



CATARINA
SANTANA GARCIA
BISCAIA SILVA

**A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA
DE ALUNOS DO 4.º ANO NO
DECORRER DE UMA
INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA**

Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado
em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do
Ensino Básico

ORIENTADORA:

Professora Doutora Joana Filipa Oliveira Cabral

novembro de 2024

CATARINA
SANTANA GARCIA
BISCAIA SILVA

**A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA
DE ALUNOS DO 4.º ANO NO
DECORRER DE UMA
INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA**

JÚRI

Presidente: Professora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal

Arguente: Professora Maria de Fátima Pista Calado Mendes, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal

Orientadora: Professora Joana Filipa Oliveira Cabral, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal

novembro de 2024

AGRADECIMENTOS

Para terminar o último trabalho que marca a conclusão do meu percurso acadêmico, gostaria de fazer um agradecimento a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a conclusão do mesmo.

Quero agradecer aos meus pais e à minha irmã por todo o apoio dado ao longo desta fase, por toda a paciência que têm e tiveram para me aturar nesta fase mais exigente, por me apoiarem em todas as minhas decisões e, principalmente, por acreditarem que consigo cumprir os meus objetivos.

Ao meu namorado, por acreditar sempre em mim, por me incentivar todos os dias e por estar lá sempre que preciso.

À minha prima que, longe ou perto, acredita em mim, apoia-me desde sempre e orgulha-se de cada passo que dou.

À Carol por estar sempre presente e por me apoiar.

Às minhas amigas que acompanharam o meu percurso durante os 5 anos na ESE e por todos os momentos que partilhamos. Em especial, à Ana por todo o apoio que me deu ao longo desta caminhada.

À professora Joana, minha orientadora, por todo o apoio dado desde o início, pela paciência extraordinária que teve para responder a cada email, pela disponibilidade dada e pelo profissionalismo. Obrigada, professora!

A todas as professoras que, de forma positiva, marcaram o meu percurso e que me inspiraram para ser uma excelente profissional e à ESE, por ter sido casa durante 5 anos, onde passei muitos bons momentos.

Por fim, mas não menos importante, gostava de agradecer e dedicar o fim deste percurso acadêmico ao meu companheiro de quatro patas, que me acompanhou durante 10 anos e que partiu durante a implementação deste projeto.

RESUMO

Este relatório apresenta uma investigação realizada no âmbito da prática pedagógica de formação inicial de professores. O estudo tem como objetivo compreender o desenvolvimento da comunicação matemática de alunos do 4.º ano no decurso de uma investigação estatística. Trata-se de um estudo estatístico realizado ao longo de várias sessões com os alunos a tomarem diversas decisões, tornando-os agentes ativos da sua aprendizagem.

A metodologia adotada é de natureza qualitativa, recorrendo à observação participante, com registo áudio, e à recolha documental.

Os resultados obtidos evidenciam que, de um modo geral, os alunos foram bem-sucedidos na realização da investigação estatística e na comunicação de ideias. Ainda assim, existiram algumas dificuldades relacionadas com a discussão e expressão de ideias, especialmente, no âmbito da comunicação escrita. No entanto, ao longo da intervenção observaram-se melhorias nas práticas de comunicação oral e escrita dos alunos, ainda que, por vezes, com justificações pouco detalhadas. O estudo também revela dificuldades dos alunos na formulação de questões estatísticas, na organização e interpretação de dados, mas ao mesmo tempo evidencia a capacidade em mobilizar conceitos estatísticos e em relacioná-los com aspetos do quotidiano.

O estudo permite inferir que a investigação estatística contribuiu para o desenvolvimento da comunicação matemática, promovendo a autonomia e a argumentação dos alunos.

Palavras-chave: Comunicação matemática; Investigação estatística.

ABSTRACT

This report presents an investigation carried out within the scope of the pedagogical practice of initial teacher training. The study aims to understand the development of mathematical communication of 4th grade students during a statistical investigation. The statistical study was carried out over a group of sessions where students made several decisions, making them active agents in their learning.

The methodology adopted was qualitative, using participant observation with audio recording and the documentary collection.

The results show that, overall, the students were successful in the statistical investigation and in communicating ideas. Even so there were difficulties related to the expression and discussion of ideas, especially in written communication. However, throughout the process, there was an improvement with students developing greater clarity in oral and written communication, although, sometimes, with little detailed justifications. The study also revealed difficulties in formulating questions, organising, and interpreting data, but also showed the students' ability to mobilise basic statistical concepts and relate them to everyday issues.

This study concludes that statistical investigations was effective in developing mathematical communication, promoting students' autonomy and argumentation.

Keywords: Mathematical communication; Statistical enquiry.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1	7
ENQUADRAMENTO TEÓRICO	7
1. Comunicação matemática	7
1.1 A comunicação matemática nos documentos curriculares nacionais.....	11
1.2 Comunicação matemática em sala de aula	14
1.2.1 Papel do professor	14
1.2.2 Trabalho colaborativo	16
1.2.3 Discussões Coletivas	19
1.2.4 Dificuldades dos alunos no desenvolvimento da comunicação matemática	20
2. Investigações Estatísticas	22
2.1 Ensino-aprendizagem da estatística através de investigações estatísticas.....	27
CAPÍTULO 2	30
METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	30
1. Questão e objetivos de investigação.....	30
2. Opções metodológicas	30
3. Técnicas e instrumentos de recolha de dados.....	33
3.1 Observação Participante	34
3.2 Recolha Documental.....	38
4. Técnicas de análise de dados	38
5. Ética profissional com crianças	40
CAPÍTULO 3	42

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA.....	42
1. Caracterização do contexto e dos participantes	42
2. Descrição da intervenção pedagógica	46
1ª Sessão	50
2ª Sessão	53
3ª Sessão	55
4ª Sessão	55
5ª Sessão	57
6ª Sessão	60
7ª Sessão	62
8ª, 9ª, 10ª e 11ª Sessões	62
CAPÍTULO 4	65
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	65
1. Questionar	65
2. Recolher	73
3. Organizar	80
4. Analisar	90
4. Concluir e comunicar	111
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	124
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	133
ANEXOS	143
Anexo 1: Tarefas “Etapas do ciclo estatístico”	143
Anexo 2: Grelha de autoavaliação	148
Anexo 3: Autorizações dos Encarregados de Educação	150

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Ciclo estatístico de acordo com Canavarro (2013).....	23
Figura 2	Notícia apresentada aos alunos	51
Figura 3	Introdução do gráfico de barras duplo	57
Figura 4	Construção dos posters.....	59
Figura 5	Posters apresentados.....	60
Figura 6	Divulgação dos resultados a uma das turmas	60
Figura 7	Organização dos dados em tabela.....	61
Figura 8	Escolha do gráfico	62
Figura 9	Início da construção do cartaz	63
Figura 10	Resposta do grupo 1, à questão 1.1, da etapa 1	67
Figura 11	Resposta do grupo 2, à questão 1.1, da etapa 1	69
Figura 12	Resposta do grupo 3, à questão 1.1, da etapa 1	70
Figura 13	Resposta do grupo 4, à questão 1.1, da etapa 1	71
Figura 14	Resposta do grupo 5, à questão 1.1, da etapa 1	72
Figura 15	Resposta do grupo 1, à questão 2 da etapa 2.....	73
Figura 16	Resposta do grupo 1, à questão 2.1 da etapa 2.....	74
Figura 17	Resposta do grupo 4, à questão 2, da etapa 2.....	75
Figura 18	Resposta do grupo 2, à questão 2 da etapa 2.....	76
Figura 19	Resposta do grupo 3, à questão 2, da etapa	78
Figura 20	Resposta do grupo 5, à questão 2, da etapa 2.....	78
Figura 21	Resposta do grupo 5, à questão 2.1, da etapa 2.....	79
Figura 22	Resposta do grupo 1, à questão 3, da etapa 3.....	80
Figura 23	Resposta do grupo 1, à questão 3.1, da etapa 3.....	81
Figura 24	Resposta do grupo 2, à questão 3, da etapa 3.....	82
Figura 25	Resposta do grupo 2, à questão 3.1, da etapa 3.....	83
Figura 26	Resposta do grupo 3, à questão 3, da etapa 3.....	84
Figura 27	Resposta do grupo 4 à questão 3, da etapa 3.....	87
Figura 28	Resposta do grupo 4 à questão 3.1, da etapa 3.....	88
Figura 29	Resposta do grupo 5 à questão 3, da etapa 3.....	89
Figura 30	Resposta do grupo 5 à questão 3.1, da etapa 3.....	90
Figura 31	Resposta do grupo 1, à questão 4, da etapa 3.....	92

Figura 32	Resposta do grupo 1, à questão 4.1, da etapa 3.....	93
Figura 33	Resposta do grupo 1, à questão 5, da etapa 3.....	94
Figura 34	Resposta do grupo 2, à questão 4, da etapa 3.....	95
Figura 35	Resposta do grupo 2, à questão 4.1, da etapa 3.....	95
Figura 36	Resposta do grupo 2, à questão 5, da etapa 3.....	96
Figura 37	Resposta do grupo 3, à questão 4, da etapa 3.....	97
Figura 38	Resposta do grupo 3, à questão 4.1, da etapa 3.....	98
Figura 39	Resposta do grupo 3, à questão 5, da etapa 3.....	98
Figura 40	Resposta do grupo 4, à questão 4, da etapa 3.....	99
Figura 41	Resposta do grupo 4, à questão 4.1, da etapa 3.....	100
Figura 42	Resposta do grupo 4, à questão 5, da etapa 3.....	100
Figura 43	Resposta do grupo 5, à questão 4, da etapa 3.....	101
Figura 44	Resposta do grupo 5, à questão 4.1, da etapa 3.....	102
Figura 45	Resposta do grupo 5, à questão 5, da etapa 3.....	102
Figura 46	Gráfico de barras realizado pelo grupo 1, sobre uma turma do 3.ºano	104
Figura 47	Gráfico de barras realizado pelo grupo 2, sobre uma turma do 4.º ano.....	105
Figura 48	Gráfico de barras realizado pelo grupo 3, sobre uma turma do 3.º ano.....	107
Figura 49	Gráfico de barras realizado pelo grupo 5, sobre a própria turma	108
Figura 50	Gráfico de barras realizado pelo grupo 4, sobre duas turmas de 3.º ano	109
Figura 51	Gráfico de barras realizado pelo grupo 4, sobre duas turmas de 4.º ano	110
Figura 52	Cartaz final realizado pelos alunos da turma	115
Figura 53	Resumo do vídeo.....	116
Figura 54	Gráfico comparativo das turmas de 3.º ano.....	117
Figura 55	Gráfico comparativo das turmas de 4.ºano.....	118
Figura 56	Conclusão da turma do 3.º Z.....	119
Figura 57	Conclusão da turma do 3.ºW.....	119

Figura 58	Conclusão da turma do 4.ºX.....	120
Figura 59	Conclusão da turma do 4.ºY.....	121
Figura 60	Conclusão das turmas mais saudáveis.....	122
Figura 61	Friso sobre as horas de sono por faixa etária.....	122

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 Subtópicos e objetivos de aprendizagem do tópico “Capacidades Matemáticas” nas AE	13
Tabela 2 Calendarização das sessões	49
Tabela 3 Objetivos das AE para a etapa 1	52
Tabela 4 Objetivos das AE para a etapa 2	54
Tabela 5 Objetivos das AE para a etapa 3	56
Tabela 6 Objetivos das AE para a comunicação e divulgação dos dados	58
Tabela 7 Questões de recolha de dados dos grupos	66

INTRODUÇÃO

Na presente introdução deste relatório indico o tema na base do projeto de investigação, neste caso associado à área de Matemática, a minha motivação para a escolha deste tema e sua pertinência, bem como apresento o objetivo de estudo e respetivas questões de investigação. A introdução termina com a explicitação da organização do relatório.

A escolha da temática para este projeto de investigação teve por base o meu interesse pessoal, mas também o meu percurso académico. Na verdade, decidi escolher a comunicação matemática devido à importância que dou à comunicação, principalmente, numa sala de aula pois, na minha perspetiva, os alunos podem e devem ter espaço para intervir, fazendo assim parte do seu processo de aprendizagem. Ao longo do meu percurso académico até ao ensino secundário não me recordo de assistir a uma aula de matemática em que os alunos pudessem dar a sua opinião ou discutir ideias entre si. Assim, com este estudo, pretendo quebrar um pouco daquilo que foi o meu ensino e contribuir para uma maior valorização daquilo que é a comunicação numa aula de matemática.

Na verdade, ao longo do meu percurso académico sempre manifestei algumas dificuldades na área de matemática, não só devido à complexidade de alguns conteúdos, mas também pelo facto de guardar as dúvidas para mim por não haver abertura da professora para repetir a explicação. Além disso, recordo-me de os conteúdos serem abordados de forma rápida e mecanizada, sendo por vezes necessário recorrer à memorização. Também a metodologia de trabalho era quase sempre a mesma, isto é, de trabalho individual e com a professora a transmitir as informações. Acredito que se existissem momentos para participar e interagir com a professora e com os restantes colegas em sala de aula, poderia ter tido mais facilidade na compreensão de conteúdos através da partilha de várias ideias. A pouca adesão do professor à comunicação matemática na sala de aula, pode ser também uma consequência do ensino inicial, isto é, a forma como um profissional foi ensinado no seu percurso

académico pode afetar a sua prática profissional (Araújo & Borralho, 2018), contudo, apesar da minha experiência negativa, pretendo mudar essa ideia.

Num dos estágios que realizei na licenciatura, a matemática era vista pelos alunos como uma área divertida devido às tarefas práticas que eram realizadas o que, na verdade, foi algo que me surpreendeu. Assim, e uma vez que, na minha opinião, a matemática continua a ser alvo de uma ideia errónea por parte de muitos alunos, acho que seria importante tentar mudar a perspetiva que têm sobre a área curricular através deste projeto de investigação.

Relativamente ao tema matemático para a intervenção, optei por procurar promover uma das capacidades matemáticas, a comunicação em particular, no decurso de uma investigação estatística com os alunos. Esta escolha deve-se ao facto de considerar que, através de uma investigação estatística, realizada em grupo, poderia perceber a forma como os alunos comunicam matematicamente entre si e auxiliá-los a desenvolver esta capacidade que considero importante. De facto, a realização de uma investigação estatística é algo prático em que poderá existir um maior interesse por parte dos alunos o que, por sua vez, está relacionado com esta capacidade.

Tendo em conta o referido anteriormente, considero que é benéfico para os alunos que a dinamização de aulas seja feita de forma interativa, neste caso colocar em prática uma investigação. De acordo com Santos e Ponte (2014), a realização de investigações estatísticas é importante pois permite aos alunos perceber como se desenvolve o conhecimento e oferece oportunidades para aprender conceitos e representações estatísticas.

A comunicação matemática é considerada um tema atual e, tal como referem Menezes e Nacarato (2020), a compreensão do funcionamento deste tipo de comunicação é ainda um campo largamente por explorar. Trata-se de um processo social onde os participantes interagem entre si, exprimindo e discutindo ideias e influenciando-se mutuamente (Martinho e Ponte, 2005). De facto, a comunicação é transversal a todas as áreas curriculares e pode ocorrer de duas formas: a comunicação oral e a

comunicação escrita. A linguagem oral auxilia o pensamento e o desenvolvimento da competência matemática, já a linguagem escrita beneficia uma estruturação de conceitos e procedimentos (Moreira & Fonseca, 2009).

A comunicação feita nas aulas de matemática é um instrumento necessário para a aprendizagem dos alunos e, efetivamente, faz parte do currículo. Segundo as Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico (AE), um dos objetivos gerais da matemática, ligado à importância da sua aprendizagem no século XXI é:

desenvolver a capacidade de comunicar matematicamente, de modo a partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão (Canavarro et al., 2021, p. 3).

Tal como é referido nas AE (Canavarro et al., 2021), em todos os anos de escolaridade, a comunicação matemática é vista como uma capacidade, sendo que no que se refere à expressão de ideias o aluno deve “descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito” e “ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos” (p.18), no que diz respeito à discussão de ideias.

De facto, a comunicação matemática potencia diversas oportunidades de participação dos alunos. Pode ocorrer uma participação em pequeno ou em grande grupo, por iniciativa do aluno ou do professor

para lançar desafios ou em resposta aos restantes colegas e ao professor (Martinho, 2023).

Do ponto de vista do sucesso do aluno, a comunicação matemática contribui de várias formas para a aprendizagem. Alguns exemplos estão relacionados com a apropriação de conceitos matemáticos e de diferentes representações e o desenvolvimento do pensamento, clarificação e reflexão sobre o que o aluno aprendeu (Martinho, 2023).

Autores como Ponte et al. (2007) referem que “a comunicação que ocorre na sala de aula de Matemática marca de forma decisiva a natureza do processo de ensino-aprendizagem desta disciplina” (p.40), ou seja, a forma como é feita a comunicação influencia o processo de ensino aprendizagem.

Ainda que a comunicação matemática possa e deva ser desenvolvida em todos os conteúdos, considero particularmente importante o seu desenvolvimento no âmbito das investigações estatísticas, pois tal como referem Wild e Pfannkuch (1999), uma das fases da investigação remete para a comunicação dos dados. Neste sentido, e no âmbito desta intervenção, a investigação estatística foi pensada para que os alunos tivessem a oportunidade de tomar as suas próprias decisões, discutindo em pequenos grupos, para que pudessem ter a oportunidade de partilhar e argumentar ideias e para que se sentissem envolvidos na investigação.

Segundo Ponte e Serrazina (2000, p. 218)

é através da interpretação de resultados, da sua comunicação aos outros alunos e ao professor e da sua discussão que os alunos podem desenvolver o seu espírito crítico, avaliando a importância deste ou daquele aspeto, a correção das diversas interpretações e a validade das conclusões propostas.

Os conteúdos matemáticos devem ser consolidados através da comunicação entre vários intervenientes, pois, tal como referem Moreira e Fonseca (2009, p. 2), “numa perspetiva interacionista, o saber matemático

que os alunos aprendem é decorrente das características da interação e comunicação na qual participam”.

Em relação à pertinência da comunicação matemática para a profissão, enquanto futura educadora e professora, considero que o domínio desta capacidade deve ser mais trabalhado nos contextos educativos desde os anos iniciais. Assim, não só permite um contacto mais direto entre aluno e professor, como contribui para o desenvolvimento social dos alunos, como é o caso da exposição perante a turma, onde há lugar para dar opinião e ouvir a opinião dos outros que é tão importante no que respeita a cidadania (Folque, 2018; Goma et al., 2020).

De acordo com Rodrigues et al. (2020) há estudos que revelam que a comunicação na aula de matemática proporciona a aprendizagem do conhecimento, por isso, cabe ao professor promover discussões coletivas na sua prática para enriquecer a aprendizagem dos alunos. Ainda assim, Araújo e Borralho (2018) acreditam que a pouca adesão por parte dos professores em relação ao desenvolvimento da comunicação matemática pode estar relacionada com um sentimento de perda de autoridade por parte do professor, pois como as discussões coletivas permitem uma maior interação entre alunos, tornando a aula mais autónoma e dinâmica, um professor mais tradicional pode ver essa interação como perda de autoridade. Para tal, é necessário mudar algumas perspetivas e práticas pedagógicas e valorizar mais a voz do aluno, colocando-o assim no centro do processo de aprendizagem.

Para realizar este estudo foi definido o objetivo: compreender o desenvolvimento da comunicação matemática de alunos do 4.º ano no decurso de uma investigação estatística.

Para concretizar este objetivo foram definidas as seguintes questões de investigação:

- i) Como se caracteriza a comunicação matemática dos alunos ao longo da intervenção?
- ii) Como se caracteriza o conhecimento matemático dos alunos no âmbito de uma investigação estatística?

- iii) De que forma a realização de investigações estatísticas pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos?

Este relatório divide-se em cinco capítulos. No primeiro capítulo é apresentado o enquadramento teórico, com a teoria que sustenta e fundamenta este estudo; no segundo capítulo é apresentada a metodologia de investigação, bem como as técnicas de recolha e tratamento de dados utilizadas; no capítulo seguinte consta a intervenção pedagógica, em que apresento uma descrição de todas as sessões; no quarto capítulo apresento a análise e discussão de dados, em que descrevo e analiso, de acordo com a fundamentação, os resultados da investigação; e, por fim, surgem as considerações finais, com a discussão das questões de investigação, e também com uma reflexão sobre todo o processo de investigação, referindo as minhas aprendizagens e dificuldades.

CAPÍTULO 1

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Ao longo deste capítulo apresento e contextualizo o tema em estudo contribuindo para a sua problematização. O presente capítulo encontra-se organizado com dois temas centrais, sendo eles a comunicação matemática e as investigações estatísticas.

1. Comunicação matemática

Nesta secção começa-se por apresentar uma caracterização geral de comunicação e, em particular, de comunicação matemática.

A comunicação faz parte do nosso quotidiano, sendo que, segundo Menezes (1996, p. 1) “comunicar significa *estabelecer comunidade* ou *pôr em comum*”. O mesmo autor considera que o termo comunicação significa “transmitir ou transferir para o outro” (Menezes, 1999, p. 180). De acordo com Moreira (2001), para comunicar é necessário conhecer uma linguagem, ou seja, é fundamental conhecer as palavras, os símbolos que a constituem, bem como a forma que combinam entre si, para que possamos expressar algo com significado. Para Goma et al. (2020) a comunicação pode ser vista, por um lado, como organização e transmissão de informação e, por outro lado, como um processo de interação social.

No âmbito da educação, Menezes (1996) refere que a aprendizagem dos alunos contém uma componente social importante, não só devido à interação existente entre pares, mas também à interação que existe com o professor na sala de aula e, de facto, o ensino dificilmente se concebia se não houvesse comunicação entre estes intervenientes. Esta ideia também é defendida por Brophy e Claxton (1998, 1999, citados por Folque, 2018) quando referem que “os [professores] modelizam formas de pensar e de aprender e transmitem ao aprendente as suas perspetivas e expectativas” (p. 89). Brophy e Claxton (1998, 1999, citados por Folque, 2018) acrescentam ainda que, com a interação entre aluno e professor é possível ambos partilharem e negociarem significados. Também Goma et al. (2020) corroboram que a comunicação matemática facilita o desenvolvimento

social e acrescentam ainda que comunicar oralmente e por escrito é fundamental para a aprendizagem dos alunos. De acordo com Menezes e Nacarato (2020), a comunicação matemática realizada em sala de aula permite a construção do conhecimento matemático dos alunos.

Na sala de aula de matemática, a comunicação está presente quer por linguagem verbal, quer por linguagem não verbal e é vista como um elemento essencial (Menezes & Nacarato, 2020). De acordo com Menezes (1996) a linguagem tem duas funções – comunicativa e cognitiva. A primeira refere-se à capacidade de o aluno ser capaz de reter determinada informação e, posteriormente, relatá-la aos outros. A segunda função refere-se à possibilidade de a linguagem promover a estruturação e regulação do pensamento, quando o aluno está em interação com outros.

Menezes (1996) refere que a matemática é uma linguagem que permite comunicar ideias de forma explícita. Nesta perspetiva, o mesmo autor considera, ainda, que a matemática e o ensino da matemática são atividades sociais. Esta ideia é, também, defendida por Boavida et al. (2008) quando salientam que a comunicação envolve a aprendizagem significativa da Matemática pois proporciona aos alunos o contacto com o essencial da atividade matemática. De facto, é através da comunicação que se negociam representações (Boavida et al., 2008), permitindo assim uma maior compreensão dos conceitos matemáticos. Neste sentido, Canavarro e Pinto (2012) definem uma representação como uma configuração que pode expressar algo de forma não fixa, adaptando-se às diferentes interpretações e contextos. Essa flexibilidade nas representações é fundamental para a construção do conhecimento matemático. Desta forma, para Goldin (2003, p. 276)

uma representação é uma configuração que poderá, por exemplo, agir em lugar de, ser interpretada como, conectar-se, corresponder a denotar, retratar, encarnar, codificar, evocar, rotular, ligar, significar, produzir, referir-se, assemelhar, servir como uma metáfora para substituir, sugerir, ou simbolizar o elemento representado.

Bruner (1999) faz a distinção entre três tipos de representações: i) ativas, que dizem respeito ao conjunto de ações adequadas para referir ou alcançar um resultado, presumindo que o conhecimento surge através da ação; ii) icônicas, que estão associadas ao conjunto de imagens ou gráficos que se referem a uma certa ideia ou processo, sendo que se baseiam na organização visual e se distanciam, assim, do concreto e do físico (Boavida et al., 2008); e iii) simbólicas, que não se limitam aos símbolos que expressam ideias matemáticas, mas que englobam todas as linguagens que seguem um conjunto de regras essenciais, sendo que este tipo de representação não corresponde apenas a símbolos, mas a todas as linguagens que envolvem regras (Boavida et al., 2008).

Também Tripahi (2008) refere que uma representação matemática é uma construção mental ou física. Acrescenta ainda que uma representação pode incluir componentes concretos, verbais, numéricos, gráficos, contextuais, pictóricos ou simbólicos.

De acordo com Boavida et al. (2008, p. 71), “as representações de ideias matemáticas correspondem tanto a processos observados externamente, como a processos que ocorrem internamente na mente das pessoas que estão a trabalhar em Matemática”. A capacidade de representar ideias é fundamental para pensar matematicamente, e, portanto, os autores afirmam que as representações “devem ser tratadas como elementos essenciais da compreensão matemática dos alunos no que respeita a conceitos, a procedimentos e às relações entre eles” (Boavida et al., 2008, p. 71). Nesse contexto, é importante destacar que, conforme indicado por vários autores (Menezes, 1999; Ponte et al., 2007; Santana, 2010), a linguagem matemática abrange diversas componentes, incluindo a linguagem oral, escrita e pictórica. Assim, ao partilhar essas representações, é possível não apenas desenvolver a comunicação, mas também enriquecer a compreensão dos conceitos matemáticos, favorecendo uma aprendizagem mais profunda.

A linguagem oral, segundo Ponte et al. (2007, p. 7), “serve de suporte ao pensamento, sendo através dela que se desenvolve o essencial do

ensino-aprendizagem da Matemática”. De acordo com Ponte e Serrazina (2000), a comunicação de ideias através da linguagem oral/natural e corporal, permite que estas se tornem objetos de reflexão, discussão e refinamento. Além disso, a linguagem oral desempenha um papel fundamental na comunicação, pois possibilita que os alunos expressem as suas próprias ideias e ouçam as dos colegas, o que permite uma organização e clarificação do pensamento. A troca de ideias que ocorre na turma permite que os alunos modifiquem, consolidem e aprofundem o seu conhecimento através desta partilha (Ponte & Serrazina, 2000).

Para Sousa (2020) é fundamental dominar a linguagem oral para, posteriormente, dominar a linguagem escrita. De acordo com Zorzi (1998), a escrita e a oralidade influenciam-se mutuamente, sendo possível analisá-las de ambos os pontos de vista, isto é, da perspetiva da oralidade sobre a escrita e da escrita sobre a oralidade. Num primeiro momento, a escrita é influenciada pela oralidade, dado que o ser humano aprende a falar antes de dominar a habilidade de escrever. Contudo, à medida que a escrita se desenvolve, vai adquirindo características formais próprias, tornando-se cada vez mais independente (Sousa, 2020).

Em relação à linguagem por escrito, isto é, comunicação matemática escrita, Smole e Diniz (2001) defendem que escrever pode ajudar os alunos a melhorar as suas perceções, pois através da leitura daquilo que escreveram, conseguem refletir sobre o pensamento que tiveram e têm, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizaram e aprenderam. Também Miras (2000) corrobora com esta ideia quando refere que para além da função comunicativa, a escrita tem uma função representativa que facilita a compreensão das nossas representações do mundo e uma função epistémica que promove a construção do conhecimento.

O uso da escrita na aula de matemática leva o aluno a refletir criticamente sobre o seu pensamento, isto é, sobre as suas experiências matemáticas (Barbosa et al, 2008). No que respeita ao professor, segundo Barbosa et al. (2008), a linguagem escrita dos alunos pode permitir que o

professor compreenda o processo de aprendizagem dos alunos, uma vez que pode identificar a apropriação de conceitos que são trabalhados e os significados que lhes são atribuídos. Desta forma, através das produções escritas dos alunos, o professor compreende melhor as concepções destes, o que lhe permite agir mais assertivamente (Barbosa et al., 2008).

De acordo com Faria e Rodrigues (2020, p. 96)

a escrita é um meio de comunicação transversal a qualquer área.

Esta é capaz de eternizar o que foi comunicado oralmente e até mesmo aquilo que não é dito, mas apenas pensado, ou seja, a escrita é também capaz de materializar o conhecimento.

Relativamente à linguagem pictórica, Usiskin (1996, citado por Menezes, 1999), considera que este tipo de linguagem pode surgir através de gráficos, diagramas, barras de cuisenaire ou desenhos. Para Ponte e Serrazina (2000) através do uso das várias representações matemáticas, os alunos desenvolvem as suas imagens mentais das ideias matemáticas.

De acordo com Ponte e Serrazina (2000), as representações pictóricas desempenham um papel importante na representação de ideias matemáticas. Os autores acrescentam ainda que, representações como expressões simbólicas, figuras, gráficos e diagramas não constituem um fim em si mesmas. No entanto, são úteis na medida em que apoiam “a compreensão pelos alunos dos conceitos e relações matemáticas; a comunicação das ideias matemáticas aos outros; aplicação das ideias matemáticas e situações problemáticas dentro e fora da matemática” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 42).

1.1A comunicação matemática nos documentos curriculares nacionais

Na presente secção é enquadrada a comunicação nos documentos curriculares nacionais, nomeadamente nas AE (Canavarro et al., 2021) e no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) (Martins et al., 2017).

A importância dada à comunicação matemática tem vindo a ser reforçada ao longo dos anos nos documentos curriculares. De acordo com Menezes (2010), na década de 90 era colocada ao nível das capacidades/atitude. Mais tarde, em 2001, colocaram-na “a par da prática compreensiva de procedimentos e da exploração de conexões, com um aspeto transversal da aprendizagem da Matemática” (Menezes, 2010, p. 239) e, com a publicação do Programa de Matemática do Ensino Básico em 2007 a comunicação matemática obteve um duplo papel, ou seja, era caracterizada como objetivo curricular que consta nos documentos orientadores, mas também com uma natureza metodológica (Menezes, 2010).

De acordo com as AE, um dos motivos pelo qual se deve aprender matemática prende-se com “desenvolver a capacidade de usar representações múltiplas, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática, e como possibilidade de apropriação da informação veiculada nos diversos meios de comunicação, nomeadamente digitais, onde surge em formatos em constante evolução” (Canavarro et al., 2021, p. 3).

Os autores deste documento curricular referem, no que diz respeito às capacidades matemáticas:

- Que os alunos devem aprender a usar representações múltiplas em Matemática, valorizando-se a expressão verbal das ideias, bem como as representações que envolvem materiais manipuláveis ou elaboração de diagramas, sem dispensar o investimento progressivo no uso fluente da linguagem simbólica (p. 9);
- Incentiva-se o desenvolvimento da comunicação matemática, nomeadamente da capacidade de questionar, explicar e argumentar em diálogo com os colegas (p. 9);
- Promove-se o estabelecimento de conexões internas e externas da Matemática com outras áreas do currículo, em especial o Estudo do Meio. As situações que envolvem o desenvolvimento das

capacidades matemáticas oferecem oportunidades acrescidas para o desenvolvimento das capacidades e atitudes gerais (p. 9).

Na tabela 1 são apresentados os objetivos acerca desta temática de investigação, de acordo com as AE.

Tabela 1

Subtópicos e objetivos de aprendizagem do tópico “Capacidades Matemáticas” nas AE

Tema: Capacidades Matemáticas		
Tópico	Subtópicos	Objetivos de aprendizagem
Comunicação Matemática	Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
	Discussão de ideias	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.

Também o PASEO destaca a importância da comunicação. Segundo este documento, pretende-se que os jovens sejam cidadãos capazes de pensar criticamente e autonomamente, sejam criativos, com competências de trabalho colaborativo e com capacidades de comunicação (Martins et al., 2017).

De facto, uma das áreas de competências abordadas no PASEO é a Informação e Comunicação que diz respeito à “seleção, análise, produção e divulgação de produtos, de experiências e de conhecimento, em diferentes formatos” (Martins et al., 2017, p. 22). De acordo com Martins et al. (2017, p. 22), as competências associadas a esta área implicam que os alunos sejam capazes de:

- Utilizar e dominar instrumentos diversificados para pesquisar, descrever, avaliar, validar e mobilizar informação, de forma crítica e autónoma, verificando diferentes fontes documentais e a sua credibilidade;
- Transformar a informação em conhecimento;

- Colaborar em diferentes contextos comunicativos, de forma adequada e segura, utilizando diferentes tipos de ferramentas (analógicas e digitais), com base nas regras de conduta próprias de cada ambiente.

Desta forma, a importância da comunicação matemática tem sido frequentemente reforçada nos documentos curriculares ao longo dos anos. Tanto as AE como o PASEO evidenciam que a comunicação não é apenas uma ferramenta para expressar conhecimento matemático, mas um meio vital para a construção e sistematização do saber, promovendo capacidades críticas e colaborativas que são essenciais para o desenvolvimento integral dos alunos.

1.2 Comunicação matemática em sala de aula

Nesta secção, discutem-se diferentes aspetos relevantes para a promoção da comunicação matemática em sala de aula, nomeadamente, o papel do professor, o trabalho colaborativo e as discussões coletivas.

1.2.1 Papel do professor

Efetivamente, a comunicação em sala de aula ocorre em múltiplas direções, nomeadamente, “do professor para o(s) aluno(s), do aluno para o professor e de aluno para aluno(s)” (Boavida et al., 2008, p. 62).

O professor tem um papel fundamental na promoção da comunicação em sala de aula, sendo o responsável pela organização do discurso (Boavida et al., 2008; Menezes, 1996). O professor deve colocar questões, de forma a estimular a discussão e partilha de ideias entre os alunos (Menezes, 1996).

Desta forma, o discurso do professor em sala de aula pode condicionar o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos, e o mesmo é, de acordo com Rodrigues et al. (2020), composto por ações de elicitar, de apoiar, de informar e de desafiar os alunos no seu discurso. Este processo deve ser cíclico de solicitação e discussão pois assim os alunos podem relacionar, generalizar e justificar as suas ideias (Rodrigues et al., 2020). Além disso, cabe ao professor incrementar a comunicação entre os

alunos, seja oralmente ou por escrito, permitindo-lhes o desenvolvimento de capacidades, atitudes e conhecimentos (Menezes, 1996).

Assim, nas aulas em que a comunicação matemática é privilegiada, é esperado que os alunos tenham uma participação mais ativa e que o professor ouça e participe de uma forma intermediária (Boavida et al., 2008). Para que tal aconteça, é fundamental que numa aula de matemática haja espaço para os alunos raciocinarem e comunicarem as suas ideias, enquanto professor ouve e pede para os alunos explicarem o seu pensamento. Desta forma, é necessário ainda dar tempo para que os alunos explorem problemas, argumentem as suas ideias, discutam as suas teorias e questionem (Menezes, 1996).

Para promover a comunicação matemática em sala de aula, o professor deve possuir algumas características no seu discurso. De acordo com Menezes et al. (2014) há quatro ações discursivas fundamentais no discurso do professor, sendo elas o explicar, questionar, ouvir e responder.

Primeiramente, o explicar é algo que faz parte do quotidiano de um professor e, segundo Bishop e Goffree (1986, citados por Menezes et al., 2014, p. 141), esta ação significa “estabelecer conexões entre ideias, a que está a ser explicada e outras que se supõem partilhadas pelos intervenientes”.

Questionar é uma ação que está bastante associada ao professor e à escola, embora, por vezes, as perguntas tenham um propósito diferente das do quotidiano (Menezes et al., 2014). Menezes et al. (2014) consideram que por um lado, um dos propósitos é testar o conhecimento dos alunos, isto é, a informação dada pelo aluno será comparada com a informação que o professor transmitiu e, por outro lado, o propósito é desenvolver a compreensão e o conhecimento matemático dos alunos. Neste segundo propósito, os autores referem as perguntas de i) focalização, isto é, foca a atenção dos alunos para um aspeto a ser abordado e ii) inquirição, quando o professor convida os alunos a expressarem as suas ideias, com o propósito de conhecer o seu pensamento e suas estratégias (Menezes et al., 2014). Segundo Reinhart (2000) fazer boas perguntas, encoraja o aluno

a pensar e a refletir sobre a matemática, o que torna a aprendizagem significativa. Desta forma, é possível proporcionar momentos ricos em aprendizagem se o professor fizer perguntas abertas, pois este tipo de questões são as mais indicadas para desencadear uma discussão e incentivar o pensamento dos alunos, ao contrário das questões fechadas que servem para focar os alunos na temática; deve dar tempo aos alunos para refletirem e responderem e, também, deve evitar formular questões que, de alguma forma, já incluam a resposta (Boavida et al., 2008).

Também o ouvir faz parte das ações discursivas do professor. Para Ferreira (2005) ouvir é um ato de comunicação interpretativa, profundamente influenciado pelo contexto, já que o significado do que se ouve só pode ser entendido em função da situação em que ocorre.

De facto, ao ouvir os alunos na sala de aula, não só melhora a compreensão matemática, “proporcionando contextos favoráveis a uma avaliação das aprendizagens de natureza reguladora e permitindo apoiar e desenvolver as aprendizagens matemáticas dos alunos” (Menezes et al., 2014, p. 146), como também, “melhora o próprio conhecimento de matemática dos professores ao mesmo tempo que lhes dá ferramentas essenciais para tomar decisões que vão ao encontro das necessidades dos alunos” (Menezes et al., 2014, p. 146).

Uma outra ação discursiva que deve existir no discurso do professor é o responder às intervenções dos alunos. Ao responder, o professor pode dar uma resposta direta, produzir uma explicação, confrontar ideias dos alunos, evitando a validação de respostas. Ao pedir reações aos alunos/turma, ao pedir para que os alunos expliquem a outro colega, podem ser respostas adequadas do professor às contribuições dos alunos (Menezes et al., 2014).

1.2.2 Trabalho colaborativo

Segundo Canavarro et al. (2021) uma maneira de promover a aprendizagem da Matemática é através da dinâmica da aula, ou seja, é fundamental dar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam

durante a exploração de uma tarefa e, que desta forma, sistematizem os conteúdos abordados. Tal como é referido nas AE:

estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas transversais consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes gerais transversais, a estar presentes na abordagem e exploração das tarefas, qualquer que seja o tema (Canavarro et al., 2021, p. 3).

No sentido de promover a comunicação matemática, o trabalho de grupo também pode ser importante (Blunk, 1998). Segundo Blunk (1998) o trabalho de grupo é considerado um espaço onde a verbalização, bem como a responsabilidade pela própria aprendizagem e dos colegas, mas também o desenvolvimento da capacidade de trabalhar em conjunto, são potenciados. Através deste método de trabalho os alunos podem evoluir, aprendendo a confrontar as ideias dos colegas e a partilhar as suas. Após esta fase, a autora refere que os alunos ficam preparados para explicar as suas ideias, argumentar, bem como ouvir e contraargumentar. Já Martinho (2007) refere que quando trabalham em grupo a participação dos alunos é mais espontânea o que ajuda a que todos os alunos se envolvam.

De acordo com Martinho (2007), o professor, ao estimular a comunicação em sala de aula, faz com que haja uma maior participação dos alunos, tornando-os responsáveis pelo seu processo de aprendizagem, mas para isso acontecer, é necessário que haja oportunidades para os alunos argumentarem entre si. Para que tal aconteça, Martinho (2007) refere que o ambiente tem de ser apropriado para que se consigam ouvir enquanto falam com os outros. Segundo Martinho (2007, p. 46)

quando o aluno é capaz de se ouvir a si próprio é porque há espaço para a reflexão; se fala com os outros é porque há espaço para o

diálogo; se as duas situações ocorrem em simultâneo é porque ocorre uma construção (pessoal) em grupo.

Conforme refere Martinho (2007), as interações entre alunos provocam discussões, o que faz com que sejam estimulados com novas descobertas, mas também permite que construam um conhecimento mais sólido.

De acordo com Ponte e Serrazina (2000), o trabalho em pequenos grupos dá aos alunos a confiança para expressarem as suas ideias e comentarem as ideias dos colegas. Efetivamente, os alunos sentem-se mais confortáveis a falar em pequeno grupo do que em grande grupo, o que não acontece numa discussão coletiva com toda a turma onde, por vezes, os alunos acabam por calcular mais o que dizem ou até mesmo evitar a participação se não tiverem a certeza da pertinência do seu comentário (Martinho, 2007).

De acordo com Boavida et al. (2008), a comunicação na sala de aula que se baseia na partilha de ideias matemáticas permite que cada aluno interaja com as ideias apresentadas, possibilitando que as assimile e aprofunde o seu próprio entendimento. Segundo com os mesmos autores, quando um aluno que possui um método próprio para abordar e resolver um problema, pode tirar proveito ao analisar a maneira como um colega resolve o mesmo problema. Assim, a análise das estratégias e métodos utilizados por outros colegas, juntamente com o esforço para avaliar a sua precisão, validade e utilidade, contribui para expandir o conhecimento matemático (Boavida et al., 2008).

Para Cobb (1995) quando os alunos trabalham em grupo, pode ocorrer uma colaboração direta, o que evidencia que os alunos resolvem a tarefa proposta em conjunto ou uma colaboração indireta quando os alunos pensam ou resolvem a tarefa sozinhos, sem ouvir a opinião dos restantes colegas (Cobb, 1995). Além disso, neste tipo de trabalho podem existir elementos do grupo que se destacam e conduzem os restantes ou grupos em que se ouvem todos os elementos. Quando há uma voz que predomina a perspectiva de um dos alunos, trata-se de um resultado univocal e para o

autor esse aluno representa uma autoridade para o grupo. Por outro lado, o resultado é multivocal quando todos os elementos do grupo exprimem as suas ideias e opiniões tentando mesmo conciliar opiniões diferentes (Cobb, 1995).

1.2.3 Discussões Coletivas

A discussão coletiva é um momento propício para o desenvolvimento da comunicação uma vez que promove o questionamento entre os alunos, a explicação, a troca de ideias, a justificação, a argumentação, a demonstração e a sistematização do conhecimento que emerge desse processo (Ponte, 2007).

Segundo consta no Relatório Cockcroft (1982, citado por Ponte, 2017, p. 3)

o termo 'discussão' significa mais do que breves perguntas e respostas que surgem durante a exposição feita pelo professor (...)

A capacidade de 'dizer o que se está efetivamente a pensar e significar o que se está efetivamente a dizer' (...) deve ser um dos resultados do bom ensino da Matemática.

De acordo com Bussi (1998, citado por Ponte, 2017), uma discussão matemática é um debate introduzido e mediado pelo professor, para que os alunos possam partilhar as suas opiniões matemáticas. Também Pirie e Schwarzenberg (1988, citados por Menezes et al., 2014) corroboram com esta ideia quando referem que “uma discussão matemática é uma conversa com propósito, sobre um assunto matemático, na qual os alunos dão contributos genuínos e interagem entre eles e o professor” (p. 153).

Além disso, Staples (2007) refere que as discussões coletivas estão associadas à construção conjunta de ideias, uma vez que os alunos partilham pensamentos, ouvem e respondem às ideias uns dos outros o que resulta numa negociação de significados.

De acordo com Menezes et al. (2014), a negociação de significados está associada aos “conceitos e processos matemáticos, e [a] uma vertente

acional e comportamental relacionada com a definição de normais sociais e sociomatemáticas” (Menezes et al., 2014, p. 151). Associada a essas normas, está a necessidade de uma explicação, justificação ou argumentação matematicamente aceitável, que, segundo os autores, é influenciada pelos objetivos, crenças, suposições e hipóteses dos diferentes participantes em uma aula (Menezes et al., 2014, p. 152). Nesse sentido, por vezes, o professor recorre ao questionamento sucessivo como estratégia para obter uma justificação dos resultados matemáticos, promovendo assim uma discussão que enriquece a negociação de significados e a construção coletiva do conhecimento.

Segundo Martinho (2007), as ideias explicitadas durante as discussões coletivas permitem o melhoramento da argumentação dos alunos na sala de aula, uma vez que “os desacordos são ouvidos, os alunos sentem a necessidade de defender os seus pontos de vista, explicar aos outros e seguir atentamente a participação dos colegas, procurando dar sentido ao que ouvem e dizem” (p. 41).

McClain e Cobb (1998) consideram que a participação num discurso reflexivo contribui para a matematização individual e, conseqüentemente, para o desenvolvimento de discursos pessoais. Segundo estes autores, os alunos tornam-se mais críticos e atentos, o que resulta em discussões mais intensas e num discurso coletivo progressivamente mais rico. Assim, os alunos que comunicam matematicamente têm potencialmente um maior acesso a formas de conhecimento matemático.

1.2.4 Dificuldades dos alunos no desenvolvimento da comunicação matemática

Vários estudos têm centrado a sua atenção no desenvolvimento da comunicação matemática, evidenciando que os alunos enfrentam algumas dificuldades ao longo do processo de aprendizagem. De acordo com o estudo realizado por Barroso (2013), numa turma de 3.º ano de escolaridade, os alunos revelaram dificuldades ao nível da comunicação, uma vez que não conseguiam explicar o seu raciocínio. Ao perceber que a grande dificuldade dos alunos era na comunicação matemática, a autora

propôs tarefas onde participava diretamente, para que pudesse ter uma visão mais clara das dificuldades dos alunos (Barroso, 2013). A autora também refere que, embora os alunos possuísem conhecimentos sobre os conteúdos abordados, tinham dificuldade na utilização do vocabulário, uma vez que não conseguiam atribuir um nome aos conceitos, o que resultava numa comunicação incoerente. Apesar das dificuldades sentidas por parte dos alunos, no final do seu estudo, a autora concluiu que houve uma evolução ao longo das tarefas, nomeadamente, na utilização de termos matemáticos por parte da maioria dos alunos. Além disso, foi perceptível uma melhoria na articulação do discurso, pois os alunos já utilizavam frases mais completas e mais coerentes (Barroso, 2013). Quanto à utilização dos termos matemáticos, ao longo da resolução das tarefas já existia uma preocupação em procurar e sobretudo refletir sobre o conceito correto. Embora nem todos os alunos envolvidos no estudo tenham revelado um bom desenvolvimento ao nível da utilização de conceitos matemáticos, a autora reconhece que esta investigação teve impacto em alguns alunos (Barroso, 2013).

Num outro estudo realizado por Reinhardt (2015), a linguagem usada inicialmente pelos alunos para expressarem as suas ideias era mais informal, mas com o decorrer do estudo e com as ferramentas utilizadas, a autora verificou uma pequena e progressiva utilização de elementos de linguagem matemática. Contudo, esta pequena progressão foi visível através de representações de ideias matemáticas, mais concretamente, de representações icónicas dos alunos e da investigadora, mediante a observação de textos, quadros, figuras e tabelas através do quadro interativo (Reinhardt, 2015). Segundo a autora, essas representações permitiram não só transformar o conhecimento implícito dos alunos em conhecimento explícito, como também de aprofundar os conceitos, os procedimentos e as interconexões entre eles (Reinhardt, 2015). Ao usar o quadro interativo, Reinhardt (2015) verificou igualmente uma progressão gradual na comunicação matemática dos alunos, tanto ao nível da escrita como da oralidade. Contudo, essa progressão revelou-se mais na vertente

oral, o que, por consequência, levou a uma maior adesão e facilidade por parte dos alunos na comunicação escrita.

De acordo com o estudo realizado por Costa (2007), é perceptível que as dificuldades em comunicar matematicamente não estão só relacionadas com a oralidade, mas também com a escrita. Neste estudo, Costa (2007) refere que inicialmente os pares revelaram dificuldades em comunicar, sobretudo na forma como demonstravam e explicavam os raciocínios por escrito e, consequência disso, está o facto de não ser uma prática comum na sala de aula. Contudo, à medida que as sessões avançaram, notou-se um progresso. Esta evolução deveu-se ao incentivo que era dado para que os alunos redigissem os seus raciocínios e a refletir sobre o trabalho desenvolvido.

2. Investigações Estatísticas

De acordo com Santos e Ponte (2014), no ensino da estatística, o principal objetivo é “compreender os conceitos, representações e procedimentos estatísticos” (p. 47). Além disso, os autores referem que a estatística “constitui um modo de pensar sobre o mundo” (Santos e Ponte, 2014, p. 47) e recorre-se a investigações estatísticas para promover a aprendizagem destes conceitos, de forma a desenvolver a literacia estatística.

Segundo Santos e Ponte (2013), as investigações estatísticas envolvem ativamente os alunos no processo de ensino aprendizagem. Para isso, pretende-se que a investigação seja do interesse dos alunos e que todas as opções tomadas ao longo de todas as etapas do ciclo estatístico sejam decididas por eles (Santos & Ponte, 2013). Efetivamente, para realizar investigações estatísticas é necessário escolher um tema, definir objetivos, selecionar um método de recolha de dados, escolher uma amostra e recolher, analisar e interpretar dados para responder às questões definidas inicialmente (Batanero & Godino, 2005).

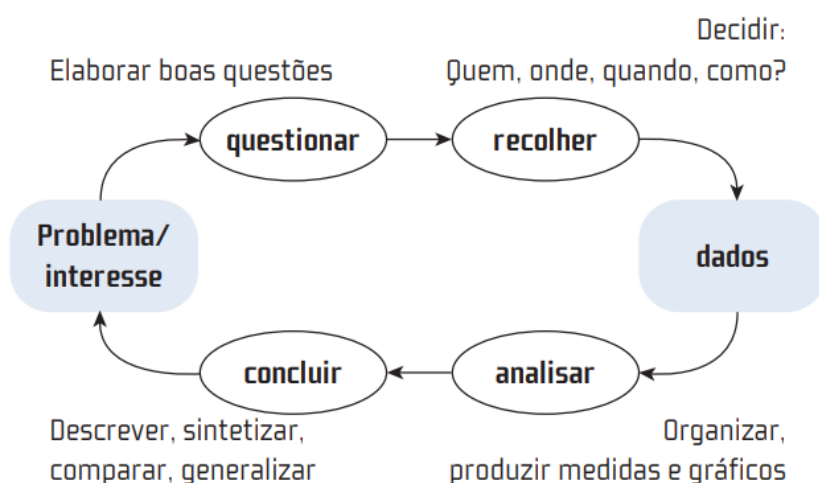
Para Henriques e Oliveira (2012) expor os alunos a este processo de aprendizagem a partir de investigações estatísticas dá-lhes oportunidade de compreender a importância e o propósito de cada uma das fases. Santos e

Ponte (2013, p. 455) consideram que “ensinar através de investigações estatísticas proporciona também a identificação das dificuldades dos alunos, mesmo em conceitos e ideias que se assumem bem consolidados”. Santos e Ponte (2014) acrescentam ainda que ao contactarem com investigações estatísticas, os alunos podem “apreciar a importância e a dificuldade do trabalho estatístico e o seu interesse na resolução de problemas reais” (p. 47).

Tal como referem Martins e Ponte (2010), a investigação estatística contém várias etapas. Dependendo dos autores, o número de etapas e a sua designação pode variar, mas parece existir uma ideia geral de que uma investigação estatística implica a existência de um problema, a formulação de uma questão de investigação, a recolha e tratamento dos dados e a interpretação dos mesmos. Para Wild e Pfannkuch (1999) uma investigação estatística envolve cinco fases: “problema, plano, dados, análise e conclusão” (p. 48). Já Canavarro (2013) considera que as fases da investigação estatística são definidas como questionar, recolher, analisar e concluir (Figura 1).

Figura 1

Ciclo estatístico de acordo com Canavarro (2013)



Segundo o ciclo estatístico definido por Canavarro (2013) a primeira fase corresponde ao questionar. A autora refere que é necessário elaborar boas questões para ampliar, de forma objetiva, aquilo que se pretende saber.

Desta forma, Canavarro (2013) refere que as questões “devem ser claras evitando ambiguidade de interpretações, devem poder ser respondíveis por quem é alvo do estudo, devem permitir evidenciar regularidades entre a diversidade de respostas obtidas” (p. 35). Também nesta fase a autora refere que antes da recolha dos dados, é preciso decidir a quem colocar as questões, onde, quando e como (Canavarro, 2013).

Para Arnold e Pfannkuch (2020) a fase inicial de uma investigação estatística está associada à compreensão e definição de um problema que, por norma, surge com a necessidade de saber mais acerca do mesmo. Ainda nesta fase, as ideias vão melhorando até chegar a uma ou mais perguntas que podem ser respondidas com dados.

De seguida, surge o planeamento e nesta fase é necessário planear o que medir e como medir, definir a amostra da população e planear a forma como vão ser recolhidos e analisados os dados (Arnold & Pfannkuch, 2020). Portanto, o planeamento engloba a formulação de uma questão de investigação e esta fase, segundo Santos e Ponte (2014) é fundamental para o trabalho a realizar.

Relativamente à construção de uma questão de investigação, Arnold (2013) menciona alguns critérios, sendo alguns deles: “As questões podem ser respondidas com os dados; a intenção é clara; a(s) questão(ões) permite(m) que seja feita a análise de todo o(s) grupo(s)” (p. 37). Para que sejam formuladas questões é necessário que os alunos tenham tempo para refletir sobre como poderiam responder “o que lhes permite descobrir não só a variedade de respostas possíveis, mas também antecipar múltiplas interpretações da mesma” (Henriques & Oliveira, 2012, p. 4). Além do referido, é necessário que os alunos percebam se as questões formuladas são de natureza estatística, ou seja, se envolvem alguma variabilidade de dados e se são apropriadas ou não à temática da investigação (Martins & Ponte, 2010).

Ainda no planeamento, é necessário planear a forma como os alunos vão recolher os dados, ou seja, é necessário selecionar técnicas de recolha de dados (Martins & Ponte, 2010). No entanto, também é nesta fase que os

alunos devem decidir a população ou amostra do estudo (Henriques & Oliveira, 2012).

Em relação à recolha de dados, Canavarro (2013) menciona que é necessário considerar a importância de ter dados que se obtêm em primeira mão ou aqueles que já foram recolhidos e organizados por terceiros. A autora acrescenta ainda que quando um estudo recai sobre uma turma, é natural e indicado que os alunos recolham os dados diretamente. Além disso, este processo permite que os alunos aprofundem os seus conhecimentos sobre o tema em estudo, mas também os seus conhecimentos estatísticos (Canavarro, 2013). Posto isto, ocorre a fase da recolha dos dados, sendo que após a recolha é necessário organizá-los (Arnold & Pfannkuch, 2020). Segundo Arnold e Pfannkuch (2020), este processo é demorado e os alunos podem deparar-se com dados incorretos ou em falta.

Relativamente à fase de analisar definida por Canavarro (2013), é importante que os alunos decidam qual ou quais as medidas estatísticas que devem usar para compreender os dados e para retirar conclusões em função dos objetivos definidos. De acordo com Martins e Ponte (2010), para representar e analisar os dados, é necessário selecionar a representação mais adequada, tendo em conta os dados obtidos e o objetivo da investigação. Esta fase está relacionada com a representação gráfica que permite uma leitura reduzida dos dados, embora organizada, contudo, contém tendências que importa saber ler (Canavarro, 2013).

Para Canavarro (2013) é importante que os alunos conheçam diversos gráficos e as suas potencialidades, percebam quais os mais adequados à função do estudo. Efetivamente, é mais importante o professor pedir aos alunos para decidirem qual a representação gráfica adequada ao estudo, do que saberem fazê-la (Canavarro, 2013). No que refere ao sentido de gráfico que os alunos devem desenvolver, está associado o saber ler um gráfico, reconhecer o que está retratado e ir além do que é visível ao olhar para um gráfico, é necessário colocar questões sobre os dados,

estabelecendo conexões com o tema (Canavarro, 2013). Segundo Henriques e Oliveira (2012, p. 5)

compreender a representação e análise de dados envolve muitos assuntos complexos, desde a sua ordenação, passando pelo significado dos números num gráfico e pela escolha das medidas apropriadas para sumariar e comparar grupos, até à identificação de relações entre variáveis.

Para Santos e Ponte (2014), na fase de analisar devem ser usados conceitos e ideias relacionadas com representações gráficas e medidas estatísticas. Segundo Arnold e Pfannkuch (2020), é nesta fase que os alunos começam a detetar padrões nos dados, tirando assim algumas conclusões.

Por fim, Canavarro (2013) refere que na última fase é fundamental que os alunos possam reunir e articular aquilo que foram descobrindo em cada fase, de modo a obterem uma compreensão clara da situação em estudo, ficando a conhecê-la na sua totalidade. Também Martins e Ponte (2010), referem que o concluir está associado à interpretação dos resultados, o que permite retirar conclusões acerca da investigação feita.

Autores como Canavarro (2013) e Arnold e Pfannkuch (2020) afirmam que na fase da conclusão é importante que os alunos divulguem o estudo para um público próximo ou mais alargado. Ao escolherem as formas mais adequadas de apresentar as suas ideias, permite que compreendam aquelas que podem ser ou não mais eficazes (Canavarro, 2013). A acrescentar a isso, é uma oportunidade que é dada aos alunos de desenvolverem a sua comunicação matemática (Canavarro, 2013).

As AE do 4.º ano do Ensino Básico (Canavarro et al., 2021) dividem o ciclo estatístico da seguinte forma: primeiramente, surge o tópico **questões estatísticas, recolha e organização de dados**, fase em que se formulam questões sobre características qualitativas e quantitativas discretas, em que são definidos quais os dados a recolher e onde devem ser recolhidos e, também, é feita a seleção de um método de recolha de dados adequado para os dados serem recolhidos através desse; posteriormente,

no t3pico **representa33es gr3ficas** s3o representados conjuntos de dados quantitativos atrav3s de diagramas de caule-e-folhas e representados dois conjuntos de dados atrav3s de um gr3fico de barras duplo, tamb3m 3 necess3rio decidir qual a representa33o a adotar num estudo e justificar essa escolha e, este t3pico tem tamb3m como objetivo analisar a representa33o desenvolvendo assim a literacia estat3stica; de seguida, surge a **an3lise de dados**, onde 3 necess3rio ler, interpretar e discutir a distribui33o dos dados para depois retirar conclus3es, fundamentar decis3es e colocar novas quest3es e, por fim, na **comunica33o e divulga33o de um estudo**, decide-se a quem divulgar e elabora-se recursos que apoiem a apresenta33o do estudo realizado.

2.1 Ensino-aprendizagem da estat3stica atrav3s de investiga33es estat3sticas

Segundo Batanero e Godino (2005), o ensino da estat3stica 3, por um lado, fundamental porque favorece o desenvolvimento pessoal, promovendo o racioc3nio cr3tico baseado na avalia33o de evid3ncias objetivas. Por outro lado, a estat3stica 3 algo que faz parte do quotidiano dos cidad3os e, por isso, 3 necess3rio um conhecimento b3sico para que possam ter a capacidade de ler e interpretar tabelas e gr3ficos que aparecem frequentemente na comunica33o social.

Para Ben-Zvi (2011) o envolvimento dos alunos em investiga33es estat3sticas promove uma compreens3o mais profunda dos conceitos, pois participam diretamente em todas as fases do ciclo estat3stico. Desta forma, a aprendizagem 3 contextualizada e significativa, permitindo que os alunos construam o seu pr3prio conhecimento.

Apesar da sua import3ncia e benef3cios para a aprendizagem dos alunos, por vezes, surgem dificuldades no decorrer de uma investiga33o estat3stica.

O estudo de English et al. (2017) realizado numa turma de 4.º ano, mostra que os alunos tamb3m podem manifestar dificuldades relacionadas com a formula33o de quest3es estat3sticas. Esta dificuldade associada a esta fase do ciclo estat3stico tamb3m foi sentida no estudo realizado por

Silva et al. (2022), com uma turma de 1.º ano, quando afirmam que os alunos sentiram mais dificuldades na definição das questões de investigação e na análise dos dados.

Associado a estas dificuldades está também a seleção dos gráficos, pois os alunos fazem uma escolha baseada “em critérios não intencionais como a facilidade na construção ou a familiaridade com a representação escolhida” (Henriques & Oliveira, 2012, p. 5). Segundo Cézon (2010), para construírem um gráfico, os alunos precisam de seguir uma série de passos e ter em mente vários conceitos e características específicas de cada tipo de gráfico.

No estudo realizado por Reinhardt (2015), os alunos evidenciaram algumas dificuldades na construção e elaboração do gráfico de barras e do pictograma, isto é, tiveram dificuldade em ilustrar os dados presentes na tabela no gráfico, não sabendo inicialmente as características dos mesmos.

Martins et al. (2007) referem que o gráfico de barras consiste em desenhar barras associadas aos valores da variável, sendo que a altura das barras representa a frequência absoluta ou relativa. O gráfico de barras deve ter dois eixos perpendiculares que se cruzam e devem estar devidamente legendados e rotulados (Cruz, 2013). Embora não haja uma regra específica para a largura das barras, devem ter todas a mesma largura para evitar leituras incorretas, também o espaçamento entre as barras deve ser igual, para não dificultar a comparação dos dados, nem parecer um outro tipo de gráfico (histograma) (Martins et al., 2007; Silva, 2006).

No estudo realizado por Cruz (2013), a investigadora afirma que os alunos cometeram alguns erros nas legendas e rótulos dos eixos, na realização das escalas e no desenho das barras, construindo-as com larguras diferentes ou com espaçamentos diferentes entre elas.

No que diz respeito à construção de tabelas, Cruz (2013) revela que os alunos sentiram muitas dificuldades porque não conseguem organizar os dados numa tabela nem reconhecer como ela pode ser útil para a construção correta de um gráfico. De acordo com Martins et al. (2007), é fundamental que os alunos consigam elaborar facilmente este tipo de

tabelas, uma vez que estas refletem a distribuição da variável e permitem identificar a frequência com que determinado valor ocorre.

Em relação à fase de comunicar e divulgar os dados, segundo o estudo de Papeleira (2023), os alunos manifestaram dificuldades em escolher a informação para colocar no panfleto, já que neste a informação tem de ser reduzida, mas imprescindível para que os dados sejam comunicados de forma clara.

De acordo com Fernandes et al. (2007), as dificuldades dos alunos no ramo da estatística podem estar relacionadas com experiências educativas anteriores, desta forma, os autores destacam a importância da relação entre o ensino e a aprendizagem da estatística, bem como o papel do aluno na construção do seu conhecimento.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada ao longo da investigação, devidamente fundamentada e adequada aos objetivos e questões definidas.

Primeiramente, refiro os objetivos e as questões de investigação, de seguida menciono e justifico a metodologia de investigação utilizada, mais concretamente, investigação qualitativa e investigação sobre a prática. Depois, abordo as técnicas e instrumentos de recolha e, posteriormente, os procedimentos de análise de dados deste estudo. Por fim, faço referência a diferentes aspetos relativos à ética profissional no trabalho com crianças.

1. Questão e objetivos de investigação

Este estudo tem como objetivo compreender o desenvolvimento da comunicação matemática de alunos do 4.º ano no decurso de uma investigação estatística. Para responder a este objetivo foram definidas as seguintes questões de investigação:

- i) Como se caracteriza a comunicação matemática dos alunos ao longo da intervenção?
- ii) Como se caracteriza o conhecimento matemático dos alunos no âmbito de uma investigação estatística?
- iii) De que forma a realização de investigações estatísticas pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos?

2. Opções metodológicas

Antes de referir a natureza deste estudo, importa salientar as características para realizar uma investigação. Segundo Beillerot (2001), uma investigação deve produzir novos conhecimentos, deve ser um processo rigoroso e deve ser pública.

O presente estudo segue uma metodologia qualitativa, adequando-se às características deste tipo de investigação. Bogdan e Biklen (1994), ao

caracterizarem uma investigação qualitativa, referem, em primeiro lugar, que o investigador é o instrumento principal e que os dados surgem de um ambiente natural, ou seja, uma vez que os dados são recolhidos através do contacto direto, cabe ao investigador recorrer a diversas estratégias para registar as informações recolhidas no contexto. Além disso, o facto de os acontecimentos ocorrerem naturalmente, faz com que os dados não possam ser controlados pelo investigador. Considerando o tema deste projeto, é possível observar que este vai ao encontro do método de investigação referido, uma vez que o ambiente natural foi a sala de aula e foi nela que ocorreu a recolha dos dados, de facto, estes dados não eram controlados, uma vez que o desenvolvimento das etapas propostas (Anexo 1) dependiam das escolhas dos alunos.

Uma outra característica da investigação qualitativa é o facto de ser descritiva, isto é, para ilustrar a sua observação, o investigador pormenoriza os acontecimentos ocorridos com citações, notas de campo, entrevistas e outros modos, o que faz com que, posteriormente, seja mais fácil analisá-los e compreendê-los (Bogdan & Biklen, 1994). O mesmo aconteceu na implementação deste projeto, quando pormenorei acontecimentos através de diferentes instrumentos, como a recolha de áudios.

Um outro aspeto relacionado com esta caracterização, é a existência de um maior interesse do investigador pelo processo decorrido ao longo da investigação, do que pelo resultado (Bogdan & Biklen, 1994). Ao longo da implementação do projeto, existiu uma maior tendência a valorizar mais o processo de aprendizagem dos alunos, do que propriamente um interesse pelo resultado.

Além do que foi referido, os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (Bogdan & Biklen, 1994). Ao contrário da investigação quantitativa, na abordagem qualitativa os dados que os investigadores recolhem não servem apenas para confirmarem as hipóteses que construíram antecipadamente, mas sim para retirar conclusões que são mais amplas do que os dados retirados de cada uma

das partes. Ao longo da implementação, existiam diversas etapas¹ para promover a comunicação matemática dos alunos, que tinham como objetivo desenvolver e recolher dados acerca da temática a investigar e não com o intuito de comprovar hipóteses e ou teorias.

Por fim, é atribuída uma grande importância ao significado na abordagem qualitativa, uma vez que estes investigadores têm um interesse especial pelas perspetivas e opiniões dos participantes (Bogdan & Biklen, 1994). De facto, ao longo de todo o processo foi valorizado o tempo, a voz e os interesses dos alunos.

Tal como referem Silva e Dixe (2020), a investigação e os seus resultados vão sendo construídos à medida que o investigador recolhe os dados. Importa ainda referir que o diálogo entre o investigador e os participantes é fundamental, embora estes devam ser abordados de forma neutra, para que os dados não sejam influenciados (Bogdan & Biklen, 1994).

Este projeto, além de uma investigação qualitativa, considera-se também uma investigação sobre a própria prática. Para Ponte (2002), este tipo de investigação tem três objetivos: primeiro, pode surgir pela necessidade de alterar algum aspeto da prática, segundo, pode surgir para se descobrir a natureza de determinado problema e, por fim, permite aprofundar o conhecimento sobre a prática desenvolvida. No que diz respeito a este projeto, o mesmo faz com que aprofunde o meu conhecimento acerca da temática em estudo, mas também é uma oportunidade para colocar em prática uma atividade que promove um conteúdo com o qual me vou deparar ao longo do meu percurso profissional – a comunicação matemática.

De acordo com Ponte (2002), a investigação sobre a prática desenvolve-se em vários momentos. Primeiramente, é necessário formular um problema ou questões de estudo. De seguida, é necessário recolher elementos que permitam responder ao problema definido. Posteriormente,

¹ Designação dada às diferentes tarefas realizadas ao longo da intervenção, no âmbito da investigação estatística.

é necessário interpretar a informação recolhida para retirar conclusões e, por fim, é necessário fazer a divulgação dos resultados e das conclusões obtidas. O autor refere ainda que “a investigação é um processo privilegiado de construção do conhecimento”, que por sua vez tem um grande valor para o desenvolvimento profissional (Ponte, 2003, p. 3).

Tal como refere Lopes da Silva (2013), investigar sobre a prática exige refletir. Quando o docente se depara com um determinado problema, é necessário recorrer “a um conhecimento mais aprofundado da situação e aos seus conhecimentos profissionais para elaborar um plano que lhe permita responder adequadamente ao problema” (Lopes da Silva, 2013, p. 298). Esta reflexão faz com que exista “um ajustamento da ação à evolução da situação e à introdução de melhorias na prática” (Lopes da Silva, 2013, p. 298), para tal, pode ser necessário recorrer a colegas, formações ou até mesmo realizar pesquisas autónomas, de forma a fundamentar as opções tomadas (Lopes da Silva, 2013). Tal como já foi referido, associado a este tipo de investigação estão as várias reflexões que o docente deve fazer e, neste caso, foi necessário refletir a cada sessão para que pudesse melhorar alguns aspetos para a sessão seguinte, nomeadamente, na forma como poderia apoiar os alunos em cada aula, tendo em conta os acontecimentos anteriores. O facto de ter tido uma professora cooperante experiente, também me permitiu refletir sobre aquilo que foi feito e o que poderá ser melhorado no meu futuro profissional.

Segundo Alarcão (2001, p. 6), “ser professor-investigador é (...) ter uma atitude de estar na profissão como intelectual que criticamente questiona e se questiona”, acrescentando ainda que a investigação assenta essencialmente no questionamento e na reflexão. Para a autora, um professor-investigador deve incluir uma série de competências, nomeadamente, ao nível de atitudes, competências de ação, competências metodológicas e competências de comunicação.

3. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Numa investigação qualitativa, cabe ao investigador decidir sobre as técnicas e instrumentos a utilizar que vão ao encontro dos objetivos e

questão de investigação definidos (Amado, 2014). Neste projeto de investigação, as técnicas de recolha de dados são a observação participante e a recolha documental.

3.1 Observação Participante

Segundo Aires (2015) a observação consiste na recolha de informação através do contacto direto com situações do contexto. Este tipo de observação é de carácter naturalista, uma vez que é praticada no contexto em que o investigador investiga e onde os participantes agem de forma espontânea (Aires, 2015). Também Correia (2009) corrobora com esta ideia quando refere que a observação participante ocorre do “contacto direto, frequente e prolongado do investigador, com os atores sociais, nos seus contextos culturais, sendo o próprio investigador instrumento de pesquisa” (p.31). Correia (2009) acrescenta ainda que, este tipo de observação permite ao investigador compreender os envolvidos e as suas atividades no contexto da ação. De acordo com Leininger (1985, citado por Correia, 2009, p. 32) “saber estar com as pessoas em campo e consigo mesmo, despojado de preconceitos e capaz de desenvolver um novo olhar sobre os participantes, sem o prévio rótulo” é fundamental numa investigação e para a compreensão dessa mesma cultura.

Inicialmente, a semana de observação foi fundamental para conhecer os alunos, pois apesar de, desde cedo, saber que queria desenvolver uma investigação sobre comunicação matemática, após observar a turma e com base em conversas informais com a cooperante foi possível decidir que me iria focar também nas investigações estatísticas, uma vez que os alunos nunca tinham realizado nenhuma investigação completa.

Tal como referem Campos et al. (2021) a observação, enquanto método de recolha de dados, pode ser vista como observação participante e observação não participante. Quando se referem a observação não participante os autores mencionam que o investigador não se insere no grupo social, estando apenas a atuar como espetador atento, registando o máximo de ocorrências (Campos et al., 2021). Já na observação participante

o investigador interage com os participantes, de forma a registar dados, tendo uma maior oportunidade de obter informações por meio da sua experiência de contacto direto, o que faz com que este tipo de investigador tenha uma maior capacidade em compreender as relações e interesses da comunidade que investiga do que um investigador com observação não participante (Campos et al., 2021).

O observador participante tem um duplo propósito, isto é, empenha-se nas atividades apropriadas para a situação, mas também, observa as atividades, pessoas e aspetos físicos da situação (Mónico et al., 2017). No decorrer da implementação estive atenta às interações que existiam nos pequenos grupos e durante as discussões coletivas, apesar de estar envolvida como mediadora, tinha sempre em atenção as reações dos alunos.

Uma outra diferença é a atenção explícita que, no caso do observador participante, procura explicar tudo aquilo que habitualmente as pessoas rejeitam ou não prestam atenção (Mónico et al., 2017). Durante a realização das etapas da investigação estatística em que os alunos comunicavam entre si, se um indivíduo que não estivesse envolvido na investigação ouvisse esses diálogos poderia descartar determinadas ideias dos alunos. Tendo em conta que a temática do projeto é a comunicação matemática, aquilo que os alunos referem que, por vezes, pode não ter interesse para quem observa de fora, é fundamental para desenvolver este tema.

Enquanto observador participante é necessário fazer introspeções para compreender novas situações, ganhar competências e ou seguir as regras culturais (Mónico et al., 2017). Ao longo da implementação, foi necessário refletir após cada sessão para que pudesse melhorar nas sessões seguintes.

No que diz respeito às anotações, o observador participante pode registar imediatamente os dados ou optar por fazê-lo mais tarde, quando deixar o contexto da ação (Mónico et al., 2017). Portanto, à medida que desempenha a sua função é preciso manter um duplo propósito: participar

e ver-se a si próprio e aos outros ao mesmo tempo; registrar o que se vê e o que se experimenta, cabendo também ao investigador definir o tipo de envolvimento na situação. Também procura desenvolver um sentido de consciência, bem como uma aproximação à vida social com uma lente aberta, tendo um espectro mais alargado de informação e, por fim, a observação participante também se pode caracterizar por experiência *insider* e *outsider*, ou seja, em determinados momentos o investigador é considerado um espectador e noutros um ator (Mónico et al., 2017).

No decorrer do projeto fui uma observadora participante e tentei manter uma postura natural para que os alunos não se sentissem intimidados. Para isso, no decorrer da discussão em pequenos grupos mantive-me afastada e só me aproximava quando era chamada para esclarecer alguma dúvida. Durante as discussões coletivas, com toda a turma, participava diretamente na discussão, uma vez que era a mediadora da mesma.

Efetivamente, durante as discussões em pequenos grupos, era possível registrar alguns pormenores que observava, no entanto, durante a discussão coletiva já não o podia fazer uma vez que estava envolvida, por isso, caso fosse necessário, registava no final da sessão. Por fim, tal como já foi referido, durante as sessões tinha papel de espectador (durante a discussão dos pequenos grupos) e mediador (durante as discussões coletivas).

Segundo Correia (2009), a observação pode também ser considerada estruturada ou não estruturada. A primeira acontece quando existe um guião que considera os objetivos do estudo que, de certa forma, auxilia o investigador a prevenir a dispersão, redirecionando-o para o foco da investigação, no entanto, esta opção pode ser restritiva. Na segunda, embora tenha os objetivos definidos, o investigador vai para o campo sem roteiro prévio, optando por uma observação mais livre.

Durante a intervenção optei sobretudo pela observação não estruturada. Ao longo do meu discurso, apesar das perguntas serem intencionais para desencadear a discussão coletiva, não tinha diálogo

programado, pois dependia sempre das escolhas que os alunos faziam, uma vez que os seus interesses foram valorizados desde o início da implementação. De forma a preparar a aula seguinte, antecipava eventuais respostas que os alunos pudessem dar nas etapas como, por exemplo, na organização dos dados e na interpretação dos gráficos. Contudo, nem sempre era possível controlar esse fator, pois durante a discussão coletiva poderiam surgir questões ou outras respostas que eu não tivesse previsto.

Ainda que a principal opção tenha sido a observação não estruturada, foi construída uma grelha de autoavaliação (Anexo 2), para que os alunos registassem o seu trabalho ao longo das sessões. Contudo, não foi possível entregar a grelha aos alunos no final de cada sessão. Assim, no final da investigação, esta foi entregue aos alunos e preenchida pelos mesmos com base nos critérios de avaliação apresentados, em aula, relacionados com a comunicação matemática.

De forma a complementar a observação participante, tanto a recolha de áudio, como a recolha de imagens são instrumentos importantes para analisar os dados de acordo com os objetivos do estudo. No que diz respeito à temática deste projeto de investigação, por um lado, a recolha de áudio surge para registar as discussões coletivas e as discussões dos pequenos grupos, para que nenhuma informação dita pelos alunos fosse perdida, uma vez que, no momento, enquanto orientava os alunos, não era possível registar notas de campo. Além disso, uma vez que o objetivo do estudo é o desenvolvimento da comunicação matemática, também o registo da comunicação oral é fundamental para a recolha de dados. Por fim, a recolha de áudio permite compreender as produções escritas dos alunos ao longo das etapas dadas, o que faz com que estas duas opções se complementem. Tal como é referido por Bogdan e Biklen (1994), quando se recorre a elementos audiovisuais, os dados são recolhidos e complementados pela observação feita com o contacto direto.

3.2 Recolha Documental

De acordo com Carmo e Ferreira (2008, p. 73), a recolha documental tem como objetivo “selecionar, tratar e interpretar informação bruta existente em suportes estáveis ... com vista a dela extrair algum sentido”.

Desta forma, a recolha documental feita ao longo deste projeto diz respeito às produções escritas realizadas pelos alunos, em cada aula. Para tal foi criado um conjunto de tarefas associadas às fases do ciclo estatístico (Anexo 1), com o objetivo de promover o desenvolvimento da comunicação matemática.

Ao longo da implementação do projeto, foi feita também a recolha das resoluções dos grupos associadas a todas as tarefas propostas (Anexo 1) que incluam também uma parte associada à justificação daquilo que fizeram. As recolhas destas produções foram essenciais para entender o pensamento dos alunos de cada grupo, revelando não só os desafios encontrados, mas também as decisões conscientes tomadas ao longo do processo.

Além disto, também é recolhida a informação das produções finais realizadas pelos alunos, mais concretamente, do cartaz físico para comunicar a investigação estatística à comunidade escolar e aos encarregados de educação.

Segundo Angell (1945, citado por Bogdan e Biklen, 1994, p. 177), a intenção de obter este tipo de materiais é "obter provas detalhadas de como as situações sociais são vistas pelos seus actores e quais os significados que vários factores têm para os participantes".

4. Técnicas de análise de dados

Tal como referem Silva e Dixe (2020, p. 14), “a análise dos dados inicia-se assim que começa a recolha de dados, o investigador vai tratando e analisando os dados, revê os registos e as anotações, e “refaz” a recolha de dados”.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 205) “a análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos

importantes e do que deve ser aprendido em decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros”.

Para analisar os dados recolhidos é necessário organizá-los, reler toda informação recolhida e categorizar os dados, agrupando aqueles que são semelhantes e que significam o mesmo. Nesta fase, é necessário que o investigador se esforce para descrever, ao pormenor, os seus resultados. De seguida, deve dar significado aos resultados interpretando o que encontrou recorrendo, se necessário, à revisão da literatura.

Assim, uma das técnicas utilizadas para analisar os dados neste projeto vai ao encontro de uma técnica utilizada nas investigações qualitativas que é a análise de conteúdo (Silva e Dixe, 2020). Desta forma, os dados são analisados recorrendo a esse tipo de análise, uma vez que é realizada a análise das transcrições de áudios, produções escritas dos alunos, nomeadamente, das etapas propostas relacionadas com o ciclo estatístico e, também, do cartaz final para comunicar a investigação realizada. Durante a primeira audição optei logo por excluir alguns excertos que não vão ao encontro do objetivo do estudo. Para isso, foquei-me apenas na expressão de ideias, no ouvir e questionar dos alunos uns aos outros, na discussão de ideias entre os mesmos e a justificação dos argumentos utilizados.

Para Bogdan e Biklen (1994, p. 221) “as categorias constituem um meio de classificar os dados descritivos que [foram recolhidos], de forma que o material contido num determinado tópico possa ser fisicamente apartado dos outros dados”. Segundo Bardin (1977, p. 153) “a análise categorial é o desmembramento do texto em unidades, em categoriais segundo reagrupamentos analógicos”. Desta forma, com base na análise de transcrições de áudio e das tarefas realizadas pelos alunos, feita de acordo com as questões de investigação e o enquadramento teórico, foram construídas categorias de análise de acordo com as fases do ciclo estatístico e com a natureza de cada uma das etapas apresentadas aos alunos (Anexo 1), com categorias transversais de comunicação matemática de acordo com as AE de Matemática do 1.º Ciclo.

A análise encontra-se organizada de acordo com quatro categorias principais associadas às investigações estatísticas. As categorias decorrem da literatura sobre investigações estatísticas, em particular, da categorização de Canavarro (2013) e do modo como as AE do 4.º ano do Ensino Básico organizam os tópicos associados às investigações estatísticas, bem como da própria natureza da intervenção realizado em sala de aula, que começou por incidir apenas em dados dos alunos da turma e depois se estendeu para as restantes turmas do 3.º e 4.º anos. Assim, a primeira categoria é *questionar*, sendo que nesta fase analisa-se o modo como os alunos formulam a questão estatística; no *recolher*, analisa-se o modo como é apresentado o método de recolha e registo de dados; na fase *organizar*, analisa-se o modo como os dados são organizados através de diferentes representações; na categoria *analisar*, discute-se o modo como foram analisados os dados da investigação estatística e, por fim, no *concluir e comunicar* analisa-se o modo como foram feitas e divulgadas as conclusões do estudo.

Relativamente à comunicação matemática, em análise transversalmente, as categorias apoiam-se na caracterização das AE e são expressão e discussão de ideias, remetendo para o modo como os alunos descrevem a forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, mas também se ouvem os outros, se questionam e discutem as ideias de forma fundamentada, e contrapõem argumentos, tal como descrito na tabela 1.

5. Ética profissional com crianças

Numa investigação no âmbito educacional é importante ter em consideração os direitos dos envolvidos. Para tal é necessário possuir um conjunto de princípios e valores ao longo de todo o processo.

Para a realização da investigação na base deste estudo, de acordo com a ética profissional exigida foram construídos dois pedidos de autorização para os encarregados de educação: um para proceder à recolha de áudio e imagens e outro para que os encarregados de educação dessem

ou não o consentimento acerca da participação dos seus educandos no estudo (Anexo 3).

De acordo com a Carta de Princípios da Associação de Profissionais de Educação de Infância (APEI), um dos deveres impostos é o de “respeitar a privacidade de cada criança e garantir o sigilo profissional” (Moita et al., 2013, p. 1). Segundo a Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (2014) “os participantes têm direito a ser plenamente informados e esclarecidos sobre todos os aspetos relativos à sua participação (...)” (p. 7), por isso, antes de entregar as autorizações, expliquei aos alunos que ia realizar um trabalho, onde eles participariam, deixando-os à vontade, pois deveriam de agir como agem habitualmente em sala de aula. Uma vez que “os investigadores deverão informar previamente os participantes, ou os seus representantes legais, sobre a natureza e os objetivos da investigação, dispondo-se a prestar os esclarecimentos necessários (...)” (Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2014, p. 8), além dos alunos foram também informados os encarregados de educação, através do pedido de autorização já mencionado, sobre os propósitos da investigação. Por fim, e dado que “os participantes da investigação têm direito à privacidade, à discrição e anonimato” (Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2014, p. 8), tal como estava descrito nas autorizações, ao longo da realização do projeto de investigação, mais concretamente da análise dos dados, nenhum aluno é identificado e, por isso, foi criada uma lista de codificação de nomes.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Neste capítulo é apresentada, primeiramente, a caracterização do contexto e dos participantes em que refiro características da escola e da turma onde decorreu o projeto de investigação, bem como a organização da sala de aula e alguns aspetos específicos associados ao percurso dos alunos no que se refere à matemática. De seguida, é descrita a intervenção pedagógica na base deste projeto.

1. Caracterização do contexto e dos participantes

A intervenção associada ao presente relatório teve lugar numa escola pública do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), pertencente a um agrupamento de escolas, situado no concelho do Seixal. Este Agrupamento de Escolas inclui valências desde o Pré-Escolar até ao 3.º CEB e é constituído por cinco escolas. Esta instituição está bem situada na freguesia, devido aos seus acessos e à proximidade de zonas verdes e comerciais.

Quanto à comunidade escolar, esta provinha de diversos estratos sociais, sendo a multiculturalidade predominante na escola. A instituição, à data do estágio, era composta por dez turmas, mais concretamente, três turmas de 1.º ano, três turmas de 2.º ano, duas turmas de 3.º ano e duas turmas de 4.º ano. Uma vez que a escola beneficia de horário duplo, as turmas organizavam-se da seguinte forma: o 1.º e o 2.º ano tinham aulas no período da manhã e o 3.º e o 4.º ano tinham aulas no período da tarde.

O edifício da instituição apresentava algum desgaste devido à data da sua construção (1978) e era constituído por várias salas e casas de banho, quatro gabinetes, uma área polivalente, uma biblioteca, uma cozinha, um refeitório e arrecadações. O espaço exterior incluía um campo de jogos, uma zona de areia com um parque que continha diversas estruturas para os alunos utilizarem e uma horta escolar. Junto ao refeitório ficava situado o Centro de Atividades de Tempos Livres (CATL), destinado a assegurar o acompanhamento dos alunos antes de iniciarem as aulas e quando as terminarem.

Em vigor desde 2020 até 2024, o Projeto Educativo do Agrupamento (PEA) tem como missão:

ser uma Escola inclusiva de referência a nível local e nacional pelo sucesso académico e pessoal dos seus alunos, pela qualidade do seu ambiente interno e relações externas e pelo elevado grau de satisfação das famílias, interagindo na, para e com a comunidade (PEA, 2020/2024).

Relativamente à sala de aula onde ocorreu o estágio, esta era ampla, agradável e possuía diversas janelas que permitiam a entrada de luz natural. A sala continha ainda cacifos com materiais escolares, uma estante com livros, um quadro de giz, um projetor e nas paredes constavam alguns trabalhos realizados pelos alunos ao longo do ano letivo.

Quanto à sua constituição, a sala continha 13 mesas, sendo que oito estavam agrupadas duas a duas, três delas estavam sozinhas e outras duas estavam livres para a professora colocar trabalhos e outros materiais necessários para as aulas. As mesas que já estavam agrupadas permitiam formar grupos de quatro e cinco elementos, o que facilitava a cooperação e ajuda entre esses alunos. Tal como acontecia com os alunos sentados por grupo, aqueles que estavam nas mesas únicas, estavam sentados de forma estratégica para se apoiarem mutuamente nas aprendizagens, sendo este aspeto referido numa conversa informal pela cooperante, uma vez que optava por colocar alunos com mais dificuldades de aprendizagem perto de alunos com maior sucesso escolar.

O facto de a professora optar por esta organização do espaço desde o início do ano letivo e por incluir a metodologia de trabalho de grupo na sua prática fazia com que os alunos estivessem habituados a trabalhar com os pares. No decorrer do estágio foi possível observar a forma como funcionava esta estratégia, uma vez que os alunos que manifestam dúvidas numa determinada tarefa, podiam contar com a ajuda dos colegas que terminavam as tarefas mais cedo.

A turma que acompanhei durante o estágio encontrava-se, à data da intervenção, no 4.º ano do 1.º CEB e era composta por 25 alunos, 12 do sexo masculino e 13 do sexo feminino. A maioria dos alunos da turma tinha idades compreendidas entre os 9 e os 10 anos e apenas um aluno tinha 13 anos. Relativamente à diversidade cultural, a maioria dos alunos eram de nacionalidade portuguesa, no entanto, existiam outras nacionalidades como, por exemplo, brasileira, paquistanesa, angolana, cabo-verdiana e santomense.

Cinco alunos da turma beneficiavam de medidas de suporte à aprendizagem e inclusão, de acordo com o Decreto-Lei n.º 54/2018 de 6 de julho, mais concretamente, ao nível das medidas seletivas. Em conversa com a professora cooperante, a mesma referiu, ao longo do estágio, que pelo menos dois destes alunos iriam passar para medidas adicionais. Destes cinco alunos, três acompanhavam os conteúdos através do manual inclusivo, um aluno estava ao nível de aprendizagens de 1.º ano e outro ao nível do 2.º ano. Importa referir que os dois alunos cujas aprendizagens se encontravam a um nível de princípio de ciclo necessitavam de constante atenção e apoio por parte da professora cooperante/adulto, o que, muitas vezes, acabava por limitar algumas propostas que a professora pretendia realizar com o grande grupo.

De um modo geral, os alunos eram autónomos e empenhados nas diferentes atividades propostas. Maioritariamente, a turma era assídua, embora existissem casos específicos de alguns alunos que, por vezes, se atrasavam ou não marcavam presença. No decorrer da tarde, por vezes, o grupo tornava-se agitado e desatento, mas de uma forma geral, cumpriam o que era pedido e participavam nas tarefas. De facto, a relação entre os elementos da turma aparentava ser saudável e de alguma cooperação, no entanto, por vezes surgiam alguns conflitos.

Quanto às aprendizagens da turma, a professora cooperante partilhou que, de forma geral, os alunos não demonstravam dificuldades em compreender os conteúdos das três áreas curriculares, no entanto, alguns alunos demonstravam um maior interesse por uma área específica. Ainda

assim, havia alunos com algumas dificuldades associadas a conteúdos de matemática, à leitura, à interpretação de textos e à escrita.

Relativamente ao uso de tecnologia, a professora cooperante informou-me que os alunos estavam habituados a trabalhar com o Word, PowerPoint e a fazer pesquisas no computador uma vez que, à sexta-feira, levavam os seus computadores para a escola e a professora tinha oportunidade de promover o desenvolvimento de competências tecnológicas com a turma. Importa referir que quatro alunos não possuíam computador e, por isso, quando existiam este tipo de tarefas, realizavam-nas juntamente com um outro colega.

No que diz respeito à professora cooperante, a mesma relatou que possuía vários anos de experiência como docente e que investia muito na sua formação profissional, estando em constante evolução. Através da observação realizada percebia-se que era uma pessoa carinhosa, disponível e atenciosa para com os seus alunos e que os tentava motivar e desafiar em muitos momentos do dia com as propostas que lhes apresentava. Na verdade, a professora também me informou que todos os anos tenta fazer tarefas diferentes não só pela sua vontade de evoluir, mas também para instigar o interesse dos alunos. Efetivamente, prezava a autonomia dos seus alunos desde cedo, uma vez que acompanhava a turma desde o 1.º ano, e procurava estimular o pensamento crítico destes. A professora cooperante revelou ainda que tinha por hábito envolver os encarregados de educação sempre que possível, proporcionando momentos de leitura em sala de aula, realizando reuniões individuais e/ou coletivas e fornecendo informações e orientações relativas aos educandos na plataforma *Classroom*.

No que concerne ao projeto de investigação desenvolvido, numa conversa informal, questionei a professora cooperante, de forma a obter informações sobre os conhecimentos matemáticos dos alunos, no âmbito da temática dos Dados. Desta forma, percebi que os alunos já tinham abordado alguns aspetos desta temática, nomeadamente, as representações gráficas como o diagrama de caule e folhas duplo e o gráfico de barras simples e,

também, já tinham feito uma tarefa de recolha de dados sobre os desportos favoritos da turma, na qual os alunos demonstraram interesse. No entanto, até ao momento da implementação do projeto, os alunos ainda não tinham formulado questões estatísticas, nem realizado uma investigação estatística do princípio ao fim.

No que diz respeito à comunicação matemática, a professora cooperante incentivava sempre os alunos a partilhem as suas ideias, a explicarem o seu raciocínio e a discutir as várias hipóteses de resposta em turma, em todas as tarefas matemáticas que ocorriam. Tal como é referido nas AE de Matemática do 4.º ano, o professor deve “colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos” (Canavarro et al., 2021, p. 18).

Para terminar é importante referir a existência da atividade de xadrez, que ocorria de 15 em 15 dias na sala de aula, durante o tempo dedicado à matemática.

2. Descrição da intervenção pedagógica

Nesta secção será descrita a intervenção pedagógica realizada durante o projeto de investigação.

Uma vez que a investigação estatística seria feita em pequenos grupos, antes de iniciar a implementação, em conversa com a professora cooperante, estudei a forma como poderia constituir os mesmos. Uma vez que a turma tinha cinco alunos com medidas seletivas, foi esse o critério utilizado para constituir cinco grupos de cinco elementos, desta forma, cada um destes alunos com medidas seletivas integrou um grupo para poder ter o apoio dos restantes. De um modo geral, os alunos trabalhavam nos grupos que foram constituídos, ainda que na realização do cartaz associado à divulgação do estudos, tenham trabalhado individualmente, por questões de gestão de tempo.

Para desenvolver o tema do projeto de investigação foram desenvolvidas diferentes tarefas associadas às várias etapas do ciclo estatístico (Anexo 1) para que os alunos pudessem discutir entre si e registar

as suas ideias, com o objetivo de desenvolver a sua comunicação matemática e o seu conhecimento estatístico.

A realização da investigação estatística foi dividida em várias sessões, que serão apresentadas mais à frente. Contudo, cada sessão era iniciada sempre com uma breve explicação sobre a etapa que tinham para desenvolver, sem nunca dar a entender uma resposta para não influenciar o pensamento dos alunos. De seguida, seguia-se a discussão em pequenos grupos e, no final da sessão, ocorria a discussão coletiva.

Antes de iniciar a intervenção tinha o propósito de propor vários temas aos alunos para introduzir a investigação estatística. No entanto, no decurso das primeiras aulas que observei pude perceber que muitas crianças bocejavam, deitavam a cabeça na mesa e havia até quem comentasse que não dormia à noite. Já que no mês anterior ao início da intervenção se registou o Dia Mundial do Sono, propus à turma descobrir o número de horas que os alunos dormem, para verificarem se dormem as horas expectáveis ou não para a sua faixa etária. Além disso, tinha delineado desenvolver uma investigação estatística com variáveis quantitativas, sendo que, segundo Canavarro et al. (2021, p. 10) “a formulação de questões incide inicialmente em características qualitativas, ampliando-se no 4.º ano a características quantitativas discretas”. Assim, embora o tempo de sono seja uma variável contínua, os dados foram tratados como discretos, tal como é previsto nas AE de Matemática para este ano de escolaridade.

Importa mencionar que tinha como objetivo realizar a investigação estatística, tendo como inquiridos primeiro apenas os alunos da turma e depois permitir que os alunos fossem recolher dados às restantes turmas que escolhessem, dada a importância da comunicação de dados a diferentes públicos. Desta forma, cada etapa associada ao ciclo estatístico foi realizada primeiramente na sala onde decorreu o projeto, ou seja, foram primeiro recolhidos dados da própria turma e foi com esses dados que trabalharam as restantes etapas e, posteriormente, realizaram as mesmas etapas do ciclo com os dados das turmas que os alunos escolheram. Esta

organização permitiu aos alunos familiarizarem-se com o ciclo estatístico, antes de aumentarem os dados da sua investigação.

Apesar de todos os grupos realizarem as mesmas tarefas em cada sessão, cada grupo tinha o seu ritmo de trabalho e, por isso, alguns terminavam mais cedo de que outros. Os alunos que terminavam mais cedo, liam o seu livro ou terminavam outras tarefas, o que já faz parte da rotina da turma que foi inculcida pela cooperante desde o início do ano letivo.

No decorrer do projeto procurei implementar uma pedagogia participativa, não só por me identificar com a mesma, mas também porque a cooperante adotava esta metodologia nas suas aulas. Segundo Oliveira-Formosinho e Formosinho (2013), esta pedagogia tem como objetivos o “envolvimento na experiência e a construção da aprendizagem na experiência contínua e interativa” (p.9).

Na pedagogia em participação, são criados ambientes pedagógicos “em que as interações e as relações sustentam atividades e projetos conjuntos, que permitem à criança e ao grupo coconstruir a sua própria aprendizagem e celebrar as suas realizações” (Oliveira-Formosinho & Formosinho, 2013, p. 10). Desta forma, as atividades são criadas com o objetivo de as crianças fazerem aprendizagens significativas. Este tipo de pedagogia vai ao encontro das características da abordagem de Ensino Exploratório da Matemática, que defende que os alunos aprendem através do trabalho significativo que realizam com tarefas valiosas, que revelam a necessidade ou a vantagem das ideias matemáticas e que são então sistematizadas em discussões coletivas (Canavarro, 2011). Efetivamente, este projeto de investigação não obedece totalmente a todas as características desta abordagem, contudo há aspetos comuns.

Importa referir que, antes de iniciar a intervenção, planifiquei as etapas para cada sessão, com o objetivo de não só me ajudar a controlar o tempo da intervenção, para não afetar a restante planificação das aulas, mas também para tornar claro o que seria abordado a cada sessão e, além disso, facilitar o acompanhamento do progresso ao longo das sessões, permitindo os ajustes necessários.

Assim, o decorrer da minha intervenção foi dividido em várias sessões como consta na tabela 2.

Tabela 2

Calendarização das sessões

Sessões	Data	Descrição da Atividade
I	Segunda- 29/04	Introdução da temática; Discussão da importância de ter uma questão de investigação; Construção da questão estatística em pequenos grupos; Apresentação das questões estatísticas; Discussão coletiva sobre as várias questões dos grupos; Seleção da população do estudo e organização por turmas.
II	Terça - 30/04	Seleção do método de recolha de dados, em pequenos grupos; Discussão coletiva sobre o método de recolha de dados escolhido pelos grupos; Recolha de dados da própria turma;
III	Segunda - 6/05	Organização dos dados da própria turma, em pequenos grupos; Discussão coletiva sobre a organização dos dados na nossa turma.
IV	Terça - 7/05	Construção de representações gráficas dos dados da turma. Introdução ao gráfico de barras duplo.
V	Quarta – 8/05	Seleção do método de comunicação, em pequenos grupos;

		Discussão coletiva sobre o método de comunicação dos dados da turma;
VI	Segunda - 13/05	Recolha de dados das turmas de 3.º e 4.º ano; Início da organização dos dados das turmas de 3.º e 4.º ano em Excel.
VII	Terça - 14/05	Conclusão da organização dos dados das turmas de 3º e 4.º ano. Decisão do método de comunicação dos dados;
VIII	Segunda - 20/05	Planificação do cartaz e distribuição das tarefas. Início da construção do cartaz.
IX	Quarta - 22/05	Continuação da construção do cartaz
X	Terça - 27/05	Continuação da construção do cartaz.
XI	Segunda - 28/05	Exposição do cartaz no hall da escola

As sessões da I à VII tiveram a duração de cerca de 2 horas. A partir da sessão VIII não foi possível ter o tempo todo da aula e, por isso ficou estipulado uma duração variada de, no máximo, 1 hora, devido a constrangimentos de tempo. Importa referir que nestas sessões, dedicadas à construção de um cartaz, os alunos encontravam-se a realizar trabalhos noutros âmbitos e, individualmente ou a pares, iam sendo chamados para contribuírem para a elaboração do cartaz.

1ª Sessão

Primeiramente, em conversa com os alunos, referi que iam trabalhar novos conteúdos da temática dos Dados e para que pudessem aprender de uma forma mais ativa, sugeri a realização de uma investigação estatística. De seguida, expliquei no que consistia uma investigação estatística, mencionando todas as fases e explicando cada uma delas.

Ao referir o trabalho a desenvolver em cada aula, mencionei não só a importância de contactarem com dados reais, mas também o facto de colocarem em prática todas as fases do ciclo estatístico e, para além disso,

referi que iam conhecer uma representação gráfica com a qual, até ao momento, não tinham contactado.

Após explicar a importância de desenvolver uma investigação estatística, abordei o tema que achei mais adequado para aquilo que tinha observado e expliquei aos alunos os vários motivos que me levaram a escolher este tema. Posteriormente, questionei a turma para saber se concordavam com o tema do estudo e os alunos acenaram afirmativamente. Importa referir que se porventura os alunos não concordassem, tinha outros temas pensados para propor e também estava disponível para ouvir novas ideias.

Para inteirar os alunos da temática, mostrei primeiro uma notícia da RTP “Dia Mundial do Sono. Portugueses dormem pouco e mal” (Figura 2) e, logo de seguida, mostrei o vídeo da Associação Portuguesa do Sono² para os alunos conhecerem mais acerca da importância do sono.

Figura 2

Notícia apresentada aos alunos



Após a visualização do vídeo fiz algumas questões aos alunos como “o que têm a dizer sobre este vídeo?”, “sabiam quantas horas é que cada faixa etária deve dormir?”, “vocês dormem horas suficientes?”. Posto isto,

² https://apsono.com/images/video/CNC_animacao_sono_legenda_EN_3.mp4

sistematizei a informação mais importante do vídeo em conjunto com os alunos.

Posteriormente, expliquei como iriam decorrer as sessões. As aulas estavam organizadas em duas partes, sendo primeiro a realização da tarefa em pequenos grupos e, de seguida, a discussão coletiva. Por norma, as discussões dos grupos duravam cerca de 40 minutos, embora às vezes fosse necessário mais tempo. Assim que todos os grupos terminavam a etapa, dava início à discussão coletiva que, por norma, durava cerca de 1 hora. Alertei também os alunos para a existência de um gravador no meio de cada mesa para poder ouvir, posteriormente, as várias ideias.

Depois da explicação, reforcei o objetivo do estudo que, neste caso, era descobrir o número de horas totais que os alunos dormem e, uma vez que os alunos não manifestaram dúvidas, entreguei o enunciado com as questões associadas à primeira etapa (Anexo 1) para decidirem uma questão estatística para a investigação. Na primeira pergunta é pedido aos alunos para escreverem uma questão de investigação, adequada ao estudo e, na segunda, é pedida a justificação da escolha da respetiva questão. Este objetivo vai também ao encontro dos objetivos presentes nas AE (Tabela 3).

Tabela 3

Objetivos das AE para a etapa 1

Objetivos das AE		
Comunicação matemática		Dados
Expressão de ideias	Discussão de ideias	
Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	Formular questões sobre características qualitativas e quantitativas discretas que contribuam para um mesmo estudo. Decidir a quem divulgar um estudo realizado, em contextos exteriores à comunidade escolar.

Durante a realização da tarefa, afastei-me dos grupos para não pressionar os alunos e só ia ao encontro dos mesmos quando me chamavam para esclarecer dúvidas, para monitorizar o trabalho, bem como selecionar qual dos grupos iniciava a discussão coletiva. Para iniciar esta discussão coletiva sequenciei as apresentações tendo em conta a questão que considere menos adequada para aquela que se aproxima mais do objetivo.

À vez, cada grupo que sequenciei (5, 4, 1, 2 e 3) dizia a questão estatística que fez e, através de um documento projetado, ia registando as questões para verificarmos a que iríamos usar como base. Importa referir que nesta sessão foram desde logo escolhidas, pelos alunos, as turmas em que queriam realizar a recolha de dados, tal como ilustra o excerto seguinte.

Estagiária: Já agora quero que vocês me digam, quem é que querem estudar? Quem é que querem investigar? Primeiro temos de perguntar na nossa turma (...) depois querem perguntar a quem?

N e outros: 4.ºY.

N: E aos terceiros anos.

Estagiária: Porque ao 4.º e aos 3.º?

M: Porque estão mais perto de nós.

Estagiária: São os únicos que têm aulas à tarde como nós.

Houve também alunos que sugeriram fazer a questão a funcionárias e a professores da escola, mas uma vez que as faixas etárias variavam bastante, de forma a não dificultar a organização e a representação dos dados foi decidido, em conjunto, apenas investigar as turmas de 3º e 4º ano de escolaridade. Para terminar a aula, foi feito um balanço da tarefa do dia, ou seja, foi recordada a fase do ciclo estatístico envolvida e a sua importância para a investigação estatística.

2ª Sessão

Na 2ª sessão foi proposto aos alunos que decidissem como queriam recolher os dados (Anexo 1). Nesta tarefa os grupos têm de selecionar um método de recolha de dados apropriado, isto é, que seja facilitador e que

permita a recolha de todos os dados para, posteriormente, comunicarem a estratégia à turma. O objetivo para esta tarefa vai ao encontro dos objetivos presentes nas AE (Tabela 4).

Tabela 4

Objetivos das AE para a etapa 2

Objetivos das AE		
Comunicação matemática		Dados
Expressão de ideias	Discussão de ideias	
Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	Definir quais os dados a recolher num estudo e onde devem ser recolhidos (fontes primárias ou secundárias); Selecionar criticamente um método de recolha de dados adequado a um estudo, reconhecendo que diferentes métodos têm implicações para as conclusões do estudo; recolher dados através de um dado método de recolha, recorrendo a fontes primárias ou sítios credíveis na internet.

Depois da discussão coletiva e uma vez que ainda tínhamos tempo de aula, demos início à recolha de dados da nossa turma com a estratégia de um dos grupos.

Nesta sessão também foram selecionadas as turmas a que cada grupo iria, tal como é possível observar no diálogo seguinte:

N: Podemos já decidir a que turmas vamos? Eu queria ir ao 4.ºY.

Estagiária: Se ninguém se opuser, podem.

H: Podemos ficar com o 3.ºW?

Estagiária: O grupo 1 e o grupo 4 podem ir juntos, já que têm a mesma estratégia. O grupo 3 e 2 podem ir juntos ao outro 3.ºano.

Após a distribuição das turmas pelos grupos, a sessão foi encerrada.

3ª Sessão

Na 3ª sessão foi dada a continuidade à investigação estatística sendo que optei por recordar, primeiramente, os aspetos que já haviam sido trabalhados nas duas sessões anteriores, de forma aos alunos terem uma melhor perceção daquilo que já tinham feito e do conteúdo da etapa que se seguia.

Após esta breve explicação, foi mencionada a etapa do ciclo estatístico a trabalhar nesta sessão, mais concretamente, a organização de dados e dei início à distribuição das folhas.

Nesta tarefa, é primeiramente solicitado aos grupos que organizem os dados da turma que foram recolhidos na sessão anterior e, numa segunda pergunta, é pedido que os alunos justifiquem o motivo de organizarem os dados da forma que entenderam.

Tal como aconteceu nas tarefas anteriores, foi dado tempo para os alunos discutirem as ideias entre si e, por fim, foi realizada a discussão coletiva acerca do método de organização de dados de cada grupo.

Na discussão coletiva, os diferentes grupos partilharam diversas formas de organizar os dados.

4ª Sessão

Na sequência da aula anterior, foram mencionadas as fases do ciclo estatístico já trabalhadas pelos alunos e, após essa explicação, foi referido que nesta sessão os alunos iriam fazer a representação gráfica dos dados da turma.

A tarefa na base desta sessão é constituída por três perguntas, divididas por duas folhas sendo que a última folha, onde se encontrava a terceira questão, foi entregue após o término das duas questões anteriores. Na primeira questão, os alunos têm de representar graficamente os dados

e na segunda justificar o porquê de terem escolhido aquela representação. Por fim, na última questão era pedido aos grupos para retirarem conclusões sobre o estudo. Os objetivos definidos para esta etapa vão ao encontro do que consta nas AE (Tabela 5).

Tabela 5

Objetivos das AE para a etapa 3

Objetivos das AE		
Comunicação matemática		Dados
Expressão de ideias	Discussão de ideias	
Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	<p>Representar dois conjuntos de dados sobre a mesma característica através de gráficos de barras justapostas (frequências absolutas), incluindo fonte, título e legenda; Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar num dado estudo e justificar a(s) escolha(s);</p> <p>Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros e discutindo de forma fundamentada;</p> <p>Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos</p>

Após referir o que ia acontecer nesta sessão, foi dado tempo para os alunos realizarem a tarefa e discutirem as ideias entre si e, por fim, foi dado início à discussão coletiva. Para impulsionar a discussão coletiva, foi solicitado aos grupos de alunos que fossem até ao quadro, mostrar e explicar aos colegas como realizaram a sua representação gráfica sendo que, para otimizar esta apresentação, foram projetadas as folhas de registo.

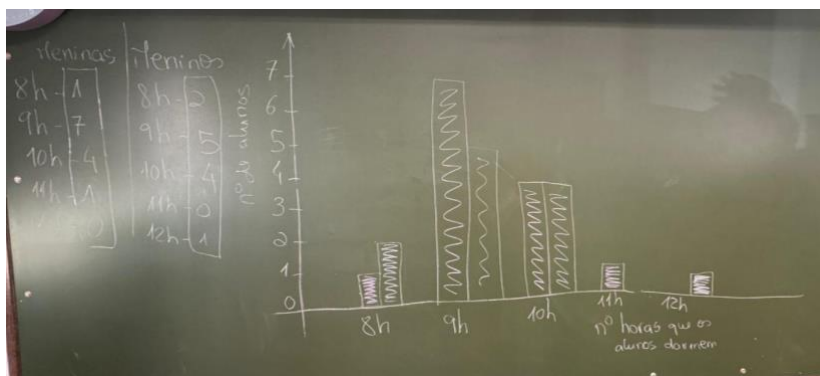
Após a discussão coletiva foi explicado aos alunos, no quadro, uma nova representação gráfica – o gráfico de barras duplo. Comecei por explicar que este tipo de gráfico era idêntico ao gráfico de barras que já conheciam, mas permite-nos comparar dois conjuntos de dados, por exemplo, comparar o número de horas que as meninas dormem em relação aos meninos.

Posto isto, pedi a ajuda da turma para me ajudar a organizar os dados para dar início à construção do gráfico. Desta forma, foram primeiro ordenados, por ordem crescente de acordo com o género, os dados que dizem respeito às meninas da turma e, de seguida, aos meninos.

Após organizar os dados, dei início à representação gráfica, sendo que questionei os alunos sobre o que devia de desenhar primeiro, isto é, os eixos horizontal e vertical. O gráfico final que diz respeito à comparação de horas de sono entre meninas e meninos da turma é observável na figura 3. Importa referir que na figura não é perceptível, mas houve distinção de cores nas barras.

Figura 3

Introdução do gráfico de barras duplo



Apesar de ser a primeira vez que observavam aquele tipo de gráfico, os alunos não verbalizaram dúvidas. Assim, a sessão foi encerrada após a explicação de uma nova representação gráfica e após recordar os elementos necessários para construir um gráfico.

5ª Sessão

Na 5ª sessão foi escolhido o método de comunicação e divulgação dos dados, em turma, para, numa primeira fase, divulgarem os seus

resultados às turmas onde iam recolher. Os objetivos desta fase vão ao encontro do que é explicitado nas AE (Tabela 6).

Tabela 6

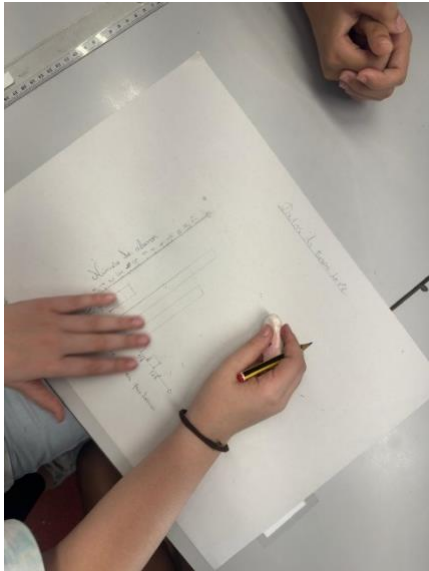
Objetivos das AE para a comunicação e divulgação dos dados

Objetivos das AE		
Comunicação matemática		Dados
Expressão de ideias	Discussão de ideias	
Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.	Elaborar recursos que apoiem a apresentação de um estudo realizado, de forma rigorosa, eficaz, apelativa e não enganadora, atendendo ao público a quem será divulgado, comunicando de forma fluente.

A apresentação desta fase do ciclo estatístico foi realizada oralmente, ou seja, não existia uma folha de registo para os alunos registarem as suas respostas como nas anteriores. Com base nas ideias referidas pelos alunos na discussão coletiva, foi dado aos grupos tempo para construírem um póster (Figura 4) para, posteriormente, fazerem a apresentação dos dados da própria turma às restantes turmas onde iam recolher os dados, para que estas percebessem o motivo da recolha dos dados.

Figura 4

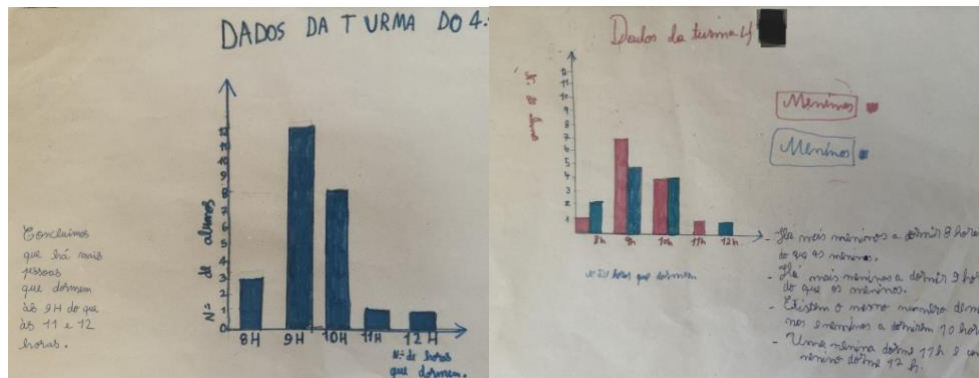
Construção dos posters



O póster de cada grupo continha o gráfico que escolheram para representar os dados da própria turma na sessão anterior, mas com melhorias uma vez que anteriormente havia elementos em falta. No dia da divulgação e comunicação dos dados da turma às restantes turmas onde iam recolher os dados, apenas dois posters (Figura 5) foram escolhidos por, à data da apresentação e recolha de dados, apenas esses estarem terminados. Importa referir que um dos grupos construiu um gráfico de barras duplo, com a comparação de horas de sono entre meninos e meninas na turma, o que pormenoriza os resultados da turma.

Figura 5

Posters apresentados



6ª Sessão

Na 6ª sessão, foi feita a recolha de dados nas turmas do 3.º e 4.º anos. Uma vez que se tratavam apenas de três turmas e de cinco grupos, foi necessário juntar os grupos com as ideias mais parecidas, ou seja, o grupo 1 e 4, que queriam registar os dados numa folha foram juntos, o grupo 5 era o único com uma ideia diferente e, por isso, foi sozinho a uma sala e, por fim, o grupo 2 e 3 tinham ideias diferentes, mas completavam-se de certa forma. Assim, à vez, dois grupos iam a cada turma durante a aula acompanhados por mim e pela cooperante, sendo que registei também os dados para, posteriormente, confirmar com os alunos. Quando se dirigiram às três turmas, os grupos levaram os dois posters (Figura 5) e apresentaram (Figura 6) os resultados obtidos para que os alunos das outras turmas pudessem compreender aquilo que iria ser feito com os seus dados.

Figura 6

Divulgação dos resultados a uma das turmas



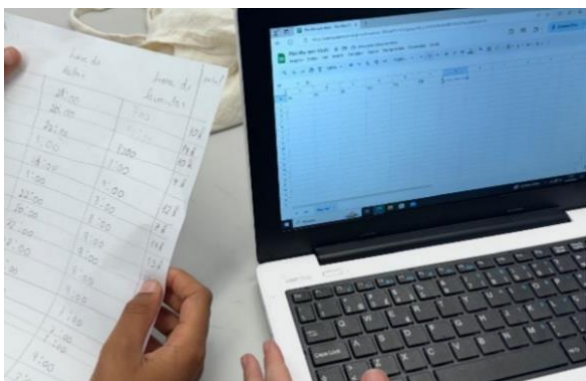
H: Nós fizemos um estudo sobre o sono da nossa turma que registamos neste gráfico (mostram o gráfico). E agora queremos alargar o nosso estudo com os vossos dados, quantas horas vocês dormem é o que nós queremos saber.”

Importa referir que os grupos, recolheram os dados através do questionamento direto e, apesar de terem ideias de recolha e registo de dados diferentes, acabaram por registar numa folha os dados das turmas, devido a problemas técnicos com o computador e com o pouco tempo que tínhamos para estar nas turmas a recolher os dados. Posteriormente, foi dado início à organização e representação gráfica dos dados das respetivas turmas em Excel.

Uma vez que os alunos nunca tinham contactado com o Excel, antes de iniciarem a organização, fiz uma breve explicação exemplificando no meu computador. Posto isto, os alunos iniciaram a tarefa, construindo uma tabela de frequências no Excel (Figura 7) para organizarem os dados recolhidos.

Figura 7

Organização dos dados em tabela



De seguida, selecionaram os dados que constavam na tabela de frequências, para escolherem a representação gráfica mais adequada (Figura 8).

Figura 8

Escolha do gráfico



7ª Sessão

Na 7ª sessão foi concluída a organização e representação dos dados das outras turmas em que decorreu a recolha e também foi realizada uma discussão coletiva para que os alunos interpretassem os gráficos que construíram. Para facilitar esta análise, os alunos projetaram os gráficos através do seu computador.

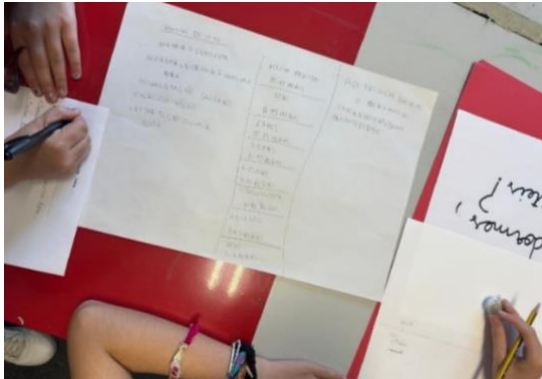
No final da aula, foi decidido o método de comunicação e divulgação dos dados.

8ª, 9ª, 10ª e 11ª Sessões

Por fim as últimas quatro sessões foram dedicadas à fase da comunicação e divulgação dos dados. Importa referir que nestas quatro sessões os alunos tiveram de realizar outras tarefas e, por isso, a construção do cartaz foi feita de forma faseada. Antes de iniciarmos o cartaz, na 8ª sessão, os alunos definiram a informação que queriam colocar no cartaz, embora, por vezes, fosse necessário o meu auxílio. O facto de ter sido definido, na discussão coletiva, aquilo que queriam colocar no cartaz, permitiu que quando os alunos estivessem a construir a sua parte soubessem o que fazer. De seguida, expliquei a forma como iria proceder esta construção, uma vez que já estávamos limitados no tempo e dei início à construção (Figura 9).

Figura 9

Início da construção do cartaz



Ao contrário das fases anteriores, esta foi realizada de forma individual, pelas questões referidas anteriormente. Desta forma, numa mesa junto a um canto da sala e, por vezes, fora da sala, fui chamando alguns alunos, para darem a sua contribuição para esta construção. Apesar de chamar os alunos à vez, ou dois a dois, importa referir que todos os alunos que estavam presentes nestas aulas de construção do cartaz deram o seu contributo.

Primeiramente, propus ao primeiro aluno que iniciasse a tarefa, dando um título ao cartaz, de seguida, um outro aluno visualizou de novo o vídeo mostrado na 1.^a sessão para registar informação importante sobre o sono para colocar, em forma de lista, no cartaz. Posto isto, uma vez que os gráficos ainda não estavam impressos, outros dois alunos começaram a fazer um friso onde constava a faixa etária e o número de horas aconselhadas para cada uma dormir.

Na sessão seguinte, os gráficos já estavam impressos e, por isso, cada um foi distribuído por alunos para escreverem as conclusões. Após estas conclusões estarem feitas, outros alunos passaram a informação diretamente para o cartaz e, por fim, foram feitos outros pormenores como um desenho, uma mensagem, um subtítulo para chamar a atenção dos leitores.

Na última sessão, foram usados apenas 10 minutos antes do intervalo para afixar o cartaz final, isto é, pedi aos porta-vozes de cada grupo

que fossem comigo, junto ao local combinado para expormos o cartaz, no hall de entrada do pavilhão, que é frequentado pelos 3º e 4º anos de escolaridade. Mais uma vez, os restantes alunos ficaram na sala a terminar outras tarefas.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

O presente capítulo apresenta a análise dos dados recolhidos, estando organizado de acordo com as categorias de análise definidas para a investigação estatística e seguindo a ordem cronológica das sessões. Começa por se analisar o modo como os alunos elaboraram uma questão estatística adequada ao estudo, de seguida é feita a análise do modo como os alunos decidiram recolher os dados; posteriormente, analisa-se o modo como os alunos trataram e interpretaram os dados e, por último, é analisada a forma como os alunos decidiram comunicar e divulgar o estudo, bem como as conclusões que fizeram relativamente ao mesmo. Importa referir que a investigação estatística realizada pelos alunos foi feita inicialmente na própria turma e, posteriormente, foi alargada para outras turmas, como explicitado no capítulo anterior, pelo que esta análise contém referências a ambas as fases. Transversalmente, é analisada a comunicação matemática dos alunos no decorrer do trabalho em pequeno grupo e nas discussões coletivas.

1. Questionar

Primeiramente, é feita uma análise geral das questões de recolha de dados elaboradas e, posteriormente, as produções e discussões de cada grupo são analisadas de forma mais pormenorizada.

Em relação ao modo como os alunos construíram a questão, três grupos (grupos 1, 3 e 4) indicaram uma questão estatística cuja resposta é quantitativa, ou seja, ao perguntar a um indivíduo, é-nos dado um valor numérico. Os restantes dois grupos fizeram questões cuja resposta não é imediata (grupo 2) ou que obtém uma resposta que não é adequada à investigação (grupo 5). A tabela 7 apresenta as questões de recolha de dados feitas pelos grupos.

Tabela 7

Questões de recolha de dados dos grupos

Grupo 1	Quantas horas vocês dormem?
Grupo 2	A que horas que dormes e acordas?
Grupo 3	A que horas é que dormes? E quantas horas dormes?
Grupo 4	Quantas horas dormes por dia?
Grupo 5	Porque é que achas que deves dormir horas suficientes?

Relativamente ao **grupo 1**, a questão feita, isto é, “Quantas horas vocês dormem?” é adequada à problemática, embora seja uma pergunta coletiva, pois os alunos colocaram a palavra “vocês”.

Durante o trabalho autónomo, os alunos não partilharam muitas ideias entre si, mas, ainda assim, o excerto seguinte evidencia que a questão estatística foi pensada a partir da colaboração entre elementos do grupo.

H: Não, a que horas é que tu dormes regularmente?

S: Nove horas e trinta.

H: É só nove ou dez.

K: Óbvio que ele vai dizer as horas a que dorme...

H: É a que horas nós dormimos ou quantas horas?

K: Quantas horas! A que horas dormes... vai dizer a hora que ele...

Ao analisar o excerto é perceptível o questionamento e discussão de ideias, sendo que K sabe que a primeira pergunta que o colega fez não permite diretamente a resposta àquilo que pretendem saber. Desta forma, intervém para tentar clarificar a pergunta original, mostrando como a colaboração entre alunos pode ajudar a resolver mal-entendidos.

O grupo só se apercebe que o uso de “vocês” não é adequado quando, durante a discussão coletiva, são confrontados com o pedido para fazer a questão a outro membro do grupo. Assim, K muda a pergunta, sem se aperceber, tal como é possível perceber no seguinte excerto:

K: Quantas horas vocês dormem?

Estagiária: Faz essa pergunta ao H.

K: Quantas horas tu dormes?

Estagiária: Então, mas não é isso que têm lá escrito, pois não? Têm o que?

K: Vocês.

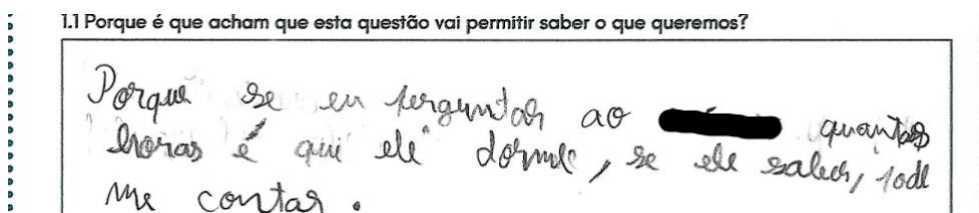
Estagiária: Vocês depois vão estar a fazer uma pergunta individualmente para cada pessoa ...

Este grupo, ao fazer a questão a outro colega, percebeu que a questão tem de ser individualizada, isto é, para uma só pessoa e não para um coletivo de pessoas.

Relativamente à fundamentação da escolha desta questão os alunos registaram por escrito a resposta apresentada na figura 10.

Figura 10

Resposta do grupo 1, à questão 1.1, da etapa 1



A resposta dos alunos indica que o grupo sentiu a necessidade de expressar a sua ideia usando um exemplo como justificação.

No que diz respeito ao **grupo 2**, inicialmente os alunos manifestaram algumas dificuldades em perceber como é que poderiam construir a questão, chegando mesmo a questionar-me, o que evidencia uma incerteza sobre o objetivo da proposta.

C: O que temos de fazer é sobre as horas de sono, não é?

B: Eu durmo às dez ou onze.

Estagiária: Vocês vão ter de escrever uma pergunta que permita à pessoa que vai responder, dizer o número de horas que dorme.

No decorrer do trabalho autónomo, o grupo não partilhou ideias entre si. No entanto, importa referir que um dos elementos do grupo (B) indica

uma questão adequada à investigação, tal como é visível no excerto seguinte:

B: Podemos escrever quantas horas dormes?

C: Tem de ser uma coisa mais complexa.

Neste diálogo é notória uma intervenção pertinente por parte do aluno B, mas um colega diz que a questão tem de ser mais complexa, desvalorizando assim a proposta dada, o que pode indiciar que, nesta fase, C não é bem-sucedido em ouvir os outros.

No final da discussão em pequeno grupo, a questão que escolheram e registaram na folha “A que horas que dormes e acordas?”, não permite obter uma resposta direta ao que se pretende descobrir.

Na discussão coletiva, quando desafiado a fazer a mesma pergunta a outro colega, o aluno C, ao ouvir a resposta, tentou calcular o número de horas que o colega dorme. Com a partilha de opiniões em turma, perceberam que a questão exigia um cálculo para determinar o total de horas de sono. Esta situação mostra a importância de formular perguntas adequadas, nesta fase da investigação. No decorrer da discussão coletiva surge a seguinte intervenção:

N: Porque aquela hora menos aquela hora vai dar o resultado de quantas horas foram.

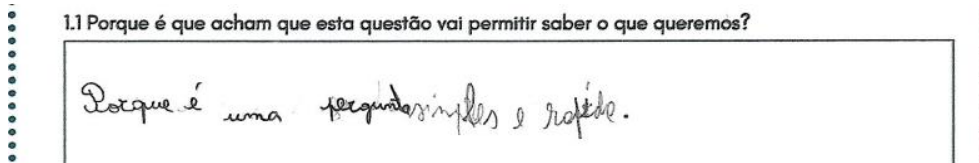
Estagiária: É a diferença.

Quando a N interveio, foi necessário usar termos como “a diferença,” para relembrar, mas também para enriquecer a linguagem matemática dos alunos, ajudando-os a estabelecer conexões. Além disso, as intervenções ao longo da discussão, como a de N, indiciam que a turma pode colaborar e construir conhecimento em conjunto.

Em relação à justificação dada para a escolha desta questão os alunos registaram a resposta apresentada na figura 11.

Figura 11

Resposta do grupo 2, à questão 1.1, da etapa 1



A justificação dada pelo grupo é incompleta, pois não permite perceber o modo como os alunos pensaram, o que evidencia dificuldades em exprimir ideias.

Relativamente ao **grupo 3**, este é o único grupo a construir duas questões, nomeadamente, “A que horas é que dormes? E quantas horas dormes?”, embora uma obtenha a resposta direta daquilo que se pretende saber e a outra não. Para a elaboração da questão os alunos partilharam ideias entre si.

Na discussão coletiva, os restantes alunos ajudaram o grupo a perceber qual das duas questões seria a mais pertinente para a investigação, tal como evidencia o diálogo seguinte.

Estagiária: Destas duas questões qual é que será mais pertinente para o nosso estudo?

N: Quantas horas dormes.

V: A primeira.

Estagiária: Porquê a primeira V? (V não responde)

N: Eu acho que a segunda opção.

Estagiária: Porquê, N?

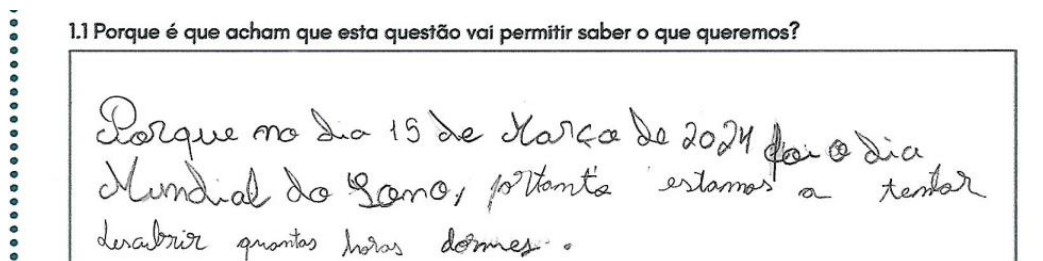
N: Porque assim vais saber ao certo. Porque só saber a que horas vais dormir tu não vais conseguir fazer a conta.

Com este diálogo é possível perceber que, nesta fase da discussão coletiva, alguns alunos já começavam a entender como é que uma questão para recolha de dados deve ser construída. Contudo, apesar das opiniões divergentes, V não justifica a sua escolha, o que evidencia uma possível dificuldade em expressar as suas ideias. Já N necessitou de uma pergunta direta para elaborar a sua resposta, que a incentivou a pensar criticamente

sobre a pertinência da sua escolha e a fornecer uma explicação mais fundamentada. Quanto à justificação da escolha da questão, o grupo registou a resposta apresentada na figura 12.

Figura 12

Resposta do grupo 3, à questão 1.1, da etapa 1



A justificação dada revela pouca coerência nos registos escritos, não indicando motivos específicos para a construção das questões estatísticas.

O **grupo 4** apresenta a questão “Quantas horas dormes por dia?”, que permite obter uma resposta para descobrir o que se pretende, e também pormenorizam a questão, acrescentando “por dia”.

Nesta tarefa, a maioria do grupo partilhou várias ideias entre si, de possíveis questões a colocar, tal como evidencia o excerto seguinte:

U: Que horas tu dormes?

I: Que horas dormes?

T: A que horas dormes por dia? Quantas horas dormes por dia? Por dia não...

I: Quantas horas dormes?

T: Pode ser quantas horas dormes por dia...

J: Quantas horas dormes?

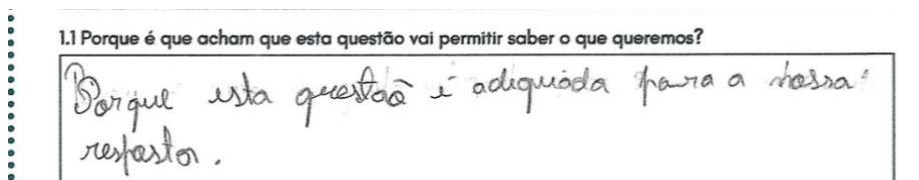
T: Quantas horas dormes por dia, o dia tem vinte e quatro horas!

Este diálogo mostra uma colaboração direta entre todos os elementos do grupo, revela uma dinâmica em que as ideias são expressas livremente num ambiente de partilha, em que os participantes se sentem à vontade para contribuir e ajustar as propostas uns dos outros.

Para responder à questão 1.1 da tarefa, o grupo registou a resposta apresentada na figura 13.

Figura 13

Resposta do grupo 4, à questão 1.1, da etapa 1



Ao justificarem a sua escolha, tanto por escrito, como quando questionados oralmente, dão a mesma resposta, mas não a aprofundam, o que pode evidenciar dificuldades em explicitar o processo de pensamento que levou à formulação da questão.

Por fim, a questão do **grupo 5** “Porque é que achas que deves dormir horas suficientes?” não permite responder àquilo que se pretende descobrir, uma vez que se trata de uma pergunta de opinião. Esta questão parece ter surgido da única opção referida por um dos elementos do grupo, não havendo mais partilha de ideias entre os alunos.

No decorrer da discussão coletiva, após algumas perguntas feitas por mim, enquanto mediadora, e com o apoio de outros elementos da turma, uma aluna do grupo percebeu que a questão escolhida não era adequada para a investigação, o que é possível verificar no diálogo seguinte:

Estagiária: E porque é que vocês escolheram essa questão, como é que pensaram?

N: Porque assim as pessoas têm noção daquilo que dormem.

Estagiária: Algum grupo tem alguma coisa a dizer? O que é que nós queríamos descobrir?

N: A que horas é que vamos dormir.

P: Quantas horas dormimos.

Estagiária: Nós queremos saber quantas horas é que dormimos. Achas que ao fazerem essa questão vocês conseguem obter a resposta, neste caso um número?

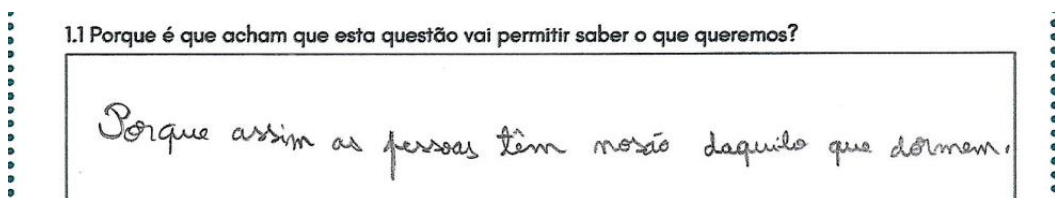
N: Não.

Neste momento da discussão, percebe-se que N justifica a escolha da pergunta, embora não esteja alinhada com o objetivo da investigação. Efetivamente, esta situação mostra uma dificuldade do grupo em alinhar as perguntas com os objetivos específicos da investigação. Quando P intervém e reforça que o objetivo é descobrir o número de horas de sono, N reconhece que a pergunta inicial não iria dar a resposta desejada.

A justificação registada pelos alunos é apresentada na figura 14.

Figura 14

Resposta do grupo 5, à questão 1.1, da etapa 1



Quanto à motivação da formulação da questão, o grupo respondeu de acordo com a questão que fez e, por isso, existe uma conexão entre as ideias, embora a justificação não seja detalhada.

Em suma, é possível verificar que existiram algumas dificuldades na formulação da questão estatística. Em particular, alguns grupos evidenciaram não compreender os objetivos da investigação, levando-os a formular questões que não correspondem a esses objetivos. Estas dificuldades podem ser consequência do facto de se tratar de uma das etapas mais exigentes do ciclo estatístico, mas também devido ao facto de os alunos até à data, nunca terem formulado questões estatísticas.

Relativamente à discussão de ideias entre grupos, pode perceber-se que a maioria dos elementos se envolveram na tarefa proposta, partilhando e discutindo as ideias que surgiam. Já na discussão coletiva, que desempenhou um papel fundamental na clarificação das ideias, os alunos beneficiaram do meu feedback e do dos colegas, o que os ajudou a perceber e melhorar as questões que formularam.

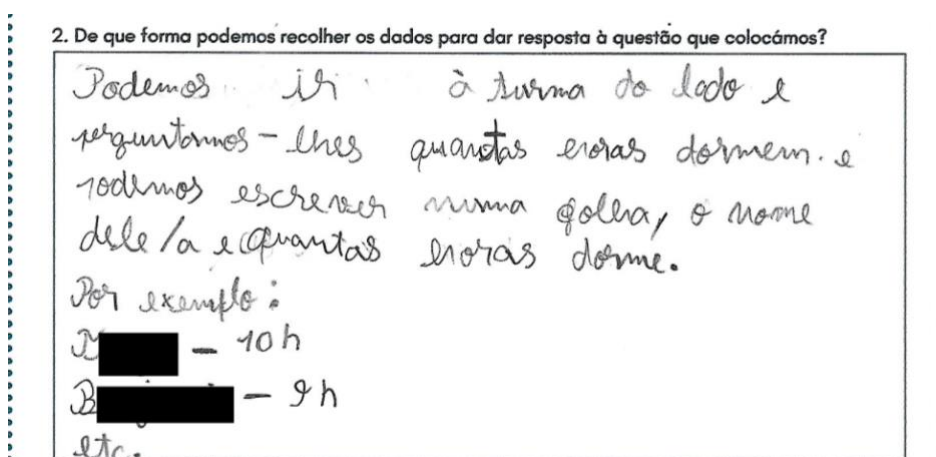
2. Recolher

Relativamente ao modo como definiram um método de recolha de dados, todos os grupos optaram pelo questionamento direto aos colegas. Os grupos divergiram entre si no que respeita ao registo dos dados, sendo que dois grupos (1 e 4) decidiram registar os dados do número de horas numa folha ou num bloco de notas, enquanto os grupos 2, 3 e 5 indicaram outro tipo de registo que queriam utilizar.

O **grupo 1** decidiu registar os dados numa folha, tal como é possível observar no registo escrito (Figura 15).

Figura 15

Resposta do grupo 1, à questão 2 da etapa 2



A decisão sobre este método de recolha e registo parece ser consequência da seguinte discussão:

H: Podemos escrever “X quantas horas dormes”. Depois as horas que dormem pomos um risquinho e pomos à frente.

K: Metemos à frente.

S: Sim!

H: Podemos recolher os dados, por exemplo, vamos à turma do lado e pomos o nome, tracinho e o número de horas.

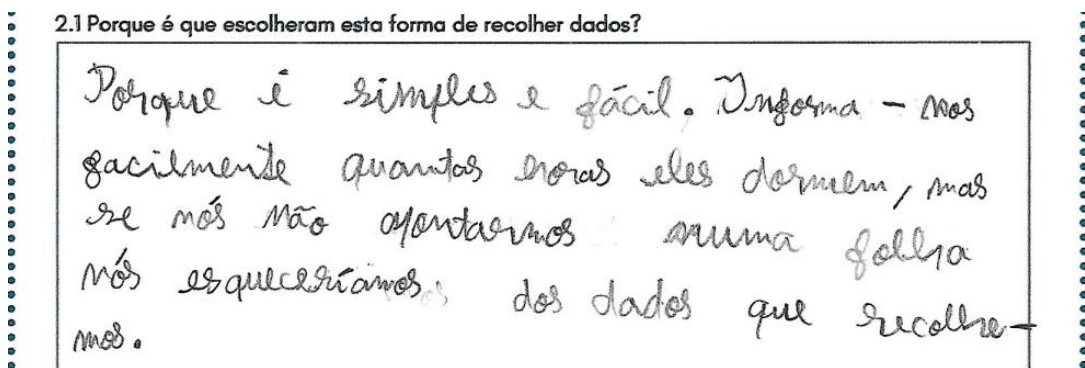
Este grupo optou por um registo de dados, aparentemente, eficaz, ainda que a discussão entre os elementos, em especial a afirmação de K “Metemos à frente”, indique algumas dificuldades na expressão das ideias,

no sentido de descrever o processo em causa. Contudo, no registo escrito, o grupo inclui um exemplo que ilustra o que a aluna parece ter pretendido afirmar, o que indicia que o grupo tem cuidado em procurar explicar, neste caso com exemplos, as suas ideias.

No que diz respeito à partilha de ideias, nesta tarefa, os alunos parecem ter colaborado mais entre si, comparando com o ocorrido na tarefa anterior. De seguida é possível observar a justificação dada pelos alunos à questão 2.1 (Figura 16).

Figura 16

Resposta do grupo 1, à questão 2.1 da etapa 2



Na resposta à questão 2.1, os alunos do grupo 1, ainda que com uma linguagem pouco formal, justificam a sua escolha de forma completa, o que evidencia uma melhoria em comparação com a tarefa 1. Ao utilizarem a palavra “eles”, o grupo não identifica claramente os indivíduos em estudo, o que torna a justificação pouco clara.

O excerto seguinte revela a troca de ideias entre os elementos do grupo, que poderá estar na origem da produção escrita.

S: Porque é mais fácil de fazer.

H: Porque é fácil e simples e informa-nos quantas horas dormem.

K: Se não anotássemos no papel a gente se esqueceria.

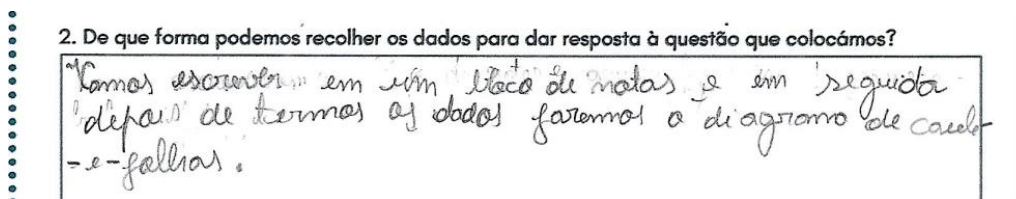
O diálogo anterior mostra que a motivação da escolha deste registo parece relacionar-se com a praticidade do mesmo, de acordo com a opinião dos alunos.

Também o **grupo 4** pensou em registar os dados através de um bloco de notas. A definição do método não foi simples, do ponto de vista das interações, dado que os elementos do grupo entraram em conflito por diversas vezes, devido ao facto de não estarem todos a participar na etapa, sendo que sentiram necessidade de solicitar a minha intervenção, para esclarecer o objetivo da etapa, até que um dos alunos sugeriu levar o seu bloco de notas.

Ao contrário do que aconteceu na primeira etapa, o grupo entrou em conflito, o que fez com que não houvesse a mesma partilha efetiva de ideias. Deste modo, o registo escrito do grupo (Figura 17) parece ser consequência da única proposta.

Figura 17

Resposta do grupo 4, à questão 2, da etapa 2



Na sua resposta, os alunos indicam também já o que pretendiam fazer para organizar e tratar os dados, o que pode indiciar alguma confusão entre o que é pretendido no momento de recolha de dados.

Relativamente à justificação da escolha do método “porque é uma forma fácil de recolher os dados sem nos esquecermos”, tanto oralmente como por escrito, o grupo volta a não aprofundar a sua escolha, o que evidencia uma dificuldade em elaborar respostas aprofundadas.

A justificação escrita parece ser consequência do seguinte diálogo:

I: Tive uma ideia, oiçam a minha opinião...porque é fácil e há menos chances de esquecermos.

U: É um jeito fácil e rápido.

Embora seja curta, a interação entre estes dois alunos é clara e colaborativa e parecem associar a justificação à praticidade do registo.

O **grupo 2** recorreu à utilização de um esquema para demonstrar a sua estratégia para registar os dados, mas não refere como os recolheria (Figura 18).

Figura 18

Resposta do grupo 2, à questão 2 da etapa 2

2. De que forma podemos recolher os dados para dar resposta à questão que colocámos?

8	9	10	11	12
7	8	9	10	11
8	9	7	11	12
9	7	10	7	7
11	10	9	8	9

O esquema mostra, na primeira linha, as possíveis horas para os alunos adormecerem, e na terceira linha, as possíveis horas para acordarem, sendo que na linha do meio o grupo colocaria o número de horas totais que os alunos dormem. A leitura deste esquema pode ser complexa e, além disso, inclui apenas algumas possibilidades para o número de horas.

Durante o trabalho autónomo, o grupo coloca em prática a estratégia com um dos seus elementos e tiram as suas próprias conclusões, com base nas operações já feitas. Nesta tarefa é perceptível uma melhor comunicação entre os elementos do grupo.

B: R, acordas a que horas?

X: Dez.

C: Acordas a que horas?

X: Às oito.

C: Então dormes dez horas. Fácil, se nós já temos o cálculo que a Q que acorda às nove, se a X é menos um então é dez. (B chega à mesma conclusão).

Durante a explicação coletiva, o grupo 2 apresentou a sua proposta, o que gerou várias reações. Enquanto mediadora da discussão, foi

necessário clarificar o esquema proposto, para que todos entendessem a estratégia usada. Após a apresentação, o grupo utilizou um exemplo para ilustrar a sua ideia, mostrando como calcular a diferença entre as horas a que vão dormir e as horas a que acordam para encontrar o total de horas dormidas.

Relativamente à justificação da escolha por escrito, o grupo refere “porque é uma estratégia fácil, rápida e eficaz”, tratando-se de resposta pouco desenvolvida o que evidencia, novamente, uma dificuldade em elaborar respostas mais completas.

Em relação ao **grupo 3**, o mesmo começou o trabalho autónomo com uma questão dirigida a mim.

G: Podemos fazer um vídeo?

Estagiária: Como?

G: Com a pergunta.

Estagiária: A pergunta é só uma, têm de ver se compensa fazer um vídeo.

G: Enviávamos o vídeo à professora e a professora mostra aos alunos.

Estagiária: Mas assim seria a professora a recolher os dados.

P: Não nós... O objetivo é sermos nós.

A resposta dada pelo aluno G, “enviávamos o vídeo à professora e a professora mostra aos alunos” evidencia uma dificuldade na compreensão do pretendido, uma vez que na apresentação da tarefa ficou explícito que seriam os alunos a recolher e a registar os dados diretamente.

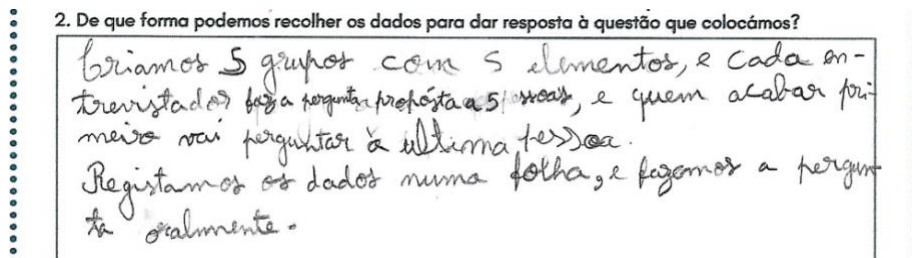
Após esta intervenção, os alunos começaram a delinear uma estratégia, partilhando várias ideias entre si, tal como aconteceu na primeira etapa, mas não indicaram especificamente como iriam registar os dados.

Na sua produção escrita (Figura 19), o grupo é claro em relação à estratégia escolhida, o que evidencia que a comunicação escrita pode

favorecer uma maior clareza e organização no processo de explicar e justificar escolhas.

Figura 19

Resposta do grupo 3, à questão 2, da etapa



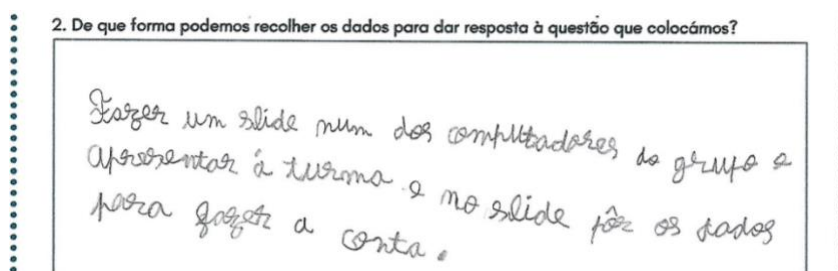
Na sua resposta os alunos indicam especificamente que cada um irá questionar cinco alunos, usando inclusive o termo “entrevistador” e referem também o modo de registo.

No que se refere à fundamentação da escolha “porque é uma forma fácil e bem distribuída”, o grupo não aprofunda a sua resposta.

O **grupo 5**, possivelmente ao facto de os alunos estarem bastante habituados a utilizar o computador em sala, propôs registar os dados através de um slide (Figura 20).

Figura 20

Resposta do grupo 5, à questão 2, da etapa 2



O seguinte diálogo revela a estratégia que o grupo 5 queria utilizar para registar os dados.

N: Uma das hipóteses pode ser levar o computador, fazer uma coisa bonita...

O: Uma apresentação num slide.

Y: Sim isso mesmo.

N: Fazer um slide com a capa, o nosso sono, por exemplo, escrevemos 1 na pergunta e noutra slide escrevemos os nomes e quantas horas dormem.

R: Pode ser.

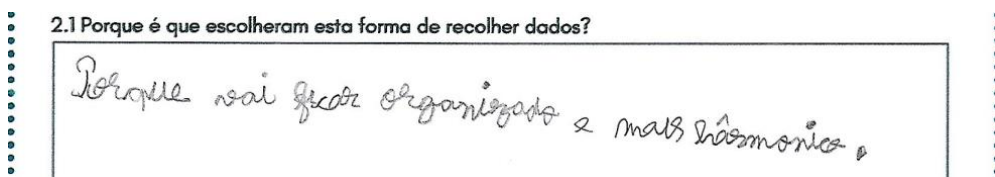
O diálogo comprova que, mais uma vez, a aluna N se destaca no grupo, mostrando iniciativa para tentar resolver a etapa, com a proposta de uma ideia criativa e diferente das restantes já mencionadas e evidencia uma preocupação com a questão estética.

No que respeita à discussão de ideias, este grupo optou por escolher a primeira e única hipótese que surgiu e, por isso, não houve mais ideias para registar os dados.

Os alunos justificam a escolha deste modelo para recolher e registar os dados na sua produção escrita (Figura 21).

Figura 21

Resposta do grupo 5, à questão 2.1, da etapa 2



No que se refere à justificação da escolha do método há uma justificação superficial, o que evidencia que os alunos podem ter dificuldades em justificar adequadamente as suas decisões com base em argumentos matemáticos.

Na fase de recolher, todos os grupos se focaram essencialmente no registo, escolhendo formas diferentes de registar, embora uns fossem mais práticos e adequados, como é o caso dos grupos 1 e 4, do que outros, mas nem sempre referindo como procederiam para recolher os dados. Para recolher os dados da própria turma foi escolhido o método do grupo 5 uma vez que o computador estava ligado e, desta forma, seria uma maneira do grupo treinar a sua estratégia antes de irem às outras turmas, já que se trata de algo mais tecnológico ao contrário das ideias dos restantes grupos.

Assim, um dos elementos do grupo ficou responsável por registar os dados no slide, enquanto os restantes elementos questionavam a turma.

Em relação à discussão de ideias entre grupos, pode perceber-se que nesta etapa houve mais grupos a interagir entre si, em comparação com a etapa 1, o que evidencia a importância de práticas colaborativas no desenvolvimento da comunicação matemática.

Nesta etapa, todos os grupos evidenciaram estar mais à vontade em expressar as suas ideias à turma, mas quando justificavam a sua escolha por escrito, recorriam sempre a justificações superficiais ao invés de aprofundarem, o que pode estar relacionado com o facto de não estarem habituados a justificar as suas respostas por escrito e à natureza da proposta.

Em relação à comunicação escrita e oral é, mais uma vez, notório que os alunos se explicam melhor oralmente do que por escrito, o que pode indicar dificuldades na descrição dos pensamentos e ideias através da escrita.

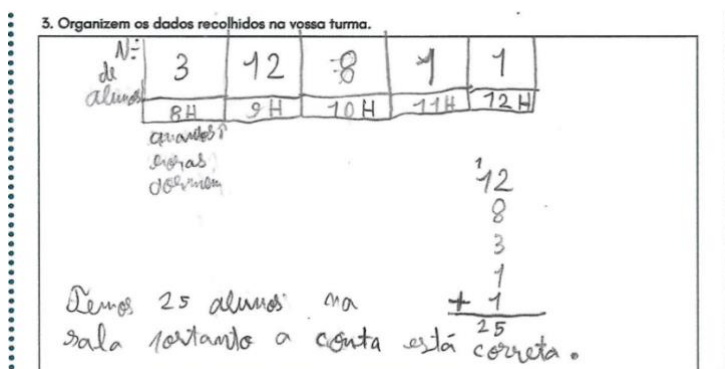
3. Organizar

Quanto à organização dos dados da turma, é possível afirmar que todos os grupos organizaram os dados de diferentes formas.

O **grupo 1** organizou os dados numa tabela (Figura 22).

Figura 22

Resposta do grupo 1, à questão 3, da etapa 3



A tabela apresenta na primeira linha a frequência absoluta e na segunda os diferentes dados estatísticos, o que não é comum e pode dificultar a leitura. Após construírem a tabela, o grupo confirmou os dados recorrendo ao algoritmo vertical da adição. Além disso, todos os elementos do grupo auxiliaram o colega que escrevia a contagem, o que evidencia um trabalho colaborativo no grupo.

No seguinte excerto é possível observar que H, quando questionado sobre o motivo de escolherem a tabela, evidencia entender uma das principais funções das tabelas, isto é, facilitar a consulta e a comparação dos dados, mas não aprofunda a sua justificação.

Estagiária: Quem é que teve a ideia de organizar em tabela?

H: Eu.

Estagiária: Então porque é que pensaste em pôr em tabela?

M: Fica mais arrumado.

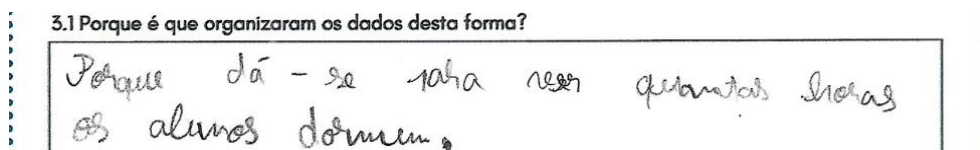
Estagiária: Se fica mais arrumado, conseguimos o quê?

H: É mais fácil consultar, porque está tudo arrumado e é fácil consultar quantas horas dormem e o número de pessoas que dorme cada uma dessas horas.

O aluno justifica claramente a escolha desta forma de organizar dados, oralmente, quando questionado. De seguida, é possível observar a resposta do grupo por escrito (Figura 23).

Figura 23

Resposta do grupo 1, à questão 3.1, da etapa 3



Quando o grupo regista a resposta apresenta uma justificação superficial, omitindo elementos importantes referidos oralmente.

Em relação ao **grupo 2**, no excerto seguinte é possível verificar que os alunos pensam em organizar os dados por géneros.

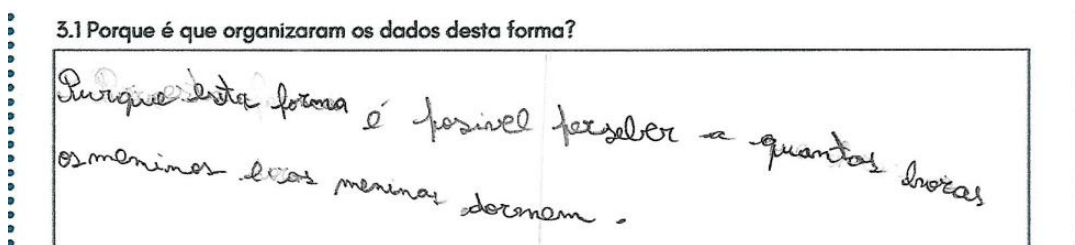
X: E se nós separássemos? Meninos e meninas.

Ainda que os dados estejam corretos, o grupo não contabiliza o número de alunos que dormem determinadas horas, o que evidencia que, possivelmente, não compreendem a importância de organizar os dados o mais claramente possível. É ainda notório que do lado esquerdo, associado às “meninas” os dados não estão por ordem, o que parece ter sido consequência de uma necessidade de continuar a escrever “ao lado”.

Em relação à justificação da forma como organizaram os dados os alunos registaram a resposta apresentada na figura 25.

Figura 25

Resposta do grupo 2, à questão 3.1, da etapa 3



Nesta resposta, os alunos tentam explicar que a organização dos dados facilita a compreensão sobre as horas de sono dos meninos e das meninas, embora a linguagem usada não seja totalmente clara.

O **grupo 3** dividiu os elementos do grupo por cada uma das horas como se fossem recolher novamente os dados. De facto, isto mostra que os alunos tiveram dificuldade em perceber aquilo que foi pedido, tal como evidencia o excerto seguinte:

P: É o que fizemos (a aluna pensa que é para fazer a ideia que tiveram na tarefa anterior) ... Agora, vocês sabem o que é que podem fazer? Quem tiver quem dorme às oito, uma pessoa fica com as oito horas. Outra pessoa fica com as nove horas. Outra pessoa fica com o dez e uma pessoa fica com as onze.

Apesar de esta estratégia não ser clara, nenhum elemento do grupo emendou ou contrariou aquilo que a colega referiu, o que pode indiciar dificuldades na discussão de ideias e, mesmo depois de eu insistir para que

me explicassem como iam organizar os dados, os alunos continuaram a indicar a mesma ideia, tal como é perceptível no excerto seguinte.

Estagiária: Esqueçam essa ideia por agora. Como é que vamos organizar? Vocês ao olharem conseguem perceber o que está aqui?

P: Não.

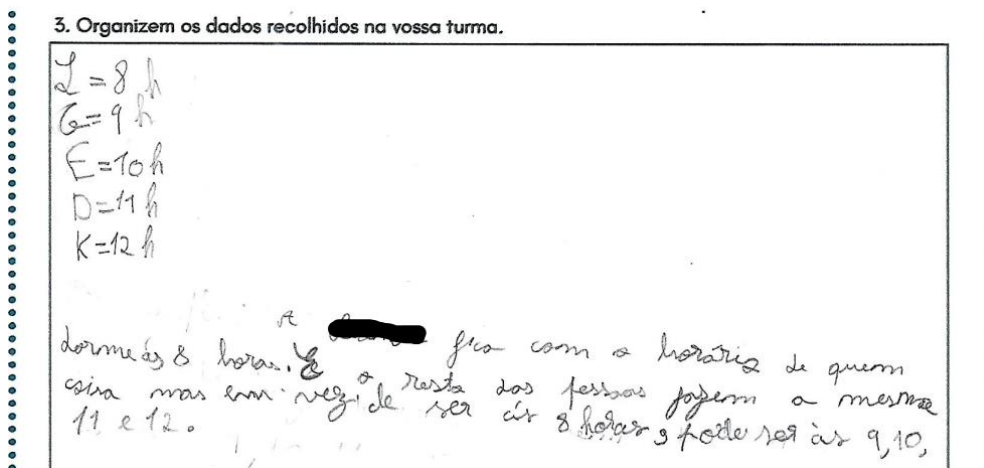
Estagiária: Então como é que vão organizar?

P: Eu vou por os oito com os oito, os nove com os nove, os dez com os dez... organizamos por números.

Tal como é possível constatar, quando questionados por mim, P refere uma forma de organizar os dados adequada, contudo, assim que deixo o grupo a trabalhar os alunos voltam a focar-se no modo como tinham registado os dados na etapa anterior. A ideia que persiste na folha de respostas é a inicial (Figura 26).

Figura 26

Resposta do grupo 3, à questão 3, da etapa 3



A resposta dos alunos evidencia uma dificuldade em compreender o objetivo desta etapa, sendo que os alunos voltam a referir como recolheriam os dados.

Já na discussão coletiva, o grupo apresentou a sua ideia (igual à indicada na etapa 2 para a recolha de dados) e surgiu o seguinte diálogo:

G: Por exemplo, a P ... fazia a pergunta às pessoas que dormiam oito horas. Eu ... fazia a pergunta às pessoas que dormiam nove horas. O E fazia a pergunta às pessoas que dormiam dez horas, por exemplo. E assim por aí a fora.

N: Como é que vocês faziam a pergunta sem saber os dados? Isso é uma boa estratégia. Mas se a P perguntar, por exemplo, ao Y quantas horas é que ele dorme ... e ele dormir nove horas, a P já não vai estar dentro das oito horas.

Ao apresentarem, é visível que tanto G como P confundem a estratégia de recolha de dados com a sua organização. Inicialmente, sugeriram uma abordagem em que cada aluno fazia perguntas específicas sobre as horas de sono dos outros alunos. Entretanto, N identificou um problema nesta estratégia, apontando que não se pode dividir as perguntas com base em horas predefinidas, sem antes saber quantas horas dorme cada pessoa. Além disso, este contra-argumento apresentado pela aluna N é essencial para provocar uma discussão de ideias na turma.

Após a intervenção de N, ficou claro que o grupo continuava focado na recolha de dados, em vez de se concentrar na sua organização, que era o objetivo da etapa. Esta dificuldade em ajustar o foco exigiu uma orientação mais clara para os alinhar com os objetivos pretendidos.

Estagiária: E porquê não começar pelo doze? Porque é que vocês estão a começar todos com oito?

N: Porque se nós começarmos com doze horas pode ficar muito confuso porque as pessoas podem achar que o mínimo é doze horas.

Num determinado momento, os alunos foram questionados sobre a razão de começarem a organizar os dados a partir das 8 horas de sono e não das 12, com o intuito de provocar uma discussão crítica sobre a organização dos dados. A aluna N evidenciou entender como a ordem de apresentação pode influenciar a interpretação dos dados, algo essencial para o desenvolvimento da comunicação matemática e da organização da informação.

De facto, o grupo 3 revelou dificuldades em comunicar a sua estratégia de forma fundamentada, mas, com a orientação recebida, os alunos começaram a justificar as suas escolhas, como organizar os dados por ordem crescente para evitar confusões. Esta evolução demonstra que, apesar das dificuldades iniciais, os alunos conseguiram refletir e melhorar a sua comunicação com a devida orientação.

A forma como justificam, por escrito, esta forma de organizar os dados, escrevendo na folha de resposta “porque é uma forma fácil de recolher os dados da turma”, mostra mais uma vez que os alunos confundiram a fase de organizar os dados, com a fase de recolher e isso é claro na resposta.

Relativamente ao **grupo 4**, a aluna J mencionou a ideia de construir um diagrama de caule-e-folhas. No entanto, U propôs uma nova abordagem que considerou mais eficaz para organizar os dados, isto é, contar quantas pessoas dormem cada uma das horas. No excerto seguinte é possível perceber a troca de ideias entre os elementos do grupo:

J: É um caule-folhas, como nós falámos...

U: Nós temos de pensar quantas pessoas dormem 8 horas, quantas dormem nove horas? Quantas pessoas dormem dez? Quantas pessoas dormem doze?

J: Então, vamos fazer um caule-folhas.

T: Nós íamos registar quantas pessoas dormem, sei lá, nove horas, neste caso, dormem... doze. (...) Então, vamos lá, nove horas, doze pessoas. E assim por diante, para as pessoas que dormem em dez, onze, doze e oito.

J: Então, o diagrama de caule e folhas vai ser qual?

T: Mas isso é como nós vamos somar, nós queremos é como vamos organizar.

U: Mas o que acham da minha ideia? É boa?

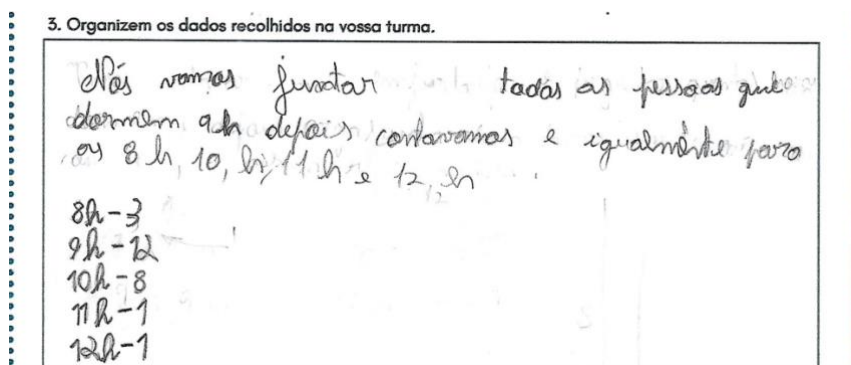
T: Nós tínhamos visto o diagrama de caule e folhas, mas eu não acho isso correto.

Esta intervenção mostra que T não está só interessada em partilhar as ideias, mas também procura encontrar uma estratégia adequada. Já U pede feedback aos elementos do grupo sobre a sua ideia, o que é um aspeto positivo da comunicação matemática, porque mostra disponibilidade para ouvir os outros e também demonstra uma tentativa de colaboração. Tal como aconteceu na primeira etapa, os alunos procuraram discutir ideias entre si.

Quando T refere “Nós tínhamos visto o diagrama de caule e folhas, mas eu não acho isso correto”, mostra que considera que a representação mencionada pode não ser a melhor, contudo, a aluna não justifica a sua resposta de modo que seja possível perceber o motivo que a leva a fazer esta afirmação. A resposta final do grupo é apresentada na Figura 27.

Figura 27

Resposta do grupo 4 à questão 3, da etapa 3



Após a partilha e colaboração de todos os elementos do grupo, os alunos optaram pela ideia inicial dada pela aluna U. Quando registam na folha de respostas a ideia, descrevem de forma simples o processo de agrupar os dados com base no número de horas de sono, o que é uma abordagem válida. A organização feita na vertical torna perceptível aquilo que o grupo quis dizer.

Já na discussão coletiva, tal como comprova o diálogo seguinte, os alunos foram confrontados com o motivo de terem escolhido esta organização.

Estagiária: E porquê que a organizaram assim? Conseguem-me explicar?

J: Porque nós achamos que foi a mais adequada.

Estagiária: Mas porque é que é a mais adequada? O que é que é isso de ser a mais adequada?

J: Porque é mais fácil.

Estagiária: É mais fácil porquê?

I: É simples de fazer.

Estagiária: E é simples de fazer porquê?

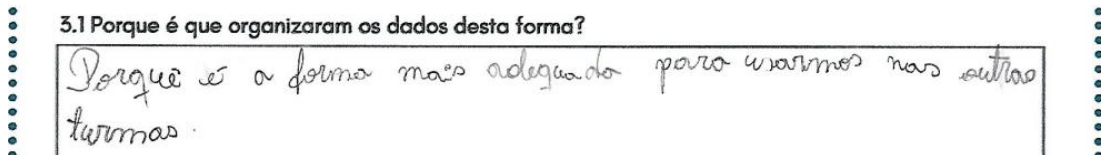
I: Porque eu acho que se percebe bem e...não demora para fazer isso.

Tal como é evidenciado no diálogo, mesmo após várias insistências para que houvesse uma justificação mais completa, os elementos do grupo acabam por se focar em aspetos genéricos.

Do mesmo modo, a resposta dos alunos à questão 3.1 (Figura 28) é bastante genérica.

Figura 28

Resposta do grupo 4 à questão 3.1, da etapa 3



Na justificação, apesar da linguagem ser perceptível, o grupo não fala diretamente da escolha da sua forma de organizar e, mais uma vez, não aprofundam a resposta.

O **grupo 5**, quando começou o trabalho autónomo, focou-se na organização das horas por ordem crescente, ao invés de contarem o número de pessoas que dormem em cada hora, como tinham mencionado no início da partilha de ideias. Ao contrário do que tinha vindo a acontecer nas etapas anteriores, o grupo, desta vez, já partilhou várias ideias entre si.

Durante a discussão em pequeno grupo, um dos elementos do grupo propôs a ideia de substituir os nomes dos alunos por números. Quando apresentei a tarefa aos alunos, no início da sessão, voltei a reforçar que, apesar dos nomes dos alunos da turma estarem escritos na folha, não

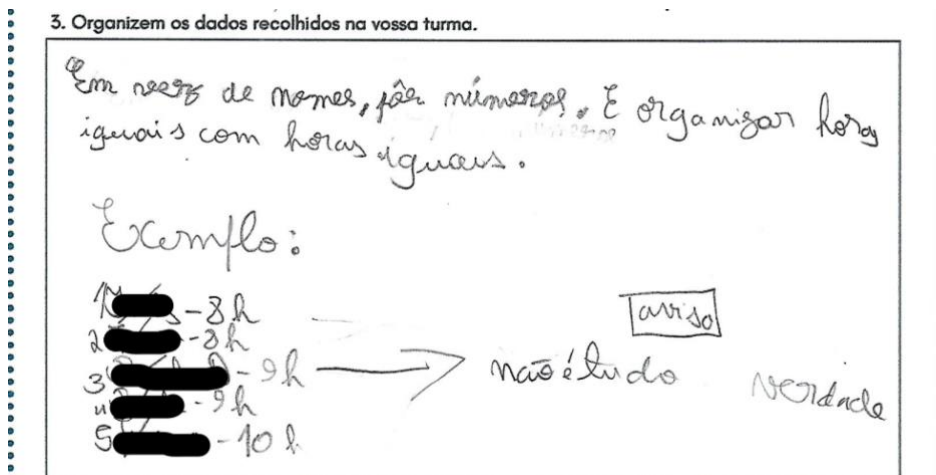
servem para o estudo, porque temos de manter o anonimato. Desta forma, e para que os alunos melhorassem esse aspeto na ida às outras turmas, sugeri que colocassem uma sequência de números para evitar a identificação.

Ainda durante a expressão e discussão de ideias, o aluno Y referiu a ideia de construir um diagrama de caule-e-folhas, mas N pareceu resistir a essa ideia, indicando que iria ficar confuso. Ao ouvir a resposta da aluna, questionei se já tinham feito o diagrama para verem como ficava deixando-os explorar sozinhos várias opções. Talvez devido à familiaridade com o nome do diagrama, o Y refere a construção de um diagrama de caule-e-folhas, no entanto, não justifica a sua escolha, nem demonstra como é que o poderia fazer.

A figura 29 apresenta a resposta dada pelo grupo.

Figura 29

Resposta do grupo 5 à questão 3, da etapa 3

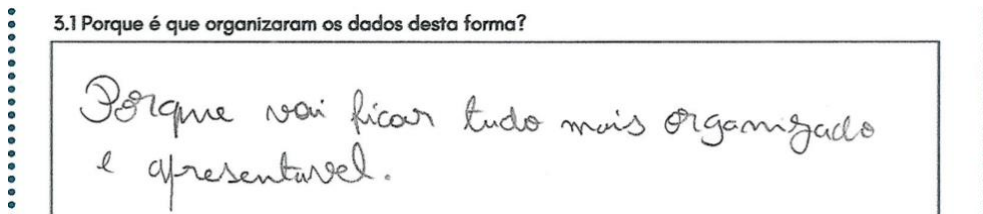


Esta resposta evidencia um equívoco com aquilo que foi falado em turma relativamente ao anonimato, ainda assim, o grupo deu apenas um exemplo e não organizou os dados da turma como foi pedido.

À semelhança de outros grupos, quando lhes é pedida a justificação relativa ao modo como pensam organizar os dados os alunos focam-se em aspetos gerais (Figura 30).

Figura 30

Resposta do grupo 5 à questão 3.1, da etapa 3



Como é possível constatar, mais uma vez, a sua justificação está associada a um fator estético e não matemático, ainda que foquem a importância da organização.

Em suma, no geral, todos os grupos se envolveram ativamente na etapa proposta, embora com diferentes níveis de sucesso e compreensão dos objetivos da mesma.

Quanto à discussão de ideias entre grupos, a maioria dos alunos evidenciou uma boa colaboração nesta etapa, discutindo ideias entre si. Em relação à comunicação escrita, os grupos voltam a justificar as suas escolhas de forma superficial, mostrando dificuldade em articular as suas ideias de forma fundamentada. Além disso, quando questionados oralmente sobre as suas escolhas, o grupo 4 continuou a responder de forma sintética, mas houve grupos (1 e 3) que oralmente descreveram a sua forma de pensar, mas não escreveram o mesmo na folha de respostas.

4. Analisar

Relativamente às representações gráficas usadas, quatro grupos optaram por construir gráficos de barras e um grupo (5) construiu um gráfico de pontos.

O **grupo 1** refere duas hipóteses para representar os dados nesta etapa, através de um gráfico de barras ou de um diagrama de caule-e-folhas. Esta discussão sobre qual a representação gráfica a utilizar e de como fazê-lo está visível no diálogo seguinte:

H: É para meter aqueles dados aqui... num gráfico de barras.

K: Diagrama de caule e folhas.

H: Há vários. Já não me lembro como se usa o diagrama de caule e folhas.

H: Professora, para pôr o diagrama de caule e folhas duplo aqui, as horas são de um lado e as pessoas do outro?

Estagiária: Faz como acham que é, depois discutimos essa ideia.

Inicialmente, no discurso oral, H menciona que há várias formas de representar dados, contudo, admite que não se lembra de como se faz o diagrama de caule-e-folhas, o que evidencia uma dificuldade em recordar e aplicar esta representação.

A questão de H indica uma abertura para o feedback e uma disposição para melhorar o trabalho que estão a desenvolver, o que reflete que pode encarar o erro como uma oportunidade de aprendizagem.

Após a minha intervenção, os alunos começaram a desenvolver uma ideia, trabalhando na construção de um gráfico de barras, sendo notória a colaboração e comunicação entre os elementos do grupo.

H: Pintamos seis porque é o número de pessoas que dormem às oito.

K: São três.

...

H: Espera aí, aqui são dois números, meto no um ou no zero? Ou meto nos dois? Professora, aqui, estamos a fazer este gráfico, só que no dez eu meto no um ou no zero?

Estagiária: No dez?

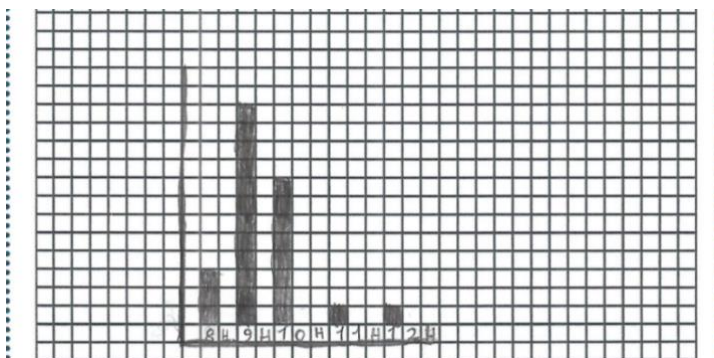
K: Sim. São oito pessoas às dez, mas eu não sei se ponho nos dois ou só no um.

A dúvida expressa por H sobre onde colocar o número dez revela uma incerteza sobre como organizar os dados no eixo, especialmente quando os valores têm dois dígitos. H procurou esclarecer a dúvida, possivelmente, para construir o gráfico corretamente, mas a sua questão evidencia também necessidade de validação.

Na folha de respostas é possível observar a forma como o grupo construiu o gráfico de barras (Figura 31).

Figura 31

Resposta do grupo 1, à questão 4, da etapa 3



Esta representação mostra que o grupo está familiarizado com o gráfico, embora a construção não esteja totalmente correta. De facto, o grupo sabe que para esta construção são necessários dois eixos, contudo não os identificam, assim como não identificam o título e as legendas. Além disso, o espaçamento entre as barras não é igual, o número de horas que os alunos dormem constam em cima do eixo e não por baixo e o eixo relativo à frequência absoluta não tem valores, o que implica que os alunos têm de contar quadrado a quadrado para indicar a frequência associada a cada hora.

Durante a discussão coletiva foi evidente que o gráfico não permitia analisar diretamente os dados, tal como é possível observar no excerto seguinte:

Estagiária: Não havia uma outra forma, sem estarmos a contar os quadradinhos, ... imagina que agora ias fazer o gráfico novamente, como é que poderias melhorar?

...

N: Pondo o número em cima.

P: Pode não ser só isso. Podemos por aqui o um, o dois, o três até o doze, e depois aqui ficaria o três e aqui o doze, porque assim tu já sabes quantos é que vais ter, vais olhar e já sabes quantos é que vai ter.

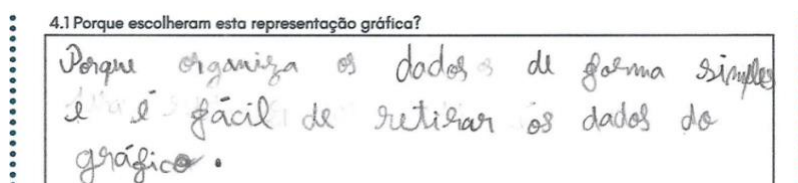
O facto de os alunos precisarem de contar os quadrados para saber o número de pessoas que dormem determinadas horas, evidencia que o gráfico não cumpre sua função principal que é facilitar a leitura e interpretação dos dados de maneira imediata.

Quando a aluna N diz "Pondo o número em cima", refere-se a colocar os números por cima das barras. A proposta de P, embora não fosse clara no diálogo, foi mostrada no quadro, onde numerou o eixo de 1 a 12 para facilitar a leitura e a comunicação dos dados. A interação que ocorreu com este grupo, evidencia a importância do diálogo e da reflexão coletiva na construção do conhecimento.

Em relação à justificação da escolha deste gráfico (Figura 32), o grupo mostra que reconhece o valor da representação gráfica, pela clareza com que permite analisar os dados.

Figura 32

Resposta do grupo 1, à questão 4.1, da etapa 3

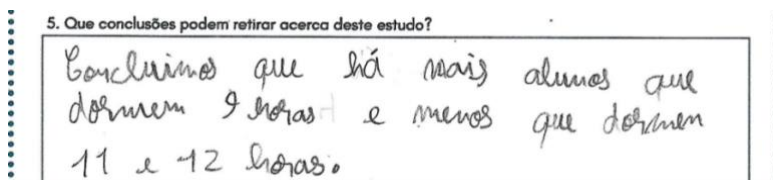


A afirmação feita pelos alunos sugere que o grupo valoriza a facilidade de leitura e interpretação dos gráficos. Efetivamente, mostra uma preocupação com a utilidade prática do gráfico para quem vai utilizar os dados posteriormente, o que também é um aspeto positivo, uma vez que evidencia que pretendem comunicar claramente.

Em resposta à questão 5, que solicita que os alunos apresentem conclusões sobre o estudo realizado com a turma, o grupo apresenta uma interpretação direta dos dados representados no gráfico (Figura 33).

Figura 33

Resposta do grupo 1, à questão 5, da etapa 3



O grupo identifica corretamente a moda da turma a partir do gráfico, ainda que não utilizem esta designação. Também refere, numa linguagem clara, que o menor número de alunos dorme 11 e 12 horas, evidenciando cuidado em referir os principais aspetos emergentes da representação. Na discussão coletiva, apenas um elemento da turma, mais concretamente, um elemento deste grupo, referiu corretamente a moda da turma.

No **grupo 2** existiram algumas dúvidas e, por isso, a cooperante apoiou os alunos. No diálogo seguinte é possível observar a escolha da representação gráfica.

Cooperante: Vão fazer um gráfico de que? de barras, de pontos, um pictograma?

B: Pode ser barras.

Quando B diz “Pode ser barras”, apesar de ser um gráfico apropriado para a tarefa proposta, parece ser-lhe indiferente qual o tipo de representação a utilizar. Apesar das dificuldades, importa referir que, ao longo desta etapa, o grupo partilhou e discutiu várias ideias novamente, o que evidencia um trabalho colaborativo.

Um dos alunos deste grupo justifica a escolha do gráfico de barras dizendo que é mais fácil, o que pode indicar que está habituado a utilizar esta representação, mas também alguma falta de conhecimento sobre outros tipos de gráfico.

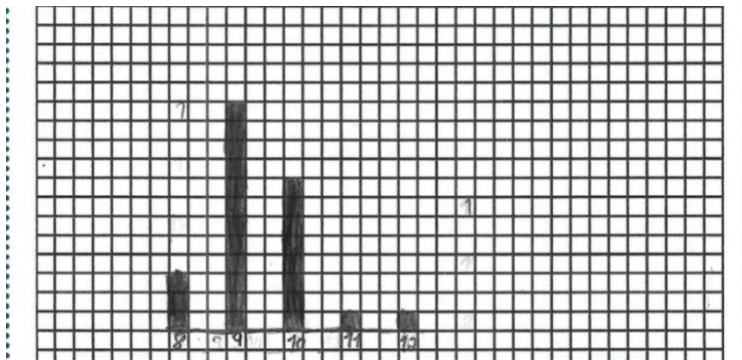
Quando eu estava perto do grupo, um dos alunos, C, refere: “professora Catarina, se não me engano nós estamos a fazer o gráfico de barras”. A afirmação feita pelo aluno revela incerteza, mostrando que, apesar de terem começado a construir o gráfico, não estão totalmente

seguros do que estão a fazer. Uma vez que C afirma também que já fizeram gráficos de barras várias vezes a intervenção do aluno pode indicar algumas dificuldades associadas à aplicação de conhecimentos prévios.

Ao longo do trabalho autónomo o grupo fez vários gráficos até chegar ao final (Figura 34), o que revela um empenho em realizar a tarefa corretamente, mas também evidencia dificuldades associadas à construção de um gráfico de barras.

Figura 34

Resposta do grupo 2, à questão 4, da etapa 3



De facto, o gráfico final, que apresenta as barras com a mesma distância entre si, contém apenas um eixo com as horas e as barras com o número de quadrados associados ao número de alunos, sem identificação da frequência.

No que refere à justificação da escolha deste gráfico, o grupo registou a seguinte resposta (Figura 35).

Figura 35

Resposta do grupo 2, à questão 4.1, da etapa 3

4.1 Porque escolheram esta representação gráfica?

Porque esta representação gráfica é rápida, simples e complexa.

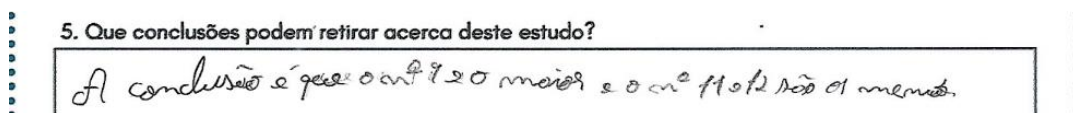
O grupo mostra uma contradição quando refere "simples" e "complexo", o que evidencia uma confusão entre as designações. Quando descrevem que a representação gráfica é "rápida" parecem valorizar a rapidez com que se constrói. O grupo pode ter optado pelo gráfico de barras por já estarem

familiarizados com esta representação ou então porque acreditavam que seria o gráfico mais fácil de produzir, independentemente de ser a escolha mais adequada para representar os dados. Já a escolha da palavra "complexa" pode estar relacionada com o facto de apesar do gráfico de barras ser simples de construir, exige um certo nível de entendimento e habilidade para o construir corretamente. No entanto, a linguagem usada embora seja simples, não permite descrever a forma de pensar dos alunos.

A partir da representação construída os alunos procuraram interpretar os dados para responder à questão 5 (Figura 36).

Figura 36

Resposta do grupo 2, à questão 5, da etapa 3



O grupo evidencia uma interpretação correta do gráfico, identificando as horas que se dorme mais e menos na própria turma. A conclusão dada pelos alunos é bastante superficial e não vai além da simples observação das alturas das barras.

No **grupo 3**, o aluno G sugere duas representações (diagrama de caule e folhas e gráfico de barras), enquanto N procura a opinião dos colegas, demonstrando um trabalho colaborativo. Há uma discussão inicial sobre usar um diagrama de caule-e-folhas ou um gráfico de barras, revelando incerteza sobre a melhor opção. Apesar das diferentes opiniões, o grupo trabalha em conjunto para construir o gráfico, ajustando-se mutuamente às sugestões para progredir.

No decorrer do trabalho autónomo surge alguma incompreensão sobre como apresentar os dados no gráfico. Após iniciarem a construção, os alunos pedem-me opinião, tal como evidencia o excerto seguinte:

G: Catarina, é assim que é certo?

Estagiária: Eu não posso dizer que sim nem que não, G. Vocês fazem como acham que é e depois discutimos. Pode ser?

G: Uma pessoa que dorme à meia-noite.

P: Uma.

G: Espera, espera, espera. Eu agora fiquei a pensar. Isto está errado. Assim está errado.

P: Porquê?

G: Aqui devia ficar o número de pessoas.

G: Aqui fica a hora, não é?

F, L e P: Sim.

G: Nove. Dez. Onze e doze, não é?

F, L e P: Sim.

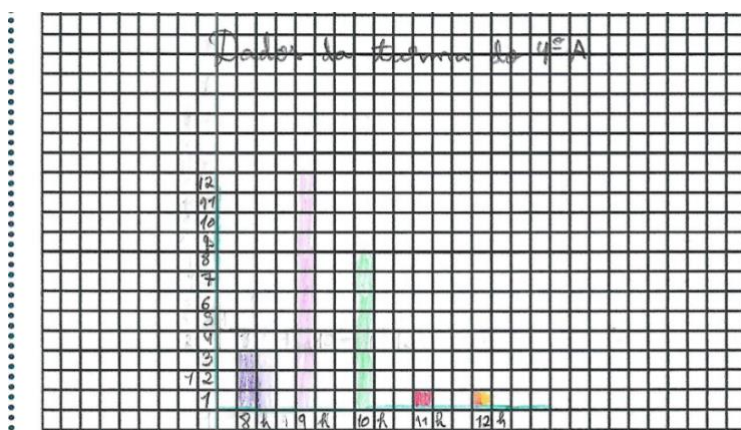
G: Daqui para aqui fica o número de pessoas até ao doze., porque é o máximo de pessoas.

Quando a aluna P comenta que os números "não fazem sentido aí em baixo", mostra que a disposição dos dados pode gerar confusão. Ao solicitarem a minha intervenção, o aluno G, entretanto, percebe que algo está errado com a forma como o gráfico foi organizado e decide corrigir a disposição dos números e das barras.

Após discutirem várias ideias em conjunto, o grupo constrói o gráfico final na folha de respostas (Figura 37).

Figura 37

Resposta do grupo 3, à questão 4, da etapa 3

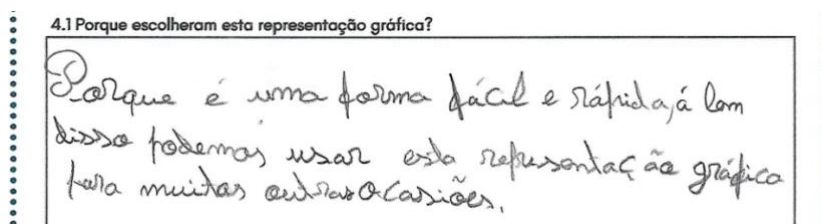


A representação elaborada apresenta um título e eixos, ainda que não contenha legenda, nem o contorno das barras, apenas cor. A distância usada em cada barra é igual.

Na figura 38 é apresentada o motivo da escolha desta representação por parte do grupo.

Figura 38

Resposta do grupo 3, à questão 4.1, da etapa 3

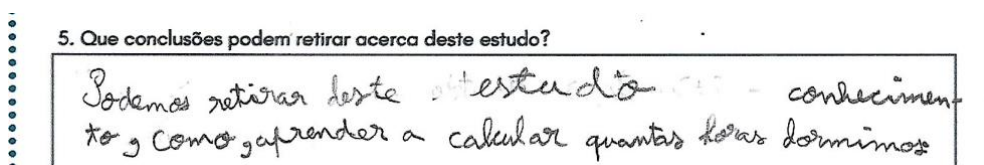


O argumento utilizado para justificarem a escolha do gráfico mostra que os alunos estão a considerar a eficácia na representação dos dados, mas parecem dar valor à simplicidade em vez de optarem por uma análise mais profunda sobre qual representação seria mais adequada para os dados que tinham. Ao mencionarem que o gráfico de barras pode ser usado em "muitas outras ocasiões", os alunos mostram reconhecer a versatilidade desta representação.

No que respeita às conclusões relativas ao estudo, o grupo registou a resposta apresentada na figura 39.

Figura 39

Resposta do grupo 3, à questão 5, da etapa 3



O grupo reconheceu que adquiriu conhecimento, no entanto, a conclusão dada não foi direcionada para conclusões acerca do estudo que fizeram.

Relativamente ao **grupo 4**, durante a construção do gráfico, surge o seguinte diálogo:

T: Mas é para fazer um gráfico de barras, um...

J: Um gráfico de quê?

I: Ah, eu quero fazer um gráfico de barras.

T: Vamos fazer um gráfico de barras.

U: Como é que se faz isso?

I: Eu vou explicar. Então... tem uma linha e depois tem outra. Depois tem 0, ..., até ao número que quiseres. E depois, tem aqui...

...

I: Depois tem a coisa em baixo?

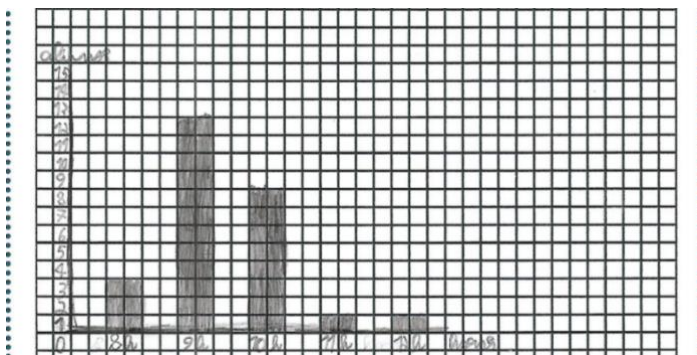
J: Que coisa?

I: Uma coisa para identificar qual é... oito horas, nove horas...

A explicação do aluno I, que tenta exprimir a sua ideia de como se constrói um gráfico de barras à colega é um exemplo de trabalho colaborativo. O aluno, talvez por não se lembrar, não usa designações formais como “eixos” e “legenda” na sua explicação, mas mostra que sabe construir o gráfico e, na verdade, acaba por o fazer sozinho, sem que os outros membros do grupo questionem ou participem ativamente. O gráfico final é apresentado na figura 40.

Figura 40

Resposta do grupo 4, à questão 4, da etapa 3

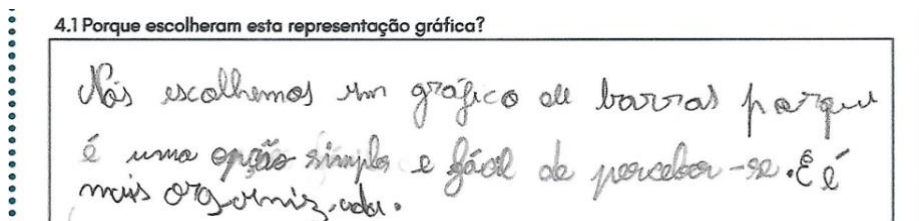


O gráfico construído conta com a presença de ambos os eixos, de legenda e todas as barras têm a mesma distância entre si, mas não apresenta título.

O grupo registou a seguinte justificação na folha de registo (Figura 41).

Figura 41

Resposta do grupo 4, à questão 4.1, da etapa 3

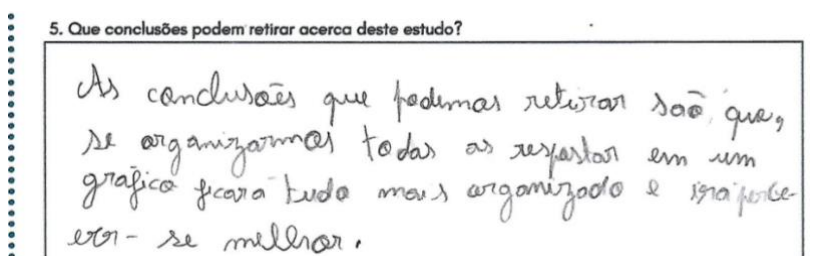


Quanto à justificação da escolha do gráfico, mais uma vez o grupo refere a simplicidade e facilidade associada ao gráfico.

No que diz respeito às conclusões relativas aos dados da turma, por escrito, o grupo apresentou aspetos genéricos (Figura 42).

Figura 42

Resposta do grupo 4, à questão 5, da etapa 3



A conclusão apresentada remete para a importância de organizar os dados para os representar graficamente e não para uma conclusão associada ao estudo que desenvolveram, o que pode evidenciar que os alunos não compreenderam a proposta em causa.

O **grupo 5** foi o único que optou por uma representação diferente, neste caso um gráfico de pontos.

O diálogo seguinte ilustra uma discussão entre os alunos sobre diferentes opções de representações gráficas para apresentar os dados.

Y: Então, aqui diz, apresenta graficamente os dados obtidos.

N: ... um gráfico de pontos.

O: Também já tive uma ideia.

Y: Gráficos de barras?

N: Eu queria fazer... Provavelmente, eles vão fazer diagramas de caule e folhas e vão fazer também coiso [gráfico] de barras. E assim nós tínhamos um bocado mais diferente.

O: Eu vou fazer um pictograma.

N: Eu não me lembro como é que se faz isso. Vá, vamos fazer, um coiso [gráfico] de pontos. É mais fácil. É melhor, eu acho.

O excerto anterior mostra que N pretende fazer um gráfico diferente dos restantes grupos, sendo esse o motivo, além da “facilidade”, que a leva a optar por um gráfico de pontos. Entretanto O refere que vai fazer um pictograma, parecendo estar a desviar-se daquilo que é o conceito de trabalho de grupo. A aluna N admite que não se lembra como se faz o pictograma e toma a decisão de levar a sua ideia para a frente, sem nunca questionar os elementos do grupo, evidenciando alguma dificuldade em ouvir os outros. Assim, apesar de nesta tarefa os alunos terem colaborado e terem dado mais a sua opinião, comparando com etapas anteriores, a ideia de um elemento do grupo prevaleceu mais uma vez, sem nunca ser questionada pelos restantes.

Desta forma, a escolha final recai sobre o gráfico de pontos, com o argumento de que “é mais fácil”, “melhor” e porque querem variar, acabando por ser esse o gráfico construído (Figura 43).

Figura 43

Resposta do grupo 5, à questão 4, da etapa 3

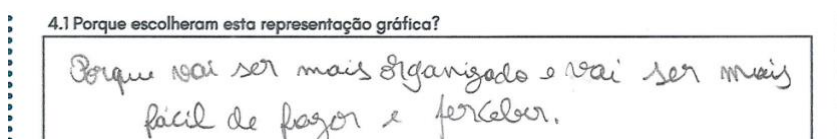


Além de o gráfico construído não ser de forma comum utilizado para representar variáveis quantitativas no âmbito do 1.º CEB, estão omissos aspetos essenciais como o título, a legenda e os valores no eixo vertical.

Quanto à justificação da escolha do gráfico, a resposta dos alunos é apresentada na figura 44.

Figura 44

Resposta do grupo 5, à questão 4.1, da etapa 3

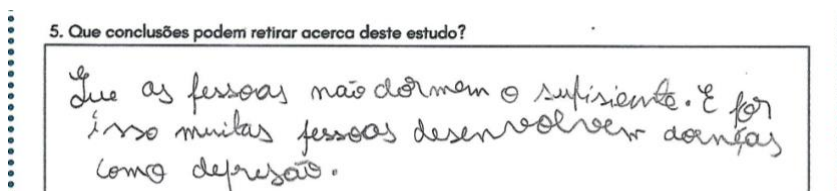


De facto, a sua produção mostra que o grupo reconhece que a organização é um fator importante na apresentação dos dados, mas não desenvolvem a ideia.

Relativamente à análise dos dados da turma, os alunos apresentam aspetos genéricos (Figura 45).

Figura 45

Resposta do grupo 5, à questão 5, da etapa 3



Tal como aconteceu com o grupo 3 e 4, também o grupo 5 retirou uma conclusão mais geral sobre o estudo enquanto podiam ter pormenorizado a sua resposta recorrendo à análise do gráfico construído. Ao relacionar a falta de sono com doenças como a depressão, possivelmente a partir do vídeo a que assistiram no início da intervenção, os alunos evidenciaram uma consciência das possíveis consequências dos padrões de sono. A conclusão de que "as pessoas não dormem o suficiente" é uma generalização precipitada, uma vez que os alunos não olharam especificamente para os dados deste estudo.

De forma geral, as representações gráficas foram adequadas, no entanto, todos os grupos evidenciaram dificuldades na construção das representações escolhidas.

Os grupos compartilharam as suas ideias, embora tenham encontrado desafios em descrever a sua forma de pensar. Em relação à comunicação escrita, na questão 4.1, todos os grupos justificaram a escolha de forma clara, no entanto, não aprofundaram os seus argumentos. Já na questão 5 o grupo 1 e 2 interpretaram o gráfico construído, já os grupos 3, 4 e 5, referiram aspetos genéricos, não necessariamente associados à população em estudo.

Após começarem a investigação na própria turma, os alunos alargaram o público às turmas do 3.º e 4.º ano da escola. Nesta fase, e com recurso a computadores, cada grupo ficou responsável pelos dados de uma turma diferente. Uma vez que, no total, se trataram de cinco grupos e apenas quatro turmas, um dos grupos (grupo 4) ficou responsável pela construção de dois gráficos, isto é, um para a comparação entre as turmas de 3.º ano e outro gráfico que comparava as duas turmas de 4.º ano.

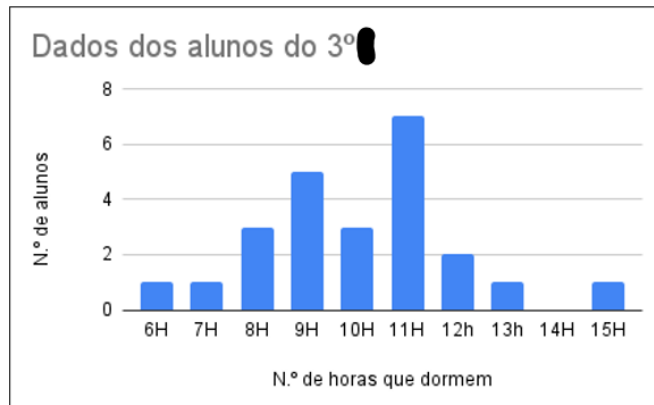
Já com os dados numa folha, cada grupo fez uma tabela de frequências, numa folha de Excel e, de seguida, os alunos escolheram o tipo de gráfico mais adequado, neste caso, o gráfico de barras simples e o gráfico de barras duplo que já tinham sido usados na tarefa anterior. Importa referir que os gráficos foram projetados, durante a discussão coletiva, para que toda a turma acompanhasse a análise. Nesta discussão coletiva, foi pedido a um elemento do grupo que analisasse o gráfico construído, contudo, qualquer aluno podia intervir e dar o seu ponto de vista sobre a análise. A seguir, analisa-se essa interpretação, com gráficos que remetem para dados das outras turmas.

O **grupo 1** construiu um gráfico com os dados do 3.º W³ (Figura 46).

³ As letras utilizadas para identificação das turmas são aleatórias, de modo a não permitir a sua identificação.

Figura 46

Gráfico de barras realizado pelo grupo 1, sobre uma turma do 3.º ano



Quando um dos elementos do grupo apresenta o gráfico, parece compreender o conceito de moda, como indica o diálogo seguinte:

H: Que há mais pessoas que dormem às onze horas e o mínimo é de quatorze horas, porque não dorme ninguém.

Estagiária: Então a moda é?

H: Onze horas.

Cooperante: Então vamos lá ver. Quantos alunos dormem o número de horas recomendadas?

...

H: Quinze.

Cooperante: E agora a minha pergunta é... Qual é o número de alunos que não dorme o número de horas recomendado? Contas as que dormem a menos e as que dormem a mais.

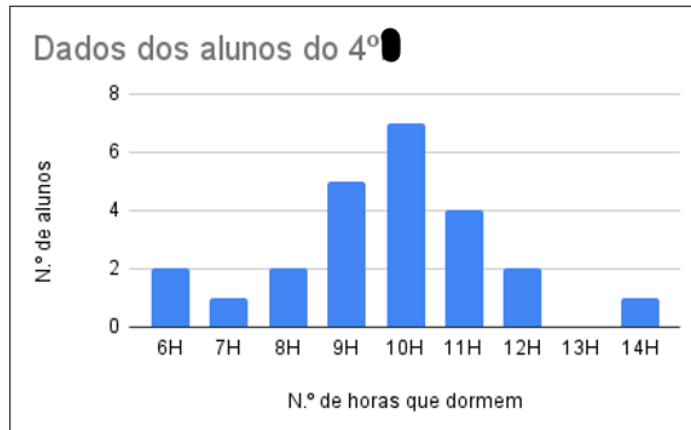
H: Seis.

De seguida é pedido ao aluno que indique o número total de alunos que dormem as horas recomendadas, e o aluno realiza os cálculos mentalmente sem qualquer dificuldade. Além disso, o aluno percebe sozinho que a maioria da turma que o seu grupo analisou dorme as horas recomendadas para a faixa etária.

Em relação ao **grupo 2**, o gráfico construído diz respeito a uma outra turma da escola, neste caso, ao 4.º Y (Figura 47).

Figura 47

Gráfico de barras realizado pelo grupo 2, sobre uma turma do 4.º ano



No início da análise surge o seguinte diálogo:

Estagiária: Qual é a moda deste gráfico?

C: A moda é nove.

...

C: A moda é o número dois.

Quando questiono a moda, o aluno, por duas vezes, dá uma resposta que não é correta, o que evidencia uma possível falta de atenção em ler todos os dados ou uma dificuldade em identificar a moda.

Posto isto, quando refere “A moda é o número dois”, é notório que o aluno confunde as horas com maior número, com as horas que têm o mesmo número mais vezes, ou seja, o aluno referiu que a moda era dois, porque é o número que aparece nas 6 horas, nas 8 horas e nas 12h.

O diálogo seguinte foca-se na análise mais detalhada das horas de sono, feita pelo elemento do grupo, em relação ao que é recomendado para a faixa etária dos alunos.

Estagiária: A maioria da turma do 4.º Y dorme ou não as horas que é suposto?

C: Dorme as horas que é suposto.

Estagiária: Como é que tu sabes? Como é que pensaste para poder afirmar isso?

C: Das nove às onze...

...

Estagiária: E quantos alunos é que tinham, lembra-te?

C: Vinte e quatro.

Estagiária: Então a maioria dorme as horas previstas ou não? Eles são vinte e quatro. Quanto é que é a metade de vinte e quatro?

Turma: Doze.

C: Sim a maioria dorme as horas previstas.

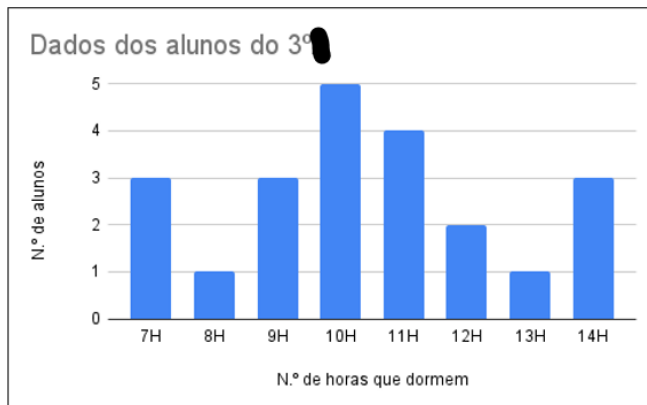
No início, o aluno teve dificuldade em entender o que é a maioria, sendo essencial reformular a pergunta, com um exemplo. C disse que a turma dorme as horas recomendadas, mas não explicou como chegou a essa conclusão. Assim, foi necessário incentivar o aluno explicitar a sua forma de pensar. Com perguntas adicionais, o aluno percebeu que precisava de contar quantos alunos dormem as horas recomendadas para saber se a maioria o fazia. A comunicação foi principalmente oral, o que permitiu ajustes em tempo real e a colaboração dos elementos da turma.

Além do referido, importante destacar que quando questionado pelas informações que podem obter a partir do gráfico construído, o aluno do grupo que estava a intervir sentiu algumas dificuldades, mostrando não estar completamente à vontade com a análise e interpretação do gráfico. De facto, é notório que C, ao observar o Excel, sentiu-se mais à vontade para olhar para a tabela de frequências que também estava projetada junto ao gráfico, o que evidencia possivelmente uma dificuldade em analisar um gráfico de barras.

O **grupo 3** apresentou os dados do 3.º Z, com o gráfico apresentado na Figura 48.

Figura 48

Gráfico de barras realizado pelo grupo 3, sobre uma turma do 3.º ano



O diálogo seguinte mostra um dos elementos do grupo a indicar corretamente a moda presente no gráfico, mas a linguagem é confusa e, por isso, foi necessário reformular a sua frase.

Estagiária: O que me tens a dizer sobre este gráfico?

G: A moda do número de horas que dormem são dez horas.

Estagiária: A moda do 3.º Z são dez horas.

Uma vez que este foi o terceiro grupo a apresentar, é possível que o facto de o aluno ter imediatamente sentido necessidade de indicar a moda, seja consequência das intervenções dos alunos dos grupos anteriores.

O diálogo seguinte mostra a análise do mesmo aluno ao gráfico que foi construído.

Estagiária: Consegues verificar se a maioria desta turma dorme ou não as horas previstas?

G: Sim (olha para o gráfico e faz as contas) ... não.

Estagiária: Não? Porquê? Estavas a dizer três alunos dormem nove horas, mais?

G: Dez alunos dormem cinco horas, onze alunos dormem quatro horas.

Estagiária: Não te esqueças que aqui é o número de alunos e aqui o número de horas. (o aluno estava a confundir) há cinco alunos a dormirem dez horas e quatro alunos a dormir onze horas.

G: Doze.

Estagiária: E lembras-te de quantos alunos tinha esta turma?

G: Vinte e dois ou vinte e três.

Estagiária: E doze é metade ou a maioria dessa turma?

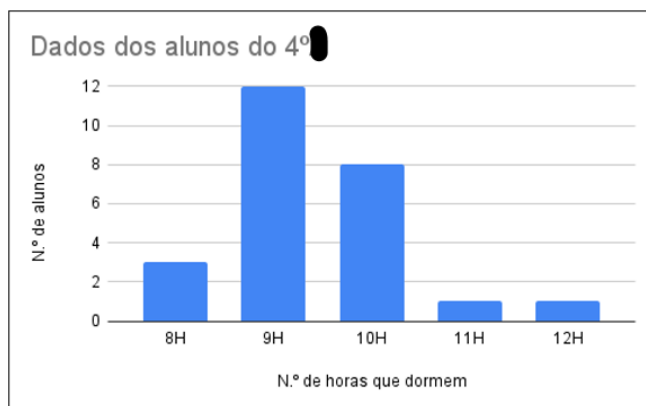
G: Não.

Quando questionado para verificar se a maioria da turma dormia ou não os horas recomendadas, o aluno disse “não”, mas não justifica como é que obteve essa essa conclusão. Desta forma, foi necessário fazer questões, passo a passo, para orientar o pensamento do aluno. No decorrer da conversa, foi notório que o aluno estava a confundir os eixos “dez alunos dormem 5h”, evidenciando dificuldades na interpretação da informação. A resposta dada pelo aluno “Não” à pergunta sobre a maioria da turma está incorreta, uma vez que a turma tinha vinte e dois alunos.

O **grupo 5** construiu em Excel um gráfico relativo aos dados da própria turma (Figura 49), sendo que foi pedido a um dos elementos do grupo para analisar o gráfico.

Figura 49

Gráfico de barras realizado pelo grupo 5, sobre a própria turma



De seguida é apresentada a parte inicial da interpretação de um dos elementos do grupo, a determinar a moda corretamente.

R: Estes são os dados da nossa turma.

Estagiária: Agora, segundo aquilo que estive a perguntar, qual é a moda da tua turma?

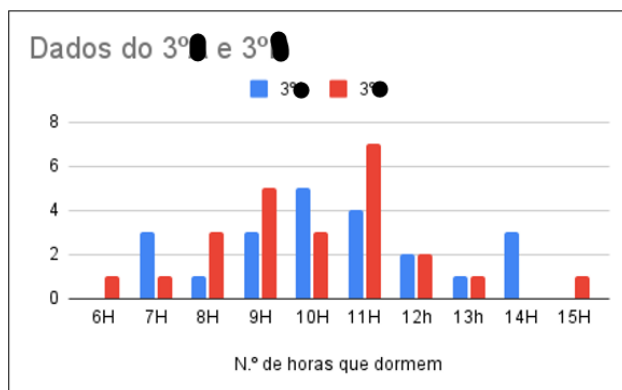
R: É dormir nove horas.

Neste diálogo é visível que a aluna indica corretamente a moda da turma.

O **grupo 4** foi o último a apresentar uma vez que fez gráficos de barras duplos para as turmas de 3.º e 4.º ano. Importa referir que uma vez que apresentei este gráfico numa das sessões, em conversa com a turma sobre os gráficos a realizar em Excel, os alunos mostraram interesse em realizar, também, este tipo de gráfico. De seguida, na figura 50, é apresentado o gráfico que diz respeito às turmas de 3.º ano.

Figura 50

Gráfico de barras realizado pelo grupo 4, sobre duas turmas de 3.º ano



A análise desta representação é feita por um dos elementos do grupo, como ilustra o excerto seguinte:

I: A moda do 3.º W é onze horas.

Estagiária: E do 3.º Z?

I: Dez horas.

Estagiária: Quem é que achas que dorme mais?

I: 3.º W

Estagiária: Para descobrirmos ... o que é que temos de fazer?

I: Uma conta.

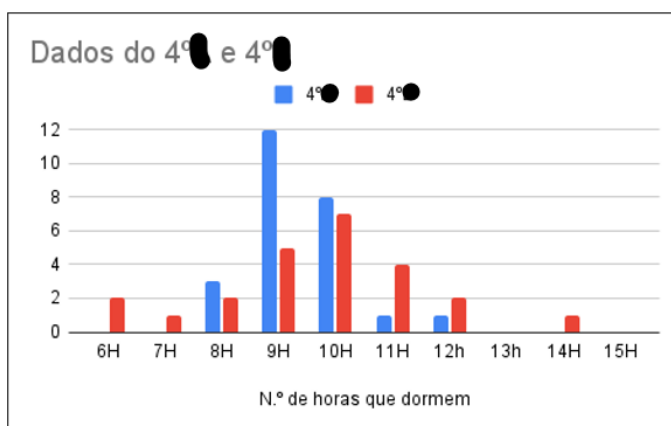
Estagiária: Mas como é que fazes essa conta ...?

I: Faço cinco que é a barra das nove horas, mais três que é a das dez horas, mais a barra das onze horas que é sete.

Tal como é possível observar no diálogo anterior, I começa por reconhecer a moda. Ao ser questionado de qual a turma em que há mais alunos a dormir as horas recomendadas, o aluno responde “3.º W”, e quando lhe é pedida uma justificação foca-se no processo utilizado. Os alunos construíram também um gráfico comparativo para as turmas de 4.º ano (Figura 51).

Figura 51

Gráfico de barras realizado pelo grupo 4, sobre duas turmas de 4.º ano



Relativamente a esta representação um dos elementos deste grupo fez a seguinte análise:

U: No 4.º Y tem gente que dorme menos horas que o recomendado.

Cooperante: Encontras mais barras vermelhas no período de horas não saudáveis ou de barras azuis?

U: Vermelhas.

Cooperante: Então quer dizer que haverá alunos do 4.º Y que dormem as horas menos recomendadas. Para teres a certeza o que é que podias fazer? Podias ir somar o número de alunos que estão nas horas menos aconselhadas. Quantos alunos do 4.º Y não dormem as horas recomendadas para a idade deles?

...

U: Nove.

Inicialmente a aluna interpretou os dados de forma imprecisa, afirmando que o 4.º X dorme mais horas que o 4.º Y, o que evidencia que a aluna reconheceu uma diferença nos padrões de sono, mas teve dificuldades em expressar essa observação.

Quando questionada sobre o número de alunos do 4.º Y que não dormem as horas recomendadas, a aluna deu uma resposta incorreta “9”, o que evidencia que pode ter dificuldades a fazer uma leitura completa dos dados representados no gráfico.

Em suma, durante a conversa com os vários grupos, foi necessário utilizar linguagem matemática para os alunos recordarem alguns conceitos. Em várias ocasiões, alguns alunos evidenciaram não serem tão bem-sucedidos na interpretação dos gráficos, especialmente na identificação da moda ou a determinar se a maioria da turma dormia ou não as horas recomendadas. Esta dificuldade pode estar associada à complexidade de uma leitura mais profunda do gráfico.

Tanto eu como a cooperante, procurámos, oralmente, fazer perguntas orientadoras que ajudaram os alunos a aprofundar as suas análises, promovendo uma aprendizagem significativa.

Para realizar esta discussão coletiva sobre a análise dos gráficos construídos em Excel pelos alunos, foi necessário, em muitos casos, ir por fases, isto é, identificar o número de alunos que dormem 9, 10 e 11 horas, adicionar esses números, compará-los com o total de alunos e, por fim, verificar se a maioria dorme as horas recomendadas para que os alunos compreendessem os aspetos em causa.

4. Concluir e comunicar

Para decidir como iriam comunicar os dados, foi feita uma partilha de ideias apenas oralmente, numa discussão coletiva, sendo que nem todos os alunos deram ideias, sendo que, possivelmente, alguns poderiam estar inseguros em expor as suas ideias ou preferiram apenas ouvir as dos colegas.

Os alunos já estavam a par de que, quando terminassem a interpretação dos gráficos, teriam de decidir como é que iriam apresentar a investigação à comunidade, o que originou o diálogo seguinte:

Estagiária: Como é que querem dar a conhecer os dados à escola?

H: Reunir todos e fazer uma apresentação.

X: Podemos fazer um cartaz e apresentar.

Estagiária: Outra ideia sem ser apresentar. Estamos a ficar limitados no tempo. Se não fosse apresentado, esse cartaz poderia ser colocado onde?

X: No portão.

N: No muro da escola.

Cooperante: Na janela do ginásio.

...

X: Nós podemos pegar nos gráficos e imprimir e colocar no cartaz.

O excerto evidencia que os alunos partilharam várias ideias para apresentar os dados à comunidade educativa. Inicialmente, o aluno H refere a ideia de uma apresentação, mas devido à falta de tempo, pedi à turma para considerar outras hipóteses mais rápidas e práticas. Com isto, surgiu a ideia de construir um cartaz, no entanto, foi necessário fazer questões mais diretas, pois o aluno não aprofundou a sua ideia. As sugestões sobre onde colocar o cartaz, evidenciam uma preocupação por parte dos alunos com a visibilidade e acessibilidade da informação para a comunidade. Já a proposta de imprimir os gráficos e colá-los no cartaz, é uma proposta para facilitar a falta de tempo, uma vez que se trata de uma solução rápida. Além disso, o excerto seguinte mostra a construção de conhecimento conjunto entre os alunos, durante a discussão.

Estagiária: O que é que um cartaz tem de ter?

H: Aquilo que fizemos, dizer o que está no gráfico.

Estagiária: E mais?

H: Dizer que aquela informação do cartaz é sobre o sono e pertence às turmas. (refere-se ao título)

Estagiária: Para além do título ... que informação deve estar no cartaz para eles [alunos] perceberem o porquê de estarmos a estudar isto [o sono].

...

R: Podíamos colocar um aviso ...

H: Dizemos que temos de dormir entre as nove e as onze.

Estagiária: H, como é que tu sabes que nós temos de dormir entre nove horas e as onze horas?

N: Porque nós estivemos a estudar.

Estagiária: Vocês estiveram a estudar, os outros colegas não estiveram, por isso, o que é que tem de constar no nosso cartaz?

X: Podemos fazer um pequeno resumo sobre o vídeo.

Esta conversa reflete a tentativa de aprofundar a compreensão dos alunos sobre como comunicar os dados de maneira clara e eficaz para um público que não esteve envolvido no estudo.

Inicialmente, um dos alunos foca-se em incluir no cartaz um título e as conclusões que retiraram dos gráficos. Uma vez que os alunos não estavam a compreender onde queria chegar, foi necessário dar a entender que, para além de mostrar os dados, seria importante explicar o contexto e a razão de estarem a estudar aquele tema.

A aluna N menciona que a investigação serve “para avisar as pessoas que devem ser um bocado mais saudáveis”, mas não aprofunda a sua ideia, nem como esta pode ser colocada no cartaz. Desta forma, foi necessário orientar o pensamento da aluna, pois estava a focar-se no objetivo da investigação estando envolvida nela, ao invés de se colocar no papel de quem vai observar o cartaz.

O R e o H sugeriram colocar no cartaz uma recomendação sobre a quantidade de horas de sono recomendadas para a faixa etária. A minha intervenção ajudou-os a justificarem as suas ideias, pois ao contrário dos

alunos que vão visualizar o gráfico, a turma envolvida na investigação assistiu a um vídeo sobre a importância do sono. Esta reflexão foi necessária para que os alunos percebessem a necessidade de contextualizar as informações para torná-las compreensíveis para um público mais amplo. A certa altura, um outro elemento da turma levantou a hipótese de se fazer um resumo do vídeo para que todos, sem exceção, pudessem tomar conhecimento da investigação.

Embora poucos alunos tenham participado ativamente na discussão, houve um esforço evidente em utilizar elementos visuais, como a colagem dos gráficos e as conclusões, para facilitar a compreensão do público. Mesmo com algumas dificuldades em justificar as suas escolhas, que implicaram a necessidade de algumas perguntas mais direcionadas, os alunos chegaram a um consenso sobre as informações a incluir no cartaz.

O cartaz final é apresentado de seguida (Figura 52) e foi colocado no hall de entrada de um dos pavilhões, onde o acesso é total para todas as turmas da escola.

No cartaz constam elementos que decorrem das ideias dadas pelos alunos, isto é, gráficos feitos pelos grupos impressos e as conclusões associadas a cada representação gráfica, um resumo sobre o vídeo com os aspetos mais importantes sobre o sono e elementos como frases e desenhos para chamar à atenção do público.

Figura 52

Cartaz final realizado pelos alunos da turma

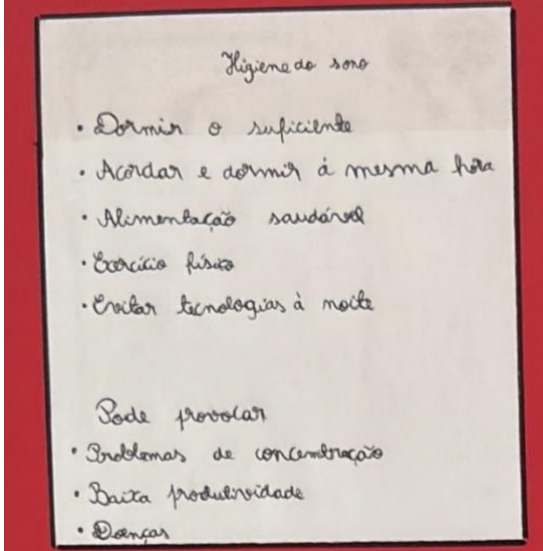


Tendo em conta as ideias discutidas, em turma, para a construção do cartaz, foram distribuídas as tarefas para que todos participassem na construção. Devido ao facto de a construção ter sido feita em simultâneo com o decorrer das aulas, os alunos que davam o seu contributo não poderiam pedir sugestões à turma, desta forma, o cartaz foi sendo construído com base no que tinham decidido na discussão coletiva e o resultado foi visto por todos no final.

Os alunos consideram também essencial colocar um resumo do vídeo assistido no início da intervenção, sobre o sono, tal como é apresentado na figura 53.

Figura 53

Resumo do vídeo



The image shows a piece of paper with handwritten notes in Portuguese. The title is 'Higiene do sono'. The notes are organized into two sections: 'Higiene do sono' and 'Pode provocar'. The first section lists five bullet points: 'Dormir o suficiente', 'Acordar e dormir à mesma hora', 'Alimentação saudável', 'Exercício físico', and 'Evitar tecnologias à noite'. The second section lists three bullet points: 'Problemas de concentração', 'Baixa produtividade', and 'Doenças'.

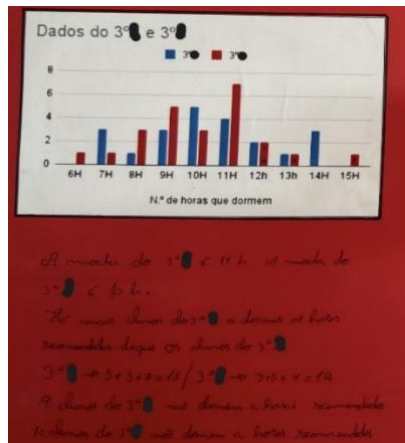
<p>Higiene do sono</p> <ul style="list-style-type: none">• Dormir o suficiente• Acordar e dormir à mesma hora• Alimentação saudável• Exercício físico• Evitar tecnologias à noite <p>Pode provocar</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemas de concentração• Baixa produtividade• Doenças	<p>Higiene do sono</p> <ul style="list-style-type: none">• Dormir o suficiente• Acordar e dormir à mesma hora• Alimentação saudável• Exercício físico• Evitar tecnologias à noite <p>Pode provocar</p> <ul style="list-style-type: none">• Problemas de concentração• Baixa produtividade• Doenças
--	--

Com base no que foi escrito, é perceptível uma compreensão dos aspetos mais importantes do vídeo e, por isso, foi criada uma lista com essas informações para dar a conhecer ao público. Esta necessidade que os alunos sentiram em incluir um resumo sobre aspetos importantes sobre o sono revela a importância de informar o público de forma rigorosa, eficaz e não enganadora. A linguagem está clara o que permite que qualquer pessoa perceba a importância do sono e as causas associadas.

Os alunos consideraram essencial colocar o gráfico de comparação das turmas do 3.º ano, tal como é apresentado na figura 54.

Figura 54

Gráfico comparativo das turmas de 3.º ano



A moda do 3.ºW é 11h. A moda do 3.ºZ é 10h. Há mais alunos do 3.ºW a dormir as horas recomendadas do que os alunos do 3.ºZ.

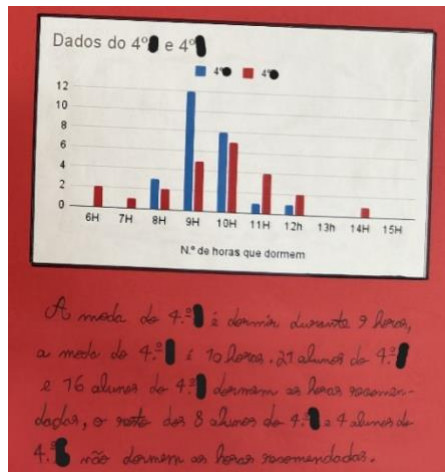
9 alunos do 3.ºW não dormem as horas recomendadas, 10 alunos do 3.ºZ não dormem as horas recomendadas.

Ao analisar esta conclusão é notório que a moda foi bem determinada em ambas as turmas e é usada uma linguagem clara, o que torna a conclusão perceptível. Além disso, são feitas adições que comprovam alguns dos aspetos referidos, mas não é mencionado se a maioria da turma dorme ou não as horas recomendadas, tal como já tinha sido analisado numa das sessões. Também é possível afirmar que a análise feita ao gráfico de barras duplo está correta.

Após a análise do gráfico comparativo das turmas de 3.º ano, os alunos consideraram fundamental colocar o gráfico comparativo relativo ao 4.º ano, que é apresentado na figura 55.

Figura 55

Gráfico comparativo das turmas de 4.º ano



A moda do 4.º X é dormir durante 9 horas, a moda do 4.º Y é 10 horas. 21 alunos do 4.º X e 16 alunos do 4.º Y dormem as horas recomendadas, o resto dos 8 alunos do 4.º Y e 4 alunos do 4.º X não dormem as horas recomendadas

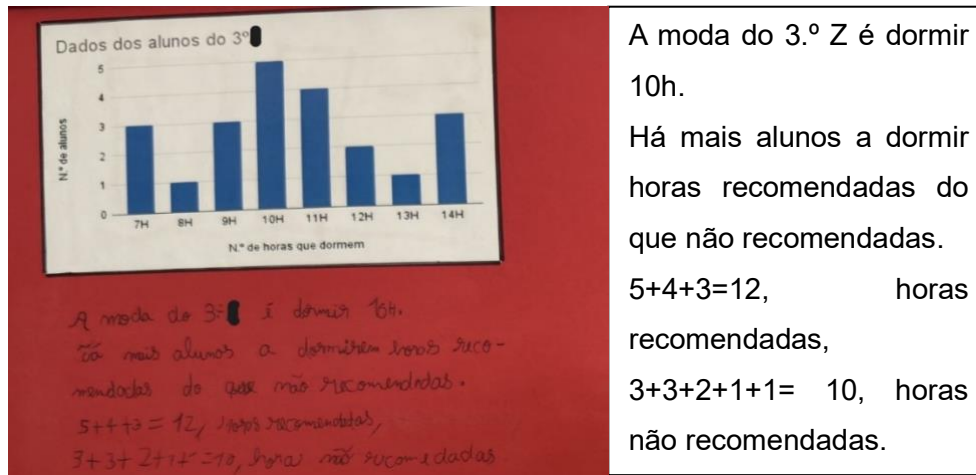
Na conclusão tirada para este gráfico é possível afirmar que as modas de ambas as turmas foram identificadas corretamente, bem como o número de alunos, de cada turma, que dormem e que não dormem as horas recomendadas. De facto, a linguagem usada é perceptível, mas podia ser uma resposta mais completa se, por exemplo, fizessem outro tipo de comparações entre ambas as turmas, como por exemplo o número mínimo e máximo de horas dormidas em cada uma.

A análise feita nestas duas representações (Figura 54 e 55) foca-se na comparação de duas turmas de dois anos diferentes entre si, em que é determinada a moda e a quantidade de alunos que dormem ou não as horas recomendadas para perceberem quais são os mais saudáveis e aqueles que devem melhorar a sua rotina de sono.

Em seguida, no cartaz, foram apresentadas as conclusões associadas à turma do 3.º Z (Figura 56).

Figura 56

Conclusão da turma do 3.º Z

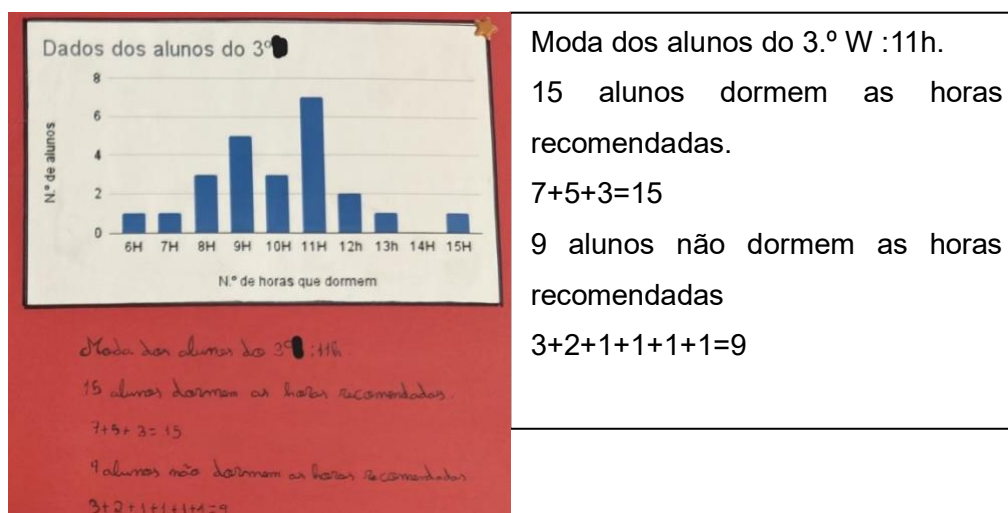


Em relação à conclusão retirada a partir dos dados do 3.º Z, mais uma vez a moda foi determinada corretamente. A linguagem usada reflete uma interpretação adequada dos dados presentes no gráfico. Também a presença de adições evidencia a necessidade de justificar de forma fundamentada a resposta dada.

Após a análise da primeira turma do 3.º ano os alunos sentiram a necessidade de colar o gráfico da outra turma ao lado (Figura 57).

Figura 57

Conclusão da turma do 3.º W

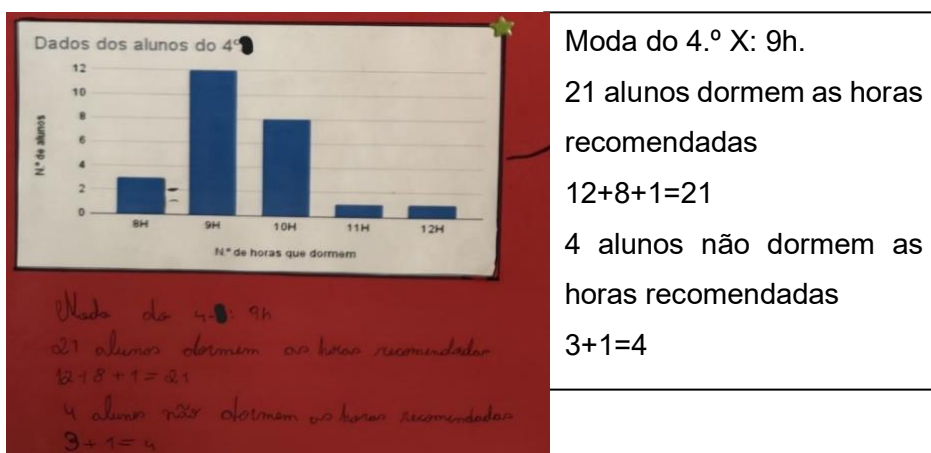


De acordo com a imagem, é perceptível uma descrição clara da interpretação do gráfico, em que a moda é identificada corretamente, bem como o número de alunos que dormem as horas recomendadas e os que não dormem as horas recomendadas.

Quando terminaram a colagem dos gráficos dos 3.º anos, colaram o gráfico da própria turma, apresentado na figura 58.

Figura 58

Conclusão da turma do 4.º X

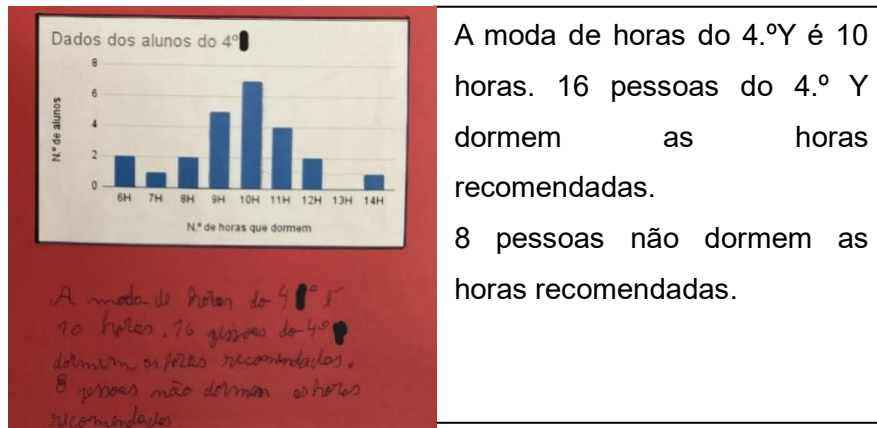


A conclusão associada ao 4.º X é direta e com uma linguagem clara. A moda foi bem determinada, assim como a contagem do número de alunos que dormem as horas recomendadas e aqueles que não.

Por fim, colaram o gráfico relacionado com a outra turma de 4.º ano que é apresentado na figura 59.

Figura 59

Conclusão da turma do 4.ºY



A conclusão sobre os dados do 4.ºY é clara e adequada. Mais uma vez o conceito de moda foi bem utilizado e a contagem do número de alunos também. Para que a resposta fosse mais completa, poderiam ter acrescentado se há mais ou menos alunos a dormir as horas recomendadas, isto é, as horas mais saudáveis.

A análise feita nestas quatro representações gráficas foca-se na moda e na quantidade de alunos que dormem ou não as horas recomendadas. Nesta análise é notória a forma de pensar dos alunos sobre processos matemáticos, por escrito, isto é, a forma como interpretam a representação gráfica e a forma como formam a sua conclusão.

Depois de finalizarem o cartaz, os alunos chegaram à conclusão de quais as turmas, de cada ano que estudaram, eram as mais saudáveis, chegando à conclusão que se trata do 3.º W e 4.º X e, por isso, registaram esta conclusão também no cartaz (Figura 60), o que revela a importância de deixar a conclusão de forma clara e apelativa, para que o público compreenda.

Figura 60

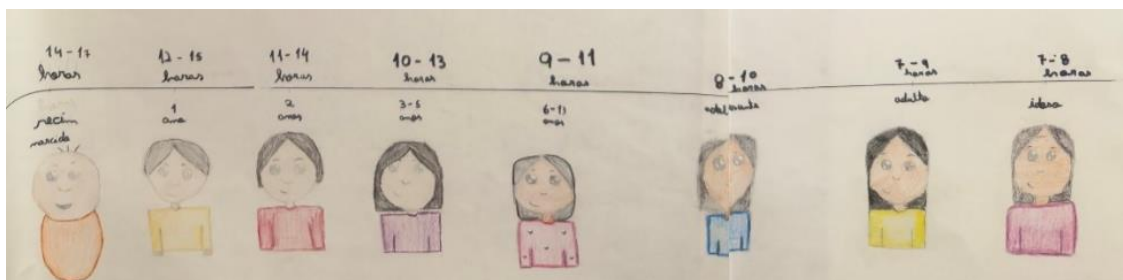
Conclusão das turmas mais saudáveis



No final do cartaz, é possível verificar um friso (Figura 61) que os alunos sentiram necessidade de construir para conhecimento do público.

Figura 61

Friso sobre as horas de sono por faixa etária



Este friso, construído por diversos alunos da turma, mostra várias faixas etárias e as horas adequadas que cada uma deve dormir. Embora o estudo seja focado em alunos com idades compreendidas entre 8 e os 13 anos, ao terem construído um friso onde constam mais faixas etárias revela a importância de informar também o público em geral e não apenas aquele para o qual foi feito o estudo.

Importa ainda referir que, após o cartaz estar afixado, tirei fotografias para colocar na *Classroom* para que os encarregados de educação pudessem observar o trabalho realizado ao longo das últimas semanas.

Em suma, o cartaz incluiu todos os aspetos referidos na discussão coletiva pelos alunos, mais concretamente, os gráficos feitos pelos grupos, conclusões sobre cada representação gráfica, um resumo do vídeo sobre a

importância do sono e ainda frases e ilustrações para chamar a atenção do público.

A análise das representações gráficas focou-se sobretudo na moda e na quantidade de alunos que dormem ou não as horas recomendadas, mas as respostas poderiam ter sido enriquecidas. No que diz respeito às conclusões do estudo, os alunos não deixaram de realçar as duas turmas que consideraram as mais saudáveis após fazerem a respetiva análise, embora fosse também importante indicar qual a turma mais saudável de todas as estudadas.

Além disso, os alunos decidiram ainda incluir um friso com as faixas etárias e as horas de sono adequadas para cada uma, o que evidencia a intenção de informar o público em geral.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente capítulo apresentam-se as considerações finais deste estudo que tem como objetivo “compreender o desenvolvimento da comunicação matemática de alunos do 4.º ano no decurso de uma investigação estatística”. As considerações gerais são apresentadas de acordo com as questões de investigações definidas a partir do objetivo: i) como se caracteriza a comunicação matemática dos alunos ao longo da intervenção? ii) como se caracteriza o conhecimento matemático dos alunos no âmbito de uma investigação estatística? iii) de que forma a realização de investigações estatísticas pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos? Na seção final deste capítulo apresento uma reflexão global sobre o estudo realizado.

i) Como se caracteriza a comunicação matemática dos alunos ao longo da intervenção?

Ao longo de toda a intervenção, tanto as propostas para trabalho autónomo como as discussões coletivas tiveram como objetivo contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos.

No início da intervenção, mais concretamente no trabalho associado às duas primeiras sessões, houve grupos que tiveram alguma dificuldade em colaborar, enquanto os restantes partilhavam e discutiam ideias oralmente entre si, ouvindo-se uns aos outros, o que é um aspeto essencial em relação à linguagem oral segundo Ponte e Serrazina (2000). No que diz respeito à comunicação escrita, as justificações apresentadas pelos grupos eram bastante genéricas e pouco aprofundadas, refletindo uma dificuldade em organizar e estruturar as ideias por escrito.

Em relação à expressão e discussão de ideias, em particular a partir da terceira sessão, embora os alunos já expressassem as suas ideias oralmente e por escrito, os grupos mostravam alguma dificuldade em articular essas ideias de forma fundamentada. A partir daqui foi evidente uma diferença entre a comunicação oral e escrita.

Alguns alunos tiveram mais sucesso em expressar-se oralmente, o que vai ao encontro do referido por Ponte e Serrazina (2000), sendo que a oralidade facilita uma comunicação mais imediata e interativa. Contudo, é notória a dificuldade desses alunos em organizar as suas ideias por escrito, pois, ao contrário da oralidade, a escrita exige uma maior organização e planificação das ideias, o que pode justificar as dificuldades dos alunos em expressar-se desta forma, conforme observado nesta tarefa, o que vai ao encontro do que é mencionado por Sousa (2020) e Zorzi (1998).

Mesmo com algum progresso na expressão escrita, ao longo das sessões, as justificações continuavam a ser pouco completas, indicando que, apesar de uma maior clareza, a expressão de ideias por escrito apresentava ainda alguns desafios.

No final, os grupos ainda evidenciavam dificuldades em descrever a sua forma de pensar e em justificar as suas escolhas oralmente. Por vezes, no decorrer das discussões coletivas em que a comunicação era apenas oral, foi necessário recorrer a uma das ações discursivas do professor, mais concretamente, o questionar, para que os alunos expressassem as suas ideias, com o propósito de conhecer o seu pensamento e suas estratégias.

ii) Como se caracteriza o conhecimento matemático dos alunos no âmbito de uma investigação estatística?

Relativamente a *questionar* foi dado tempo aos alunos para que pudessem definir uma questão estatística e para que pudessem descobrir várias hipóteses e antecipar múltiplas interpretações, algo que é muito importante, de acordo com Henriques e Oliveira (2012). Na formulação da questão estatística para recolha de dados foram sentidas algumas dificuldades pelos grupos, tal como aconteceu nos estudos de English et al. (2017) e de Silva et al. (2022). Alguns grupos manifestaram dificuldades em compreender os objetivos da investigação, o que fez com que construíssem questões que originariam respostas que não as pretendidas. Este desafio pode ser justificado pela falta de experiência dos alunos em formular questões estatísticas, dado que esta foi a primeira vez que realizaram esta etapa.

No âmbito da recolha de dados, todos os grupos adotaram a mesma forma de os recolher, isto é, através do questionamento direto aos colegas. A pouca variedade em escolher outro método pode ter sido decorrente da falta de experiência dos alunos. Em relação à forma como queriam registar os dados, todos os grupos elaboraram formas diferentes, embora uns com ideias mais bem-sucedidas e outros nem tanto. No entanto, todos os grupos acabaram por registar os dados de igual forma, com recurso a uma folha de papel.

Relativamente a *organizar*, de forma geral, todos os grupos organizaram os dados, ainda que com diferentes graus de adequação, sendo que alguns grupos chegaram a elaborar tabelas e a contabilizar o número de alunos por cada hora, enquanto outros apenas ordenaram as horas de forma crescente. Esta diversidade de estratégias apresentadas evidencia a forma como os alunos tentam organizar os dados da melhor maneira possível, mesmo que tenham algumas dificuldades na execução e na compreensão dos objetivos.

As representações gráficas que dizem respeito aos dados da turma e que foram produzidas pelos grupos foram, em geral, adequadas, mas com alguns lapsos na construção. A maioria dos grupos fez um gráfico de barras e apenas um grupo construiu um gráfico de pontos. Importa referir que nenhum dos grupos apresentou uma representação que incluísse todos os elementos necessários (legendas, título, eixos e valores) e alguns grupos apresentaram gráficos de barras em que as barras não estavam igualmente distanciadas entre si, sendo estas características fundamentais para construir um gráfico de barras (Martins et al., 2007; Silva, 2006).

Quanto à interpretação dos gráficos sobre os dados da própria turma, apenas um grupo, no decorrer da discussão coletiva, referiu a moda da turma. Já na folha de respostas, apenas dois grupos interpretaram corretamente o gráfico que construíram sobre os dados da turma, sem lhes ter sido pedido, isto é, a questão colocada era geral para o estudo e não diretamente para o gráfico construído.

Em relação à interpretação dos gráficos dos dados das turmas, a maioria dos grupos foi bem-sucedida na leitura e interpretação dos gráficos em Excel. Contudo, houve aspetos que não foram tão bem conseguidos por alguns grupos, pois não identificaram a moda autonomamente ou determinaram se a maioria dos alunos da turma que analisavam dormia ou não as horas recomendadas.

Quanto à conclusão e comunicação dos dados, as ideias sugeridas foram adequadas para a construção do cartaz, embora os alunos não tenham justificado as suas ideias de forma fundamentada.

A clareza da linguagem usada no cartaz e a identificação correta dos aspetos mais importantes representados nos gráficos mostra que os alunos são bem-sucedidos em interpretar dados de forma simples e na comunicação dessas interpretações. No entanto, embora sejam conclusões acertadas, algumas conclusões poderiam ser mais completas, tal como foi abordado na interpretação dos dados em Excel. É importante destacar que os alunos compararam dados entre diferentes turmas e fizeram conclusões sobre a saúde associada ao sono, isto é, confirmaram quais as turmas mais saudáveis, o que evidencia uma capacidade de relacionar o conhecimento estatístico com questões do quotidiano.

Ao longo das diferentes fases que envolveram esta investigação, foram sentidas algumas dificuldades que podem ser consequência do facto de terem tido liberdade para decidir em todas as fases do ciclo estatístico, o que é um aspeto muito importante segundo Santos e Ponte (2013). No que diz respeito à divulgação de dados, essas dificuldades podem estar relacionadas com o facto de ter sido a primeira vez que os alunos divulgaram os resultados de uma investigação estatística, por isso, podiam estar pouco à vontade ou simplesmente não tinham ideias. Ainda assim, os alunos realizaram uma investigação estatística em que foram bem-sucedidos em vários aspetos, nomeadamente, na capacidade de retirar e comunicar as suas próprias conclusões acerca do estudo, em aplicar conceitos estatísticos e na interpretação dos dados relativos às turmas que estudaram.

iii) De que forma a realização de investigações estatísticas pode contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática dos alunos?

O facto de os alunos terem trabalhado, maioritariamente, em grupos na realização da investigação estatística, incentivou-os a partilhar e a discutir ideias entre si, para que pudessem realizar cada proposta. Com base na análise feita é possível afirmar que, de forma geral, os grupos foram bem-sucedidos no trabalho colaborativo. Quando os alunos debatiam sobre as estratégias, era necessário ouvirem-se uns aos outros, questionarem e discutirem as ideias, o que lhes permitiu desenvolver habilidades de argumentação, mas também trabalhar a forma de descrever o seu pensamento quer por escrito e oralmente. O facto de se tratar de um tema do interesse dos alunos e de dados reais, que os alunos recolheram diretamente, sendo este um aspeto muito importante das investigações estatísticas (Canavaro, 2013), fez com que os alunos se sentissem mais motivados para desenvolver cada tarefa, o que contribuiu que comunicassem mais entre si.

A experiência de apresentar e justificar estratégias e conclusões, tanto oralmente como por escrito, na turma e em outras turmas (no momento de recolha de dados) foi essencial para o desenvolvimento das competências de comunicação dos alunos. Também a interação que houve nos grupos, durante o trabalho autónomo e nas discussões coletivas, permitiu que os alunos aperfeiçoassem e ou desenvolvessem os seus argumentos e pensassem em formas de comunicar e colocar as ideias principais para transmitir a outros, o que contribuiu significativamente para a melhoria das suas capacidades de comunicação.

Para além disso, a criação do cartaz para a divulgação dos resultados foi uma etapa importante no processo de comunicação escrita e visual. A necessidade de elaborar materiais gráficos acessíveis e apelativos incentivou os alunos a sintetizar a informação de forma objetiva e clara, tendo sempre em consideração a eficácia da transmissão da mensagem. Esta prática de divulgação permitiu também que melhorassem a sua

capacidade de selecionar e apresentar os pontos-chave de forma eficiente, tornando a comunicação mais acessível e compreensível para diferentes públicos.

Ao longo das fases do ciclo estatístico, quando os alunos expressaram as suas ideias e ouviram as dos colegas, desenvolveram a capacidade de trabalhar em conjunto que é um aspeto importante e referido por Blunk (1998).

REFLEXÃO SOBRE O ESTUDO

Este estudo foi uma experiência extremamente enriquecedora para a construção do meu perfil enquanto docente. Ao longo desta intervenção aprendi a realizar e a aplicar uma investigação estatística com alunos e aprofundi o meu conhecimento sobre a comunicação matemática e sobre investigações estatísticas. As aprendizagens realizadas ao estudar mais sobre o tema permitiram-me colocar o projeto em prática de forma que considero adequada, enquanto aprendia também a mediar discussões coletivas e a fomentar um ambiente de aprendizagem colaborativo e reflexivo.

Também durante a intervenção consegui ser flexível, lidando com situações inesperadas, tal como aconteceu nas últimas sessões dedicadas à comunicação e divulgação de dados, uma vez que não foi o que tinha idealizado para a minha intervenção. Além disso, ganhei uma maior capacidade de lidar com os desafios e de transformar pequenas falhas em oportunidades de aprendizagem, tanto para mim como para os meus alunos.

Ao longo desta investigação refleti sobre o equilíbrio entre o papel de professora e investigadora. Houve momentos em que precisei de adotar uma postura mais distanciada para garantir a integridade do processo investigativo, sem deixar de apoiar os alunos nas suas dúvidas. As gravações de áudio revelaram-se um recurso valioso, complementando a minha análise, uma vez que não era possível registar notas de campo. Tal como as gravações de áudio, também os registos escritos foram instrumentos de recolha fundamentais para documentar a maioria das

etapas do ciclo estatístico e compreender as dificuldades e o progresso dos alunos.

Além do referido, a realização deste estudo permitiu identificar vários aspetos a melhorar, nomeadamente, através das respostas dadas pelos alunos nas produções escritas. Um dos pontos a melhorar está relacionado com as etapas criadas, nomeadamente com a formulação da questão 5 (Anexo 1) "Que conclusões podem retirar deste estudo?". Esta questão deveria focar-se mais na interpretação dos dados através do gráfico elaborado pelos alunos, permitindo uma análise mais objetiva e direcionada dos dados apresentados. Além disso, na questão 2.1 (Anexo 1) os alunos forcaram-se apenas no registo e não no método de recolha de dados e talvez se tivesse discutido diferentes métodos com os alunos houvesse uma maior diversidade de respostas. De facto, a reformulação das questões poderia ter sido benéfica e, se voltasse a propor esta tarefa, mudaria a abordagem tendo em conta o que referi.

Um outro aspeto a melhorar está relacionado com o facto de ter assumido como questão de investigação uma questão de recolha de dados e, por não ter discutido a diferença entre ambas com os alunos, o que poderá ter levado a que o título do cartaz fosse a questão de recolha de dados e não algo mais abrangente que englobasse todo o objetivo do estudo. Esta centralização na questão estatística é compreensível, visto que era a primeira vez, tanto dos alunos como minha a realizar uma investigação, mas também se deveu ao pouco tempo disponível para uma reflexão mais profunda e ao desconhecimento prévio sobre como formular a questão de investigação de modo a abranger todos os elementos da pesquisa. Considero que estes desafios são naturais numa fase inicial em que se coloca em prática uma investigação estatística, em que o foco tende a ser mais imediato, o que me faz refletir para que numa próxima intervenção deva ter uma visão mais ampla e estratégica do estudo.

Também a organização dos dados no cartaz poderia ter sido mais clara, apresentando primeiro os gráficos individuais de cada turma e, depois, os gráficos comparativos, facilitando a interpretação dos resultados. Esta

organização pode ter sido consequência de os alunos não terem tido a oportunidade de olhar em conjunto para o cartaz, isto é, de terem uma visão global do cartaz e pensar como é que o queriam organizar.

Durante a implementação do projeto, surgiram alguns desafios, como a participação reduzida dos alunos na primeira discussão coletiva, o que exigiu uma intervenção mais ativa da minha parte para os motivar. Contudo, à medida que as sessões decorriam, observei uma maior participação e envolvimento, embora nem todos os elementos dos grupos tenham estado igualmente empenhados, o que originou a criação da grelha de autoavaliação. Este instrumento foi pensado para que os alunos compreendessem que a sua participação estava a ser avaliada ao longo das sessões e que o seu contributo no grupo era importante. Apesar dos alunos saberem da existência da grelha e que a tinham de preencher posteriormente, uma pequena minoria continuou a não expressar ideias.

Ao construir a grelha de autoavaliação, tinha como objetivo facultá-la aos alunos no final de cada sessão, para que no final tivessem uma noção do seu desempenho, no entanto, por questões de tempo não foi possível, sendo apenas preenchida no final da intervenção. Desta forma, seria também um aspeto a aperfeiçoar numa futura aplicação, pois seria importante os alunos registarem o seu desempenho a cada aula para que pudessem perceber os aspetos a melhorar nas aulas seguintes.

Outro desafio foi a natureza autónoma deste projeto de investigação estatística, em que os alunos tomaram decisões em todas as fases do ciclo, o que, embora enriquecedor, exigiu uma gestão cuidadosa do tempo e da dinâmica da turma. Devido a limitações temporais nas últimas sessões, não foi possível trabalhar todas as fases do ciclo estatístico com a profundidade desejada, especialmente a etapa da comunicação e divulgação de dados, que gostaria de explorar mais no futuro.

Se voltasse a realizar este estudo, manteria a metodologia de trabalho colaborativo, dado o seu potencial para promover o envolvimento e a cooperação entre os alunos. No entanto, optaria por grupos mais

pequenos, para facilitar a gestão interna de cada grupo e a incentivar uma participação mais equitativa.

Para futuros professores, este estudo evidencia que as investigações estatísticas são uma ferramenta poderosa para desenvolver a comunicação matemática dos alunos e promover a sua autonomia no processo de ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aires, L. (2015). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional* (1ª edição). Universidade Aberta.
- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação?. In P. B. Campos (Ed.), *Formação Profissional de Professores no Ensino Superior/Cadernos de Formação de Professores* (pp. 21-30). Porto Editora.
- Amado, J. (2014). *Manual de Investigação Estatística em Educação*. (2.ª edição). Universidade de Coimbra. <http://dx.doi.org/10.14195/978-989-26-0879-2>
- Araújo, A., & Borralho, A. (2018). Comunicação matemática: uma contribuição nas práticas letivas. In F. Soares & B. Dassisti (Orgs). *Atas do VII Encontro de Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro*. <https://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/24746>
- Arnold, P., & Pfannkuch, M. (2020). On being data detectives Developing novice statisticians using the statistical enquiry cycle. *Set: Research Information for Teachers, 1*. <http://dx.doi.org/10.18296/set.0159>
- Barbosa, K., Nacarato, A., & Penha, P. (2008). A escrita nas aulas de matemática revelando crenças e produção de significados pelos alunos. *Série-Estudos, 26*, 79-95. <https://www.serie-estudos.ucdb.br/serie-estudos/article/view/218/278>
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Persona.
- Barroso, M. (2013). *A importância da comunicação matemática no 1º ciclo do ensino básico*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo]. Repositório Institucional do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. http://repositorio.ipv.pt/bitstream/20.500.11960/1851/1/Marcia_Barroso.pdf
- Batanero, C., & Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In R. Luengo (Ed.), *Líneas de*

- investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Universidad de Extremadura.
- Beillerot, J. (2001). A “pesquisa”: Esboço de uma análise. In M. André (Ed.), *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores* (pp. 71-90). Papirus.
- Ben-Zvi, D. (2011). Statistical reasoning learning environment. *Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana* 2(2), 1-13. <http://dx.doi.org/10.36397/emteia.v2i2.2152>
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A *Experiência matemática no ensino básico*. Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2008%202009/experiencia_matematicaEB.pdf
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação - Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Blunk, M. L. (1998). Teacher talk about how to talk in small groups. In M. Lampert & M. L. Blunk (Eds.), *Talking mathematics in school: studies of teaching and learning* (pp. 190-212). University Press
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Relógio D'Água.
- Campos, J., Silva, T., & Albuquerque, U. (2021). Observação participante e diário de campo: quando utilizar e como analisar? In U. Albuquerque, L., Cunha, R., Lucena & R., Alves (Eds.), *Métodos de pesquisa qualitativa para Etnobiologia* (pp. 95-112). NUPEEA.
- Canavarro, A. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1982/3323>
- Canavarro, A. (2013). Sobre estudos estatísticos: do questionar à recolha de dados. *Educação e Matemática*, 122, 34-36.
- Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática*:

4.º ano. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens Essenciais/1 ciclo/ae mat 4.o ano.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens%20Essenciais/1_ciclo/ae_mat_4.o_ano.pdf)

Carmo, H., & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da investigação: Guia para auto-aprendizagem* (2ª edição). Universidade Aberta. [https://www.academia.edu/17585183/Metodologia da Investiga%C3%A7%C3%A3o](https://www.academia.edu/17585183/Metodologia_da_Investigacao_Auto-Aprendizagem)

Cezón, J. (2010). *Evaluación de Conocimientos sobre Gráficos Estadísticos y Conocimientos Didácticos de Futuros Profesores* [Tese de Doutoramento, Universidade de Granada]. Universidade de Granada. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaqa.pdf>

Cobb, P. (1995). Mathematics learning and small group interaction: Four case studies. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds), *The emergence of Mathematical meaning: Iteration in classrooms cultures* (pp. 25-129). Erlbaum.

Correia, M. (2009). A observação participante enquanto técnica de investigação. *Pensar Enfermagem*. 13(2), 30-36. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/23968/1/2009_13_2_30-36.pdf

Costa, A. (2007). A importância da língua portuguesa na aprendizagem da matemática. [Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho]. Repositório Institucional da Universidade do Minho. <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/7258>

Cruz, A. (2013). *Erros e dificuldades de alunos de 1.º ciclo na representação de dados estatísticos*. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10244/1/ulfpie044877_tm.pdf

Decreto-Lei n.º 54/2018 da Presidência do Conselho de Ministros. (2018). Diário da República, I série, n.º 129. <https://files.diariodarepublica.pt/1s/2018/07/12900/0291802928.pdf>

- English, L. D., Watson, J., & Fitzallen, N. (2017). Fourth-graders' meta-questioning in statistical investigations. In A. Downton, S. Livy, & J. Hall (Eds.), *40 years on: We are still learning! Proceedings of the 40th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia*, (pp. 229-236). MERGA. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED589455.pdf>
- Faria, F., & Rodrigues, M., (2020) A comunicação matemática escrita, *Da Investigação às Práticas*, 10(2), 90-116. <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>
- Fernandes, J., Carvalho, C. & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Zetetike*, 15(2), 27-62. <https://doi.org/10.20396/zet.v15i28.8647025>
- Ferreira, R. (2005). *Portuguese Mathematics student teachers' involving teaching modes: a modified teacher development experiment*. [Tese de Doutoramento, Universidade do Minho]. ProQuest Dissertations & Theses. <https://www.proquest.com/openview/07c36e83c0e880a869a1d6e8230ca549/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y#>
- Folque, A. (2018). *O aprender a aprender no pré-escolar: o modelo pedagógico do movimento da escola moderna*. (3ª edição). Fundação Calouste Gulbenkian.
- Goldin, G. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). NCTM. https://www.researchgate.net/publication/269407904_Representation_in_school_mathematics_A_unifying_research_perspective
- Goma, J. L. de S., Manrique, A. L., & Martinho, M. H. (2020). A comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais de Ensino Fundamental envolvendo o pensamento algébrico.

Quadrante, XXIX (2), 47-67.
<https://doi.org/10.48489/quadrante.22571>

Henriques, A., & Oliveira, H. (2012). Investigações estatísticas: Um caminho a seguir? *Educação e Matemática*, 120, 3-8.
<https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2061/3218>

Lopes da Silva, M. I. (2013). Prática educativa, teoria e investigação. *Revista Interações*, 9(27). <https://doi.org/10.25755/int.3412>

Martinho, M., & Ponte, J. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: um campo de desenvolvimento profissional do professor. In H. Guimarães, L. Lurdes (Orgs)., *Atas do V CIBEM – Conferência Iberoamericana de Educação Matemática*. Escola Superior de Educação de Viseu.
<https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9915/3/MHM-CIBEM.pdf>

Martinho, H. (2007). *A comunicação na sala de aula de matemática: um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa.
https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1523/7/15361_2_Comunica00E700E3o.pdf

Martinho, H. (2023, junho, 2). *A comunicação matemática em debate*. [Ciclo de Debates]. Associação de professores de Matemática.

Martins, M. E. G., Loura, L. C. C., & Mendes, M. F. (2007). *Análise de Dados: Texto de Apoio para os Professores do 1.º ciclo*. Ministério da Educação.
[https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5142/1/Analise de dados.pdf](https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5142/1/Analise%20de%20dados.pdf)

Martins, M. E. G., & Ponte, J. P., (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação.
https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/49433/1/Martins%20Ponte%20OTD_revisto%202010.pdf

- Martins, G. D. O., Gomes, C. A. S., Brocardo, J. M. L., Pedroso, J. V., Camilo, J. L. A., Silva, L. M. U., Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Ministério da Educação/ Direção-Geral da Educação (DGE). https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/22377/1/perfil_dos_alunos.pdf
- McClain, K., & Cobb, P. (1998). The role of imagery and discourse in supporting students' Mathematical development. In M. Lampert & M. L. Blunk (Eds.), *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning* (pp. 56-81). University Press.
- Menezes, L., (1996). A comunicação na aula de matemática. *Millenium*, 3, 20-28.
- Menezes, L. (1999). Matemática, Linguagem e Comunicação. *Millenium*, 20, 178-196.
- Menezes, L. (2010). Concepções sobre a comunicação matemática de uma futura professora. In L. Santos (Ed.). *Comunicação no Ensino e na Aprendizagem da Matemática* (pp. 238-253). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação [https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1143/1/Concep%
%b5es Comunica%
%a7%ca3o 2010.pdf](https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1143/1/Concep%c3%a7%b5es%20Comunica%ca7%ca3o%202010.pdf)
- Menezes, L., Ferreira, R., Martinho, M., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp.135-161). Instituto de Educação. <http://dx.doi.org/10.13140/2.1.1731.4885>
- Menezes, L., & Nacarato, A. (2020). Comunicação no ensino e na aprendizagem da Matemática. *Quadrante*, XXIX (2), 1-5. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22568>
- Miras, M. (2000). La escritura reflexiva. Aprender a escribir y aprender acerca de lo que se escribe. *Infancia y Aprendizaje*, 2000(89), 65-80. <https://doi.org/10.1174/021037000760088099>

- Moita, C. M., Santos, A., Marques, A., Batalha, A., Folque, A., Espadinha, A., Duarte, L., Seixas, C., Dias, S. I., Marques, C., Gil, I., Conceição, R., & Vilhena, G. (2011). *Carta de princípios dos associados da APEI para a tomada de decisão eticamente situada*. Associação de Profissionais de Educadores de Infância.
- Mónico, L., Alferes, V., Parreira, P., & Castro, P. (2017). A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. In A. P. Costa., S. Tuzzo., & C. Brandão (Eds.), *Atas do 6º Congreo Ibero-Americano em Investigation qualitativa* (Vol. 3). CIAI.
- Moreira, D. (2001). Educação Matemática e Comunicação: uma abordagem no 1.º Ciclo. *Educação e Matemática*, 65, 27-32. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1055/1098>
- Moreira, S. A., & Fonseca, L. (2009). A comunicação e a resolução de problemas envolvendo padrões. In C. Costa., E. Mamede., & F. Guimarães (Orgs.), *Atas do XIX EIEM*. SPIEM.
- Oliveira-Formosinho, J., & Formosinho, J. (2013). *Pedagogia-em-Participação: A Perspetiva Educativa da Associação Criança*. Porto Editora.
- Papeleira, J. (2023). *Uma investigação estatística conduzida para responder a um problema do contexto real dos alunos de uma turma do 3.ºano de escolaridade*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Setúbal]. Repositório do Instituto Politécnico de Setúbal]. [https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/48688/1/Relatorio %20Joana%20Papeleira versao%20definitiva.pdf](https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/48688/1/Relatorio_%20Joana%20Papeleira_versao%20definitiva.pdf)
- Ponte J., & Serrazina, M. (2000). *Didática da matemática do 1.º Ciclo*. Universidade Aberta.
- Ponte. J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. 5-28. APM.
- Ponte. J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia, L.,

- & Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.
- Ponte, J. P. (2017). Discussões coletivas no ensino-aprendizagem da Matemática. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 33-56). APM.
- Reinhardt, A. (2015). *O quadro interativo como mediador do desenvolvimento da comunicação matemática no 1.º ciclo do ensino básico*. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório Institucional da Universidade de Lisboa]. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/20389/1/ulfpie047403_tm.pdf
- Rodrigues, C., Menezes, L., & Ponte, J. (2018). Discussões coletivas em matemática: um olhar sobre a prática de três professores. In A. Rodrigues, A. Barbosa, A. Santiago, A. Domingos, C. Carvalho, C. Ventura, C. Costa, H. Rocha, J. M. Matos, L. Serrazina, M. Almeida, P. Teixeira, R. Carvalho, R. Machado & S. Carreira (Eds.), *Livro de Atas do EIEM 2018, Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 261-278). SPIEM.
- Rodrigues, C., Ponte, J., & Menezes, L. (2020). *Práticas discursivas de professores de Matemática na condução de discussões coletivas*. *Quadrante*, XXIX (2), 24-46. <https://quadrante.apm.pt/article/view/22575>
- Santana, I. (2010). A escrita para aprender matemática. *Escola Moderna*, 36, 21-42. https://centrorecursos.movimentoescolamoderna.pt/dt/1_2_0_mod_pedag_mem/120_d_07_escrita_aprender_mat_isantana.pdf
- Santos, R., & Ponte, J. (2013). O desenvolvimento de investigações estatísticas: Um estudo com futuros professores e educadores. In J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Primeras Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 455-462).

<https://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/Actas%20jornadas.pdf>

- Santos, R., & Ponte, J. (2014). Ensino e aprendizagem de investigações estatísticas: dois estudos de caso com futuras professoras. *Quadrante*, *XXIII* (2), 47-68. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22908>
- Silva, A. A. (2006). *Gráficos e mapas: Representação de informação estatística*. LIDEL.
- Silva, S., & Dixe, M. (2020). *Sebenta de apoio à Unidade Curricular de Investigação II Conteúdo Programático P3 – Investigação Qualitativa*. Politécnico de Leiria. https://iconline.ipleiria.pt/bitstream/10400.8/5250/1/Manual%20de%20apoio%20Investiga%C3%A7%C3%A3o%20II%20Qualitativa%20Silvia%20Silva_FINAL_alunos_29.09.2020.pdf
- Silva, A.C., Viseu, F., Aires, A.P., & Neto, T. B. (2022). Investigative Activities for Statistics Learning with 1st Grade Portuguese Students. *Education sciences* *12*, 665. <https://doi.org/10.3390/educsci12100665>
- Smole, K., & Diniz, M. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Artmed
- Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. (2014). *Carta Ética*.
- Sousa, D. (2020). *Prática de Ensino Supervisionada - A comunicação oral e escrita em contexto de sala de aula*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Bragança]. Repositório Institucional do Instituto Politécnico de Bragança
- Staples, M. (2007). Supporting Whole-Class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. *Cognition and Instruction*, *25*, 2-3. DOI:10.1080/07370000701301125
- Tripathi, P. N. (2008). Developing Mathematical Understanding through Multiple Representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *13*(8), 438–445. <https://www.jstor.org/stable/41182592>

- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Zorzi, J. L. (1998). *Aprender a escrever: a apropriação do sistema ortográfico*. Artes Médicas.
<https://pt.scribd.com/document/426553103/16-Aprender-a-Escrever-J-L-Zorzi>

ANEXOS

Anexo 1: Tarefas “Etapas do ciclo estatístico”



Tarefa: Vamos fazer uma investigação!

Nome dos elementos do grupo: _____

Número do grupo: _____

Data: _____

Etapa 1

1. Que questão podem fazer aos colegas para iniciarmos a investigação?

1.1 Porque é que acham que esta questão vai permitir saber o que queremos?



Quantas horas dormes, por noite, durante os dias úteis?

Número do grupo:

Data: _____

Etapa 2

2. De que forma podemos recolher os dados para dar resposta à questão que colocámos?

2.1 Porque é que escolheram esta forma de recolher dados?



Quantas horas dormes, por noite, durante os dias úteis?

Número do grupo:

Data:

Etapa 3

5. Que conclusões podem retirar acerca deste estudo?



Quantas horas dormes, por noite, durante os dias úteis?

Número do grupo:

Data:

Etapa 3

3. Organizem os dados recolhidos na vossa turma.

3.1 Porque é que organizaram os dados desta forma?

Anexo 2: Grelha de autoavaliação

Critérios	Níveis de desempenho			
	Muito Bom	Bom	Suficiente	Insuficiente
Expressar ideias oralmente	Descreve facilmente a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente.	Descreve com alguma facilidade a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente.	Descreve com pouca facilidade a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente.	Não consegue descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente.
Expressar ideias por escrito	Descreve facilmente a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, por escrito.	Descreve com alguma facilidade a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, por escrito.	Descreve com pouca facilidade a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, por escrito.	Não consegue descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, por escrito.
Ouvir e questionar os outros	Ouve e questiona os outros, de forma eficaz, conseguindo apropriar-se das suas ideias e de processos matemáticos.	Ouve e questiona os outros, mas de forma pouco eficaz, nem sempre conseguindo apropriar-se das suas ideias e de processos matemáticos.	Ouve e questiona os outros, mas de forma pouco eficaz, não conseguindo apropriar-se das suas ideias e de processos matemáticos.	Não ouve e/ou questiona os outros para se apropriar das suas ideias e de processos matemáticos.
Discutir ideias	Discute ideias matemáticas, de forma fundamentada, sendo capaz de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	Discute ideias matemáticas, com algum fundamento, mas nem sempre consegue negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	Discute ideias matemáticas, com pouco fundamento, revelando dificuldades em negociar e aceitar diferentes pontos de vista.	Não consegue discutir ideias matemáticas nem negociar e aceitar diferentes pontos de vista.
Contrapor argumentos	Contrapõe argumentos usando conceitos, propriedades e/ou processos matemáticos adequados para apresentar o seu ponto de vista.	Contrapõe argumentos usando alguns conceitos, propriedades e/ou processos matemáticos adequados para apresentar o seu ponto de vista.	Contrapõe argumentos recorrendo pouco a conceitos, propriedades e processos matemáticos para apresentar o seu ponto de vista.	Contrapõe argumentos não usando, ou usando inadequadamente, os conceitos, propriedades e processos matemáticos para apresentar o seu ponto de vista.

Autoavaliação																				
COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA																				
Nome:																				
Data	Expressar ideias oralmente				Expressar ideias por escrito				Ouvir e questionar os outros				Discutir ideias				Contrapor argumentos			
	MB	B	S	I	MB	B	S	I	MB	B	S	I	MB	B	S	I	MB	B	S	I

Anexo 3: Autorizações dos Encarregados de Educação



PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO PARA RECOLHA DE IMAGENS E ÁUDIOS

Exmo (a) Sr.(ª) Encarregado de Educação

Eu, Catarina Silva, aluna do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico pelo Instituto Politécnico de Setúbal - Escola Superior de Educação, em estágio na [REDACTED], solicito a sua autorização para a recolha de imagem (fotografia e vídeo) e áudios do seu educando(a), da turma [REDACTED] do 4.º ano, no âmbito das atividades letivas do meu relatório de investigação que irei desenvolver durante o período de estágio. As imagens/vídeos e áudios realizados servirão, unicamente, para fins académicos estando a identidade e privacidade dos alunos assegurada.

A professora:



PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO:

Autorizo a recolha de imagens e áudios do(a) aluno(a)

Não autorizo.

Assinatura do Encarregado de Educação:

Formulário de Consentimento Informado

Escola: Escola Superior de Educação de Setúbal

Curso: Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1ºCiclo do Ensino Básico

Título do Estudo: O desenvolvimento da comunicação matemática no decorrer de investigações estatísticas

Nome da investigadora: Catarina Silva

Nome da/o Orientador/a: Joana Cabral

Eu, _____, Encarregado de Educação do aluno/a _____ declaro que me foi apresentada carta convite de participação do meu/minha filho/filha no estudo **“O desenvolvimento da comunicação matemática no decorrer de investigações estatísticas”**.

Mais declaro que me foram transmitidas verbalmente todas as informações acerca do estudo **“O desenvolvimento da comunicação matemática no decorrer de investigações estatísticas”**, que decorre no âmbito do Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º CEB da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal. Compreendo que a minha participação/ participação do meu/minha filho/filha é voluntária, não acarreta custos, vantagens ou desvantagens, e que tenho o direito a interromper, a qualquer momento, a minha participação no estudo, sem quaisquer penalizações, bem como forma de o fazer.

Mais declaro que compreendi que toda a informação fornecida e adquirida no âmbito deste projeto e que será: confidencial e anónima e utilizada apenas para fins de investigação científica do Mestrado.

Os resultados do estudo serão divulgados no âmbito da apresentação do Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1ºCiclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, nunca sendo os participantes identificados de forma individual. Eventualmente, os resultados poderão ser apresentados/publicados em conferências/revistas da especialidade, de forma agregada, garantindo a impossibilidade de individualizar as respostas de cada participante.

Declaro ter lido e compreendido este documento, bem como a informação patente na carta explicativa e as informações verbais que me foram fornecidas pela pessoa que abaixo assina.

Mais declaro que aceito participar/que o meu filho/filha participe neste estudo.

_____/_____/_____, _____
(Local) (data) (assinatura do participante e/ou do seu encarregado de educação)

_____/_____/_____, _____
(Local) (data) (assinatura da responsável do estudo)

Este documento será impresso em duplicado de forma a que o original seja anexado no processo de recolha de dados sendo o duplicado fornecido ao participante do estudo.