Escola Superior de Educação
Instituto Politécnico de Setúbal

Beatriz Russo Ribeiro

Nº 160140004

Histórias com desafios matemáticos – A literatura infantil como meio potenciador da resolução de problemas matemáticos

Relatório da componente de investigação da Unidade Curricular de Estágio IV do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.ºCiclo do Ensino Básico

Setúbal, dezembro de 2018

Beatriz Russo Ribeiro

Nº 160140004

Histórias com desafios matemáticos – A literatura infantil como meio potenciador da resolução de problemas matemáticos

Relatório da componente de investigação da Unidade Curricular de Estágio IV do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.ºCiclo do Ensino Básico

Orientadora: Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes

Setúbal, dezembro de 2018

O futuro se faz agora
E cada erro é uma vitória
Pois a derrota não existe
Não há conquista sem labuta
A vida é uma infinita luta
Onde só perde quem desiste.
(Douglas Rafael)

Agradecimentos

A concretização deste relatório significa muito mais do que o terminar de um ciclo, significa o início da minha vida enquanto profissional da educação, e o início de uma profissão com que sempre sonhei. Chegar até aqui foi uma vitória, não minha, mas nossa.

Em primeiro lugar agradeço à minha mãe por ter acreditado sempre em mim e neste meu percurso! Agradeço igualmente ao meu pai, por todo o apoio que me deu. Ao meu irmão, à minha cunhada, à minha sobrinha, à minha avó, aos meus primos e tios, pois sem vocês nada disto teria sido possível.

Agradeço à minha estrelinha por estar sempre a olhar por mim. Contigo aprendi a ser a mulher lutadora e persistente que sou. Obrigada por tudo, nunca me esqueço das tuas palavras e desse teu sorriso que me traz força nos momentos mais difíceis. Obrigada.

Quero agradecer também às minhas amigas e colegas, à Ana Beatriz, à Joana, à Iolanda, à Vanessa, à Sílvia, à Elisabete porque sem vocês este caminho não teria feito sentido. Obrigada por terem alegrado os meus dias, por termos travado tempestades juntas, por termos feito tantas maluquices, mas são essas que nos fazem ser o grupo que somos. São sem dúvida as melhores pessoas que a ESE me deu. Obrigada.

Agradeço igualmente à minha colega de estágio e de todas as "aflições", à minha Isabelinha. Obrigada por seres um ser humano fantástico e que está sempre pronto a ajudar. Aprendi muito contigo, foste a minha mestre e sabes que gosto muito de ti. Costumo dizer que se não fosses tu eu não teria conseguido chegar ao fim, por isso e por todas as outras coisas, muito obrigada.

Não me posso esquecer do meu Principezinho. Apesar de já ter chegado quase no fim deste percurso foi uma pessoa essencial nesta fase da minha vida. Agradeço toda a paciência que tens para comigo, todo o amor, carinho e acima de tudo toda a tranquilidade que me transmites nos momentos em que mais preciso. Obrigada.

Agradeço a todas as instituições de movimento associativo que fazem parte da minha vida. Foi com vocês que aprendi a ser quem sou e a lutar pelos meus sonhos, pois juntos somos mais fortes. Obrigada a todos.

Agradeço a todas as crianças que conheci ao longo destes cinco anos, pois foram essenciais para o meu futuro e sem dúvida que são mesmo o melhor do mundo. Agradeço especialmente aos meninos e meninas do 3.º ano que contribuíram para que este projeto fosse realizado e também à professora Lucília, por nos ter aberto a sua sala de aula e ter partilhado connosco a sua fantástica prática pedagógica, é sem dúvida um exemplo. Muito obrigada.

Agradeço ainda a todos os professores que me acompanharam desde a licenciatura até ao mestrado pelos conhecimentos transmitidos e acima de tudo pelo apoio incondicional.

Faço um especial agradecimento à minha orientadora, Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes por todo o apoio, compreensão e motivação que demonstrou não só ao longo deste processo, mas sim ao longo de todo o meu percurso escolar na ESE. Obrigada pela pessoa fantástica que é e tive imenso orgulho em ter trabalhado consigo.

Por último, mas não menos importante, a todas as pessoas que contribuem para que esta grande "casa" (ESE) esteja sempre pronta para nos receber. À direção, à D. Céu, à D. Natércia e a todo o pessoal do centro de recursos, às senhoras do bar e em especial à nossa Elsa, à D. Sílvia e a todo o pessoal que nos recebe sempre com um sorriso e está sempre pronto a ajudar em tudo o que precisamos. Muito obrigada por tornarem este lugar tão especial.

A todos…obrigada!

Resumo

O presente estudo, no âmbito da Matemática, tem como principal objetivo compreender o modo como o uso de histórias infantis potencia a aprendizagem da resolução de problemas de multiplicação e de divisão. Como tal, pretende identificar como é que os alunos resolvem os problemas de multiplicação e de divisão e como percecionam o trabalho de resolução de problemas a partir de histórias infantis.

A revisão da literatura encontra-se dividida em três secções distintas: resolução de problemas; a importância da literatura infantil na resolução de problemas; e, por fim, o ensino e a aprendizagem da multiplicação e da divisão.

Inserido no paradigma interpretativo, o estudo é de natureza qualitativa e com uma metodologia baseada na investigação-ação. No estudo participaram vinte e seis alunos do 3.º ano de escolaridade, tendo sido escolhidos três alunos para que se realizasse uma análise aprofundada das resoluções dos seus problemas.

A recolha de dados foi realizada durante a intervenção no contexto através de observação participante, entrevistas informais, recolha documental e inquérito por questionário.

As conclusões deste estudo evidenciam que os alunos utilizaram, no primeiro problema de multiplicação, estratégias maioritariamente aditivas e, no segundo problema, estratégias exclusivamente multiplicativas. Nos problemas de divisão a estratégia mais utilizada é o uso de produtos conhecidos, sendo esta uma estratégia multiplicativa. Para além disto, os dados sugerem que o uso de histórias infantis parece ter permitido que os alunos ficassem mais motivados para a resolução de problemas de multiplicação e de divisão, facilitando assim o desenvolvimento das suas aprendizagens.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Multiplicação e divisão; Estratégias de resolução de problemas; Histórias infantis.

Abstract

The main objective of this study, in the field of Mathematics education, is to understand how the use of children's stories favours multiplication and division problem solving. As such, the study aims to identify how students address multiplication and division problems and how they perceive problem-solving tasks using children's stories.

The literature review is divided into three distinct sections: problem solving; the role of children's literature in problem solving; and, finally, the teaching and learning of multiplication and division.

Adopting the interpretive paradigm, the study is of a qualitative nature and follows an action research-based methodology. Twenty-six Year 3 class pupils (8-9 years) participated in the study, and the problem resolution of three pupils was object of an in-depth analysis.

Data collection was performed during the didactic intervention period using participant observation, informal interviews, documentary collection, and questionnaire survey.

The results show that students used, in the first multiplication problem, mostly additive strategies and, in the second problem, exclusively multiplicative strategies. Division problems were mostly solved using known product strategy, being this a multiplicative strategy. In addition, findings suggest that the use of children's stories motivated pupils for multiplication and division problem-solving tasks, thus facilitating the learning process.

Keywords: Problem solving; Multiplication and division; Problem solving strategies; Children's stories.

Índice

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

Índice de Gráficos

Capítulo I – Introdução

Esta investigação está inserida na Unidade Curricular Estágio IV, do curso de Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º ciclo do Ensino Básico e tem como contexto uma proposta pedagógica desenvolvida numa turma de 3.º ano do 1.º ciclo do Ensino Básico, no ano letivo 2017/2018.

No presente capítulo, apresento o tema do estudo, as motivações que me levaram à realização do mesmo e os objetivos e questões que orientaram todo o trabalho. Seguidamente, exponho a pertinência do tema, quer a nível pessoal, quer teórico. Por último, explicito o modo como está organizado o presente relatório.

1.1. Motivações, objetivo e questão do estudo

Ao longo do meu percurso escolar, a Matemática sempre foi a área/disciplina com que mais me identifico. Desde cedo que a minha relação com a Matemática foi bastante prazerosa, tendo oportunidade de ter professores que me incentivaram nesta área e permitiram que o meu entusiasmo e curiosidade fossem cada vez maiores. Considero que esta relação positiva com a Matemática deve ser incentivada nas crianças logo desde os primeiros anos, pois "a aprendizagem Matemática é construída a partir da sua curiosidade e entusiasmo e é desenvolvida, de forma natural, a partir das suas experiências" (NCTM, 2007, p. 83).

A escolha de trabalhar Matemática no meu projeto de investigação foi, desde logo, um imperativo pessoal e enquanto frequentei as Unidades Curriculares de Iniciação à Prática Pedagógica da Licenciatura em Educação Básica consolidei ainda mais a minha escolha, porque senti muitas dificuldades em interpretar as representações e raciocínios das crianças, uma vez que não conseguia interpretar situações matemáticas que não fossem formais e desse modo necessitava de estudar/investigar acerca das aprendizagens matemáticas das crianças. De acordo com Gaio e Duarte (2004, p. 130) o professor não pode "encarar o ensino da Matemática como uma simples contextualização do ensino formal, mas tem de integrar um adequado conhecimento do conteúdo com um conhecimento didático da Matemática, que lhe permita dar resposta a problemas".

Quando frequentei o estágio I, na valência de jardim de infância, fiquei entusiasmada com o método de trabalho da educadora. Nesta prática observada, participada e refletida por mim, enquanto estagiária, verifiquei que a educadora utilizava as histórias infantis como fio condutor das tarefas que propunha às crianças. A educadora baseava a sua prática no Movimento da Escola Moderna, partindo sempre dos interesses das crianças, ou seja, os livros eram escolhidos de acordo com as temáticas que estas pretendiam trabalhar. A sequência de tarefas iniciava-se com a exploração da história (leitura/dramatização) e só depois surgiam as tarefas que eram interdisciplinares, pois, abordavam várias áreas de conteúdo.

Foi ao refletir sobre esta prática, que, por momentos, pensei em alterar o foco da minha investigação (na área da Matemática) e planeei realizá-la sobre as potencialidades das histórias infantis. Usar as histórias como indutor de tarefas motivava as crianças e fazia com que se envolvessem muito mais nas atividades, talvez pelo facto de as histórias abordarem aspetos próximos do seu "mundo real" ou do seu imaginário.

Quando iniciei o estágio III, numa turma do 1.º ano tentei colocar em prática a metodologia observada no jardim de infância e que pretendia então aprofundar no meu projeto de investigação. Contudo senti-me um pouco perdida, porque apesar de utilizar as histórias como fio condutor das atividades não consegui averiguar as potencialidades das mesmas, uma vez que tentei abranger no meu estudo todas as áreas curriculares. A partir desta experiência refleti sobre a minha escolha de tema e concluí que poderia articular/integrar as duas vertentes em que gostaria de trabalhar, ou seja, por um lado pretendia focar o meu estudo na área da Matemática e, por outro, utilizar como indutor da aprendizagem as histórias infantis.

O meu projeto de investigação intitula-se "Histórias com desafios matemáticos – a literatura infantil como meio potenciador da resolução de problemas de multiplicação e divisão", e tem o seguinte objetivo:

- Compreender o modo como o uso de histórias infantis potencia a aprendizagem da resolução de problemas de multiplicação e divisão.

De acordo com este objetivo, formulei as seguintes questões, que me orientaram no decorrer de toda a investigação:

- Como é que os alunos de 3. º ano resolvem problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis?
- Como é que os alunos percecionam o trabalho de resolução de problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis?

1.2. Pertinência do estudo

A resolução de problemas assume-se como o foco principal do currículo de Matemática (NCTM, 1991, p. 19), deste modo é necessário que seja trabalhada desde os primeiros anos. Começo por explicitar o que entendo por problema "uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados, quando é necessário encontrar-se um caminho para chegar à solução e esta procura envolve a utilização do que se designa por estratégias" (Boavida et al., 2008, p.15).

Atualmente em Portugal, a aprendizagem em Matemática ainda se baseia muito no ensino tradicional, onde se privilegiam exercícios e atividades de memória, que embora importantes não podem ultrapassar a competência de resolução de problemas, porque "quem resolve um problema é desafiado a pensar para além do ponto de partida, a pensar de modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a racionar matematicamente" (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 14).

Para que os problemas sejam vistos não só como um objetivo do ensino da Matemática, mas também como um meio, é necessário que os professores assumam o controlo na exploração dos mesmos, ou seja, os professores são desafiados a selecionar tarefas apropriadas, a orientar os alunos à medida que estes se vão envolvendo na sua resolução e a avaliar a sua compreensão da matemática. Estas responsabilidades essenciais do professor, influenciam o sucesso da atividade de resolução de problemas (Shackow & O`Connell, 2008, p. 9).

Os problemas propostos no âmbito do meu estudo são maioritariamente problemas de multiplicação, uma vez que no 3.ºano de escolaridade esta é a operação com maior notoriedade e é essencial que os alunos desenvolvam os seguintes marcos de aprendizagem:

> "a consolidação do entendimento da um grupo como uma unidade; a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição; a propriedade comutativa; os

padrões de valor de posição associados à multiplicação por 10; a propriedade associativa da multiplicação; a compreensão da relação inversa entre a multiplicação e a divisão e compreensão do sentido proporcional da multiplicação”(Mendes, Brocardo & Oliveira,2011, p. 3)

Para além de problemas de multiplicação, também foram propostos problemas de divisão. Ao resolverem estes problemas os alunos podem recorrer à multiplicação, compreendendo deste modo a relação entre as operações pois, tal como defendem Ponte e Serrazina (2000, p. 254), “para compreender a relação entre as operações é essencial perceber cada uma das operações”.

A Matemática, assim como qualquer outra área curricular, não deve ser trabalhada por “gavetas”, pois as crianças deste nível etário apercebem-se da realidade como um todo globalizado (ME, 2004). Deste modo, achei pertinente relacionar a Matemática com a literatura, sendo estas duas das áreas menos trabalhadas de modo integrado, talvez devido à “dicotomia entre a matemática e a língua, o que leva alguns alunos a afirmarem o gosto por uma delas em oposição à outra” (Menezes, 2011, p. 68).

No âmbito da literatura, usei o livro infantil como indutor das tarefas matemáticas que se irão focar na resolução de problemas. Este é um recurso pedagogicamente rico e poderá contribuir para romper com a visão tradicionalista que existe acerca do ensino da Matemática (Smole, 1995). Por outro lado, a utilização de histórias permite que as crianças aprendam com maior motivação e dedicação e, consequentemente, que desde cedo aprendam a gostar de Matemática, sendo essa a principal tarefa do professor do 1.º ciclo (ME, 2004).

Os livros infantis selecionados para o meu projeto de investigação são “365 pinguins”, “Tantos animais” e “200 amigos ou mais para 1 vaca”. A escolha dos livros prende-se com o facto de serem livros com conteúdo matemático incorporado (Marston, 2014), ou seja, são livros que pretendem entreter os leitores, ao mesmo tempo que apresentam conceitos matemáticos propositadamente incorporados. No caso específico destes livros, a história que apresentam está associada em parte às operações multiplicação e divisão.

Tal como defende Gáston (2008, p. 2) as crianças, ao aprenderem Matemática através da literatura, “tornam-se pensadores e solucionadores de problemas críticos” promovendo deste modo o processo de ensino e aprendizagem em Matemática e, em especial, a resolução de problemas (Santos, 2015).

1.3. Organização do Relatório

O presente relatório encontra-se organizado em seis capítulos. O primeiro e atual capítulo designa-se por "Introdução" e apresenta o tema, a sua pertinência, as minhas motivações e ainda, o objetivo e questões problema da investigação.

O segundo capítulo constitui a revisão da literatura, que está dividida em três secções. Designei a primeira secção por "Resolução de problemas" e nela discuto o conceito de problema de acordo com diversos autores, apresento as fases de resoluções de problemas de acordo com Pólya, e por fim, foco, a importância da resolução de problemas no ensino da Matemática. A segunda secção intitula-se por "O ensino e a aprendizagem da multiplicação e da divisão" e explicita a importância da aprendizagem da multiplicação e da divisão, bem como as estratégias e procedimentos de resolução de problemas que envolvam estas duas operações. Na terceira e última secção deste primeiro capítulo, designada por "A importância da literatura infantil na resolução de problemas" apresento uma discussão, baseando-me em autores de referência, sobre a relação existente entre a literatura infantil e o ensino da Matemática, e ainda sobre as potencialidades da articulação entre estas duas áreas distintas.

No terceiro capítulo, "Metodologia", começo por descrever e justificar as opções metodológicas que adotei, enfatizando e clarificando o paradigma interpretativo e a abordagem qualitativa, assim como a investigação-ação. Seguidamente caraterizo o contexto onde decorreu a investigação, tal como os participantes. Finalmente apresento e caraterizo as técnicas de recolha de dados, destacando a observação participante, a recolha documental, o inquérito por entrevista e por questionário, e ainda, os processos de recolha e de análise de dados.

O quarto capítulo apresenta a "Proposta Pedagógica" que planeei e implementei para a concretização desta investigação. Neste capítulo apresento os problemas propostos aos alunos e o modo como foram trabalhados em sala de aula, descrevendo e refletindo sobre a sua implementação no contexto.

No quinto capítulo, analiso os dados recolhidos, dando ênfase às produções dos alunos. Para além das produções, serão ainda analisadas as entrevistas e inquéritos realizados com os alunos, considerando o objetivo e as questões do estudo que realizei.

Finalmente, no sexto e último capítulo, apresento uma síntese do estudo e tento dar resposta às questões orientadoras da investigação que realizei. Ainda neste capítulo reflito sobre todo o processo de investigação, considerando as dificuldades sentidas e as aprendizagens realizadas ao longo deste trabalho.

Capítulo II – Revisão da literatura

Neste segundo capítulo apresento a revisão da literatura com o objetivo de aprofundar os conhecimentos essenciais da temática de investigação em causa. Inicio com a definição do conceito de problema e em seguida apresento as etapas de resolução de problemas, segundo Pólya. Seguidamente discuto, de acordo com autores de referência, sobre a importância da resolução de problemas no ensino da Matemática. Numa segunda secção, abordo e clarifico aspetos relacionados com a aprendizagem da multiplicação e da divisão e quais as estratégias e procedimentos de resolução de problemas de multiplicação e divisão. Por fim, discuto a importância da literatura infantil na resolução de problemas matemáticos.

2.1. Resolução de problemas

Em Portugal, a partir dos anos 80 do século XX, foram desenvolvidos diversos estudos que tiveram como resultado alterações nas perspetivas curriculares para o ensino da Matemática (Boavida & Menezes, 2012). Saber Matemática era sinónimo de saber calcular, enfatizando-se o domínio de regras e técnicas matemáticas, mas com o decorrer do tempo e a evolução dos estudos concluiu-se que a ênfase deve estar "na utilização da matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar" (DEB, 2001, p. 58). Apesar deste reconhecimento não é visível a sua aplicação na maioria das práticas, tal como afirmam Boavida e Menezes (2012):

> Com efeito, em muitas aulas, não apenas portuguesas, continua a predominar um ensino da Matemática baseado na metáfora da transmissão e em que ao aluno se atribui o mero papel de memorizar ideias, técnicas e procedimentos mesmo que não lhes atribua significado nem compreenda a sua razão de ser (p. 288)

Resolução de problemas é um termo polissémico porque "pode significar coisas diferentes para pessoas diferentes ao mesmo tempo e coisas diferentes para a mesma pessoa em momentos diferentes" (NCTM, 1980, p. 3). Pólya (1968, p. 9) refere que é "encontrar uma saída para uma dificuldade, contornar um obstáculo, atingir um objetivo quando à partida não seria atingido", ou seja, é um processo que requer uma aprendizagem ativa, em que o aluno aprende pelo próprio esforço.

2.1.1. O que é um problema?

Ao falar de resolução de problemas, torna-se imperativo caraterizar o entendimento de problema, dado que muitas vezes é confundido com termos como exercício ou tarefa, no entanto é um conceito difícil de caraterizar dada a sua complexidade (Vale & Pimentel, 2004).

Diversos autores definem problema. Nas Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (1994, p. 11) o termo é apresentado como sendo "uma situação em que uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas", para Lester são simples situações e para Vergnaud é "tudo o que implica a construção de uma resposta ou de uma ação" (Boavida, 1993, p. 101). Tendo por base as definições acima apresentadas realço o facto de um problema ser caraterizado por não ter uma solução óbvia, porque não permite a utilização de um algoritmo que conduza de imediato à solução, tal como acontece nos exercícios.

Tal como já referido na secção da pertinência do estudo, o entendimento assumido neste trabalho para a definição de problema é de Boavida et al. (2008), embora esta definição esteja associada ao que é dito pelo ME (2001) que afirma ser "uma situação não rotineira que constitua desafios para os alunos e em que frequentemente, podem ser utilizadas diversas estratégias" (p. 68).

Em suma, podemos dizer então, que para "resolver um problema é preciso aplicar conhecimentos" (Barros & Palhares, 1997, p. 165) e para além disso saber aplicá-los, sendo para isso "útil ensinar os alunos uma forma sistemática e organizada de resolver problemas" (Lopes, Bernardes, Loureiro, Varandas, Oliveira, Delgado & Graça, 1999, p. 10).

2.1.2. Fases da resolução de problemas

Tal como o termo problema, também as fases da resolução de problemas são muito abrangentes existindo diversos modelos que as anunciam, tais como: IDEAL (Identify Define Explore Act and Look and Learn) defendido por Bransford e Stein (1984); Hayes (1981); Shoenfeld (1985, referido por Afonso, 2008); Lester (1985, referido por Afonso, 2008); Borralho (1990); entre outros. No entanto foi o modelo de George Pólya (1973) que se distinguiu “por ter sido o primeiro e porque serviu de base a todos os outros” (Lopes, et al., 1999, p.10).

Pólya dividiu o seu modelo em quatro fases que constituem o processo de resolução de problemas. A seguinte caracterização das fases foi baseada em Palhares (2004).

A primeira fase é a compreensão do problema, a segunda fase é a delineação de um plano de resolução, a terceira fase é a execução do plano e, por último, a verificação e interpretação do resultado obtido.

Na fase de compreender o problema o aluno deve identificar os dados, o objetivo e as condições do problema. É nesta fase que pode tentar explicar o enunciado por palavras suas, caso isso aconteça, confirma-se que o aluno compreendeu o que é solicitado.

Após a compreensão sobre o problema estar adquirida é necessário delinear o plano de resolução, ou seja, o aluno irá escolher que caminho vai seguir e, para isso, pode tentar diversas estratégias ou relacionar o problema em questão com outros que já tenha resolvido, para mais facilmente chegar à solução.

A terceira fase consiste na execução do plano, e é aqui que o aluno vai chegar à solução testando o planeamento que fez. Caso a execução não produza quaisquer soluções o aluno terá de voltar à segunda fase, planeando e testando outras estratégias diferentes.

Na verificação e interpretação do resultado obtido, o aluno verifica se a solução obtida se relaciona com as condições apresentadas anteriormente no enunciado (Palhares, 2004).

Apesar do modelo promovido por Pólya ser uma referência essencial para todos os investigadores da área da matemática, não é de todo simples de ser aplicado no Ensino Básico, sendo sugerido “para problemas bastante mais complexos” (Boavida et al., 2008, p. 22), contudo autores como Fernandes, Vale, Fonseca e Pimentel (1995) propuseram uma adaptação ao modelo de Pólya que é constituída apenas por três fases (Ler e compreender o problema; Fazer e executar um plano; Verificar a resposta) e é sugerida por Boavida et al. (2008) a sua utilização nos primeiros anos do ensino básico.

2.1.3. A importância da resolução de problemas

A resolução de problemas não é um tema recente. Em 1933 John Dewey considerou que o desenvolvimento de capacidade de resolução de problemas era um objetivo fundamental da educação (Valente & Neto, 1989). De acordo com esta consideração, a resolução de problemas é um processo que rompe com o ensino tradicional, que se baseia na aprendizagem de conteúdos, onde é importante que os alunos "memorizem dados e efetuem cálculos" (O´Connell, 2007, p. 7).

Ao longo dos anos, o tema da resolução de problemas tem sido frequentemente abordado, talvez devido ao facto do principal objetivo da educação ser ensinar os mais novos a pensar, e da resolução de problemas requerer o desenvolvimento do raciocínio lógico, a estimulação do pensamento e a criatividade (Boavida, 1992).

Tal como defende Boavida (1993, p. 92) a resolução de problemas tem uma "dimensão insubstituível e indispensável à produção de conhecimento científico, nomeadamente de conhecimento matemático" e deste modo tem vindo a ser reconhecida a sua importância no currículo nacional de Matemática. Os documentos normativos nas últimas décadas enfatizam a importância da resolução de problemas destacando o facto de ser fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático da criança, logo desde o pré-escolar.

O Currículo Nacional para o Ensino Básico – Competências Essências (ME, 2001, p. 68) refere que "a resolução de problemas constitui, em matemática, um contexto universal de aprendizagem e deve, por isso, estar presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas atividades".

Também o documento da Organização Curricular e Programas do 1.º ciclo do Ensino Básico (ME, 2004, p. 164) referia que a resolução de problemas "coloca o aluno em atitude ativa de aprendizagem, quer dando-lhe a possibilidade de construir noções como resposta às interrogações levantadas, quer incitando-o a utilizar aquisições feitas e a testar a sua eficiência".

No mesmo sentido, no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007, p. 6) a resolução de problemas é apresentada como sendo uma capacidade transversal de aprendizagem ao longo dos três ciclos e é "uma atividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático".

O atual programa de Matemática aduz a resolução de problemas como um dos principais objetivos do ensino básico, porque "é fundamental que os alunos não terminem este ciclo de ensino conseguindo responder corretamente apenas a questões de resposta imediata" (ME, 2013, p. 5).

Também em documentos curriculares ou de natureza curricular internacionais a resolução de problemas é tida em conta como um processo importante na aprendizagem da matemática. A UNESCO (1990) equivale a importância da resolução de problemas com a aprendizagem da leitura e da escrita, já o NCTM (1991, p. 29) refere que "a resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas".

A resolução de problemas permite explorar diversos conteúdos matemáticos, visto que "os bons problemas proporcionam aos alunos a oportunidade de consolidar e ampliar os seus conhecimentos e podem estimular a aprendizagem da matemática" (NCTM, 2007, p. 57), contudo há que ter em conta tarefas que proporcionem aos alunos oportunidades de se envolverem ativamente no raciocínio, na criação de sentido e na resolução de problemas, para que eles desenvolvam uma compreensão profunda da matemática (NCTM, 2014).

Para além dos aspetos mencionados anteriormente, a resolução de problemas é importante porque permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares (Boavida et al., 2008), o que permite que a aprendizagem seja um processo interdisciplinar, pois "envolve sempre a mobilização integrada de capacidades, conhecimentos, estratégias, atitudes, enfim, de competências diversificadas" (Costa & Mendes, 2017, p. 1).

2.2. A importância da literatura infantil na resolução de problemas

A literatura infantil acompanha-nos desde os primeiros anos de vida, mas nem sempre lhe damos o devido valor e definimo-la banalmente como sendo os "livros para as crianças". Na verdade, a literatura infantil é muito mais do que isso, mas por ser um termo tão complexo, não há uma única definição para o mesmo. Autores como Soriano (1975), Bicchhonnier (1991), Cervera (1992), Judith Hillman (1995), Zilberman (1995) e mais recentemente Mesquita e Parafina (2002) definiram o conceito literatura infantil, mas foco-me na definição de Cervera (1991) que afirma que a literatura para a infância é qualquer produção que tenha como veículo a palavra com toque artístico e criativo e que tenha como destinatário a criança (Bastos, 1999).

A literatura infantil é um recurso importante para o desenvolvimento de competências linguísticas nos primeiros anos de escolaridade. A utilização deste recurso promove a "emergência da literacia de leitura e envolvimento positivo com livros e leitura, a compreensão de histórias; o desenvolvimento de capacidades linguísticas e da consciência linguística" (Costa & Mendes, 2017, p. 2). Assim como desenvolve competências linguísticas, a literatura infantil também pode desenvolver um contexto adequado para construir significados matemáticos (Janes & Strong, 2014).

A Matemática e a Literatura são duas áreas curriculares que têm estado pouco interligadas, tal como referem Souza e Passos (2005, p. 3) "a língua materna e a matemática estão presentes nos programas curriculares desde o início da escolaridade, porém apresentadas de forma fragmentada". Este facto pode ser alterado ao utilizar-se a literatura infantil como recurso no processo de ensino de Matemática o que permite motivar os alunos, estabelecer conexões com os seus interesses e criar contextos de aprendizagem mais significativos, funcionando assim como uma estratégia poderosa para desenvolver o conhecimento e capacidades matemáticas (Cook, 2011; Harb, 2007; Menezes, 2011; NCTM, 2000; Smole, 2000). Para além destes aspetos, a literatura infantil faz face à diversidade, na medida em que os alunos são capazes de se adaptar mais facilmente ao contexto de aprendizagem e construir diferentes tipos de conhecimento matemático, que podem ir desde o mais informal até ao mais formal, dependendo das vivências e do grau de desenvolvimento cognitivo de cada aluno (NCTM, 2000).

Utilizar como metodologia a interdisciplinaridade, ou seja, trabalhar duas áreas curriculares simultaneamente, neste caso Português e Matemática só poderá trazer benefícios para qualquer uma delas, pois

> "a matemática dá ao português, e em particular à literatura, estruturação de pensamento, organização lógica e articulação do discurso. O português dá à matemática capacidades comunicativas como a leitura e interpretação de texto (escrito e oral) e também capacidades de expressão (escrita e oral, em particular a discussão). (Menezes, 2011, p. 69)

A permeabilidade entre as duas áreas pode acontecer, como já referido, através da literatura infantil, mas é essencial que haja uma seleção criteriosa dos livros a utilizar. Tal como referem Van den Heuvel-Panhuizen e Elia (2012) é necessário analisar as ideias matemáticas incorporadas, o público alvo a que se destinam e a possibilidade de se estabelecerem conexões. Para Marston (2010) há que ter atenção não só ao texto, mas também às imagens, dado que a inter-relação entre texto e imagens visuais em livros infantis é fundamental para entender como as crianças formam conceitos, incluindo os conceitos matemáticos. A mesma autora categoriza os livros infantis que podem ser utilizados em matematica em três categorias: conteúdo percecionado, conteúdo explícito e conteúdo incorporado.

Os livros com conteúdo percecionado apresentam, sem intencionalidade, os conteúdos matemáticos, ou seja, são livros que têm fundamentalmente objetivos de fruição literária. Livros com conteúdo explícito são escritos com informações explícitas a conteúdos matemáticos, como por exemplo os livros para "contar". Por fim, os livros com conteúdo incorporado são livros com finalidades de fruição literária, mas que incluem intencionalmente ideias matemáticas. Os livros infantis incluídos em qualquer uma das categorias podem fomentar a aprendizagem da Matemática, no entanto no presente trabalho foram apenas usados livros com conteúdo matemático incorporado.

É possível concluir que a literatura infantil pode aumentar a motivação para a aprendizagem da Matemática, pois relaciona conceitos matemáticos com o quotidiano do aluno e proporciona a resolução de problemas matemáticos (Cook, 2001; Harb, 2007), para além disso possibilita a reflexão e diálogo sobre as ideias, conceitos matemáticos e outras áreas de conhecimento, o que permite que o aluno tenha uma visão ampla do conhecimento (Souza & Oliveira, 2010).

2.3. O ensino e a aprendizagem da multiplicação e da divisão

Nesta secção discuto aspetos relacionados com a aprendizagem da multiplicação e da divisão, focando a minha discussão nos documentos curriculares em vigor. Ainda nos tópicos relacionados com a aprendizagem da multiplicação e da divisão faço uma breve referência à progressão de aprendizagem destas operações, atendendo a autores que se debruçam sobre esta temática. Por fim, apresento e discuto estratégias/procedimentos de resolução de problemas de multiplicação e de divisão.

Na aprendizagem da multiplicação e da divisão é importante que os alunos desenvolvam o sentido de número, uma vez que "a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido de número e a aquisição do cálculo aritmético constituem o cerne da educação matemática" (NCTM, 2007, p. 34).

Tendo em conta a afirmação acima transcrita torna-se importante caraterizar o sentido de número, que segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) refere-se a:

> Uma compreensão geral do individuo sobre os números e as operações juntamente com a capacidade e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis na manipulação dos números e das operações. Reflete uma capacidade e uma predisposição para usar os números e os métodos de cálculo como um meio de comunicação, processamento e tratamento de informação (p. 3).

O desenvolvimento do sentido de número é um processo que se realiza ao longo de todo o percurso escolar (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999) e é necessário para ter um cálculo mental flexível (Ell, 2001). Por sua vez, autores como Baek (1998) ou Heirdsfield e Cooper (2004) defendem que o desenvolvimento de cálculo mental promove o sentido de número.

Quando refiro cálculo mental refiro-me ao cálculo "com a cabeça", mas com compreensão (Anghileri, 2003), ou seja, neste tipo de cálculo os alunos recorrem ao conhecimento sobre os números, às relações numéricas e às propriedades das operações, podendo utilizar registos escritos (Buys, 2008). Tendo em conta esta caracterização é inevitável relacionar o cálculo mental com o sentido de número, dado que o desenvolvimento de um promove o desenvolvimento do outro (Varol & Farran, 2007).

A multiplicação e divisão são operações indispensáveis de serem exploradas em conjunto uma vez que a relação entre a multiplicação e a divisão conduz à evolução de estratégias utilizadas pelos alunos nas resoluções dos problemas (Mendes, 2013). Tendo em conta a afirmação anterior, a relação entre a multiplicação e a divisão deve ser evidente para os alunos logo desde os primeiros anos de ensino.

2.3.1. A aprendizagem da multiplicação

A aprendizagem da multiplicação deve ser perspetivada tendo em conta um desenvolvimento gradual, ou seja, começando por se utilizar formas informais de cálculo até se atingir as mais formais (ME, 2007). Para além deste aspeto, as Normas para o

Currículo e a Matemática Escolar evidenciam que “um trabalho contínuo, com os números e as suas propriedades, constrói os fundamentos da compreensão e uso de símbolos e expressões algébricas” (NCTM, 2007, p. 3).

Contudo, o Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2013) refere que no 1.º ciclo a “memorização e compreensão são complementares” (p. 4) relativamente à multiplicação, ou seja, evidencia que o importante é conhecer as tabuadas de memória, afirmando mesmo que “conhecer as tabuadas básicas de memória, permite poupar recursos cognitivos que poderão ser direcionados para a execução de tarefas mais complexas” (p. 4). Para além disso também defende que é importante desenvolver a compreensão multiplicativa através da resolução de problemas, tal como evidencia a meta curricular “problemas de um ou mais passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório” (ME, 2013, p. 8).

O cálculo mental também não é referido no novo Programa de Matemática (ME, 2013), mas é utilizado o termo fluência de cálculo, que deve ser desenvolvida através de “atividades que os [professores] considerem convenientes e apropriadas” (p. 6).

Segundo o Programa de Matemática (ME, 2013, p. 6), “é fundamental que os alunos adquiram (…) fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos”, ou seja, uma das preocupações deste documento parece ser que os alunos consigam calcular facilmente com os algoritmos, quando as suas intencionalidades deveriam de estar centradas na compreensão dos números, formas de representação dos números e relação entre os números e sistemas numéricos; compreender o significado das operações e o modo como se relacionam entre si (NCTM, 2007).

Focando-me no ensino e aprendizagem da multiplicação há investigações como as de Fosnot e Dolk (2001), Jacob e Willis (2003) e Brocardo, Delgado e Mendes (2005) que têm estudado esta temática.

Fosnot e Dolk (2001) defendem que a aprendizagem da multiplicação deve ser fundamentada em cinco “grandes ideias” (big ideas), que são: compreensão de grupo como unidade; propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtração; propriedade comutativa; propriedade associativa; e, padrões de valor de posição associados à multiplicação por 10.

A compreensão de grupo como unidade relaciona-se com o facto de os alunos utilizarem números para a contagem de objetos e passarem para a contagem por grupos (Fosnot & Dolk, 2001).

A segunda grande ideia, propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtração, relaciona-se com a compreensão de que numa multiplicação, a decomposição dos fatores, bem como a adição ou subtração dos produtos parciais, não altera o resultado do produto dos fatores iniciais (Fosnot & Dolk, 2001).

A propriedade comutativa da multiplicação remete para o facto de na multiplicação a troca de ordem dos fatores não altera o produto final (Fosnot & Dolk, 2001).

A ideia referente à propriedade associativa da multiplicação relaciona-se com o facto de os fatores poderem ser agrupados de diferentes formas sem que exista qualquer alteração no produto final (Fosnot & Dolk, 2001).

A última ideia, padrões de valor de posição associados à multiplicação por 10, relaciona-se com a propriedade comutativa da multiplicação e com a multiplicação por 10. Com esta ideia é importante que os alunos compreendam que calcular 5x10 ou 10x5 é exatamente igual, não induzindo pela explicação de que quando se multiplica um número por 10 basta acrescentar um 0 no resultado (Fosnot & Dolk, 2001).

Também Jacob e Willis (2003) consideram que para se progredir na aprendizagem da multiplicação os alunos têm de passar por cinco fases: contar um a um; composição aditiva; contar de vários para um; relações multiplicativas; e, operando com operadores.

Na primeira fase, contar um a um, o aluno conta objeto a objeto, para conseguir descobrir o número total de objetos, e, caso a ordem seja alterada, o aluno sente necessidade de voltar a contar tudo de novo (Jacob & Willis, 2003).

A composição aditiva carateriza-se pelo facto de os alunos já compreenderem que a quantidade é permanente e também já reconhecem grupos iguais, recorrendo muitas vezes a contagens por saltos ou adições repetidas (Jacob & Willis, 2003).

A fase contar de vários para um obriga que o aluno considere o número de grupos e o número de elementos por grupo, para que consiga adicionar repetidamente esse número, sabendo que o tem de repetir pelo número de grupos existentes (Jacob & Willis, 2003).

Na fase das relações multiplicativas é que os alunos compreendem que a multiplicação envolve três aspetos, que são o multiplicando, o multiplicador e o produto (Jacob & Willis, 2003).

A fase calculando com operadores significa que o aluno recorre a diversas operações para resolver a multiplicação proposta (Jacob & Willis, 2003).

À semelhança do que acontece com outras operações, a aprendizagem da multiplicação desenvolve-se em três níveis distintos designados por cálculo por contagem, estruturado e por último formal (Brocardo, Delgado & Mendes, 2005).

O cálculo por contagem é considerado o primeiro nível da multiplicação. Neste nível os alunos utilizam estratégias e procedimentos de adições sucessivas, não utilizando a multiplicação como operação. Por exemplo, apresenta-se uma caixa de fruta e pede-se para calcular o número total de frutas, espera-se que efetuem cálculos multiplicativos recorrendo ao modelo de disposição retangular, mas se efetuarem contagens de 2 em 2, 3 em 3 ou 4 em 4 estão a recorrer a adições sucessivas e não à multiplicação (Brocardo et al., 2005).

O cálculo estruturado é o segundo nível de cálculo multiplicativo. Neste caso os alunos já estabelecem relação entre uma mesma quantidade que se repete um determinado número de vezes, ou seja, estrutura-se para multiplicar. Exemplificando com o exemplo anterior, o aluno pode observar a caixa e referir que são 20 frutas, tendo utilizado o modelo linear ou retangular para lá chegar. No modelo linear o aluno iria à mesma recorrer a adições sucessivas somando o número de frutas por filas, já no modelo retangular multiplicaria o número de frutas da horizontal pelo número de frutas da vertical (Brocardo et al., 2005).

O último nível de cálculo corresponde ao cálculo formal. Neste nível os alunos já conseguem estabelecer diferentes relações numéricas efetuando o cálculo do produto entre dois números, não necessitando assim de recorrer a modelos de apoio de cálculo. Por exemplo, para calcularem 6×14 recorrem à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e fazem $6\times14= 6\times10 + 6\times4$, decompondo o 14 em números mais familiares e fáceis de trabalhar (Brocardo et al., 2005).

Fosnot e Dolk (2001) defendem, tal como Mendes, Brocardo e Oliveira (2011), que no 3.º ano de escolaridade são marcos essenciais da aprendizagem da multiplicação

> a consolidação do entendimento de um grupo como uma unidade; a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição; a propriedade comutativa; os padrões de valor de posição associados à multiplicação por 10; a propriedade associativa da multiplicação; a compreensão da relação inversa entre a multiplicação e a divisão e a compreensão do sentido proporcional da multiplicação. (p. 3)

Para que estes marcos sejam atingidos com mais facilidade é importante que sejam desenvolvidos através da resolução de problemas, tal como é referido no Programa de Matemática (ME, 2013) e pelo NCTM (2007), pois assim os alunos exploram uma grande variedade de situações, que embora trabalhem a mesma operação têm estruturas diferentes e desenvolvem aspetos diferentes associados à operação multiplicação.

2.3.2. Estratégias de resolução de problemas de multiplicação

As estratégias de resolução de problemas são indicadoras do modo como os alunos compreendem os números e os utilizam e as operações (Anghileri, 1989 citado por Mendes, 2012), já os procedimentos correspondem à forma como os alunos usam os números, ou seja, todos os cálculos que utilizam para chegarem à solução do problema (Beishuizen, 1997).

As estratégias e procedimentos de cálculo utilizados pelos alunos na resolução de problemas de multiplicação vão evoluindo à medida que os alunos adquirem mais conhecimentos sobre a multiplicação e, por sua vez, esses estão relacionados com as ideias matemáticas que cada aluno possui (Dolk, 2008).

Os alunos recorrem a diversos procedimentos quando resolvem tarefas de multiplicação (Mendes, Brocardo & Oliveira, 2011), desse modo Ambrose, Baek e Carpenter (2003), Baek (2006) e Mendes (2012) organizaram esses procedimentos/estratégias em categorias. No estudo realizado por Ambrose et al. (2003) os autores categorizaram as estratégias em modelação direta, uso de adições e de dobros, e algoritmos inventados usando o número dez. Para as duas últimas categorias mencionadas, os autores, definiram estratégias mais especificas:

- Uso de adições e de dobros: adição de dobros; uso completo de dobros e construção a partir de outros fatores;

- Algoritmos inventados usando o número dez: partição do multiplicador em dezenas e unidades; partição do multiplicador e do multiplicando.

A estratégias de adição de dobros, defendida por Ambrose et al. (2003) consiste na estratégia abstrata mais simples. Na estratégia do uso completo de dobros os alunos têm de compor o multiplicador a partir de dobros sucessivos do multiplicando. Por fim, na estratégia de construção a partir de outros fatores, os alunos decompõem o multiplicador de modo a obter produtos mais fáceis de serem calculados. De acordo com os autores as propriedades associativa e distributiva da multiplicação em relação à adição estão subjacentes no uso destas estratégias, embora de forma implícita.

A estratégia de algoritmos inventados usando o número dez consiste no uso de uma estratégia abstrata inventada e que não envolva a manipulação de materiais manipuláveis concretos (Ambrose et al., 2003).

Baek (2006) organizou as estratégias em cinco categorias: modelação direta, adição repetida, uso de dobros, estratégias de compensação e estratégias de partição de números.

As estratégias de modelação direta são utilizadas quando os alunos recorrem a materiais manipuláveis ou desenhos nas suas resoluções. A adição repetida é usada quando o aluno adiciona repetidamente o multiplicando, por exemplo, para resolver 4x6 o aluno faz 6+6+6+6. A adição de dobros relaciona-se com a adição repetida e serve para torná-la mais rápida, ou seja, seguindo o exemplo anterior, o aluno em vez de calcular 6+6+6+6 iria calcular 12+12. Segundo Baek (2006) nas estratégias de compensação os números são ajustados tendo em conta as suas caraterísticas e esses ajustes podem ser feitos no multiplicador, multiplicando ou em ambos. Como exemplo desta estratégia, a investigadora apresenta o cado de uma criança que, para calcular quantas maçãs há em 15 caixas de 177 maçãs cada, usa o facto de saber que 15=5×3, calculando primeiro 3×177 e depois 5×3×177 (Baek, 1998). O uso da estratégia de partição de números permite que os alunos desenvolvam um conhecimento mais aprofundado do sistema decimal, que será útil para a resolução de diversos problemas.

Importa referir que as estratégias de modelação direta e de adição repetida são estratégias mais concretas e, por sua vez, são as mais utilizadas nos primeiros anos de escolaridade, já as restantes estratégias são consideradas mais abstratas e requerem conhecimentos matemáticos mais avançados, daí serem utilizadas apenas em ciclos mais avançados (Baek, 2006).

Por último, Mendes (2012) no seu estudo organizou os procedimentos em categorias globais e para cada uma dessas categorias identificou e caraterizou procedimentos específicos, como evidencia a Tabela 1.

Tabela 1 - Procedimentos usados pelos alunos na resolução de problemas (Mendes, 2012)

Categoria de procedimentos	**Procedimentos específicos**
Procedimentos por contagem	Contar por saltos
Procedimentos aditivos	Adicionar sucessivamente
	Adicionar dois a dois
	Adicionar em coluna
Procedimentos multiplicativos	Usar produtos conhecidos
	Usar relações de dobro
	Usar múltiplos de 5 e de 10
	Usar decomposição não decimal de um dos fatores
	Usar decomposição decimal de um dos fatores
	Ajustar e recompensar
	Usar relação de dobro metade
	Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência
	Multiplicar em coluna

No início da aprendizagem os alunos recorrem maioritariamente a estratégias de contagem (procedimento de contagem) e aditivas (procedimento aditivo), talvez porque nos primeiros anos de escolaridade é complicado "pensar num grupo enquanto unidade, aspeto essencial ao raciocínio multiplicativo" (Mendes, Brocardo & Oliveira, 2013, p. 156). Tal facto não representa desvantagens para a aprendizagem da multiplicação porque "a multiplicação está relacionada com a adição, mas no raciocínio multiplicativo existem outros aspetos e relações que vão sendo trabalhados ao longo de toda a escolaridade" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 151). Importa salientar que na análise de dados deste estudo, são as categorias estabelecidas por Mendes (2012) que servem de referência para analisar as resoluções dos alunos caso, contudo embora esta autora distinga estratégias de procedimentos considero neste estudo apenas o termo estratégias, incluindo nele a caracterização de estratégias e procedimentos de Mendes (2012).

2.3.3. A aprendizagem da divisão

A ideia de divisão é desde cedo adquirida pelas crianças (Loureiro, 1996), nem que seja nas simples brincadeiras de partilha de objetos. Brocardo, Serrazina e Rocha (2008), referem que "a aprendizagem da divisão deve ser feita em estreita relação com a aprendizagem da multiplicação." (p. 183) e, por isso, é essencial resolver tarefas diversificadas, onde seja possível construir diferentes estratégias de cálculo, explorar propriedades das operações e respetivamente explorar a relação com a multiplicação.

O Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2013) refere que no 1.º ciclo "o domínio de procedimentos padronizados, como por exemplo algoritmos e regras de cálculo, deverá ser objeto de particular atenção", ou seja, parece que o que é de incentivar é que os alunos compreendam como se "fazem as contas" e não o seu significado ou relação com outras operações, daí o sentido de número estar ausente neste documento curricular. Ainda assim é importante que no primeiro ciclo os alunos compreendam a divisão nos sentidos de medida e de partilha e mais tarde o sentido de razão (ME, 2013).

Geralmente é referido que os professores iniciam o ensino da divisão pela resolução de tarefas que envolvam o sentido de partilha, porque nas brincadeiras de "faz de conta" é o mais utilizado pelas crianças. Um exemplo de um problema com sentido de divisão por partilha é "com 12 bombons e 3 amigos distribuindo igualmente, quantos bombons calham a cada um?" (APM, 2004).

Autores como Fosnot e Dolk (2001) afirmam que os alunos revelam, por vezes, maior dificuldade na resolução de situações de partilha do que de medida, talvez devido ao facto de nestes casos haver a formação de agrupamentos com igual número de elementos (Loureiro, 1996), sabendo à partida o número de elementos de cada agrupamento, o que não acontece nos problemas de partilha. Um exemplo de problema de divisão por medida é "12 bombons estão guardados em caixas. Cada caixa contém 3 bombons. Quantas caixas são necessárias?" (APM, 2004).

A divisão como razão relaciona e compara duas medidas da mesma grandeza, mas deve ser trabalhado sobretudo em ciclos posteriores, dado que "envolve problemas mais complexos que só posteriormente devem ser apresentados aos alunos e em contextos percetíveis para estes" (Rocha, Rodrigues & Menino, 2007, p.20). Exemplo de um problema de divisão como razão é "O pai do João ganha 1000€ por mês e o pai do Francisco ganha 500€ também por mês. Compara os dois vencimentos. O que tens a dizer?" (APM, 2004).

2.3.4. Estratégias de resolução de problemas de divisão

As estratégias de resolução de problemas são uma forma de abordagem que um certo indivíduo utiliza para solucionar uma ou várias questões, sendo que as estratégias utilizadas nas tarefas de divisão podem relacionar-se com três outras operações aritméticas, a adição, a subtração e a multiplicação (Ponte & Serrazina, 2000).

Autores como Ambrose, Baek e Carpenter (2003), Hartnett (2007) e Mendes (2012) analisaram resoluções de problemas de divisão e categorizaram as estratégias encontradas. Ambrose et al. (2003) organizou as estratégias em quatro categorias: trabalhar com um grupo de cada vez; não decompor o dividendo; decompor o dividendo; e, estratégias de construção.

A primeira categoria, trabalhar com um grupo de cada vez, carateriza-se pelo facto de os alunos realizarem subtrações sucessivas do divisor a partir do número maior, adições sucessivas do número mais pequeno até perfazer o número maior ou o que estiver mais próximo. O exemplo dado pelos autores é o cálculo de 228:12 (partilhar 228 smarties por 12 crianças), em que uma criança, através de um esquema distribui 10 smarties por cada criança, depois 5 e, em seguida 2, duas vezes, até os esgotar (Ambrose et al., 2003).

Não decompor o dividendo, corresponde à segunda categoria, e requer uma estratégia mais abstrata e por sua vez mais avançada comparativamente à anterior. Relaciona-se com a subtração e recorre à compreensão da estrutura decimal e ao uso de múltiplos de 10. Por exemplo, para embalar 896 maçãs em embalagens de 35 cada, um problema de divisão por medida, um aluno começa por pensar em múltiplos de dez do divisor. Então subtrai duas vezes 350 (10×35) do dividendo, depois duas vezes 70 (2×35) e, finalmente, 35. Deste modo, o quociente é obtido adicionando 10+10+2+2+1 (Ambrose et al., 2003).

A terceira categoria, intitulada decompor o dividendo, carateriza-se pelo uso da decomposição do dividendo em centenas, dezenas, unidades e de divisões parciais. Um exemplo apresentado pelos autores reporta para a decomposição do número 896 em centenas, dezenas e unidades, dividindo cada um desses números por 35, para obter o resultado da operação 896:35 (Ambrose et al., 2003).

As estratégias de construção são a última categoria e é considerada por Ambrose et al. (2003) a menos eficiente, porque os alunos não pensam nos produtos que se aproximam do dividendo correspondente, tal como mostra o exemplo da divisão de 544:17. Nesta situação o aluno partia dos múltiplos de 10 e multiplicava 17x10=170. Seguidamente, adicionava sucessivamente 170 até chegar a 510, que é o número mais próximo de 544. Depois adiciona 34 (2×17) para chegar ao total de 544. Assim adiciona-se 10+10+10+2, obtendo-se 32 no quociente (Ambrose et al., 2003).

Numa fase inicial da aprendizagem da divisão, os alunos não recorrem às estratégias supramencionadas por serem abstratas, considerando a compreensão que possuem da operação, no entanto podem recorrer a registos informais baseados em desenhos, esquemas ou outras operações de maneira a compreenderem o processo de cálculo associado à divisão.

Hartenett (2007) organiza as estratégias de divisão em cinco categorias: contar para a frente e para trás, usar dobros e/ou metades, usar o valor de posição, ajustar e compensar e usar repartições de números. Dentro de cada categoria existem as subcategorias de estratégias, que a autora relaciona com outros autores que já estudaram as estratégias de cálculo associadas a esta operação.

Por último, tal como aconteceu para a multiplicação, Mendes (2012) no seu estudo organizou os procedimentos em categorias globais e para cada uma dessas categorias identificou e caraterizou procedimentos específicos, como explicitado na Tabela 1. Para além dessas estratégias identificadas, no caso dos problemas de divisão, os alunos também recorreram a procedimentos subtrativos, mais especificamente realizaram subtrações sucessivas, de forma a resolver os problemas de divisão propostos.

Importa referir que a aprendizagem da divisão deve ser realizada tendo em conta a sua relação com a multiplicação, uma vez que a divisão poderá surgir informalmente como inversa desta operação (Treffers & Buys, 2008, cit. por Mendes, 2013). Para além disso, são mobilizadas estratégias de multiplicação na resolução de problemas de divisão, tal como defendem Fosnot e Dolk (2001), quando referem que as situações multiplicativas podem ser resolvidas por divisão ou multiplicação e que a construção do raciocínio multiplicativo irá proporcionar aos alunos uma ferramenta poderosa para a resolução de outros problemas.

Capítulo III – Metodologia

Neste capítulo apresento as opções metodológicas adotadas, caraterizo o contexto e a escolha dos participantes, as técnicas de recolha de dados e por fim, o processo de recolha e de análise de dados.

A primeira secção designa-se por opções metodológicas e apresenta de acordo com fontes teóricas a abordagem qualitativa, dando enfase à abordagem da investigação ação. Na segunda secção, caraterizo o contexto da investigação e a turma, assim como a seleção dos participantes, explicitando os critérios de escolha. Na secção de técnicas e recolha de dados explicito as técnicas de recolha de dados usadas, nomeadamente, a observação participante, a recolha documental, a entrevista e o questionário. Finalmente, na quarta secção, descrevo o processo de recolha de dados, assim como a análise que fiz dos mesmos.

3.1. Opções metodológicas

Existem diversas metodologias investigativas, mas tal como defendem Alami e Moussaoui (2010, p. 19) "a pertinência de um método deve ser avaliada à luz do objeto da pesquisa. Ela depende do seu contexto de utilização, dos objetivos determinados para a pesquisa e, mais globalmente, da questão a ser tratada". De acordo com esta afirmação, optei por adotar uma abordagem qualitativa, que por sua vez se inseriu numa perspetiva de investigação ação.

3.1.1. Abordagem qualitativa

Um paradigma de investigação pode definir-se como "um conjunto de postulados, de valores conhecidos, de teorias comuns e de regras que são aceites por todos os elementos de uma comunidade científica num dado momento histórico" (Coutinho, 2011, p. 9). Globalmente existem três tipos de paradigmas: sócio críticos, quantitativos ou qualitativos. No campo educacional a investigação pode assumir-se como quantitativa (positivista) ou qualitativa (interpretativa), sendo que cada um destes tipos possui a sua "terminologia, métodos e técnicas" (Bento, 2012, p.1). É no paradigma qualitativo, que se integra a minha investigação.

A investigação qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 47) apresenta as cinco caraterísticas seguintes:

1. “Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.” Nesta fase o investigador apresenta uma questão problema e frequenta o local, neste caso, a escola, para compreender as suas hipóteses (p. 47);

2. “A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma como estes foram registados ou transcritos” (p. 47);

3. “Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (p. 47);

4. “Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem os dados ou provas com o objetivo de confirmar ou informar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares foram recolhidos se vão agrupando” (p. 50);

5. “O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido à sua vida” (p. 51);

Atendendo às características apresentadas e pensando no projeto de investigação que desenvolvi considero que este seguiu uma metodologia de índole qualitativa.

A investigação qualitativa é categorizada em dois tipos de investigação, a fundamental e a aplicada. A investigação fundamental visa aumentar o conhecimento geral e a aplicada à produção de resultados que impliquem uma mudança na prática (Schein, 1987, citado por Bogdan e Bicklen, 1994, p. 264). Estes dois tipos de investigação são utilizados na educação, “podendo uma complementar a outra, com o objetivo final de melhorar a vida das pessoas, através das mudanças a realizar” (Sanches, 2005, p. 127). As mudanças são ações complicadas e para que efetivamente aconteçam é necessário que os sujeitos implicados participem nela, daí a investigação-ação ser uma boa modalidade de investigação qualitativa, pois

> “a investigação-ação obriga a que os próprios grupos alvos assumam a responsabilidade de decidir quais as mudanças necessárias e as suas interpretações e análises críticas são usadas como uma base para monitorizar, avaliar e decidir qual o próximo passo a dar no processo de investigação”. (Ainscow, 2000, p. 3).

3.1.2. Investigação-ação

A metodologia escolhida para a investigação em causa é a investigação-ação, o que segundo Arends (1995, p. 45) “é um excelente guia para orientar as práticas educativas, com o objetivo de melhorar o ensino e os ambientes de aprendizagem”.

A investigação-ação tem dois objetivos complementares, um baseado na investigação, de forma a alargar a compreensão do investigador, e outro baseado na ação, com o intuito de obter uma mudança numa comunidade, organização ou programa.

O conceito de investigação-ação é polissémico, dado que definiu diversos estudos, acarretando assim múltiplas definições. Segundo Coutinho (2009, p. 356) a investigação-ação, é considerada “a metodologia mais apta a favorecer as mudanças nos profissionais e/ou nas instituições educativas que pretendem acompanhar os sinais dos tempos, o que só é possível quando toda a comunidade educativa se aplica num mesmo dinamismo de ação e intervenção”. Tendo em conta a visão de Elliot (1993, cit. por Coutinho et al, 2009), a investigação-ação é o estudo de uma situação social tendo como objetivo a melhoria da qualidade da ação nessa mesma situação. Para Dick (1999, citado por Coutinho et al, 2009), a investigação-ação pode ser descrita como uma família de metodologias de investigação que englobam a ação e a investigação ao mesmo tempo, utilizando um processo cíclico que varia entre a ação e a reflexão crítica. Conforme Kurt Lewin (cit. por Silva & Pinto, 1986, p. 265), a investigação-ação baseia-se numa “ação de nível realista sempre seguida por uma reflexão autocrítica objetiva e uma avaliação de resultados e é animada pelo espírito de dupla recusa: nem ação sem investigação nem investigação sem ação.”

O principal objetivo desta metodologia é a reflexão sobre a ação a partir da mesma. Para se realizar um processo de investigação-ação são utilizadas diversas estratégias e a investigação possui um caráter cíclico sendo composto pelas seguintes fases: planificação, ação, observação (avaliação) e reflexão (teorização). A investigação-ação é uma metodologia dinâmica, repete-se ao longo do tempo, de modo a que o professor investigador analise as interações sucedidas ao longo do processo. Segundo Coutinho (2009, p. 37), a investigação-ação sustenta-se em cinco características: participativa e colaborativa, prática e interventiva, cíclica, crítica e auto-avaliativa. Considera- se que é participativa e colaborativa uma vez que todos os intervenientes estão integrados no processo, sendo que o investigador é participante na medida em que tenta mudar/ melhorar a realidade dos intervenientes, é prática e interventiva, pois não se limita apenas à teoria, a descrever uma realidade, mas sim intervém numa realidade, é cíclica porque a investigação abrange uma espiral de ciclos, nos quais as descobertas iniciais geram possibilidades de mudança, onde há um permanente ligação entre a teoria e a prática, por último, é auto avaliativa, uma vez que há uma persistente avaliação das mudanças realizadas com o intuito de originar novos conhecimentos.

De acordo com os aspetos identificados e discutidos anteriormente, considero que a minha investigação assenta num paradigma qualitativo, pois tal como Bogdan e Biklen (1994) defendem, o investigador deve interessar-se mais pelo processo do que pelo produto e para além disso, enfatizar a compreensão e interpretação dos factos. A metodologia de investigação mais indicada para o desenvolvimento do projeto foi a investigação-ação, tendo em conta as diversas caraterísticas acima apresentadas. Para além destes aspetos importa referir que as resoluções dos problemas serão analisadas/interpretadas de forma individual e global, pois tal como defende Coutinho (2011, p. 17) "a interpretação da parte depende da do todo, mas o todo depende das partes. A produção de conhecimentos é concebida como um processo circular, interativo e em espiral", deste modo todos os problemas serão realizados individualmente e depois discutidos em grande grupo, de forma a se confrontarem diferentes resoluções.

Para além destes aspetos, a investigação-ação foi a metodologia adotada porque permitiu que me consciencializasse sobre as questões críticas do grupo em questão, refletisse sobre elas e tentasse alterá-las no sentido evolutivo, pois tal como defende Moreira (cit. por Sanches, 2005):

> "A dinâmica cíclica de ação-reflexão, própria da investigação-ação, faz com que os resultados da reflexão sejam transformados em praxis e esta, por sua vez, dê origem a novos objetos de reflexão que integram, não apenas a informação recolhida, mas também o sistema apreciativo do professor em formação. É neste vaivém contínuo entre ação e reflexão que reside o potencial da investigação-ação enquanto estratégia de formação reflexiva, pois o professor regula continuamente

a sua ação, recolhendo e analisando informação que vai usar no processo de tomada de decisões e de intervenção pedagógica" (p.129).

3.2. Contexto e Participantes

O presente projeto de investigação resulta da ação educativa desenvolvida com uma turma de 3.º ano do 1.ºciclo de ensino básico, sediada numa freguesia pertencente ao distrito de Setúbal.

A Escola Básica de 1.º ciclo e Jardim de Infância onde estive a estagiar pertence à rede pública de estabelecimentos de educação e insere-se num agrupamento que anuncia como missão "criar uma escola que responda às necessidades de todos os nossos alunos, potencie as suas máximas capacidades e permita que cresçam e aprendam como indivíduos felizes" (Projeto Educativo, 2011).

A escola insere-se numa zona residencial, caracterizada por habitações unifamiliares, e usufruiu de uma envolvente tranquila e com pouco trânsito. É um local de fácil acesso e com bastante espaço para estacionamento, o que facilita a tomada e largada de crianças, quer pelas famílias quer pelos múltiplos serviços de transporte escolar, que afluem ao início da manhã e final de tarde. A única agitação percetível na zona é precisamente a que acontece nestes momentos.

O rápido crescimento populacional da freguesia, aliado ao elevado número de população jovem refletiu-se na necessidade de alargar a oferta de equipamentos educativos. A EB1/JI nasceu dessa dinâmica demográfica e neste momento serve cerca de 104 crianças, distribuídas por 1 sala de pré-escolar e 4 turmas de 1.º ciclo (240 alunos).

O corpo docente inclui cerca de 20 profissionais, entre titulares de turma, professores de apoio, de necessidades educativas especiais, de inglês, das atividades de enriquecimento curricular, bibliotecárias e educadoras. Para além destes, existem ainda os assistentes operacionais e técnicos que prestam serviços de apoio vários.

Segundo as informações fornecidas pela coordenadora do estabelecimento, as crianças que frequentam a escola são maioritariamente residentes ou com avós a residir nas imediações da escola.

Relativamente à nacionalidade da população escolar do agrupamento, a grande maioria dos alunos é portuguesa, embora existam algumas crianças de ascendência estrangeira, como seja brasileira ou do leste europeu, mas cuja língua materna é já o português

No que se refere a condições socioeconómicas, o Projeto Educativo do Agrupamento (2011) refere que mais de 30% dos alunos beneficiam de Apoio Social Escolar.

Um aspeto salientado pela coordenadora do estabelecimento é a estreita relação da escola com os pais. Este aspeto está patente no dinamismo da sua Associação de Pais e Encarregados de Educação, que participa em diversas atividades para aproximar a escola das famílias e também gere as Atividades de Tempos Livres que funcionam numa ótica de apoio às famílias, com um horário das 7h-19h30.

A escola em questão cumpre os mais recentes requisitos legais em termos de instalações e equipamentos. Para além de satisfazer a legislação, o espaço é alvo de cuidado permanente pela comunidade educativa (profissionais, famílias e alunos) o que lhe confere um caráter único e uma atmosfera acolhedora. São disso exemplo as decorações temáticas do espaço escolar e as exposições feitas com os trabalhos feitos pelos alunos e suas famílias.

A turma é composta por 26 alunos (14 raparigas e 12 rapazes), com idades compreendidas entre os 8 e 9 anos. Na turma existe 1 criança com NEE (Necessidades Educativas Especiais), que dispõe de apoio educativo durante duas horas semanais. Foram uma das turmas piloto do projeto de autonomia e flexibilização curricular e do projeto INCLUD-ED. Na dinâmica desta turma não existem tempos letivos obrigatórios e a proximidade com a comunidade é uma rotina, ou seja, tem uma dinâmica bastante agitada o que faz da turma também um grupo muito agitado e difícil de gerir, mas, no entanto, são crianças muito empenhadas e participativas em qualquer atividade proposta.

Relativamente à aprendizagem da Matemática da turma aferi, a partir da análise das resoluções de tarefas de alguns alunos, que alguns dos alunos não tinham um sentido de número muito desenvolvido, nem sabiam explicar o que faziam em cada cálculo ou resolução de problema. Estes aspetos observados por mim foram confirmados pela professora titular.

Na realização deste estudo, todos os alunos da turma resolveram os problemas, cujas resoluções fui analisando ao longo da minha intervenção. Ainda assim com o objetivo de compreender como é que os alunos resolvem problemas de divisão e de multiplicação selecionei três alunos: o André, a Joana e a Sara, onde tive em atenção as suas resoluções, ritmos de trabalho e a evolução na aprendizagem.

O André é um aluno interessado e participativo em qualquer atividade proposta. Mostra gosto em aprender e não evidencia qualquer dificuldade de aprendizagem. Escolhi-o porque realizou resoluções aquém do esperado e conseguiu explicá-las à turma, evidenciando compreender o que tinha feito.

A Joana foi uma aluna que me surpreendeu porque aparentava estar sempre desmotivada com as tarefas de Matemática propostas e parece ter uma autoestima muito baixa, contudo nestas tarefas propostas resolveu todos os problemas e mostrou-se motivada solicitando que se realizassem mais tarefas como estas. Curiosamente resolveu corretamente todos os problemas propostos.

A Sara é uma aluna muito organizada, responsável, tímida e calma e, por vezes, tem receio de errar. Selecionei esta aluna pelo facto de parecer ter revelado uma evolução de estratégias de resolução de problemas ao longo das tarefas propostas.

No que respeita à recolha de dados associada à segunda questão de investigação do estudo, todos os alunos tiveram envolvidos nas respostas aos inquéritos por questionário.

3.3. Técnicas de recolha de dados

As técnicas de recolha são "conjuntos de procedimentos bem definidos e transmissíveis, destinados a produzir certos resultados na recolha e tratamento da informação requerida pela atividade de pesquisa" (Almeida & Pinto, 1990, p. 78). Baseando-me na minha questão problema tive imperativamente de recorrer a técnicas que me permitiram recolher informações pertinentes sobre a temática, pois tal como afirma Máximo-Esteves (2008, p. 87) "é necessário ter em conta que a escolha dos instrumentos de recolha de dados está intimamente relacionada com as questões às quais o investigador pretende dar resposta". Tendo em conta as minhas questões de investigação e a temática a ser investigada, as técnicas de recolha de dados que melhor se adequaram compreenderam a observação participante, com apoio de gravações áudio e vídeo e complementada com notas de campo das observações, entrevistas, inquérito por questionário e recolha documental.

3.3.1. Observação participante

A observação é "uma técnica de recolha de dados particularmente útil e fidedigna, na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos" (Afonso, 2005, p. 98). A recolha de dados na observação acontece de modo sistemático e permite o contacto direto com os fenómenos (Aires, 2011). Segundo Carmo e Ferreira (1998, p. 107) existem três tipos de observação, "a observação não participante, a observação participante despercebida e a observação participante", sendo esta última utilizada por mim na investigação, pois inseri-me no grupo observado, de forma a compreendê-lo. Para além de ser uma observação participante, foi também "não estruturada", porque baseou-se na realização de "notas de campo manuscritas ou gravadas em áudio durante a observação ou imediatamente a seguir" (Afonso, 2005, p. 99). Durante a observação recorri também à fotografia e ao vídeo, de maneira a facilitar o meu trabalho enquanto professora investigadora, uma vez que permitem "completar a observação humana no espaço e no tempo facilitando uma interpretação menos subjetiva" (Albarello et al, 1997, p. 20), sendo assim possível "regressar aos factos, compará-los, e permitir que sejam vistos por outras pessoas, de modo a trocar opiniões" (ibidem, p. 20).

3.3.2. Recolha documental

A recolha documental é imprescindível numa investigação no campo social e complementa a informação obtida por outros métodos (Bell, 1997, p. 101). Os documentos podem ser primários se são "os elementos de observação e entrevista ou inquérito obtidos intencionalmente pelo investigador e que representam instrumentos mais valiosos na investigação", ou secundários, que se cingem a "documentos oficiais publicados por instituições públicas ou privadas" (Moreira, 2007, p. 154). Na minha investigação utilizei os dois tipos de documentos. No que respeita a documentos primários recolhi produções dos alunos relacionadas com a resolução dos problemas, dado que são "indispensáveis, principalmente, quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos" (Máximo-Esteves, 2008, p. 92). Relativamente aos documentos de caráter secundário, analisei documentos oficiais da área da Matemática e da Pedagogia e também os documentos oficiais da instituição, como o Projeto Educativo e o Projeto Pedagógico, que foram úteis para a compreensão do contexto em estudo.

3.3.3. Entrevista

A entrevista pode ser designada como "uma conversa: provocada explicitamente pelo entrevistador; dirigida a pessoas selecionadas com base num plano de investigação (…); com uma finalidade de tipo cognoscitivo; guiada pelo entrevistador; assente num esquema flexível de interrogação." (Moreira, 2007, p. 204). Ou seja, a entrevista baseia-se num ato de diálogo intencional que tem como principal objetivo conhecer o ponto de vista de outra pessoa. Neste sentido, é condicionada pelo processo de entrevista e por diversos fatores, como: a situação da entrevista (território, cenários, etc.), as características do entrevistado (cognitivas, motivacionais, etc.), as características do entrevistador e a linguagem que deve ser compreensível. A grande vantagem desta técnica de investigação sobre as restantes é o facto de esta possibilitar a aquisição imediata da informação desejada. As entrevistas podem ser formais e informais (Máximo-Esteves, 2008), no entanto as utilizadas nesta investigação basearam-se no registo informal, dado que as utilizei com a intenção de "obter informações que completem os dados observados" (ibidem, p. 93). No âmbito do meu projeto as entrevistas destinam-se a compreender melhor, ou seja, a completar informação sobre as estratégias usadas pelos alunos na resolução de problemas e sobre o modo como os alunos percecionam o trabalho da resolução de problemas a partir das histórias infantis.

3.3.4. Questionário

O questionário consiste num "conjunto de questões escritas a que se responde também por escrito" (Afonso, 2005, p. 101). Este tipo de técnica é vantajoso porque atinge grande número de pessoas e garante o anonimato das respostas (Almeida & Pinto, 1995), contudo não representam uma tarefa fácil, visto que são difíceis de ser construídos.

Aquando da construção dos inquéritos por questionário é necessário ter atenção à formulação das questões e, para isso, deve atender-se à sua clareza, coerência e neutralidade, ou seja, devem ter uma intenção e não devem induzir uma dada resposta, mas sim apelar ao juízo do inquirido sobre a temática em estudo.

As questões destes questionários aos alunos da turma podem ser abertas, se os inquiridos podem responder com palavras suas, ou fechadas, se os inquiridos apenas selecionam opções previamente identificadas. No caso desta investigação o questionário aplicado foi do tipo misto, porque contém os dois tipos de questões, fechadas e abertas.

A aplicação deste questionário teve como intencionalidade compreender melhor o modo como os alunos percecionaram o trabalho de resolução de problemas a partir de histórias infantis.

3.4. Processos de recolha e de análise de dados

Ao longo da investigação recolhi dados, com o intuito de compreender as estratégias dos alunos quando resolvem problemas matemáticos de multiplicação e divisão procedentes de histórias infantis e compreender o modo como os alunos percecionam o trabalho da resolução de problemas a partir de histórias infantis.

Esta recolha de dados decorreu ao longo de oito semanas de estágio e durante os meses de abril e maio. Após a recolha de dados, estes foram organizados segundo alguns critérios por mim estabelecidos, e analisados, de acordo com os objetivos do estudo, pois "uma centena de pedaços soltos de informação interessante não terá qualquer significado para o investigador ou para um leitor se não tiverem sido organizados" (Bell, 1997, p. 183).

Concomitantemente ao processo de recolha de dados fiz também uma primeira análise de dados, com o objetivo de perceber as dificuldades sentidas pelos alunos, de maneira a reajustar as tarefas seguintes a propor.

Após toda a recolha de dados fiz uma análise sistemática e completa de todo o material recolhido. A análise de dados consiste no "processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou" (Bogdan e Biklen, 1994, p. 205). Na minha investigação o tipo de análise de dados predominante pelo qual optei foi a análise de conteúdo, pois segundo Bardin (1977, p. 33) "tudo o que é dito ou escrito é suscetível de ser submetido a uma análise de conteúdo".

O processo de análise dos dados divide-se em três etapas (Afonso, 2005): pré-análise, exploração do material e interpretação. Durante a pré-análise organizei os dados e escolhi as produções que pretendia analisar e interpretar. Na segunda fase visionei os vídeos das aulas, reli as notas de campo e analisei as produções que selecionei, segundo alguns critérios previamente escolhidos por mim e as entrevistas que realizarei com os alunos das produções selecionadas. Os critérios de seleção das produções basearam-se essencialmente na quantidade de informação presente nas mesmas e também nas explicações que os alunos me foram transmitindo no momento de resolução dos problemas acerca das suas produções escritas. A última fase consistiu na interpretação dos resultados, que consequentemente darão resposta à questão inicial da investigação, ou seja, é através da análise de dados que se realiza "a efetiva concretização da finalidade de pesquisa" (Afonso, 2005, p. 119).

Para compreender o modo como os alunos de 3.º ano percecionam o trabalho da resolução de problemas a partir de histórias infantis apliquei um questionário (anexo 1) à turma. Este questionário é composto por 6 questões, sendo apenas uma fechada. O instrumento de recolha de dados foi distribuído pelos 25 alunos uma semana após a conclusão das tarefas propostas.

Quando distribuídos, os alunos foram informados que poderiam responder onde e quando quisessem, mas teriam de fazê-lo em anonimato. Como a resposta a questionários foi uma novidade, todos quiseram responder após a distribuição dos mesmos. Assim que terminaram de responder, a minha colega de estágio recolheu e devolveu-me os questionários para que pudesse analisá-los.

Após uma leitura flutuante dos dados presentes nos questionários entregues e no que respeita à análise da resposta dos alunos foram identificadas as seguintes categorias de análise de dados para as questões:

Questão "Porque é que gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias infantis?":

- É divertido
- É mais fácil/maior aprendizagem
- Gosto de matemática/ gosto de resolver problemas
- Gosto de histórias infantis
- Aprendo de forma diferente
- Gosto mais ou menos
- Não Justifica

Questão "O que mais gostaste neste trabalho? Porquê?":

- Gosto de tudo

- Gosto da história
- Gosto de resolver problemas
- Gosto de trabalhar em grupo
- Gosto de ir ao quadro
- Resposta fora de contexto

Questão "O que menos gostaste neste trabalho? Porquê?":

- Gosto de tudo
- Não gosto de apresentar respostas
- Não gosto de resolver muitos problemas
- Não gosto de ouvir histórias
- Não gosto das discussões
- Resposta fora de contexto

Questão "O que aprendeste?":

- Aprendi muita coisa (mas não especifica)
- Aprendi a resolver problemas
- Aprendi a fazer cálculos
- Não aprendi nada
- Não responde ou responde fora de contexto

A análise de dados, mais concretamente do inquérito, presente nesta investigação foi realizada tendo em conta a organização destes nas categorias supramencionadas e por mim escolhidas.

Considerando a natureza dos dados organizei-os em gráficos circulares e de barras, de modo a compreender melhor a sua distribuição.

Capítulo IV – Proposta Pedagógica

Neste quarto capítulo, do presente relatório, apresento e explicito a proposta pedagógica que delineei e implementei para a concretização deste projeto. Apresento as histórias e as tarefas que incluem os problemas inerentes às mesmas, explicitando o modo como foram trabalhadas na sala de aula. A apresentação das histórias e das respetivas tarefas seguem uma ordem cronológica pelas quais foram trabalhadas no contexto de sala de aula.

4.1. Sequência de tarefas proposta

Tendo em atenção a temática central do projeto, escolhi três histórias infantis com conteúdo matemático incorporado e construí três tarefas com cinco problemas distintos. As tarefas foram discutidas previamente com a professora titular da turma e tiveram sempre como referência o atual Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013), para além disso tivemos em conta o desenvolvimento cognitivo dos alunos da turma do 3.º ano, pois tal como referido nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) o professor deverá ter em atenção o conteúdo matemático das tarefas, os alunos e as suas formas de aprendizagem.

De acordo com Boavida et al. (2008) as tarefas apresentadas enquadram-se na categoria de problemas.

A seguinte tabela apresenta a lista das diferentes tarefas e a ordem pela qual foram apresentadas e trabalhadas com os alunos.

Tabela 2 - Identificação das tarefas e datas de implementação

Nº da tarefa	Designação da tarefa	Data de início	Data de fim
1	“365 pinguins”	16/4/2018	18/4/2018
2	“200 amigos (ou mais) para uma vaca”	2/5/2018	9/5/2018
3	Lengalenga dos pares	21/5/2018	22/5/2018

Tendo por base as Metas Curriculares do Ensino de Matemática (ME, 2013), a resolução das tarefas em questão está associada aos seguintes objetivos:

- ✓ Efetuar mentalmente multiplicações de números com um algarismo por múltiplos de dez inferiores a cem, tirando partido das tabuadas (NO3 – 7.4);
- ✓ Efetuar a multiplicação de um número de um algarismo por um número de dois algarismos, decompondo o segundo em dezenas e unidades e utilizando a propriedade distributiva (NO3- 7.5);
- ✓ Resolver problemas de até três passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório (NO3 – 8.1);
- ✓ Efetuar divisões inteiras identificando o quociente e o resto quando o divisor e o quociente são números naturais inferiores a 10, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas (NO3 – 9.1);
- ✓ Efetuar divisões inteiras com divisor e quociente inferiores a 10 utilizando a tabuada do divisor e apresentar o resultado com a disposição usual do algoritmo (NO3 – 9.3);
- ✓ Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento (NO3 – 10.1).

4.1.1. Tarefa 1 – "365 pinguins"

A primeira tarefa (anexo 2) baseada no livro "365 pinguins" de Jean-Luc Fromental e Joelle Jolivet (2013) iniciou-se no dia 16 de abril de 2018 e terminou a 18 de abril. Foi uma tarefa "piloto" porque permitiu-me analisar como é que os alunos resolviam problemas e também como participavam nas discussões coletivas.

Implementei a tarefa a partir da exploração da capa, na vertente de português, em que os alunos começaram por antecipar conteúdos através do título do livro.

O título parecia sugerir de imediato a relação entre o número de pinguins e os dias do ano, mas algumas das respostas obtidas foram as seguintes:

Aluno 1: Fala dos pinguins que estão no jardim zoológico.

Aluno 2: Fala dos pinguins do Pólo Norte. São só 365 porque o gelo está a derreter e é por isso que parecem assustados na imagem.

Aluno 3: Cada página fala de um ano, quer dizer de um dia porque se são 365 pinguins, é um por dia.

Após este pequeno diálogo, dei início à leitura do livro até ao momento em que apareceu a imagem apresentada no enunciado (anexo 2) e a questão: "O que fazer com tantos pinguins?". Nesse momento parei a leitura da história e distribuí o enunciado, referindo que tinha chegado a altura de resolver o primeiro problema e só quando descobríssemos a solução é que poderíamos avançar na história. Em seguida, deixei que cada aluno resolvesse individualmente o problema. Quando todos terminaram dei início à discussão coletiva relativa àquele problema e desvendámos a solução. Ao longo dos outros dois dias fui avançando com a leitura da história e, consequentemente, com a apresentação dos outros problemas inerentes à mesma, que os alunos foram resolvendo e discutindo, até serem solucionados.

As possíveis estratégias de resolução destes problemas pressupunham que os alunos dominassem alguns conhecimentos, tais como: decomposição decimal de números, algoritmo da multiplicação e, tivessem já resolvido problemas que envolvessem situações multiplicativas no sentido aditivo.

4.1.2. Tarefa 2 – "200 amigos (ou mais) para uma vaca"

A segunda tarefa (anexo 3) baseada no livro "200 amigos (ou mais) para uma vaca", de Alessia Garilli e Miguel Tanco (2009) teve início no dia 2 de maio de 2018 e só terminou a 9 de maio, mas por motivos de paragem no período de estágio, porque efetivamente desenvolveu-se apenas durante dois dias.

Nesta tarefa realizei a leitura coletiva até à página treze, onde surgiu o primeiro problema e só continuámos a leitura do mesmo quando terminámos a tarefa completando todos os problemas, porque os problemas estavam todos relacionados com a história que já tinha sido lida até ao momento.

Os problemas desta tarefa enfatizaram a operação da divisão, com o sentido de medida, uma vez que a professora titular queria diagnosticar o modo como os alunos resolviam este tipo de problemas. As tarefas 4.1. e 4.2. apresentam o mesmo divisor com o objetivo de os alunos compreenderem que existem divisões exatas e não exatas.

A tarefa "200 amigos (ou mais) para uma vaca" foi pensada com os seguintes objetivos: trabalhar a divisão como sentido inverso da multiplicação; recorrer a outras operações para resolver problemas de divisão; e, relacionar problemas entre si.

4.1.3. Lengalenga dos pares

A tarefa “Lengalenga dos pares” (anexo 4) baseada no livro “Tantos animais e outras lengalengas de contar”, de Manuela Castro Neves e Yara Kono (2013) iniciou-se no dia 21 de maio e terminou no dia 22 de maio. Esta tarefa apesar de se basear apenas numa lengalenga e não numa história, exigiu muita concentração e raciocínio por parte dos alunos, porque o próprio texto era um pouco complexo e exigia uma correta interpretação por parte dos alunos.

Nesta situação a lengalenga foi projetada no quadro da sala de aula e para além disso foi feita uma leitura coletiva. Após a leitura, os alunos resolveram a tarefa individualmente.

Para a resolução desta tarefa era necessário que os alunos tivessem a noção de «par» bem estabelecida e o primeiro problema da tarefa serve de diagnóstico para esse facto. A realização desta tarefa foi feita de forma mais autónoma, não havendo tantas solicitações para esclarecimentos de dúvidas como nas anteriores, e tinha como principais objetivos relacionar a multiplicaçao com a divisão, resolver situações de divisão e resolver problemas de multiplicação com sentido combinatório.

4.2. Preparação e exploração das tarefas

Inicialmente comecei por criar as tarefas, baseando-me em problemas propostos por diversos autores, mas de acordo com Ponte (2005, p. 12) “não basta, no entanto, selecionar boas tarefas, é preciso ter atenção ao modo de as propor e de conduzir a sua realização em sala de aula”, o que não me trouxe grandes dificuldades, porque os livros foram excelentes indutores das tarefas matemáticas, uma vez que entusiasmaram e motivaram os alunos para a resolução dos problemas.

Após a seleção das tarefas (problemas) segui as cinco práticas propostas por Smith e Stein (2011) para organizar discussões coletivas produtivas: antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões.

A antecipação foi muito útil, porque consegui criar uma lista de possíveis estratégias que os alunos pudessem adotar, o que me permitiu uma maior segurança na sala de aula, pois “uma preparação cuidada é uma condição necessária para a qualidade do trabalho do professor” (Ponte, 2005, p. 31). Nesta fase, utilizei dois alunos piloto (que não pertenciam à turma) e testei as tarefas com eles, o que me permitiu reformular os enunciados, uma vez que surgiram algumas dúvidas na interpretação dos mesmos e, ainda, elaborar uma lista de possíveis estratégias, a partir das suas resoluções (anexo 5).

A monitorização da tarefa foi uma fase que decorreu com tranquilidade, dado que a apresentação da mesma foi facilitada pelo uso do livro e a resolução do problema em si foi muito produtiva, porque os alunos queriam todos descobrir a solução para se poder avançar na história, sobretudo nas duas primeiras histórias. Os alunos trabalharam em pares ou individualmente, uma vez que foi as metodologias sugeridas pela professora titular, enquanto ia observando as resoluções. Nesta fase senti muita dificuldade no processo de ajuda individual aos alunos, ou seja, quando me chamavam para esclarecer alguma dúvida tive tendência a desvendar logo o processo e isso aconteceu em duas das situações, porque como são alunos muito empenhados, quando não conseguem resolver algo tornam-se impacientes e começam a perturbar. Tive consciência que não poderia orientá-los muito nas suas resoluções, como referido na literatura (NCTM, 2007, p. 216) "a ajuda precoce do professor poderá privá-los da oportunidade de fazerem descobertas matemáticas".

As fases selecionar e sequenciar foram as que me trouxeram maiores dificuldades. Na seleção comecei por questionar se alguém queria comunicar o seu raciocínio e apresentar a sua resolução, mas como se trata de uma turma muito participativa todos colocaram o dedo no ar. Este facto até foi útil para o meu trabalho, porque assim selecionei estrategicamente os voluntários para a partilha das resoluções. A sequenciação foi logo planeada durante a fase de monitorização e optei por iniciar a comunicação com uma estratégia mais concreta e terminar com uma mais complexa e abstrata. De acordo com Ponte e Serrazina (2000) este tipo de sequenciação facilita a compreensão total do problema.

Na última fase, estabelecer conexões, houve alguns constrangimentos temporais, ainda assim, ao longo das várias apresentações, tentei estabelecer conexões entre algumas resoluções, e até os próprios alunos sentiram necessidade disso, bem como tentei relacionar as várias resoluções com os conhecimentos dos alunos sobre as operações de multiplicação e de divisão.

Como já referido anteriormente, um dos grandes desafios que enfrentei foi o tempo, porque os alunos são bastante participativos e estava com receio de que o tempo que me foi facultado não fosse suficiente, mas tal facto não aconteceu e, no fim da discussão coletiva, ainda consegui realizar uma síntese com os conhecimentos discutidos, de forma a sistematizar as aprendizagens realizadas.

Capítulo V – Análise de dados

Este capítulo inclui a análise de dados recolhidos no âmbito do projeto de investigação que realizei. Considerando o objetivo do presente projeto, "compreender o modo como o uso de histórias infantis potencia a aprendizagem da resolução de problemas de multiplicação e divisão", neste capítulo procedo à descrição e análise dos dados recolhidos durante o período de estágio.

A análise de dados centra-se nas resoluções individuais dos três alunos caso. Importa referir que, apesar de os alunos terem realizado todos os problemas das tarefas que constituem a proposta pedagógica, apenas serão analisadas as resoluções de dez problemas, tendo em conta que as suas intencionalidades se relacionam com o objetivo do projeto e são problemas diversificados com números naturais, que permitiram que os alunos estabelecessem relações entre as operações multiplicação e divisão, de forma a realizarem aprendizagens matemáticas significativas.

A primeira secção deste capítulo apresenta a análise das resoluções dos problemas selecionados, de cada aluno caso, sustentando-me nas suas produções escritas, bem como em explicações orais (entrevistas) que foram sendo registadas ao longo da investigação.

Numa segunda secção analiso as respostas de todos os alunos da turma ao questionário que realizei, para tentar compreender o modo como percecionaram o trabalho de resolução de problemas a partir de histórias infantis.

5.1. Resoluções do André

Tarefa 1 "365 pinguins" – 1.º Problema

A primeira tarefa é composta por três problemas. No primeiro problema surgia uma imagem do livro (ver anexo 1) que apresentava 60 pinguins distribuídos por 4 grupos de 15 e os alunos teriam de responder, observando a imagem, quantos pinguins tinha a Rita naquele dia. André resolve o problema do seguinte modo (figura 1):

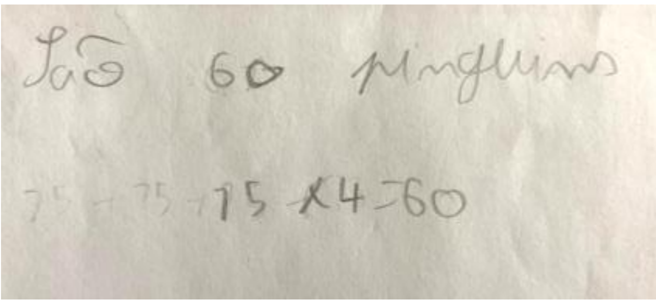


Figura 1- Resolução de André do problema 1 (tarefa 1)

A resolução de André revela que este parece ter começado por escrever a resposta ao problema e depois sentiu necessidade de registar a expressão 15×4=60. Anteriormente a esta representação o aluno tinha escrito 15+15+15+15= 60 (adições sucessivas), que apagou, como ainda é possível observar na figura 1.

Em qualquer uma das representações o aluno apresenta o resultado correto, embora não explicite como efetuou os cálculos. É de referir que usa 15×4 em vez de 4×15 para representar o número de pinguins em 4 conjuntos de 15.

No momento da discussão coletiva, quando questionado sobre a sua resolução, André afirma:

> **André:** Comecei por somar o 15. Fiz 15+15+15+15=60, mas depois lembrei me que isso era igual a ter 15×4, então apaguei o outro e deixei assim.
>
> **Estagiária:** Mas tens a certeza que o resultado é 60?
>
> **André:** Sim, isso sim! Porque ao fazer a soma também me lembrei que tinha quatro vezes o dez que é quarenta porque é só acrescentar um zero e tinha quatro vezes o cinco e na tabuada é vinte. Depois vinte mais quarenta somei e deu sessenta.
>
> **Estagiária**: Mas isso foi o resultado da adição. E na multiplicação o resultado é o mesmo?
>
> **André:** Sim, porque as contas querem dizer o mesmo, mas a multiplicação é mais difícil.

A análise do diálogo anterior mostra que André inicia o seu discurso fazendo referência à resolução por adições sucessivas, mas compreende que esta adição é equivalente a uma multiplicação, que se representa por 15×4. Embora não o refira explicitamente parece compreender que 15×4 é igual a 4×15. Nos cálculos que efetua mentalmente, André parece ter recorrido à decomposição decimal do número 15, porque adiciona separadamente as dezenas das unidades para determinar o resultado.

No momento da discussão coletiva, após André ter exposto e explicado a sua resolução questionei a turma, para perceber se mais alguém tinha pensado como ele. Diogo respondeu que sim e houve o seguinte diálogo:

> **Estagiária:** Diogo, podes então explicar como pensaste?
>
> **Diogo:** Eu pensei mais ou menos como o André, troquei foi os números na conta e pus 4×15, mas deu o mesmo resultado.
>
> **Estagiária:** Então e porque é que usaste 4×15 e não 15×4?
>
> **Diogo:** Porque eu vi que eram 4 montes de 15 pinguins.
>
> **Estagiária:** André, e a tua representação significa o mesmo?
>
> **André:** Sim, quer dizer, eu acho que sim, pelo menos dá o mesmo número.
>
> **Diogo:** Não, não! A conta está certa, mas não quer dizer isso… são 4 grupos de 15 pinguins. Vai dar o mesmo valor, mas a conta é diferente.
>
> **André:** Mas, professora, eu também tenho certo, não é?
>
> **Estagiária:** Tens o resultado certo, mas de acordo com o problema a representação correta é 4×15, tal como o Diogo tem. São 4 conjuntos com 15 pinguins e não, 15 conjuntos com 4 pinguins. Entendeste a diferença?
>
> **André**: Ah! Já percebi… apesar da minha conta dar 60, queria dizer que tinha 15 montes de 4 pinguins. Eu estava a pensar bem, mas escrevi mal, mas mesmo assim foi dar 60 e isso é que interessa.

Durante a discussão, os alunos parecem mostrar que têm conhecimento, ainda que informal, da propriedade comutativa da multiplicação, ou seja, sabem que o resultado vai ser o mesmo tendo 4×15 ou 15×4. Em relação ao significado dos números tendo em conta o contexto do problema, Diogo parece ter maior facilidade em compreender que a representação mais correta seria 4×15, uma vez que havia quatro grupos de quinze pinguins.

Tarefa 1 “365 pinguins” – 2.º problema

No segundo problema da tarefa 1 era solicitado que os alunos descobrissem quantos pinguins cabiam em cada caixa, sabendo que existiam 6 caixas e havia 60 pinguins, mas com a condição de que caixa ficava com o mesmo número de pinguins. André apresenta apenas a seguinte resposta (figura 2):

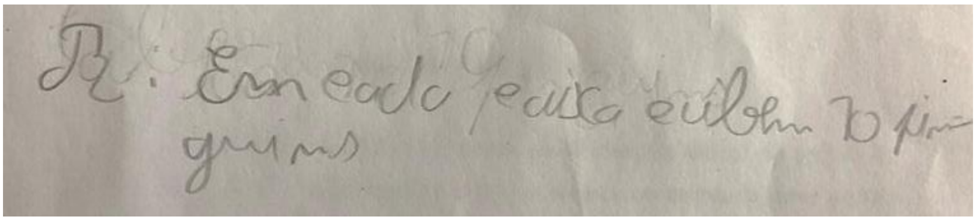


Figura 2 - Resolução de André do problema 2 (tarefa 1)

Ao deparar-me apenas com esta resposta, questiono-o o aluno sobre a sua forma de pensar e obtenho a seguinte afirmação:

> **André**: Como eu ainda não sei muito bem fazer as contas de dividir, fui ver a tabuada do 6. Na tabuada do 6 havia o 60, era 6×10, por isso significa que eram 10 pinguins em cada caixa.
>
> **Estagiária:** E porque é que viste na tabuada do 6?
>
> **André:** Porque é o número de caixas que existem.

A análise deste episódio mostra que André recorre a uma estratégia de multiplicação para resolver o problema, embora reconheça a situação como sendo de divisão. O aluno baseia-se na tabuada do 6, para descobrir a solução e usa 6×10, uma vez que nesta turma a tabuada do 6 foi ensinada ao "contrário" e corresponde a produtos do tipo 6×1; 6×2, …. Quando o questiono porque usou esta tabuada, parece ter evidenciado um pouco de hesitação na resposta, embora refira, corretamente, que escolheu o 6 porque corresponde ao número de caixas dado no problema. Perante esta resposta, outro aluno interpela-o e ocorre o seguinte diálogo:

> **Carlos:** André bastava dizeres que o 60 é múltiplo de 6, por isso está na tabuada do 6.
>
> **André:** Sim, e foi por isso que fui à tabuada e vi que era 6×10, por isso o número de pinguins por caixa são 10.

Com este diálogo compreendi que André talvez soubesse relacionar, ainda que intuitivamente, o conceito de múltiplo com os produtos da tabuada, mas estava com alguma dificuldade em expressar-se. Quando Carlos verbaliza o seu pensamento, André compreende e explicita o raciocínio que efetuou.

Tarefa 1 "365 pinguins" – 3.º problema

Este problema, tal como o anterior, apresenta uma situação de divisão por partilha, e contém na mesma o número 60, mas desta vez os alunos tiveram de descobrir se seria possível arrumar os 60 pinguins em 8 caixas. André resolve o problema da seguinte maneira:

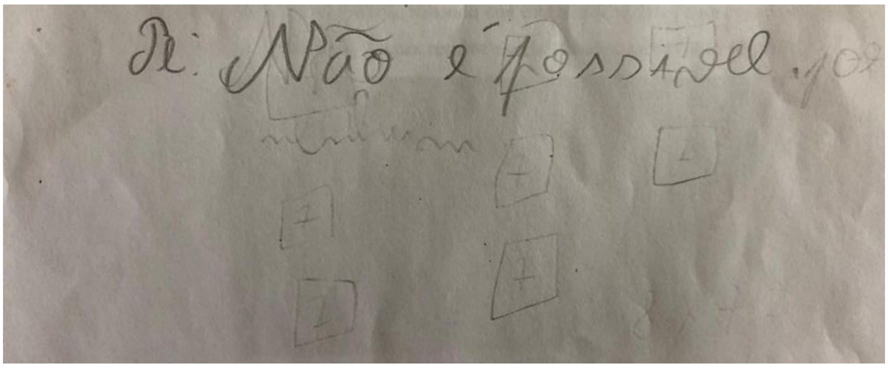


Figura 3- Resolução de André do Problema 3 (tarefa1)

Os registos de André mostram que o aluno parece ter realizado uma representação icónica da situação, desenhando caixas cada uma com 7 pinguins escrevendo a expressão 8×7, mas, entretanto, apagou. Considerando a sua tentativa de resolução e a respetiva resposta, no momento da entrevista, quando André terminou a sua resolução, questionei-o:

Estagiária: André, então porque é que achas que não é possível?

André: Porque não dá, já tentei tudo.

Estagiária: Então como é que pensaste?

André: Como pensei no outro. Fui à tabuada e vi, mas desta vez fui à tabuada do 8.

Estagiária: E o que é que concluíste?

André: Na tabuada do 8 não aparece o 60, por isso não dá para arrumar os pinguins em 8 caixas.

Estagiária: aquelas representações que apagaste eram o quê?

André: Fui eu que estive a tentar arrumá-los e até dava, mas ou alguns ficavam de fora, ou ficava uma caixa com menos pinguins, porque podíamos ter 7 ou 8 caixas.

Estagiária: Mas ficava o mesmo número de pinguins em cada caixa?

André: Isso não. Porque o 60 não aparece na tabuada do 8, mas aparece o 56 e por isso usávamos 7 caixas e sobravam 4 pinguins ou então, aparece o 64, usávamos 8 caixas e sobravam 4 lugares na caixa.

Estagiária: Muito bem. Podias era ter explicado isso na tua representação, não era necessário apagares. Então podes dizer que o 60 é múltiplo de 8?

André: Não, porque não está na tabuada do 8. Agora já sei isso.

A análise da conversa com o André mostra que este recorre inicialmente a uma estratégia de multiplicação, semelhante à estratégia que utilizou para resolver o problema anterior. O aluno procura encontrar o número 60 na tabuada do 8., mas percebe que este número não é múltiplo de 8. Então parece ter recorrido a outro tipo de estratégia – passa para o número 7, menor que 8, e tenta organizar os pinguins em grupos de 7, fazendo representações icónicas da situação. Contudo percebe que não consegue arrumar os pinguins de modo a ficar o mesmo número em cada caixa, pelo que apaga todos esses registos. Quando o interpelo sobre a sua resolução, André parece já ter compreendido que 60 não é múltiplo de 8, porque não pertence à tabuada.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 1.º problema

A segunda tarefa é composta por quatro problemas. No primeiro problema, relacionado com uma imagem do livro (ver anexo 6), onde aparecem muitos pintaínhos, era solicitado que os alunos descobrissem quantos eram, sabendo que existiam 32 galinhas e cada uma colocou 6 ovos e todos deram origem a pintainhos. André resolve o problema do seguinte modo (figura 4):

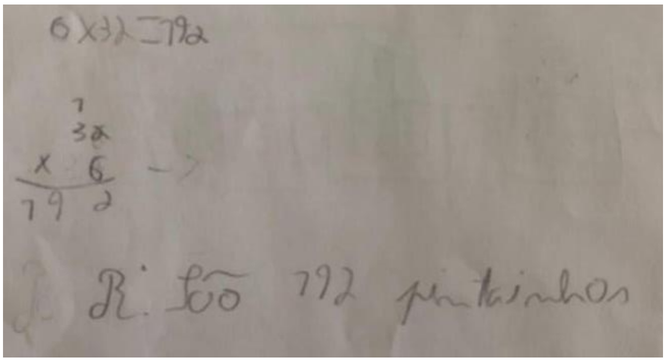


Figura 4- Resolução de André do problema 1 (tarefa 2)

A resolução do André revela que recorreu ao algoritmo da multiplicação para resolver o problema. Como não hesitou e resolveu logo por este processo, questionei-o após a resolução:

> **Estagiária:** André, reparei que fizeste logo a multiplicação, mas não haveria outra maneira de chegares ao resultado?
>
> **André:** Sim. Podia ter adicionado seis vezes o trinta e dois, mas como sabia a tabuada do seis e já sei fazer estas contas, achei mais fácil assim.
>
> **Estagiária:** Muito bem André! Obrigada

A resposta de André revela que, embora tenha usado a multiplicação, reconhece a relação entre esta operação e a adição.

No momento da discussão coletiva realizado em sala de aula, após o André ter exposto e explicado a sua resolução questionei a turma sobre quem é que tinha pensado como o André, sendo que a maioria levantou o dedo. Solicitei então, que o Diogo L. comparasse a sua resolução com a do André. Desta comparação deu-se o seguinte diálogo:

> **Diogo L.:** Então eu fiz 32+32+32+32+32+32= 192 (enquanto escreve a expressão no quadro). Deu igual ao André, mas eu fiz com "contas de mais".
>
> **Estagiária:** Mas como é que sabes que o resultado é 192?
>
> **Diogo L:** Somei primeiro 3+3+3+3+3+3= 18 e depois 2+2+2+2+2+2=12, como na soma do dois o resultado é doze tem de passar uma unidade para os dezoito e por isso fica dezanove e o um já fica sozinho, dai dar 192.
>
> **André**: Professora, só por esta explicação se vê porque é que usei a "conta de vezes", porque é mais simples.
>
> **Estagiária:** Pode ser mais simples, mas existem sempre outras maneiras de chegarmos à solução.
>
> **Diogo L.:** Sim, eu usei esta porque não sei fazer muito bem as "contas de vezes".

Com esta discussão foi possível concluir que ambos chegaram à solução do problema, no entanto o André usou uma estratégia multiplicativa e baseou-se no cálculo algorítmico e o Diogo L. recorreu a procedimentos aditivos, também próximos do algoritmo.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 2.º problema

No segundo problema da tarefa 2 era necessário saber com quantos patos ficaria o pai se trocasse as 32 galinhas por patos, sabendo que cada pato valia 4 galinhas. André resolve o problema da seguinte maneira (figura 5):

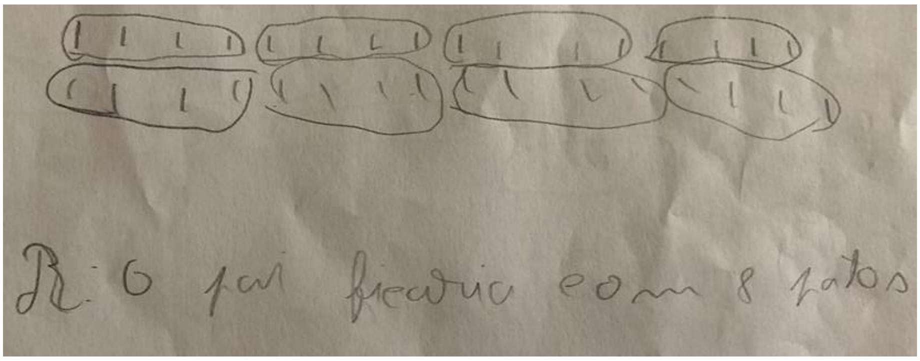


Figura 5 - Resolução de André do Problema 2 (tarefa 2)

A análise da resolução de André mostra que o aluno recorre a uma representação icónica para resolver o problema. O aluno regista 32 traços (representando as galinhas) e organiza-os em conjuntos de 4, de modo a perceber com quantos patos ficaria o pai. A partir desta resolução informal consegue dar a resposta correta ao problema.

Para compreender melhor a estratégia usada por André entrevistei-o no dia seguinte à resolução:

> **Estagiária:** André podes explicar-me como é que chegaste a essa estratégia?
>
> **André:** Sim. Primeiro desenhei as galinhas, que são os riscos e depois fui fazendo quatro, mais quatro, mais quatro… até ficar sem galinhas. Por acaso consegui fazer grupos certos, por isso significa que o 32 é múltiplo de 4 não é?
>
> **Estagiária:** Exatamente. E assim concluíste também que as 32 galinhas valiam 8 patos.
>
> **André**: Sim e 8×4 são 32, por isso tenho correto.
>
> **Estagiária:** Muito bem!

Com esta explicação André revela que começa por fazer grupos de 4 e em seguida parece recorrer a um procedimento aditivo, mais propriamente à adição sucessiva, pois parece ter adicionado repetidamente o número 4, até obter o valor final, 32.

Tarefa 2 “200 amigos (ou mais) para uma vaca” – 3.º problema

O problema em questão diz-nos que o pai apanhou 72 ovos e quer arrumá-los em caixas de 6, tendo como objetivo saber quantas caixas vão ser precisas. Para tentar chegar ao resultado o André utiliza a seguinte estratégia (figura 6):

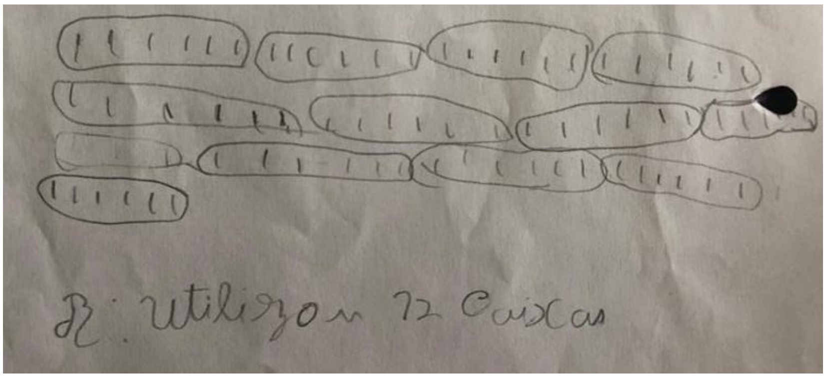


Figura 6 - Resolução de André do problema 3 (tarefa 2)

Perante este problema de divisão por medida, André constrói uma estratégia semelhante à anterior, e regista 72 traços (representando os ovos) que agrupa em conjuntos de 6, de modo a perceber quantas caixas iria utilizar. Durante a resolução do problema reparei que o André estava um pouco confuso apagando várias vezes a sua resolução, tal como é possível verificar na figura. Quando o questionei sobre como tinha pensado, respondeu-me:

> **André:** Pensei como no problema anterior, mas este achei mais difícil, porque depois já não sabia em que número estava e tinha de voltar a contar tudo de novo.
>
> **Estagiária:** Então e já pensaste, se fosse um número ainda maior, como é que fazias?
>
> **André:** Pois, tenho de aprender melhor as contas de dividir, eu ainda não sei bem.

A análise do episódio evidencia que o André começa por explicar o seu raciocínio de modo claro e coerente. O aluno compreende que se trata de um problema de divisão, mas, como tem consciência das suas dificuldades, usando um procedimento muito pouco formal, desenhando 72 riscos e fazendo conjuntos de 6. Ainda assim, apercebe-se do risco de errar, dado a grandeza do número 72.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 4.º problema

No quarto problema da segunda tarefa era pretendido saber quantas caixas são precisas para embalar 32 ovos, sabendo que cada caixa leva 6 ovos. André resolve o problema da seguinte forma (figura 7):

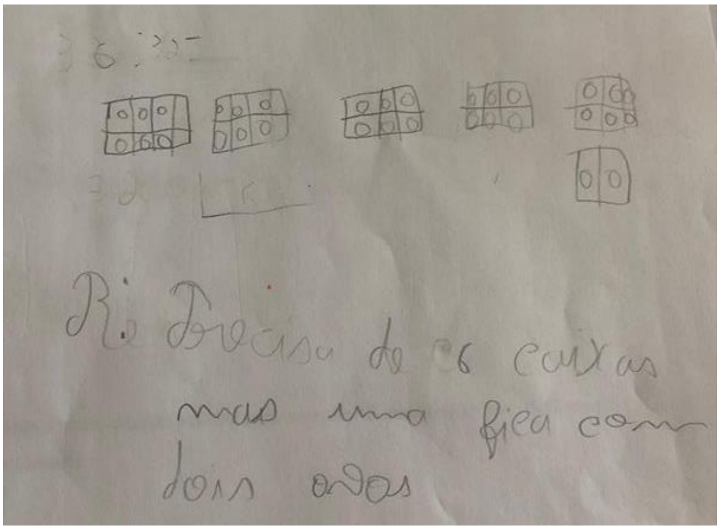


Figura 7 - Resolução de André do problema 4 (tarefa 2)

A análise desta produção evidencia que o aluno utilizou uma representação icónica para resolver o problema, contudo tentou também resolvê-lo pelo algoritmo da divisão, mas como não conseguiu terminá-lo desistiu e apagou, tal como afirma no seguinte diálogo:

> **Estagiária:** André, podes explicar-me porque apagaste o que estavas a fazer?

> **André:** Porque tentei fazer a conta de dividir, mas não estava a dar. Depois fui à tabuada do 6 e também vi que o 32 não existe, por isso é que se calhar não dá para dividir. Já nos outros problemas, quando não estava na tabuada também não dava para dividir.
>
> **Estagiária**: Então e como é que sabias que eram 6 caixas?
>
> **André:** Não sabia. Fui desenhando até dar os 32 ovos, mas mesmo assim fica espaço livre numa das caixas.

Ao analisar o discurso do André parece que o aluno já está a criar uma relação entre a multiplicação e a divisão, embora ainda de forma indireta. O aluno já compreendeu que se o dividendo não for múltiplo do divisor a divisão não será exata, dai ele afirmar que não é possível fazer a divisão. A divisão é possível de realizar, no entanto os alunos não estão habituados a trabalhar com divisões não exatas. Além disso, não consegue usar a multiplicação formalmente nestas situações, embora reconheça a relação entre as duas operações.

O aluno utiliza uma representação esquemática e recorre a procedimentos aditivos, porque vai adicionando o número de ovos até "encher" as caixas com o número pretendido, neste caso o trinta e dois.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 1.º problema

A terceira tarefa é composta por três problemas. No primeiro problema, relacionado com a lengalenga, os alunos tinham primeiro de calcular quantas pessoas estavam no baile e para isso tinham de ver as indicações no texto (ver anexo 3). Seguidamente tinham de calcular quantos pares se podiam formar com as pessoas existentes. O André resolveu o problema da seguinte forma (figura 8):

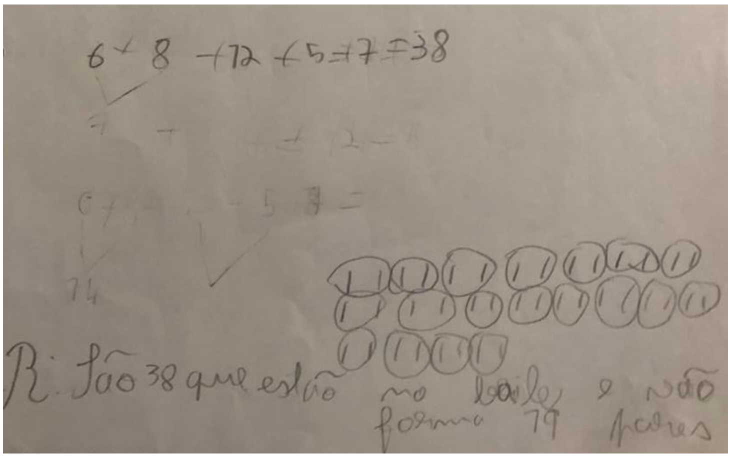


Figura 8-Resolução de André do problema 1 (tarefa 3)

Ao analisar o registo de André, perceciono que este calcula o número de pessoas no baile através de um esquema em árvore, mas quando descobre o resultado apaga a sua resolução.

Para descobrir o número de pares presentes no baile, André evidencia de imediato que tem de chegar às 38 pessoas representando-as com traços. Após isso vai criando grupos de dois elementos até perfazer os 38 e conclui que é possível formar 19 pares.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 2.º problema

No segundo problema da terceira tarefa era pretendido saber quantas mesas de 4 lugares são precisas para sentar as 32 meninas, que estavam no baile. André resolveu o problema da seguinte forma (figura 9):

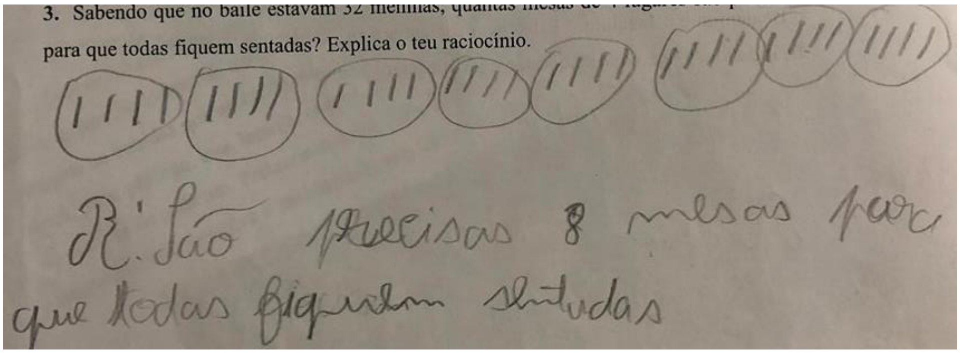


Figura 9 - Resolução de André do problema 2 (tarefa 3)

Nesta resolução, André recorre novamente à representação icónica para resolver o problema, mas após ter terminado a sua resolução decidi questioná-lo:

> **Estagiária**: André, se não pudesses fazer essas representações como é que irias resolver o problema?
>
> **André:** Por acaso até sei responder a essa resposta. Ia à tabuada do 4 e ia ver onde estava o 32, neste caso era no 4x8. Eu lembrei-me disso, mas já estava a fazer os "riscos", então deixei estar assim.

Com esta justificação compreendi que André recorreu à representação esquemática apenas por conveniência, porque parece saber resolver o problema usando procedimentos multiplicativos, em vez de aditivos, uma vez que recorre a produtos conhecidos. Por isso, André ainda que intuitivamente, relaciona a adição com a multiplicação, reconhecendo o problema como sendo de multiplicação embora tenha usado a adição para o resolver.

Tarefa 3 “Lengalenga dos pares” – 3.º problema

No terceiro problema da terceira tarefa era pretendido saber se era possível organizar 32 pessoas em mesas de 6, 8 e 10 lugares não sobrando nenhum. André resolve o problema da seguinte forma (figura 10):

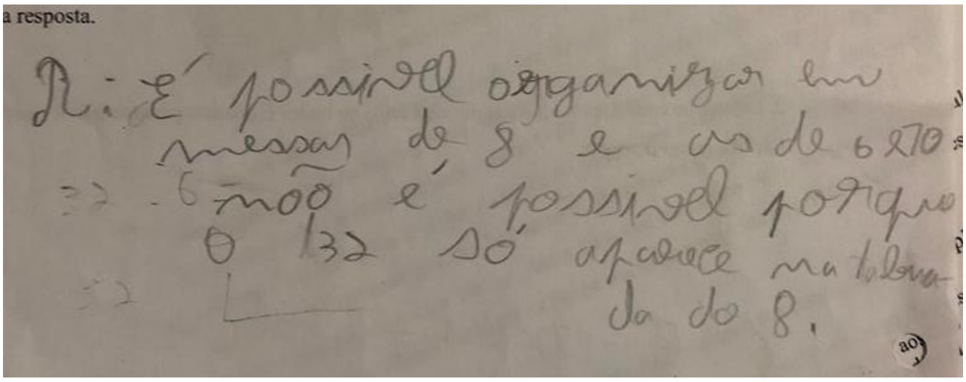


Figura 10 - Resolução de André do problema 3 (tarefa 3)

Ao observar esta representação interpelei de imediato André:

> **Estagiária:** André, então desta vez já não precisaste de usar os “riscos”?
>
> **André**: Não. Desta vez tentei usar a conta de dividir e sabes já consegui fazer uma. Consegui fazer 32 a dividir por 8 e deu 4. As outras depois já não consegui porque o 32 não está na tabuada do 8 nem do 10, porque não é múltiplo desses números, por isso não deu para fazer a conta e não dá para sentar as 32 pessoas.

Ao analisar o discurso de André concluo que o aluno já parece estar mais confiante na resolução dos problemas, pois já não recorre a uma representação icónica e baseia o seu raciocínio em procedimentos multiplicativos, mais propriamente na estratégia de usar produtos conhecidos, em que os alunos utilizam produtos ou factos que conhecem para efetuar os cálculos, ou seja, as tabuadas que já trabalharam. Além disso, reconhece o problema como sendo de divisão, estabelecendo relação entre esta operação e a multiplicação.

5.1.1. Síntese das resoluções de André

A tabela seguinte sintetiza as estratégias usadas por André na resolução dos problemas propostos.

Tabela 3 - Síntese das estratégias utilizadas por André

Tarefa	Problemas	Operação	Estratégias utilizadas
T1	1	Multiplicação	Estratégia aditiva: adições sucessivas Estratégia multiplicativa: apresenta a expressão 15×4
	2	Divisão	Estratégia multiplicativa: usa produtos conhecidos
	3	Divisão	Estratégia multiplicativa: usa produtos conhecidos
T2	1	Multiplicação	Estratégia multiplicativa: algoritmo da multiplicação
	2	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia aditiva: adicionar sucessivamente
	3	Divisão	Utiliza uma representação icónica
	4	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia aditiva: adiciona sucessivamente
T3	1	Divisão	Representação icónica
	2	Divisão	Representação icónica Estratégia multiplicativa: usar produtos conhecidos
	3	Divisão	Estratégia multiplicativa: usar produtos conhecidos

A análise da tabela evidencia que André recorre maioritariamente a estratégias multiplicativas, focando-se, sobretudo, no uso de produtos conhecidos. Para além desta análise, importa referir que nos problemas de divisão o aluno ainda sente muita necessidade de realizar representações icónicas para auxiliar o seu raciocínio. Contudo nos últimos problemas parece já estabelecer relações entre a divisão e a multiplicação.

5.2. As resoluções de Joana

Tarefa 1 "365 pinguins" – 1.º problema

A primeira tarefa é composta por três problemas. No primeiro problema surgia uma imagem do livro (ver anexo 1) que apresentava 60 pinguins distribuídos por 4 grupos de 15 e os alunos teriam de responder, observando a imagem, quantos pinguins tinha a Rita naquele dia. Joana resolve o prolema do seguinte modo (figura 11):

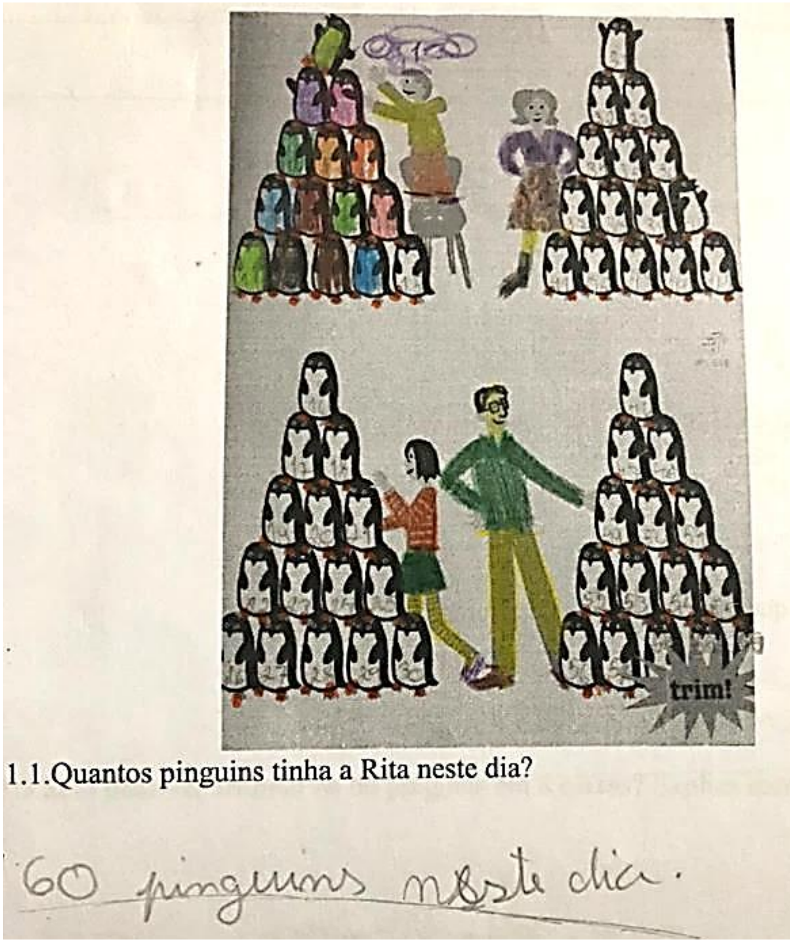


Figura 11 - Resolução de Joana do problema 1 (tarefa 1)

A resolução de Joana limita-se apenas à apresentação da resposta ao problema, que por sua vez está correta, no entanto é possível verificar que a aluna numerou todos os pinguins da figura do enunciado, evidenciando tê-los contado um a um. Ao deparar-me com esta representação, questiono-a sobre a sua forma de pensar e obtenho a seguinte afirmação:

> **Joana:** Professora, eu contei todos os pinguins.
>
> **Estagiária:** E demoraste muito ou pouco tempo?

Joana: Demorei um pouco, porque depois ainda estava a pintar, mas percebi que não ia ter tempo, então fui pondo os números até ao 60.

Estagiária: Então e só conseguias chegar à solução através desta estratégia?

Joana: Não sei. Quer dizer, nesta imagem não, porque podia ter visto que os montes são todos iguais, por isso sabia que de um lado tinha 30 pinguins porque tinha contado, então depois era só fazer 30+30 que ia ficar com os 60 pinguins.

Estagiária: Mas como é que sabes que os montes são todos iguais?

Joana: Começam todos com 5 pinguins e no cimo todos tem 1, por isso é que são iguais.

A análise do diálogo anterior mostra que a Joana começou por realizar uma contagem um a um, relacionando o número com a figura, na medida em que atribui a cada pinguim um número. Seguidamente, a aluna consegue percecionar que os grupos são iguais, daí que recorra a uma estratégia de adição de dobros, ou seja, sabe que se de um lado tem 30 pinguins, porque contou, então juntando com os pinguins do outro lado terá o dobro, daí que tenha pensado na expressão 30+30. Apesar de ter expressado este pensamento, a aluna parece ter utilizado a contagem um a um para a resolução do problema, ainda assim consegui perceber que tem conhecimentos sobre outras estratégias, embora não os tenha aplicado.

A última afirmação da aluna, gerou um pouco de controvérsia na turma e acabou por criar a seguinte discussão:

Nádia: Oh professora eu não concordo com isso que a Joana está a dizer.

Estagiária: Então porque?

Nádia: Porque podem começar com 5 e acabar com 1, mas pelo meio podem existir falta de pinguins.

Estagiária: E como é que fizeste? Queres vir explicar?

Nádia: Sim. Eu fiz no primeiro monte 5+4+3+2+1=15 (escreve no quadro) e depois fiz o mesmo para os outros. Por acaso, todos deram 15, mas porque os montes eram mesmo todos iguais.

Estagiária: Muito bem. A Nádia, para se certificar que os montes de pinguins eram mesmo iguais, foi confirmar através da contagem de pinguins por monte.

A Nádia em comparação com a Joana parece estar num nível de cálculo mais avançado porque já recorre às adições para determinar o número de pinguins. Ainda assim é importante ressaltar que, nesta situação esse cálculo era facilitado uma vez que os objetos (pinguins) estão dispostos em filas organizadas e apresentam uma progressão.

Tarefa 1 “365 pinguins” – 2.º problema

No segundo problema da tarefa 1 era solicitado que os alunos descobrissem quantos pinguins cabiam em cada caixa, sabendo que existiam 6 caixas e havia 60 pinguins, mas com a condição de que em cada caixa ficava com o mesmo número de pinguins. Joana apresenta a seguinte resposta (figura 12):

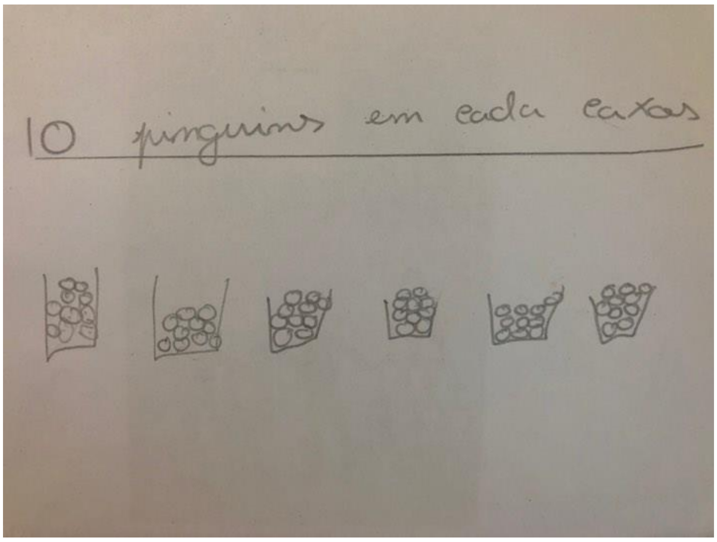


Figura 12 - Resolução de Joana do problema 2 (tarefa 1)

A análise da resolução de Joana mostra que a aluna recorre a uma representação icónica para resolver o problema. A aluna regista 6 caixas e 60 bolas (representando os pinguins), que distribuiu pelas caixas, de modo a perceber quantos pinguins ficavam em cada uma. A partir desta resolução informal consegue dar resposta ao problema.

Para compreender melhor a estratégia utilizada pela Joana entrevistei-a após ter resolvido o problema:

> **Estagiária:** Joana podes explicar-me como é que descobriste que em cada caixa cabiam 10 pinguins?
>
> **Joana:** Então desenhei as caixas e os pinguins.
>
> **Estagiária:** Sim, mas como é que descobriste que eram 10 na primeira caixa por exemplo?
>
> **Joana:** Mas eu não fiz caixa a caixa. Primeiro eu desenhei as caixas todas e depois fui pondo as bolinhas até ter 60 bolinhas arrumadas.
>
> **Estagiária:** Ou seja, colocavas uma bola na 1.ª caixa, uma bola na 2.ª caixa, sempre assim?
>
> **Joana:** Exato, fui tentando até chegar às 60 bolas.
>
> **Estagiária:** E achaste fácil?

Joana: Sim, mas depois foi um pouco confuso porque já não sabia quantas bolas tinha arrumado e tive de contar tudo de novo.

Estagiária: Olha vou te lançar um desafio. Se tu arrumaste bola a bola então na primeira vez, quantas bolas tinhas em cada caixa?

Joana: Em cada caixa tinha 1 bola.

Estagiária: E no fim da primeira arrumação?

Joana: Tinha 6, porque tinha 1 bola em cada caixa e 6×1=6.

Estagiária: Exatamente. Então e não conseguias chegar aos 60 pinguins só trabalhando com o número 6? Em vez de teres desenhado?

Joana: Eu acho que sim, vou pensar.

Estagiária: Ok, fico a aguardar a tua resolução a este desafio. Eu acho que vais conseguir.

Com esta explicação Joana revela que começa por desenhar as caixas e em seguida parece que por partilhas sucessivas arruma os 60 pinguins, utilizando intuitivamente procedimentos aditivos. Como foi das alunas que se mostrou mais motivada perante as tarefas propostas decidi lançar-lhe o desafio acima mencionado, pelo que no dia seguinte apresentou-me a seguinte resolução:

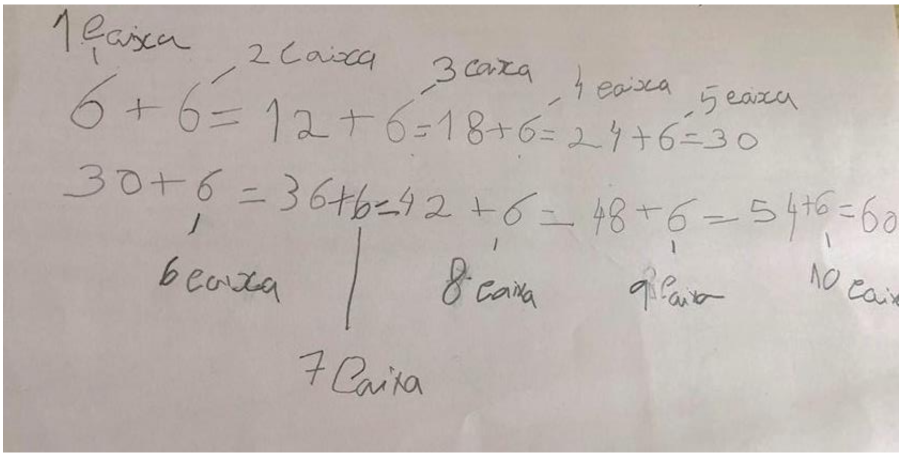


Figura 13 -2.ª Resolução de Joana do problema 2 (tarefa 1)

A análise desta resolução mostra que a aluna recorre a adições sucessivas do número 6 até chegar ao número 60, embora use incorretamente o sinal de igualdade. Cada número 6 adicionado a aluna expressa que corresponde à caixa e como não estava a compreender aquela designação decidi confrontá-la:

Estagiária: Joana muito bem conseguiste superar o desafio que te lancei, mas diz me uma coisa só não compreendo porque utilizaste a designação "1 caixa, 2 caixa,…" podes explicar-me?

Joana: Sim, então isso quer dizer que por exemplo 6 pinguins tenho 1 em cada caixa, dai estar lá "1 caixa", na segunda vez como já adicionei 6 pinguins fico com

2 por caixa, e por isso tem “2 caixa”. Foi só para ir sabendo quantos pinguins iam ficando em cada caixa.

Estagiária: Ah muito bem. É porque essa designação confunde um pouco e parece que te referes às caixas, quando na verdade a referência é ao número de pinguins. Mas está correto, só sugeria que em vez de “1 caixa” colocasses então “1 pinguim por caixa”.

Com esta explicação a Joana revela que conseguiu resolver o problema recorrendo a adições sucessivas e conseguiu compreender o significado dos números tendo em conta o contexto do problema, contudo não utilizou as designações mais corretas provocando alguma confusão para quem estivesse a interpretar a sua resolução. Efetivamente o que a aluna representa são as rodadas do número 6, ou seja, o que vai distribuindo, e não as caixas. É importante salientar que a Joana resolveu o problema pela segunda vez fora do contexto escolar, logo não conseguimos afirmar que chegou à solução sem ajuda, ainda assim conseguiu explicar todos os passos e parece ter compreendido a resolução por esta estratégia.

Tarefa 1 “365 pinguins” – 3.º problema

Este problema, tal como o anterior, apresenta uma situação de divisão por partilha, e contém na mesma o número 60, mas desta vez os alunos tiveram de descobrir se seria possível arrumar os 60 pinguins em 8 caixas. Joana resolve o problema da seguinte maneira:

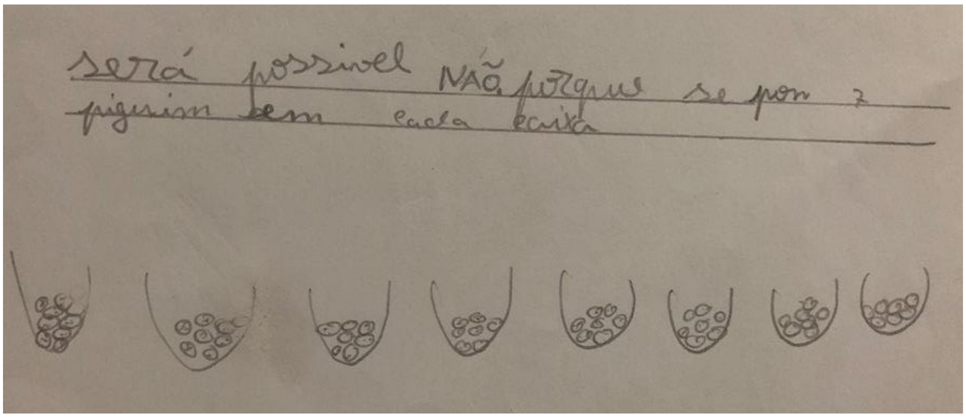


Figura 14- Resolução de Joana do problema 3 (tarefa 1)

Os registos de Joana mostram que a aluna parece ter representado esquematicamente a situação, desenhando 8 caixas cada uma com 7 bolas (representam os pinguins) e refere que não é possível arrumar, só se fossem 7 pinguins por caixa, o que não daria o total de

60 pinguins. Considerando a sua tentativa de resolução e a respetiva resposta, no momento da entrevista, questionei-a:

Estagiária: Joana, então porque é que achas que não é possível?

Joana: Porque eu já tentei. Tentei por aquela forma como me ensinaste e fui adicionando o 8, mas nunca dá 60. Só dá 56 ou 64.

Estagiária: E depois decidiste desenhar?

Joana: Sim, porque assim consigo ver melhor como posso fazer, mas cheguei à conclusão que não dava para arrumar os 60 pinguins então arrumei os 56 e 4 ficam de fora, porque só existem 8 caixas. Se existissem 9 punha os outros pinguins nessa e ficava uma caixa com 4.

Estagiária: Muito bem. Obrigada Joana.

A análise da conversa com a Joana mostra que esta recorre inicialmente a uma estratégia de adição, semelhante à estratégia que utilizou na segunda tentativa do prolema anterior. Pelo que referiu, parece que a aluna adiciona sucessivamente o 8 tentando chegar ao 60, como se distribuísse de cada vez, um pinguim em cada uma das oito caixas, mas sem sucesso e como não conseguia perceber o porquê tentou a resolução pela representação esquemática. Pela resolução que apresenta na figura 14, percebemos que a Joana desenha as 8 caixas e depois coloca 7 bolas (pinguins) em cada um, pois de acordo com o explicado já tinha compreendido através das adições que conseguia arrumar 7 pinguins em cada caixa. Para além desta explicação, a aluna parece ter compreendido que sobraram 4 pinguins e se houvesse outra caixa poderiam ser arrumados, estando intuitivamente a desenvolver o conceito de resto.

Tarefa 2 “200 amigos (ou mais) para uma vaca” – 1.º problema

A segunda tarefa é composta por quatro problemas. No primeiro problema, relacionado com uma imagem do livro (ver anexo 2), onde aparecem muitos pintainhos, era solicitado que os alunos descobrissem quantos eram, sabendo que existiam 32 galinhas e cada uma colocou 6 ovos. Joana resolve o problema do seguinte modo (figura 15):

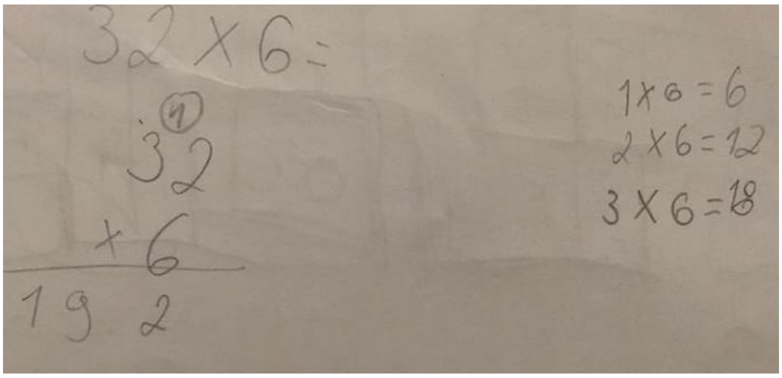


Figura 15- Resolução de Joana do problema 1 (tarefa 2)

A resolução de Joana revela que esta recorreu ao algoritmo de multiplicação para resolver o problema e auxiliou-se da tabuada do 6 para realizar o algoritmo. Curiosamente nesta situação a aluna representa a tabuada do 6 através de produtos do tipo 1×6; 2×6 e 3×6 contrariamente ao que lhe foi ensinado. Como não hesitou e resolveu o problema usando esta estratégia decidi questioná-la:

> **Estagiária:** Joana porque é que resolveste este problema usando uma "conta" de multiplicar?
>
> **Joana:** Porque aprendemos a fazer assim e acho que está correto.
>
> **Estagiária:** E porque é que fizeste a tabuada do 6 ao lado?
>
> **Joana**: Para me ajudar na "conta de vezes", como sabia que era ×6 fiz logo a tabuada e depois é que fiz a conta e foi mais fácil assim.
>
> **Estagiária:** E sabes explicar-me o que significa cada número?
>
> **Joana:** O 32 são as galinhas, o 6 são os ovos e o 192 são… os pintainhos, não é?
>
> **Estagiária:** Exatamente. Muito bem Joana!

Com este diálogo foi possível concluir que a Joana usou uma estratégia multiplicativa e baseou-se no cálculo algorítmico e no uso de produtos conhecidos, neste caso do número 6. Quando questionada sobre o significado dos números a aluna respondeu corretamente, tendo em conta o contexto do problema, hesitando apenas no significado de 192.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 2.º problema

No segundo problema da tarefa 2 era necessário saber com quantos patos ficaria o pai se trocasse as 32 galinhas por patos, sabendo que cada pato valia 4 galinhas. Joana resolve o problema da seguinte maneira (figura 16):

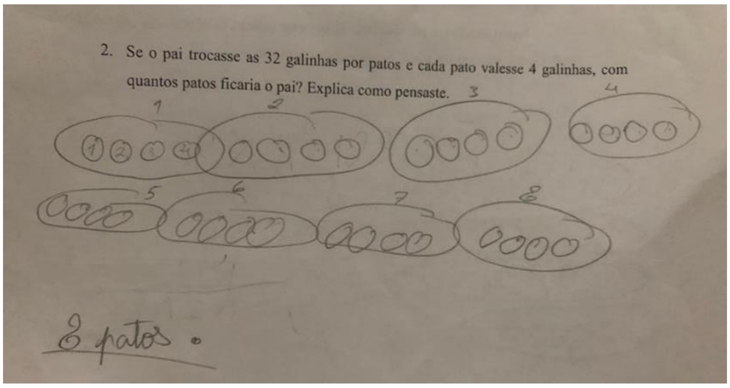


Figura 16- Resolução de Joana do problema 2 (tarefa 2)

A análise da resolução de Joana mostra que a aluna recorre a uma representação icónica para resolver o problema. A aluna regista 32 bolas (representam as galinhas) e organiza-as em conjuntos de 4 (representam os patos), de maneira a perceber com quantos patos ficaria o pai. A partir desta representação informal consegue dar resposta ao problema.

Para compreender melhor a estratégia usada pela Joana, entrevistei-a após ter resolvido o problema:

> **Estagiária:** Joana podes explicar-me como é que resolveste este problema?
>
> **Joana:** Comecei por desenhar as bolinhas de 4 em 4 até chegar às 32 e depois fiz grupos de 4 para conseguir identificar quantos patos eram e vi que eram 8 porque fiz 8 grupos.

Com esta explicação Joana revela que começa por fazer uma contagem de 4 em 4 até obter o valor final, que neste caso é 32. Ao utilizar esta estratégia a aluna está a recorrer a adições sucessivas do número 4. Só depois de obter o número 32 é que realiza os conjuntos e obtém a resposta final.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 3.º problema

O problema em questão diz-nos que o pai apanhou 72 ovos e quer arrumá-los em caixas de 6, tendo como objetivo saber quantas caixas vão ser precisas. Para tentar chegar ao resultado Joana utiliza a seguinte estratégia (figura 17):

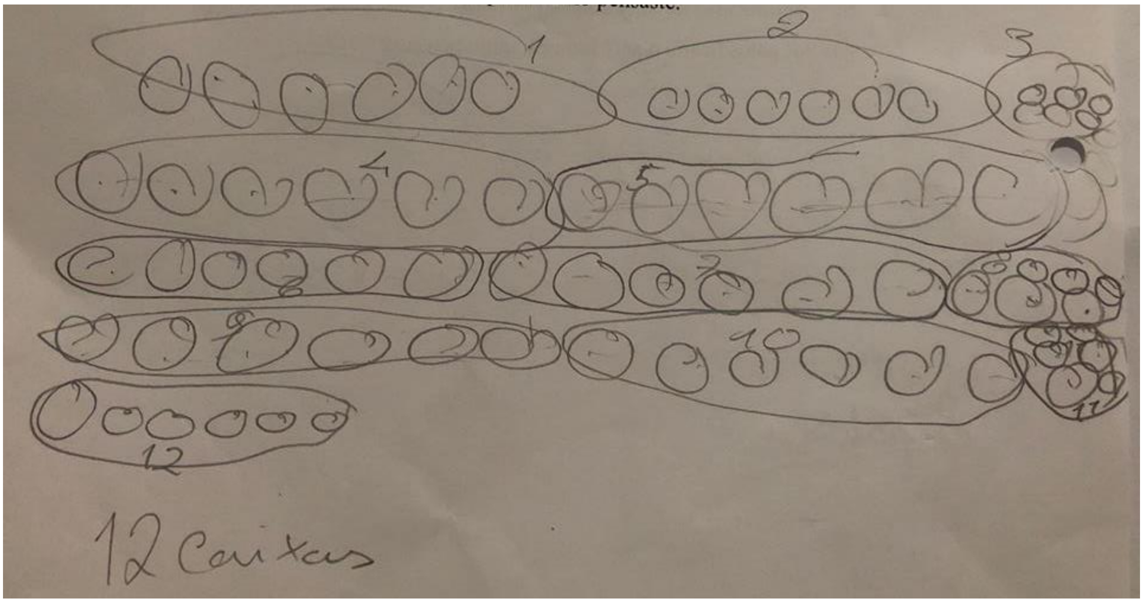


Figura 17 - Resolução de Joana do problema 3 (tarefa 2)

Perante este problema, Joana constrói uma estratégia semelhante à anterior, e regista 72 “círculos” (representando os ovos) que agrupa em conjuntos de 6, de modo a perceber quantas caixas iria utilizar. Como é possível verificar pela figura, a resolução parece estar um pouco desorganizada, então, para compreender o modo de pensar e de organização da Joana decidi questioná-la, pelo que me respondeu:

> **Joana:** Fiz como no problema anterior, mas atrapalhei-me um pouco porque eram mais bolas, dai estarem todas juntinhas aqui no fim da folha, mas teve de ser que era para conseguir fazer grupos de 8.
>
> **Estagiária:** Então e se não tivesses espaço para desenhares já pensaste como é que resolvias o problema?
>
> **Joana:** Pois, só se fizesse como me ensinaste nos pinguins e fazia somas.
>
> **Estagiária:** Somas de quê?
>
> **Joana: (hesita)** Não dá para somar, esquece estava a pensar mal.

A análise do episódio evidencia que Joana consegue explicar o seu raciocínio de forma clara e coerente. A aluna pensa noutra estratégia, que até poderia ser utilizada neste caso, que seria a adição sucessiva do número 8 até 72, mas como é confrontada com a minha questão, ficou de imediato reticente com a sua resposta e já não arriscou a outra tentativa. No fim da discussão coletiva referi que uma outra estratégia para resolver o problema em causa seria a adição sucessiva do número 8, para que de facto a aluna ficasse esclarecida, para além do uso de estratégias multiplicativas.

Tarefa 2 “200 amigos (ou mais) para uma vaca” – 4.º problema

No quarto problema da segunda tarefa era pretendido saber quantas caixas são precisas para embalar 32 ovos, sabendo que cada caixa leva 6 ovos. Joana resolve o problema da seguinte forma (figura 7):

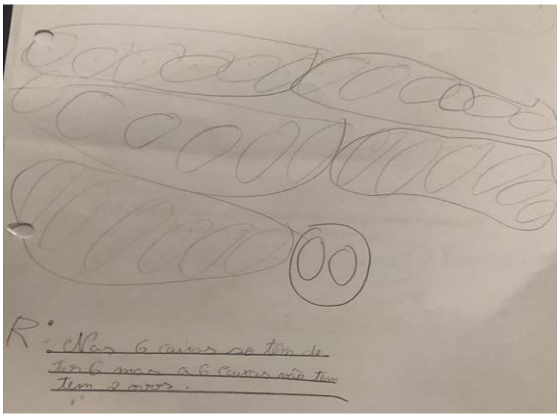


Figura 18 - Resolução de Joana do problema 4 (tarefa 2)

A análise desta produção evidencia que a aluna utilizou uma representação icónica para resolver o problema. A aluna desenhou os 32 ovos (representados por bolas) e só depois foi formando grupos de 6, concluindo que conseguia formar apenas 5 grupos, como se verifica na seguinte explicação:

> **Joana:** Professora eu fiz assim como viste, mas só consigo fazer 5 caixas com 6 ovos, na sexta caixa tem de ficar dois ovos, pode ser não pode?
>
> **Estagiária:** O que é que achas?
>
> **Joana:** Eu acho que sim, não há problema nenhum em ter uma caixa só com 2 ovos, ficam 4 espaços vazios.
>
> **Estagiária:** Então sendo assim de quantas caixas precisas?
>
> **Joana:** Preciso de 6, mas uma fica incompleta.
>
> **Estagiária:** E tu achas que isso é possível?
>
> **Joana:** Sim, ainda por cima vai dar o mesmo resultado.
>
> **Estagiária:** O mesmo resultado do que?
>
> **Joana:** Se fizeres 6×5 são 30 que corresponde às caixas completas e depois somas mais dois que são os dois ovos da caixa incompleta e ficas com os 32 ovos que o pai apanhou, por isso podem ser arrumados assim.

Ao analisar este discurso parece que a aluna consegue relacionar o problema com a realidade, porque assume que podem restar dois ovos, basta para isso ficar uma caixa com espaços livres. Para além deste aspeto, a aluna parece que consegue relacionar a multiplicação com a divisão, uma vez que explica a formação de conjuntos através da multiplicação e dá significado ao resto.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 1.º problema

A terceira tarefa é composta por três problemas. No primeiro problema, relacionado com a lengalenga os alunos tinham primeiro de calcular quantas pessoas estavam no baile e para isso tinham de ver as indicações no texto (ver anexo 3). Seguidamente tinham de calcular quantos pares se podiam formas com as pessoas existentes. Joana resolveu o problema da seguinte forma (figura 19):

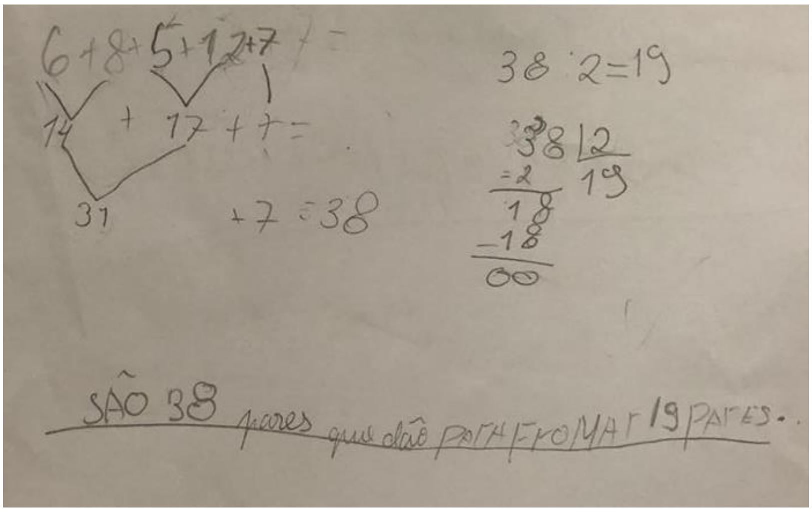


Figura 19-Resolução de Joana do problema 1 (tarefa 3)

Perante este problema, Joana constrói um esquema em árvore para calcular o número de pessoas presentes no baile. Após esse procedimento, a aluna optou pelo cálculo algorítmico para descobrir quantos pares poderia formar. Como nos problemas anteriores, Joana nunca utilizou o algoritmo da divisão questionei-a sobre o porquê de o ter feito desta vez, pelo que me respondeu:

> **Joana:** Utilizei a "conta de dividir" porque agora acho que já sei fazer. Tenho treinado muito e só tenho de ter as tabuadas ao pé para ser mais fácil.

Com este discurso, parece que a aluna conseguiu desprender-se da representação esquemática, e consegue compreender que a divisão está relacionada com a multiplicação. Relativamente à sua produção é possível verificar que a aluna consegue compreender que o conceito de "par" se calcula através da divisão por 2, embora esta não fosse necessária neste caso.

Tarefa 3 “Lengalenga dos pares” – 2.º problema

No segundo problema da terceira tarefa era pretendido saber quantas mesas de 4 lugares são precisas para sentar as 32 meninas que estavam no baile. Joana resolveu o problema da seguinte forma (figura 20):

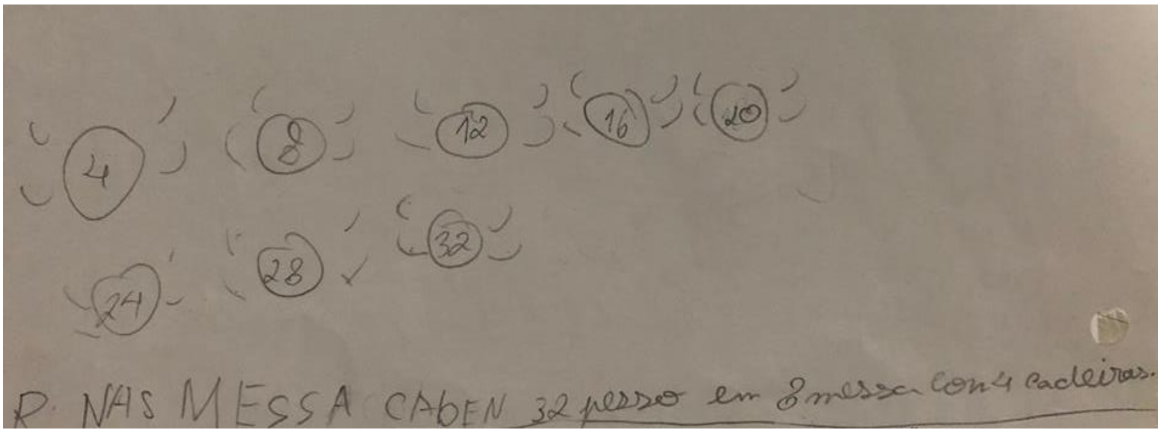


Figura 20 - Resolução de Joana do problema 2 (tarefa 3)

Nesta resolução, Joana recorre novamente a uma representação esquemática para resolver o problema. A aluna começa por desenhar a primeira mesa, onde coloca o numeral 4 e representa 4 cadeiras (representadas por traços) e assim sucessivamente, até chegar à oitava mesa, que contém o numeral 32, evidenciando que vai adicionando sucessivamente 4. Quando terminou a sua representação decidi questioná-la:

> **Estagiária:** Joana, então podes explicar-me o teu pensamento?
>
> **Joana**: Olha eu comecei a desenhar mesa a mesa e depois fui colocando no centro da mesa o número de pessoas que já estavam sentadas, até chegar ao 32 que é o número total de pessoas, por isso usei 8 mesas.
>
> **Estagiária**: Sim e está correto, mas não podias ter usado outra estratégia?
>
> **Joana:** Podia, mas só percebi depois que podia ter feito a conta de dividir. E sabes outra coisa, estes números que estão aqui nas mesas são a tabuada do 4, por isso também já posso resolver só pela tabuada sem fazer contas.
>
> **Estagiária:** Como é que isso se faz?
>
> **Joana:** Tenho aqui a tabuada do 4, vou ver onde está o 32 e está no 8×4 por isso o número de mesas só podia ser 8.

Com esta justificação concluí que Joana recorreu a uma representação esquemática porque não identificou que estava perante um problema de divisão. A aluna começou por utilizar procedimentos aditivos, porque foi adicionando sucessivamente o número 4 até atingir o 32, mas após a sua representação conseguiu estabelecer relação com procedimentos multiplicativos, uma vez que conseguiu articular a sua representação com a tabuada do 4 e, a partir daí, resolver o problema com recurso a produtos conhecidos.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 3.º problema

No terceiro problema da terceira tarefa era pretendido saber se era possível organizar 32 pessoas em mesas de 6, 8 e 10 lugares. Joana resolve o problema da seguinte forma (figura 21):

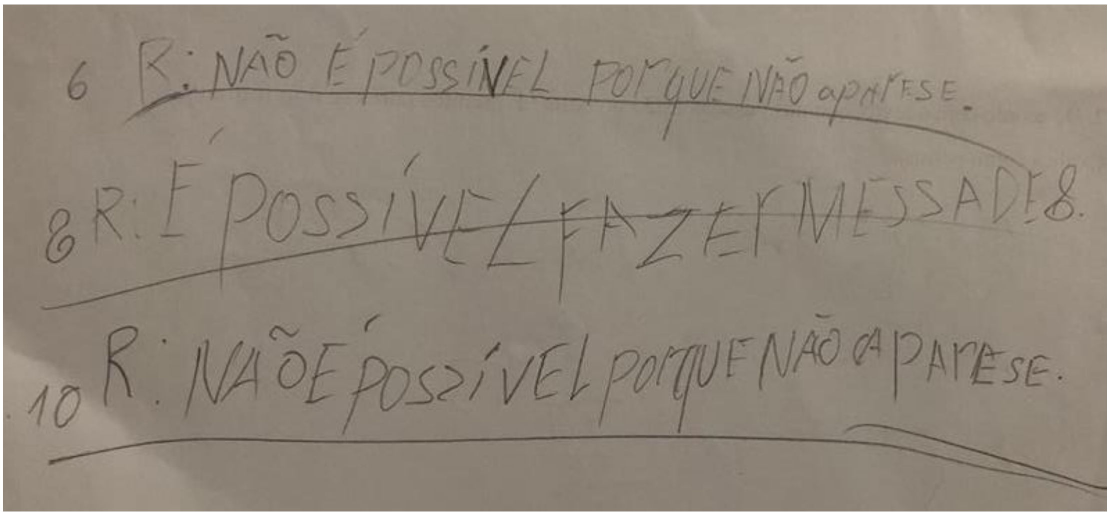


Figura 21 - Resolução de Joana do problema 3 (tarefa 3)

Nesta resolução é compreensível que a aluna recorreu apenas às tabuadas para resolver o problema, contudo solicitei que me explicasse o seu raciocínio, após ter resolvido o problema:

Joana: Este foi fácil, porque já te tinha dito no anterior que aquilo era a tabuada do 4. Este é igual, mas com outras tabuadas.

Estagiária: Mas como é que fizeste?

Joana: Fui à tabuada do 6 como não há o 32, só há o 30 ou o 36, então não é possível. Na tabuada do 8 há o 32 é 8×4, por isso é possível fazer 4 mesas com 8 pessoas. Na tabuada do 10 também não aparece porque os números acabam todos em zero.

Com esta explicação concluo que a aluna baseou o seu pensamento apenas em procedimentos multiplicativos, mais propriamente na estratégia de usar produtos conhecidos.

5.2.1. Síntese das resoluções de Joana

A tabela seguinte sintetiza as estratégias usadas por Joana na resolução dos problemas propostos.

Tabela 4 - Síntese das estratégias utilizadas por Joana

Tarefa	Problemas	Operação	Estratégias utilizadas
T1	1	Multiplicação	Estratégia aditiva: contagem 1 a 1 Estratégia multiplicativa: usar relações de dobro
	2	Divisão	Representação icónica Estratégia aditiva: adições sucessivas
	3	Divisão	Representação icónica Estratégia aditiva: adições sucessivas
T2	1	Multiplicação	Estratégia multiplicativa: algoritmo da multiplicação e uso de produtos conhecidos
	2	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia aditiva: adições sucessivas
	3	Divisão	Utiliza uma representação icónica
	4	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos
T3	1	Divisão	Representação icónica Algoritmo da divisão
	2	Divisão	Representação icónica Estratégia aditiva: adições sucessivas Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos
	3	Divisão	Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos

A análise da tabela evidencia que Joana ainda sente muito necessidade de usar representações esquemáticas ou icónicas nas situações dos problemas, pois tal como evidenciado na tabela só não recorre a este tipo de representações em três problemas. Quanto às estratégias aditivas baseia o seu pensamento maioritariamente no uso de adições sucessivas. Nas estratégias multiplicativas recorre sobretudo ao uso de produtos conhecidos, utilizando apenas uma vez a relação de dobro.

5.3. As resoluções de Sara

Tarefa 1 “365 pinguins” – 1.º problema

A primeira tarefa é composta por três problemas. No primeiro problema surgia uma imagem do livro (ver anexo 1) que apresentava 60 pinguins distribuídos por 4 grupos de 15 e os alunos teriam de responder, observando a imagem, quantos pinguins tinha a Rita naquele dia. Sara resolve o problema do seguinte modo (figura 22):

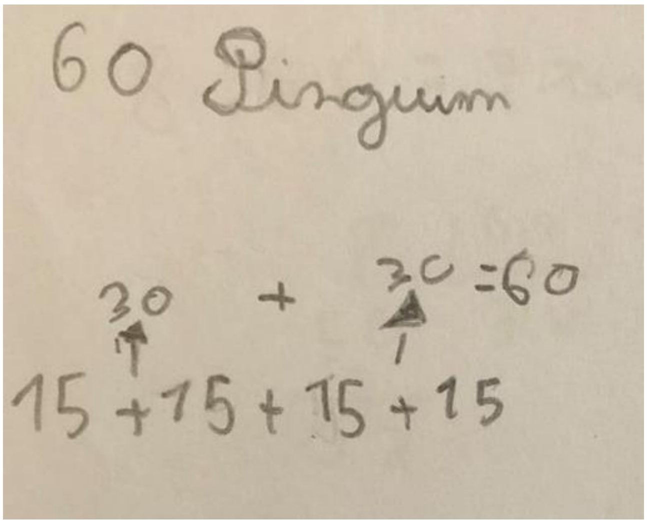


Figura 22 - Resolução de Sara do problema 1 (tarefa 1)

A resolução de Sara revela que a aluna parece ter começado por escrever a resposta ao problema, mas seguidamente apresenta a sua resolução. Nesta resolução parece que a aluna começou por colocar a expressão 15+15+15+15 e seguidamente foi adicionando as parcelas duas a duas até que chegou ao total. Para perceber qual tinha sido a ordem do raciocínio de Sara decidi questioná-la:

> **Estagiária:** Sara, podes explicar-me porque é que começaste por escrever 60 pinguins?
>
> **Sara:** Comecei porque primeiro eu contei todos os pinguins da imagem e deu-me 60, por isso é que pus logo a resposta.
>
> **Estagiária:** Então e depois fizeste aqueles cálculos porquê?
>
> **Sara:** Porque depois tu disseste à Inês que querias tudo explicado e eu achei que tinha de por contas.
>
> **Estagiária:** E fizeste muito bem. Explica-me lá as “tuas contas”.
>
> **Sara:** Eu quando contei ao início descobri que cada grupo tinha 15 pinguins e então se são 4 grupos fiz 15+15+15+15, mas depois para não estar a somar isso tudo, fiz primeiro 15+15 e vi que dava 30, por isso os outros 15+15 também são 30 e no total eram 60, tal como eu contei.

Estagiária: Muito bem Sara.

A análise do diálogo mostra que Sara inicia o seu discurso fazendo referência à resolução por contagem um a um, no entanto compreende que o problema pode ser resolvido através de outras estratégias. Durante a contagem, a aluna compreende que cada grupo tem 15 elementos, logo o número total de elementos será a soma de 15+15+15+15. Para efetuar esta adição, a aluna recorre à estratégia de adicionar dobros, uma vez que as parcelas são todas iguais. Ao adicionar as primeiras duas parcelas obtém o número 30, logo, as outras duas também correspondem a 30 e efetua depois 30+30 perfazendo 60, tal como o valor que encontrou pela contagem um a um.

Tarefa 1 "365 pinguins" – 2.º problema

No segundo problema da tarefa 1 era solicitado que os alunos descobrissem quantos pinguins cabiam em cada caixa, sabendo que existiam 6 caixas e havia 60 pinguins, mas com a condição de que caixa ficava com o mesmo número de pinguins. Sara apresenta a seguinte resposta (figura 23):

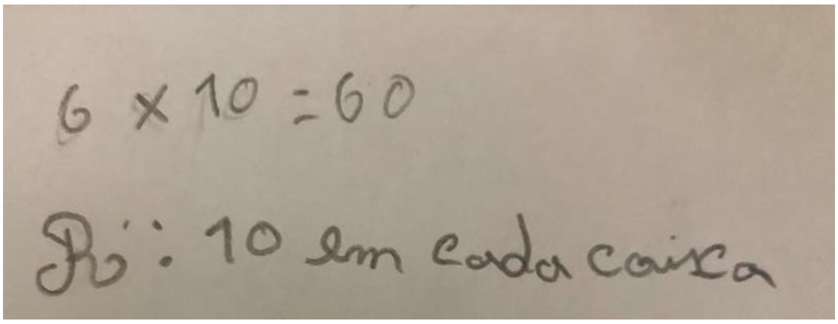


Figura 23 - Resolução de Sara do problema 2 (tarefa 1)

Ao observar esta resposta, questiono a aluna sobre a sua forma de pensar pelo que me responde:

Sara: Na tabuada do 6 há o 60, que é 6×10, por isso cabem 10 ovos em cada caixa.

Estagiária: E porque é que usaste a tabuada?

Sara: Então porque esta era simples não foi preciso estar a fazer a conta de dividir.

Estagiária: Mas ias usar uma conta de dividir neste problema?

Sara: Sim, isto é um problema de divisão, mas também dá para resolver pela tabuada, porque quando faço as contas de dividir também uso a tabuada.

A análise deste episódio mostra que Sara recorre a uma estratégia de multiplicação para resolver o problema, embora reconheça que este é de divisão. A aluna baseia-se na tabuada do 6 para descobrir a solução do problema e quando questionada sobre o porque de o ter feito, não hesita e explica que o 60 encontra-se na tabuada do 60, logo a resposta está diretamente na tabuada. Esta explicação mostra que, a aluna consegue relacionar a multiplicação com a divisão, uma vez que reconhece o problema como sendo de divisão e chega ao resultado através de um raciocínio multiplicativo.

Tarefa 1 "365 pinguins" – 3.º problema

Este problema, tal como o anterior, apresenta uma situação de divisão por partilha, e contém na mesma o número 60, mas desta vez os alunos tiveram de descobrir se seria possível arrumar os 60 pinguins em 8 caixas. Sara resolve o problema da seguinte maneira (figura 24):

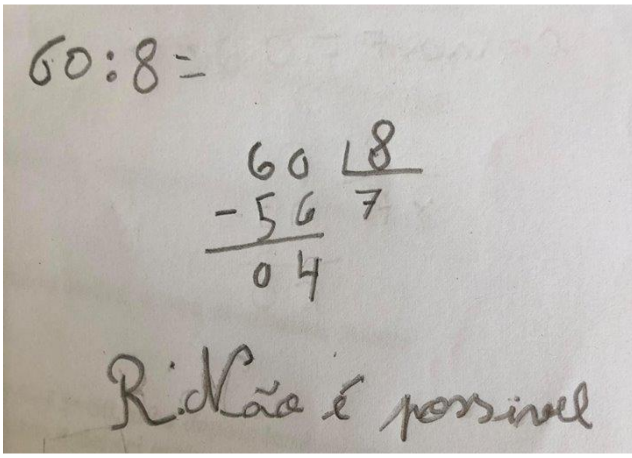


Figura 24 - Resolução de Sara do problema 3 (tarefa 1)

Os registos de Sara mostram que a aluna reconhece o problema como sendo de divisão e recorre ao algoritmo, contudo esta não foi a sua primeira opção. Considerando as suas tentativas de resolução e a respetiva resposta, no momento da entrevista, questionei-a:

> **Estagiária:** Sara, podes explicar-me porque é que apagaste a tua primeira resolução?
>
> **Sara:** A primeira vez fiz igual a esta, mas como estava a sobrar 4 eu não estava a perceber. Depois apaguei e tentei fazer ao contrário, mas também não deu e então voltei a por esta conta como no início e conclui que não é possível.
>
> **Estagiária:** Fizeste ao contrário como?
>
> **Sara:** Fiz 8 a dividir por 60 e restava 2, mas como não estava a perceber muito bem aquela conta decidir por esta.
>
> **Estagiária**: E consegues dizer-me porque é que não é possível?
>
> **Sara:** Porque vão sobrar 4 pinguins.
>
> **Estagiária:** E desta vez não tentaste resolver pela tabuada?

> **Sara:** Sim foi a primeira coisa que fiz, mas também não dava porque o 60 não está na tabuada do 8.

A análise da conversa com Sara mostra que esta recorre inicialmente a uma estratégia de multiplicação, igual à que utilizou para resolver o problema anterior, mas como a divisao não é exata não encontrou o dividendo na tabuada do divisor, então acabou por mudar de estratégia. Na segunda estratégia a aluna optou pelo algoritmo da divisão, fazendo 60:8, no entanto não compreendeu significado do resto e decidiu realizar outro algoritmo, tentando calcular 8:60, mas sem sucesso. Como a segunda estratégia foi a que se aproximava mais do resultado presente na tabuada, foi por essa que optou no fim e acabou por contextualizar o resto do algoritmo com a situação do problema.

Tarefa 2 “200 amigos (ou mais) para uma vaca” – 1.º problema

A segunda tarefa é composta por quatro problemas. No primeiro problema, relacionado com uma imagem do livro (ver anexo 2), onde aparecem muitos pintainhos, era solicitado que os alunos descobrissem quantos eram, sabendo que existiam 32 galinhas e cada uma pôs 6 ovos. Sara resolve o problema do seguinte modo (figura 25):

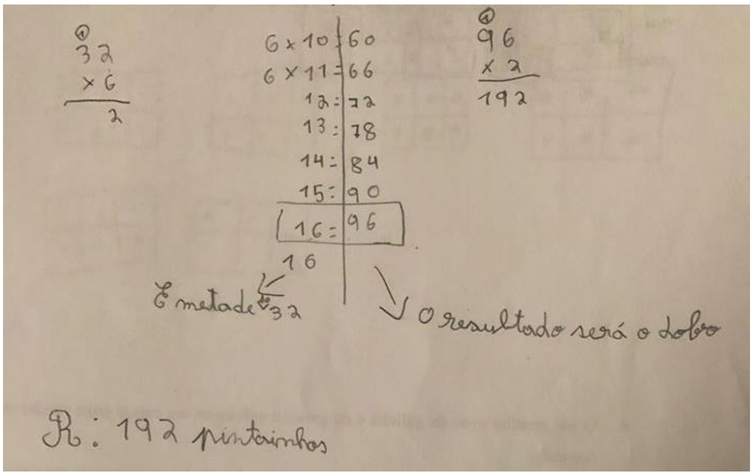


Figura 25 - Resolução de Sara do problema 1 (tarefa 2)

A resolução de Sara revela que esta utilizou estratégias multiplicativas, baseando-se essencialmente no uso de produtos sucessivos até chegar ao 6×32. A aluna começa por tentar usar o algoritmo, mas sem sucesso. Depois recorre a produtos sucessivos, iniciando por um produto conhecido 6×10=60. No final, recorre a relações de dobro e metade. Durante a entrevista, quando questionada sobre o seu raciocínio respondeu:

> **Sara:** Primeiro eu percebi que era pela tabuada do 6 que ia chegar à resolução, por isso pensei fazer a tabuada até 6×32, mas depois enquanto estava a fazer este

> esquema pensei… que metade de 32 era 16, por isso podia só fazer até ao 16 e o resultado do 32 seria o dobro do de 16.
>
> **Estagiária:** E porque é que fizeste aquela multiplicação do 32×6?
>
> **Sara:** Foi só para ter a certeza que o resultado dava o mesmo que o de 96×2 e como dava, sei que tenho as contas certas.

A aluna parece revelar compreensão sobre as relações dobro e metade usadas, porque para além de compreender que o resultado de 16×6 será metade do de 32×6, ainda parece compreender que 96×2 é equivalente a ter 32×6, porque apresentam o mesmo resultado, embora não relacione 96 com 32 e 2 com 6.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 2.º problema

No segundo problema da tarefa 2 era necessário saber com quantos patos ficaria o pai se trocasse as 32 galinhas por patos, sabendo que cada pato valia 4 galinhas. Sara resolve o problema da seguinte maneira (figura 26):

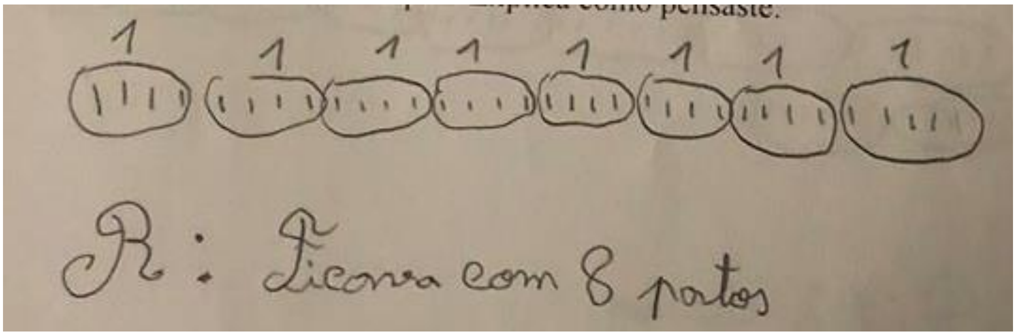


Figura 26 - Resolução de Sara do problema 2 (tarefa2)

A análise da resolução de Sara mostra que a aluna recorre a uma representação icónica para resolver o problema. A aluna regista 32 traços (que representam as galinhas) e organiza-os em conjuntos de 4, que enumera com o número 1 (que representa os patos). A partir desta resolução consegue dar uma resposta correta ao problema.

Durante o momento de discussão coletiva em sala de aula, Sara explicou:

> **Sara:** Fui desenhando os riscos de 4 em 4 e fazia logo "as bolas" à volta para não me perder. No fim dos 32 riscos coloquei o número 1 em cima de todas as bolas que tinha feito e depois foi so contar 1+1+1+1+1+1+1+1 e deu o número 8, que significa que as 32 galinhas valiam 8 patos.

Com esta explicação a aluna revela que utilizou uma estratégia aditiva, uma vez que adicionou sucessivamente o número 4 até obter o 32 e só depois é que contou o número de conjuntos de 4 elementos formados, de modo a obter a resposta final ao problema.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 3.º problema

O problema em questão diz-nos que o pai apanhou 72 ovos e quer arrumá-los em caixas de 6, tendo como objetivo saber quantas caixas vão ser precisas. Para tentar chegar ao resultado Sara utiliza a seguinte estratégia (figura 27):

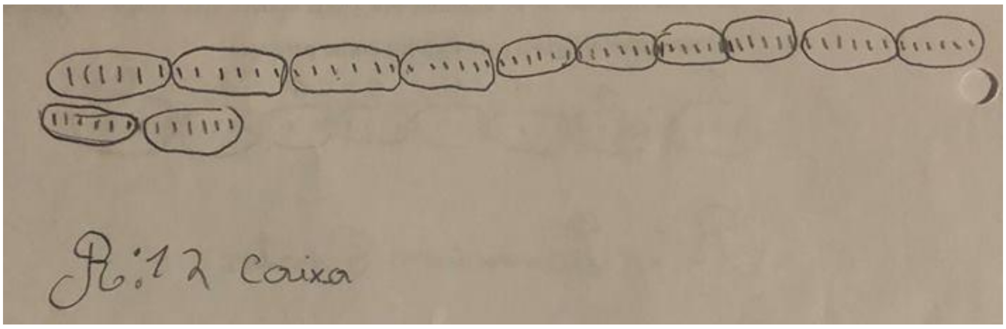


Figura 27 - Resolução de Sara do problema 3 (tarefa 2)

A análise da resolução de Sara mostra que esta recorre a uma estratégia de adição semelhante à que utilizou para resolver o problema anterior. Mais uma vez a aluna utiliza uma representação icónica e regista 72 traços (representando os ovos) que agrupa em conjuntos de 6, que desta vez já não numera. Quando terminou de resolver o problema questionei-a:

> **Estagiária:** Sara, então como é que sabes que são 12 caixas?
>
> **Sara:** São 12 caixas, porque fiz 12 conjuntos de 6 ovos cada e 6×12 dá 72, que é o número total de ovos.

A análise deste pequeno diálogo, evidencia que a aluna recorre a uma estratégia aditiva, porque faz uma contagem de 6 em 6 até ao número 72, no entanto tem no pensamento uma estratégia multiplicativa, porque recorre ao uso de produtos conhecidos para explicar a sua resolução.

Tarefa 2 "200 amigos (ou mais) para uma vaca" – 4.º problema

No quarto problema da segunda tarefa era pretendido saber quantas caixas são precisas para embalar 32 ovos, sabendo que cada caixa leva 6 ovos. Sara resolve o problema da seguinte forma (figura 28):

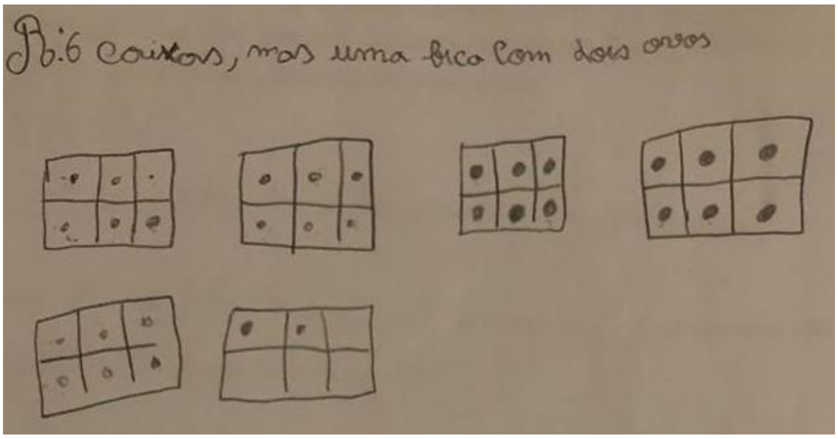


Figura 28 - Resolução de Sara do problema 4 (tarefa 2)

A análise desta produção evidencia que a aluna utilizou uma representação icónica para resolver o problema. A aluna desenhou cinco caixas com seis ovos e uma caixa com dois ovos. Durante a entrevista, após questionada sobre a sua resolução, a aluna responde:

> **Sara:** Como não eram assim tantos ovos decidi ir desenhando e conclui que precisa de 6 caixas, mas uma das caixas fica apenas com dois ovos.
>
> **Estagiária:** E se te pedisse para resolveres o problema de outra forma como é que farias?
>
> **Sara:** Não sei. Pela tabuada não dá porque o 32 não aparece na tabuada do 6, por isso não posso fazer nenhuma conta.
>
> **Estagiária:** Não?
>
> **Sara:** Não porque se não dá na tabuada, também não posso fazer a conta.
>
> **Estagiária:** Mas qual é a conta?
>
> **Sara:** De vezes.
>
> **Estagiária:** E achas que não dá para fazer uma conta de dividir?
>
> **Sara:** Acho que não, porque a pergunta é "de quantas caixas precisa" e não é "será possível arrumar os ovos em 6 caixas" como aquela dos pinguins sabes?
>
> **Estagiária:** Sim. Mas nessa tu fizeste uma conta de dividir.
>
> **Sara:** Porque essa era um problema de divisão.

Com a análise deste discurso parece que a aluna tenta utilizar uma estratégia multiplicativa inicialmente, pois refere que averiguou a tabuada do 6 para verificar se o número 32 era produto da mesma. Como tal não se verificou, a aluna optou por uma representação icónica. Pelo discurso, concluo também que Sara aparenta ter alguma dificuldade na compreensão do enunciado e não assimila que se trata de um problema de divisão, porque compara-o ao problema da primeira tarefa, em que o enunciado era construído de forma diferente, uma vez que são situações de divisão diferentes.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 1.º problema

A terceira tarefa é composta por três problemas. No primeiro problema, relacionado com a lengalenga, os alunos tinham primeiro de calcular quantas pessoas estavam no baile e para isso tinham de ver as indicações no texto (ver anexo 7). Seguidamente tinham de calcular quantos pares se podiam formas com as pessoas existentes. Sara resolveu o problema da seguinte forma (figura 29):

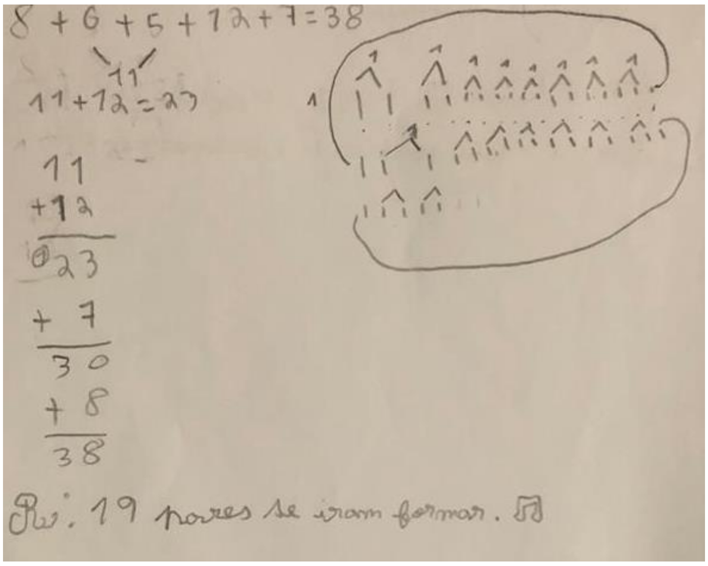


Figura 29 - Resolução de Sara do problema 1 (tarefa 3)

Ao analisar o registo de Sara, perceciono que esta calcula o número de pessoas conforme as quantidades que vão surgindo no texto. Para realizar as somas, que representa primeiro na horizontal, recorre ao algoritmo da adição, adicionando em coluna. Para descobrir o número de pares no baile, Sara evidencia de imediato que tem um total de 38 pessoas que representa com traços. Depois cria grupos de 2 elementos recorrendo a um esquema e conclui corretamente que se formam 19 pares.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 2.º problema

No segundo problema da terceira tarefa era pretendido saber quantas mesas de 4 lugares são precisas para sentar as 32 meninas, que estavam no baile. Sara resolveu o problema da seguinte forma (figura 20):

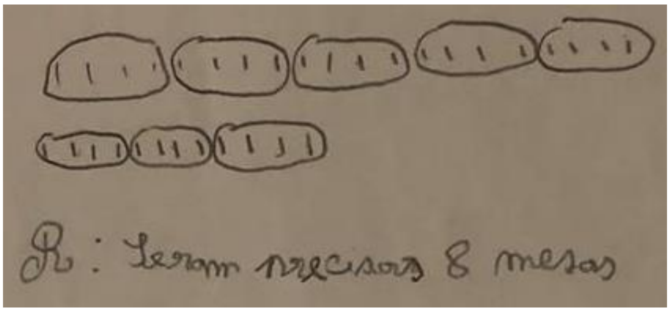


Figura 30 - Resolução de Sara do problema 2 (tarefa 3)

Nesta resolução, Sara recorre novamente a uma representação icónica para resolver o problema. A aluna desenha 32 traços (representam as meninas) e agrupa-os em grupos de 4 (representam as mesas), concluindo que serão precisas 8 mesas.

Durante a discussão coletiva a aluna refere:

> **Sara:** Neste problema decidi resolver assim porque achei que era mais fácil representar as mesas, mas também se podia resolver pela tabuada. Íamos à tabuada do 4 e vimos que 4×8 são 32, por isso formavam-se 8 mesas.

Mais uma vez a aluna recorre a uma representação informal para resolver o problema e, mais tarde, consegue relacionar a sua resolução com um procedimento multiplicativo de produtos conhecidos, neste caso da tabuada do 4.

Tarefa 3 "Lengalenga dos pares" – 3.º problema

No terceiro problema da terceira tarefa era pretendido saber se era possível organizar 32 pessoas em mesas de 6, 8 e 10 lugares. Sara resolve o problema da seguinte forma (figura 31):

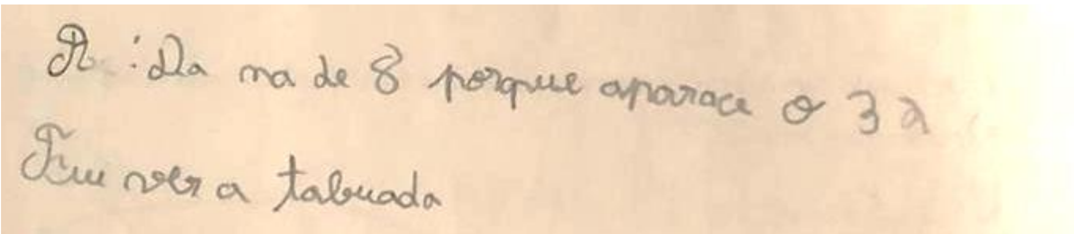


Figura 31 - Resolução de Sara do problema 3 (tarefa 3)

Ao deparar-me com esta resposta decidi questionar de imediato Sara:

> **Estagiária:** Sara, então só apresentas resposta para o 8 porquê?
>
> **Sara:** Então, porque o 32 só aparece na tabuada do 8, por isso só dá para formar mesas de 8 pessoas, nem é preciso verificar com os desenhos.

Com esta resposta concluo que a Sara optou por utilizar uma estratégia multiplicativa, uma vez que parece já ter compreendido que, se os produtos aparecerem nas tabuadas então a divisão é exata e, neste caso, é possível formar mesas, se os produtos não aparecem nas tabuadas a divisao não é exata e já não é possível formas mesas. Sara não coloca a hipótese de haver mesas não completas, ou seja, não coloca a hipótese do resto.

5.3.1. Síntese das resoluções de Sara

A tabela seguinte sintetiza as estratégias usadas por Sara na resolução dos problemas propostos.

Tabela 5 - Síntese das estratégias utilizadas por Sara

Tarefa	Problemas	Operação	Estratégias utilizadas
T1	1	Multiplicação	Estratégia aditiva: contagem 1 a 1 e adicionar 2 a 2
	2	Divisão	Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos
	3	Divisão	Algoritmo da divisão
T2	1	Multiplicação	Estratégia multiplicativa: algoritmo da multiplicação e uso da relação dobro e metade
	2	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia aditiva: adições sucessivas
	3	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia aditiva: adições sucessivas Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos
	4	Divisão	Utiliza uma representação icónica Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos
T3	1	Divisão	Representação icónica Estratégia aditiva: adicionar em coluna
	2	Divisão	Representação icónica Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos

	3	Divisão	Estratégia multiplicativa: uso de produtos conhecidos

A análise da tabela evidencia que Sara utilizou diversas estratégias nas resoluções dos problemas. Na turma foi a única que utilizou a estratégia multiplicativa de relação dobro e metade e para além disso conseguiu explicá-la com um discurso coerente para os colegas. Pela análise da tabela conclui-se ainda que, apesar de prender as suas representações ao uso de esquemas e registos mais informais consegue sempre explicá-los pelas estratégias supramencionadas.

5.4. Perceção dos alunos sobre as potencialidades das histórias infantis na aprendizagem da resolução de problemas

No sentido de compreender o modo como os alunos percecionam o trabalho da resolução de problemas a partir de histórias infantis apliquei um inquérito por questionário composto por seis perguntas, sendo que uma delas é fechada e as restantes abertas. O questionário foi respondido por 25 alunos, ou seja, apenas um aluno não respondeu.

À pergunta "Gostaste de trabalhar a matemática a partir das histórias infantis?", 24 alunos responderam que "sim" e apenas 1 aluno respondeu que "não", tal como se pode observar no seguinte gráfico:

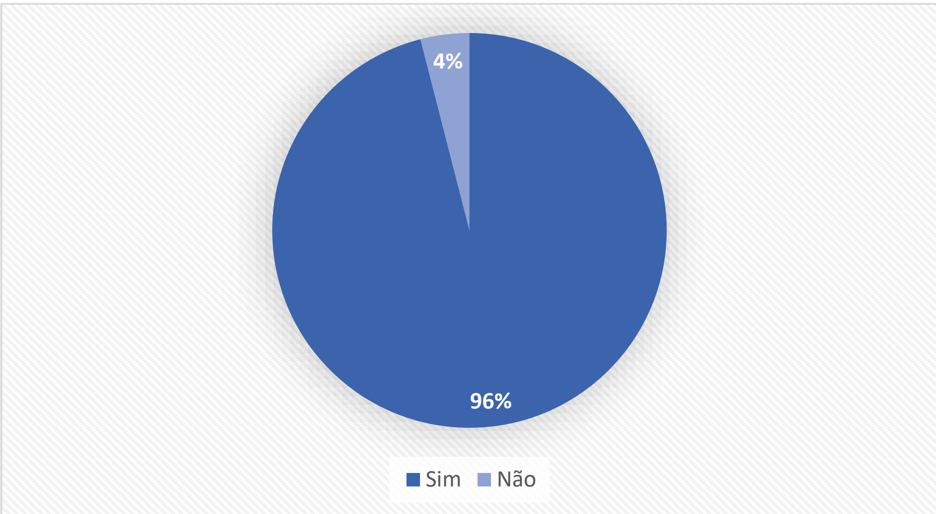


Gráfico 1 - Síntese das respostas à questão "gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias infantis?"

A análise das justificações dos alunos ao porque é que gostaram de trabalhar matemática a partir de histórias infantis é resumida no seguinte gráfico:

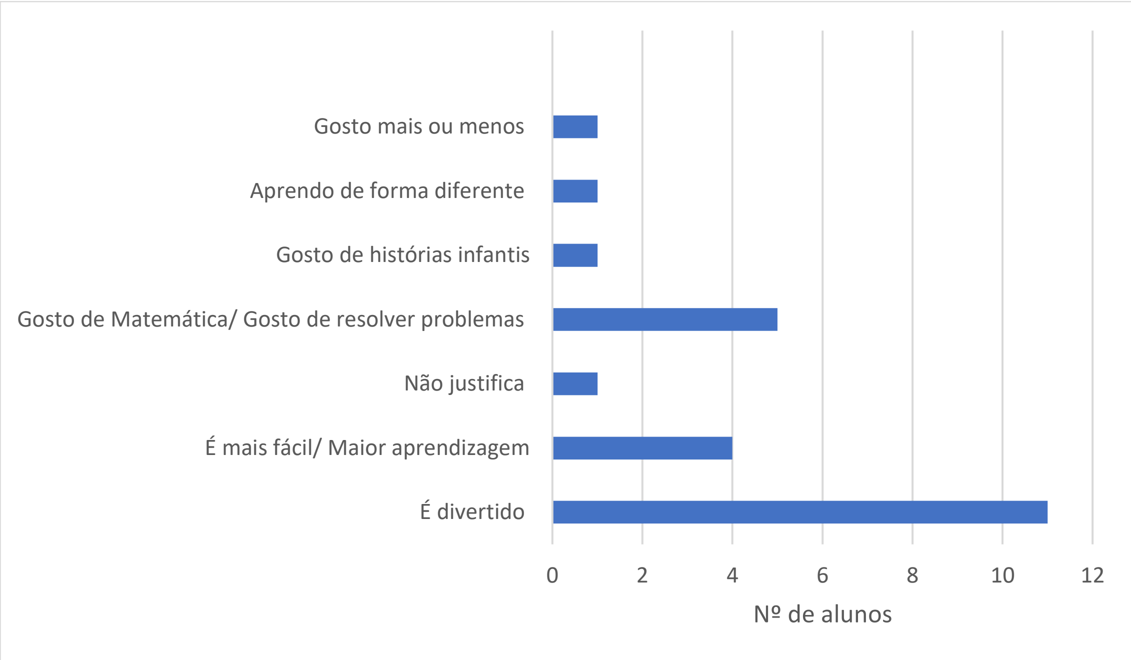


Gráfico 2 - Síntese das respostas à questão "Porque é que gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias infantis?"

A análise do gráfico evidência que a maior parte dos alunos associa o gosto de trabalhar a Matemática a partir de histórias infantis ao aspeto lúdico, justificando por exemplo "foi divertido fazer os problemas matemáticos assim" ou simplesmente "porque foi divertido". A segunda maior incidência foi para a categoria gosto de matemática ou gosto de resolver problemas, justificando os alunos "porque gosto de matemática" ou "é fixe fazer problemas de matemática". Quatro dos alunos referiram que se torna mais fácil aprender matemática deste modo justificando que "a matemática é mais fácil". Importa referir que este gráfico apenas apresenta 24 justificações, dado que um aluno referiu não ter gostado de trabalhar matemática a partir das histórias infantis.

À pergunta "Dos livros trabalhados, qual é que gostaste mais?", os alunos apesentaram as seguintes respostas:

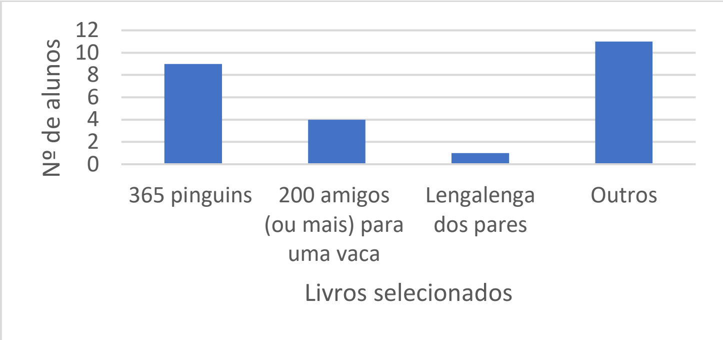


Gráfico 3 - Síntese das respostas dos alunos à questão "dos livros trabalhados, qual é que gostaste mais?"

Ao analisar este gráfico concluo que o livro mais apreciado pelos alunos foi "365 pinguins" e a justificação para esta escolha prende-se com o facto de o tamanho do livro ser diferente e talvez por ter sido o que trabalhei com maior incidência, dado que o utilizámos para outras áreas curriculares e fizemos um trabalho interdisciplinar com o mesmo. Onze alunos evidenciaram o gosto por outros livros, porque este questionário já foi aplicado no fim do estágio e os alunos todas as semanas conheciam um novo livro que servia de fio condutor a todas as atividades curriculares, daí ter existido esta confusão.

Na quarta pergunta do questionário era pretendido que os alunos respondessem o que mais gostaram no trabalho e porquê. As respostas dos alunos estão resumidas nas seguintes categorias presentes no gráfico 4:

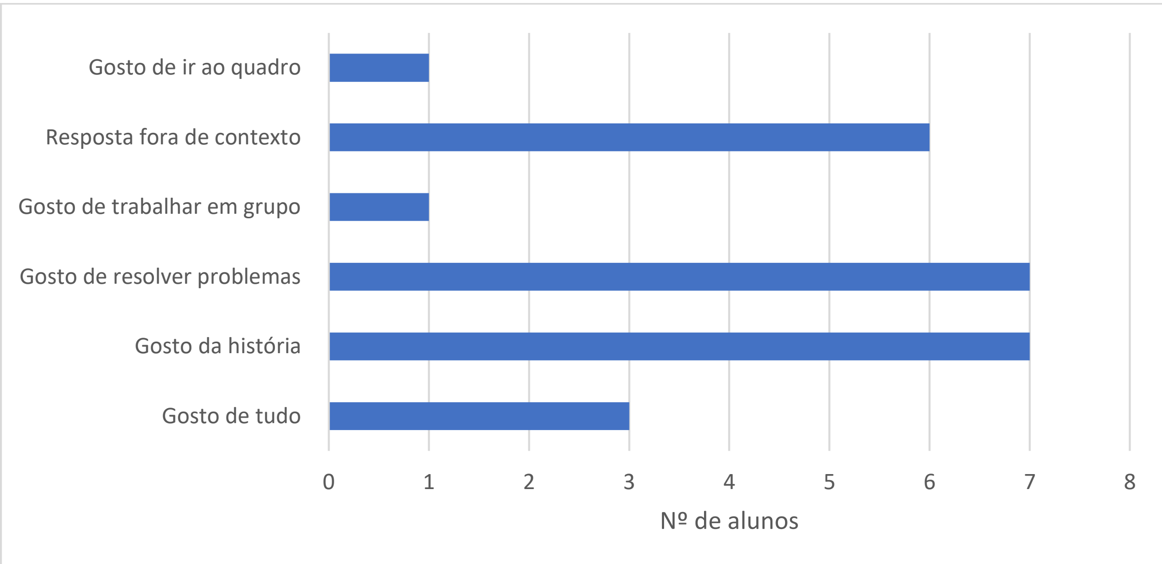


Gráfico 4 - Síntese das respostas dos alunos à questão "o que mais gostaste neste trabalho? Porquê?

A análise do gráfico evidência que mais de metade dos alunos referiu que o que mais gostou neste trabalho foi de resolver problemas ou da história, como exemplo para estas categorias são as justificações “gostei de resolver problemas e desafios” e “gostei mais das histórias porque foi divertido”. É curioso saber que dois alunos apresentam como justificação métodos de trabalho referindo que gostaram de ir ao quadro e também de trabalhar em grupo.

À questão “o que gostaste menos neste trabalho? Porquê?” os alunos apresentaram as seguintes respostas:

Gráfico 5 - Síntese das respostas dos alunos à questão "o que menos gostaste neste trabalho? porquê?"

Ao analisar o gráfico 5, concluo que a maioria dos alunos gostou de tudo ou se não gostou foi porque não gosta de resolver problemas. As restantes respostas prendem-se com o facto de os alunos não estarem habituados a efetuar registos escritos das respostas ou não gostarem das discussões coletivas.

As respostas à última questão do questionário resumem-se às categorias apresentadas no seguinte gráfico:

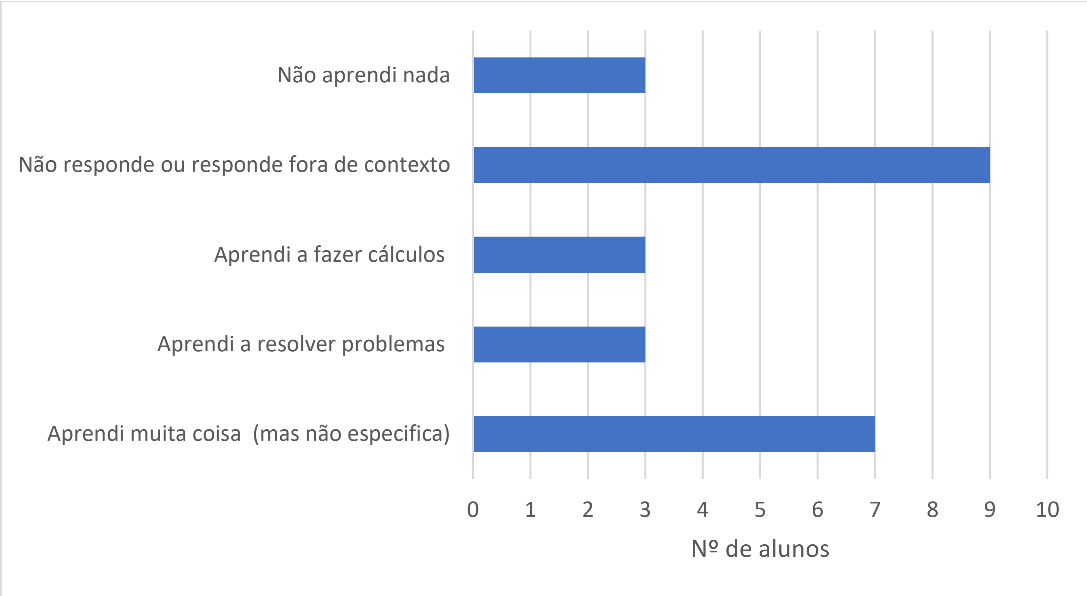


Gráfico 6 - Síntese das respostas dos alunos à questão "o que aprendeste?"

Ao analisar o gráfico concluo que quase todos os alunos aprenderam algo com este trabalho, contudo 7 deles não especificam. Apenas 3 alunos referem que não aprenderam nada. Outros 3 alunos referem que aprenderam a fazer cálculos e justificam com "aprendi a fazer melhor as contas" ou "aprendi a fazer contas diferentes e maiores". A categoria aprendi a resolver problemas abrange 3 alunos que deram como resposta "aprendemos mais soluções para os problemas" ou "aprendemos novos desafios e problemas".

Capítulo VI – Conclusão

Neste sexto, e, último capítulo apresento uma síntese do estudo e tento dar resposta às questões orientadoras da investigação que realizei. Ainda neste capítulo reflito sobre todo o processo de investigação, considerando as aprendizagens realizadas ao longo deste trabalho e as dificuldades sentidas. A primeira secção apresenta uma síntese do estudo, evidenciando o objetivo que delineei para a sua elaboração, as duas questões que orientaram todo o trabalho, os aspetos metodológicos adotados e ainda o contexto em que foi realizado. Na segunda secção tento dar resposta às questões orientadoras do meu estudo, tendo por base a análise de dados realizada e também as referências teóricas consultadas. Na terceira secção apresento uma reflexão pessoal sobre todo o trabalho desenvolvido.

6.1. Síntese do Estudo

Esta investigação decorreu no âmbito do estágio realizado durante oito semanas numa escola básica, localizada no distrito de Setúbal, numa turma de 3.º ano do 1.º ciclo do Ensino Básico, no ano letivo de 2017/2018.

"A literatura infantil como meio potenciador da resolução de problemas matemáticos" foi o tema escolhido para investigar, porque ao longo das práticas que fui experienciando senti dificuldades em interpretar os raciocínios matemáticos das crianças, e, por outro lado, sentia que as crianças quando ouviam falar de Matemática desmotivavam, e, algumas das vezes recusavam o trabalho proposto, geralmente baseado em fichas de trabalho descontextualizadas. Tendo em conta estes factos procurei dar resposta a uma necessidade real que observei e vivi nas práticas pedagógicas e estágios que frequentei e, deste modo, criei como objetivo do meu estudo "compreender o modo como o uso de histórias infantis potencia a aprendizagem da resolução de problemas de multiplicação e divisão".

Após estabelecer o objetivo do estudo, formulei duas questões fundamentais para a investigação:

- Como é que alunos do 3.º ano resolvem problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis?

- Como é que os alunos percecionam o trabalho de resolução de problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis?

Relativamente à metodologia adotada esta centra-se numa abordagem qualitativa de natureza interpretativa e, por sua vez, numa abordagem de investigação-ação.

Os dados recolhidos cingem-se às resoluções de problemas de três alunos caso e às respostas aos inquéritos por questionário, respondido por todos os alunos da turma. A análise dos dados recolhidos, interligada com a literatura consultada para este estudo, possibilitou a resposta às questões orientadoras.

As secções seguintes apresentam as conclusões do estudo, baseando-se nas respostas às questões de investigação.

6.2. Conclusões do Estudo

As conclusões estão organizadas em duas secções, de acordo com as questões de investigação.

Como é que alunos do 3.º ano resolvem problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis?

A tabela seguinte resume as estratégias usadas pelos três alunos na resolução das três tarefas propostas.

Tabela 6 - Síntese das estratégias utilizadas pelos alunos-caso nas tarefas propostas

Tarefa	Problemas	Operação	Estratégias utilizadas		
			André	Joana	Sara
T1	1	Multiplicação	Adições Sucessivas	Contagem 1 a 1; Relações de dobro	Adicionar 2 a 2
	2	Divisão	Uso de produtos conhecidos	Adições sucessivas	Uso de produtos conhecidos
	3	Divisão	Uso de produtos conhecidos	Adições sucessivas;	Algoritmo da divisão

				Representação icónica	
T2	1	Multiplicação	Algoritmo da multiplicação	Algoritmo da multiplicação	Algoritmo da multiplicação; Relação dobro metade
	2	Divisão	Adições sucessivas; Representação icónica	Adições sucessivas; Representação icónica	Adições sucessivas; Representação icónica
	3	Divisão	Representação icónica	Representação icónica	Adições sucessivas; Uso de produtos conhecidos; Representação icónica
	4	Divisão	Adições sucessivas; Representação icónica	Uso de produtos conhecidos; Representação icónica	Uso de produtos conhecidos; Representação icónica
T3	1	Divisão	Representação icónica	Algoritmo da divisão; Representação icónica	Adições em coluna; Representação icónica
	2	Divisão	Uso de produtos conhecidos; Representação icónica	Adições sucessivas; Uso de produtos conhecidos; Representação icónica	Uso de produtos conhecidos; Representação icónica

	3	Divisão	Uso de produtos conhecidos	Uso de produtos conhecidos	Uso de produtos conhecidos

A análise da tabela 6 mostra que os alunos recorrem a uma diversidade de estratégias e procedimentos de cálculo na resolução dos seus problemas de divisão e de multiplicação, tal como evidenciado também no estudo de Mendes (2012).

Os alunos utilizam muito as representações icónicas para expor as suas ideias, contudo não significa que o seu raciocínio seja inferior, pois de acordo com Lopes et al. (1999) a representação visual dos problemas pode evidenciar relações entre os dados do problema, que, de outra forma, não seriam possíveis.

Outro facto que é evidenciado na tabela é o uso de duas ou mais estratégias para resolver um mesmo problema. Estudos como o de Mendes (2012) já tinham refletido sobre este facto e poderá estar, em alguns casos, relacionado com a falta de confiança dos alunos no uso das operações em causa, neste caso no uso da multiplicação e da divisão, e por vezes, poderá estar associado ao facto de os alunos quererem mostrar que sabem fazer, usando mais do que um processo.

A estratégia mais utilizada, de acordo com a análise da tabela, é o uso de produtos conhecidos. Esta preferência poderá estar associada ao facto de os alunos terem ao seu dispor uma tabuada descartável nos seus estojos e estarem habituados e confiantes com o seu uso.

Com o avançar das tarefas é evidente que os alunos recorrem a estratégias mais eficientes, sendo possível verificar que, na tarefa 3, as estratégias são predominantemente multiplicativas. A evolução no uso de estrategias de cálculo relaciona-se diretamente com a evolução das ideias e raciocínio dos alunos (Mendes et al., 2013).

No primeiro problema de multiplicação, os alunos utilizam estratégias aditivas e no segundo, apenas multiplicativas. Os alunos constroem ideias associadas à multiplicação através de adições sucessivas (Mendes, 2012), porque a multiplicação está relacionada com a adição, mas vão evoluindo para o uso de estratégias multiplicativas. Em particular, André, nos problemas de multiplicação evoluiu de uma estratégia aditiva de adições sucessivas, para uma estratégia multiplicativa de algoritmo da multiplicação. Joana parece ter sido a aluna caso que mais evoluiu nos problemas propostos de multiplicação, pois passa de uma estratégia de contagem um a um, para uma estratégia multiplicativa de uso de algoritmo da multiplicação. Sara, tal como André, evoluiu de uma estratégia aditiva para uma estratégia multiplicativa.

Relativamente aos problemas de divisão, os alunos recorrem maioritariamente a estratégias multiplicativas, mais concretamente à estratégia de uso de produtos conhecidos. O uso de estratégias multiplicativas nos problemas de divisão, evidencia que os alunos parecem já compreender a relação existente entre a multiplicação e a divisão (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008). Destaca-se nas resoluções dos problemas de divisão de Sara, o uso da estratégia multiplicativa da relação de dobros e metades.

Por fim, embora não haja evidências, é importante referir que as discussões coletivas realizadas após a resolução individual de cada tarefa parecem ter contribuído para o desenvolvimento das estratégias e procedimentos de cálculo dos alunos ao longo das tarefas que iam sendo propostas. A turma onde foi realizada a investigação, é um grupo muito participativo, daí terem construído momentos muito ricos em aprendizagens, que foram para além da partilha de ideias.

Nas discussões coletivas os alunos ouviam as diversas sugestões uns dos outros e depois, no fim, em grupo selecionavam uma estratégia que consideravam ser a mais adequada para aquele problema. A meu ver foi nestes momentos de discussão coletiva que os alunos mais aprenderam e evoluíram, pois, "a construção de cada uma das crianças é influenciada pelos comentários feitos pela outra" (Yackel et al. Citados por Abrantes, 1994, p.150).

Em síntese, dando resposta à questão de estudo - Como é que alunos do 3.º ano resolvem problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis? – concluo que, no que respeita aos três alunos estudados:

- A maioria dos alunos recorre a representações icónicas para auxiliar o seu raciocínio;
- Os alunos apresentam diversas estratégias de cálculo e por vezes, mais do que uma estratégia para o mesmo problema;
- No primeiro problema de multiplicação os alunos baseiam o seu pensamento maioritariamente em estratégias aditivas e no segundo, exclusivamente, em estratégias multiplicativas;

- Nos problemas de divisão a estratégia de cálculo mais utilizada é a estratégia multiplicativa de uso de produtos conhecidos, destacando-se o último problema da tarefa três, que todos os alunos privilegiaram esta estratégia.

Embora não tenha evidências sobre este aspeto, parece que o facto de estes problemas decorrerem de histórias infantis permitiu que os alunos aprendessem mais facilmente e desenvolvessem a aprendizagem da resolução de problemas quer de multiplicação e de divisão.

Como é que os alunos percecionam o trabalho de resolução de problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis?

A resposta a esta pergunta baseia-se essencialmente na análise dos gráficos presentes neste estudo e ainda em algumas notas de campo que estiveram associadas às observações que fui registando ao longo da investigação.

Quando falei do projeto pela primeira vez à turma, senti logo que ia ser muito bem acolhido, pois os alunos manifestaram muito interesse, dado que queriam logo começar com as tarefas e afirmavam que "estavam curiosos por trabalhar matemática através das histórias e deixar de fazer fichas", pelo que expliquei que também iam fazer uma ficha, contudo um pouco diferente das que estavam habituados.

Pelas respostas dadas no inquérito por questionário, posso afirmar que os alunos parecem ter gostado de trabalhar a resolução de problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis, relacionando esse gosto ao aspeto lúdico da aprendizagem que realizaram. Para além deste aspeto, importa referir que os alunos gostaram das histórias selecionadas, dos problemas propostos e também dos métodos de trabalho adotados, tal como evidenciado no gráfico 4, que comprova que os alunos afirmaram ser divertido, gostar de matemática ou terem tido uma aprendizagem mais fácil.

Quanto à perceção dos alunos sobre as aprendizagens realizadas é possível verificar pela análise das produções que houve em alguns casos evoluções das estratégias de cálculo usadas e também, na forma como se resolve problemas, tendo sido esta categoria evidenciada pelos alunos na questão "o que aprendeste?", presente no questionário proposto.

Em síntese, dando resposta à questão de estudo - Como é que os alunos percecionam o trabalho de resolução de problemas de multiplicação e de divisão a partir de histórias infantis? – concluo que:

- Os alunos parecem ter gostado de trabalhar matemática a partir de histórias infantis, tal como evidenciado no gráfico 1;
- Os alunos evidenciam que este trabalho foi divertido e proporcionou-lhes maiores aprendizagens, tanto ao nível da resolução de problemas, como na realização de cálculos, como apresentado no gráfico 6;
- Para além das aprendizagens dos conteúdos, os alunos referiram ter gostado das histórias selecionadas e das metodologias de trabalho adotadas (gráfico 4);
- O uso de histórias infantis parece ter permitido que os alunos criassem maior motivação para a resolução de problemas de multiplicação e de divisão, facilitando assim o desenvolvimento das aprendizagens.

6.3. Reflexão sobre o estudo

Concluído este estudo torna-se importante realizar um balanço relativamente a todo o processo de investigação, focando-me nos aspetos positivos e nas dificuldades sentidas na elaboração do mesmo.

Esta investigação iniciou-se com a escolha do tema, que pensava não trazer grandes complicações, dado que desde logo queria investigar algo relacionado com a Matemática. Contudo, após vivenciar uma prática que utilizava como indutor das atividades o livro infantil, pensei em alterar o tema, o que não aconteceu, porque pesquisei sobre as temáticas em questão e compreendi que poderiam ser trabalhadas em conjunto. Após a escolha definitiva do tema, o primeiro passo foi pesquisar sobre a relação existente entre a Matemática e a Literatura Infantil e foi logo neste momento de pesquisa que me surgiram as primeiras dúvidas, dado que após ter lido artigos de investigação sobre este assunto tive algumas dificuldades em perceber como poderia utilizar essas ideias em contexto sala de aula.

Quando iniciei o estágio e conheci a turma que ia participar na investigação, pensei de imediato em alterar o tema. Esta alteração prendia-se com o facto de ser uma turma muito agitada, por isso estava com receio de aplicar uma nova metodologia de trabalho e também por serem uma turma que tem flexibilização curricular, e que, por sua vez poderiam não ter abordado os conteúdos necessários para a realização das tarefas que iria propor. Estes receios foram colmatados após falar com a professora cooperante e esta me ter explicado que a turma era um grupo muito recetivo a novas ideias e que em relação aos conteúdos prévios que necessitava que os alunos tivessem os únicos que ainda não estavam totalmente adquiridos relacionavam-se com a divisão, mas não comprometia a resolução de quaisquer problemas, porque os alunos conseguiriam resolver por outros meios.

Uma vez que tinha as condições todas para avançar com a investigação comecei então a preparar e a planear a implementação das tarefas. Nesta fase o primeiro passo foi consultar bibliografia, porque me sentia muito insegura no ensino da divisão. Quando me senti preparada iniciei a construção das tarefas, baseando-me em diversos autores de referência. Foi na construção das tarefas que me surgiu outro dilema, pois não sabia se o que estava a pensar implementar era adequado para crianças do 3.ºano. Para esclarecer este dilema, testei as tarefas idealizadas em alunos piloto, o que me permitiu melhorar e adequar os problemas para aquela faixa etária, dado que os alunos piloto tinham apresentado algumas dúvidas na realização das tarefas propostas.

Na fase de apresentação e implementação das tarefas à turma surgiram muitos constrangimentos, mas acima de tudo muitas aprendizagens. A primeira tarefa, "365 pinguins", foi a que despendeu mais empenho da minha parte, porque consegui articular todas as áreas que queria trabalhar naquela semana com a tarefa matemática, o que cativou os alunos. Nas restantes tarefas essa articulação não foi feita devido ao fator tempo. A gestão do tempo foi das coisas mais difíceis neste projeto, porque nas discussões coletivas os alunos queriam todos participar, dado que são uma turma muito participativa e empenhada, no entanto o tempo escasseava. Ainda na fase de implementação, como já referi anteriormente, cometi alguns erros, na medida em que quando era chamada para auxiliar na resolução de alguma tarefa tendia a desvendar a resposta.

Para além destas dificuldades, outro aspeto desafiante foi a recolha de dados. Neste processo nem sempre foi fácil criar registos quer fotográficos, quer escritos, porque era um contexto tão rico em atividades, que estavam sempre algo a acontecer e era impossível registar tudo, embora as aulas tivessem sido videogravadas. Para além deste facto, destaco ainda a falta de hábito que os alunos tinham no registo do seu raciocínio matemático, o que dificultou a análise de dados. Esta falta de hábito foi sendo colmatada com o passar do tempo, dado que estava sempre a alertar os alunos para a necessidade e importância dos registos escritos.

A análise de dados a meu ver foi a fase mais trabalhosa da investigação, contudo a mais prazerosa, porque foi quando tive noção de que realmente fiz alguma coisa visível e que surtiu efeitos naquela turma. Apesar disso, foi a fase que exigiu mais trabalho, porque tive de analisar todos os discursos dos alunos caso, dado que as produções escritas eram insuficientes, e consequentemente, relacioná-los com a revisão da literatura que tinha feito, de modo a dar resposta às questões da investigação.

Em suma, esta investigação suscitou-me muito interesse e surpreendeu-me porque não pensava que fosse crescer tanto com este trabalho. Consegui, perceber que ao relacionar a teoria com a prática as coisas fazem mais sentido e é um processo essencial na aquisição de competências, porque faz-nos construir diferentes ideias e conceções sobre as diferentes temáticas. Assim sendo, considero que foi um processo bastante enriquecedor e que trouxe grandes aprendizagens para o meu percurso enquanto profissional docente.

Referências Bibliográficas

Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de Projecto e a Relação dos Alunos com a Matemática: a experiência do Projecto* MAT789. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Departamento da Educação Básica do Ministério da Educação.

Afonso, N. (2005). *A Investigação naturalista em Educação: um guia prático e crítico.* Porto: ASA.

Afonso, P. (2008). *Aprender Matemática nos Primeiros Anos – Algumas Propostas de Tarefas.* Castelo Branco: Instituto Politécnico de Castelo Branco.

Ainscow, M. (2000). *O processo de desenvolvimento de práticas mais inclusivas em sala de aula.* Cardiff, País de Gales, Reino Unido.

Aires, L. (2011). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional.*

Alami, S., Desjeu, D. & Moussaoui, I. (2010). *Os Métodos Qualitativos*. Brasil: Editora vozes.

Albarello, L., Digneffe, F., Hiernaux, J., Maroy, C., Ruquoy, D., & Saint-Georges, P. (1997). *Práticas e Métodos de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.

Almeida, J. & Pinto, J. (1990). *A investigação nas ciências sociais*. Lisboa: Presença.

Ambrose, R., Baek, J. M., & Carpenter, T. P. (2003). Children's invention of multidigit multiplication and division algorithms. In A. J. Baroody, & A. Dowker (Edits.), *The development of arithmetic concepts and skills*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Anghileri, J. (2003). Issues in teaching multiplication and division. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (pp. 184-190). Buckingham: Open University Press.

APM. (2004). *Revista Educação e Matemática* Nº77.

Arends, R. (1995). *Aprender a ensinar*. Lisboa: McGraw-Hill.

Baek, J. M. (1998). Children's invented algorithms for multidigit multiplication problems. In L. Morrows, & M. Kenney (Edits.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Baek, J. M. (2006). *Children's mathematical understanding and invented strategies for multidigit multiplication*. Teaching Children Mathematics, 12(5), 242-250.

Bardin, L.(1977). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Barros, M. G., & Palhares, P. (1997). *A emergência da matemática no Jardim-de-Infância.* Porto: Porto Editora.

Bastos, G. (1999). *Literatura para a Infância*. Universidade Aberta.

Beishuizen, M. (1997). Development of mathematical strategies and procedures up to 100. In M. Beishuizen, K. Gravemeijer, & E. van Lieshout (Edits.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures*. Utrecht, The Netterlands.

Bell, J. (1997). *Como Realizar um Projeto de Investigação*. Lisboa: Gradiva.

Bento, A. (2012). Investigação quantitativa e qualitativa: Dicotomia ou complementaridade? *Revista JA* (Associação Académica da Universidade da Madeira), nº 64, ano VII.

Bichonnier, H.(1991) in Bastos, G. *Literatura infantil e juvenil.* Lisboa: Universidade Aberta.

Boavida, A. M. (1992). *O sentido da Resolução de problemas.* Revista Quadrante n.º 1, 45-71.

Boavida, A. M. (1993). *Resolução de problemas em educação matemática: contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores* (Tese de mestrado, Universidade Nova de Lisboa). Lisboa: APM.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel , T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Boavida, A., & Menezes, L. (2012). Ensinar Matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e racionar: contornos e desafios. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática — Práticas de ensino da Matemática* (pp. 287–295). Portalegre: SPIEM.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Borralho, A. (1990). *Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática: proposta de um programa de intervenção*. (Tese de Mestrado da Universidade de Salamanca). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Bransford, J. & Stein, B. (1984). *The IDEAL Problem Solver. A Guide For Improving Thinking, Learning, And Creativity.* New York: W. H. Freemam and Company.

Brocardo, J., Delgado, C. & Mendes, F. (2005). *A multiplicação no contexto de sentido de número*. In *Desenvolvendo o sentido de número: Materiais para o educador e para o professor do 1.º Ciclo* Vol. II (pp. 9-17). Equipa do Projeto DSN: perspetivas e exigências curriculares. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008). *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora.

Buys, K. (2008). Mental arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Carmo, H. & Ferreira, M. (1998). *Metodologia da Investigação – Guia para Auto-aprendizagem.* Lisboa: Universidade Aberta.

Cervera, J. (1992) *Teoria de la literatura infantil*. Bilbao: Ediciones Mensajero.

Costa, A. & Mendes, F.(2017). Leitura e matemática em diálogo. In AA.VV. Língua e literatura na escola do século XXI. *Atas do 12.º Encontro Nacional da Associação de Professores de Português*. Lisboa: APP.

Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática.* Coimbra: Edições Almedina.

Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). *Investigação-ação: metodologia preferencial nas práticas educativas.* In Psicologia, Educação e Cultura.

DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Departamento da Educação Básica – Ministério da Educação.

Dolk, M. (2008). Problemas realistas: Um ponto de partida para uma sequência de oportunidades de aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Edits.), *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática.* Lisboa: Escolar Editora.

Ell, F. (2001). *Strategies and thinking about number in children aged 9-11*. Technical Report 17, University of Auckland, Auckland, NZ.

Fosnot, C., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Fromental, J. & Jolivet, J. (2013). *365 pinguins*. Orfeu negro.

Gaio, A. & Duarte, T. A. (2004). *O conhecimento matemático do professor do 1.º Ciclo.* In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Org), *A Matemática na formação do professor* (pp.125-135). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Garilli, A. & Tanco, M. (2009). *200 amigos (ou mais) para 1 vaca*. Livros do Horizonte.

Gastón, J. L. (2008). *A review and an update on using children´s literature to teach mathematics*.

Hartnett, J. (2007*).* Categorisation of mental computation strategies to support teaching and to encourage classroom dialogue. In J. Watson, & K. Beswick (Ed.), *Mathematics: Essential Research, Essential Practice. Proceedings of the thirtieth annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* (MERGA-30). I, pp. 345-352. Hobart: MERGA.

Heirdsfield, A., & Cooper, T. (2004). *Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: Case studies of flexible and inflexible computers*. The Journal of Mathematical Behavior.

Jacob, L. & Willis, S. (2003). *The development of multiplicative thinking in young children. 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Goup of Australasia* (pp. 460-467). Sydney, Australia: Deakin University.

Janes, R., & Strong, E. (2014). *Numbers and stories: Using children´s literature to teach young children number sense.* Thousand Oaks: Corwin.

Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J. M., Oliveira, M. C., Delgado, M., Graça, T. (1999). *Actividades Matemáticas na Sala de Aula*. Lisboa: Texto Editora.

Loureiro, C. (1996). *Às voltas com a divisão de números inteiros.* Educação e Matemática, 34-37.

Marston, J. (2014). *Identifying and using picture books with quality mathematical content*. Australian Primary Mathematics Classroom, 19(1), 14-23.

Marston,J.(2010).*Developing a Framework for the Selection of Picture Books to Promote Early Mathematical Development.* Obtido em Setembro de 2018, de files.eric.ed.gov/fulltext/ED520914.pdf.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Acção*. Porto: Porto Editora.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). *A proposed framework for examining basic number sense.* For the Learning of Mathematics, 2-8.

Mendes, F. & Costa, A. L. (2018). Para uma bibliografia comentada de livros infantis «com matemática». *Revista Educação e Matemática*, 147. abril/maio/junho, 3-8.

Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: Um estudo com alunos do 1.º Ciclo*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa - Instituto de Educação).

Mendes, F., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2013). A evolução dos procedimentos usados pelos alunos: contributo de uma experiência de ensino centrada na multiplicação. *Revista Quadrante*, Vol. XXII, Nº1, 133-162.

Mendes, F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2011). *A multiplicação: construir oportunidades para a sua aprendizagem* in M. Isoda & R. Olfos. Valparaíso, Chile.

Mendes, F., Oliveira, H. & Brocardo, J. (2011). *As potencialidades de sequências de tarefas na aprendizagem da multiplicação.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Menezes, L. (2011). Matemática, Literatura & Aulas. *Educação e Matemática*, nº 115.

Mesquita, A. Parafita, A. (2002) *Pedagogias do imaginário – olhares sobre a literatura infantil*. Edições ASA: Porto.

Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas: Ensino Básico-1º Ciclo.* Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Ministério da Educação. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação.

Moreira, C. D. (2007). *Teorias e práticas de investigação*. Lisboa: ISCSP.

NCTM (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics for the 1980s*. Reston: NCTM.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

NCTM. (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM.

NCTM (2000), *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. Available: http://standards.nctm.org/.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

NCTM (2014). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática.* Lisboa: APM (tradução em 2017).

Neves, M. & Kono, Y. (2013). *Tantos animais e outras lengalengas de contar*. Planeta Tangerina.

O'Connell, S. (2007). *Introduction to Problem Solving: grades preK-2.* Portsmouth: Heinemann.

Palhares, P. (2004*). Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lidel.

PNUD, UNESCO, UNICEF e BANCO MUNDIAL. *Declaração Mundial sobre Educação para Todos.* In: Conferência Mundial de Educação para Todos, 1990, Jomtien. Documento Aprovado na Conferência. Nova York, 1990a.

Polya, G. (1968). *Mathematics and Plausible Reasoning: Introduction and analogy in Mathematics.* Princeton: Univesrity Press.

Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Rocha, I., Rodrigues, M., & Menino, H. (2007). *A divisão no contexto do sentido do número. Em A. d. Matemática, Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e Exigências Curriculares* (Vol. II, pp. 19-22). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Sanches, I. (2005). Compreender, Agir, Mudar, Incluir. Da investigação ação à educação inclusiva. *Revista Lusófona da Educação. Volume* 5.

Santos, M. C. (2015). *Problematizando uma lengalenga*. Educação e Matemática, pp.19-22.

Shackow,J. & O`Connell, S. (2008), *Introduction to Problem Solving Grades 6-8.* The math process standards series.

Silva, A. & Pinto, J. (1986). *Uma visão global sobre as ciências sociais*. In Silva, A. & Pinto, J. (Coords.), Metodologia das Ciências Sociais. Porto: Edições Afrontamento.

Smith, M., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating produtive mathematics discussions*. Reston: NCTM.

Smole, Kátia C. S., Rocha, Glauce H. R., Cândido, Patrícia T., Stancanelli, Renata (1995). *Era uma vez na Matemática: uma conexão com a literatura infantil*, São Paulo: CAEM, Centro de Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática, Instituto de Matemática e Estatística da USP.

Soriano, Marc. (1975). *Guide de littérature pour la jeunesse*. Flammarion: Paris.

Souza, A. P. G. & Oliveira, R. M. A. (2010). *Articulação entre Literatura Infantil e Matemática: intervenções docentes.* Bolema, 23(37), 955-975. Obtido em agosto de 2018 em http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221915006.

Souza, R. & Passos, C. (2005). *Construindo histórias Infantis: As aprendizagens de professores que ensinam matemática.* Obtido em Novembro de 2018 em http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/330-1-A-gt01_souza_tc.pdf .

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). *Resolução de problemas*. In P. Palhares, *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 7-52). Lisboa: Lidel.

Valente, O. & Neto, J. (1989). *Resolução de Problemas em física: Necessidade de uma ruptura com a didáctica tradicional*. Gazeta da Física, 12, 70-78.

Varol, F., & Farran, D. (2007). Elementary school students' mental computation proficiencies. *Early Childhood Education Journal*, 35(1), 89-94.

Anexos

Anexo 1 – Inquérito por questionário

Inquérito "As histórias infantis e a resolução de problemas"

Nas últimas semanas temos vindo a resolver alguns problemas matemáticos que têm surgido a partir de histórias infantis. Gostaria que respondesses a este inquérito, para saber a tua opinião sobre o uso das histórias infantis na resolução de problemas matemáticos.

1. Gostaste de trabalhar a matemática a partir das histórias infantis?

   Sim ☐ Não ☐

Porquê? ____

____

____

2. Dos livros trabalhados, qual é que gostaste mais? Porquê?

____

____

____

3. O que gostaste mais neste trabalho? Porquê?

____

____

____

4. O que gostaste menos neste trabalho? Porquê?

____

____

____

5. O que aprendeste?

____

Anexo 2 – Tarefa 1

1. Certo dia, a Rita como estava farta de ter os pinguins todos desarrumados decidiu arrumá-los da seguinte maneira:

1.1. Quantos pinguins tinha a Rita neste dia?

1.2. A Rita decidiu arrumar os 60 pinguins em caixas. Sabendo que tem apenas 6 caixas, quantos pinguins cabem em cada uma, de maneira que fique o mesmo número de pinguins em cada caixa?

1.3. Será possível arrumar os 60 pinguins em 8 caixas? Explica como pensaste.

Anexo 3 – Tarefa 2

1. Num dia o pátio estava forrado de pintainhos. Quantos são sabendo que cada galinha choca 6 ovos? Explica o teu raciocínio.
2. Se o pai trocasse as 32 galinhas por patos e cada pato valesse 4 galinhas, com quantos patos ficaria o pai?
3. O pai apanhou ovos de galinha e de ganso e colocou-os em caixas para vender no mercado.

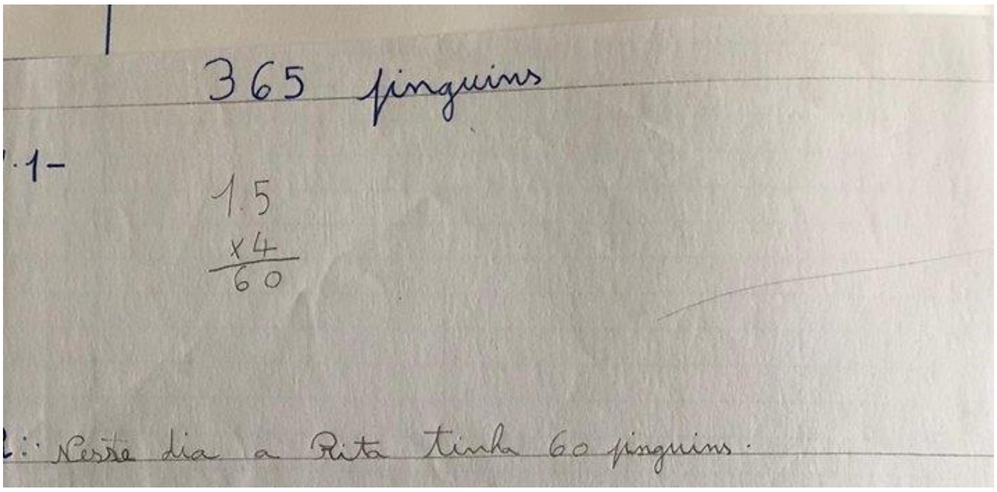
   3.1. (Problema 3) Sabendo que o pai apanhou 72 ovos de galinha e os colocou em caixas de 6, quantas caixas utilizou?

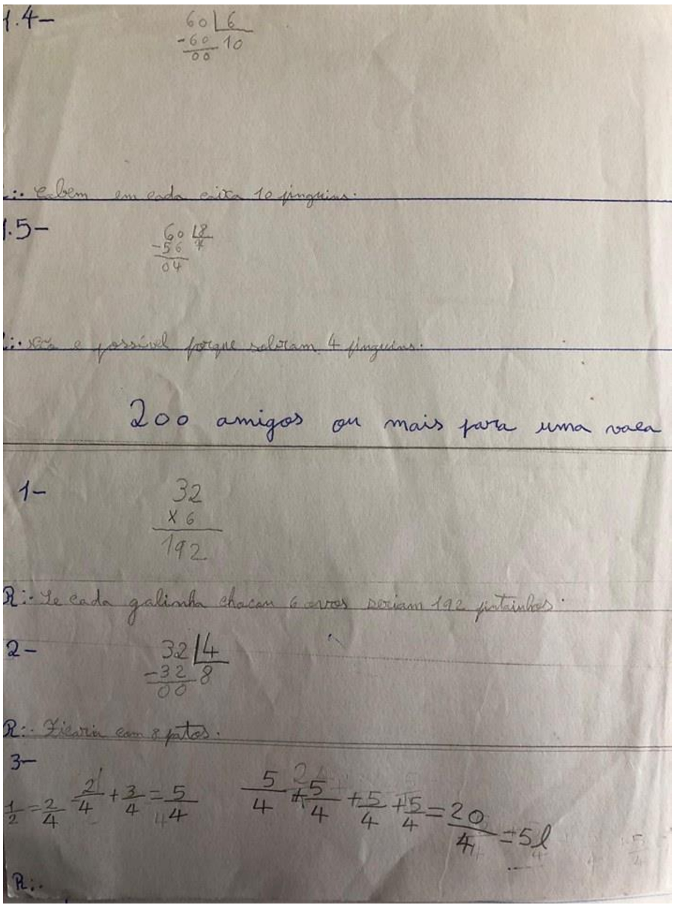
   3.2. (Problema 4) O pai apanhou apenas 32 ovos de ganso. De quantas caixas precisa para os embalar, se cada uma levar 6 ovos. Explica o teu raciocínio.

Anexo 4 – Tarefa 3

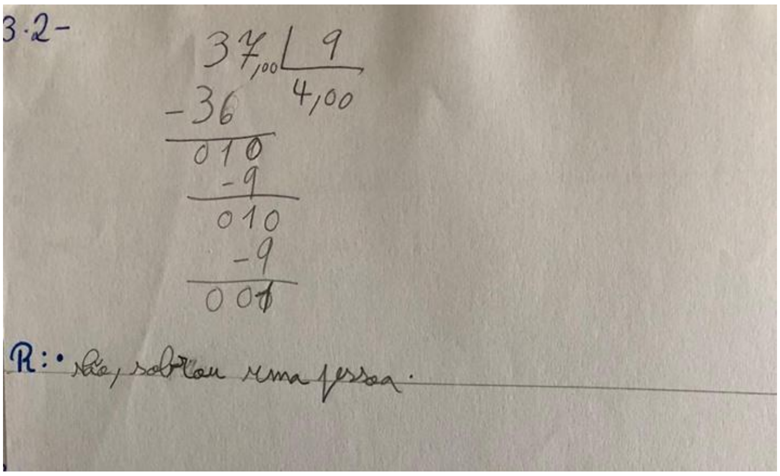
1. De acordo com o texto, quantas pessoas estão no baile? E quantos pares se irão formar? Explica como pensaste.
2. Sabendo que no baile estavam 32 meninas, quantas mesas de 4 lugares são precisas para que todas fiquem sentadas? Explica o teu raciocínio.
3. Vê se é possível organizar as 32 pessoas em mesas de 6, 8 e 10 pessoas. Justifica a tua resposta.

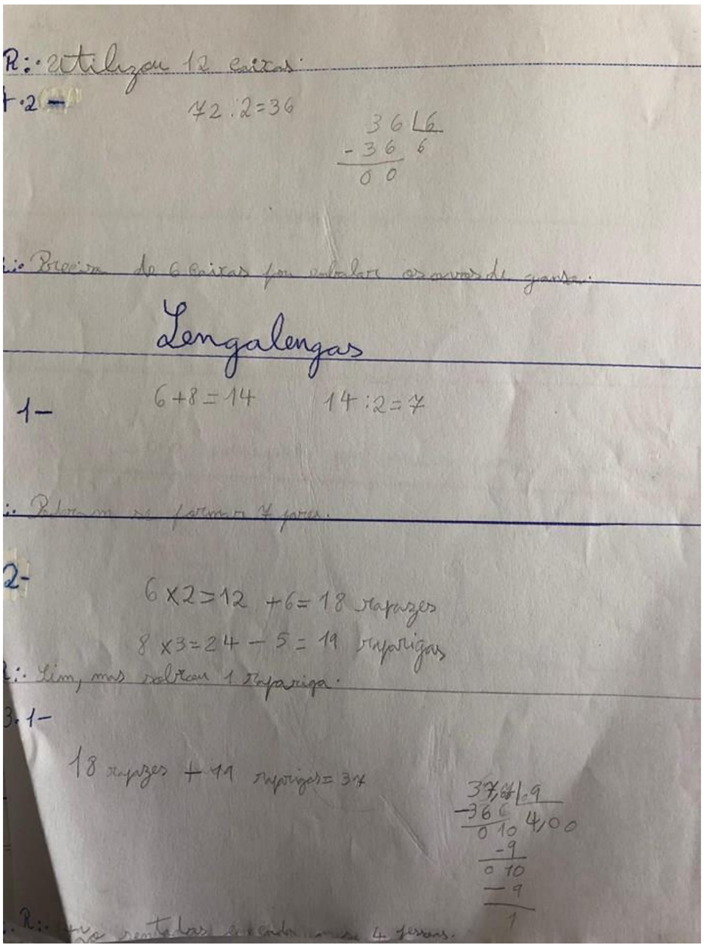
Anexo 5 – Resolução dos problemas de aluno piloto



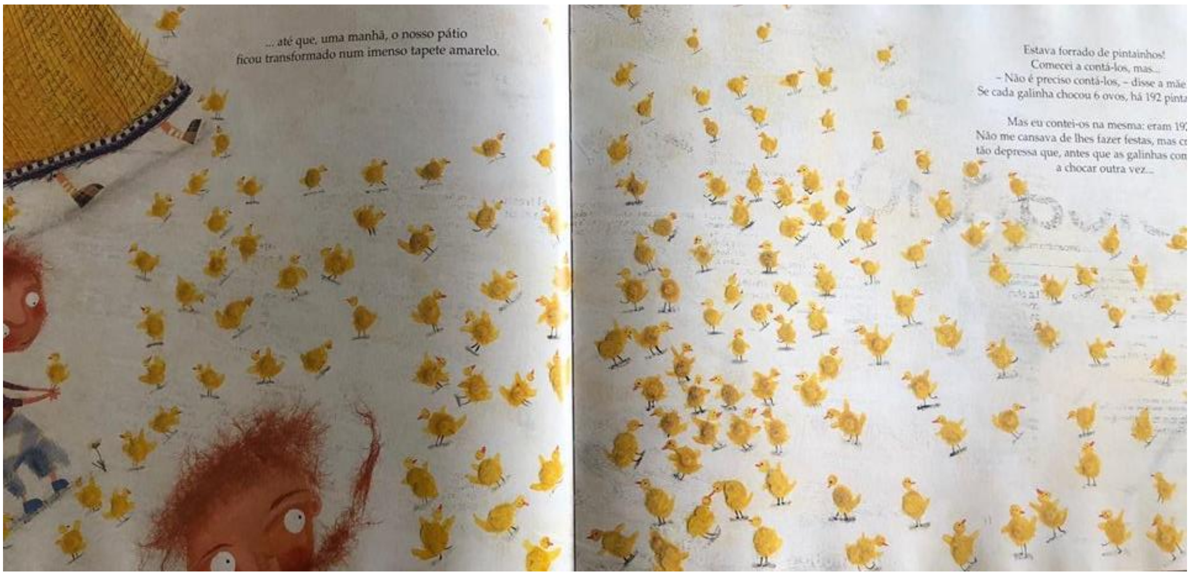


Anexo 5 – Resolução dos problemas de aluno piloto

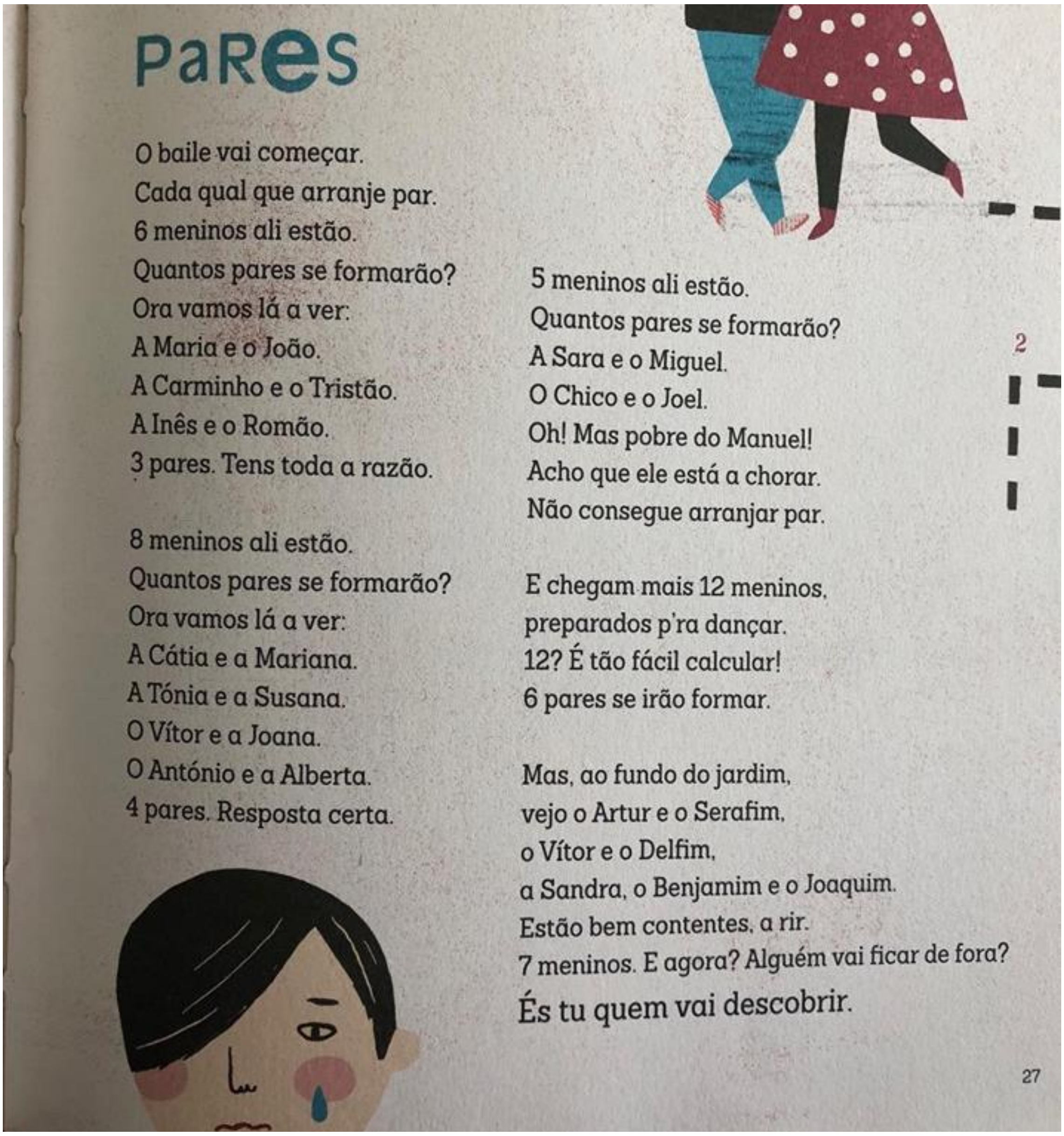




Anexo 6 – Imagem relativa ao 1.º problema da 2.ª tarefa



Anexo 7 – Lengalenga dos pares



Pares

O baile vai começar.
Cada qual que arranje par.
6 meninos ali estão.
Quantos pares se formarão?
Ora vamos lá a ver:
A Maria e o João.
A Carminho e o Tristão.
A Inês e o Romão.
3 pares. Tens toda a razão.

8 meninos ali estão.
Quantos pares se formarão?
Ora vamos lá a ver:
A Cátia e a Mariana.
A Tónia e a Susana.
O Vítor e a Joana.
O António e a Alberta.
4 pares. Resposta certa.

5 meninos ali estão.
Quantos pares se formarão?
A Sara e o Miguel.
O Chico e o Joel.
Oh! Mas pobre do Manuel!
Acho que ele está a chorar.
Não consegue arranjar par.

E chegam mais 12 meninos,
preparados p'ra dançar.
12? É tão fácil calcular!
6 pares se irão formar.

Mas, ao fundo do jardim,
vejo o Artur e o Serafim,
o Vítor e o Delfim,
a Sandra, o Benjamim e o Joaquim.
Estão bem contentes, a rir.
7 meninos. E agora? Alguém vai ficar de fora?
És tu quem vai descobrir.

2

27