



Departamento
de Engenharia Eletrotécnica

Estimação de Parâmetros Mecânicos de Motores de Indução Trifásicos com Rotor em Gaiola de Esquilo

Trabalho de Projeto para a obtenção do Grau de Mestre em
Automação e Comunicações em Sistemas de Energia

Autor:
Adalberto Junqueira Livramento Correia

Orientadores
Prof. Doutor Fernando Ferreira
Prof. Doutor Fernando Lopes

Coimbra, janeiro de 2014

*Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão
uma gota de água no Oceano. Mas, o Oceano seria
menor se lhe faltasse uma gota de água.*

(Madre Teresa de Calcutá)

Dedicatória

À Bernarda Alfredo Junqueira, minha força eletromotriz e minha fonte de inspiração. Para ti mãe Guerreira, dedico este trabalho e todo percurso feito para conclusão de mais uma etapa da minha vida. Sem ti nada disto seria possível.

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por me ter dado a oportunidade de chegar até aqui em vida e com discernimento suficiente, para poder concluir este Trabalho de Projeto.

Gostaria de agradecer aos dois Professores que estiveram na vanguarda deste trabalho, Professor Doutor Fernando Ferreira e Professor Doutor Fernando Lopes, aqui fica a minha enorme gratidão pelo esforço conjunto e toda disponibilidade apresentada ao longo do trabalho para esclarecimentos e dúvidas.

À minha Família que sempre foi o meu baluarte, nomeadamente, à minha mãe Bernarda Alfredo Junqueira, às minhas irmãs Paula Benize Junqueira João, Daniela Cristina Junqueira Alberto e Sónia Marisa Junqueira Correia, ao meu irmão Sílvio Renato Pranga Correia, ao meu cunhado e amigo Mateus Sebastião Manuel, muito obrigado pelo apoio incondicional.

Ao meu grande amigo e companheiro de luta, Engenheiro Tomás Mikia Wanani, obrigado pelo apoio. À Patrícia Cristina Alves da Cruz, muito obrigado por tudo, por teres sempre acreditado em mim e me fazeres ver que eu era capaz, nos momentos em que já me faltavam forças para continuar.

Ao Instituto Superior de Engenharia de Coimbra pela qualidade de ensino e aos Técnicos de Laboratório pela disponibilidade apresentada.

Por último e não menos importante, gostaria de agradecer à Total E&P Angola por esta aposta.

Resumo

O motor de indução trifásico com rotor em gaiola de esquilo é a máquina elétrica de corrente alternada mais utilizada nos sistemas de acionamento eletromecânicos industriais.

Nas últimas 3 décadas desenvolveram-se novos equipamentos e estratégias de controlo de binário e velocidade que permitem a adaptação dos motores de indução trifásicos à maioria das aplicações industriais de força motriz, substituindo os outros motores elétricos nas suas aplicações típicas.

Até há pouco tempo, a dificuldade em utilizar o motor de indução trifásico em acionamentos onde inicialmente se empregavam motores de corrente contínua, estava associada ao baixo desempenho dinâmico conseguido com as técnicas de controlo até então existentes. Assim, com o desenvolvimento de novas técnicas de controlo, tornou-se possível o controlo dos motores de indução trifásicos com desempenhos competitivos face aos outros motores existentes. As muitas das técnicas de controlo dos motores e/ou dos processos, são extremamente sensíveis às variações dos parâmetros elétricos e mecânicos do motor e/ou da aplicação acionada, sendo fundamental o seu conhecimento.

Neste Trabalho de Projeto propõe-se uma técnica alternativa para estimação de parâmetros mecânicos em sistemas de força motriz acionados por motores de indução com rotor em gaiola de esquilo, baseada na realização de ensaios em vazio e em carga que podem ser executados em campo.

A técnica em análise é não intrusiva, tendo como principal variável de análise a tensão de alimentação da máquina. Possibilita determinar alguns parâmetros mecânicos do motor e/ou do sistema por ele acionado a partir do decaimento da tensão de alimentação, originado pelo campo eletromagnético remanescente após se interromper a alimentação à máquina.

A viabilidade e exequibilidade do método proposto são provadas ao longo do trabalho por meio de resultados simulados e experimentais. A metodologia foi desenvolvida com o auxílio da ferramenta computacional *Matlab*; simulou-se em ambiente *Simulink/Matlab* a generalidade das aplicações típicas de força motriz, partiu-se de casos conhecidos de parâmetros mecânicos e, com o modelo proposto, chegou-se a estes mesmos valores no final.

A consistência dos resultados obtidos, a eficácia da técnica e a ausência de erros significativos ao que era esperado dos valores estimados, validaram a metodologia proposta.

O trabalho comporta ainda um estudo de viabilidade feito no intuito de perceber-se qual a sensibilidade dos valores estimados (parâmetros mecânicos) face à variação de certas

variáveis fundamentais do sistema. O estudo serviu para solidificar e dar suporte a algumas conclusões alcançadas ao longo de todo trabalho.

Na sequência do trabalho, partiu-se para o caso experimental, aplicou-se a metodologia de estimação a um motor (isoladamente) e posteriormente a um sistema semi-industrial. Os resultados alcançados foram bastante satisfatórios e sempre dentro dos intervalos esperados. Com a conclusão do estudo feito, pensa-se haver um contributo muito positivo para a área da ciência e da técnica.

Palavras-chaves: Motor de Indução, Rotor em Gaiola de Esquilo, Estimação de Parâmetros Mecânicos em Motores Trifásicos, Desempenho de Motores Trifásicos.

Abstract

The three phase induction motor is an AC electrical machine mostly used to activate electro-mechanisms; it has been replacing other electrical motors in their typical applications and, as a result, new control schemes have been developed which allow changes to its operating characteristics according to the applied mechanical load.

Until recently, the difficulty to apply the three-phase induction motor, where initially other electrical motors were applied, was linked to its low dynamic performance due to the control techniques used back then. With the development of new control techniques, it is now possible to control AC induction motors with competitive performance compared to those of the others existing motors. However, the control techniques are highly susceptible to the motor's parameters variations, in order to correctly apply these techniques it is fundamental to know all electrical and mechanical parameters.

This thesis brings about analysis of a recursive technique for estimation of electrical and mechanical parameters in ac motors using squirrel-caged rotor.

The technique that is being analyzed is non-intrusive; it analyzes motor's input voltage. It determines all motor's parameters using the voltage decay resulted from the remaining electromagnetic field after shutting down the machine.

The viability and feasibility of the proposed method are proved throughout the work using simulated and experimental results. The methodology was developed with the aid of computational tool Matlab; was simulated in Simulink/Matlab the majority of typical applications of environmental driving force, we started with known cases of mechanical parameters, and, with the proposed model was arrived at these values in the end. The consistency of the results, the effectiveness of the technique and the absence of significant errors to what was expected from the estimated amounts, validated the proposed methodology.

The work also includes a feasibility study done in order to understand what's the sensitivity of the estimated values (mechanical parameters) from the change of certain key variables of the system. The study served to solidify and give some support to the conclusions reached during the whole work.

Following the Work, we move for the test case, we applied the estimation methodology to a motor (alone) and then to a semi-industrial system. The results were quite satisfactory and always within the expected ranges. With the completion of the study, it is thought to be a very positive contribution to the area of science and technology.

Key-words: Induction Motor, Squirrel-Cage Rotor, Mechanical Parameters Estimation in Three-phase motors, Performance of Three-phase motors.

Índice Geral

1– Introdução	1
1.1 - Enquadramento teórico	1
1.2– Constituição e esquematização básica do Motor de Indução Trifásico	4
1.2.1 - Parâmetros.....	6
1.2.1.1 - Parâmetros elétricos	6
1.2.1.2 - Parâmetros mecânicos.....	6
1.2.1.3 - Escorregamento (s)	8
1.2.2 - Comportamento dinâmico.....	9
1.2.3 - Inércia e atritos	9
1.3– Modelação do Motor de Indução Trifásico	11
1.4- Objetivos propostos e procedimentos de trabalho	13
1.5- Organização do trabalho	15
2- Estimação de parâmetros	17
2.1– Simulações considerando que se conhece a inércia da máquina.....	19
2.1.1 – Simulação em vazio (com binário resistente devido ao atrito viscoso)	19
2.1.2 – Simulação com carga, incorporação de um ventilador no veio do motor	26
2.1.3 – Simulação com carga, binário de atrito devido ao ventilador, viscosidade e ao atrito de <i>Coulomb</i>	39
2.2– Simulações considerando que se desconhece a inércia da máquina	49
2.2.1 – Simulação em vazio (com binário resistente devido ao atrito viscoso)	49
2.2.2 – Simulação com carga (ventilador + atrito viscoso)	58
2.2.3 – Simulação com carga (ventilador, atrito viscoso e atrito de <i>Coulomb</i>)	63
3- Análise de sensibilidade.....	73

3.1– Evolução do atrito estático vs erro de estimação	73
3.2- Estimação do binário eletromagnético	75
3.3– Análise do erro associado à estimação do binário eletromagnético nas variáveis mecânicas do sistema	79
4- Ensaaios laboratoriais.....	83
4.1– Ensaio considerando que se conhece a inércia do motor.....	84
4.1.1 - Determinação da inércia total (carga mais rotor).....	87
4.1.2 Tratamento dos dados obtidos pelo primeiro ensaio	88
4.1.3 - Conclusão do primeiro ensaio	96
4.1.4 - Tratamento dos dados obtidos pelo segundo ensaio	97
4.1.5 - Conclusão do segundo ensaio	101
4.2– Ensaio considerando que se desconhece a inércia do motor	102
5– Notas finais	121
5.1– Propostas de continuidade do trabalho	123
6- Referências bibliográficas	125
Anexos	129
Anexo 1 - Motores usados nos ensaios laboratoriais (chapas de características).....	130
Anexo 2 - Assemblagem dos ensaios laboratoriais.....	131
Apêndices.....	139
Apêndice A – Esquema de montagem Simulink/MatLab.....	140
Apêndice B – Script (cálculo dos coeficientes de atrito do motor - Simulação)	141
Apêndice C – Script (leitura da folha de cálculos e representação gráfica dos dados obtidos nos ensaios laboratoriais).....	142
Apêndice D – Script (gráficos diversos).....	143

Apêndice E – Script (cálculo dos erros estimados)	144
Apêndice F – Script (estimação do binário eletromagnético: <i>Air – Gap Torque Estimation</i>)	145

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Classificação dos motores existentes [2] [3] [4].....	3
Figura 1.2 - Chapa fina de aço magnético com ranhuras para alojamento de enrolamentos.....	4
Figura 1.3 – Esquema elétrico dos enrolamentos (estatóricos e rotóricos).....	5
Figura 1.4 - Esquemática básica de um motor de indução trifásico.....	7
Figura 1.5 – Constituição física geral de um MIT.	7
Figura 2.1 – Sequência da metodologia de estimação de parâmetros.....	18
Figura 2.2 – Motor escolhido para as simulações no Simulink/Matlab.....	19
Figura 2.3 - Bloco de parametrização do motor.....	20
Figura 2.4 – Decaimento da tensão de alimentação do motor.	21
Figura 2.5 – Decaimento da tensão de alimentação do motor a partir da interrupção.....	21
Figura 2.6 – Decaimento da velocidade angular do motor	22
Figura 2.7 – Decaimento da velocidade angular do motor a partir da interrupção.....	22
Figura 2.8 – Binário resistente submetido ao motor simulado	25
Figura 2.9 – Nova parametrização do motor.....	27
Figura 2.10 – Representação do MIT e carga	28
Figura 2.11 – Subsistema simulando a carga aplicada ao MIT (ventilador e atrito viscoso) ..	28
Figura 2.12 – Gráfico da tensão de alimentação	30
Figura 2.13 – Gráfico da velocidade angular do motor	30
Figura 2.14 – Gráfico da velocidade angular do motor ($t \geq 1s$).....	31
Figura 2.15 – Gráfico da aceleração angular	33
Figura 2.16 – Gráfico da aceleração angular (a partir de $t = 1s$).....	33

Figura 2.17 – Gráfico do binário resistente submetido ao motor	34
Figura 2.18 – Gráfico do binário resistente submetido ao motor ($t \geq 1s$)	34
Figura 2.19 – Extrato do sistema de medida com referência à carga e ao motor usado	39
Figura 2.20 – Interior do subsistema que simula a carga aplicada ao motor	40
Figura 2.21 – Gráfico da tensão de alimentação	42
Figura 2.22 – Gráfico da velocidade angular	42
Figura 2.23 – Gráfico da velocidade angular ($t \geq 1s$)	43
Figura 2.24 – Alteração no subsistema que representa a carga aplicada no veio do MIT	47
Figura 2.25 – Binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina	54
Figura 2.26 – Binário eletromagnético da máquina em regime permanente (de 0 a 1 segundo)	55
Figura 2.27 – Gráfico da velocidade angular	55
Figura 2.28 – Gráfico da velocidade angular do motor em regime permanente	56
Figura 2.29 – Gráfico do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro do MIT	58
Figura 2.30 – Gráfico do binário eletromagnético em regime permanente	59
Figura 2.31 – Velocidade angular do MIT	59
Figura 2.32 – Velocidade angular do MIT em regime permanente	60
Figura 2.33 – Binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina	64
Figura 2.34 – Binário eletromagnético da máquina em regime permanente	64
Figura 2.35 – Velocidade angular do MIT	65
Figura 2.36 – Velocidade angular do MIT em regime permanente	65
Figura 2.37 – Gráfico do MIT em desaceleração	66
Figura 2.38 – Gráfico da desaceleração do MIT	66

Figura 3.1 – Evolução do erro na estimação dos parâmetros mecânicos em função de K_d	75
Figura 3.2 a) e b) – Binário eletromagnético desenvolvido pelo motor e estimado	77
Figura 3.3 a) e b) - Binário eletromagnético desenvolvido pelo motor e estimado	78
Figura 3.4 – Erro associado às variáveis mecânicas estimadas a medida em que aumenta o valor de erro do binário eletromagnético (de 1 a 5%).....	82
Figura 4.1 – Sequência de etapas para a estimação dos parâmetros mecânicos do motor.....	84
Figura 4.2 - Layout da montagem experimental	85
Figura 4.3 - Gráfico da tensão remanescente obtida por ensaio laboratorial	86
Figura 4.4 - Esquematização básica da inércia total do sistema	87
Figura 4.5 - Gráfico da tensão remanescente em função do tempo.	89
Figura 4.6 - Determinação da velocidade angular.	89
Figura 4.7 - Gráfico da velocidade de rotação em rpm em função do tempo	92
Figura 4.8 - Gráfico da velocidade em rad/s em função do tempo.	93
Figura 4.9 - Gráfico do binário resistente em função do tempo.	95
Figura 4.10 - Gráfico do binário resistente em função da velocidade angular.	95
Figura 4.11 – Gráfico obtido em regime de desaceleração no segundo ensaio, pelo LabView.	97
Figura 4.12 - Gráfico da velocidade angular em função do tempo.....	98
Figura 4.13 - Gráfico do binário resistente em função do tempo	99
Figura 4.14 - Gráfico do binário resistente em função da velocidade angular.	100
Figura 4.15 – Sistema semi-industrial utilizado no ensaio laboratorial.....	102
Figura 4.16 – Sequência de etapas para estimação dos parâmetros mecânicos do sistema ...	103
Figura 4.17 - Módulo multifunção USB usado para a aquisição dos dados, NI DAQ 6009 .	104

Figura 4.18 – Layout da montagem experimental	105
Figura 4.19 - Evolução de duas correntes do motor	106
Figura 4.20 - Evolução de duas tensões do motor	107
Figura 4.21 – Velocidade angular estimada para o campo girante e MIT respectivamente	113
Figura 4.22 – Aceleração angular do MIT	114
Figura 4.23 – Binário eletromagnético estimado	115

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Motor escolhido para simulação no Simulink/Matlab.....	19
Tabela 2.2 – Valores estimados para o coeficiente de atrito viscoso.....	26
Tabela 2.3 – Par de valores escolhidos para os cálculos.....	35
Tabela 2.4 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	35
Tabela 2.5 – Par de valores escolhidos para os cálculos.....	37
Tabela 2.6 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	37
Tabela 2.7 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	38
Tabela 2.8 – Valores escolhidos para os cálculos	44
Tabela 2.9 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	45
Tabela 2.10 – Valores escolhidos para a experiência	46
Tabela 2.11 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	46
Tabela 2.12 – Valores escolhidos para os cálculos.....	48
Tabela 2.13 - Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados.....	48
Tabela 2.14 – Valores escolhidos para os cálculos.....	51
Tabela 2.15 – Análise do valor estimado face ao valor esperado	52
Tabela 2.16 - Valores escolhidos para os cálculos.....	61
Tabela 2.17 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	61
Tabela 2.18 - Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados.....	63
Tabela 2.19 – Valores escolhidos para os cálculos.....	68
Tabela 2.20 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	69
Tabela 2.21 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados	70

Tabela 3.1 – Valores de K_d utilizados para a análise de sensibilidade (de 1 a 100 vezes mais)	73
Tabela 3.2 – Erro associado a cada estimativa em função de K_d	74
Tabela 3.3 – Variação do binário eletromagnético (de 1 a 5% de erro relativo)	80
Tabela 3.4 – Variação dos parâmetros mecânicos estimados face aos valores de T_e (com erro de 1 a 5%)	81
Tabela 3.5 – Erro relativo das variáveis mecânicas estimadas face aos valores esperados	81
Tabela 4.1 - Características dos motores utilizados nos ensaios laboratoriais	83
Tabela 4.2 - Valores experimentais da velocidade angular	91
Tabela 4.3 – Valores da velocidade angular do motor em regime permanente	109
Tabela 4.4 – Velocidade em regime permanente do MIT em função do escorregamento	111
Tabela 4.5 – Velocidade do campo magnético girante e do veio do motor em desaceleração	112
Tabela 4.6 – Valores escolhidos para os cálculos	116
Tabela 4.7 – Novos valores escolhidos para os cálculos	117
Tabela 4.8 – Valores escolhidos para os cálculos	118
Tabela 4.9 – Novos valores escolhidos para os cálculos	119

Simbologia e abreviaturas

MIT \Leftrightarrow Motor de Indução Trifásico;

s \Leftrightarrow Escorregamento;

Ψ_s e Ψ_r \Leftrightarrow fluxo estatórico e rotórico, respetivamente;

M e M_m \Leftrightarrow Coeficientes de indução mútua;

$L_{\sigma s}$ e $L'_{\sigma s}$ \Leftrightarrow Coeficientes de auto - indução e coeficiente de fugas respetivamente;

T_e \Leftrightarrow Binário eletromagnético no entreferro da máquina;

α \Leftrightarrow Aceleração angular;

T_m \Leftrightarrow Binário motor;

T_r \Leftrightarrow Binário resistente ou resistivo;

J \Leftrightarrow Momento de inércia;

K_a \Leftrightarrow Coeficiente de atrito com o ar;

K_v \Leftrightarrow Coeficiente de atrito viscoso;

K_d \Leftrightarrow Constante de atrito estático ou de *Coulomb*;

$\omega(t)$ \Leftrightarrow Velocidade de rotação em rad/s;

$n(t)$ \Leftrightarrow Velocidade de rotação em rpm;

E_c \Leftrightarrow Energia cinética;

E_{cr} \Leftrightarrow Energia cinética de rotação;

P_{at} \Leftrightarrow Potência de atrito;

p \Leftrightarrow Número de pólos ou pares de pólos da máquina;

i_a, i_b \Leftrightarrow Correntes de linha (fase A e fase B respetivamente);

v_{ca}, v_{ab} \Leftrightarrow Tensões compostas entre a fase C e A e fase A e B, respetivamente;

R_s \Leftrightarrow Resistência estatórica.

1 – Introdução

Segundo a Agência Internacional de Energia (IEA, sigla em inglês), os motores elétricos são responsáveis por 45% do consumo da energia elétrica global. Os motores são dos maiores consumidores da energia global.

De acordo com as informações da IEA, se economizássemos de 20% a 30% do consumo total dos motores, significaria uma redução de 9% a 14% do consumo global de energia elétrica, o que passa essencialmente pela otimização dos motores utilizados (melhoria das técnicas de controlo).

Neste primeiro capítulo faz-se uma abordagem geral dos conceitos teóricos mais relevantes em torno do Motor Elétrico.

É importante conhecer o princípio de funcionamento do motor elétrico, como está classificado em termos das suas características construtivas e quais os fenómenos por detrás do movimento de rotação do seu veio antes de se abordar a estimação dos parâmetros mecânicos em motores de indução trifásicos.

1.1 - Enquadramento teórico

Um motor elétrico é uma máquina capaz de transformar energia elétrica em energia mecânica, utilizando normalmente o princípio da reação entre dois campos magnéticos.

A primeira indicação de que poderia haver um intercâmbio entre energia elétrica e energia mecânica foi mostrada por *Michael Faraday* em 1831, através da lei da indução eletromagnética, considerada uma das maiores descobertas individuais para o progresso da ciência e aperfeiçoamento da humanidade. Baseando-se nos estudos de *Faraday*, o físico italiano *Galileo Ferraris*, em 1885, desenvolveu o motor elétrico assíncrono de corrente alternada¹.

Com uma construção simples, versátil e de baixo custo, aliado ao facto de utilizar como fonte de alimentação a energia elétrica, o motor elétrico é hoje (na generalidade) o meio mais indicado para a transformação de energia elétrica em mecânica.

O motor de indução trifásico é a máquina elétrica de corrente alternada mais utilizada nos sistemas de acionamentos eletromecânicos. Designam-se por *acionamentos*, os sistemas

¹ Com base nos estudos feitos pelo Fabricante Voges

que utilizam energia para produzir movimento, consistindo em atuadores, que são motores de diversos tipos, aplicados aos sistemas a movimentar, tendo normalmente outros dispositivos associados que controlam a sua operação e os adaptam às exigências dos sistemas movidos.

Em muitas indústrias e serviços, os acionamentos têm funções substanciais, com enfoque para as indústrias extrativas, transformadoras e os transportes, sendo sectores económicos onde se podem encontrar acionamentos até às potências mais elevadas (dezenas de Megawatts). Por outro lado, há inúmeras aplicações para acionamentos de potências muito baixas (poucos watts), com impacto no quotidiano das pessoas e de capital importância, nomeadamente, os relógios, os equipamentos informáticos, os brinquedos, os pequenos eletrodomésticos, entre outros.

Na infinidade dos sistemas de acionamento, assumem particular importância aqueles que são realizados com máquinas elétricas, também chamados de *acionamentos elétricos* ou *eletromecânicos*. Apontam-se dois fatores na base da importância dada aos acionamentos elétricos ou eletromecânicos, por um lado pela qualidade inerente à eletricidade como forma de energia (fácil transporte, fácil conversão noutras formas de energia, disponibilidade instantânea até potências muito elevadas) e, por outro, pelas potencialidades das máquinas elétricas (bom rendimento e fiabilidade, vida útil longa, simplicidade de manutenção ou quase inexistente, possibilidade de adaptação em ambientes de risco, gamas muito vastas de potência e velocidade, facilidade de exatidão no comando e bom desempenho dinâmico, etc.).

Devido às suas qualidades (robustez, simplicidade de manutenção e outras mencionadas), os motores de indução trifásicos têm vindo a substituir os outros motores elétricos nas suas aplicações típicas, sendo que, nos últimos tempos tem-se visto um aumento exponencial no conhecimento do seu princípio de funcionamento, possibilitando o desenvolvimento de novas estratégias de controlo que permitem uma boa adaptação das suas características de funcionamento às necessidades da carga mecânica acionada [1].

Através dos tempos, foram desenvolvidos vários tipos de motores elétricos para atender às necessidades do mercado.

De acordo as suas características de construção, os motores podem ser classificados genericamente como: A - de corrente contínua, B – de indução ou assíncronos e C – síncronos.

O nome “Motor de Indução” deriva do facto de que as correntes que circulam no rotor são induzidas por correntes alternadas que circulam no estator. Os efeitos eletromagnéticos combinados das correntes do estator e do rotor produzem a força que gera o movimento.

Na Figura 1.1, apresenta-se um diagrama representando alguns dos diversos tipos de motores elétricos existentes hoje, com destaque para o motor de indução trifásico com rotor em gaiola de esquilo.

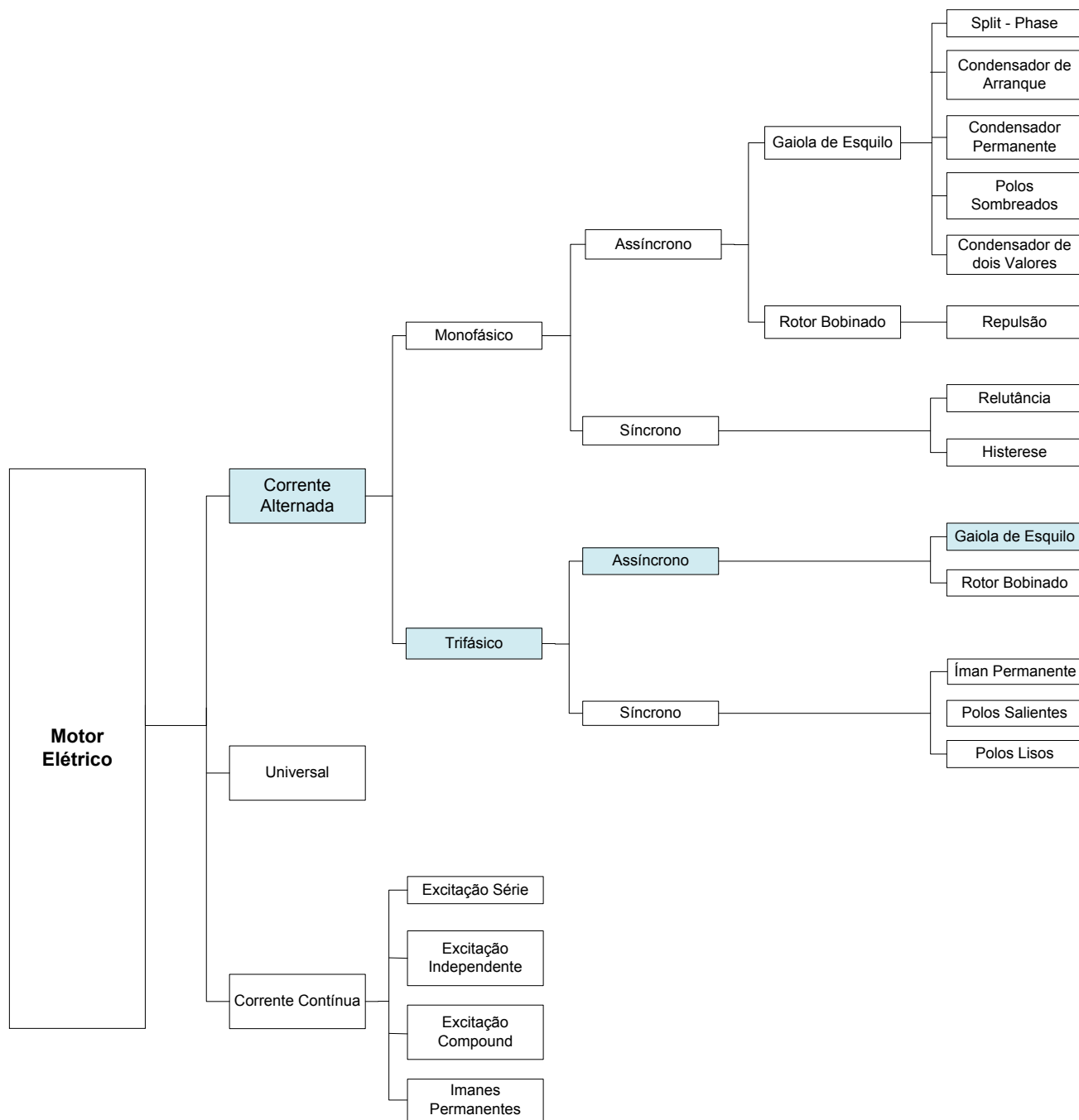


Figura 1.1 – Classificação dos motores existentes [2] [3] [4].

1.2 – Constituição e esquematização básica do Motor de Indução Trifásico

Um motor de indução é constituído basicamente por duas partes: um Estator e um Rotor. O estator constitui a parte estática do motor e o rotor a sua parte móvel.

O estator é composto de chapas finas de aço magnético tratadas termicamente, conforme ilustra a Figura 1.2 a), para reduzir ao mínimo as perdas por correntes parasitas e histerese. Estas chapas têm o formato de um anel com ranhuras internas (vista frontal) de tal forma que possam ser alojados enrolamentos que deverão criar um campo magnético no estator [3].

Tal como o estator, o rotor é composto de chapas finas de aço magnético tratadas termicamente, possuindo o formato de um anel (vista frontal), com os enrolamentos alojados longitudinalmente de acordo a Figura 1.2 b).

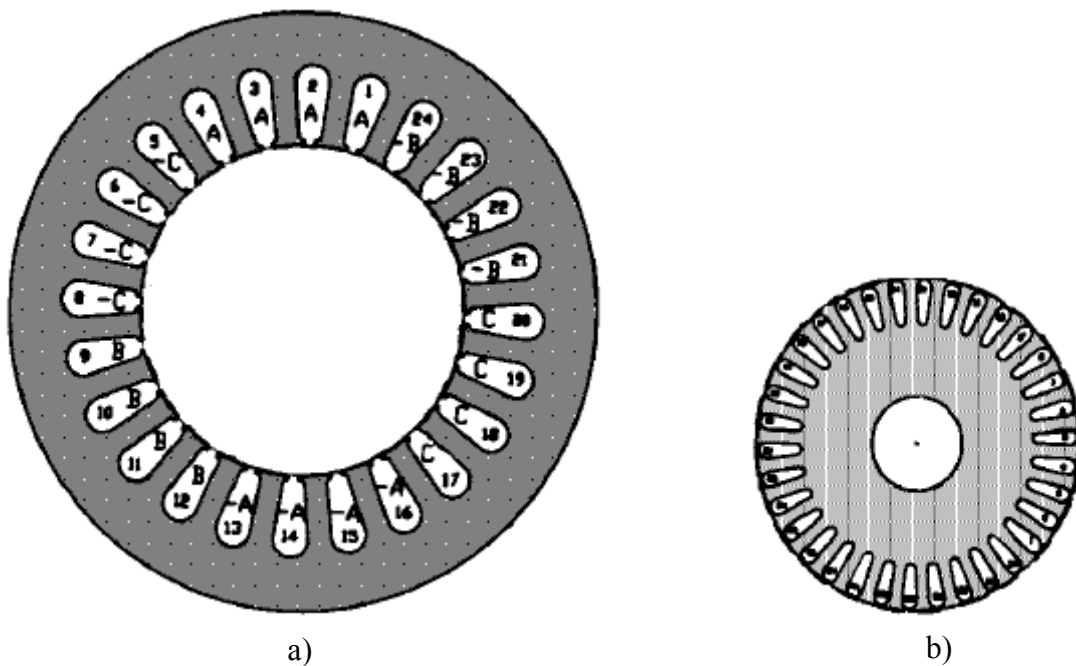


Figura 1.2 - Chapa fina de aço magnético com ranhuras para alojamento de enrolamentos.

O motor de indução trifásico é o motor de construção mais simples. O estator e o rotor são montados solidários com um eixo comum aos “anéis” que os compõem. A aplicação de uma tensão nos enrolamentos do estator irá fazer com que apareça uma tensão nos enrolamentos do rotor. Assim o estator pode ser considerado como o primário de um transformador e o rotor como o seu secundário. O espaço entre o estator e o rotor é denominado entreferro.

O circuito elétrico estático do motor assíncrono trifásico é representado por três bobinas (a, b e c) colocadas no espaço segundo os três eixos de um sistema de referência, ou referencial complanares e afastados no espaço de $2\pi/3$ radianos elétricos, conforme a Figura 1.3. O circuito rotórico também está referido a um referencial com três eixos complanares e afastados de $2\pi/3$ radianos elétricos. Este circuito elétrico rotórico é constituído por três bobinas (1, 2 e 3) em curto-circuito, representativas do enrolamento em gaiola, o sistema elétrico rotórico conjuntamente com o seu referencial, rodam com uma velocidade angular elétrica, dada por $\omega_r = d\theta/dt$, conforme a Figura 1.3 b) [3].

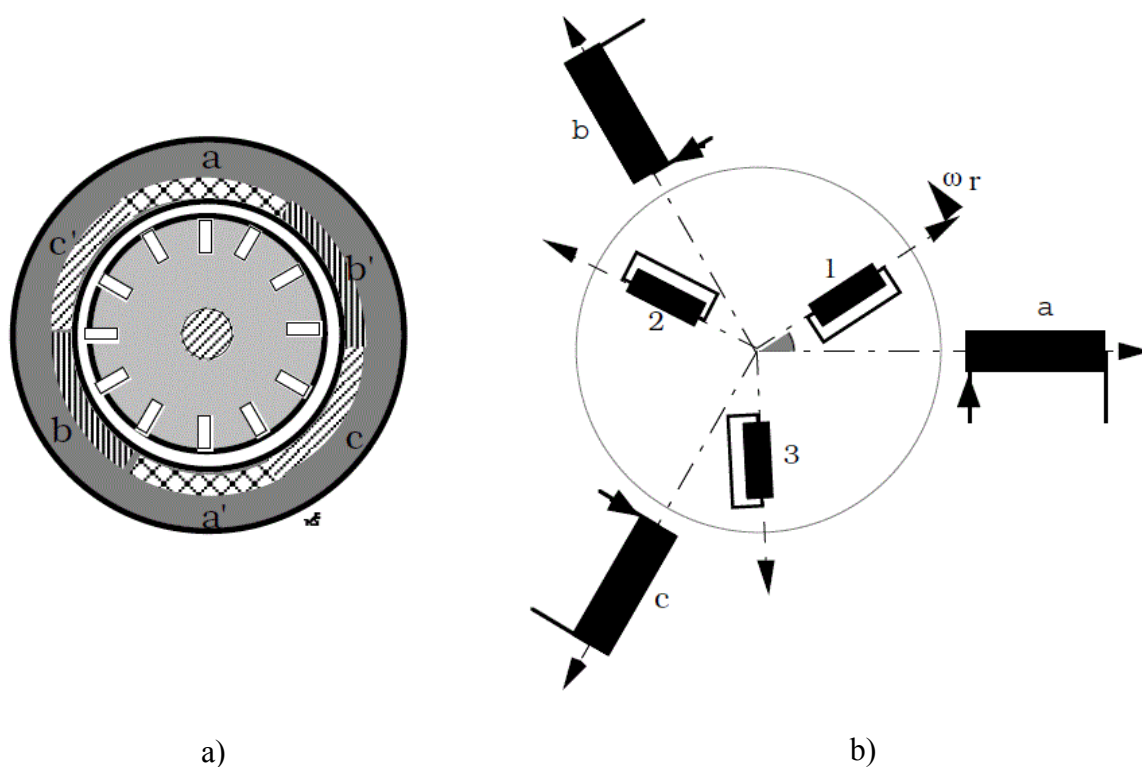


Figura 1.3 – Esquema elétrico dos enrolamentos (estáticos e rotóricos) do motor de indução trifásico com rotor em gaiola de esquilo.

A máquina de indução trifásica, funcionando como motor, apresenta-se como uma máquina elétrica simplesmente excitada. Para se estabelecerem as respectivas equações fundamentais, que regem o seu funcionamento, é necessário definir os parâmetros característicos dos diversos componentes elétricos e mecânicos.

1.2.1- Parâmetros

As diversas partes constituintes do motor de indução trifásico podem ser caracterizadas por parâmetros elétricos e mecânicos.

1.2.1.1- Parâmetros elétricos

Os diferentes circuitos elétricos (que compõem os enrolamentos do estator e rotor) ligados magneticamente, são caracterizados por parâmetros. Esses parâmetros elétricos são Resistências e Indutâncias, que por sua vez são parâmetros concentrados, lineares e constantes.

As bobinas elétricas do estator (Indutor) da máquina, que são percorridas pela corrente elétrica de carga, apresentam uma resistência elétrica que se considera constante, porque não se admite a variação da temperatura durante o tempo de estudo do seu regime de funcionamento, e se considera que não existe efeito pelicular ou de proximidade nos condutores. Considera-se também que as resistências dos diferentes circuitos estatóricos (cf. Figura 1.3) são iguais, nomeadamente, $R_a = R_b = R_c = R_s$. Os circuitos elétricos rotóricos (cf. Figura 1.3 b)), à semelhança dos circuitos elétricos estatóricos, também possuem uma resistência elétrica igual, $R_1 = R_2 = R_3 = R_r$.

Considerando o enrolamento do estator, formado por três bobinas afastadas no espaço de $2\pi/3$ radianos elétricos, ao alimentar-se o motor com uma tensão trifásica desfasada no tempo de $2\pi/3$ radianos provoca um campo magnético girante na velocidade da frequência indutora (frequência de alimentação), esse parâmetro elétrico (velocidade) que aparece ligado ao campo magnético girante é o responsável pela máquina rodar. Será dessa forma estimado e retratado ao longo do trabalho. O que ocorre no rotor, portanto, é a indução de uma tensão trifásica e de uma velocidade na frequência de escorregamento (considerando que o rotor está curto-circuitado). A máquina de indução trifásica no funcionamento como motor, a velocidade de rotação fica entre zero e a velocidade síncrona ou do campo magnético girante.

1.2.1.2 - Parâmetros mecânicos

Os parâmetros mecânicos característicos do motor de indução trifásico, são o Coeficiente de Atrito com o Ar, K_a , o Coeficiente de Atrito Viscoso, K_v , a Constante de Atrito Estático ou de *Coulomb*, K_d , e a Inércia, J .

Estes parâmetros mecânicos são responsáveis pelo Binário de Atrito com o Ar, Binário de Atrito Viscoso, Binário de Atrito Estático ou de Coulomb e Binário de Inércia, respetivamente.

Os parâmetros mecânicos associados ao binário de inércia da carga representam as forças que se opõem ao movimento rotativo da máquina.

A Figura 1.4 apresenta de forma simplificada as duas partes constituintes do MIT [3]. A Figura 1.5 apresenta os aspetos físicos gerais de um MIT.

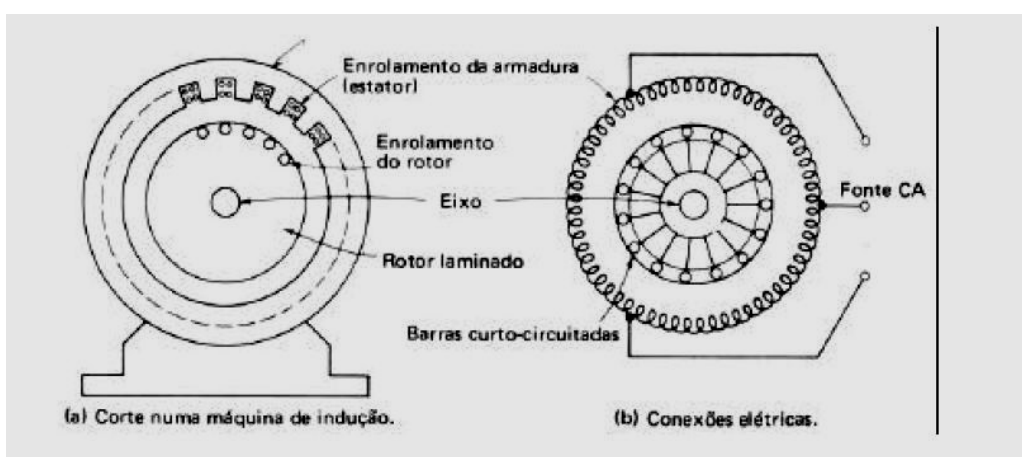


Figura 1.4 - Esquemática básica de um motor de indução trifásico.

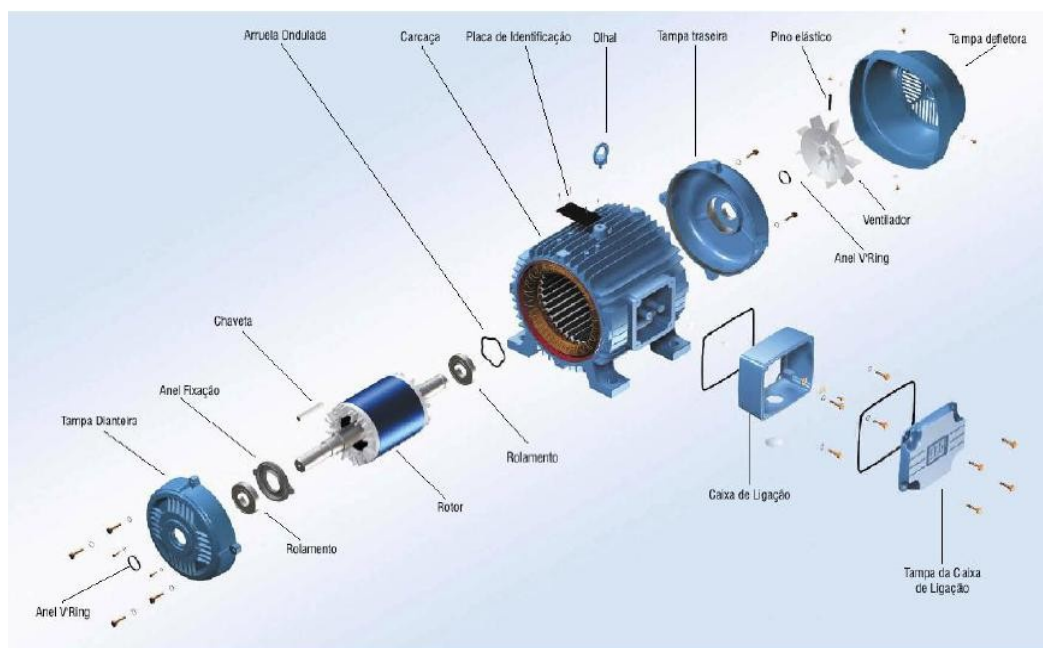


Figura 1.5 – Constituição física geral de um MIT.

1.2.1.3- Escorregamento (s)

O rotor do motor de indução gira a uma velocidade de rotação n (rpm) menor do que a velocidade de sincronismo n_s (rpm) ou velocidade de rotação do campo magnético girante do estator. A velocidade n_s do campo magnético girante do estator está relacionada com a frequência, f , da rede e o número de pares de pólos p do motor através da seguinte equação:

$$f = \frac{p \cdot n_s}{60} \Leftrightarrow n_s = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (1)$$

A diferença entre as duas velocidades (do rotor e de sincronismo) é chamada de *escorregamento* ou *deslizamento*. Devido ao escorregamento, um campo magnético girante é induzido no enrolamento do rotor e, da interação entre os dois campos magnéticos, resulta o binário eletromagnético do motor que o faz girar. O escorregamento é tomado sempre em valores percentuais ou em *pu* da velocidade síncrona, ou seja:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \Leftrightarrow n = n_s(1 - s) \quad (2)$$

Em muitas equações que serão apresentadas ao longo deste trabalho a velocidade será dada em radianos por segundo (rad/s). A relação entre a velocidade de rotação, n , em rpm e a velocidade angular, ω , em rad/s é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \quad (3)$$

A aceleração angular, α , é expressa por:

$$\alpha = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (4)$$

1.2.2 - Comportamento dinâmico

A equação que descreve o comportamento dinâmico do motor de indução trifásico (MIT) é baseada na lei fundamental da dinâmica para um sistema rotativo [2]:

$$T_e = J \cdot \alpha + T_m + T_r \quad (5)$$

Onde:

$T_e \Leftrightarrow$ Representa o valor do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro do motor e é expresso pela unidade **Nm**;

$J \Leftrightarrow$ Representa o momento de inércia, expresso em **kgm²**;

$\omega(t) \Leftrightarrow$ Representa a velocidade angular do motor em **rad/s**;

$\alpha(t) \Leftrightarrow$ Designa-se por aceleração angular e é expressa em **rad/s²**;

$T_m \Leftrightarrow$ Representa o valor do binário motor e é expresso pela unidade **Nm**;

$T_r \Leftrightarrow$ É a representação do binário resistente e tem como unidade **Nm**.

O binário resistente, T_r , é um fator que pode ter várias origens de acordo com o tipo de carga que se está a lidar.

Pelo facto de não haver motores ideais, o efeito de atritos está sempre presente em qualquer máquina mecânica. São normalmente difíceis de serem tratados analiticamente e aparecem na sequência de fenómenos complexos influenciados por diversas causas, nomeadamente: posição, vibração, temperatura, natureza dos materiais em contacto, velocidade, entre outros. Os três principais atritos nos motores de indução são conhecidos como: Atrito Viscoso, Atrito com o Ar e o Atrito Estático ou de Coulomb.

1.2.3 - Inércia e atritos

O momento de inércia, J , de um corpo (com massa m) em torno de um eixo é o parâmetro referente ao movimento de rotação que corresponde à massa de inércia no movimento linear.

Na constituição dos acionamentos mecânicos, estão presentes elementos físicos de natureza mecânica que se destinam a produzir movimento. O estudo da constituição e dimensionamento destes elementos físicos, também denominados por partes móveis, envolve quase sempre fenómenos complexos, devido não só a multiplicidade dos seus detalhes mas também pelas suas características não lineares. Procuram-se sempre modelos matemáticos tão simples quanto possíveis para cada um deles, uma vez que o objetivo final da modelação é a utilização em sistemas de controlo com intervenção de outros subsistemas, tais como, os elétricos, os eletrónicos e os mecânicos [1].

Resumindo, na dinâmica destes elementos físicos estão sempre presentes os fenómenos de atrito. Abaixo faz-se uma abordagem sobre os três principais atritos (atrito viscoso, atrito com o ar e o atrito estático ou de *Coulomb*).

O Atrito Viscoso é resultante da existência de fluídos lubrificantes em escoamento laminar, originando assim, um binário resistente que é aproximadamente proporcional à velocidade de rotação do motor [2]:

$$T_r = K_v \cdot \omega \quad (6)$$

Em que K_v é o Fator de Fricção ou Coeficiente de Atrito Viscoso [Nms/rad].

O Atrito com Ar por sua vez está associado ao escoamento turbulento de fluídos, é descrito aproximadamente por uma função quadrática da velocidade de rotação do motor:

$$T_r = K_a \cdot \omega^2 \quad (7)$$

Em que K_a é o Coeficiente de Atrito com o Ar.

O Atrito Estático ou de *Coulomb* é um efeito que em muitos casos ou aplicações é desprezado, ou então é-lhe atribuído um valor fixo. Ele está relacionado à fricção seca de partes mecânicas do motor, e é o causador de um binário resistente mais elevado ao transitar-se do estado de repouso para o movimento:

$$T_r = \begin{cases} +K_d & \text{para } \omega > 0 \\ -K_d & \text{para } \omega < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Em que K_d é a Constante de Atrito Estático ou de *Coulomb*.

O motor elétrico, por si só (sem que esteja associado a um sistema mecânico) já possui todos esses efeitos de atrito descritos acima.

Outros efeitos como por exemplo o caso das folgas mecânicas, que são traduzidas como efeitos de Histerese na coordenada de posição, são trágicos quando ao motor em serviço se exige uma mudança de sentido de marcha. Como este trabalho se restringe apenas à análise de um sentido de marcha no motor, desprezaremos esse efeito.

1.3 – Modelação do Motor de Indução Trifásico

A evolução das técnicas de modelação de motores de indução, culminou nos atuais modelos vetoriais complexos, os quais possibilitam a representação do modelo do motor de indução através de diagramas de blocos.

Neste Trabalho de Projeto, à semelhança dos trabalhos que contribuíram para a evolução dos procedimentos de modelização, é focado no funcionamento do motor em regime permanente. As técnicas iniciais de modelização (também conhecidas como modelos clássicos), avaliavam as condições do motor nos pontos de operação ou o comportamento devido aos desvios deste ponto de operação.

Nesta secção são apresentados e resumidos alguns dos trabalhos que contribuíram para a evolução dos referidos procedimentos de modelização, dando origem ao modelo vetorial complexo [4]:

- Kovács & Rácz (1959) a partir da aplicação da análise do vetor de espaço, mostraram que é possível alcançar tanto a formulação vetorial, como a formulação complexa do modelo do motor de indução;

- Szablya & Bressane (1973) analisaram a formulação complexa de sistemas dinâmicos e complexos, aplicando a Transformada de Laplace para obter a função de transferência. No modelo foram utilizadas as equações fundamentais de tensão para uma máquina girante e foi utilizado como referencial principal o rotor, ou seja, Transformada de Park. Foram também desenvolvidas as funções de transferência para, corrente, admitância, impedância e posteriormente feita a análise para a Transformada de Clark;

- De Doncker & Novotny (1988) utilizaram a modelização vetorial quando propuseram um controlador universal de campo orientado, com a capacidade de desacoplar o fluxo e o binário num referencial de fluxo arbitrário;

- Dalton & Gosbell (1989) desenvolveram a modelização dos sistemas dinâmicos complexos, permitindo a construção de um diagrama de blocos bastante compacto, o que auxilia nas interpretações da máquina;

- Yamamura (1992) introduziu a teoria do vetor espiral, baseada no comportamento transitório do motor de indução trifásico à entrada degrau, o que corresponde ao comportamento elétrico da máquina. O conceito de vetor espiral está diretamente relacionado com os conceitos de função de transferência complexa, pois processam grandezas dinâmicas complexas;

- Vas (1994) descreveu o modelo completo do motor de indução utilizando equações diferenciais complexas e utilizou diversos tipos de modelização para controlar o motor de indução por meio de técnicas apropriadas;

- Wade et al. (1994) segmentaram as equações dinâmicas complexas em parte real e imaginária, para poder simulá-las, uma vez que os programas disponíveis não manipulavam entidades complexas;

- Holtz (1995) mostrou vários métodos de simulação complexa, utilizando referencial síncrono e diversos tipos de combinações de variáveis de estado, ou seja, corrente de estator e fluxo de rotor, fluxo de estator e fluxo de rotor. Traçou o diagrama de blocos complexo, lugar das raízes e fez a análise para as raízes complexas;

- Gataric & Garrigan (1999) mostraram um estudo do motor trifásico aplicando Transformada de Laplace na função de transferência complexa e mostraram o seu comportamento através do gráfico de Bode. Mostraram também o controlo para um inversor utilizando um filtro LC e utilizando um controlador complexo;

- De Aguiar & Cad (1999a; 1999b; 1999c) utilizaram a definição de sistema dinâmico complexo e mostraram como resolver um sistema de equações complexas utilizando o programa Matlab e compararam com o resultado utilizando o desmembramento em parte real e imaginária;

- De Aguiar & Cad (2000a; 2000b) estudaram e apresentaram um procedimento de modelização e simulação do motor de indução trifásico através da função de transferência complexa, utilizando o Matlab/Simulink em alguns referenciais e utilizando as variáveis de estado de fluxo e corrente.

Na modelação do motor de indução trifásico têm sido utilizados todos os métodos de estudo das máquinas elétricas: Teoria Clássica, Teoria Generalizada e Método dos Fasores Espaciais. No entanto, atendendo a que se pode considerar, mesmo por aproximação, que as

grandezas elétricas e magnéticas do motor de indução trifásico têm variação sinusoidal, são preferidos os métodos de modelação baseados no Método Simbólico – representação de grandezas com variação sinusoidal por quantidades complexas (fasores).

O modelo matemático (fasorial reduzido ao estator) do motor reduzido ao estator, em regime permanente sinusoidal simétrico, é constituído pelas equações magnéticas, elétricas e eletromecânicas descritas abaixo [3]:

$$\Psi_s = L_{\sigma s} \cdot I_s + M_m \cdot (I_s + I'_r) \quad (9)$$

$$\Psi'_r = M_m \cdot (I_s + I'_r) + L'_{\sigma r} \cdot I'_r \quad (10)$$

$$U_s = R_s \cdot I_s + j\omega \cdot \Psi_s \quad (11)$$

$$U'_r = 0 = R_r \cdot I'_r + j(s\omega) \cdot \Psi'_r \quad (12)$$

$$T = k \cdot R_e (j \cdot \underline{\Psi}_s \cdot \underline{I}_s^*) = k \cdot (\underline{\Psi}_s \times \underline{I}_s) \quad (13)$$

Onde:

Ψ_s e Ψ_r \Leftrightarrow Fluxo estatórico e rotórico respetivamente;

M e M_m \Leftrightarrow Coeficientes de indução mútua;

$L_{\sigma s}$ e $L'_{\sigma r}$ \Leftrightarrow Coeficientes de auto - indução e coeficiente de fugas respetivamente;

j \Leftrightarrow Unidade do imaginário puro ($j = \sqrt{-1}$);

s \Leftrightarrow Escorregamento;

ω \Leftrightarrow Velocidade angular;

I'_r e I_s ; U'_r e U_s \Leftrightarrow Correntes rotóricas e estatóricas, tensões rotóricas e estatóricas respetivamente.

1.4 - Objetivos propostos e procedimentos de trabalho

O principal objetivo deste Trabalho de Projeto é o estudo do motor de indução trifásico com rotor em gaiola de esquilo, e, através do conhecimento dos fenómenos físicos que estão na base da sua dinâmica, pretende-se estimar os seus parâmetros mecânicos.

Pretende-se ainda neste Trabalho de Projeto, fazer-se uso de uma técnica baseada unicamente na análise dos valores da tensão remanescente gerada pelo campo eletromagnético, para a determinação dos valores numéricos dos parâmetros mecânicos do MIT, nomeadamente:

Velocidade de rotação em rpm (n);

Velocidade de rotação em rad/s (ω);

Coeficiente de atrito viscoso (K_v);

Coeficiente de atrito com o ar (K_a);

Coeficiente de atrito estático ou de *Coulomb* (K_d);

Momento de inércia do motor (J_R);

Momento de inércia da carga (J_c);

Binário eletromagnético (T_e);

Binário resistente (T_r);

Binário viscoso (T_{kv});

Binário de ventilação (T_a);

Binário de atrito estático ou de *Coulomb* (T_d).

Através de ensaios laboratoriais, pretende-se obter resultados mais fiéis que os calculados analiticamente, pois os cálculos exigem conhecimentos de detalhes (comportamento dos órgãos, dimensões, condições de funcionamento, entre outros) nem sempre disponíveis. Os ensaios consistirão inicialmente na montagem e constituição do sistema formado pelo motor em análise, pela carga, pelos equipamentos de medida (supervisionados por computador) e por uma fonte de alimentação regulável.

Após deixar o motor funcionar por algum tempo (atingindo o regime permanente), cortaremos a alimentação (corrente nula neste instante) e exportaremos os valores da tensão *remanescente gerada pelo campo eletromagnético*. A partir destes valores de tensão e conhecendo todas as variáveis que interagem na forma de onda obtida, tenciona-se obter todos os restantes parâmetros mecânicos do motor conforme descrito acima.

1.5 - Organização do trabalho

O Trabalho de Projeto apresentado neste documento seguiu uma linha de organização, baseada num modelo que fosse simples, sequencial e objetivo o suficiente para ser entendido por um leitor menos experiente na matéria, sem deixar de ser robusto, de forma a trazer algum valor acrescido. Organizou-se o trabalho em seis capítulos, incluindo as devidas introduções e os objetivos que se querem atingir em cada um deles.

No **Capítulo 1**, aborda-se a temática dos motores de indução trifásicos com rotor em gaiola de esquilo. Define-se o motor como elemento mecânico capaz de produzir trabalho e explica-se a base do seu funcionamento, bem como a sua constituição mecânica. Abordam-se estudos matemáticos que tornaram possível a evolução das técnicas de modelização e quais as últimas técnicas de controlo existentes.

No **Capítulo 2**, aborda-se a temática da estimação de parâmetros mecânicos (objetivo deste Trabalho de Projeto). Analisa-se a metodologia em sistemas virtuais, afere-se sobre a sua viabilidade e determina-se quais os possíveis erros que se assumem na sua implementação. É um capítulo dedicado à definição e constatação da metodologia proposta.

No **Capítulo 3**, apresenta-se um estudo de viabilidade da técnica de estimação exposta. No decorrer do Capítulo 2 deparou-se com certas variáveis do sistema que podiam originar erros grosseiros na estimação dos parâmetros do motor e que era necessário analisar dentro de intervalos de valores maiores, para se ter uma ideia mais ampla do problema. Analisa-se também a sensibilidade dos valores estimados (parâmetros mecânicos) face ao binário eletromagnético que seria estimado (os parâmetros do motor dependem da estimação do binário eletromagnético desenvolvido no seu entreferro).

No **Capítulo 4** (núcleo de todo o trabalho exposto), descrevem-se os ensaios laboratoriais (aplicação prática da técnica de estimação de parâmetros), considerando um sistema composto pelo motor, pela carga e por todos os equipamentos envolventes. Faz-se o tratamento e aferição dos dados obtidos a partir dos ensaios laboratoriais. Com base no conhecimento das equações que descrevem a dinâmica dos motores em análise, organizaram-se os dados obtidos e recolheu-se o máximo de informação possível, com vista a atingir os objetivos propostos inicialmente.

No **Capítulo 5**, apresentam-se as notas finais, é um espaço onde se faz um resumo sobre a metodologia usada e se discutem os valores encontrados ao longo do trabalho desenvolvido. Apresenta-se uma conclusão geral do trabalho e aborda-se sobre as possíveis aplicações deste estudo, as vantagens e desvantagens da metodologia e referem-se ainda os

cuidados necessários se se pretender utilizar a técnica desenvolvida num ambiente industrial. No final sugere-se algumas direções para trabalhos futuros.

No **Capítulo 6** e último, apresenta-se a bibliografia consultada e que deu suporte ao trabalho desenvolvido.

No **Apêndice A** é apresentado o esquema de interligação do sistema utilizado no modelo Simulink do Matlab.

No **Apêndice B** apresenta-se os *scripts* que tornaram possível, não só ler as folhas de dados exportadas do Osciloscópio e *LabView*, mas também a estimação dos parâmetros mecânicos.

2 - Estimação de parâmetros

Este capítulo é dedicado à comprovação do método proposto para a estimação de parâmetros mecânicos do MIT. O método em análise baseia-se na curva da tensão originada pela energia remanescente do campo eletromagnético (no momento em que se interrompe a alimentação ao motor).

Nesta secção do trabalho apresentam-se as simulações efetuadas em ambiente *Simulink/Matlab* bem como os estudos analíticos que garantem a viabilidade e exequibilidade da metodologia em estudo. Determinam-se ainda os erros associados a este processo de estimação de parâmetros.

Identificaram-se duas situações dos casos reais de sistemas mecânicos e que originou duas variantes na aplicação da metodologia, nomeadamente, quando se conhece a inércia da máquina e/ou do sistema de acionamento e quando se desconhece. Com base na informação deste parâmetro (inércia conhecida ou desconhecida), procedeu-se a um conjunto de simulações dos sistemas mecânicos virtuais que mais se aproximam aos casos reais.

Simulou-se um sistema formado por um MIT e por uma carga e foi-se associando paulatinamente os principais binários de atrito (atrito viscoso, atrito com ar e atrito estático ou de *Coulomb*). As experiências dividiram-se em dois grupos, numa primeira etapa considerou-se que se conhece a inércia do motor, analisaram-se as curvas dos sinais que intervêm nas equações que descrevem o estado da dinâmica da máquina e, com base nisso, estimou-se as variáveis mecânicas desconhecidas; numa segunda etapa considerou-se desconhecida a inércia do motor (constituindo-se em mais uma variável a ser estimada), nesta situação a estimação dos parâmetros elétricos e mecânicos está intrinsecamente ligada à estimação do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina.

O fluxograma apresentado na Figura 2.1 descreve de forma sucinta as etapas da metodologia de estimação de parâmetros, seguidas nesta fase de simulações.

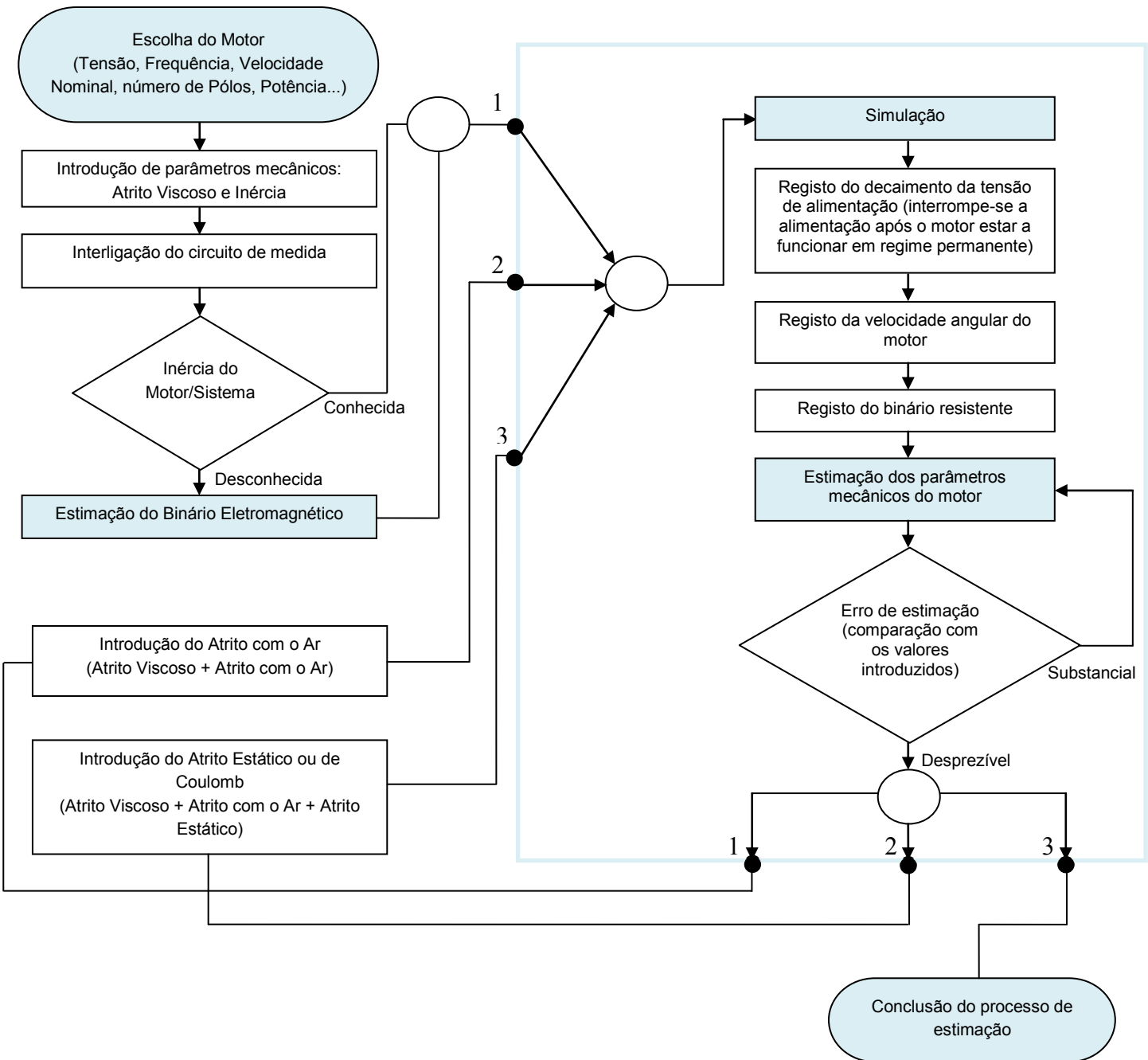


Figura 2.1 – Sequência da metodologia de estimação de parâmetros

Nota: A informação no fluxograma da Figura 2.1 é unidirecional. A entrada 1 produz a saída 1, a entrada 2 produz a saída 2 e a entrada 3 produz a saída 3.

Na secção 2.1 passa-se a descrever os ensaios efetuados, começando pelo caso da estimação de parâmetros considerando que a inércia da máquina é conhecida.

2.1 – Simulações considerando que se conhece a inércia da máquina

2.1.1– Simulação em vazio (com binário resistente devido ao atrito viscoso)

Nesta primeira etapa de simulações, considerou-se que se conhece a inércia da máquina. Simulou-se inicialmente o motor em vazio e analisou-se os parâmetros mecânicos intrínsecos à sua dinâmica e que condicionam o seu funcionamento (binários de atrito).

Numa primeira iteração com a máquina, associou-se ao sistema apenas o atrito viscoso, que é um parâmetro que aparece devido à lubrificação do motor.

A Tabela 2.1 dá-nos os detalhes do motor escolhido para as simulações (escolhido dentro de uma gama possível no Simulink/Matlab).

Tabela 2.1 - Motor escolhido para simulação no Simulink/Matlab.

Características do Motor Simulado			
Elétrica	Tensão (V)	Frequência (Hz)	Velocidade Síncrona (rpm)
	400	50	1500
Mecânica	Pólos	Potência (kW)	Velocidade Nominal (rpm)
	4	4	1430

O momento de inércia do motor é conhecido e vale $J = 0.0131 \text{ kgm}^2$.

A Figura 2.2 ilustra parte do sistema formado, contendo o motor virtual em análise.

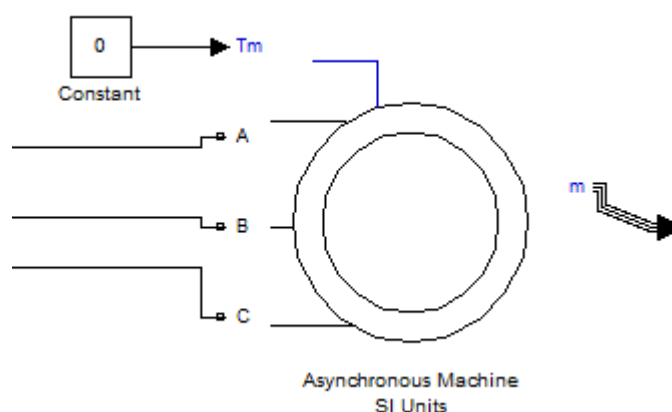


Figura 2.2 – Motor escolhido para as simulações no Simulink/Matlab.

Onde:

$T_m \Leftrightarrow$ Binário de carga;

A, B e C \Leftrightarrow Terminais de alimentação do motor;

m \Leftrightarrow Parâmetros de saída do motor.

Na Figura 2.3 apresenta-se o bloco de parametrização do motor contendo os vários parâmetros usados na simulação.

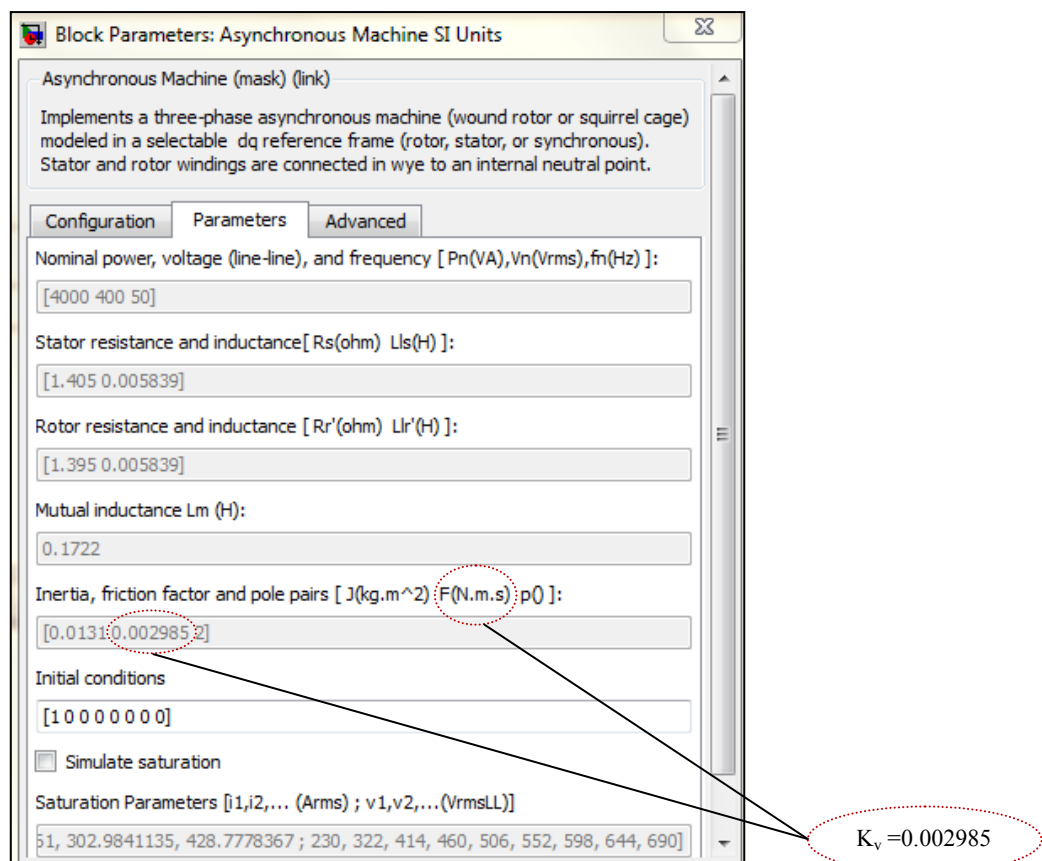


Figura 2.3 - Bloco de parametrização do motor.

Na penúltima linha do bloco de parametrização, observa-se a representação do coeficiente de atrito viscoso, K_v . Tal como foi dito no princípio desta secção, é o único atrito existente nesta primeira etapa de simulações. O atrito viscoso varia linearmente com a velocidade, sendo diretamente proporcional à velocidade de rotação do veio da máquina. Contrariamente ao valor do atrito viscoso, o coeficiente K_v é um valor fixo, sendo constante ao longo do tempo de simulação do MIT.

$K_v \Leftrightarrow$ Friction Factor (Fator de Fricção ou Coeficiente de Atrito Viscoso)².

Passou-se à simulação propriamente dita, após deixar-se o motor a funcionar pelo tempo necessário para que atingisse o regime permanente (1 segundo), interrompeu-se a sua alimentação e registou-se a evolução do decaimento da tensão de alimentação, conforme a Figura 2.4.

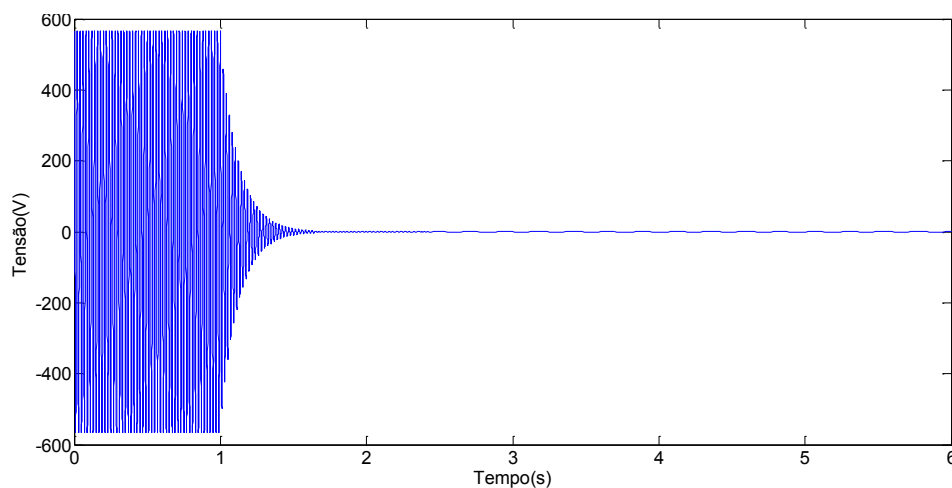


Figura 2.4 – Decaimento da tensão de alimentação do motor.

Para se ter uma maior percepção do decaimento da tensão de alimentação, fez-se um *zoom* no gráfico anterior (Figura 2.4), ficando-se com uma nova imagem desde $t = 1$ s a $t = 6$ s conforme a Figura 2.5.

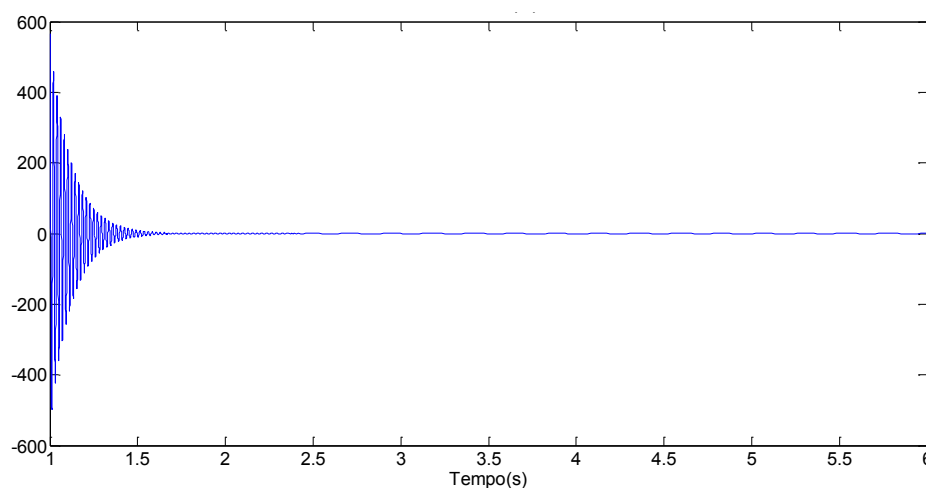


Figura 2.5 – Decaimento da tensão de alimentação do motor a partir da interrupção

² Coeficiente representado no Matlab por F

A evolução dos parâmetros mecânicos do MIT, nomeadamente dos atritos resistivos, depende da evolução da velocidade angular. Representou-se graficamente a evolução desta grandeza desde o momento do arranque do motor até o decaimento da sua velocidade no veio, conforme demonstra a Figura 2.6.

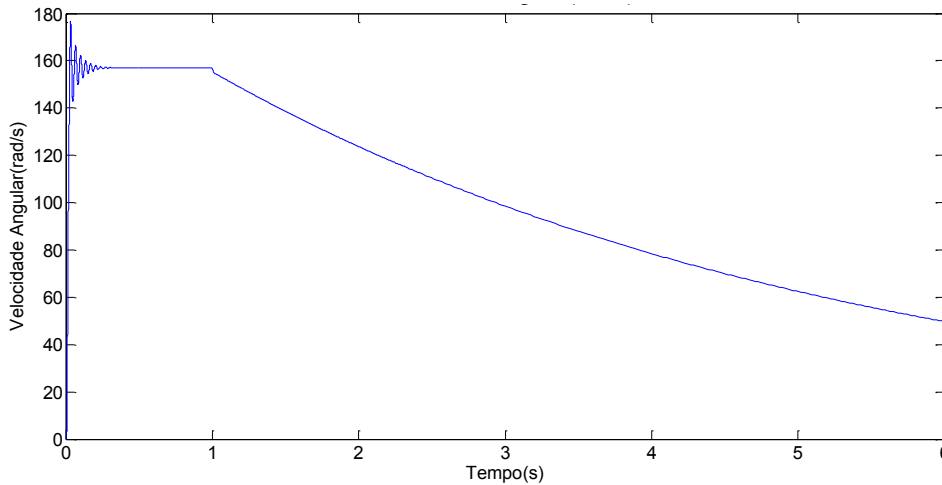


Figura 2.6 – Decaimento da velocidade angular do motor

Fez-se um ajuste na imagem para conter apenas a informação que é mais relevante (desde $t = 1s$ em diante):

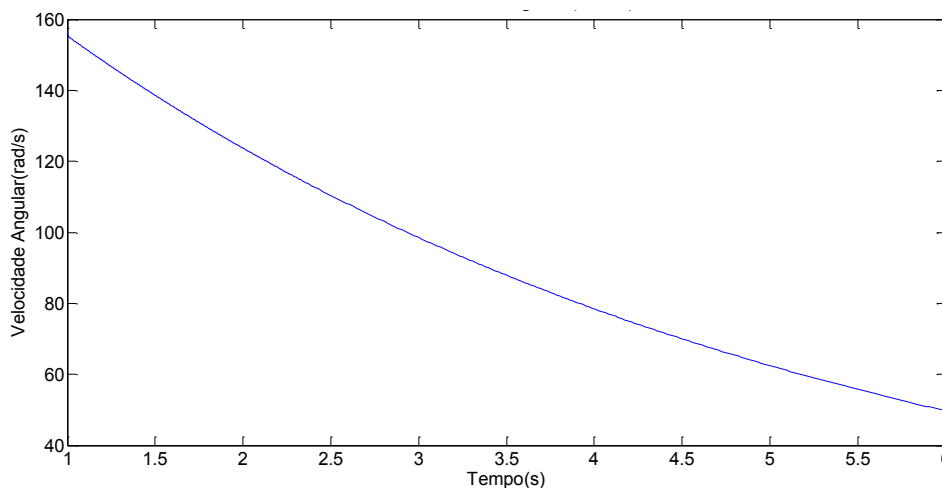


Figura 2.7 – Decaimento da velocidade angular do motor a partir da interrupção

Por observação gráfica, conclui-se que a curva que descreve a velocidade angular do motor em desaceleração (simulado em vazio), nos pontos de interesse ($t = 1$ s em diante), é aproximadamente uma reta. No entanto, devido a existência do binário de atrito associado à lubrificação ou fricção viscosa, a reta é menos acentuada.

O motor leva mais tempo a parar devido a ausência de atritos significativos no seu rotor. A ausência de carga e de binários de atrito significativos para contrariar o movimento do veio do motor, faz com que quase não haja objeção na velocidade de rotação do mesmo, conduzindo a um aumento do tempo de rotação do veio após supressão da alimentação.

Achou-se a expressão geral da curva da velocidade angular (a partir de $t = 1$ s em diante), que servirá para os cálculos posteriores:

$$\omega(t) = 195.66e^{-0.228t} \quad (14)$$

Embora a descrição da trajetória da velocidade angular (a partir de $t=1$ s) aparente ser uma reta, a expressão que melhor descreve esse comportamento é exponencial.

Fazendo a sua derivada, para obter-se a aceleração angular do motor, vem:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d(195.66e^{-0.228t})}{dt} = -\frac{44.6105}{e^{0.228t}} \quad (15)$$

Sabe-se da equação (5) (equação da dinâmica do motor), que:

$$T_e = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + T_m + T_r \quad (16)$$

Sabe-se também que o atrito resistivo existente no sistema é originado pela lubrificação da máquina, o que nos conduz à expressão da dinâmica do motor para este ensaio em particular:

$$T_e = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + T_m + K_v \cdot \omega(t) \quad (17)$$

Onde:

$T_e \Leftrightarrow$ Binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina

$K_v \cdot \omega(t) = T_r \Leftrightarrow$ Expressão do binário resistente (atrito viscoso) submetido ao motor em simulação;

$K_v \Leftrightarrow$ Coeficiente de fricção viscosa (aparecimento devido a lubrificação, líquidos em regime laminar);

$T_m \Leftrightarrow$ Binário de carga.

Representação genérica matricial da equação dinâmica do motor:

$$\begin{bmatrix} \omega(t) & \frac{d\omega(t)}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_v \\ J \end{bmatrix} = [0] \quad (18)$$

Ao final de 1 segundo de funcionamento, suprimiu-se a alimentação do motor, o que provocou um binário eletromagnético nulo $T_e = 0$ (correntes nulas), por sua vez, pelo facto da simulação ter sido feita em vazio, o binário de carga também é nulo $T_m = 0$, ficando no final:

$$0 = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + T_r \Leftrightarrow T_r = -J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (19)$$

Com base nestas alterações (expressão (17)), obteve-se a equação geral que descreve a dissipação da energia remanescente no motor, que obriga a que ele pare de rodar no momento em que se corta a alimentação aos seus enrolamentos estáticos:

$$T_r = -J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (20)$$

Essa dissipação é tanto maior, quanto maior for o binário resistente existente no sistema. Substituiu-se a expressão (15) da aceleração angular, bem como o valor conhecido do momento de inércia ($J = 0.0131 \text{ kgm}^2$) e concretizou-se os cálculos:

$$T_r = -J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) \Leftrightarrow T_r = -0.0131 \left(-\frac{44.6105}{e^{0.228 \cdot t}} \right) \Leftrightarrow T_r = \frac{0.5844}{e^{0.228 \cdot t}} \quad (21)$$

Substituindo o valor de T_r na expressão anterior (21), vem:

$$K_v \cdot \omega(t) = \frac{0.5844}{e^{0.228 \cdot t}} \Leftrightarrow K_v = \frac{0.5844}{\omega(t)} \quad (22)$$

A partir da expressão (21) traçou-se graficamente o comportamento do binário de atrito resistivo:

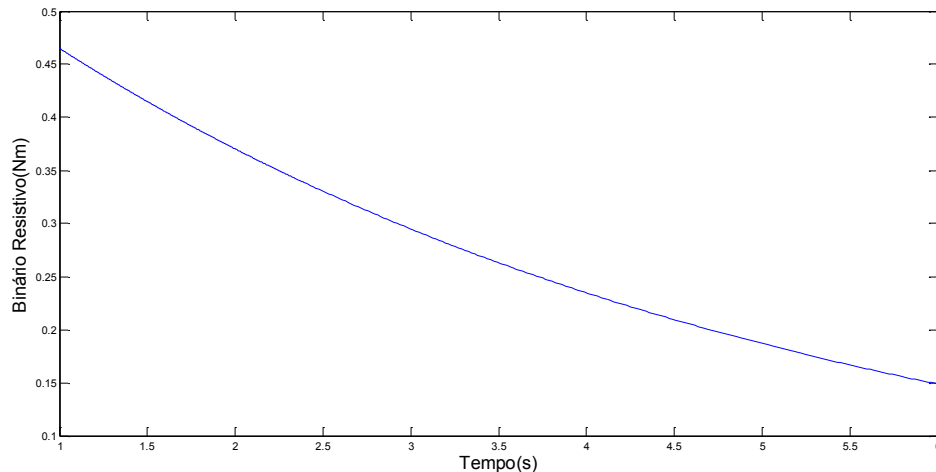


Figura 2.8 – Binário resistente submetido ao motor simulado

Atendendo ao facto de que o único binário de atrito existente no sistema é relativo à lubrificação da máquina e sabendo da sua expressão geral que este varia com a velocidade angular, logo, o seu comportamento gráfico é o espelho da velocidade angular ao longo do tempo, conforme descreve o gráfico da Figura 2.8.

Para estimar o valor do coeficiente em análise (K_v , coeficiente de atrito viscoso), arbitraram-se três valores de tempo e recorreu-se ao gráfico da velocidade angular para encontrar-se os correspondentes valores de velocidade e resolver-se a equação, como se passa a demonstrar.

Testou-se inicialmente um valor de tempo $t = 2.5s$ o que corresponde a uma velocidade angular de $\omega(2.5s) = 110.7 \text{ rad/s}$:

$$K_v = \frac{0.5844}{e^{0.228t}} = \frac{0.5844}{110.7} = 2.985 \cdot 10^{-3} \text{ Nms}$$

Procedeu-se de igual modo para os restantes valores de tempo escolhidos, para se ter a certeza que o valor do coeficiente de atrito viscoso se mantinha inalterado, conforme descreve a Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Valores estimados para o coeficiente de atrito viscoso

Cenário	Tempo (s)	T_r (Nm)	$\omega(t)$ (rad/s)	K_v (Nms)
1	2.5	0.3305	110.7	0.002985
2	3.5	0.2631	88.11	0.002985
3	5.5	0.1668	55.86	0.002985

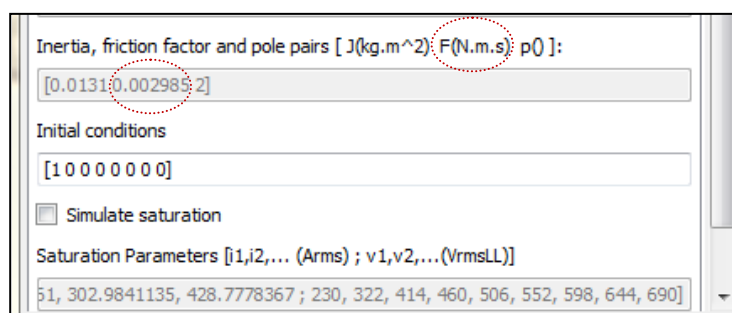
Tal como se pretendia, obteve-se o valor do coeficiente de atrito viscoso conforme aparece no modelo experimental do motor. Partiu-se de uma situação conhecida inicialmente ($K_v = 0.002985 \text{ Nms}$) e a partir da medida da tensão remanescente no motor e das equações que regem a sua dinâmica em desaceleração (após supressão da alimentação) conseguiu-se estimar o coeficiente de atrito viscoso com um erro nulo. Comprova-se desta forma a eficácia da metodologia proposta para esta etapa de simulação.

2.1.2– Simulação com carga, incorporação de um ventilador no veio do motor

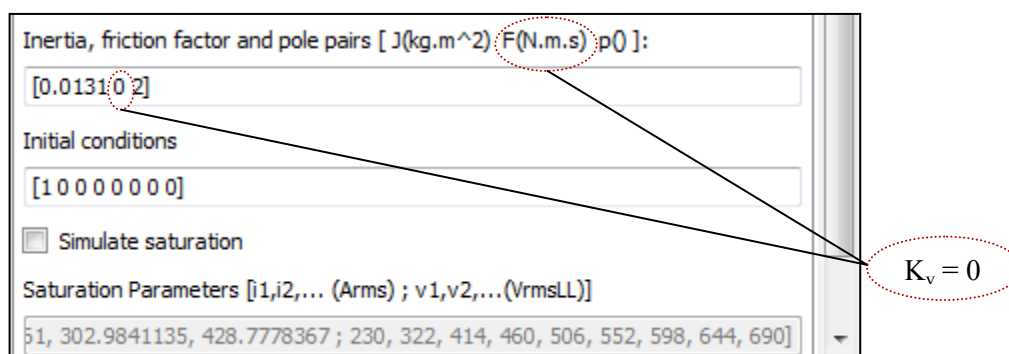
Num segundo estágio de simulações, trabalhou-se com o mesmo motor e acoplou-se ao rotor um binário de carga que simula o comportamento de um ventilador. O binário resistente para esta nova experiência será o somatório dos efeitos do atrito provocado pela lubrificação da máquina (atrito viscoso) com o atrito com o ar (ventilador). O objetivo neste

caso será, com a metodologia proposta, chegar aos valores dos coeficientes de atrito associados ao motor.

Alterou-se os parâmetros internos do motor, passou-se a zero o coeficiente de atrito viscoso e simulou-se num bloco de funções fora do MIT para mais facilmente poder ser manipulado sempre que houver necessidade, conforme o bloco de parametrização da Figura 2.9.



a)



b)

Figura 2.9 – Nova parametrização do motor

Por sua vez, a Figura 2.10 mostra a alteração feita no sistema global de medida. Extraíu-se a parte do circuito que representa o MIT e o ventilador, sendo um extrato do sistema global de medida:

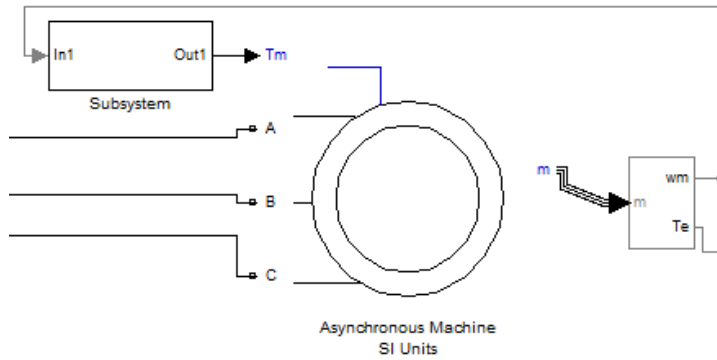


Figura 2.10 – Representação do MIT e carga

O ventilador é representado matematicamente pelo produto do quadrado da velocidade angular pelo coeficiente de atrito com o ar (ver Equação 7).

Simulou-se o ventilador e o atrito viscoso num subsistema acoplado ao veio do MIT conforme a Figura 2.11, interior do subsistema que simula a carga (ventilador e atrito viscoso):

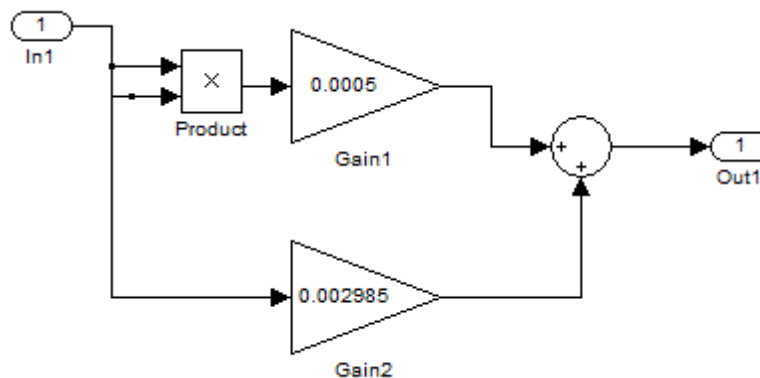


Figura 2.11 – Subsistema simulando a carga aplicada ao MIT (ventilador e atrito viscoso)

Onde:

In1 ⇔ Entrada do subsistema (velocidade angular em rad/s);

Gain1 ⇔ Coeficiente de atrito com o ar ($K_a = 0.0005$);

Gain2 ⇔ Coeficiente de atrito viscoso ($K_v = 0.002985$);

Out1 ⇔ Saída do subsistema ($T_r = K_v \cdot \omega(t) + K_a \cdot \omega(t)^2$).

Tem-se como definição inicial, o binário resistente originado pelo ventilador $T_{r1} = K_a \cdot \omega(t)^2$, com $K_a = 0.0005$ e o binário resistente originado pela viscosidade $T_{r2} = K_v \cdot \omega(t)$, com $K_v = 0.002985$.

Partiu-se da equação dinâmica que rege o comportamento do motor e associou-se matematicamente o ventilador ao rotor da máquina. A equação dinâmica da máquina será dada por:

$$T_e = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + T_m + T_r \quad (23)$$

O binário de carga (T_m) continua a ser nulo, uma vez que a carga associada ao veio da máquina apenas produz um binário resistente que varia quadraticamente com a velocidade angular, sendo a sua inércia desprezável face à inércia do motor.

A expressão geral da dinâmica do sistema fica igual a:

$$T_e = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \quad (24)$$

A representação genérica matricial da equação dinâmica do motor é dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\omega(t)}{dt} & \omega(t)^2 & \omega(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = [T_e] \quad (25)$$

Manipulou-se a nova equação dinâmica para a situação de tempo $t \geq 1$ s, sabe-se que o binário eletromagnético, T_e , é nulo a partir deste instante (correntes nulas no motor), o que resulta em:

$$0 = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \Leftrightarrow K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) = -J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t)$$

Simulou-se as alterações efetuadas no sistema e registou-se os valores dos sinais associados.

Começou-se por traçar graficamente o sinal da tensão de alimentação, conforme a Figura 2.12.

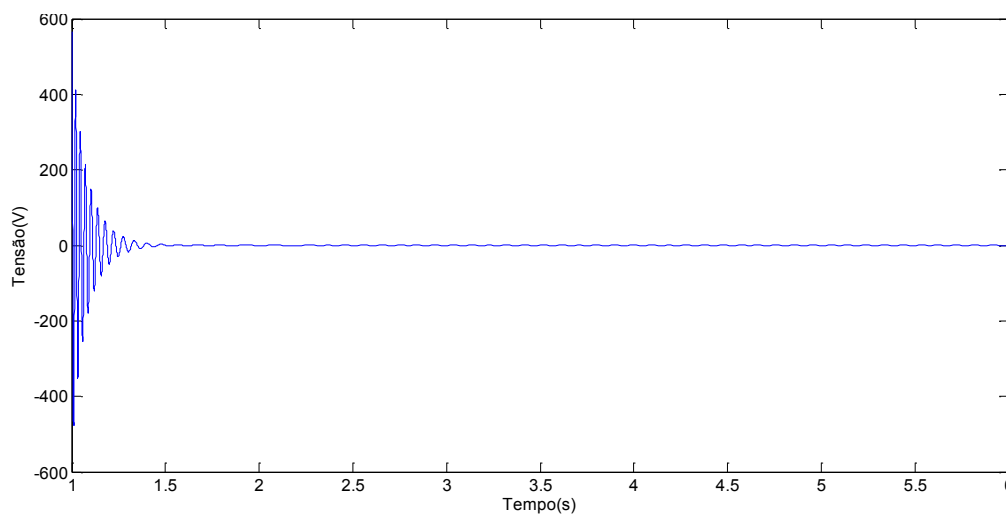


Figura 2.12 – Gráfico da tensão de alimentação

Simulou-se ainda as alterações efetuadas na velocidade angular, tal como se mostra na Figura 2.13.

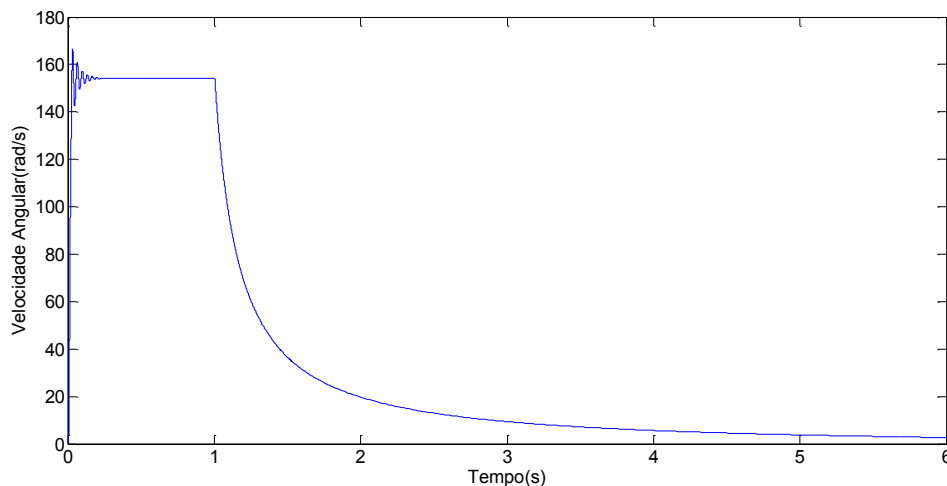


Figura 2.13 – Gráfico da velocidade angular do motor

Fez-se um ajuste ao gráfico apresentado na Figura 2.13 para conter apenas a informação relevante e que é apresentada na Figura 2.14.

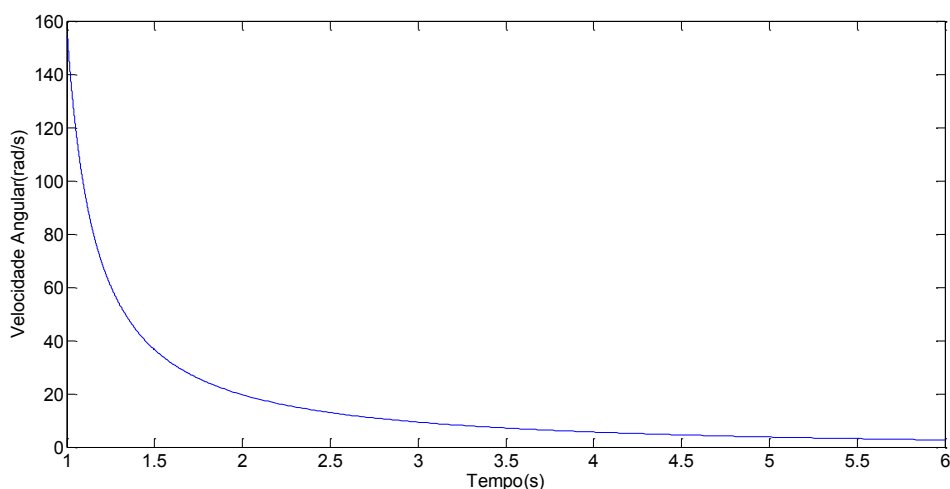


Figura 2.14 – Gráfico da velocidade angular do motor ($t \geq 1s$)

Por observação gráfica, constata-se que o rotor sofre um abrandamento mais brusco, o motor leva menos tempo a parar. O ventilador associado ao veio do motor, obriga a que ele rode mais lentamente (existência de atrito com o ar), a partir do momento do corte da alimentação.

Obteve-se então uma equação matemática que pode ser usada para descrever a curva do ajuste da velocidade angular:

$$\omega(t) = 118.29 \cdot t^{-2.285} \quad (25)$$

A expressão geral da velocidade angular é relevante nesta metodologia, na medida em que a partir desta, chega-se mais facilmente à expressão da aceleração angular e conseqüentemente ao binário de atrito resistivo.

Voltou-se a traçar o gráfico da velocidade angular com a expressão encontrada, analisou-se o resultado do mesmo e observou-se uma certa discrepância nos valores, isto é, houve uma diferença acentuada entre o gráfico gerado por simulação e o dado pela expressão encontrada.

Devido a este efeito, recorreu-se a um outro método para obter a derivada da velocidade angular ou aceleração angular.

A partir do *Array* da velocidade angular e do tempo de simulação, usou-se o método da diferença e derivada aproximada, conforme o extrato do *script* abaixo:

```
%simout1 - array_velocidade angular_workspace

%simout1.time <=> valores do tempo obtidos por simulação

%simout1.signals.values <=> valores da velocidade angular obtidos por
simulação

syms dw dt k1 k2 k3

t = simout1.time;

w = simout1.signals.values;

dw = diff(simout1.signals.values); % array_derivada pontual da velocidade
angular
% diff(dw) ⇔ [dw(2)-dw(1) dw(3)-dw(2) ... dw(n)-dw(n-1)].

dt = diff(simout1.time); %array_derivada pontual do tempo
% diff(dt) ⇔ [dt(2)-dt(1) dt(3)-dt(2) ... dt(n)-dt(n-1)].

Tr=-0.0131.*(dw./dt);

plot(t,w);

plot(t,Tr);

[k1
k2]=solve('(k1*5.653+k2*(5.653^2)=0.03268)', '(k1*4.577+k2*(4.577^2)=0.02402)');

K1 = 0.002985;

K2 = 0.0004954;
```

Conforme descreve o extrato do *script* acima, calculou-se a derivada aproximada da velocidade angular em função do tempo (aceleração angular), e, logo a seguir, escolheu-se dois cenários de tempo (valores de tempo arbitrados, $t = 4\text{s}$ e $t = 4.5\text{s}$) tal como na simulação anterior, criou-se um sistema de duas equações diferenciais a 2 incógnitas para se conseguir estimar os dois coeficientes de atrito que se procura. Obteve-se os valores da velocidade angular e da aceleração angular para os cenários de tempo escolhidos, e determinou-se os valores dos coeficientes em análise.

Assim, representou-se graficamente a evolução da aceleração angular obtida pela derivada aproximada dos valores da velocidade angular, conforme a Figura 2.15 que se segue.

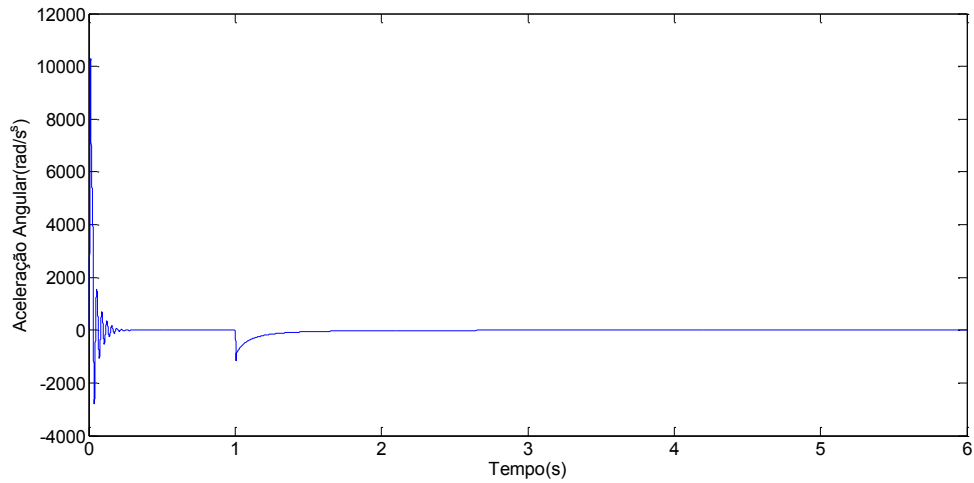


Figura 2.15 – Gráfico da aceleração angular

Selecionou-se parte do sinal para corresponder aos valores de tempo de maior interesse ($t \geq 1s$), conforme descreve a Figura 2.16.

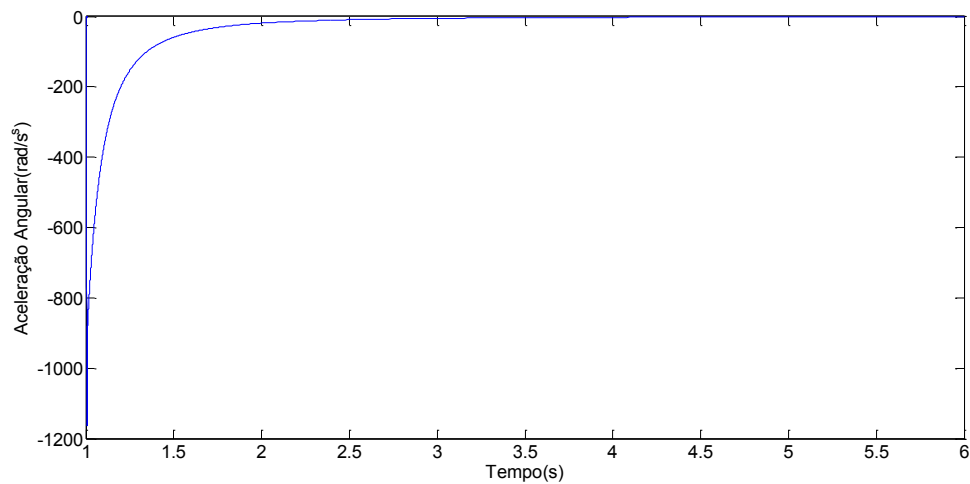


Figura 2.16 – Gráfico da aceleração angular (a partir de $t = 1s$)

Sabe-se que, $K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) = -J \cdot \alpha(t)$ com $T_r = -J \cdot \alpha(t)$.

Substituiu-se o valor do momento de inércia conhecido ($J = 0.0131$) e os valores encontrados da aceleração angular na expressão do resistente:

$$T_r = -0.0131 \cdot \alpha(t)$$

De seguida traçou-se graficamente o comportamento da binário resistente ao longo do tempo, conforme a Figura 2.17.

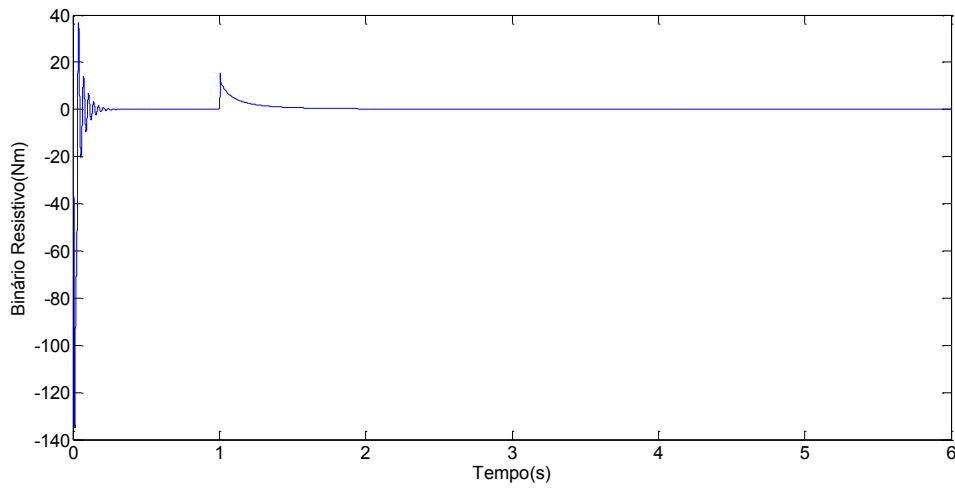


Figura 2.17 – Gráfico do binário resistente submetido ao motor

Selecionou-se o sinal ($t \geq 1s$):

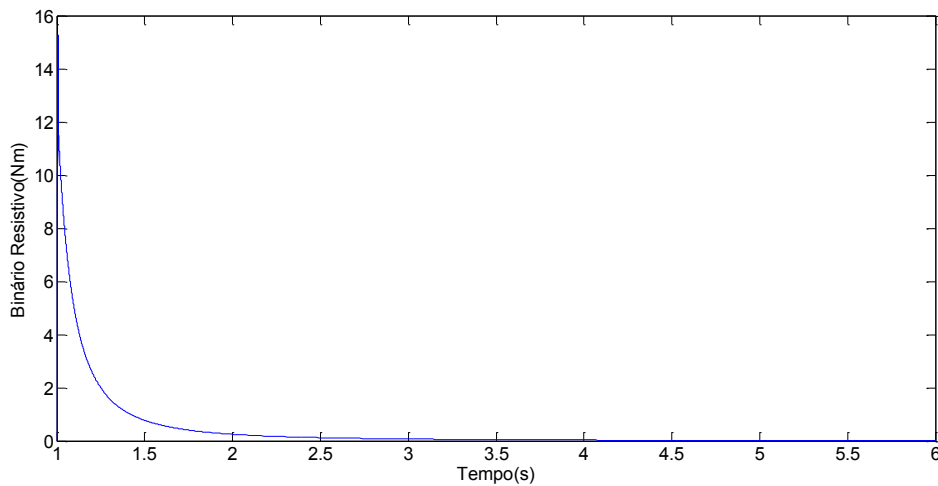


Figura 2.18 – Gráfico do binário resistente submetido ao motor ($t \geq 1s$)

A Tabela 2.3 apresenta os valores de tempo escolhidos, bem como os respetivos valores do binário resistente (composto pelo atrito viscoso e pelo atrito com ar) e da velocidade angular nestes instantes.

Tabela 2.3 – Par de valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	T_r (Nm)	$\omega(t)$ (rad/s)
1	4	0.03268	5.653
2	4.5	0.02402	4.577

Com os valores da Tabela 2.3 criou-se um sistema de duas equações diferenciais a duas incógnitas para se poder determinar os coeficientes em análise (K_v e K_a):

$$\begin{cases} -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \\ -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0.0131 \cdot (-2.495) = K_a \cdot (5.653)^2 + K_v \cdot (5.653) \\ -0.0131 \cdot (-1.834) = K_a \cdot (4.577)^2 + K_v \cdot (4.577) \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema e obteve-se: $K_v = 0.002985$ e $K_a = 0.0004954$.

De seguida, avaliou-se os valores estimados face aos valores esperados do ponto de vista do erro relativo. Os resultados apresentam-se na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
K_v	0.002985	0.002985	0
K_a	0.0005	0.0004954	0.92

O sistema de equações formado pode ser resolvido de diversas formas, sendo possível afetar o valor de erro relativo. O sistema de equações formado foi resolvido com base na função ‘Solve’ do Matlab. Passa-se a citar uma nota sobre a resolução de sistemas de equações lineares³: “Um dos problemas mais importantes na técnica de computação é a solução de sistemas de equações lineares. Em notação matricial, o problema geral toma a

³ Citação baseada na documentação Matlab

seguinte forma: Dadas duas matrizes A e B, existe uma única matriz X, de modo que, $A \cdot X = B$ ou $X \cdot A = B$? O Software Matlab resolve os sistemas de equações com mais de uma variável sem calcular a inversa da matriz A [29].

Embora não seja a notação matemática padrão, o Matlab usa a terminologia de divisão familiar no caso escalar para descrever a solução de um sistema geral de equações simultâneas. Os dois símbolos de divisão, *Slash*, / e *BackSlash*, \, correspondem as duas funções Matlab *mldivide* e *mrdivide*. As funções *mldivide* e *mrdivide* são usadas para as duas situações onde a matriz desconhecida aparece à esquerda ou à direita da matriz de coeficientes”.

Com base na informação acima, voltou-se a resolver o sistema de equações formado, mas desta vez recorrendo à inversa da matriz de coeficientes (matriz A), bastando para isso garantir que ela seja invertível:

$$\begin{bmatrix} 5.653^2 & 5.653 \\ 4.577^2 & 4.577 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0131 \cdot (-2.495) \\ -0.0131 \cdot (-1.834) \end{bmatrix} \text{ (Sistema do tipo } A \cdot X = B \text{)}$$

A matriz A é invertível, logo, $A^{-1} \cdot B$ é solução do sistema.

$$\begin{bmatrix} K_a \\ K_v \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0004954 \\ 0.002985 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Resolvendo o sistema por um ou por outro método, o erro manteve-se inalterado.

Para garantir que os valores das variáveis estimadas se mantêm inalterados em toda gama de tempo da simulação (todo *span*), voltou-se a criar outros cenários de tempo e a estimar-se os valores dos coeficientes procurados. Aumentou-se a distância entre os pontos (valores de tempo arbitrados, $t = 3.5s$ e $t = 5.5s$). Retornou-se ao sistema de duas equações diferenciais a 2 incógnitas e substituiu-se os novos valores arbitrados:

```
Tr=-0.0131.*(dw./dt);
plot(t,w);
plot(t,Tr);
[k1
k2]=solve('(k1*7.154+k2*(7.154^2)=0.04665)', '(k1*3.152+k2*(3.152^2)=0.01398)');
```

$$K_1 = 0.002981;$$

$$K_2 = 0.0004954;$$

A Tabela 2.5 apresenta os novos valores de tempo escolhidos, e os respectivos valores de velocidade angular e binário resistente nos instantes escolhidos.

Tabela 2.5 – Par de valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	T_r (Nm)	$\omega(t)$ (rad/s)
1	3.5	0.04665	7.154
2	5.5	0.01432	3.152

Onde cada linha da Tabela 2.5 corresponde a uma equação no sistema formado:

$$\begin{cases} -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \\ -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.04665 = K_a \cdot (7.154)^2 + K_v \cdot (7.154) \\ 0.01432 = K_a \cdot (3.152)^2 + K_v \cdot (3.152) \end{cases}$$

Concretizou-se os cálculos e obteve-se, $K_v = 0.002981$ e $K_a = 0.0004954$.

Estimou-se os coeficientes mecânicos associados aos atritos do sistema e voltou-se a analisar o valor do erro relativo (em módulo) associado a essa nova simulação. O resultado é apresentado na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coefficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
K_v	0.002985	0.002981	0.13
K_a	0.0005	0.0004954	0.92

Resolveu-se ainda matricialmente o sistema formado e voltou-se a analisar o valor do erro. O sistema a resolver é:

$$\begin{bmatrix} 7.154^2 & 7.154 \\ 3.152^2 & 3.152 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.04665 \\ 0.01432 \end{bmatrix} \text{ (Sistema do tipo } A \cdot X = B \text{)}$$

A matriz A é invertível, logo, $A^{-1} \cdot B$ é solução do sistema.

$$\begin{bmatrix} K_a \\ K_v \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0004954 \\ 0.002985 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Analisou-se o valor do erro relativo associado a essa nova estimação, conforme a Tabela 2.7.

Tabela 2.7 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
K_v	0.002985	0.002985	0
K_a	0.0005	0.0004954	0.92

Resolvendo o sistema matricialmente, garante-se valores de erro mais baixos.

Garante-se assim que o valor médio das constantes é o mesmo, qualquer que seja a gama de valor de tempo escolhido.

Para esta fase de simulação os valores encontrados são considerados bastante aceitáveis. Não se obteve uma situação similar a anterior em que se tinha um valor de erro nulo, no entanto, o módulo do valor de erro relativo é em média inferior a 0,5% o que se pode considerar um erro satisfatório.

A próxima fase de simulações consistirá em associar ao motor mais um fator de atrito, atrito estático, e analisar como se comporta o motor e como se alteram as curvas associadas ao mesmo.

2.1.3– Simulação com carga, binário de atrito devido ao ventilador, viscosidade e ao atrito de *Coulomb*

Numa última etapa de simulações, adicionou-se ao veio do motor (para além da carga da simulação passada que foi um ventilador) um valor de atrito estático ou de *Coulomb*, que é um atrito associado à fricção seca. Este atrito embora seja desprezável em muitas situações, será estudado aqui nesta secção e estimado como forma de aferir a metodologia de estimação de parâmetros.

O coeficiente de atrito estático ou de *Coulomb* tem o seu maior impacto concentrado no arranque do motor, quando o motor transita do estado parado para o de movimento. Neste instante, é onde existe o pico máximo de ação da constante de *Coulomb*. Nos ensaios e experiências laboratoriais, as ondas associadas às tensões trifásicas do motor serão obtidas após o motor estar a funcionar em regime permanente, ou seja, após ter atingido a sua zona de funcionamento estável.

Para se concretizar esta nova etapa, voltou-se a armar o circuito inicial e a alterar-se o subsistema que descreve a carga aplicada ao veio do motor (acréscimo da constante de atrito estático), como mostra a Figura 2.19.

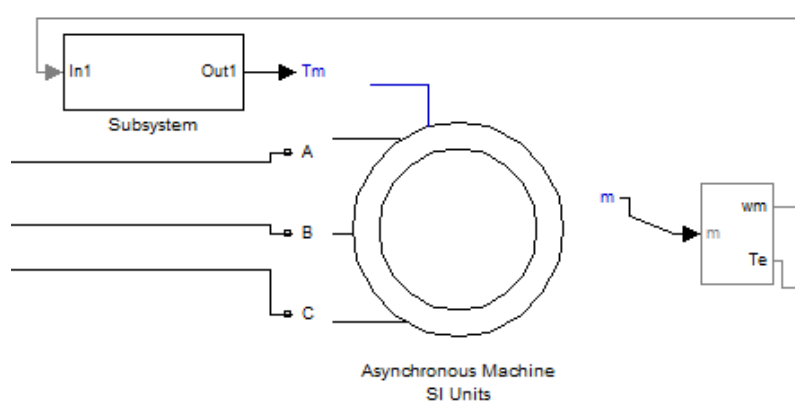


Figura 2.19 – Extrato do sistema de medição com referência à carga e ao motor usado

O subsistema que simula a carga é descrito pelos parâmetros representados na Figura 2.20.

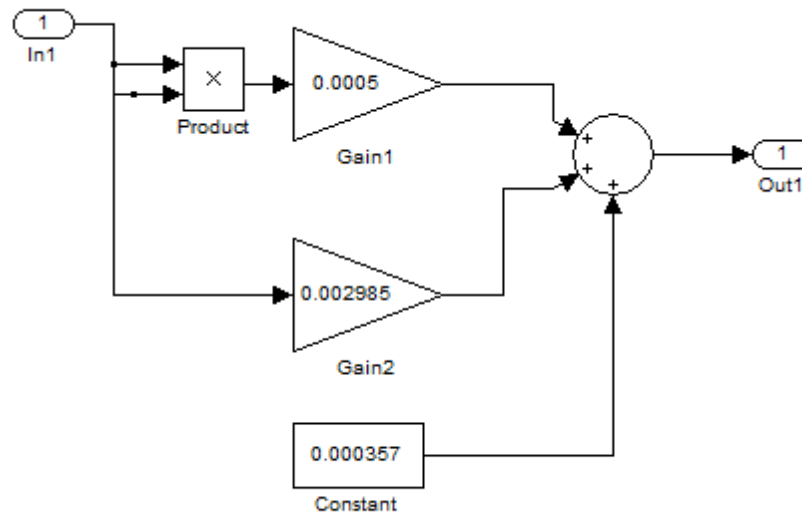


Figura 2.20 – Interior do subsistema que simula a carga aplicada ao motor

Onde:

In1 \Leftrightarrow Entrada do subsistema (velocidade angular em rad/s);

Gain1 \Leftrightarrow Coeficiente de atrito com o ar ($K_a = 0.0005$);

Gain2 \Leftrightarrow Coeficiente de atrito viscoso ($K_v = 0.002985$);

Constant \Leftrightarrow Coeficiente de atrito estático ou de *Coulomb* ($K_d = 0.000357$);

Out1 \Leftrightarrow Saída do subsistema $T_r = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d$.

O binário resistente com a inclusão deste novo parâmetro (atrito estático ou de *Coulomb*) sofre uma alteração na sua expressão geral, a partir do primeiro instante de simulação o motor sofre a ação dos três principais atritos associados à ventilação, lubrificação e à fricção seca.

Binário associado ao atrito com o ar (ventilador): $T_{r1} = K_a \cdot \omega(t)^2$

Binário associado ao atrito provocado pela lubrificação: $T_{r2} = K_v \cdot \omega(t)$

Binário associado ao atrito provocado pela fricção seca: $T_{r3} = K_d$

Com os valores dos coeficientes de atrito definidos inicialmente: $K_a = 0.0005$, $K_v = 0.002985$ e $K_d = 0.000357$.

No final o motor fica submetido a um binário de atrito total, que será a soma (em cada instante de tempo) das ações dos três atritos descritos anteriormente:

$$T_r = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d$$

Recorreu-se novamente à equação que descreve o comportamento dinâmico do motor, manipulou-se com base no novo estado do motor e obteve-se:

$$T_e = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + T_m + K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d \quad (27)$$

A representação genérica matricial da equação dinâmica do motor é dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\omega(t)}{dt} & \omega(t)^2 & \omega(t) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_e \\ T_e \\ T_e \\ T_e \end{bmatrix} \quad (28)$$

Quando $t = 1$ s, situação em que se corta a alimentação ao motor ($T_e = 0$), vem:

$$K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d = -J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (29)$$

Com base nestas novas alterações, voltou-se a simular o sistema e a registar os sinais associados. Simulou-se inicialmente o sinal da tensão de alimentação, conforme apresentado na Figura 2.21.

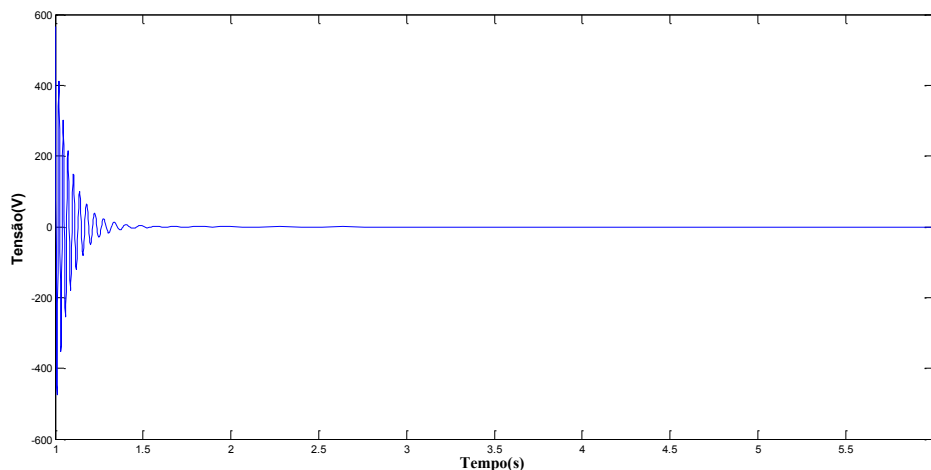


Figura 2.21 – Gráfico da tensão de alimentação

De seguida simulou-se graficamente o sinal da velocidade angular, conforme descreve a Figura 2.22.

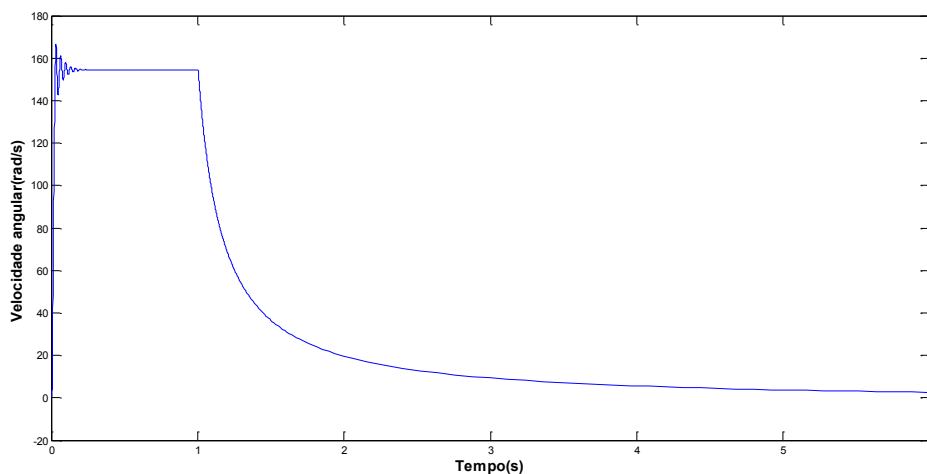


Figura 2.22 – Gráfico da velocidade angular

De seguida ajustou-se a curva da velocidade angular para mais detalhes da região de maior interesse (motor em desaceleração) como mostra a Figura 2.23.

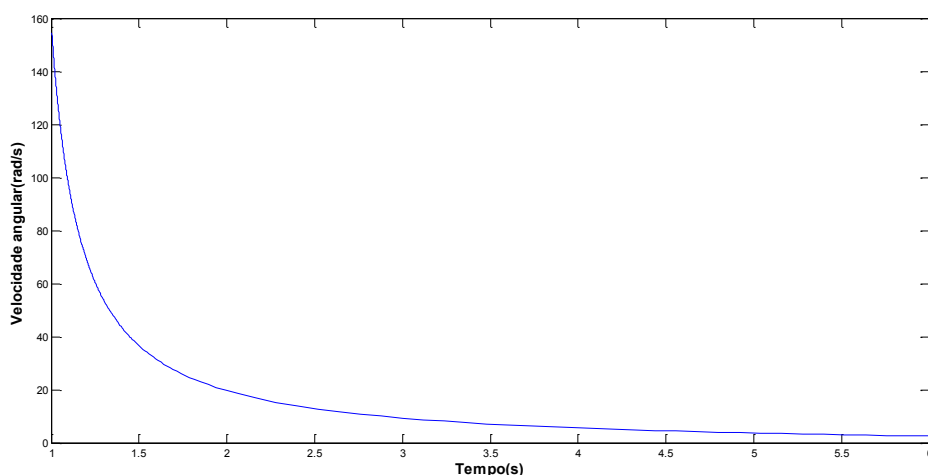


Figura 2.23 – Gráfico da velocidade angular ($t \geq 1s$)

Observa-se um decaimento da velocidade angular, ligeiramente mais abrupto do que no caso anterior. Com a adição de mais um atrito, o motor consome mais energia para poder continuar em movimento (contrariar os atritos que fazem força para o manter parado).

Através dos valores contidos nos *Arrays* da velocidade angular e do tempo de simulação, calculou-se o valor da aceleração angular, com base no método usado no ponto anterior (método da diferença e derivada aproximada), conforme o extrato do *script* que se segue:

```
%simout1 - array_velocidade angular_workspace
%simout1.time <=> valores do tempo obtidos por simulação
%simout1.signals.values <=> valores da velocidade angular obtidos por
simulação

syms dw dt k1 k2 k3

t = simout1.time;
w = simout1.signals.values;

dw = diff(simout1.signals.values); % array_derivada pontual da velocidade
angular
dt = diff(simout1.time); %array_derivada pontual do tempo
Tr=-0.0131.*(dw./dt); % Binário resistente ao longo do tempo

plot(t,w) %Gráfico da velocidade Angular
plot(t,Tr) %Gráfico do Binário resistente

[k1 k2
k3]=solve(' (k1*5.625+(k2*(5.625^2))+k3=0.03279) ',' (k1*4.546+(k2*(4.546^2))+
```

```
k3=0.02414) ',' (k1*3.736+(k2*(3.736^2))+k3=0.01842) ') % Cálculo das
variáveis em análise (coeficientes de atrito)
```

```
k1 =0.002875
```

```
k2 =0.0005
```

```
k3 =0.000623
```

Para concretizar os cálculos descritos no extrato do *script* acima, obteve-se inicialmente a curva que descreve o comportamento da velocidade angular, calculou-se a sua derivada (aceleração angular) e logo a seguir chegou-se aos valores do atrito resistivo submetido ao motor ao longo do tempo, fazendo $T_r = -0.0131 \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Com o gráfico da velocidade angular e do binário resistente, foi possível criar um sistema de 3 equações diferenciais a 3 incógnitas e estimar os coeficientes dos 3 atritos submetidos ao MIT (K_a , K_v e K_d).

Escolheu-se novamente três cenários de tempo (correspondente à velocidade e ao binário resistente) e definiu-se o sistema de equações diferenciais, tal como passamos a demonstrar simplificadamente:

$$\begin{cases} -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t_1)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t_1)^2 + K_v \cdot \omega(t_1) + K_d \\ -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t_2)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t_2)^2 + K_v \cdot \omega(t_2) + K_d \\ -0.0131 \cdot \left(\frac{d\omega(t_3)}{dt} \right) = K_a \cdot \omega(t_3)^2 + K_v \cdot \omega(t_3) + K_d \end{cases}$$

Os cenários de tempo escolhidos para os cálculos foram os apresentados na Tabela 2.8.

Tabela 2.8 – Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	T_r (Nm)
1	4	5.625	0.03279
2	4.5	4.546	0.02414
3	5	3.736	0.01842

Substituiu-se valores da Tabela 2.8 e resolveu-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} K_a \cdot (5.625)^2 + K_v \cdot (5.625) + K_d = 0.03279 \\ K_a \cdot (4.546)^2 + K_v \cdot (4.546) + K_d = 0.02414 \\ K_a \cdot (3.736)^2 + K_v \cdot (3.736) + K_d = 0.01842 \end{cases}$$

O que resulta em: $K_v = 0.002875$, $K_a = 0.0005$, $K_d = 0.000623$.

Analisou-se o erro associado às estimações face aos valores esperados, conforme a Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coefficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
K_v	0.002985	0.002875	3.6
K_a	0.0005	0.0005	0
K_d	0.000357	0.000623	74

Analisando os resultados obtidos, observa-se um valor de erro altíssimo para a constante de atrito de *Coulomb* (74%). Este valor de erro relativo deve-se ao facto da constante de *Coulomb* a ser estimada, possuir um valor muito reduzido do ponto de vista da expressão geral do atrito resistivo, ou seja, é desprezável face aos valores dos outros coeficientes de atrito. Este efeito desencadeia uma corrente de erro na estimação dos parâmetros mecânicos do motor, no somatório (nos vários instantes de tempo) de todos os atritos resistivos é considerado desprezável o valor de $K_d = 0.000357$.

Para se ter uma maior perceção do que realmente acontece com a inclusão de um valor de atrito de *Coulomb* muito diminuto no MIT, redefiniu-se o sistema de equações diferenciais, mais desta vez desprezando-se a constante de *Coulomb*. Trabalhou-se apenas com duas equações diferenciais e conseqüentemente 2 incógnitas (K_v e K_a) e registou-se o valor estimado das variáveis em causa (para os mesmos instantes de tempo anteriores).

No conjunto dos valores da Tabela 2.8, escolheu-se as duas primeiras linhas para os novos cálculos. Os valores são os apresentados na Tabela 2.10.

Tabela 2.10 – Valores escolhidos para a experiência

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	T_r (Nm)
1	4	5.625	0.03279
2	4.5	4.546	0.02414

Substituindo os novos valores no sistema de equações (desta vez com duas equações a duas variáveis, desprezando o atrito estático), vem:

$$\begin{cases} K_a \cdot (5.625)^2 + K_v \cdot (5.625) = 0.03279 \\ K_a \cdot (4.546)^2 + K_v \cdot (4.546) = 0.02414 \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema e obteve-se: $K_v = 0.00312$, $K_a = 0.000481$.

Após obter esta nova solução, voltou-se a analisar o erro associado à estimação efetuada que é apresentado na Tabela 2.11.

Tabela 2.11 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coefficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
K_v	0.002985	0.00312	4.5
K_a	0.0005	0.000481	3.8

Com este ensaio chega-se facilmente a conclusão, que se o coeficiente de atrito de *Coulomb* for muito baixo, ao desprazá-lo não estaremos a assumir um erro muito significativo. O erro médio das estimações efetuadas para este ensaio, está abaixo dos 4.5% o que se pode considerar aceitável.

Feito isto, passou-se para uma nova etapa de simulações, desta vez aumentou-se em 100 vezes mais o valor do coeficiente de atrito de *Coulomb* ou estático. O objetivo será aferir sobre o impacto da constante de *Coulomb* no MIT e conferir a veracidade das conclusões chegadas para o caso de um valor muito baixo do coeficiente estático.

Desta forma, passou-se K_d de 0.000357 valores, para 0.0357 (100 vezes maior).

A alteração foi feita no subsistema que representa a carga aplicada ao MIT, conforme a Figura 2.24.

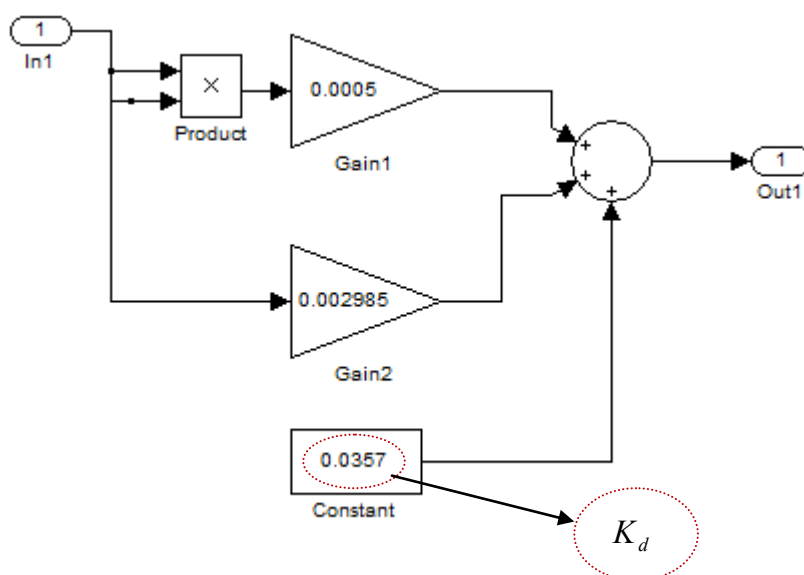


Figura 2.24 – Alteração no subsistema que representa a carga aplicada no veio do MIT

Onde:

In1 ⇔ Entrada do subsistema (velocidade angular em rad/s);

Gain1 ⇔ Coeficiente de atrito com o ar ($K_a = 0.0005$);

Gain2 ⇔ Coeficiente de atrito viscoso ($K_v = 0.002985$);

Constante2 ⇔ Coeficiente de atrito estático ou de *Coulomb* ($K_d = 0.0357$);

Out1 ⇔ Saída do subsistema ($T_r = K_a \cdot \omega(t)^2 + F \cdot \omega(t) + K_d$)

Simulou-se o sistema com a alteração no valor do atrito estático e registou-se o efeito produzido. Esta alteração no sistema obriga a que haja uma descida acentuada da velocidade angular no veio do motor, a partir do instante de tempo $t = 4.5s$ a velocidade é muito próxima de zero. O MIT leva muito menos tempo a parar devido aos elevados valores de atrito.

Voltou-se a arbitrar três valores de tempo e a encontrar os correspondentes valores de velocidade angular e binário resistente (ver Tabela 2.12). Com estes valores foi possível criar o sistema de três equações a três incógnitas e voltar a estimar os coeficientes dos três atritos existentes no sistema. Conforme mostra os cálculos que se seguem.

Tabela 2.12 – Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	T_r (Nm)
1	3.5	4.64	0.06004
2	4	2.615	0.04678
3	4.5	0.9861	0.03904

Substituiu-se os novos valores arbitrados (ver Tabela 2.12) no sistema de três equações a três incógnitas:

$$\begin{cases} K_a \cdot (4.64)^2 + K_v \cdot (4.64) + K_d = 0.06004 \\ K_a \cdot (2.615)^2 + K_v \cdot (2.615) + K_d = 0.04678 \\ K_a \cdot (0.9861)^2 + K_v \cdot (0.9861) + K_d = 0.03904 \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema e obteve-se: $K_v = 0.002982$, $K_a = 0.000493$, $K_d = 0.0356$

De seguida analisou-se o erro associado às estimações efetuadas, conforme descreve a Tabela 2.13.

Tabela 2.13 - Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor esperado	Valor estimado	Erro relativo (%)
K_v	0.002985	0.002982	0.1
K_a	0.0005	0.000496	0.8
K_d	0.0357	0.0356	0.2

Com a concretização dos cálculos e com os valores do erro relativo, comprova-se a exposição feita na simulação anterior. O atrito de *Coulomb* só é preponderante no sistema, e só se deve levar em consideração quando apresenta um valor modular significativo.

2.2 – Simulações considerando que se desconhece a inércia da máquina

2.2.1 – Simulação em vazio (com binário resistente devido ao atrito viscoso)

Numa última análise, partimos de um caso em que não se conhece a inércia do sistema. Todas as simulações feitas até agora, bem como as estimações dos vários parâmetros mecânicos, foram efetuadas considerando que a inércia da máquina é conhecida *à priori*. Na realidade nem sempre isso é possível, não se consegue garantir o valor da inércia para todas as máquinas (muitos são os fatores, sendo o mais comum a ausência de catálogos de certas máquinas muito antigas) ou sistemas de acionamento. A pergunta neste caso seria como fazer para estimar (com a metodologia proposta) os parâmetros mecânicos sendo a inércia um parâmetro desconhecido?

Nesta secção vai ser possível concretizar este caso, apenas com a medida da tensão aplicada ao motor, estimar-se-á o valor da inércia associada ao sistema e por sua vez o atrito resistivo e os parâmetros mecânicos do motor. Esta experiência baseia-se nos ensaios e valores obtidos nos pontos anteriores, a nova experiência consistirá em chegar aos valores dos parâmetros mecânicos introduzidos inicialmente no motor, mas desta vez sem fazer uso do valor conhecido da inércia da máquina ($J = 0.0131 \text{kg} \cdot \text{m}^2$). A partir deste ponto a inércia do sistema será mais uma variável, ou seja, mais um parâmetro a estimar.

Para materializar esta simulação, introduziu-se um novo conceito a este trabalho de projeto, que é o da energia cinética. A Energia Cinética, cuja abreviatura é E_C , define-se como sendo a energia associada ao movimento dos corpos. A energia tem diversas qualificações, podendo ser reduzida a duas formas fundamentais: Energia Cinética e Energia Potencial.

A energia cinética pode ser classificada em: Energia Cinética de Translação e Energia Cinética de Rotação. A primeira define-se como metade do produto da massa pelo quadrado da velocidade no instante considerado:

$$E_C = \frac{1}{2}(m \cdot v^2) \quad (30)$$

No que diz respeito à Energia Cinética de Rotação, esta surge quando o movimento é de rotação e é dada pela seguinte expressão:

$$E_{Cr} = \frac{1}{2}(J \cdot \omega^2) \quad (31)$$

Em que J representa o momento de inércia do MIT em relação ao veio de rotação e ω a velocidade de rotação angular.

A energia cinética de rotação tem várias manifestações, sendo uma delas associada ao movimento rotativo do MIT. Quanto maior o módulo da velocidade do MIT, maior é a sua energia cinética.

Nas simulações, o decaimento da forma de onda da velocidade angular remanescente, é originada pela variação da energia cinética de rotação em cada instante de tempo, implicando por sua vez, uma variação da potência de atrito nos mesmos instantes.

Resumindo, o somatório da potência de atrito num dado intervalo de tempo, é diretamente proporcional a variação da energia cinética de rotação neste mesmo intervalo e vice-versa.

$$\Delta E_{Cr} = \Delta P_{atrito} \quad (32)$$

Sendo a Potência de Atrito (P_{atrito}) dada pelo produto do binário de atrito pela velocidade angular do motor:

$$P_{atrito} = T_r \cdot \omega(t) \quad (33)$$

Conduzindo a:

$$\Delta E_{Cr} = \int_{t_0}^{t_1} P_{atrito} dt \Leftrightarrow \frac{1}{2} J \cdot [\omega(t_1)^2 - \omega(t_0)^2] = \int_{t_0}^{t_1} T_r \cdot \omega(t) dt \quad (34)$$

Com base nestas considerações, regressou-se as simulações e analisou-se caso a caso. Para o primeiro estado das simulações (MIT apenas com o atrito viscoso), sabe-se que a expressão da velocidade angular é dada por:

$$\omega(t) = 195.66e^{-0.228t} \quad (35)$$

Sendo o binário de atrito viscoso dado por:

$$T_r = K_v \cdot \omega(t) \quad (36)$$

Onde: $K_v \Leftrightarrow$ Coeficiente de atrito viscoso.

Substituiu-se o binário de atrito viscoso (36) na expressão da energia cinética (34), e obteve-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J \cdot [\omega(t_1)^2 - \omega(t_0)^2] &= \int_{t_0}^{t_1} K_v \cdot \omega(t) \cdot \omega(t) dt \Leftrightarrow \frac{1}{2} J \cdot [\omega(t_1)^2 - \omega(t_0)^2] = \int_{t_0}^{t_1} K_v \cdot \omega(t)^2 dt \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} J \cdot [(195.66e^{-0.228t_1})^2 - (195.66e^{-0.228t_0})^2] &= \int_{t_0}^{t_1} K_v \cdot (195.66e^{-0.228t})^2 dt \end{aligned}$$

Na expressão acima, são desconhecidos os valores do momento de inércia do motor e o coeficiente de atrito viscoso. Para estimar-se estes valores, basta formar-se a partir da expressão obtida um sistema de duas equações a duas incógnitas. Para tal, escolheu-se dois intervalos de tempo (de 2.5s a 3.5s e de 3.5s a 5.5s) conforme descrito na Tabela 2.14.

Tabela 2.14 – Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)
1	2.5	110.7
2	3.5	88.11
3	5.5	55.86

Formou-se o sistema de equações e com base nos valores obtidos na Tabela 2.14, concretizou-se os cálculos:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} J \cdot [\omega(t_1)^2 - \omega(t_0)^2] = \int_{t_0}^{t_1} K_v \cdot \omega(t)^2 dt \\ \frac{1}{2} J \cdot [\omega(t_2)^2 - \omega(t_1)^2] = \int_{t_1}^{t_2} K_v \cdot \omega(t)^2 dt \end{cases} \quad (37)$$

Substituindo os valores da Tabela 2.14, obtém-se:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} J \cdot [(110.7)^2 - (88.11)^2] = \int_{3.5}^{3.5} K_v \cdot (195.66e^{-0.228t})^2 dt \\ \frac{1}{2} J \cdot [(88.11)^2 - (55.86)^2] = \int_{3.5}^{2.5} K_v \cdot (195.66e^{-0.228t})^2 dt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2245.5589 \cdot J = 9832.0816 \cdot K_v \\ 2321.5162 \cdot J = 10181.4530 \cdot K_v \end{cases}$$

As duas equações finais são linearmente dependentes, o sistema é possível e indeterminado, tem tantas soluções quanto os valores atribuídos aos pares J e K_v . Ao substituir-se uma equação na outra, obtém-se uma expressão que descreve a relação de dependência entre as duas variáveis em causa:

$$J = 4.3785 \cdot K_v \tag{38}$$

A expressão obtida dá-nos a estimação do coeficiente de atrito viscoso relativamente à inércia do MIT. Graficamente, a expressão representa uma reta que passa na origem, sendo o ponto (0,0) uma solução do sistema. Substituindo o valor de J conhecido *à priori* (do modelo do MIT original), confere-se a exatidão da mesma:

$$K_v = \frac{0.0131}{4.3785} = 0.002991$$

A Tabela 2.15 descreve o valor do erro associado a esta estimação.

Tabela 2.15 – Análise do valor estimado face ao valor esperado

Coefficiente de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
K_v	0.002985	0.002991	0.2

Recorreu-se ainda a outra solução paralela, resolveu-se o sistema de equações na forma matricial, conduzindo a uma expressão do tipo $A \cdot X = B$. Sendo A a matriz com os coeficientes do sistema de equações, e X a matriz das variáveis do sistema (K_v e J).

$$A = \begin{bmatrix} -2245.5589 & 9832.0816 \\ -2321.5162 & 10181.4530 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} J \\ K_v \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Devido ao facto da matriz A ser uma matriz com as linhas linearmente dependentes, e a matriz B ser uma matriz nula, a solução trivial $(0,0)$ satisfaz a equação. Para encontrar-se uma solução não nula, recorreu-se ao método de resolução matricial baseado na decomposição da matriz em valores singulares (*SVD – Singular Value Decomposition*).

Com o auxílio da função ‘*svd*’ disponível na biblioteca do Matlab resolveu-se o sistema matricial tal como descrevem os cálculos que se seguem:

$$\begin{aligned} [U, S, V] &= \text{svd}(A, 'econ'); \\ X &= V(:, \text{size}(A, 2)); \end{aligned} \tag{38}$$

Obteve-se no final a seguinte Matriz:

$$x = \begin{bmatrix} 0.9749 \\ 0.2225 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9749 \\ 0.2225 \end{bmatrix} \tag{39}$$

Observa-se novamente uma solução que expressa uma dependência entre as variáveis em causa (ao dividir-se o primeiro elemento da matriz pelo segundo, obtém-se a mesma constante de dependência encontrada na solução anterior $\frac{0.9749}{0.2225} = 4.38$), existindo um fator “ k ” que dividido pela matriz, gera o valor exato dos coeficientes procurados:

$$\frac{x}{74} = \frac{\begin{bmatrix} 0.9749 \\ 0.2225 \end{bmatrix}}{74} = \begin{bmatrix} 0.0131 \\ 0.00300 \end{bmatrix}$$

Esta variante da metodologia de estimação de parâmetros do MIT não é imediata nem é intuitiva, o que requer um conhecimento prévio das características da máquina e da carga acionada.

Para solucionar-se este problema, recorreu-se a uma outra solução alternativa. Esta solução baseia-se no pressuposto que se conhece o valor do binário eletromagnético e o valor da velocidade angular, no veio do MIT, no instante imediatamente anterior ao momento em que se interrompe a alimentação da máquina (funcionamento em regime permanente).

Presume-se que se sabe a velocidade de rotação da máquina antes de a desligar e tem-se uma estimativa do seu binário eletromagnético desenvolvido. Criando-se portanto, uma nova equação independente.

Com o conhecimento destas duas variáveis (T_e e $\omega(t)$ em regime permanente) e do estado do MIT neste instante, efetuaram-se novas considerações.

Simulou-se inicialmente o binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina, conforme descreve a Figura 2.25.

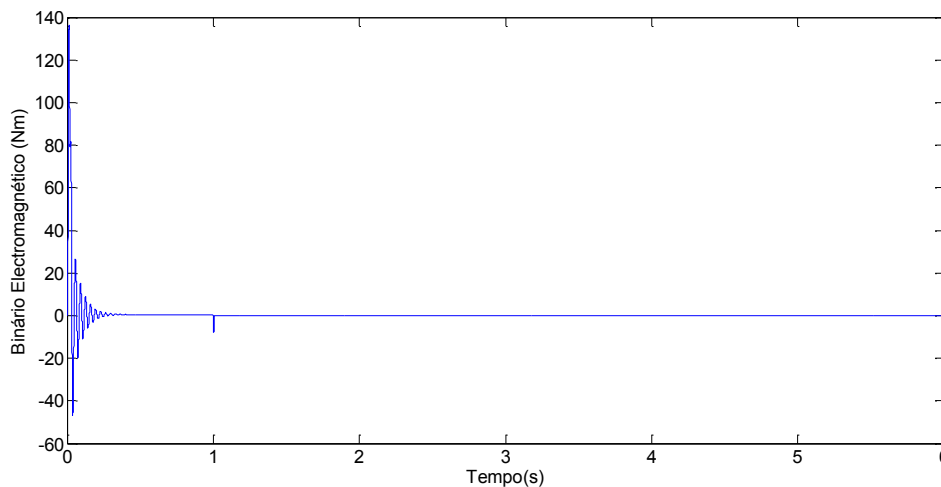


Figura 2.25 – Binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina

Ajustou-se o gráfico para abranger a parte de maior interesse (intervalo de 0 a 1 segundo – regime permanente).

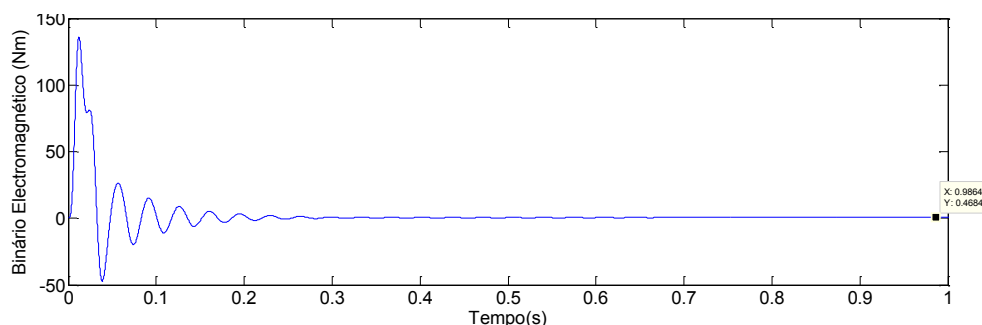


Figura 2.26 – Binário eletromagnético da máquina em regime permanente (de 0 a 1 segundo)

No instante exatamente anterior ao corte da alimentação, o motor funcionava em regime permanente e possuía um binário eletromagnético aproximadamente contante (após estabilizar) que valia $T_e = 0.468645 Nm$. A sua velocidade era constante, o que anula o termo $J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$ (produto do momento de inércia pela aceleração angular) da expressão que descreve a sua dinâmica.

Ficando o binário eletromagnético desenvolvido pela máquina encarregue de vencer apenas o binário de atrito produzido pela lubrificação da mesma (neste caso específico), uma vez que a simulação foi feita em vazio.

Registou-se a evolução da velocidade angular, tal como descreve a Figura 2.27 que se segue.

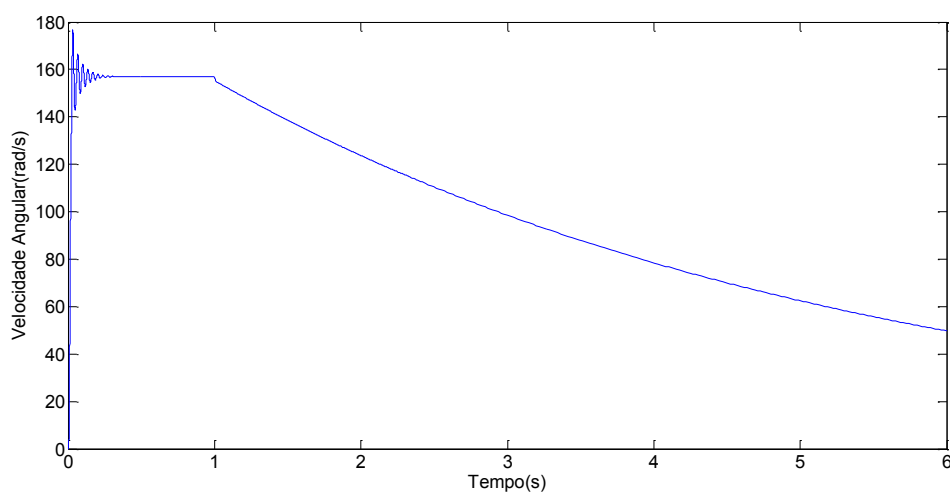


Figura 2.27 – Gráfico da velocidade angular

Manipulou-se a imagem, para corresponder ao regime permanente (de 0 a 1 segundo), conforme a Figura 2.28.

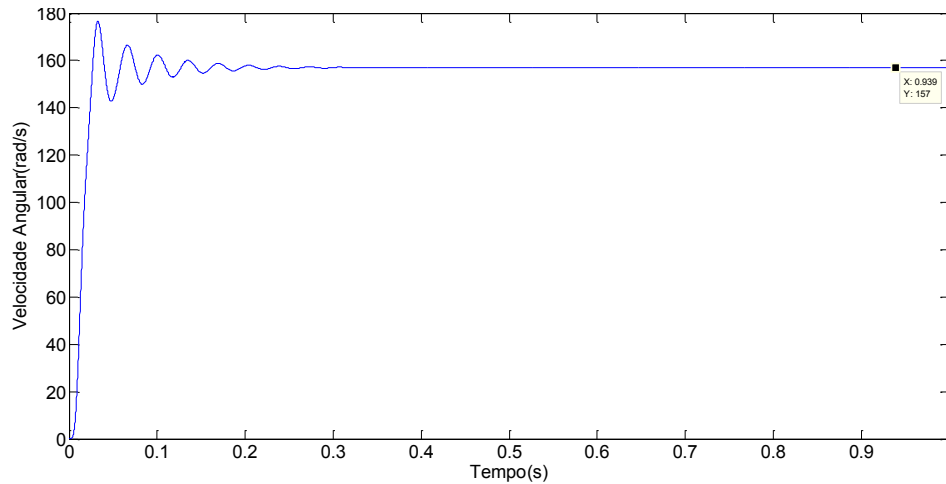


Figura 2.28 – Gráfico da velocidade angular do motor em regime permanente

Por observação gráfica, constata-se que após o motor estabilizar nos primeiros instantes de tempo, a sua velocidade foi mantida constante até ao ponto de tempo $t = 1s$, ou seja, a velocidade de rotação do motor em regime permanente é uniforme e igual a $\omega(t) = 157rad/s$.

A equação dinâmica do motor em regime permanente é dada por:

$$T_e = J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + T_m + K_v \cdot \omega(t) \quad (40)$$

Da expressão anterior (40) sabe-se que, $J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) = 0$ e $T_m = 0$.

Logo, o binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina será dado pela expressão:

$$T_e = K_v \cdot \omega(t) \quad (41)$$

A partir deste ponto, possui-se duas informações a saber: comportamento da máquina no instante anterior à interrupção da alimentação (regime permanente) *vs* comportamento da máquina após interrupção da alimentação (desaceleração).

Substituiu-se na expressão (41) o valor do binário eletromagnético, T_e , desenvolvido pela máquina em regime permanente, e a corresponde velocidade angular a que rodava o veio neste mesmo instante, e determinou-se o valor do coeficiente de atrito viscoso, K_v , conforme os cálculos que se seguem:

$$T_e = K_v \cdot \omega(t) \Leftrightarrow K_v = \frac{0.468645}{157} = 0.002985$$

Com o valor do coeficiente de atrito viscoso, substituiu-se na expressão do estado posterior da máquina (motor em desaceleração) e obteve-se o valor do momento de inércia.

Substituiu-se para as duas equações do sistema de equações formado:

$$\begin{cases} 2245.5589 \cdot J = 9832.0816 \cdot K_v \\ 2321.5162 \cdot J = 10181.4530 \cdot K_v \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2245.5589 \cdot J = 9832.0816 \cdot 0.002985 \\ 2321.5162 \cdot J = 10181.4530 \cdot 0.002985 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} J = \frac{29.3487}{2245.5589} \\ J = \frac{30.3916}{2321.5162} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} J = 0.0131 \\ J = 0.0131 \end{cases}$$

A introdução de uma equação independente no sistema de equações formado, permitiu que se estimasse não só o parâmetro mecânico do motor (coeficiente de atrito viscoso) mas como também o valor do momento de inércia do sistema.

Atingiu-se o que era esperado nesta etapa de simulações, estimou-se o coeficiente de atrito viscoso e a inércia do sistema com um valor de erro nulo.

A próxima etapa consiste em analisar a metodologia para os casos subsequentes, à semelhança dos ensaios considerando que se conhecia a inércia do sistema.

2.2.2– Simulação com carga (ventilador + atrito viscoso)

Voltou-se a analisar as curvas e os dados obtidos (secção 2.1.2). Pretende-se estimar os coeficientes mecânicos associados aos binários submetidos ao MIT, sem fazer uso do valor da inércia do motor, que será convertida em mais uma variável a estimar.

Para esta experiência sabe-se que a equação dinâmica do sistema é dada pela expressão:

$$T_e = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + T_m \quad (42)$$

Sabe-se ainda das deduções anteriores que o motor a funcionar em regime permanente possui uma velocidade angular constante, o que origina uma aceleração nula. Logo o termo $J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$ da expressão do binário eletromagnético, passa a ser nulo. O binário de carga também é nulo $T_m = 0$.

Portanto a expressão do binário eletromagnético em regime permanente é dada por:

$$T_e = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) \quad (43)$$

A partir do modelo Simulink/Matlab simulou-se o binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina em regime permanente (estado anterior à interrupção da alimentação ao MIT) e registou-se este valor conforme a descreve a Figura 2.29.

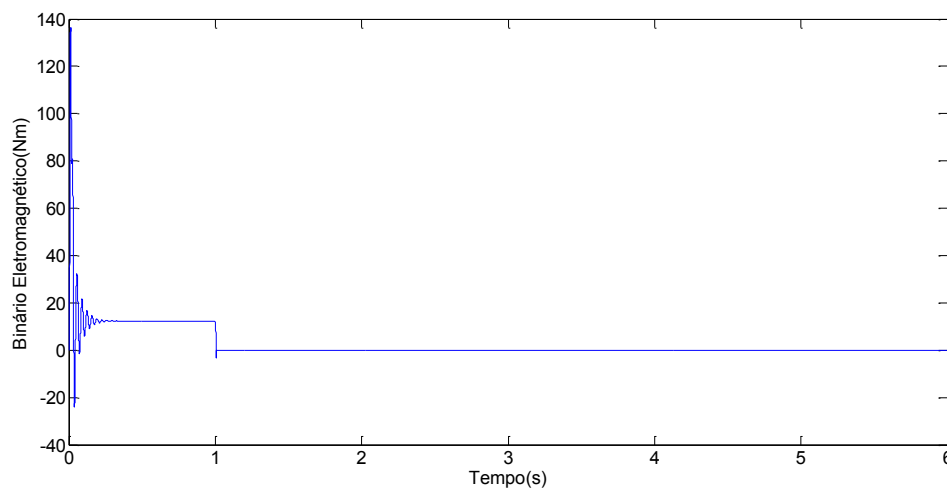


Figura 2.29 – Gráfico do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro do MIT

Ajustou-se o gráfico para corresponder à região do motor em regime permanente (de 0 a 1 segundo), conforme a Figura 2.30.

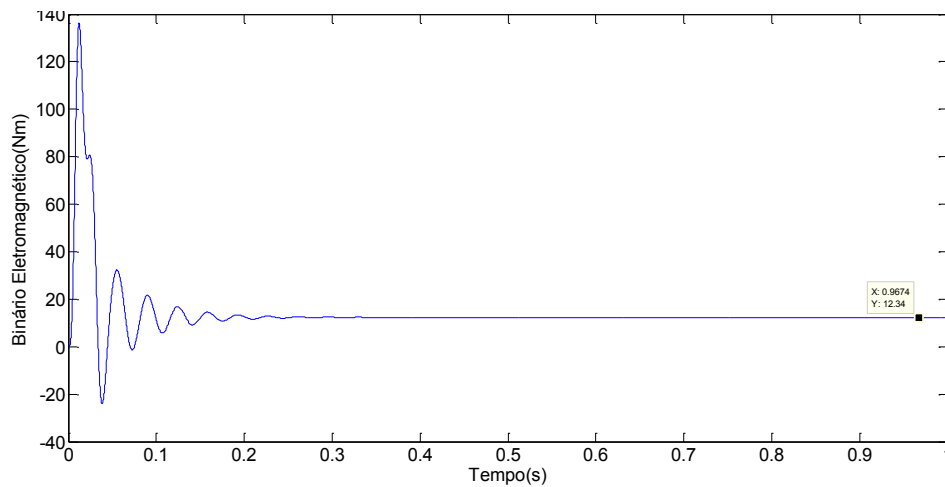


Figura 2.30 – Gráfico do binário eletromagnético em regime permanente

Tal como era esperado, observa-se um aumento do binário desenvolvido no entreferro da máquina, que é um efeito que se deve ao aumento do atrito resistivo no sistema. Sabe-se da equação da dinâmica, que o aumento de atrito no veio do motor implica um aumento de binário desenvolvido no entreferro da máquina para que ela rode. Havendo uma relação diretamente proporcional entre estas variáveis. O novo binário eletromagnético desenvolvido pela máquina é igual a $T_e = 12.34 Nm$, constata-se um aumento de cerca de 26 vezes mais que o anterior.

Analisou-se ainda a velocidade angular para o mesmo estado (regime permanente).

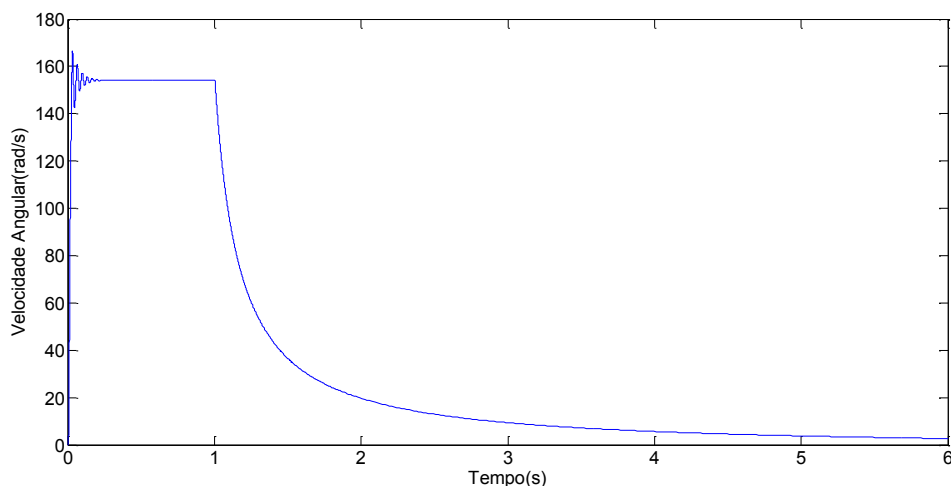


Figura 2.31 – Velocidade angular do MIT

Ajustou-se o gráfico para corresponder ao estado do motor em regime permanente (de 0 a 1 segundo), conforme a Figura 2.32.

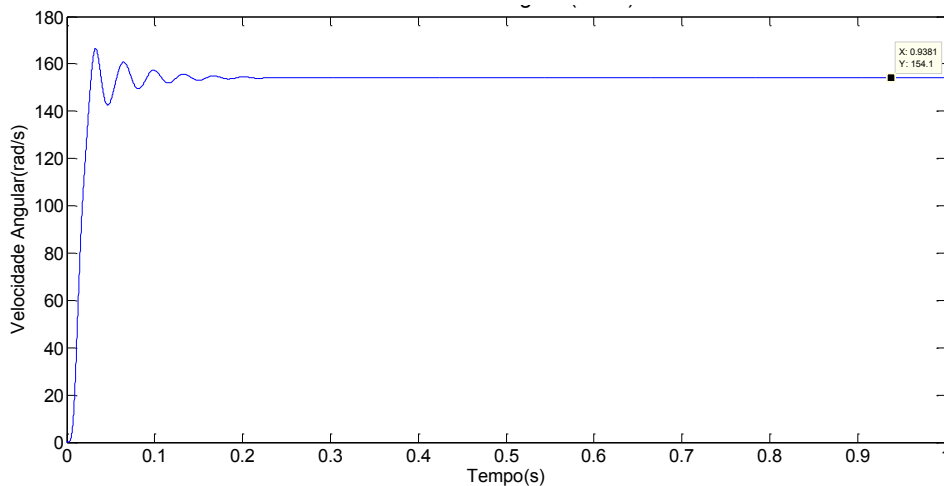


Figura 2.32 – Velocidade angular do MIT em regime permanente

Constata-se que a velocidade angular estabilizou e manteve-se constante em $\omega(t) = 154.1 \text{ rad/s}$ (desde o instante $t = 0.33\text{s}$ até $t = 1\text{s}$).

Com estas informações ($T_e = 12.34 \text{ Nm}$ e $\omega(t) = 154.1 \text{ rad/s}$) e com o conhecimento do estado posterior da máquina no momento que se interrompe a alimentação (obtido no ensaio anterior), formou-se um sistema de três equações a três incógnitas e estimou-se os valores do momento de inércia da máquina e dos coeficientes de atrito viscoso e atrito com o ar, conforme os cálculos que se seguem.

Formou-se um sistema de três equações a três incógnitas, sendo a primeira equação dada pelo funcionamento do motor em regime permanente e as duas restantes equações são dadas pelo funcionamento do motor em desaceleração.

$$\begin{cases} T_e = K_a \omega(t_0)^2 + K_v \cdot \omega(t_0) \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_1)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_1)^2 + K_v \cdot \omega(t_1) \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_2)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_2)^2 + K_v \cdot \omega(t_2) \end{cases}$$

Para se concretizar os cálculos escolheu-se dois cenários de tempo um para cada equação do estado da máquina em desaceleração. Obteve-se o valor da aceleração para estes instantes conforme descreve a Tabela 2.16.

Tabela 2.16 - Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	$\alpha(t)$ (rad/s ²)
1	3.5	3.152	-3.561
2	4	5.653	-2.494

Substituiu-se os valores da Tabela 2.16 no sistema de equações formado e concretizou-se a estimação, tal como descreve os cálculos abaixo.

$$\begin{cases} 12.34 = K_a (154.1)^2 + K_v \cdot (154.1) \\ 0 = J \cdot (-3.561) + K_a \cdot (3.152)^2 + K_v \cdot (3.152) \\ 0 = J \cdot (-2.494) + K_a \cdot (5.653)^2 + K_v \cdot (5.653) \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema e obteve-se a estimação dos parâmetros mecânicos do motor:

$$K_v = 0.00301, J = 0.0132 \text{ e } K_a = 0.000499.$$

A partir deste ponto possui-se uma metodologia mais intuitiva para a estimação da inércia do motor e dos coeficientes de atrito viscoso e com o ar.

Analizou-se ainda o erro associado à estimação dos parâmetros do motor, conforme a Tabela 2.17.

Tabela 2.17 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
J	0.0131	0.0132	0.7
K_v	0.002985	0.00301	0.8
K_a	0.0005	0.000499	0.2

Com um erro inferior a 1%, comprova-se a eficácia do método proposto.

De seguida apresenta-se um extrato do *script* Matlab usado para a estimação dos parâmetros mecânicos e para dar solução ao sistema de equações:

```
%simout1 - array_velocidade angular_workspace
%simout1.time <=> valores do tempo obtidos por simulação
%simout1.signals.values <=> valores da velocidade angular obtidos por
simulação

syms dw dt F J Ka
t = simout1.time;
w = simout1.signals.values;

dw = diff(simout1.signals.values); % array_derivada pontual da velocidade
angular
dt = diff(simout1.time); %array_derivada pontual do tempo
plot(t,simout3)
plot(t,w)
ac=dw./dt;

[F J K] = solve('(12.34=F*154.1+K*154.1^2)', '(0=J*(-2.494)+F*5.653+K*5.653^2)', '(0=J*(-
1.834)+F*4.577+K*4.577^2)')

F = 0.00301
J = 0.0132 ; Ka = 0.0005
```

Calculou-se ainda matricialmente o sistema de equações formado, recorrendo a solução do tipo $A \cdot X = B$, como descreve a expressão que se segue.

$$\begin{bmatrix} 0 & (154.1)^2 & 154.1 \\ -2.494 & (5.653)^2 & 5.653 \\ -1.834 & (4.577)^2 & 4.577 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.34 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A matriz A é uma matriz invertível, logo, $A^{-1} \cdot B$ é solução do sistema matricial. Concretizou-se os cálculos e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0132 \\ 0.00301 \\ 0.0005 \end{bmatrix}$$

Avaliou-se de seguida o valor do erro associado à estimação efetuada, conforme a Tabela 2.18 que se segue.

Tabela 2.18 - Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
J	0.0131	0.0132	0.7
K_v	0.002985	0.00301	0.8
K_a	0.0005	0.0005	0

Com a solução matricial o valor médio do erro diminuiu, comprova-se mais uma vez a fidelidade dos resultados estimados. O valor do erro inferior a 1% confere a metodologia uma eficácia bastante satisfatória.

2.2.3– Simulação com carga (ventilador, atrito viscoso e atrito de *Coulomb*)

Por último, simulou-se o sistema com os três atritos principais, nomeadamente: atrito com o ar (existência do ventilador), atrito viscoso devido à lubrificação da máquina e atrito estático ou de *Coulomb*. Com as deduções iniciais analisou-se as alterações na expressão de base da dinâmica do motor.

Equação geral da dinâmica do sistema:

$$T_e = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + T_m + K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d \quad (44)$$

De acordo ao estado de funcionamento da máquina, considerando que se encontra em regime permanente ou em desaceleração, a equação da dinâmica sofre alterações na sua expressão geral (tal como se viu nas deduções anteriores).

Para o caso em que o motor funciona em regime permanente (de 0 a 1 segundo), a equação da dinâmica do sistema é dada por:

$$T_e = K_a \cdot \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d \quad (45)$$

Uma vez que neste estado de funcionamento (regime permanente) a velocidade da máquina é mantida constante, e por conseguinte, a sua aceleração angular é nula, logo, o termo $J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}$ da expressão da dinâmica da máquina anula-se.

Relembra-se ainda que o binário de carga T_m , também é nulo, visto que o ventilador possui uma inércia desprezável do ponto de vista do motor. Portanto, o motor é apenas responsável por vencer o binário resistente devido ao atrito com o ar, fator que é tanto maior quanto maior for a velocidade de rotação do rotor e a densidade do ar.

Após essas considerações, retornou-se às simulações. Começou-se por simular o binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina conforme a Figura 2.33 que se segue.

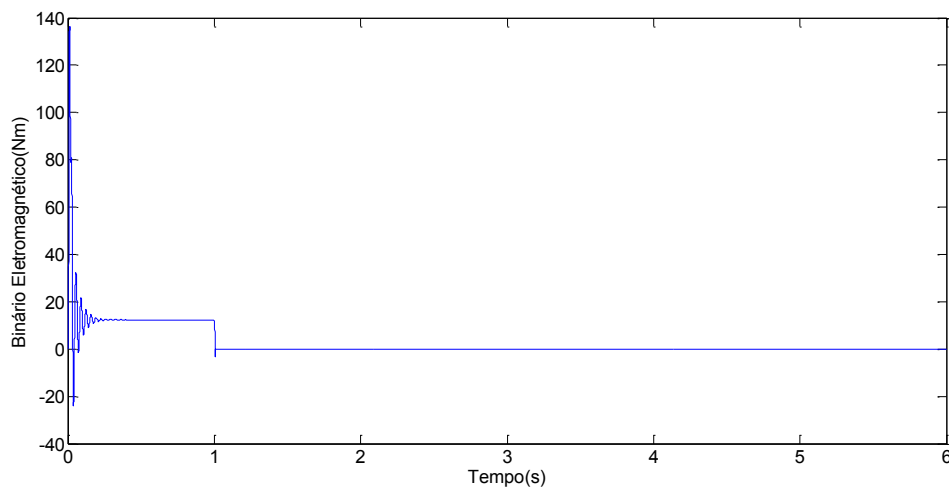


Figura 2.33 – Binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina

Ajustou-se o gráfico para abranger apenas o funcionamento da máquina em regime permanente de acordo a Figura 2.34.

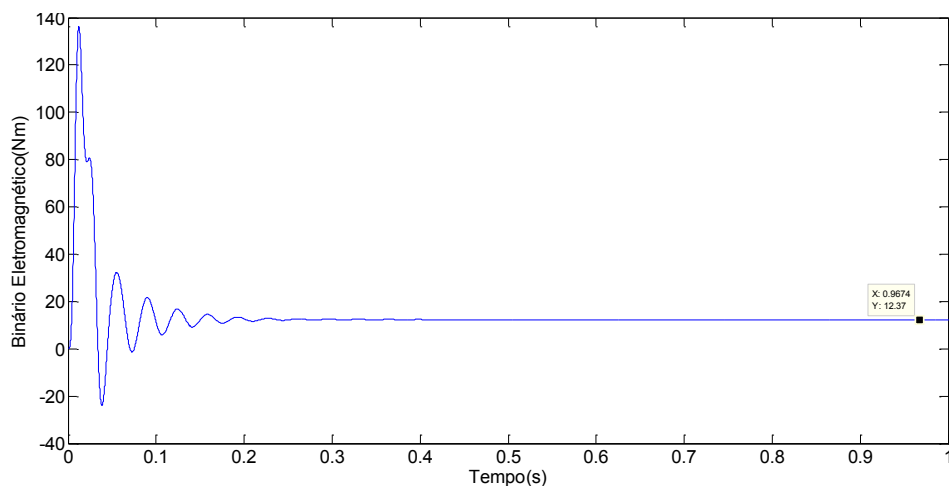


Figura 2.34 – Binário eletromagnético da máquina em regime permanente

Com a adição do atrito estático ou de *Coulomb* no sistema, observa-se que o MIT funcionando em regime permanente não é afetado de forma relevante. Esse parâmetro não exige do motor um acréscimo significativo do seu binário eletromagnético. Com $K_d = 0.0357$ o binário eletromagnético passou apenas de $T_e = 12,34Nm$ para $T_e = 12,37Nm$ (aumento de $0.03Nm$).

Analisou-se ainda a velocidade angular em regime permanente, conforme a Figura 2.35.

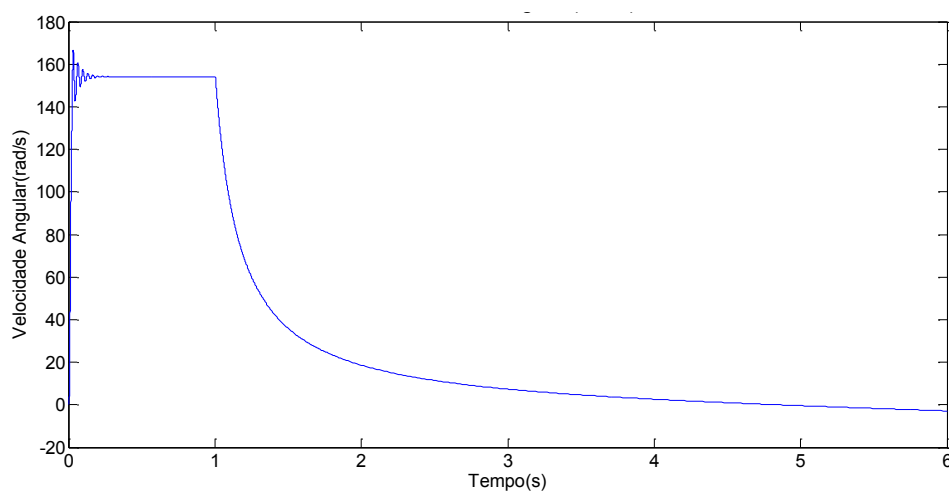


Figura 2.35 – Velocidade angular do MIT

Fez-se um ajuste a imagem ficando apenas a velocidade correspondente ao regime permanente, conforme descreve a Figura 2.36.

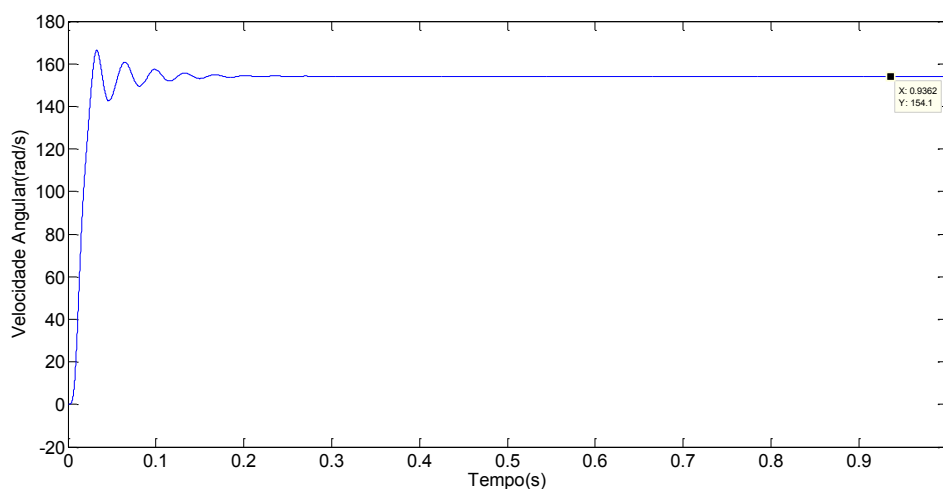


Figura 2.36 – Velocidade angular do MIT em regime permanente

Analisando a velocidade da máquina em regime permanente, chega-se a conclusão que mesmo com a adição do atrito estático, a sua velocidade não se altera. O motor mantém a velocidade angular (semelhante ao caso anterior), $\omega(t) = 154.1 \text{ rad/s}$.

Analisou-se ainda o comportamento da aceleração angular do motor em desaceleração, tal como mostra a Figura 2.37 que se segue.

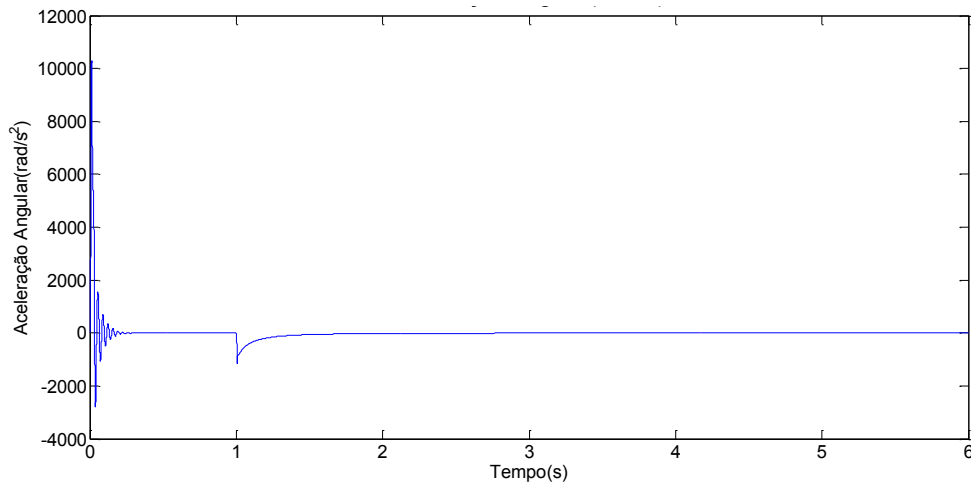


Figura 2.37 – Gráfico do MIT em desaceleração

Das deduções anteriores sabe-se que a aceleração angular do motor em regime permanente é nula (velocidade constante). A partir da Figura 2.37 fez-se um ajuste para analisar-se com maior detalhe o gráfico da aceleração do motor em funcionamento de desaceleração (a partir de $t = 1\text{s}$ em diante).

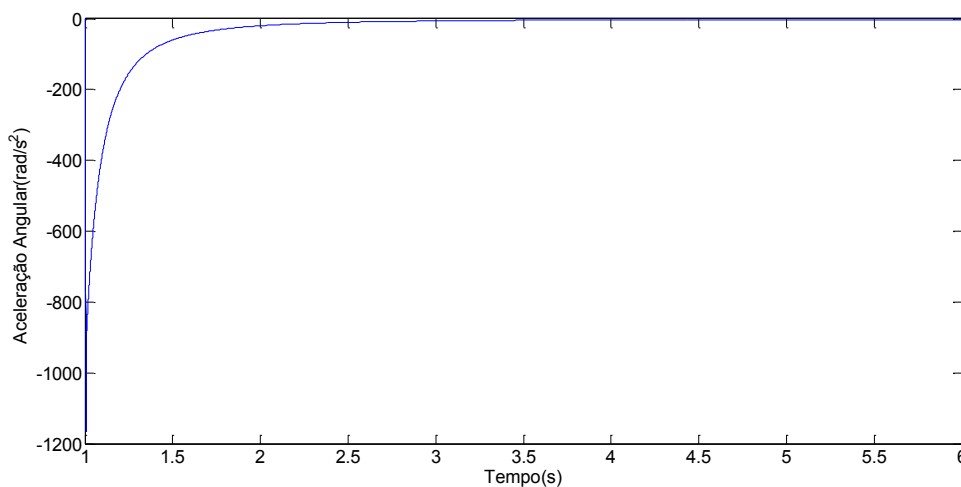


Figura 2.38 – Gráfico da desaceleração do MIT

Constata-se que o motor no instante anterior a interrupção da sua alimentação (regime permanente) possuía uma aceleração nula. Após interromper-se a alimentação houve uma perturbação no sistema e o motor desacelerou de forma exponencial até a sua aceleração ser nula.

Para este caso conta-se com quatro variáveis a estimar no sistema, a saber: momento de inércia da máquina, J , coeficiente de atrito com o ar, K_a , coeficiente de atrito viscoso, K_v , e por fim constante de atrito de *Coulomb* (K_d).

Com as informações recolhidas do sistema funcionando em regime permanente e com as informações do estado posterior (regime de desaceleração), recolhidas no ensaio passado, criou-se um sistema de quatro equações a quatro variáveis.

Genericamente o sistema de equações com as variáveis a estimar é dado por:

$$\begin{cases} T_e = K_a \omega(t)^2 + K_v \cdot \omega(t) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_1)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_1)^2 + K_v \cdot \omega(t_1) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_2)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_2)^2 + K_v \cdot \omega(t_2) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_3)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_3)^2 + K_v \cdot \omega(t_3) + K_d \end{cases}$$

A primeira linha do sistema corresponde a uma equação da dinâmica do motor funcionando em regime permanente, as três linhas subsequentes correspondem à equação da dinâmica do motor funcionando em regime de desaceleração. Escolheu-se três valores aleatórios dentro das curvas de velocidade e aceleração angular para se poder concretizar os cálculos.

O sistema de equações em representação matricial é dado por:

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega(t)^2 & \omega(t) & 1 \\ \frac{d\omega(t_1)}{dt} & \omega(t_1)^2 & \omega(t_1) & 1 \\ \frac{d\omega(t_2)}{dt} & \omega(t_2)^2 & \omega(t_2) & 1 \\ \frac{d\omega(t_3)}{dt} & \omega(t_3)^2 & \omega(t_3) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ (Sistema do tipo } A \cdot X = B \text{)}$$

A partir do funcionamento do motor em regime permanente sabemos que:
 $T_e = 12.37 N \cdot m$ e $\omega(t) = 154.1 \text{ rad/s}$.

A Tabela 2.20 descreve os valores escolhidos para os cálculos (motor em regime de desaceleração) e concretização da estimação.

Tabela 2.19 – Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	$\alpha(t)$ (rad/s ²)
1	3.5	4.64	-4.6408
2	4	2.615	-3.6044
3	4.5	0.9861	-3.0004

Substituiu-se os valores da Tabela 2.20 no sistema de equações e concretizou-se os cálculos:

$$\begin{cases} 12.37 = K_a (154.1)^2 + K_v \cdot (154.1) + K_d \\ 0 = J \cdot (-4.583) + K_a \cdot (4.64)^2 + K_v \cdot (4.64) + K_d \\ 0 = J \cdot (-3.51) + K_a \cdot (2.615)^2 + K_v \cdot (2.615) + K_d \\ 0 = J \cdot (-2.98) + K_a \cdot (0.9861)^2 + K_v \cdot (0.9861) + K_d \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema de equações e obteve-se o valor dos coeficientes estimados:

$$J = 0.0132, K_v = 0.00301, K_a = 0.000499 \text{ e } K_d = 0.0360.$$

De seguida apresenta-se o extrato Matlab com a solução obtida:

```
%simout1 - array_velocidade angular_workspace
%simout1.time <=> valores do tempo obtidos por simulação
%simout1.signals.values <=> valores da velocidade angular obtidos por
simulação

syms dw dt F J Ka
t = simout1.time;
w = simout1.signals.values;
dw = diff(simout1.signals.values); % array_derivada pontual da velocidade
angular
dt = diff(simout1.time); %array_derivada pontual do tempo
```

```

plot(t,simout3)
plot(t,w)
ac=dw./dt;
[J K1 K2 K3]=solve('(12.3711=0*J + K1*154.1376+K2*154.1376^2+K3)',(0=J*(-
4.6408)+K1*4.64+K2*4.64^2+K3)',(0=J*(-3.6044)+K1*2.615+K2*2.615^2+K3)',(0=J*(-
3.0004)+K1*0.9861+K2*0.9861^2+K3)')
J = 0.0132
K1 =0.00301
K2 = 0.000499
K3 = 0.0360
    
```

Analisou-se o erro associado a esta estimação conforme a Tabela 2.21 que se segue.

Tabela 2.20 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
J	0.0131	0.0132	0.7
K_v	0.002985	0.00301	0.8
K_a	0.0005	0.000499	0.2
K_d	0.0357	0.0360	0.8

Como forma de confrontar os resultados, recorreu-se ainda a solução matricial, tal como é apresentado nos cálculos que se seguem.

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega(t)^2 & \omega(t) & 1 \\ \frac{d\omega(t_1)}{dt} & \omega(t_1)^2 & \omega(t_1) & 1 \\ \frac{d\omega(t_2)}{dt} & \omega(t_2)^2 & \omega(t_2) & 1 \\ \frac{d\omega(t_3)}{dt} & \omega(t_3)^2 & \omega(t_3) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Sistema do tipo } A \cdot X = B)$$

Substitui-se os valores da simulação na expressão geral da matriz e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & (151.1376)^2 & (151.1376) & 1 \\ -4.6408 & (4.64)^2 & (4.64) & 1 \\ -3.6044 & (2.615)^2 & (2.615) & 1 \\ -3.0004 & (0.986)^2 & (0.986) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.3711 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A matriz A é uma matriz invertível, logo, $A^{-1} \cdot B$ é solução do sistema matricial. Resolveu-se o sistema e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0132 \\ 0.0005 \\ 0.0030 \\ 0.0354 \end{bmatrix}$$

Com a consolidação desta seção do trabalho, possui-se duas ferramentas semelhantes para resolver os sistemas de equações criados para o processo de estimação de parâmetros mecânicos que diferem uma da outra no valor modular do erro relativo.

Analisou-se o erro associado à nova solução encontrada, conforme a Tabela 2.22 que se segue.

Tabela 2.21 – Avaliação dos valores estimados face aos valores esperados

Coeficientes de Atrito	Valor Esperado	Valor Estimado	Erro Relativo (%)
J	0.0131	0.0132	0.7
K_v	0.002985	0.0030	0.5
K_a	0.0005	0.0005	0
K_d	0.0357	0.0354	0.8

Pelo método matricial constata-se uma diminuição do erro total na estimação dos parâmetros mecânicos do motor.

A consistência dos valores encontrados e a ausência acentuada de variações no módulo do erro associado às estimações, validam o método proposto para a estimação dos parâmetros mecânicos do MIT.

Os erros encontrados ao longo do percurso de simulações foram sempre inferior a 1% o que se pode considerar baixíssimo ou desprezável. Existem algumas fontes de erro no sistema, estas estão fortemente associadas as ferramentas usadas para a manipulação e visualização gráfica dos valores simulados. Uma segunda fonte de erro, baseia-se no fato de que em algumas curvas da velocidade angular não se conseguir encontrar uma expressão geral (expressão matemática) que se encaixasse na correspondente curva original, o que dificultou o

cálculo da aceleração angular (derivada da velocidade angular). Sendo a aceleração angular calculada com base no método da derivada aproximada ($d\omega(t)/dt$).

No entanto, os valores dos parâmetros estimados nas diversas etapas do trabalho estão dentro de um intervalo de valores esperados, e como tal, volta-se a aferir que os erros são desprezáveis. Com esta análise dá-se por concluído este capítulo voltado ao teste da metodologia proposta, com uma apreciação muito positiva. A próxima etapa será baseada na análise de motores reais, ou seja, aplicação prática da metodologia com vista a estimar-se os parâmetros mecânicos de motores em ambiente laboratorial.

3 - Análise de sensibilidade

Este capítulo é dedicado à análise da evolução das fontes de erro encontradas ao longo do estabelecimento da metodologia para a estimação dos parâmetros do MIT. Analisar-se-á de que forma esses erros influenciam nos parâmetros estimados, na medida em que variarem dentro de um intervalo de valores maiores do que os encontrados nas simulações.

3.1 – Evolução do atrito estático vs erro de estimação

Quando se simulou o motor com os três atritos principais (secção 2.1.3), deparou-se com uma situação em que a estimação acarretava erros consideráveis, caso o valor referente ao atrito estático ou de *Coulomb* fosse muito baixo. Para resolver-se essa situação aumentou-se em 100 vezes mais (na simulação) o valor do atrito estático, embora se tenha resolvido o problema, é importante que se esclareça o que aconteceria com o erro dos parâmetros estimados caso o atrito estático estivesse no intervalo de valores considerados abaixo desta ordem de grandeza (100 vezes mais, de 0.000357 a 0.0357).

Por conseguinte, simulou-se novamente o sistema (da secção 2.1.3) variando-se o valor do atrito estático de 0.000357 a 0.0357 e registou-se a evolução do erro de estimação das variáveis mecânicas.

Seguiu-se o mesmo procedimento apresentado ao longo do trabalho, criou-se o sistema de 3 equações a 3 incógnitas para cada um dos valores de K_d .

A Tabela 3.1 que se segue descreve os valores utilizados neste exercício.

Tabela 3.1 – Valores de K_d utilizados para a análise de sensibilidade (de 1 a 100 vezes mais)

$K_d = 0.000357$	Aumento	K_d'	$K_d = 0.000357$	Aumento	K_d'
	1x	0.000357		60x	0.02142
	5x	0.00179		65x	0.02321
	10x	0.00357		70x	0.02499
	15x	0.00536		75x	0.02678
	20x	0.00714		80x	0.02856
	25x	0.00893		85x	0.03035
	30x	0.01071		90x	0.03213
	35x	0.01250		95x	0.03392
	40x	0.01428		100x	0.03570
	45x	0.01607			
	50x	0.01785			
	55x	0.01964			

Efetuuou-se os cálculos e registou-se os valores de erro a medida em que se foi aumentando o valor de K_d , conforme a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Erro associado a cada estimacão em funo de K_d

K_d'	Erro de Estimacão de K_d' (%)	Erro de Estimacão de K_a (%)	Erro de Estimacão de K_v (%)	Erro Total
0.000357	74	0	3.6	77.600
0.001785	1.244.320	1.441679	0.248258	2.9343
0.003570	0.890972	1.353126	0.336140	2.5802
0.005355	0.601722	1.268623	0.269452	2.1398
0.007140	0.505608	1.220538	0.266571	1.9927
0.008925	0.374376	1.255103	0.096379	1.7259
0.010710	0.326955	1.206546	0.054269	1.5878
0.012495	0.289133	1.181686	0.019033	1.4899
0.014280	0.261037	1.139941	0.073122	1.4741
0.016065	0.234931	1.105221	0.500228	1.8404
0.017850	0.218370	1.077073	0.312347	1.6078
0.019635	0.216227	0.998758	0.574912	1.7899
0.021420	0.206589	1.007485	0.529956	1.7440
0.023205	0.191070	0.970999	0.456093	1.6182
0.024990	0.182358	0.947916	0.406568	1.5368
0.026775	0.184011	0.908856	0.588170	1.6810
0.028560	0.188582	0.899404	0.689394	1.7774
0.030345	0.176550	0.840202	0.687430	1.7042
0.032130	0.195202	0.715199	0.910118	1.8205
0.033915	0.200135	0.666694	0.988268	1.8551
0.035700	0.181404	0.697587	0.915164	1.7942

A Tabela 3.2 descreve de forma clara a conclusão a que se chegou na seco 2.1.3. O erro na estimacão dos parâmetros mecânicos diminui à medida em que o atrito estático aumenta. O que implica dizer, que se o atrito estático de um sistema for muito reduzido é preferível despez-lo do que tentar estim-lo, visto que ao estimar este parâmetro com um valor muito reduzido estaremos a assumir valores de erros maiores para as outras variáveis e consequentemente para o sistema em geral.

Para se ter uma visão mais abrangente da conclusão chegada, representou-se graficamente a evoluo do erro (associada a cada variável estimada separadamente e o erro geral da estimacão) à medida que se aumenta o valor de K_d conforme a Figura 3.1.

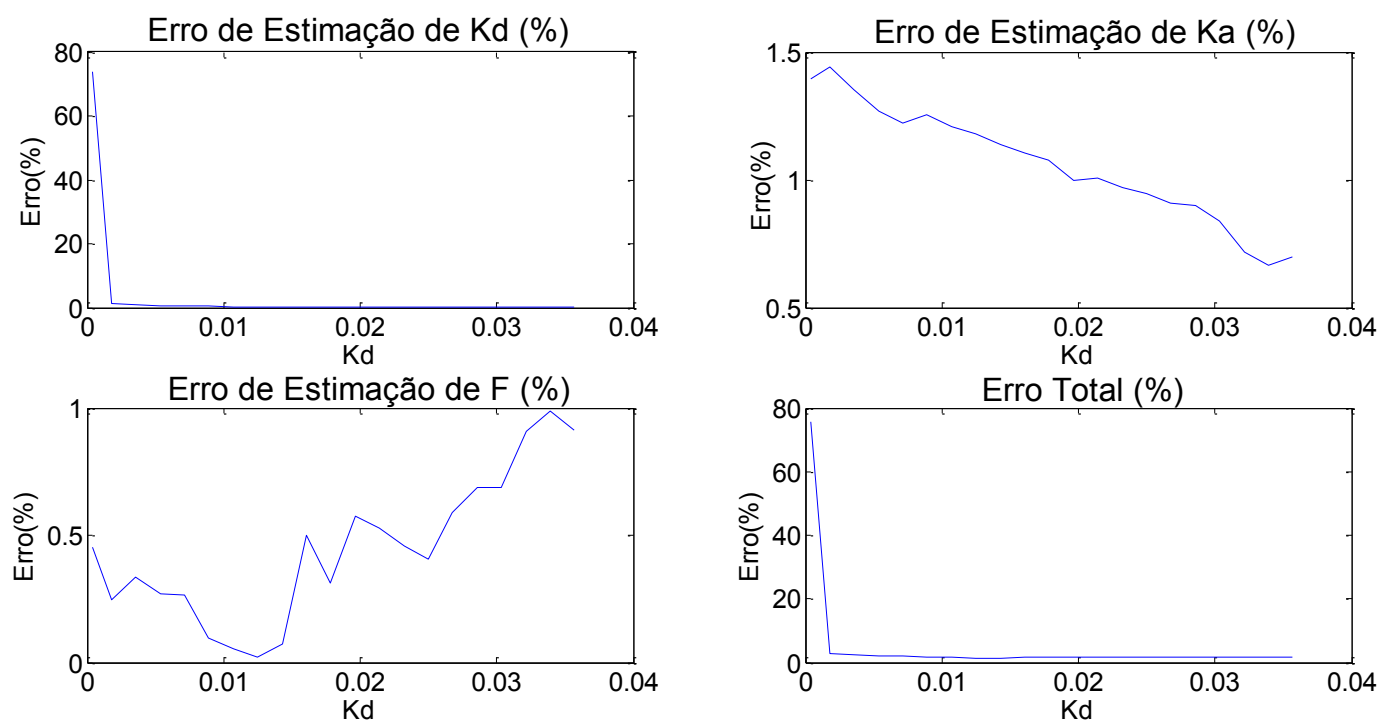


Figura 3.1 – Evolução do erro na estimação dos parâmetros mecânicos em função de K_d

Por análise gráfica chega-se a mesma conclusão de que, à medida que se aumenta o valor de K_d o valor do erro associado à estimação de cada uma das variáveis do sistema diminui de um modo geral (exceto do coeficiente de viscosidade). A representação gráfica do valor de erro total dá-nos uma informação mais precisa e global do que acontece se estimarmos um valor muito reduzido da constante de atrito estático. A curva que representa o erro total da estimação dos parâmetros mecânicos do sistema pode ser aproximada a um comportamento exponencial decrescente, logo, se a constante de atrito estático existente no sistema for muito inferior a um determinado valor implicará um erro altíssimo para a estimação geral, sendo mais acertado desprezar-se esse parâmetro do que tentar estimar-se.

3.2 - Estimação do binário eletromagnético

Ao longo deste trabalho e de todas as estimações efetuadas, o binário eletromagnético foi obtido por simulação computacional. Na prática e de acordo ao objetivo deste Trabalho de Projeto, o binário eletromagnético deve ser estimado de acordo aos valores lidos de tensão e corrente (valores instantâneos).

Com base nisto, o binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina será estimado ao longo deste trabalho de acordo ao método *Air-gap Torque Estimation*. Este

método é considerado não intrusivo dado que utiliza apenas medições instantâneas da tensão e corrente e dados da chapa de característica do motor [27]. A potência de entrada para o motor é calculada a partir de tensões de linha e correntes de fase, sendo a potência de saída calculada a partir da velocidade do rotor e do binário.

A estimação do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina é dada pela expressão:

$$T_{ag} = \frac{\sqrt{3} \cdot p}{6} \left\{ (i_a - i_b) \cdot \int [v_{ca} + R_s(2i_a + i_b)] dt + (2i_a + i_b) \cdot \int [v_{ab} - R_s(i_a - i_b)] dt \right\} \quad (46)$$

Onde:

$p \Leftrightarrow$ Número de pólos da máquina;

$i_a, i_b \Leftrightarrow$ Correntes de linha (fase A e fase B, respetivamente);

$v_{ca}, v_{ab} \Leftrightarrow$ Tensões entre a fase C e A e fase A e B, respetivamente;

$R_s \Leftrightarrow$ Resistência estatórica.

A expressão (46) será usada no decorrer do trabalho para o cálculo do binário no entreferro da máquina, utilizando apenas os valores das tensões, correntes e resistências estatóricas.

Ao utilizar-se a ferramenta Matlab para a aplicação da fórmula, os integrais contidos nesta serão substituídos por uma integração trapezoidal (*trapz*) [29]. Os valores da tensão e correntes usados na fórmula, fora do integral são valores instantâneos e dentro são cumulativos, isto é, ao longo do tempo são inseridos numa tabela e o integral é feito em relação a todos os valores contidos nessa mesma tabela. O T_{ag} final é obtido através do cálculo do valor médio de todos os T_{ag} 's calculados num determinado intervalo de tempo.

O número de amostras e o tempo necessário para se obter, é um fator a se ter em conta quando se fala de monitorização em tempo real do binário do motor. Tendo isto em consideração foram feitas simulações de modo a obter-se a variação do binário calculado recorrendo à fórmula (46) em função do número de períodos de amostragem.

Retirou-se do sistema testado em *Simulink* cerca de 40 pontos por período, ou seja, considerando que o motor é alimentado a uma frequência de 50Hz, foram obtidos aproximadamente 40 pontos em cada 20ms.

Testou-se inicialmente a fórmula, estimando o binário eletromagnético desenvolvido pelo motor virtual para a situação de simulação da máquina com os três atritos principais aplicados. Registrou-se o valor estimado e calculou-se o valor de erro associado à estimação conforme a Figura 3.2 que segue.

Substitui-se na fórmula (46) algumas características típicas do motor em análise, a saber, resistência estatórica $R_s = 1.405\Omega$ e número de pólos $p = 4$. A integração da tensão e corrente na fórmula foi feita para todo o tempo de simulação, testou-se 150 pontos e obteve-se no final o valor do binário eletromagnético com uma margem de erro muito reduzida. Na Figura 3.2 b) observa-se que o sinal do binário eletromagnético após estabilizar atinge no final um valor de $T_e = 12.47\text{Nm}$.

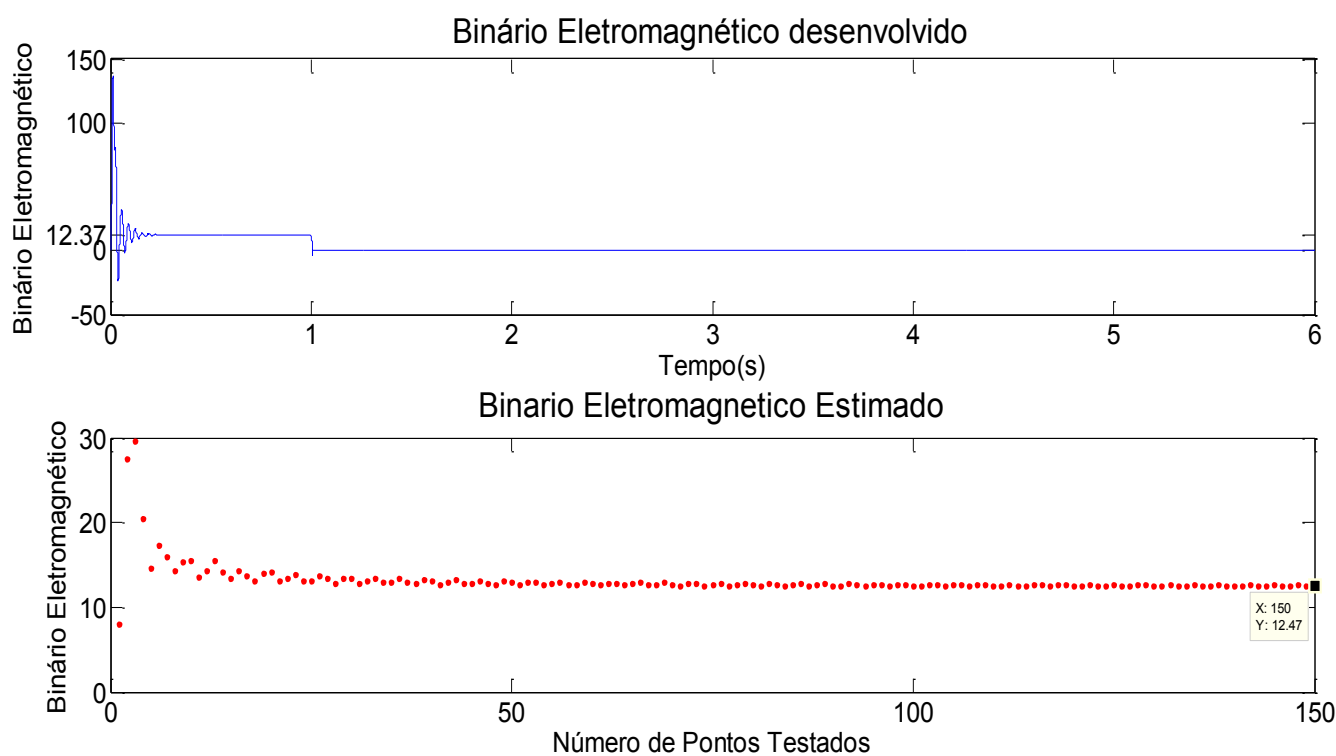


Figura 3.2 a) e b) – Binário eletromagnético desenvolvido pelo motor e estimado

O binário simulado tem como valor $T_e = 12.3724\text{Nm}$ (cf. Figura 3.2 a)). A Figura 3.2 b) descreve o binário eletromagnético obtido pela estimação baseada no método *Air-gap Torque Estimation* e que é igual a $T_e = 12.47\text{Nm}$. Para aferir-se sobre a eficácia da técnica, calculou-se o erro relativo deste processo conforme os cálculos que se seguem.

Binário eletromagnético desenvolvido pelo motor, $T_e = 12.3724Nm$;

Binário eletromagnético estimado, $T_e = 12.47Nm$;

$$Erro_{Estimação} = \frac{T_{ag} - T_{sim}}{T_{sim}} \cdot 100\% = \frac{(12.47 - 12.3724)Nm}{12.3724Nm} \cdot 100\% = 0.79\%$$

Com um erro relativo de 0.79%, considera-se ter uma estimativa muito fidedigna do binário eletromagnético.

Para garantir que a técnica de estimativa do binário eletromagnético funciona para valores mais baixos, simulou-se o sistema com uma carga que exerce um binário de $5Nm$ no veio do motor. Registou-se o binário eletromagnético desenvolvido pelo motor e o binário estimado, conforme a Figura 3.3.

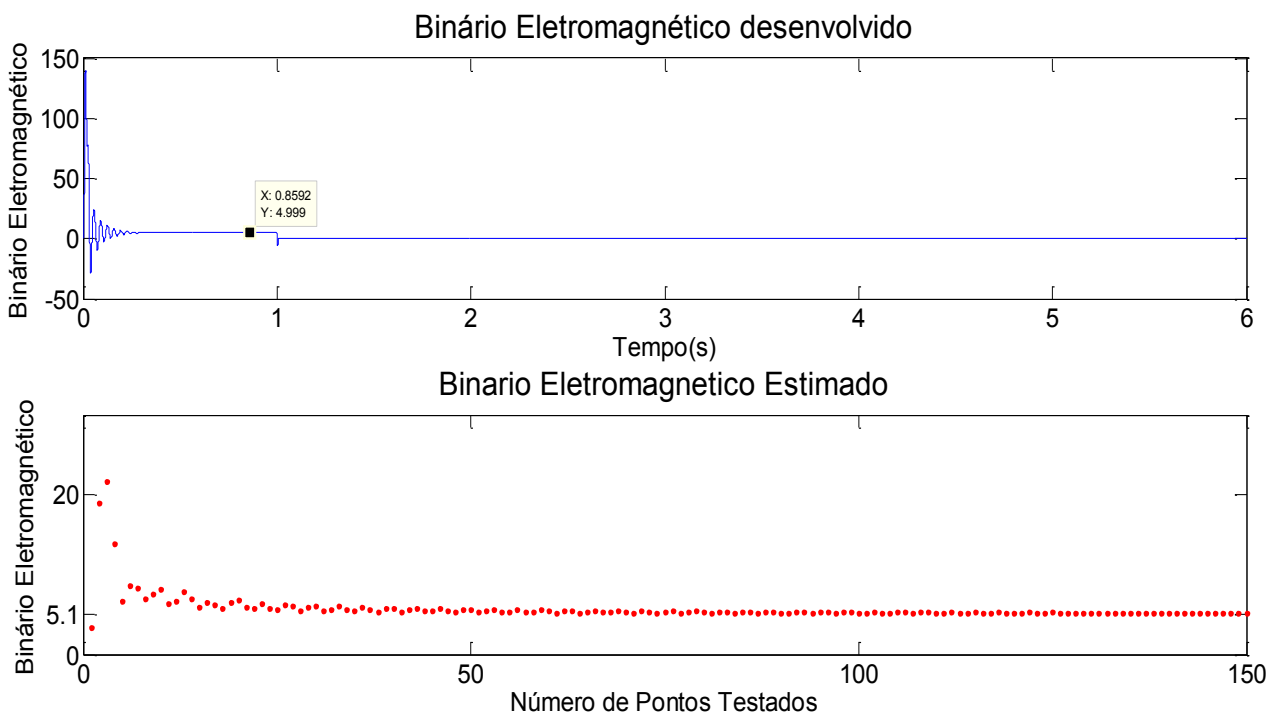


Figura 3.3 a) e b) - Binário eletromagnético desenvolvido pelo motor e estimado

O binário simulado tem como valor $T_e = 4.999\text{Nm}$, estimou-se e se obteve $T_e = 5.999\text{Nm}$. Calculou-se o erro relativo associado a esta nova estimação conforme os cálculos que seguem.

Binário eletromagnético desenvolvido pelo motor, $T_e = 4.999\text{Nm}$;

Binário eletromagnético estimado, $T_e = 5.102$;

$$Erro_{Estimacao} = \frac{T_{ag} - T_{sim}}{T_{sim}} \cdot 100\% = \frac{(5.102 - 4.999)\text{Nm}}{4.999\text{Nm}} \cdot 100\% = 2.06\%$$

Obteve-se novamente uma situação bastante favorável, o erro na estimação do binário eletromagnético é de apenas 2.06%, validando desta forma a técnica utilizada.

3.3 – Análise do erro associado à estimação do binário eletromagnético nas variáveis mecânicas do sistema

De seguida fez-se uma nova análise de sensibilidade da metodologia de estimação de parâmetros mecânicos proposta neste Trabalho de Projeto. Analisou-se nos extremos como seria o erro associado à estimação, caso o binário eletromagnético estimado tivesse mais de 1% de erro relativo, ou seja, num intervalo de 1 a 5%. De acordo ao Capítulo anterior, para se estimar a inércia do sistema e os atritos viscoso com o ar e estático, é necessário introduzir uma nova equação no sistema de equações criado. Esta nova equação consiste em um novo estado da máquina diferente do estado de desaceleração, concretamente, o estado de funcionamento permanente onde a máquina desenvolve um binário motor para vencer os atritos resistivos e binário de carga. Este valor de binário é um fator importante nos cálculos das variáveis mecânicas e deve ter um valor muito próximo da realidade para garantir a minimização de erros na estimação geral.

Utilizou-se o mesmo motor virtual, com os mesmos parâmetros mecânicos da Secção 3.1 ($K_a = 0.0005$; $K_v = 0.002985$; $K_d = 0.0357$), após simular-se o sistema, obteve-se o valor da velocidade angular em quatro pontos distintos de tempo (escolhidos aleatoriamente a partir da sua representação gráfica) para se poder formar o sistema de 4 equação a 4 incógnitas a estimar, nomeadamente, a inércia do sistema, o coeficiente de atrito com o ar, o coeficiente de atrito viscoso e a constante de atrito estático ou de *Coulomb*. Efetuou-se uma variação do valor do binário eletromagnético no sistema de equações, isto é,

introduziu-se um erro gradual de 1 a 5% (ver Tabela 3.3) e registou-se o efeito no valor da estimação dos parâmetros mecânicos.

Tabela 3.3 – Variação do binário eletromagnético (de 1 a 5% de erro relativo)

Valor de T_e Original = 12.3724Nm	Erro	Valor de T_e com erro (Nm)
	1%	12.4937
	2%	12.6174
	3%	12.7411
	4%	12.8648
	5%	12.9885

De seguida apresenta-se o sistema de 4 equações a 4 incógnitas, formado para a estimação dos parâmetros mecânicos:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_e = K_a \omega(t_0)^2 + K_v \cdot \omega(t_0) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_1)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_1)^2 + K_v \cdot \omega(t_1) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_2)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_2)^2 + K_v \cdot \omega(t_2) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_3)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_3)^2 + K_v \cdot \omega(t_3) + K_d \end{array} \right.$$

A primeira equação no sistema de equações resulta do funcionamento do motor em regime permanente, as três equações subsequentes resultam do motor em desaceleração.

Substituiu-se no sistema de equações os valores da velocidade angular, do motor em desaceleração, nos instantes de tempo escolhidos (3.5, 4 e 4.5 segundos). Em regime permanente, o motor possui uma velocidade fixa de $\omega(t) = 154 \text{ rad/s}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_e = K_a (154.1)^2 + K_v \cdot (154.1) + K_d \\ 0 = J \cdot (-4.583) + K_a \cdot (4.64)^2 + K_v \cdot (4.64) + K_d \\ 0 = J \cdot (-3.51) + K_a \cdot (2.615)^2 + K_v \cdot (2.615) + K_d \\ 0 = J \cdot (-2.98) + K_a \cdot (0.9861)^2 + K_v \cdot (0.9861) + K_d \end{array} \right.$$

Resolveu-se o sistema de equações para cada um dos binários eletromagnéticos apresentados na Tabela 3.3 (com erro relativo de 1 a 5%). A resolução consistiu em fixar os valores da velocidade e aceleração angular e variar apenas o valor do binário eletromagnético estimado, T_e , consoante o valor de erro assumido (1 a 5%). Estimou-se o valor das variáveis mecânicas para cada uma dessas situações e registou-se os valores encontrados, conforme descreve a Tabela 3.4 que se segue.

Tabela 3.4 – Variação dos parâmetros mecânicos estimados face aos valores de T_e (com erro de 1 a 5%)

Erro (%)	T_e (Nm)	J	K_v	K_a	K_d
1	12.4937	0.0131	0.00303	0.0005	0.0357
2	12.6174	0.0132	0.00306	0.0005	0.0361
3	12.7411	0.0133	0.00309	0.00051	0.0364
4	12.8648	0.0134	0.00312	0.00051	0.0368
5	12.9885	0.0135	0.00315	0.00051	0.0371

Calculou-se ainda o valor do erro da estimação, relativo aos valores originais das variáveis em causa ($J = 0.0131$; $K_v = 0.002985$; $K_a = 0.0005$; $K_d = 0.0357$) e registou-se na Tabela 3.5 que segue.

Tabela 3.5 – Erro relativo das variáveis mecânicas estimadas face aos valores esperados

Erro de T_e (%)	Erro de J (%)	Erro de K_v (%)	Erro de K_a (%)	Erro de K_d (%)	Erro Total (%)
1	0	0.1508	0	0	0.1508
2	0.7634	0.2513	0	1.1204	2.1361
3	1.5267	0.3518	2	1.9608	5.8393
4	2.2901	0.4523	2	3.0812	7.8236
5	3.0534	0.5528	2	3.9216	9.5278

Os valores de erro apresentados na Tabela 3.5 demonstram que a um acréscimo do binário eletromagnético estimado num intervalo de 1 a 5% (sobrestimação), conduz a um aumento do valor de erro das variáveis mecânicas estimadas, no entanto, considerando o extremo (5% de erro do binário eletromagnético estimado) pode-se afirmar que o erro total

envolvido no processo de estimação é tolerável. Se se considerar que $T_e = 12.9885 Nm$, o que no caso se estaria a assumir um valor de 5% de erro, o erro total envolvido na estimação das variáveis mecânicas do sistema é menor que 10%, $ErroTotal = 9.5278\%$.

Dentro deste intervalo de valores do binário eletromagnético (erro de 1 a 5%), os valores associados à estimação das variáveis mecânicas do sistema, sofrem uma flutuação pouco brusca, verificando-se um aumento gradativo e aceitável dos valores de erro. Resumindo, se a estimação do binário eletromagnético da máquina estiver num intervalo de erro compreendido de 1 a 5%, a estimação das variáveis mecânicas do sistema ainda assim será considerada aceitável.

Representou-se graficamente a evolução de cada variável estimada, na medida em que se aumenta o valor do erro do binário eletromagnético, conforme a Figura 3.4 que se segue.

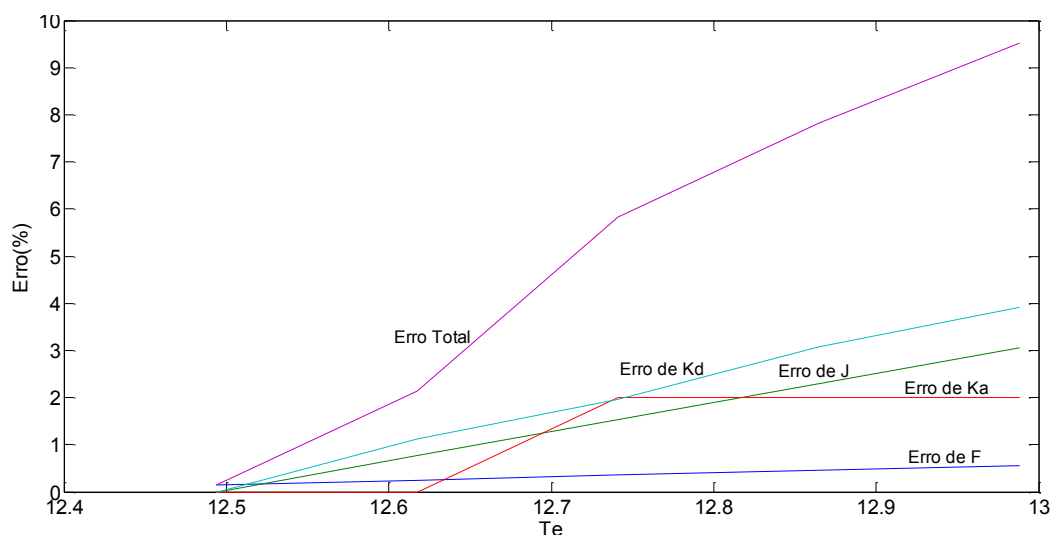


Figura 3.4 – Erro associado às variáveis mecânicas estimadas a medida em que aumenta o valor de erro do binário eletromagnético (de 1 a 5%)

O gráfico apresentado na Figura 3.4 reforça as conclusões chegadas no parágrafo anterior, confirma-se que o erro total na estimação dos parâmetros mecânicos é diretamente proporcional ao erro da estimação do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina. O erro total tem uma variação considerada linear e dentro do intervalo estudado (de 1 a 5%) é aceitável.

Com a conclusão deste estudo de sensibilidade, baseado nas variáveis envolvidas no processo de estimação dos parâmetros elétricos e mecânicos do motor de indução trifásico, consolida-se a fase de teste da metodologia. O próximo passo será a aplicação prática da metodologia.

4 - Ensaio laboratoriais

Com a conclusão da fase de simulações e testes da metodologia de estimação de parâmetros, passámos para a aplicação prática, que consiste em ensaios laboratoriais e posterior aferição de resultados.

À semelhança das simulações feitas ao longo do trabalho nos sistemas virtuais, efetuaram-se dois tipos de ensaios experimentais (a dois sistemas distintos), nomeadamente, para o caso em que se conhece a inércia do sistema e para o caso em que se desconhece.

Na condução do trabalho, utilizou-se dois sistemas mecânicos com motores de indução trifásicos de fabricantes e características distintas (potência, número de pólos, etc.), sendo o primeiro motor da *Universal Motors* e o segundo da *ELD*.

No primeiro ensaio os valores da tensão remanescente gerados pelo campo eletromagnético foram obtidos através de um osciloscópio, já no segundo ensaio os mesmos valores foram obtidos através de uma placa de aquisição de dados interligada ao LabView.

A Tabela 4.1 descreve os motores utilizados para os ensaios laboratoriais⁴.

Tabela 4.1 - Características dos motores utilizados nos ensaios laboratoriais

	Potência (kW)	pólos	ω_n (rpm)	U_n (V)	I_n (A)	$\text{Cos}\theta$	η (%)
1º ENSAIO (UNIVERSAL MOTORS)	0.75	4	1380	380-415	1.93	0.78	72
2º ENSAIO (ELD)	0.37	4	–	380-415	1.5-1.2	0.76	–

As secções que se seguem descrevem os ensaios efetuados. Começando com o ponto referente ao caso do sistema mecânico onde é conhecida a inércia da máquina.

⁴ Chapa de Características e maiores detalhes em anexo (anexo1)

4.1 – Ensaio considerando que se conhece a inércia do motor

Para o primeiro ensaio laboratorial foi utilizado o Motor da *Universal Motors* de 0.75 kW de potência (ver Tabela 4.1). Na Figura 4.1 apresenta-se um diagrama descrevendo os procedimentos seguidos para a aquisição dos dados, bem como a sequência dos cálculos analíticos para posterior estimação dos parâmetros mecânicos do motor.

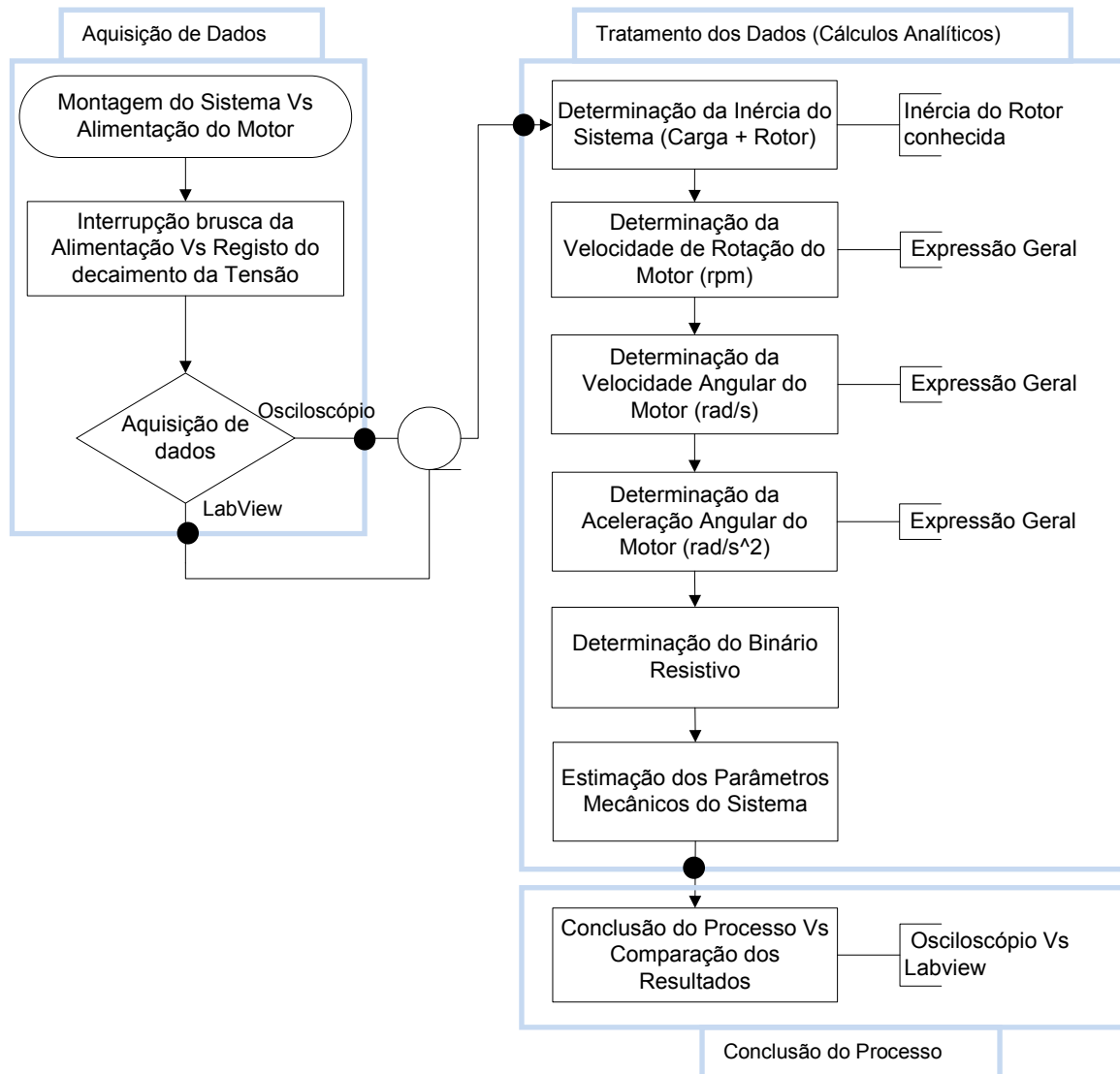
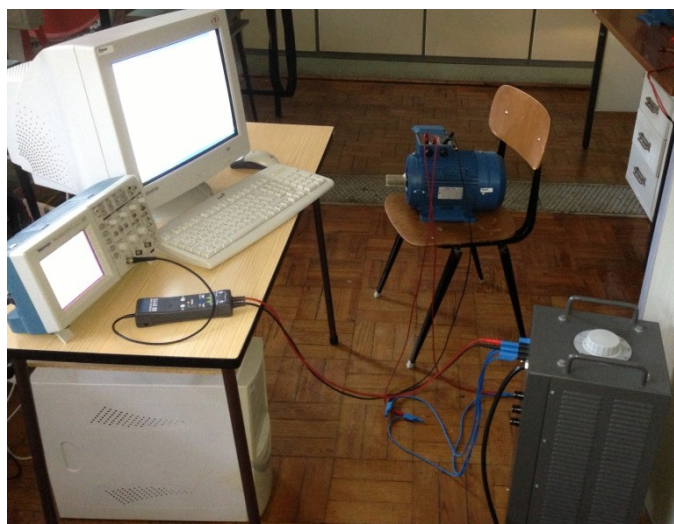
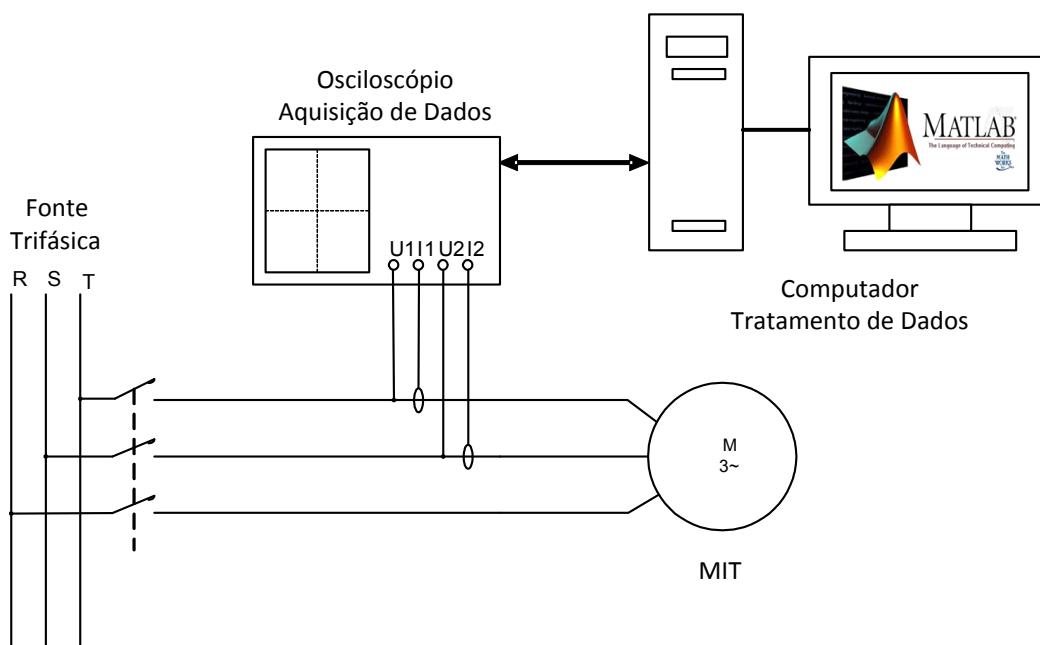


Figura 4.1 – Sequência de etapas para a estimação dos parâmetros mecânicos do motor.

O processo de montagem do sistema constituiu-se de um esquema simples, com o motor de indução ligado a uma fonte de alimentação trifásica e regulável, com um esquema de ligação em estrela (motor de baixa potência). A Figura 4.2 que se segue descreve o layout experimental.



a)



b)

Figura 4.2 - Layout da montagem experimental

A aquisição de dados para este trabalho laboratorial ficou a cargo do Osciloscópio *Tektronix* modelo TDS 1012, sendo que o acondicionamento e tratamento da informação foram feitos com ajuda do Excel e do Matlab. Esta secção do trabalho foi baseada na ferramenta Excel, tentou-se redirecionar as soluções encontradas para um instrumento de trabalho mais simples do ponto de vista consensual.

Seguiu-se os procedimentos descritos na Secção 1.4 do Capítulo 1, para se obter os valores da tensão no momento em que se interrompe a alimentação do motor. A Figura 4.3 que se segue, descreve a informação gráfica retirada do osciloscópio (tensão remanescente) no momento em que se interrompeu a alimentação ao motor, ou seja, no momento em que ele passou para o estado de desaceleração.

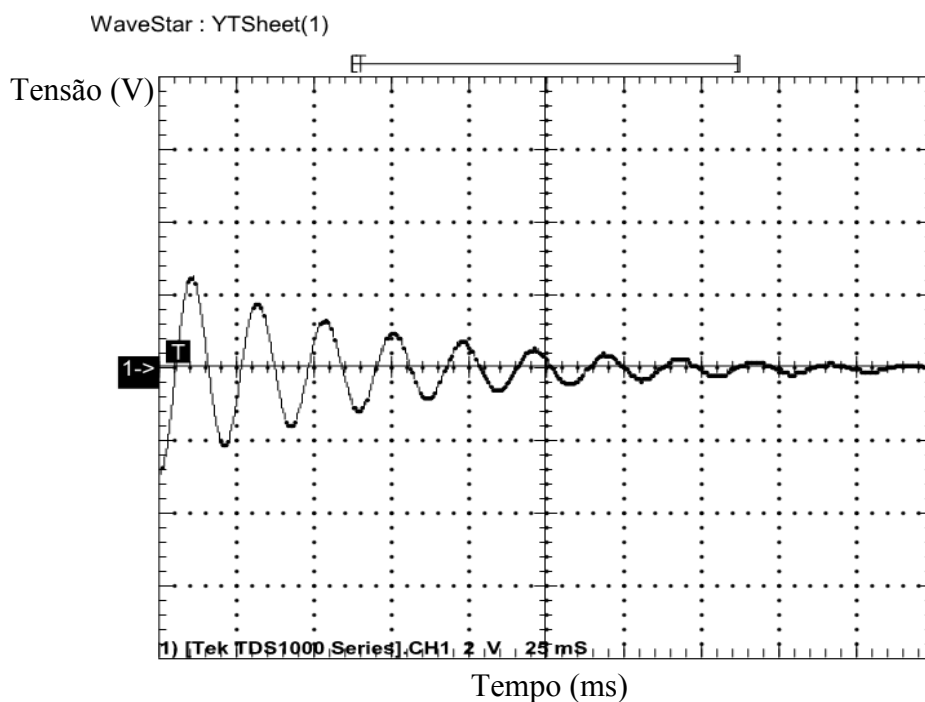


Figura 4.3 - Gráfico da tensão remanescente obtida por ensaio laboratorial

O motor utilizado possui uma velocidade de rotação nominal de 1380 rpm. Com a medida da tensão remanescente obtida pelo osciloscópio, vai ser possível estimar os parâmetros mecânicos do motor. Considerando que se conhece a inércia do sistema, apenas um estado de funcionamento do motor é suficiente para a estimação, ou seja, o estado de desaceleração do motor é suficiente para determinar todos os coeficientes mecânicos que se procura sem ser necessário recorrer ao estado do motor em regime permanente. Exportou-se os valores obtidos pelo osciloscópio para posteriormente serem tratados com ajuda do Excel e Matlab.

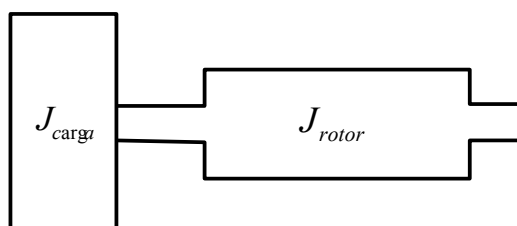
4.1.1- Determinação da inércia total (carga mais rotor).

Relembrando o que foi dito na Secção 1.2.2 do Capítulo 1, o momento de inércia de um corpo (com massa) em torno de um eixo é o parâmetro referente ao movimento de rotação que corresponde à massa de inércia no movimento linear.

Para o primeiro motor ensaiado (0.75 kW de potência), adicionou-se ao seu rotor uma carga que consiste em um cilindro uniforme, com os valores do raio e geratriz (ou altura) conhecidos de antemão. Conhecendo o sistema, calculou-se a massa (m) da carga e posteriormente o momento de inércia total, conforme se passa a descrever.



a)



b)

Figura 4.4 - Esquematização básica da inércia total do sistema

O momento de inércia equivalente do sistema (J_{equ}) é dado pela soma dos momentos de inércias, das partes que constituem o sistema (carga + rotor).

$$J_{equ} = J_{CARGA} + J_{ROTOR} \quad (47)$$

$$J_{ROTOR} = 0.00271 \text{kgm}^2 \text{ (fornecido pelo fabricante)} \quad (48)$$

$$\text{Carga} \begin{cases} r = 0.05 \text{m} \\ l = 0.04 \text{m} \\ d = 7830 \text{Kg} / \text{m}^3 \end{cases} \quad (49)$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l = 3.1415 \times 0.05^2 \times 0.04 = 3.1415 \times 10^{-4} \text{m}^3 \quad (50)$$

$$m_{carga} = V \cdot d = 3.1415 \times 10^{-4} \times 7830 = 2.4599 \text{kg} \quad (51)$$

$$J_{carga} = \frac{1}{2} \cdot m_{carga} \cdot r^2 = 2.4599 \times 0.05^2 = 0.003075 \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (52)$$

$$J_{equ} = J_{CARGA} + J_{ROTOR} = 0.003075 + 0.00271 = 0.0058 \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (53)$$

4.1.2 Tratamento dos dados obtidos pelo primeiro ensaio

Após obter-se os dados pelo osciloscópio, exportou-se esses valores para uma folha de Excel, para se poder interagir e retirar o máximo de informação possível. Os gráficos que se seguem descrevem o valor da tensão, velocidade em rpm e rad/s em função do tempo.

A Figura 4.5 representa a evolução da tensão do motor em desaceleração em função do tempo, desde o momento que se interrompeu a alimentação até o rotor estar parado, e foi obtido de forma direta, ou seja, pela exportação dos dados retirados do osciloscópio.

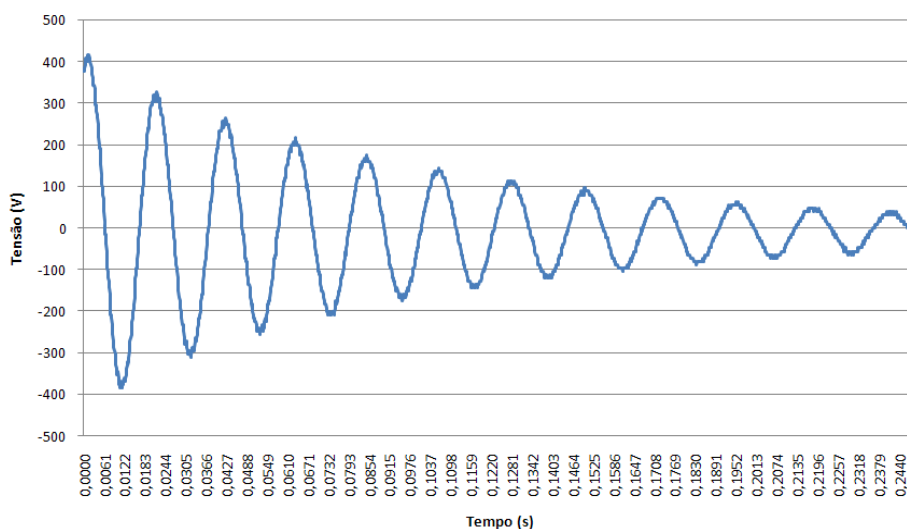


Figura 4.5 - Gráfico da tensão remanescente em função do tempo.

Com o gráfico da tensão ao longo do tempo, procedeu-se à análise da velocidade de rotação em rpm e da velocidade angular em rad/s, que é importante não só estimar, como também para servir de base para os cálculos dos parâmetros mecânicos do motor.

O gráfico da velocidade angular é determinado através da medição do período da tensão entre dois máximos e dois mínimos, considerando que esse período é o período médio nesse intervalo de tempo. A Figura 4.6 descreve com mais pormenores a medição efetuada.

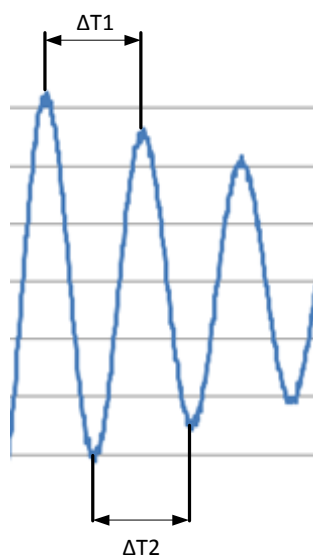


Figura 4.6 - Determinação da velocidade angular.

$$\begin{aligned}\Delta T1 &= t(i) - t(i-1) \text{ (Picos máximos de tensão)} \\ \Delta T2 &= t(i) - t(i-1) \text{ (Picos mínimos de tensão)}\end{aligned}\quad (54)$$

$T = \frac{\Delta T1 + \Delta T2}{2}$ (Valor médio do período entre dois máximos e dois mínimos de tensão).

Sabendo que a expressão da velocidade angular (em rad/s) é dada por:

$$\omega(t) = \frac{2\pi \cdot f}{p} \quad (55)$$

Onde: $f \Leftrightarrow$ frequência da tensão de alimentação; $p \Leftrightarrow$ Par de pólos do motor

Sabe-se ainda que a frequência de um sinal sinusoidal é dada pelo inverso do seu período (T):

$$f = \frac{1}{T} \quad (56)$$

Logo, a expressão da velocidade angular em (em rad/s) é equivalente a:

$$\omega(t) = \frac{2\pi}{T \cdot p} \quad (57)$$

A partir da velocidade angular em radianos por segundo (rad/s), é possível obter a velocidade angular em rotações por minuto (rpm) pela expressão:

$$n(t) = \frac{\omega(t) \times 60}{2\pi} \quad (58)$$

Substituiu-se os valores encontrados na medição do período entre duas amplitudes máximas e duas mínimas (gráfico da tensão) e obteve-se as Tabelas 4.2 a) e b) que se seguem.

Tabela 4.2 - Valores experimentais da velocidade angular

a) Valores máximos.

T	U (V)	Δt	F (Hz)	n(RPM)	$\omega(\text{rad/s})$
0.0015	416				
0.0219	328	0.0204	49.0196	1471	153.9216
0.0425	264	0.0206	48.5437	1456	152.4272
0.0635	216	0.0210	47.6190	1429	149.5238
0.0847	176	0.0212	47.1698	1415	148.1132
0.1064	144	0.0215	46.5116	1395	146.0465
0.1278	112	0.0218	45.8716	1376	144.0367
0.1499	96	0.0221	45.2489	1357	142.0814
0.1723	72	0.0224	44.6429	1339	140.1786
0.1951	64	0.0228	43.8596	1316	137.7193
0.2184	48	0.0230	43.4783	1304	136.5217
0.2412	40	0.0233	42.9185	1288	134.7639

b) Valores mínimos.

T	U (V)	Δt	F (Hz)	n(RPM)	$\omega(\text{rad/s})$
0.0116	385				
0.0317	304	0.0205	48.7805	1463	153.1707
0.0524	248	0.0207	48.3092	1449	151.6908
0.0749	208	0.0211	47.3934	1422	148.8152
0.0952	176	0.0213	46.9484	1408	147.4178
0.1170	144	0.0216	46.2963	1389	145.3704
0.1391	120	0.0219	45.6621	1370	143.3790
0.1612	104	0.0223	44.8430	1345	140.8072
0.1838	80	0.0226	44.2478	1327	138.9381
0.2071	72	0.0229	43.6681	1310	137.1179
0.2295	64	0.0231	43.2900	1299	135.9307

A partir dos valores obtidos nas Tabelas 4.2 a) e b), traçou-se o gráfico que descreve o comportamento da velocidade angular em rotações por minuto (rpm), e em radianos por segundo (rad/s) ao longo do tempo, desde o momento do corte da alimentação do motor até o rotor estar completamente parado. A Figura 4.7 descreve esse comportamento.

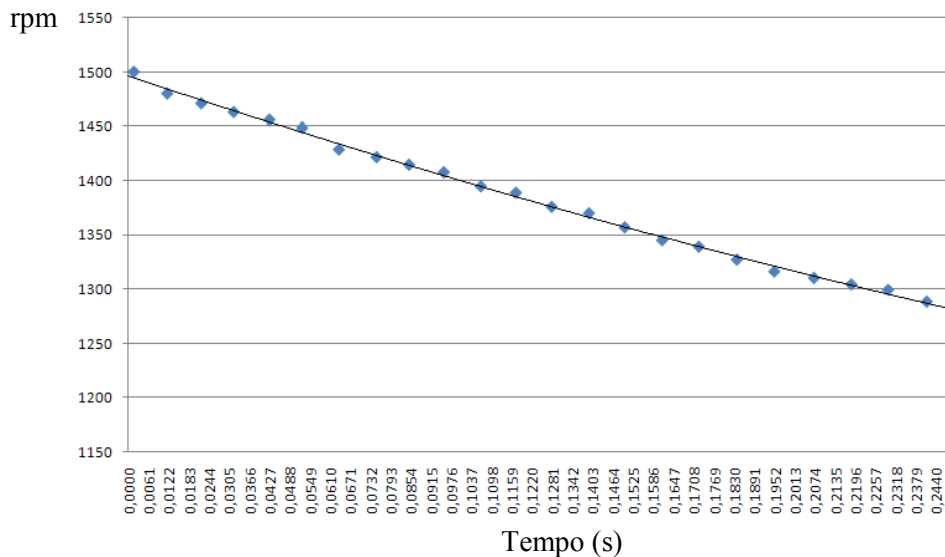


Figura 4.7 - Gráfico da velocidade de rotação em rpm em função do tempo

A partir do gráfico traçado, obteve-se a expressão matemática que representa a sua tendência e determinou-se os seus coeficientes.

Para se poder adquirir a expressão de tendência da curva da velocidade de rotação, utilizou-se uma ferramenta gráfica, nomeadamente, o Excel, e o resultado é um polinómio de grau 2 (ver Equação 59). A determinação dos coeficientes da expressão de tendência foi feita arbitrando-se três valores de tempo (no gráfico) e os seus correspondentes valores de velocidade angular, e, no final, criou-se um sistema de 3 equações a 3 incógnitas, conforme os cálculos que se seguem.

$$n(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \quad (59)$$

$$\begin{cases} 1480 = a \cdot 0.0116^2 + b \cdot 0.0116 + c \\ 1395 = a \cdot 0.1064^2 + b \cdot 0.1064 + c \\ 1316 = a \cdot 0.1951^2 + b \cdot 0.1951 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 316 \\ b = -986 \\ c = 1496 \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema de equações e determinou-se os coeficientes a, b e c da equação de tendência do gráfico da velocidade de rotação do motor. A expressão matemática que descreve o comportamento da velocidade de rotação (em rpm) é dada por:

$$n(t) = 316 \cdot t^2 - 986 \cdot t + 1496rpm \quad (60)$$

Seguiu-se o mesmo procedimento para os valores de velocidade angular em rad/s, dados pelas Tabelas 4.2 a) e b). Representou-se graficamente a velocidade angular do motor conforme descreve a Figura 4.8.

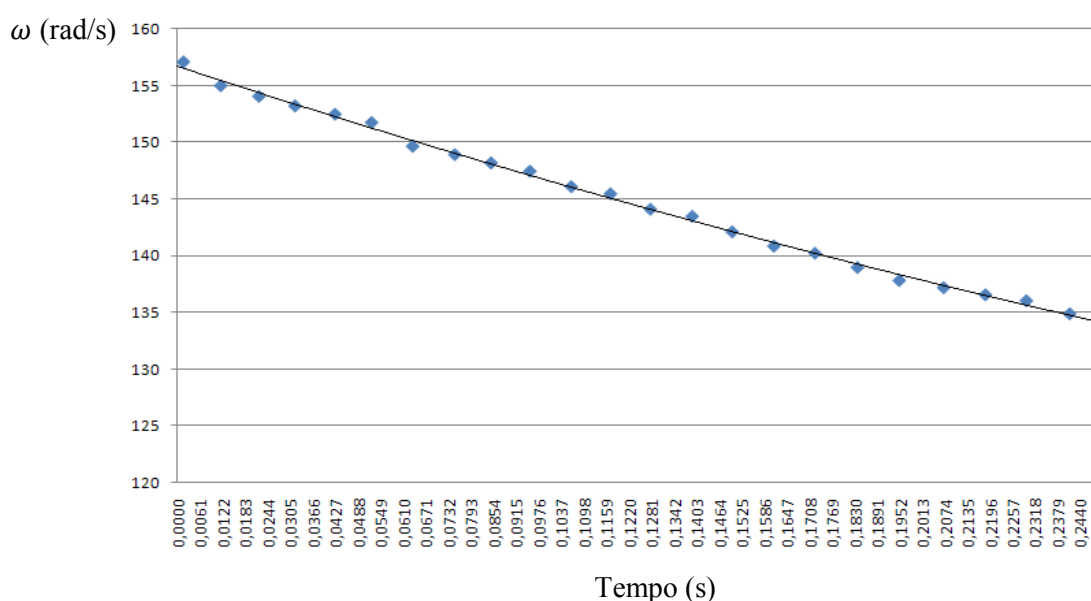


Figura 4.8 - Gráfico da velocidade em rad/s em função do tempo.

A partir da Figura 4.8 obteve-se um polinómio de grau 2 que representa a tendência do gráfico. Formou-se um sistema de equações para se determinar os coeficientes da equação de tendência, à semelhança do caso da velocidade angular em rpm.

$$\omega(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \quad (61)$$

$$\begin{cases} 155 = a \cdot 0.0116^2 + b \cdot 0.0116 + c \\ 146 = a \cdot 0.1064^2 + b \cdot 0.1064 + c \\ 138 = a \cdot 0.1951^2 + b \cdot 0.1951 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 56.7 \\ b = -107.3 \\ c = 156.7 \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema de equação em ordem às variáveis a, b e c. Substituiu-se os valores dessas variáveis na expressão polinomial (61) e obteve-se a função da velocidade de rotação do motor em radianos por segundo (rad/s):

$$\omega(t) = 56.7 \cdot t^2 - 107.3 \cdot t + 156.7 \text{ rad/s} \quad (62)$$

Através da expressão de $\omega(t)$, calculou-se a sua derivada ou aceleração angular, que permitirá determinar o gráfico do binário resistente em função do tempo.

$$\omega(t) = 56.7 \cdot t^2 - 107.3 \cdot t + 156.7 \text{ rad/s}$$

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = \frac{d}{dt} (56.7 \cdot t^2 - 107.3 \cdot t + 156.7) \text{ rad/s} = 113.4 \cdot t - 107.3 \text{ rad/s}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt} \omega(t) = 113.4 \cdot t - 107.3 \text{ rad/s}$$

O binário resistente (T_r) é dado pela expressão matemática:

$$T_r(t) = -J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t)$$

Onde, $\omega(t)$ corresponde aos valores da velocidade angular em rad/s ao longo do tempo.

Substituiu-se o valor da inércia do sistema (53) e a expressão da aceleração angular na expressão do atrito resistivo e obteve-se:

$$T_r(t) = -J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) = -0.0058 \cdot (113.4 \cdot t - 107.3) \text{ Nm} \quad (63)$$

A partir da expressão (63) traçou-se graficamente o comportamento do binário resistente do sistema, conforme descreve a Figura 4.9 e 4.10.

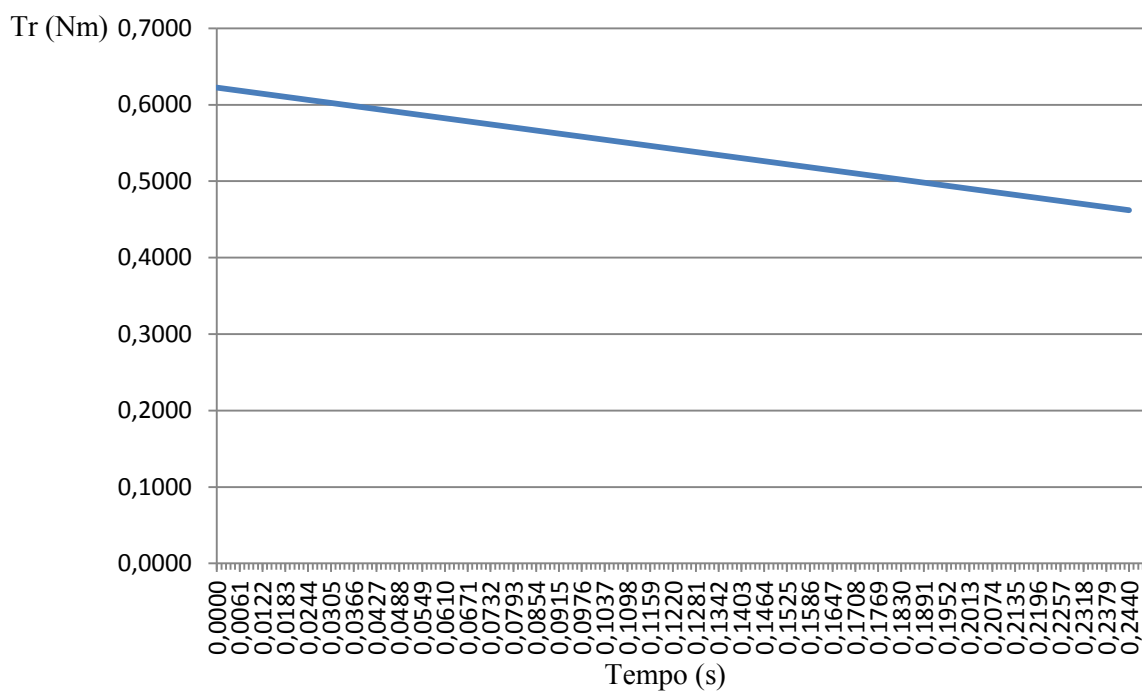


Figura 4.9 - Gráfico do binário resistente em função do tempo.

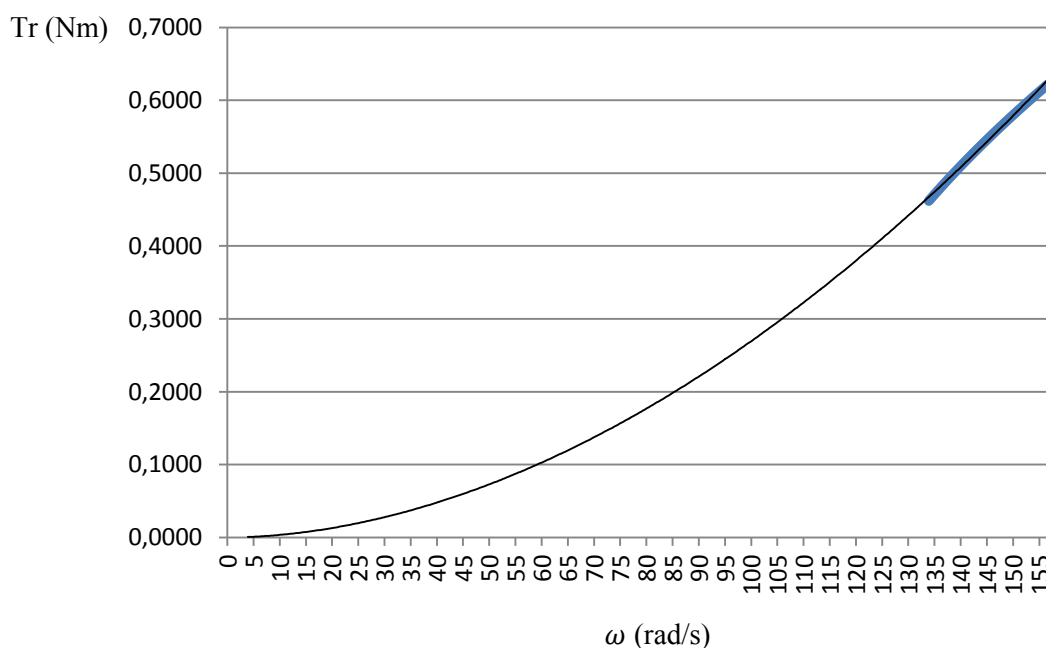


Figura 4.10 - Gráfico do binário resistente em função da velocidade angular.

O binário resistente existente no sistema mecânico em análise, representado nas Figuras 4.9 e 4.10, depende de duas variáveis desconhecidas, designadamente, do atrito viscoso e do atrito de ventilação. Portanto, a partir de dois valores do gráfico do binário resistente e conhecendo a equação geral da dinâmica do sistema, é possível determinar os coeficientes de atrito de ventilação e atrito viscoso. Para tal, basta que se crie um sistema de 2 equações a 2 incógnitas e que se resolva o sistema em ordem a estas variáveis, como descreve os cálculos que se seguem.

$$\begin{cases} T_r(\omega_1) = K_a \cdot \omega_1^2 + K_v \cdot \omega_1 \\ T_r(\omega_2) = K_a \cdot \omega_2^2 + K_v \cdot \omega_2 \end{cases}$$

Para os pares de binário resistente e velocidade angular abaixo:

$$\begin{array}{ll} T_r(0.1s) = 0.56 \text{ N.m} & \omega(0.1s) = 146.54 \text{ rad/s} \\ T_r(0.2s) = 0.49 \text{ N.m} & \omega(0.2s) = 137.51 \text{ rad/s} \end{array}$$

Tem-se:

$$\begin{cases} 0.56 = K_a \cdot 146.54^2 + K_v \cdot 146.54 \\ 0.49 = K_a \cdot 137.51^2 + K_v \cdot 137.51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_a = 25.2 \times 10^{-6} \\ K_v = 82.4 \times 10^{-6} \end{cases}$$

4.1.3 - Conclusão do primeiro ensaio

A partir dos dados obtidos pelo osciloscópio, chegou-se a dois valores para os coeficientes de atrito por ventilação e atrito viscoso, no entanto, pensa-se que se trata de dois valores aproximados de modo grosseiro, visto que a duração da desaceleração do motor foi de cerca de 2 segundos e a amostra para este ensaio foi de 250ms, por esta razão vai ser efetuado um novo ensaio com uma amostra de cerca de 6 segundos, para se verificar tanto o método de cálculo para determinar os coeficientes de atrito, como também para se poder obter valores mais próximos do real.

4.1.4- Tratamento dos dados obtidos pelo segundo ensaio

Num segundo ensaio, trabalhámos com uma placa de aquisição de dados da *National Instruments* (NI DAQ 6009) interligada ao LabView para a aquisição dos dados, ao invés do Osciloscópio. Procedeu-se de igual modo ao primeiro ensaio, deixou-se o motor a funcionar por breves instantes, após o motor atingir o regime permanente (Figura 4.11 a)), interrompeu-se bruscamente a sua alimentação e registou-se os valores de tensão do motor em regime de desaceleração até ao estado parado (Figura 4.11 b)), conforme a Figura 4.11 que se segue.

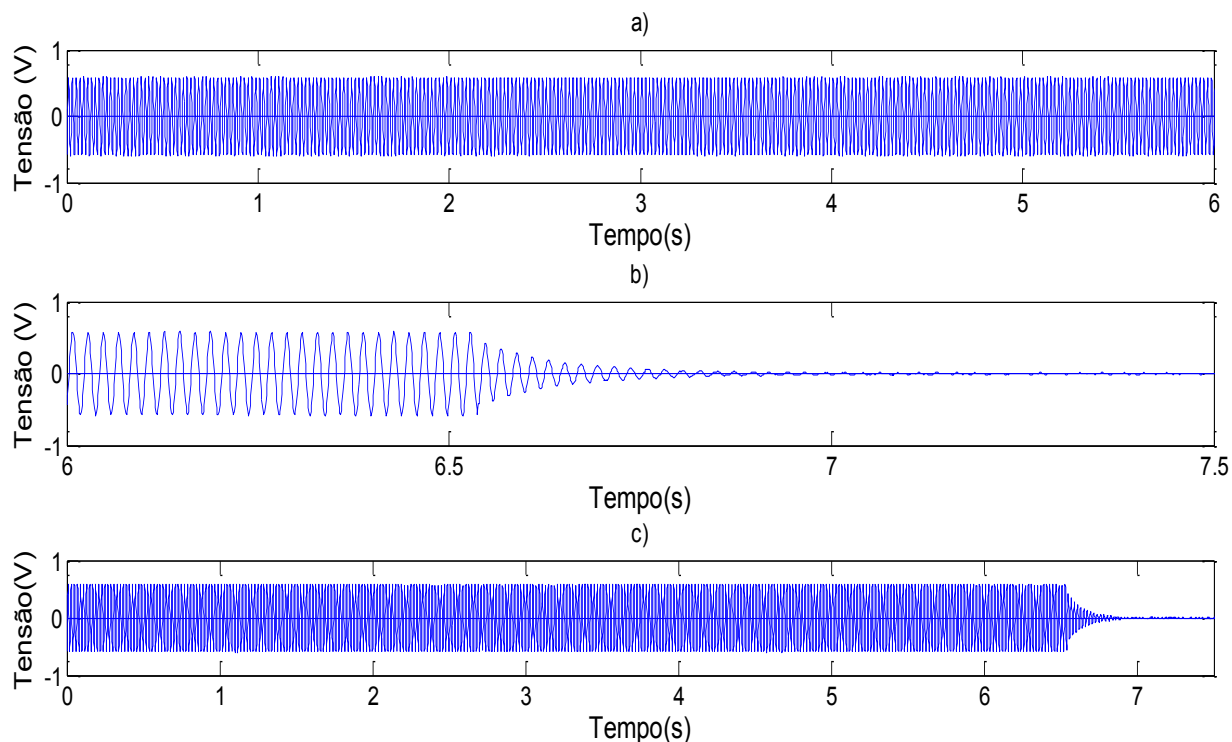


Figura 4.11 – Gráfico obtido em regime de desaceleração no segundo ensaio, pelo LabView.

Recorreu-se as mesmas técnicas usadas no primeiro ensaio deste capítulo para exportar e tratar dos dados obtidos pelo LabView. Obteve-se a evolução da velocidade angular em função do tempo como descreve a Figura 4.12 que se segue.

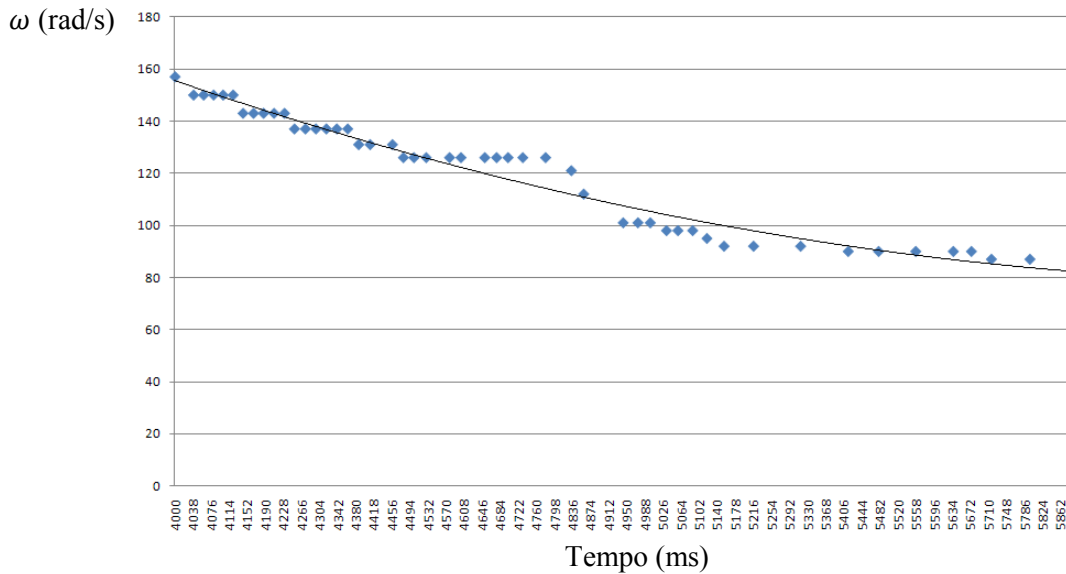


Figura 4.12 - Gráfico da velocidade angular em função do tempo.

A partir do gráfico da velocidade angular apresentado na Figura 4.12, obteve-se um polinómio de grau 2, que representa a tendência da curva:

$$\omega(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \quad (64)$$

Seguiu-se os mesmos procedimentos dos cálculos anteriores, para se poder obter os coeficientes a, b e c da expressão matemática que descreve a curva de tendência do gráfico.

Formou-se um sistema de três equações a três variáveis (a, b e c) e a partir de três valores da velocidade angular, escolhidos aleatoriamente, concretizou-se os cálculos e registou-se a expressão da velocidade angular, conforme os cálculos que se seguem.

$$\begin{cases} 150 = a \cdot 0.147^2 + b \cdot 0.147 + c \\ 112 = a \cdot 0.967^2 + b \cdot 0.967 + c \\ 87 = a \cdot 1.905^2 + b \cdot 1.905 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11.2 \\ b = -58.82 \\ c = 158.4 \end{cases}$$

Resolveu-se o sistema de equações criado e substituiu-se os coeficientes encontrados na expressão (64):

$$\omega(t) = 11.2 \cdot t^2 - 58.82 \cdot t + 158.4 \text{rad} / s \quad (65)$$

Obtida a expressão matemática da velocidade angular, $\omega(t)$, é possível determinar a sua derivada, que irá permitir determinar o gráfico do binário resistente em função do tempo.

$$\begin{aligned} \omega(t) &= 11.2 \cdot t^2 - 58.82 \cdot t + 158.4 \text{rad} / s \\ \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \omega(t) &= \frac{d}{dt} (11.2 \cdot t^2 - 58.82 \cdot t + 158.4 \text{rad} / s) = 22.4 \cdot t - 58.82 \\ \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \omega(t) &= 22.4 \cdot -58.82 \text{rad} / s^2 \end{aligned}$$

Substituindo a derivada da velocidade angular, ou seja, a aceleração angular na expressão do binário resistente (63), vem:

$$T_r(t) = -J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) = -0.0058 \cdot (22.4 \cdot t - 58.82) \text{Nm} \quad (66)$$

A partir da função obtida (66) representou-se graficamente o binário resistente do motor ao longo do tempo, de acordo a Figura 4.13 e 4.14.

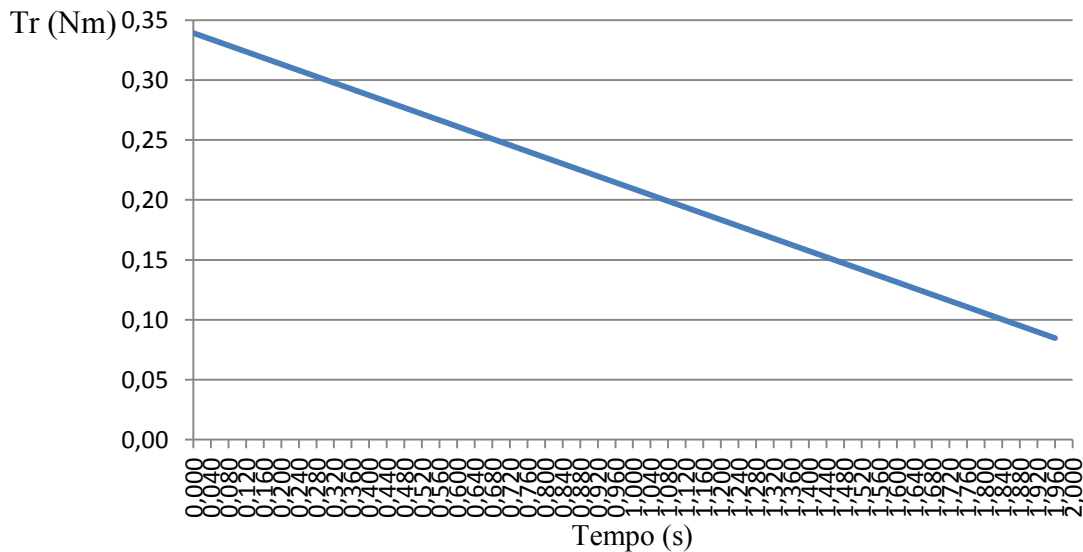


Figura 4.13 - Gráfico do binário resistente em função do tempo

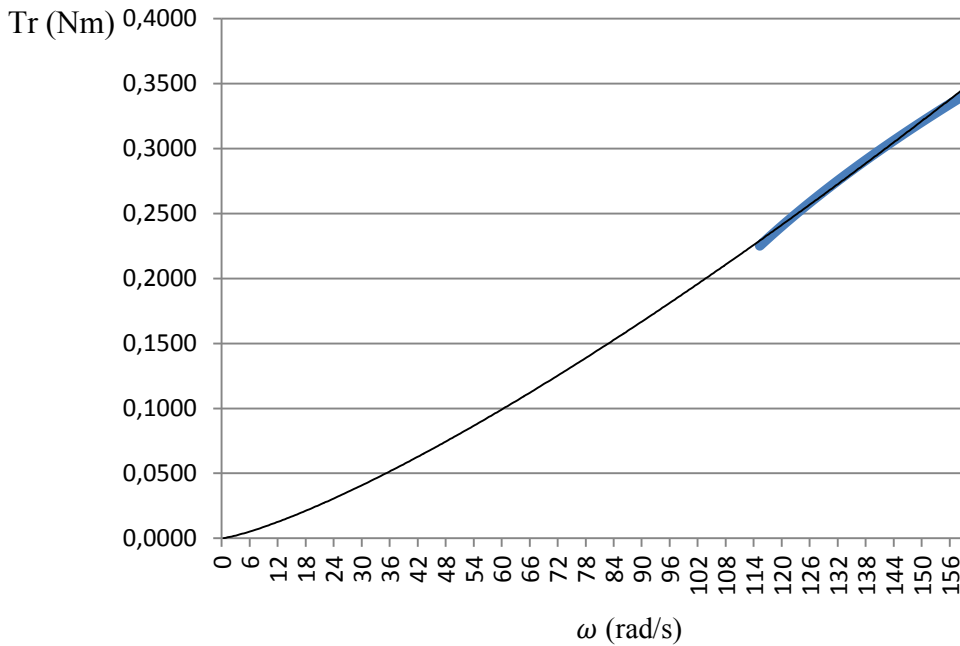


Figura 4.14 - Gráfico do binário resistente em função da velocidade angular.

O binário resistente tal como no caso anterior, depende de duas variáveis desconhecidas, atrito viscoso e atrito de ventilação. Portanto, a partir de 2 valores do gráfico da Figura 4.14 e conhecendo a equação geral da dinâmica do motor, é possível determinar os coeficientes de atrito de ventilação e atrito viscoso. Para tal, basta que se crie um sistema de equações a duas variáveis e que se resolva o sistema em ordem a estas variáveis, como passamos a demonstrar.

$$\begin{cases} T_r(\omega_1) = K_a \cdot \omega_1^2 + K_v \cdot \omega_1 \\ T_r(\omega_2) = K_a \cdot \omega_2^2 + K_v \cdot \omega_2 \end{cases}$$

Para os pares de binário resistente e correspondente velocidade angular:

$$T_r(0.8s) = 0.235 \text{ N.m} \quad \omega(0.8s) = 118.51 \text{ rad/s}$$

$$T_r(1.2s) = 0.183 \text{ N.m} \quad \omega(1.2s) = 103.94 \text{ rad/s}$$

Tem-se:

$$\begin{cases} 0.235 = K_a \cdot 118.51^2 + K_v \cdot 118.51 \\ 0.183 = K_a \cdot 103.94^2 + K_v \cdot 103.94 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_a = 15.2 \times 10^{-6} \\ K_v = 174.6 \times 10^{-6} \end{cases}$$

4.1.5- Conclusão do segundo ensaio

A partir dos dados obtidos pela placa de aquisição de dados da *National Instrument* (NI DAQ 6009) conectada ao LabView, chegou-se aos valores dos coeficientes de atrito por ventilação e atrito viscoso, no entanto, verificou-se que os valores estimados no primeiro ensaio possuem um certo desvio relativamente aos valores estimados no segundo ensaio.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_a = 25.2 \times 10^{-6} \\ K_v = 82.4 \times 10^{-6} \end{array} \right. \quad \text{Primeiro ensaio.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_a = 15.2 \times 10^{-6} \\ K_v = 174.6 \times 10^{-6} \end{array} \right. \quad \text{Segundo ensaio.}$$

Considera-se os valores obtidos com o segundo ensaio (utilizando o LabView) como sendo a estimativa mais fidedigna dos parâmetros do motor, uma vez que a amostra do sinal de tensão foi mais abrangente. Com a placa de aquisição de dados possui-se mais informação do sinal de tensão para a mesma janela de visualização, ou seja, há uma maior resolução dos dados do que no osciloscópio. Com base nisso, calculou-se os desvios ou erro relativo do primeiro ensaio face ao segundo ensaio que era o esperado.

$$|Erro_{K_a}| = \left| \frac{K_{a_{ensaio2}} - K_{a_{ensaio1}}}{K_{a_{ensaio2}}} \right| = \left| \frac{15.2 \cdot 10^{-6} - 25.2 \cdot 10^{-6}}{15.2 \cdot 10^{-6}} \cdot 100\% \right| = 65\%$$

$$|Erro_{K_v}| = \left| \frac{K_{v_{ensaio2}} - K_{v_{ensaio1}}}{K_{v_{ensaio2}}} \right| = \left| \frac{174.6 \cdot 10^{-6} - 82.4 \cdot 10^{-6}}{174.6 \cdot 10^{-6}} \cdot 100\% \right| = 52\%$$

Com a conclusão destes dois ensaios laboratoriais, pode-se aferir que os erros na estimativa dos parâmetros mecânicos, poderão ser grosseiros caso a amostra do sinal de tensão não espelhar a desaceleração completa do motor ou muito próxima disso.

De acordo à análise de sensibilidade feita no Capítulo 3 e às conclusões chegadas ao longo dos ensaios virtuais, desprezou-se o atrito estático ou de *Coulomb* para não se correr o risco de introdução de erros nos cálculos. Neste ponto do trabalho, estimou-se os parâmetros mecânicos em análise com recurso a uma técnica mais simples (Excel) mas não menos exata que a usada ao longo de todo o Trabalho de Projeto (Matlab).

Como era de se esperar, o motor sofre uma ação pouco preponderante do atrito com ar face à ação do atrito viscoso que chega a estar acima de 10 vezes mais.

O motor submetido ao ensaio, possui os seguintes parâmetros mecânicos (estimados), associado ao atrito com o ar e atrito viscoso respetivamente:

$$\begin{cases} K_a = 15.2 \times 10^{-6} \\ K_v = 174.6 \times 10^{-6} \end{cases}$$

4.2 – Ensaio considerando que se desconhece a inércia do motor

Neste segundo ensaio laboratorial, utilizou-se um sistema semi-industrial, constituído por um motor de indução trifásico no acionamento e um ventilador centrífugo com uma rotação máxima de 2100 rpm como carga.

O ventilador centrífugo encontra-se acoplado ao motor de indução, por uma correia dentada, ficando a transmissão do movimento (do veio do motor para a carga) a cargo deste último, conforme Figura 4.15.

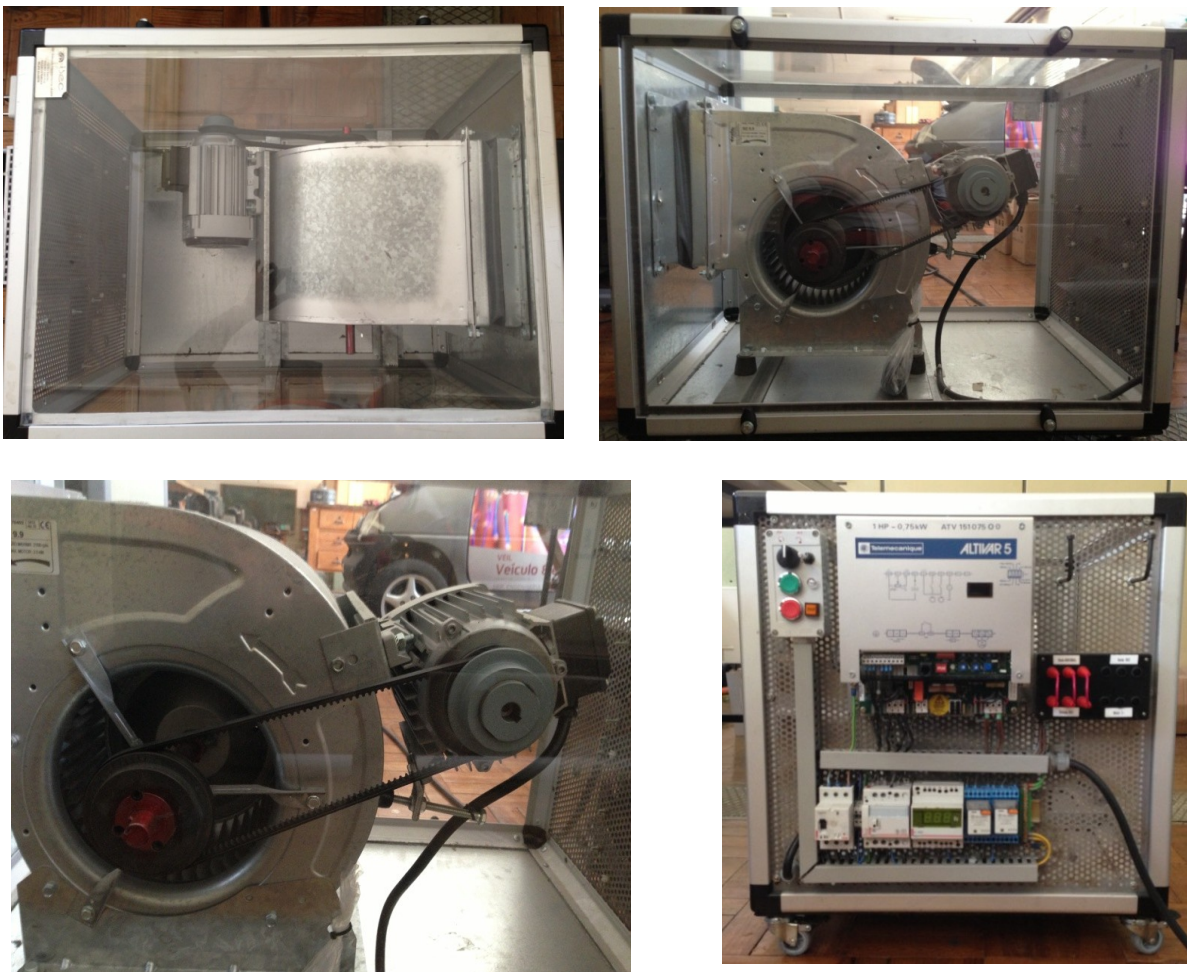


Figura 4.15 – Sistema semi-industrial utilizado no ensaio laboratorial

Seguiu-se uma sequência de etapas para se poder chegar à estimação dos parâmetros mecânicos do sistema em análise, tal como descreve o esquema apresentado na Figura 4.16.

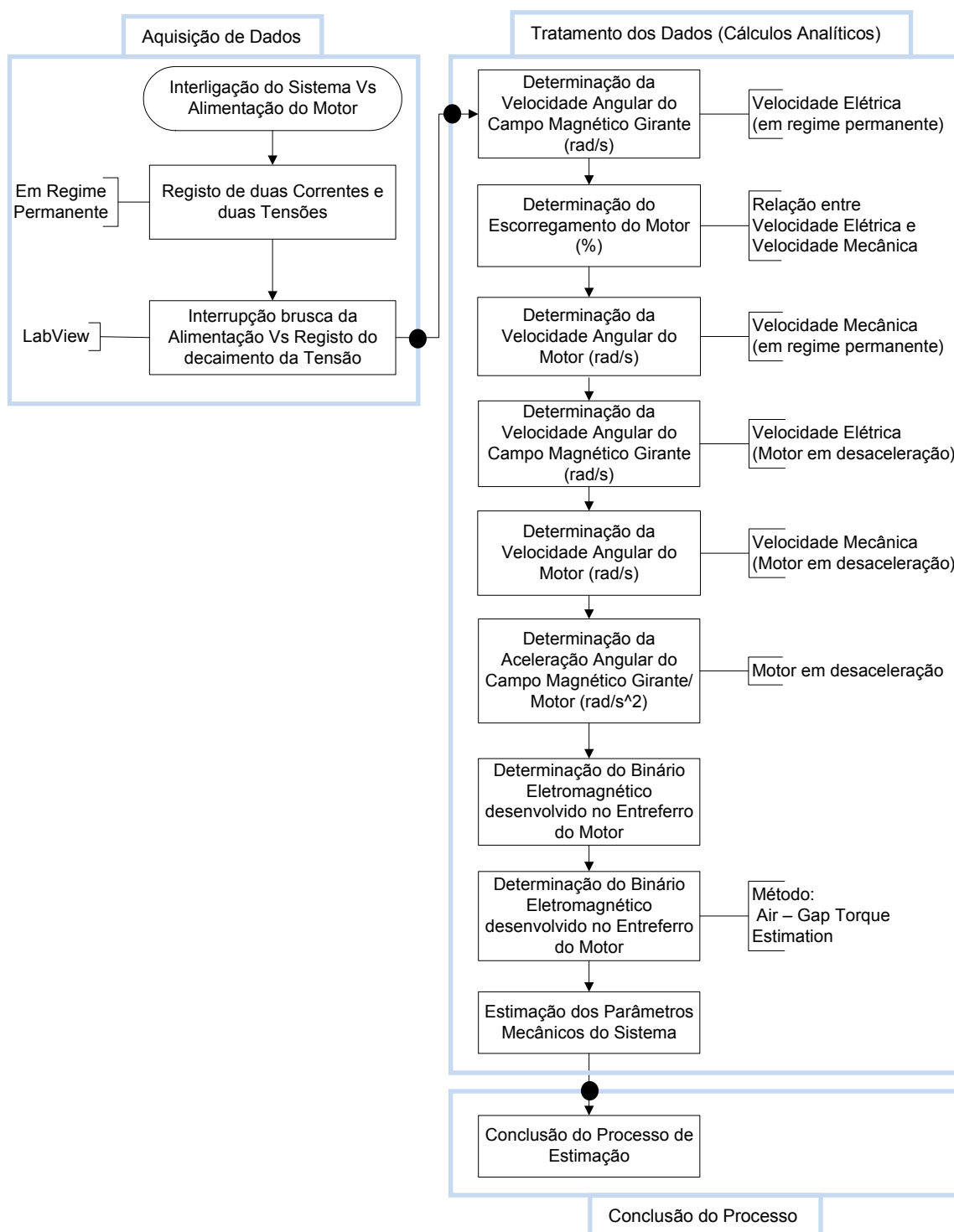


Figura 4.16 – Sequência de etapas para estimação dos parâmetros mecânicos do sistema

Considerou-se que os efeitos elásticos (apresentados frequentemente pelos sistemas que usam correias na transmissão de movimento) são desprezáveis para o sistema em análise, partindo do pressuposto de que a correia é suficientemente inextensível na transmissão.

De acordo à bibliografia consultada [2], a relação de transmissão entre o motor e o ventilador centrífugo é dada pelo quociente inverso dos raios dos tambores que constituem os dois veios de rotação:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (67)$$

Considerando que a correia é suficientemente inextensível, há ausência de perdas no sistema de transmissão, logo, a potência mecânica na entrada e na saída é a mesma, obteve-se desse modo o binário criado pelo veio de rotação do ventilador centrífugo:

$$T_2 = i \cdot T_1 \quad (68)$$

Onde, ω_1 e R_1 representam a velocidade angular e o raio do tambor da roda motriz; ω_2 e R_2 representam a velocidade angular e o raio do tambor da roda livre.

A aquisição dos dados foi efetuada com auxílio do módulo multifunção USB da *National Instrument*, designadamente, NI DAQ 6009, que é um módulo compatível com o Labview, possuindo 8 entradas analógicas (14bit), 2 saídas analógicas e 12 I/O digitais.

Adquiriu-se duas tensões e duas correntes (necessárias para a estimação do binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina) com o auxílio do módulo descrito na Figura 4.17 que se segue.



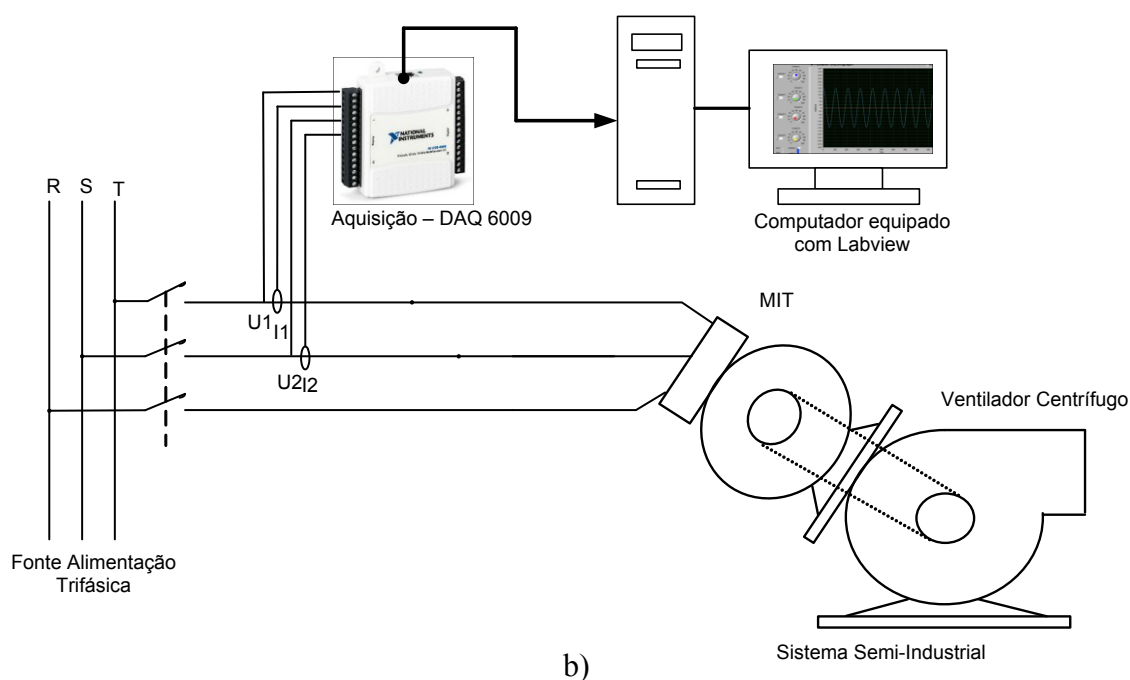
Figura 4.17 - Módulo multifunção USB usado para a aquisição dos dados, NI DAQ 6009

Após a aquisição dos sinais pelo LabView, o tratamento e acondicionamento da informação registada foi feito usando o Matlab.

A Figura 4.18 que segue, apresenta de forma genérica o Layout da montagem experimental usada nesta segunda etapa do trabalho laboratorial.



a)



b)

Figura 4.18 – Layout da montagem experimental

Procedeu-se de igual forma aos ensaios iniciais, alimentou-se o motor com o valor de tensão nominal (com ajuda de um autotransformador, regulou-se até conseguir os 400V). De seguida, deixou-se o motor a funcionar por breves instantes, tempo suficiente para atingir o funcionamento em regime permanente, e interrompeu-se a alimentação ao motor. Registou-se a evolução da onda de tensão de alimentação do motor em regime de desaceleração.

Registou-se a evolução de duas correntes e de duas tensões conforme as imagens apresentadas na Figura 4.19 e Figura 4.20.

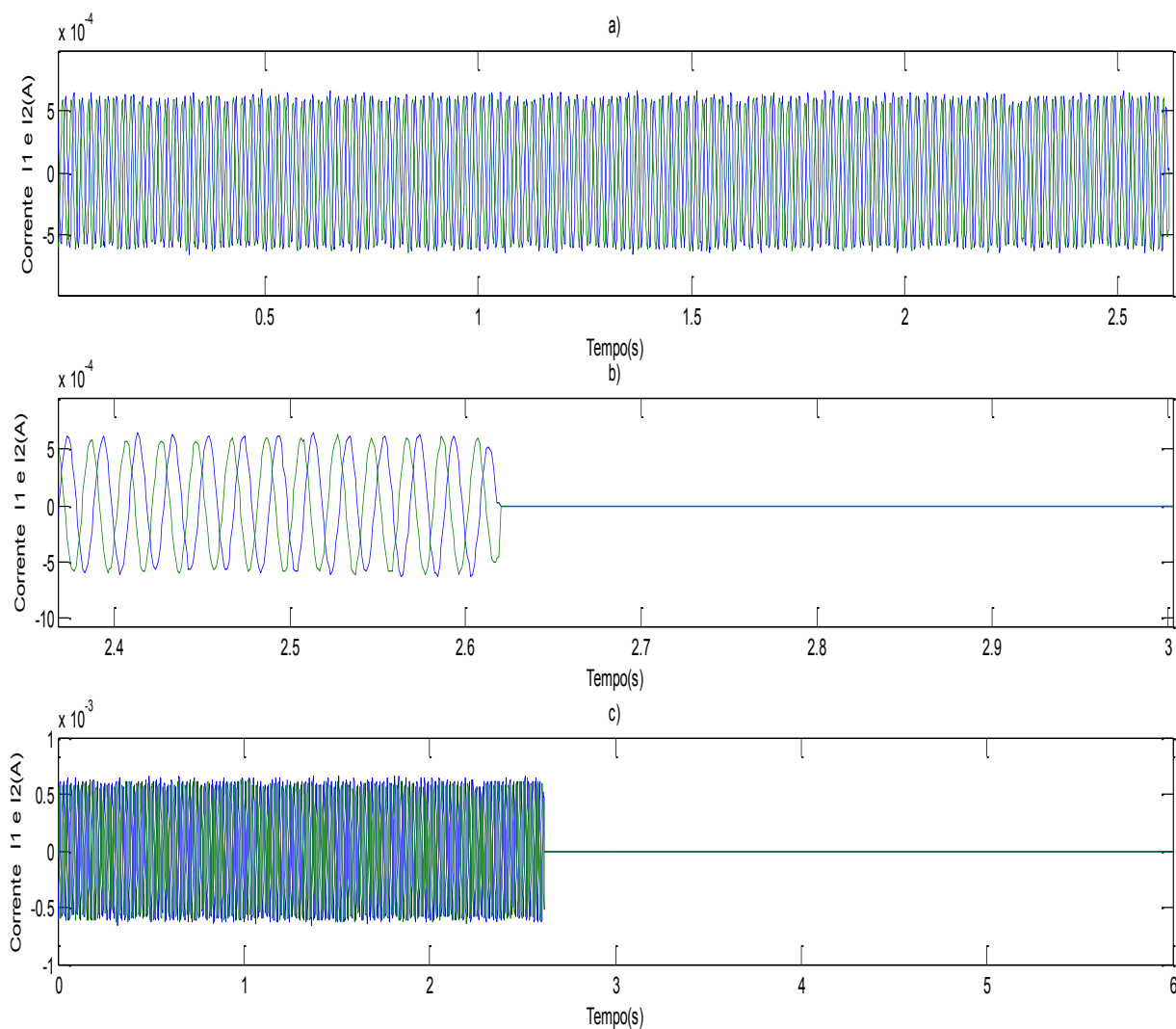


Figura 4.19 - Evolução de duas correntes do motor

A Figura 4.19 a) representa duas correntes do motor funcionando em regime permanente, a Figura 4.19 b) representa duas correntes no momento em que se interrompe a

alimentação ao motor e por fim a Figura 4.19 c) representa duas correntes para toda gama (*Span*) de simulação.

De seguida apresenta-se a representação gráfica da evolução das duas tensões adquiridas nos dois estados de funcionamento do motor, em regime permanente e em desaceleração, de acordo a Figura 4.18.

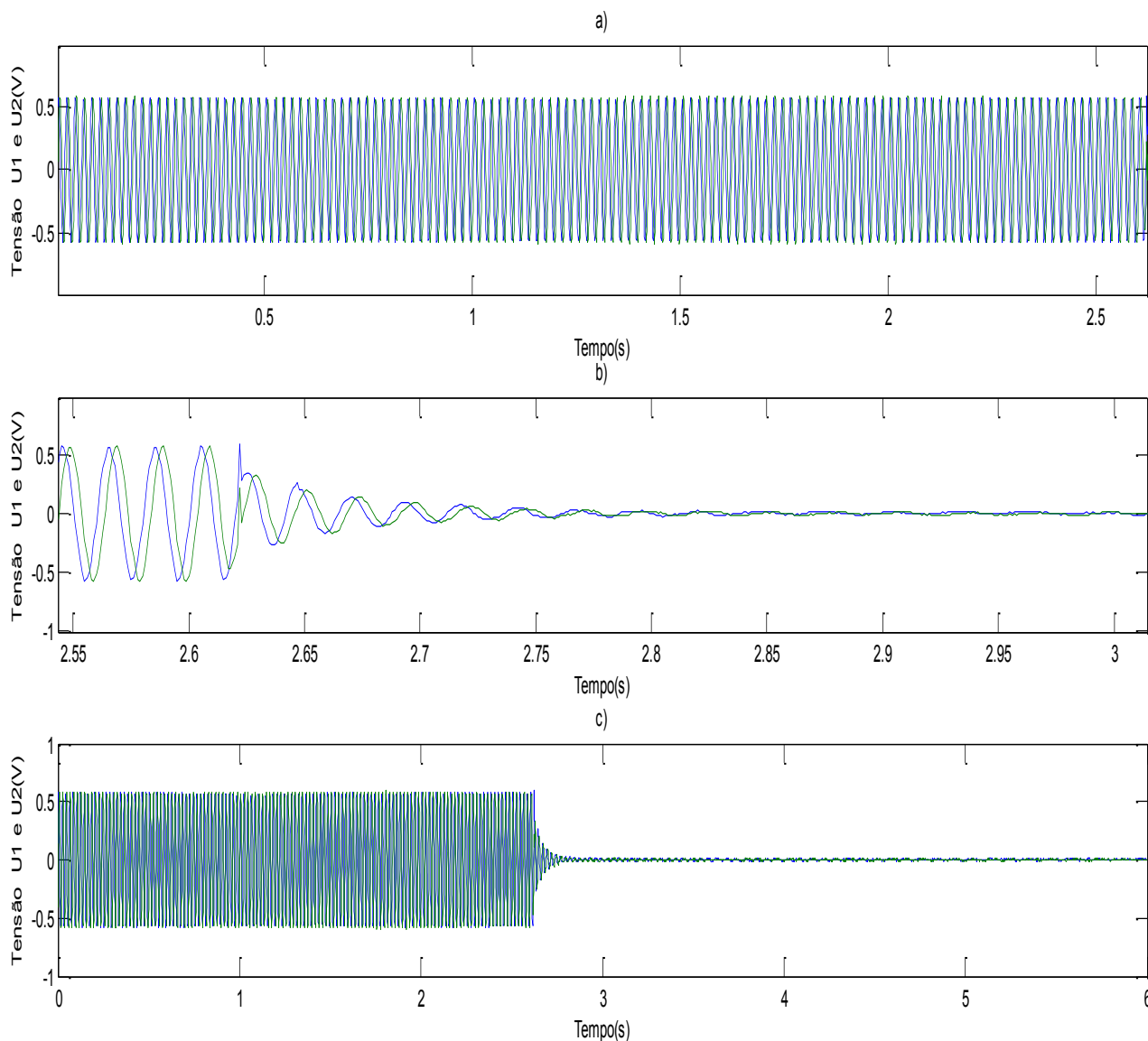


Figura 4.20 - Evolução de duas tensões do motor

A Figura 4.20 a) representa duas tensões do motor funcionando em regime permanente, por sua vez, a Figura 4.20 b) representa duas tensões do motor em regime de desaceleração e a Figura 4.20 c) representa duas tensões para toda a gama do *Span* de simulação.

A partir da representação gráfica da tensão de alimentação do MIT, obteve-se analiticamente os valores da velocidade angular associados à rotação do motor.

$$\omega(t) = \frac{2\pi \cdot f}{p}$$

Onde, $f \Leftrightarrow$ frequência da tensão de alimentação; $p \Leftrightarrow$ par de pólos da máquina

A frequência é dada pelo inverso do período do sinal de tensão:

$$f = \frac{1}{T}$$

Conduzindo a:

$$\omega(t) = \frac{2\pi}{T \cdot p}$$

Onde, $T = t(i) - t(i-1) \Leftrightarrow$ valores de tempo correspondentes a dois picos máximos de tensão.

Antes de se interromper a alimentação do motor, recorreu-se ao uso de um estroboscópio (cf. anexo 2) e registou-se o valor da velocidade angular a que rodava o veio do motor em regime permanente:

$$nr = 1413rpm \text{ o que corresponde a } \omega(t) = 147.969rad / s .$$

Para os cálculos envolvidos na metodologia em análise considerando que não se conhece a inércia do sistema, e nesse caso constitui-se também numa variável a ser estimada, é fundamental o conhecimento da velocidade angular e do binário eletromagnético do motor funcionando em regime permanente, bem como também, dos valores de velocidade do motor em desaceleração. Com base nisso, determinou-se a velocidade de rotação da máquina em regime permanente, para servir de comparação com a velocidade dada pelo Estroboscópio.

A partir da representação da tensão de alimentação, analisou-se o primeiro período de tempo e registou-se esse valor:

$$T(i-1) = 0.008s$$

$$T(i) = 0.028s$$

$$\text{Logo, } \omega(t) = \frac{2\pi \cdot 50}{2 \cdot (0.028 - 0.008)s} = 157.0796 \text{ rad/s}$$

Calculou-se a velocidade angular para os períodos de tempo subsequentes (em regime permanente) e registou-se esses valores, conforme a Tabela 4.3 que se segue (demonstração para os primeiros nove períodos de tempo).

Tabela 4.3 – Valores da velocidade angular do motor em regime permanente

$T(i)$ (s)	$\omega(t)$ (rad/s)
0.008	157.0797
0.028	157.0797
0.048	157.0797
0.068	157.0797
0.088	157.0797
0.108	157.0797
0.128	157.0797
0.148	157.0797
0.168	157.0797
0.188	157.0797
0.208	157.0797
0.228	157.0797
0.248	157.0797
0.268	157.0797
0.288	157.0797
0.308	157.0797
0.328	157.0797

A velocidade angular calculada e apresentada na Tabela 4.3 é uma velocidade de carácter eléctrico e não mecânico, diz respeito à velocidade do campo electromagnético no estator da máquina. Girando apenas de acordo à frequência da rede de alimentação.

Na realidade o MIT funcionando em regime permanente, roda sempre a uma velocidade inferior à do campo magnético girante ou também conhecida como velocidade de sincronismo.

Para se obter a correspondente velocidade mecânica (a que gira o rotor) é necessário calcular o valor do escorregamento, que é a medida que relaciona a velocidade de rotação eléctrica da velocidade mecânica.

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \cdot 100\% \quad (69)$$

Onde: $n_s \Leftrightarrow$ Velocidade de sincronismo (rpm); $n_r \Leftrightarrow$ Velocidade de rotação do MIT (rpm).

Começou-se por se calcular a velocidade de sincronismo ou do campo magnético girante, sabendo que o motor tem 4 pólos, nesse caso 2 pares de pólos (p):

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500rpm$$

Após calcular-se a velocidade de sincronismo (n_s), substituiu-se na expressão do escorregamento (69):

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \cdot 100\% = \frac{(1500 - 1413)rpm}{1500rpm} \cdot 100\% = 5.8\%$$

Para que o motor rode é necessário que haja escorregamento, daí o MIT em análise ser assíncrono (só funcionando abaixo do sincronismo).

O escorregamento encontrado de 5.8% indica que a máquina está a rodar com um desfasamento de cerca de 87 rpm relativamente à velocidade eléctrica do campo electromagnético que deu origem a este movimento, portanto, a velocidade do veio do motor é efetivamente igual a, $\omega(t) = [157.079 - (157.079 \cdot 0.058)]rad/s = 147.969rad/s$, conferindo assim com a velocidade encontrada com o Estroboscópio.

Resumindo, o motor funcionando em regime permanente, roda a uma velocidade de $\omega(t) = 147.969 \text{ rad/s}$.

Calculou-se a velocidade angular (em rad/s) do MIT em regime permanente para os valores de velocidade do campo girante apresentados na Tabela 4.3 e registou-se na Tabela 4.4 que se segue.

Tabela 4.4 – Velocidade em regime permanente do MIT em função do escorregamento

$T(i)$ (s)	$\omega(t)$ (campo girante)	s(%)	$\omega(t)$ (MIT)
0.008	157.0797	5.8	147.969
0.028	157.0797	5.8	147.969
0.048	157.0797	5.8	147.969
0.068	157.0797	5.8	147.969
0.088	157.0797	5.8	147.969
0.108	157.0797	5.8	147.969
0.128	157.0797	5.8	147.969
0.148	157.0797	5.8	147.969
0.168	157.0797	5.8	147.969
0.188	157.0797	5.8	147.969
0.208	157.0797	5.8	147.969
0.228	157.0797	5.8	147.969
0.248	157.0797	5.8	147.969
0.268	157.0797	5.8	147.969
0.288	157.0797	5.8	147.969
0.308	157.0797	5.8	147.969
0.328	157.0797	5.8	147.969

Enquanto houver alimentação da rede e o MIT estiver a funcionar em regime permanente, a sua velocidade será dada de acordo ao valor de escorregamento, a relação entre a velocidade do campo girante e do motor será sempre relativa a este parâmetro. Quando o motor se encontra em desaceleração, a tensão e o campo magnético existente têm valores residuais que se vão dissipando com o tempo que o rotor leva a parar, logo o escorregamento é nulo, ficando o veio do motor a rodar à mesma velocidade do campo magnético remanescente.

Passámos à análise da velocidade angular para o estado de funcionamento do motor em desaceleração e registou-se os valores encontrados. O motor encontra-se em regime permanente até o valor de tempo igual a $t = 2.609\text{s}$, a partir deste instante interrompeu-se o sinal de alimentação da tensão e o motor passou para o estado de desaceleração, a Tabela 4.5 apresenta os valores de velocidade, calculados para os primeiros períodos de tempo a partir de $t = 2.629$ segundos (primeiro período do motor em desaceleração).

Tabela 4.5 – Velocidade do campo magnético girante e do veio do motor em desaceleração

$T(i)$ (s)	$\omega(t)$ (campo girante)	$\omega(t)$ (MIT)
2.629	136.591	136.591
2.652	142.800	142.800
2.674	130.900	130.900
2.698	125.664	125.664
2.723	130.900	130.900
2.747	120.831	120.831
2.773	118.551	118.551
2.800	123.200	123.200
2.825	114.240	114.240
2.853	104.720	104.720
2.883	120.831	120.831
2.909	101.342	101.342
2.940	103.003	103.003
2.970	104.720	104.720
3.000	95.200	95.200
3.033	98.175	98.175
3.065	89.760	89.760
3.100	86.071	86.071
3.137	86.071	86.071
3.173	88.496	88.496
3.209	77.570	77.570
3.249	82.674	82.674
3.287	81.600	81.600
3.326	75.701	75.701
3.367	67.561	67.561
3.414	80.554	80.554
3.453	69.046	69.046
3.498	69.046	69.046
3.544	63.467	63.467

Ao interromper-se a alimentação do MIT o campo magnético girante e o veio de rotação do motor rodam à mesma velocidade, até a energia remanescente ser completamente dissipada.

Após calcular-se analiticamente os valores das velocidades (elétrica e mecânica) do motor ao longo do tempo, respeitante ao estado de desaceleração até ao motor em estado parado, obteve-se com ajuda do Matlab, a equação matemática que melhor se ajusta aos dados encontrados e que descreve de modo geral o comportamento da velocidade angular do motor em desaceleração.

Expressão geral da velocidade angular de sincronismo ou campo magnético girante e do MIT em estado de desaceleração:

$$\omega(t) = 1277.4e^{-0.849t} \quad (68)$$

De seguida, representou-se graficamente as duas velocidades angulares (elétrica e mecânica), conforme a Figura 4.21.

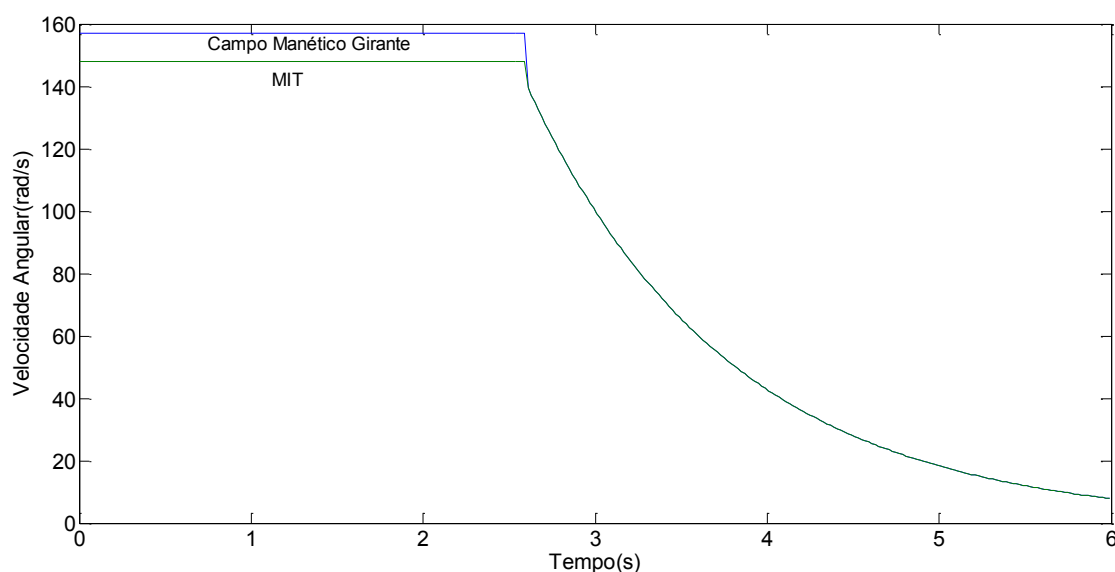


Figura 4.21 – Velocidade angular estimada para o campo girante e MIT respetivamente

Derivou-se a expressão geral da velocidade angular (68) e obteve-se a aceleração angular do campo girante e do veio do motor em desaceleração:

$$\alpha(t) = -\frac{1084.5126}{e^{0.849t}} \quad (69)$$

A partir da expressão obtida (69), representou-se graficamente a evolução da aceleração angular do motor, desde o funcionamento em regime permanente passando pelo estado de desaceleração e rotor parado, conforme a Figura 4.22.

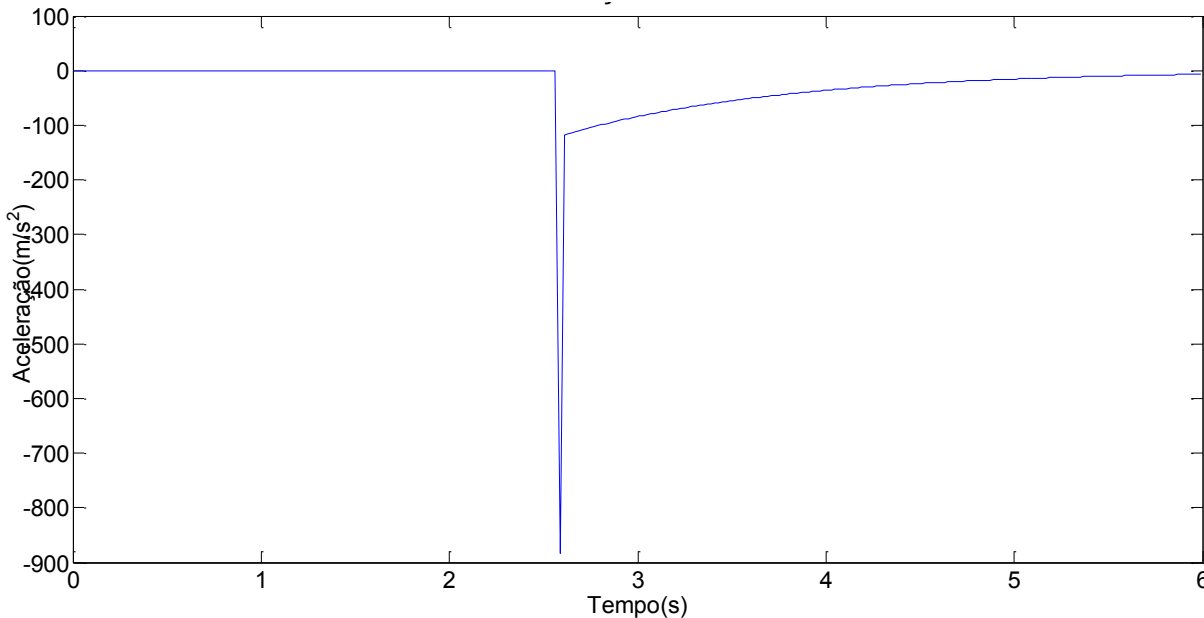


Figura 4.22 – Aceleração angular do MIT

O motor em regime permanente roda a uma velocidade constante e conhecida, sendo por isso nula a sua aceleração (é nula a derivada de uma constante), após interromper-se bruscamente a alimentação do motor, ele entra num estado de desaceleração, variando gradualmente a sua velocidade até esta ser nula, nesta fase a aceleração toma valores negativos (desaceleração). Podemos ainda observar pelo gráfico representado na Figura 4.22, que a desaceleração do motor é relativamente rápida, levando cerca de 3.5 segundos para estar completamente parado.

Para estarem completos os dados necessários para a estimação das próximas variáveis mecânicas (inércia do sistema e coeficientes de atrito) é necessário que se estime o binário eletromagnético desenvolvido no entreferro da máquina. Para tal, faremos uso da técnica apresentada na Secção 3.2, mais propriamente da técnica *Air-gap Torque Estimation*.

Fizeram-se algumas medições no motor, para se obter alguns parâmetros necessários para o cálculo do binário desenvolvido. A fórmula para estimar o binário desenvolvido no entreferro da máquina é dada pela expressão que segue.

$$T_{ag} = \frac{\sqrt{3} \cdot p}{6} \left\{ (i_a - i_b) \cdot \int [v_{ca} + R_s(2i_a + i_b)] dt + (2i_a + i_b) \cdot \int [v_{ab} - R_s(i_a - i_b)] dt \right\}$$

Mediu-se a resistência estática do motor a partir dos seus terminais de alimentação e registou-se esse valor, $R_s = 9.9\Omega$. O motor em análise possui 4 pólos (2 pares de pólos).

Com os valores de tensão e corrente registados a partir de duas fases de alimentação, substituiu-se na fórmula acima e estimou-se o binário eletromagnético desenvolvido pela máquina, conforme a Figura 4.23.

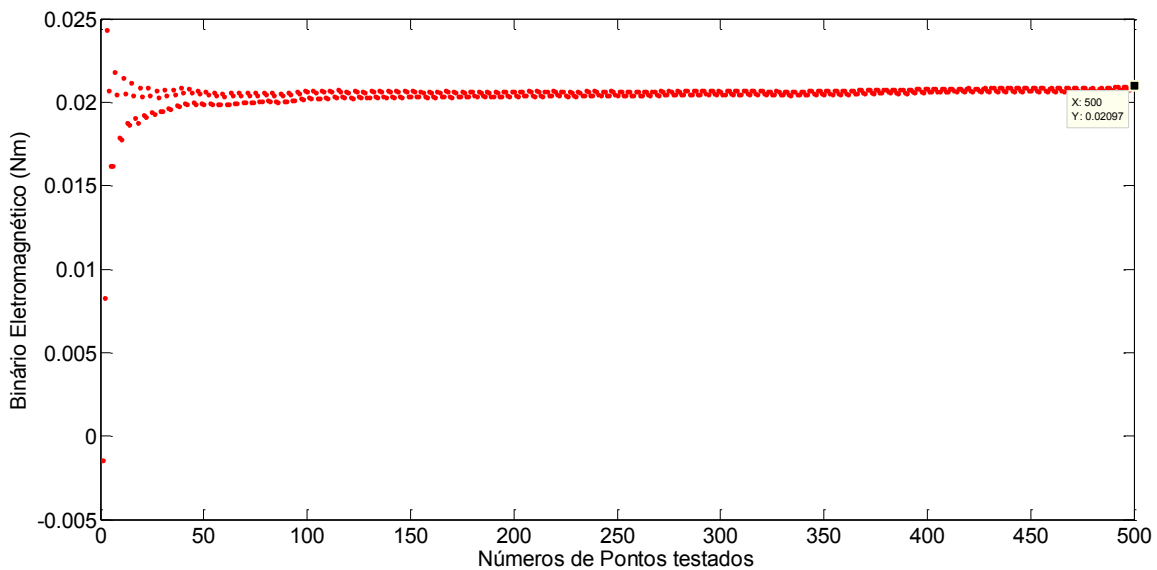


Figura 4.23 – Binário eletromagnético estimado

Com o *script* a funcionar em ciclo (cf. apêndice F), definimos um máximo de 500 pontos a testar, uma média de 200 pontos por segundo e no final (após o binário estabilizar) registou-se o binário eletromagnético desenvolvido pela máquina $T_e = 0.02097 Nm$.

Com os parâmetros calculados (velocidade angular, aceleração angular e binário eletromagnético), formou-se um sistema de 4 equações a 4 variáveis para se poder estimar as quatro variáveis mecânicas (inércia do sistema, coeficiente de atrito com o ar, coeficiente de atrito viscoso e constante de atrito estático ou de *Coulomb*) conforme os cálculos que se seguem.

Numa primeira fase não foi desprezado o valor do atrito estático, tentou-se inicialmente estimar o valor deste parâmetro. Caso não se verifique introdução de erros nos

valores estimados e se consiga garantir uma consistência nos valores, então estaremos perante um sistema com um atrito estático de valor preponderante.

De seguida apresenta-se o sistema de equações formado para a estimação dos parâmetros mecânicos (primeira equação com o motor em regime permanente e as restantes em regime de desaceleração):

$$\begin{cases} T_e = K_a \omega(t_0)^2 + K_v \cdot \omega(t_0) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_1)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_1)^2 + K_v \cdot \omega(t_1) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_2)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_2)^2 + K_v \cdot \omega(t_2) + K_d \\ 0 = J \cdot \frac{d\omega(t_3)}{dt} + K_a \cdot \omega(t_3)^2 + K_v \cdot \omega(t_3) + K_d \end{cases}$$

A Tabela 4.6 descreve os valores (velocidade e aceleração angular) escolhidos aleatoriamente para os cálculos:

Tabela 4.6 – Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	$\alpha(t)$ (rad/s ²)
1	2.8	118.56	-100.65
2	3	100.04	-84.935
3	3.5	65.437	-55.556

Resolveu-se o sistema de forma matricial (do tipo $A \cdot X = B$):

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega(t)^2 & \omega(t) & 1 \\ \frac{d\omega(t_1)}{dt} & \omega(t_1)^2 & \omega(t_1) & 1 \\ \frac{d\omega(t_2)}{dt} & \omega(t_2)^2 & \omega(t_2) & 1 \\ \frac{d\omega(t_3)}{dt} & \omega(t_3)^2 & \omega(t_3) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

Substituiu-se os valores da Tabela 4.6 no sistema matricial (70) conforme os cálculos que se seguem:

$$\begin{bmatrix} 0 & (147.969)^2 & (147.969) & 1 \\ -100.65 & (118.56)^2 & (118.56) & 1 \\ -84.935 & (100.04)^2 & (100.04) & 1 \\ -55.556 & (65.437)^2 & (65.437) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.02097 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolveu-se o sistema matricial e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00016696 \\ 0.00014201 \\ -1.53480743e-009 \\ -1.03819946 \end{bmatrix}$$

Com a estimação dos parâmetros mecânicos do sistema sem desprezar o atrito estático, os coeficientes de atrito viscoso e atrito estático tomam valores negativos. Esses valores negativos são considerados inadmissíveis para os coeficientes em análise. De acordo ao estudo feito no Capítulo de Análise de Sensibilidade, aponta-se como principal fator de erro a existência de um baixo valor do coeficiente de atrito estático no sistema, outros fatores tais como, a variação da temperatura do motor, as perdas extraviadas ou suplementares e as perdas mecânicas que não foram levadas em consideração podem estar na base deste erro.

Para se resolver este problema, escolheu-se novos pontos de ensaio e refez-se a estimação, a título de confirmação dos resultados, tal como passa-se a descrever.

A Tabela 4.7 descreve os novos valores escolhidos para os cálculos.

Tabela 4.7 – Novos valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	$\alpha(t)$ (rad/s ²)
1	4	42.802	-36.339
2	4.5	27.997	-23.769
3	5	18.312	-15.547

Substituiu-se os valores da Tabela 4.7 no sistema matricial (70) e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & (147.969)^2 & (147.969) & 1 \\ -36.3388 & (42.8019)^2 & (42.8019) & 1 \\ -23.7691 & (27.9966)^2 & (27.9966) & 1 \\ -15.5473 & (18.3125)^2 & (18.3125) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.02097 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolveu-se o sistema matricial e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \\ K_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0001669 \\ 0.0001417 \\ 7.71584923e-013 \\ -1.40688635e-009 \end{bmatrix}$$

Confirmou-se desta forma o erro no processo de estimação e a incongruência nos valores dos parâmetros mecânicos estimados. É necessário que haja uma certa consistência nos valores obtidos, embora se pode observar que o valor da inércia do sistema e o coeficiente de atrito com ar mantiveram-se praticamente inalterados.

Dadas as simulações feitas nos pontos anteriores e o erro constatado nesta estimação, e partindo do pressuposto que a metodologia proposta é eficaz, então pode-se afirmar que a Constante de atrito estático ou de *Coulomb* existente no sistema em análise é de tal forma diminuta que deve ser desprezada para não haver o risco de introdução de erros nos parâmetros mecânicos estimados.

Com base nisso, desprezou-se a constante de atrito estático, arbitrou-se novos pontos e procedeu-se a novas estimações. O novo sistema de equações formado é de apenas 3 equações a 3 variáveis (inércia do sistema, atrito com ar e atrito viscoso).

A Tabela 4.8 descreve os novos pontos utilizados nos cálculos.

Tabela 4.8 – Valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	$\alpha(t)$ (rad/s ²)
1	3	100.041	-84.9355
2	3.2	84.418	-71.67

Substituiu-se os valores da Tabela 4.8 no sistema matricial (70) e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & (147.969)^2 & (147.969) \\ -84.9355 & (100.041)^2 & (100.041) \\ -71.67 & (84.418)^2 & (84.418) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.02097 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolveu-se o sistema matricial e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0001669 \\ 0.0001417 \\ 1.85419e-010 \end{bmatrix}$$

Os novos valores encontrados apresentam-se de forma mais confiável, os valores da inércia do sistema e do coeficiente de atrito com o ar mantiveram-se inalterados. Para garantir que estes valores são consistentes e definitivos é necessário que se faça uma nova estimação com novos valores de tempo.

Escolheu-se novos valores de tempo e recalculou-se os parâmetros mecânicos. A Tabela 4.9 descreve os valores escolhidos.

Tabela 4.9 – Novos valores escolhidos para os cálculos

Cenário	Tempo (s)	$\omega(t)$ (rad/s)	$\alpha(t)$ (rad/s ²)
1	4	42.802	-36.339
2	4.2	36.118	-30.664

Substituiu-se os valores da Tabela 4.9 no sistema matricial, conforme os cálculos que se seguem:

$$\begin{bmatrix} 0 & (147.969)^2 & (147.969) \\ -36.339 & (42.802)^2 & (42.802) \\ -30.664 & (36.118)^2 & (36.118) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.02097 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolveu-se o sistema matricial e obteve-se:

$$\begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J \\ K_a \\ K_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0001669 \\ 0.0001417 \\ 1.85332e-010 \end{bmatrix}$$

Com a conclusão dos cálculos chegou-se aos valores definitivos da estimação dos parâmetros mecânicos do sistema em análise. Com esta confirmação, comprova-se não só a consistência dos valores alcançados mas também a robustez da metodologia apresentada. Comprova-se ainda que a constante de atrito estático é desprezável, com a remoção deste parâmetro dos cálculos eliminou-se o erro associado às estimações iniciais.

Tal como era de esperar, devido ao ventilador centrífugo associado ao MIT, o coeficiente de atrito com o ar é cerca de 10 mil vezes maior que o coeficiente de atrito viscoso.

O sistema formado pelo MIT pelo ventilador centrífugo e correia para a transmissão do movimento, tem como parâmetros mecânicos:

Inércia do sistema, $J = 0.0001669 \text{kgm}^2$;

Coeficiente de atrito com o ar, $K_a = 0.0001417$;

Coeficiente de atrito viscoso (média dos valores encontrados), $K_v = 1.85375e-010$.

O erro relativo entre os valores encontrados é quase impercetível, Calculando-o chega-se a conclusão que é muito inferior à 0.1% (Erro relativo = 0.047%).

5 – Notas finais

A modelização de um motor de indução trifásico, bem como a estimação de parâmetros mecânicos não é uma tarefa trivial, contudo, tentou-se criar uma técnica direta que permita chegar às conclusões e valores muito próximos dos reais.

Atingimos os objetivos propostos no início deste Trabalho de Projeto, obtivemos resultados que se mostram ser fiéis e consistentes para os parâmetros estimados (mecânicos). Os baixos valores de erro encontrados ao longo da constituição da metodologia de trabalho, isso no segundo Capítulo, garantiram uma certa robustez, coerência e acima de tudo consistência da técnica em análise.

O trabalho passou por certas etapas para garantir alguma solidez nas conclusões chegadas ao longo das simulações virtuais, referimo-nos por exemplo à Análise de Sensibilidade, que nos permitiu ter uma ideia precisa do que acontece aos valores estimados no caso de haver no sistema a estimar, um baixo valor da constante de atrito de *Coulomb*. Esta conclusão alcançada pode ser tão importante quanto os erros cometidos numa estimação errada dos parâmetros do MIT.

Podemos ainda aferir sobre o método usado para a estimação do binário eletromagnético no entreferro do MIT (*Air-gap Torque Estimation*), mostrou ser um método bastante preciso dentro de certos limites, ou seja, quanto maior o binário, melhor a estimação deste. Uma das principais vantagens deste método é a facilidade de implementação no terreno, dado que não são necessárias alterações às ligações do motor, bastando apenas colocar pinças de medição para retirar valores de tensão e corrente. Como desvantagem, existe o aumento do erro de estimação associado ao cálculo do binário à medida que o motor vai aquecendo, aquecimento este que provoca o aumento da resistência estatórica, por sua vez, o aumento de R_s , provoca também um aumento do valor do binário calculado.

Considerando todos os prós e contras o método *air-gap torque estimation* é uma boa escolha a ser considerada para a monitorização de binários de motores em tempo real, desde que estes não possuam uma variação muito frequente durante o seu tempo de funcionamento. Esta variação muito frequente, poderia levar a erros consideráveis no cálculo do binário por parte do sistema.

Os motores de indução são os mais empregados em aplicações industriais que necessitam de máquinas elétricas rotativas, pois eles possuem um baixo custo e uma maior durabilidade. Entretanto, há a necessidade de uma ferramenta ou metodologia simples que seja capaz de descrever de forma satisfatória o comportamento dos atritos existentes e o

comportamento da carga, constata-se que esse aspeto tem-se tornado um fator limitativo no momento da especificação de um motor e do seu respetivo acionamento.

O sub-dimensionamento de um motor implica redução da sua vida útil, sendo que, o seu sobredimensionamento resulta em diminuição do fator de potência e perdas de rendimento, tendo como consequência o aumento das perdas de energia elétrica.

As estimações alcançáveis com a metodologia apresentada neste trabalho, pode contribuir para três finalidades principais. A primeira, e mais importante é de fornecer informação sobre a carga acionada, permitindo então contribuir para o correto dimensionamento do motor face a determinada aplicação; a segunda finalidade é de fornecer dados relativos ao comportamento da carga no eixo do MIT, de forma a determinar a eficiência e desempenho da conversão de energia; em terceiro lugar, a estimação do binário aplicado no eixo do motor de indução trifásico é de fundamental importância para o desenvolvimento de técnicas eficientes que permitam o controlo da máquina no regime transitório e permanente.

Desta forma, o trabalho desenvolvido apresenta uma proposição de uma técnica capaz de fornecer o comportamento do binário resistente e do binário de carga, considerando diversas aplicações onde o seu conhecimento é de extrema importância. A técnica apresentada ao longo deste Trabalho de Projeto para a estimação de parâmetros mecânicos de motores de indução trifásicos com rotor em gaiola de esquilo, baseada na análise do decaimento da tensão de alimentação remanescente, originada pelo campo eletromagnético, mostra ser uma técnica bastante útil sendo capaz de ser aplicada em ambiente industrial de uma forma simples. Bastando para isso ligar o sistema e as pinças necessárias para medição da tensão e corrente, e após uns breves instantes (necessário para o MIT permanecer em regime permanente) interromper-se bruscamente a alimentação e registar-se o decaimento da tensão para posterior tratamento da informação, portanto é uma técnica considerada não intrusiva, económica e de fácil implementação.

A informação do binário de carga pode ser adquirida diretamente a partir de um sensor de binário no eixo do motor ou do uso de uma célula de carga que fornece uma informação proporcional ao binário eletromagnético, mas esses métodos são invasivos e de difícil implementação em sistemas que se encontrem em operação.

Tal como dissemos acima, as informações obtidas com a técnica apresentada neste trabalho, podem ser utilizadas em malhas de controlo, bem como em subsistemas de monitoramento e supervisão.

É de salientar ainda um cuidado a ter com esta metodologia e que foi encontrada ao longo do trabalho, que reside no facto de que os resultados das estimações feitas estarem intrinsecamente ligadas à qualidade dos sinais obtidos de tensão e corrente. Querendo isso dizer que o nível de ruído adicionado ao sinal amostrado, pode levar a valores de erros inesperados nos parâmetros estimados.

Deixámos assim o nosso contributo nesta área da ciência e da técnica, uma metodologia alternativa que pode ser melhorada para a estimação dos parâmetros do MIT.

5.1 – Propostas de continuidade do trabalho

No decorrer da preparação e execução deste trabalho foram levantadas uma série de questões que, por não ter sido possível resolvê-las ou porque ultrapassam o âmbito à partida definido, passam a constituir propostas que poderiam dar continuidade ao presente trabalho.

Assim sendo, como continuação do trabalho desenvolvido, sugere-se:

- Aperfeiçoamento da técnica e da estrutura de cálculos;
- Utilização da estimação em uma gama de motores com potências e características diferentes, para permitir a generalização dos resultados apresentados;
- Projeto de desenvolvimento de Hardware, tendo como base a automatização da técnica apresentada. Utilização de microcontrolador com interface para interligação ao MIT, capaz de estimar automaticamente os parâmetros elétricos e mecânicos;
- Publicação de um *Paper* científico.

6 - Referências bibliográficas

- [1] LEONHARD, W., (1985), “*Control of Electrical Drives*”, Springer-Verlag, Berlin, Germany;
- [2] Palma, J. C., (2008). “*Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável*” (2ª Edição ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian - Serviço de Educação e Bolsas;
- [3] Miguel Vaz Guedes, (1993), “*O Motor de Indução Trifásico, Modelação*”, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto;
- [4] VAS, P., (1990), “*Vector Control of AC Machines*”, Oxford University Press;
- [5] IEEE, (1996) “*Motor Drive Control Issues*” (1996). Control of Motors in Power Electronics. IEEE Power Electronic Society;
- [6] Leonhard, (1997) Leonhard, Werner (1997). “*Control of Electrical Drives*”. 2nd Edition, Springer-Verlag;
- [7] OLIVEIRA, P.J.R., PEIXOTO, Z.M.A., SEIXAS e AGUIRRE, L.A., (1998a), “*Parameter Estimation of an Induction Machine Using a Continuous Time Model*”, IECON’98, Aachen, Germany;
- [8] JACOBINA, C.B., FILHO, E.B.S. e LIMA, A.M.N., (1994), “*Estimação de Parâmetros da Máquina de Indução Assíncrona Utilizando um Modelo Dinâmico Discreto Corrente-Tensão*”, X CBA, Rio de Janeiro, Vol.2, pp. 801-806;
- [9] GORTER, R.J.A., DUARTE, J.L. e VAN DE BOSCH, P.P.J., (1995), “*Parameter Estimation for Induction Machines, in Proceedings of EPE’95*”, Sevilla, Spain, pp. 3627-3632;
- [10] GOLDEMBERG, C., (1992), “*Determinação dos Parâmetros Funcionais de Motores de Indução a Partir de Catálogos de Fabricantes, Dissertação de Mestrado*”, UNICAMP, São Paulo;
- [11] Boldea, Ion e Nasar, Syed A. , (2002), “*The Induction Machine Handbook*”, CRC Press, ISBN 0-8493-0004-5;

[12] Bin Lu, Thomas G. Habetler and Ronald G. Harley, “*A Nonintrusive and In-Service Motor-Efficiency Estimation Method Using Air-Gap Torque With Considerations of Condition Monitoring*”.

Teses e dissertações

[13] Andréa Oliveira Souza da Costa, “*Matlab – Dicas de Utilização*”, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003;

[14] Américo Vicente Teixeira Leite, “*Estimação de estados, parâmetros e velocidade do motor de indução trifásico com metodologias de identificação em tempo real*”, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2004;

[15] Wesley José de Carvalho, “*Controlo Direto de Conjugado do Motor de Indução Trifásico através da técnica de Modulação Discreta de Vetores Espaciais*”, Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Urbelândia, 2008;

[16] Pedro José Rosa Oliveira, “*Estimação de Parâmetros do Motor de Indução utilizando um Modelo contínuo no tempo*”, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, 2008;

[17] Leandro Souza Gaspar, “*Plataforma para Medição de velocidade em Motor CC sem o uso de sensor acoplado ao eixo*”, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2011;

[18] Rodrigo Azzolin, “*Identificação automática dos Parâmetros Elétricos de Motores de Indução Trifásicos*”, Universidade Federal de Santa Maria, 2008;

[19] Sérgio Ferreira da Silva, “*Identificação de Torque de Carga em Motores de Indução usando Abordagem baseada em Sistemas Fuzzy*”, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007;

[20] Marcelo Machado, “*Estratégia de Modelagem Dinâmica e simulação computacional do Motor de Indução Trifásico*”, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.

Normas e Artigos Científicos

- [21] IEC 60034-2 (1972) “*Rotating Electrical Machines – Part 2: Methods for determining losses and efficiency of rotating electrical machines from tests (excluding machines for traction vehicles)*”, amendments 1 (1995); amendments 2 (1996)”;
- [22] IEC 60034-1, (1996) “*Rotating Electrical Machines – Part 1: Rating and performance*”;
- [23] IEEE-112, (1996), “*Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*”;
- [24] IEC 61972, (2002) “*Method for determining losses and efficiency of three-phase cage induction motors*”;
- [25] Clayton Luiz Graciola [Bolsista UTFPR], Prof. Dr. Alessandro Goedel “*Um estudo da dinâmica do Motor de Indução Trifásico em ambientes Industriais*”, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR;
- [26] Judite Primo, Diogo Costa, (2009), “*Normas para elaboração e apresentação de Teses de Mestrado*”, Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias.

Outros documentos

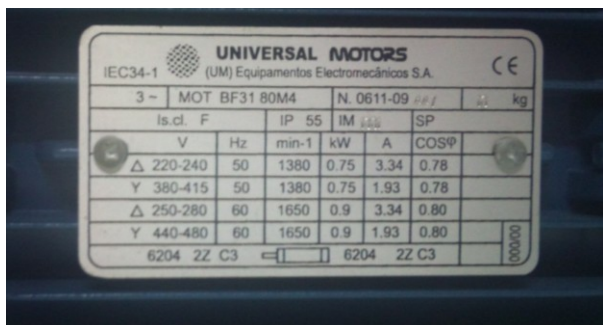
- [27] Voges, “*Manual de Motores Elétricos*”, R-S Brasil;
- [28] André Correia, Carlos Saraiva, “*Estimação do Binário do Motor*”, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Instituto Politécnico de Coimbra, 2013;
- [29] Matlab, R2009b, “*Help documentation*”.

Anexos

Anexo 1 - Motores usados nos ensaios laboratoriais (chapas de características)

1º Motor

Fabricante: Universal Motors



UNIVERSAL MOTORS
(UM) Equipamentos Electromecânicos S.A. CE

3 -		MOT BF31 80M4		N. 0611-09		kg	
Is. cl.	F	IP 55	IM	SP			
V	Hz	min-1	kW	A	COS ϕ		
Δ 220-240	50	1380	0.75	3.34	0.78		
Y 380-415	50	1380	0.75	1.93	0.78		
Δ 250-280	60	1650	0.9	3.34	0.80		
Y 440-480	60	1650	0.9	1.93	0.80		
6204 2Z C3		6204 2Z C3		000000			



2º Motor (inserido num sistema semi-industrial)

Fabricante: ELD



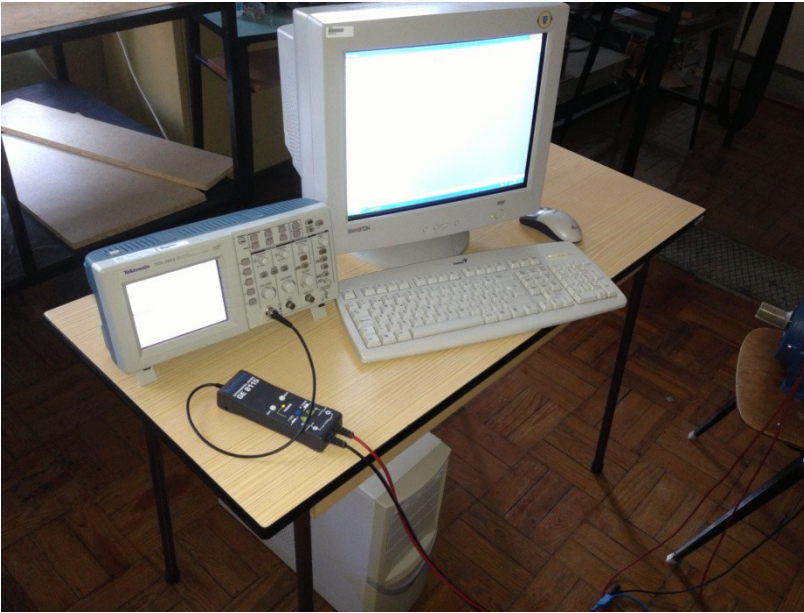
ELD CE Type 3 - T71 B4
Nr. 975380402
Code H26R5033000E0

P	15 CLF	2P	1 MW	0.37	50 Hz	AW	0.4	60 H
ns	V	A	cos ϕ	min/r				
50	220-400	0.7	1.0/1.1	0.78	1370			
60	220-240/380-415	0.7	2.0-2.1/1.15-1.2	-	-			
60	440-480	Y	1.0-1.1	-	1700			

Anexo 2 - Assemblagem dos ensaios laboratoriais

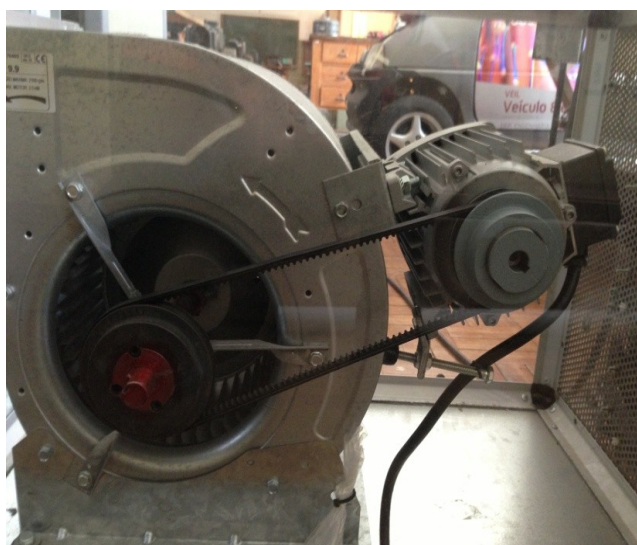
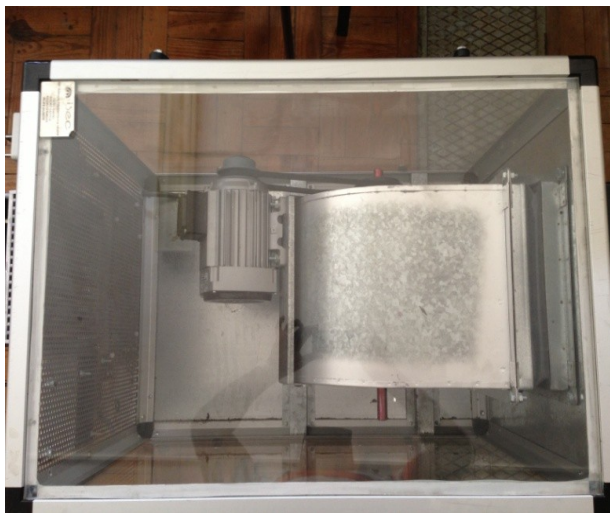
1º Ensaio laboratorial

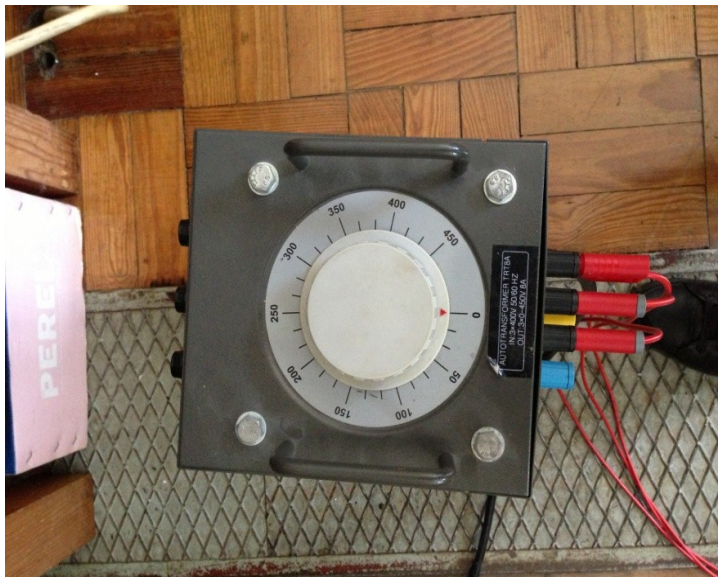


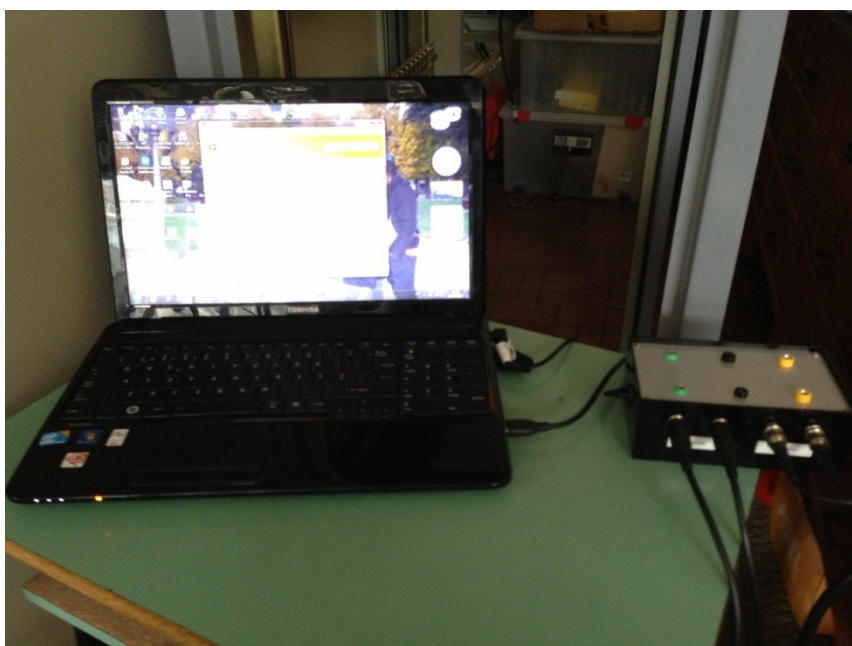
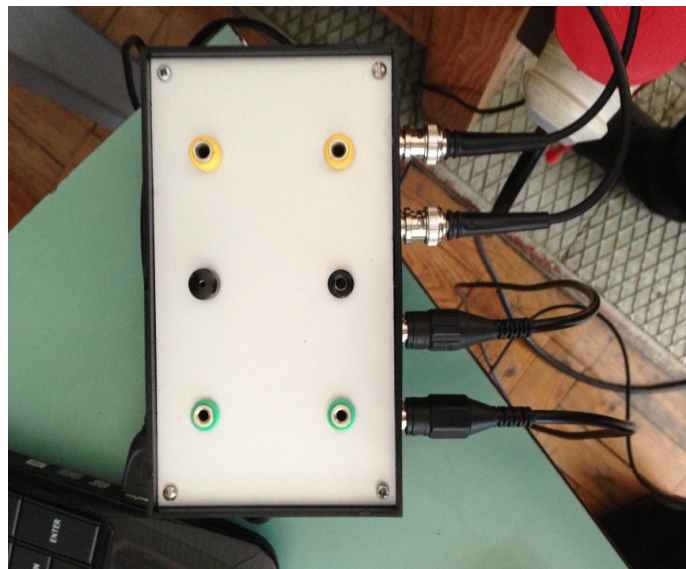


2º Ensaio laboratorial





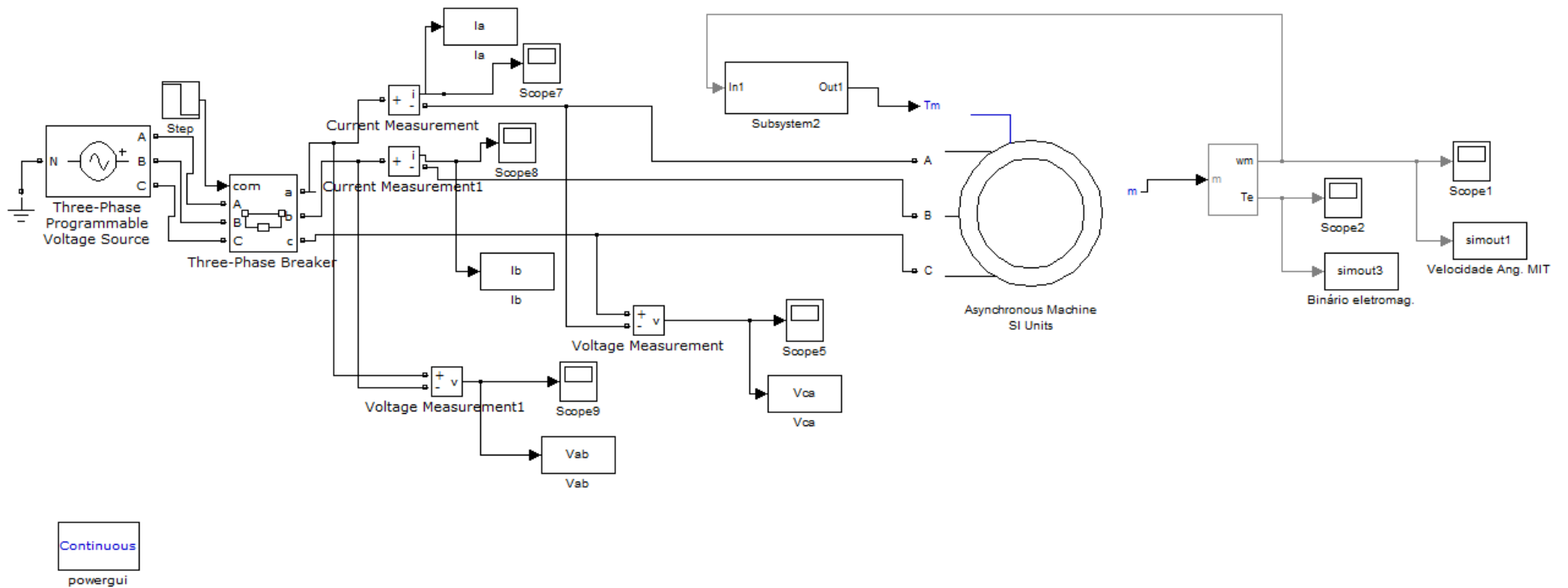






Apêndices

Apêndice A – Esquema de montagem Simulink/MatLab



Apêndice B – Script (cálculo dos coeficientes de atrito do motor - Simulação)

```

%Calculo dos Coeficientes de atritos do motor

%simout1 - array_velocidade angular_workspace
%simout1.time <=> valores do tempo obtidos por simulação
%simout1.signals.values <=> valores da velocidade angular obtidos por
simulação

syms dw dt k1 k2 k3 J
tout = simout1.time;          % Valores de Tempo (s) de simulação

w = simout1.signals.values; % array Velocidade Angular do MIT
dw = diff(simout1.signals.values); % array_derivada pontual da velocidade
angular
dt = diff(simout1.time); %array_derivada pontual do tempo
Tr=-0.0131.*(dw./dt); % Binário Resistivo com a Inércia conhecida
clc;

%dw(50,1),dw(100,1),dw(150,1) - valores da derivada da velocidade angular
a usar no programa
%dt(50,1),dt(100,1),dt(150,1) - valores da derivada do tempo a usar no
programa
%diff(224.28.*exp(-0.4*x))
%plot(t,0.2242.*exp(0.4.*t))
%plot(t,-0.0025*(-897/(10*exp((2.*t)/5))))
%plot(t,simout1.signals.values)

%[k1 k2
k3]=solve('(k1*82.4970+k2*(82.4970^2)+k3=0.0825)', '(k1*55.2994+k2*(55.299
4^2)+k3=0.0553)', '(k1*24.8476+k2*(24.8476^2)+k3=0.0248)');

%[F K ]=solve('(-x*2255.5589-
y*2321.5162=0)', '(x*9832.0816+y*2321.5162=0)')
%[J K1 K2 K3]=solve('(12.3711=K1*154.1+K2*154.1^2+K3)', '(0=J*(-
4.583)+K1*4.64+K2*4.64^2+K3)', '(0=J*(-
3.51)+K1*2.615+K2*2.615^2+K3)', '(0=J*(-2.98)+K1*0.9861+K2*0.9861^2+K3)')

```

Apêndice C – Script (leitura da folha de cálculos e representação gráfica dos dados obtidos nos ensaios laboratoriais)

```
%%Leitura da folha de calculos (Ensaio_AME)

clear all

clc

A = CSVREAD('F0002CH2.CSV');
B = CSVREAD('F0002CH1.CSV');
C= CSVREAD('F0002CH3.CSV');

subplot(1,3,1),plot(A)
xlabel('Tempo (ms) ')
ylabel('Tensão (V) ')
subplot(1,3,2),plot(B, 'b')
xlabel('Tempo (ms) ')
ylabel('Corrente (A) ')
subplot(1,3,3),plot(C, 'g')
xlabel('Tempo (ms) ')
ylabel('Corrente (A) ')
```

Apêndice D – Script (gráficos diversos)

```

%Tensões, ensaio Laboratorial
    subplot(3,1,1), plot(t2,tens1);
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Tensão U1 e U2(V)');
title('a');
    subplot(3,1,2), plot(t2,tens2);

xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Tensão U1 e U2(V)');
title('b');
    subplot(3,1,3), plot(t2,tens1,t2,tens2);

xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Tensão U1 e U2(V)');
title('c');

%Erros Estimção
    subplot(2,2,1), plot(Kd,Erro_Kd)

xlabel('Kd');
ylabel('Erro(%)');
title('Erro de Estimção de Kd (%)')
    subplot(2,2,2), plot(Kd,Erro_Ka)

xlabel('Kd');
ylabel('Erro(%)');
title('Erro de Estimção de Ka (%)')
    subplot(2,2,3), plot(Kd,Erro_Kv)

xlabel('Kd');
ylabel('Erro(%)');
title('Erro de Estimção de F (%)')
    subplot(2,2,4), plot(Kd,Erro_Total)
xlabel('Kd');
ylabel('Erro(%)');
title('Erro Total (%)')
    plot(Te,Erro_F,Te,Erro_J,Te,Erro_Ka,Te,Erro_Kd,Te,Erro_Total)
xlabel('Te');
ylabel('Erro(%)');
title('Erro(%)');
text(12.55,2.856,'Erro Total');
text(12.88,2.17,'Erro de Ka');
text(12.88,0.7,'Erro de F');
text(12.7,2.54,'Erro de Kd');
text(12.87,2.9,'Erro de J');

%Binário Eletromagnético Estimado
    subplot(2,1,1), plot(tout,simout3)
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Binário Eletromagnético');
title('Binário Eletromagnético desenvolvido');

    subplot(2,1,2), plot(z,Tag, '.r')

    xlabel('Número de Pontos Testados');
ylabel('Binário Eletromagnético');
title('Binario Eletromagnetico Estimado');

```

Apêndice E – Script (cálculo dos erros estimados)

```

K1=0.0005;

K2=0.002985;

K3=0.0357;

J=0.0131;

Tr=-J.*(dw./dt);

clc

A=[w(7965)^2 w(7965) 1;w(7996)^2 w(7996) 1;w(8027)^2 w(8027) 1]; %Matriz
A, Sistema de 3 equações 3 incógnitas no método matricial

B=[Tr(7965);Tr(7996);Tr(8027)]; %Matriz com os valores do Binário
Resistente nos pontos em causa

Var=mldivide(A,B)

Erro_var=[abs((Var(1)-K1)*100/(K1));abs((Var(2)-
K2)*100/(K2));abs((Var(3)-K3)*100/(K3))] %Valor do erro percentual de
cada variável Individualmente

Erro_var_Total=Erro_var(1)+Erro_var(2)+Erro_var(3) %Somatório do Erro de
cada variável Estimada, Erro Total

Tr1=[Var(1)*(w(7965)^2)+(Var(2)*w(7965))+Var(3);Var(1)*(w(7996)^2)+(Var(2)
)*w(7996))+Var(3);Var(1)*(w(8027)^2)+(Var(2)*w(8027))+Var(3)] %Binário
Resistente

erro_TR=[(Tr(7965)-Tr1(1))*100/(Tr(7965));(Tr(7996)-
Tr1(2))*100/(Tr(7996));(Tr(8027)-Tr1(3))*100/(Tr(8027))] %Erro da
Estimação do Binário Resistente

```

Apêndice F – Script (estimação do binário eletromagnético: *Air – Gap Torque Estimation*)

```

%Simulação do valor do binário por número de períodos
clear all;

clc;

load('m1.mat');

n=120; %numero de periodos a testar
Rs=9.9; %resistência estatórica
z=(1:1:n);
%Ta=size(n);
%Tag=size(n);

for x=1:n,

    p=(x*10)+100;%p=(x*5)
    y=1;

    for i=100:p, %a partir do ponto 400 o binário é constante, o motor
    encontra-se em regime permanente

        a(y)=Ia(i);
        b(y)=Ib(i);
        c(y)=Vab(i);
        d(y)=Vca(i);
        t(y)=tout(i);

        if i==100
            Ta(y)=0;
        else
            Ta(y)=((sqrt(3)*4)/6)*(((a(y)-
b(y))*trapz(t,(d+Rs*(2*a+b))))...
                +((2*a(y)+b(y))*trapz(t,(c-Rs*(a-b)))));
        end
        y=y+1;
    end

    Tag(x)=mean(Ta);
    clear ('a','b','c','d','t','Ta');

end

%display(Tag);
plot(z,Tag,'.r');

```