



**TECNOLOGIA  
SETÚBAL**

ESCOLA SUPERIOR  
POLITÉCNICO SETÚBAL

Luís Filipe Gaspar  
Fernandes

**Controlo da Máquina Síncrona de  
Relutância com Trajetórias em  
Enfraquecimento de Campo**

Relatório de Dissertação do Mestrado em  
Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

**ORIENTADOR**

Doutor Armando José Pinheiro Marques Pires,  
ESTSetúbal/IPS

**CO-ORIENTADOR**

Doutor Victor Manuel de Carvalho Fernão Pires,

Dezembro/2025

Luís Filipe Gaspar  
Fernandes

**Controlo da Máquina Síncrona de  
Relutância com Trajetórias em  
Enfraquecimento de Campo**

**JÚRI**

*Presidente:* Doutor Daniel José Medronho  
Foito, ESTSetúbal/IPS

*Orientador:* Doutor Armando José Pinheiro  
Marques Pires, ESTSetúbal/IPS

*Arguente:* Doutor Armando José Leitão  
Cordeiro, ISEL/IPL

Dezembro/2025

# Agradecimentos

A conclusão deste mestrado representa não apenas o término de uma etapa académica, mas também o resultado de um esforço coletivo e do apoio incondicional de diversas pessoas. Gostaria de expressar a minha mais profunda gratidão a todos que contribuíram para a realização deste trabalho.

Em primeiro lugar, agradeço sinceramente ao meu orientador, Doutor Armando José Pinheiro Marques Pires, pela orientação precisa, pela disponibilidade contínua, e pelo incentivo ao longo de todo o processo de investigação. A sua experiência ao nível dos acionamentos eletromecânicos, e dedicação, foram fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação.

Agradeço também ao meu coorientador, Doutor Victor Manuel de Carvalho Fernão Pires, pela dedicação, e pelas valiosas sugestões a nível da eletrónica de potência e controlo digital, que contribuíram significativamente para a qualidade deste trabalho.

Sou grato a todos os docentes da Escola Superior de Tecnologia de Setúbal (ESTS) do Instituto Politécnico de Setúbal (IPS). O conhecimento transmitido, e vontade em ensinar, foram essenciais para o meu crescimento profissional e pessoal ao longo do meu percurso académico, que teve início no CTeSP de Veículos Elétricos entre 2017 e 2019, passou pela licenciatura em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores em 2019-2022, e que finalizou com este Mestrado em 2023-2025.

À minha esposa, Carolina Fernandes, agradeço pela paciência, pelo apoio emocional e por estar ao meu lado nos momentos mais difíceis, mas acima de tudo, por ter carregado toda a responsabilidade sozinha, e não me ter tido a seu lado como eu gostaria. A tua presença foi fundamental para manter o equilíbrio e a motivação necessária para concluir este mestrado.



# Resumo

O presente trabalho centra-se no estudo e implementação de técnicas de controlo em enfraquecimento de campo para máquinas síncronas de relutância (SynRM), com especial foco na integração do controlo vetorial clássico e na avaliação da sua operação quando alimentada por diferentes topologias de conversores. A motivação surge da crescente procura por alternativas às máquinas de indução e de ímanes permanentes, e da necessidade de explorar soluções de controlo capazes de garantir desempenho estável numa gama alargada de velocidades.

Para atingir estes objetivos, propôs-se um acionamento, com o desenvolvimento do modelo dinâmico da SynRM no referencial síncrono com o rotor, e implementou-se uma estratégia de *Field-Oriented Control* (FOC) capaz de integrar as trajetórias MTPA, FW e MTPV, incluindo algoritmos de transição entre trajetórias e inversão de marcha. Avaliou-se ainda o desempenho do sistema com inversor trifásico clássico (VSI) e inversor duplo de fonte única (DVSI), bem como a influência de técnicas de modulação, nomeadamente THI-SPWM com injeção *min-max* de terceira harmónica, na maximização da tensão aplicada e na extensão da velocidade de operação.

Os resultados demonstram que o controlo vetorial adaptado mantém coerência com a teoria, reproduzindo relações corretas entre correntes, fluxos e ângulos de carga, e permite realizar acelerações significativas, inversões de marcha e alterações abruptas de binário de referência de forma robusta. O DVSI mostrou vantagens claras sobre o VSI, permitindo maiores tensões aplicadas, ampliando a faixa de operação estável e elevando a velocidade máxima alcançável. A modulação THI-SPWM complementa o desempenho, prolongando a operação estável nas regiões de enfraquecimento de campo.

Por fim, o estudo abre caminhos para trabalhos futuros, incluindo implementação experimental, modelação mais rigorosa da máquina, aprimoramento do algoritmo de transição entre trajetórias, exploração de modulações adicionais e avaliação de estratégias avançadas de controlo.

**Palavras-chave:** Máquina Síncrona de Relutância, Controlo por Orientação de Campo, Enfraquecimento de Campo, Trajetórias de Corrente, Comparação de Inversores.



# Abstract

This work focuses on the study and implementation of field-weakening control techniques for Synchronous Reluctance Machines (SynRM), with particular emphasis on the integration of classical vector control and the evaluation of its operation when supplied by different converter topologies. The motivation arises from the growing demand for alternatives to induction and permanent magnet machines, as well as the need to explore control solutions capable of ensuring stable performance across an extended speed range.

To achieve these objectives, a drive system was proposed, involving the development of SynRM model in the rotor-aligned synchronous reference frame, and the implementation of a Field-Oriented Control (FOC) strategy capable of integrating MTPA, FW, and MTPV trajectories, including algorithms for trajectory transitions and direction reversal. The performance of the system was also evaluated using both a conventional three-phase inverter (VSI) and a dual-source inverter (DVSI), as well as the influence of modulation techniques, namely THI-SPWM with third-harmonic min-max injection, on maximizing the applied voltage and extending the operational speed range.

The results demonstrate that the adapted vector control maintains consistency with theory, accurately reproduces the relationships between currents, fluxes, and load angles, and enables significant accelerations, direction reversals, and abrupt changes in reference torque in a robust manner. The DVSI showed clear advantages over the VSI, allowing higher applied voltages, expanding the stable operating range, and increasing the maximum achievable speed. THI-SPWM modulation complements the performance by prolonging stable operation in the field-weakening regions.

Finally, the study opens avenues for future work, including experimental implementation, more rigorous machine modeling, refinement of the trajectory transition algorithm, exploration of additional modulation techniques, and evaluation of advanced control strategies.

**Keywords:** Synchronous Reluctance Machine, Field-Oriented Control, Field Weakening, Current Trajectories, Inverter Comparison.



# Índice

|                                                                         |      |
|-------------------------------------------------------------------------|------|
| Agradecimentos .....                                                    | iii  |
| Resumo.....                                                             | v    |
| Abstract.....                                                           | vii  |
| Índice .....                                                            | ix   |
| Lista de figuras.....                                                   | xi   |
| Lista de Tabelas.....                                                   | xiii |
| Lista de Siglas e Acrónimos.....                                        | xiv  |
| 1 Introdução .....                                                      | 1    |
| 1.1 Motivação.....                                                      | 1    |
| 1.2 Objetivos .....                                                     | 1    |
| 1.3 Estrutura do trabalho .....                                         | 2    |
| 2 Enquadramento histórico .....                                         | 4    |
| 2.1 Máquinas de relutância no contexto global .....                     | 4    |
| 2.2 Contributos de investigação da ESTS em máquinas de relutância ..... | 5    |
| 2.3 Controlo de máquinas de corrente alternada .....                    | 6    |
| 3 Princípio de funcionamento da SynRM .....                             | 8    |
| 3.1 Modelo matemático.....                                              | 8    |
| 3.2 Relações vetoriais.....                                             | 13   |
| 3.3 Regiões de funcionamento .....                                      | 15   |
| 4 Modelação do acionamento proposto para a SynRM .....                  | 20   |
| 4.1 Arquitetura geral .....                                             | 20   |
| 4.2 <i>Field-Oriented Control</i> em enfraquecimento de campo.....      | 22   |
| 4.2.1 Formulação base do FOC.....                                       | 22   |
| 4.2.2 Delimitação de trajetórias de corrente <i>is</i> .....            | 24   |
| 4.2.3 Integração de trajetórias de corrente <i>is</i> no FOC.....       | 27   |
| 4.2.4 Algoritmo de transição e adição da inversão de marcha .....       | 29   |
| 4.3 Inversor duplo de fonte única .....                                 | 31   |

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| 4.4 Modulador <i>Third-Harmonic Injection SPWM</i> .....          | 33 |
| 4.4.1 Formulação base do THI-SPWM .....                           | 34 |
| 4.4.2 THI-SPWM aplicado ao DVSI de fonte única .....              | 37 |
| 5 Resultados .....                                                | 39 |
| 5.1. Trajetórias .....                                            | 39 |
| 5.1.1. Transição.....                                             | 39 |
| 5.1.2 Relação de correntes $idq$ .....                            | 43 |
| 5.2 Controlo em enfraquecimento de campo.....                     | 44 |
| 5.2.1 Controlo de velocidade .....                                | 44 |
| 5.2.2 Inversão de marcha.....                                     | 47 |
| 5.2.3 Inserção de binário.....                                    | 49 |
| 5.3 Comparação entre VSI e DVSI .....                             | 51 |
| 5.3.1 VSI e DVSI com $V_{om} = V_{dc2}, V_{dc2}$ .....            | 51 |
| 5.3.2 VSI e DVSI com $V_{om} = V_{dc2}, V_{dc}$ .....             | 55 |
| 6 Conclusões e Trabalho Futuro .....                              | 60 |
| Referências.....                                                  | 62 |
| Anexo A: Tipologias de rotor aplicáveis à SynRM .....             | 68 |
| Anexo B: Simulação de relações vetoriais da SynRM em Python ..... | 70 |
| Anexo C: <i>Direct Torque Control</i> .....                       | 71 |
| Anexo D: <i>Space-Vector PWM</i> .....                            | 73 |

# Lista de figuras

|                                                                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Máquinas de relutância comutada e síncrona. Retirado de [10].                                                                              | 4  |
| Figura 2 – Número de publicações sobre a SynRM na década de 2010. Retirado de [11].                                                                   | 5  |
| Figura 3 – Máquina síncrona de relutância com eixos abc e dq. Retirado de [38].                                                                       | 10 |
| Figura 4 – Circuitos do estator da SynRM trifásica num referencial síncrono com a posição do rotor [37].                                              | 11 |
| Figura 5 - Linhas de fluxo magnético que atravessam o rotor da SynRM: (a) alinhadas com eixo-d; (b) alinhadas com eixo-q [43].                        | 13 |
| Figura 6 – Diagrama vetorial de uma máquina de pólos salientes (relações equivalentes às da SynRM) num determinado ponto de funcionamento [37], [40]. | 14 |
| Figura 7 - Relação entre $\cos \varphi$ e ângulos de carga $\delta$ s e do vetor da corrente $\kappa$ . Simulado a partir do Anexo B.                 | 15 |
| Figura 8 - Regiões de funcionamento da SynRM. Retirado de [40], [47].                                                                                 | 16 |
| Figura 10 – Diagrama simplificado do sistema SynRM com controlo em enfraquecimento de campo e inversor duplo de fonte única.                          | 21 |
| Figura 11 - Diagrama do FOC clássico para a SynRM [50].                                                                                               | 23 |
| Figura 12 – Trajetórias das correntes de referência para a SynRM [52].                                                                                | 25 |
| Figura 13 – FOC com trajetórias MTPA, FW, e MTPV, e sentido de marcha para inversão.                                                                  | 27 |
| Figura 14 – Diagrama de blocos do cálculo dos ângulos de referência $\kappa^*$ para cada trajetória.                                                  | 28 |
| Figura 15 – Diagrama de blocos do cálculo das correntes de referência $idq^*$ em função do valor absoluto do binário de referência $Te^*$ .           | 29 |
| Figura 16 – Algoritmo de escolha das trajetórias MTPA, FW e MTPV. Retirado de [52].                                                                   | 30 |
| Figura 17 – Algoritmo de transição com inversão de marcha.                                                                                            | 31 |
| Figura 18 – Inversor trifásico clássico.                                                                                                              | 32 |
| Figura 19 – Inversor trifásico duplo de fonte única.                                                                                                  | 33 |
| Figura 20 – Diagrama de blocos da técnica SPWM. Retirado de [62].                                                                                     | 34 |
| Figura 21 – Sinais constituintes da técnica SPWM. Retirado de [64].                                                                                   | 35 |
| Figura 22 - Sinais modulantes da técnica THI-SPWM comparados com as referências. Retirado de [66].                                                    | 36 |
| Figura 23 – Diagrama de blocos da técnica THI-SPWM através do cálculo da tensão homopolar. Retirado de [66].                                          | 36 |
| Figura 24 – Modulador THI-SPWM para DVSI de fonte única.                                                                                              | 38 |
| Figura 25 - Trajetórias com degrau de referência de 9000 rpm em vazio. Modelo matemático.                                                             | 41 |
| Figura 26 - Trajetórias com degrau de referência de 9000 rpm em vazio. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.                               | 42 |

|                                                                                                                                                                                                                                                            |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 27 – (a): Evolução das grandezas da SynRM quando sujeita a uma rampa de 25 Hz/s de referência até 300 Hz, e 7,6 N.m/s de binário de carga até 18,05 N.m (b): Relação das correntes $i_{dq}$ nas trajetórias MTPA, FW e MTPV. Modelo matemático..... | 43 |
| Figura 28 – Relação das correntes $i_{dq}$ nas trajetórias MTPA, FW e MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                                                                          | 44 |
| Figura 29 - Alteração de velocidade de referência em FW. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                                                                                             | 46 |
| Figura 30 – Inversão de marcha. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                                                                                                                      | 48 |
| Figura 31 - Inserções de binário em FW e MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                                                                                                       | 50 |
| Figura 32 – Evolução da amplitude máxima do sinal de referência e da tensão simples ao longo das trajetórias MTPA, FW e MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                        | 52 |
| Figura 33 – Três ciclos de sinal modulante, terceira harmónica, sinal de referência, e tensões simples, em MTPA. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                                     | 53 |
| Figura 34 - Três ciclos de sinal modulante, terceira harmónica, sinal de referência, e tensões simples, em FW. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.....                                                                                        | 54 |
| Figura 35 - Três ciclos de sinal modulante, terceira harmónica, sinal de referência, e tensões simples, em MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única. ....                                                                                     | 55 |
| Figura 36 - Evolução da amplitude máxima do sinal de referência e da tensão simples ao longo das trajetórias MTPA, FW e MTPV. (a): Modelo DVSI de fonte única com $v_{om} = V_{dc}2$ (b): Modelo DVSI de fonte única com $v_{om} = v_{dc}$ . ....          | 56 |
| Figura 37 - Três ciclos de sinal modulante, terceira harmónica, sinal de referência, e tensões simples em FW. (a): Modelo DVSI de fonte única com $v_{om} = V_{dc}2$ (b): Modelo DVSI de fonte única com $v_{om} = v_{dc}$ .....                           | 57 |
| Figura 38 - Exemplos de geometrias de rotores de quatro polos usadas em SynRM, ilustrando diferentes estratégias para gerar saliência magnética. Retirado de [37]. ....                                                                                    | 69 |
| Figura 39 – Compromissos entre elementos assistentes e saliência necessária para gerar binário de relutância. Retirado de [68]. ....                                                                                                                       | 69 |
| Figura 40 – Diagrama do DTC clássico [69]. ....                                                                                                                                                                                                            | 71 |
| Figura 41 – Diagrama de vetores de tensão VSI com vetor de referência e vetores do plano $\alpha\beta0$ . Retirado de [57]. ....                                                                                                                           | 75 |
| Figura 42 – Vetor de referência a variar consoante a relação temporal dos vetores de tensão aplicados. Retirado de [70]. ....                                                                                                                              | 76 |
| Figura 43 – Diagrama temporal da sequência simétrica dos vetores de tensão aplicados no primeiro setor de um VSI. Retirado de [70]. ....                                                                                                                   | 76 |

# Lista de Tabelas

|                                                                                                                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Parâmetros da máquina SynRM e especificações dos inversores utilizados.....                                                                                                            | 21 |
| Tabela 2 – Valores iniciais de parâmetros dos controladores PI (baseados no método de amplitude ótima para os controladores de corrente), e valores finais após ajustes feitos em simulação. .... | 24 |
| Tabela 3 – Comparação das grandezas da modulação entre VSI ( $v_{om} = V_{dc2}$ ), DVSI ( $v_{om} = V_{dc2}$ ) e DVSI ( $v_{om} = v_{dc}$ ), ao longo das trajetórias MTPA, FW e MTPV. ....       | 58 |
| Tabela 4 – Tabela de vetores de tensão ótimos de comutação [69]. ....                                                                                                                             | 72 |
| Tabela 5 – Vetores de tensão aplicados ao motor com um VSI. Retirado de [62], [70]. ....                                                                                                          | 73 |
| Tabela 6 – Exemplos de dois cenários de modulação SVPWM quando o vetor de referência não é ideal ou sobreposto a um vetor espacial comum.....                                                     | 77 |

# Lista de Siglas e Acrónimos

|          |                                                     |
|----------|-----------------------------------------------------|
| AHB      | <i>Asymmetric Half-Bridge</i>                       |
| DFOC     | <i>Direct Field-Oriented Control</i>                |
| DFVC     | <i>Direct Flux Vector Control</i>                   |
| DTC      | <i>Direct Torque Control</i>                        |
| DVSI     | <i>Dual Voltage-Source Inverter</i>                 |
| FCEM     | Força Contra-Eletromotriz                           |
| FEM      | Força Eletromotriz                                  |
| FOC      | <i>Field-Oriented Control</i>                       |
| FW       | <i>Field Weakening</i>                              |
| IFOC     | <i>Indirect Field-Oriented Control</i>              |
| MPC      | <i>Model Predictive Control</i>                     |
| MPDTC    | <i>Model Predictive Direct Torque Control</i>       |
| MTPA     | <i>Maximum Torque per Ampere</i>                    |
| MTPV     | <i>Maximum Torque per Voltage</i>                   |
| NPC      | <i>Neutral-Point-Clamped</i>                        |
| NPC-AHB  | <i>Neutral-Point-Clamped Asymmetric Half-Bridge</i> |
| PWM      | <i>Pulse-Width Modulation</i>                       |
| SMC      | <i>Sliding-Mode Control</i>                         |
| SRG      | <i>Switched Reluctance Generator</i>                |
| SRM      | <i>Switched Reluctance Motor</i>                    |
| SVPWM    | <i>Space-Vector Pulse-Width Modulation</i>          |
| SynRM    | <i>Synchronous Reluctance Motor</i>                 |
| THI-SPWM | <i>Third-Harmonic-Injection Sinusoidal PWM</i>      |
| VSI      | <i>Voltage-Source Inverter</i>                      |

## Capítulo 1

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação

A motivação para o desenvolvimento deste trabalho surge da necessidade de aprofundar o estudo do acionamento para a máquina síncrona de relutância, que, apesar do interesse crescente, permanece consideravelmente menos explorada do que as máquinas de indução ou de ímanes permanentes, sobretudo no que diz respeito ao funcionamento em enfraquecimento de campo e à integração de estratégias de controlo avançado. A ausência de ímanes permanentes, associada à crescente pressão económica sobre o custo e disponibilidade das terras raras, tem colocado a SynRM como uma alternativa tecnicamente robusta e industrialmente apelativa, justificando a procura por soluções de controlo que permitam explorar de forma eficiente a sua operação a velocidades elevadas.

Ainda assim, a literatura existente, tende a apresentar abordagens centradas em pontos ótimos isolados ou em análises a constituintes isolados do acionamento, deixando em aberto a necessidade de avaliar soluções completas que combinem controlo vetorial, trajetórias eficientes de operação, algoritmos de transição entre regiões, e a sua interação com diferentes conversores. Por estas razões, e, pela possibilidade de reforçar o contributo da ESTS no estudo das máquinas de relutância, justifica-se a necessidade de explorar abordagens de controlo capazes de garantir desempenho estável numa gama alargada de velocidades, integrando técnicas de operação em enfraquecimento de campo e avaliando o seu comportamento quando aplicadas a diferentes topologias de conversores.

## 1.2 Objetivos

A partir das motivações anteriormente apresentadas, e atendendo à escassez de estudos que integrem de forma consistente estratégias de controlo em enfraquecimento de campo aplicadas à SynRM, definem-se os objetivos deste trabalho de modo a combater algumas das lacunas identificadas na literatura. Em particular, observa-se que uma quantidade considerável das contribuições existentes, abordam trajetórias como pontos de operação isolados [1], [2], [3], [4], não considerando a geração de correntes de referência a partir do binário de referência. Do mesmo modo, os estudos que envolvem o inversor duplo de fonte única permanecem essencialmente focados em topologias ou análises comparativas, sendo rara a sua aplicação a máquinas síncronas de relutância [5], [6], [7], [8] e inexistentes os trabalhos que combinam DVSI de fonte única com controlo vetorial em enfraquecimento de campo.

Neste enquadramento, os objetivos definidos procuram explorar soluções simples e bem estabelecidas para outras máquinas, mas pouco testadas com a SynRM, permitindo avaliar a viabilidade e o desempenho da máquina quando sujeita a diferentes condições de operação e a diferentes topologias de conversor. Assim, o presente trabalho tem como objetivo estudar, simular e analisar técnicas de controlo em enfraquecimento de

campo para a SynRM, recorrendo ao *Field-Oriented Control* e a trajetórias de operação, avaliando também a sua interação com topologias de conversor distintas.

Desta forma, estabelecem-se os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver o modelo dinâmico da SynRM no referencial síncrono com o rotor, servindo de base ao esquema de controlo adotado;
- Aplicar o esquema de controlo vetorial clássico ao acionamento proposto da SynRM, estendendo-o à operação em enfraquecimento de campo através das trajetórias FW e MTPV;
- Implementar o cálculo contínuo das correntes de referência  $i_{dq}^*$  a partir do binário de referência  $T_e^*$ , integrando um algoritmo de transição entre trajetórias com inversão de marcha;
- Avaliar o desempenho do acionamento quando alimentado por duas topologias de conversores, VSI e DVSI de fonte única, verificando como a topologia influencia a operação em diferentes regiões de velocidade;
- Analisar o comportamento do acionamento sob condições dinâmicas, incluindo inversão de marcha e inserção de binário, de modo a validar a robustez do sistema.

Desta forma, é possível estudar o sistema de controlo vetorial clássico com trajetórias de enfraquecimento de campo quando aplicado à SynRM e um conversor *Dual Voltage Source Inverter*, de modo a validar a escolha dos constituintes antes de uma implementação experimental.

## 1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está organizado de forma a conduzir o leitor desde a contextualização teórica até à análise detalhada dos resultados do sistema proposto, garantindo uma progressão lógica entre a fundamentação, a modelação e a avaliação do desempenho do acionamento da SynRM. Encontra-se então estruturado da seguinte forma:

- No Capítulo 2, apresenta-se o enquadramento histórico das máquinas de relutância, destacando o seu papel no contexto global e os contributos de investigação desenvolvidos na ESTS. Este capítulo inclui ainda uma revisão dos métodos de controlo de máquinas de corrente alternada, fornecendo a base teórica necessária para os capítulos subsequentes.
- O Capítulo 3 aborda o princípio de funcionamento da SynRM, iniciando pelo modelo matemático no referencial síncrono e detalhando as relações vetoriais entre correntes, fluxos e ângulos de carga. São ainda analisadas as diferentes regiões de funcionamento, com especial atenção aos limites operacionais, evolução das potências e do fator de potência, estabelecendo os parâmetros essenciais para o controlo do acionamento.
- No Capítulo 4, descreve-se a modelação do acionamento proposto. Inicialmente apresenta-se a arquitetura geral do sistema, seguida da implementação do *Field-Oriented Control* (FOC) adaptado ao enfraquecimento de campo, incluindo a formulação base, a delimitação e integração das trajetórias de corrente, bem como o algoritmo de transição com inversão de marcha. São ainda detalhadas as topologias de conversores aplicadas, nomeadamente o inversor duplo de fonte única (DVSI), e as técnicas de modulação utilizadas, com destaque para o THI-SPWM aplicado ao DVSI.
- O Capítulo 5 concentra-se nos resultados obtidos em simulação, evidenciando o comportamento das trajetórias, as transições entre MTPA, FW e MTPV, e a coerência das relações de correntes e fluxos.

São apresentados ensaios de controlo de velocidade, inversão de marcha e inserção de binário, bem como uma comparação detalhada entre as topologias VSI e DVSI em diferentes condições de tensão, avaliando o impacto na faixa de operação estável e na velocidade máxima alcançável.

- Finalmente, o Capítulo 6 sintetiza as conclusões do estudo, destacando as principais contribuições do trabalho e a validação do controlo vetorial em enfraquecimento de campo aplicado à SynRM. São também propostas linhas de investigação futura, incluindo implementação experimental, modelação avançada da máquina, aperfeiçoamento do algoritmo de transição e exploração de estratégias de controlo avançadas.

## Capítulo 2

# 2 Enquadramento histórico

O presente capítulo tem como objetivo contextualizar historicamente as máquinas de relutância, tanto globalmente, como no trabalho desenvolvido por um grupo de investigadores associados à Escola Superior de Tecnologia de Setúbal (ESTS). Para tal, descrevem-se os marcos tecnológicos que tornaram as máquinas de relutância viáveis, bem como os contributos realizados por este grupo, que consiste em trabalhos experimentais e teóricos sobre modelação, e integração de conversores aplicados à máquina de relutância comutada, ou SRM. Por fim, abordam-se os avanços determinantes nas técnicas de controlo aplicadas às máquinas de corrente alternada que serviram como base para esta dissertação.

## 2.1 Máquinas de relutância no contexto global

As máquinas de relutância surgem entre as primeiras tentativas de conversão eletromecânica, com registos datados de 1839, quando Robert Davidson desenvolveu uma máquina de relutância comutada, ou SRM [9]. Décadas mais tarde, nos anos 1920 [10], [11], surgiram as primeiras máquinas síncronas de relutância, ou SynRM, embora com um desempenho bastante limitado face aos motores de indução da época. Quando comparadas, a SRM possui polos salientes tanto no rotor como no estator, enquanto a SynRM tem como base o estator da máquina de indução, e um rotor cilíndrico com caminhos de fluxo acentuados como se pode verificar na Figura 1. Estas diferenças construtivas refletem-se na excitação pulsada e binário descontínuo para a SRM, levando a oscilações de binário elevadas e ruído acústico elevado, que, na SynRM não se manifestam tanto devido à presença de um campo girante com correntes sinusoidais e à estrutura cilíndrica do rotor [10].

**Switched Reluctance (SRM) Synchronous Reluctance (SynRM)**

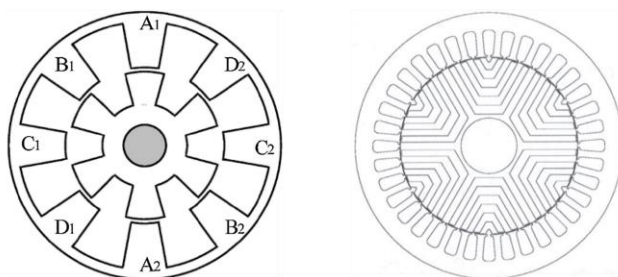


Figura 1 – Máquinas de relutância comutada e síncrona. Retirado de [10].

Durante grande parte do século XX, a ausência de eletrónica de potência controlável impediu que a SRM e a SynRM tivessem aplicação prática mais abrangente. Apenas com a chegada dos variadores de velocidade na década de 1980 é que estas máquinas voltaram a despertar interesse na indústria. No entanto, esse avanço não foi suficiente para garantir uma adoção significativa, uma vez que, nessa mesma época, o surgimento dos ímanes permanentes de terras-raras tornaram as PMSM a principal alternativa aos motores de indução. Foi

apenas com o aumento acentuado dos preços das terras-raras por volta de 2010 que estas máquinas voltaram a ser encaradas como uma opção tecnicamente e economicamente viável. Este episódio, ainda que temporário, impulsionou o desenvolvimento das tecnologias de controlo associadas às máquinas de relutância sem recurso a ímanes permanentes. Desde o referido aumento do preço das terras-raras, o número de publicações científicas dedicadas à SynRM tem vindo a crescer, como ilustrado na Figura 2, o que demonstra o interesse académico por esta máquina [10], [11].

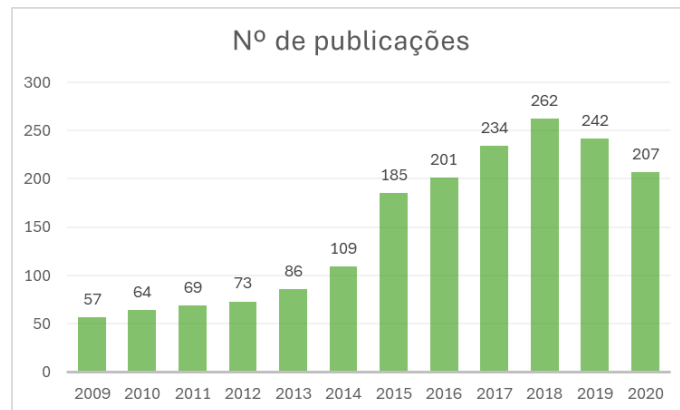


Figura 2 – Número de publicações sobre a SynRM na década de 2010. Retirado de [11].

## 2.2 Contributos de investigação da ESTS em máquinas de relutância

Devido ao potencial das máquinas de relutância em serem alternativas viáveis de baixo custo face às máquinas convencionais, a Escola Superior de Tecnologia de Setúbal do Instituto Politécnico de Setúbal tem vindo, a realizar diversos trabalhos de investigação envolvendo a SRM. Em 2005, abordam-se as características geométricas da máquina com ênfase no modelo magnético, visando obter as relações entre os fluxos ligados, as correntes do estator, e a posição do rotor, através da modelação de elementos finitos, ou FEM, cujos resultados são comparados com os obtidos experimentalmente [12]. Mais tarde, em 2011, com o intuito de melhorar o desempenho dinâmico da SRM quando em modo de gerador, ou SRG, foram definidos critérios de redução de oscilações de binário baseados nos parâmetros construtivos e simetrias geométricas da máquina [13].

No mesmo âmbito, surgem dois estudos em 2015, o primeiro, centra-se na modelação da máquina, nomeadamente na formulação de modelos em escala de geradores de relutância para aplicações de baixa velocidade e energia renovável, como turbinas eólicas de acionamento direto [14], o segundo foca-se na implementação de estratégias de controlo de posição angular baseadas no controlo por modos de deslizamento, ou *Sliding-Mode Control*, para SRMs de 8 polos salientes no estator e 6 no rotor [15]. Mais tarde, foi explorada a deteção não-sensorial, ou *sensorless*, da posição do rotor através de técnicas de modulação em frequência, permitindo reduzir a complexidade do sistema através da redução do número de sensores utilizados [16].

Seguindo esta linha de investigação, entre 2020 e 2024, os esforços foram canalizados para o estudo dos conversores de potência e a sua integração com a SRM, focando especificamente uma das maiores fragilidades desta máquina que são as falhas nos semicondutores do conversor. Algumas das abordagens foram o desenvolvimento de uma topologia de ponto neutro fixado, ou NPC, de cinco níveis que minimiza a degradação através da inversão da corrente de excitação [17], e a implementação de uma topologia de meia-ponte assimétrica de ponto neutro fixado, ou NPC-AHB, com capacidade de tolerar falhas de curto-circuito e circuito-aberto [18], servindo como base para o controlador com método de diagnóstico de falhas baseado na teoria da entropia [19], [20]. Houve também o interesse em aplicar as topologias multi-nível e AHB à SRM, no contexto de sistemas pertinentes atualmente, como a bombagem de água alimentada por painéis fotovoltaicos, utilizando o conversor *Boost* DC-DC quadrático de três níveis [21], o conversor de cinco níveis com capacidade de tolerância a falhas [22], e o conversor multi-nível com número reduzido de semicondutores [23]. Neste período, de modo a consolidar a base teórica e algum do trabalho desenvolvido, compôs-se a revisão do estado da arte das topologias utilizadas nos conversores aplicados à SRM [24].

### 2.3 Controlo de máquinas de corrente alternada

O controlo de máquinas de corrente alternada surgiu em 1930's [25], [26], ainda que pouco eficiente e com fraca resposta dinâmica. Apenas com a introdução dos comutadores de potência de silício nos anos 50 é que se tornou possível controlar as tensões e correntes de forma mais precisa, especialmente com a introdução da modulação de largura de pulso, ou PWM, em 1964, promovendo o desenvolvimento de variadores de velocidade para máquinas de corrente alternada. Em 1968, surge o primeiro controlo por orientação de campo indireto (*sem recurso a sensores para calcular o fluxo*), ou IFOC, desenvolvido por Karl Hasse da Universidade Técnica de Darmstadt, e em 1971 o FOC direto, ou DFOC, desenvolvido por Felix Blaschke então engenheiro da Siemens AG [27], que vieram combater a fraca resposta dinâmica do controlo escalar. Estes, apenas começaram a ser comercializados nos variadores de velocidade pela Toshiba, em 1979, e desde então têm sido a base da indústria e de novas metodologias de controlo. Em 1986 foi desenvolvido o controlo direto de binário, ou DTC, pela Brown, Boveri & Company, que mais tarde viria a ser ABB, cujo objetivo era reduzir o esforço computacional do FOC através do controlo *bang-bang* proporcionado pelos comparadores de histerese.

No caso da SynRM, os tipos de controlo mais utilizados são semelhantes aos das restantes máquinas de corrente alternada, com algumas diferenças nas técnicas de arranque, que requerem uma complexidade superior devido à falta de enrolamentos amortecedores e ímanes permanentes. No que se refere aos tipos de controlo clássico em aplicações não industriais, os mais utilizados são os vetoriais como o DTC e o FOC, que tendem a não se cruzar na implementação devido às suas características, tais como a rapidez de resposta e simplicidade do DTC para velocidades até valores nominais, e a precisão em regime estacionário do FOC para as velocidades acima da nominal. Esta divergência dá-se principalmente pelo facto do DTC ser mais oscilatório que o FOC, o que para velocidades elevadas se torna mais evidente, dificultando a mitigação na máquina síncrona devido à elevada sensibilidade a perturbações [8].

Existem outros tipos de controlo não convencionais para máquinas de corrente alternada, que, ou possuem uma complexidade elevada, ou são derivados dos dois controlos vetoriais clássicos. Os controlos preditivos, como o nome indica, tentam prever o comportamento futuro da máquina e antecipam a utilização de vetores de tensão para que se possam atingir diversos fins: como o controlo de corrente com recurso a funções de custo para reduzir a frequência de comutação [28], ou a redução de oscilações de corrente e binário através da utilização de tabelas das perdas no ferro e dos coeficientes de auto-indução dos eixos-dq [29], ou até mesmo a redução de esforço computacional e de comutação, onde são utilizados apenas quatro dos oito vetores possíveis de um VSI [30]. O estudo feito em [31], indica também que o controlo preditivo mais usual é o *Model Predictive Direct Torque Control* (MPDTC), que combina a simplicidade e rapidez do DTC clássico com a capacidade de prever o vetor de comutação mais adequado a cada instante. Esta abordagem permite reduzir significativamente as oscilações de binário e de corrente inerentes ao DTC convencional.

Outro tipo de controlo não convencional amplamente investigado é o *Fuzzy Logic*, e a variante *Fuzzy Adaptativo* [32], [33], [34]. Ambos se baseiam no conhecimento do ser-humano sobre o comportamento do sistema: o Fuzzy clássico segue regras previamente definidas para um conjunto limitado de pontos de operação, enquanto o Fuzzy Adaptativo ajusta continuamente as suas regras com base nos dados históricos da máquina e no desempenho observado.

## Capítulo 3

# 3 Princípio de funcionamento da SynRM

O presente capítulo descreve o modelo eletromagnético da máquina síncrona de relutância, estabelecendo as relações fundamentais entre correntes, fluxos, tensões e binário no referencial síncrono. São definidos os modelos de fluxos e de coenergia, bem como as expressões do binário eletromagnético e da dinâmica elétrica nos eixos-dq. Pretende-se clarificar o impacto das saliências, do ângulo de carga e da orientação das correntes no comportamento global da máquina, facilitando a compreensão dos compromissos inerentes à operação em regimes de velocidade elevada e em enfraquecimento de campo.

## 3.1 Modelo matemático

O modelo matemático da SynRM trifásica pode ser desenvolvido analisando os circuitos do estator, à semelhança do que é feito com a máquina de indução trifásica, levando à matriz característica presente na expressão (1) [35], [36], [37].

$$u_{abc} = r_s i_{abc} + L_{abc} \frac{d}{dt} i_{abc} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = r_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

De modo a realizar a análise da máquina com o modelo clássico, é necessário que haja uma simplificação, tanto na interdependência dos enrolamentos, como das próprias grandezas. Por esta razão, surge a aplicação da transformada de *Park* [35], [36], [37], que permite analisar o modelo num referencial síncrono com o rotor, ou rotórico, envés de estacionário no estator. A troca de referencial permite analisar a máquina a partir das duas posições principais do rotor, a de menor relutância no eixo direto, ou eixo-d, e a de maior relutância no eixo em quadratura, ou eixo-q.

De modo a realizar a mudança de referencial, aplica-se a transformada de *Clarke*  $abc - \alpha\beta 0$  que reduz o número de fases do sistema para duas, admitindo que a máquina é equilibrada (soma das tensões  $abc$  igual a zero em cada instante). E, para que se mantenha invariante o valor da potência global do sistema com esta transformação, utiliza-se a expressão (2). De seguida aplica-se a transformada  $\alpha\beta 0 - dq0$  com a expressão (3), que utiliza uma posição angular  $\theta$  para o novo referencial. O produto das duas transformadas resulta na transformada de *Park*  $abc - dq0$  e na sua inversa, presentes nas expressões (4) e (5) respetivamente.

$$T_{abc-\alpha\beta 0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_{\alpha\beta 0-dq0} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_{abc-dq0} = T_{abc-\alpha\beta 0} \cdot T_{\alpha\beta 0-dq0} \leftrightarrow$$

$$T_{abc-dq0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$T_{abc-dq0}^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

No referencial rotórico, a velocidade do rotor  $\omega_r$  e as grandezas do estator  $u_{abc}$ ,  $i_{abc}$  encontram-se relacionadas através da posição angular mecânica do rotor  $\theta_r$  como indica a Figura 3. Quando esta é multiplicada pelo número de pares de pólos, irá equivaler à posição angular elétrica do rotor, ou seja, a posição do campo magnético girante produzido pelo estator  $\theta_s$ .

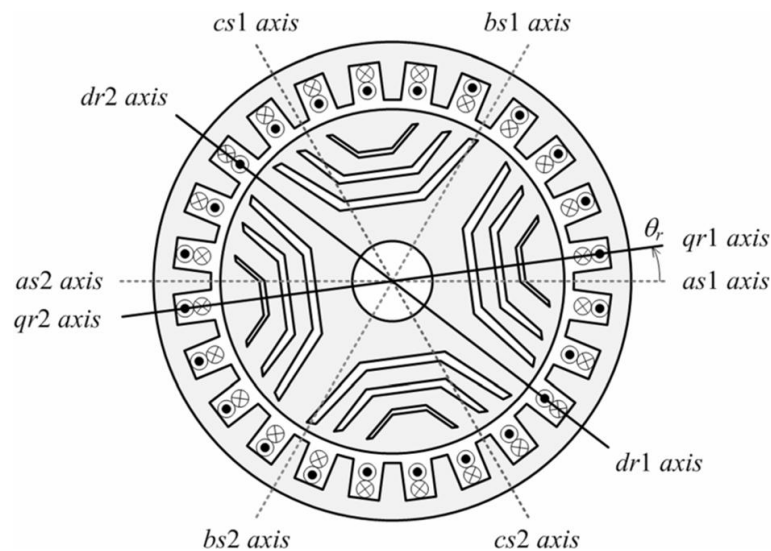


Figura 3 – Máquina síncrona de relutância com eixos abc e dq. Retirado de [38].

Ao aplicar a lei geral de indução aos circuitos do estator com a expressão (1), e, de seguida, transformá-los com a transformada de *Park* da expressão (4) com a posição angular elétrica do rotor  $\theta_s$ , obtêm-se as equações representativas das quedas de tensão presentes nos enrolamentos do estator quando sujeitos a uma tensão de alimentação  $u_{abc}$  transformada em  $u_{dq}$  [37], [39], [40]. Surgem deste modo as expressões (6) e (7), constituídas primeiramente pelo termo  $R_s i_{dq}$ , que equivale à queda de tensão resistiva dos enrolamentos, o segundo termo,  $\frac{d\psi_{dq}}{dt}$ , representativo da força-eletromotriz induzida pela variação do fluxo, e por último, o termo  $\omega_s \psi_{dq}$ , que diz respeito ao acoplamento cruzado dos eixos-dq proveniente da rotação da máquina, e representativo da FCEM, ou força-contra-eletromotriz.

$$u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_s \psi_q \quad (6)$$

$$u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_s \psi_d \quad (7)$$

Onde  $u$ ,  $i$ , e  $\psi$ , são a tensão, corrente e fluxo aplicados aos enrolamentos do estator quando referenciados ao rotor,  $R_s$  é a resistência dos enrolamentos do estator,  $\omega_s$  é a velocidade do campo magnético girante produzido pelo estator.

Estas equações podem ser traduzidas no circuito equivalente da máquina após a transformação do referencial estacionário para o rotórico, como se pode observar na Figura 4.

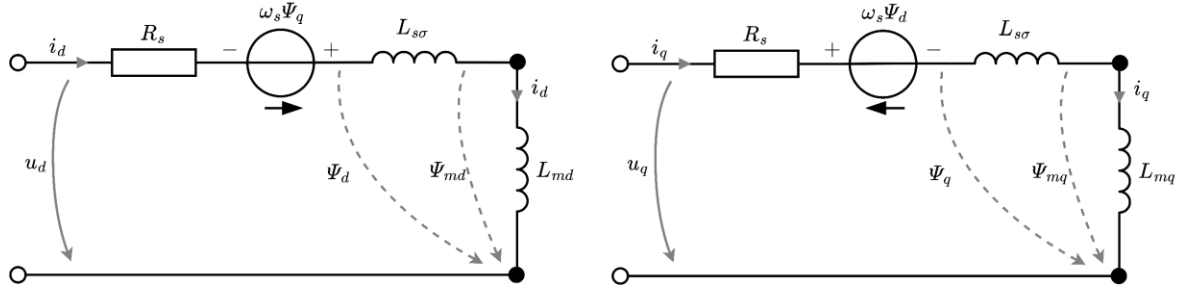


Figura 4 – Circuitos do estator da SynRM trifásica num referencial síncrono com a posição do rotor [37].

Os fluxos  $\psi_d$  e  $\psi_q$  são compostos pelo fluxo de dispersão e o de magnetização, logo, a indutância de cada eixo pode ser representada como a soma das indutâncias de ambos os fluxos, como mostram as expressões (8) e (9).

$$\psi_d = (L_{md} + L_{s\sigma})i_d = L_d i_d \quad (8)$$

$$\psi_q = (L_{mq} + L_{s\sigma})i_q = L_q i_q \quad (9)$$

Através das correntes do estator e da posição angular do rotor é possível definir a coenergia magnética segundo a formulação clássica [13], [14], [35], [36], [37], [41], [42]. Para um conjunto de correntes  $i_{abc}$  e para uma posição angular  $\theta$ , a coenergia é dada por (10). Se estivermos no referencial síncrono com o rotor, a mesma será dada pela expressão (11).

$$W'(\theta, i_{abc}) = \int_0^i \psi_{abc}(\theta, i_{abc}) di \Big|_{\theta = \text{const}} = \frac{1}{2} i_{abc}^T L_{abc}(\theta) i_{abc} \quad (10)$$

$$W'(\theta, i_{dq}) = \frac{1}{2} i_{dq}^T L_{dq} i_{dq} = \frac{1}{2} (L_d i_d^2 + L_q i_q^2) \quad (11)$$

O binário eletromagnético obtém-se a partir da derivada parcial da coenergia em relação com a posição do rotor, mantendo as correntes constantes. Na forma geral tem-se a expressão (12).

$$T_e(\theta, i_{abc}) = \frac{\partial W'(\theta, i_{abc})}{\partial \theta} \Big|_{i = \text{const}} = \frac{1}{2} i_{abc}^T \frac{\partial L_{abc}(\theta)}{\partial \theta} i_{abc} \quad (12)$$

Ao aplicar a transformada de *Park* às correntes e indutâncias, a expressão anterior pode ser escrita no referencial síncrono com o rotor. Desta forma, ao contabilizar a construção da SynRM, o binário desenvolvido, é dado pela expressão (13) [35], [36], [37], que mostra que a diferença dos coeficientes

de auto-indução é imperativa para a geração do binário eletromagnético  $T_e$ , e, cuja magnitude, está diretamente relacionada com o produto das correntes dos eixos-dq.

$$T_e = \frac{3}{2}p(L_d - L_q)i_d i_q \quad (13)$$

Onde  $T_e$  é o binário eletromagnético, e  $p$  é o número de pares de polos.

Como previamente mencionado, a velocidade angular do campo magnético girante  $\omega_s$ , está diretamente relacionada com a velocidade angular do veio da máquina  $\omega_r$  através da expressão (14), [35], [36], [37]. Admite-se também que as posições angulares podem então ser obtidas através da expressão (15).

$$\omega_s = p\omega_r \quad (14)$$

$$\int_0^t \omega_s(\tau) d\tau = \theta_s(t) = p\theta_r(t) \quad (15)$$

Por fim, de modo a relacionar as equações elétricas, com o binário resistente imposto pelo movimento e inserção de carga, utiliza-se a equação mecânica da máquina em (16) [35], [37], [39], [40].

$$T_e = T_L + J \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r \quad (16)$$

Onde  $T_L$  é o binário de carga aplicado,  $J$  é o momento de inércia da máquina, e  $B$  é a constante de fricção da máquina.

Desta forma, com o binário eletromagnético  $T_e$ , e a velocidade angular do rotor  $\omega_r$ , é possível calcular a potência mecânica à saída  $P_{saída}$  com a expressão (17), e a potência elétrica de entrada  $P_{entrada}$  com a contabilização das perdas por efeito de joule, perdas no ferro, e perdas mecânicas com a expressão (18).

$$P_{saída} = T_e \omega_r \quad (17)$$

$$\begin{aligned} P_{entrada} &= P_{saída} + P_{cu} + P_{ferro+mecânicas} \leftrightarrow \\ P_{entrada} &= T_e \omega_r + m I_s^2 R_s + P_{ferro+mecânicas} \end{aligned} \quad (18)$$

Onde  $m$  é o número de fases da máquina, e  $I_s$  é a corrente no estator.

## 3.2 Relações vetoriais

Analisando a estrutura do rotor mais detalhadamente, verifica-se a existência de duas posições predominantes, que são percorridas pelo campo magnético girante produzido pelos enrolamentos do estator. Estas, são a de maior relutância, eixo-q, e a de menor relutância, eixo-d, que se encontram desfasadas de 45° mecânicos, como evidenciando pela Figura 5 que apresenta uma SynRM de quatro polos e o campo magnético girante em diferentes posições, com desfasamentos de 45° elétricos.

À medida que o campo magnético do estator gira, o rotor tem tendência em alinhar o seu eixo-d com o vetor do fluxo do estator  $\bar{\psi}_s$ , de modo a minimizar relutância total do circuito magnético. Esta tendência cria um binário eletromagnético, designado por binário de relutância, que coloca o rotor em movimento. O binário é máximo quando o campo magnético do estator se encontra exatamente perpendicular, em ângulo elétrico, ao eixo-d do rotor, isto é, está alinhado com o eixo-q. Esta posição cria um desfasamento entre o campo magnético do estator  $\bar{\psi}_s$  e o eixo-d (caminho b) do rotor de 45° mecânicos, que se designa como o ângulo de carga, onde o binário gerado é máximo [37].

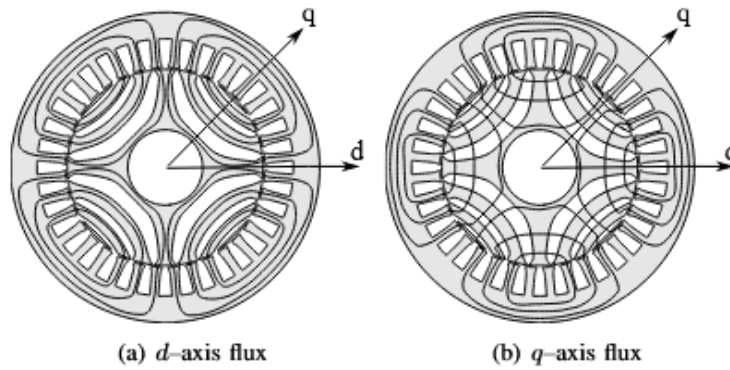


Figura 5 - Linhas de fluxo magnético que atravessam o rotor da SynRM: (a) alinhadas com eixo-d; (b) alinhadas com eixo-q [43].

A diferença entre as indutâncias  $L_d$  e  $L_q$ , resultante da anisotropia magnética anteriormente referida, condiciona diretamente a produção de binário eletromagnético. O aumento desta diferença aumenta o binário e a potência resultante, como apresentado na expressão (19) [37], que resulta da expressão (13). Aqui, comprova-se, a influência do ângulo de carga  $\delta_s$ , e da velocidade de sincronismo  $\omega_s$ .

$$P_{saída} = \frac{3}{2} \frac{u_{sph}^2}{\omega_s} \frac{L_d - L_q}{L_d L_q} \sin 2\delta_s \quad (19)$$

Uma vez que esta diferença entre indutâncias depende diretamente da geometria do rotor, nomeadamente do número, forma e profundidade das barreiras de fluxo, é relevante referir que uma análise comparativa das tipologias de rotor e dos respetivos rácios de saliências  $L_d/L_q$  se encontra detalhada no Anexo A, onde se evidencia como estas configurações influenciam o binário e o comportamento dinâmico da SynRM.

### 3 Princípio de funcionamento da SynRM

Para ilustrar de forma mais clara a relação entre anisotropia, ângulo de carga e produção de binário, recorre-se ao diagrama vetorial típico das máquinas de pólos salientes (Figura 6), também aplicável à SynRM, uma vez que as relações eletromagnéticas são equivalentes.

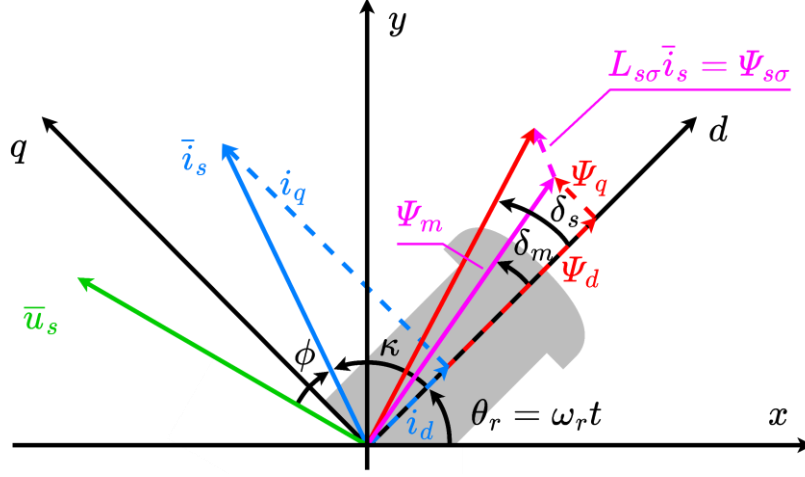


Figura 6 – Diagrama vetorial de uma máquina de pólos salientes (relações equivalentes às da SynRM) num determinado ponto de funcionamento [37], [40].

O ângulo de carga  $\delta_s$  representa o desalinhamento entre o eixo-d do rotor e o vetor do fluxo magnético do estator  $\vec{\psi}_s$ . Este pode ser calculado através da igualdade das expressões (20) e (21), originando a expressão (22).

$$\psi_d = \bar{\psi}_s \cos \delta_s \quad (20)$$

$$\psi_q = \bar{\psi}_s \sin \delta_s \quad (21)$$

$$\frac{\psi_q}{\psi_d} = \tan \delta_s \leftrightarrow \delta_s = \tan^{-1} \frac{\psi_q}{\psi_d} \quad (22)$$

À medida que o binário de carga aumenta, mas o desalinhamento é maior, e, consequentemente, o desfasamento  $\kappa$  entre o vetor  $\vec{i}_s$  e a corrente  $i_d$ , aumenta, conforme a expressão (23).

$$\kappa = \cos^{-1} \frac{i_d}{|\vec{i}_s|} \quad (23)$$

Por fim, o ângulo  $\varphi$ , representa o desfasamento entre os vetores da corrente e da tensão do estator, e pode ser calculado a partir da expressão (24), que relaciona o ângulo de carga  $\delta_s$ , com o ângulo  $\kappa$  do desvio do vetor da corrente. Este permitirá calcular o fator de potência da máquina num determinado instante.

$$\varphi \approx \delta_s + \frac{\pi}{2} - \kappa \quad (24)$$

Com esta relação angular, é possível mapear as relações entre o  $\cos \varphi$ , e os ângulos, de carga  $\delta_s$ , e do vetor da corrente relativamente ao eixo-d  $\kappa$ . Na Figura 7 verifica-se então, que o  $\cos \varphi$  é tanto maior, quanto mais longe estiver o vetor da corrente do eixo-d, e ao mesmo tempo, quanto menor for o ângulo de carga.

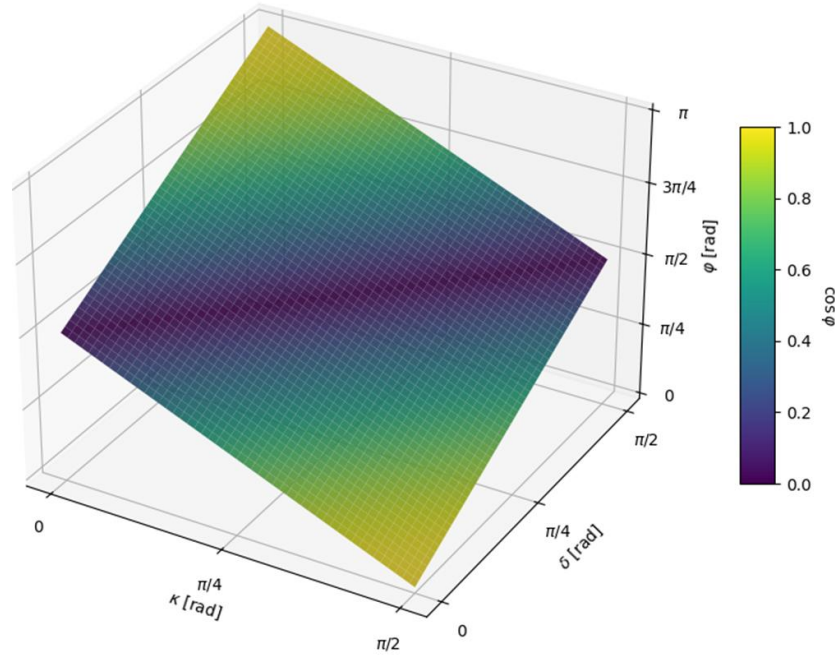


Figura 7 - Relação entre  $\cos \varphi$  e ângulos de carga  $\delta_s$  e do vetor da corrente  $\kappa$ . Simulado a partir do Anexo B.

### 3.3 Regiões de funcionamento

O funcionamento da SynRM pode ser dividido em três regiões distintas [2], [3], [37], [40], [44], [45], [46], determinadas pelos limites de corrente, tensão e ângulo de carga impostos pelo acionamento. Cada região corresponde a um conjunto específico de compromissos entre fluxo, binário, velocidade e capacidade do inversor. Estas regiões designam-se como: região I, ou Binário Constante; região II, ou Potência Constante; região III, ou Ângulo de Carga Constante.

De modo a compreender a evolução comportamental da máquina em cada região, a Figura 8, apresenta os compromissos necessários para que a mesma continue a aumentar a velocidade, começando pela região I, onde a tensão do estator e a velocidade evoluem até ao seu valor nominal, mantendo a corrente do estator e o binário eletromagnético nos seus valores máximos admissíveis. Com a tensão no seu valor nominal, entra-se na região II, onde a potência de saída é constante, estando a corrente e a tensão do estator no seu valor máximo, sendo o fluxo propositadamente reduzido, aumentando o ângulo de carga até ao seu valor máximo, e reduzindo o binário eletromagnético disponível, permitindo desta forma o aumento da velocidade até ao seu valor crítico.

Ao entrar na região III, é necessário reduzir a corrente para que a velocidade aumente para além do seu valor crítico, reduzindo o binário de forma mais acentuada.

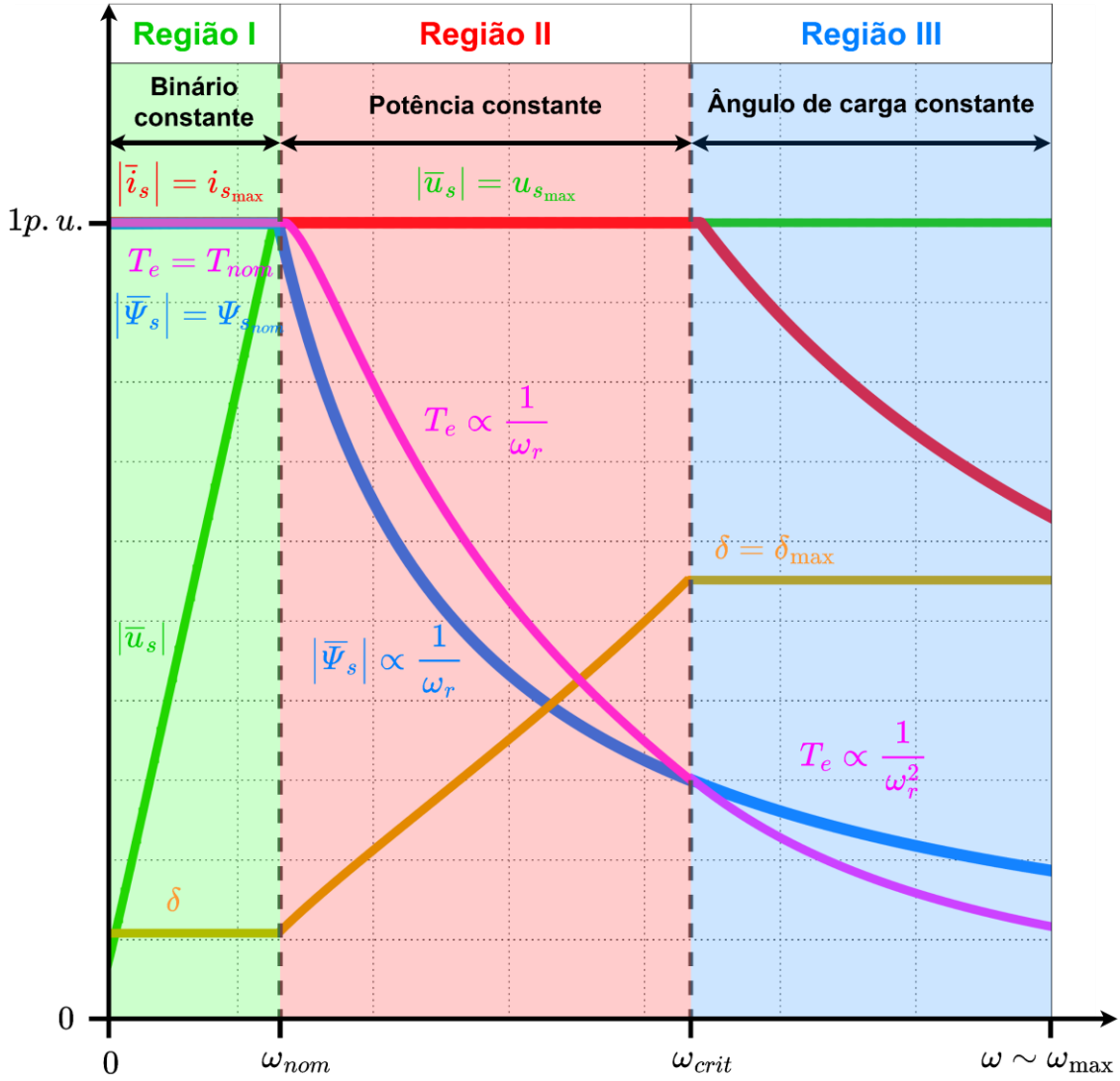


Figura 8 - Regiões de funcionamento da SynRM. Retirado de [40], [47].

Analisando com mais detalhe cada região, têm-se os limites e grandezas características:

- i. Velocidade  $\leq$  nominal - Região I (Binário Constante)

O funcionamento do motor nesta região, segundo [40], [48], é onde o fluxo ligado do estator e binário produzido pela máquina são máximos, admitindo que o valor de corrente nos enrolamentos do estator não ultrapassa o máximo admissível.

$$|\bar{i}_s| = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \leq |\bar{i}_{s,max}| \quad (25)$$

Onde a corrente máxima de saída do inversor é a amplitude máxima de fase na máquina, ou seja,  $|\bar{i}_{s,max}| = \sqrt{2}|\bar{I}_{ph-n}|$ .

## ii. Velocidade &gt; nominal - Região II (Potência Constante)

A região II marca a entrada no regime de funcionamento de enfraquecimento de campo, ou seja, para aumentar a velocidade do motor acima do seu valor nominal é necessário manter a amplitude da tensão aplicada ao estator  $|\bar{u}_s|$ , e reduzir o fluxo  $|\bar{\psi}_s|$ . A razão pela qual surge este compromisso é porque força-contrat-eletromotriz  $|\bar{e}_s|$  [2], [37], [44], [45], aumenta consoante a velocidade da máquina, superando a tensão aplicada.

$$|\bar{e}_s| = |\bar{\psi}_s| \cdot \omega_s \approx |\bar{u}_s| \quad (26)$$

Onde,  $|\bar{e}_s|$  é a amplitude da FCEM,  $|\bar{\psi}_s|$  é amplitude do fluxo ligado do estator,  $\omega_s$  é a velocidade angular do campo magnético produzido pelo estator, e  $|\bar{u}_s|$  é a amplitude da tensão do estator.

De um modo geral, ao entrar nas regiões de enfraquecimento de campo (II e III) o motor será controlado com base nos limites do inversor, onde, segundo [3], [31], [40], [47], [49], a tensão máxima da máquina terá que ser sempre igual ou inferior à tensão máxima de saída do inversor, tendo também em consideração a tensão máxima da máquina, especialmente ao nível do isolamento dos enrolamentos.

$$|\bar{u}_s| = \sqrt{u_d^2 + u_q^2} \leq |\bar{u}_{s,max}| \quad (27)$$

Onde  $|\bar{u}_{s,max}|$  é determinado com base no dimensionamento do DC-Link, e representa a tensão máxima por fase que o inversor pode fornecer.

Aplicando os limites do inversor às tensões do modelo obtém-se a expressão (28), admitindo que a queda de tensão resistiva é desprezada a velocidades elevadas. Caso fosse contabilizada, a tensão máxima admissível seria dada pela expressão (29).

$$|\bar{u}_s| = \sqrt{(-\omega_s L_q i_q)^2 + (\omega_s L_d i_d)^2} \leq |\bar{u}_{s,max}| \quad (28)$$

$$|\bar{u}_s| = \sqrt{(R_s i_d - \omega_s L_q i_q)^2 + (R_s i_q + \omega_s L_d i_d)^2} \leq |\bar{u}_{s,max}| \quad (29)$$

Com estas limitações, é possível calcular a velocidade que marca a entrada em enfraquecimento de campo, com a expressão (30), que diz respeito à velocidade elétrica da máquina em função da tensão máxima do inversor e fluxo nominal da máquina.

$$\omega_{s,nominal} = \frac{|\bar{u}_{s,max}|}{|\bar{\psi}_{s,nominal}|} \quad (30)$$

iii. Velocidade > crítica - Região III (Ângulo de Carga Constante)

Na última região, torna-se necessário manter o ângulo de carga  $\delta_s$  aproximadamente constante e próximo do seu valor máximo ( $45^\circ$ ), como evidenciado pela expressão (19), de forma a permitir que a velocidade continue a aumentar acima da velocidade crítica, evitando simultaneamente a perda de sincronismo. Para a SynRM, este ângulo máximo situa-se em torno de  $45^\circ$ , com pequenas variações devido a fenómenos de saturação [37]. Este valor corresponde ao ponto em que o vetor de fluxo do estator  $\vec{\psi}_s$  se encontra igualmente desfasado dos eixos-dq, e segundo a expressão (22), representa uma relação de correntes dependente das suas saliências como mostra a expressão (31). Esta relação, permite caracterizar as correntes dos eixos nesta região, como  $i_q > i_d$ , tendo em conta que a saliência no eixo-d é superior à do eixo-q ( $L_d > L_q$ ).

$$\begin{aligned} \frac{\psi_q}{\psi_d} &= \tan \delta_{s,\max} = 1 \leftrightarrow \\ \frac{i_q L_q}{i_d L_d} &= 1 \leftrightarrow \frac{i_q}{i_d} = \frac{L_d}{L_q} \end{aligned} \quad (31)$$

Atingido este ponto, a corrente do estator já não pode permanecer no seu valor máximo. Assim, ao contrário da região II, onde o fluxo é reduzido para manter a tensão abaixo do seu valor máximo, na região III a corrente total tem também de diminuir para que o fluxo diminua suficientemente, permitindo que a FCEM aumente proporcionalmente à velocidade sem ultrapassar a tensão disponível. Isto é possível representar matematicamente, começando pelas correntes em ordem ao ângulo de carga, e de seguida, recorre-se à limitação da tensão em (26) para derivar as correntes em função do compromisso da FCEM, como mostram as expressões (32) e (33).

$$i_d = \frac{|\vec{\psi}_s| \cos \delta_s}{L_d} = \frac{|\vec{u}_s| \cos \delta_s}{\omega_s L_d} \quad (32)$$

$$i_q = \frac{|\vec{\psi}_s| \sin \delta_s}{L_q} = \frac{|\vec{u}_s| \sin \delta_s}{\omega_s L_q} \quad (33)$$

Em seguida, é possível obter a corrente do estator em função do ângulo de carga com a expressão (34).

$$\begin{aligned} |\vec{i}_s| &= \sqrt{\left(\frac{|\vec{u}_s| \cos \delta_s}{\omega_s L_d}\right)^2 + \left(\frac{|\vec{u}_s| \sin \delta_s}{\omega_s L_q}\right)^2} \leftrightarrow \\ |\vec{i}_s| &= \frac{|\vec{u}_s|}{\omega_s} \sqrt{\frac{\cos^2 \delta_s}{L_d^2} + \frac{\sin^2 \delta_s}{L_q^2}} \end{aligned} \quad (34)$$

Por fim, ao aplicar o ângulo de carga máximo, limitação da tensão, e corrente máxima, é possível calcular a velocidade elétrica crítica com a expressão (35), que marca a transição da região II para a região III.

$$\begin{aligned}
 \omega_{s,critica} &= \frac{|\bar{u}_{s,max}|}{|\bar{i}_{s,max}|} \sqrt{\frac{\cos^2 \delta_{s,max}}{L_d^2} + \frac{\sin^2 \delta_{s,max}}{L_q^2}} \leftrightarrow \\
 \omega_{s,critica} &= \frac{|\bar{u}_{s,max}|}{|\bar{i}_{s,max}|} \sqrt{\frac{\cos^2 45}{L_d^2} + \frac{\sin^2 45}{L_q^2}} \leftrightarrow \\
 \omega_{s,critica} &= \frac{|\bar{u}_{s,max}|}{|\bar{i}_{s,max}|} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_d^2} + \frac{1}{L_q^2} \right)}
 \end{aligned} \tag{35}$$

## Capítulo 4

# 4 Modelação do acionamento proposto para a SynRM

O presente capítulo descreve o estudo e modelação do acionamento proposto para a SynRM, tomando como base as metodologias clássicas aplicadas as máquinas trifásicas mais usuais como a de indução, e magnetos permanentes. Pretende-se apresentar as adaptações introduzidas ao esquema clássico de controlo vetorial, de forma a permitir o funcionamento da SynRM nas regiões de enfraquecimento de campo, bem como as modificações associadas à utilização de um inversor duplo.

## 4.1 Arquitetura geral

A Figura 9 apresenta a arquitetura geral do acionamento, representando a ligação entre o controlo e o conversor associado à máquina, bem como os principais sinais de realimentação necessários ao funcionamento do sistema. A estrutura é organizada em torno do controlo vetorial no referencial síncrono, complementado pelas estratégias de enfraquecimento de campo e pelas limitações de tensão e corrente, que permitem operar a máquina ao longo de todas as regiões de funcionamento.

Neste sistema escolheu-se o FOC, devido às vantagens em regime permanente, que se verificaram imperativas em ambiente de simulação. O mesmo não aconteceu com o DTC, cuja resposta é mais rápida, mas mais oscilatória, tendo sido descartado após alguns testes. Não obstante, o seu desenvolvimento pode ser encontrado no Anexo C.

O bloco de controlo é composto pelo regulador de velocidade, pelo estimador de referências do FOC, pelos controladores de corrente PI nos eixos-dq, e pelos cálculos de limitação de tensão e corrente. Estes elementos garantem que o acionamento cumpre os limites impostos pelo inversor e que a máquina segue corretamente as referências definidas, tanto na operação em binário constante como nas regiões de enfraquecimento de campo. Finalmente, o inversor recebe as tensões de controlo  $u_d^*$  e  $u_q^*$ , provenientes dos controladores de corrente PI, e aplica a modulação THI-SPWM, produzindo as formas de onda trifásicas que alimentam a máquina. O sistema é fechado pelas medições de corrente, e posição, assegurando o funcionamento em malha fechada.

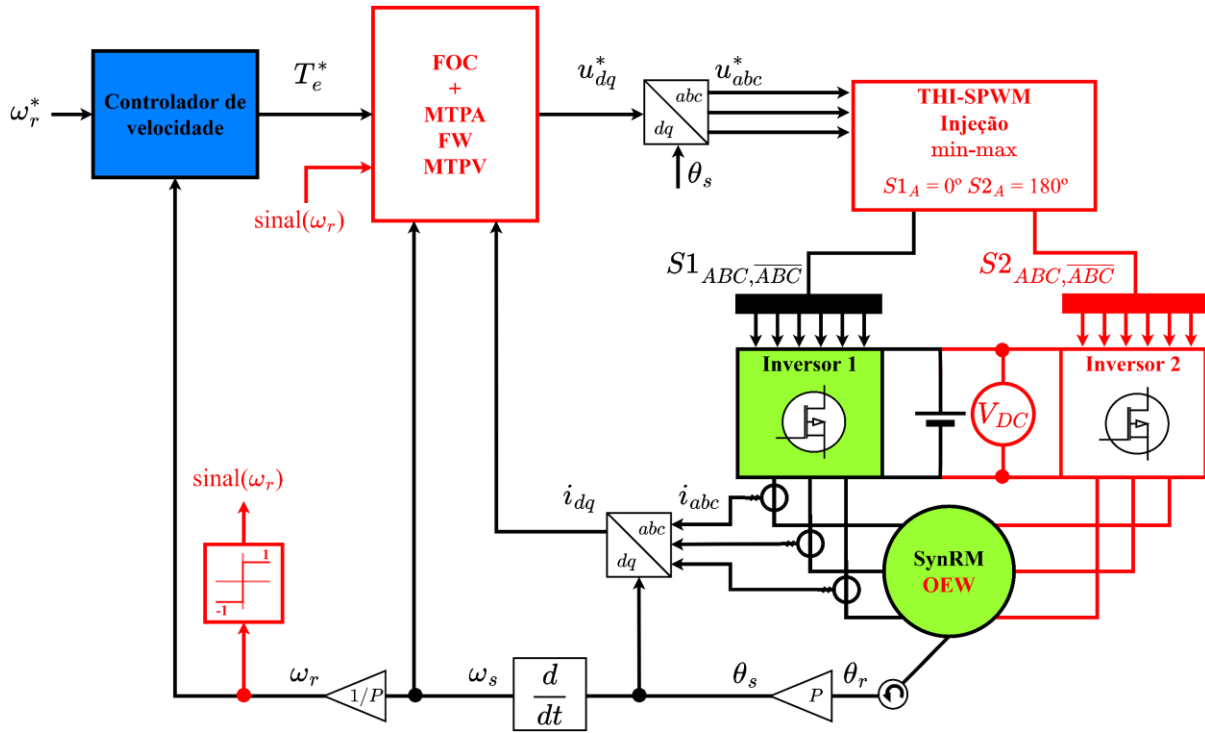


Figura 9 – Diagrama simplificado do sistema SynRM com controlo em enfraquecimento de campo e inversor duplo de fonte única.

Para que se possam definir certos constituintes do controlo, é necessário estipular a máquina que será utilizada no sistema, assim como as características dos inversores. A Tabela 1 contém os parâmetros da máquina, retirados de [40], com os coeficientes de autoindução  $L_d$  e  $L_q$  simplificados. A tensão DC-Link foi dimensionada como  $\sqrt{2}U_{ph-ph} = \sqrt{2} \times 400 \text{ V}$ , levando a tensões máximas admissíveis pelo inversor de  $V_{om} = \frac{V_{DC}}{2} = 282,5 \text{ V}$  para o VSI, e  $V_{om} = V_{DC} = 565 \text{ V}$  para o DVSI.

Tabela 1 – Parâmetros da máquina SynRM e especificações dos inversores utilizados.

| Parâmetros da máquina         |                                        |                                     |                                  |                                        |                                        |
|-------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| Potencia nominal<br>$P_{nom}$ | Tensão composta nominal<br>$U_{ph-ph}$ |                                     | Corrente nominal<br>$i_{s\ nom}$ | Binário de carga nominal<br>$TL_{nom}$ | Velocidade nominal<br>$n_{nom}$        |
| 3000 W                        | 355 V                                  |                                     | 7,9 A                            | 19.1 N. m                              | 1500 rpm                               |
| Pares de polos $p$            | $L_d$                                  | $L_q$                               | $R_s$                            | Momento de inércia $J$                 | Coefficiente de atrito viscoso $B$     |
| 2                             | 0,13 H                                 | 0,02 H                              | 1,14 $\Omega$                    | 5,917 <sup>-2</sup> Kg. m <sup>2</sup> | 2,849 <sup>-3</sup> N. m.s/ <i>rad</i> |
| Inversores                    |                                        |                                     |                                  |                                        |                                        |
| Topologia                     | Tensão DC-link<br>$V_{DC}$             | Tensão máxima admissível $V_{om}$   |                                  | Frequência da portadora $f_{sw}$       | Nº de semicondutores                   |
| VSI                           | 565 V                                  | $\frac{V_{DC}}{2} = 282,5\text{ V}$ |                                  | 10 kHz                                 | 6                                      |
| DVSI                          |                                        | $V_{DC} = 565\text{ V}$             |                                  |                                        | 12                                     |

## 4.2 *Field-Oriented Control* em enfraquecimento de campo

O controlo vetorial clássico garante um desempenho robusto em regime nominal, porém torna-se insuficiente quando se pretende operar a SynRM acima da velocidade nominal ou garantir inversão de marcha com controlo de binário totalmente orientado. Nesta região, a tensão disponível no inversor passa a ser o principal fator limitante, obrigando à utilização de estratégias de enfraquecimento de campo e, consequentemente, à modificação das trajetórias de referência do vetor de corrente.

Nesta secção apresenta-se o desenvolvimento do FOC adaptado para enfraquecimento de campo, estruturado a partir da formulação base do FOC, da definição das trajetórias de corrente  $\bar{i}_s$  (MTPA, FW e MTPV) e da integração destas no cálculo das referências  $i_d^*$  e  $i_q^*$ . Por fim, descreve-se o algoritmo de transição entre regiões, ao qual se adiciona a lógica de inversão de marcha.

### 4.2.1 Formulação base do FOC

O Controlo por Orientação de Campo, ou *Field-Oriented Control* (FOC), é considerado o método clássico de controlo mais estável para regime permanente. Com baixas oscilações de binário e frequência de comutação constante, é ideal para aplicações industriais [31], [50]. Este método permite modular motores de corrente alternada como se fossem motores de corrente contínua, através do controlo de corrente no referencial síncrono, utilizando a posição do fluxo rotórico  $\theta_f$  no caso do motor de indução, ou a posição elétrica do rotor  $\theta_s$  no caso da SynRM.

A referência de velocidade  $\omega_r^*$  é comparada com a velocidade real  $\omega_r$ , originando um erro que é processado pelo controlador PI de velocidade, produzindo o binário de referência  $T_e^*$  necessário para reduzir este erro (Figura 10). A partir deste binário de referência, calculam-se as correntes de referência  $i_d^*$  e  $i_q^*$ , com recurso à expressão do binário clássica (10), e ao desenvolvimento que será apresentado na secção 4.2.2. que trata das trajetórias de controlo para cada região. Onde para a primeira região, MTPA é maioritariamente utilizada, e para o enfraquecimento de campo, o método convencional  $\frac{1}{\omega}$  da expressão (36) pode ser utilizado para estimar as referências de forma pouco eficaz [1].

$$\begin{aligned} i_d^* &= \frac{\omega_{s,nominal}}{\omega_s} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} |\bar{i}_{s,max}| \right) \\ i_q^* &= \sqrt{|\bar{i}_{s,max}|^2 - i_d^{*2}} \end{aligned} \quad (36)$$

Com as correntes de referência definidas, calcula-se o erro de corrente em cada eixo com a expressão (37).

$$\begin{aligned} \Delta i_d &= i_d^* - i_d \\ \Delta i_q &= i_q^* - i_q \end{aligned} \quad (37)$$

Estes erros são processados pelos controladores PI de corrente, cujas saídas representam uma das componentes da tensão total aplicada aos enrolamentos. Observando as equações (6) e (7), para velocidades elevadas, estas podem ser simplificadas em dois termos principais: a FEM induzida ( $\frac{d\psi_d}{dt}, \frac{d\psi_q}{dt}$ ) e o termo de acoplamento cruzado ( $\omega_s \psi_q, \omega_s \psi_d$ ), uma vez que a queda de tensão resistiva se torna desprezável.

Como o erro das correntes representa a comparação entre a corrente atual e a passada de cada eixo, admite-se que a saída dos PIs compense principalmente a FEM induzida. O termo de acoplamento cruzado deve ser tratado separadamente antes de transformar as tensões de referência  $u_d^*$  e  $u_q^*$  em tensões trifásicas  $u_{abc}^*$  através da transformada de Park inversa da matriz (5), utilizando a posição elétrica do rotor  $p\theta_r = \theta_s$ . Finalmente, estas tensões passam pelo modulador do inversor, que atua sobre os comutadores para reproduzir as referências de tensão aplicadas à máquina.

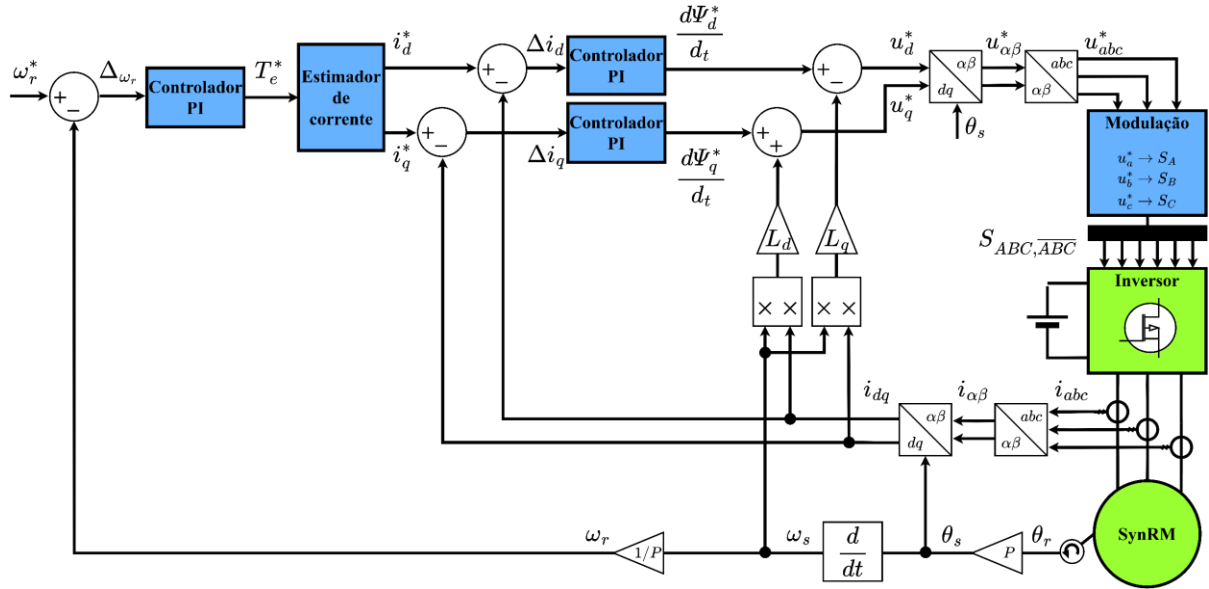


Figura 10 - Diagrama do FOC clássico para a SynRM [50].

Para o dimensionamento dos controladores PI, foram seguidas as diretrizes [51] do método de amplitude ótima para os controladores de corrente  $i_{dq}$ , e, tentativa e erro para o controlador de velocidade a partir de valores iniciais de  $k_p^\omega = 1$  e  $k_i^\omega = 0$ . Começando pelos controladores de corrente, o desenvolvimento tem em conta a saturação dos coeficientes de autoindução  $L_d(i_d, i_q)$  e  $L_q(i_d, i_q)$ , no entanto, pode também ser feito com valores simplificados. As expressões (38) e (39) são referentes às constantes proporcional e integrativa do eixo-d, e as expressões (40) e (41) referentes às do eixo-q, onde o período de atraso  $T_{atraso}$  considera-se como sendo igual ao período de comutação do inversor  $T_{sw}$ .

$$k_p^{id} = \frac{L_d}{2T_{atraso}} \quad (38)$$

$$k_i^{id} = \frac{R_s}{2T_{atraso}} \quad (39)$$

$$k_p^{iq} = \frac{L_q}{2T_{atraso}} \quad (40)$$

$$k_i^{iq} = \frac{R_s}{2T_{atraso}} \quad (41)$$

Os parâmetros calculados permitiram obter alguns resultados não ideais, e, surgindo desta forma a necessidade de ajustar os mesmos, levando aos valores finais presentes na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores iniciais de parâmetros dos controladores PI (baseados no método de amplitude ótima para os controladores de corrente), e valores finais após ajustes feitos em simulação.

|            |              | Valores iniciais | Valores finais |
|------------|--------------|------------------|----------------|
| Eixo-d     | $k_p^{id}$   | 650              | 1050           |
|            | $k_i^{id}$   | 5700             | 7150           |
| Eixo-q     | $k_p^{iq}$   | 100              | 250            |
|            | $k_i^{iq}$   | 5700             | 7150           |
| Velocidade | $k_p^\omega$ | 1                | 30             |
|            | $k_i^\omega$ | 0                | 250            |

#### 4.2.2 Delimitação de trajetórias de corrente $\bar{i}_s$

O funcionamento da SynRM nas diferentes regiões requiere a utilização de técnicas de estimação de corrente que tiram partido dos limites de funcionamento da máquina para exceder a velocidade nominal da forma mais eficaz. As mais utilizadas são MTPA, ou “*Maximum Torque Per Ampere*”, FW, ou “*Field Weakening*”, e MTPV, ou “*Maximum Torque Per Volt*” para as regiões I, II, e III respetivamente [31], e foram desenvolvidas com o intuito de variar as correntes  $i_d$  e  $i_q$  de forma a que o vetor  $\bar{i}_s$  acompanhe trajetórias dentro da elipse da corrente, tendo também em consideração, os limites do inversor com a elipse de tensão à medida que a velocidade aumenta, visto que esta diminuirá consoante o aumento da velocidade. A Figura 11 ilustra as trajetórias MTPA, FW e MTPV, juntamente com as elipses de limitação da tensão  $u_s$  conforme a velocidade, assim como a curva de limitação de

corrente  $i_s$ , e diferentes curvas de binário eletromagnético  $T_e$ , que serão mais elevados, quanto menor for a velocidade  $\omega_s$ . É importante referir que devido à saturação magnética as trajetórias reais são ligeiramente diferentes das apresentadas, podendo ser contabilizadas no controlo com a implementação dos parâmetros variáveis de  $L_d$  e  $L_q$  calculados em tempo real, ou através de tabelas look-up [4], [47].

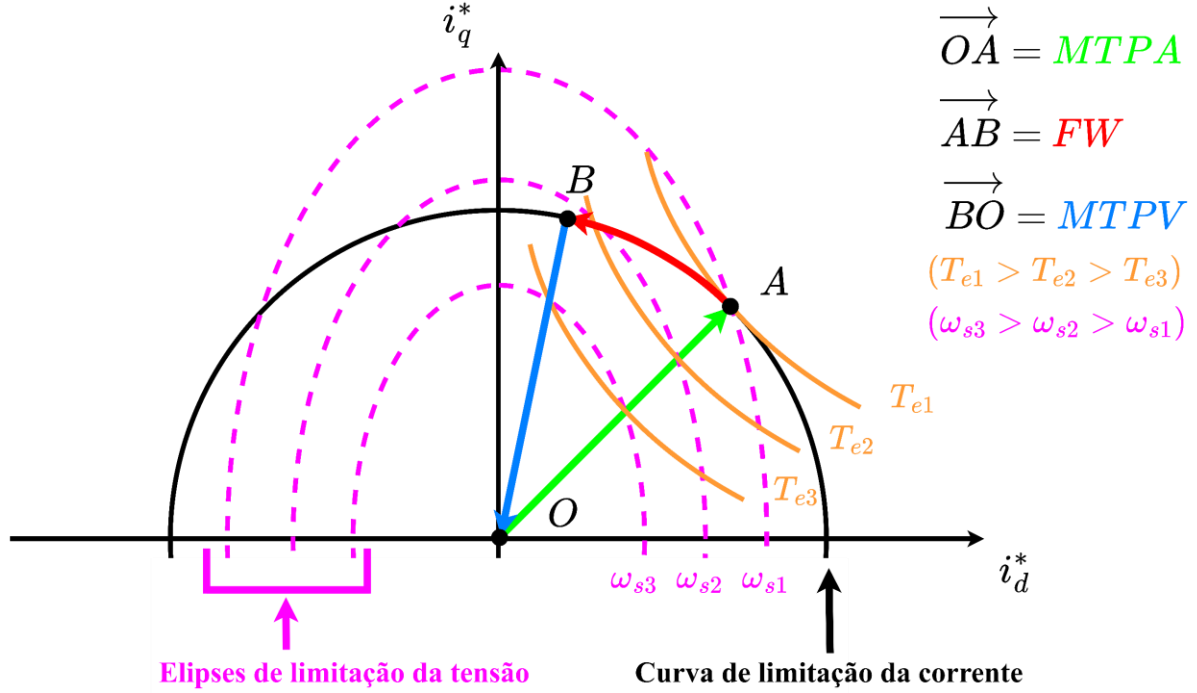


Figura 11 – Trajetórias das correntes de referência para a SynRM [52].

#### i. Trajetória MTPA - Região I

Esta trajetória consiste em maximizar o binário em função da corrente no estator [53]. Esta, visa minimizar o impacto das perdas por efeito de Joule em velocidades baixas. Para este fim, igualam-se as correntes  $i_d$  e  $i_q$ , de forma a alcançar o binário máximo eficientemente, pois pela Figura 11, as curvas de limitação do binário eletromagnético têm o ponto de intersecção, correspondente ao mínimo da corrente  $\bar{i}_s$ , aos  $45^\circ$ . Quer isto dizer que, ao igualar as correntes  $i_d = i_q = |\bar{i}_s| \cos \kappa$  [54], a amplitude da corrente de referência  $|\bar{i}_s|$  em MTPA, passa a ser dada pela equação (13) quando o ângulo  $\kappa$  é  $45^\circ$ , como é evidente pelo desenvolvimento em (42). Obtendo então as correntes de referência para os eixos-dq com a equação (43).

$$\begin{aligned}
 |\bar{i}_s^{MTPA}| &= \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|T_e^*|}{p(L_d - L_q) \sin(2\kappa^{MTPA})}} \leftrightarrow |\bar{i}_s^{MTPA}| = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|T_e^*|}{p(L_d - L_q) \sin(2 \times 45^\circ)}} \leftrightarrow \\
 &\leftrightarrow |\bar{i}_s^{MTPA}| = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|T_e^*|}{p(L_d - L_q)}}
 \end{aligned} \tag{42}$$

$$i_{dq}^{MTPA} = \frac{|\bar{i}_s^{MTPA}|}{\sqrt{2}} \quad (43)$$

É também possível descrever o MTPA em função do fluxo estatórico e binário eletromagnético de referência [44], [45] com a equação (44).

$$|\psi_s^*| = \sqrt{\frac{2}{3p} \frac{L_d^2 + L_q^2}{L_d - L_q} |T_e^*|} \quad (44)$$

ii. Trajetória FW – Região II

Para possibilitar que a velocidade seja excedida, as trajetórias FW e MTPV contabilizam a velocidade  $\omega_s$  no cálculo das correntes de referência  $i_{dq}^*$  [52]. Em FW é necessário limitar a corrente ao valor máximo admissível pelos enrolamentos da máquina, como tal, as equações (45) e (46) apresentam a relação das correntes dos eixos com a corrente máxima, e a velocidade da máquina. Desta forma, estabelece-se um compromisso entre o binário eletromagnético e a velocidade da máquina, resultante da alteração das componentes de corrente nos eixos-dq. Estas mantêm aproximadamente a amplitude do vetor de corrente  $\bar{i}_s$ , mas reduzem a amplitude do vetor de fluxo  $\bar{\psi}_s$ , iniciando assim o regime de enfraquecimento de campo.

$$i_q^{FW} = \frac{\sqrt{(L_d i_{s\max})^2 - (V_{om}/\omega_s)^2}}{\sqrt{L_d^2 - L_q^2}} \quad (45)$$

$$i_d^{FW} = \sqrt{i_{s\max}^2 - (i_q^{FW})^2} \quad (46)$$

Onde  $i_{s\max}$  é a corrente máxima admissível por enrolamento,  $V_{om}$  é a tensão máxima aplicada aos enrolamentos da máquina, por parte do inversor.

iii. Trajetória MTPV – Região III

Em MTPV, o vetor da corrente do estator  $\bar{i}_s$  começará a reduzir a sua amplitude, de modo a manter o compromisso entre o binário e a velocidade. Por esta razão, as correntes de referência são calculadas em (47) e (48), através da relação entre os coeficientes de autoindução de cada eixo  $L_{dq}$ , e o termo da tensão máxima admissível  $V_{om}$  sobre a velocidade  $\omega_s$ .

$$i_q^{MTPV} = \frac{1}{L_d} \frac{V_{om}}{\sqrt{2}\omega_s} \quad (47)$$

$$i_d^{MTPV} = \frac{1}{L_q} \frac{V_{om}}{\sqrt{2}\omega_s} \quad (48)$$

### 4.2.3 Integração de trajetórias de corrente $\bar{i}_s$ no FOC

Após delimitar as trajetórias, verifica-se que a literatura não apresenta uma forma prática de as implementar, pois as equações apresentadas nas regiões II e III não possuem o termo do binário eletromagnético de referência  $T_e^*$ , sendo necessário derivá-lo na integração com o FOC clássico.

A integração destas trajetórias, começa então por adicionar o cálculo do ângulo de referência  $\kappa^*$ , que determinará a relação das correntes de referência  $i_{dq}^*$ , podendo ser visualizado de um modo mais pormenorizado na Figura 12. A trajetória em vigor é definida através de um algoritmo de transição (apresentado no subcapítulo 4.2.4), que, fará com que o cálculo do ângulo  $\kappa^*$  seja diferente consoante a mesma. De seguida, calculam-se as correntes de referência em função do binário de referência  $T_e^*$ , onde o seu sinal é então utilizado para atingir o controlo em quatro quadrantes, que mantém o eixo-d positivo, e deixa que a polaridade do binário eletromagnético da máquina seja comandada apenas por  $i_q$ , devido à natureza da expressão (10).

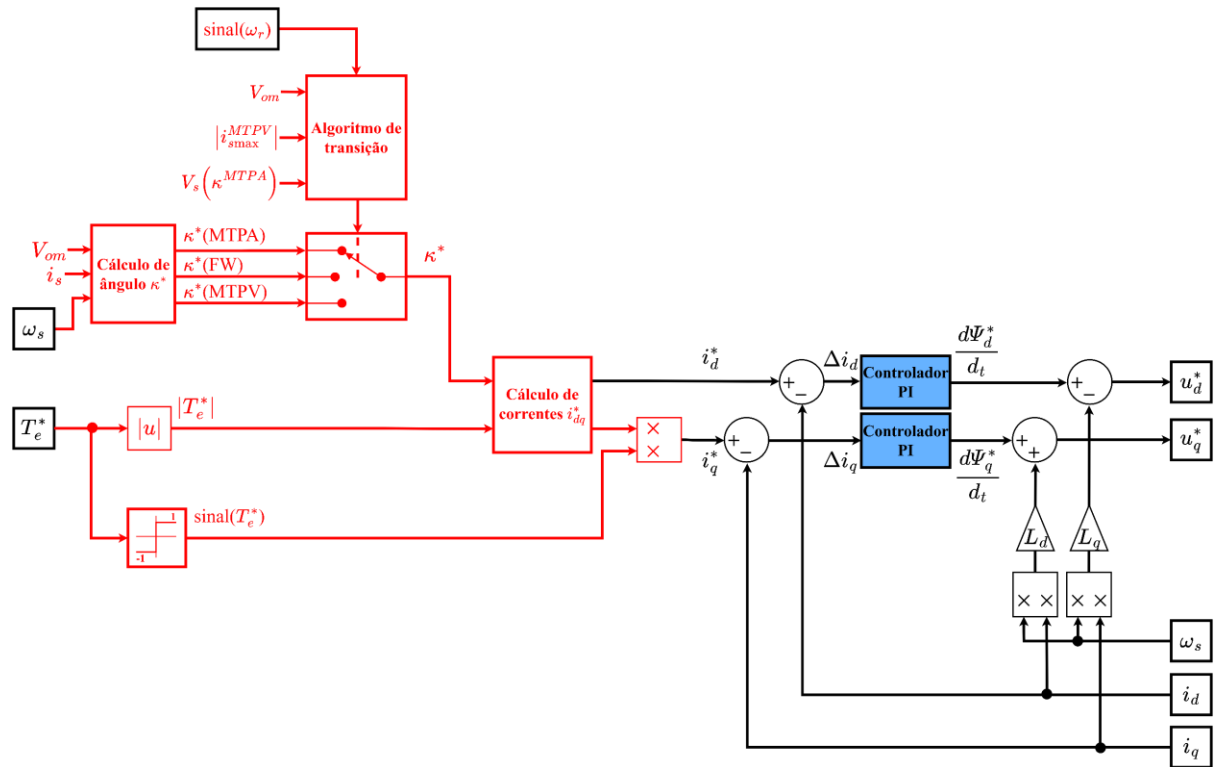


Figura 12 – FOC com trajetórias MTPA, FW, e MTPV, e sentido de marcha para inversão.

Utilizando o desenvolvimento apresentado no subcapítulo 4.2.2., sintetizam-se três equações que caracterizam  $\kappa^*$  em cada trajetória. A primeira, em MTPA, considera-se  $45^\circ$  conforme as equações (42) e (43). A segunda, em FW, é obtida ao desenvolver a equação da limitação da tensão (26) em ordem a  $\kappa^*$ , e fixando a tensão  $|\bar{u}_s|$  à máxima permitida pelo inversor  $V_{om}$ . Para finalizar, o ângulo de referência em MTPV é obtido ao igualar as equações (47) e (48), levando à relação entre  $i_d$  e  $i_q$  de  $\frac{L_q}{L_d}$ . A definição por casos encontra-se descrita em (49).

$$\kappa^* = \begin{cases} \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ, & \text{MTPA} \\ \cos^{-1} \frac{\sqrt{V_{om}^2 - (\omega_s i_s L_q)^2}}{(L_d^2 - L_q^2)(\omega_s i_s)^2}, & \text{FW} \\ \cos^{-1} \frac{L_q}{L_d}, & \text{MTPV} \end{cases} \quad (49)$$

A implementação do cálculo dos ângulos de referência  $\kappa^*$  para cada trajetória, tem de ter em consideração que, na prática poderão existir problemas originados pelas divisões por zero, e aparecimento de valores negativos. Assim o método proposto para a determinação dos ângulos de referência, evita estas ocorrências, como pode ser visto pela Figura 13, através de dois mecanismos de proteção numérica: o primeiro evita a ocorrência de divisões por zero e o segundo garante que a operação de raiz quadrada não é executada sobre valores negativos.

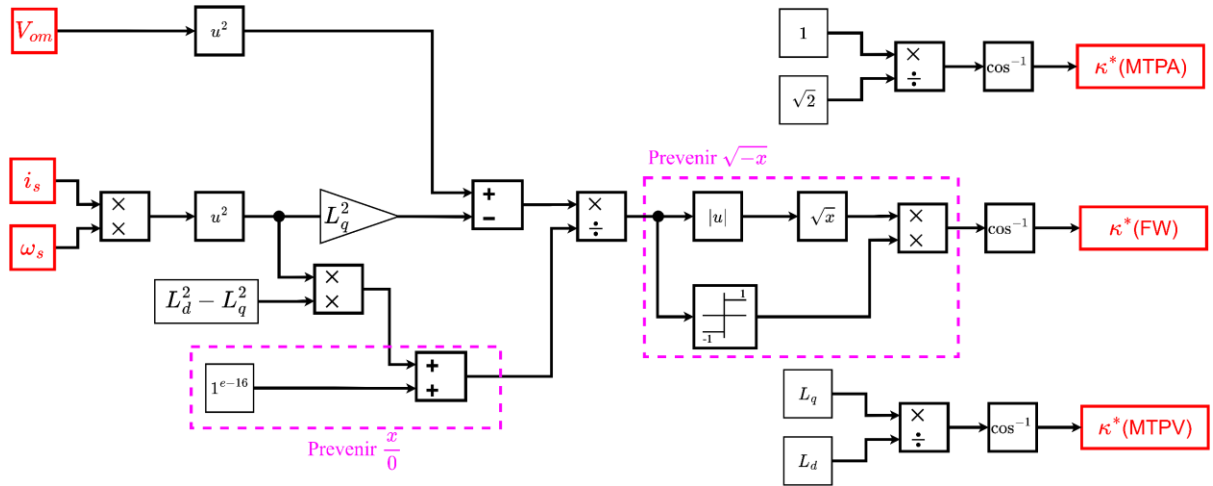


Figura 13 – Diagrama de blocos do cálculo dos ângulos de referência  $\kappa^*$  para cada trajetória.

Com o ângulo do vetor  $\bar{i}_s^*$ , procede-se ao cálculo do seu módulo em função do valor absoluto do binário eletromagnético de referência  $|T_e^*|$  recorrendo à equação (13), e derivando a corrente do estator em função do ângulo de referência com a equação (50). Por fim, as correntes de referência  $i_{dq}^*$ , são dadas pelas equações (51) e (52), que provêm da relação angular com o vetor da corrente de referência do estator.

$$|\bar{i}_s^*| = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|T_e^*|}{p(L_d - L_q) \sin 2\kappa^*}} \quad (50)$$

$$i_d^* = |\bar{i}_s^*| \cos \kappa^* = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|T_e^*|}{p(L_d - L_q) \sin 2\kappa^*}} \cos \kappa^* \quad (51)$$

$$i_q^* = |\bar{i}_s^*| \sin \kappa^* = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{|T_e^*|}{p(L_d - L_q) \sin 2\kappa^*}} \sin \kappa^* = \frac{i_d^* \sin \kappa^*}{\cos \kappa^*} = i_d^* \tan \kappa^* \quad (52)$$

Tendo em consideração os problemas numéricos previamente mencionados, o cálculo das correntes de referência  $i_{dq}^*$ , pode ser verificado através da Figura 14.

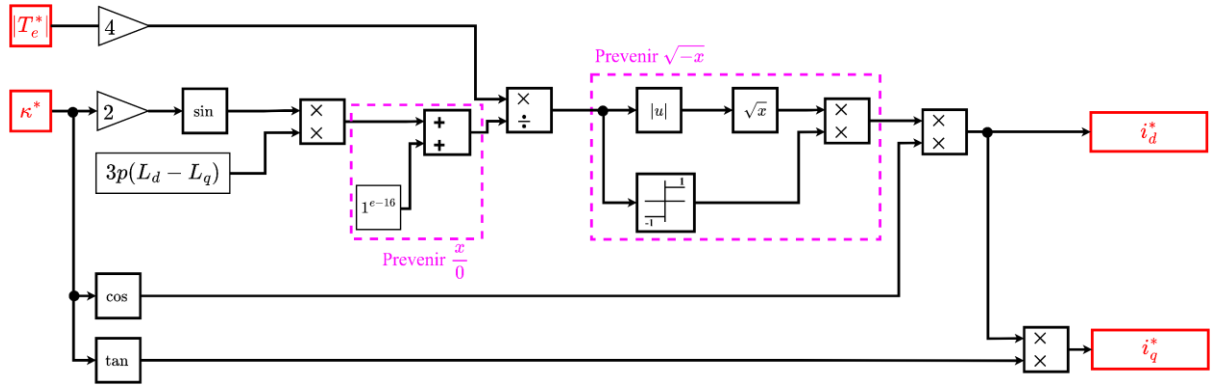


Figura 14 – Diagrama de blocos do cálculo das correntes de referência  $i_{dq}^*$  em função do valor absoluto do binário de referência  $|T_e^*|$ .

#### 4.2.4 Algoritmo de transição e adição da inversão de marcha

A transição entre as trajetórias MTPA, FW e MTPV, é definida com base na verificação de duas condições [52]. A primeira consiste em calcular a tensão do estator em função da velocidade, com a expressão (53) e um ângulo de  $45^\circ$  (típico de MTPA), caso este valor seja igual ou superior ao da tensão máxima admissível do inversor  $V_{om}$ , a máquina transitará para as trajetórias de enfraquecimento de campo FW e MTPV, caso contrário manter-se-á em MTPA.

$$|\bar{u}_s|(\kappa^{MTPA}) = \omega_s I_s \sqrt{(L_d \cos \kappa^{MTPA})^2 + (L_q \sin \kappa^{MTPA})^2} \quad (53)$$

Quando a tensão calculada para a trajetória MTPA  $|\bar{u}_s|(\kappa^{MTPA})$  for efetivamente igual ou superior à máxima admissível pelo inversor  $V_{om}$ , passa-se para a segunda condição, onde se verificam os limites

da corrente, ou seja, quando a mesma excede o valor máximo admissível ( $i_{s\ max}$ ), o vetor da corrente do estator  $\vec{i}_s$  estará a viajar sobre a elipse da corrente máxima, ou seja, em FW, caso contrário, esta transição já se verificou, e a máquina já se encontra em MTPV, indicando que a velocidade da máquina é está acima da velocidade crítica. A lógica do algoritmo encontra-se representada no fluxograma da Figura 15.

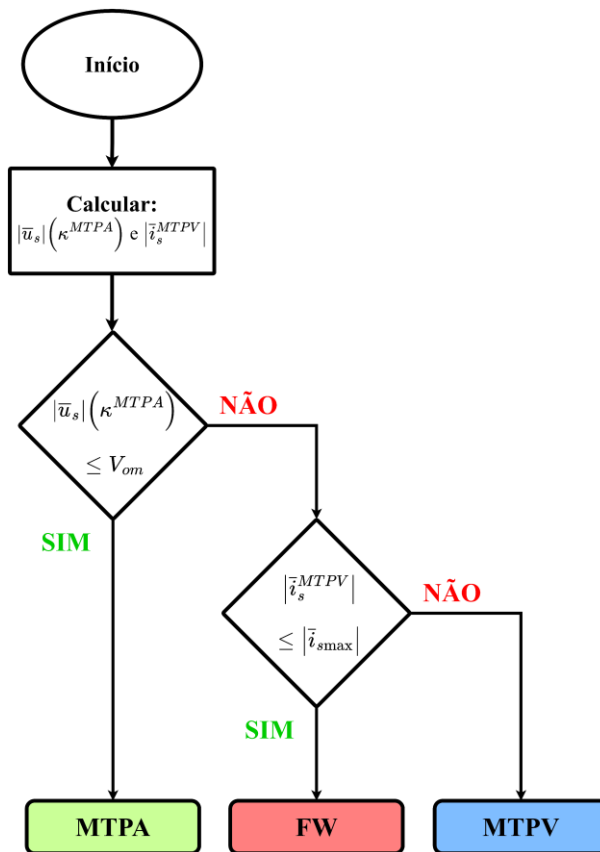


Figura 15 – Algoritmo de escolha das trajetórias MTPA, FW e MTPV. Retirado de [52].

Como este algoritmo não contabiliza a inversão de marcha, o controlo total de enfraquecimento de campo não se verifica. Desta forma, com recurso ao sensor de posição, obtém-se o sentido de rotação do veio  $sin(\omega_s)$  como se pode observar na Figura 16, pois como a expressão (53) representa a tensão do estator em função da velocidade, a condição de transição de MTPA para FW e MTPV ficaria comprometida quando a velocidade fosse negativa devido a  $|\vec{u}_s|(\kappa^{MTPA})$  ser sempre inferior a  $V_{om}$  (*Condição 1 seria sempre verdadeira*). Este problema poderia também ser resolvido efetuando o cálculo de  $|\vec{u}_s|(\kappa^{MTPA})$  em função do módulo da velocidade  $|\omega_s|$ .

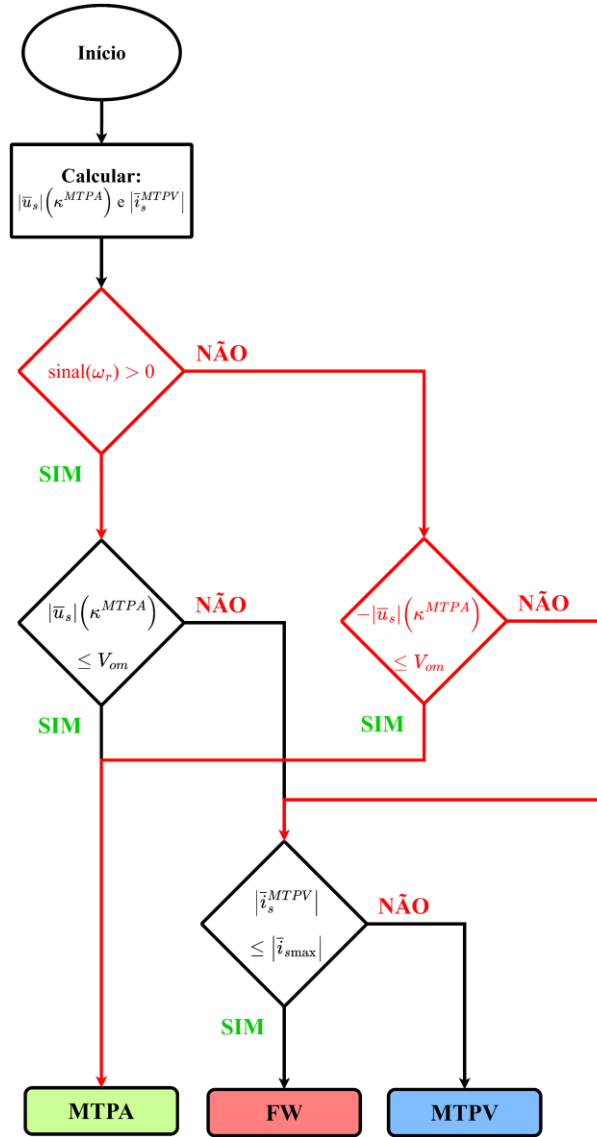


Figura 16 – Algoritmo de transição com inversão de marcha.

### 4.3 Inversor duplo de fonte única

Embora o desempenho do controlo vetorial seja determinado principalmente pela modelação dinâmica da máquina e pela definição das referências  $i_{dq}^*$ , a capacidade do sistema em cumprir essas referências depende diretamente da tensão efetivamente disponível no conversor. Assim, ao estudar o funcionamento da SynRM em enfraquecimento de campo, torna-se essencial avaliar até que ponto o conversor limita ou expande o seu domínio de operação. É neste contexto que se justifica a inclusão do inversor duplo de fonte única (DVSI), cuja topologia permite aumentar a amplitude do vetor de tensão e, conseqüentemente, prolongar o alcance das estratégias FW e MTPV implementadas no FOC.

Antes de introduzir o DVSI, apresenta-se uma revisão concisa do inversor trifásico de dois níveis, ou *Voltage-Source Inverter* (VSI), de modo a estabelecer uma base de comparação e evidenciar as

limitações de tensão que motivam a utilização de topologias alternativas em aplicações de alta velocidade. Esta topologia [55], [56] é constituída por três braços de potência, onde cada braço integra dois semicondutores, tipicamente IGBTs ou MOSFETs, tal como ilustrado na Figura 17. Os interruptores podem ser identificados por  $S_i$ , sendo que para o ramo superior se utiliza a notação  $V^+$ ,  $i \in \{1,3,5\}$  e para o ramo inferior  $V^-$ ,  $i \in \{2,4,6\}$ . Esta organização simples é uma das razões pela qual o VSI se tornou a solução mais comum em conversores de acionamentos elétricos.

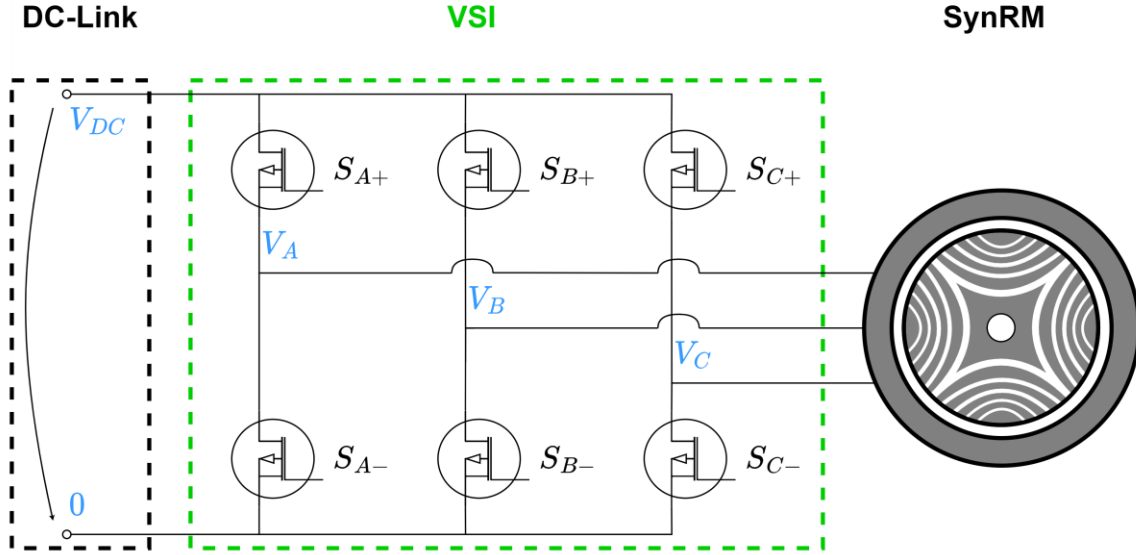


Figura 17 – Inversor trifásico clássico.

Para estimar a tensão aplicada a cada enrolamento do motor, calculam-se as tensões  $V_{x0}$  entre as saídas dos braços e o negativo do DC-Link com  $S_x V_{DC}$ , e, ao utilizar a expressão (54), obtém-se as tensões simples em cada fase, como se pode averiguar no desenvolvimento feito para os exemplos da tensão  $V_{A-neutro}$ , e para a tensão composta  $V_{A-B}$  na expressão (55).

$$\begin{aligned} V_{A-neutro} &= S_A V_{DC} - \left( \frac{S_A - S_B - S_C}{3} \right) V_{DC} = \\ &= \left( \frac{2S_A - S_B - S_C}{3} \right) V_{DC} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} V_{A-B} &= V_{A-neutro} - V_{B-neutro} = \left( \frac{2S_A - S_B - S_C}{3} \right) V_{DC} - \left( \frac{2S_B - S_C - S_A}{3} \right) V_{DC} = \\ &= (S_A - S_B) V_{DC} \end{aligned} \quad (55)$$

Se o estado dos semicondutores for, por exemplo,  $\{1, 0, 0\}$  no potencial positivo, e o inverso no negativo, a tensão máxima aplicada em cada fase será  $\{\frac{2}{3}V_{DC}, -\frac{1}{3}V_{DC}, -\frac{1}{3}V_{DC}\}$ .

Apesar da sua simplicidade e ampla utilização, o VSI apresenta uma limitação estrutural: a tensão máxima aplicável ao motor é sempre inferior a  $V_{dc}$ . Esta restrição torna-se crítica em acionamentos cujo propósito é estender a velocidade, nomeadamente a operação em enfraquecimento de campo.

Para ultrapassar esta limitação, diversas soluções têm surgido na literatura, entre as quais se destaca o inversor duplo de fonte única ou *Single Source Dual-VSI*, que parte da simplicidade do VSI, e difere deste, por poder ser aplicado em motores OEW (*Open-End Winding*) [57], [58], [59], [60].

Neste tipo de aplicações, a tensão máxima aplicada em cada enrolamento aumenta para  $V_{dc}$  através da adição de mais três braços de potência, totalizando o número de doze semicondutores, como mostra a Figura 18. Nesta topologia, a identificação dos semicondutores é feita através do paralelismo com o VSI, adicionando a variável  $j$  que indica qual o inversor em questão, ou seja,  $S_{ji}$ .

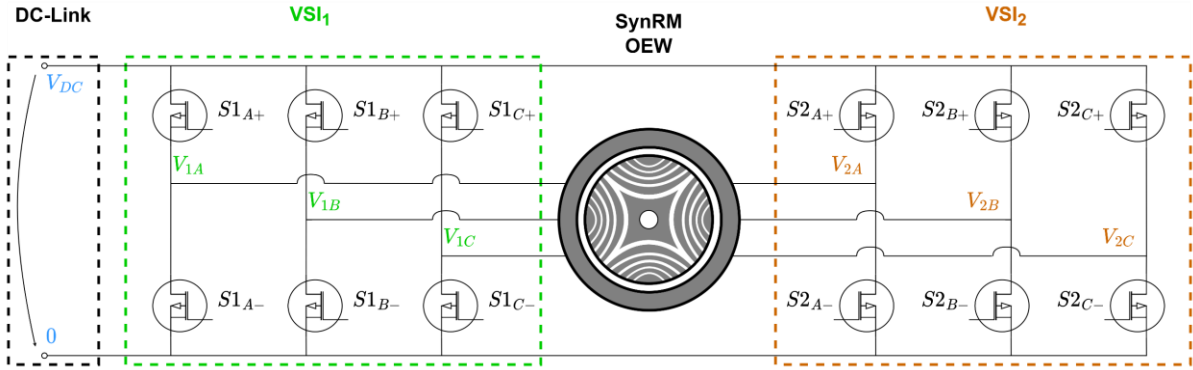


Figura 18 – Inversor trifásico duplo de fonte única.

Ao ser duplicado o número de semicondutores, as tensões aplicadas a cada enrolamento passam a ser em função da diferença dos estados dos braços de cada inversor, tal como é desenvolvido em [61]. A tensão simples passa a ser dada pelo exemplo da tensão  $V_A$  na expressão (56).

$$V_A = \left( \frac{2(S_{1A} - S_{2A}) - (S_{1B} - S_{2B}) - (S_{1C} - S_{2C})}{3} \right) V_{DC} \quad (56)$$

Se o estado dos semicondutores for, por exemplo,  $\{1, 0, 0\}$  no potencial positivo do inversor 1, e  $\{0, 1, 0\}$  no inversor 2, a tensão máxima aplicada em cada fase será  $\{V_{DC}, -V_{DC}, 0\}$ .

## 4.4 Modulador *Third-Harmonic Injection SPWM*

Após definir a topologia de conversor utilizada, torna-se necessário estabelecer o mecanismo responsável por converter as tensões de referência geradas pelo FOC em controlo dos semicondutores. O desempenho do acionamento também depende do modulador, uma vez que este determina o aproveitamento da tensão do barramento DC e influencia diretamente a distorção harmónica nas correntes do estator. Para este efeito, existem múltiplas técnicas disponíveis [62], sendo as mais populares o SPWM, ou *Sinusoidal Pulse-Width-Modulation*, o THI-SPWM, ou *Third-Harmonic-Injection Sinusoidal Pulse-Width-Modulation*, e o SVPWM, ou *Space-Vector Pulse-Width-Modulation*.

### 4.4.1 Formulação base do THI-SPWM

Antes de introduzir o THI-SPWM, apresenta-se uma revisão do modulador que serve como a sua base, o SPWM, que é considerado o mais simples, todavia, é também o mais limitado do ponto de vista de aproveitamento da tensão do DC-Link, que é menor, e a nível de distorções harmónicas, possui valores consideravelmente mais elevados que os restantes. O seu princípio de funcionamento [62], [63], [64] é composto pela comparação de uma onda portadora de alta frequência com a onda modulante, ou de referência, como está representado no diagrama de blocos da Figura 19.

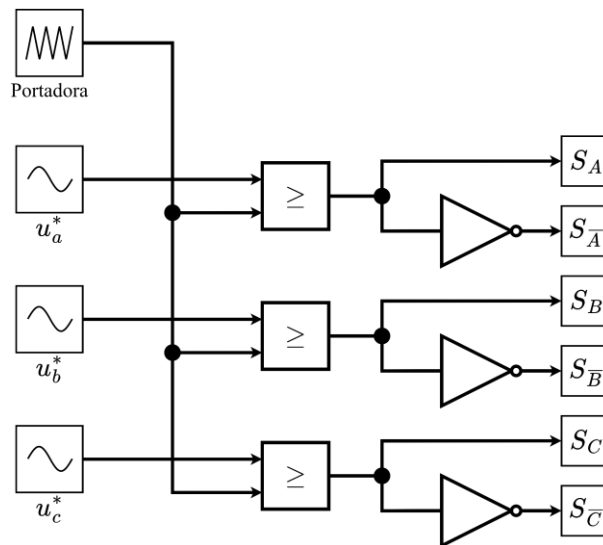


Figura 19 – Diagrama de blocos da técnica SPWM. Retirado de [62].

Quando a modulante é superior à portadora o sinal pulsado é de valor lógico 1, caso contrário, é 0, [62], [63], [64] criando assim um sinal modulado de onda quadrada com largura de pulso que representa a amplitude da sinusoidal, tal como mostra a Figura 20. É importante destacar que quanto maior for a frequência da portadora, maior será a resolução do sinal modulado, ou seja, a corrente gerada na conversão será mais aproximada de uma senoide.

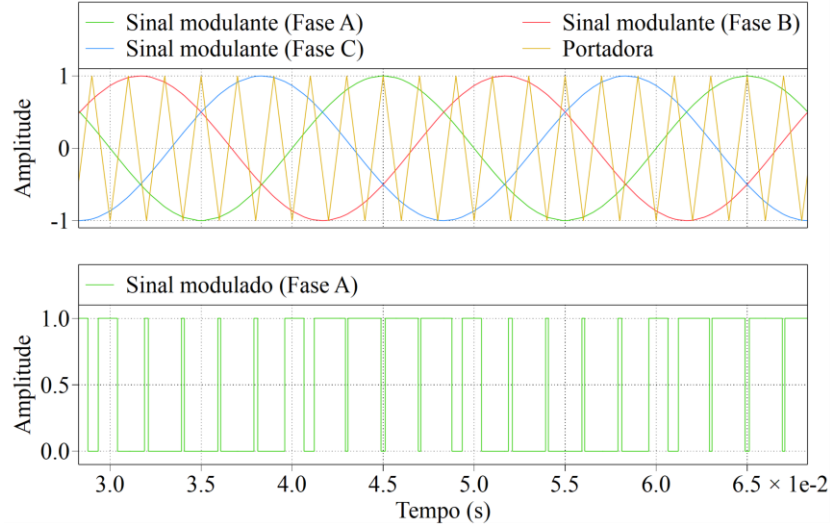


Figura 20 – Sinais constituintes da técnica SPWM. Retirado de [64].

Desta forma, conclui-se que, em regime de modulação linear, o SPWM só permite sintetizar tensões simples com amplitude máxima igual a  $V_{DC}/2$ , correspondendo ao limite  $m = 1$ . Acima deste valor o sistema entra em sobre-modulação, distorcendo os sinais gerados. Por esta razão, as tensões geradas pelo inversor trifásico com a modulação SPWM são dadas pela equação (57).

$$v_{fase}(t) = m \frac{V_{DC}}{2} \sin(\omega t + \theta), \quad 0 \leq m \leq 1 \quad (57)$$

Onde  $m$  é o índice de modulação  $\frac{V_{fase}^*}{V_{DC}/2}$ ,  $V_{DC}$  é a tensão do DC-Link,  $\omega$  é a frequência da modulante, e  $\theta$  é o desfasamento da modulante.

Esta limitação no valor máximo de tensão condiciona diretamente a entrada em enfraquecimento de campo, tornando desejável o uso de técnicas de modulação que permitam aumentar a amplitude útil antes de entrar em sobre-modulação, como o SVPWM (Anexo D), que possui vantagens como a seleção de vetores não sequenciais, e o aumento da tensão útil, mas, em contrapartida, apresenta um esforço computacional elevado.

A forma mais eficaz para este fim [62], [64], [65], consiste então em injetar a terceira harmónica ao sinal modulante, deformando a senoide de forma a reduzir a amplitude, e, ao mesmo tempo elevando o seu valor eficaz, ganhando um formato semelhante ao da Figura 21, que apresenta uma forma de onda semelhante ao que se obteria com o SVPWM. Esta deformação aumenta o limite prático de modulação para aproximadamente  $m = 1.154$ , traduzindo-se num ganho de cerca de 15,4% de tensão útil.

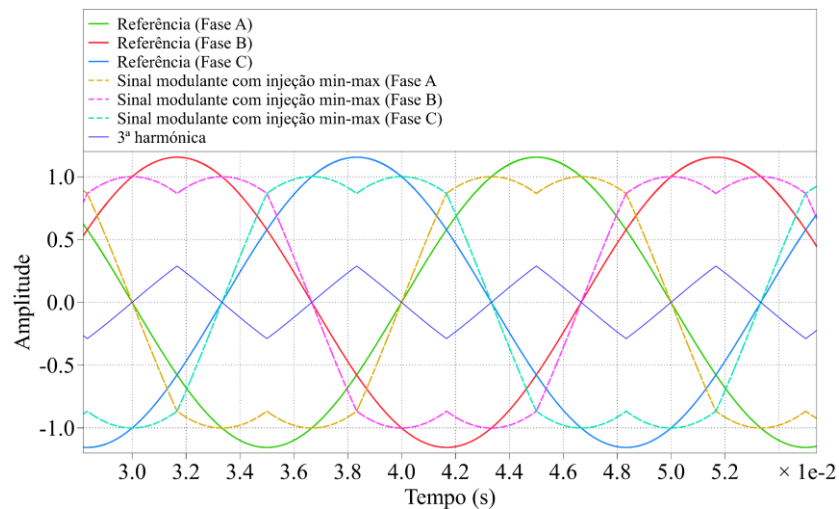


Figura 21 - Sinais modulantes da técnica THI-SPWM comparados com as referências. Retirado de [66].

Esta injeção pode ser feita de duas formas, a primeira, presente no diagrama de blocos da Figura 22, é feita através da leitura dos máximos e mínimos entre as três ondas de referência, e, de seguida, somam-se os valores mais alto e mais baixo em cada instante, e divide-se por dois. Este resultado é a terceira harmónica triangular, e subtrai-se a cada senoide de referência, resultando na anterior.

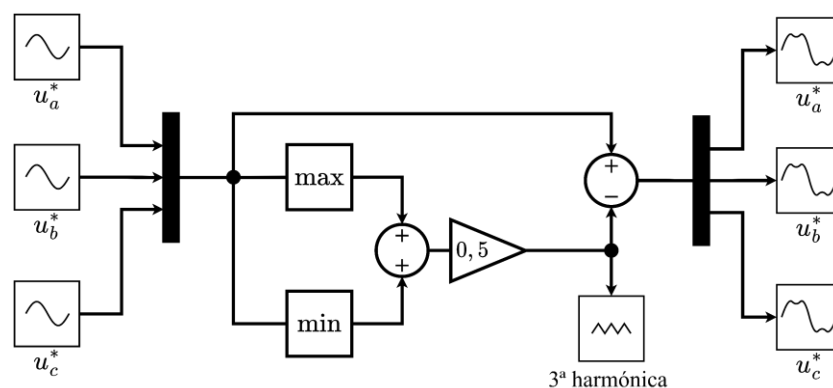


Figura 22 – Diagrama de blocos da técnica THI-SPWM através do cálculo da tensão homopolar. Retirado de [66].

O segundo método de injeção, consiste em somar a terceira harmónica com uma amplitude de  $\frac{1}{6}$  da fundamental, para que seja possível exceder o índice de modulação  $m$  até 1,154 [65]. Esta forma é caracterizada pela equação (58), e diverge do primeiro método devido à forma de onda da terceira harmónica ser sinusoidal.

$$v_{fase}(t) = m \frac{V_{DC}}{2} [\sin(\omega t + \theta) + \frac{1}{6} \sin(3\omega t)], \quad 0 \leq m \leq 1,154 \quad (58)$$

### 4.4.2 THI-SPWM aplicado ao DVSI de fonte única

O THI-SPWM desenvolvido para o DVSI de fonte única segue o mesmo princípio apresentado anteriormente para o caso convencional, porém necessita de algumas adaptações devido à forma como os dois inversores partilham o mesmo barramento DC e aplicam tensões diferenciais à máquina. Recorde-se que, nesta topologia, cada conjunto de braços é excitado com um desfasamento de  $180^\circ$  [59], garantindo que, sempre que o inversor 1 aplica um determinado vetor de comutação, o inversor 2 aplica o seu complementar. Desta forma, a tensão efetiva aplicada em cada fase é a diferença entre os estados lógicos de cada conjunto de braços, resultando em valores que podem atingir diretamente  $V_{DC}$ , ao contrário do VSI clássico onde o limite é  $V_{DC}/2$ .

Assim, o modulador recebe as referências  $u_{abc}^*$  provenientes do FOC e, numa primeira etapa, adapta-as para o intervalo  $[-1, 1]$  dividindo pelo novo limite admissível  $V_{om} = V_{DC}$ . Esta alteração está de acordo com o impacto da topologia DVSI analisado no subcapítulo 4.3, onde foi demonstrado que a tensão disponível à saída do conversor é maior, permitindo adiar a entrada em enfraquecimento de campo. Após esta projeção, o sinal é limitado de modo a evitar sobre-modulação, garantindo que todo o processo decorre dentro da região linear da técnica.

Com o sinal devidamente condicionado, procede-se à injeção da terceira harmónica, recorrendo ao mesmo método descrito no subcapítulo 4.4.1: calcula-se a terceira harmónica a partir das três modulantes instantâneas e subtrai-se esse valor a cada uma delas. Esta etapa aumenta o valor eficaz da modulante e permite elevar o índice de modulação até cerca de 1,15, obtendo a deformação característica do THI-SPWM, tal como pretendido. O resultado é um sinal modulante otimizado, que utiliza de forma mais eficiente a amplitude disponível do barramento DC e produz tensões de fase mais elevadas após a síntese diferencial dos dois inversores.

A comparação com a portadora triangular é realizada de forma idêntica ao caso clássico: valores positivos resultam num estado lógico alto e valores negativos num estado baixo. A única diferença relevante surge no segundo inversor, cuja portadora é invertida, garantindo o desfasamento de  $180^\circ$  entre os dois blocos de comutação. Esta operação assegura que, por exemplo, quando o inversor 1 gera o vetor  $S_{1ABC} = [1, 0, 0]$ , o inversor 2 gera automaticamente o complementar  $S_{2ABC} = [0, 1, 1]$ , criando a diferença de potenciais necessária para alimentar a SynRM na configuração OEW.

A Figura 23 apresenta o diagrama funcional desta implementação, evidenciando as etapas de normalização, saturação, injeção da terceira harmónica e geração dos vetores complementares para o segundo inversor. No conjunto, este modulador garante que o DVSI opera com a máxima utilização possível do barramento DC, mantendo simultaneamente um nível de distorção reduzido e plenamente compatível com a operação da máquina nas regiões de enfraquecimento de campo.

#### 4 Modelação do acionamento proposto para a SynRM

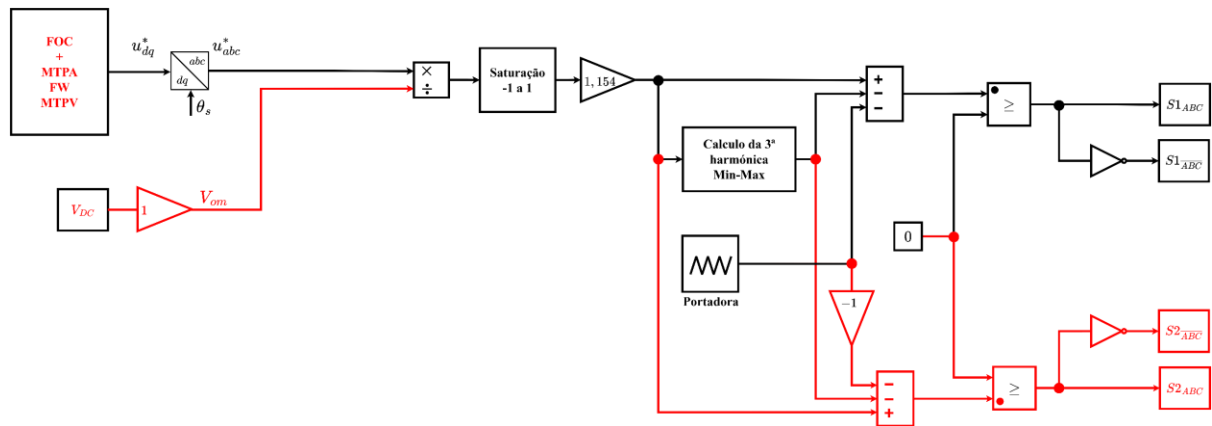


Figura 23 – Modulador THI-SPWM para DVS de fonte única.

## Capítulo 5

# 5 Resultados

Os resultados apresentados neste capítulo resultam da implementação do controlo FOC com trajetórias de enfraquecimento de campo aplicado à SynRM, utilizando as topologias VSI e DVSI de fonte única, modeladas no software PLECS da *Plexim GmbH*. Pretende-se avaliar a coerência dinâmica das trajetórias MTPA, FW e MTPV e verificar de que forma a eletrónica de potência influencia o comportamento das grandezas elétricas e mecânicas. Para tal, simulou-se a máquina sem inversor, com o VSI e com o DVSI, com um período de simulação  $T_{step} = \frac{T_{sw}}{10}$ , o que permite captar efeitos de comutação sem comprometer a estabilidade numérica. Os cenários analisados incluem variações de velocidade em degrau e rampa, inversão de marcha e inserções de binário, tanto em vazio como em carga, de forma a validar a robustez do controlo nas zonas de enfraquecimento de campo.

Especificamente nos subcapítulos 5.1. e 5.2., onde ambos os inversores partilham a mesma tensão do DC-Link, qualquer divergência observada resulta exclusivamente da estratégia de modulação e do número de dispositivos semicondutores, e não de diferenças energéticas entre topologias.

De forma complementar, é importante referir que as simulações aqui apresentadas não pretendem apenas validar a coerência das trajetórias, mas também analisar o impacto das limitações impostas pelo inversor e pela própria topologia DVSI no comportamento do controlo. Assim, os resultados numéricos discutidos ao longo deste capítulo constituem a validação da implementação realizada, permitindo avaliar a consistência entre o modelo matemático, a modulação e a resposta dinâmica da SynRM.

## 5.1. Trajetórias

A validação dos limites da máquina em cada região pode ser obtida com a resposta em degrau quando a máquina se encontra em vazio, de modo que a transição de trajetórias ocorra de acordo com o algoritmo utilizado.

### 5.1.1. Transição

Analisando primeiramente o modelo matemático inerente à Figura 24, as grandezas de velocidade mecânica  $n$ , binário eletromagnético  $T_e$ , correntes  $i_d$ ,  $i_q$  e  $\bar{i}_s$ , fluxos  $\psi_d$ ,  $\psi_q$  e  $\bar{\psi}_s$ , ângulo de carga  $\delta$  e entre correntes  $\kappa$ , apresentam um comportamento esperado. Após o arranque, a trajetória MTPA mantém-se durante 0,4 segundos até ao cursor I, onde o binário eletromagnético é máximo ( $T_e = 20,6 \text{ N.m}$ ) de modo que a velocidade  $n$  acompanhe a referência  $n^*$  de 9000 rpm, refletindo-se também

## 5 Resultados

nos  $45^\circ$  de  $\kappa$  entre as correntes, na corrente do estator  $|\bar{i}_s| = |\bar{i}_{s,max}| = 11,18 \text{ A}$ , e  $|\bar{\psi}_s| = |\bar{\psi}_{s,max}| = 1,039 \text{ Wb}$ . Ao alcançar  $\sim 1295 \text{ rpm}$ , a tensão  $|\bar{u}_s|$  atinge o seu valor máximo admissível pelo inversor de  $\frac{V_{dc}}{2} = \frac{565,7}{2} \text{ V}$  proveniente da expressão (24)  $(\omega_s = \frac{|\bar{u}_s|}{|\bar{\psi}_s|} = \frac{282,5}{1,039} = 271,9 \text{ rad/s} \rightarrow n = \frac{\omega_s \times 60}{p \times 2\pi} = 1298 \text{ rpm})$ , que valida a condição de entrada em FW, que se mantém durante 1,9 segundos até ao cursor II. Nesta região as evoluções das grandezas estão conforme o esperado: as correntes  $i_{dq}$  passam a divergir com uma redução acentuada em  $i_d$  de 7,9 A para 1,7 A, e um ligeiro aumento em  $i_q$  de 7,9 A para 11,0 A, proveniente das expressões (36) e (37). Este comportamento, característico da trajetória FW, afeta os fluxos dos eixos de igual forma, e, principalmente o binário eletromagnético disponível, que apresenta uma redução acentuada de 20,6  $N.m$  para 6,3  $N.m$ , evoluindo de acordo com a expressão (10). O ângulo de carga aumenta como esperado, atingindo os  $45^\circ$  ao entrar na trajetória MTPV aos 2,3 segundos.

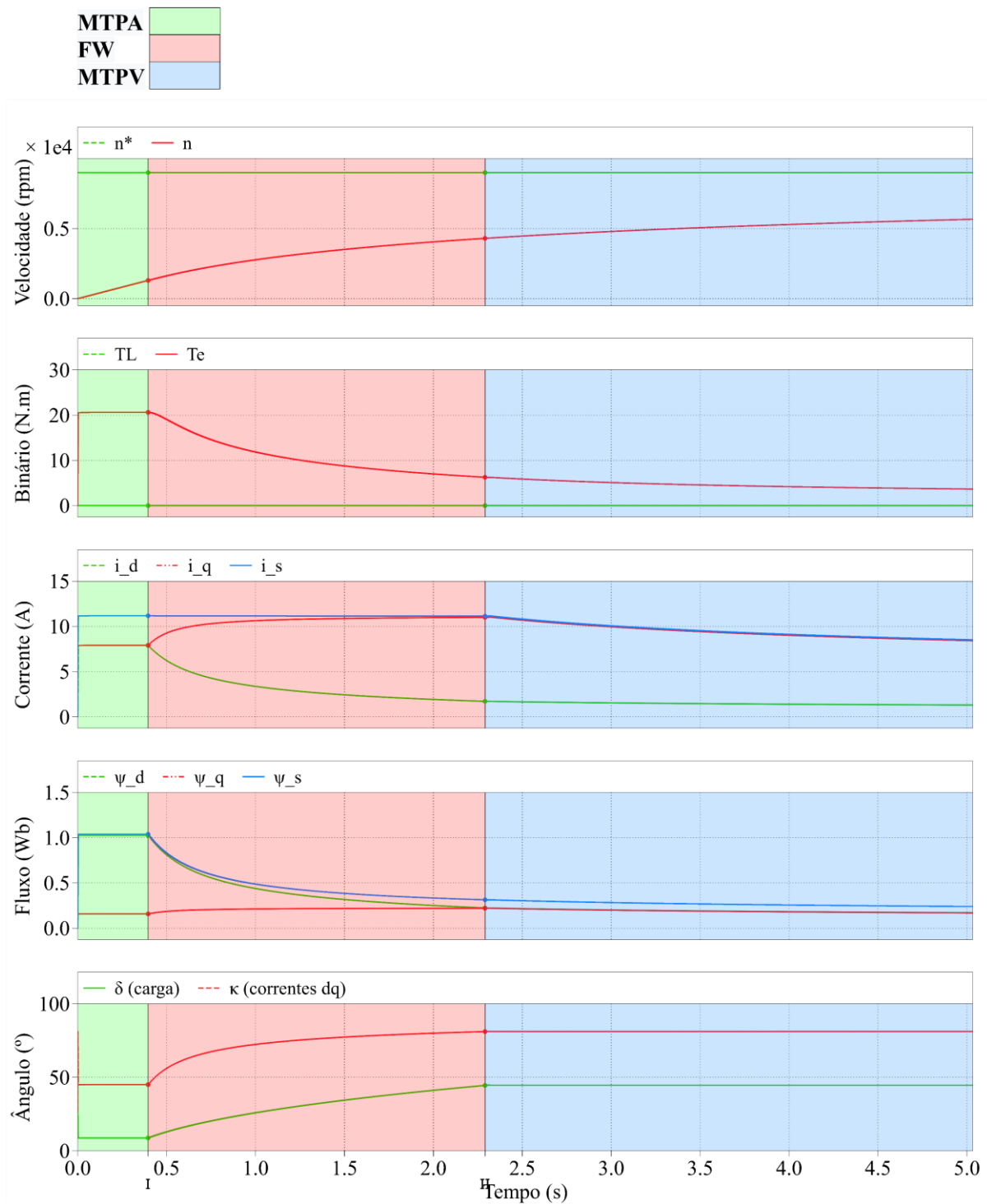


Figura 24 - Trajetórias com degrau de referência de 9000 rpm em vazio. Modelo matemático.

Após validado o controle FOC com algoritmo de transição de trajetórias para o modelo matemático da SynRM, simularam-se os modelos completos com a inserção da modulação e do inversor, onde a figura 24 mostra que tanto o VSI como o DVSI de fonte única conseguem acompanhar as exigências do controle imposto, ambas apresentando tempos de transição semelhantes aos verificados no modelo matemático, onde demoram 0,39 segundos a transitar para FW, e 1,87 segundos a transitar para MTPV. Nas grandezas da máquina as evoluções são as esperadas, com a adição de oscilações

## 5 Resultados

provenientes das comutações, sendo mais evidente no inversor duplo que possui o dobro dos semicondutores do inversor clássico.

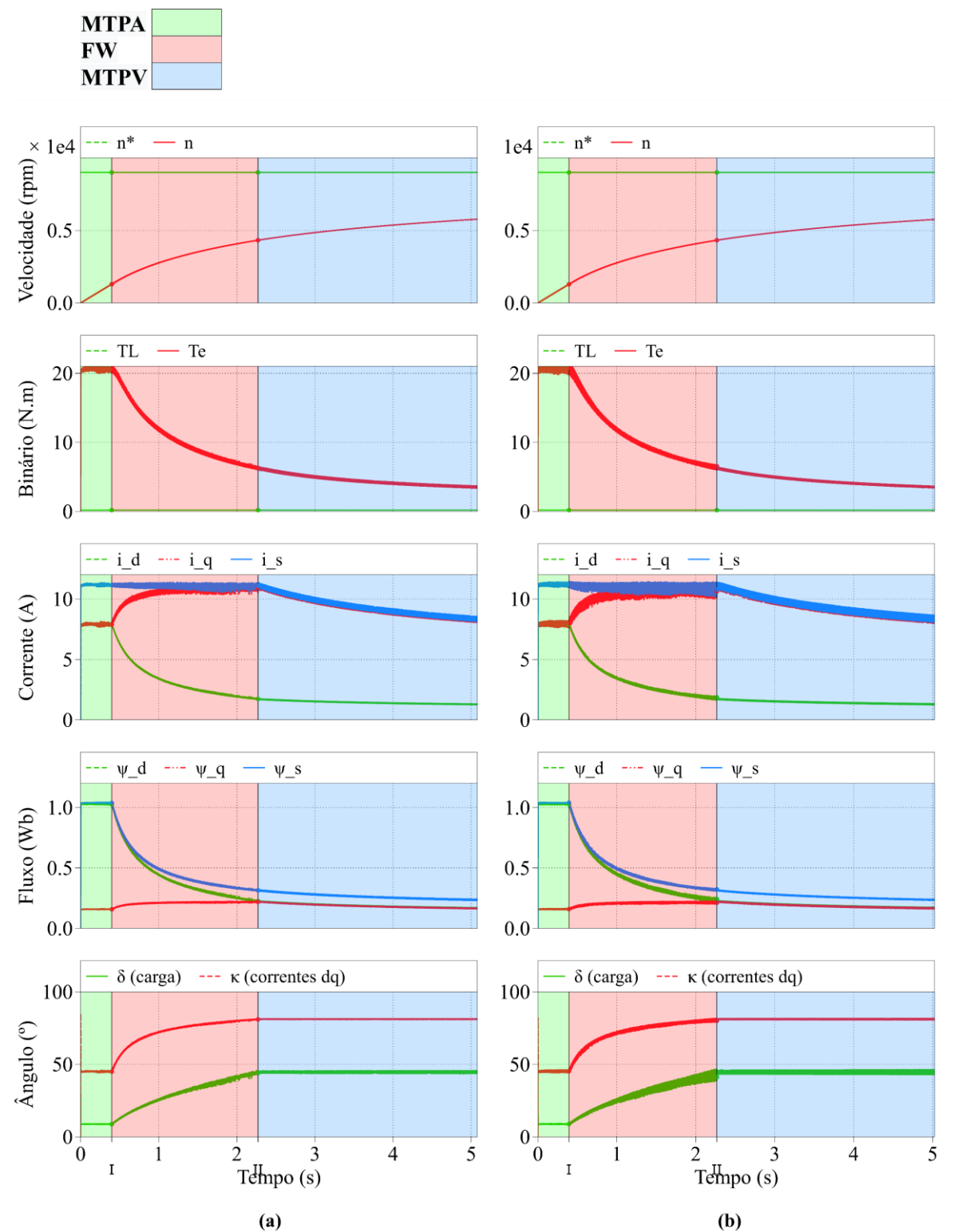


Figura 25 - Trajetórias com degrau de referência de 9000 rpm em vazio. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

### 5.1.2 Relação de correntes $i_{dq}$

Para validar que a elipse da corrente máxima dos enrolamentos da máquina é cumprida, juntamente com a reprodução das trajetórias, foi aplicada uma aceleração mecânica de referência de  $78,57 \text{ rad/s}^2$  ( $750,3 \text{ rpm/s}$ ) até que a velocidade estabilize nos  $942,48 \text{ rad/s}$  ( $9000 \text{ rpm}$ ) e uma rampa de binário de carga de  $7,6 \text{ N.m/s}$  até chegar aos  $18,05 \text{ N.m}$ . A Figura 26 apresenta a evolução das grandezas em (a), e a relação das correntes  $i_{dq}$  em (b), sendo possível observar os ângulos característicos de  $45^\circ$  em MTPA, e  $\cos^{-1} \frac{L_q}{L_d}$  em MTPV que equivale a  $81,15^\circ$  para a máquina utilizada.

É importante referir dois detalhes sobre os resultados obtidos nesta simulação, o primeiro, diz respeito à trajetória MTPA não ser seguida antes dos 4 A devido ao transitório presente no arranque, e que quanto mais acentuada for a referência da velocidade, mais tarde será acompanhada a trajetória MTPA. O segundo ponto é referente à transição prematura de MTPA para FW, e que tem a ver com os limites de operação da máquina terem sido simplificados, e também, a tensão máxima admissível  $V_{om} = \frac{V_{dc}}{2} = 282,5 \text{ V}$  ser ligeiramente inferior à nominal da máquina  $\sqrt{2}U_{ph-n} = \frac{\sqrt{2}U_{ph-ph}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times 355}{\sqrt{3}} = 289,9 \text{ V}$ , levando assim, à velocidade de transição de  $\sim 1295 \text{ rpm}$  envés de  $1500 \text{ rpm}$ .

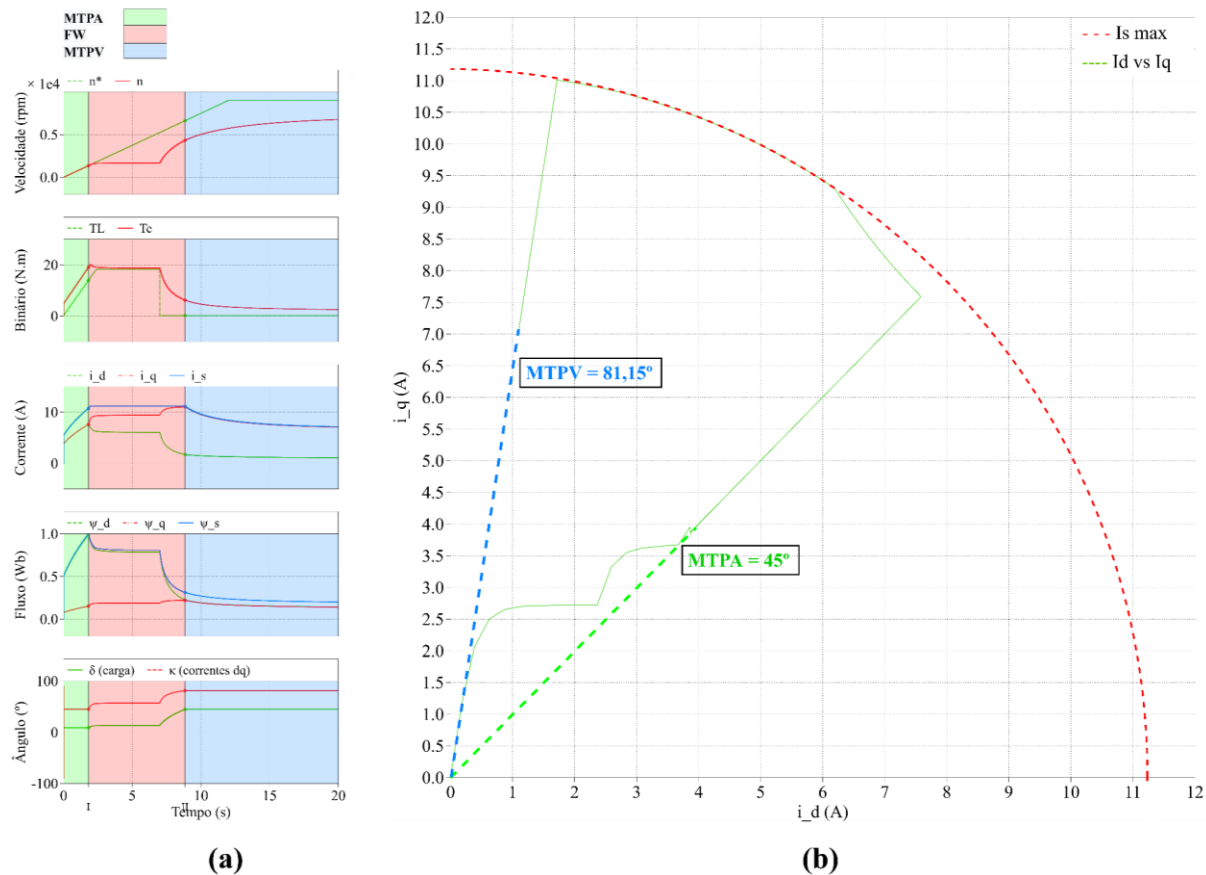


Figura 26 – (a): Evolução das grandezas da SynRM quando sujeita a uma rampa de 25 Hz/s de referência até 300 Hz, e 7,6 N.m/s de binário de carga até 18,05 N.m (b): Relação das correntes  $i_{dq}$  nas trajetórias MTPA, FW e MTPV. Modelo matemático.

## 5 Resultados

Aplicando as mesmas rampas de referência e binário de carga aos modelos com os inversores obtém-se então os resultados da Figura 27, que evidencia as oscilações previamente observadas no VSI em (a), e no DVSI em (b). Estas oscilações levam a que haja falhas na simulação que permitem que a corrente  $i_{s,max}$  seja superior a  $\sqrt{2} \times 7,9$  A em alguns instantes.

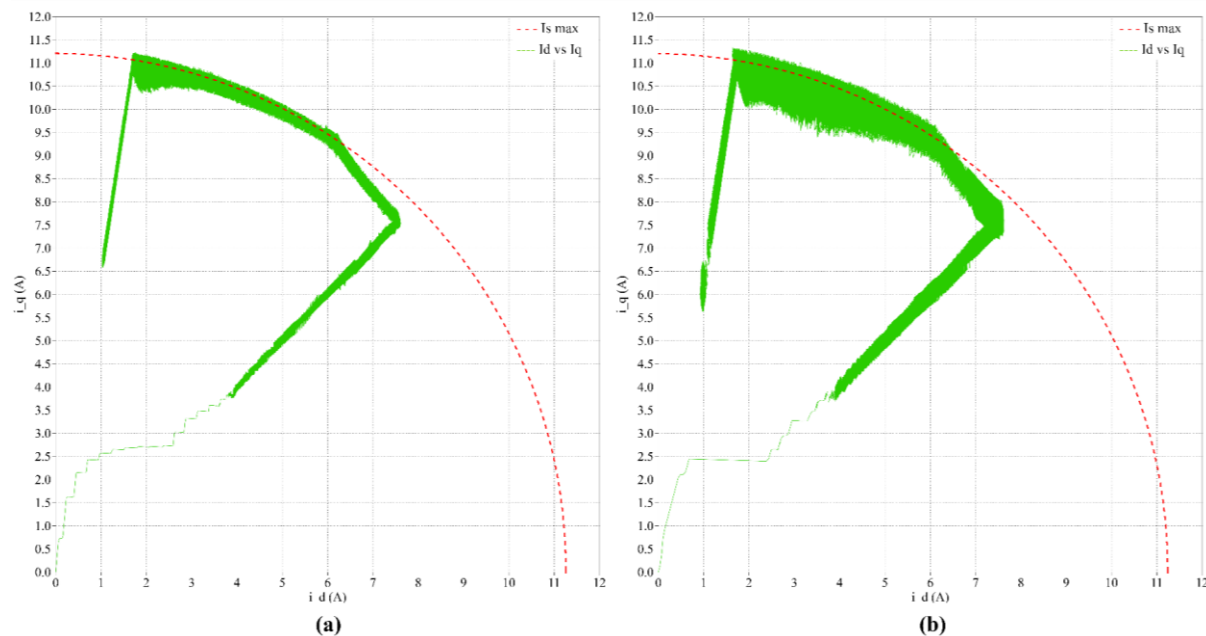


Figura 27 – Relação das correntes  $i_{dq}$  nas trajetórias MTPA, FW e MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

## 5.2 Controlo em enfraquecimento de campo

Neste subcapítulo analisa-se o comportamento do controlo em enfraquecimento de campo quando sujeito a diferentes solicitações que influenciam diretamente a sequência de trajetórias entre MTPA, FW e MTPV. Como estas transições não ocorrem apenas por variação da velocidade de referência, optou-se por reunir três cenários distintos que permitem observar o comportamento completo do algoritmo: a alteração da velocidade, a inversão de marcha e a inserção de binário de carga. Cada um destes casos força o controlador a responder de forma diferente, seja pela inversão das polaridades das correntes, pela necessidade de estabilizar trajetórias em regiões de operação limite, ou pela compensação de perturbações mecânicas. Desta forma, torna-se possível verificar a robustez do controlo, a coerência das trajetórias e o cumprimento das limitações da máquina ao longo de toda a operação.

### 5.2.1 Controlo de velocidade

A Figura 28 mostra o controlo de velocidade onde a referência  $n^*$  é definida a 9000 rpm com uma rampa que permite visualizar o acompanhamento desta referência por parte da máquina, sujeitando-a

também a um binário de carga constante de 4 N.m, que facilita a estabilização em FW e MTPV e prova que a inversão de trajetórias de controlo não se dá apenas em vazio. Aos 2,53 segundos a máquina transita para FW, e aos 6,63 para MTPV ainda com a referência original, que aos 8 segundos é alterada para as 1500 rpm, travando a máquina, o que se traduz na inversão acentuada das grandezas via reversão da sequência das trajetórias, ou seja, passar de MTPV para FW e de FW para MTPA. Verifica-se então a inversão das grandezas  $i_d$ ,  $\psi_d$ ,  $\bar{\psi}_s$ , e  $\bar{i}_s$ , assim como da polaridade da corrente  $i_q$ , do fluxo  $\psi_q$ , e dos ângulos  $\delta$  e  $\kappa$ . Já o binário eletromagnético  $T_e$  inverte de forma diferente, passando rapidamente de 5,62 N.m para -6,48 N.m, e, descendo ainda mais para -19,3 N.m entre os 8 e os 9,23 segundos. Após alcançar as 1500 rpm, a máquina estabiliza e restabelece as polaridades até aos 12 segundos, onde volta a sofrer uma alteração de referência para as 9000 rpm, que fará com que a máquina retome a trajetória ascendente, passando por FW e MTPV de novo.

## 5 Resultados

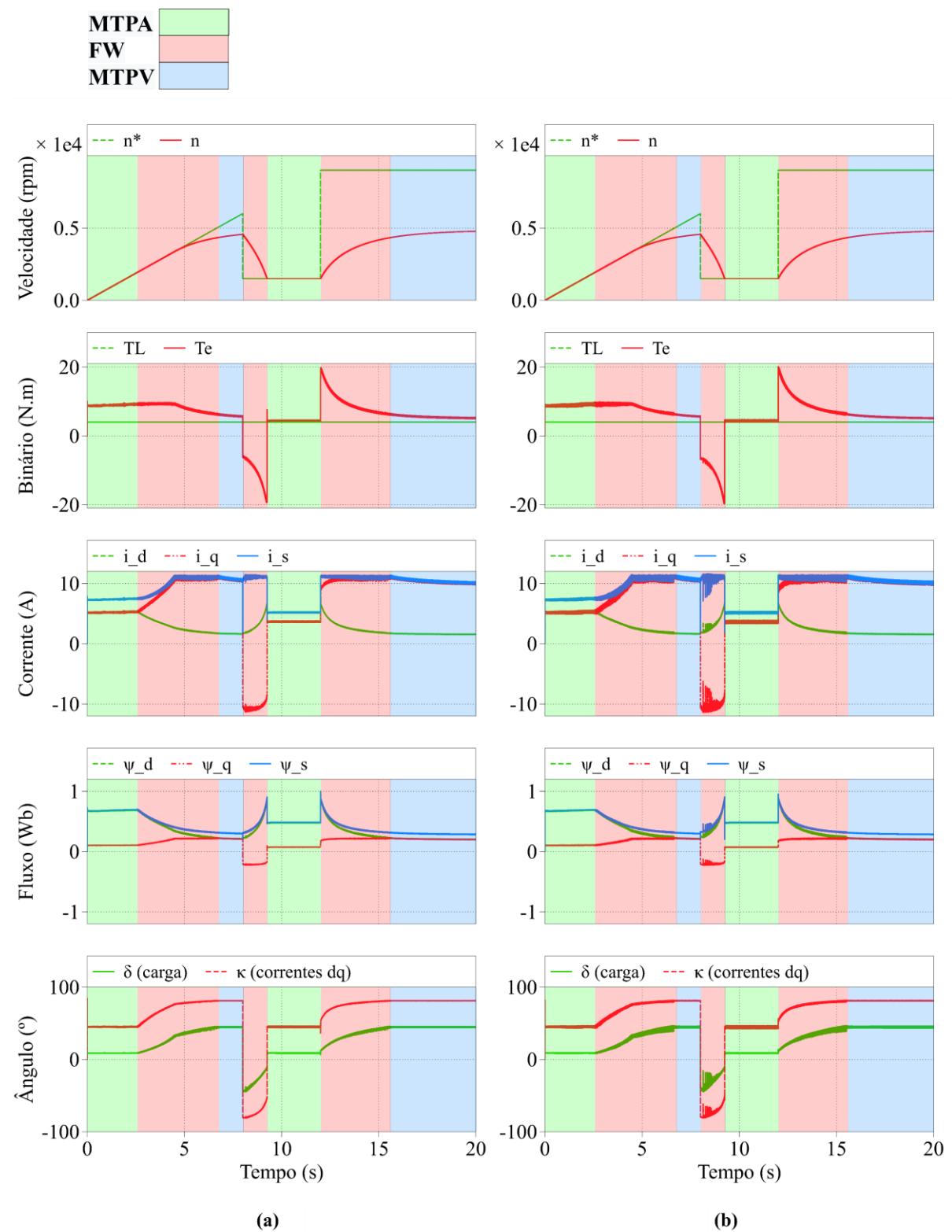


Figura 28 - Alteração de velocidade de referência em FW. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

### 5.2.2 Inversão de marcha

Como a alteração da referência de velocidade pode ser replicada para velocidades negativas, não surge necessidade de replicar a mesma simulação com referências inversas, contudo, a inversão de marcha apresenta outros desafios ao algoritmo que podem efetivamente comprometer o controle de velocidade. Definiram-se então duas transições na Figura 29, a primeira aos 3 segundos, diz respeito à alteração da velocidade de referência inicial, de 6000 rpm para -6000 rpm, quando a SynRM se encontra em MTPV. Nos instantes que se seguem, a máquina transita de MTPV para FW aos 3,5 segundos, e para MTPA aos 5,11 segundos. Ao transitar para MTPA, a velocidade cruza o ponto zero, e repete a sequência de trajetórias para a referência negativa. A simetria é evidente não só nas trajetórias, mas também no crescimento até à velocidade de referência, entre a primeira mudança de referência aos 3 segundos e a segunda mudança aos 12 segundos, que recupera a velocidade para as 6000 rpm.

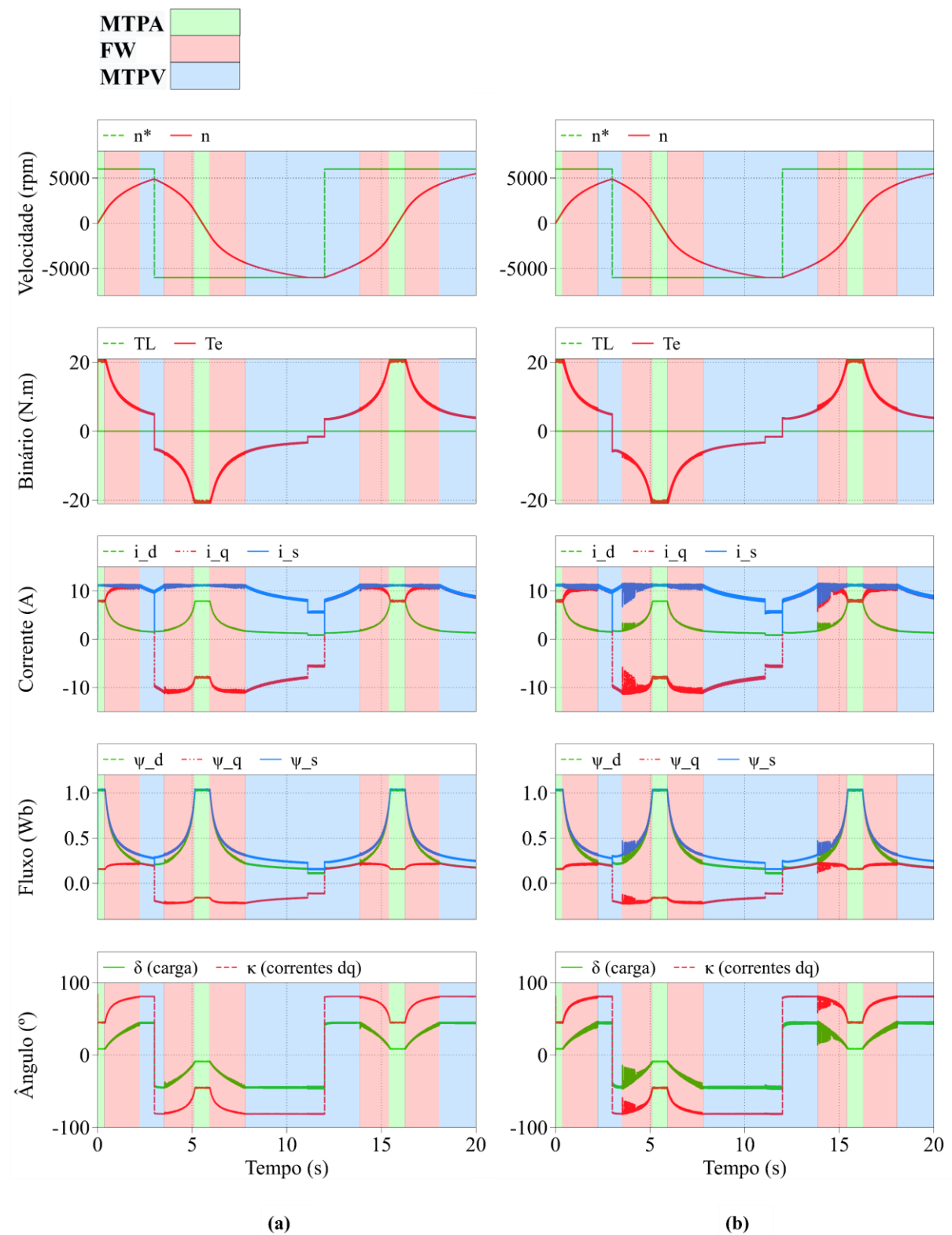


Figura 29 – Inversão de marcha. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

### 5.2.3 Inserção de binário

A inserção de binário é outro cenário de utilização onde surgem problemas de controle, e, como tal, definiram-se duas inserções de binário, uma na trajetória FW, e outra em MTPV, como mostra a Figura 30, onde, primeiramente, é enviada uma referência em degrau de 6000 rpm, e como esperado a máquina rapidamente entra em FW aos 0,4 segundos, de seguida, antes que avançasse para MTPV, aplicou-se um binário de carga de 11,6 N.m entre os 1 e 3 segundos, mantendo a máquina em FW. A velocidade deixou de aumentar às 2711 rpm e começou a descer para que o binário eletromagnético correspondesse à carga adicionada. Os ângulos de carga  $\delta$  e entre correntes  $\kappa$ , juntamente com a corrente  $i_q$  e o fluxo  $\psi_q$ , apresentam evoluções semelhantes à velocidade, com descidas subtis até um ponto estável que é característico da própria trajetória. Já a corrente  $i_d$ , fluxo  $\psi_d$ , e fluxo  $|\overline{\psi}_s|$ , crescem da mesma forma que o binário eletromagnético  $T_e$ . Após a remoção do primeiro degrau de binário de carga, a máquina entra em MTPV e fica próxima da referência até que é interrompida novamente pela inserção de 4 N.m de binário, que, como havia sido verificado em 4.2.1, não será suficiente para remover a máquina de MTPV. Isto leva novamente à evolução previamente verificada em FW, apenas bastante mais acentuada. Por fim, a máquina chega à velocidade de referência com a remoção do binário de carga.

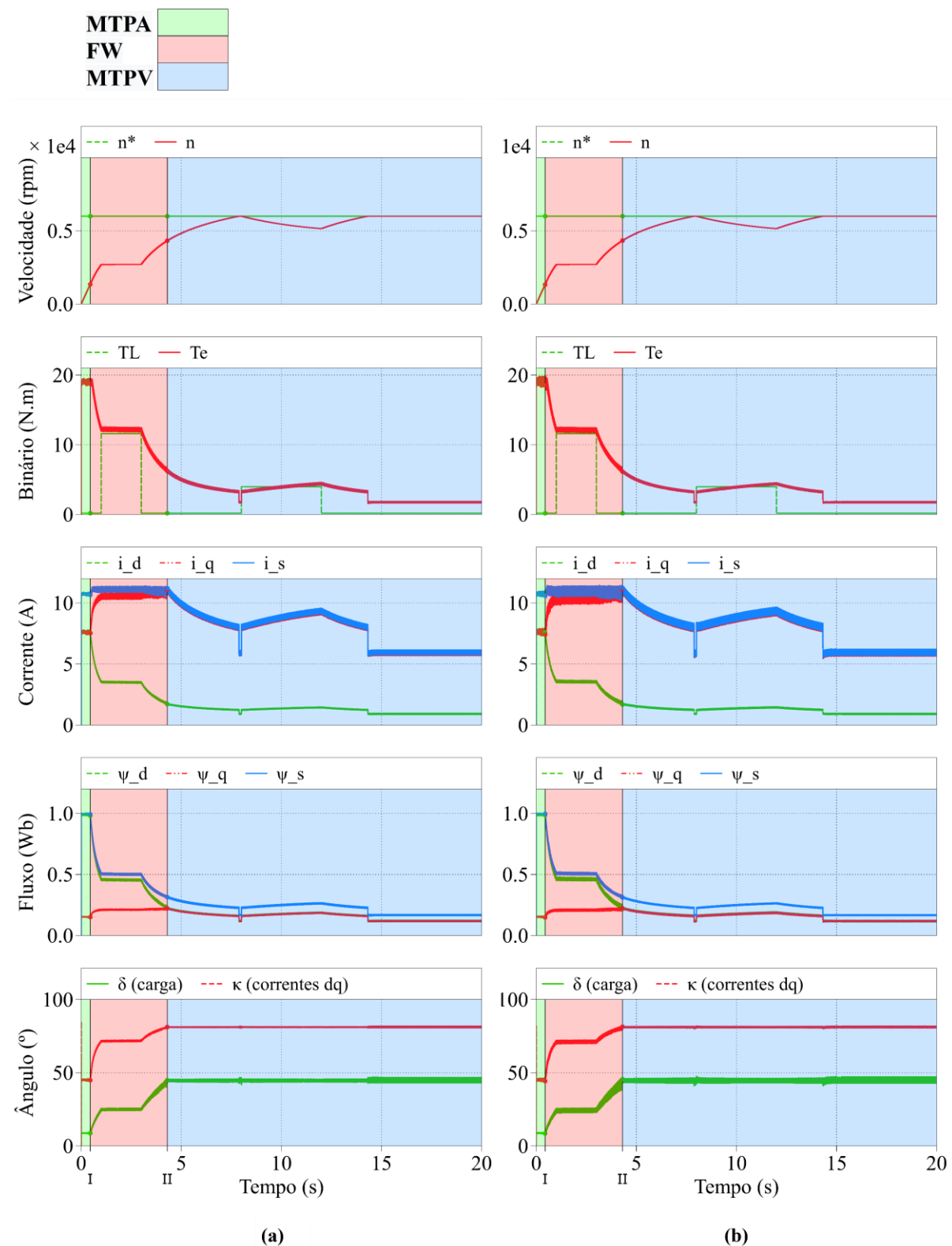


Figura 30 - Inserções de binário em FW e MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

Em síntese, estes resultados mostram que o controle em FW e MTPV permanece estável sob perturbações significativas de binário, preservando a coerência das trajetórias e respeitando os limites definidos no capítulo anterior. Verifica-se ainda que, sempre que a margem de tensão o permite, o

controlo recupera naturalmente a trajetória ideal sem necessidade de mecanismos adicionais de supervisão.

## 5.3 Comparação entre VSI e DVSI

A comparação entre ambos os inversores, visa perceber não apenas as diferenças nas tensões aplicadas, mas também o impacto da comutação e da modulação no comportamento do controlo vetorial. Como demonstrado nos capítulos 3 e 4, a limitação de tensão condiciona diretamente as trajetórias FW e MTPV; assim, pequenas diferenças na amplitude da modulante traduzem-se em divergências na aceleração e velocidade máxima. Primeiro são analisadas as grandezas de tensão nos enrolamentos e sinais de modulação para os inversores quando a tensão no DC-Link  $V_{dc}$  é igual em ambos. No fim, verificam-se as diferenças quando a tensão máxima admissível no DVSI é o dobro da do VSI.

### 5.3.1 VSI e DVSI com $V_{om} = \left[ \frac{V_{dc}}{2}, \frac{V_{dc}}{2} \right]$

De modo a verificar as diferenças na modulação dos inversores ao longo das trajetórias, a Figura 31 apresenta a evolução da amplitude máxima do sinal modulante para a Fase A, e das tensões aplicadas aos enrolamentos, ou tensões simples A, B, C, à medida que a velocidade da SynRM aumenta até uma referência de 7500 rpm, em vazio. O VSI atinge uma amplitude máxima na modulante de 0,96 V, e amplitude da tensão aplicada aos enrolamentos de 377 V, coincidindo com  $\frac{2}{3}V_{dc}$ . O DVSI de fonte única, num dos seus inversores apresenta picos de modulante de 0,95 V, não ultrapassando os 0,64 V ao estabilizar, e a tensão aplicada aos enrolamentos passa a ser 565 V, que equivale a  $V_{dc}$ .

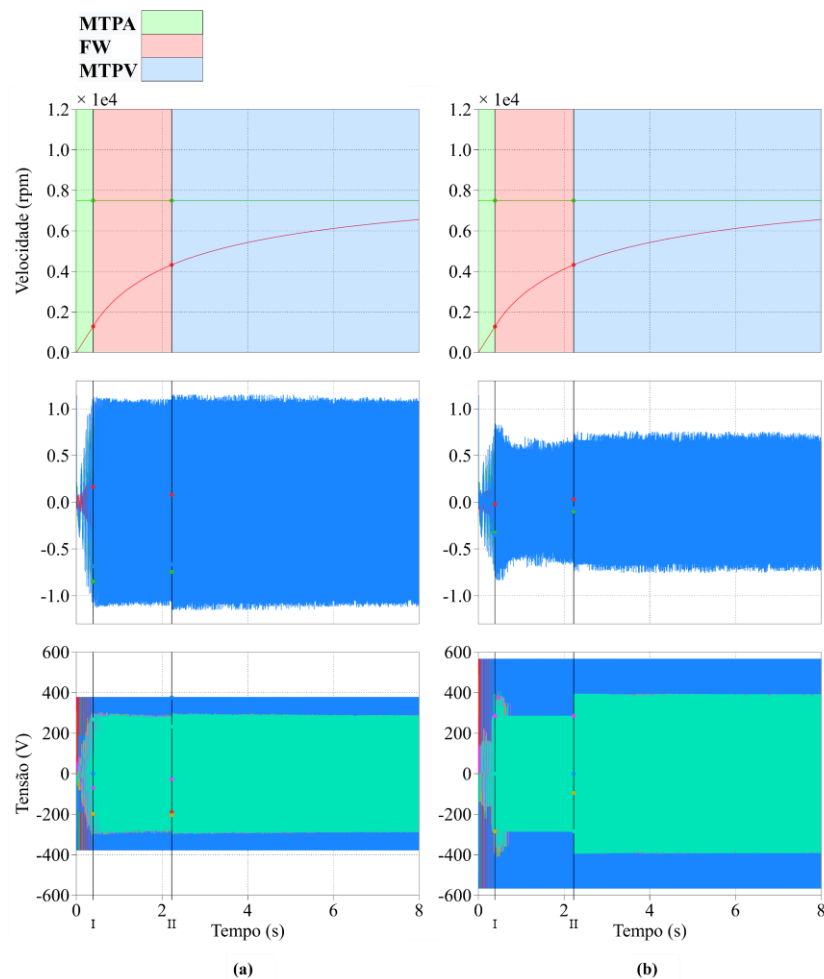


Figura 31 – Evolução da amplitude máxima do sinal de referência e da tensão simples ao longo das trajetórias MTPA, FW e MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

De modo a visualizar as formas de onda mais detalhadamente, retiram-se três ciclos das ondas de referência, modulante, e terceira harmónica, em cada uma das trajetórias. Começando então por MTPA, a Figura 32 mostra que a uma velocidade entre as 560 e as 930 rpm sem carga, o VSI já apresenta uma tensão simples aplicada entre os 150 e 260 V, enquanto o DVSI de fonte única aplica apenas 120 V. No que toca à onda modulante, o DVSI possui bastantes oscilações, não permitindo distingui-la da referência, contudo, a sua amplitude aparenta ir ao encontro da tensão simples com valores entre os 0,2 V e 0,45 V. Em comparação, o VSI possui uma forma de onda menos oscilatória e perceptível face à referência, mas com uma amplitude superior entre 0,5 V e 0,7 V, que também vai ao encontro da tensão simples. Relativamente à terceira harmónica, esta apresenta valores entre os 10% e 20% da referência para o VSI, e menos de 10% para o DVSI.

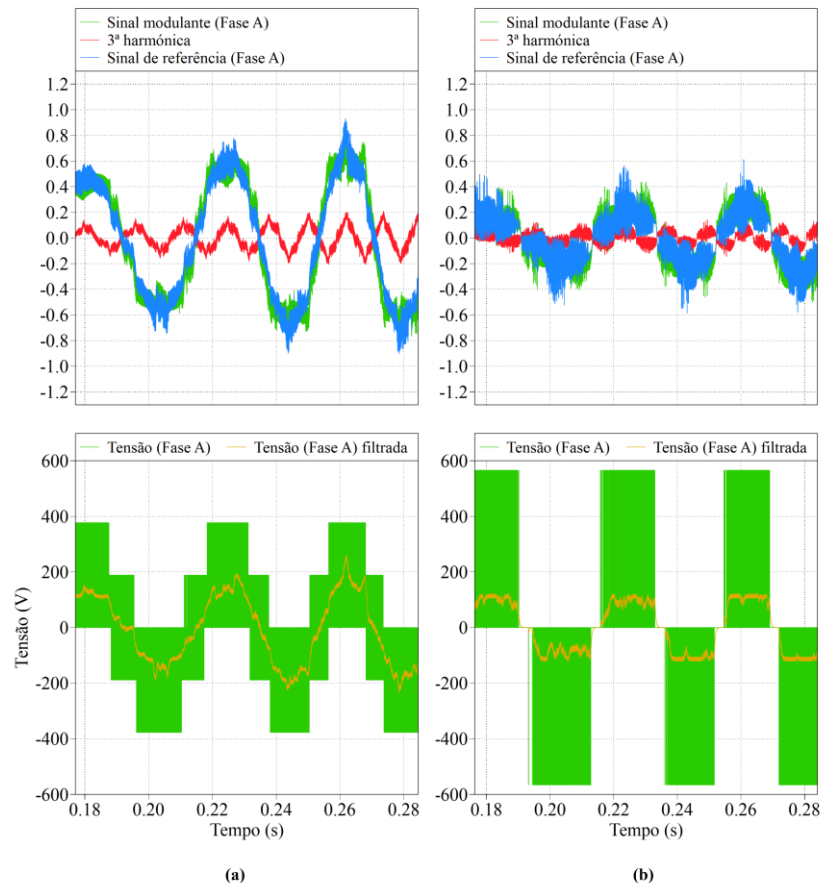


Figura 32 – Três ciclos de sinal modulante, terceira harmónica, sinal de referência, e tensões simples, em MTPA. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

Ao transitar para FW, verifica-se uma estabilização nas tensões aplicadas aos enrolamentos da máquina por parte do VSI, o que, de acordo com a Figura 33, equivale a cerca de 277 V quando a onda modulante oscila entre os 0,8 V e 0,99 V, e a velocidade de rotação da máquina é cerca de 3400 rpm. No DVSI, verifica-se o mesmo comportamento, com tensões máximas compreendidas entre os 230 V, e os 240 V, e cerca de 0,53 V para a onda modulante. A terceira harmónica estabilizou nos 25% e 13%, para o VSI e DVSI respetivamente, e, as formas de onda ainda que oscilatórias, tornam-se mais perceptíveis.

## 5 Resultados

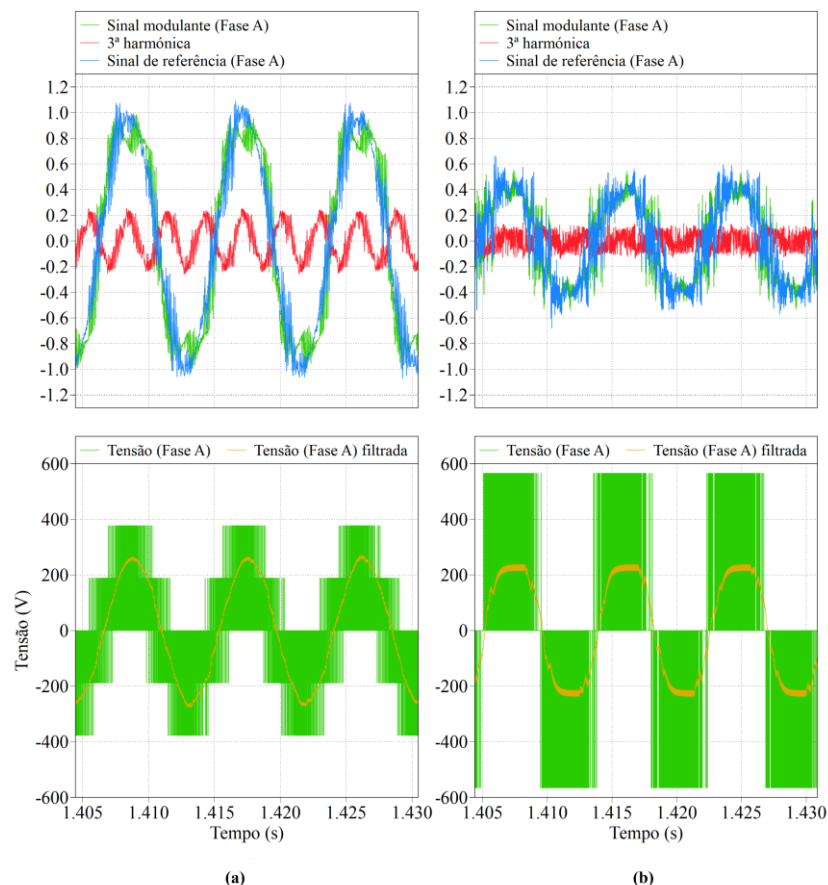


Figura 33 - Três ciclos de sinal modulante, terceira harmónica, sinal de referência, e tensões simples, em FW. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

Por fim, em MTPV, a máquina encontra-se em velocidades elevadas, com o ponto de funcionamento de 6200 rpm na Figura 34, que apresenta amplitudes semelhantes ao FW para o VSI, com uma redução na oscilação dos sinais. No DVSI, as tensões simples tornam-se mais oscilatórias, mas as amplitudes mantêm-se. As terceiras harmónicas em ambos aumentaram cerca de 2%.

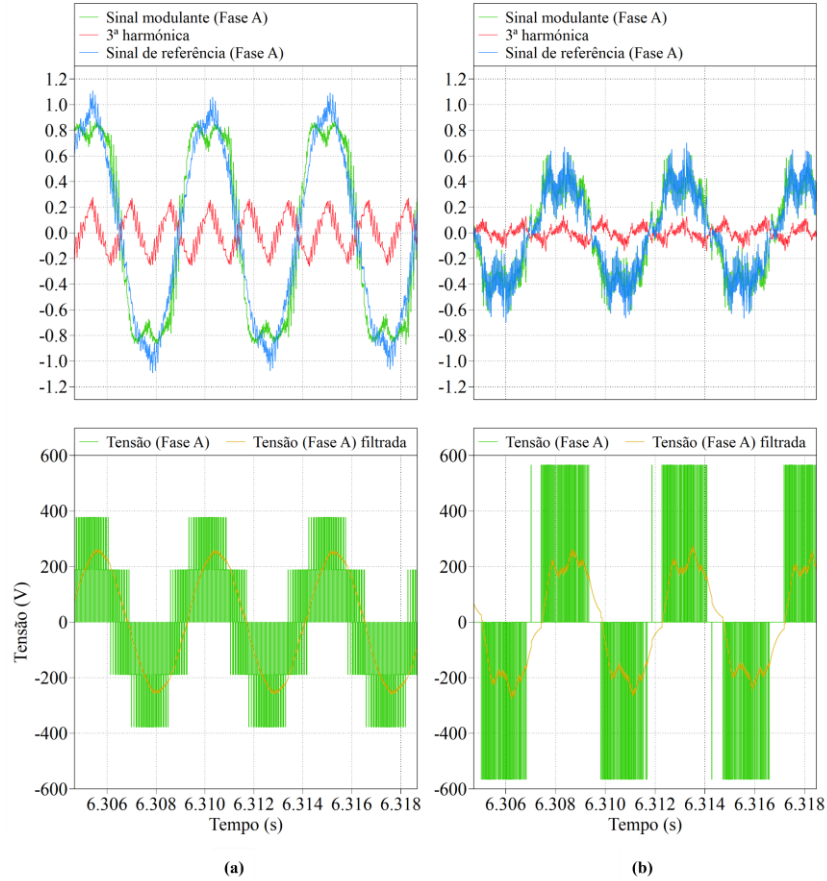


Figura 34 - Três ciclos de sinal modulante, terceira harmônica, sinal de referência, e tensões simples, em MTPV. (a): Modelo VSI (b): Modelo DVSI de fonte única.

### 5.3.2 VSI e DVSI com $V_{om} = \left[ \frac{V_{dc}}{2}, V_{dc} \right]$

Se a tensão máxima permitida pelo inversor  $v_{om}$  for alterada no DVSI de fonte única, de  $\frac{V_{dc}}{2}$  para  $V_{dc}$ , a máquina manter-se-á em MTPA o dobro do tempo, pois a condição de transição é a FCEM ser igual ou superior a  $v_{om}$ , e, conseqüentemente, manter-se-á em FW mais do dobro do tempo, como mostra a Figura 35. Conseqüentemente a tensão simples aplicada à máquina por parte do DVSI, aproxima-se da tensão composta que o VSI pode fornecer  $\frac{\sqrt{3}V_{dc}}{2}$ , como mostra a Figura 36, onde para uma onda modulante com amplitude entre os 0,90 V e 0,95 V, a tensão aplicada à fase A está entre os 445 V e 460 V.

## 5 Resultados

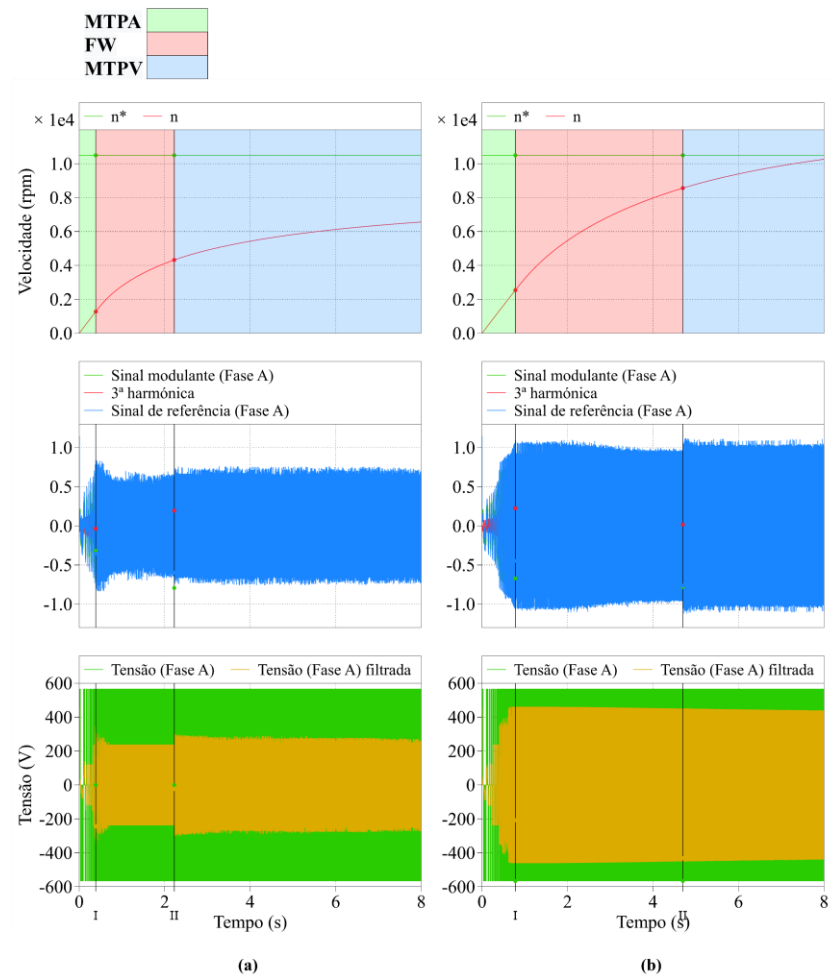


Figura 35 - Evolução da amplitude máxima do sinal de referência e da tensão simples ao longo das trajetórias MTPA, FW e MTPV. (a): Modelo DSVI de fonte única com  $v_{om} = \frac{v_{dc}}{2}$  (b): Modelo DSVI de fonte única com  $v_{om} = v_{dc}$ .

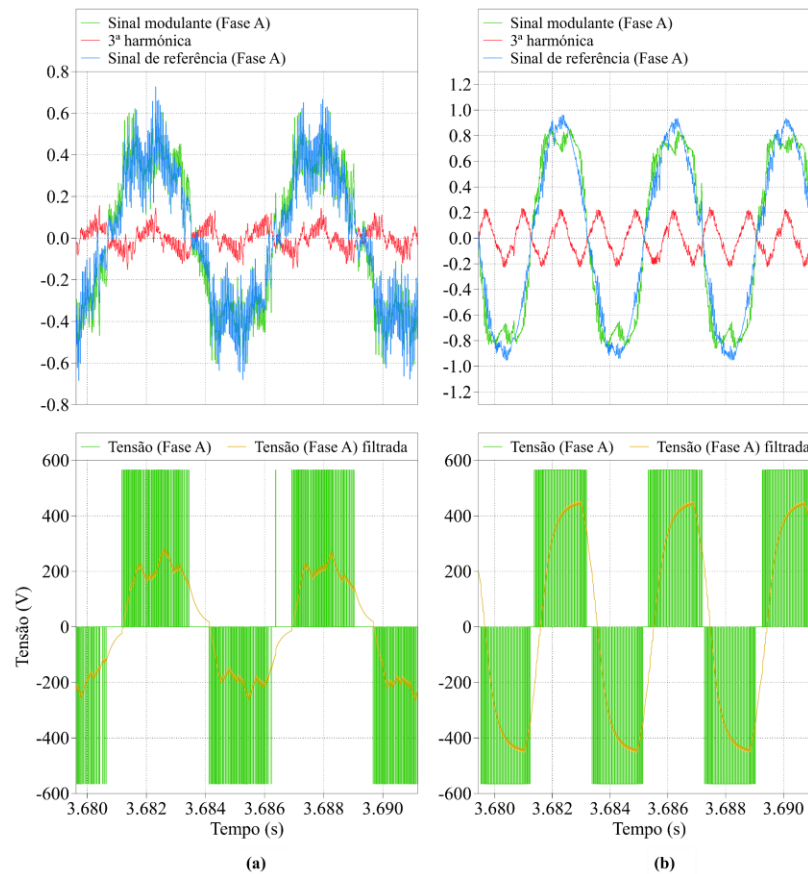


Figura 36 - Três ciclos de sinal modulante, terceira harmônica, sinal de referência, e tensões simples em FW. (a): Modelo DVSI de fonte única com  $v_{om} = \frac{v_{dc}}{2}$  (b): Modelo DVSI de fonte única com  $v_{om} = v_{dc}$ .

Esta alteração no comportamento da máquina é transversal às restantes grandezas como está descrito na Tabela 3, pois, ao atingir amplitudes próximas de 1 V, a onda modulante permite que a tensão simples seja maximizada e se aproxime de  $\frac{\sqrt{3}V_{dc}}{2}$ , a terceira harmônica passa de 13% para 26% em MTPA, e 15% para 27% em FW e MTPV, igualando os valores observados no VSI. De um modo geral, duplicar a tensão  $v_{om}$ , no DVSI de fonte única, torna a sua modulação bastante semelhante à do VSI, e, conseqüentemente permite que a velocidade máxima seja superior.

## 5 Resultados

Tabela 3 – Comparação das grandezas da modulação entre VSI ( $v_{om} = \frac{V_{dc}}{2}$ ), DVSI ( $v_{om} = \frac{V_{dc}}{2}$ ) e DVSI ( $v_{om} = v_{dc}$ ), ao longo das trajetórias MTPA, FW e MTPV.

|             |                                 | <b>VSI</b> ( $v_{om} = \frac{V_{dc}}{2}$ ) | <b>DVSI</b> ( $v_{om} = \frac{V_{dc}}{2}$ ) | <b>DVSI</b> ( $v_{om} = v_{dc}$ ) |
|-------------|---------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------|
| <b>MTPA</b> | Duração (s)                     | 0,39 s                                     | 0,39 s                                      | 0,78 s                            |
|             | Velocidade máxima (rpm)         | 1270 rpm                                   | 1280 rpm                                    | 2583 rpm                          |
|             | Amplitude da onda modulante (V) | 0,87 V                                     | 0,60 V                                      | 0,97 V                            |
|             | Tensão máxima simples (V)       | 277 V                                      | 248 V                                       | 460 V                             |
|             | Terceira harmónica (%)          | 25 %                                       | 13 %                                        | 26 %                              |
| <b>FW</b>   | Duração (s)                     | 1,83 s                                     | 1,83 s                                      | 3,91 s                            |
|             | Velocidade máxima (rpm)         | 4306 rpm                                   | 4308 rpm                                    | 8550 rpm                          |
|             | Amplitude da onda modulante (V) | 0,99 V                                     | 0,64 V                                      | 0,97 V                            |
|             | Tensão máxima simples (V)       | 277 V                                      | 248 V                                       | 466 V                             |
|             | Terceira harmónica (%)          | 27 %                                       | 15 %                                        | 27 %                              |
| <b>MTPV</b> | Velocidade máxima (rpm)         | >6500 rpm                                  | >6500 rpm                                   | >10000 rpm                        |
|             | Amplitude da onda modulante (V) | 0,99 V                                     | 0,62 V                                      | 0,97 V                            |
|             | Tensão máxima simples (V)       | 277 V                                      | 319 V                                       | 466 V                             |
|             | Terceira harmónica (%)          | 27 %                                       | 15 %                                        | 27 %                              |



## Capítulo 6

# 6 Conclusões e Trabalho Futuro

O trabalho desenvolvido permitiu analisar, de forma consistente, o comportamento do acionamento proposto da SynRM, integrando o controlo vetorial clássico e a operação em enfraquecimento de campo, bem como avaliar o impacto da utilização do inversor duplo de fonte única em comparação com o inversor trifásico convencional. Este estudo procurou não apenas validar o controlo vetorial e a topologia DVSI de fonte única, mas também demonstrar como as limitações de tensão e modulação influenciam diretamente a operação da SynRM em regiões de alta velocidade. Dessa forma, os resultados obtidos em simulação servem como referência para o comportamento esperado em protótipos reais.

Ao nível das trajetórias de controlo, verificou-se que o acionamento reproduz corretamente as relações teóricas entre correntes, fluxos e ângulos de carga, incluindo os ângulos característicos de  $45^\circ$  em MTPA e  $\cos^{-1} \frac{L_q}{L_d}$  em MTPV. Estes resultados confirmam que o algoritmo mantém coerência com a teoria, mesmo quando sujeito às limitações do inversor. As transições entre trajetórias também evidenciaram o comportamento esperado, embora a passagem antecipada de MTPA para FW tenha ocorrido a uma velocidade ligeiramente inferior à prevista, devido principalmente à tensão máxima disponível do inversor e à aproximação dos coeficientes de autoindução  $L_{dq}$  a valores constantes.

No controlo de velocidade, verificou-se a capacidade do sistema de alcançar até 6 vezes a velocidade nominal, de efetuar inversões de marcha em resposta a variações abruptas de referência, preservando a coerência das grandezas  $i_{dq}$ , fluxos  $\psi_{dq}$ , ângulos de carga  $\delta$ , e ângulo  $\kappa$  da corrente  $\bar{i}_s$ . Nos ensaios de inversão de marcha, todas as grandezas responderam de forma esperada, evidenciando a robustez do algoritmo de transição entre trajetórias.

A comparação entre VSI e DVSI demonstrou que, apesar de ambos partilharem a mesma tensão de DC-Link, o DVSI de fonte única permite aplicar tensões simples superiores aos enrolamentos da SynRM, a gama de operação, assim como a velocidade máxima alcançável. Isto resulta em velocidades máximas mais elevadas, e, maior amplitude de operação estável nas regiões FW e MTPV. De modo geral, o DVSI não só replica o comportamento do VSI, como o melhora significativamente, sem comprometer a coerência do controlo.

O estudo também confirmou a importância da modulação THI-SPWM, que permitiu maximizar a tensão simples eficaz, prolongando a operação estável nas regiões FW e MTPV e complementando o desempenho do esquema de controlo.

Em síntese, os resultados obtidos validam que:

- O controlo vetorial clássico, com transições de trajetórias MTPA, FW e MTPV, é adequado para operar a SynRM em altas velocidades de forma consistente.
- As trajetórias implementadas correspondem ao comportamento teórico esperado, mantendo coerência entre correntes, fluxos e ângulos de carga.

- O DVSI representa uma melhoria clara sobre o VSI, permitindo maior tensão aplicada aos enrolamentos e ampliando a faixa de operação estável.
- A modulação THI-SPWM, quando corretamente ajustada, maximiza a tensão simples eficaz e prolonga a operação estável nas regiões de alta velocidade, complementando o sistema de controlo.

Apesar da validação do sistema completo em simulação, o estudo abre um conjunto de possibilidades para trabalhos futuros:

- Implementação experimental do sistema completo, avaliando efeitos reais de comutação, ruído, parâmetros não lineares e tolerâncias dos semicondutores.
- Modelação mais rigorosa dos limites de operação da máquina, incluindo a saturação magnética e a dependência dos coeficientes de autoindução  $L_{dq}$  com as correntes  $i_{dq}$ , de modo a reduzir desvios como o observado na transição de MTPA para FW.
- Melhoria do algoritmo de transição entre trajetórias, desenvolvendo transições mais suaves para reduzir oscilações, sobretudo no DVSI.
- Exploração de modulações adicionais para o DVSI, onde técnicas de vetores otimizados ou minimização de oscilações podem melhorar ainda mais o desempenho.
- Extensão do estudo para estratégias avançadas de controlo, tais como controladores preditivos (MPC), controlo com redes neuronais adaptativas, controlo por modos deslizantes (SMC) ou controlo direto do fluxo (DFVC) podem ser comparados com o FOC para avaliar ganhos dinâmicos e robustez.

Cada uma destas sugestões visa superar as limitações identificadas nas simulações, explorando novas formas de maximizar a utilização da tensão disponível, melhorar a suavidade das transições de trajetória, e, avaliar o comportamento em condições reais de operação.

# Referências

- [1] K. Malekian, M. R. Sharif, e J. Milimonfared, «An optimal current vector control for synchronous reluctance motors incorporating field weakening», em *2008 10th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, mar. 2008, pp. 393–398. doi: 10.1109/AMC.2008.4516099.
- [2] S. M. Ferdous, P. Garcia, M. A. M. Oninda, e Md. A. Hoque, «MTPA and Field Weakening Control of Synchronous Reluctance motor», em *2016 9th International Conference on Electrical and Computer Engineering (ICECE)*, dez. 2016, pp. 598–601. doi: 10.1109/ICECE.2016.7853991.
- [3] V. Manzolini, D. Da Rù, e S. Bolognani, «An Effective Flux Weakening Control of a SyRM Drive Including MTPV Operation», *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, n.º 3, pp. 2700–2709, mai. 2019, doi: 10.1109/TIA.2018.2886328.
- [4] C. Lee e I. G. Jang, «Topology Optimization of Synchronous Reluctance Motors Considering the Optimal Current Reference in the Field-Weakening and Maximum-Torque-Per-Voltage Regions», *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 38, n.º 3, pp. 1950–1961, set. 2023, doi: 10.1109/TEC.2023.3259392.
- [5] A. Bento, R. Luís, S. Pinto, e F. Silva, «Open-end Winding Synchronous Reluctance Sensorless Drive based on Indirect Matrix Converter with Dual VSI Output», *IET Conf. Proc.*, vol. 2020, n.º 7, pp. 995–1000, mai. 2021, doi: 10.1049/icp.2021.1159.
- [6] C. Zhang, C. Gan, K. Ni, Z. Yu, H. Shi, e R. Qu, «Phase Current Reconstruction of Open-Winding Synchronous Reluctance Motor Based on Edge-Alignment and Phase-Shift Strategy», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 37, n.º 5, pp. 5173–5185, mai. 2022, doi: 10.1109/TPEL.2021.3128387.
- [7] J. Riccio *et al.*, «Effects of the Floating Capacitor Voltage on the Torque-Speed Characteristic of an Open-End Winding Synchronous Reluctance Motor Drive», *IEEE Trans. on Ind. Applicat.*, vol. 61, n.º 2, pp. 3269–3278, mar. 2025, doi: 10.1109/TIA.2025.3528879.
- [8] M. S. Mousavi, B. Nikmaram, A. Nassaji, S. A. Davari, F. Flores-Bahamonde, e J. Rodriguez, «Applying Model-Free Predictive Current Control With Parallel Cost Functions for Open-End Winding Synchronous Reluctance Motor», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 40, n.º 5, pp. 6801–6812, mai. 2025, doi: 10.1109/TPEL.2025.3533562.
- [9] J.-W. Ahn e G. Lukman, «Switched Reluctance Motor: Research Trends and Overview», *China Electrotechnical Society Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 2, pp. 339–347, jan. 2019, doi: 10.30941/CESTEMS.2018.00043.
- [10] «Synchronous reluctance motor technology: industrial opportunities, challenges and future direction | Engineering & Technology Reference». Acedido: 12 de outubro de 2025. [Online]. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/doi/full/10.1049/etr.2015.0044>
- [11] M. Murataliyev, M. Degano, M. Di Nardo, N. Bianchi, e C. Gerada, «Synchronous Reluctance Machines: A Comprehensive Review and Technology Comparison», *Proc. IEEE*, vol. 110, n.º 3, pp. 382–399, mar. 2022, doi: 10.1109/JPROC.2022.3145662.

- [12] B. Parreira, S. Rafael, A. J. Pires, e P. J. C. Branco, «Obtaining the magnetic characteristics of an 8/6 switched reluctance machine: from FEM analysis to the experimental tests», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 52, n.º 6, pp. 1635–1643, dez. 2005, doi: 10.1109/TIE.2005.858709.
- [13] P. Lobato, J. Martins, e A. J. Pires, «A design criteria for torque ripple reduction in Switched Reluctance Generators», em *2011 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, mai. 2011, pp. 1–6. doi: 10.1109/PowerEng.2011.6036419.
- [14] P. Lobato, J. A. Dente, J. F. Martins, e A. J. Pires, «Scale models formulation of switched reluctance generators for low speed energy converters», *IET Electric Power Applications*, vol. 9, n.º 9, pp. 652–659, 2015, doi: 10.1049/iet-epa.2014.0451.
- [15] S. Rafael, P. J. C. Branco, e A. J. Pires, «Sliding mode angular position control for an 8/6 Switched Reluctance Machine: Theoretical concept, design and experimental results», *Electric Power Systems Research*, vol. 129, pp. 62–74, dez. 2015, doi: 10.1016/j.epsr.2015.07.012.
- [16] S. Rafael, P. J. Costa Branco, e A. J. Pires, «SRM sensorless for position control based on a frequency modulation system», *Measurement*, vol. 146, pp. 171–178, nov. 2019, doi: 10.1016/j.measurement.2019.06.032.
- [17] V. Fernão Pires, A. Cordeiro, D. Foito, A. J. Pires, J. Martins, e H. Chen, «A Multilevel Fault-Tolerant Power Converter for a Switched Reluctance Machine Drive», *IEEE Access*, vol. 8, pp. 21917–21931, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2967591.
- [18] V. F. Pires, A. Cordeiro, D. Foito, e A. J. Pires, «Fault-Tolerant Multilevel Converter to Feed a Switched Reluctance Machine», *Machines*, vol. 10, n.º 1, p. 35, jan. 2022, doi: 10.3390/machines10010035.
- [19] V. F. Pires, T. G. Amaral, A. Cordeiro, D. Foito, A. J. Pires, e J. F. Martins, «Fault-Tolerant SRM Drive with a Diagnosis Method Based on the Entropy Feature Approach», *Applied Sciences*, vol. 10, n.º 10, p. 3516, jan. 2020, doi: 10.3390/app10103516.
- [20] T. G. Amaral *et al.*, «A Fault Detection and Diagnosis Method Based on the Currents Entropy Indexes for the SRM Drive With a Fault Tolerant Multilevel Converter», *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 60, n.º 1, pp. 520–531, jan. 2024, doi: 10.1109/TIA.2023.3328295.
- [21] A. Cordeiro, V. Fernão Pires, D. Foito, A. J. Pires, e J. F. Martins, «Three-level quadratic boost DC-DC converter associated to a SRM drive for water pumping photovoltaic powered systems», *Solar Energy*, vol. 209, pp. 42–56, out. 2020, doi: 10.1016/j.solener.2020.08.076.
- [22] V. F. Pires, D. Foito, A. Cordeiro, M. Chaves, e A. J. Pires, «PV Generator-Fed Water Pumping System Based on a SRM with a Multilevel Fault-Tolerant Converter», *Energies*, vol. 15, n.º 3, p. 720, jan. 2022, doi: 10.3390/en15030720.
- [23] V. F. Pires *et al.*, «Water Pumping System Supplied by a PV Generator and with a Switched Reluctance Motor Using a Drive Based on a Multilevel Converter with Reduced Switches», *Designs*, vol. 7, n.º 2, p. 39, abr. 2023, doi: 10.3390/designs7020039.

- [24] V. F. Pires, A. J. Pires, A. Cordeiro, e D. Foito, «A Review of the Power Converter Interfaces for Switched Reluctance Machines», *Energies*, vol. 13, n.º 13, p. 3490, jan. 2020, doi: 10.3390/en13133490.
- [25] M. Begh e H.-G. Herzog, *Comparison of Field Oriented Control and Direct Torque Control*. 2018. doi: 10.36227/techrxiv.171332371.13141782/v1.
- [26] E. Joy, «A Brief History of Power Electronics and Drives», *International Journal of Engineering Research*, vol. 3, n.º 4, 2014.
- [27] F. Blaschke, «Blaschke, F.: The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvector Closed-Loop Control System for Rotating Field Machines. Siemens Review 34(5), 217-219», *Siemens-Rev.*, vol. 39, jan. 1972.
- [28] R. Antonello, M. Carraro, L. Peretti, e M. Zigliotto, «Hierarchical Scaled-States Direct Predictive Control of Synchronous Reluctance Motor Drives», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, n.º 8, pp. 5176–5185, ago. 2016, doi: 10.1109/TIE.2016.2536581.
- [29] I. Jlassi e A. J. Marques Cardoso, «Model Predictive Current Control of Synchronous Reluctance Motors, Including Saturation and Iron Losses», em *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, set. 2018, pp. 1598–1603. doi: 10.1109/ICELMACH.2018.8506944.
- [30] C. Lin, J. Yu, H. Yu, e Y. Lo, «Simplified model-free predictive current control for synchronous reluctance motor drive systems», em *2015 IEEE International Magnetism Conference (INTERMAG)*, mai. 2015, pp. 1–1. doi: 10.1109/INTMAG.2015.7157237.
- [31] H. Heidari *et al.*, «A Review of Synchronous Reluctance Motor-Drive Advancements», *Sustainability*, vol. 13, n.º 2, Art. n.º 2, jan. 2021, doi: 10.3390/su13020729.
- [32] F.-J. Lin, S.-G. Chen, e C.-W. Hsu, «Intelligent Backstepping Control Using Recurrent Feature Selection Fuzzy Neural Network for Synchronous Reluctance Motor Position Servo Drive System», *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 27, n.º 3, pp. 413–427, mar. 2019, doi: 10.1109/TFUZZ.2018.2858749.
- [33] S.-G. Chen, F.-J. Lin, C.-H. Liang, e C.-H. Liao, «Intelligent Maximum Power Factor Searching Control Using Recurrent Chebyshev Fuzzy Neural Network Current Angle Controller for SynRM Drive System», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, n.º 3, pp. 3496–3511, mar. 2021, doi: 10.1109/TPEL.2020.3016709.
- [34] J.-C. Ting e D.-F. Chen, «Nonlinear Backstepping Control of SynRM Drive Systems Using Reformed Recurrent Hermite Polynomial Neural Networks with Adaptive Law and Error Estimated Law».
- [35] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, e S. D. Umans, *Electric machinery*, 5. ed. em McGraw-Hill series in electrical engineering Power and energy. New York: McGraw-Hill, 1990.
- [36] P. C. Krause, *Analysis of electric machinery and drive systems*, Third edition. em IEEE Press series on power engineering. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2013. doi: 10.1002/9781118524336.

- [37] J. Pyrhönen, R. S. Semken, e V. Hrabovcová, *Electrical machine drives control: an introduction*. Chichester, West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons, Inc, 2016. doi: 10.1002/9781119260479.
- [38] C.-T. Liu, B.-Y. Chang, K.-Y. Hung, e S.-Y. Lin, «Cutting and Punching Impacts on Laminated Electromagnetic Steels to the Designs and Operations of Synchronous Reluctance Motors», *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 51, pp. 1–1, jul. 2015, doi: 10.1109/TIA.2015.2399614.
- [39] R. M. L. R. Branco, «Modelação e Simulação de Motores Síncronos de Relutância», masterThesis, 2015. Acedido: 28 de junho de 2025. [Online]. Disponível em: <https://estudogeral.uc.pt/handle/10316/40377>
- [40] S. C. da S. Junior, «Controlo de um motor síncrono de relutância numa gama alargada de velocidades.», em *Controlo de um motor síncrono de relutância numa gama alargada de velocidades.*, fev. 2018. Acedido: 2 de novembro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://estudogeral.uc.pt/handle/10316/86693>
- [41] M. Vollat, J. Li, e F. Gauterin, «An Analytical Method for Generating Determined Torque Ripple in Synchronous Machine with Interior Magnets by Harmonic Current Injection», *Machines*, vol. 8, n.º 4, p. 62, dez. 2020, doi: 10.3390/machines8040062.
- [42] A. Accetta, M. Cirrincione, M. Pucci, e A. Sferlazza, «Space-vector State Dynamic Model of the Synchronous Reluctance Motor Considering Self, Cross-Saturation and Iron Losses», em *2021 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, out. 2021, pp. 4164–4170. doi: 10.1109/ECCE47101.2021.9595906.
- [43] N. Bianchi, «Synchronous reluctance and interior permanent magnet motors», em *2013 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*, mar. 2013, pp. 75–84. doi: 10.1109/WEMDCD.2013.6525167.
- [44] X. Zhang e G. H. B. Foo, «Overmodulation of Constant-Switching-Frequency-Based DTC for Reluctance Synchronous Motors Incorporating Field-Weakening Operation», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, n.º 1, pp. 37–47, jan. 2019, doi: 10.1109/TIE.2018.2826478.
- [45] G. H. B. Foo e X. Zhang, «Robust Direct Torque Control of Synchronous Reluctance Motor Drives in the Field-Weakening Region», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, n.º 2, pp. 1289–1298, fev. 2017, doi: 10.1109/TPEL.2016.2542241.
- [46] D. Stojan, D. Drevensek, Ž. Plantić, B. Grčar, e G. Stumberger, «Novel Field-Weakening Control Scheme for Permanent-Magnet Synchronous Machines Based on Voltage Angle Control», *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, n.º 6, pp. 2390–2401, nov. 2012, doi: 10.1109/TIA.2012.2227133.
- [47] S.-G. Chen, F.-J. Lin, C.-H. Liang, e C.-H. Liao, «Development of FW and MTPV Control for SynRM via Feedforward Voltage Angle Control», *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 26, n.º 6, pp. 3254–3264, dez. 2021, doi: 10.1109/TMECH.2021.3056745.
- [48] B. Zhong, J. Su, G. Yang, e K. Tan, «Global Optimal MTPA Control of SynRM Considering Magnetic Saturation», em *2024 IEEE 10th International Power Electronics and Motion Control*

- Conference (IPEMC2024-ECCE Asia)*, mai. 2024, pp. 946–952. doi: 10.1109/IPEMC-ECCEAsia60879.2024.10567959.
- [49] M. Fadel, L. Sepulchre, e M. Pietrzak-David, «Deep Flux-Weakening Strategy with MTPV for High-Speed IPMSM for Vehicle Application», *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, n.º 28, pp. 616–621, jan. 2018, doi: 10.1016/j.ifacol.2018.11.772.
- [50] T. Matsuo e T. A. Lipo, «Field oriented control of synchronous reluctance machine», em *Proceedings of IEEE Power Electronics Specialist Conference - PESC '93*, jun. 1993, pp. 425–431. doi: 10.1109/PESC.1993.471965.
- [51] C. M. Hackl, M. J. Kamper, J. Kullick, e J. Mitchell, «Nonlinear PI current control of reluctance synchronous machines», 8 de março de 2016, *arXiv*: arXiv:1512.09301. doi: 10.48550/arXiv.1512.09301.
- [52] C. Lee e I. G. Jang, «Topology Optimization of Synchronous Reluctance Motors Considering the Optimal Current Reference in the Field-Weakening and Maximum-Torque-Per-Voltage Regions», *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 38, n.º 3, pp. 1950–1961, set. 2023, doi: 10.1109/TEC.2023.3259392.
- [53] A. Dianov, F. Tinazzi, S. Calligaro, e S. Bolognani, «Review and Classification of MTPA Control Algorithms for Synchronous Motors», *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 37, n.º 4, pp. 3990–4007, abr. 2022, doi: 10.1109/TPEL.2021.3123062.
- [54] P. R. Ghosh, A. Das, e G. Bhuvaneswari, «Performance comparison of different vector control approaches for a synchronous reluctance motor drive», em *2017 6th International Conference on Computer Applications In Electrical Engineering-Recent Advances (CERA)*, out. 2017, pp. 320–325. doi: 10.1109/CERA.2017.8343348.
- [55] R. Gutiérrez, M. Rivera, e P. Wheeler, «The Voltage Source Inverter», em *2019 IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*, nov. 2019, pp. 1–4. doi: 10.1109/CHILECON47746.2019.8988056.
- [56] A. S. Nurhaida, A. Z. Ahmad Firdaus, K. Kamarudin, S. A. Azmi, M. J. M. Ridzuan, e S. M. Hafis, «Design and Development of Three-Phase Voltage Source Inverter for Variable Frequency Drive», *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, vol. 705, n.º 1, p. 012016, nov. 2019, doi: 10.1088/1757-899X/705/1/012016.
- [57] Q. An, J. Liu, Z. Peng, L. Sun, e L. Sun, «Dual-Space Vector Control of Open-End Winding Permanent Magnet Synchronous Motor Drive Fed by Dual Inverter», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, n.º 12, pp. 8329–8342, dez. 2016, doi: 10.1109/TPEL.2016.2520999.
- [58] A. Edpuganti e A. K. Rathore, «New Optimal Pulsewidth Modulation for Single DC-Link Dual-Inverter Fed Open-End Stator Winding Induction Motor Drive», *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, n.º 8, pp. 4386–4393, ago. 2015, doi: 10.1109/TPEL.2014.2353415.
- [59] R. S. Rao, B. N. Chaitanya, N. Saichand, e V. T. Somasekhar, «Comparative evaluation of SVPWM strategies for a dual inverter fed open-end winding induction motor drive with a single

- DC power supply», em *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, out. 2014, pp. 443–449. doi: 10.1109/IECON.2014.7048538.
- [60] B. Wang *et al.*, «Overall assessments of dual inverter open winding drives», em *2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, mai. 2015, pp. 1029–1035. doi: 10.1109/IEMDC.2015.7409188.
- [61] J. M. P. Fialho, «Sistema de transmissão em HVDC utilizando conversores de potência multinível baseados em inversores trifásicos duplos de dois níveis», out. 2014, Acedido: 23 de setembro de 2025. [Online]. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.26/8164>
- [62] Z. Ibrahim, M. L. Hossain, I. Bugis, N. Mahadi, e A. Shukri Abu hasim, «Simulation investigation of SPWM, THIPWM and SVPWM techniques for three phase voltage source inverter», *International Journal of Power Electronics and Drive Systems*, vol. 4, jan. 2014, doi: 10.11591/ijpeds.v4i2.5833.
- [63] P. R *et al.*, «Comparative analysis of different types of pulse width modulation techniques for multilevel inverters», *IJECS*, vol. 37, n.º 1, p. 680, jan. 2025, doi: 10.11591/ijeecs.v37.i1.pp680-688.
- [64] A. Rahman, Md. M. Rahman, e Md. R. Islam, «Performance Analysis of Three Phase Inverters with Different Types of PWM Techniques», em *2017 2nd International Conference on Electrical & Electronic Engineering (ICEEE)*, dez. 2017, pp. 1–4. doi: 10.1109/CEEE.2017.8412864.
- [65] B. Tan, Z. Gu, K. Shen, e X. Ding, «Third Harmonic Injection SPWM Method Based on Alternating Carrier Polarity to Suppress the Common Mode Voltage», *IEEE Access*, vol. 7, pp. 9805–9816, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2018.2890014.
- [66] S. Strobl, «SVPWM vs SPWM modulation techniques - imperix power electronics», imperix. Acedido: 26 de setembro de 2025. [Online]. Disponível em: <https://imperix.com/doc/implementation/svpwm-vs-spwm-modulation-techniques>
- [67] D. A. Staton, T. J. E. Miller, e S. E. Wood, «Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor», *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, vol. 140, n.º 4, pp. 249–259, jul. 1993, doi: 10.1049/ip-b.1993.0031.
- [68] K. Ohyama, «Recent Advances of Reluctance Torque Assisted Motors.», *IEEJ Trans. IA*, vol. 123, n.º 2, pp. 63–66, 2003, doi: 10.1541/ieejias.123.63.
- [69] S. Wiedemann e A. Dziechciarz, «Comparative evaluation of DTC strategies for the Synchronous Reluctance Machine», jun. 2015. doi: 10.1109/EVER.2015.7112972.
- [70] K. V. Kumar, P. A. Michael, J. P. John, e D. S. S. Kumar, «Simulation and comparison of SPWM and SVPWM control for three phase inverter», vol. 5, n.º 7, 2010.

# Anexo A: Tipologias de rotor aplicáveis à SynRM

De modo a compreender como é gerado o binário na SynRM, é útil comparar diferentes soluções construtivas para o rotor, uma vez que o binário de relutância depende diretamente da anisotropia magnética criada pelo rácio de saliências  $L_d/L_q$ . A Figura 37 apresenta alguns exemplos típicos de geometrias usadas para este efeito, variando entre soluções com origem em máquinas clássicas de corrente alternada, e configurações especificamente otimizadas para maximizar a saliência [67].

De forma resumida:

- (a) Rotor derivado da máquina de indução: obtido pela remoção dos enrolamentos e de parte dos dentes do rotor, criando alguma anisotropia. Contudo, esta solução apresenta rácios  $L_d/L_q < 3$ , valores insuficientes para que a SynRM seja competitiva, sendo referidos na literatura rácios mínimos entre 6 e 9 para obter binários e rendimentos adequados.
- (b) e (e) Rotores com barreiras de fluxo: típicos de máquinas síncronas de ímanes permanentes, mas que podem ser adaptados para SynRM; apresentam rácios ligeiramente acima de 3, não sendo ideais sem assistência adicional.
- (d) Rotor de polos salientes: solução tradicional em máquinas síncronas excitadas, com rácio de saliências semelhante aos das máquinas PMSM mas ainda insuficiente sem otimização estrutural.
- (c) e (f) Rotores otimizados para relutância: incluem barreiras profundas ou lâminas com geometrias alternadas magnéticas/não-magnéticas, conseguindo rácios elevados (10–15 no caso de (c) e 6–8 no caso de (f)), sendo por isso as geometrias mais adequadas para a SynRM moderna.

Assim, o conjunto de soluções ilustrado mostra que um rotor de SynRM pode partir de várias topologias de máquinas de corrente alternada, desde que seja criada a assimetria necessária entre os eixos direto e em quadratura. Essa assimetria pode resultar de saliências estruturais ou da integração de elementos assistentes, como gaiolas amortecedoras ou ímanes permanentes. A Figura 38 resume este compromisso: quanto menor a quantidade de elementos assistentes utilizados, maior é a exigência imposta à geometria do rotor para criar saliência suficiente e, consequentemente, binário de relutância.

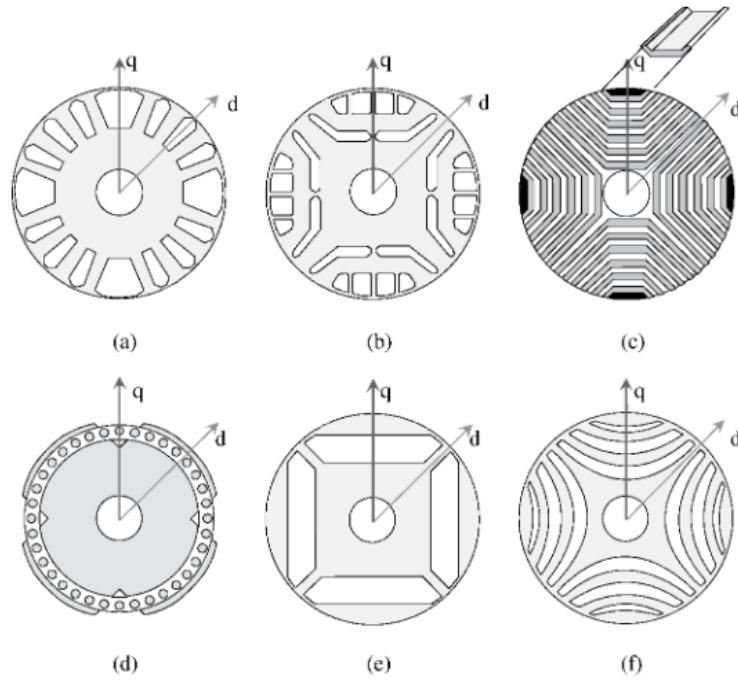


Figura 37 - Exemplos de geometrias de rotores de quatro polos usadas em SynRM, ilustrando diferentes estratégias para gerar saliência magnética. Retirado de [37].

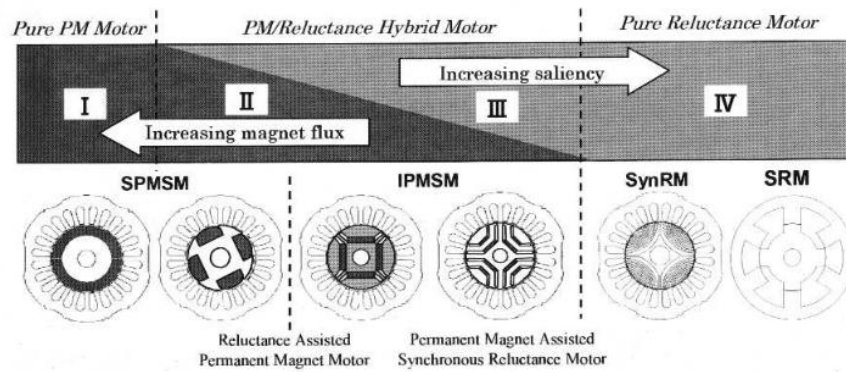


Figura 38 – Compromissos entre elementos assistentes e saliência necessária para gerar binário de relutância. Retirado de [68].

## Anexo B: Simulação de relações vetoriais da SynRM em Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import cm

# Definir intervalo de ângulos
delta = np.linspace(0, np.pi/2, 200) # ângulo de carga (psi_s e psi_d)
kappa = np.linspace(0, np.pi/2, 200) # ângulo entre is e id
KAPPA, DELTA = np.meshgrid(kappa, delta)

# Calcular phi
PHI = DELTA + np.pi/2 - KAPPA

# Calcular cos(phi) para cores
COS_PHI = np.abs(np.cos(PHI))

# Máscara para cos(phi) elevado
threshold = 0.95
mask = COS_PHI >= threshold

#Plot 3D
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# Superfície 3D: cores cos(phi)
surf = ax.plot_surface(KAPPA, DELTA, PHI, facecolors=cm.viridis(COS_PHI), alpha=0.9,
edgecolor='none')

#eixos e título
ax.set_xlabel(r'$\kappa$ [rad]')
ax.set_ylabel(r'$\delta$ [rad]')
ax.set_zlabel(r'$\varphi$ [rad]')
ax.set_title(r'$\varphi(\kappa, \delta) = \delta + \pi/2 - \kappa$ para SynRM')

#Definir ticks em múltiplos de pi
ticks = [0, np.pi/4, np.pi/2]
tick_labels = [r'$0$', r'$\pi/4$', r'$\pi/2$']
ax.set_xticks(ticks)
ax.set_xticklabels(tick_labels)
ax.set_yticks(ticks)
ax.set_yticklabels(tick_labels)
ax.set_zticks([0, np.pi/4, np.pi/2, 3*np.pi/4, np.pi])
ax.set_zticklabels([r'$0$', r'$\pi/4$', r'$\pi/2$', r'$3\pi/4$', r'$\pi$'])

# Barra de cores cos(phi)
# Criar mappable associado ao eixo
mappable = cm.ScalarMappable(cmap=cm.viridis)
mappable.set_array(COS_PHI)
mappable.set_clim(0, 1) # escala de 0 a 1
cbar = fig.colorbar(mappable, ax=ax, shrink=0.5, aspect=10)
cbar.set_label(r'$\cos \varphi$', rotation=270, labelpad=15)

plt.show()
```

## Anexo C: Direct Torque Control

O Controlo Direto de Binário, ou *Direct Torque Control* (DTC), é uma das opções vetoriais mais simples de implementar. E quando comparado ao FOC, a sua resposta dinâmica é mais rápida devido à atuação direta no binário, juntamente com a sua elevada robustez, proveniente da baixa dependência dos parâmetros da máquina. Este, atua diretamente no binário, comparando as referências de binário eletromagnético e fluxo magnético com os seus valores estimados, que passam por comparadores de histerese com gamas de erro configuráveis, obtendo-se assim informação sobre a necessidade de aumentar ou reduzir alguma dessas duas grandezas.

A Figura 39, exemplifica o controlo DTC clássico de forma sucinta, onde se verificam primeiramente, a inserção das referências de fluxo  $\psi_s^*$ , e de velocidade  $\omega_r^*$ . O erro da velocidade irá gerar uma referência de binário eletromagnético  $T_e^*$  com o controlador PI de velocidade. De seguida, para possibilitar o cálculo do erro, é necessário estimar as grandezas reais através das medições de tensão e corrente com o auxílio das equações das tensões (6) e (7), mas num referencial estacionário envés de síncrono, de modo a minimizar os erros de estimação que surgem quando se adicionam observadores no *loop* de controlo, como consta no desenvolvimento feito por [31], [69]. Para estimar o fluxo magnético do estator utiliza-se a expressão (59), que quando transformadas as grandezas *abc* em  $\alpha\beta$ , obtém-se as expressões (60) e (61). Por fim, para estimar o binário eletromagnético, utiliza-se a expressão (62).

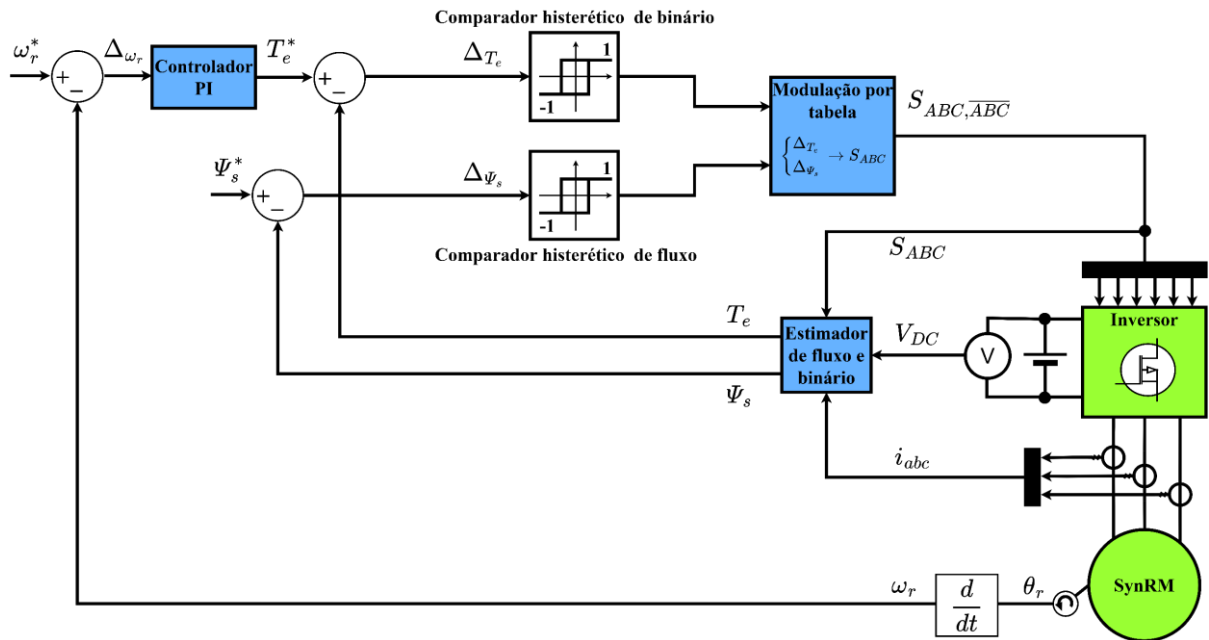


Figura 39 – Diagrama do DTC clássico [69].

$$\bar{\lambda} = \int (\bar{v} - R\bar{i}) dt \quad (59)$$

$$\bar{\psi}_\alpha = \int (\bar{v}_\alpha - R\bar{i}_\alpha) dt \quad (60)$$

$$\bar{\psi}_\beta = \int (\bar{v}_\beta - R\bar{i}_\beta) dt \quad (61)$$

$$T_e = \frac{3}{2} p (\bar{\psi}_\alpha \bar{i}_\beta - \bar{\psi}_\beta \bar{i}_\alpha) \quad (62)$$

No sentido de minimizar custos, o DTC permite estimar as tensões *abc* através dos estados de comutação das pernas do inversor como refere [69], onde as tensões são dadas pelas equações (63), (64) e (65), e posteriormente, transformadas em  $\alpha\beta$  recorrendo à transformada de *Clarke* da matriz (2).

$$V_A = \frac{1}{3} V_{DC} (2S_A - S_B - S_C) \quad (63)$$

$$V_B = \frac{1}{3} V_{DC} (2S_B - S_A - S_C) \quad (64)$$

$$V_C = \frac{1}{3} V_{DC} (2S_C - S_A - S_B) \quad (65)$$

Com as grandezas estimadas, é necessário passar os erros calculados através das diferenças entre referências e estimações, pelos comparadores de histerese. Estes, irão determinar se existe uma transição do vetor de comutação com base na polaridade do erro, ou seja, os comparadores de histerese irão conter um limite superior e um limite inferior de erro, onde a sua configuração irá definir a frequência de comutação máxima dos transístores, pois quanto mais justos forem os limites do comparador, mais transições de estado irão ocorrer no mesmo espaço de tempo, definindo assim, o compromisso entre a precisão do controlo, e o esforço exigido aos semicondutores. Estas transições de estado não seguem uma ordem como na modulação de vetores espaciais onde a aplicação de vetores é sequencial, no DTC a aplicação de vetores é conforme a necessidade de reduzir o erro, por exemplo, quando um vetor de referência se encontra no Sector 1 podem ser aplicados os outros vetores existentes e não apenas o vetor  $\bar{v}_2$  como mostra a Tabela 4, onde estão definidas os vetores de tensão possíveis em cada setor consoante a combinação dos resultados dos comparadores histeréticos.

Tabela 4 – Tabela de vetores de tensão ótimos de comutação [69].

| $\Delta_\psi$ | $\Delta_T$ | Sector 1    | Sector 2    | Sector 3    | Sector 4    | Sector 5    | Sector 6    |
|---------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1             | 1          | $\bar{v}_2$ | $\bar{v}_3$ | $\bar{v}_4$ | $\bar{v}_5$ | $\bar{v}_6$ | $\bar{v}_1$ |
|               | -1         | $\bar{v}_6$ | $\bar{v}_1$ | $\bar{v}_2$ | $\bar{v}_3$ | $\bar{v}_4$ | $\bar{v}_5$ |
| -1            | 1          | $\bar{v}_3$ | $\bar{v}_4$ | $\bar{v}_5$ | $\bar{v}_6$ | $\bar{v}_1$ | $\bar{v}_2$ |
|               | -1         | $\bar{v}_5$ | $\bar{v}_6$ | $\bar{v}_1$ | $\bar{v}_2$ | $\bar{v}_3$ | $\bar{v}_4$ |

## Anexo D: Space-Vector PWM

A modulação de vetores espaciais [59], [62], [63], [66], [70] tem como base o acompanhamento de um vetor de referência utilizando combinações tabeladas. Estas combinações não são nada mais que os vetores de tensão aplicáveis pelo inversor, que segundo a equação (66), o número máximo de vetores é o número de níveis de tensão elevado ao número de braços do inversor. Para um VSI, podem se aplicar oito vetores, e para um DVSI de fonte única podem ser aplicados 64.

$$n_{\text{vetores de tensão}}^{\circ} = n_{\text{níveis de tensão}}^{\circ} n_{\text{braços}}^{\circ} \quad (66)$$

Os valores de tensão que advém destes vetores, vão ao encontro do desenvolvimento de cada tipo de inversor presente no subcapítulo 4.3, onde as tensões simples e compostas são as mesmas, tal como mostra o exemplo da Tabela 5 que se refere ao VSI.

Tabela 5 – Vetores de tensão aplicados ao motor com um VSI. Retirado de [62], [70].

| Vetores de tensão | Estados dos semicondutores |          |          | Tensão simples       |                      |                      | Tensão composta |           |           |
|-------------------|----------------------------|----------|----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------|-----------|
|                   | $S_{A+}$                   | $S_{B+}$ | $S_{C+}$ | $V_{A-n}$            | $V_{B-n}$            | $V_{C-n}$            | $V_{A-B}$       | $V_{B-C}$ | $V_{C-A}$ |
| $\bar{V}_0$       | 0                          | 0        | 0        | 0                    | 0                    | 0                    | 0               | 0         | 0         |
| $\bar{V}_1$       | 1                          | 0        | 0        | $\frac{2}{3}V_{dc}$  | $-\frac{1}{3}V_{dc}$ | $-\frac{1}{3}V_{dc}$ | $V_{dc}$        | 0         | $-V_{dc}$ |
| $\bar{V}_2$       | 1                          | 1        | 0        | $\frac{1}{3}V_{dc}$  | $\frac{1}{3}V_{dc}$  | $-\frac{2}{3}V_{dc}$ | 0               | $V_{dc}$  | $-V_{dc}$ |
| $\bar{V}_3$       | 0                          | 1        | 0        | $-\frac{1}{3}V_{dc}$ | $\frac{2}{3}V_{dc}$  | $-\frac{1}{3}V_{dc}$ | $-V_{dc}$       | $V_{dc}$  | 0         |
| $\bar{V}_4$       | 0                          | 1        | 1        | $-\frac{2}{3}V_{dc}$ | $\frac{1}{3}V_{dc}$  | $\frac{1}{3}V_{dc}$  | $-V_{dc}$       | 0         | $V_{dc}$  |
| $\bar{V}_5$       | 0                          | 0        | 1        | $-\frac{1}{3}V_{dc}$ | $-\frac{1}{3}V_{dc}$ | $\frac{2}{3}V_{dc}$  | 0               | $-V_{dc}$ | $V_{dc}$  |
| $\bar{V}_6$       | 1                          | 0        | 1        | $\frac{1}{3}V_{dc}$  | $-\frac{2}{3}V_{dc}$ | $\frac{1}{3}V_{dc}$  | $V_{dc}$        | $-V_{dc}$ | 0         |
| $\bar{V}_7$       | 1                          | 1        | 1        | 0                    | 0                    | 0                    | 0               | 0         | 0         |

Para aplicar estes vetores é necessário que haja uma referência que acompanhe o campo magnético do estator, e, como este está diretamente relacionado com as tensões do estator, o paralelismo pode ser reproduzido primeiramente, através da transformação do sistema trifásico  $abc$  num sistema bifásico  $\alpha\beta 0$  com recurso à transformada de *Clarke-Concordia* inversa [61]. Estas transformações, tanto direta

como inversa podem ser representadas pelas expressões (67) e (68) respectivamente, que utilizam então, a matriz direta  $M$  presente em (69), e a matriz ortogonal  $M^T$  em (70).

$$X_{abc} = MX_{\alpha\beta 0} \quad (67)$$

$$X_{\alpha\beta 0} = M^T X_{abc} \quad (68)$$

$$M = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$M^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (70)$$

Obtendo assim a expressão final (71), necessária para o primeiro passo de cálculo do vetor de referência.

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (71)$$

Após calculadas as tensões de referência bifásicas  $V_{\alpha\beta 0}^*$ , provenientes do controlo, calcula-se o vetor de referência  $\bar{V}_{ref}$ , que é ilustrativo da posição do campo magnético, em magnitude com a expressão (72), e em posição angular com a expressão (73).

$$|\bar{V}_{ref}| = \sqrt{V_\alpha^{*2} + V_\beta^{*2}} \quad (72)$$

$$\theta_{ref} = \tan^{-1} \left( \frac{V_\beta^*}{V_\alpha^*} \right) \quad (73)$$

O vetor  $\bar{V}_{ref}$  permite assim, definir quais os vetores de tensão a aplicar, para que o motor rode num determinado sentido quando este é controlado por um VSI. Sendo assim, este tipo de modulação segmenta o plano rotativo  $\alpha\beta$  em seis setores de  $60^\circ$ , que determinam os vetores de tensão ( $\bar{V}_0, \bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3, \bar{V}_4, \bar{V}_5, \bar{V}_6, \bar{V}_7$ ) a serem aplicados consoante a posição do vetor  $\bar{V}_{ref}$ , como é possível observar na Figura 40. É importante referir que os vetores  $\bar{V}_0$  e  $\bar{V}_7$  são nulos, e como tal, encontram-se no centro por não aplicarem tensão aos enrolamentos da máquina.

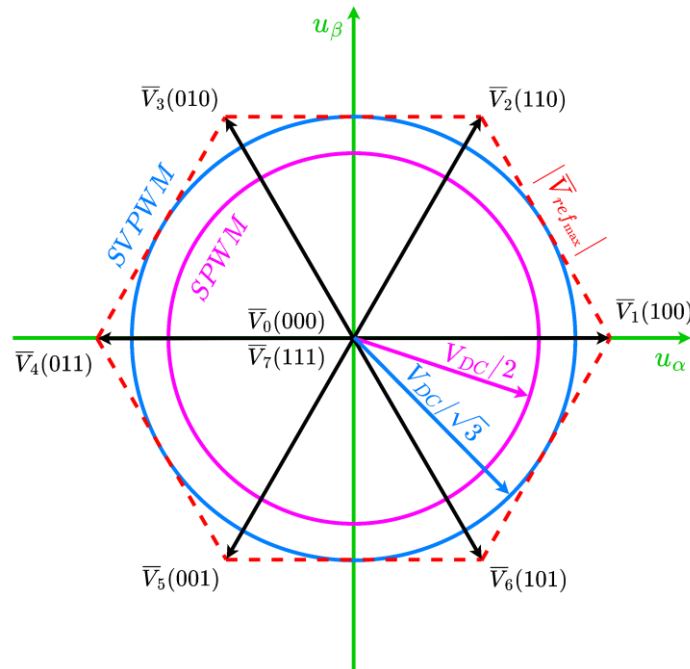


Figura 40 – Diagrama de vetores de tensão VSI com vetor de referência e vetores do plano  $\alpha\beta 0$ . Retirado de [57].

Resta ainda determinar o período cujos vetores de tensão estarão sujeitos, isto é, à medida que o motor vai rodando, a sua posição angular vai variando, e como tal, a posição angular do vetor de referência  $\theta_{ref}$  também irá variar consoante o tempo que for calculado para os vetores aplicados  $\bar{V}_x$ , como está representado na Figura 41. Isto implica que os vetores de tensão têm de ser aplicados numa sequência específica para que o sentido de rotação não se altere.

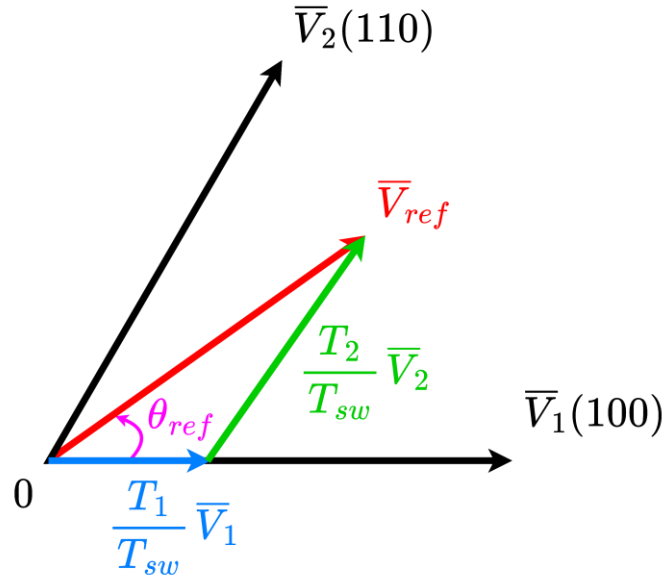


Figura 41 – Vetor de referência a variar consoante a relação temporal dos vetores de tensão aplicados. Retirado de [70].

Estes períodos são definidos consoante o tipo de sequência da modulação, onde o mais usual é o simétrico. Por exemplo, se o vetor de referência estiver no primeiro setor ( $0^\circ$  a  $60^\circ$ ), os vetores não nulos a aplicar serão  $\bar{V}_1$  e  $\bar{V}_2$ , logo a sua sequência simétrica será  $\bar{V}_0, \bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_7, \bar{V}_7, \bar{V}_2, \bar{V}_1, \bar{V}_0$ , como consta na Figura 42.

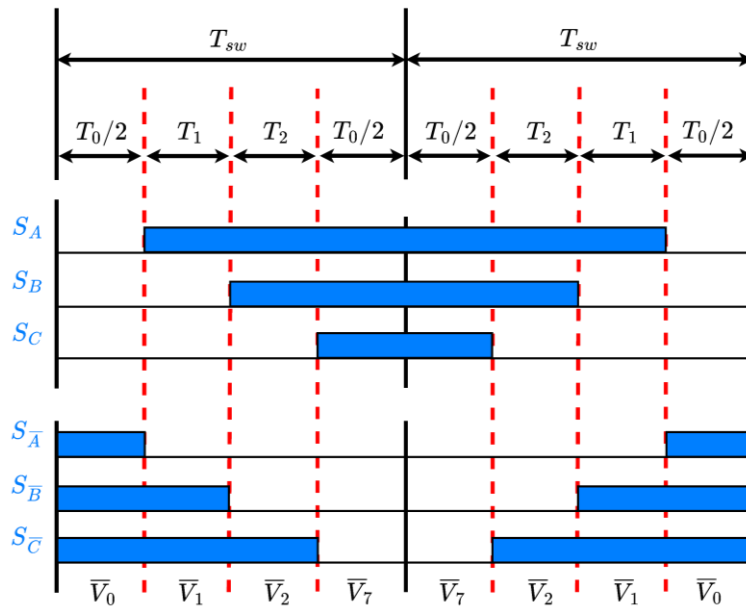


Figura 42 – Diagrama temporal da sequência simétrica dos vetores de tensão aplicados no primeiro setor de um VSI. Retirado de [70].

Para calcular os períodos dos vetores aplicados, define-se primeiro o período de comutação do inversor  $T_{sw}$ , e o índice de modulação  $m$  que à semelhança do THI-SPWM pode ir até 1,154 (*obtido através da tensão de referência a dividir pela tensão máxima da modulação, ou seja,  $m = \frac{|\bar{V}_{ref}|}{V_{DC/2}}$  no caso do VSI*), de seguida, utiliza-se a posição angular  $\theta_{ref}$  do vetor de referência  $\bar{V}_{ref}$  para determinar

o setor em que este se encontra, de modo a serem escolhidos os vetores de tensão apropriados. O período do vetor inferior  $T_{bottom}$ , é tanto maior quanto mais longe estiver o ângulo  $\theta_{ref}$  do limite superior, do setor em questão, que numa situação de aceleração, este tempo se torna cada vez menor à medida que a referência está prestes a transitar de setor. Já para o  $T_{top}$ , esta relação é inversa, e pode ser evidenciada pelo desenvolvimento das equações (74) e (75). Por fim, com recurso à equação (76), obtém-se  $T_0$ , que determina o período cujos vetores nulos estarão em vigor, e, como tanto  $V_0$  como  $V_7$  são considerados vetores nulos, este tempo, num período de comutação será distribuído por ambos como se verificou na figura anterior, onde nos dois períodos de comutação, existe a presença de  $T_0/2$  quatro vezes.

$$T_{bottom} = T_{sw} m \times \frac{\sin(\pi/3 - \theta_{ref} + (sector - 1) \times \pi/3)}{\sin(\pi/3)} \quad (74)$$

$$T_{top} = T_{sw} m \times \frac{\sin(\theta_{ref} - (sector - 1) \times \pi/3)}{\sin(\pi/3)} \quad (75)$$

$$T_{sw} = T_{top} + T_{bottom} + T_0 \quad (76)$$

De modo a visualizar este desenvolvimento onde as tensões de referência não são ideais ou cujo vetor de referência não é um vetor espacial comum, a Tabela 6 apresenta dois cenários onde constam essas tensões num determinado instante, os seus vetores de referência, os setores em que se encontram, vetores de tensão a serem aplicados, e os períodos para cada vetor quando  $T_{sw}$  é  $100 \mu s$  ( $f_{sw} = 10 \text{ kHz}$ ). O primeiro exemplo é uma tensão não ideal onde a referência está abaixo da máxima permitida pela modulação ( $1,154 \times V_{DC}/2 = 173,1$  para  $V_{DC} = 300 \text{ V}$ ). O segundo exemplo é esse mesmo vetor, mas com tensão de referência acima da permitida (sobre-modulação), o que leva a períodos negativos dos vetores nulos  $\bar{V}_{null}$ , devido à soma dos períodos dos vetores não nulos ( $T_{bottom} + T_{top}$ ) ser superior ao período de comutação  $T_{sw}$ .

Tabela 6 – Exemplos de dois cenários de modulação SVPWM quando o vetor de referência não é ideal ou sobreposto a um vetor espacial comum.

| <b>Exemplo 1 (<math>\bar{V}_{ref}</math> no meio do sector 3)</b>                                             |                                |                                                |                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| $\bar{V}_{abc}^*$                                                                                             | $-173,1 e^{j\theta} \text{ V}$ | $0 e^{j\theta + \frac{2\pi}{3}} \text{ V}$     | $-86,5 e^{j\theta - \frac{2\pi}{3}} \text{ V}$ |
| $\bar{V}_{\alpha\beta 0}^*$                                                                                   | $-106,0 \text{ V}$             | $j61,2 \text{ V}$                              | $-149,9 \text{ V}$                             |
| $ \bar{V}_{ref} , \theta_{ref}, \text{Sector}$                                                                | $122,4 \text{ V}$              | $150^\circ$                                    | 3                                              |
| $\bar{V}_{bottom}, \bar{V}_{top}, \bar{V}_{null}$                                                             | $\bar{V}_3 = [0,1,0]$          | $\bar{V}_4 = [0,1,1]$                          | $\bar{V}_0, \bar{V}_7$                         |
| $T_{bottom}, T_{top}, T_0$                                                                                    | $35,3 \mu s$                   | $35,3 \mu s$                                   | $29,3 \mu s$                                   |
| <b>Exemplo 2 (<math>\bar{V}_{ref}</math> no meio do sector 3 com tensão de referência acima da permitida)</b> |                                |                                                |                                                |
| $\bar{V}_{abc}^*$                                                                                             | $-173,1 e^{j\theta} \text{ V}$ | $173,1 e^{j\theta + \frac{2\pi}{3}} \text{ V}$ | $0,0 e^{j\theta - \frac{2\pi}{3}} \text{ V}$   |
| $\bar{V}_{\alpha\beta 0}^*$                                                                                   | $-212,0 \text{ V}$             | $j122,4 \text{ V}$                             | $0,0 \text{ V}$                                |

|                                                   |                       |                       |                        |
|---------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| $ \bar{V}_{ref} , \theta_{ref}, \text{Sector}$    | 244,8 V               | 150°                  | 3                      |
| $\bar{V}_{bottom}, \bar{V}_{top}, \bar{V}_{null}$ | $\bar{V}_3 = [0,1,0]$ | $\bar{V}_4 = [0,1,1]$ | $\bar{V}_0, \bar{V}_7$ |
| $T_{bottom}, T_{top}, T_0$                        | 70,7 $\mu s$          | 70,7 $\mu s$          | -41,1 $\mu s$          |

É importante referir que para que o ângulo de referência seja calculado corretamente nos quatro quadrantes, utiliza-se a função  $atan2$ , que permite calcular o arco-tangente para o intervalo  $[-\pi, \pi]$ , em vez de  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . Esta função também remove problemas numéricos que possam advir quando o termo  $x$ , ou  $V_\alpha$ , é zero, tal como está representado nas condições da função (77).

$$atan2(y, x) = f(x) = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{y}{x}, & x > 0 \\ \tan^{-1} \frac{y}{x} + \pi, & x < 0 \text{ e } y \geq 0 \\ \tan^{-1} \frac{y}{x} - \pi, & x < 0 \text{ e } y < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \text{ e } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2}, & x = 0 \text{ e } y < 0 \\ \text{indefinido}, & x = 0 \text{ e } y = 0 \end{cases} \quad (77)$$