12 vezes 100. Então, eu acho que o meu problema é preciso mais fácil. Como não é este número vezes 100 que dá a percentagem, se nós temos a percentagem a dividir por 100, vai dar isto. Então, vamos lá. 12 a dividir por 100 está certo, é igual a 0,12. O que é o que está aqui então se nós pegarmos a frequência relativa o que é que temos que fazer?

(O aluno M ajudou o aluno D, a realizar os exercícios uma vez que o aluno D possuía muitas dificuldades).

...

**PEA:** Falta apenas 5 minutos.

#### **Dificuldades dos alunos no cálculo das frequências absolutas**

Figura: Tabela de frequências exercício 1.4.



**PEA:** Meninas, prestem aqui um bocado de atenção, se faz favor. Vocês estão a ter dificuldade em determinar a frequência absoluta. Mas já sabem a frequência relativa, certo? Já todos descobriram a frequência relativa? Todos? Então qual é que é a primeira classe?

**Alunos:** 0,12.

**PEA:** 0,12, depois já vamos descobrir como é que fizeram os cálculos. Aluno L, na segunda classe.

**Aluno L:** 0,10.

**PEA:** Aluno K?

**Aluno K:** 0.54.

**PEA:** E aqui, na última, aluno G?

**Aluno G:** 0,24

**PEA:** Qual é que é o total de residentes que participaram, neste caso, nos Censos?

**Aluno R:** 10.343.066.

**PEA:** Como é que nós vamos, a partir da frequência relativa, descobrir a frequência absoluta?

**Aluno R:** Eu... multiplicando estes 10 milhões pelo 0.12.

**PEA:** Nós, para determinar a frequência absoluta, iríamos fazer como? Com o cálculo a partir daqui e neste caso daqui. Se eu aqui tivesse que a minha frequência absoluta na primeira classe fosse um X, como é que eu descobri a frequência absoluta?

**Aluno R:** X sobre 10.343.066.

**PEA:** Ia dar os meus 0,12%. Agora vamos ter que multiplicar estes dois, a frequência relativa pelo total de participantes. E vai-me dar aqui o meu x, que é a minha frequência absoluta. Então e se fosse pela percentagem como é que faziam?... Diz lá aluno P como descobriste? Fizeste a mesma coisa?

...

**Aluno P:** 10 sobre 100, que é igual a ...

**PEA:** Como é que chamamos a isto que tu fizeste? Como é que chamamos?

**Aluno P:** É uma proporção.

**PEA:** Fizemos uma proporção. E como é que lemos esta proporção?

**Aluno M:** Uma razão...10 está para 100, assim como x está para 10.343.066.

**PEA:** Exatamente. Todos perceberam como é que podem descobrir a frequência absoluta? Têm esta maneira, vão multiplicar ... posso multiplicar aqui o 0,10 vezes os 10.343.066 ou então posso fazer o que o aluno P fez. Neste caso, como é que resolvíamos a proporção? Como é que íamos resolver esta proporção, aluno K?

**Aluno K:** Vou multiplicar os 10 pelo número de pessoas que ali está.

**PEA:** O meu  $x$  é igual a 10, 10.343.066, sobre 100. Todos perceberam como é que vão determinar a frequência absoluta? Não perceberam? Nós aqui, normalmente, para determinar a frequência relativa, nós vamos pegar neste número, neste caso, vai ser o nosso  $x$ , e vamos dividir pelo número total. Ficaria assim. Mas nós só temos o resultado, não sabemos o  $x$ . Então vamos ter que trocar. Nós aqui temos que o  $x$  sobre os 10.343.066 é igual a 0,12. Eu agora não sei o valor do  $x$ . Então vou ter que multiplicar estes dois. Vou multiplicar estes dois para determinar o valor de  $x$ . Neste caso, o valor de frequência absoluta da segunda classe. Então, que terminem lá, 2 minutos para terminarem isto.

Aqui na coluna das frequências absolutas, o número de pessoas tem de ser um número inteiro, nós não temos meias pessoas. Aqui têm de realizar os arredondamentos.

### Discussão da primeira parte da tarefa

Figura: Quadro com a resolução



**PEA:** Vamos passar à correção. Agora podem pegar na caneta de cor ou no lápis de cor, vamos fazer a correção de algumas perguntas oralmente, que são relativamente mais fáceis.

**Alunos:** Pode ser vermelho.

**PEA:** Pode ser vermelho, se quiserem. Grupo dos alunos Q e E, pergunta 1, faz uma análise, barra a interpretação da representação gráfica anteriormente apresentada. Qual foi a análise que vocês fizeram?

**Aluno Q:** Este gráfico mostra quantas pessoas moram em Portugal, em 2021. 12% da população é de 0 a menor que 15, 10% da população é de 15 a maior de 25.

**PEA:** Maior de 25? Sim. Vê lá bem.

**Aluno Q:** 15 a menor de 25, 65 ou mais, é 24% da população, e não sabem quantos % são 25 a menor de 65%.

**PEA:** E a representação gráfica dá-nos a informação do número total de habitantes que participaram no censo?

**Aluno Q:** Não, nós não temos.

**PEA:** O número total, se olhares para a representação gráfica, consegues ver o número total de pessoas?

**Aluno Q:** Para a imagem? Pois. Não sei se... Não, é possível.

**PEA:** Então essa parte está incorreta? Vocês disseram que no gráfico podíamos ver o número total de pessoas. Quem é que tem uma informação que possa acrescentar?

**Aluno L:** A maior parte da população está entre os 25 e os 64 anos.

**PEA:** Exatamente, o aluno L acrescentou que maior parte da população está entre os 25 e os 64 anos... Está correto. Aluno C, querias acrescentar alguma informação?

**Aluno C:** Que havia mais adultos do que jovens/adolescente.

**PEA:** Havia mais adultos e menos adolescentes, exatamente. Pergunta 1.2, Grupo dos alunos B, F e H, qual é o motivo pelo qual os círculos associados a cada grupo etário têm diferentes tamanhos? E qual é a resposta, aluno F? Supostamente era um grupo de trabalhos. Diz lá... A resposta do aluno B está correta.

1.3., grupo dos alunos I e L como é que determinaram a percentagem que estava em falta? Quais é que foram as percentagens que adicionaste?

**Aluno L:** 12 vezes

**PEA:** 12 vezes?

**Aluno I:**  $12 + 10 + 24$  e deu um total de 46%. Aos 100% e retiramos os 46%. E deu um total de 54%.

**PEA:** Todos têm esta fórmula?

**Alunos:** Sim.

**PEA:** Está correto. Adicionamos todas as percentagens que já tínhamos, os 12, os 10, os 24, e deu um total de 46. Fomos aos 100, retirámos os 46 deu um total de 54. É isso? E agora na tabela. Já podemos preencher a coluna que estava em falta. Corresponde aos ...

**Alunos:** 54%.

**PEA:** Corresponde aos 54 %. Aluno N, qual é que é o total das frequências relativas, nas frequências relativas em percentagem?

**Aluno N:** 100.

**PEA:** E agora, o grupo do aluno G, pode dizer como é que fez a primeira frequência absoluta, da primeira classe...

**Aluno G:** Nós fizemos 12 a dividir por 100 que é igual a 0,12. Ah, espera. É a frequência absoluta?

**PEA:** A frequência absoluta.

**Aluno G:** Então nós fizemos primeiro 0,12 multiplicado por 10.343.066.

**PEA:** E isto deu, arredondado às unidades?

**Aluno G:** 1.241.168.

**PEA:** Todos têm este valor? Aluno N e R, 2ª classe, como é que determinaram, às unidades? ... Anda lá, rápido...qual foi a conta que fizeste?

**Aluno R:** 0,10 vezes 10.343.066.

**PEA:** Isto deu?

**Aluno R:** 1.034.307.

Figura : Resolução dos alunos

(A PEA, continuou a correção da tabela, solicitando a cada grupo a sua participação).

**PEA:** E na pergunta 1.5. ...

**Aluno M:** A classe...

**PEA:** O que é que representa a classe modal? Nós vamos dizer que é esta classe (apontando para a classe com maior frequência) ...

**Aluno A:** A classe modal é a classe com mais frequência.

**PEA:** É a classe com mais frequência. E o que é que representa este valor?

...

**PEA:** Exatamente.

**Aluno M:** Eu coloquei, representa as idades com mais população, faz sentido?

**PEA:** Sim, faz sentido? Aluno P, a classe modal é, entre estas quatro classes, a classe que tinha maior frequência. Neste caso aqui, é igual. Percebeste agora, aluno P? Todos perceberam o que é que era a classe modal?

### **Discussão da questão 1.6.**

**PEA:** Agora, voltando a 1.6 a pergunta que têm é a seguinte: consideras que a representação gráfica está bem construída? Não quero respostas, escrevam a vossa resposta. Se sim ou se não e tem que justificar porque está ou porque não está. Não quero respostas, quero que justifiquem.

**Aluno M:** Ohhh professora não dá para justificar.

**PEA:** Dá sim, dá sim, aluno M. Achas que isto está bem construído?

**Aluno M:** Não sei, está totalmente bem construída porque lhe falta uma percentagem.

...

**PEA:** A PEB, estava a perguntar se aquilo que tu me disseste tem a ver com a construção do gráfico?

...

**Aluno M:** Não há legenda.

**PEA:** (Apontando para a representação) Isto aqui está bem construído, em termos de construção?... está ou não está é só isso que preciso de saber.

Quem já respondeu à 1.6, pode passar para a 1.7...

**Aluno M:** Não há legenda.

**PEA:** Isso da legenda tem a ver com a construção?... Eu dou uma dica. Tem a ver com a construção. A percentagem é uma informação sobre o gráfico. É uma informação sobre aquele círculo, tu sabes que aquele círculo corresponde àquela percentagem.

Se olhares assim para o gráfico está bem construído ou não?

**Aluno M:** Está, mas como é que justificamos?

...

**PEA:** Na 1.6, pergunta se consideram a representação gráfica bem construída. Como é que vocês podem ver se a representação gráfica está bem construída, aluno L?

**Aluno L:** Se nós conseguirmos entender do que é que um gráfico fala.

**PEA:** Neste caso, falta-te um gráfico, falta-te uma percentagem, mas tu consegues descobri-lo. Eles dão-te informação suficiente para a conseguires descobrir.

Diz lá, aluno R?

**Aluno R:** Se nos ignorarmos as percentagens nós conseguimos entender o gráfico pelo tamanho do círculo, o primeiro, o segundo, o terceiro, o quarto e assim por ai em diante...

(A campainha toca)

**Aluno R:** Mesmo sem as imagens, nós não conseguimos perceber.

**PEA:** O aluno R disse... referiu que tinha a ver com o tamanho dos círculos..., mas não pode ser a olhómetro. Como é que vocês vão provar se o gráfico está bem construído ou não?... pelo tamanho dos círculos, disse o aluno R. E como é que vamos descobrir o tamanho dos círculos?

**Alunos:** A olho.

**Alunos:** Com uma régua.

**Aluno R:** Professora!!!!, descobrimos o raio, calculamos a área...

**PEA:** E como é que eu sei se está bem construído?

**Aluno M:** Ó professora, vê-se porque de 10 para 12 também há uma diferença pequena.

**PEA:** Há uma diferença pequena. Então e de 12 para 24?

**Aluno M:** É o dobro.

**PEA:** E será o dobro do tamanho? Você, vão ter que calcular o tamanho do círculo, e o que é que vou utilizar para calcular o tamanho do círculo? O aluno R disse que é determinar o raio. Como é que vocês vão determinar o raio do círculo? Vão medir o raio, mas não têm o centro do...

**Alunos:** Diâmetro.

**PEA:** Ah, primeiro vão determinar o diâmetro, depois?

**Alunos:** O raio

**PEA:** O raio, a área... qual é a forma de círculo? Dedos no ar! Aluno Q, a área do círculo? Utilizaram no teste...

**Aluno M:**  $\pi$  vezes o raio ao quadrado.

**PEA:** Eu vou recolher as vossas folhas para continuarmos na próxima aula.

## 2.5. Transcrição 4 – sessão 5 – Dia 21 de maio de 2024 – Estudo de aula

### Transcrição 4 – Dia 21 de maio de 2024

Neste documento serão transcritos os diálogos da realização do Estudo de aula:

- Alunos J e P (grupo 1);
- Alunos L e I (grupo 2);
- Alunos E e Q (grupo 3);
- Alunos F, H e B (grupo 4);
- Alunos G e K (grupo 5);
- Alunos R e N (grupo 6);
- Alunos C e O (grupo 7);
- Alunos M e D (grupo 8);
- Professora estagiária A, PEA (Investigador);
- Professoras Estagiárias B e C, PEB E PEC, respetivamente;
- Professora Cooperante, PC;
- Professora orientadora, PO.

### Continuação da realização da tarefa “Censos de 2021”

(A PEA organiza a sala colocando os gravadores nos sítios corretos, distribuiu as tarefas da aula anterior pelos grupos de trabalho e a PC pede aos alunos as tarefas pedidas numa aula anterior. Após a recolha a PEA questionou os alunos sobre a última aula, relembrando assim em grande grupo o trabalho realizado).

...

**Aluno L:** Nós fizemos uma ficha onde nos apresentavam dados sobre a população residente em Portugal no ano 2021. Nós tivemos de responder algumas perguntas e depois tivemos de fazer uma tabela e ao mesmo tempo analisar os dados.

**PEA:** E o que é que tinham esses dados? O que é que representavam?

**Aluno R:** A quantidade de pessoas com x idade em Portugal.

**PEA:** E o total?

**Aluno R:** O total era 10.343.066.

**PEA:** O que é que representava? O que é que representava o total?

**Aluno R:** A população residente em Portugal.

...

**PEA:** Estavam bem construídas? Não estavam bem construídas? Porquê que estavam bem construídas? O que é que podemos ver? O que é que nós ao olhar para o gráfico, o que é que nos leva a dizer que está bem ou mal construído? Diz lá, aluno L.

**Aluno L:** Está bem construído porque dá para interpretar o gráfico.

**PEA:** Dá para interpretar o gráfico. E assim a nível geométrico, o gráfico está bem construído... Se seguirmos a parte geométrica do gráfico, está mais construída?

**Aluno R e F:** Ah, isso!

**Aluno E:** Está.

**PEA:** Como é que podes afirmar que está?

**Aluno E:** Porque os círculos estão mais ou menos, relativamente ao mesmo tamanho daquilo que é a percentagem. Por exemplo, o maior é esse aí que é o terceiro, então é o maior em percentagem.

**PEA:** Como é que eu posso ver se o círculo é maior ou menor que outros? E como é que eu vou calcular o tamanho do círculo, aluno P?

**Aluno P:** Pelo perímetro... Ah a área.

**PEA:** Podemos fazer, mas neste caso, para saber todo o interior vamos precisar da área. Aluno O?

**Aluno O:** A área do círculo é  $\pi$  vezes raio ao quadrado.

**PEA:** Exatamente. Então, partindo do pressuposto que no primeiro círculo temos 12% e no último círculo temos 24%, as áreas vão ter que ser o quê?

**Aluno R:** Diferentes.

**PEA:** Diferentes, sim. Boa. Mas se no primeiro círculo temos 12% e no último temos 24%, o que é que no círculo é do outro?

**Aluno N:** É o dobro.

**PEA:** É o dobro. Logo, o seu tamanho terá de ser?

**Alunos:** O dobro.

**PEA:** O dobro. Logo, a área vai ser?

**Alunos:** O dobro.

**PEA:** Então, neste caso, terá de ser o dobro. Podem-se juntar a pares. E agora, vou distribuir... vou distribuir as folhas da aula. Já tenho mais uma folha, que vai ser para a aula de hoje, vão terminar de preencher a questão 1.7 como podemos verificar se as representações gráficas estão bem construídas. Já dissemos aqui tudo, é só escreverem essa parte. Depois vão ter uma tabela onde vão ter que completar novamente com as tabelas relativas, com as frequências relativas em percentagem nesta coluna. Na segunda coluna, terão de medir o diâmetro e o raio de cada classe, neste caso, depois corresponda a cada círculo. De seguida, vão ter que calcular a área de cada círculo. E depois esta coluna aqui deixa um branco e já vamos ver, sim? Podem-se juntar aos pares.

...

**PEA:** São 8:52, têm apenas 20 minutos.

### **Discussão dos resultados**

(As professoras circulam pela sala para esclarecer as dúvidas que vão surgindo).

**PEA:** O valor do Pi que usam é 3,14159.

...

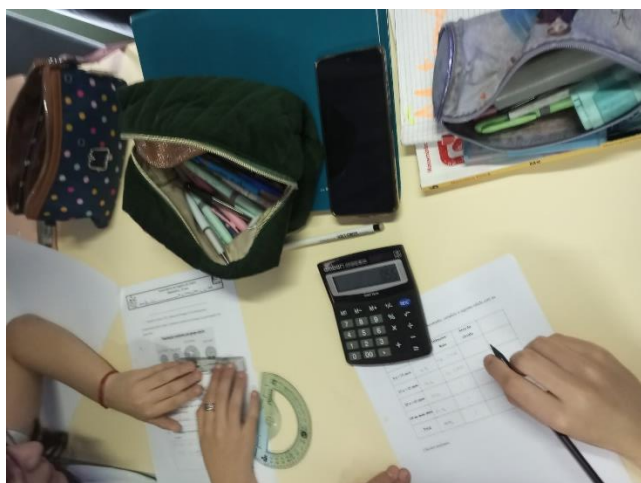
(Após terminar o tempo, a PEA deu mais 5 minutos para terminarem a tarefa).

**PEA:** Na frequência relativa na primeira classe já sabíamos que tínhamos os 12%, na segunda classe tínhamos os 10%, na terceira classe já tínhamos descoberto na aula passada que era os 54% e a última os 24%. O total seria 100%.

Agora, das medições que vocês tinham que fazer, aluno E e Q, na primeira classe, qual era o diâmetro e qual era o raio? Uma diz o diâmetro, outra era o raio?

**Aluno E:** 1,4.

Figura: Medições efetuadas pelos alunos



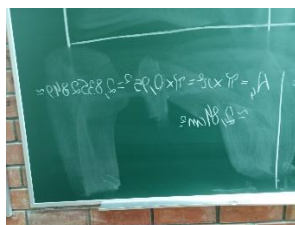
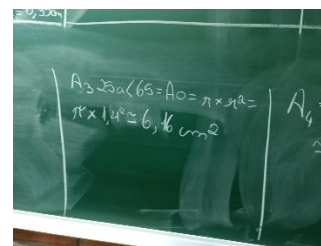
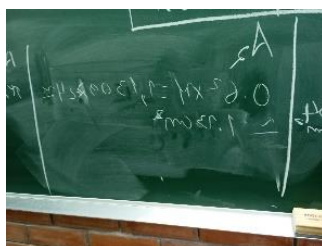
**PEA:** 1.4, o quê? ...

(A PEA questionou todos os grupos sobre as medições efetuadas, de modo a preencher toda a coluna).

...

(De seguida PEA dividiu o quadro em 4 partes e pediu aos grupos para elegerem um elemento do grupo para ir ao quadro calcular a área que lhes atribuída).

Figura : Cálculo das respetivas áreas





**PEA:** Todos tinham estes valores das áreas arredondadas às centésimas? ...

Posso?

**Alunos:** Sim, professora.

**PEA:** Agora, na última coluna... o que é que vocês têm que provar neste caso, vá? O que é que nós queremos saber? O que é que nós queremos saber? Para que é que nós fomos determinar a área do ciclo?

**Aluno M:** Para provar se as coisas eram relativamente proporcionais.

**PEA:** Para provar se as coisas eram relativamente proporcionais, que coisas?

**Aluno R:** Os círculos.

**PEA:** Eram diretamente proporcionais... Mas como é que eu sei?

**Aluno O:** Nós temos a percentagem com.... eu posso dividir em partes com alguma coisa.

**PEA:** Consegues dividir em partes com alguma coisa, aluno K?... Se estava bem ou não construído. Sim, bem construído. Então e como é que íamos ver se estava bem ou não construído?

**Aluno K:** Nós calculando a área do ciclo de cada um para ver se mesmo, a maior era a maior ou a menor era a menor.

**PEA:** Sim, aluno L?

**Aluno L:** Eu concordo com o aluno K que nós fizemos esta tabela para saber se o gráfico estava bem construído ou não. Nós conseguimos saber isso olhando, por exemplo, para duas percentagens, que é o 12% e o 24%, que é o 12 é metade do 24 e o 24 é o dobro do 12. Então, na área do círculo dos dois,

nós, por exemplo, em  $1,54 \text{ cm}^2$ . Nós vamos multiplicar por 2, e eu já multipliquei e não vai dar os  $2,84 \text{ cm}^2$ .

**PEA:** Então o que é que podes concluir?

**Aluno L:** Podemos concluir que o gráfico está mal construído.

**PEA:** Diz lá aluno O. O aluno O descobriu uma forma de nós conseguirmos determinar a partir das percentagens e da área, nós sabemos se há uma proporcionalidade direta ou não. Como é que o aluno O foi fazer? ... Ela foi dividir a frequência relativa sobre a área. E o que é que foste a descobrir?

**Aluno O:** Eu, na primeira, eu fiz  $12,5$ ...

**PEA:** Aqui, ao fazer este cálculo, o que é que vamos obter, aluno P?...se nós queremos verificar se há ou não uma proporcionalidade direta entre a área do círculo e a percentagem que lhe é atribuída, o que é que eu vou obter ao fazer este cálculo? Ou o que é que este cálculo é?... tem um nome específico. Ninguém sabe?

**Aluno O:** Uma proporção.

**PEA:** Uma? Proporção.

**Aluno M:** Razão.

**PEA:** Uma razão. Não ouvi aluno N, desculpa. Então aqui nós vamos calcular a razão entre a percentagem que é a área de cada círculo...nós vamos fazer este cálculo.

Nós aqui na imagem só temos a frequência relativa, nós fomos calcular o tamanho de cada círculo, neste caso, utilizamos a área. Então vamos comparar a área com a percentagem que está atribuída e ao fazermos a razão, vamos verificar se existe ou não uma proporcionalidade direta entre o tamanho do círculo e a percentagem que lhe é atribuída. Todos perceberam até aqui?

**Aluno F:** Não.

**PEA:** O que é que não percebeste mais?

**Aluno F:** Tudo, nós temos de fazer...dividir a frequência com a área do círculo, mas porquê a razão?

**PEA:** Para saber se existe uma razão ou não. Para saberes se o gráfico está bem construído ou não.

**Aluno F:** Professora, nós partimos do ponto que falta uma coluna sem sabermos o que é que vai ser, ou se não está mal construído. Se partimos, quando já tem um, o que é que é para saber a razão digo que está bem construído?

**PEA:** Não, é a representação gráfica, nós não estamos a falar da tabela.

**Aluno F:** Estamos a falar deste gráfico.

**PEA:** Sim. Então está mal construído. Porquê?

**Aluno F:** Não está bem informado.

**PEA:** O que é que é isso de não estar bem informado.

**Aluno F:** Ah, isto não tem informação.

**PEA:** Mas tu consegues determinar a informação, já falámos disso na última aula, consegues determinar a informação que te falta, logo não podes ir por aí. Eu quero saber se ele está geometricamente bem construído. Pronto.

**Aluno F:** Geometricamente, sim. Então os círculos estão de longe, então já está pronto. Está bem.

**PEA:** Não. Tu tens uma percentagem que é diminuída, que não corresponde, não é proporcional ao tamanho do círculo...

Vão fazer a razão entre a frequência absoluta e a área para cada classe, têm 3 minutos, 3 minutos para determinar a razão entre a frequência relativa em percentagem e a área. Arredondam às centésimas. (a professora colocou o temporizador a contar os 3 minutos).

...

**PEA:** Então vamos começar agora a correção desta parte. Para que é que eu queria determinar a razão? Porque é que nós fomos descobrir a razão entre a frequência relativa e a área de círculo, aluno K?

**Aluno K:** Nós queríamos saber se o gráfico estava bem construído.

**PEA:** Nós queríamos saber se o gráfico estava bem construído, exatamente. E o que é que nós queríamos saber mais? Para saber se o gráfico estava bem construído, eu tinha que saber?

**Aluno R:** Se tinha proporcionalidade direta.

**PEA:** O quê que tinha que ter proporcionalidade direta?

**Aluno R:** A frequência relativa no gráfico e a área dos círculos no gráfico.

**PEA:** Neste caso, eram as minhas duas grandezas. Eu queria determinar se havia proporcionalidade direta entre a frequência relativa e a área de círculo. Como é que eu respondi a isso? Através da razão. E o que é que vamos ter aqui? As nossas razões. E através das nossas razões, o que é que nós vamos poder concluir, se o gráfico está bem ou não construído. Porquê? Se as razões forem todas iguais, o que é que há ou o que não há, aluno P, se eu tiver as razões todas iguais, o que é que eu posso concluir? Diz?

**Aluno P:** Que tem proporcionalidade direta.

**PEA:** Que há proporcionalidade direta, porquê? A razão tem que ser sempre a mesma. Eu faço o resultado da razão. Tem que ser sempre a mesma. Se eu não tiver as razões todas iguais, aluno B, se eu não tiver as razões todas iguais.

**Aluno B:** Não há proporção.

**PEA:** Não existe proporcionalidade direta. Então, neste caso, ... o que é que nos vai acontecer? Qual é a nossa primeira razão? Temos a percentagem 12 a dividir por 1,54. Vai dar?

**Alunos:** 7,79.

(A PEA continuou a correção das razões com os alunos)

**PEA:** O que podemos concluir?

**Alunos:** Não há?

**PEA:** O quê? Que não há proporcionalidade direta. Porquê?

**Aluno M:** Porque não temos resultados iguais.

**PEA:** Não temos os resultados de quê? Não existe proporcionalidade direta entre a nossa frequência relativa e a área.

**Aluno L:** Pois a constante, não é a mesma?

**PEA:** Exatamente. Perceberam todos até aqui? Perceberam porquê não fizemos?

Neste caso, determinamos a área e a razão. Porquê então?

**Aluno L:** Porque assim ajuda-nos a saber mais rapidamente se o gráfico está bem construído.

**PEA:** Se o gráfico está bem construído. Então agora, resposta a 1.9?

**Aluno B:** Não, o gráfico não está bem construído, pois não há proporcionalidade direta.

**PEA:** Entre?

**Aluno R:** Entre as grandezas.

**PEA:** Quais são as grandezas?

**Aluno R:** Entre a frequência relativa e a área do círculo.

**PEA:** Todos perceberam?

Figura : Resolução no quadro

Raio (cm)	Área do círculo (cm²)	Frequência relativa (%)	Área do círculo (cm²)	Frequência relativa (%)
0 < r < 20cm	124 cm²	12,4%	124 cm²	$\frac{124}{100} = 1,24$
20 < r < 30cm	107 cm²	10,7%	107 cm²	$\frac{107}{100} = 1,07$
30 < r < 40cm	616 cm²	61,6%	616 cm²	$\frac{616}{100} = 6,16$
40 < r < 50cm	284 cm²	28,4%	284 cm²	$\frac{284}{100} = 2,84$
Total	1007 cm²	100%	1007 cm²	100%

**Alunos:** Sim.

**PEA:** Todos têm a resposta à 1.9? Apontando para o quadro a PEA questiona os alunos: Assim?

**Aluno R:** Está errada geometricamente, visualmente, acho que todos concordamos que está bem.

**PEA:** Todos têm a 1.9, eu vou ditar para quem ainda não tem...

Respondendo novamente à 1.6: consideras a representação gráfica bem construída?

**Alunos:** Não.

**PEA:** Não, porque não existe proporcionalidade direta entre as grandezas... a área do círculo e a frequência relativa. As razões entre as grandezas são diferentes. Todos têm a resposta à 1.9?... Já passaram?

...

Eu recolho as folhas.

### Apêndice 3: Consentimento Informado



Exmo/a. Sr/a.

Encarregado/a de Educação do/a aluno/a da turma do 6.º A

Eu, Ana Carolina Marques Macário, mestranda em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB e estagiária no Agrupamento de Escolas Eugénio de Castro, sob a orientação da professora Paula Lacerda, venho por este meio comunicar que, no âmbito do desenvolvimento da minha intervenção educativa para o relatório final de mestrado, irei desenvolver um estudo sobre a influência do Ensino Exploratório na aprendizagem do Perímetro e Área do círculo, com alunos/as do 6.º ano, do 2.º CEB.

Durante a realização do estudo, preciso de recolher, em sala de aula, um conjunto de dados, como fotografias das produções dos/as alunos/as e registos áudio, garantindo sempre o anonimato do/a aluno/a. Todos os dados recolhidos serão utilizados exclusivamente na realização deste estudo, garantindo-se o anonimato dos/as alunos/as e da escola, sendo cedidos apenas por mim (Ana Carolina Marques Macário) e pelas professoras orientadoras do relatório final, sendo destruídos após a conclusão deste trabalho. A participação neste estudo não acarretará qualquer inconveniente para os/as alunos/as. Para a concretização deste trabalho e, em particular, para a recolha dos dados, será essencial a participação voluntária dos/as alunos/as, bem como, o consentimento informado dos/as respetivos/as Encarregados/as de Educação, com o preenchimento e assinatura da “Autorização”, que deverá ser entregue à professora titular de turma, Paula Lacerda

Desde já agradecemos, sinceramente, a colaboração de todos/as os/as intervenientes.

Coimbra, 28 de janeiro de 2024

A Mestranda,

\_\_\_\_\_  
(Ana Carolina Marques Macário)

✂-----

#### AUTORIZAÇÃO

Eu, Encarregado/a de Educação do/a aluno/a \_\_\_\_\_, da turma 6.º A, tomei conhecimento do trabalho a realizar no âmbito do desenvolvimento do Relatório Final que envolverá a turma, e \_\_\_\_\_ (autorizo/não autorizo) a participação do/a meu/minha educando/a, com a garantia da sua privacidade e anonimato.

Relativamente à gravação de áudio da aula, para o referido trabalho, \_\_\_\_\_ (autorizo/não autorizo) que envolvam o/a meu/minha educando/a, salvaguardando a sua privacidade e anonimato.

No que concerne ao registo fotográfico das produções dos/as alunos/as, \_\_\_\_\_ (autorizo/não autorizo) que envolvam o/a meu/minha educando/a, salvaguardando a sua privacidade e anonimato.

\_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2024

O(A) Encarregado(a) de Educação

\_\_\_\_\_



