

MÉTODOS DE ANÁLISE EM ESTRUTURAS METÁLICAS

Iulia Suruceanu

Mestrado em Engenharia Civil
Área de Especialização: Estruturas
Dissertação

ORIENTADOR: Doutor Pedro Salvado Ferreira

março de 2015

À memória da minha avó

AGRADECIMENTOS

Venho por este meio expressar de forma sincera a minha gratidão a todos aqueles que me ajudaram ao longo destes anos, sem os quais não teria sido possível realizar esta dissertação para a obtenção do grau de Mestre.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Professor Doutor Pedro Salvado Ferreira, atual diretor da ESTBarreiro/IPS e orientador da presente dissertação, pela sua disponibilidade, sabedoria, paciência, dedicação e pela oportunidade que me deu de poder desenvolver uma dissertação na área de estruturas metálicas, que tanto admiro. Devo ainda agradecer-lhe pelo aconselhamento do uso do programa automático de elementos finitos (ADINA) e pela transmissão dos seus conhecimentos que tinha sobre o mesmo. O seu inesgotável apoio, motivação e interesse foram valiosos para a conclusão deste trabalho com a qualidade pretendida dentro do prazo estabelecido.

Agradeço ainda a todos os professores da ESTBarreiro/IPS que me transmitiram conhecimentos na área de engenharia civil ao longo do meu mestrado e da minha licenciatura.

Não posso deixar de agradecer aos meus colegas pela partilha de conhecimentos, partilha de momentos bons e maus, e sobretudo na realização de trabalhos de grupo e na preparação para os exames.

Agradeço aos meus amigos (dos quais não vou referir nomes, pois eles sabem quem são) que se encontram perto e outros nem tanto, espalhados um pouco pelo mundo, que contribuíram de uma forma direta ou indireta, transmitindo confiança e incentivaram a não desistir. Perto ou longe, nunca os irei esquecer.

E por último, mas não menos importante, agradeço à minha pequena mas muito unida família (mãe, pai, avô, irmão e namorado) por todos os sacrifícios que fizeram por mim, pela paciência, pela compreensão do meu esforço, pela minha ausência durante a realização deste trabalho e dos anos de estudo no ensino superior.

Obrigada a todos!

RESUMO

Hoje em dia existem diversos métodos de análise de estruturas metálicas. Na presente dissertação irão ser analisados e aplicados alguns destes métodos, tais como o método de Horne, o método de Wood e a comparação através de simulações não-lineares com o programa – ADINA.

A norma que é utilizada em Portugal para o dimensionamento de estruturas metálicas é a NP EN 1993, ou seja, o Eurocódigo 3, constituído por várias partes, sendo que neste caso será maioritariamente abordada a Parte 1-1. Será feita uma apresentação das regras regulamentares, bem como a sua aplicação e a verificação da eficácia. Por último será efetuada uma comparação entre os resultados da norma e os resultados obtidos através de simulações não-lineares.

PALAVRAS-CHAVE: Métodos de análise, estruturas metálicas, pórticos, regras regulamentares.

ABSTRACT

Nowadays, there are several methods of analysis of steel structures. In this dissertation some of these methods will be analyzed and implemented, such as the Horne method, the Wood method and the comparison through nonlinear simulations with the program ADINA.

The standard used in Portugal for the design of steel structures is the NP EN 1993. This European standard is divided in several parts, but only Part 1-1 will be discussed. An introduction of the design rules will be presented, as well as their implementation and verification of their effectiveness. Finally, a comparison will be made between the results of the standard and the results obtained by nonlinear simulations.

KEYWORDS: Methods of analysis, steel structures, frame, design rules.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. ENQUADRAMENTO	1
1.2. OBJETIVOS	2
1.1. DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO	2
2. ESTADO DA ARTE	5
2.1. CÁLCULO DA CARGA CRÍTICA	5
2.1.1. CARGA CRÍTICA DE UMA COLUNA	5
2.1.2. TIPOS DE INSTABILIDADE	7
2.1.3. MODOS DE INSTABILIDADE	8
2.2. MÉTODOS/TIPOS DE ANÁLISE	9
2.2.1. TIPOS DE ANÁLISE	9
2.2.2. MÉTODO DE HORNE	13
2.2.3. MÉTODO DE WOOD	15
2.2.4. MÉTODO DE ANÁLISE DE 2ª ORDEM	18
3. EUROCÓDIGO 3	19

3.1. CLASSIFICAÇÃO DAS SECÇÕES TRANSVERSAIS	19
3.2. IMPERFEIÇÕES	24
3.3. EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM	28
3.4. ESCOLHA DO TIPO DE ANÁLISE	29
3.4.1. ANÁLISE ELÁSTICA	30
3.4.2. ANÁLISE PLÁSTICA	30
3.4.3. ANÁLISE ELÁSTICA E ANÁLISE PLÁSTICA	32
3.5. DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA	35
4. MODELAÇÃO E ANÁLISE	37
4.1. PROGRAMA AUTOMÁTICO ADINA	37
4.1.1. DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA.....	37
4.1.2. DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS.....	39
4.1.3. APLICAÇÃO DAS RESTRIÇÕES	39
4.1.4. APLICAÇÃO DAS CARGAS	40
4.1.5. DEFINIÇÃO DA MALHA	41
4.1.6. CONFIGURAÇÃO DA ANÁLISE.....	41
4.1.7. ANÁLISE DE PÓS-PROCESSAMENTO	41
4.1.8. INTRODUÇÃO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS NO PROGRAMA.....	42
4.2. ANÁLISE DOS CASOS	42
5. CASOS DE ESTUDO	47
5.1. CASOS DE ESTUDO 1 – PÓRTICO APOIADO	47
5.1.1. CARGA CRÍTICA - P_{CR}	47
5.1.2. CARGA ÚLTIMA - P_U	50

5.2. CASOS DE ESTUDO 2 – PÓRTICO ENCASTRADO	54
5.2.1. CARGA CRÍTICA - P_{CR}	54
5.2.2. CARGA ÚLTIMA - P_U	57
5.3. ANÁLISE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	61
5.3.1. CASO DE ESTUDO 1 – PÓRTICO APOIADO	61
5.3.2. CASO DE ESTUDO 2 – PÓRTICO ENCASTRADO	63
6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	65
6.1. CONCLUSÃO GERAL	65
6.2. DESENVOLVIMENTO FUTURO	67
7. BIBLIOGRAFIA	69
ANEXOS	71
DIAGRAMA DE ESFORÇOS	71
PÓRTICO APOIADO	71
PÓRTICO ENCASTRADO	80

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1 – Tipos de equilíbrio: estável, neutro e instável respetivamente	5
Fig. 2 – Três tipos de equilíbrio de uma coluna (Sameh, 1999)	6
Fig. 3 – Coluna de Euler e a sua trajetória de equilíbrio (adaptado de Reis e Camotim, 2000).	6
Fig. 4 – Comprimento de encurvadura (retirado do Simões, 2005).....	7
Fig. 5 – Instabilidade por bifurcação (a) e por “snap-through” (b)	8
Fig. 6 – Modo com deslocamentos laterais (a) e modo sem deslocamentos laterais (b).....	9
Fig. 7 – Pórtico não contraventado(a), Pórtico parcialmente contraventado (b), Pórtico totalmente contraventado(c) (adaptado de Reis e Camotim, 2000).	9
Fig. 8 – Diagrama tensão-deformação para cada tipo de material (Retirado do Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995)	10
Fig. 9 – Efeitos globais e efeitos locais (Retirado do Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995)	11
Fig. 10 – Diagrama de Momentos fletores de 1ª e 2ª ordem	11
Fig. 11 – Tipos de análise (Retirado do Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995).....	12
Fig. 12 – Método de Horne – cargas verticais (Reis e Camotim, 2001)	14
Fig. 13 – Método de Horne – cargas horizontais (Reis e Camotim, 2001).....	14
Fig. 14 – Inclinação – φ (Reis e Camotim, 2000).....	15
Fig. 15 – Comprimento de encurvadura – Pórticos sem deslocamentos laterais (retirado do Simões, 2005)	17
Fig. 16 – Comprimento de encurvadura – Pórticos com deslocamentos laterais (retirado do Simões, 2005)	17
Fig. 17 – Comportamento de secções à flexão (adaptado do Simões, 2005).....	20
Fig. 18 – Relações máximas largura-espessura de elementos comprimidos (EC3 Parte 1-1)	21
Fig. 19 – Definição da largura efetiva em elementos internos (EC3 Parte 1-5)	22

Fig. 20 – Definição da largura efetiva em elementos salientes (EC3 Parte 1-5)	23
Fig. 21 – Secção transversal total (a) e secção transversal efetiva (b) submetida a esforço axial (NP EN 1993-1-1, 2005; Gardner L., Nethercot, D.A., 2005)	23
Fig. 22 – Secção transversal total (a) e secção transversal efetiva (b) submetida a momento fletor (NP EN 1993-1-1, 2005; Simões, 2005)	24
Fig. 23 – Imperfeições globais equivalentes (retirado do EC3 PARTE 1-1)	25
Fig. 24 – Forças horizontais equivalentes à imperfeição global	27
Fig. 25 – Efeitos de translação e torção, vista em planta (retirado do EC3 Parte 1-1).....	27
Fig. 26 – Notações para a equação anterior (retirado do EC3 Parte 1-1)	29
Fig. 27 – Comportamento entre Momento e rotação e modelo elasto-plástico perfeito para a secção da Classe 1 (retirado do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com).....	31
Fig. 28 – Modelo simples de um pórtico sujeito a um aumento do carregamento vertical e horizontal (retirado do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com).....	32
Fig. 29 – Definição geométrica, usando o nó auxiliar K (retirado do ADINA,2004).....	38
Fig. 30 – Definição geométrica, usando um vetor (retirado do ADINA,2004).....	38
Fig. 31 – Forças e momentos nas extremidades de uma viga (retirado do ADINA, 2004)	39
Fig. 32 – Exemplo da definição da carga variável utilizando o tempo (ADINA, 2004)	40
Fig. 33 – Comportamento do material.....	42
Fig. 34 – Relação tensão - deformação	43
Fig. 35 – Secção em “I” suscetível a torção vista da frente lateralmente (ADINA, 2004)	44
Fig. 36 – Carga crítica do pórtico	44
Fig. 37 – Pórtico Apoiado	46
Fig. 38 – Pórtico Encastrado	46
Fig. 39 – Determinação do comprimento de encurvadura	47
Fig. 40 – Método de Horne.....	48

Fig. 41 – Representação do pórtico no programa automático ADINA.....	49
Fig. 42 – 1º Modo com deslocamentos laterais (retirado do ADINA)	49
Fig. 43 – Carregamento aplicado.....	50
Fig. 44 – Relação da carga última com o deslocamento horizontal	51
Fig. 45 – Relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal.....	51
Fig. 46 – Determinação do comprimento de encurvadura.....	54
Fig. 47 – Método de Horne.....	55
Fig. 48 – Representação do pórtico no programa automático ADINA.....	56
Fig. 49 – 1º Modo com deslocamentos laterais (retirado do ADINA)	56
Fig. 50 – Relação da carga última com o deslocamento horizontal	57
Fig. 51 – Relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal.....	58
Fig. 52 – Carregamento aplicado nos pórticos em estudo	59
Fig. 53 – Relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal para os Casos de Estudo	66

ÍNDICE DE QUADROS (OU TABELAS)

Tabela 1 – Coeficientes de rigidez K_{ij} em vigas (retirado do Simões, 2005)	17
Tabela 2 – Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais e_0/L para elementos (retirado do EC3 Parte 1-1; Simões, 2005)	26
Tabela 3 – Efeitos de segunda ordem: fatores de avaliação e amplificação (retirado do do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com)	34
Tabela 4 – Métodos de análise global (retirado do Oliveira, 2013)	35
Tabela 5 – Dados da secção transversal HEB200 (retirado do site www.sections.arcelor.com)	45
Tabela 6 – Resultados obtidos pelo Método de Wood	47
Tabela 7 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o método de Horne	48
Tabela 8 – Valores da carga última (P_u) obtidos no ADINA	52
Tabela 9 – Esforços de dimensionamento em função do P	52
Tabela 10 – Valores obtidos segundo a verificação do esforço transversal	53
Tabela 11 – Resultados das duas verificações	53
Tabela 12 – Resultados obtidos pelo Método de Wood	54
Tabela 13 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o método de Horne	55
Tabela 14 – Valores da carga última (P_u) obtidos no ADINA	59
Tabela 15 – Esforços de dimensionamento em função do P	60
Tabela 16 – Valores obtidos segundo a verificação do esforço transversal	60
Tabela 17 – Resultados das duas verificações	61
Tabela 18 – Comparação dos valores da carga crítica para os três métodos	61
Tabela 19 – Percentagem de erro associado ao valor de referencia (ADINA) e valores a comparar (Método e Horne e Método de Wood)	62

Tabela 20 – Comparação dos valores de Pu obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005)	62
Tabela 21 – Percentagem de erro associado ao valor de Pu obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005).....	63
Tabela 22 – Comparação dos valores da carga crítica para os três métodos	63
Tabela 23 – Percentagem de erro associado ao valor de referencia (ADINA) e valores a comparar (Método e Horne e Método de Wood)	63
Tabela 24 – Comparação dos valores de Pu obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005)	64
Tabela 25 – Percentagem de erro associado ao valor de Pu obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005).....	64

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

ABREVIATURAS

EC3 - Eurocódigo 3

MCDL - Modo com deslocamentos laterais

MSDL - Modo sem deslocamentos laterais

MEF - Método dos elementos finitos

SIGLAS

ADINA - Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis

EN - Norma Europeia

IPS - Instituto Politécnico de Setúbal

NP - Norma Portuguesa

SÍMBOLOS

LETRAS MINÚSCULAS LATINAS

b_{eff} - Largura efetiva de um elemento

b_c - Largura comprimida de um elemento

c - Comprimento útil de uma parte de uma secção

e_0 - Amplitude máxima do deslocamento lateral inicial de um elemento

e_N - Excentricidade

f_u - Tensão de rotura

f_y - Tensão de cedência

h - Altura do pórtico

h_i - Altura de um andar

k_{yy} - Fator de interação

k_{yz} - Fator de interação

k_{zy} - Fator de interação

k_{zz} - Fator de interação

l - Comprimento crítico da encurvadura

m - Número de colunas num piso

t - Espessura

LETRAS MAIÚSCULAS LATINAS

A - Área da secção transversal de um elemento

A_v - Área de corte de uma secção

E - Módulo de Elasticidade

F_{cr} - Carga crítica de instabilidade global de uma estrutura

F_{Ed} - Valor de cálculo do carregamento atuante numa estrutura

G - Centroide da secção transversal

G' - Centroide da secção transversal efetiva

H_i - Cargas horizontais para um piso

H_{Ed} - Valor de cálculo da reação horizontal total na base do piso

I - Momento de segunda ordem

K - Coeficiente que depende da condição de apoio de cada travessa, na extremidade mais afastada

K_c - Coeficiente de rigidez do montante

K_1, K_2 - Coeficiente de rigidez dos montantes adjacentes

K_{ij} - Coeficiente de rigidez das travessas adjacentes

L - Comprimento real

L_e - Comprimento de encurvadura

$M_{y,Ed}$ - Valor de cálculo do momento fletor atuante em torno y

$M_{z,Ed}$ - Valor de cálculo do momento fletor atuante em torno z

N, N_{Ed} - Esforço axial

N_{cr} - Carga crítica elástica de encurvadura por flexão (carga crítica de Euler)

P - Carga

P_{cr} - Carga crítica

P_u - Carga última

V_{Ed} - Valor de cálculo da reação vertical total na base do piso

V_i - Cargas verticais para um piso

$V_{pl,Rd}$ - Valor de cálculo do esforço transverso plástico resistente

LETRAS MINÚSCULAS GREGAS

α_{cr} - Relação entre a carga de cálculo atuante e a carga crítica elástica de instabilidade global de uma estrutura

$\alpha_{cr,s,est}$ - É o α_{cr} estimado para modo com deslocamentos laterais

$\alpha_{cr,r,est}$ - É o α_{cr} estimado para viga que se encontra em modo de encurvadura por "snap-through"

α_h - Coeficiente de redução

α_m - Coeficiente de redução associado ao número de colunas num piso

χ_{LT} - Fator de redução para a encurvadura lateral

χ_y - Fator de redução para a encurvadura por flexão em torno de y

χ_z - Fator de redução para a encurvadura por flexão em torno de z

δ_i - Deslocamento relativo

$\delta_{H,Ed}$ - Deslocamento horizontal relativo entre o topo e a base de um andar

ε - Extensão

ε_y - Extensão de cedência

φ_i - Inclinação, em relação vertical das cordas das colunas do andar

φ_0 - Valor de base da imperfeição geométrica equivalente de uma estrutura

γ_{Mi} - Coeficiente parcial de segurança

η_1, η_2 - Coeficientes de distribuição

λ - Coeficiente de esbelteza relativo a encurvadura por flexão

λ_{cr} - Valor crítico do parâmetro de carga

$\bar{\lambda}$ - Coeficiente de esbelteza adimensional (ou esbelteza normalizada)

ν - Coeficiente de Poisson

ρ - Fator de redução

σ - Tensão

LETRAS MAIÚSCULAS GREGAS

Δ_i - Deslocamento global de uma estrutura

ΔM - Acréscimo de momento fletor atuante

$\Delta M_{y,Ed}$ - Acréscimo de momento fletor atuante em torno de y

$\Delta M_{z,Ed}$ - Acréscimo de momento fletor atuante em torno de z

OUTROS SÍMBOLOS

P- Δ - Efeitos globais de segunda ordem

P- δ - Efeitos locais de segunda ordem

1

INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO

Os esforços numa estrutura isostática devem ser determinados através de regras de equilíbrio estático, utilizando uma análise global elástica. Os esforços numa estrutura hiperestática podem ser determinados usando uma análise global elástica ou uma análise global plástica.

A análise global elástica baseia-se na hipótese de que a relação tensão-deformação do material é linear, em qualquer ponto da estrutura, qualquer que seja o nível de tensão atuante. Os esforços podem ser calculados por meio de uma análise global elástica, mesmo no caso de a resistência das secções transversais dos elementos se basear na sua resistência plástica.

A análise global plástica pressupõe a plastificação de algumas zonas da estrutura (por exemplo através da formação de rótulas plásticas) e só pode ser efetuada se a estrutura verificar determinados requisitos, entre os quais, ser constituída por materiais com um comportamento dúctil, possuir secções composta por elementos pouco esbeltos (preferencialmente de classe 1 segundo o Eurocódigo 3 Parte 1-1) e um adequado travamento lateral (EN 1993-1-1, 2005).

A análise de uma estrutura pode ainda ser de primeira ordem ou de segunda ordem. Na análise de primeira ordem os esforços internos e os deslocamentos são obtidos a partir da geometria inicial indeformada da estrutura, ao contrário, na análise de segunda ordem os esforços internos são influenciados pela configuração deformada da estrutura.

A realização de uma análise elástica linear (de primeira ordem) de uma estrutura para avaliar o seu comportamento é muito limitativa, em virtude de não tomar em consideração uma série de fatores de natureza geométrica e material, que quase sempre ganham relevância à medida que o nível de carregamento e de deformação aumenta. Para além de não permitir avaliar a resistência de uma estrutura devido ao regime plástico do material constitutivo, a execução de uma análise elástica linear também não permite evidenciar outros fenómenos de características intrinsecamente não lineares, tais como os fenómenos de instabilidade. Assim, os efeitos não lineares podem ser classificados em efeitos geometricamente não lineares e em efeitos materiais não lineares.

Os efeitos de segunda ordem devem ser tidos em conta, através de uma análise de segunda ordem, se aumentarem significativamente os esforços na estrutura ou modificarem o comportamento da mesma, caso contrário, pode ser considerada uma análise de primeira ordem. Numa estrutura metálica, os efeitos de segunda ordem são fundamentalmente resultantes do efeito do esforço axial.

Uma análise global de segunda ordem inclui sempre um grande volume de cálculo (análise passo a passo ou outro processo iterativo). Em estruturas constituídas por pórticos regulares (pórticos com cargas verticais e horizontais e rigidez semelhantes ao nível dos vários pisos), onde o primeiro modo de instabilidade seja predominante, o Eurocódigo 3 Parte 1-1 permite a inclusão dos efeitos de segunda ordem associados às cargas verticais, através de um processo simplificado. Este processo consiste em amplificar os efeitos de primeira ordem devidos às ações horizontais, incluindo as devidas às imperfeições (EN 1993-1-1, 2005).

1.2. OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar e discutir as características da análise global elástica e da análise global plástica para a obtenção de esforços e deslocamentos em estruturas metálicas reticuladas planas. Para tal, serão definidas as bases em que as análises estruturais de esforços e deformações se apoiam, bem como, as regras regulamentares disponibilizadas e as suas simplificações. Adicionalmente, serão avaliadas as potencialidades e limitações de cada um dos métodos de análise disponibilizados nas normas através da comparação com resultados obtidos a partir de análises não lineares usando o programa ADINA (ADINA – Finite Element Analysis Software).

1.3. DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A metodologia a adotar para desenvolvimento e obtenção dos objetivos propostos foi a seguinte:

- Pesquisa bibliográfica e análise crítica do estado da arte no domínio dos métodos de análise em estruturas metálicas reticuladas planas;
- Análise crítica das normas;
- Identificação de casos de estudo tipo de pórticos metálicos planos para realização de uma análise física e geometricamente não linear;
- Comparação dos modelos regulamentares simplificados de simulação de comportamento com os resultados numéricos;
- Redação da dissertação.

Na primeira etapa deste trabalho foi efetuada uma pesquisa bibliográfica nas bibliotecas de instituições de referência na área da Engenharia Civil do nosso país e nas bibliotecas internacionais disponibilizadas atualmente on-line. Esta primeira etapa não se limitou à pesquisa bibliográfica, mas também a uma análise crítica do estado da arte.

Na segunda etapa do presente trabalho foi efetuada uma análise crítica das normas europeias, nomeadamente o Eurocódigo 3. Com este estudo e análise crítica foi identificado o suporte teórico das regras e requisitos regulamentares, bem como a justificação da adoção das regras regulamentares atuais.

Na terceira etapa deste trabalho foram analisados exemplos de casos de estudo de pórticos metálicos e foi efetuada uma análise física e geometricamente não linear desse tipo de estruturas. Utilizou-se o programa ADINA para realização das análises não lineares,

identificando quais foram as opções para a modelação e análise dos pórticos metálicos em estudo.

Na quarta etapa do presente trabalho e com base no trabalho realizado foi efetuada uma comparação dos modelos regulamentares simplificados de simulação de comportamento com os resultados numéricos, identificando as suas potencialidades e limitações.

2

ESTADO DA ARTE

2.1. CÁLCULO DA CARGA CRÍTICA DE PÓRTICOS

2.1.1. CARGA CRÍTICA DE UMA COLUNA

A carga crítica designa-se por uma carga axial máxima aplicada numa coluna na qual é possível suportar essa carga antes de se dar a encurvadura desta. Relativamente a estabilidade de várias formas de equilíbrio de uma barra comprimida pode ser investigada usando a teoria utilizada na investigação da estabilidade de configurações de equilíbrio de sistemas de corpo rígido. Existem três tipos de equilíbrio: estável, instável e neutro (Peres, 2011). Considere três casos de equilíbrio da esfera mostrada na figura 1. Pode-se concluir que a bola sobre a superfície esférica côncava está em um estado de equilíbrio estável, enquanto a bola no plano horizontal está em equilíbrio indiferente ou neutro. A bola sobre a superfície esférica convexa encontra-se presente no equilíbrio instável.



Fig. 1 – Tipos de equilíbrio: estável, neutro e instável respetivamente

A barra comprimida mostrada na figura 2 pode ser considerada de forma semelhante. No estado de equilíbrio estável, se a coluna possuir qualquer pequeno deslocamento por alguma influência externa, que é então removido, ela irá retornar de volta para a forma não deflectida. Aqui, o valor da carga P aplicada é menor do que o valor da carga crítica P_{CR} . Por definição, o estado de equilíbrio indiferente é aquele em que o limite de estabilidade elástica é alcançado. Neste estado, se a coluna tiver qualquer pequeno deslocamento por alguma influência externa, que é então removido, manterá a sua forma deformada. Caso contrário, a coluna encontra-se no estado de equilíbrio instável (Sameh, 1999).

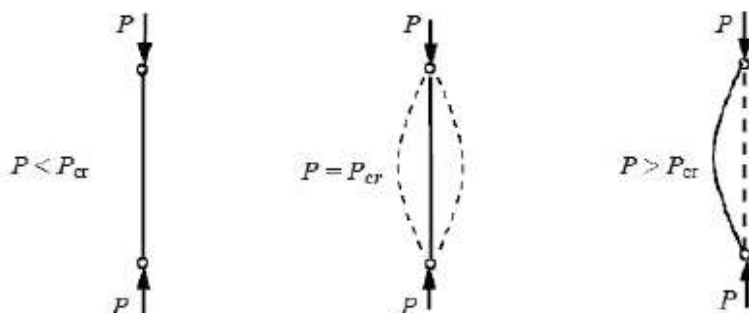


Fig. 2 – Três tipos de equilíbrio de uma coluna (Sameh, 1999)

Utiliza-se então a coluna mais conhecida, de modo a exemplificar o conceito, designada por “coluna de Euler”, estudada em 1778 (Pinto, 2010).

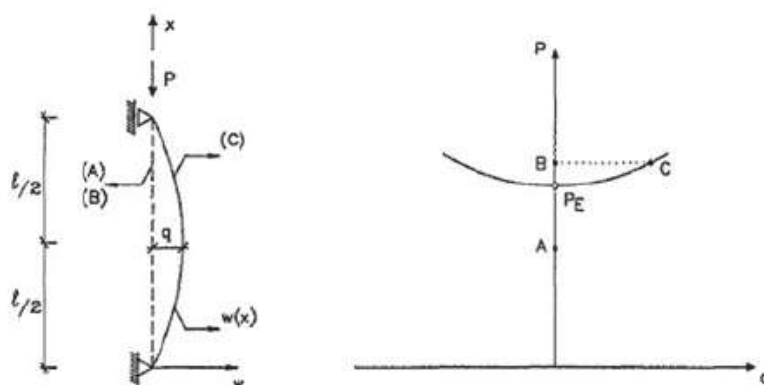


Fig. 3 – Coluna de Euler e a sua trajetória de equilíbrio (adaptado de Reis e Camotim, 2000).

Como se pode verificar na figura 3, o ponto A encontra-se abaixo da carga crítica, ou seja, ainda na parte estável de equilíbrio e com $q=0$, enquanto que o ponto B encontra-se acima da carga crítica, o que quer dizer que se encontra no equilíbrio instável, apesar de q ser nulo também. O ponto C encontra-se na parte estável com q diferente de zero na trajetória de pós- encurvadura. Na interseção da trajetória fundamental ($q=0$) com a trajetória de pós- encurvadura forma-se um ponto onde ocorre a bifurcação de equilíbrio e que se chama por carga crítica de Euler. No caso da coluna de Euler, a fórmula da carga crítica é dada por (Reis e Camotim, 2000):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I}{l^2} \quad (1)$$

Onde:

“E” é o módulo de elasticidade do material e o “I” é o momento de segunda ordem da secção em relação ao eixo de flexão considerado (Reis e Camotim, 2000). O “l” é o comprimento crítico da encurvadura (Hirt, 1994), que depende do tipo de apoio que a coluna possui, ilustrada na figura 4.

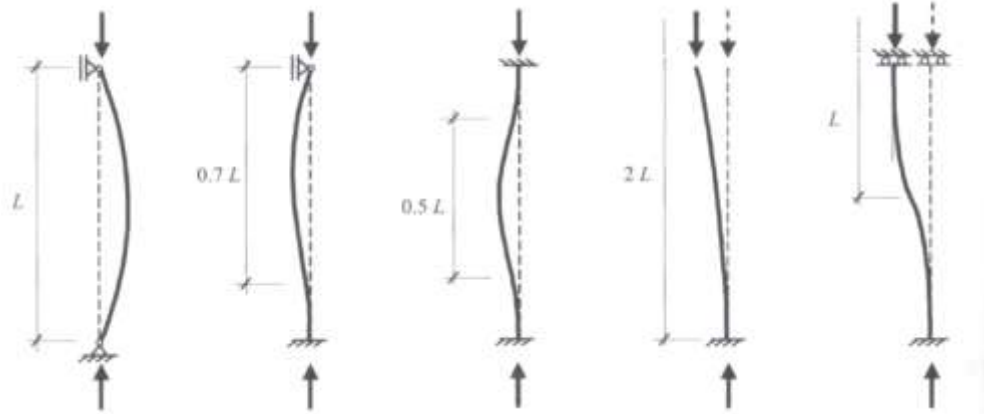


Fig. 4 – Comprimento de encurvadura (retirado do Simões, 2005)

Existem vários métodos (exatos e aproximados) com os quais se pode obter o valor da carga crítica. Para a análise linear de estabilidade de pórticos optou-se por se utilizar o Método de Horne e o Método de Wood.

2.1.2. TIPOS DE INSTABILIDADE

A evolução de uma estrutura é dada pela trajetória de equilíbrio (Peres, 2011). Essa trajetória é determinada através da relação entre a carga e o deslocamento (Pinto, 2010) e corresponde à mudança do tipo de equilíbrio (estável e instável), no qual pode aparecer através de duas formas, ilustradas na figura 5:

- Bifurcação de equilíbrio ou também designado por instabilidade bifurcacional;
- Instabilidade por ponto limite ou instabilidade por “snap – through”.

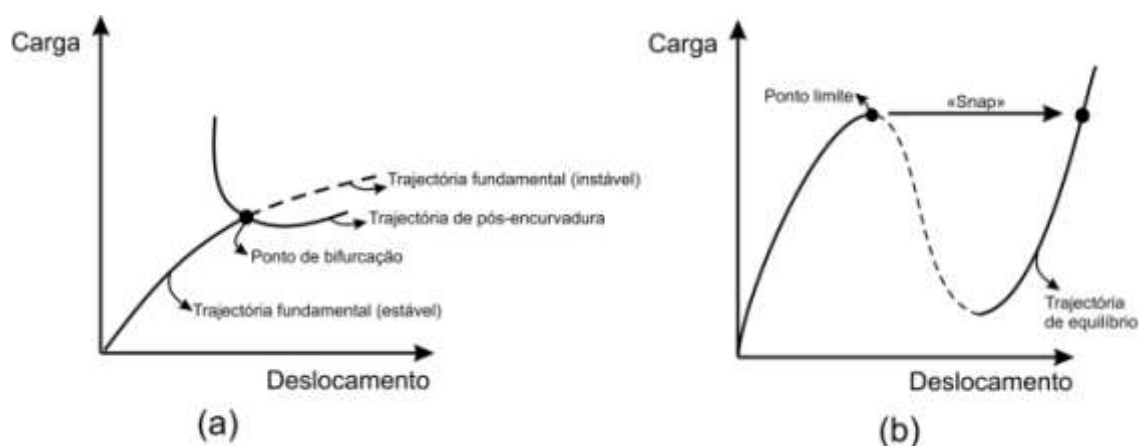


Fig. 5 – Instabilidade por bifurcação (a) e por “snap-through” (b)

É de salientar as características presentes de cada tipo de instabilidade:

- Para a instabilidade bifurcacional, a trajetória de equilíbrio fundamental inicia-se na origem do diagrama “carga – deslocamento” por sua vez a trajetória de equilíbrio de pós-encurvadura não passa pela origem desse diagrama. A interseção das duas trajetórias dá origem ao ponto de bifurcação no qual distingue e divide a trajetória fundamental em parte estável e instável (Reis e Camotim, 2000; Peres, 2011).

- Para a instabilidade por “snap-through”, a trajetória de equilíbrio, tal como na instabilidade bifurcacional, inicia-se na origem do diagrama “carga – deslocamento”. O ponto limite é o ponto que separa as configurações de equilíbrio estável para instável e é o ponto onde o declive é nulo. Ao contrário da instabilidade bifurcacional, neste caso a estrutura passa “dinamicamente” para uma configuração de equilíbrio afastada e novamente estável, ocorrendo quando a estrutura se encontra no ponto limite e é submetida a um (leve) acréscimo de carga (Reis e Camotim, 2000; Peres, 2011).

2.1.3. MODOS DE INSTABILIDADE

O modo de instabilidade encontra-se relacionado com o tipo de deformabilidade da estrutura e divide-se em dois tipos como é possível observar na figura 6:

- Modo com deslocamentos laterais dos nós ou modo “sway” (MCDL).
- Modo sem deslocamentos laterais dos nós ou modo “non-sway” (MSDL).

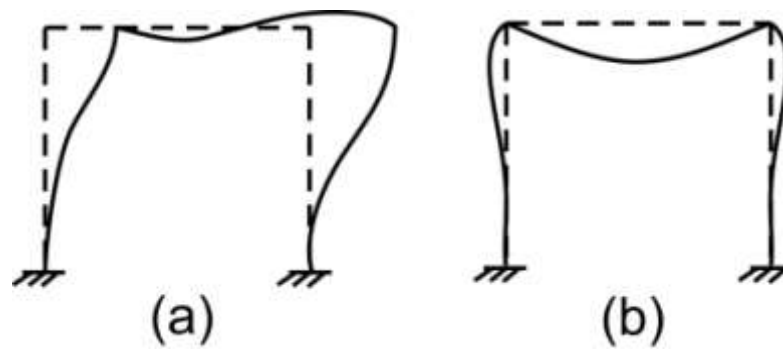


Fig. 6 – Modo com deslocamentos laterais (a) e modo sem deslocamentos laterais (b)

Os deslocamentos laterais dos nós estão sempre presentes devido ao modo crítico de instabilidade que na maioria dos pórticos está associado ao valor crítico do parâmetro de carga, λ_{cr} . Para aumentar esse valor, os deslocamentos laterais devem ser travados na totalidade ou parcialmente (Reis e Camotim, 2000).

O valor da carga crítica aumenta significativamente quando é utilizado um pórtico contraventado (César, 2004). Neste tipo de pórtico é usado o modo de instabilidade – modo sem deslocamentos laterais dos nós pois os deslocamentos laterais encontram-se impedidos devido ao travamento, conforme se ilustra na figura 7.

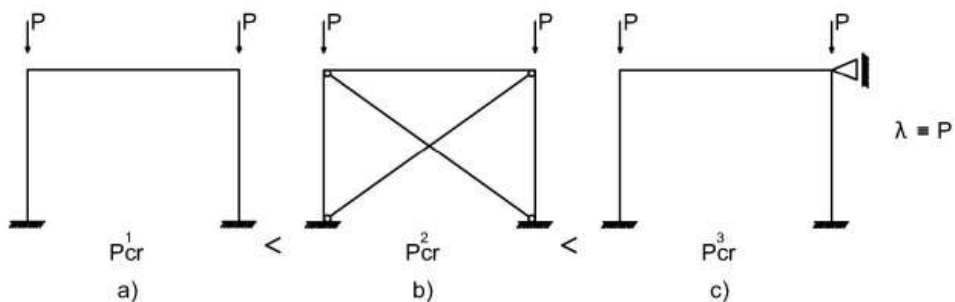


Fig. 7 – Pórtico não contraventado(a), Pórtico parcialmente contraventado (b), Pórtico totalmente contraventado(c) (adaptado de Reis e Camotim, 2000).

2.2. MÉTODOS/TIPOS DE ANÁLISE

2.2.1. TIPOS DE ANÁLISE

Para a classificação dos métodos é necessário ter em conta o tipo de material a utilizar e a sua geometria.

Material:

O tipo de material é escolhido conforme o seu diagrama “tensão-deformação”. Na figura 8 são apresentados três tipos de modelos de comportamento: elástico, plástico rígido e o elásto-plástico (respetivamente).

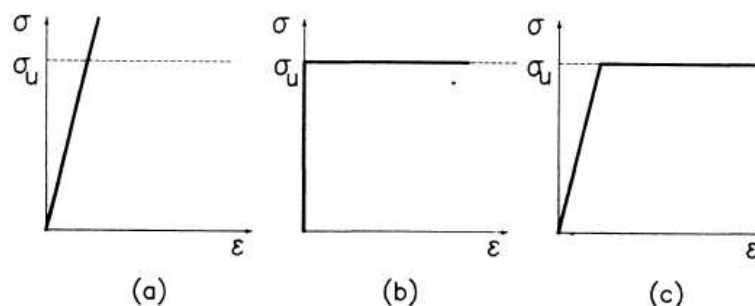


Fig. 8 – Diagrama tensão-deformação para cada tipo de material (Retirado do Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995)

O diagrama elástico é apresentado quando a relação da “tensão- extensão” do material apresenta uma linearidade em toda a sua estrutura e as tensões existentes no material devem ser menores que a tensão de cedência do mesmo. Esta linearidade física da estrutura baseia-se na lei do Hooke.

No caso em que a relação “tensão-extensão” do material não é linear (diagrama elasto-plástico), este apresenta uma não linearidade material (efeitos fisicamente não lineares) que ocorre quando as tensões do material atingem a tensão de cedência deste, provocando a sua plastificação.

Estes efeitos fisicamente não lineares baseiam-se na relação “tensão-extensão” e na existência da plastificação das barras da estrutura (rótulas plásticas), sendo possível a análise plástica.

Geometria:

Para uma análise de primeira ordem, é utilizada a linearidade geométrica, ou seja, baseia-se na geometria indeformada da estrutura com a existência de pequenos deslocamentos e relações lineares cinemáticas. Neste tipo de análise é verificada a simetria entre a relação do carregamento atuante com os deslocamentos da estrutura.

No caso da existência da não linearidade geométrica, é utilizada a análise de segunda ordem que, ao ser aplicado um carregamento, a estrutura deforma-se, desviando-se da sua posição indeformada. Este afastamento faz com que as cargas axiais de compressão atuem numa posição diferente das que foram inicialmente determinadas. Se o desvio não for muito significativo, poderá ser utilizada uma análise de primeira ordem, caso contrário deve ser utilizado uma análise de segunda ordem, uma vez que irá provocar um aumento significativo nos valores dos momentos fletores.

Os efeitos de segunda ordem podem ser de dois tipos, conforme é possível observar na figura 9:

- Efeitos globais ($P-\Delta$);
- Efeitos locais ($P-\delta$);

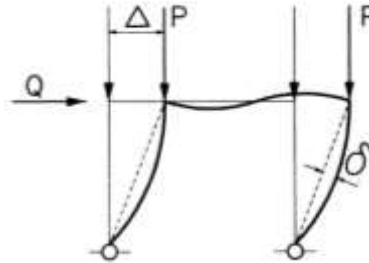


Fig. 9 – Efeitos globais e efeitos locais (Retirado do Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995)

Os efeitos globais ($P-\Delta$) encontram-se relacionados com os deslocamentos nas extremidades (no topo e na base) das barras provocadas pelas cargas verticais. Estes efeitos estão presentes apenas em pórticos não contraventados, originando um acréscimo no diagrama de momentos fletores lineares.

Por sua vez, os efeitos locais ($P-\delta$) relacionam-se com os deslocamentos das configurações deformadas de cada barra comprimida do pórtico em relação à posição da indeformada. Estes efeitos estão presentes em pórticos contraventados e não contraventados, dando origem a um acréscimo no diagrama de momentos fletores não lineares, conforme se ilustra na figura 10.

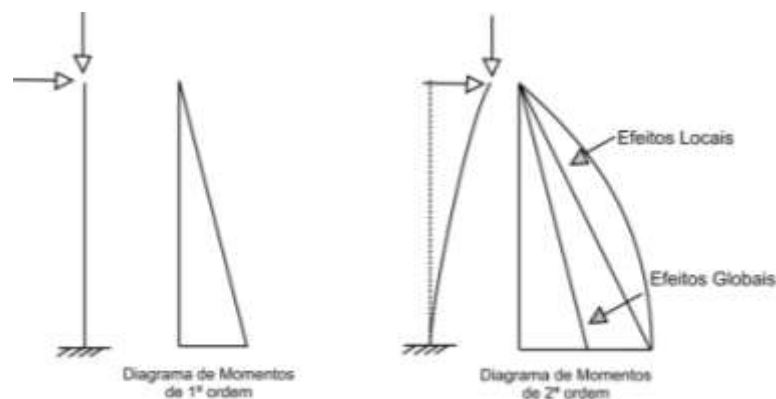
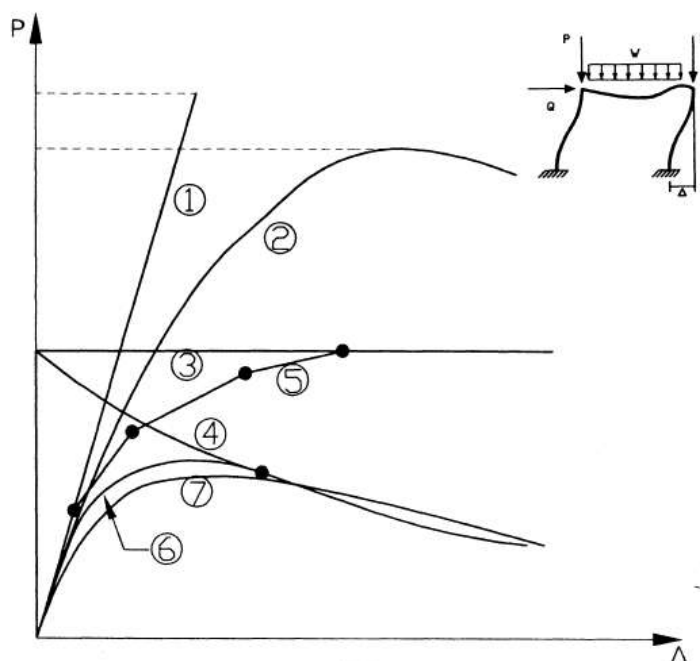


Fig. 10 – Diagrama de Momentos fletores de 1ª e 2ª ordem

Combinando as condições acima referidas, verificam-se os seguintes tipos de análise, como é mostrado na figura 11.



Legenda:

- 1 Análise elástica de primeira ordem
- 2 Análise elástica de segunda ordem
- 3 Análise rígida-plástica de primeira ordem
- 4 Análise rígida-plástica de segunda ordem
- 5 Análise elasto-plástica de primeira ordem
- 6 Análise elasto-plástica de segunda ordem
- 7 Comportamento real

Fig. 11 – Tipos de análise (Retirado do Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995)

Como se pode observar, à medida que o procedimento de análise fica mais completo, os resultados aproximam-se do comportamento real da estrutura (Pórticos metálicos: critérios de cálculo, 1995; Almeida, 2006).

1. Análise elástica de primeira ordem – é a análise mais simples que se baseia na linearidade física e geométrica. O material possui um comportamento elástico e as condições de equilíbrio encontram-se assentes sobre a geometria não deformada. O gráfico, neste caso é uma linha que atinge a carga crítica elástica (corresponde à bifurcação de equilíbrio calculada sem levar em conta a influência dos deslocamentos em ações externas).
2. Análise elástica de segunda ordem – nesta análise o comportamento do material mantém-se elástico, no entanto, as equações de equilíbrio encontram-se na geometria deformada, ou seja, possui uma não linearidade geométrica. Os deslocamentos aumentam rapidamente fazendo com que o gráfico seja uma curva que atinge um máximo correspondente à carga elástica de rotura (a partir disso apenas é possível o equilíbrio se o carregamento diminuir).

3. Análise rígida-plástica de primeira ordem – considera-se comportamento rígido-plástico do material e as condições de equilíbrio são estabelecidas na geometria não deformada. Os deslocamentos são nulos até que as ações externas alcancem o valor necessário para causar o aparecimento de rótulas plásticas suficiente para que a estrutura ou parte dela se torne num mecanismo. A partir desse instante o material tem um comportamento plástico.
4. Análise rígida-plástica de segunda ordem – idêntica à análise rígida-plástica de primeira ordem, excepto o facto de as condições de equilíbrio estarem representadas na geometria deformada, com o objetivo de tornar a estrutura num mecanismo.
5. Análise elasto-plástica de primeira ordem – as condições de equilíbrio encontram-se na geometria não deformada. São elaboradas várias análises elásticas utilizando um material elástico (cada segmento é reto devido ao material) e dá-se o aparecimento de rótulas, tornando a estrutura mais deformável. O primeiro segmento até à formação da primeira rótula plástica coincide com o da análise elástica de primeira ordem.
6. Análise elasto-plástica de segunda ordem – semelhante à anterior análise, apenas as condições de equilíbrio se consideram na geometria deformada. O primeiro segmento coincide quase com o da análise elástica de segunda ordem e o troço final com o da análise rígida-plástica de segunda ordem, uma vez que em ambos os casos o material tem um comportamento plástico e a estrutura é um mecanismo.
7. Comportamento real – estes valores são adotados por terem sido obtidos experimentalmente.

2.2.2. MÉTODO DE HORNE

O método de Horne é um método que se aplica apenas aos pórticos regulares, ortogonais e não contraventados, baseando-se em considerações de natureza energética. É um método aproximado para calcular as cargas críticas, determinando o λ_{cr} apenas através de uma análise linear de estruturas. A sua aplicação envolve os seguintes passos (Reis e Camotim, 2001):

- Para a determinação do λ_{cr} efetuando uma análise linear de estabilidade do pórtico, considera-se o pórtico genérico submetido a um carregamento exclusivamente por forças axiais e linearmente dependentes do parâmetro λ . O V_i é a soma das cargas verticais que atuam ao nível do piso i , conforme se ilustra na figura 12.

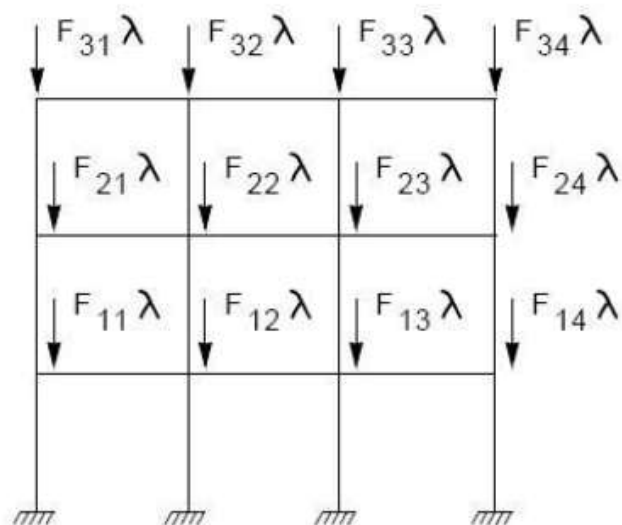


Fig. 12 – Método de Horne – cargas verticais (Reis e Camotim, 2001)

- Por outro lado, define-se o mesmo pórtico com cargas horizontais (H_i), aplicados ao nível de cada piso, efetuando-se também uma análise linear, como é possível observar na figura 13:

$$H_i = \frac{V_i}{100} \text{ com } V_i = \sum_j F_{ij} \quad (2)$$

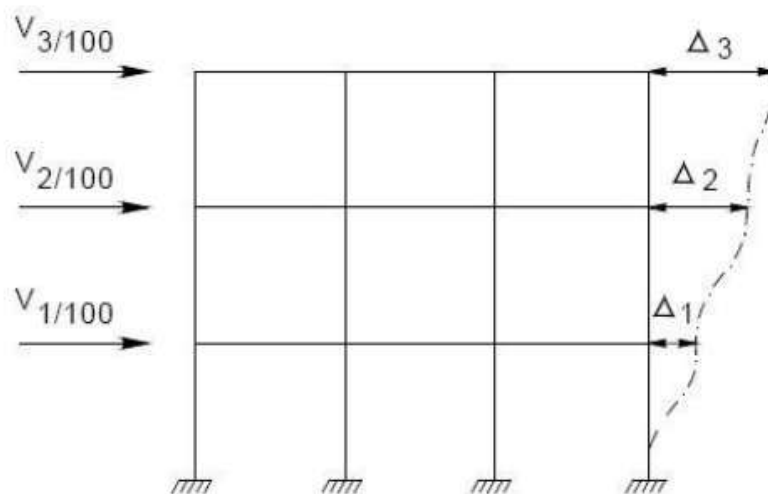


Fig. 13 – Método de Horne – cargas horizontais (Reis e Camotim, 2001)

Para o problema do pórtico com cargas horizontais, calculam-se os deslocamentos horizontais dos pisos (Δ_i) e os deslocamentos relativos em cada piso, determinados por:

$$\delta_i = \Delta_i - \Delta_{i-1} \quad (i=1, \dots, n) \quad (3)$$

Admitindo que a configuração da deformada dos dois pórticos (pórtico com cargas horizontais e pórtico com cargas verticais) e as energias de deformação associadas ao modo de instabilidade são iguais, é possível concluir que:

$$0,00833 \frac{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i^2 / h_i} \leq \lambda_{cr} \leq 0,01 \frac{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i^2 / h_i} \quad (4)$$

Onde o h_i é interpretada como a altura do andar i .

Por outro lado, é possível obter uma avaliação conservativa da carga crítica definida na equação anterior (erro inferior a 20%) utilizando a seguinte expressão:

$$\lambda_{cr} \approx \frac{0,009}{\max_i (\delta_i / h_i)} = \frac{0,009}{\Phi_i^{max}} \quad (5)$$

Onde Φ_i é a inclinação, em relação à vertical, das cordas das colunas do andar, como se ilustra na figura 14.

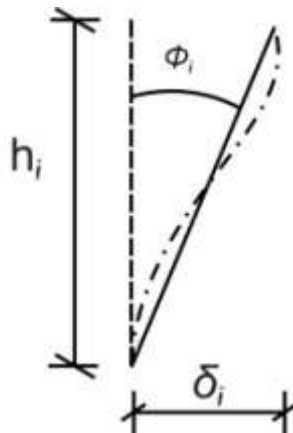


Fig. 14 – Inclinação – ϕ_i (Reis e Camotim, 2000)

2.2.3. MÉTODO DE WOOD

O Método de Wood também conhecido como um método aproximado simplificado, permite determinar as cargas críticas dos pórticos e também o comprimento da encurvadura de elementos comprimidos (pilares).

A relação entre o comprimento de encurvadura L_E e o comprimento real L é avaliada em função de dois coeficientes de distribuição η_1 e η_2 , com base em ábacos, aplicando-se a estruturas com ou sem deslocamentos laterais (Peres, 2011).

A utilização deste método consiste na execução dos seguintes passos (Reis e Camotim, 2001; Simões, 2005):

- Determinar os parâmetros η_1 e η_2 , que estimam a restrição à rotação nas extremidades, através das seguintes expressões e ábacos, conforme se ilustra na figura 15, figura 16 e tabela 1:

$$\eta_i = \frac{\sum_j^{pil} (I/L)}{\sum_j^{pil} (I/L) + \sum_j^{vig} K(I/L)} \quad (6)$$

Em que:

I – momento de segunda ordem;

L – comprimento do elemento;

K – coeficiente que depende da condição de apoio de cada travessa, na extremidade mais afastada.

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad (7)$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} \quad (8)$$

Em que:

K_c – coeficiente de rigidez do montante, dado por I/L ;

K_1, K_2 – coeficiente de rigidez dos montantes adjacentes, dado por I/L ;

K_{ij} – coeficiente de rigidez das travessas adjacentes (ver tabela 1).

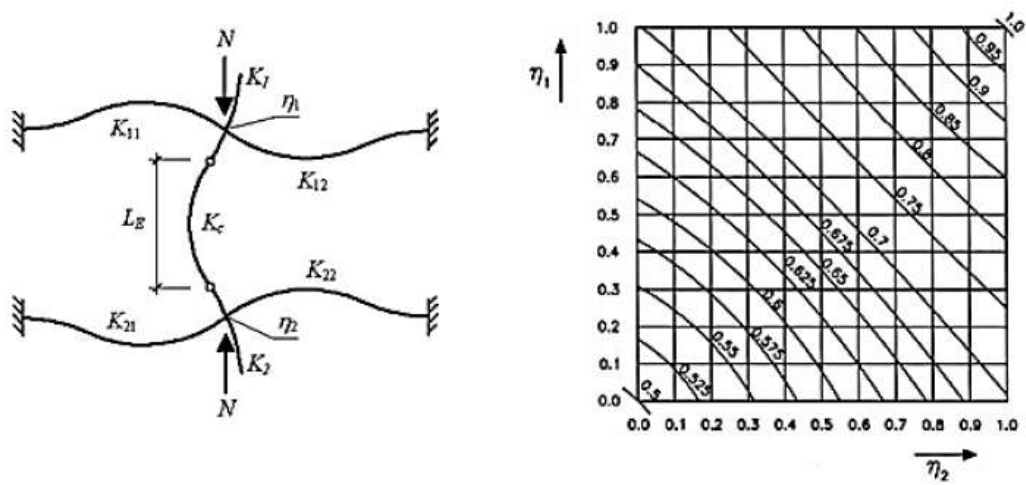


Fig. 15 – Comprimento de encurvadura – Pórticos sem deslocamentos laterais (retirado do Simões, 2005)

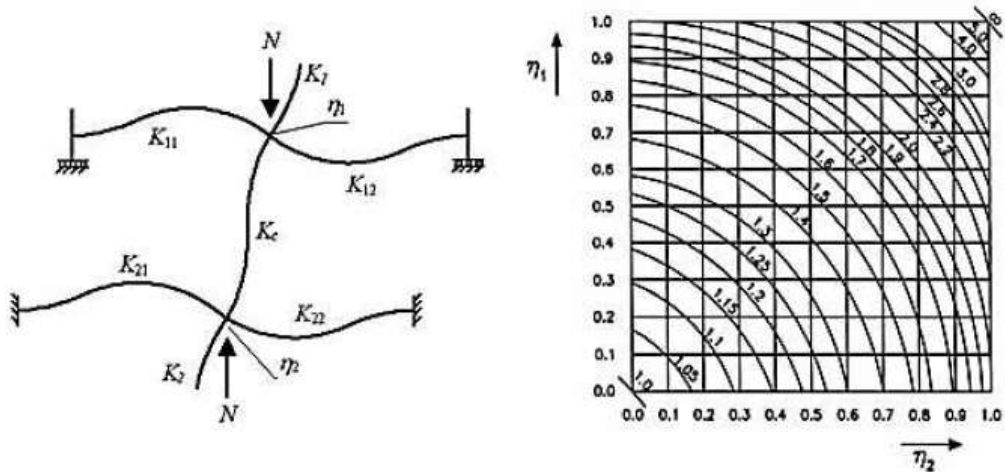


Fig. 16 – Comprimento de encurvadura – Pórticos com deslocamentos laterais (retirado do Simões, 2005)

Tabela 1 – Coeficientes de rigidez K_{ij} em vigas (retirado do Simões, 2005)

Restrição à rotação na extremidade oposta	Coeficiente K_{ij}
Encastrada	1.0 I/L
Rotulada	0.75 I/L
Igual rotação (curvatura simples)	0.5 I/L
Igual rotação mas em sentido contrário (dupla curvatura)	1.5 I/L
Caso geral (θ_a junto ao pilar e θ_b na extremidade oposta)	$(1+0.5 (\theta_b/ \theta_a)) I/L$

Quando a extremidade inferior dos montantes é uma ligação ao exterior, os valores de η_2 são diferentes consoante o apoio existente nessa extremidade. Se o apoio for um encastramento, o valor de η é 0; no caso de o apoio ser uma rótula, já toma o valor de 1.

A utilização dos ábacos (do método de Wood) leva a estimativas não conservativas (subestima o valor) dos comprimentos de encurvadura das barras comprimidas “não críticas” de um pórtico.

2.2.4. MÉTODO DE ANÁLISE DE 2ª ORDEM

As análises de 2ª ordem de pórticos podem classificar-se em três categorias (Reis e Camotim, 2001):

- i. Análises de 2ª ordem rigorosas (ou exatas) – as equações de equilíbrio são escritas na configuração deformada “instantânea” no qual vai variar à medida que as cargas vão sendo aplicadas. Requer um procedimento iterativo e por isso usualmente é feito através do método dos elementos finitos. À medida que o carregamento aumenta, deve ser contabilizada a variação dos esforços axiais atuantes provocando um processo iterativo. Estes métodos possibilitam contabilizar os efeitos $P - \Delta$ e $P - \delta$ desde que as imperfeições iniciais do pórtico sejam incluídas na análise.
- ii. Análises de 2ª ordem aproximadas (ou “simplificadas”) - as equações de equilíbrio são escritas na configuração indeformada do pórtico, sendo os efeitos geometricamente não lineares incorporadas de forma iterativa e indireta. A resolução de um problema não linear, neste tipo de análise, é substituída pela resolução de sucessivos problemas lineares que por consequência possibilitam a utilização de instrumentos de cálculo menos sofisticados. Um método deste tipo de análise é o método das forças laterais equivalentes, desde que o número dos nós ou elementos considerados nas barras comprimidas seja adequado, e que contabilizam os dois efeitos nos seus resultados ($P - \Delta$ e $P - \delta$).
- iii. Análises de 1ª ordem “modificadas” - esta análise resulta da utilização dos resultados obtidos através de uma análise linear do pórtico e que posteriormente serão feitas modificações adequadas para que os efeitos de 2ª ordem sejam contabilizados. Para executar esta modificação usam-se os fatores de amplificação, no qual variam conforme o problema e os efeitos que são considerados.

3

EUROCÓDIGO 3

3.1. CLASSIFICAÇÃO DAS SECÇÕES TRANSVERSAIS

O EC 3 define as secções transversais em quatro classes (EC. 3 Parte 1-1, secção 5.5.2(1); Vindima, 2012):

- Classe 1 – Secções em que se podem formar uma rótula plástica, com a capacidade de rotação necessária para uma análise plástica, sem redução da sua resistência;
- Classe 2 – Secções que podem atingir o momento resistente plástico, mas cuja capacidade de rotação é limitada pela encurvadura local;
- Classe 3 – Secções em que a tensão na fibra extrema comprimida, calculada com base numa distribuição elástica de tensões, pode atingir o valor da tensão de cedência, mas em que a encurvadura local pode impedir que o momento resistente plástico seja atingido;
- Classe 4 – Secções em que a encurvadura local ocorre antes de se atingir a tensão de cedência numa ou mais partes da secção transversal.

A relação “momento-rotação” para cada uma das classes está demonstrada na figura 17.

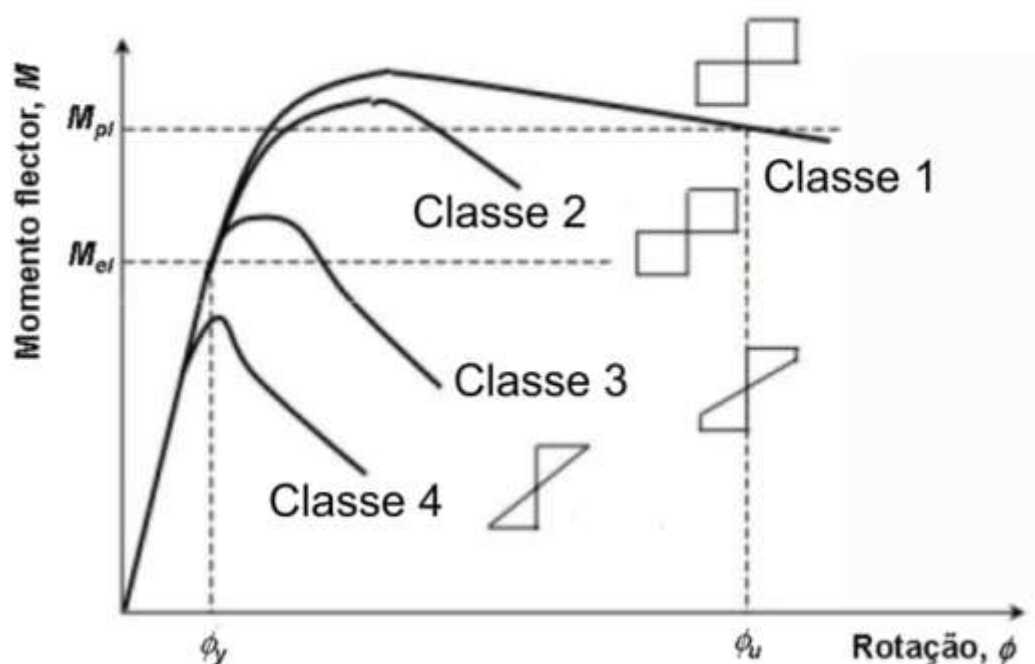


Fig. 17 – Comportamento de seções à flexão (adaptado do Simões, 2005)

A classificação de uma secção é sempre dada pela maior classe (mais desfavorável) dos elementos comprimidos constituintes.

A classificação baseia-se na esbelteza dos elementos (c/t), no parâmetro $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$ que depende por sua vez da classe do aço, e no coeficiente de encurvadura K_σ . Além disso é importante saber distinguir se os elementos são salientes (um bordo apoiado e outro livre) ou se os elementos são internos (apoiado em ambos os bordos). A classificação também depende dos esforços que provocam tensões normais (esforço axial e momento fletor).

Dentro do capítulo 5.5 do EC 3 Parte 1-1 são apresentados quadros que permitem classificar a maior parte dos elementos comprimidos (NP EN 1993-1-1, 2005; Gardner L., Nethercot, D.A., 2005; Simões, 2005). Um exemplo desses quadros encontra-se representado na figura 18.

Componentes internos comprimidos						
			Eixo de flexão			
			Eixo de flexão			
Classe	Componente solicitado à flexão	Componente solicitado à compressão	Componente solicitado à flexão e à compressão			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	quando $\alpha > 0,5$: $ct \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5$: $ct \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	quando $\alpha > 0,5$: $ct \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ quando $\alpha \leq 0,5$: $ct \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Distribuição das tensões nos componentes (compressão positiva)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	quando $\psi > -1$: $ct \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1$: $ct \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

* $\psi \leq -1$ aplica-se quando a tensão de compressão $\sigma \leq f_y$, ou quando a tensão de tração $\sigma_t > f_y/E$.

Fig. 18 – Relações máximas largura-espessura de elementos comprimidos (EC3 Parte 1-1)

Frequentemente os perfis laminados a quente (HEA, HEB, IPE etc.) são de classe 1,2 e 3. Por outro lado, os perfis soldados e enformados a frio são da classe 4 (Simões, 2007).

Nas secções de classe 4 não se consegue mobilizar toda a resistência elástica da secção devido a fenómenos de encurvadura local. A redução da resistência devido à encurvadura local dá-se em partes comprimidas dos elementos. A rigidez dessas partes à compressão é reduzida e a tensão é distribuída para os limites mais rígidos. Para ter em conta a redução da resistência, a distribuição não linear de tensões é substituída por uma distribuição linear

a atuar numa largura efetiva. Ao resultar uma nova secção efetiva para a qual é calculada a resistência, admite-se uma distribuição elástica de tensões.

A largura efetiva do elemento é dada pelo produto da largura comprimida do elemento com o fator de redução, no qual esse fator pode ser determinado pelas seguintes expressões e tabelas, conforme se ilustra na figura 19 e figura 20 conforme o elemento é interno ou saliente:

Largura efetiva de um elemento:

$$b_{eff} = \rho b_c \tag{9}$$

Fator de redução em elementos internos:

$$\rho = 1.0 \quad \text{para } \bar{\lambda}_\rho \leq 0,673 \tag{10}$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_\rho^{-0,055(3+\psi)}}{\bar{\lambda}_\rho^2} \quad \text{para } \bar{\lambda}_\rho > 0,673, \text{ onde } (3 + \psi) \geq 0 \tag{11}$$

Fator de redução em elementos salientes:

$$\rho = 1.0 \quad \text{para } \bar{\lambda}_\rho \leq 0,748 \tag{12}$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_\rho^{-0,188}}{\bar{\lambda}_\rho^2} \leq 1.0 \quad \text{para } \bar{\lambda}_\rho > 0,748 \tag{13}$$

Stress distribution (compression positive)		Effective ¹ width b_{eff}				
		$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$				
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$				
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_1 = \rho \bar{b} (1-\psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Buckling factor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Fig. 19 – Definição da largura efetiva em elementos internos (EC3 Parte 1-5)

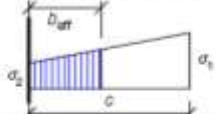
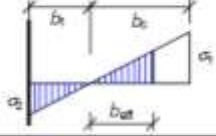
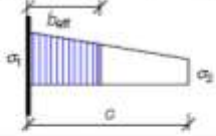
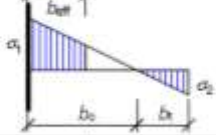
Stress distribution (compression positive)		Effective ^d width b_{eff}			
		$1 > \psi \geq 0$:			
		$b_{eff} = \rho c$			
		$\psi < 0$:			
		$b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$	
Buckling factor k_{σ}	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	
		$1 > \psi \geq 0$:			
		$b_{eff} = \rho c$			
		$\psi < 0$:			
		$b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Buckling factor k_{σ}	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Fig. 20 – Definição da largura efetiva em elementos salientes (EC3 Parte 1-5)

Normalmente numa secção da classe 4, submetida a um esforço axial N aplicado no centróide G, ao utilizar uma área efetiva acaba por provocar uma alteração do centróide. Esta alteração faz com que exista uma excentricidade entre os centróides, implicando um acréscimo do momento fletor dado por $\Delta M = e_N N$. Na figura 21 é demonstrada uma secção em C de classe 4 sujeita a esforço axial e na figura 22 demonstra outra secção em I sujeita ao momento fletor (Simões, 2005). Nestes dois casos como o centróide da secção efetiva não coincide com a secção bruta é necessário considerar um momento adicional ($\Delta M = e_N N$).

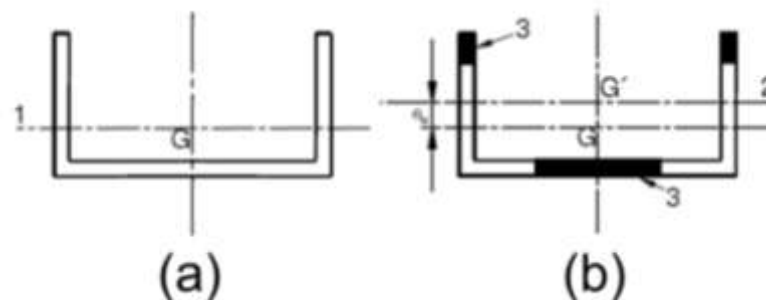


Fig. 21 – Secção transversal total (a) e secção transversal efetiva (b) submetida a esforço axial (NP EN 1993-1-1, 2005; Gardner L., Nethercot, D.A., 2005)

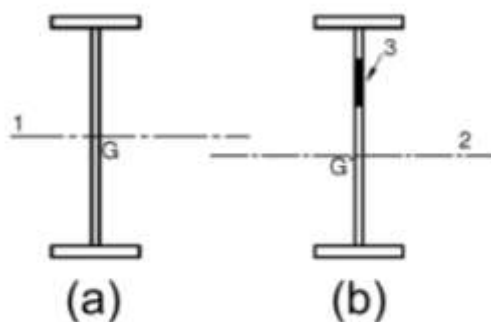


Fig. 22 – Secção transversal total (a) e secção transversal efetiva (b) submetida a momento fletor (NP EN 1993-1-1, 2005; Simões, 2005)

Onde:

G é o centróide da secção transversal

G' é o centróide da secção transversal efetiva

1 é o eixo que passa no centróide da secção transversal

2 é o eixo que passa no centróide da secção transversal efetiva

3 é a zona não efetiva

3.2. IMPERFEIÇÕES

Nas estruturas metálicas existem sempre imperfeições como por exemplo a falta de linearidade dos seus elementos, falta de verticalidade, excentricidades nas ligações, excentricidades das cargas, etc. Devido a essas imperfeições, irão surgir esforços secundários adicionais que devem ser tidos em conta na análise global e no dimensionamento das estruturas. As imperfeições que se devem considerar são:

- Imperfeições globais dos pórticos;
- Imperfeições locais dos elementos;
- Imperfeições dos sistemas de contraventamento.

A forma dos modos de imperfeições global e local podem ser obtidos a partir do modo de instabilidade, com amplitudes de acordo com EC3 Parte 1-1 §5.3.2 (11) (NP EN 1993-1-1,2005).

A imperfeição local em elementos é considerada nas curvas de dimensionamento, não sendo necessário considerá-la no modelo de análise global em análises lineares.

A imperfeição global, como é possível observar na figura 23 em pórticos com deslocamentos laterais deve ser feita de seguinte forma (EC3 Parte 1-1 §5.3.2(3)) :

$$\Phi = \Phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (14)$$

Em que:

$$\Phi_0 = 1/200 \quad (15)$$

α_h é o coeficiente de redução, calculado em função de h através de:

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \text{ mas } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1.0 \quad (16)$$

h é a altura da estrutura, em metros;

α_m coeficiente de redução associado ao número de colunas num piso:

$$\alpha_m = \sqrt{0,5\left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (17)$$

m é o número de colunas num piso, incluindo apenas aquelas que estão submetidas a um esforço axial N_{Ed} superior ou igual a 50% do valor médio por coluna no plano vertical considerado;

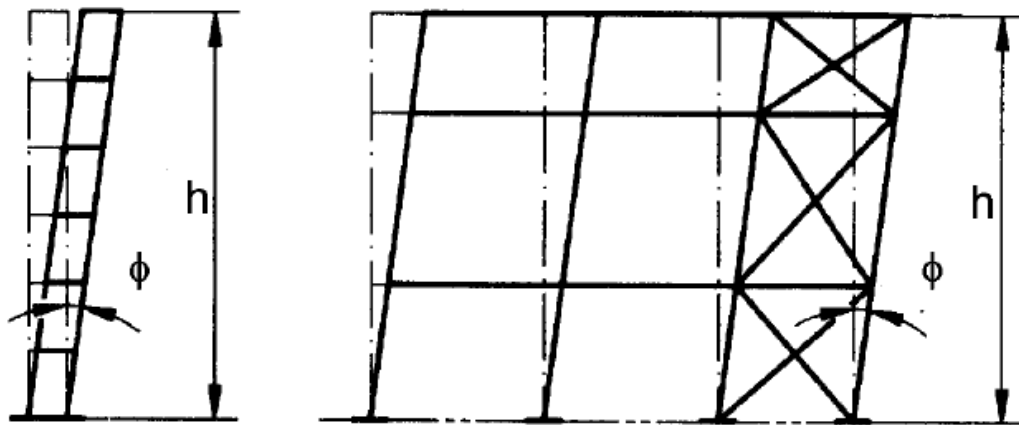


Fig. 23 – Imperfeições globais equivalentes (retirado do EC3 PARTE 1-1)

A imperfeição deve ser considerada apenas na direção mais desfavorável.

Em pórticos de edifícios, pode ser desprezada a imperfeição global do pórtico se (EC3 Parte 1-1 §5.3.2(4)):

$$H_{Ed} \geq 0,15V_{Ed} \quad (18)$$

Na análise global de estruturas porticadas, as imperfeições locais dos elementos encontram-se associadas à encurvadura por flexão que é dada pela razão entre a amplitude máxima do deslocamento lateral inicial e o comprimento do elemento:

$$e_0/L \quad (19)$$

Na tabela 2 apresentam-se os valores recomendados pelo EC3 Parte 1-1 §5.3.2(3).

Tabela 2 – Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais e_0/L para elementos (retirado do EC3 Parte 1-1; Simões, 2005)

Curva de encurvadura	Análise elástica	Análise plástica
	e0/L	
a0	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

As imperfeições locais dos elementos podem ser desprezadas ao efetuar a análise global do pórtico para determinar os esforços nas secções extremas dos elementos a utilizar nas respectivas verificações de segurança, conforme no sub-capítulo 6.3 do EC3 Parte 1-1 (NP EN 1993-1-1, 2005). Nos pórticos suscetíveis aos efeitos de segunda ordem, estes devem ser tidos em conta na análise estrutural do pórtico, para além da imperfeição global. As imperfeições locais dos elementos comprimidos devem satisfazer as seguintes condições (NP EN 1993-1-1, 2005):

- pelo menos uma das ligações das secções extremas resiste a momentos fletores;

$$\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{Af_y}{N_{Ed}}} \quad (20)$$

Onde,

N_{Ed} é o valor de cálculo do esforço normal de compressão;

$\bar{\lambda}$ é a esbelteza normalizada do elemento no plano do pórtico, calculada considerando-o como articulado em ambas as extremidades.

Os efeitos das imperfeições iniciais globais podem ser substituídos por sistemas de forças horizontais equivalentes, conforme se ilustra na figura 24, aplicados em cada coluna (EC3 Parte 1-1 §5.3.2(7); Santos, 2011).

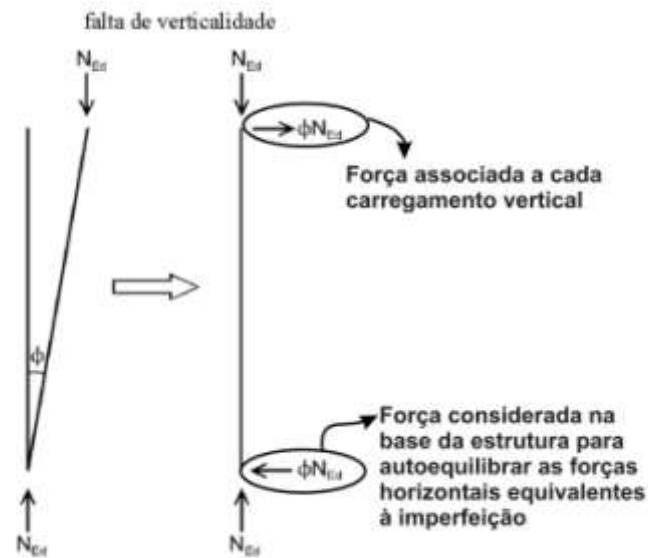
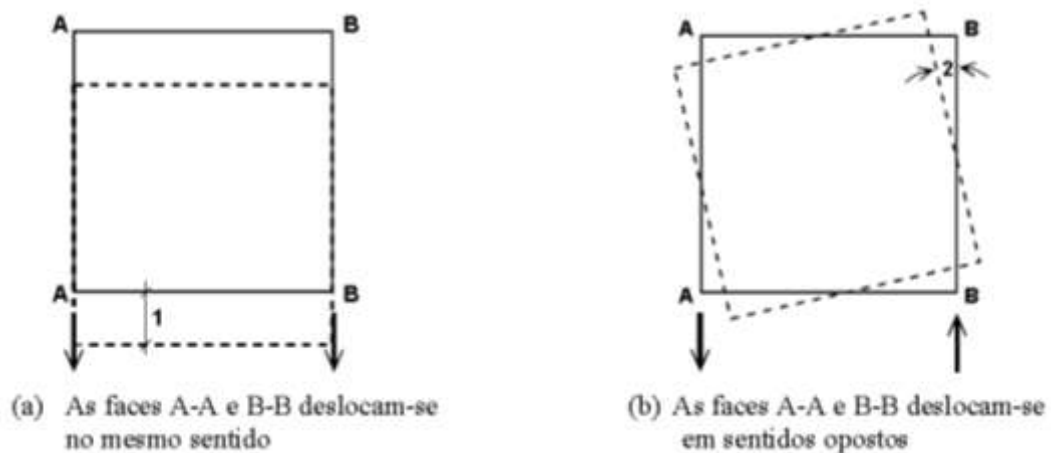


Fig. 24 – Forças horizontais equivalentes à imperfeição global

Podem ainda considerar-se os efeitos de torção global do edifício de acordo com §5.3.2. (10) do EC3 Parte 1-1, como é possível observar na figura 25.



Legenda:

- 1 - Translação provocada por deslocamentos laterais
- 2 - Rotação provocada por deslocamentos laterais

Fig. 25 – Efeitos de translação e torção, vista em planta (retirado do EC3 Parte 1-1)

Por último, podem ainda ser consideradas as imperfeições nos sistemas de contraventamento através do conceito de “imperfeição geométrica equivalente” conforme a parte §5.3.3. descrito no EC3 Parte 1-1 (NP EN 1993-1-1, 2005).

3.3. EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

Os esforços podem ser determinados através de uma análise de primeira ordem (geométrica inicial da estrutura) ou de uma análise de segunda ordem (possuindo influência da configuração deformada da estrutura). É feita a dispensa dos efeitos de segunda ordem se for cumprido o seguinte critério (EC3 Parte 1-1 §5.2.1 (3); Santos, 2011):

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ para a análise elástica} \quad (21)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ para a análise plástica} \quad (22)$$

Em que:

α_{cr} é fator que quantifica a proximidade entre F_{cr} e F_{Ed} e permite estabelecer a influência dos efeitos de 2ª ordem no comportamento global da estrutura;

F_{Ed} é o valor de cálculo da carga atuante na estrutura;

F_{cr} é o valor da carga crítica elástica da estrutura.

Apesar de não estar definido no EC3 Parte 1-1, no caso de serem verificadas as condições indicadas, tem-se um pórtico que se pode considerar sem deslocamentos laterais (“Non-sway”) e, caso não se verifiquem, tem-se um pórtico que se pode considerar com deslocamentos laterais (“sway”).

O fator α_{cr} pode ser simplificadaamente estimado para cada piso (NP EN 1993-1-1, 2005), dependendo do tipo do pórtico, conforme se ilustra na figura 26, correspondente ao EC3 Parte 1-1 §5.2.1 (4) ou seja, apenas em pórticos planos com travessas de inclinação reduzida ($\leq 26^\circ$) e sujeitas a esforço axial de compressão não significativos através de:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad (23)$$

Em que:

H_{Ed} é o valor de cálculo da reação horizontal total na base do piso;

V_{Ed} é o valor de cálculo da reação vertical total na base do piso;

h é a altura do piso;

$\delta_{H,Ed}$ é o deslocamento horizontal relativo entre o topo e a base do piso.

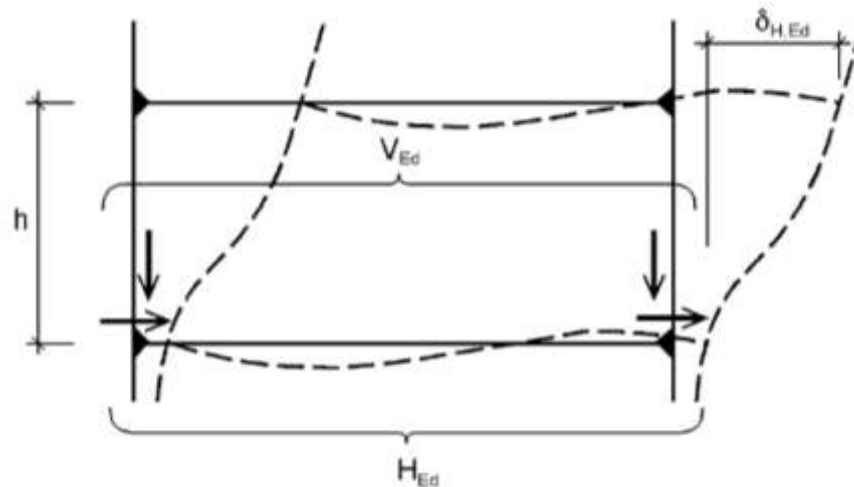


Fig. 26 – Notações para a equação anterior (retirado do EC3 Parte 1-1)

Para os efeitos de segunda ordem em pórticos com deslocamentos laterais, a análise linear é feita da seguinte forma:

- Os efeitos $P-\Delta$ são considerados estimando os esforços de dimensionamento após amplificar o carregamento horizontal (incluindo as forças horizontais equivalentes à imperfeição) pelo fator:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (24)$$

- Os efeitos $P-\delta$ são considerados nas curvas de dimensionamento, sendo necessário definir os comprimentos de encurvadura no modo sem deslocamentos laterais (“Non-sway”).

Os efeitos de segunda ordem podem ser significativos em pórticos correntes. Esses efeitos podem ser contabilizados através de uma análise de segunda ordem rigorosa utilizando um software ou por uma análise de primeira ordem modificada por um fator de amplificação nas ações.

3.4. ESCOLHA DO TIPO DE ANÁLISE

Para efetuar o dimensionamento de uma estrutura ou proceder a sua verificação de segurança é necessário realizar uma análise com o objetivo de obter os esforços e os deslocamentos fundamentais. Para isso é preciso ter uma noção completa dos tipos de análise, os conceitos e a aproximação dos resultados obtidos para cada relativamente aos resultados exatos (Paiva,2009).

Os esforços e os deslocamentos, numa estrutura metálica, para uma análise global dependem de (Almeida, 2012):

- Comportamento das secções transversais;
- Características de deformabilidade e rigidez;
- Estabilidade global e da estabilidade local (dos seus elementos);
- Comportamento das ligações;
- Deformabilidade dos apoios.

No caso de uma estrutura isostática os esforços são determinados através de uma análise global elástica, enquanto que se a estrutura for hiperestética os esforços podem ser determinados tanto através de uma análise elástica como através de uma análise plástica (Almeida, 2012).

A utilização do método da análise global elástica pode ser feita para todas as estruturas metálicas, com o objetivo de determinar os esforços. Por outro lado, o método da análise global plástica pode ser utilizada apenas quando a estrutura tem uma capacidade de rotação suficiente nos locais onde se formam rótulas plásticas (nos elementos e ligações). Existem três condições para se poder recorrer a esta análise (Almeida, 2012):

- Verificação do equilíbrio;
- Satisfação de um critério de cedência;
- Verificação de colapso plástico da estrutura.

3.4.1. ANÁLISE ELÁSTICA

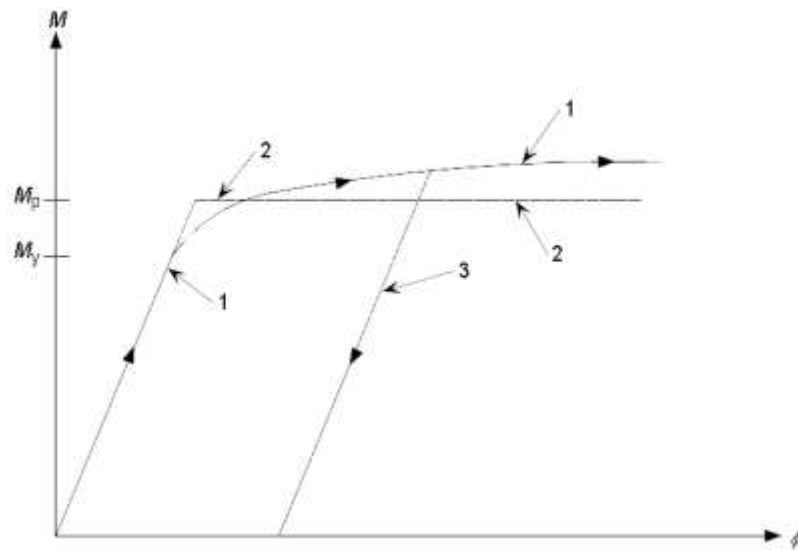
A análise elástica é o método mais utilizado para estruturas em geral, no entanto é usualmente menos económica se for utilizada para os pórticos. O EC3 permite que a resistência da secção transversal plástica seja usada com os resultados da análise elástica, desde que a secção seja da classe 1 ou 2 (NP EN 1993-1-1, 2005). Para além disso, permite que seja efetuado a redistribuição plástica dos 15% do momento fletor conforme descrito no EC3 Parte 1-1 §5.4.1 (4) (NP EN 1993-1-1, 2005).

A análise elástica linear (1ª ordem) é o tipo de análise mais simples que adopta a hipótese da linearidade física e a linearidade geométricas, como foi referido anteriormente no capítulo 2.2.1. Este tipo de análise não contém os efeitos não lineares, obtendo assim uma estimativa simples dos esforços. Com o aumento da carga os efeitos não lineares aumentam também, provocando uma imprecisão dos resultados.

3.4.2. ANÁLISE PLÁSTICA

A análise plástica é o método menos utilizado dentro da Europa continental. Contudo, mais de 90% dos pórticos em Inglaterra utilizam este tipo de análise (retirado do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com).

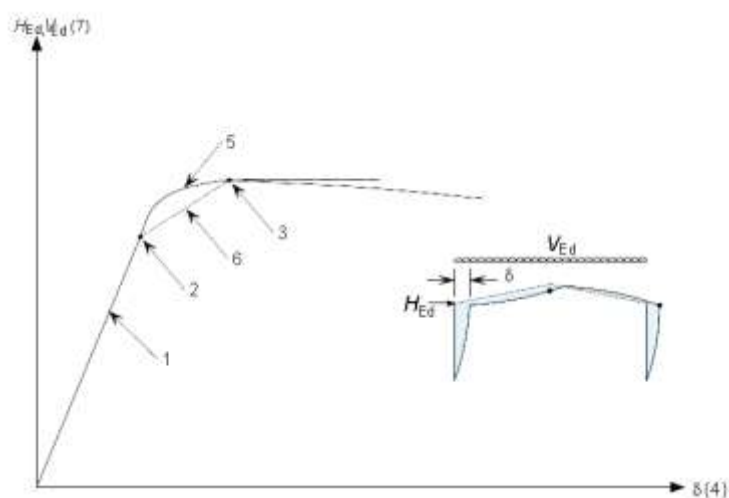
Para ser calculado manualmente, podem ser utilizados métodos gráficos, métodos dos trabalhos virtuais, contudo, é frequente utilizar-se um programa, que por sua vez, costuma utilizar o método elasto-plástico perfeito, conforme se ilustra na figura 27 e figura 28.



Legenda:

- 1 Comportamento real
- 2 Modelo elastó-plástico perfeito
- 3 Comportamento sem cargas atuantes

Fig. 27 – Comportamento entre Momento e rotação e modelo elastó-plástico perfeito para a secção da Classe 1 (retirado do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com).



Legenda:

- 1 Resposta elástica
- 2 Primeira rótula
- 3 Segunda rótula
- 4 Deslocamento horizontal
- 5 Comportamento real
- 6 Modelo elasto-plástico perfeito
- 7 Desenvolvimento da força vertical e horizontal

Fig. 28 – Modelo simples de um pórtico sujeito a um aumento do carregamento vertical e horizontal (retirado do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com).

O método elástico / perfeitamente plástico tem as seguintes vantagens:

- O mecanismo de colapso verdadeiro e todas as rótulas plásticas são identificados;
- O verdadeiro diagrama de momentos de flexão em colapso, ou em qualquer fase até colapso, pode ser identificado;
- As rótulas devidos às cargas maiores que as de ELU (Estado Limite Último) podem ser identificados. Estas rótulas não precisam de estar sujeitos a restrições, uma vez que a própria estrutura já consegue suportar as cargas ELU. Isto pode dar origem a uma redução dos custos em estruturas onde a resistência é maior do que o necessário, tal como ocorre quando as deformações condicionam o dimensionamento das estruturas ou quando as seções de grandes dimensões são utilizadas.”

3.4.3. ANÁLISE ELÁSTICA E ANÁLISE PLÁSTICA

Em pórticos sem deslocamentos laterais ($\alpha_{cr} \geq 10$) pode recorrer-se à análise linear, enquanto que nos pórticos com deslocamento laterais ($\alpha_{cr} < 10$) é permitida a análise linear desde que:

- $\alpha_{cr} \geq 3$;

- Travessas sejam de inclinação reduzida ($\leq 26^\circ$) e sujeitas a esforço axial de compressão não significativo. Considera-se o esforço axial de compressão nas vigas ou travessas quando (EC3 Parte 1-1 §5.2.1 (Nota 2B)):

$$\bar{\lambda} \geq 0,3 \sqrt{\frac{Af_y}{N_{Ed}}} \quad (25)$$

- Distribuição similar dos carregamentos pelos pisos;
- Distribuição da rigidez dos montantes proporcional à reação horizontal ao nível dos pisos;

Nos restantes casos é necessário recorrer à análise não linear.

O esforço axial de compressão não é considerado significativo no caso em que verifica a seguinte expressão:

$$N_{Ed} \leq 0,09N_{cr} \quad (26)$$

Onde:

N_{cr} é a carga crítica elástica

Caso o limite seja satisfeito, pode ser utilizada a expressão (23) para o cálculo do α_{cr} . Caso contrário, é proposto um método alternativo desenvolvido por J Lim e C. King (Lim e King, 2005) descrito abaixo:

Para pórticos com vigas inclinadas:

$$\alpha_{cr,est} = \min(\alpha_{cr,s,est}; \alpha_{cr,r,est}) \quad (27)$$

Onde:

$\alpha_{cr,s,est}$ é o α_{cr} estimado para modo com deslocamentos laterais

$\alpha_{cr,r,est}$ é o α_{cr} estimado para viga que se encontra em modo de encurvadura por “snap-through”. Só é necessário verificar este modo quando existem três ou mais vãos, ou se a viga é horizontal, ou quando as colunas não são verticais.

Estes parâmetros não serão explicados neste documento, uma vez que irão ser analisados apenas pórticos cujo método não se aplica.

Na tabela 3 é apresentado um resumo da avaliação dos efeitos de segunda ordem e o fator de amplificação dos mesmos.

Tabela 3 – Efeitos de segunda ordem: fatores de avaliação e amplificação (retirado do do Design Manuals “Steel Building in Europe” Parte 4 - www.sections.arcelormittal.com).

	Restrições	Análise Elástica	Análise Plástica
Medida de sensibilidade aos efeitos de segunda ordem	Poucas inclinações, esforço axial não significativo nas vigas	α_{cr}	α_{cr}
	Grandes inclinações, esforço axial significativo nas vigas	$\alpha_{cr,est}$	$\alpha_{cr,est}$
Amplificação para introdução dos efeitos de segunda ordem	Pórticos regulares	$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$ ou $\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,est}}}$	$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$ ou $\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,est}}}$
	Pórticos irregulares, pórtico com treliças na travessa	$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$ ou $\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,est}}}$	$\frac{1,1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$ ou $\frac{1,1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,est}}}$

Uma boa representação do comportamento real da estrutura seria a análise de segunda ordem que inclui as imperfeições geométricas e os efeitos da segunda ordem. Na tabela 4 encontram-se as hipóteses possíveis de análise.

Tabela 4 – Métodos de análise global (retirado do Oliveira, 2013)

Análise Global		Estruturas sem deslocamento lateral (MSDL)	Estruturas com deslocamentos laterais (MCDL)		
		Análise de 1ª Ordem	Análise de 1ª Ordem	Análise de 2ª Ordem avançada	
			Amplificação de forças horizontais ($\alpha_{cr} \geq 3$)		
Consideração das imperfeições	Globais	Sim	Sim	Sim	Sim
	Locais	Não	Não	Não	Sim
Consideração dos efeitos de 2ª ordem	Globais	Não	Sim	Sim	Sim
	Locais	Não	Não	Não	Sim
Verificações de Segurança		Verificação da estabilidade dos elementos utilizando comprimentos de encurvadura iguais aos comprimentos reais dos elementos			Apenas verificação de segurança seccionais
		Verificação de segurança seccionais			

3.5. DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA

Após a escolha do método de análise, devem ser calculados os esforços de dimensionamento e verificar a segurança da estrutura. Segundo o EC3 devem ser feitas as seguintes verificações principais (Dias, 2007):

Verificação da resistência das secções transversais (§6.2 do EC3 Parte 1-1)

- Verificação da classe das secções transversais;
- Verificação à compressão;
- Verificação ao esforço transversal;
- Interação do momento fletor com o esforço axial;
- Interação do momento fletor com o esforço transversal;

Verificação da estabilidade dos elementos (§6.3 do EC3 Parte 1-1)

Para proceder à verificação da resistência à encurvadura dos elementos de um pórtico, a EN 1993-1-1 tem estabelecido na §6.3 vários procedimentos, tais como:

- Elementos uniformes comprimidos (§6.3.1 do EC3 Parte 1-1) – esta cláusula abrange a resistência à encurvadura dos elementos uniformes comprimidos, a seleção das curvas de encurvadura, a esbelteza para a encurvadura por flexão e por torção ou por flexão-torção.
- Elementos uniformes em flexão (§6.3.2 do EC3 Parte 1-1) – esta cláusula abrange a encurvadura lateral de vigas.
- Elementos uniformes em flexão composta com compressão (§6.3.3 do EC3 Parte 1-1) – esta cláusula trata da interação do esforço axial com o momento fletor dentro e fora do plano. No caso em que não é feita uma análise de segunda ordem, utilizando as imperfeições, são exigidas as verificações das seguintes expressões (EC3 Parte 1-1 (6.61 e 6.62); Simões, 2005; Gardner L., Nethercot, D.A., 2005):

$$\frac{N_{ed}}{\chi_y N_{RK}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,RK}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,RK}} \leq 1 \quad (28)$$

$$\frac{N_{ed}}{\chi_z N_{RK}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,RK}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,RK}} \leq 1 \quad (29)$$

Onde:

N_{ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ - Valores de cálculo do esforço de compressão e dos momentos máximos no elemento, respectivamente;

$\Delta M_{y,Ed}$ e $\Delta M_{z,Ed}$ - Momentos devidos ao deslocamento do eixo neutro de acordo com §6.2.9.3 do EC3 Parte 1 para as secções da classe 4 (NP EN 1993-1-1, 2005);

χ_y , χ_z e χ_{LT} - Coeficientes de redução devido à encurvadura por flexão em relação ao eixo y-y e z-z respectivamente e coeficiente de redução devido à encurvadura lateral;

k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} - Fatores de interação.

No presente trabalho, foram escolhidas as secções transversais duplamente simétricas.

MODELAÇÃO E ANÁLISE

4.1. PROGRAMA AUTOMÁTICO ADINA

Para a modelação dos casos de estudo recorreu-se ao programa ADINA – Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analyses, Versão 9.0.1 (de 900 nós). Este programa foi criado pelo Dr. K. J. Bathe em 1986 com o objetivo de obter análises de elementos finitos lineares e não lineares (ADINA, 2004). Este programa tem a capacidade de analisar tensões em sólidos 2D e 3D com solicitações estáticas e dinâmicas. Para além do tipo de análise, que pode ser linear ou não linear, pode incluir efeitos da não linearidade do material, grandes deformações e diferentes condições de fronteira. No programa, geralmente os elementos finitos são aplicados para sólidos, treliças, vigas, chapas, cascas e o material utilizado pode ser de vários tipos, tal como metais, solos e rochas, plásticos, borracha, tecidos, madeira, cerâmica e betão.

Resumidamente, com o objetivo de efetuar uma modelação no ADINA devem ser respeitados os seguintes passos (Ochan, 2008):

- Definição geométrica
- Definição dos elementos
- Aplicação das restrições
- Aplicação das cargas
- Definição da malha
- Configuração da análise
- Análise do pós-processamento

4.1.1. DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA

De seguida é mostrado uma viga juntamente com o seu sistema local de coordenadas que o programa automático adopta (r, s, t). A direção r fica sempre ao longo da linha neutra da viga enquanto que as orientações dos s e indicações t são definidas utilizando um ponto (nó) auxiliar K ou segundo a orientação de um vetor (XO, YO, ZO). Se o nó K for especificado então será sempre utilizado como o nó auxiliar, caso contrário deve ser especificado o vetor. Os graus de liberdade são definidos consoante o sistema local de coordenadas. O grau de liberdade α é usado apenas para a curvatura do elemento (ADINA,2004).

A figura 29 mostra a definição geométrica recorrendo ao nó auxiliar K . A direção s encontra-se definida pelos pontos 1, 2, K e direção t é perpendicular ao plano r - s . A figura 30 mostra a definição geométrica recorrendo ao vetor, cuja orientação é XO, YO, ZO . A direção s no plano esta definido pelos ponto 1,2 e a orientação do vetor. A direção t é perpendicular ao plano r - s .

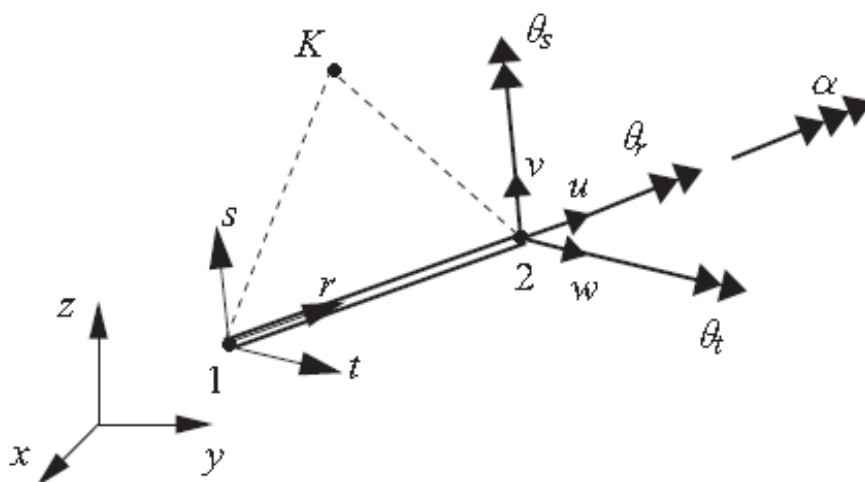


Fig. 29 – Definição geométrica, usando o nó auxiliar K (retirado do ADINA,2004)

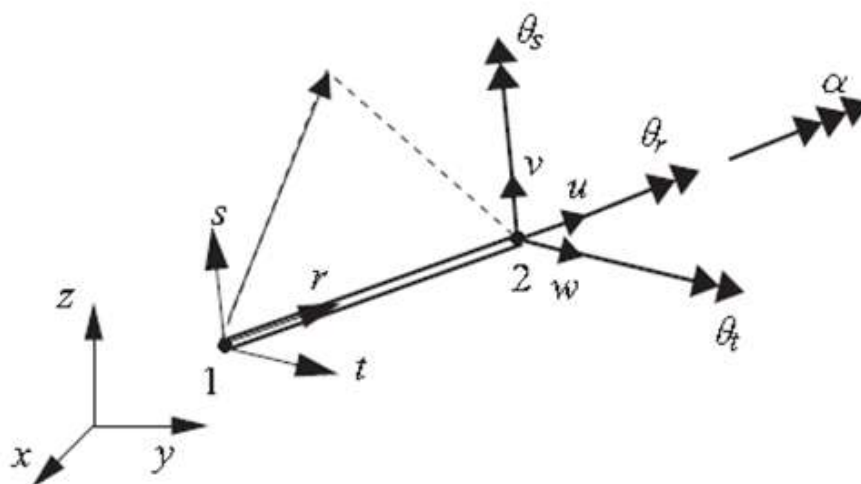
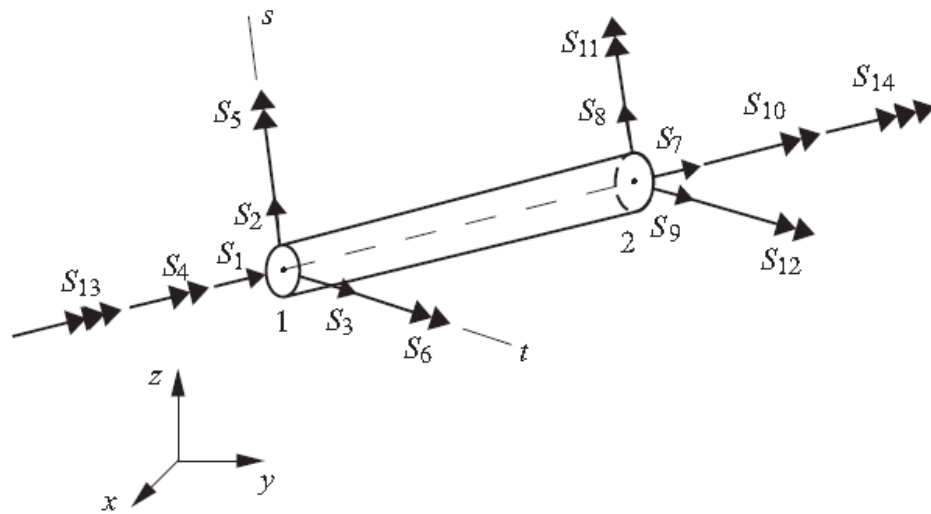


Fig. 30 – Definição geométrica, usando um vetor (retirado do ADINA,2004)

O programa automático ADINA, dispõe as forças e os momentos de extremidade numa viga de acordo com a figura 31.

**Legenda:**

S_1	Força axial (positiva em compressão) segundo a direção r no nó 1
S_2	Esforço transversal segundo a direção s no nó 1
S_3	Esforço transversal segundo a direção t no nó 1
S_4	Momento torsor segundo a direção r no nó 1
S_5	Momento fletor segundo a direção s no nó 1
S_6	Momento fletor segundo a direção t no nó 1
S_7	Força axial (positiva em compressão) segundo a direção r no nó 2
S_8	Esforço transversal segundo a direção s no nó 2
S_9	Esforço transversal segundo a direção t no nó 2
S_{10}	Momento torsor segundo a direção r no nó 2
S_{11}	Momento fletor segundo a direção s no nó 2
S_{12}	Momento fletor segundo a direção t no nó 2
S_{13}	Bi - Momento no nó 1
S_{14}	Bi - Momento no nó 2

Fig. 31 – Forças e momentos nas extremidades de uma viga (retirado do ADINA, 2004)

4.1.2. DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS

Existem vários elementos que podem ser especificados como treliças, sólidos 2D e 3D, vigas, placas, cascas, tubos e molas. Estes tipos de elementos já se encontram disponíveis na biblioteca do programa (Ochan, 2008).

Na utilização da secção transversal "I" o programa automático permite que seja aplicado para análise linear elástica que contem deslocamentos grandes ou não e também para análise elasto-plástica com grandes deslocamentos (ADINA, 2004).

4.1.3. APLICAÇÃO DAS RESTRIÇÕES

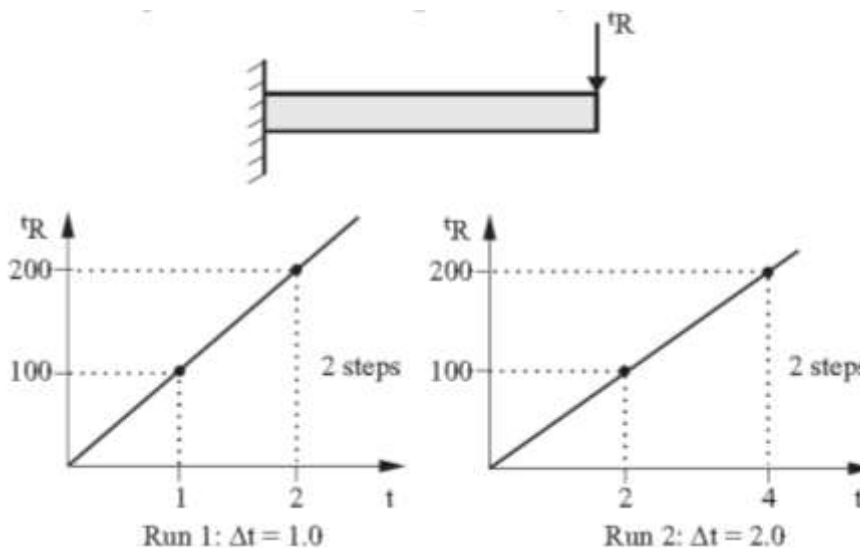
Para que os modelos sejam eficazes (aproximando-se do seu comportamento real), o grau de movimento do corpo rígido precisa de ser restringido através da aplicação de condições

de apoio. A restrição é aplicada, definindo as condições de fronteira em nós, linhas ou superfícies, dependendo do tipo de modelo.

4.1.4. APLICAÇÃO DAS CARGAS

As cargas são classificadas como: força, momento, pressão, carga distribuída, centrífuga, massa proporcional e eletromagnética. Para proceder a aplicação da carga deve ser selecionado o tipo de carga que se pretende aplicar. De seguida, selecionar o tipo de geometria a que a carga tem de ser aplicada. A carga pode ser especificada como constante ou variável em função do tempo. Esta é usada para controlar a variação da carga. A função variável do tempo pode ser classificada como um passo ou como função automática do tempo (Ochan, 2008).

No caso em que a função automática de incrementação não é usada, considera-se cada carga aplicada estar associada com uma função de tempo que define a variação do tempo de carga durante o período de solução. Numa análise estática em que os efeitos dependentes do tempo (tais como deformação, visco plasticidade ou atrito) não se encontram incluídos no material dos modelos, o tempo é uma variável “fictícia”, que é usada, associando a função do tempo para cada carga aplicada, para definir a intensidade da carga a cada passo, como se ilustra na figura 32. Numa análise dinâmica ou na análise estática com os efeitos dependentes do tempo incluídos o tempo é usado de forma similar para definir a intensidade da carga aplicada a cada passo. Contudo, nestes casos, o tempo é considerado uma variável “real”, porque o incremento de intervalo do tempo é utilizada na integração efetiva das equações de movimento em uma análise dinâmica, e na integração do elemento com tensões numa fluência ou análise viscoplástica. Assim, nestes casos, a escolha do incremento de intervalo de tempo não é arbitrária.



Nota: Resultados idênticos obtidos, nos dois casos para a análise linear estática.

Fig. 32 – Exemplo da definição da carga variável utilizando o tempo (ADINA, 2004)

No caso em que a função automática de incrementação é usada existem duas opções disponíveis:

- Usar o procedimento automático em tempo – intensificação (ATS – Automatic Time Stepping) onde as cargas são definidas para todos os tempos Δt , $2\Delta t$, como para qualquer incremento automático da etapa. Além disso, quando o algoritmo subdivide um passo de tempo (carga), o vetor de carga é estabelecida por interpolação linear dos vetores de carga em tempos t e $t+\Delta t$.
- Usar o processo de descolamento de controlo de carga (LDC) onde as cargas aplicadas não estão associadas a qualquer função do tempo e a variação do tempo das cargas não podem ser especificadas pelo utilizador. As contribuições de todas as cargas são montadas em um vetor de carga constante denotado como o vetor de carga de referência. Durante o cálculo da resposta, esta carga de vetor de referência é dimensionado proporcionalmente usando um multiplicador de carga (geralmente diferente de uma etapa para a seguinte) calculado automaticamente pelo programa.

Uma função de tempo é definido como uma série de pontos $(t, f_i(t))$ dentro da qual:

t – tempo;

$f_i(t)$ – é o valor em função do tempo, no tempo i .

Entre duas vezes sucessivas, ADINA utiliza a interpolação linear para determinar o valor da função de tempo (ADINA, 2004).

4.1.5. DEFINIÇÃO DA MALHA

A malha pode ser definida como o conjunto de elementos unidos por pontos nodais e elementos de arestas para formar toda a estrutura. Nesta fase, o utilizador decide o tamanho dos elementos a utilizar para análise, sabendo que quanto mais refinado for a modelação da estrutura - mais precisa será a solução, mas por outro lado, mais tempo para efetuar os cálculos (dependendo do CPU da máquina na qual vai ser utilizado o programa).

4.1.6. CONFIGURAÇÃO DA ANÁLISE

Devem ser implementadas condições de restrição para cada tipo de análise, seja análise estática, linearizada ou de colapso. Como os resultados para cada tipo de análise são diferentes, devem ser restritas também condições diferentes.

4.1.7. ANÁLISE DE PÓS-PROCESSAMENTO

Após a análise do modelo efetuado pelo ADINA, é possível proceder a visualização dos arquivos de saída, através de pós-processamento. Os resultados de saída podem ser exibidos de diversas formas tais como: gráficos ou resultados numéricos conforme o tipo de análise.

4.1.8. INTRODUÇÃO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS NO PROGRAMA

O programa automático suporta a adição das imperfeições geométricas de uma estrutura antes da realização da sua análise. As coordenadas iniciais dos nós são modificados com base na imperfeição sem gerar tensões.

As imperfeições podem ser obtidas a partir de seguintes formas:

- Modo de vibração gerada a partir de uma análise de encurvadura linearizada;
- Análise de frequência;
- Deslocamentos nodais gerados a partir de uma análise estática ou dinâmica.

Os modos de encurvadura podem ser utilizados como uma perturbação geométrica inicial em análise posterior. Numa análise de colapso, as cargas de colapso podem depender significativamente das imperfeições geométricas da estrutura. Uma maneira natural de apresentar essas imperfeições geométricas adequadas em uma análise de elementos finitos é a realização da análise linear e em seguida a sobreposição da geometria “perfeita” do modelo de elementos finitos com a aplicação duma perturbação proporcional aos modos de vibração da encurvadura.

4.2. ANÁLISE DOS CASOS

Numa fase inicial para cada caso em estudo, são colocados os pontos, as linhas, os apoios e as cargas no programa. De seguida é feita a introdução da secção transversal e o tipo de material.

Neste caso vão ser utilizados pórticos com material metálico (aço S355) e comportamento elasto-plástico, como é ilustrado na figura 33, (plástico – bilinear, representado no Adina) para uma análise não linear.

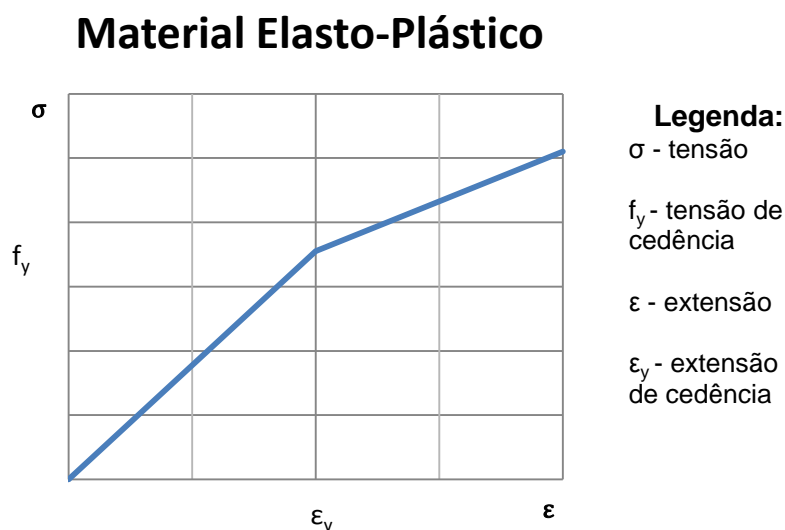


Fig. 33 – Comportamento do material

Dentro das características do material são utilizados:

- Módulo de elasticidade (E) de 210 GPa;
- Coeficiente de Poisson (ν) de 0,3;
- Tensão de cedência (f_y) de 355N/mm²;
- Tensão de rotura (F_u) de 510N/mm²;

A relação tensão - deformação no patamar pós cedência, foi definida através do seguinte gráfico – figura 34 e das seguintes expressões:

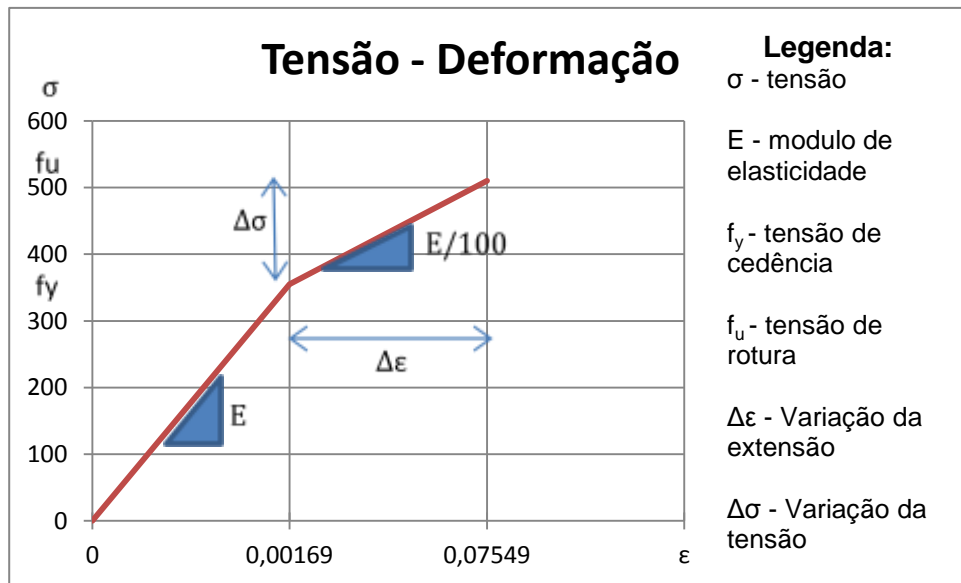


Fig. 34 – Relação tensão - deformação

$$\Delta\sigma = f_u - f_y = 510 - 355 = 155 \quad (30)$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E} = \frac{355}{210 \times 10^3} = 0,00169 \quad (31)$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma}{E/100} = \frac{155}{\frac{210 \times 10^3}{100}} = 0,0738 \quad (32)$$

$$\epsilon_u = \epsilon_y + \Delta\epsilon = 0,00169 + 0,0738 = 0,07549 \quad (33)$$

Em relação a secção transversal, optou-se pela utilização de secções em I, como é possível observar na figura 35, uma vez que são suscetíveis à encurvadura por flexão e à encurvadura lateral por flexão-torção.

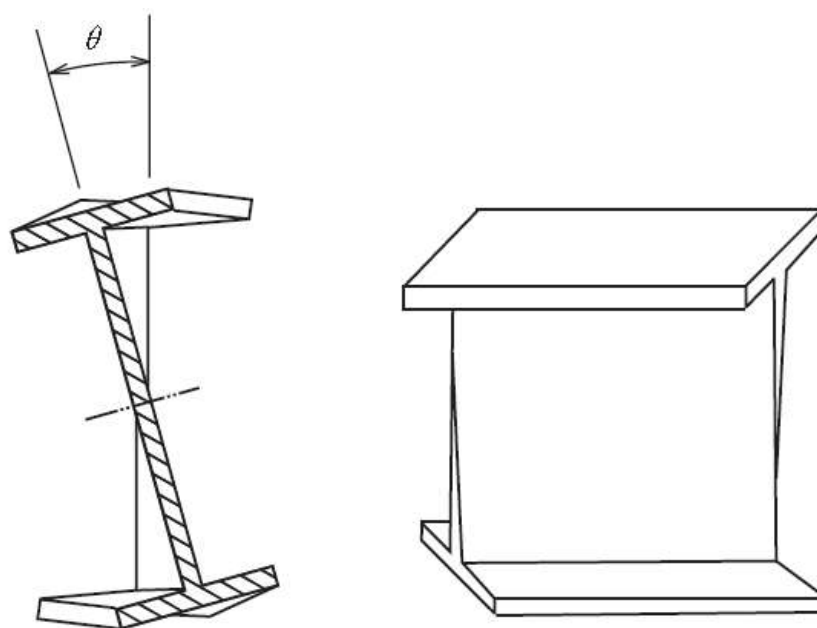


Fig. 35 – Seção em “I” suscetível a torção vista da frente lateralmente (ADINA, 2004)

Pretende-se calcular a carga crítica do pórtico no qual foram aplicadas duas cargas verticais. Neste caso, a carga crítica será duas vezes a carga vertical, conforme se ilustra na figura 36.

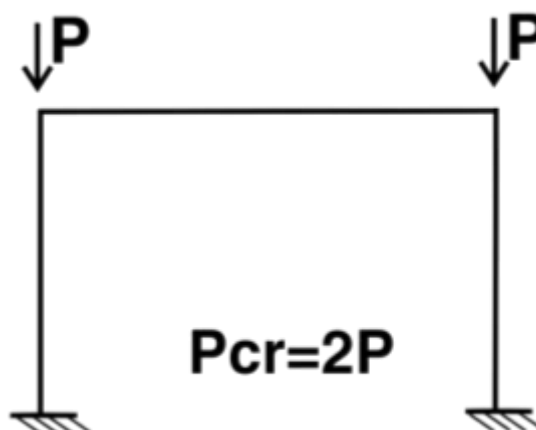


Fig. 36 – Carga crítica do pórtico

Para a determinação do fator λ_{cr} e os modos de instabilidade, recorreu-se à análise linear (Linearized Buckling – no Adina) com o objetivo de obter posteriormente a carga crítica, que é determinada pela seguinte expressão:

$$P_{cr} = \lambda_{cr} \times P \quad (34)$$

De seguida é feita uma análise de colapso (Collapso Analysis – no Adina) onde será calculado o deslocamento em x e o respetivo λ . Através do λ é possível determinar a carga última para o respetivo deslocamento segundo x .

$$P_u = \lambda \times P \quad (35)$$

Como já foi referido anteriormente que:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \quad (36)$$

Será então calculado o fator α_{cr} para que sejam analisados/comparados os resultados obtidos conforme o EC3.

Os dois pórticos a serem analisados terão a secção transversal HEB200 em todos os seus elementos (travessas e montantes) e as suas dimensões serão iguais. O material a utilizar será o que anteriormente foi referido, material elasto-plástico. Na tabela 5 apresentam-se os dados da secção transversal.

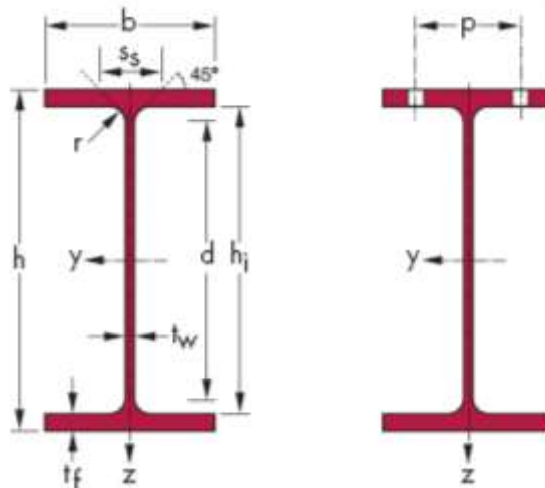


Tabela 5 – Dados da secção transversal HEB200 (retirado do site www.sections.arcelor.com)

	G	h	b	t_w	t_f	r	$A \times 10^2$	h_i	d	\emptyset
HEB200	61,3 kg/m	200 mm	200 mm	9 mm	15 mm	18 mm	78,1 mm ²	170 mm	134 mm	M27

ρ_{min}	ρ_{max}	A_L	A_G	$I_y \times 10^4$	$W_{el,y} \times 10^3$	$W_{pl,y} \times 10^3$	$i_y \times 10$	$A_{vz} \times 10^2$
100 mm	100 mm	1,151 m ² /m	18,78 m ² /t	5696 mm ⁴	569,6 mm ³	642,5 mm ³	8,54 mm	24,83 mm ²

$I_z \times 10^4$	$W_{el,z} \times 10^3$	$W_{pl,z} \times 10^3$	$i_z \times 10$	s_s	$I_t \times 10^4$	$I_w \times 10^9$
2003 mm ⁴	200,3 mm ³	305,8 mm ³	5,07 mm	60,09 mm	59,28 mm ⁴	171,1 mm ⁶

O primeiro pórtico terá como condições de apoio – os dois pilares apoiados na base, como é possível observar na figura 37, enquanto o segundo pórtico terá os pilares encastrados na base, ilustrado na figura 38.

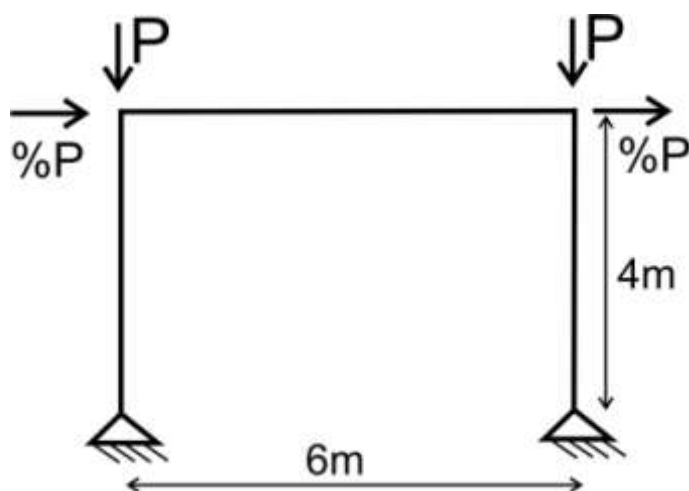


Fig. 37 – Pórtico Apoiado

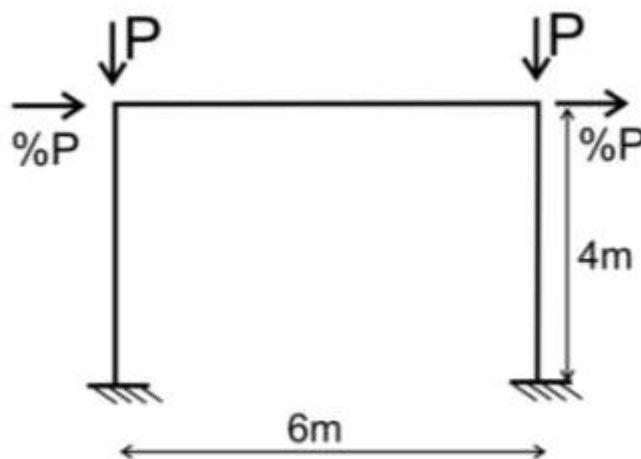


Fig. 38 – Pórtico Encastrado

Os cálculos serão efetuados para uma força horizontal de 2%P, tanto no ADINA como pelo EC3, e também para uma força horizontal de 10%P, com o objetivo de comparação dos resultados obtidos entre si.

5

CASOS DE ESTUDO

5.1. CASO DE ESTUDO 1 – PÓRTICO APOIADO

5.1.1. CARGA CRÍTICA - P_{CR}

Para a determinação da carga crítica do pórtico, foram utilizados os seguintes métodos: Método de Wood, Método de Horne e, por último, Método dos Elementos Finitos através do programa automático ADINA.

Pelo método de Wood, o cálculo da carga crítica foi feita pela fórmula de Euler, explicada anteriormente. Para a determinação do comprimento de encurvadura foi utilizado o Ábaco com deslocamentos livres, conforme se ilustra na figura 39. Na tabela 6 apresentam-se os valores obtidos.

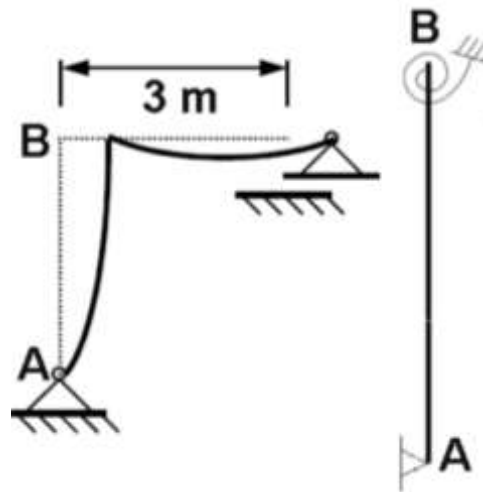


Fig. 39 – Determinação do comprimento de encurvadura

Tabela 6 – Resultados obtidos pelo Método de Wood

L	η_A	η_B	K_B	α	$L_{cr} = \alpha x L$	P_{cr}
4 m	1	$EI/(EI+EI)=0,5EI$	$4EI/L=4EI/4=EI$	2,5	10 m	2361 kN

Para o método de Horne, ilustrado na figura 40, explicado anteriormente no Capítulo 2 apresentam-se os valores obtidos na tabela 7.

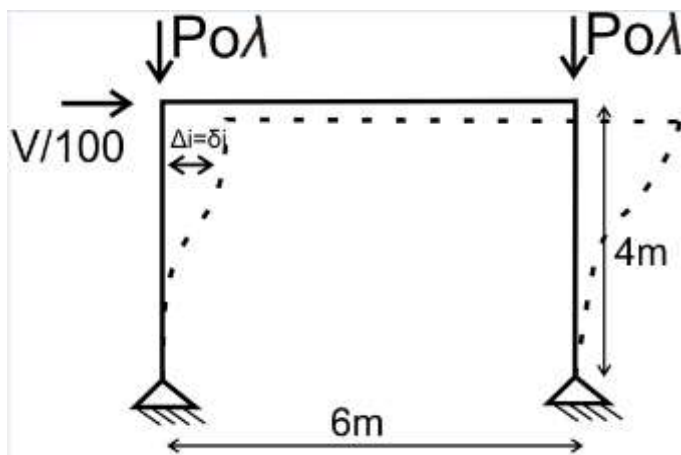


Fig. 40 – Método de Horne

Os deslocamentos horizontais (Δ_i) e o deslocamento relativo são iguais para o primeiro piso.

Tabela 7 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o método de Horne

$P_o = EI/l^2$	$V_1 = 2 \times P_o$	$H_1 = V_1/100$	$\delta_1 = \Delta_1$
747,6 kN	1495 kN	14,95 kN	0,024m

Através da equação (4) do presente documento é calculado o valor crítico do parâmetro de carga.

$$1,394 \leq \lambda_{cr} \leq 1,674 \quad (37)$$

Por último, a carga crítica é feita pela multiplicação do parâmetro λ_{cr} com P_o .

$$2084 \leq P_{cr} \leq 2502 \quad (38)$$

Também se efetuou o cálculo alternativo, apesar de se obter uma estimativa conservativa de λ_{cr} , segundo a equação (5) :

$$\lambda_{cr} \approx \frac{0,009}{\frac{0,024}{4}} = 1,5 \quad (39)$$

$$P_{cr} = 2242kN \quad (40)$$

Através do programa automático ADINA, como é possível observar na figura 41 e figura 42, determinou-se o primeiro modo e a sua carga crítica, aplicando nos nós P2 e P3 cargas verticais de 10 kN. De modo a provocar instabilidade do pórtico foram adicionados nos mesmos nós cargas horizontais. Uma vez que os elementos do pórtico encontram-se submetidos a esforços axiais surgem os efeitos de segunda ordem. Esses efeitos são devido ao deslocamento do pórtico provocando esforços adicionais, e com consequência alterando os valores dos próprios deslocamentos. Para além dos apoios na base dos pilares foram também colocados apoios necessários para impedir a deslocação do pórtico para fora do plano nos pontos 2 e 3.

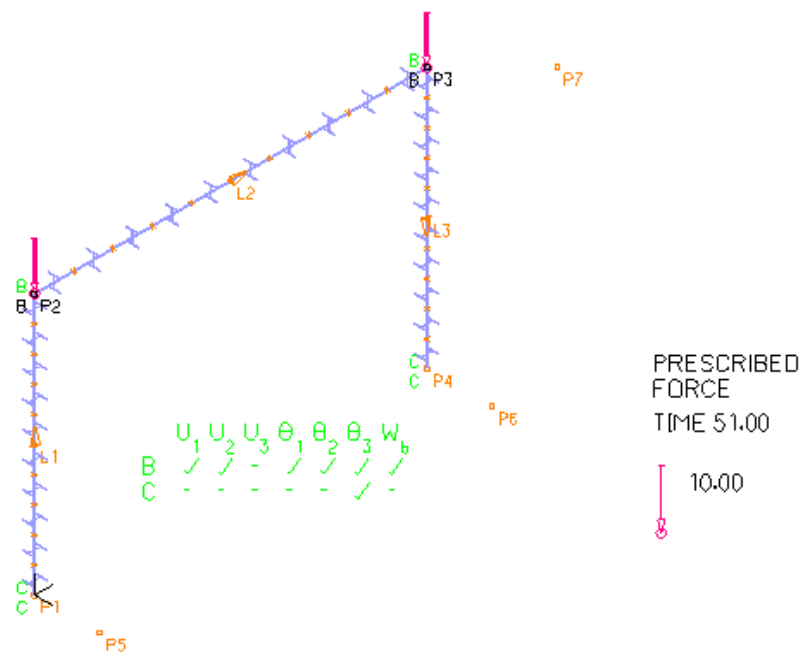


Fig. 41 – Representação do pórtico no programa automático ADINA



Fig. 42 – 1º Modo com deslocamentos laterais (retirado do ADINA)

$$P_{cr} = 2314kN \quad (41)$$

5.1.2. CARGA ÚLTIMA - P_U

Como foi referido anteriormente, a determinação da carga última será efetuada através do EC3 Parte 1-1 e através do programa automático ADINA, de modo a comparar os resultados obtidos através dos dois processos.

De modo a analisar o comportamento do pórtico em relação à variação do carregamento horizontal e ao seu deslocamento foram elaborados vários pórticos, onde apenas mudava o valor da respetiva carga horizontal aplicada em função da percentagem em relação à carga vertical conforme é ilustrado na figura 43.

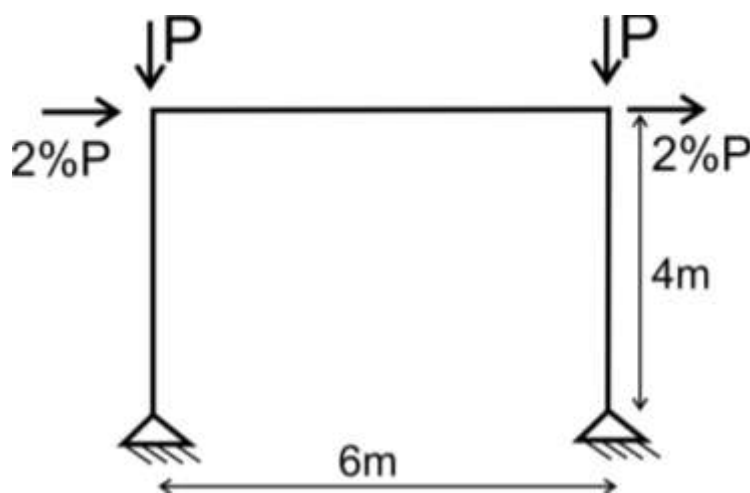


Fig. 43 – Carregamento aplicado

No programa automático ADINA, o valor colocado do carregamento P é de 10kN e os carregamentos horizontais encontram-se em função do mesmo. Na figura 44 é possível observar a relação da carga última com o deslocamento horizontal conforme a carga horizontal aplicada no pórtico. Na figura 45 encontra-se representado a relação que existe entre o deslocamento horizontal e o inverso do fator α_{cr} .

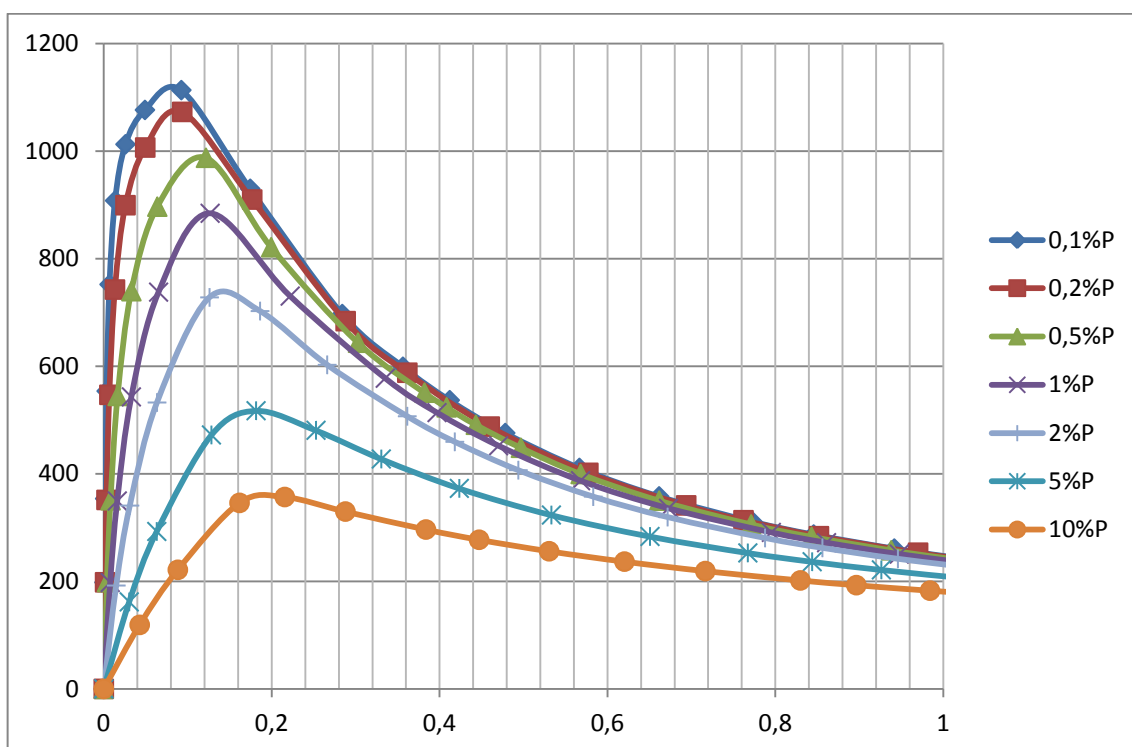


Fig. 44 – Relação da carga última com o deslocamento horizontal

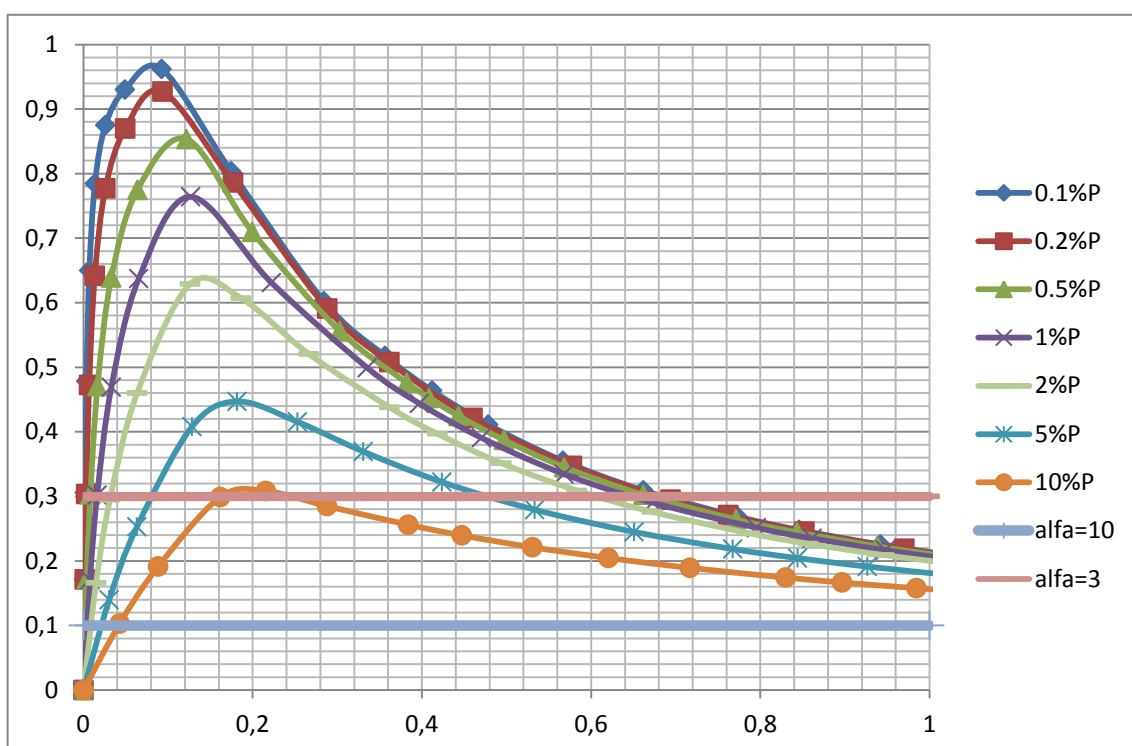


Fig. 45 – Relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal

Analisando o gráfico acima, verifica-se que o fator α_{cr} aumenta à medida que o valor da carga horizontal aplicada aumenta também, por isso há que ter especial atenção quando o pórtico está sujeito a grandes cargas horizontais.

Foram escolhidos para a comparação dos dados obtidos no ADINA com o EC3 Parte 1-1 os pórticos com 2%P e 10%P para carregamentos horizontais, como é possível observar na tabela 8.

Tabela 8 – Valores da carga última (P_u) obtidos no ADINA

2%P	727,7 kN
10%P	356,6 kN

Em relação a verificação segundo o EC3 Parte1-1, determinaram-se os diagramas de esforços de dimensionamento com o fator de amplificação das forças horizontais para o $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ (equação 24 do presente documento) e sem o fator de amplificação das forças horizontais para $\alpha_{cr} \geq 10$. Em anexo encontram-se os diagramas de esforços respetivos para cada tipo de carregamento (2%P e 10%P). Na tabela 9 são apresentados os valores dos esforços em função da carga P.

Tabela 9 – Esforços de dimensionamento em função do P

	2%P		10%P	
	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
Ned	1,032P	1,049P	1,139P	1,208P
Ved	0,024P	0,036P	0,104P	0,156P
Med	0,097P	0,146P	0,417P	0,624P

De seguida procedeu-se a algumas verificações do EC3 Parte1-1 utilizando os respetivos esforços obtidos.

Uma das verificações utilizadas foi a do esforço transversal (equação 6.18 do EN 1993-1-1, 2005):

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = 508,9 \text{ kN} \quad (42)$$

Apresentam-se na tabela 10 os valores obtidos segundo a verificação do esforço transversal.

Tabela 10 – Valores obtidos segundo a verificação do esforço transversal

	2%P		10%P	
	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
P [kN]	21204	14136	4893	3262

Outra verificação efetuada foi a de flexão composta com compressão do EN 1993-1-1, 2005, equações 6.61 e 6.62 (equações 26 e 27 do presente documento):

$$\frac{N_{ed}}{\frac{X_y N_{RK}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\frac{X_{LT} M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (43)$$

$$\frac{N_{ed}}{\frac{X_z N_{RK}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\frac{X_{LT} M_{y,RK}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (44)$$

Uma vez que o pórtico é bidimensional e a secção transversal não pertence à classe 4, não foi necessário calcular todos os parâmetros solicitados nas equações.

Como o objetivo principal deste trabalho não era a descrição exaustiva deste procedimento, serão apenas apresentados os resultados finais do mesmo, como é possível observar na tabela 11.

Tabela 11 – Resultados das duas verificações

	P [kN]			
	2%P		10%P	
	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
pela equação (6.61) do EC3 Parte1-1	638,1	560,7	349,1	274,3
pela equação (6.62) do EC3 Parte1-1	911,2	754,8	380,2	274,5

Os menores valores obtidos através das verificações pelas equações (6.61) e (6.62) do EC3 Parte 1-1 são os valores a terem em conta para a posterior comparação pois são os que mais condicionam a estrutura.

5.2. CASO DE ESTUDO 2 – PÓRTICO ENCASTRADO

5.2.1. CARGA CRÍTICA - P_{CR}

Para a determinação da carga crítica do pórtico, foram utilizados os mesmos métodos referidos na análise do pórtico anterior: Método de Wood, Método de Horne e, por último, Método dos Elementos Finitos através do programa automático ADINA.

Pelo método de Wood, o cálculo da carga crítica foi feita pela fórmula de Euler, explicada anteriormente. Para a determinação do comprimento de encurvadura foi utilizado o Ábaco com deslocamentos livres, conforme se ilustra na figura 46. Na tabela 12 apresentam-se os valores obtidos.

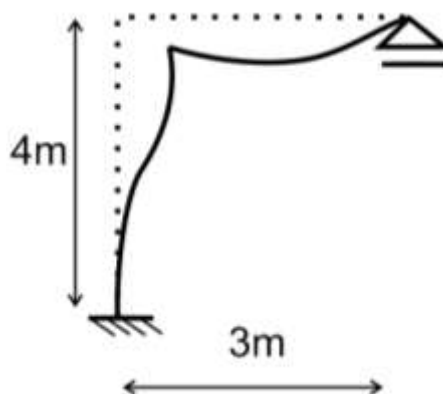


Fig. 46 – Determinação do comprimento de encurvadura

Tabela 12 – Resultados obtidos pelo Método de Wood

L	η_A	η_B	KB	α	$L_{cr} = \alpha x L$	P_{cr}
4 m	1	$EI/(EI+EI)=0,5EI$	$4EI/L=4EI/4=EI$	1,24	4,96 m	9597 kN

Para o método de Horne, ilustrado na figura 47, explicado anteriormente no Capítulo 2 é utilizada a informação apresentada na tabela 13. Tal como anteriormente foi mencionado para outro pórtico, os deslocamentos horizontais (Δ_i) e o deslocamento relativo são iguais para o primeiro piso.

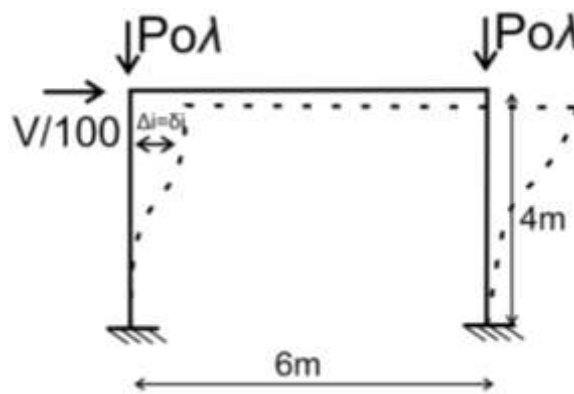


Fig. 47 – Método de Horne

Tabela 13 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o método de Horne

$P_0 = EI/l^2$	$V_1 = 2 \times P_0$	$H_1 = V_1/100$	$\delta_1 = \Delta_1$
747,6 kN	1495 kN	14,95 kN	0,005m

Através da equação (4) do presente documento é calculado o valor crítico do parâmetro de carga.

$$5,95 \leq \lambda_{cr} \leq 7,143 \quad (45)$$

Por último, a carga crítica é feita pela multiplicação do parâmetro λ_{cr} com P_0 .

$$8896 \leq P_{cr} \leq 10680 \quad (46)$$

Também se efetuou o cálculo alternativo, apesar de se obter uma estimativa conservativa de λ_{cr} , segundo a equação (5) :

$$\lambda_{cr} \approx \frac{0,009}{\frac{0,0056}{4}} = 6,428 \quad (47)$$

$$P_{cr} = 9611 \text{ kN} \quad (48)$$

Através do programa automático ADINA, como é possível observar na figura 48 e figura 49, determinou-se o primeiro modo e a sua carga crítica, aplicando nos nós P2 e P3 cargas verticais de 100 kN. De modo a provocar instabilidade do pórtico foram adicionados nos mesmos nós cargas horizontais. Uma vez que os elementos do pórtico encontram-se submetidos a esforços axiais surgem os efeitos de segunda ordem. Esses efeitos são devido ao deslocamento do pórtico provocando esforços adicionais, e com consequência

alterando os valores dos próprios deslocamentos. Para além dos encastramentos na base dos pilares foram também colocados apoios necessários para impedir a deslocação do pórtico para fora do plano nos pontos 2 e 3.

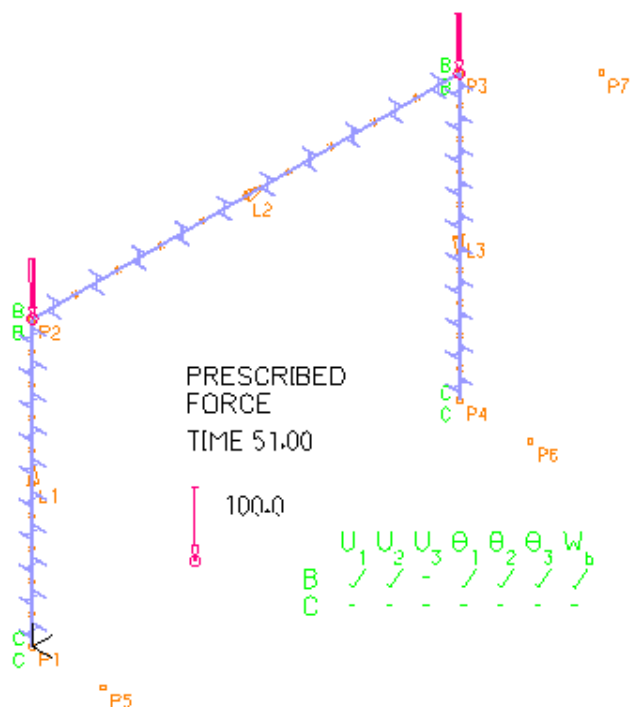


Fig. 48 – Representação do pórtico no programa automático ADINA

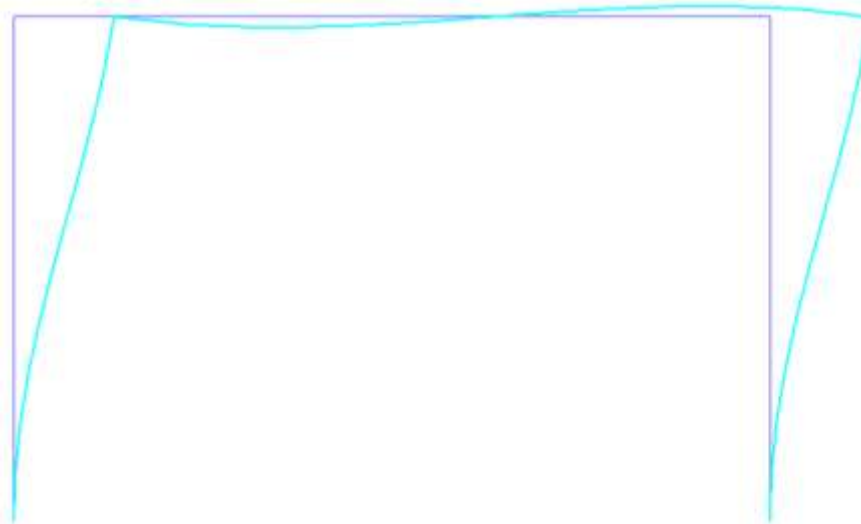


Fig. 49 – 1º Modo com deslocamentos laterais (retirado do ADINA)

$$P_{cr} = 9590kN$$

(49)

5.2.2. CARGA ÚLTIMA - P_u

Para calcular a carga última são efetuados procedimentos idênticos que foram utilizados no pórtico anterior.

Na figura 50 é possível observar a relação da carga última com o deslocamento horizontal conforme a carga horizontal aplicada no pórtico. Na figura 51 encontra-se representado a relação que existe entre o deslocamento horizontal e o inverso do fator α_{cr} .

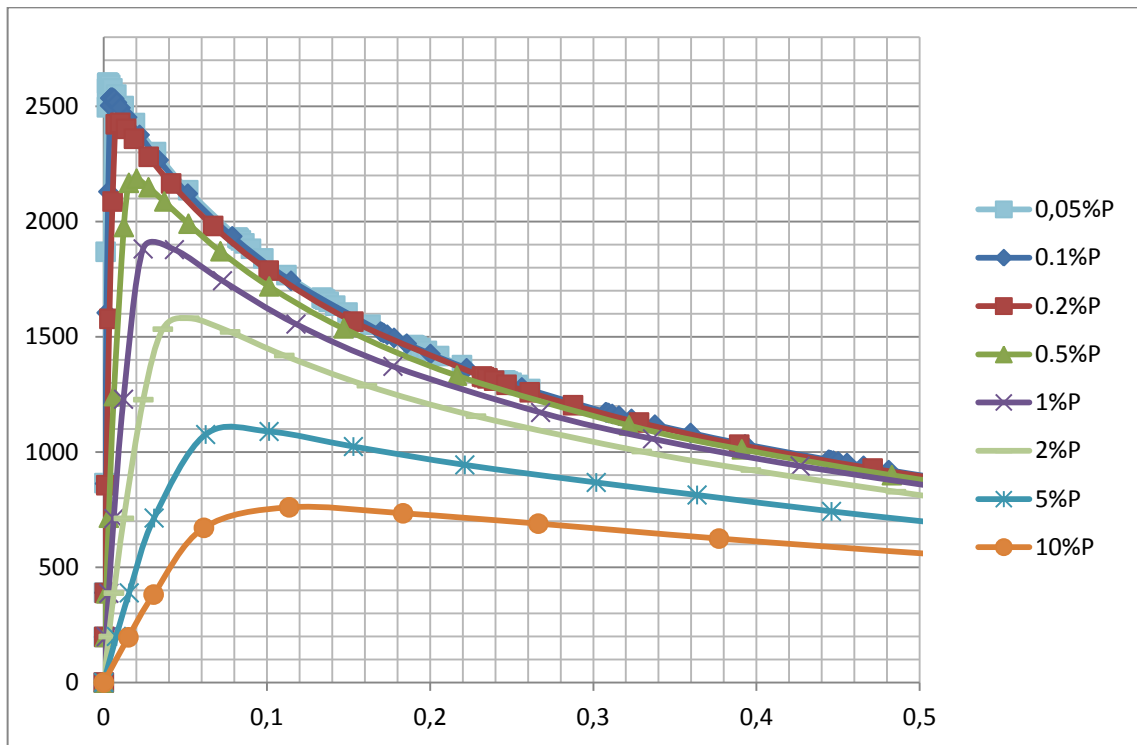


Fig. 50 – Relação da carga última com o deslocamento horizontal

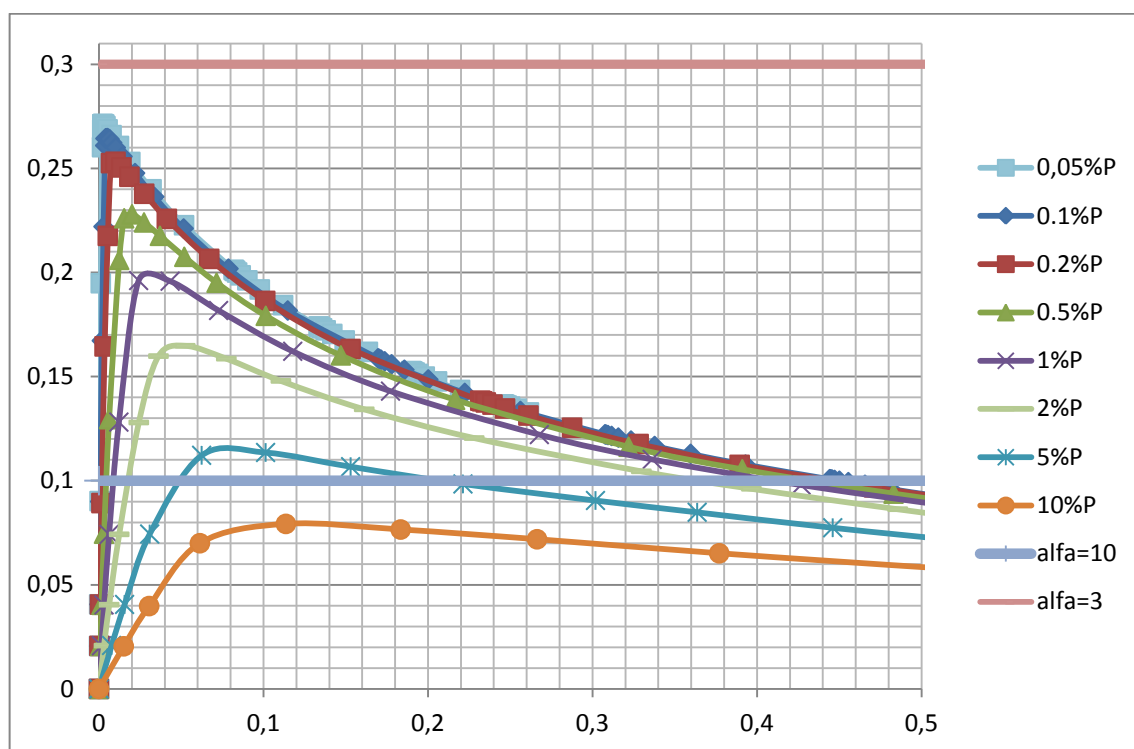


Fig. 51 – Relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal

Foram escolhidos dois tipos de cargas – 2%P e 10%P para análise e comparação com a EN 1993-1-1, 2005, conforme ilustrado na figura 52.

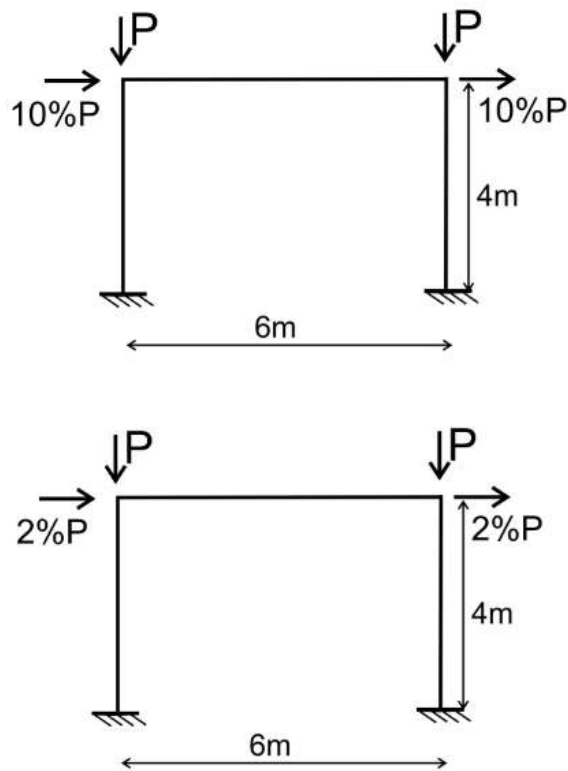


Fig. 52 – Carregamento aplicado nos pórticos em estudo

Apresentam-se na tabela 14 os valores obtidos pelo programa automático ADINA.

Tabela 14 – Valores da carga última (P_u) obtidos no ADINA

$2\%P$	1580 kN
$10\%P$	759,7 kN

Em relação a verificação segundo o EC3 Parte1-1, determinaram-se os diagramas de esforços de dimensionamento com o fator de amplificação das forças horizontais para o $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ (equação 24 do presente documento) e sem o fator de amplificação das forças horizontais para $\alpha_{cr} \geq 10$. Em anexo encontram-se os diagramas de esforços respetivos para cada tipo de carregamento ($2\%P$ e $10\%P$). Na tabela 15 são apresentados os valores dos esforços em função da carga P .

Tabela 15 – Esforços de dimensionamento em função do P

	2%P		10%P	
	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
N_{ed}	1,013P	1,019P	1,055P	1,083P
V_{ed}	0,024P	0,036P	0,104P	0,156P
Med	0,058P	0,088P	0,251P	0,376P

De seguida procedeu-se a algumas verificações do EC3 Parte1-1 utilizando os respetivos esforços obtidos.

Uma das verificações utilizadas foi a do esforço transversal (equação 6.18 do EN 1993-1-1, 2005):

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v(f_y/\sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = 508,9kN \quad (50)$$

Apresentam-se na tabela 16 os valores obtidos segundo a verificação do esforço transversal.

Tabela 16 – Valores obtidos segundo a verificação do esforço transversal

	2%P		10%P	
	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
P [kN]	21204	14136	4893	3262

Outra verificação efetuada foi a de flexão composta com compressão do EN 1993-1-1, 2005, equações 6.61 e 6.62 (equações 26 e 27 do presente documento):

$$\frac{N_{ed}}{\chi_y N_{RK}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,RK}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (51)$$

$$\frac{N_{ed}}{\chi_z N_{RK}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,RK}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,RK}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (52)$$

Uma vez que o pórtico é bidimensional e a secção transversal não pertence à classe 4, não foi necessário calcular todos os parâmetros solicitados nas equações.

Como o objetivo principal deste trabalho não era a descrição exaustiva deste procedimento, serão apenas apresentados os resultados finais do mesmo, como é possível observar na tabela 17.

Tabela 17 – Resultados das duas verificações

	P [kN]			
	2%P		10%P	
	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
pela equação (6.61) do EC3 Parte1-1	1556	1391	908,9	726,8
pela equação (6.62) do EC3 Parte1-1	1452	1247	662,1	479,0

Os menores valores obtidos através das verificações pelas equações (6.61) e (6.62) do EC3 Parte 1-1 são os valores a terem em conta para a posterior comparação pois são os que mais condicionam a estrutura.

5.3. ANÁLISE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

5.3.1. CASO DE ESTUDO 1 – PÓRTICO APOIADO

Relativamente ao cálculo da carga crítica obtida através de métodos diferentes, é possível observar ligeiras diferenças de resultado na tabela 18.

Tabela 18 – Comparação dos valores da carga crítica para os três métodos

ADINA	Método de Wood	Método de Horne
2314 kN	2361 kN	$2084 \text{ kN} \leq P_{cr} \leq 2502 \text{ kN}$

Tabela 19 – Percentagem de erro associado ao valor de referencia (ADINA) e valores a comparar (Método e Horne e Método de Wood)

<i>Erro (%)</i>	
ADINA e M. Horne	ADINA e M. Wood
10% e 8%	2%

O método de Horne e o método de Wood são métodos aproximados, possibilitando a existência de alguns erros, apesar disso o método de Horne parece ser mais conservativo. Como é possível observar na tabela 19 existe maior percentagem de erro relativamente ao método de Horne ao comparar com o ADINA. No entanto o método de Wood em comparação com o ADINA parece demonstrar uma percentagem menor de erro.

No que respeita a comparação dos resultados relativamente a carga última calculada pelo ADINA e EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) conduziu a seguintes valores representados na tabela 20.

Tabela 20 – Comparação dos valores de P_u obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005)

<i>2%P</i>		<i>10%P</i>	
ADINA	EC3	ADINA	EC3
727,7	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$ 560,7	356,6	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$ 274,3
$\alpha_{cr} = 3,18$	4,13	$\alpha_{cr} = 6,49$	8,44

Através da equação 21 do presente documento foi calculado o parâmetro α_{cr} utilizando os valores obtidos da carga última e carga crítica. Neste caso, tanto para 2%P como para 10%P apenas podem ser comparados os valores que se encontram na situação do $3 \leq \alpha_{cr} < 10$, uma vez que para $\alpha_{cr} \geq 10$ o valor obtido do α_{cr} não respeita a condição inicialmente admitida. Relativamente aos cálculos efetuados pelo EC3 observa-se que os valores são mais baixos em comparação com os valores obtidos pelo ADINA, induzindo assim a resultados favoráveis em relação a segurança, no entanto podem ser mais dispendiosos em termos económicos. Outro aspeto importante a referir é a diminuição da carga última face ao aumento da percentagem da carga horizontal a ser utilizada.

Tabela 21 – Percentagem de erro associado ao valor de P_u obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005)

<i>Erro (%) para 2%P</i>	<i>Erro (%) para 10%P</i>
ADINA e EC3	ADINA e EC3
$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$
23%	23%

Como é possível observar na tabela 21, o erro entre o ADINA e EC3 quer para uma carga horizontal de 2%P quer para uma carga horizontal de 10%P apresenta um valor idêntico.

5.3.2. CASO DE ESTUDO 2 – PÓRTICO ENCASTRADO

Os resultados obtidos relativamente a carga crítica do pórtico apresentam-se na tabela 22.

Tabela 22 – Comparação dos valores da carga crítica para os três métodos

<i>ADINA</i>	<i>Método de Wood</i>	<i>Método de Horne</i>
9590 kN	9597 kN	$8896 \text{ kN} \leq P_{cr} \leq 10680 \text{ kN}$

De igual forma, como foi procedido em relação ao caso de estudo anterior, cada barra foi dividida em 10 elementos no ADINA, para uma melhor aproximação de resultado.

Tabela 23 – Percentagem de erro associado ao valor de referencia (ADINA) e valores a comparar (Método e Horne e Método de Wood)

<i>Erro (%)</i>	
ADINA e M. Horne	ADINA e M. Wood
7% e 10%	0,1%

Neste caso, através da tabela 23, podemos observar que o método de Wood é eficaz, apesar de ser um método aproximado, tal como o método de Horne.

Em relação ao cálculo da carga última através do ADINA e pelo EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) conduziu a seguintes valores representados na tabela 24.

Tabela 24 – Comparação dos valores de Pu obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005)

2%P		10%P	
ADINA	EC3	ADINA	EC3
	$3 \leq \alpha_{cr} < 10$		$\alpha_{cr} \geq 10$
1580	1247	759,7	662,1
$\alpha_{cr} = 6,07$	7,69	$\alpha_{cr} = 12,62$	14,48

Através da equação 21 do presente documento foi calculado o parâmetro α_{cr} utilizando os valores obtidos da carga última e carga crítica. Neste caso, para 2%P os valores a serem comparados são os que se encontram na situação do $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ enquanto que para 10%P os valores a serem comparados são os que se encontram na situação do $\alpha_{cr} \geq 10$. Os valores para 2%P em que $\alpha_{cr} \geq 10$ e para 10%P em que $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ não podem ser utilizados para serem comparados com o ADINA devido ao fator α_{cr} obtido não respeitar a condição inicialmente admitida. Relativamente aos cálculos efetuados pelo EC3 observa-se que os valores são mais baixos em comparação com os valores obtidos pelo ADINA, induzindo assim a resultados favoráveis em relação a segurança, no entanto podem ser mais dispendiosos em termos económicos. Outro aspeto importante a referir é a diminuição da carga última face ao aumento da percentagem da carga horizontal a ser utilizada.

Tabela 25 – Percentagem de erro associado ao valor de Pu obtidos pelo ADINA e pelo EC 3 (NP EN 1993-1-1, 2005)

Erro (%) para 2%P	Erro (%) para 10%P
ADINA e EC3	ADINA e EC3
$3 \leq \alpha_{cr} < 10$	$\alpha_{cr} \geq 10$
21%	13%

Relativamente a tabela 25, apresenta-se a percentagem de erro para 2%P e 10%P através da qual é possível observar uma ligeira diferença entre os dois.

6

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

6.1. CONCLUSÃO GERAL

A execução deste trabalho possibilitou examinar o comportamento de diversos tipos de análises aplicadas em estruturas metálicas e, por outro lado, avaliar as considerações introduzidas pelo EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) na variação (aumento) da carga horizontal aplicada ao pórtico em função da carga vertical.

Como é possível verificar pelo EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005), o parâmetro α_{cr} depende sobretudo das cargas verticais (equação 21 e 22) e existe apenas uma expressão simplificada para um determinado pórtico (equação 23) que contém a influência da carga horizontal (baseado no método de Horne). Essa expressão é válida apenas para pórticos planos e pórticos não contraventados, de um piso com vigas de inclinação reduzida e esforço axial nas vigas não significativo. O EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) salienta ainda que os efeitos de segunda ordem são resultantes fundamentalmente do efeito do esforço axial, no entanto seria provável que o pórtico mais predominante seja aquele que tenha maior carga horizontal. Após os estudos efetuados, foi possível concluir que o EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) se encontra bem definido, pois com o aumento da carga horizontal o valor da carga última diminui, apesar de apresentar os esforços maiores.

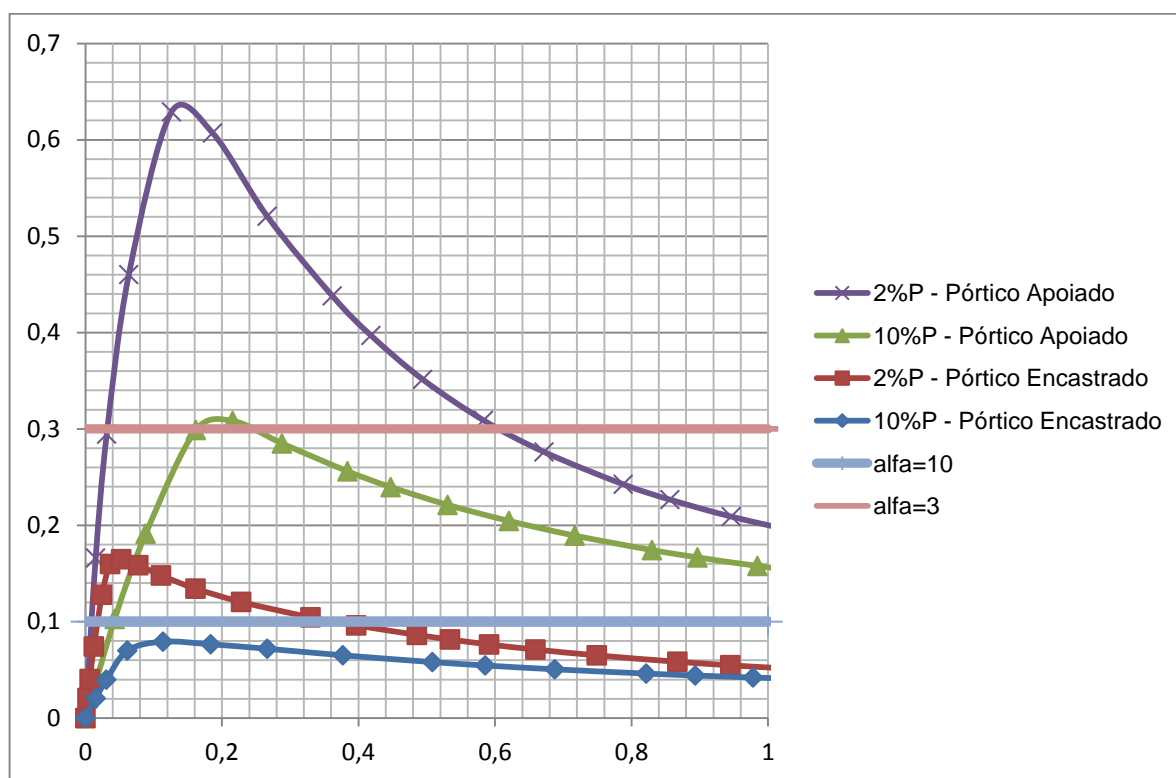


Fig. 53 – Relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal para os Casos de Estudo

Na figura 53 encontra-se representado a relação do $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal para o pórtico apoiado e para o pórtico encastrado e segundo o carregamento horizontal de 2%P e 10%P. Através desta representação é possível concluir que foram estudadas as diferentes situações tais como:

- $\alpha_{cr} \geq 10$ – Pórtico Encastrado com 10%P
- $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ – Pórtico Encastrado com 2%P
- $\alpha_{cr} = 3$ – Pórtico Apoiado com 10%P
- $\alpha_{cr} \leq 3$ – Pórtico Apoiado com 2%P

Para além disso, é possível retirar as seguintes conclusões:

- Como o EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) permite que sejam incluídos os efeitos de segunda ordem associados às cargas verticais através da amplificação dos efeitos de primeira ordem, é possível concluir que esses efeitos são muito importantes devido à inclusão das imperfeições geométricas. Este processo foi aplicado nos dois casos de estudo, para $3 \leq \alpha_{cr} < 10$, permitindo à estrutura um comportamento mais próximo do real.

- Os resultados obtidos da carga crítica através do método de Horne, Wood e ADINA podem ser considerados aceitáveis, no entanto, o método de Horne fornece um grande intervalo de valores e isso torna-o um método mais conservativo e menos preciso.

- Relativamente ao cálculo da carga última, o EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) disponibiliza valores inferiores, em comparação com o programa automático ADINA. Tal poderá ser possível devido à não inclusão das imperfeições locais, nos cálculos efetuados pelo EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005). A percentagem de erro é maior no $3 \leq \alpha_{cr} < 10$ em comparação com

o ADINA, talvez devido à adição do fator de amplificação dentro do qual entra o parâmetro α_{cr} .

- Fazendo uma comparação entre os dois pórticos em estudo, é possível concluir que o pórtico que tem apoios encastrados na base dos pilares possui maior rigidez, apresentando valores superiores da carga crítica e da carga última. A relação entre $1/\alpha_{cr}$ e o deslocamento horizontal tem maior importância nesse mesmo pórtico, devido à maioria dos casos (dependem da quantidade da carga horizontal) se encontrarem num patamar entre $10 < \alpha_{cr} < 3$.

- É importante salientar que os cálculos efetuados através do programa automático ADINA revelam a existência da diminuição orçamental significativa caso se opte por este método. Será uma boa alternativa a adoção deste método pela sua acessibilidade, rapidez de execução, clara compreensão e em termos económicos apresenta-se satisfatório.

Em conclusão, o EC3 (NP EN 1993-1-1, 2005) tem os critérios bem definidos para o cálculo/dimensionamento dos pórticos, possibilitando algumas simplificações. O método de Horne e Wood obtiveram resultados aceitáveis apesar de serem métodos aproximados.

6.2. DESENVOLVIMENTO FUTURO

Sugere-se a aplicação da mesma situação para pórticos reais, sobretudo industriais. Para além disso, neste estudo utilizaram-se pórticos com duas dimensões, como tal, seria útil também estudar pórticos com três dimensões. Uma outra alternativa seria a utilização de pórticos com mais do que um piso ou a utilização de pórticos com maiores números de colunas por piso.

7

BIBLIOGRAFIA

- ADINA. (2004). *Theory and modeling guide Volume I*. ADINA RD, Inc., Estados Unidos da América.
- ADINA. (2004). *ADINA verification manual*, Estados Unidos da América.
- Almeida, A. C. B. (2006). *Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço*. Dissertação apresentada ao curso Pós-Graduação e como parte de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Almeida, P. M. N. (2012). *Dimensionamento de estruturas metálicas segundo o eurocódigo 3, Análise comparativa entre diversas concepções estruturais para edifícios industriais*. Dissertação de Mestrado, Universidade Fernando Pessoa, Porto.
- Anderson, D. (2006). *Design of unbraced multi-storey steel frames*. Journal of Constructional Steel Research 62, pág. 1171–1177.
- Veubeke, B. F. (1964). *Matriz methods of structural analysis*. University of Liège.
- César, M. T. B. (2004). *Estudos paramétricos sobre a instabilidade de pórticos metálicos bidimensionais e tridimensionais*. Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto.
- Dias, J.R. (2007). *Análise e dimensionamento de estruturas metálicas treliçadas de transporte de energia eléctrica de acordo com o EC3 e a EN50341*. Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- EN 1993-1-1. (2005). *Eurocódigo 3-Projecto de Estruturas de aço – Parte1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. CEN, Bruxelas.
- Gardner L., Nethercot, D.A. (2005). *Designers guide to EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of steel structures general rules and rules for buildings*. Thomas Telford, London.
- Hirt M. A.; Bez R. (1994). *Construction métallique*. Traité de genie civil, Lausanne, volume 10.
- Iu C. K.; Chan, S. L. ; Ma T. W. (2008). *Direct second-order elastic analysis for steel frame design*. KSCE Journal of civil engineering, Korea, volume 12, nº6, pág. 379-389.
- Julian, O.G. and Lawrence, L.S. (1959). *Notes on J and L Nomograms for Determination of Effective Length*. Unpublished Report.
- Karnovsky I. A.; Lebed O. (2010). *Advanced methods of structural analysis*. Canada, Springer.

- Lleonart, J. M. (1995). *Pórticos metálicos: critérios de cálculo*. Informes de la construcción, Espanha. Volume 47, nº437, pág. 33-42.
- Ochan, D. (2008). *Behaviour of non-prismatic steeel members*. Master's thesis, University of Cape Town.
- Oliveira, F. E. M. (2013). *Projeto de edifícios em estrutura metálica – efeitos de 2ª ordem*. Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto.
- Paiva, F.M. (2009). *Análise da estabilidade e dimensionamento de pórticos metálicos de sinalização em auto-estradas*. Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto.
- Peres, M. S. (2011). *Estabilidade de colunas de nós com deslocamentos parcialmente restringidos*. Dissertação de Mestrado, UN:FCT, Lisboa.
- Pinto, A. E. M. R. (2010). *Estabilidade local de perfis de aço enformados a frio*. Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Reis, A. e Camotim, D. (2000). *Estabilidade estrutural*. McGraw-Hill, Lisboa.
- Sameh Y. Mahfouz. (1999). *Design Optimization of Structural Steelwork*. PhD thesis, University of Bradford, UK.
- Santos, M. (2011). *Métodos de análise elástica e de análise plástica para o cálculo de esforços em estruturas de aço*. Dissertação de Mestrado, FCT: DEC, Lisboa.
- Simões, R. A. D. (2007). *Manual de dimensionamento de estruturas metálicas*. CMM, 2ª Edição.
- Vindima, P. M. G. (2012). *Estabilidade em vigas metálicas: cálculo de momentos críticos*. Dissertação de Mestrado, UN:FCT, Lisboa.
- Sítio da Internet (http://sections.arcelormittal.com/fileadmin/redaction/4-Library/4-SBE/EN/SSB04_Detailed_design_of_portal_frames.pdf). 25/11/2014

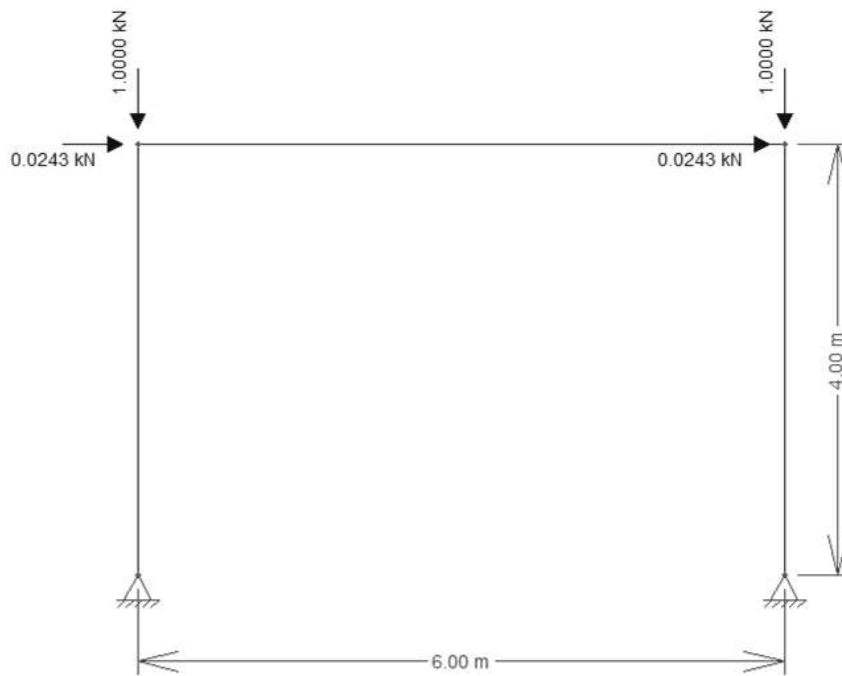
ANEXOS

DIAGRAMA DE ESFORÇOS

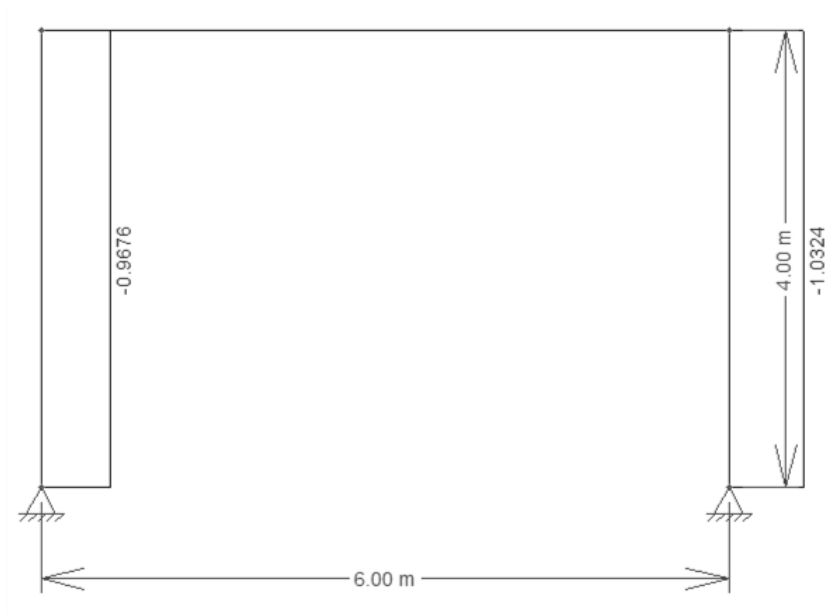
PÓRTICO APOIADO

2%P

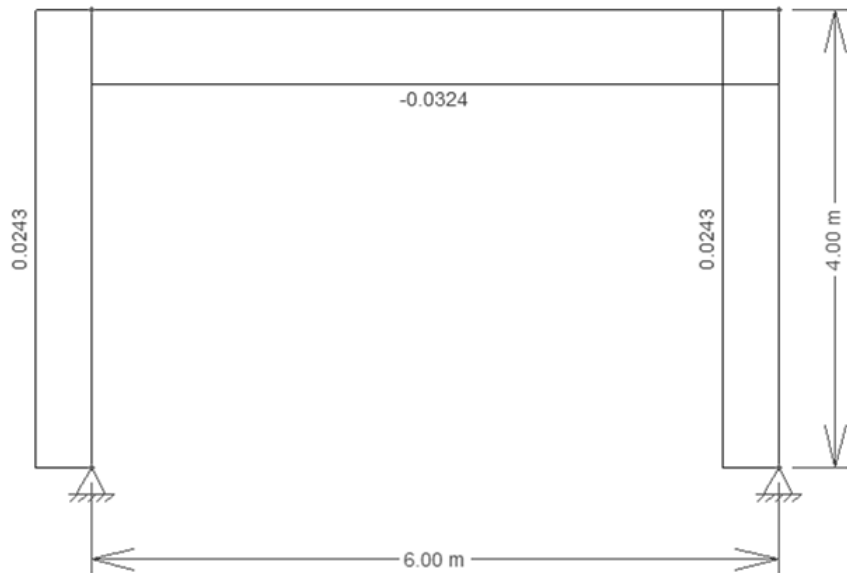
$\alpha_{cr} \geq 10$



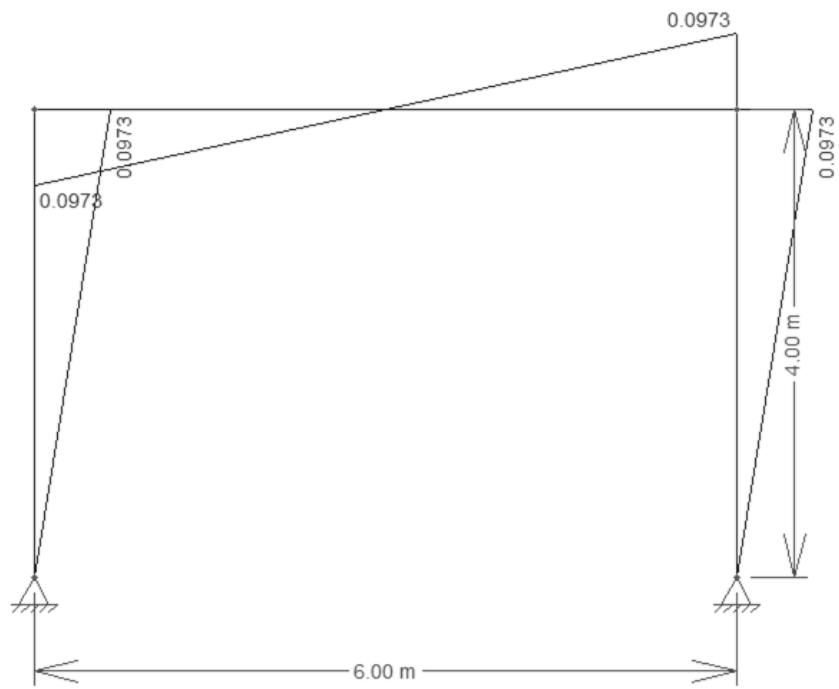
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



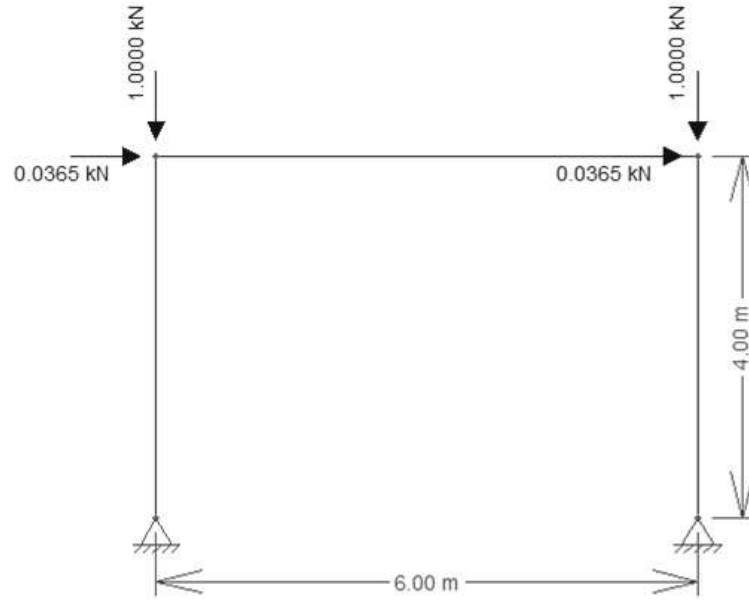
Esforço Transverso



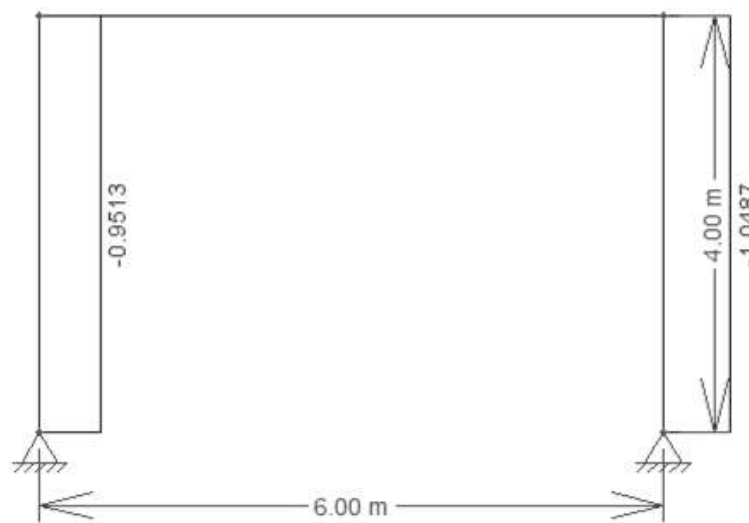
Momento fletor

2%P

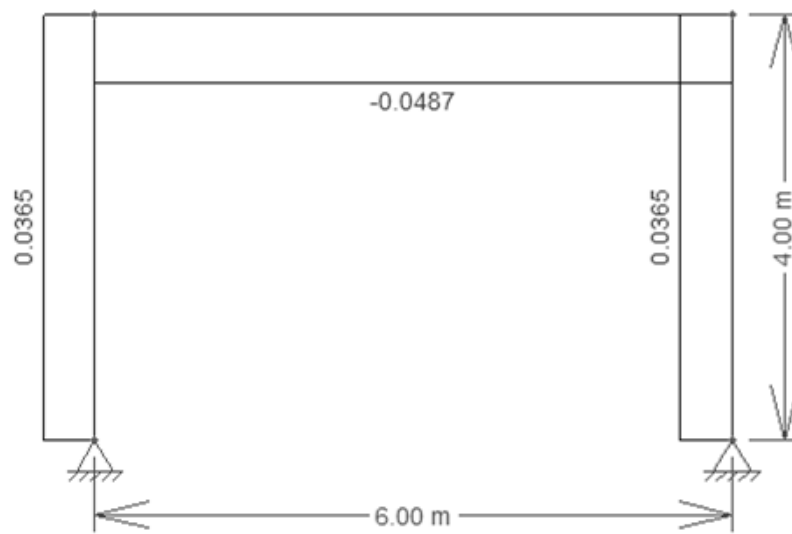
$$3 \leq \alpha_{cr} < 10$$



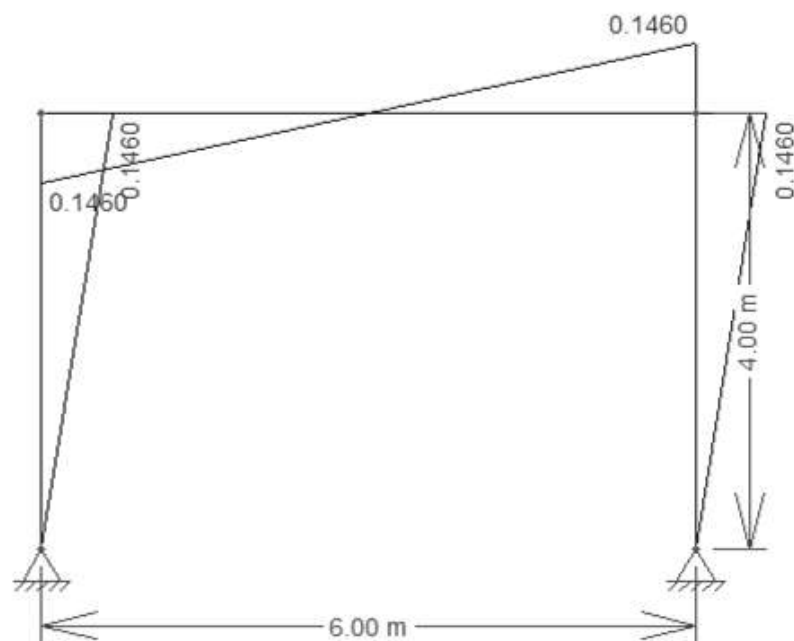
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



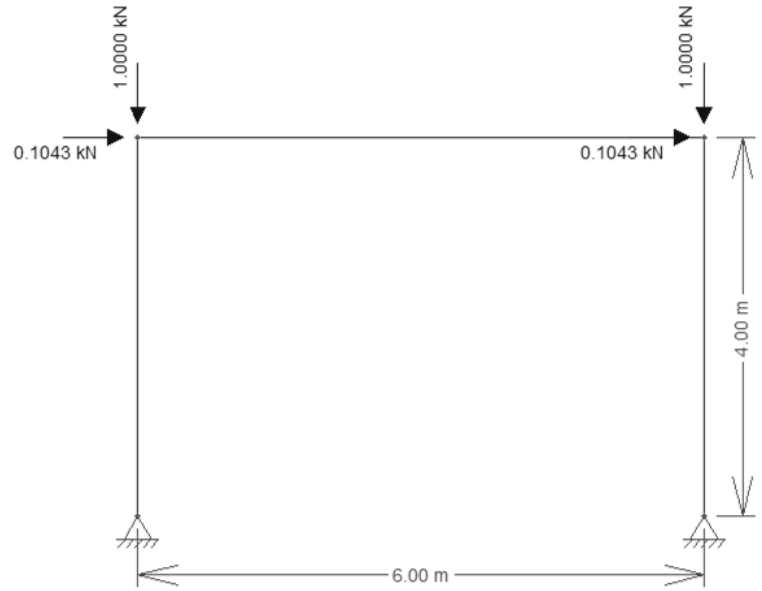
Esforço Transverso



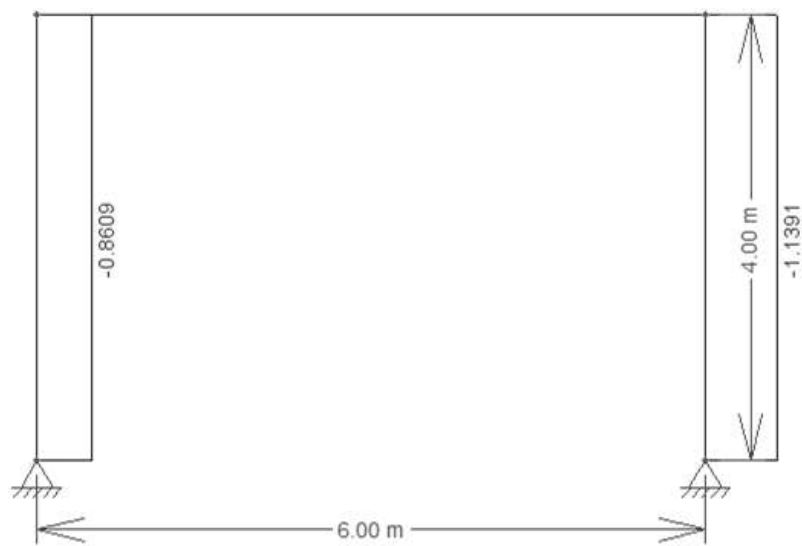
Momento fletor

10%P

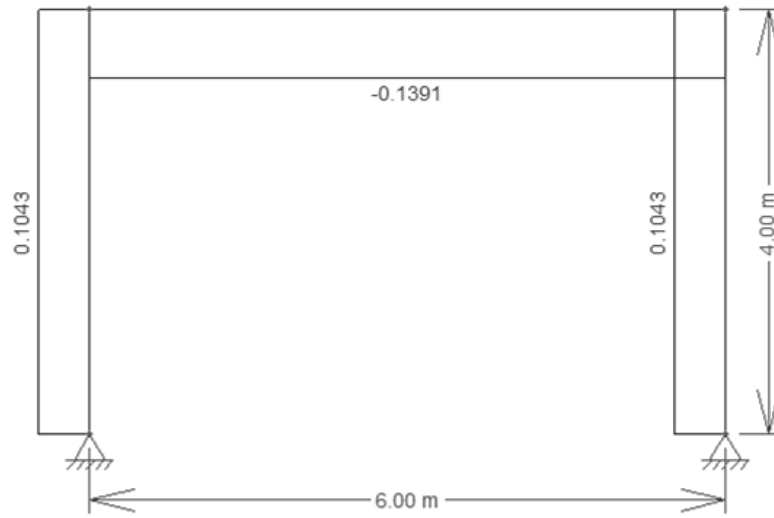
$$\alpha_{cr} \geq 10$$



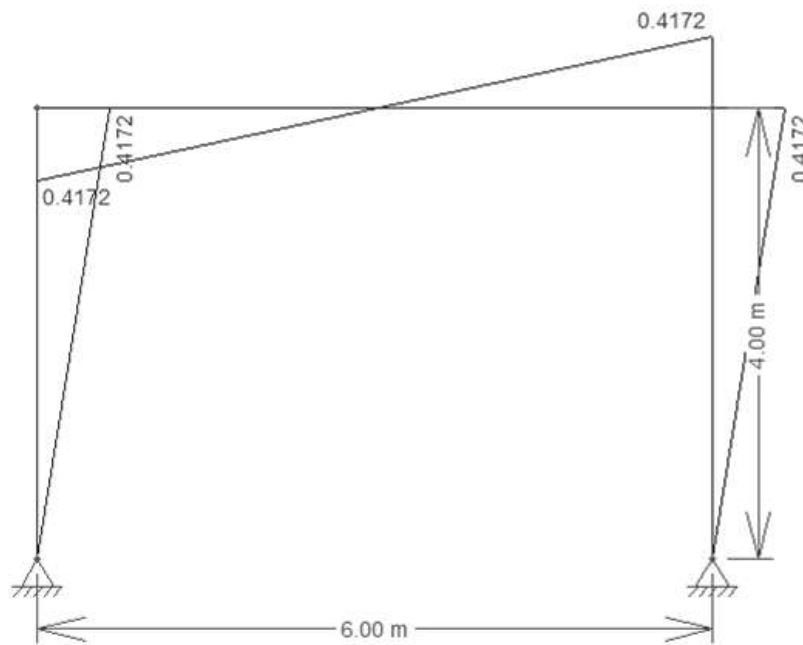
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



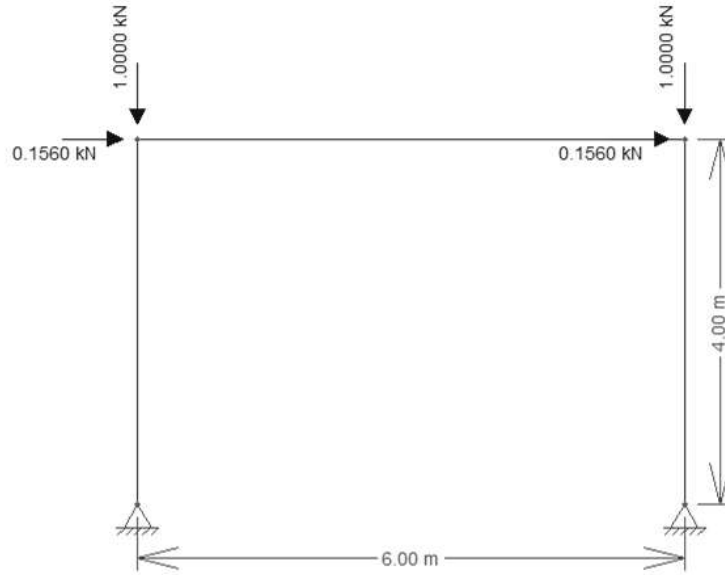
Esforço Transverso



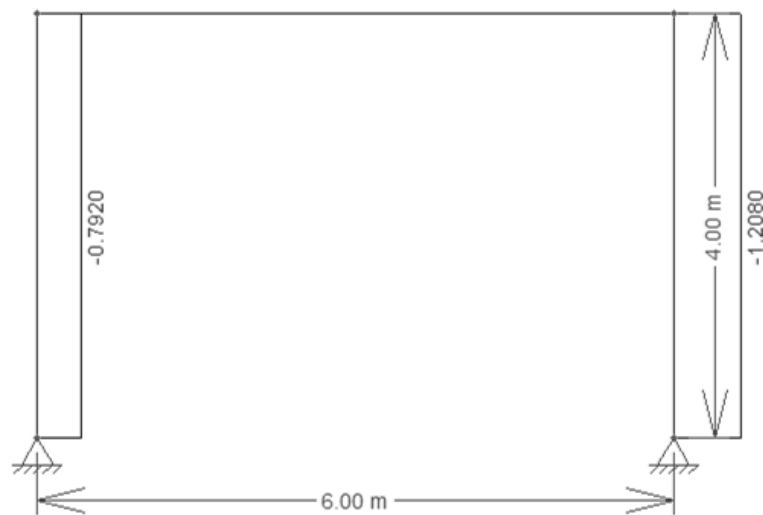
Momento fletor

10%P

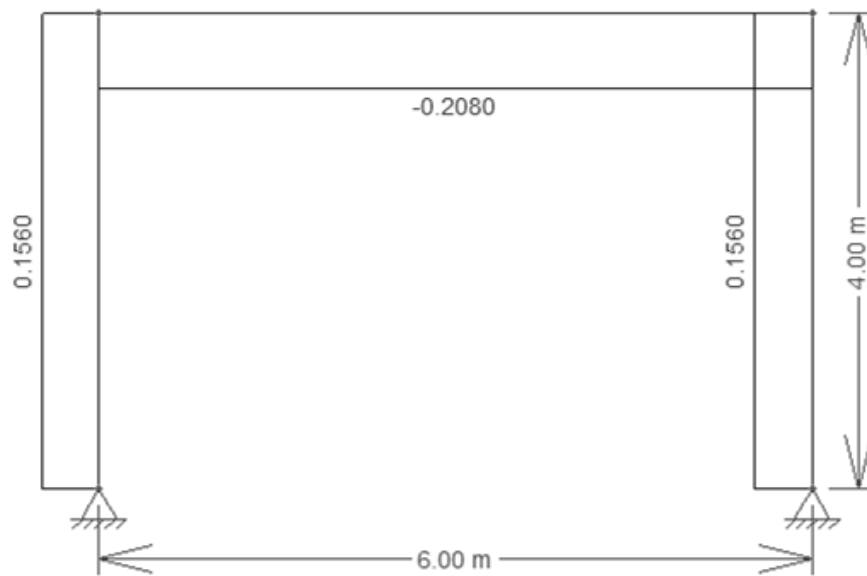
$$3 \leq \alpha_{cr} < 10$$



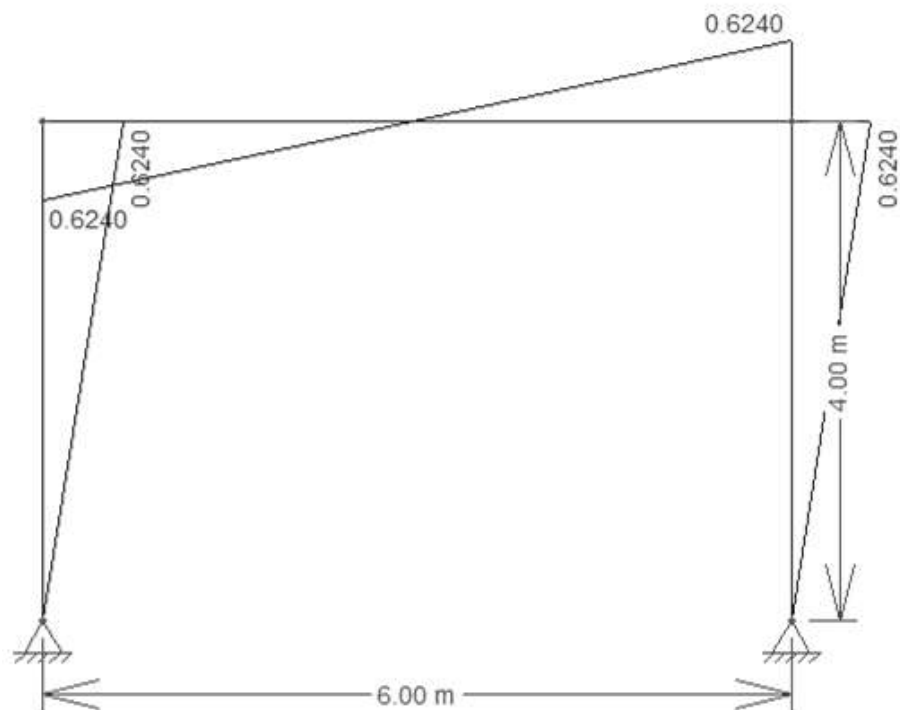
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



Esforço Transverso

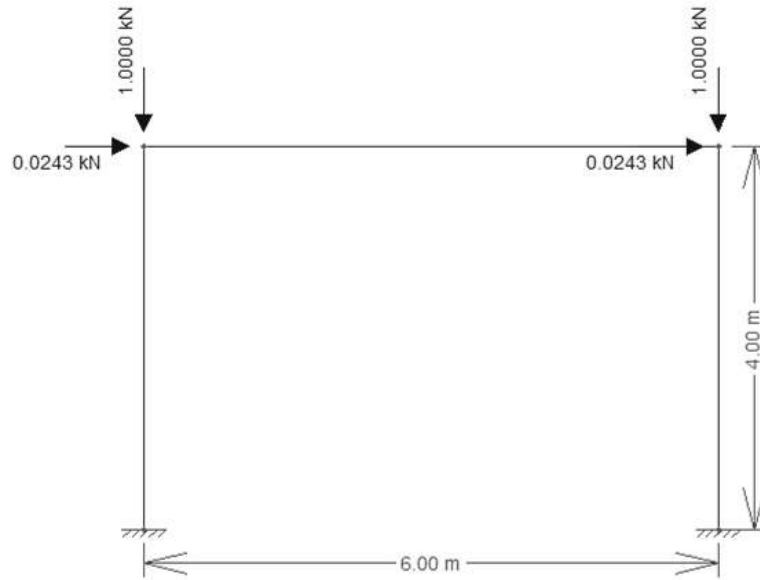


Momento fletor

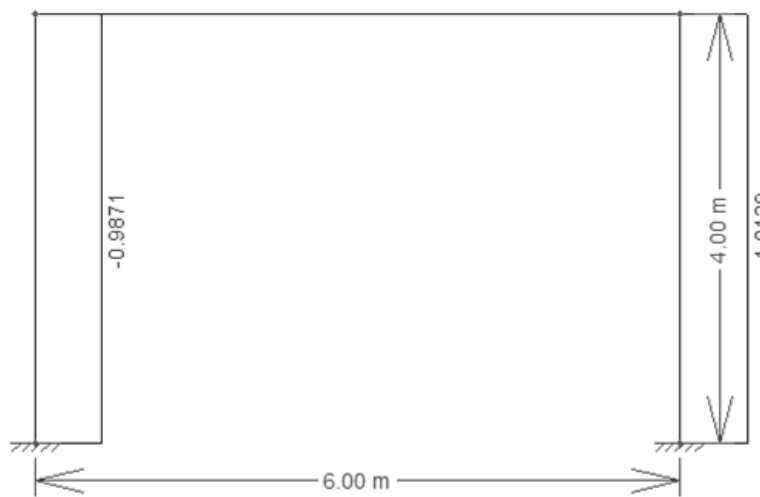
PÓRICO ENCASTRADO

2%P

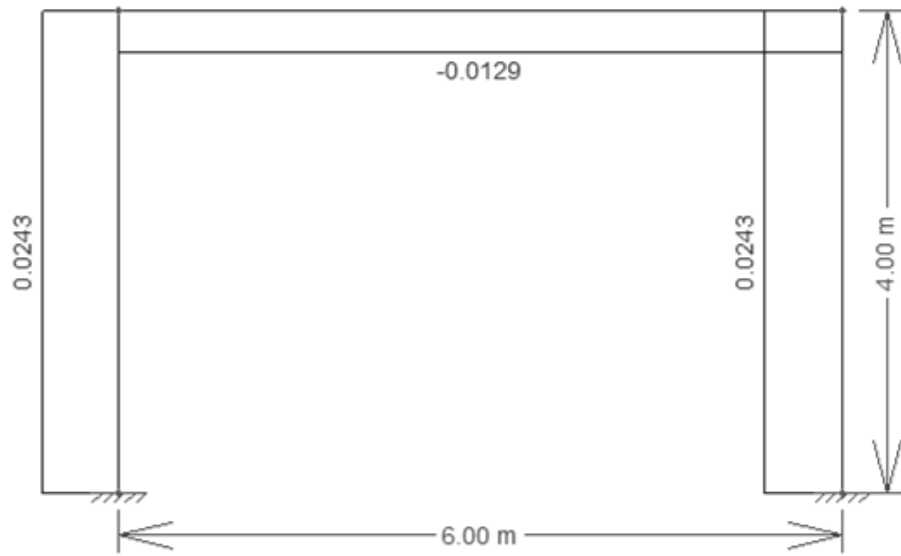
$$\alpha_{cr} \geq 10$$



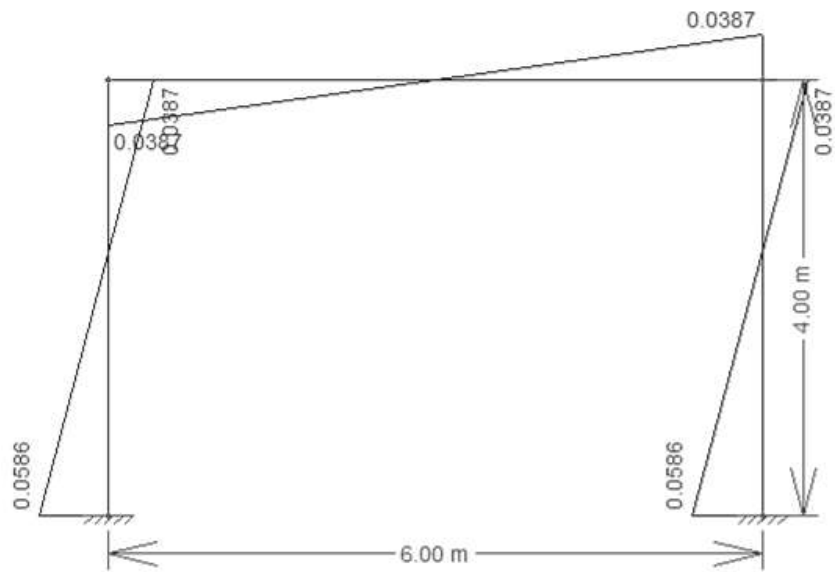
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



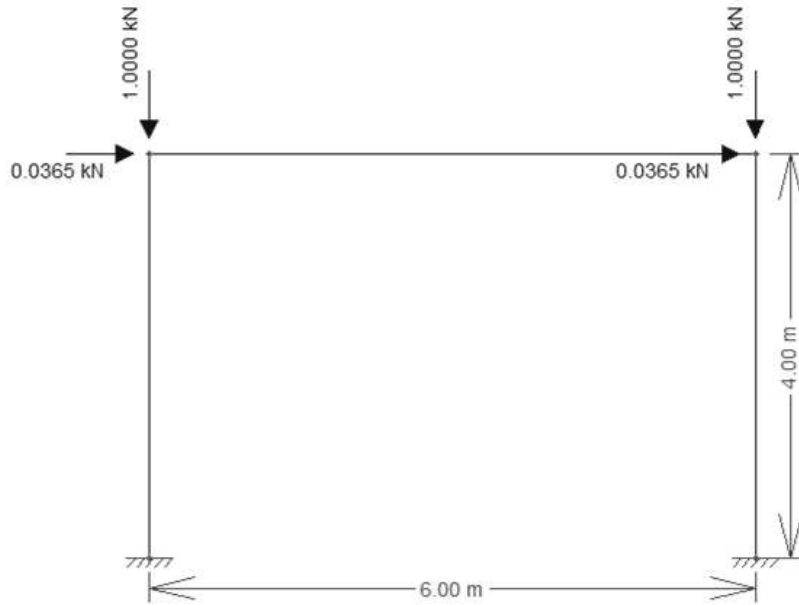
Esforço Transverso



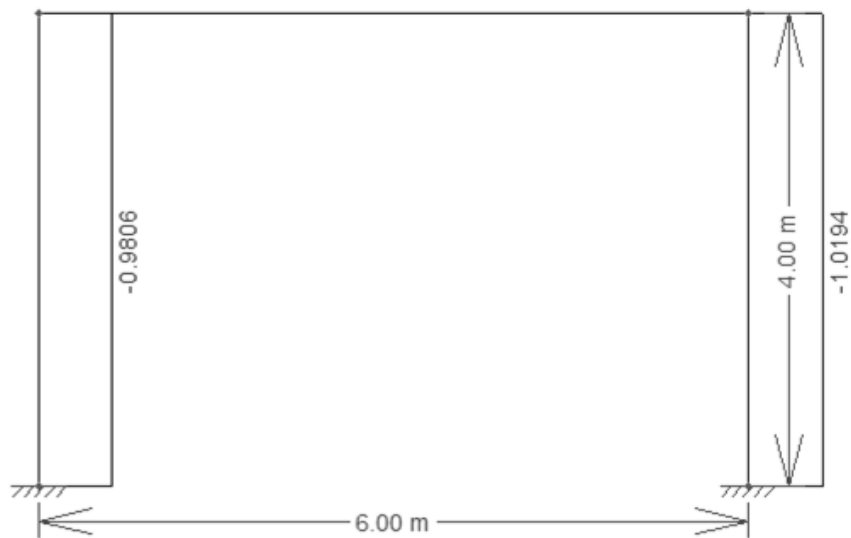
Momento fletor

2%P

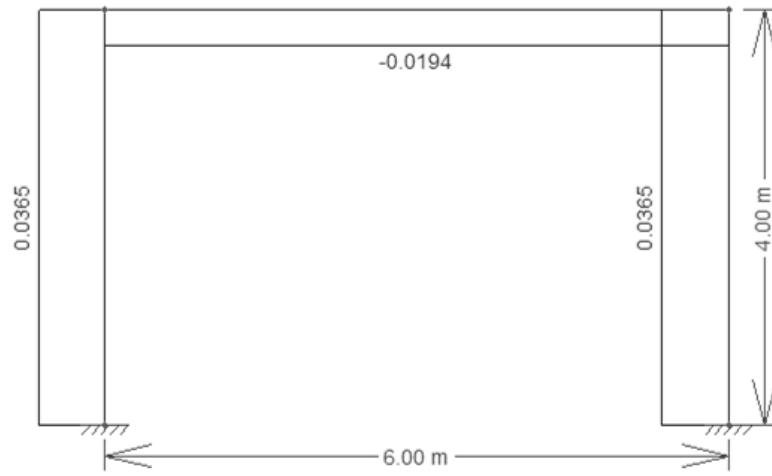
$$3 \leq \alpha_{cr} < 10$$



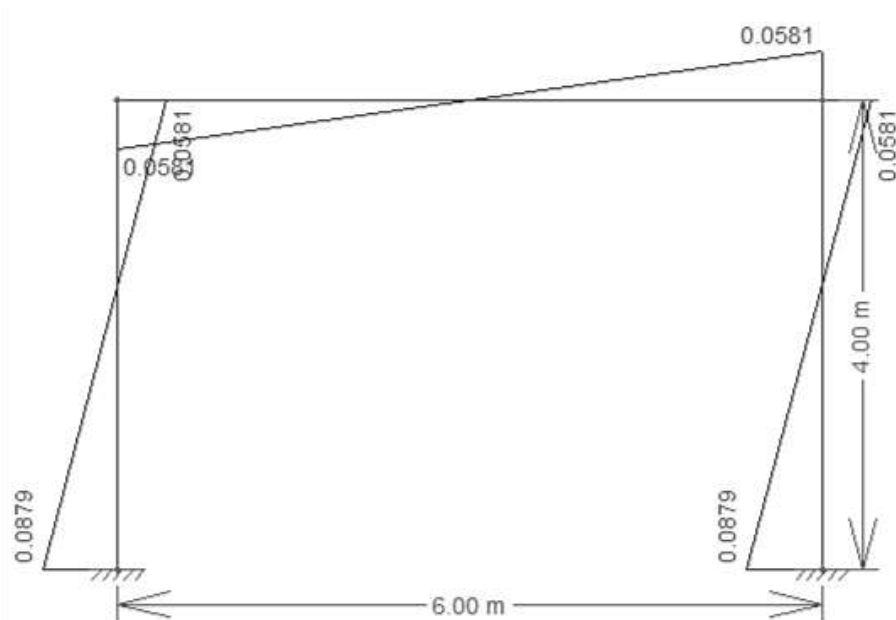
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



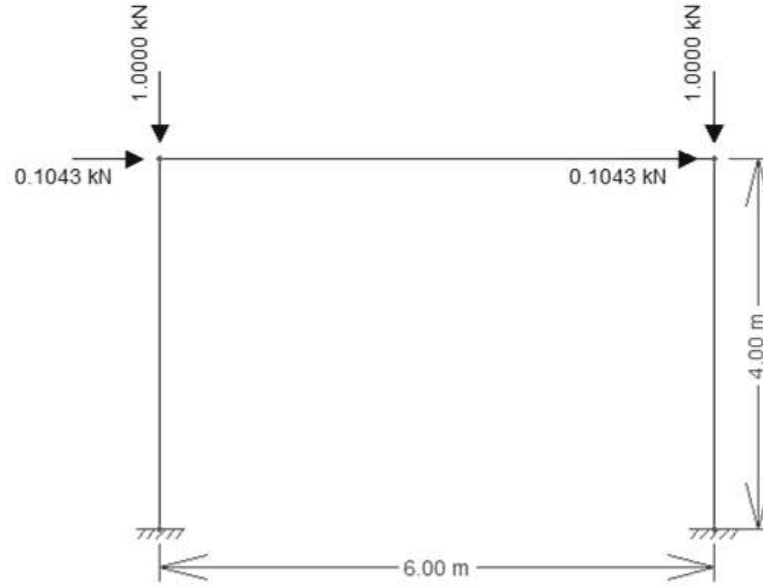
Esforço Transverso



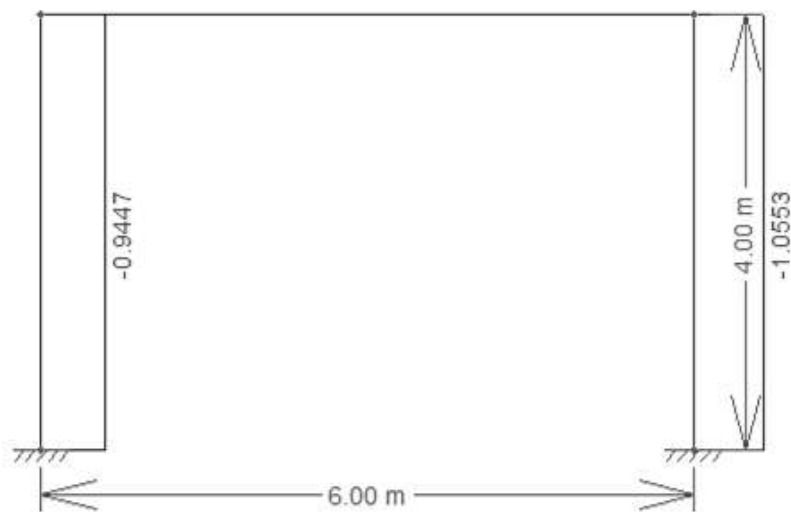
Momento fletor

10%P

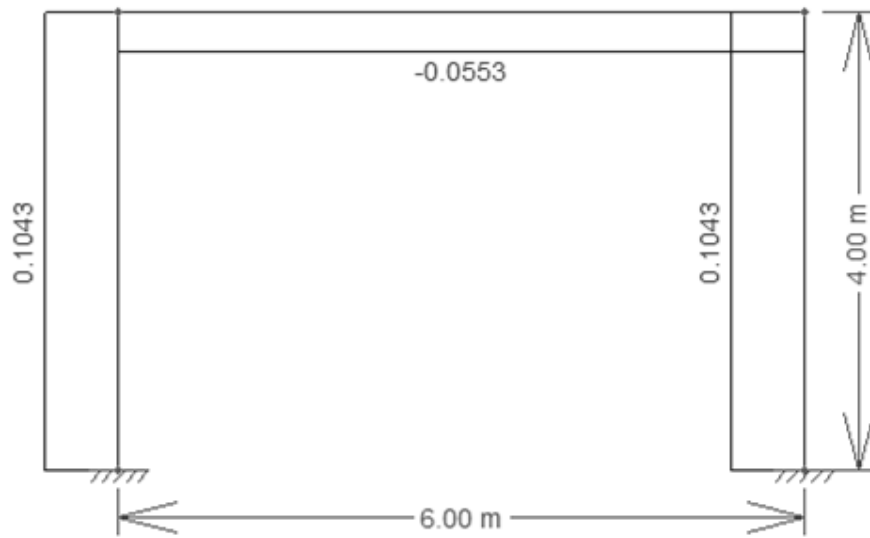
$$\alpha_{cr} \geq 10$$



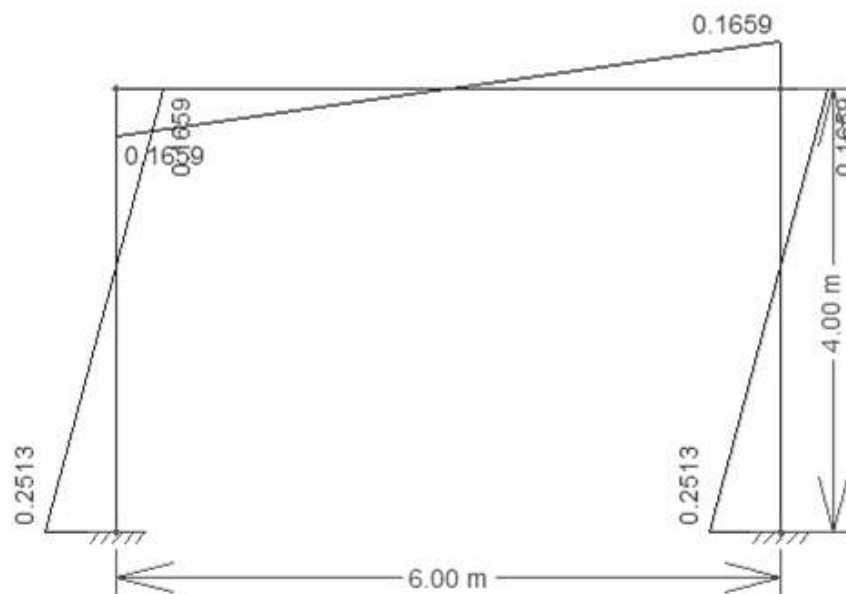
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



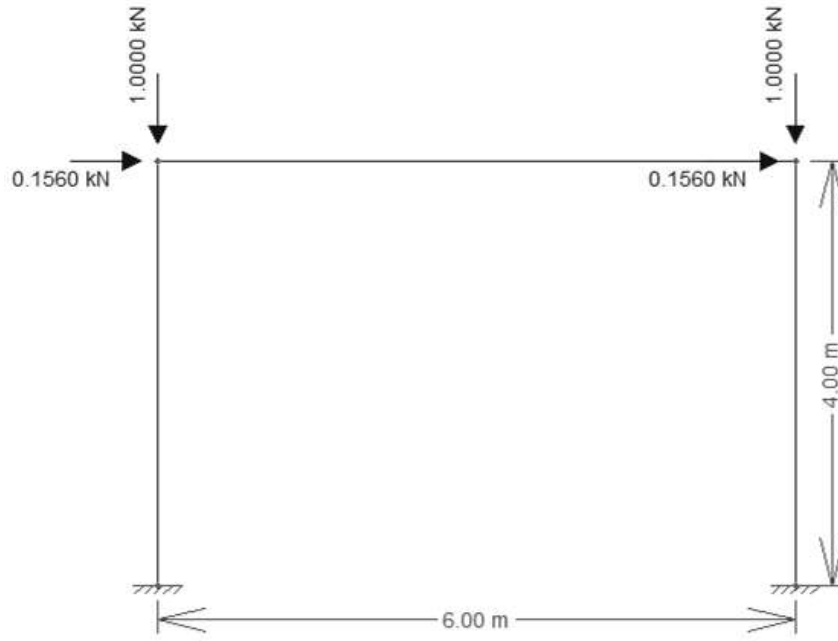
Esforço Transverso



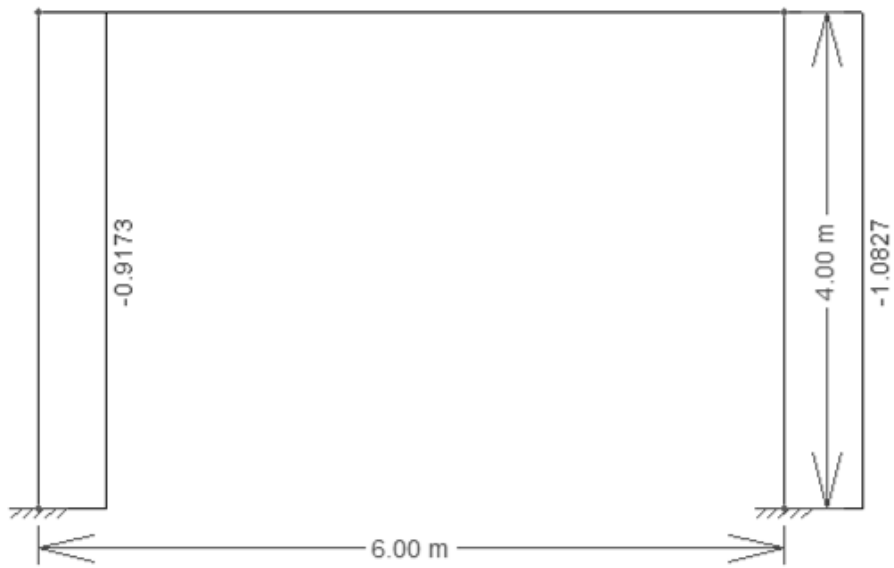
Momento fletor

10%P

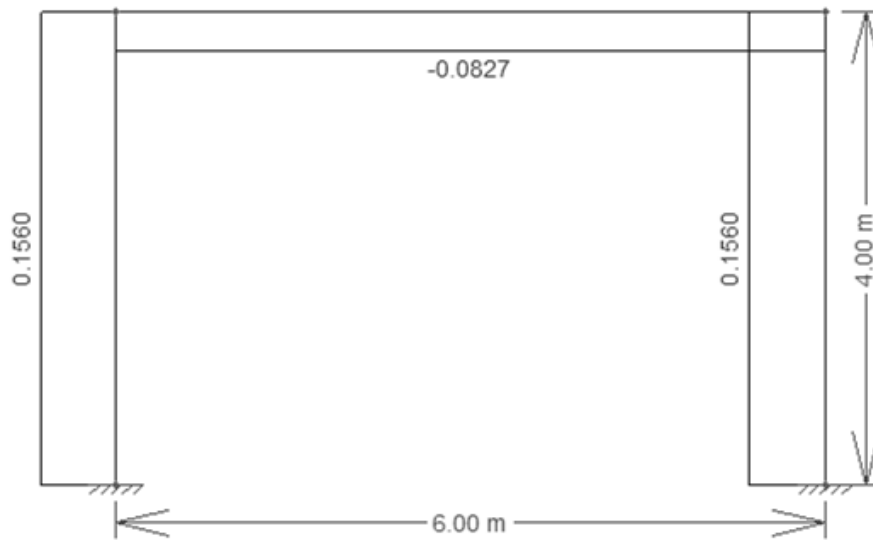
$$3 \leq \alpha_{cr} < 10$$



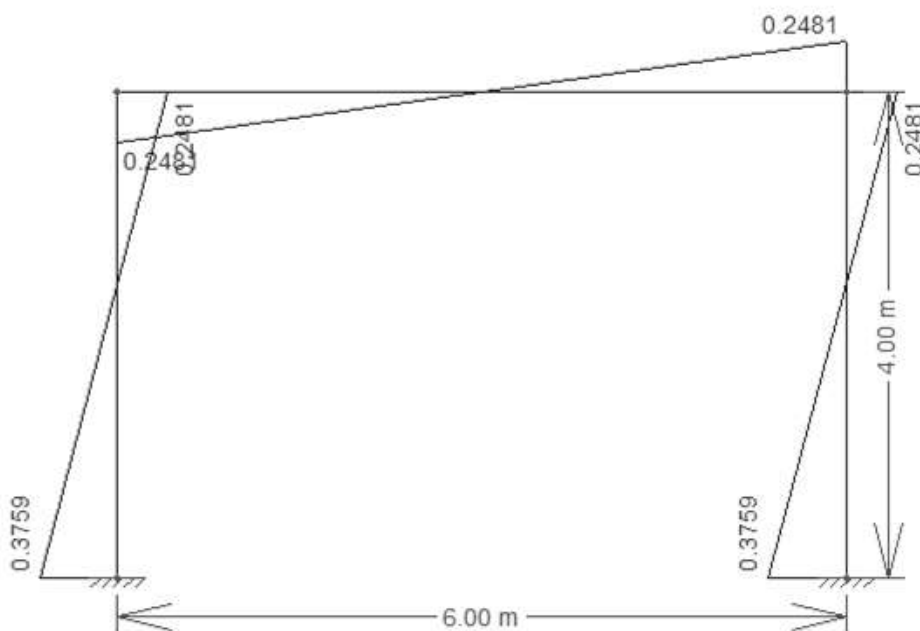
Forças aplicadas no pórtico



Esforço Axial



Esforço Transverso



Momento fletor