

**OSCILLATION CRITERIA FOR FIRST-ORDER LINEAR  
DIFFERENCE EQUATIONS WITH SEVERAL DELAY ARGUMENTS\***

**КРИТЕРІЇ ОСЦИЛЯЦІЇ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ РІЗНИЦЕВИХ  
РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ З ДЕКІЛЬКОМА ЗАПІЗНЕННЯМИ  
В АРГУМЕНТАХ**

**R. Koplatadze**

*Iv. Javakhishvili Tbilisi State Univ.  
University st., 2, Tbilisi, 0186, Georgia  
e-mail: r\_koplatadze@yahoo.com*

**S. Pinelas**

*Academia Militar, Departamento de Ciências Exactas e Naturais  
Av. Conde Castro Guimaraês, 2720-113, Amadora, Portugal  
e-mail: sandra.pinelas@gmail.com*

*The difference equation with delayed arguments*

$$\Delta u(k) + \sum_{i=1}^m p_i(k) u(\tau_i(k)) = 0$$

*is considered, where  $\Delta u(k) = u(k+1) - u(k)$ ,  $p_i : N \rightarrow R$ ,  $\tau_i : N \rightarrow N$ ,  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \tau_i(k) = +\infty$ ,  $i = 1, \dots, m$ . In the paper sufficient conditions are established for all proper solutions of the above equation to be oscillatory.*

*Розглянуто різницеве рівняння з запізненнями в аргументах*

$$\Delta u(k) + \sum_{i=1}^m p_i(k) u(\tau_i(k)) = 0,$$

*де  $\Delta u(k) = u(k+1) - u(k)$ ,  $p_i : N \rightarrow R$ ,  $\tau_i : N \rightarrow N$ ,  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \tau_i(k) = +\infty$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Знайдено достатні умови для того, щоб всі правильні розв'язки рівняння були осцилюючими.*

**1. Introduction.** The aim of this work is to study the difference equation

$$\Delta u(k) + \sum_{i=1}^m p_i(k) u(\tau_i(k)) = 0, \quad (1.1)$$

where  $\Delta u(k) = u(k+1) - u(k)$  and for  $1 \leq i \leq m$ ,

$$p_i : N \rightarrow R^+, \quad \tau_i : N \rightarrow N, \quad (1.2)$$

$$\tau_i(k) \leq k - 1 \quad \text{for } k \in N \quad \text{and} \quad \lim_{k \rightarrow +\infty} \tau_i(k) = +\infty. \quad (1.3)$$

---

\* The work was supported by the Sh. Rustaveli National Science Foundation (Grant No. 31/09).