

MEMÓRIAS DA ACADEMIA DAS CIÊNCIAS DE LISBOA

CLASSE DE CIÊNCIAS

Controlo, Incerteza e Otimalidade

JOÃO MIRANDA LEMOS



**ACADEMIA DAS CIÊNCIAS
DE LISBOA**

LISBOA • 2026

Título: Controlo, Incerteza e Otimalidade

Edição: Academia das Ciências de Lisboa

Data de edição: 2026

DOI: <https://doi.org/10.58164/jfy1-ac10>

Controlo, Incerteza e Otimalidade

JOÃO MIRANDA LEMOS¹

SUMÁRIO

Através de exemplos desafiadores para a investigação e de grande impacto socioeconómico, em áreas muito diversas, desde energia solar térmica até pacientes sujeitos a anestesia, esta comunicação apresenta uma visão para não especialistas de algumas grandes ideias relativas à dicotomia entre incerteza e otimalidade, que estão na base do controlo automático de sistemas dinâmicos, com ênfase no controlo adaptativo e ótimo/preditivo.

ABSTRACT

Through challenging examples for research and with great socioeconomic impact, in very diverse areas, from solar thermal energy to patients undergoing anaesthesia, this communication presents a vision for non-specialists of some major ideas regarding the dichotomy between uncertainty and optimality, that form the basis of automatic control of dynamical systems, with an emphasis on adaptive and optimal/predictive control.

1. CONTROLO

O Controlo é uma metodologia de projeto em engenharia que decide quais os estímulos a aplicar a um sistema para que este se comporte tal como especificado. Sem a tecnologia do controlo, a sociedade, tal como a conhecemos, não existiria. Um sistema de controlo consiste na interligação do processo a controlar com o controlador. O processo a controlar pode ser um sistema físico, químico, biomédico, hidráulico ou mesmo económico, que é influenciado por um atuador, através de uma variável manipulada, e cujo comportamento observável, denominado “saída” é medido por sensores. Os objetivos de controlo consistem em manter a saída do sistema num determinado valor de referência, ou seguir um sinal de referência que varia no tempo, malgrado a existência de perturbações. Estes objetivos podem ainda incluir a minimização da energia gasta nas manobras a efetuar, ou garantir que certas variáveis estão dentro de gamas especificadas (por exemplo, a abertura de uma válvula tem de estar entre 0% — toda

¹ INESC-ID e Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa.

fechada, e 100% — toda aberta; certas temperaturas e pressões devem permanecer abaixo de valores máximos de segurança, etc.). Com base nos sinais de referência e nas saídas observadas, o controlador calcula a variável manipulada por forma a atingir os objetivos de controlo. Se os primeiros sistemas de controlo estavam limitados pela tecnologia disponível (inicialmente mecânica, depois eletromecânica, pneumática e eletrónica analógica) os crescentes, e espetaculares, avanços na tecnologia dos computadores, programação e comunicações permitem que os controladores sejam algoritmos que são executados em tempo real num computador (eventualmente, com multiprocessamento), que recebem dados dos sensores, mas também de outros controladores, com os quais coordenam a sua ação (Lemos & Pinto, 2012).

De um modo geral, o computador considera o tempo dividido em intervalos pequenos, quando comparados com as constantes de tempo do processo, que são denominados períodos de amostragem. No início de cada período de amostragem, o computador transfere para a sua memória a informação sobre a saída do processo disponível nos sensores e processa-a com um algoritmo de controlo para calcular a variável manipulada, tendo em vista atingir os objetivos de controlo. O comportamento do sistema global resulta assim da interação de uma parte física (o processo) com uma parte computacional (o algoritmo de controlo), o que motivou a expressão *sistemas ciberfísicos* para designar este tipo de sistemas.

Comum a todos os sistemas de controlo são os problemas de garantir a estabilidade do sistema controlado — ou seja, do sistema que resulta da interação entre o processo a controlar e o controlador—, mesmo em presença de incerteza. É interessante referir que logo deste o primeiro controlador com ampla aplicação industrial (o regulador de Watt, para a regulação da velocidade de máquinas a vapor) se sentiu a necessidade de estudar a estabilidade, do que resultou a primeira demonstração formal de estabilidade de um sistema controlado, feita pelo escocês James C. Maxwell. Seria, no entanto, o russo Aleksandr Lyapunov que, em 1892, publicaria o chamado método direto que hoje, em conjunto com o teorema do conjunto invariante de Lasalle, da década de 1950, é a base da análise e projeto no que diz respeito à estabilidade de sistemas de controlo.

Há uma enorme variedade de exemplos de sistemas controlados, que incluem movimento de satélites para manobras de rendez vous (Botelho *et al.*, 2021), campos de coletores solares distribuídos (Lemos *et al.*, 2014), variáveis fisiológicas

em anestesia — nível de hipnose e de bloqueio neuromuscular — (Lemos *et al.*, 2014), canais para a distribuição de água para fins agrícolas (Lemos e Pinto, 2012), fotobioreatores (Pataro *et al.*, 2023a), soldadura por arco (Santos *et al.*, 2000) e caldeiras para a produção de vapor em grupos termoelétricos (Silva *et al.* 2000). Se por um lado correspondem a aplicações com impacto socioeconómico, estes exemplos colocam também interessantes desafios científicos, existindo dois problemas que são comuns a todos: elevados níveis de incerteza nos modelos que servem de base ao projeto e necessidade de, de um modo ou outro, otimizar um funcional de custo.

2. OTIMALIDADE

A formulação de problemas de engenharia como problemas de otimização tem as suas raízes em Gauss, ao propor o método dos mínimos quadrados para estimar os parâmetros do planeta Ceres, no que foi um dos primeiros grandes exemplos da combinação de técnicas de recolha de dados (neste caso, astronómicas), e em Norbert Wiener, no desenvolvimento dos preditores de séries temporais. Relativamente aos problemas de controlo, os métodos de otimização podem ser usados em diversos contextos. Uma possibilidade é o planeamento ótimo das trajetórias da saída e da variável manipulada. Por exemplo, na terapia do cancro (Belfo, 2021), é possível formular o problema de controlo por forma a ter em conta, explicitamente, o compromisso entre seguir um perfil de redução do tumor e minimizar os efeitos tóxicos associados à terapia. Um outro exemplo é fornecido pelo controlo ótimo de um sistema de recolha de energia das ondas (Henriques, 2017).

Uma outra possibilidade é a combinação do controlo por retroação e a otimização, o que é conseguido pelo controlo preditivo baseado em modelos (MPC). O MPC foi, inicialmente, motivado por problemas de controlo na destilação de petróleo, tendo raízes ainda no início da década de 1970. Dado que os preços impunham adquirir petróleo a fornecedores que mudavam frequentemente, era necessário dispor de uma estratégia de controlo que pudesse ser facilmente ajustada às características do produto a refinar, fosse adequada a sistemas multivariáveis (ou seja, com várias entradas e saídas) e que tivesse em conta, explicitamente,

restrições nas variáveis do processo. Foi assim desenvolvida a chamada estratégia de controlo deslizante (*receding horizon*, RH) que consiste em resolver um problema de controlo ótimo num horizonte de tempo que começa no instante presente, tomando como variáveis independentes as variáveis manipuladas entre este instante e um dado horizonte futuro. Para relacionar as amostras da saída nos instantes futuros e as variáveis manipuladas usam-se modelos preditivos que executam a predição a partir do estado do sistema estimado (ou observado) no instante presente. Desta sequência de variáveis manipuladas, apenas se aplica o primeiro valor, sendo este procedimento repetido no próximo instante de tempo discreto. O facto de a sequência de preditores depender do estado do sistema em cada instante introduz um efeito de retroação, combinada com a otimalidade do controlador. Como se compreende, esta estratégia, se bem que muito poderosa, implica uma grande carga computacional. No entanto, se nos anos 1970 e 1980 ela estava limitada ao controlo de processos lentos, os progressos na tecnologia dos computadores e programação, incluindo computação paralela, combinados com avanços nos algoritmos de controlo, permitiram, progressivamente, a aplicação ao controlo da combustão em motores de combustão interna, controlo do movimento de veículos automóveis e de aeronaves. Existem, neste momento, múltiplos estudos de viabilidade da aplicação a problemas espaciais, como o controlo do movimento de lançadores recuperáveis ou de manobras de *rendezvous* em satélites (Botelho *et al.* 2021).

O MPC pode ser usado para determinar a operação ótima de processos que devem ser reconfigurados. Em Bejarano *et al.* (2020) dá-se o exemplo da gestão do uso da energia numa superfície comercial, em que as necessidades alternam entre iluminação em maior ou menor grau e/ou vários níveis de ar condicionado. O modelo do processo é do tipo híbrido, com estados contínuos, relativos a variáveis físicas, e discretos, relativos aos modos de operação, o que dá origem a problemas de otimização mista contínua/discreta.

O MPC, de que apenas foi apresentada a ideia básica de uma maneira muito geral, tem sido alvo de múltiplas extensões e aperfeiçoamentos, bem como de uma teoria, cada vez mais geral, incluindo com grande relevo o estabelecimento de condições que garantam a estabilidade, em que o método direto de Lyapunov desempenha um papel crucial.

3. INCERTEZA

O conhecimento sobre a dinâmica está sujeito a incerteza de diversos tipos. Desde logo, esse conhecimento é traduzido num modelo que é uma aproximação da realidade. Por exemplo, um campo de coletores solares distribuídos é modelado por uma equação às derivadas parciais hiperbólica, que constitui um modelo de ordem infinita, mas é, para efeitos de projeto do sistema de controlo, normalmente aproximado por um modelo de ordem finita. Além disso, existe outro tipo de erros de modelação, ruído nos sensores e perturbações de carácter aleatório, devendo o projeto do controlador ser resiliente a todas elas, garantindo a estabilidade do sistema controlado dentro da maior margem de erro possível e o seguimento da referência de acordo com o especificado.

No caso do controlo de variáveis em anestesia, existe uma enorme variabilidade, quer de paciente para paciente, quer no mesmo paciente ao longo do tempo em que decorre uma intervenção cirúrgica. A estrutura do modelo é, razoavelmente, bem definida, mas os parâmetros têm uma enorme variabilidade, sendo possível tirar partido deste facto para estimar o estado, usando um caso limite da equação de Fokker-Planck (Lemos, 2013).

É possível lidar com a incerteza usando dois tipos de abordagens. Uma delas, denominada controlo robusto, consiste em projetar o controlador de modo conservador, por forma a garantir que ele estabiliza, não apenas o modelo nominal do processo, mas também uma família de modelos perto dele, num certo sentido, que correspondem à caracterização da incerteza. A aplicação desta estratégia às variáveis da anestesia durante a fase de manutenção é descrita em (Lemos, 2014).

A abordagem baseada no controlo robusto implica uma perda de desempenho, uma vez que a otimização se faz, não para o modelo nominal, mas para uma família de modelos. Uma outra maneira de lidar com a incerteza, que não tem este inconveniente, é o controlo adaptativo, que consiste em aprender qual o modelo que corresponde aos dados que estão a ser observados, e que pode ser concretizada numa grande variedade de abordagens e algoritmos diferentes, nem todos igualmente eficazes.

Uma possibilidade para construir algoritmos de controlo adaptativo consiste em considerar um conjunto alargado de controladores que cobrem as várias possibilidades da dinâmica do sistema a controlar, estando cada controlador ajustado

a um modelo que lhe é subjacente. A partir dos dados observados, o mecanismo de adaptação escolhe qual o modelo que melhor se lhes adapta e aplica ao processo o controlador correspondente. A seleção pode ser feita com o método da falsificação, proposto pelo filósofo Karl Popper, em que se eliminam, progressivamente, os modelos que não estão de acordo com os dados observados (Rosa, 2016). Esta abordagem tem, no entanto, a desvantagem de levar a algoritmos computacionalmente muito pesados. Alternativamente, é muito mais popular a utilização de métodos de seleção baseados em escolher o modelo que conduz ao menor resíduo, quando a sua saída é comparada com os dados observados, e de que (Mendonça, 2009) dá um exemplo de aplicação ao controlo do bloqueio neuromuscular em anestesia.

Uma outra estratégia de adaptação está baseada na identificação, por mínimos quadrados, de modelos preditivos em MPC. Embora haja várias possibilidades, o algoritmo MUSMAR (Multistep, Multivariable, Adaptive Regulator), tem várias características que permitem a sua utilização em aplicações diversificadas e em presença de níveis de incerteza elevados (Mosca, 1989). Trata-se de um algoritmo MPC adaptativo, baseado em dados, que combina os seguintes fatores:

- Otimização de um custo quadrático, baseada numa estratégia de custo deslizante (RH);
- Assume um ganho de retroação constante ao longo do horizonte de predição;
- Minimização do custo baseada num conjunto de modelos preditivos, para a saída e, também, para a entrada;
- Estimação separada de cada um dos preditores, que é feita diretamente a partir dos dados, para cada um (por oposição a algoritmos em que se identifica, apenas, o preditor um passo à frente, obtendo-se os restantes preditores a partir deste).

Estas características, e em particular a redundância introduzida pela identificação separada dos preditores, dão origem às seguintes propriedades:

- Robustez em relação ao conhecimento do valor exato do atraso puro do processo;
- Capacidade de minimizar um custo quadrático, mesmo em presença de dinâmica não modelada, ou seja, se convergirem, os ganhos do

controlador convergem para o mínimo (local) do custo tendo em conta a restrição da estrutura imposta ao controlador;

- Capacidade de convergir para o mínimo, mesmo em presença de ruído colorido (a chamada propriedade de auto-sintonia) ou de ruído gerado pela passagem de ruído branco por uma função de transferência em que o numerador é não real-positivo;
- Capacidade de lidar com não linearidades moderadas.

O MUSMAR pode ser modificado para resolver várias questões, por exemplo, para permitir o ajuste automático do peso na ação de controlo, impondo uma restrição suave na potência da variável manipulada, ou, ainda, para ter um arranque suave (sem transitórios de adaptação) quando a informação à partida sobre o processo é nula (Silva *et al.*, 2005). Este algoritmo foi utilizado em várias aplicações piloto, algumas à escala industrial, incluindo soldadura por arco (Santos *et al.*, 2000), regulação da temperatura do vapor sobreaquecido em centrais termoelétricas (Silva, 2000), campos de coletores solares distribuídos (Lemos *et al.*, 2014) e outras.

Uma abordagem diferente à adaptação é proporcionada pelos mecanismos de aprendizagem, de que existem vários tipos. Na aprendizagem por reforço, a síntese do controlo linear quadrático pode ser feita diretamente baseada em dados, através da aproximação do custo ótimo. Esta estratégia permite, também, uma grande variedade de aplicações, incluindo a aterragem de lançadores (Costa *et al.*, 2024) e campos de coletores solares (Pataro *et al.*, 2023a). Os mecanismos de aprendizagem, podem ser embebidos no controlo preditivo através do conceito de oráculo, inspirado na ciência de computadores, que constitui uma variável estimada em linha, a qual encapsula a incerteza (Pataro *et al.*, 2023a).

4. CONCLUSÕES

O controlo preditivo proporciona um quadro adequado para resolver problemas de controlo complexos, tendo em conta, explicitamente, restrições e em presença de elevados níveis de incerteza. Deram-se exemplos de controlo preditivo baseado em modelos em que a combinação de técnicas de otimização, com

adaptação, permitiu melhorar claramente o desempenho em relação a técnicas de controlo alternativas. Existem várias técnicas de aprendizagem que podem ser combinadas com controlo preditivo para o tornar mais resiliente a incerteza elevada. Alguns destes métodos permitem mesmo desenvolver algoritmos de controlo preditivo que não dependem explicitamente de modelos sendo, portanto, imunes às limitações impostas por estes. A combinação de controlo preditivo com aprendizagem é um tema ainda, largamente, em aberto, existindo várias possibilidades a explorar.

A este respeito, um tema amplamente debatido é a utilização de controlo baseado em modelos ou baseado em dados. Em Lemos et al. (2014) considera-se um amplo leque de controladores para a regulação da temperatura da saída de um campo de coletores solares distribuídos. A conclusão, baseada em resultados experimentais é que os controladores baseados em dados têm um maior leque de aplicações (quer dizer, o mesmo algoritmo pode ser aplicado quase sem alterações a vários processos diferentes), mas que o seu desempenho é menor do que os controladores baseados em modelos. À medida que se aumenta a informação sobre a estrutura do processo que é embebida no controlador, o seu desempenho aumenta.

Nota: Este trabalho foi suportado por fundos nacionais através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P. (FCT) no âmbito dos projetos UID/50021/2025 (<https://doi.org/10.54499/UID/50021/2025>) e UID/PRR/50021/2025 (<https://doi.org/10.54499/UID/PRR/50021/2025>).

COMUNICAÇÃO APRESENTADA À CLASSE DE CIÊNCIAS
NA SESSÃO DE 25 DE JANEIRO DE 2024

COMUNICAÇÃO RECEBIDA A 17 DE MARÇO DE 2026

REFERÊNCIAS

- Bejarano, G., Rodriguez, D., Lemos, J. M., Vargas, M., & Ortega, M. G. (2020). MINLP-based hybrid strategy for operating mode selection of TES-backed-up refrigeration systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 30(15), 6091-6111.
<https://doi.org/10.1002/rnc.4674>
- Belfo, J. P., & Lemos, J. M. (2021). *Optimal impulsive control for cancer therapy*. Springer.
- Botelho, A., Parreira, B., Rosa, P. N., & Lemos, J. M. (2021). *Predictive control for spacecraft rendezvous*. Springer.
- Costa, B. A., Parente, F. L., Belfo, J., Somma, N., Rosa, P., Igreja, J. M., Belhadj, J., & Lemos, J. M. (2024). A reinforcement learning approach for adaptive tracking control of a reusable rocket model in a landing scenario. *Neurocomputing*, 577, 127377.
<https://doi.org/10.1016/j.neucom.2024.127377>
- Henriques, J., Lemos, J. M., Eça, L., Gato, L., & Falcão, A. (2017). A high-order discontinuous Galerkin method with mesh refinement for optimal control. *Automatica*, 85, 70-82.
<https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.07.029>
- Lemos, J. M., Caiado, D. V., Costa, B. A., Paz, L., Mendonça, T. F., Rabiço, R., Esteves, S., & Seabra, M. (2014). Robust control of maintenance phase anesthesia. *IEEE Control Systems Magazine*, 34(6), 24-38. <https://doi.org/10.1109/MCS.2014.2350564>
- Lemos, J. M., & Neves-Silva, R. (2014). *Adaptive control of solar energy collector systems*. Springer.
- Lemos, J. M., & Pinto, L. F. (2012). Distributed linear-quadratic control of serially chained systems: Application to a water delivery canal. *IEEE Control Systems Magazine*, 26-38.
<https://doi.org/10.1109/MCS.2012.2214126>
- Lemos, J. M., Rocha, C., Mendonça, T. F., & Silva, M. E. (2013). A nonlinear continuous-discrete filter with model parameter uncertainty and application to anesthesia. In *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control* (pp. 2072-2077).
<https://doi.org/10.1109/CDC.2013.6760187>
- Mendonça, T. F., Lemos, J. M., Magalhães, H., Rocha, P., & Esteves, S. (2009). Drug delivery for neuromuscular blockade with supervised multimodel adaptive control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(6), 1237-1244.
<https://doi.org/10.1109/TCST.2008.2005995>
- Mosca, E., Zappa, G., & Lemos, J. M. (1989). Robustness of multipredictive adaptive regulators: MUSMAR. *Automatica*, 25(4), 521-529.
[https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)54736-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)54736-9)
- Pataro, I., Gil, J. D., Guzmán, J. L., Berenguel, M., & Lemos, J. M. (2023a). A learning-based model predictive control strategy for pH control in raceway photobioreactors with freshwater and wastewater cultivation media. *Control Engineering Practice*, 138, 105619.
<https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2023.105619>

- Pataro, I., Cunha, R., Gil, J. D., Guzmán, J. L., Berenguel, M., & Lemos, J. M. (2023b). Optimal model-free adaptive control based on reinforcement Q-learning for solar thermal collector fields. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 126, 106785. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106785>
- Rosa, P., Simão, T., Silvestre, C., & Lemos, J. M. (2016). Fault-tolerant control of an air heating fan using set-valued observers: An experimental evaluation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 30(2), 336-358. <https://doi.org/10.1002/acs.2566>
- Santos, T. O., Caetano, R. B., Lemos, J. M., & Coito, F. (2000). Multipredictive adaptive control of arc welding trailing centerline temperature. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(1), 159-169. <https://doi.org/10.1109/87.817701>
- Silva, R. N., Filatov, N., Hunbenhauen, H., & Lemos, J. M. (2005). A dual approach to start-up of an adaptive predictive controller. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(6), 877-883. <https://doi.org/10.1109/TCST.2005.854318>
- Silva, R. N., Shirley, P. O., Lemos, J. M., & Gonçalves, A. C. (2000). Adaptive regulation of superheated steam temperature: A case study in an industrial boiler. *Control Engineering Practice*, 8, 1405-1415. [https://doi.org/10.1016/S0967-0661\(00\)00069-1](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(00)00069-1)