



Instituto Politécnico de Tomar

Escola Superior de Tecnologia de Tomar

CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE FERROVIÁRIA DO CÔA

César Luís Soares de Oliveira

Mestrado em Reabilitação Urbana

Orientado por:

Prof. Doutora Cristina Margarida Rodrigues Costa

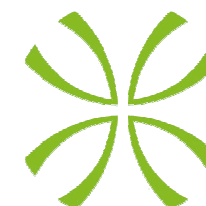
Tomar / Setembro / 2015



César Luís Soares de Oliveira

CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE DO CÔA

2015



Instituto Politécnico de Tomar

Escola Superior de Tecnologia de Tomar

CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE FERROVIÁRIA DO CÔA

Relatório de Projeto

César Luís Soares de Oliveira

Mestrado em Reabilitação Urbana

Tomar / Setembro / 2015



Instituto Politécnico de Tomar

www.ipt.pt



Instituto Politécnico de Tomar

Escola Superior de Tecnologia de Tomar

César Luís Soares de Oliveira

CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE FERROVIÁRIA DO CÔA

Relatório de Projeto

Orientado por:

Prof. Doutora Cristina Margarida Rodrigues Costa – Instituto Politécnico de Tomar

Relatório de Projeto apresentado ao Instituto Politécnico de Tomar para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Reabilitação Urbana

À minha família



RESUMO

O estudo de construções existentes recorrendo a técnicas de modelação numérica, com base no método dos elementos finitos (MEF) para análise do comportamento estrutural foi o motivo da realização deste trabalho.

Trata-se de um estudo essencialmente académico que visa a análise da resposta estrutural da ponte ferroviária do Côa sob ação do peso próprio e de cargas ferroviárias estaticamente distribuídas pelo tabuleiro utilizando modelos numéricos 2D e 3D calibrados tendo por base os resultados numéricos e os ensaios dinâmicos de vibração ambiental.

O estudo iniciou-se com a consulta dos documentos históricos, nomeadamente o projeto, o caderno de encargos e o processo de correspondência da obra com vista ao conhecimento dos componentes da estrutura da ponte e a respetiva geometria.

Na fase seguinte procedeu-se à criação de um modelo numérico 3D de um pilar da ponte, discretizado por macro-elementos homogêneos equivalente para, com base nas técnicas de modelação numérica, calcular os parâmetros dos materiais e utilizá-los nos modelos numéricos (2D e 3D) da ponte.

Os resultados obtidos foram usados no modelo numérico 2D da ponte, o qual foi calibrado tendo por base o modelo numérico 3D simplificado, construído em trabalhos precedentes, e os resultados experimentais (Costa, *et al*, 2013).

Finalmente foi efetuada a análise da resposta estrutural da ponte sob ação do peso próprio e de cargas ferroviárias estáticas utilizando os modelos numéricos de elementos finitos 2D e 3D, considerando o comportamento dos materiais em regime linear elástico.

Palavras-chave: Pontes em arco de alvenaria, alvenaria de pedra, modelação numérica, calibração.

ABSTRACT

The study of existing constructions recurring to numerical modelling techniques based on the finite elements model (FEM) to analyse the structural behaviour was the purpose of this project. The study's aim is essentially academic which focuses on the analysis of the structural response of the C  a railway bridge under the action of its own weight and the one of railway loads statically distributed along the board using 2D and 3D calibrated numerical models based on numerical results and on dynamic tests of environmental vibration.

The study began with the consult of historical documents, in particular the project, specifications and work process, with a view to learn about the components of the bridge's structure and its respective geometry.

The following faze proceeded the creation of a 3D numerical model of a bridge's pillar, discretised by homogeneous macro elements equivalent to, based on the numerical modelling techniques, calculate the material's parameters and apply them in the bridge's numerical models (2D and 3D).

The results obtained were used in the bridge's 2D numerical model, which was calibrated based on the simplified 3D numerical model, assembled in previous works, and the experimental results (Costa, *et al.*, 2013).

Finally, an analysis of the bridge's structural response under the action of its own weight and the one of railway static loads was made using the 2D and 3D numerical models of the finite elements, taking into consideration the behaviour of the materials in linear elastic regime.

Key-words: Arched bridges of masonry, stone masonry, numerical modelling, calibration

AGRADECIMENTOS

Concluído este trabalho, desejo expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas e entidades que de alguma forma contribuíram para a sua concretização:

- À Prof. Cristina Costa pela transmissão dos seus conhecimentos, pelo cuidado e empenho que colocou na orientação deste trabalho e pela confiança e disponibilidade incondicional demonstradas, fundamentais para o desenvolvimento e conclusão do relatório.
 - À Eng. Ana Paula Machado pela orientação e coordenação pedagógica do Mestrado em Reabilitação Urbana.
 - A todos os colegas da câmara municipal de Vila Nova da Barquinha pelo apoio demonstrado durante o curso.
 - À FCT, Fundação para a Ciência e Tecnologia de Portugal, que apoiou também os trabalhos desta dissertação através do projeto PTDC/ECM-EST/1691/2012 – “StonArcRail – Caracterização Experimental e Numérica do Comportamento Estrutural de Pontes em Arco de Alvenaria de Pedra sob Ação de Tráfego Ferroviário – Aplicação a Pontes Existentes em Portugal”.
 - Finalmente um agradecimento especial aos meus filhos, à Elsa e à D. Maria José Micaelo, pelo apoio incondicional e compreensão que sempre demonstraram.
-

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

1.1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1.1
1.2- ASPETOS BÁSICOS SOBRE A TIPOLOGIA DAS PONTES EM ARCO DE ALVENARIA	1.2
1.3- OBJETIVOS DO RELATÓRIO	1.6
1.4- ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO	1.7

CAPÍTULO 2: PESQUISA HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA PONTE

2.1- INTRODUÇÃO	2.1
2.2- BREVE RESUMO HISTÓRICO	2.1
2.3- DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES E MATERIAIS	2.5
2.3.1- Materiais	2.6
2.3.2- Alvenarias	2.8
2.3.3- Componentes estruturais	2.11
2.4- CONCLUSÕES	2.18

CAPÍTULO 3: PARÂMETROS DE MODELAÇÃO DOS MATERIAIS. APLICAÇÃO AO CASO DE ESTUDO DO PILAR P4

3.1- INTRODUÇÃO	3.1
3.2- MODELAÇÃO NUMÉRICA DA ALVENARIA COM BASE NO MEF	3.2
3.2.1- Elementos finitos tridimensionais	3.3
3.2.2- Campo de deformações	3.10
3.2.3- Campo de tensões	3.12
3.2.4- Vetor de forças e matriz de rigidez.....	3.15

3.3- PROCEDIMENTOS PARA DISCRETIZAÇÃO AUTOMÁTICA DOS MO- DELOS NUMÉRICOS	3.18
3.3.1- Utilização do programa GID	3.19
3.3.2- Utilização do programa blocoexe_pil_coa.bas	3.21
3.3.3- Utilização do programa Cast3M	3.21
3.4- PARÂMETROS DE MODELAÇÃO EQUIVALENTE DOS MATERIAIS HOMOGÊNEOS	3.22
3.4.1- Avaliação analítica com base no comportamento elástico de molas em série	3.24
3.4.2- Avaliação numérica com base na análise modal do pilar P4	3.29
3.4.2.1- Modelos geométricos do pilar P4	3.31
3.4.2.2.- Malhas de elementos finitos do pilar	3.35
3.4.2.3- Resultados	3.36
3.5- CONCLUSÕES	3.39

CAPÍTULO 4: MODELAÇÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 2D DA PONTE

4.1- INTRODUÇÃO	4.1
4.2- PARÂMETROS MODAIS AFERIDOS EXPERIMENTALMENTE	4.2
4.2.1- Ensaio de vibração ambiental	4.2
4.2.2- Resultados	4.3
4.3- MODELO NUMÉRICO 3D DA PONTE	4.5
4.3.1- Correlação dos parâmetros modais numéricos e experimentais	4.7
4.4- MODELO NUMÉRICO 2D DA PONTE	4.10
4.4.1- Parâmetros dos materiais	4.11
4.4.2- Correlação dos parâmetros modais numéricos 2D e 3D	4.12
4.4.3- Correlação dos parâmetros modais numéricos e experimentais	4.15
4.5- CONCLUSÕES	4.18

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA PONTE

5.1- INTRODUÇÃO	5.1
5.2- CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO FERROVIÁRIA ESTÁTICA	5.2
5.2.1- O comboio Alfa-Pendular	5.2
5.2.2- Distribuição de cargas no tabuleiro	5.4
5.3- ANÁLISE DA RESPOSTA ESTÁTICA DOS MODELOS EF	5.6
5.3.1- Resposta 2D do modelo de elementos finitos	5.7
5.3.2- Resposta do modelo de elementos finitos 3D	5.10
5.4- AVALIAÇÃO DA CARGA LIMITE COM MODELOS DE BLOCOS RÍGI- DOS (RING®)	5.13
5.4.1- Definição da geometria	5.14
5.4.2- Materiais constituintes da estrutura, do enchimento e tabuleiro	5.15
5.5- CONCLUSÕES	5.18

CAPÍTULO 6: CONCLUSÕES

6.1- INTRODUÇÃO	6.1
6.2- SUGESTÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS	6.3

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

Figura 1.1: Representação esquemática dos componentes das pontes em arco de alvenaria	1.3
Figura 1.2: Tipos de arco ((Nunes, 2009), citado por (Morais, 2012))	1.4

CAPÍTULO 2: PESQUISA HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA PONTE

Figura 2.1: Pontes sobre o Rio Côa. Ponte metálica, anterior à nova ponte de alvenaria e ponte em arcos de alvenaria, construída para substituir a ponte metálica de 1882 (REFER, 1934)	2.2
Figura 2.2: Planta do terreno para exploração da pedra de granito para construção das alvenarias (REFER, 1944)	2.3
Figura 2.3: Desenho de pormenor do assentamento das pedras da alvenaria de capeamento ou paramento (REFER, 1944)	2.10
Figura 2.4: Aspeto da alvenaria de paramento ou de capeamento após o refechamento das juntas	2.11
Figura 2.5: Modo de execução dos pilares entre arcos desiguais. Desenho n.º 15 (REFER, 1944)	2.14
Figura 2.6: Desenho de pormenor do modo de execução dos arcos de 20 m de vão (REFER, 1944).....	2.15
Figura 2.7: Enchimento entre muros de tímpano (REFER, 1944)	2.17

CAPÍTULO 3: PARÂMETROS DE MODELAÇÃO DOS MATERIAIS. APLICAÇÃO AO CASO DE ESTUDO DO PILAR P4

Figura 3.1: Representação esquemática de elementos finitos tridimensionais de diversas ordens: (a) hexaedro de primeira ordem, (b) hexaedro de segunda ordem ou lagrangiano, hexaedro de segunda ordem e (c) hexaédrico serendipítico de segunda ordem (Teixeira Dias <i>et al.</i> , 2007).....	3.4
Figura 3.2: Representação esquemática do elemento finito tetraédrico de primeira ordem, com quatro nós, e respectivos graus de liberdade (Teixeira Dias <i>et al.</i> , 2007)	3.5
Figura 3.3: Representação esquemática dos elementos finitos tetraédricos (a) de segunda ordem e (b) de terceira ordem (Teixeira Dias <i>et al.</i> , 2007) ...	3.9
Figura 3.4: Fluxograma de utilização de programas auxiliares para discretização dos modelos numéricos	3.19
Figura 3.5: Representação esquemática da utilização do programa GID	3.20
Figura 3.6: Pormenorização da alvenaria de paramento do pilar P4 (REFER, 1944)	3.24
Figura 3.7: Representação esquemática dos modelos do pilar P4	3.30
Figura 3.8: Pilar P4 - (a) Localização do pilar P4 na estrutura da ponte; (b) pormenorização dos elementos construtivo (REFER, 1934)	3.32
Figura 3.9: Discretização das zonas elementares dos modelos do pilar	3.34
Figura 3.10: Explicação do princípio de geração de blocos compatíveis (Costa, 2002)	3.34
Figura 3.11: Vista transversal dos modelos do pilar	3.35
Figura 3.12: Características dinâmicas (frequências e modos de vibração) calculadas para o modelo I	3.37

CAPÍTULO 4: MODELAÇÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 2D DA PONTE

Figura 4.1: Ensaio de vibração ambiental: a) planta e alçado com os pontos de medição; b) acelerômetros na posição de referência 18; c) acelerômetro na posição móvel 3 (Costa <i>et al.</i> , 2014)	4.2
Figura 4.2: Método EFDD: valores singulares médios e normalizados das matrizes dos espectros (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.3
Figura 4.3: Parâmetros modais experimentais correspondentes aos modos transversais da ponte (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.4
Figura 4.4: Parâmetros modais experimentais correspondentes aos modos longitudinal e vertical	4.5
Figura 4.5: Modelo tridimensional (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.6
Figura 4.6: Parâmetros modais obtidos por via experimental (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.8
Figura 4.7: Análise de correlação: a) erros das frequências de vibração numéricas e experimentais; b) matriz de correlação (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.9
Figura 4.8: Modelo bidimensional	4.11
Figura 4.9: Parâmetros modais obtidos por via numérica com os modelos 2D e 3D da ponte	4.13
Figura 4.10: Matriz de correlação	4.14
Figura 4.11: Parâmetros modais obtidos por via numérica e por via experimental	4.17
Figura 4.12: Matriz de correlação (Allemang R. J., 2003)	4.17

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA PONTE

Figura 5.1: Comboio Alfa-Pendular (Eng.º Pedro Mêda citado por Ribeiro, 2012)	5.2
Figura 5.2: Esquema de cargas: a) comboio Alfa-Pendular (Ribeiro, 2012); b) comboio simplificado (adaptado de Ribeiro, 2012)	5.3
Figura 5.3: Casos de carga ferroviária, distribuída sobre o tabuleiro (continua) ...	5.4
Figura 5.3: Casos de carga ferroviária, distribuída sobre o tabuleiro (continuação)	5.5

Figura 5.4: Esquema de distribuição das cargas concentradas que representam a ação de cada veículo tipo BBN do comboio Alfa-Pendular	5.6
Figura 5.5: Deformada devido ao peso próprio e cargas ferroviárias – caso de carga 2. Fator de amplificação da deformada = 1000	5.7
Figura 5.6: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 2) $\sigma_{1máx}^+ = 0.84MPa$	5.8
Figura 5.7: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 2) $\sigma_{2máx}^- = 2.79MPa$	5.8
Figura 5.8: Deformada devido ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 2) no modelo 3D. Fator de amplificação da deformada = 1000	5.10
Figura 5.9: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 1) no modelo 3D. $\sigma_{1máx}^+ = 0.72MPa$	5.11
Figura 5.10: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 4) no modelo 3D. $\sigma_{3máx}^- = 2.41MPa$	5.12
Figura 5.11: Simplificação da geometria 2D da ponte efetuada no programa RING	5.14

ÍNDICE DE TABELAS E QUADROS

CAPÍTULO 2: PESQUISA HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA PONTE

Quadro 2.1: Resultados do ensaio de compressão em blocos da pedreira ao Km 226+600 da Linha da Beira Alta (REFER, 1943)	2.4
Quadro 2.2: Resultados do ensaio de resistência à compressão de um provete de granito da obra (REFER, 1946)	2.6
Quadro 2.3: Comparação do modo de execução dos materiais da estrutura da ponte, consultada a memória descritiva do projeto, o caderno de encargos e o contrato de empreitada	2.19

CAPÍTULO 3: PARÂMETROS DE MODELAÇÃO DOS MATERIAIS. APLICAÇÃO AO CASO DE ESTUDO DO PILAR P4

Quadro 3.1: Valores dos parâmetros físicos e mecânicos utilizados no dimensionamento da ponte do Côa (REFER 1934)	3.23
Quadro 3.2: Características físicas dos materiais constituintes da alvenaria (Farinha <i>et al.</i> , 2006)	3.23
Quadro 3.3: Propriedades mecânicas dos materiais que intervêm no fabrico da alvenaria (Costa, 2002) (Mohamad <i>et al.</i> , 2005)	3.28
Quadro 3.4: Propriedades mecânicas e físicas dos materiais do modelo I	3.36
Quadro 3.5: Propriedades mecânicas dos materiais e frequências naturais obtidas com base nos modelos numéricos do pilar	3.38
Quadro 3.6: Correlação entre modos de vibração e respetivos coeficientes MAC obtidos com base nos modelos numéricos do pilar	3.38

CAPÍTULO 4: MODELAÇÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 2D DA PONTE

Tabela 4.1: Frequências naturais obtidas com base no modelo numérico (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.7
Tabela 4.2: Propriedades específicas dos materiais que constituem cada zona da ponte	4.12
Tabela 4.3: Frequências naturais obtidas com base no modelo numérico 2D e no modelo numérico 3D (Costa <i>et al.</i> , 2013)	4.12
Tabela 4.4: Erros das frequências de vibração obtidas numericamente com o modelo 2D e com o modelo 3D	4.14
Tabela 4.5: Propriedades dos materiais do modelo 2D calibrado experimentalmente	4.16
Tabela 4.6: Comparação entre frequências naturais obtidas por via numérica e por via experimental	4.16

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA PONTE

Quadro 5.1: Deslocamentos máximos da estrutura na zona correspondente ao arco 5, devido ao peso próprio e cargas ferroviárias estáticas	5.9
Quadro 5.2: Tensões principais máximas e mínimas na estrutura, resultantes das ações devidas ao peso próprio e casos de carga estáticas correspondentes ao comboio	5.9
Quadro 5.3: Deslocamentos máximos da estrutura na zona correspondente ao arco 5, devido à ação do peso próprio, acrescido dos casos de carga ferroviária no modelo 3D	5.11
Quadro 5.4: Tensões principais máximas e mínimas na estrutura, resultantes das ações devidas ao peso próprio e casos de cargas estáticas ferroviárias no modelo 3D	5.12

Quadro 5.5: Deslocamentos verticais e tensões principais máximas devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias – Diferenças percentuais entre valores máximos 2D e 3D	5.13
--	------

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEA - Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives

CIMNE – International Center for Numerical Methods in Engineering

DXF – Drawing Exchange Format

EF – Elementos Finitos

FEUP – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia

IPT – Instituto Politécnico de Tomar

MAC – Modal Assurance Critério

MEF – Método dos Elementos Finitos

REFER – Rede Ferroviária Nacional, EPE. A partir de 1 de junho de 2015, na sequência do Decreto-Lei n.º 91/2015, de 29 de maio, incorpora, por fusão, a EP-Estradas de Portugal, S.A. (EP, S.A.) e é transformada em sociedade anónima, passando a denominar-se Infraestruturas de Portugal, S.A. (IP,S.A.)

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As pontes em arco de alvenaria de pedra ocupam um lugar de destaque na rede ferroviária nacional garantindo a continuidade destas vias de comunicação e interligando as diferentes povoações.

Na rede ferroviária nacional podemos encontrar pontes totalmente construídas em alvenaria de pedra e em alvenaria de pedra e aço. São construídas com geometrias diversas e muitas destas obras de arte têm perdurado até aos nossos dias, resistindo a acontecimentos históricos, a acidentes naturais, às alterações ambientais e a alterações estruturais fruto da sua adequabilidade às necessidades de serviço atuais, designadamente ao aumento da velocidade de circulação e ao aumento de cargas rolantes sobre estas estruturas.

A longevidade destas estruturas justifica plenamente o interesse e o investimento, quer técnico, quer económico que a comunidade científica e, em particular, as entidades gestoras destas infraestruturas lhe podem e devem dedicar.

Essas infraestruturas, construídas ao longo do tempo, utilizando diversos materiais, em particular a alvenaria de pedra, e técnicas construtivas, estão sujeitas às mais variadas ações, sendo que têm de ser mantidas, reabilitadas e adaptadas às novas exigências de utilização. As necessárias intervenções fazem apelo ao conhecimento da geometria, das propriedades dos materiais, do estado de conservação e das ações a que estão submetidas.

Existem inúmeras técnicas para obtenção de informação necessária para a avaliação do estado de conservação de uma construção, desde uma simples inspeção visual (mas fundamental) até à realização de ensaios laboratoriais sobre amostras recolhidas da própria estrutura.

A recolha de informação sobre uma construção e a sua envolvente pode iniciar-se pelo estudo dos elementos documentais (eventualmente) existentes, pelo levantamento da própria definição geométrica da estrutura, não raro existente ou desprovido da necessária fiabilidade, e das características dos materiais que a constituem. Essa recolha tanto pode ser sobre uma estrutura sem qualquer avaria ou dano, tendo em vista o estudo das ações a que está ou pode estar sujeita, ou o estudo de eventuais alterações da sua própria constituição, como sobre uma estrutura afetada da sua capacidade de desempenho, por acidentes ou outros tipos de deterioração.

Fazendo uso da grande capacidade computacional e dos conhecimentos teóricos atualmente disponíveis, o estudo do comportamento de uma construção existente e a avaliação da sua capacidade de desempenho, passam pela construção e utilização de modelos que descrevam a sua estrutura, no todo ou em parte.

Nos dias de hoje, existem programas baseados quer no método dos elementos finitos, quer no método dos elementos discretos, que possibilitam modelações estruturais capazes de traduzir, com apreciável aproximação, o comportamento de estruturas existentes. Porém, mais do que a adoção de um modelo computacional adequado, as principais dificuldades acabam por surgir ao nível da caracterização dos materiais constituintes, designadamente no que se refere à resistência e deformabilidade, devido à heterogeneidade dos materiais e das técnicas construtivas usadas nas estruturas antigas, como é o caso particular das pontes em alvenaria de pedra. A realização de campanhas experimentais para caracterização estrutural, quer ao nível global da estrutura, quer ao nível dos materiais, constituem assim tarefas imprescindíveis para a calibração e validação dos modelos numéricos de simulação.

1.2- ASPETOS BÁSICOS SOBRE A TIPOLOGIA DAS PONTES EM ARCO DE ALVENARIA

As pontes em arco de alvenaria possuem um sistema estrutural constituído essencialmente por alvenaria e material de enchimento. Tratam-se de materiais heterogêneos, anisotrópicos, em certos casos contendo descontinuidades, com comportamento complexo, e, genericamente, com baixa resistência à tração (Costa, 2009).

Na **Figura 1.1** apresenta-se de forma esquemática a descrição dos principais elementos que constituem as pontes em arco de alvenaria e as suas funções principais.

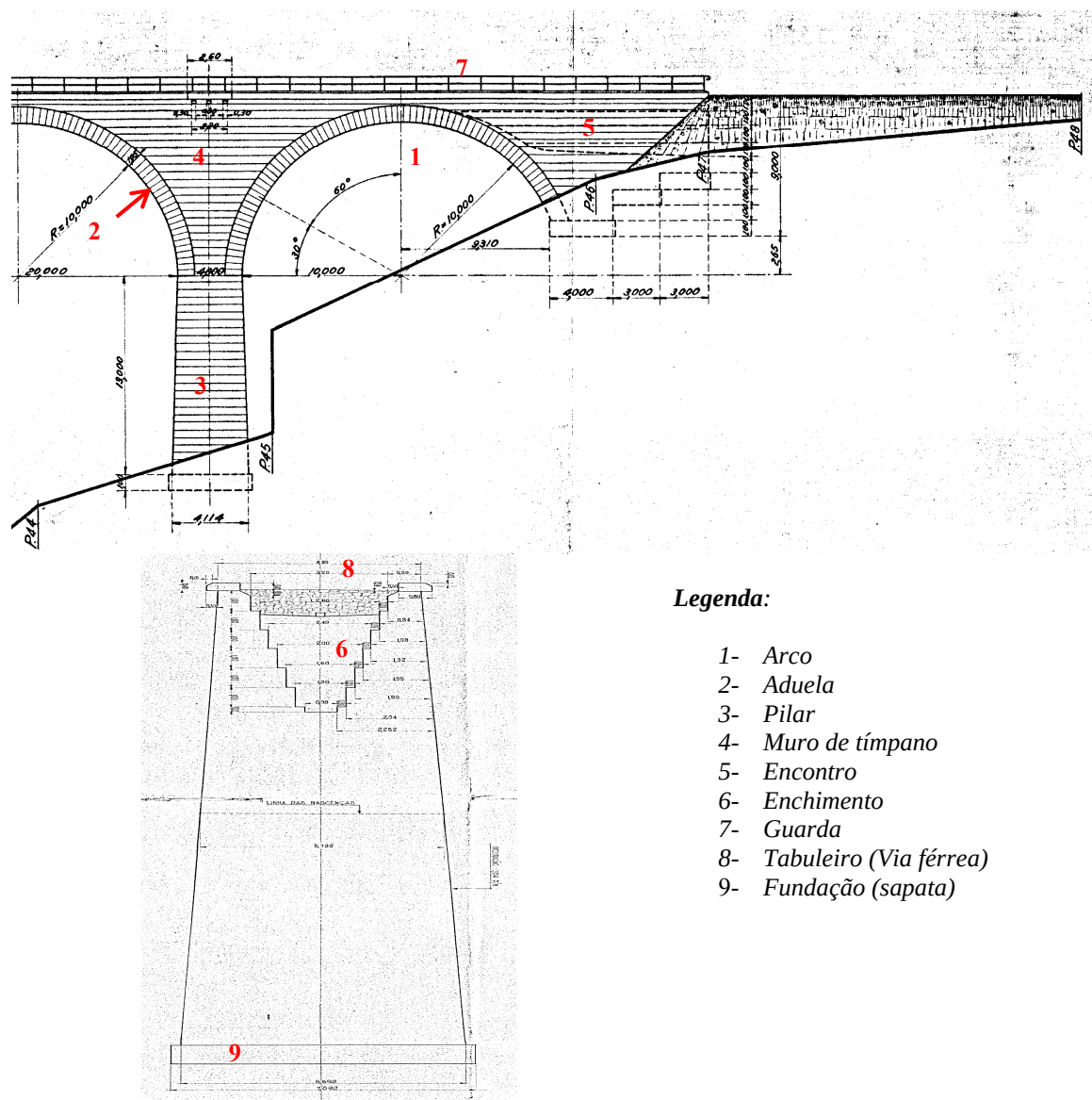


Figura 1.1: Representação esquemática dos componentes das pontes em arco de alvenaria

A estrutura principal, em alvenaria, é constituída por associação de pedras ou blocos (naturais ou artificiais), ligados entre si por argamassa ou simplesmente aparelhados, formando um elemento coeso e estável, que materializam as fundações, os pilares, os arcos, os muros de tímpanos e os encontros, sendo o seu desempenho condicionado, fundamentalmente, pela geometria e pela massa.

O enchimento nas pontes rodoviárias é geralmente constituído por materiais soltos com granulometria extensa, enquanto nas pontes ferroviárias são usados materiais mais fortes envolvendo a utilização de grandes quantidades de argamassas de cimento e pedras irregulares, como no caso da ponte ferroviária do Côa.

Podem ainda fazer parte do sistema estrutural principal, para além dos elementos anteriormente referidos, talhantes e quebrantes. Estes elementos são constituídos por alvenaria, ou em certos casos, também por material de enchimento.

Não se consideram elementos estruturais, embora façam parte destas construções, as guardas laterais e o pavimento.

Os arcos são os elementos estruturais mais importantes de uma ponte em alvenaria. O arco funciona em compressão e transporta o peso da construção (pavimento e enchimento) para os pilares de suporte e para os lados (impulso lateral e diagonal) permitindo a abertura de maiores vãos, sem risco de colapso. Geralmente em pedra, tijolo ou outro material de construção similar, o arco é composto por blocos em cunha que, colocados adjacentemente, se travam uns aos outros em compressão e mantêm a forma em curva. O bloco situado no vértice do arco, a chave, é o último elemento a ser colocado e o que permite que a estrutura se trave e a forma se mantenha. Até à colocação deste último elemento é usada um cimbra provisório em madeira ou metal que serve de molde, apresentando o que será a curvatura interior do arco e que permite que as aduelas tenham apoio até à consolidação final com a chave.

Quanto à tipologia dos arcos, de acordo com a classificação identificada por (Nunes, 2009) e compilada por (Morais, 2012), os tipos de arco mais comuns que podemos encontrar em pontes em arco de alvenaria são as apresentadas na **Figura 1.2**

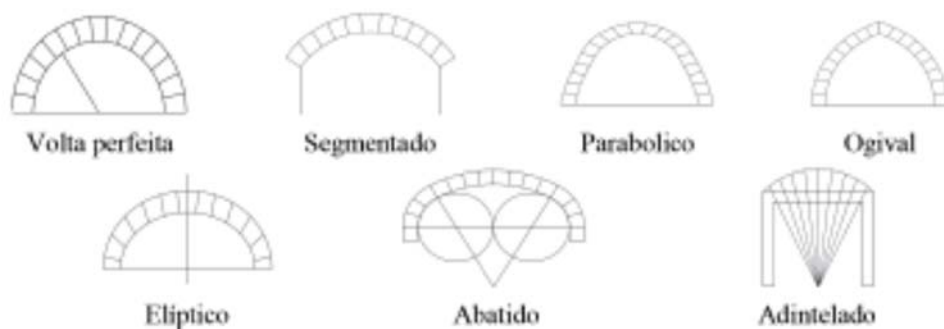


Figura 1.2: Tipos de arco ((Nunes, 2009), citado por (Morais, 2012))

As aduelas são blocos talhados em cunha que materializam o arco, são colocadas em sentido radial com a face côncava para o interior e a convexa para o exterior. As aduelas podem ser constituídas por unidades de alvenaria de material diferente, podendo possuir dimensões maiores que as utilizadas nos restantes elementos da ponte.

Os pilares constituem os apoios dos arcos. Geralmente apresentam secção retangular, tendo como função encaminhar as ações que lhes são transmitidas pelos arcos para as fundações. Devem também resistir às ações que lhes são aplicadas diretamente como o vento, a ação do escoamento da água, no caso de atravessamentos de linhas de água e ações acidentais (veículos rodoviários, no caso de pontes sobre estradas). Os pilares fundados nos leitos de cursos de água podem conter talhantes e/ou quebrantes. Estes elementos são construídos em pontes sobre linhas de água, sendo que possuem a função de encaminhar o escoamento hidráulico, diminuindo a pressão sobre os pilares a montante e protegendo-os a jusante das ações provocadas pelos vórtices (movimento de rotação de um fluido em volta de um eixo, que pode ser retilíneo ou curvilíneo).

Os muros de tímpano são paramentos verticais exteriores construídos em alvenaria, sobre os arcos e pilares. Têm como funções servir de cofragem perdida para o enchimento e pavimento, resistir às ações horizontais transmitidas por estes elementos, encaminhando-as para os arcos e pilares que os suportam. As faces interiores dos muros de tímpano podem ser inclinadas ou apresentar degraus de diferentes espessuras (caso da ponte ferroviária do Côa), sendo mais espessos junto à base, onde os impulsos horizontais são mais elevados.

Os encontros constituem os apoios dos arcos nos extremos das pontes. São maciços compostos por três fachadas em muro de alvenaria, que em geral no seu interior têm material de enchimento constituído por material granular, estando assentes sobre fundações harmonizadas à topografia do terreno.

O enchimento é o elemento colocado entre os muros de tímpano, sobre os arcos, tendo como função completar a forma da ponte e constituir a via de atravessamento de veículos (rodoviários e/ou ferroviários) e peões. Estruturalmente, tem como objetivo transmitir as cargas do pavimento para os arcos e tímpanos.

As guardas laterais possuem a função de segurança e proteção contra quedas e embate de veículos (ferroviários ou rodoviários) e pessoas. Estes elementos podem ser de pedra, metálicos ou de madeira.

O pavimento ou tabuleiro constitui o elemento sobre o qual circulam as sobrecargas relativas ao tráfego rodoviário, ferroviário e pedonal. Assim, a sua função é facilitar a circulação dos rodados dos veículos e das pessoas e receber as cargas que nele são diretamente aplicadas, distribuindo-as para o enchimento.

As fundações têm a função de transmitir as cargas da superestrutura para o maciço de fundação. Os tipos de funções mais comuns na construção destas pontes são: fundações diretas, materializadas por sapatas isoladas ou sapatas contínuas, fundações diretas do pilar sobre um maciço rochoso e as fundações indiretas, materializadas através de poços, pegões e estacas, muitas vezes de madeira (Costa, 2009).

1.3- OBJETIVOS DO RELATÓRIO

Os aspetos relacionados com o diagnóstico e inspeção de construções e infraestruturas existentes, as técnicas de intervenção e os materiais bem como os aspetos práticos da intervenção no património edificado e nas infraestruturas urbanas são os temas centrais do Mestrado em Reabilitação Urbana. Não obstante, tratar-se de um curso essencialmente vocacionado para a área científica das construções, as metodologias de avaliação estrutural constituem uma matéria importante do plano de estudos. Neste contexto, o recurso a técnicas de análise numérica para avaliação das condições de segurança de estruturas existentes, por constituir uma tarefa exigente mas muito valiosa no domínio da reabilitação urbana constitui um tema que importa aprofundar.

Com este intuito, este trabalho sucede o estudo da ponte ferroviária do Côa, realizado pelo Mestre Nuno Lopes, no âmbito da inspeção de pontes em arcos de alvenaria e enquadra-se no projeto de investigação StonArcRail - PTDC/ECM-EST/16912/2012 - Caracterização Experimental e Numérica do Comportamento Estrutural de Pontes em Arco de Alvenaria de Pedra sob Ação de Tráfego Ferroviário - Aplicação a Pontes Existentes em Portugal, em curso na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Instituto Politécnico de Tomar (IPT) e REFER (atualmente, Infraestruturas de Portugal) com o financiamento da

Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) com o qual se espera contribuir para a identificação dos efeitos condicionantes do regular funcionamento destas pontes sob a ação do tráfego.

O objetivo deste trabalho consiste assim em contribuir para a calibração e atualização dos modelos numéricos de análise estrutural da ponte ferroviária do Côa, recorrendo-se para o efeito à aplicação de técnicas de análise modal operacional, comparando os parâmetros modais calculados através de modelos numéricos 2D e 3D e idênticos parâmetros experimentais, estimados através da realização de ensaios de vibração ambiental. Os modelos numéricos da ponte são definidos com base no método dos elementos finitos envolvendo a utilização de elementos homogêneos e materiais elásticos. As propriedades atribuídas aos materiais são ainda enquadradas atendendo aos dados disponíveis do projeto da ponte, às observações resultantes de inspeções visuais na ponte, bem como, aos resultados disponíveis obtidos a partir de ensaios laboratoriais e *in situ* realizados noutras estruturas de alvenaria.

1.4- ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO

Procurando atingir os objetivos propostos, o relatório foi dividido em seis capítulos, sendo que cada um deles representa, sequencialmente, a forma como o trabalho foi desenvolvido.

Assim, após o presente capítulo, no Capítulo 2 apresenta-se um breve resumo histórico sobre a construção da ponte ferroviária do Côa, descrevendo-se os componentes e materiais que constituem a ponte. O capítulo resume o trabalho de recolha de informação documental sobre a estrutura e sua construção realizado com base na consulta dos documentos históricos existentes na REFER.

No capítulo 3 são apresentadas as estratégias de modelação numérica adotadas para o estudo de um pilar da ponte do Côa recorrendo ao método dos elementos finitos utilizando o programa Cast3M (2005). Com base na análise modal do pilar e adotando diferentes estratégias de modelação discutem-se as propriedades dos materiais considerados como materiais compósitos homogêneos equivalentes, com vista a definir os parâmetros de modelação para serem utilizados nos modelos globais da ponte, apresentados nos capítulos seguintes.

Com base nos resultados da pesquisa realizada nos capítulos precedentes e atendendo aos dados disponíveis relativos à identificação dos parâmetros modais da ponte do Côa por via numérica com base num modelo 3D e experimental com base em ensaios de vibração ambiental, o capítulo 4 é dedicado à definição de um modelo numérico 2D da ponte do Côa e calibração dos parâmetros físicos e mecânicos dos materiais utilizados neste modelo, para no capítulo 5 se proceder à análise da resposta estrutural sob ações de carga verticais.

No capítulo 5 apresenta-se e descreve-se o tipo de sobrecarga estática utilizada nos modelos numéricos 2D e 3D da ponte, que acrescida ao peso próprio, permitiu analisar a resposta da estrutura considerando o comportamento dos materiais em regime linear elástico sendo comparados os resultados obtidos com os modelos 2D e 3D da ponte. Finalmente, são usados modelos simplificados de blocos rígidos para avaliar a carga limite.

No capítulo 6 são resumidos os aspetos mais relevantes deste trabalho, referenciando-se desenvolvimentos futuros.

CAPÍTULO 2

PESQUISA HISTÓRICA SOBRE A CONSTRUÇÃO DA PONTE

2.1- INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se um breve resumo histórico sobre a construção da ponte do Côa, tendo em vista a identificação dos diversos componentes e materiais que constituem a estrutura. Para este efeito foram consultados os documentos de expedientes relativos à sua construção, disponibilizados pela REFER no âmbito de um trabalho de mestrado anterior (Lopes, 2012), e analisadas as informações contidas nesses trabalhos.

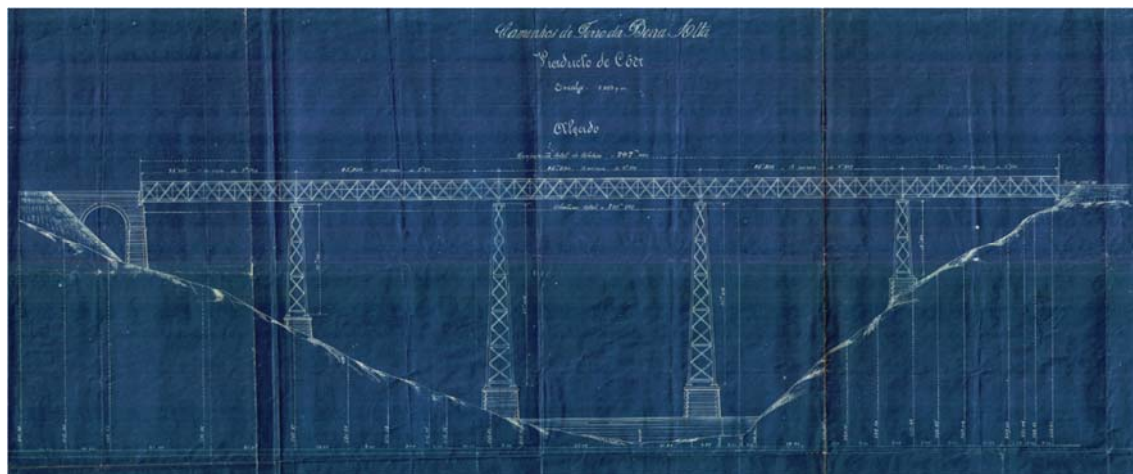
Para identificar os componentes e a organização estrutural da ponte, consultaram-se os elementos históricos (escritos e desenhados) disponibilizados pela REFER; o Relatório de Projeto denominado “Inspeção de Pontes Ferroviárias em Arcos de Alvenaria”, elaborado pelo Eng.º N. Lopes do Instituto Politécnico de Tomar (IPT) para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do Grau de Mestre em Reabilitação Urbana, bem como outros documentos relativos a trabalhos de caracterização da ponte do Côa.

Neste capítulo apresenta-se um resumo historio relativo à construção da ponte e os resultados da pesquisa efetuada aos elementos documentais relativos ao respetivo projeto.

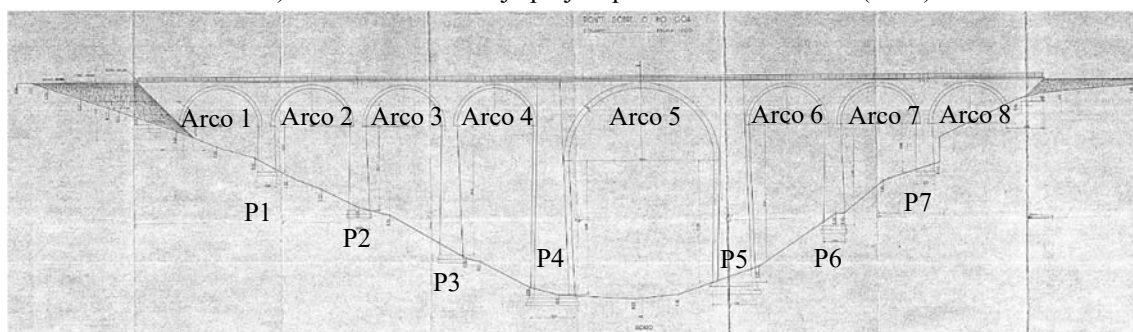
2.2- BREVE RESUMO HISTÓRICO

A atual ponte em arcos de alvenaria de pedra sobre o Rio Côa foi projetada para substituir uma ponte metálica construída no ano de 1882 (REFER). A ponte atual foi construída numa variante da linha existente nessa altura, por ser mais fácil a sua execução, uma

vez que seria difícil a construção desta ponte no mesmo local da que existia, sem interrupção da circulação dos comboios.



a) Ponte metálica cujo projeto pertenceu à casa Eiffel (1882)



b) Ponte em arcos de alvenaria de pedra de granito (1947)

Figura 2.1: Pontes sobre o Rio Côa. Ponte metálica, anterior à nova ponte de alvenaria e ponte em arcos de alvenaria, construída para substituir a ponte metálica de 1882 (REFER, 1934)

O projeto da nova ponte do Côa, em arcos de alvenaria de granito, da autoria do Engenheiro Civil José Guimarães foi aprovado em setembro de 1943, com a publicação no Diário do Governo n.º 215 - 2.ª série, de 14 de setembro.

A ponte atual e respetiva linha ferroviária variante foram construídas, entre 1944 e 1947, na Linha da Beira Alta, no troço Pampilhosa – Vilar Formoso, ao PK 238+200, entre o Apeadeiro de Castelo Mendo e o Apeadeiro da Freineda, no concelho de Almeida, distrito da Guarda.

A pedra de granito utilizada na construção da nova ponte do Côa foi retirada de uma pedreira adquirida pela Companhia dos Caminhos de Ferro Portugueses, localizada no Lugar

do Rochoso, entre o Km 222+500 e o Km 227+700 da Linha da Beira Alta, freguesia do Rochoso, concelho da Guarda (**Figura 2.2**) (REFER).

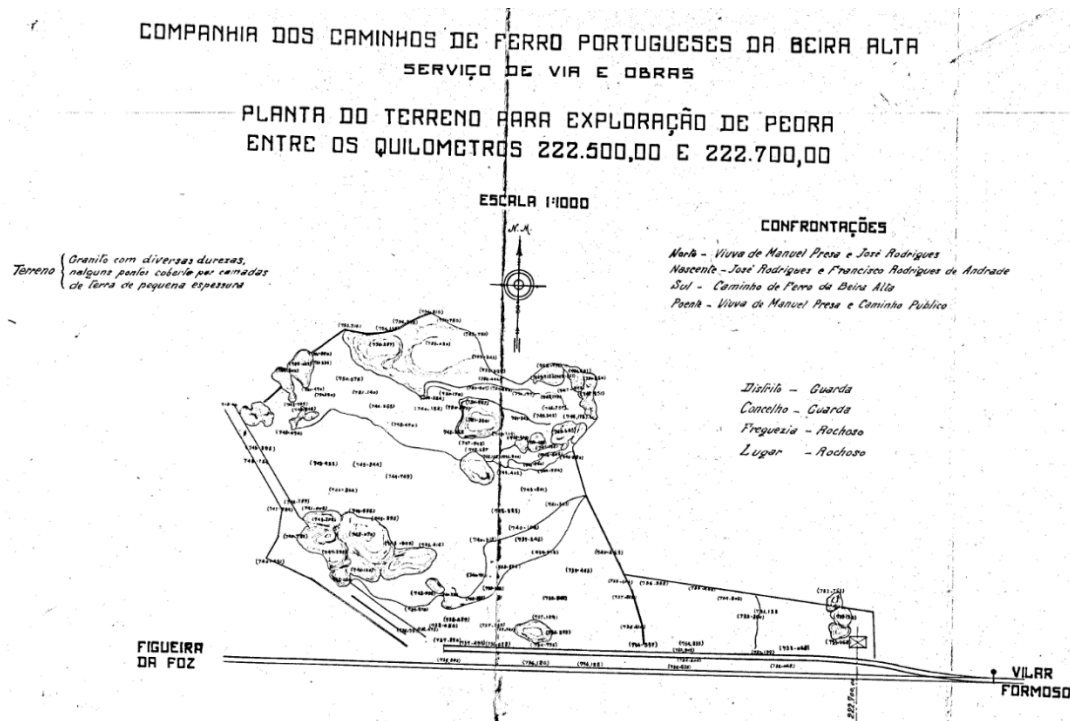


Figura 2.2: Planta do terreno para exploração da pedra de granito para construção das alvenarias (REFER, 1944)

De acordo com os elementos consultados, no contexto deste trabalho, verifica-se que em 1943, antes da realização do concurso para construção da nova ponte, a Companhia dos Caminhos de Ferro Portugueses (assim designada à época a entidade responsável pela rede ferroviária nacional) mandou ensaiar, no Laboratório de Ensaios e Estudo de Materiais do Ministério das Obras Públicas e Comunicações, amostras de granito da pedreira do Rochoso. Os resultados dos ensaios são os indicados no **Quadro 2.1** (REFER).

A obra foi adjudicada ao Engenheiro Álvaro de Melo Gouveia pelo valor de 9.000.000\$00 (nove milhões de escudos), tendo sido concluída por 11.000.000\$00 (onze milhões de escudos).

Na consulta efetuada aos elementos históricos cedidos pela REFER, não se encontrou qualquer indício de más práticas construtivas, sendo que a construção da ponte decorreu normalmente e sem problemas que pudessem interferir no seu desempenho estrutural.

Quadro 2.1: Resultados do ensaio de compressão em blocos da pedreira ao Km 226+600 da Linha da Beira Alta (REFER, 1943)

Nº. ou marca do bloco	Peso do bloco Kgs.	Dimensões em cm.	Secção em cm ² .	Carga de ruptura por compressão	
				Total Kgs.	Por cm ² . Kgs.
1	2370	9,7 x 9,7 x 9,8	94,1	127.000	1349,6
2	2420	9,7 x 9,9 x 9,7	96,0	115.000	1197,9
3	2430	9,7 x 9,7 x 9,9	94,1	107,500	1142,4

-Observações: O ensaio foi efectuado na máquina Amsler de 500 toneladas na sensibilidade de 250 toneladas.

---Lisboa e Laboratório de Ensaio e Estudo de Materiais, em 7 de Maio de 1943.

-O Eng^o. Chefe da Secção -a) Francisco Ventura Rêgo.

---Visto: O Eng^o. Director -a) António Maria Fernandes.

---Está conforme.--Lisboa e Secretaria do Laboratório de Ensaio e Estudo de Materiais, em 10 de Maio de 1943.- O Encarregado da Contabilidade. -a) Artur Vaz Marques.

A título de curiosidade, refira-se que nos registos de expediente sobre a construção da nova ponte encontra-se uma indicação relativa à eventual necessidade da sua implosão. De notar que a construção da nova ponte do Côa foi iniciada no final da Segunda Guerra Mundial. Tratou-se de um conflito militar global, que durou de 1939 a 1945, envolvendo a maioria das nações do mundo. Durante a construção da ponte do Côa foi realizada uma vistoria, por uma comissão constituída pelo major Veloso, do Estado-Maior e tenente Reinas, dos Sapadores dos Caminhos-de-ferro, para efeitos da Defesa Nacional. Durante a vistoria foi verificado que existiam diferenças entre o projeto elaborado pelos militares e o projeto em poder do empreiteiro para a abertura de fornilhos (*cavidade enchida com explosivos, em obra ou em local que se quer fazer explodir*). Em resultado da vistoria foram duplicados os fornilhos junto à base dos pilares 1, 2, 3, 6 e 7 (REFER, 1934 - 1946). Foram alterados os poços de visita dos fornilhos superiores até que as suas aberturas ficassem ao nível inferior do balastro, bem como foi dada ordem para construir canais de ventilação nos fornilhos superiores, inclinados para fora e partindo próximo da base dos cofres, abrindo-se para o exterior nos silhares do paramento sul. Da vistoria resultou ainda que os silhares correspondentes a aproximadamente 1/2 da abertura dos fornilhos da base dos pilares deviam ser aparelhados a pico fino, tendo gravado as letras D.N. que se referem a (Defesa Nacional) (REFER).

A ponte foi aberta à exploração em 27 de março de 1948, sendo que a obra foi recebida definitivamente em 27 de agosto de 1948.

2.3- DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES E MATERIAIS

A ponte é constituída por oito arcos, todos em alvenaria de pedra de granito, sendo que sete têm 20.00 m de vão e o oitavo arco tem 38.00 m de vão. Estes assentam sobre sete pilares de geometria variável e dois encontros. A ponte apresenta um desenvolvimento longitudinal retilíneo e plano, com cerca de 297.86 m, uma largura ao nível do tabuleiro de 4.80 m e um desnível máximo de aproximadamente 56.00 m, entre a cota da fundação e a cota do pavimento. Os pilares apresentam um jorramento no sentido transversal de 4% e no sentido longitudinal da ponte apresentam um jorramento de 2.85%.

A ponte encontra-se em exploração, em via única, com bitola de via larga, carril de 54.77 Kg/m, 54E1 (UIC54) EN13674-1, em barra longa.

Na consulta da memória do projeto, do caderno de encargos e do contrato de empreitada, identificaram-se os diversos materiais e o modo de execução dos componentes estruturais da ponte. Porém, nessa pesquisa verificaram-se algumas divergências no modo de execução dos componentes da ponte, em particular no que se refere aos materiais usados na construção, conforme se descreve nos parágrafos seguintes.

Na memória do projeto não é efetuada qualquer referência à qualidade e ao tipo dos materiais, sendo apenas referido o seu modo de execução. No caderno de encargos e no contrato de empreitada, é feita referência à qualidade dos materiais a empregar na construção da ponte. Nestes dois documentos não se verificam diferenças relativamente a estas especificações.

Assim, nos pontos seguintes apresenta-se uma breve descrição das características a que os materiais deviam obedecer (secção 2.3.1). Nas secções 2.3.2 e 2.3.3 inclui-se uma descrição sobre o modo de execução das alvenarias e componentes estruturais, respetivamente.

2.3.1- Materiais

i) Pedra

Conforme já se referiu, a Companhia dos Caminhos de Ferro Portugueses forneceram ao empreiteiro a pedreira de onde foi extraída a pedra utilizada na construção da ponte. O arranque da pedra e a sua escolha foram encargo do empreiteiro, sendo que os blocos deviam ser de granito rijo e homogéneo, perfeitamente são, isento de cavidades, fendas, lesins, nódulos, veios, cravos, crosta de pedreira ou outras matérias estranhas. A pedra não poderia ter cristais de feldspato muito grossos ou mica em grande quantidade. A pedra a empregar nos paramentos vistos devia possuir cor uniforme.

A pedra destinada às aduelas dos arcos, ou mesmo dos paramentos vistos, devia ser sujeita a ensaios prévios, sendo as amostras talhadas com a dimensão estipulada pela fiscalização da obra. A pedra destinada às aduelas dos arcos devia oferecer ao esmagamento por compressão uma resistência nunca inferior a 400 Kgf/cm² (39,23 MPa) confirmado por laboratórios oficiais.

Constatou-se que durante a execução da obra foi realizado, pelo menos, um ensaio de resistência à compressão a cubos de granito utilizado na construção da ponte. O ensaio, conhecido, foi realizado pela Direção do Laboratório de Ensaio e Estudo de Materiais. Os resultados desse ensaio constam do **Quadro 2.2**, a partir do qual se identifica a resistência à compressão de 57.85 MPa.

Quadro 2.2: Resultados do ensaio de resistência à compressão de um provete de granito da obra (REFER, 1946)

Nº de ordem	Peso do cubo Kg.	Dimensões em cm.	Secção em cm ²	Carga de rotura por compressão em Kgs.		Figura de rotura
				Total	Por cm ²	
1	2,800	10x10x10,6	100	59000	590,0	

ii) Areia

A areia a utilizar na obra devia ser limpa de terra e substâncias estranhas, siliciosa, não salgada, bem lavada e áspera ao tato.

iii) Brita

A brita devia ser de pedra de boa qualidade e rija, isenta de matérias estranhas e de detritos de pedreira. Devia ainda possuir forma angular, sendo rejeitada a lamelar.

iv) Cimento

O cimento devia ser de presa lenta, bem conservado, moído e isento de nódulos malcosidos. Não se encontrou nos documentos cedidos pela REFER outras especificações para o cimento.

v) Água

A água a empregar na construção devia ser de mina ou poço, pura e doce.

vi) Ferro ou aço

O ferro ou aço a empregar na obra devia não podia ser quebradiço, apresentar fendas, falhas, bolhas ou qualquer outro defeito. A elasticidade do ferro não devia sofrer alterações, quando submetido a esforços não superiores a 15 Kgf/mm² (1470 kPa) de secção.

O aço devia possuir uma resistência à tração de 26 Kgf/mm² (254.8 MPa), com o alongamento médio de 25% e uma resistência à compressão de 50 Kgf/mm² (490 MPa).

2.3.2- Alvenarias

No caderno de encargos e no contrato de empreitada, também é descrito detalhadamente o modo de execução da alvenaria hidráulica de enchimento e da alvenaria de paramento. Embora não sejam especificadas as dimensões dos blocos que intervêm na constituição destas alvenarias, o conhecimento da sua organização julga-se importante para estimar as componentes, físicas e mecânicas, desses materiais, pelo que se incluiu nos pontos seguintes as especificações encontradas no processo desta obra. No mesmo contexto, apresentam-se as especificações para o refechamento das juntas.

i) Alvenaria hidráulica de enchimento

As pedras destinadas a esta alvenaria, depois de terem sido desbastadas e bem limpas, em local apropriado, e nunca sobre as alvenarias já construídas, deviam ser molhadas no momento do emprego. Colocar-se-ia cada uma das pedras em seco no lugar que deviam ocupar a fim de ver se assentavam convenientemente nas pedras anteriores e, tirando-se em seguida para encher o leito com argamassa, assentar-se-iam novamente, batendo-se com um maço de madeira, de modo a fazer ressumar por todos os lados a argamassa, calçando-a depois com lascas de pedras duras metidas a maço. Era proibido o emprego de maços de ferro para bater as pedras que serão colocadas sobre o lado que der melhor leito, e, quando possível sobre o leito da pedreira, devendo ligar-se umas às outras por meio de argamassa.

A alvenaria não devia apresentar espaço algum vazio nem as pedras assentes ou oscilantes, nem intervalos consideráveis cheios unicamente com argamassa. Esta espécie de alvenaria não podia ser executada por camadas ou fiadas sucessivas encascadas na parte superior com pedra miúda, pelo contrário deixar-se-ia em cada fiada um grande número de cabeças ou pedras salientes, com a maior inclinação dos sobreleitos para o interior da obra, a fim de melhor travar, umas com as outras, as partes sucessivamente construídas. Quando esta alvenaria fosse revestida com alvenaria de paramento, ter-se-ia o cuidado de travar bem as pedras de uma com as outras.

ii) Alvenaria de paramento

As pedras de fiada seriam assentes para que as juntas verticais de duas fiadas consecutivas não distassem entre si de 0.20 m. Teriam caudas com o mínimo de 0.40 m a 0.60 m, em fiadas alternadas, para que esta alvenaria ligasse bem à de enchimento (**Figura 2.3**). As pedras de cada fiada teriam de ter a mesma altura, cujo mínimo era de 0.22 m e o máximo de 0.30 m. Em duas fiadas consecutivas não poderia haver uma diferença de altura superior a 3 cm; não era permitido o emprego de pedras com comprimento inferior a 42 centímetros. As faces vistas seriam aparelhadas a picão; as juntas, leitos e sobreleitos, também aparelhados a picão na extensão mínima de 0.10 m e o restante desbastado de modo que as juntas ficassem com 0.01 m de espessura. Para assentar a alvenaria de fiada, começar-se-ia por picar a argamassa da fiada anterior a fim de lhe tirar os fragmentos friáveis e tornar a superfície desigual. Limpar-se-ia o sobreleito, que se iria cobrir com a nova fiada, e, depois de humedecer, estender-se-ia sobre ele uma camada de argamassa com a espessura conveniente, em seguida, colocar-se-ia bem de nível a pedra a assentar, depois de bem limpa e humedecida, batendo-a com maço de madeira até fazer ressumar a argamassa. As juntas verticais seriam tomadas com argamassa de forma a encher todos os espaços vazios, nunca se empregando lascas de pedra para tal fim. O emprego de cunhas no assentamento das pedras era absolutamente proibido sem ordem expressa da Fiscalização que, se as considera-se necessárias indicaria as suas dimensões e natureza. As cunhas seriam retiradas logo após a sua utilização e as juntas cheias com argamassa, empregando a trincheira.

Da análise efetuada considera-se que a alvenaria hidráulica de enchimento foi executada com pedras irregulares, embora com as faces bem desbastadas e aplicadas de forma a ficarem bem travadas de uma com as outras e com dimensões semelhantes às de alvenaria de fiada e de paramento. Na proximidade das faces a revestir com alvenaria de paramento, supõe-se que os blocos empregues apresentam uma geometria regular, de modo a permitir uma boa ligação entre os dois tipos de alvenaria.

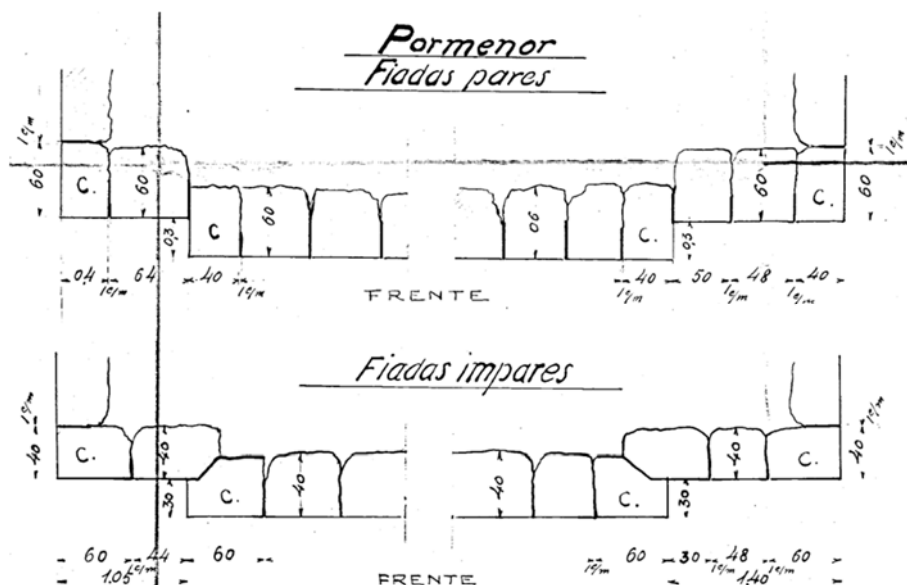


Figura 2.3: Desenho de pormenor do assentamento das pedras da alvenaria de capeamento ou paramento (REFER, 1944)

iii) Alvenaria de fiada

Sobre a composição da alvenaria de fiada, supõe-se que seja semelhante à da alvenaria hidráulica de enchimento. Porém, presume-se que os blocos possuam uma geometria mais regular, embora mantendo as faces bem desbastadas e o seu assentamento efetuado por fiadas sobrepostas, convenientemente travadas entre si.

iv) Refechamento das Juntas

O refechamento das juntas melhora o desempenho mecânico das alvenarias ao nível da sua resistência. Por este motivo faz-se referência ao modo como foi previsto a execução deste trabalho.

A memória descritiva do projeto não apresenta qualquer referência ao refechamento das juntas.

No caderno de encargos, e no contrato de empreitada, é referido que o acabamento dos paramentos vistos far-se-ia depois de concluídos os assentamentos das pedras. Em ambos os documentos é referido que para efetuar o refechamento das juntas começar-se-ia por limpá-las, lavando-as e enchendo-as de argamassa antes de seca. Recalcar-se-ia a argamassa

e alisar-se-ia depois de ter começado a endurecer, cortando-se em linhas paralelas às juntas com a largura aproximada de 0.02 m (no contrato de empreitada é referido que o corte da argamassa devia ter uma largura aproximada de 0.03 m) (**Figura 2.4**). A argamassa de refechamento teria um traço de 400 Kg de cimento por metro cúbico de areia.



Figura 2.4: Aspeto da alvenaria de paramento ou de capeamento após o refechamento das juntas

2.3.3- Componentes estruturais

No que respeita ao modo de execução dos componentes, foram igualmente consultados os documentos já referidos. Seguidamente apresenta-se uma descrição detalhada seu modo de execução.

i) Fundações

Na memória descritiva do projeto é referido que as fundações de todos os pilares e encontros deviam ser construídos em alvenaria de pedra irregular, com argamassa de cimento e areia, com o traço de 600 Kg de cimento por metro cúbico de areia, exceto as dos pilares entre arcos desiguais que deviam ser em betão. No documento é indicado o traço do betão destas fundações. No entanto, por não ser legível não é possível apresentá-lo. Neste documento não é referida a dimensão dos blocos de granito empregues na execução da alvenaria de pedra irregular e na execução do betão.

No caderno de encargos é referido que as fundações seriam feitas com alvenaria hidráulica de enchimento, exceto nos pilares entre arcos desiguais, que seriam em alvenaria de fiada. Ainda segundo este documento, a alvenaria de enchimento é uma alvenaria com blocos de granito, na qual foi empregue uma argamassa de cimento e areia com o traço de 400 Kg de cimento por metro cúbico de areia. No documento não existe qualquer informação sobre o modo de execução da alvenaria de fiada, pelo que se presumiu que o processo utilizado na sua construção é semelhante ao utilizado na execução da alvenaria de enchimento, porém, com blocos de faces mais regulares. Também não é referida a dimensão dos blocos de granito, quer para a alvenaria de enchimento, quer para a alvenaria de fiada. Presume-se que possuam dimensões semelhantes.

No contrato de empreitada é referido que as fundações seriam construídas com alvenaria hidráulica de 450 Kg de cimento por metro cúbico de areia, exceto nos pilares entre arcos desiguais, que seriam em alvenaria de fiada, na qual seria empregue uma argamassa de cimento e areia com o traço de 500 Kg de cimento por metro cúbico de areia. Tal como nos dois documentos anteriores, neste documento não existem referências ao modo de execução da alvenaria de fiada, pelo que também se presumiu que a sua construção é semelhante à da alvenaria hidráulica, porém, com blocos de faces mais regulares. Também não é referida a dimensão dos blocos de granito, quer para a alvenaria de enchimento, quer para a alvenaria de fiada. Presume-se que possuam dimensões semelhantes.

ii) Pilares, encontros, muros de tímpano e muros de avenida

Na memória descritiva do projeto não é referido o modo de execução dos muros de tímpano e dos muros de avenida. Para os encontros e pilares, à exceção dos dois pilares entre arcos desiguais, é referido que deviam ser executados em alvenaria de pedra irregular, na qual seria empregue uma argamassa de cimento e areia com o traço de 600 Kg de cimento por metro cúbico de areia, com capeamento de granito aparelhado. Os pilares maiores seriam construídos em alvenaria de pedras regulares até à altura de 18.00 m, e daí para cima construídos como os restantes. A argamassa empregue na execução da alvenaria de pedras regulares teria a mesma composição que a argamassa da alvenaria de pedras irregulares. A alvenaria de capeamento dos pilares e encontros seria constituída por pedras regulares aparelhadas, na qual seria empregue uma argamassa com o mesmo traço da utilizada nas restantes

alvenarias dos pilares e encontros (**Figura 2.5**). Neste documento não são indicadas as dimensões dos blocos a empregar nas alvenarias de pedras irregulares e regulares. No entanto, as dimensões dos blocos de granito a empregar nos capeamentos dos pilares e encontros estão bem definidas nas peças desenhadas do projeto.

No caderno de encargos e no contrato de empreitada é referido que os encontros e pilares entre arcos iguais, muros de tímpano e muros de avenida seriam construídos inteiramente por alvenaria hidráulica de enchimento. Nas faces vistas seria aplicada alvenaria de paramento. Em ambos os documentos é mencionado que no fabrico da alvenaria hidráulica de enchimento seria empregue uma argamassa de cimento e areia com o traço de 400 Kg de cimento por metro cúbico de areia.

Quer no caderno de encargos quer no contrato de empreitada, diz-se ainda que a construção dos pilares entre arcos desiguais seria realizada até à altura indicada nas peças desenhadas (18.00 m) em alvenaria de fiada. Daí para cima seriam executados como os pilares correntes (**Figura 2.5**).

Nos documentos atrás aludidos não são indicadas as dimensões dos blocos de granito empregues na alvenaria hidráulica de enchimento e na alvenaria de fiadas. Porém, as dimensões dos blocos empregues na alvenaria de paramento estão bem detalhadas nas peças desenhadas do projeto, bem como a composição da argamassa desta alvenaria também está bem definida no contrato de empreitada (*“devia empregar-se uma argamassa de cimento e areia com o traço de 450 Kg de cimento por metro cúbico de areia”*) (REFER).

Por outro lado, também não é indicado o traço da argamassa a empregar na alvenaria de fiada, presumindo-se que seja semelhante ao empregue na alvenaria de hidráulica de enchimento.

Nos três documentos consultados não são indicadas as dimensões dos blocos de granito empregues na alvenaria de pedras irregulares, ou alvenaria hidráulica de enchimento e empregues na alvenaria de pedras regulares ou alvenaria de fiada. Nos cálculos justificativos, em anexo à memória descritiva do projeto, foi definido para todas as alvenarias o mesmo peso volúmico. Assim, pela leitura dos documentos escritos e desenhados disponibilizados pela REFER, presume-se que as dimensões dos blocos empregues em todas as alvenarias, incluindo as de capeamento ou paramento, são semelhantes.

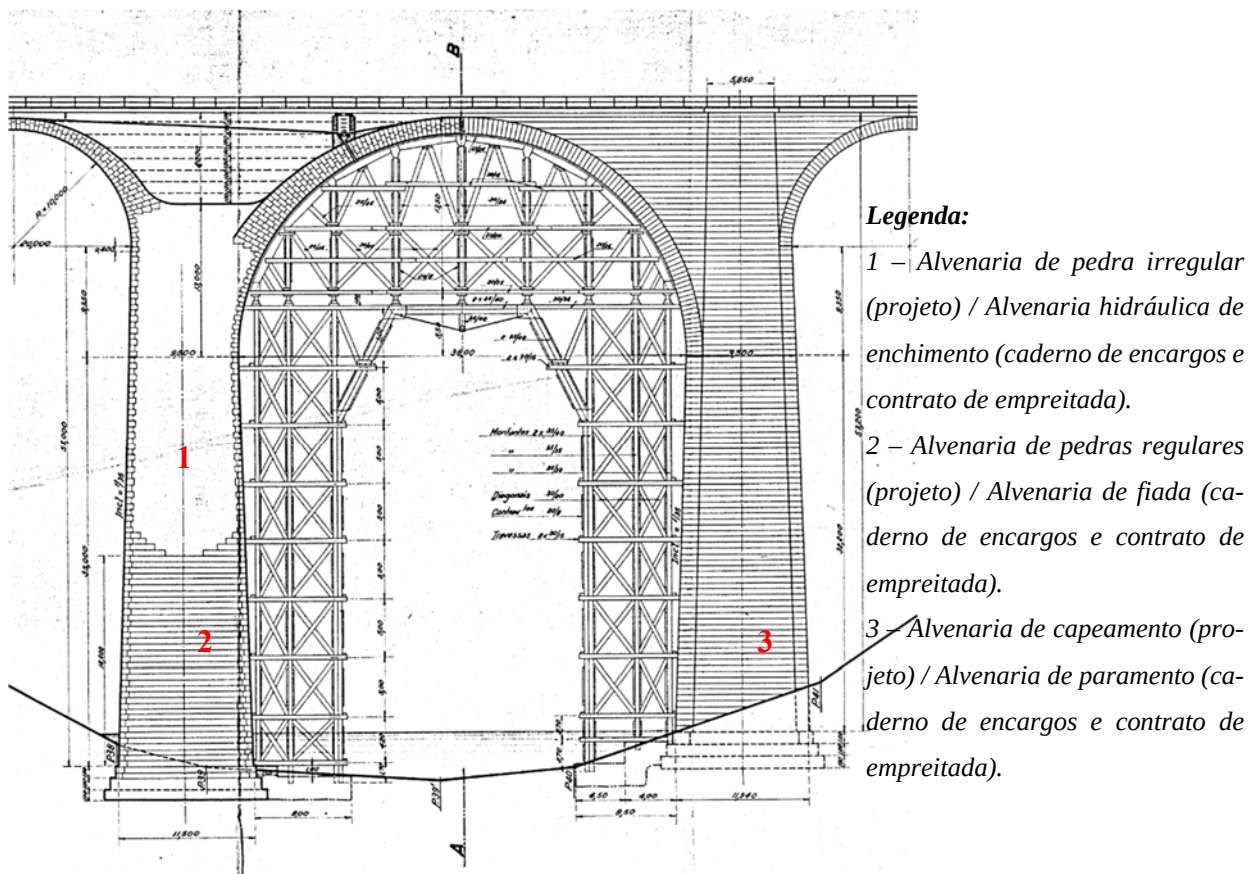


Figura 2.5: Modo de execução dos pilares entre arcos desiguais. Desenho n.º 15 (REFER, 1944)

iii) Arcos

Na memória descritiva do projeto é referido que os arcos seriam de cantaria aparelhada de granito, com aparelho normal à fibra média dos arcos. A argamassa a empregar nesta alvenaria seria de cimento e areia com traço de 600 Kg de cimento por metro cúbico de areia. As dimensões dos blocos de granito a empregar na construção dos arcos encontram-se bem definidas nas peças desenhadas do projeto (**Figura 2.6**).

No caderno de encargos e no contrato da empreitada é referido que os arcos (abóbadas) seriam executados em toda a sua espessura com aduelas de dimensões exatas, fixadas nas peças desenhadas. As aduelas não podiam ter espessuras inferiores a 0.22 m e seriam aparelhadas a picão em todas as faces vistas, testas e intradorsos, de modo a que, sem falhas permitissem que as juntas tivessem rigorosamente a espessura de 10 mm. As aduelas seriam constituídas por uma série de anéis sobrepostos convenientemente travados entre si. Na construção dos arcos devia ser empregue uma argamassa de cimento e areia com traço de 500 Kg

A chapa vertical devia ter uma espessura total de 2.00 cm e ser composta por uma camada de 1.00 cm de espessura de argamassa de cimento, com o traço de 400 Kg de cimento por metro cúbico de areia e por uma camada de 1.00 cm de espessura de asfalto puro sem areia.

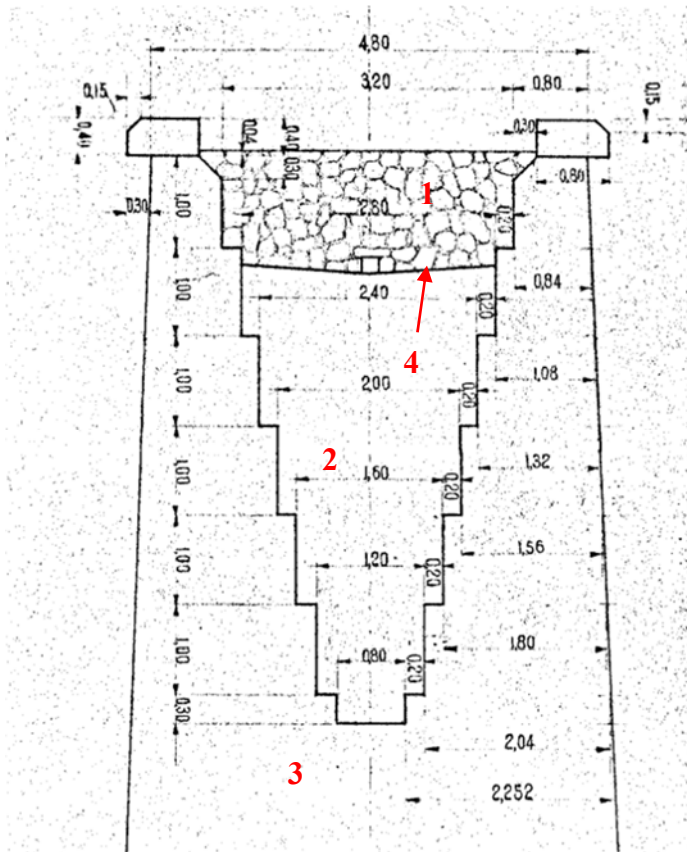
No contrato de empreitada a composição das chapas hidráulicas é semelhante, apenas diferindo na camada de 3.00 cm de espessura da chapa horizontal, na qual está previsto empregar uma argamassa de cimento, com o traço de 350 Kg de cimento por metro cúbico de areia e numa das camadas de 1.00 cm de espessura da chapa vertical, na qual estava previsto empregar uma argamassa de cimento, com o traço de 350 Kg de cimento por metro cúbico de areia.

v) Enchimentos

Na memória descritiva do projeto é referido que o enchimento entre os muros de tímpano e o extradorso dos arcos, por baixo de chapa hidráulica, devia ser formado por betão magro, constituído por um volume de argamassa por quatro de brita, sendo a argamassa formada por 100 Kg de cimento por metro cúbico de areia. O enchimento por cima da chapa hidráulica seria feito com pedra seca. Neste documento não é feita referência à máxima dimensão da brita e da pedra seca (**Figura 2.7**).

No caderno de encargos e no contrato de empreitada é referido que o enchimento desde o extradorso dos arcos até à chapa hidráulica seria feito com alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se uma argamassa de cimento, com o traço de 100 Kg de cimento por metro cúbico de areia.

Entre a chapa hidráulica e a rasante da linha, bem como nos cofres dos encontros, devia ser feito o enchimento com pedra seca, cuidadosamente assente à mão calçando bem as pedras com lascas duras batidas a maço, de modo a não ficarem espaços vazios entre elas. Neste documento também não é feita referência à máxima dimensão da pedra seca (**Figura 2.7**).



LEGENDA

- 1 – Pedra seca cuidadosamente assente à mão.
- 2 – Material de enchimento.
- 3 – Alvenaria hidráulica de enchimento ou de pedra irregular.
- 4 – Chapa hidráulica (horizontal).

Figura 2.7: Enchimento entre muros de tímpano (REFER, 1944)

Comparando as descrições dos três documentos, pode admitir-se que a composição do enchimento é a mesma, embora descrito de formas diferentes, pelo que se pode designar o material de enchimento entre muros de tímpano, apenas por “material de enchimento”.

vi) Passeios

No caderno de encargos e no contrato de empreitada, está definido o modo de execução dos passeios e resguardos. Estes deviam ser executados em cantaria de granito, numa só pedra em toda a largura, com a altura de 0.40 m e assentes com argamassa com o traço de 400 Kg de cimento por metro cúbico de areia. A cantaria dos passeios seria assente de modo a ficar com 0.30 m de balanço em relação aos paramentos vistos dos muros de tímpano. A cantaria seria aparelhada a pico grosso, com as arestas passadas a cinzel. As dimensões das pedras dos passeios e resguardos estão bem definidas nas peças desenhadas do projeto.

Entre os dois documentos referidos, verifica-se que existe diferenças na composição da argamassa de assentamento dos passeios. No contrato de empreitada é referido que a argamassa deveria ter um traço de 350 Kg de cimento por metro cúbico de areia.

2.4- CONCLUSÕES

Neste capítulo efetuou-se um breve resumo histórico da construção da ponte com base na consulta do projeto e do processo de correspondência da obra. Da consulta foi possível concluir que a empreitada decorreu normalmente e que o projeto apresentava um nível de detalhe satisfatório.

Porém, pela consulta dos referidos documentos verificaram-se divergências nas especificações técnicas do modo de execução das alvenarias e do enchimento entre muros de tímpano, encontradas no projeto, no caderno de encargos e no contrato de empreitada. Para estabelecer comparações entre as descrições do modo de execução das componentes da estrutura, com vista à sua utilização nos modelos numéricos de comportamento da ponte, apresenta-se o **Quadro 2.3**.

Quadro 2.3: Comparação do modo de execução dos materiais da estrutura da ponte, consultada a memória descritiva do projeto, o caderno de encargos e o contrato de empreitada.

COMPONENTES ESTRUTURAIS			MATERIAIS		
			Memória do Projeto	Caderno de Encargos	Contrato
Fundações	Pilares correntes		Alvenaria de pedra irregular. Argamassa de cimento com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se argamassa de cimento com traço de 450 Kg de cimento por m³ de areia
	Pilares entre arcos desiguais		Betão com a dosagem de 500 Kg de cimento, por 200 L de brita, por 100 L de areia ⁽¹⁾	Avenaria de fiada, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria de fiada, empregando-se argamassa de cimento com traço de 500 Kg de cimento por m³ de areia
Pilares	Pilares correntes		Alvenaria de pedra irregular, empregando-se argamassa de cimento, com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento	Alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento	Alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento
	Pilares entre arcos desiguais	Até altura de 18 m	Alvenaria de pedras regulares com capeamento de granito aparelhado. Argamassa de cimento com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento	Alvenaria de fiada, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces à vista alvenaria de paramento	Avenaria de fiada, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento
		Acima dos 18 m	Alvenaria de pedra irregular com capeamento de granito aparelhado. Argamassa de cimento com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria hidráulica de enchimento, com argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento	Alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento
Arcos (Abóbadas)			Cantaria aparelhada de granito, com aparelho normal à fibra média dos arcos. Argamssa de cimento com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia	Constituídas em toda a sua espessura com aduelas de dimensões exatas, fixadas nas peças desenhadas, aparelhadas. Empregar-se-á argamassa de cimento com o traço de 500 Kg de cimento por m³ de areia	Constituídas em toda a sua espessura com aduelas de dimensões exatas, fixadas nas peças desenhadas, aparelhadas. Empregar-se-á argamassa de cimento com o traço de 500 Kg de cimento por m³ de areia
Paramentos à vista			Alvenaria de granito aparelhado, empregando-se argamassa de cimento com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria de fiada (pedra de granito aparelhada), empregando-se argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria de fiada (pedra de granito aparelhada), empregando-se argamassa de cimento com traço de 450 Kg de cimento por m³ de areia
Encontros, muros de tímpanos e muros de avenida			Avenaria de pedra irregular, com argamassa de cimento com traço de 600 Kg de cimento por m³ de areia, com um capeamento de granito aparelhado ⁽²⁾	Alvenaria hidráulica de enchimento, com argamassa de cimento com traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento	Alvenaria hidráulica de enchimento, empregando-se argamassa de cimento com traço de 450 Kg de cimento por m³ de areia. Nas faces vistas alvenaria de paramento
Enchimento entre muros de tímpano e de avenida por baixa da linha	Enchimento entre dos muros dos tímpanos e os extradorsos dos arcos por baixo da chapa horizontal		Betão magro, constituído por um volume de argamassa por quatro de brita, sendo a argamassa formada por 100 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria hidráulica de enchimento,empregando-se argamassa de cimento com o traço de 100 Kg de cimento por m³ de areia	Alvenaria hidráulica de enchimento,empregando-se argamassa de cimento com o traço de 100 Kg de cimento por m³ de areia
	Enchimento por cima da chapa horizontal a a razante da linha e cofres dos encontros		Pedra seca	Pedra seca, cuidadosamente assente à mão calçando bem as pedras com lascas durasbatidas a maço, de modo a não ficarem espaços vazios entre elas	Pedra seca, cuidadosamente assente à mão calçando bem as pedras com lascas durasbatidas a maço, de modo a não ficarem espaços vazios entre elas
	Chapa Hidráulica	Horizontal	Será fomada por: 1.ª camada com 3 cm de espessura de argamassa de cimento de 400 Kg de cimento por m³ de areia; 2.ª camada de 1.5 cm de espessura de asfalto com 7% do seu peso em betume; 3.ª camada de 4 cm de espessura de betão muito magro (100 Kg de cimento por m³ de brita, sem areia)	Debaixo para cima, será formada por: Uma camada de 4 cm de espessura de argamassa de cimento, com o traço de 100 Kg de cimento por m³ de areia; uma camada de asfalto (de 120° de ponto de fusão) de 1.5 cm de seppessura, com 7% do seu peso em betume; Uma camada de argamassa de cimento com 3 cm de espessura, como o traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia	Debaixo para cima, será formada por: Uma camada de 4 cm de espessura de argamassa de cimento, com o traço de 100 Kg de cimento por m³ de areia; uma camada de asfalto (de 120° de ponto de fusão) de 1.5 cm de seppessura, com 7% do seu peso em betume; Uma camada de argamassa de cimento com 3 cm de espessura, como o traço de 350 Kg de cimento por m³ de areia
		Vertical	Formada por: uma camada com 1 cm de espessura de argamassa de cimento de 400 Kg de cimento por m³ de areia; uma camada de 1 cm de espessura de asfalto puro, sem areia	Comporta por uma camada com 1 cm de argamassa de cimento, com o traço de 400 Kg de cimento por m³ de areia e uma camada de 1 cm de espessura de asfalto puro, sem areia	Comporta por uma camada com 1 cm de argamassa de cimento, com o traço de 350 Kg de cimento por m³ de areia e uma camada de 1 cm de espessura de asfalto puro, sem areia
Observações:		(1) Dúvidas nas quantidades por dificuldade de leitura do documento. (2) Não é feita referência aos muros de tímpano e muros de avenida.			

CAPÍTULO 3

PARÂMETROS DE MODELAÇÃO DOS MATERIAIS. APLICAÇÃO AO CASO DE ESTUDO DO PILAR P4

3.1- INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se e discutem-se as estratégias de modelação numérica e os resultados da análise modal de um pilar da ponte do Côa recorrendo ao Método dos Elementos Finitos (MEF). Neste contexto a estrutura de alvenaria é discretizada atendendo a estratégias de micro e macro-modelação. Os enchimentos são discretizados utilizando macro elementos contínuos definidos a partir do contorno geométrico exterior de modo a permitir considerar diferentes comportamentos em cada um deles.

Para refinar o modelo utilizou-se o pilar P4, localizado entre os arcos 4 e 5, sentido ponte-nascente. A partir dos dados retirados das peças desenhadas do projeto, foram criados quatro modelos simplificados do pilar, que resumidamente se descrevem: No modelo I foi discretizado apenas um tipo de alvenaria (alvenaria de fiada) em fundação e no pilar; No modelo II foram diferenciados dois tipos de alvenaria. Na sapata e no troço inicial do pilar (com 18 m de altura a contar da sapata) foi aplicada alvenaria de fiada. Entre esta cota e a nascente do arco maior foi utilizada alvenaria de enchimento; No modelo III foram identificados 3 tipos de alvenaria. Alvenaria de fiada e alvenaria de enchimento discretizadas tal como no modelo II e a alvenaria de paramento que reveste todo o pilar; Por fim, o modelo IV foi discretizado utilizando uma estratégia de micro-modelação. Neste modelo, pretendeu-se detalhar todos os tipos de alvenaria existentes no pilar n.º 4 (alvenaria de fiada, alvenaria de enchimento e alvenaria de paramento) constituídas por blocos de pedra e juntas. Porém, por falta de capacidade computacional, devido à sua dimensão e elevado detalhe, não foi possível a sua aplicação. Contudo, poder-se-ia construir um modelo de menor dimensão com o mesmo nível de detalhe. Não foi criado devido à falta de tempo para a apresentação deste

trabalho. Futuramente, recorrendo a equipamento computacional mais avançado poderão ser estimadas as gradezas pretendidas.

O estudo do pilar teve como objetivo a identificação dos parâmetros elásticos dos materiais constituintes da ponte do Côa e simultaneamente contribuir para avaliar os procedimentos de análise numérica aplicados no contexto deste trabalho a esta estrutura.

Assim, começa-se por apresentar alguns aspetos básicos relativos à modelação numérica das estruturas de alvenaria com base no MEF, seguindo-se uma descrição detalhada da estratégia seguida para a discretização dos modelos adotados.

Finalmente, é apresentada a estratégia adotada para identificação dos parâmetros elásticos dos materiais da ponte do Côa.

No trabalho Costa *et al.*, (2013) foi apresentado um modelo 3D global da ponte simplificado que se pretendeu detalhar no presente trabalho, com a elaboração de um modelo 2D global, mais detalhado, que serviu de base para a realização de um novo modelo 3D em desenvolvimento na FEUP (Faculdade de Engenharia de Universidade do Porto).

3.2- MODELAÇÃO NUMÉRICA DA ALVENARIA COM BASE NO MEF

Uma das aplicações com maior potencial do método dos elementos finitos (MEF) é a análise estrutural (Teixeira-Dias *et al.* 2004), amplamente utilizada em estruturas de engenharia civil incluindo em estruturas de alvenaria. Neste domínio do MEF, considera-se que as incógnitas primárias são os deslocamentos nodais de cada elemento finito e as incógnitas secundárias são o campo de deformações, obtido pós diferenciação do campo de deslocamentos, e o campo de tensões, que se determina após aplicação das leis constitutivas (ou dos modelos de comportamento dos materiais).

Atualmente os modelos numéricos mais utilizados para descrever o comportamento das estruturas de alvenaria baseados no método dos elementos finitos podem agrupar-se em dois tipos: os macro-modelos e os micro-modelos. Nos primeiros, também designados por modelos contínuos, é definido um contínuo equivalente com características que permitem a

descrição do comportamento global da alvenaria. Estes modelos são essencialmente fenomenológicos, sendo que os parâmetros desconhecidos têm que ser determinados mediante ensaios elaborados em provetes com tamanho suficiente sob estados de tensão homogêneos. Para malhas de elementos finitos mais grosseiras, este tipo de modelação é particularmente indicado permitindo análises globais de toda (ou uma parte) da estrutura; porém os efeitos locais não podem ser considerados (Anthoine, 1991). Nesta categoria existem ainda diferentes formas de tratar o problema, entre as quais os modelos de plásticos (e.g. modelo de Drucker-Prager), os modelos de dano e os modelos de fendas (fixas ou distribuídas) (Pegon & Pinto, 1996), (Costa, 2002).

No segundo tipo de modelos (micro-modelos) são considerados separadamente os blocos e as juntas como sub-regiões homogêneas permitindo caracterizar o comportamento da alvenaria a partir do conhecimento das propriedades dos seus constituintes e das interfaces (Costa, 2002).

No presente trabalho são considerados os dois tipos de estratégias de discretização da alvenaria (macro e micro-modelação) porém o estudo da resposta estrutural é dedicado apenas ao comportamento em regime linear elástico e maior atenção é dada aos modelos constituídos por materiais compósito homogêneos equivalentes com características aproximadas à combinação dos seus vários componentes.

Os modelos utilizados na análise do pilar P4, que será apresentada mais adiante, baseiam-se na discretização da malha de elementos finitos tridimensionais de 4 nós, para os quais se apresenta resumidamente nas subsecções seguintes as expressões correspondentes para o cálculo do campo de deslocamentos através de funções de forma, bem como do campo de deformações e do campo de tensões linear elástico. Adicionalmente, descrever-se-á em detalhe as expressões correspondentes para o cálculo da matriz de rigidez e do vetor de forças para um elemento finito tridimensional tetraédrico.

3.2.1- Elementos finitos tridimensionais

Os elementos finitos tridimensionais mais frequentemente utilizados em simulações com o método dos elementos finitos são os **hexaedros** e os **tetraedros**. Os **tetraedros**, quando comparados com os **hexaedros** oferecem vantagens evidentes na fase de discretização, isto

é, de construção da malha de elementos finitos, de problemas com geometria complexa ou ainda em procedimentos de remalhamento, Porém, o elemento **tetraédrico** tem associadas algumas simplificações na descrição dos campos de deformações e de tensões. Consequentemente, o elemento **tetraédrico** tende a apresentar menor exatidão em problemas complexos, exigindo, consequentemente, malhas de elementos finitos mais refinadas. Por este motivo, os hexaedros são mais utilizados quando a preocupação principal é a obtenção de resultados fiáveis em problemas envolvendo cargas, condições de fronteira e materiais com propriedades mecânicas de definição complexa, ainda que à custa de mecanismos de geração de malhas mais elaborados.

Por outro lado, para cada tipo de elemento finito é possível fazer variar o número de nós, tal como se mostra na **Figura 3.1**. A título de exemplo, podem considerar-se os elementos **hexaédricos** de baixa ordem (com oito nós), os quais exigem funções de interpolação de primeiro grau. No entanto, também se podem construir elementos finitos hexaédricos com funções de forma de grau superior, tais como, por exemplo, o elemento finito de segunda ordem lagrangiano, com 27 nós, e o elemento finito serendipítico, com 20 nós, apresentados na **Figura 3.1(b)** e na **Figura 3.1(c)**, respetivamente. Utilizando elementos finitos com mais nós por aresta é possível, por exemplo, representar mais facilmente geometrias com linhas curvas. A escolha de um ou outro tipo de elemento finito depende assim da aplicação concreta que se pretende estudar e o grau de exatidão pretendido para a aproximação da geometria real.

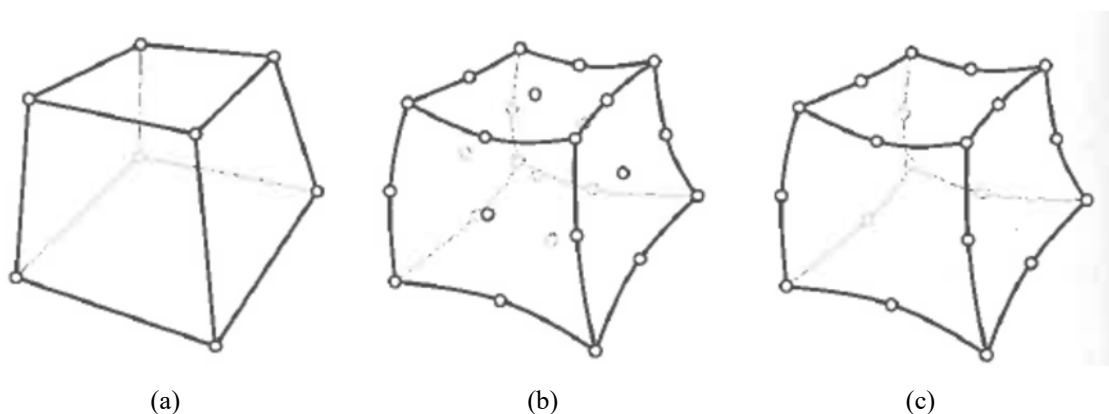


Figura 3.1: Representação esquemática de elementos finitos tridimensionais de diversas ordens: (a) hexaedro de primeira ordem, (b) hexaedro de segunda ordem ou lagrangiano, hexaedro de segunda ordem e (c) hexaédrico serendipítico de segunda ordem (Teixeira Dias *et al.*, 2007)

O elemento finito **tetraédrico** mais simples é o elemento linear de quatro nós e 12 graus de liberdade, representado esquematicamente na **Figura 3.2**. Para a derivação das suas funções de forma, torna-se útil, recorrer à utilização de coordenadas de volume, uma extensão do conceito de coordenadas de área.

Considerado um ponto $P \equiv P(x, y, z)$ situado no volume definido pelos quatro vértices do elemento finito **tetraédrico** representado na **Figura 3.2**, podem definir-se os quocientes volumétricos apresentados na expressão (3.1)

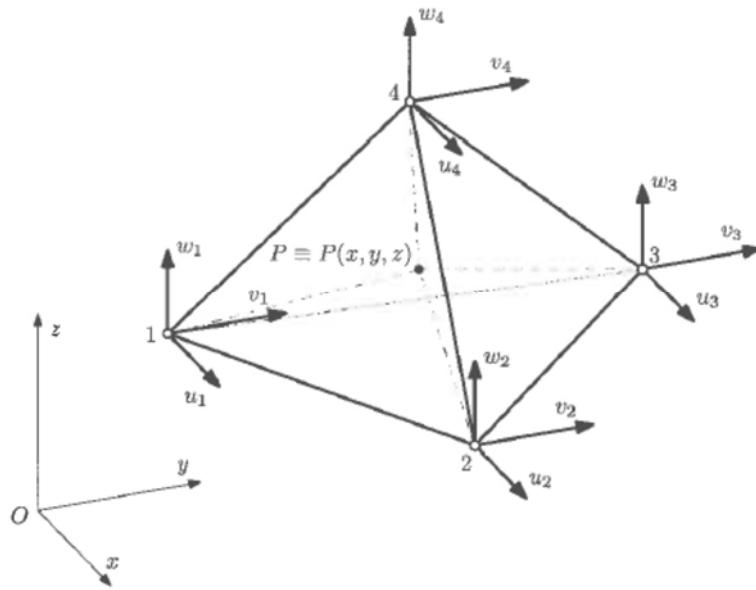


Figura 3.2: Representação esquemática do elemento finito tetraédrico de primeira ordem, com quatro nós, e respetivos graus de liberdade (Teixeira Dias *et al.*, 2007)

$$L_1 = \frac{V_{P234}}{V_{1234}}, \quad L_2 = \frac{V_{P134}}{V_{1234}}, \quad L_3 = \frac{V_{P124}}{V_{1234}}, \quad L_4 = \frac{V_{P123}}{V_{1234}}, \quad (3.1)$$

ou, de forma mais compacta,

$$L_i = \frac{V_i^*}{V_{1234}} = \frac{V_i^*}{V^e}, \quad (3.2)$$

em que V_i^* é o volume do **tetraedro** formado pelo ponto P e pela face do elemento oposta ao nó i , e V^e é o volume total do elemento finito. A partir da expressão (3.2) verifica-se que

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = \sum_{i=1}^4 L_i = 1. \quad (3.3)$$

As coordenadas cartesianas, x , y , e z podem, naturalmente, ser interpoladas através das coordenadas de volume, ou seja,

$$\begin{cases} x = \sum_{i=1}^4 L_i x_i \\ y = \sum_{i=1}^4 L_i y_i \\ z = \sum_{i=1}^4 L_i z_i \end{cases} \quad (3.4)$$

Combinando as equações anteriores com a relação (3.3) torna-se possível estabelecer a seguinte relação matricial:

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{Bmatrix}. \quad (3.5)$$

A inversão da matriz de coordenadas definidas na expressão anterior permite, sempre que a matriz não seja singular, obter as coordenadas de volume L a partir das coordenadas cartesianas (x,y,z) , ou seja,

$$\begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \quad (3.6)$$

em que o volume do elemento finito pode ser determinado da seguinte forma:

$$V^e = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}. \quad (3.7)$$

Por outro lado, os coeficientes a_i, b_i, c_i e d_i podem obter-se a partir dos determinantes

$$\begin{aligned} a_i &= (-1)^{i+1} \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix}, \quad b_i = (-1)^{i+2} \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix}, \\ c_i &= (-1)^{i+3} \begin{vmatrix} 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_k & z_k \\ 1 & x_l & z_l \end{vmatrix}, \quad d_i = (-1)^{i+4} \begin{vmatrix} 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \\ 1 & x_l & y_l \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Os coeficientes i, j, k e l são obtidos por permutação cíclica, ou seja, se $i = 1$, então $J = 2, k = 3$ e $l = 4$; se $i = 2$, então $j = 3, k = 4$ e $l = 1$; etc. Como corolário das condições anteriores (ver equações (3.1) a (3.6)) é possível estabelecer que as funções de forma N_i coincidem com as coordenadas de volume L_i , ou seja,

$$N_i = L_i = \frac{1}{6V^e} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z). \quad (3.9)$$

Ao mesmo tempo, a matriz **B** das derivadas das funções de forma, definida como

$$B_i^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

como $i = 1, \dots, n_{nos}$, pode ser escrita em função dos parâmetros a_i, b_i, c_i, d_i como

$$B_i^e = \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 \\ 0 & 0 & d_i \\ c_i & b_i & 0 \\ d_i & 0 & b_i \\ 0 & d_i & c_i \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Com $i = 1, \dots, n_{nos}$, resultando numa matriz com seis linhas – o número de componentes do vetor de deformações – e 12 colunas – o número de deslocamentos nodais (ou graus de liberdade) do **tetraedro** de 4 nós.

Os **tetraedros** de segunda e de terceira ordem possuem a vantagem de permitirem modelar geometrias curvas, ao contrário dos **tetraedros** de primeira ordem, que possuem lados sempre retos. O número total de graus de liberdade do elemento finito **tetraédrico** de segunda ordem é $10 \times 3 = 30$, como se pode verificar na **Figura 3.3(a)**. Já o elemento finito **tetraédrico** de terceira ordem, representado na **Figura 3.3(b)**, tem $20 \times 3 = 60$ graus de liberdade. No entanto, o **tetraedro** de terceira ordem é pouco utilizado devido ao seu elevado custo computacional, sendo o seu uso frequentemente preterido em favor do de elementos de primeira ou de segunda ordens, utilizando um maior refinamento de malha.

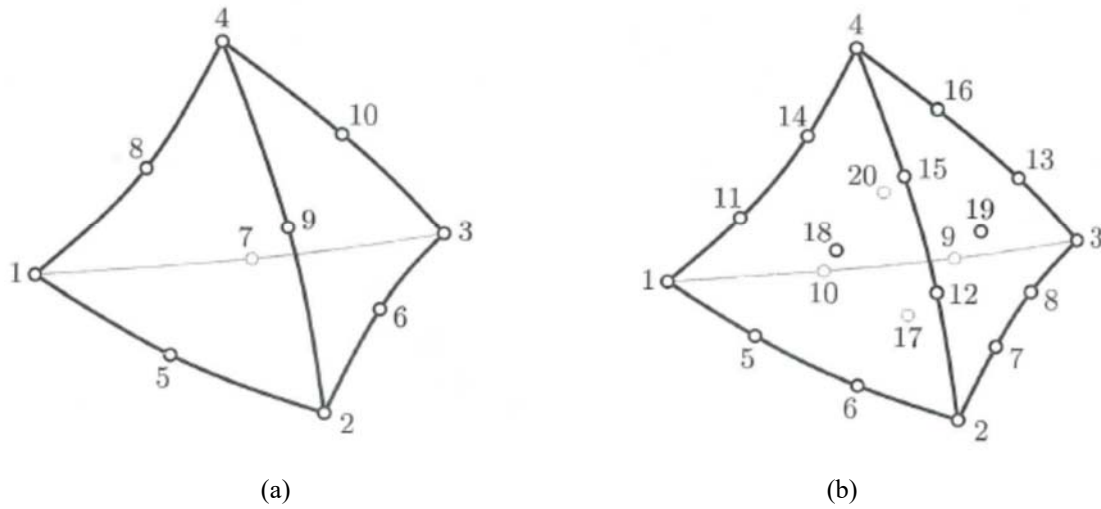


Figura 3.3: Representação esquemática dos elementos finitos tetraédricos (a) de segunda ordem e (b) de terceira ordem (Teixeira Dias *et al.*, 2007)

As funções de forma podem ser determinadas através das coordenadas de volume L_i representadas nas relações respeitando sempre as condições (3.12) e (3.13).

$$N_i(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\sum_{i=1}^{n_{\text{nós}}} N_i(\xi, \eta, \zeta) = 1 \quad (3.13)$$

Assim, seguindo a numeração indicada na **Figura 3.3**, pode estabelecer-se para os nós dos vértices do tetraedro de segunda ordem (de 10 nós) que

$$N_i = (2L_i - 1)L_i \quad (3.14)$$

com $i = 1, \dots, 4$. Para além disso, para os nós a meio das arestas obtém-se:

$$\begin{cases} N_5 = 4L_1L_2 \\ N_6 = 4L_2L_3 \\ N_7 = 4L_1L_3 \\ N_8 = 4L_1L_4 \\ N_9 = 4L_2L_4 \\ N_{10} = 4L_3L_4 \end{cases} \quad (3.15)$$

Por fim, refira-se a importância da utilização de coordenadas de volume no cálculo de integrais em todo o domínio do elemento finito tetraédrico. Consequentemente, para uma função genérica $f(x, y, z)$ obtém-se:

$$\iiint_{\Omega^e} f(x, y, z) dx dy dz = \int_0^1 \int_0^{1-L_1} \int_0^{1-L_1-L_2} f(L_1, L_2, L_3) (\det J) dL_1 dL_2 dL_3, \quad (3.16)$$

em que $\mathbf{J}$ é a matriz jacobiana da transformação do sistema de coordenadas de volume para o sistema de coordenadas cartesianas. Deve atender-se ainda ao facto de, de acordo com a relação (3.3), f não depender funcionalmente de L_4 para os limites de integração adotados.

3.2.2- Campo de deformações

Uma vez conhecido o campo de deslocamentos de um elemento finito, podem determinar-se as componentes do campo de deformações. As componentes do campo das deformações num ponto do elemento finito podem ser agrupadas vectorialmente do seguinte modo:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix}. \quad (3.17)$$

Estas componentes de deformação elementar podem relacionar-se com o campo de deslocamentos nodais através do operador $\mathbf{B}$, ou seja,

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_{n_{nos}}], \quad (3.18)$$

sendo

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d}^e, \quad (3.19)$$

com

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

em que $i = 1, \dots, n_{nos}$. Mais uma vez, a matriz $\mathbf{B}$ tem seis linhas, correspondentes às seis componentes do vetor deformações, e um número de colunas igual ao número de nós multiplicados pelos três graus de liberdade de cada nó.

3.2.3- Campo de tensões

No domínio das deformações lineares elásticas, a relação entre tensões e deformações num ponto do corpo material pode ser definida pela lei de Hooke.

No caso tridimensional, o vetor das deformações (ver a equação (3.17)) e o vetor das componentes cartesianas das tensões, pode ser escrito como

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}, \quad (3.21)$$

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

relacionando-se através da matriz constitutiva $\mathbf{D}$ (3.22). No caso mais geral, considerando o regime linear elástico, a relação entre tensões e deformações corresponde a

$$\sigma = D : \varepsilon \quad (3.23)$$

ou, em notação indicial,

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} : \varepsilon_{kl}, \quad (3.24)$$

em que $\mathbf{D}$ é o tensor de elasticidade, que no caso tridimensional corresponde a um tensor de quarta ordem que possui 81 componentes independentes. No entanto, atendendo à simetria dos tensores das tensões e das deformações, temos que:

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \\ \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \end{cases}, \quad (3.25)$$

pelo que é possível concluir que os coeficientes independentes que compõem $\mathbf{D}$ são apenas 36. Adicionalmente, considere-se um domínio tridimensional cujo material possa ser considerado isotrópico. Sejam σ_1, σ_2 e σ_3 as tensões principais e $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ e ε_3 as deformações principais correspondentes. Se o sistema de eixos coordenados coincidir com as direções principais, logo pode afirmar-se que

$$\begin{cases} \sigma_1 = D_{1111}\varepsilon_1 \\ \sigma_2 = D_{2222}\varepsilon_2 \\ \sigma_3 = D_{3333}\varepsilon_3 \end{cases} \quad (3.26)$$

Porém, a condição de isotropia material implica que a deformação ε_1 , motivada por uma tensão σ_1 , ocorra na mesma proporção que ε_2 causada por σ_2 e que ε_3 também é devida a σ_3 . Deste modo conclui-se que

$$D_{1111} = D_{2222} = D_{3333}. \quad (3.27)$$

Como consequência adicional da isotropia material, as componentes de deformação ε_2 e ε_3 resultantes da componente de tensão σ_1 devem ser iguais. Adicionalmente, aplicando o mesmo raciocínio para σ_2 e σ_3 obtém-se

$$\begin{cases} D_{1122} = D_{1133} \\ D_{1122} = D_{2233} \\ D_{1133} = D_{2233} \end{cases} \quad (3.28)$$

e, por simetria, determina-se que

$$D_{1122} = D_{2211} = D_{1133} = D_{3311} = D_{2233} = D_{3322} \quad (3.29)$$

Assim, para estados tridimensionais de tensão e de deformação, a relação entre componentes de tensão e de deformação corresponde a

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = D \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

em que os termos independentes da matriz constitutiva podem ser calculados em função dos parâmetros do material, os seja, do módulo de Young E e do coeficientes de Poisson ν , isto é,

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

3.2.4- Vetor de forças e matriz de rigidez

As expressões de cálculo da matriz de rigidez e do vetor de forças de cada elemento finito correspondem a

$$\begin{cases} \mathbf{K}^e = \int_{\Omega^e} (\mathbf{B}^e)^T \mathbf{D} \mathbf{B}^e d\Omega \\ \mathbf{f}^e = \int_{\Omega^e} (\mathbf{N}^e)^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma^e} (\mathbf{N}_{\Gamma_t}^e)^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \end{cases} \quad (3.32)$$

No caso de elementos finitos hexaédricos, os integrais da equação anterior podem ser calculados no domínio isoparamétrico, conforme a equação (3.33), obtendo-se a expressão (3.34)

$$\iiint_{\Omega^e} f(x, y, z) dx dy dz = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta, \zeta) (\det J) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.33)$$

$$\mathbf{K}_{ij}^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (\mathbf{B}_i)^T(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{D} \mathbf{B}_j(\xi, \eta, \zeta) (\det J) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.34)$$

em que os índices i e j dizem respeito à submatriz de rigidez para posterior assemblagem. A matriz de rigidez global resultante tem uma dimensão $(3 \times n_{nos}) \times (3 \times n_{nos})$, constituída por $(n_{nos})^2$ sub-blocos $\mathbf{K}_{ij}^e$. A título de exemplo, para o hexaedro de oito nós obtém-se uma matriz 24×24 contendo 8^2 sub-blocos $\mathbf{K}_{ij}^e$ na seguinte forma genérica:

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^e & \mathbf{K}_{12}^e & \dots & \mathbf{K}_{18}^e \\ \mathbf{K}_{21}^e & \mathbf{K}_{22}^e & \dots & \mathbf{K}_{28}^e \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}_{81}^e & \mathbf{K}_{82}^e & \dots & \mathbf{K}_{88}^e \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Para a componente do vetor de forças devida a carregamentos volúmicos, obtém-se

$$f_{\Omega_i}^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (\mathbf{N}_i)^T(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{b} (\det J) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.36)$$

Na equação anterior consideraram-se apenas os carregamentos provocados pela carga volúmica **b**. Para considerar os efeitos das forças de tração é preciso efetuar alguns passos adicionais, pois o efeito destas cargas depende da face do hexaedro. Existem três direções possíveis, que são obtidas realizando produtos vetoriais entre as direções tangentes aos eixos naturais ξ, η e ζ , ou seja:

$$\begin{cases} v_1 = \left\{ \frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \eta}, \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right\}^T \\ v_2 = \left\{ \frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \xi}, \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right\}^T \\ v_3 = \left\{ \frac{\partial x}{\partial \zeta}, \frac{\partial y}{\partial \zeta}, \frac{\partial z}{\partial \xi} \right\}^T \end{cases} \quad (3.37)$$

Os vetores v_1, v_2 e v_3 correspondem às linhas da matriz jacobiana definida na relação (3.17). Deste modo, as direções normais às faces do hexaedro são definidas como

$$\begin{cases} n_1 = \frac{v_2 \times v_3}{\|v_2 \times v_3\|} \\ n_2 = \frac{v_3 \times v_1}{\|v_3 \times v_1\|} \\ n_3 = n_1 \times n_2 \end{cases} \quad (3.38)$$

Dependendo da face em causa do elemento finito hexaédrico deverá escolher-se o vetor normal correspondente - n_1, n_2 ou n_3 -, assim como o carregamento $\bar{t}$ a aplicar, que será definido como

$$\bar{t} = \bar{t}n \quad (3.39)$$

Por conseguinte, o vetor das forças nodais correspondente pode ser calculado através de uma das seguintes três opções, conforme a direção perpendicular à face solicitada:

$$\begin{cases} f_{\Gamma i}^e = \int_{-1}^{+1} (N_i)^T(\xi, \eta, \zeta) \bar{t}_1 n_1 d\xi d\eta \leftarrow \text{Direção } O\xi \\ f_{\Gamma i}^e = \int_{-1}^{+1} (N_i)^T(\xi, \eta, \zeta) \bar{t}_2 n_2 d\xi d\zeta \leftarrow \text{Direção } O\eta \\ f_{\Gamma i}^e = \int_{-1}^{+1} (N_i)^T(\xi, \eta, \zeta) \bar{t}_3 n_3 d\eta d\zeta \leftarrow \text{Direção } O\zeta \end{cases} \quad (3.40)$$

Para os elementos finitos tetraédricos lineares de quatro nós, o cálculo da matriz de rigidez revela-se significativamente mais simples. Recorrendo à equação (3.16) e atendendo a que o campo de deformações no domínio do tetraedro linear de quatro nós é constante, todos os termos do integrando na equação para o cálculo da matriz de rigidez (ver equação (3.32)) são constantes. Deste modo, obtém-se uma expressão que não necessita ser integrada numericamente, ou seja,

$$K_{ij}^e = (B_i^e)^T D B_j^e V^e \quad (3.41)$$

O cálculo do vetor de forças devido a carregamentos volúmicos pode, à semelhança do que se efetuou para a matriz de rigidez elementar, ser calculado diretamente, uma vez que os termos do integrando são constantes, obtendo-se

$$f_{\Omega i}^e = \int_{\Omega^e} (N)_i^T = \frac{V^e}{4} \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

O cálculo dos carregamentos de superfície dependerá também da face do elemento finito em que é aplicada a carga. Se o domínio Γ^e corresponder à área da face na qual a carga está aplicada, então a expressão

$$f_{\Gamma i}^e = \int_{\Gamma^e} (N_{\Gamma i}^e)^T \bar{t} d\Gamma \quad (3.43)$$

poderá assumir quatro configurações distintas consoante a face de aplicação:

$$\begin{aligned}
f_{\Gamma i}^e &= \frac{\Gamma_{123}^e}{3} \{ \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z 0 0 0 \}^T \leftarrow \text{Face com nós } 1, 2 \text{ e } 3 \\
f_{\Gamma i}^e &= \frac{\Gamma_{124}^e}{3} \{ \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z 0 0 0 \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \}^T \leftarrow \text{Face com nós } 1, 2 \text{ e } 4 \\
f_{\Gamma i}^e &= \frac{\Gamma_{134}^e}{3} \{ \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z 0 0 0 \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \}^T \leftarrow \text{Face com nós } 1, 3 \text{ e } 4 \\
f_{\Gamma i}^e &= \frac{\Gamma_{234}^e}{3} \{ 0 0 0 \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \bar{t}_x \bar{t}_y \bar{t}_z \}^T \leftarrow \text{Face com nós } 2, 3 \text{ e } 4
\end{aligned} \tag{3.44}$$

3.3- PROCEDIMENTOS PARA DISCRETIZAÇÃO AUTOMÁTICA DOS MODELOS NUMÉRICOS

A definição da geometria subjacente à modelação numérica por elementos finitos foi conduzida, no presente trabalho, com recurso ao programa Cast3M (CEA, 2005) e a um procedimento envolvendo a utilização sequencial de diversos programas (**Figura 3.4**).

As geometrias base dos modelos da ponte do Côa bem como do pilar P4, numa primeira fase, foram definidas com recurso ao programa AutoCAD (Autodesk, 2015), o qual permitiu gravar os ficheiros de desenho em arquivos de intercâmbio para modelos de CAD, usualmente designado por *Drawing Exchange Format* (DXF), o qual contém informações que podem ser lidas por diferentes programas.

A informação organizada no formato DXF não é facilmente transferível para a informação de entrada em Cast3M, que se baseia numa linguagem própria designada por GIBIANE (conjunto de comandos, operadores e objetos que são internamente interpretados pelo código base do Cast3M). Efetivamente, a transferência de informação é possível. Porém, constatou-se que a interpretação de ficheiros DXF envolvendo elementos do tipo sólido tridimensional (3DSOLID) requer conhecimentos de computação gráfica fora do âmbito deste trabalho. Assim, optou-se por recorrer ao programa auxiliar GID (CIMNE, 2012). Trata-se de um programa de pré e pós-processamentos associados a simulações numéricas baseadas no método dos elementos finitos.

O programa GID permitiu interpretar os ficheiros DXF provenientes do AutoCAD e escrever em ficheiros, de forma organizada e facilmente interpretável, apenas a informação estritamente necessária à definição das geometrias dos modelos do pilar.

Seguidamente recorreu-se a um programa auxiliar, escrito em linguagem TCL-TK, para recuperar as informações geométricas dos modelos do pilar, obtidas do programa GID e escreve-las no formato GIBIANE, capaz de ser interpretado pelo Cast3M.

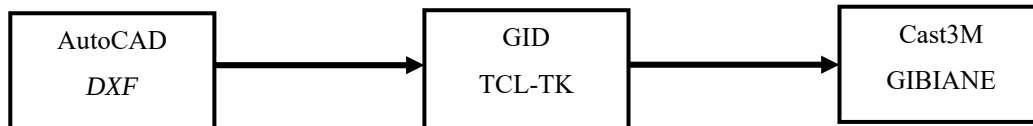


Figura 3.4: Fluxograma de utilização de programas auxiliares para discretização dos modelos numéricos

Na secção seguinte descreve-se de forma mais detalhada o procedimento adotado. A escolha deste procedimento teve em consideração a semelhança de sintaxe de definição de blocos tridimensionais nos vários programas utilizados no pré-processamento. De facto, cada bloco de 8 nós é definido por um conjunto de doze linhas que por sua vez definem as seis faces do elementos volumétrico.

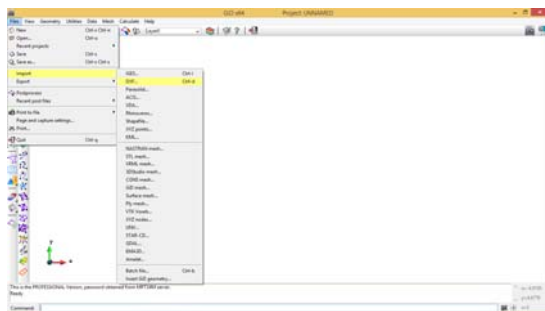
3.3.1- Utilização do programa GID

Neste trabalho, o recurso ao programa GID destinou-se essencialmente à obtenção de ficheiros facilmente interpretáveis pelo programa auxiliar *blocoexe_pil_coa.bas*, desenvolvido para criar ficheiros em linguagem GIBIANE, cada um com a definição das geometrias dos modelos desenvolvidos para este estudo sobre a ponte do Côa.

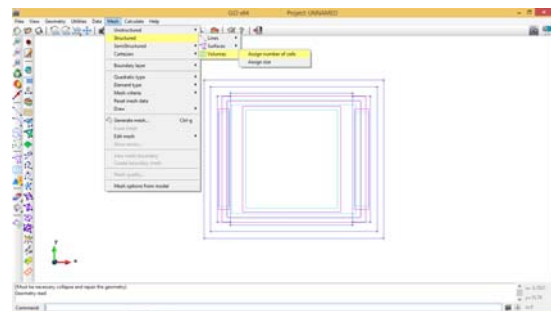
As geometrias de cada bloco foram importadas pelo programa GID a partir da informação gravada nos ficheiros DXF. Por exemplo, nos modelos do pilar, a fundação, a alvenaria de enchimento, a alvenaria de fiadas e a alvenaria de paramento, formam, cada uma, um bloco constituído por um ou mais blocos do tipo 3DSOLID. Cada um destes elementos estruturais foi definido isoladamente no programa GID.

Na **Figura 3.5** apresenta-se, esquematicamente, as várias fases de utilização do programa GID, tendo por objetivo, no presente caso, escrever um ficheiro interpretável programa Cast3M (em linguagem GIBIANE) recorrendo a um programa auxiliar designado por

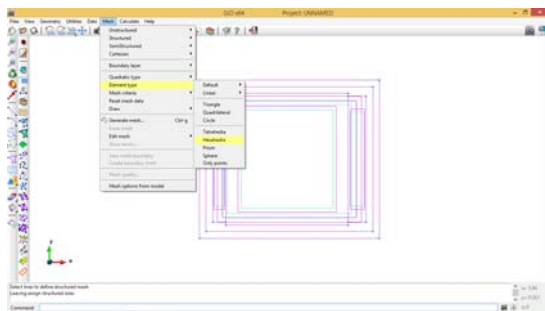
blocoexe_pil_coa.bas, escrito em linguagem TCL-TK. Assim, depois de importar o ficheiro DXF contendo a informação a tratar, criou-se um volume, com uma única célula, constituído por um ou vários blocos que formam cada macro-elemento homogêneo da estrutura. Na fase seguinte, criou-se uma malha estruturada, com elementos do tipo hexaedro, e, finalmente, o volume é exportado usando o programa auxiliar *blocoexe_pil_coa.bas*, sendo a informação da geometria gravada num ficheiro com extensão DGIBI.



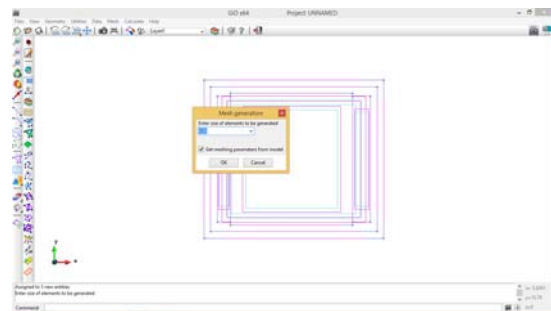
Comando: Files Import DXF read



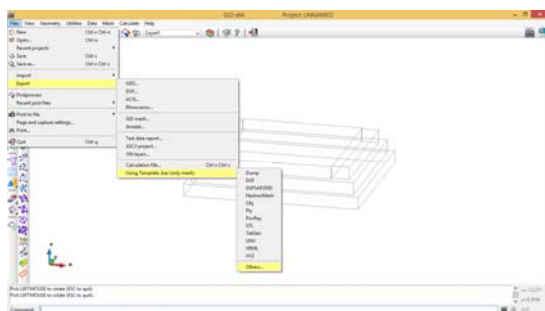
Comandos: Mesh Structured Volumes Assign number of cells



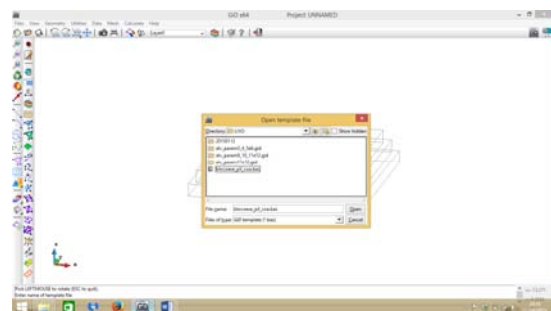
Comandos: Mesh Element type Hexahedra



Comando: Mesh Generate mesh



Comandos: Files Export Using template .bas (only mesh) Others



Comando: Save name.dgibi

Figura 3.5: Representação esquemática da utilização do programa GID

3.3.2- Utilização do programa *blocoexe_pil_coa.bas*

A partir da informação gerada na malha estruturada com elementos do tipo hexaedro, criada no programa GID, procedeu-se à escrita de um ficheiro de dados para Cast3M, capaz de definir a geometria dos volumes recorrendo a operadores próprios da linguagem GIBIANE. Para esse efeito foi utilizado o programa designado por *blocoexe_pil_coa.bas*, escrito em linguagem TLC-TK, que interpreta a informação gerada pelo GID e escreve um ficheiro com extensão DGIBI (linguagem GIBIANE).

Deste modo, o programa *blocoexe_pil_coa.bas* cria uma tabela na qual ordena todas as coordenadas dos nós de todas as faces do conjunto de blocos que formam o componente estrutural e agrupa-os em tantas tabelas quantos os blocos que constituem esse componente. Por fim, ordena as tabelas de todos os blocos, criando uma tabela designada por “LISTE DE BLOCS”.

3.3.3- Utilização do programa Cast3M

O programa Cast3M é um programa de cálculo para análise estrutural baseado no método dos elementos finitos, desenvolvido inicialmente no Departamento de Sistemas e Estruturas (DM2S) da Direção de Energia Nuclear da Comissão Francesa de Energia Atómica e das Energias Alternativas (CEA), permitindo que o utilizador construa as suas aplicações fazendo uso da linguagem GIBIANE. Pode considerar-se que se trata de um programa orientado por objetos, na medida que permite criar, manipular e construir objetos, que vão sendo implementados com instruções, por meio de uma estrutura elementar do tipo operador ou envolvendo vários operadores, estabelecendo procedimentos.

No estudo numérico do pilar P4, apresentado neste capítulo, e da ponte do Côa, apresentado nos capítulos seguintes, foram utilizados operadores disponíveis em Cast3M e usados determinados procedimentos existentes, desenvolvidos no âmbito de outros estudos idênticos (Costa, 2002). No entanto, foram utilizados outros procedimentos, desenvolvidos especificamente para as análises realizadas no contexto do presente trabalho.

Em cada um dos modelos a malha de elementos finitos gerada em Cast3M teve por base os dados da geometria dos elementos estruturais obtida de acordo com os procedimentos já descritos. Conforme já foi referido, as estruturas de dados que definem as geometrias são do tipo tabela e do tipo malha, sendo que a geometria de um elemento de volume é construída a partir das coordenadas dos seus vértices à custa dos quais se constitui um conjunto de faces definidas por um contorno geométrico fechado entre os nós. Estes objetos (nós e pontos) são definidos em tabelas de coordenadas de pontos e tabelas de faces. Todos os elementos da geometria da ponte foram definidos em estruturas de dados semelhantes às aqui descritas, sendo o conjunto de blocos agrupados numa única tabela com a lista de blocos utilizada como dado para gerar a malha de elementos finitos.

3.4- PARÂMETROS DE MODELAÇÃO EQUIVALENTE DOS MATERIAIS HOMOGÊNEOS

A partir da recolha e da compilação dos elementos consultados do projeto de execução, caderno de encargos, contrato de empreitada e correspondência relativa à construção da ponte do Côa (REFER, 1934 - 1946), já apresentados no capítulo 2, elaborou-se uma primeira estimativa para os parâmetros mecânicos e físicos dos materiais que constituem a alvenaria hidráulica de enchimento, alvenaria de fiadas e alvenaria de paramento, nomeadamente o peso volúmico (γ), o módulo de elasticidade (E) e o coeficiente de Poisson (ν). Os parâmetros adotados foram ainda enquadrados de acordo com informação retirada consultada na bibliografia da especialidade, sendo que, quando a informação apresentada nos documentos do projeto foi insuficiente, recorreu-se apenas aos dados existentes na bibliografia (Costa, 2002) (Farinha *et al.*, 2006) (Almeida, 2000).

No **Quadro 3.1** apresentam-se os valores dos parâmetros físicos e mecânicos usados no dimensionamento da ponte do Côa. Estes valores foram consultados na memória descritiva do projeto de execução. Posteriormente os pesos específicos foram comparados com os correspondentes parâmetros homogêneos equivalentes estimados analiticamente com base nos elementos disponíveis sobre a constituição das alvenarias da ponte.

Quadro 3.1: Valores dos parâmetros físicos e mecânicos utilizados no dimensionamento da ponte do Côa (REFER, 1934)

Designação	Valores
Peso por metro cúbico de alvenaria	23.536 kN/m ³
Peso por metro cúbico de enchimento	19.613 kN/m ³
Tensão de cálculo de rotura à compressão por fadiga em alvenaria de pedras irregulares	1.9613 MPa
Tensão de cálculo de rotura à compressão por fadiga em alvenaria de fiadas	4.4130 MPa
Tensão de cálculo de rotura à tração por fadiga em alvenaria	0.1961 MPa
Tensão de cálculo de rotura por fadiga na rocha de fundação (0.75 x 44 = 33 Kgf/cm ²)	3.2362 MPa

No **Quadro 3.2** apresentam-se os valores médios do peso volúmico dos materiais que intervêm na composição das alvenarias consultados na bibliografia (Farinha *et al.*, 2006).

Quadro 3.2: Características físicas dos materiais constituintes da alvenaria (Farinha *et al.*, 2006)

Materiais	Peso Volúmico Médio (kN/m ³)
Cimento	12
Areia	16
Brita	15
Pedra natural de granito	25

Os três tipos de alvenarias presentes nos componentes estruturais da ponte (alvenaria de enchimento, alvenaria de fiadas e alvenaria de paramento) são formados pela associação de blocos de granito com interposição de argamassa de cimento e areia nas juntas. Quando os componentes são representados através de um único material homogéneo equivalente, os parâmetros físicos e mecânicos como o módulo de elasticidade, massa volúmica e coeficiente de Poisson correspondem a valores homogéneos equivalentes das propriedades dos materiais que os constituem (blocos de pedra, argamassa das juntas e interfaces).

3.4.1- Avaliação analítica com base no comportamento elástico de molas em série

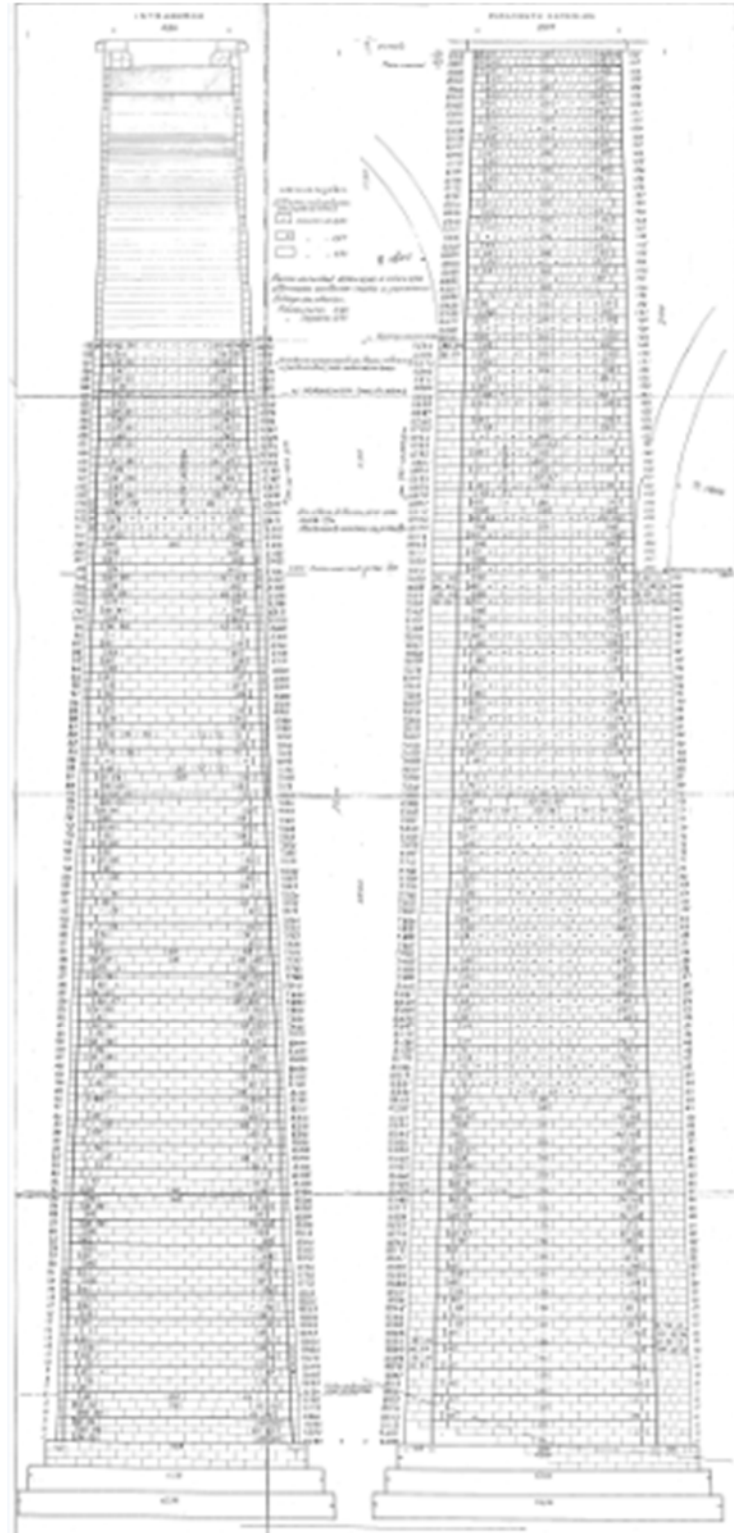


Figura 3.6: Pormenorização da alvenaria de paramento do pilar P4 (REFER, 1944)

Tendo em vista a identificação dos parâmetros equivalentes dos materiais constituintes da ponte do Côa utilizou-se como referência os dados disponíveis do pilar P4. Este pilar está localizado entre arcos desiguais, é constituído por alvenaria de paramento nas faces exteriores sendo o seu interior até à altura de 18.00 m constituído por alvenaria de fiada e a partir daí, como os pilares correntes, i.e., por alvenaria de enchimento (**Figura 3.6**).

Para a caracterização detalhada da geometria da alvenaria foram consultados os dados das peças desenhadas relativas à execução das alvenarias do pilar P4 como é exemplo a peça desenhada mostrada na **Figura 3.6** para a alvenaria de fiada deste pilar.

Para além disso, da análise efetuada ao processo de correspondência da obra, pode admitir-se que a construção da ponte do Côa foi efetuada nos termos definidos no contrato de empreitada, pelo que a composição dos materiais dos elementos estruturais é a indicada na (última) coluna do **Quadro 2.3**.

Conforme foi referido anteriormente no capítulo 2, nenhum dos documentos consultados faz referência às dimensões dos blocos de granito da alvenaria hidráulica de enchimento e da alvenaria de fiadas. No entanto, para a alvenaria de paramento foi bem definida a sua composição, quer no que respeita à dimensão dos blocos e as suas posições nas faces vistas, quer no que respeita à composição da argamassa.

Assim, como se supõe que para todas as alvenarias as dimensões dos blocos são semelhantes, embora com aprumo diferenciado no que respeita às suas faces, pela expressão (3.45) foi estimado o peso volúmico da argamassa utilizada na composição da alvenaria de paramento, sendo tomado igual a 15.015 kN/m³.

$$\gamma_{\text{arg}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i \times V_i)}{\sum_{i=1}^n V_i} \quad (3.45)$$

onde:

γ_i - Representa o peso volúmico dos componentes do material, expressão (3.46);

V_i - Representa o volume dos componentes na mistura.

$$\gamma = M \frac{g}{V} \quad (3.46)$$

em que:

M - representa a massa do material;

g - representa a aceleração da gravidade;

V - representa o volume do material.

Assim, através da disposição dos blocos de granito indicados no desenho de pormenor do pilar P4 (**Figura 3.6**), estimou-se que o volume de argamassa em 1.00 m³ de alvenaria de paramento é de aproximadamente 3.84 % e o volume de blocos de granito é de aproximadamente 96.16 %. Recorrendo à expressão (3.45), obteve-se o peso volúmico desta alvenaria igual a 24.63 kN/m³, com o peso volúmico do cimento e da areia na mistura da argamassa tomados iguais a 0.32689 kN/m³ e 16 kN/m³, respetivamente.

Para estimar os parâmetros elásticos (equivalentes) das alvenarias do pilar P4, recorreu-se numa primeira fase a uma abordagem simplificada com base na teoria da resistência dos materiais.

Para a relação entre a extensão transversal e a extensão longitudinal designada por coeficiente de Poisson $\nu = \varepsilon_t / \varepsilon_l$, considerou-se o valor de 0.2 em regime elástico que é usualmente usado para aplicações práticas de avaliação estrutural das estruturas de alvenaria (Costa, 2002) (Almeida, 2000).

A avaliação do módulo de elasticidade longitudinal homogeneizado da alvenaria E_h , foi realizada de acordo com a teoria da elasticidade, com o comportamento elástico da alvenaria sob cargas axiais análogo ao comportamento de molas em série considerando os elementos constituintes da alvenaria com secção transversal constante.

Considerando a relação elástica entre tensões (σ) e deformações (ε) expressa pela Lei de Hooke na expressão (3.47), onde E representa o módulo de elasticidade e ΔL a variação do comprimento L associada à deformação ε por efeito da tensão σ .

$$\sigma = \varepsilon E = \frac{\Delta L}{L} E \quad (3.47)$$

A deformação total do elemento constituído por mais do que um material pode obter-se através da seguinte expressão:

$$\Delta L_T = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

Das expressões anteriores, obtém-se:

$$\begin{aligned}\Delta L_T &= \frac{\sigma_T L}{E_H} \\ \frac{\sigma_T L}{E_H} &= \frac{\sigma_1 L_1}{E_1} + \frac{\sigma_2 L_2}{E_2} \\ \frac{L_T}{E_H} &= \frac{L_1}{E_1} + \frac{L_2}{E_2}\end{aligned}\tag{3.48}$$

E finalmente o módulo de elasticidade para um material homogeneizado, constituído por dois materiais, obtém-se da expressão (3.48). De forma idêntica para peças constituídas por um número N de materiais obtém-se pela expressão (3.49).

$$E_H = \frac{L_T}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{E_i}}\tag{3.49}$$

Assim, no caso de estudo, considerou-se um troço de pilar com 0.989 m de altura (L_T) e com a dimensão dos blocos e das juntas indicados nas peças desenhadas do projeto (**Figura 3.6**). Foi desprezado o efeito das juntas verticais.

Da bibliografia obteve-se o módulo de elasticidade das argamassas de cimento e areia e o módulo de elasticidade dos blocos de granito (ver **Quadro 3.3**).

Quadro 3.3: Propriedades mecânicas dos materiais que intervêm no fabrico da alvenaria (Costa, 2002)
(Mohamad *et al*, 2005)

Materiais	Módulo de elasticidade (GPa)
Pedra de granito	22.52 -58.15
Argamassa de cimento e areia	7.80 – 15.32

Da equação (3.49), obteve-se para a alvenaria de paramento o valor de $E_H = 19 \text{ GPa}$. Considerando que os blocos possuem uma altura de 0.3323 m e as juntas uma espessura de 0.01 m, obtém-se:

$$\frac{0.989}{E_H} = \frac{(3 \times 0.323)}{30} + \frac{2 \times 0.01}{9}$$

Para a alvenaria de enchimento e para a alvenaria de fiadas aplicadas na zona interior da secção do pilar, admitindo os blocos de pedra com idênticas dimensões obtém-se um módulo de elasticidade homogeneizado na mesma ordem de grandeza do determinado anteriormente para a alvenaria de paramento aplicada nas faces exteriores do pilar. Assim, considerou-se também o valor de $E_H = 19 \text{ GPa}$ para representar o E_H das alvenarias de enchimento e de fiadas.

Para estimar o peso volúmico das alvenarias de enchimento e de fiadas, considerando também que os blocos de granito possuem dimensões semelhantes aos dos blocos das alvenarias de paramento, obtém-se para peso volúmico da alvenaria hidráulica de enchimento e da alvenaria de fiadas um valor igual a 24.25 kN/m^3 .

Numa fase seguinte, atendendo que a representação do comportamento da alvenaria apresentada nos parágrafos anteriores através das relações elásticas estabelecidas para uma porção de alvenaria não inclui o efeito das juntas verticais nem do comportamento 3D do pilar, prosseguiu-se com o estudo para estimar as propriedades equivalentes da alvenaria recorrendo à modelação numérica do pilar P4. Neste contexto, foi utilizado o método dos elementos finitos (MEF) considerando diferentes estratégias de modelação do pilar P4 no que se refere ao detalhe usado na discretização da alvenaria.

3.4.2- Avaliação numérica com base na análise modal do pilar P4

Com o objetivo de representar o modelo estrutural 3D do pilar considerando níveis distintos de discretização e identificar entre eles os correspondentes parâmetros elásticos equivalentes dos materiais constituintes, foram criados quatro modelos numéricos do pilar P4 (**Figura 3.7**), definidos com base no método dos elementos finitos (MEF).

Para atingir este objetivo, com os modelos I a III recorreu-se a uma modelação simplificada envolvendo a utilização de macro elementos homogêneos de material elástico discretizados por elementos distintos de modo a ser possível considerar cada uma das propriedades específicas dos materiais que o constituem.

O comportamento dos elementos volumétricos que simulam os elementos constituintes do pilar é assim controlado pelo módulo de elasticidade (E), em termos de características elásticas e pelo seu peso volúmico (γ) e coeficiente de Poisson (ν), mantendo-se este último constante e igual a 0.20. Os parâmetros dos modelos numéricos II e III foram calibrados através da comparação das frequências e modos de vibração com os obtidos no modelo I, considerado como modelo base. Este modelo (ver **Figura 3.7**) é constituído por um único material compósito homogêneo equivalente com características aproximadas à combinação dos seus vários componentes: blocos de pedra, argamassa e interfaces entre eles. A individualização dos componentes da estrutura do pilar, nos modelos II e III, permitiu atribuir a cada um deles diferentes propriedades mecânicas e físicas.

Adicionalmente, desenvolveu-se o modelo IV com o objetivo de aferir as propriedades dos materiais com modelos de discretização mais detalhados. Neste modelo foram considerados separadamente os blocos e as juntas como sub-regiões homogêneas para permitir a caracterização do comportamento da alvenaria a partir das propriedades dos seus constituintes e das interfaces. Porém, por dificuldades computacionais não foi possível utilizar este modelo. Futuramente, recorrendo a equipamento computacional mais avançado poderão ser estimadas as gradezas pretendidas.

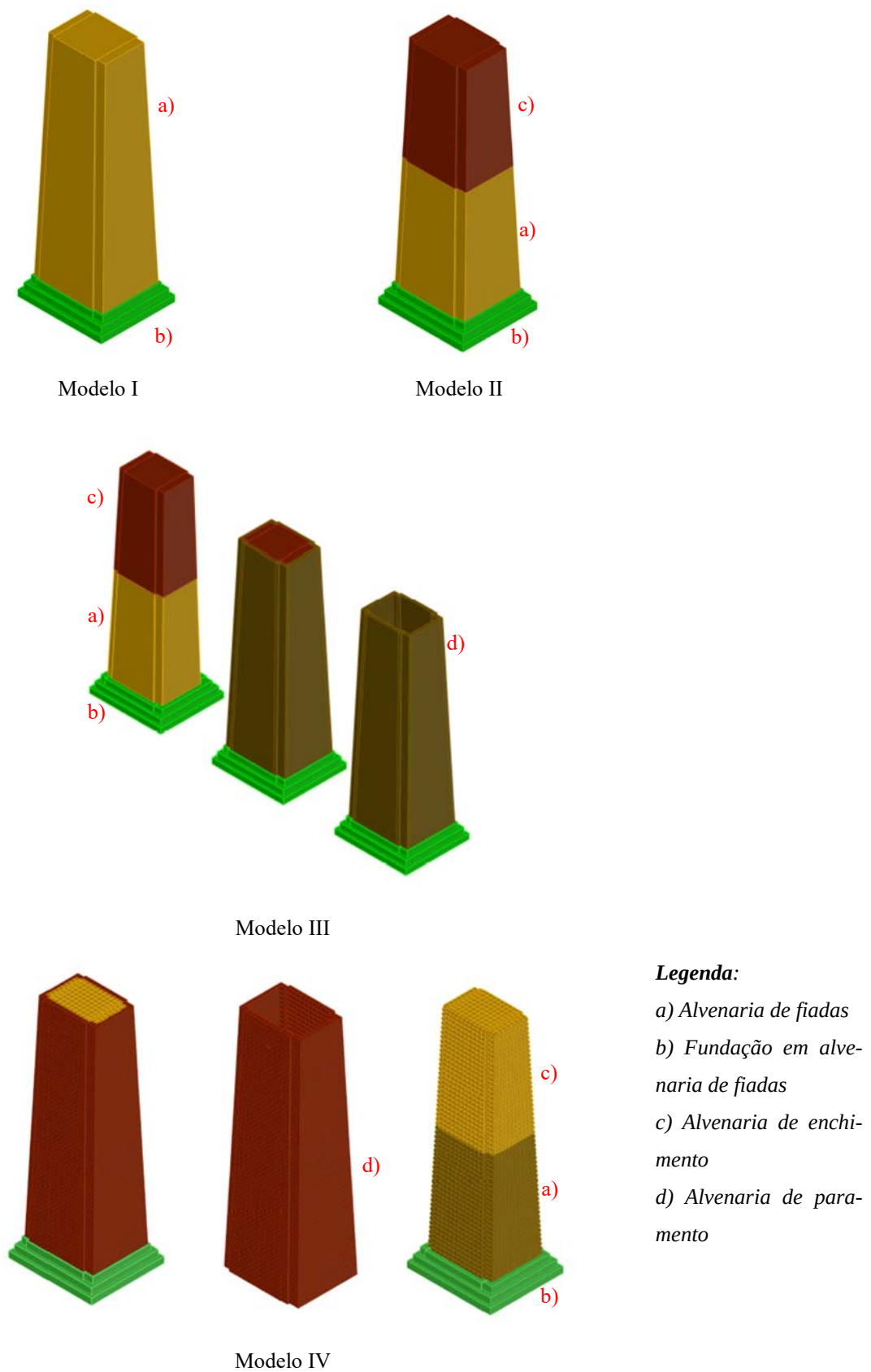


Figura 3.7: Representação esquemática dos modelos do pilar P4

Para a definição dos parâmetros utilizados no estudo numérico foram considerados valores disponíveis na bibliografia existente (Costa, 2002) (Almeida, 2000) adequados ao nível de discretização adotado em cada modelo. Tais parâmetros foram posteriormente ajustados tendo em vista obter com os quatro modelos do pilar idênticos valores de frequências e modos de vibração e assim avaliar a relação entre os parâmetros atribuídos aos vários modelos.

A avaliação da correlação entre os modos de vibração obtidos nos modelos numéricos e a sua correta associação foi realizada através dos coeficientes MAC - *Modal Assurance Critério* (Allemang & Brown, 1982).

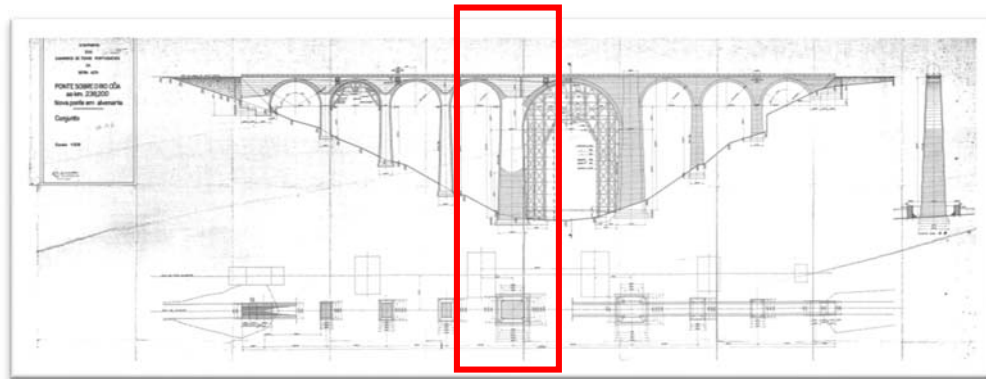
O índice MAC mede a correlação entre duas configurações modais. Obtém-se a partir da expressão (3.50), onde Φ_{k1} e Φ_{k2} são dois vetores coluna com as configurações modais, assumindo valores entre zero e um. O valor unitário significa que os modos são coincidentes ou diferem de um fator de escala.

$$MAC_{k1,k2} = \frac{\left| \sum_{i=1}^n (\phi_{k1}^T \cdot \phi_{k2}) \right|^2}{\sum_{i=1}^n (\phi_{k1}^T \cdot \phi_{k1}) \cdot \sum_{i=1}^n (\phi_{k2}^T \cdot \phi_{k2})} \quad (3.50)$$

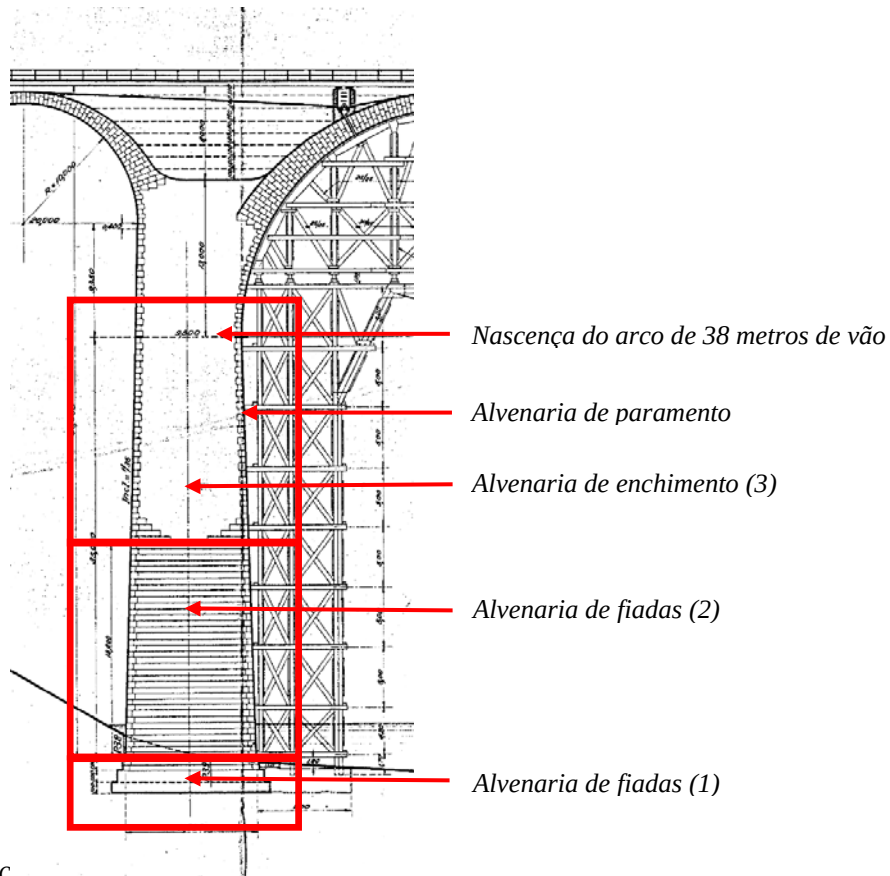
3.4.2.1- Modelos geométricos do pilar P4

A estratégia adotada para obter os as propriedades elásticas e físicas dos materiais constituintes dos componentes estruturais da ponte, passou por criar três modelos simplificados do pilar P4, envolvendo a utilização de macro elementos homogêneos equivalentes de material elástico, discretizados por elementos distintos, representado o modelo I o modelo estrutural mais simples e o modelo III representa o modelo estrutural com toda a macro estrutura do pilar P4. Conforme já foi mencionado, para além dos modelos referidos, foi construído um modelo IV no qual foi considerada a representação detalhada da alvenaria

considerando uma estratégia de micro-modelação simplificada envolvendo elementos de volume e elementos de junta. Porém por motivos relacionados com a falta de capacidade computacional o estudo deste modelo teve de ser abandonado.



(a) Localização do pilar na estrutura da ponte



c

(b) Desenho construtivo do pilar P4/pormenorização dos elementos construtivos

Figura 3.8: Pilar P4 - (a) Localização do pilar P4 na estrutura da ponte; (b) pormenorização dos elementos construtivos (REFER, 1934)

Na **Figura 3.8(a)** apresenta-se a localização do pilar P4 na estrutura da ponte incluindo-se na **Figura 3.8(b)** os detalhes relativos à sua composição e que foram considerados para definição dos macro elementos estruturais. A constituição do pilar é assim identificada na **Figura 3.8(b)** em três zonas: 1 – fundação em alvenaria de fiadas; 2 – pilar em alvenaria de fiadas; 3 – pilar em alvenaria de enchimento. O pilar encontra-se revestido com uma alvenaria de paramento cujas características foram apresentadas no Capítulo 2.

Com base na informação disponível, em referência à **Figura 3.8**, foram criados os modelos do pilar P4 considerando as seguintes zonas elementares: fundação (em alvenaria de fiadas); alvenaria de fiadas em pilar, alvenaria de enchimento em pilar e alvenaria de paramento em pilar (**Figura 3.9**).

Uma vez que se pretendeu diferenciar o comportamento dos distintos elementos da estrutura do pilar, entendeu-se que a divisão criada veio beneficiar o tratamento das malhas de elementos finitos, sendo o problema resolvido sequencialmente (por etapas) para cada uma das parcelas. Na **Figura 3.9** estão ilustrados os diversos elementos estruturais que foram considerados em cada modelo numérico do pilar P4, referenciando-se entre parêntesis o número de blocos que constituem cada uma das parcelas. A divisão de um elemento estrutural em vários blocos está relacionada com o processamento da informação necessária no programa GID para obter o elemento completo.

Para as zonas identificadas na **Figura 3.9** foram constituídas as respetivas estruturas de dados integradas nos respetivos ficheiros DGIBI, correspondentes a cada um dos modelos numéricos utilizados, contendo os operadores relativos à definição da respetiva geometria e malha de elementos finitos. Em cada um desses ficheiros são repetidas as mesmas operações para cada uma das zonas consideradas.

Depois de constituída a tabela de blocos que define a geometria da malha de elementos finitos que se pretende gerar, aqueles blocos são compatibilizados recorrendo ao operador *cblo* (Pegon & Pinto, 1999). O operador *cblo* permite ainda que seja possível gerar automaticamente juntas entre os elementos, necessário para o caso do modelo IV. Este operador atua sobre a tabela de blocos anteriormente definida, criando uma nova tabela de blocos compatíveis entre si.

MATERIAIS CONSTITUINTES	MODELO I	MODELO II	MODELO III	MATERIAIS CONSTITUINTES	MODELO I	MODELO II	MODELO III	MATERIAIS CONSTITUINTES	MODELO I	MODELO II	MODELO III
FUNDAÇÃO		 (2)	 (2)	ALVENARIA DE FIADAS	 (1)	 (1)	 (1)	ALVENARIA DE PARAMENTO			 (4)
		 (1)	 (1)								
		 (1)	 (1)								
		 (1)	 (1)								
ALVENARIA DE ENCHIMENTO		 (1)	 (1)	ALVENARIA DE FIADAS	 (2)	 (2)	 (2)	ALVENARIA DE PARAMENTO			 (4)
		 (2)	 (2)								

Figura 3.9: Discretização das zonas elementares dos modelos do pilar

O princípio de geração blocos compatíveis é ilustrado para o caso bidimensional na **Figura 3.10**. Cada segmento de cada bloco é inspecionado e se um nó de outro bloco existe sobre um qualquer segmento deste bloco então esse nó é duplicado e adicionado à definição do corrente bloco de acordo com o algoritmo subjacente ao operador *cblo* implementado em Cast3m (Pegon & Pinto, 1999) (Costa, 2002).

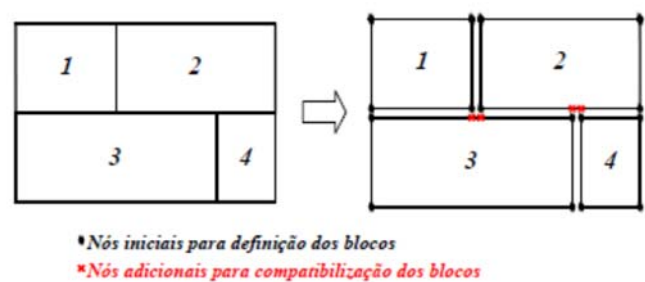


Figura 3.10: Explicação do princípio de geração de blocos compatíveis (Costa, 2002).

3.4.2.2- Malhas de elementos finitos do pilar

Tal como já foi mencionado, para o pilar P4 os modelos I a III foram discretizados com elementos finitos volumétricos (contínuos) e o modelo IV foi discretizado com elementos finitos volumétricos e elementos de junta.

A malha de elementos finitos dos quatro modelos foi obtida recorrendo ao procedimento *maivolu* (Pegon & Pinto, 1999). Este procedimento atua sobre a tabela de blocos compatíveis gerando nas faces dos blocos uma malha de elementos bidimensionais triangulares de 3 nós ou retangulares de quatro nós e gerando hexaedros, prismas, pirâmides e tetraedros no interior do volume de cada bloco. Quando os blocos compatíveis estão definidos com os nós duplicados nas interfaces (como sucede no caso do modelo IV) é possível proceder à geração automática dos elementos de junta (de seis ou de oito nós) aplicando o operador *genj* também implementado no programa Cast3M. No processo de geração dos modelos contínuos (I, II e III) é ainda necessário eliminar os nós duplicados existentes nas interfaces entre blocos e que resultaram da aplicação do procedimento implementado no operador *mailvolu*.

Na **Figura 3.11** podem visualizar-se as malhas de elementos finitos de cada um dos três modelos gerados conforme os procedimentos anteriormente referidos.

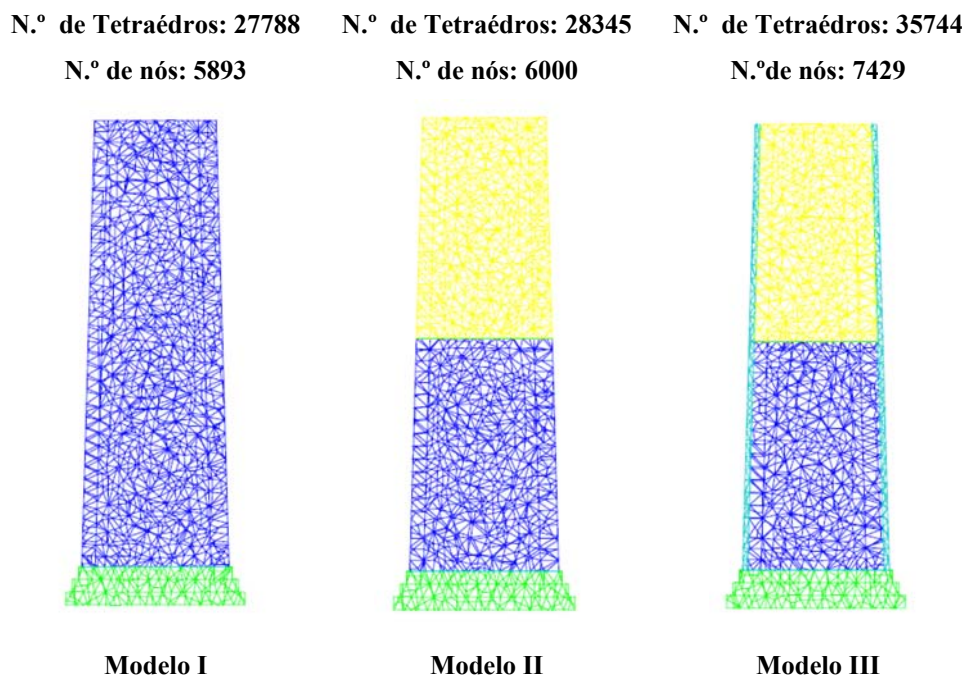


Figura 3.11: Vista transversal dos modelos do pilar

As condições de fronteira foram estabelecidas usando apoios rígidos para bloquear os deslocamentos dos nós das malhas do pilar na base da fundação.

3.4.2.3- Resultados

Nesta secção pretende-se descrever os resultados da análise modal dos modelos numéricos do pilar P4, em regime linear elástico. Para as zonas identificadas na **Figura 3.9** foram construídas as respetivas estruturas e apresentadas as propriedades mecânicas e físicas estimadas para os materiais constituintes, considerados como materiais compósitos homogêneos equivalentes com características aproximadas à combinação dos vários componentes: blocos de pedra, argamassa e interfaces entre eles.

Neste contexto, a determinação das frequências e modos de vibração dos modelos numéricos usados foi efetuada com base no modelo I, já descrito em 3.3.2. Para o modelo I consideraram-se as propriedades apresentadas no **Quadro 3.4** e que correspondem também aos valores utilizados no modelo simplificado tridimensional da ponte do Côa, que será descrito detalhadamente no capítulo seguinte.

Quadro 3.4: Propriedades mecânicas e físicas dos materiais do modelo I

	Módulo de Elasticidade (GPa)	Peso específico (kN/m ³)	Coefficiente de Poisson
Fundação em alvenaria de fiadas	15.30	24.25	0.2
Pilar em alvenaria de fiadas	15.30	24.25	0.2

Os resultados da análise modal para o modelo I são apresentados na **Figura 3.12**, onde se pode observar os três primeiros modos de vibração e as correspondentes frequências naturais.

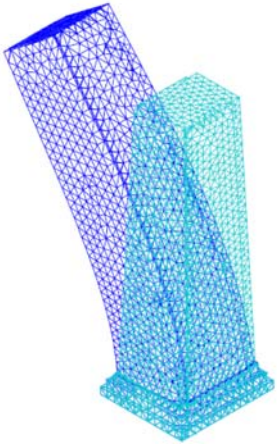
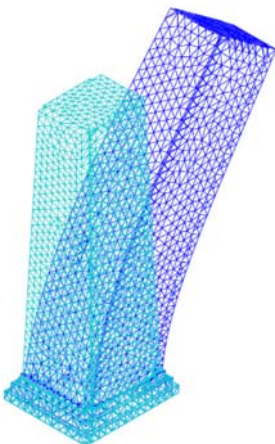
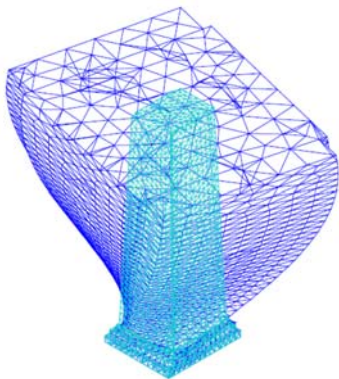
Modo de vibração			
N.º	I	II	III
Frequência	3.11 Hz Flexão Longitudinal	3.62 Hz Flexão Transversal	12.57 Hz Torsão
Configurações			

Figura 3.12: Características dinâmicas (frequências e modos de vibração) calculadas para o modelo I

Numa fase seguinte procedeu-se a uma série de análises baseadas em cálculos dinâmicos da estrutura do pilar em regime linear elástico utilizando os modelos II e III, descritos na secção 3.3.2. Os resultados das frequências e modos de vibração obtidos foram comparados com os mesmos resultados obtidos no modelo I, bem como com os resultados obtidos entre o modelo II e o modelo III, com o objetivo de estimar as propriedades mecânicas e físicas dos componentes estruturais dos pilares, considerados como um material compósito homogéneo equivalente, para serem utilizados no modelo 2D da ponte (descrito no capítulo 4). No **Quadro 3.5** apresentam-se as propriedades mecânicas das componentes do pilar depois de calibrados todos os modelos.

Quadro 3.5: Propriedades mecânicas dos materiais e frequências naturais obtidas com base nos modelos numéricos do pilar

	Materiais	Peso Volúmico (kN/m³)	Módulo Young (Gpa)	Frequências Naturais (Hz)		
				Modo 1	Modo 2	Modo 3
MODELO I	Alvenaria de fiadas em fundações	24.25	15.30	3.11	3.62	12.57
	Alvenaria de fiadas (Pilar)	24.25	15.30			
MODELO II	Alvenaria de fiadas em fundações	24.25	16.95	3.09	3.60	11.28
	Alvenaria de enchimento (Pilar)	24.25	6.00			
	Alvenaria de fiadas (Pilar)	24.25	16.95			
MODELO III	Alvenaria de fiadas em fundações	24.25	16.20	3.09	3.59	12.04
	Alvenaria de enchimento (Pilar)	24.25	6.00			
	Alvenaria de fiadas (Pilar)	24.25	16.20			
	Alvenaria de paramento (Pilar)	24.25	16.20			

A avaliação da correlação entre modos de vibração, obtidos por via numérica nos três modelos utilizados e a sua correta associação, foi realizada através do coeficiente MAC (Allemang, 2003). No **Quadro 3.6** apresenta-se a correlação entre os modos de vibração dos modelos numéricos, bem como os respectivos coeficientes MAC.

Quadro 3.6: Correlação entre modos de vibração e respectivos coeficientes MAC obtidos com base nos modelos numéricos do pilar

Frequências (Hz)				Tipo de Modo	MAC
	Modelo I	Modelo II	%		
Pilar P4	3.11	3.09	0.7%	Transversal (1)	0.996
	3.62	3.60	0.6%	Longitudinal (2)	0.996
	12.57	11.28	10.3%	Torção (3)	0.526
	Modelo I	Modelo III	%		
Pilar P4	3.11	3.09	0.7%	Transversal (1)	0.999
	3.62	3.59	0.9%	Longitudinal (2)	0.997
	12.57	12.04	4.2%	Torção (3)	1.000
	Modelo II	Modelo III	%		
Pilar P4	3.09	3.09	0.0%	Transversal (1)	0.999
	3.60	3.59	0.3%	Longitudinal (2)	0.998
	11.28	12.04	-6.8%	Torção (3)	0.545

Pela análise dos valores apresentados permite constatar que a maioria dos coeficientes MAC são superiores a 0.996 o que demonstra uma muito boa concordância entre os modos de vibração numéricos dos modelos, pese embora a fraca correlação verificada entre os modos de torsão verificados na comparação dos modelos I e II e dos modelos II e III.

Quando se comparam os valores dos parâmetros dos materiais calculados nos modelos II e III com os idênticos valores considerados no modelo I, verifica-se que pese embora o aumento de detalhe, mantém-se inalterado o peso volúmico em todas as zonas da estrutura do pilar, sendo que as diferenças verificadas entre os módulos de elasticidade das alvenarias de fiadas são de 9.7% e 5.6% respetivamente para o modelo II e modelo III. Porém, o valor obtido para o módulo de elasticidade da alvenaria de enchimento em ambos os modelos II e III julga-se ser muito baixo tendo em conta que se admite que a constituição desta alvenaria será muito parecida com as restantes. Deste modo constata-se que o aumento de detalhe colocado nos modelos não contribuiu de forma significativa para a consistência dos valores dos componentes dos materiais da estrutura da ponte.

3.5- CONCLUSÕES

Neste capítulo com base nos elementos obtidos do projeto da ponte, procurou-se identificar os parâmetros dos materiais constituintes dos componentes estruturais, considerados como um material composto homogêneo equivalente, com características aproximadas à combinação dos seus vários componentes: blocos de pedra, argamassa, enchimentos e interfaces entre eles. Neste contexto foram criados quatro modelos numéricos do pilar P4 da ponte, definidos com base no método dos elementos finitos (MEF), com o objetivo de representar o modelo estrutural 3D do pilar e obter os correspondentes parâmetros elásticos dos materiais constituintes considerando diferentes estratégias de modelação no que se refere ao detalhe da representação da geometria dos materiais constituintes da ponte (alvenaria de paramento, alvenaria de enchimento e alvenaria de fiadas).

As malhas de elementos finitos usadas nas análises numéricas foram geradas no programa Cast3M, tiveram por base as geometrias tridimensionais dos modelos construídas no

programa AutoCAD, importados para o programa GID (em formato DXF) para serem gravados com um programa auxiliar em linguagem GIBIANE, interpretada pelo programa Cast3M.

Foi ainda apresentado o modelo de comportamento dos elementos volumétricos tetraédricos utilizados na malha de elementos finitos dos modelos numéricos do pilar P4.

Com base na modelação numérica do pilar apresentaram-se os resultados da análise modal de três dos modelos do pilar P4. A comparação entre as frequências e modos de vibração obtidas por via numérica permitiu ajustar os parâmetros dos modelos (propriedades mecânicas dos materiais e condições fronteira) com vista a obter uma boa concordância entre características dinâmicas, em regime linear elástico e deste modo identificar as propriedades equivalentes dos materiais dos três modelos.

De referir ainda que para além dos modelos estudados, foi construído um quarto modelo (modelo IV), com o objetivo de aferir as propriedades dos materiais com técnicas de modelação da alvenaria mais refinadas (micro-modelação). Porém, por motivos relacionados com a falta de capacidade computacional não foi possível prosseguir o estudo deste modelo.

CAPÍTULO 4

MODELAÇÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO 2D DA PONTE

4.1- INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se e discutem-se as estratégias usadas para calibrar os parâmetros do modelo numérico 2D da ponte do Côa. Para definição dos parâmetros de modelação (geometria, condições fronteiras, materiais) são considerados os resultados da pesquisa sobre a construção apresentada nos capítulos 2 e 3 e os dados disponíveis de trabalhos precedentes relativos à identificação numérica e experimental dos parâmetros modais mais representativos da ponte do Côa.

Neste contexto começa-se por descrever os resultados de um trabalho anteriormente publicado por Costa *et al.*, (2014), referente à calibração de um modelo numérico 3D simplificado da ponte ferroviária do Côa, realizada com base na identificação dos seus parâmetros modais.

Assim, a calibração do modelo numérico 2D é feita com base quer com os resultados das propriedades modais que foram estimadas com base nos registos experimentais, quer como as propriedades modais calculadas com o modelo numérico 3D. A metodologia seguida permitiu definir as propriedades mecânicas dos materiais da ponte que compõem cada zona do modelo, representada por um único material homogéneo. Portanto, correspondendo a uma homogeneização dos parâmetros de cada constituinte formado por blocos de pedra, enchimento, argamassa e interfaces.

A resposta estrutural do modelo 2D da ponte sob ação do peso próprio e do tráfego ferroviário, que é apresentado no capítulo 5, tem como base o modelo 2D descrito no presente capítulo.

4.2- PARÂMETROS MODAIS AFERIDOS EXPERIMENTALMENTE

4.2.1- Ensaio de vibração ambiental

O ensaio de vibração ambiental da ponte teve como objetivo a identificação das propriedades modais da ponte, nomeadamente, as frequências naturais, os modos de vibração e os coeficientes de amortecimento.

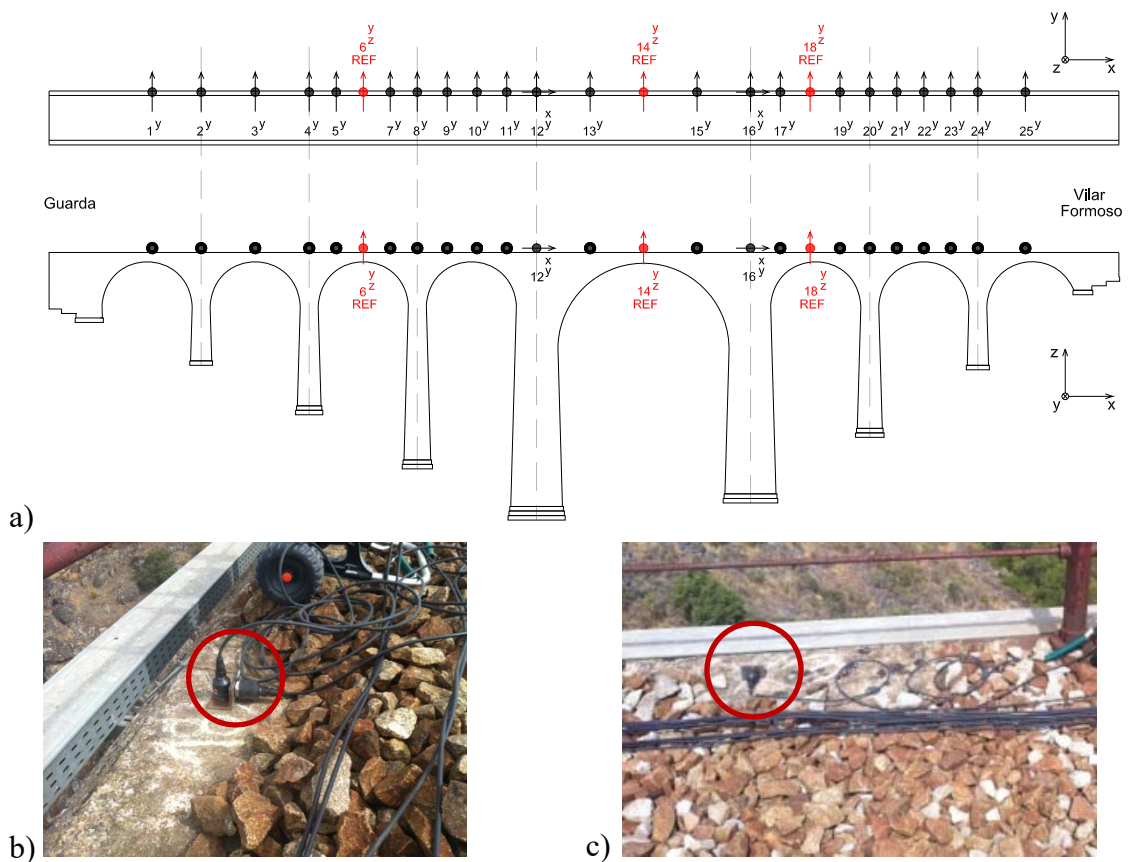


Figura 4.1: Ensaio de vibração ambiental: a) planta e alçado com os pontos de medição; b) acelerómetros na posição de referência 18; c) acelerómetro na posição móvel 3 (Costa *et al.*, 2014)

Este ensaio foi realizado com base numa técnica que considera pontos de referência fixos e pontos móveis e envolveu a utilização de 12 acelerómetros piezoelétricos, modelo 393A03 da marca PCB. A resposta ambiental foi avaliada em termos das acelerações nas direções vertical (z), transversal (y) e longitudinal (x), num total de 25 pontos de medida

localizados no tabuleiro, mais concretamente num dos passeios, conforme os detalhes da **Figura 4.1(a)**. O pormenor dos acelerómetros localizados na posição de referência 18 e do acelerómetro localizado na posição móvel 3 são apresentados na **Figura 4.1(b)** e na **Figura 4.1(c)** respetivamente. A ligação dos acelerómetros ao tabuleiro foi efetuada por intermédio de chapas ou cantoneiras metálicas coladas na superfície da pedra.

A aquisição de dados foi realizada através de um sistema cDAQ-9172 da National Instruments tendo-se recorrido a módulos NI 9233 para acelerómetros do tipo IEPE. As séries temporais foram adquiridas ao longo de períodos de 10 minutos, com uma frequência de amostragem de 2000 Hz.

4.2.2- Resultados

A identificação dos parâmetros modais da ponte foi realizada por intermédio da aplicação da versão melhorada do método de decomposição no domínio da frequência (EFDD), disponível no programa ARTeMIS (2009) e baseado na decomposição em valores singulares da matriz dos espectros de resposta da estrutura para cada frequência. As frequências naturais foram identificadas com as abcissas dos picos dos valores singulares, sendo que as configurações modais foram determinadas a partir da informação dos correspondentes vetores singulares (Magalhães, 2003).

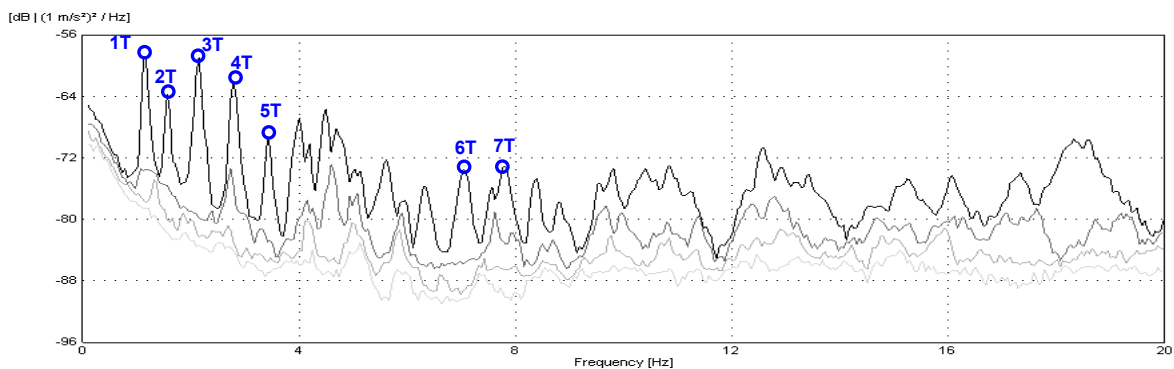


Figura 4.2: Método EFDD: valores singulares médios e normalizados das matrizes dos espectros (Costa *et al.*, 2013)

Na **Figura 4.2** apresentam-se os valores singulares médios e normalizados da matriz dos espectros das configurações experimentais resultantes da aplicação do método EFDD,

encontrando-se assinalados os picos correspondentes aos modos transversais da ponte (1T a 7T).

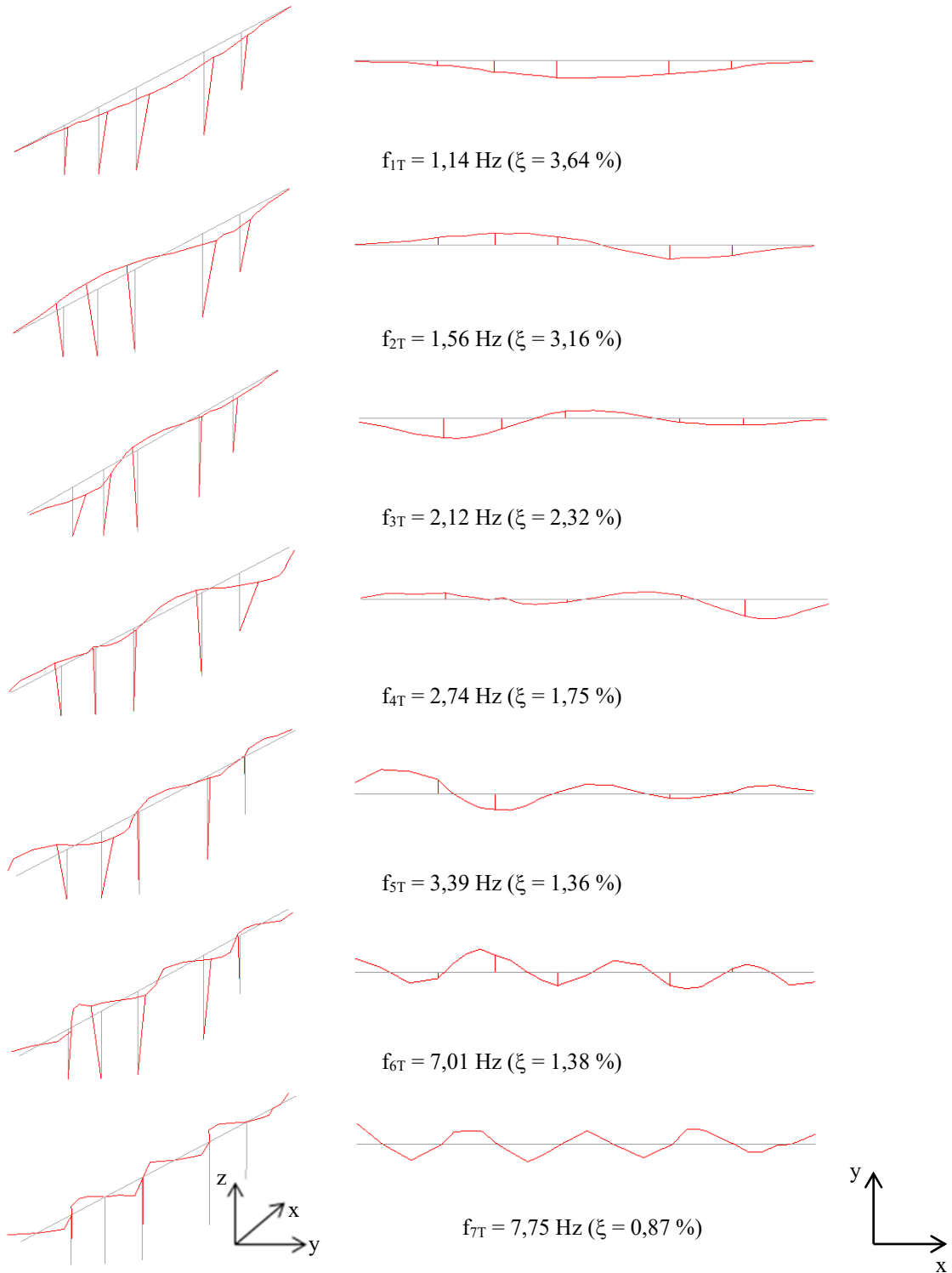


Figura 4.3: Parâmetros modais experimentais correspondentes aos modos transversais da ponte (Costa *et al.*, 2013)

Na **Figura 4.3** ilustram-se as configurações relativas aos modos de vibração identificados, em perspetiva e planta, com a indicação dos valores médios das frequências e dos coeficientes de amortecimento.

A análise das configurações modais correspondentes a modos transversais permitiu identificar modos associados a movimentos de flexão do tabuleiro com muito boa definição. A título de curiosidade, refere-se ainda que os valores dos coeficientes de amortecimento estão compreendidos entre 0,87 % e 3,64 %.

A análise e tratamento de resultados para identificação dos parâmetros modais correspondentes a modos na direção longitudinal permitiu ainda a identificação dos modos com frequências de 3.61 Hz e 4.2 Hz envolvendo componentes na direção longitudinal e vertical do arco 5, conforme consta da **Figura 4.4**.

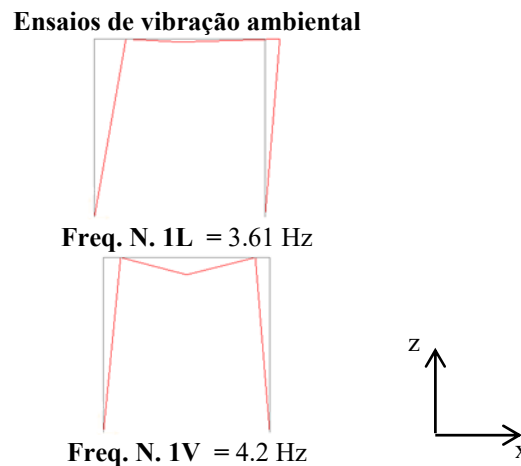


Figura 4.4: Parâmetros modais experimentais correspondentes aos modos longitudinal e vertical

4.3- MODELO NUMÉRICO 3D DA PONTE

O modelo numérico da ponte foi definido com o objetivo de representar o seu comportamento estrutural 3D recorrendo-se a uma modelação simplificada, em que os diversos constituintes foram representados por materiais homogêneos equivalentes. As frequências e os modos de vibração da estrutura foram estimados através de medições obtidas em ensaios de vibração ambiental, com o objetivo de serem comparados com idênticos parâmetros ob-

tidos por via numérica. Este procedimento permitiu atualizar os parâmetros do modelo, ajustando as características do material elástico e as condições fronteira com vista a obter numericamente as características dinâmicas medidas “*in situ*”. As propriedades atribuídas aos materiais foram ainda enquadradas atendendo aos dados disponíveis do projeto da ponte apresentados no capítulo 2 e às observações resultantes de inspeções visuais na ponte, bem como, a resultados obtidos a partir de ensaios de materiais realizados noutras estruturas de alvenaria de pedra (Costa *et al.*, 2014).

A análise modal da ponte do Côa foi realizada com base num modelo simplificado tridimensional, conforme ilustrado na **Figura 4.5**, recorrendo para o efeito ao programa de cálculo Cast3M (CEA, 2003).

Os componentes da ponte foram modelados por intermédio de elementos finitos de volume de quatro nós, tendo sido discretizadas cinco zonas, conforme apresentado na **Figura 4.5**, de modo a permitir atribuir a cada zona as propriedades específicas dos materiais que as constituem. Os parâmetros dos materiais que compõem cada zona foram assim representados por um único material, correspondendo a uma homogeneização dos parâmetros de cada constituinte formado por blocos de pedra, argamassa, enchimento e interfaces.

As condições de fronteira foram estabelecidas usando apoios rígidos para bloquear os deslocamentos dos nós da malha da ponte localizados na base das fundações.

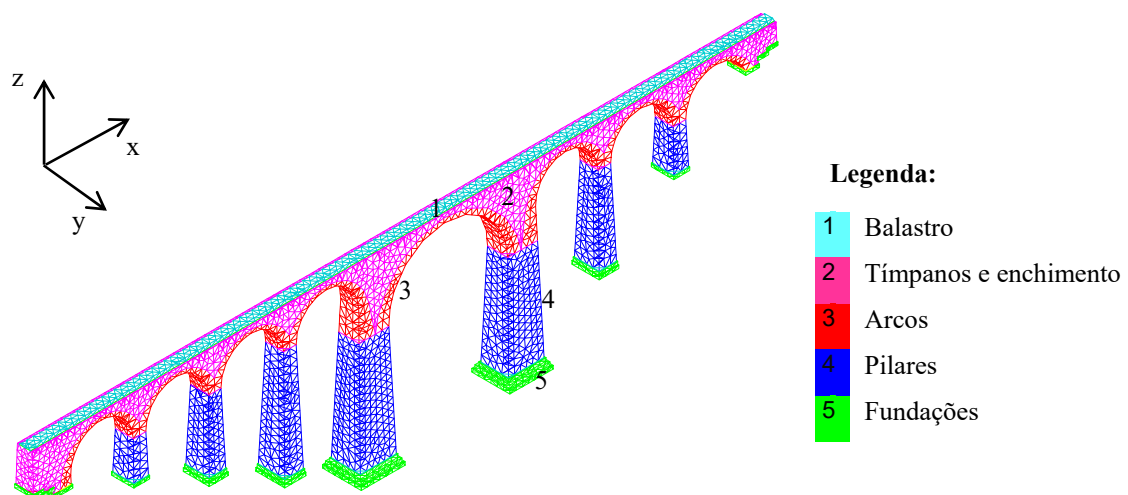


Figura 4.5: Modelo tridimensional (Costa *et al.*, 2013)

Os pesos volúnicos das zonas do balastro e dos típanos e enchimento foram tomados iguais a 20 e 23,40 kN/m³, respetivamente, e nas zonas dos arcos, pilares e fundações

foram tomados iguais a 24,25 kN/m³. O módulo de elasticidade atribuído às zonas dos arcos, pilares e fundações correspondeu a 15,30 GPa; na zona dos tímpanos e enchimento foi atribuído um valor de 10 GPa e o balastro foi representado por um material com módulo de elasticidade de 145 MPa. Para o coeficiente de Poisson foi considerado um valor de 0,2 em todos os componentes.

Na **Tabela 4.1** apresentam-se os valores das frequências naturais correspondentes aos 18 primeiros modos de vibração da ponte, alguns dos quais se encontram ilustrados mais adiante.

Modo	Natureza do modo de vibração	Frequência (Hz)	Modo	Natureza do modo de vibração	Frequência (Hz)
1	Transversal	1,120	10	Vertical (local)	5,428
2	Transversal	1,641	11	Transversal	5,527
3	Transversal	2,305	12	Transversal	6,056
4	Transversal	2,975	13	Vertical + Longitudinal (local)	6,519
5	Longitudinal	3,195	14	Transversal	6,840
6	Transversal	3,682	15	Vertical + Longitudinal (local)	6,852
7	Transversal	4,692	16	Transversal	7,813
8	Vertical	5,087	17	Longitudinal + Vertical (local)	8,514
9	Transversal	5,354	18	Transversal	8,686

Tabela 4.1: Frequências naturais obtidas com base no modelo numérico (Costa *et al.*, 2013)

4.3.1- Correlação dos parâmetros modais numéricos e experimentais

Tendo em conta os valores de frequências e modos de vibração experimentalmente identificados os autores seleccionaram as configurações modais numéricas que apresentam correspondência com os resultados experimentais. Tais configurações numéricas encontram-se ilustradas na **Figura 4.6**.

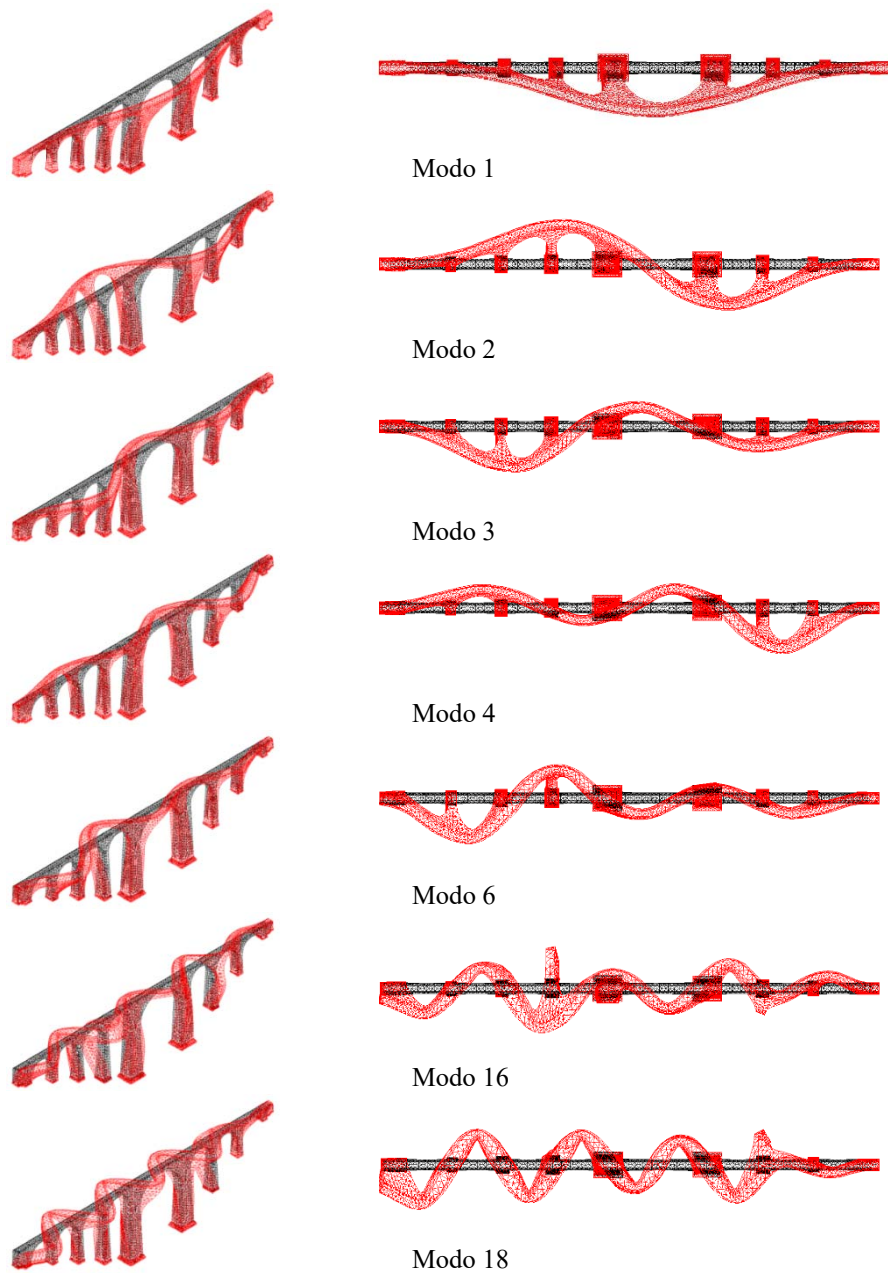


Figura 4.6: Parâmetros modais obtidos por via experimental (Costa *et al.*, 2013)

Na **Figura 4.7(a)** apresentam-se os erros percentuais das frequências de vibração numéricas em relação às frequências experimentais. Os resultados evidenciam uma boa correlação entre as frequências obtidas por via numérica e experimental, com diferenças geralmente inferiores a 10 %, excetuando os modos 6T e 7T que apresentam diferenças superiores e iguais a 11,4 % e 13,6 %, respetivamente.

A avaliação da correlação entre os modos de vibração obtidos por via numérica e experimental e da sua correta associação foi realizada através do coeficiente MAC (Allemang, 2003). A matriz de correlação com os coeficientes MAC entre os modos numéricos e experimentais é apresentada na **Figura 4.7(b)**.

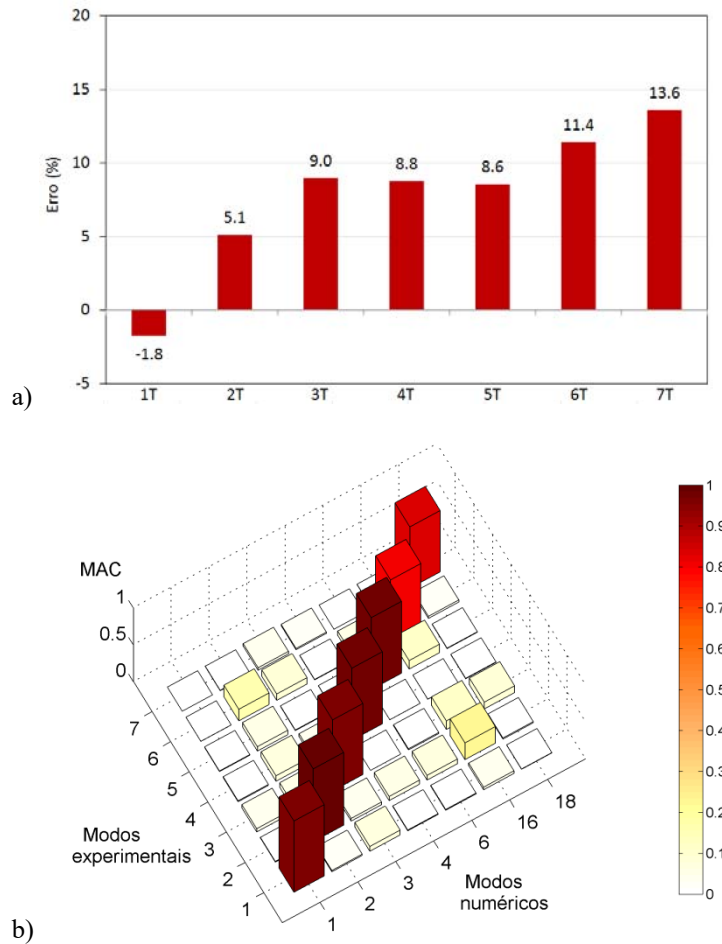


Figura 4.7: Análise de correlação: a) erros das frequências de vibração numéricas e experimentais; b) matriz de correlação (Costa *et al.*, 2013)

A análise da **Figura 4.7** permitiu constatar que a maioria dos coeficientes MAC da diagonal principal são superiores a 0,97, o que demonstra uma muito boa concordância entre os modos de vibração numéricos e experimentais. Os modos de vibração 6T e 7T apresentam valores de MAC inferiores no entanto próximos de 0,85.

4.4- MODELO NUMÉRICO 2D DA PONTE

O modelo numérico 2D foi definido com o objetivo de representar o comportamento estrutural na direção longitudinal da ponte verificando adequabilidade e equivalência com o modelo numérico 3D. Os modelos 2D sendo mais simples também são menos exigentes do ponto de vista computacional. Estes modelos (2D) permitem simular o comportamento na direção longitudinal da ponte, porém, os efeitos na direção transversal não podem ser representados.

Para a identificação da capacidade de carga associada à formação de mecanismos de rótulas, os modelos 2D têm sido bastante utilizados, sendo os efeitos 3D considerados de forma simplificada com base na distribuição de esforços pelos elementos estruturais na direção transversal, através de uma espessura equivalente (Costa *et al.*, 2015).

No caso específico da ponte do Côa, uma vez que apresenta secção transversal variável, a identificação de uma espessura equivalente levanta dificuldades adicionais. Por conseguinte a identificação dos parâmetros equivalentes para os materiais elásticos do modelo 2D constituiu uma opção alternativa para o cálculo da resposta estrutural.

Tal como no modelo 3D, também para o modelo 2D recorreu-se a uma modelação simplificada, em que os diversos constituintes foram representados por materiais homogêneos equivalentes. Porém, especificamente no que se refere à individualização dos componentes estruturais, o modelo 2D inclui maior detalhe na discretização das zonas dos pilares e enchimentos, como mostra a **Figura 4.8**.

As propriedades atribuídas aos materiais foram enquadradas atendendo aos resultados da pesquisa sobre a construção bem como aos valores utilizados no modelo 3D, tal como já referido. Neste contexto, para a calibração do modelo procedeu-se à comparação dos parâmetros modais estimados com base no modelo numérico 2D com idênticos parâmetros (frequências e modos de vibração) calculados com o modelo 3D. Os resultados dos parâmetros experimentais referentes aos modos longitudinal e vertical também foram considerados nesta análise.

Assim, procedeu-se à análise modal da ponte com base no modelo simplificado bidimensional ilustrado na **Figura 4.8**, recorrendo ao programa de cálculo Cast3M (CEA 2005).

Os componentes da ponte foram modelados por intermédio de elementos finitos de 4 nós, tendo sido discretizada 7 zonas conforme apresentado na **Figura 4.8**, de modo a permitir atribuir a cada zona as propriedades específicas dos materiais que as constituem.

As condições de fronteira foram estabelecidas usando apoios rígidos para bloquear os elementos dos nós da malha da ponte na base das fundações.

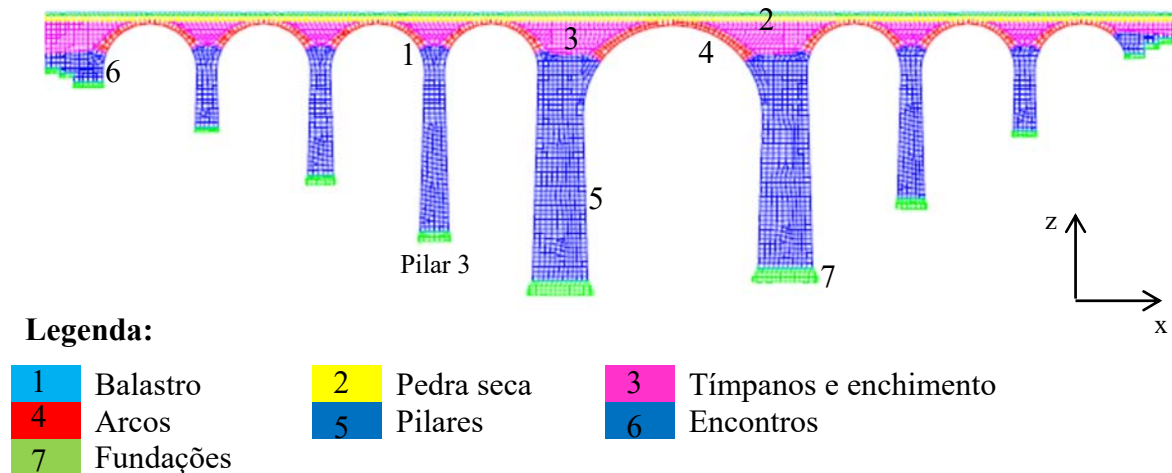


Figura 4.8: Modelo bidimensional

4.4.1- Parâmetros dos materiais

A comparação entre as frequências e os modos de vibração obtidos por via numérica com os modelos 2D e 3D respetivamente, permitiu ajustar os parâmetros do modelo 2D (propriedades mecânicas, físicas e condições fronteira) com vista a obter boa concordância entre as características dinâmicas. Atendendo aos resultados da **Tabela 4.2**, verifica-se que existem diferenças razoáveis entre as propriedades dos materiais que constituem as zonas discretizada da ponte, pois no modelo 3D apenas três conjuntos de valores foram considerados, um para o balastro, um para a zona dos tímpanos e enchimento e outro para as zonas em alvenaria dos arcos, pilares e fundação. Na **Tabela 4.2** apresentam-se os respetivos valores do módulo de elasticidade e do peso volúmico. Para o coeficiente de Poisson foi atribuído o valor de 0.20 em todos os componentes.

Modelo 3D			Modelo 2D		
Zona	Módulo de elasticidade (Gpa)	Peso volúmico (kN/m³)	Zona	Módulo de elasticidade (Gpa)	Peso volúmico (kN/m³)
Balastro	0.145	20.00	Balastro	0.145	20.00
Tímpano e enchimento	10.00	23.40	Pedra seca	12.50	23.40
Arcos	15.30	24.25	Tímpano e enchimento	12.50	23.40
Pilares	15.30	24.25	Arcos	20.50	24.25
Fundações	15.30	24.25	Pilares	20.50	24.25
			Pilar 3	23.50	24.25
			Fundações	20.50	24.25

Tabela 4.2: Propriedades específicas dos materiais que constituem cada zona da ponte

4.4.2- Correlação dos parâmetros modais numéricos 2D e 3D

Na **Tabela 4.3** apresentam-se os valores das frequências naturais correspondentes aos 5 primeiros modos de vibração da ponte, obtidos numericamente, recorrendo-se ao modelo 2D e 3D, respetivamente. As correspondentes configurações modais apresentam-se na **Figura 4.9**.

Modelo 2D			Modelo 3D		
Modo	Natureza do modo de vibração	Frequência (Hz)	Modo	Natureza do modo de vibração	Frequência (Hz)
1	Longitudinal	3.3931	5	Longitudinal	3.1947
2	Vertical	5.4205	8	Vertical	5.0977
3	Vertical (local)	5.6026	10	Vertical (local)	5.4059
4	Vertical + Longitudinal (local)	6.519	13	Vertical + Longitudinal (local)	6.5192
5	Vertical + Longitudinal (local)	6.9922	15	Vertical + Longitudinal (local)	6.852

Tabela 4.3: Frequências naturais obtidas com base no modelo numérico 2D e no modelo numérico 3D
(Costa *et al.*, 2013)

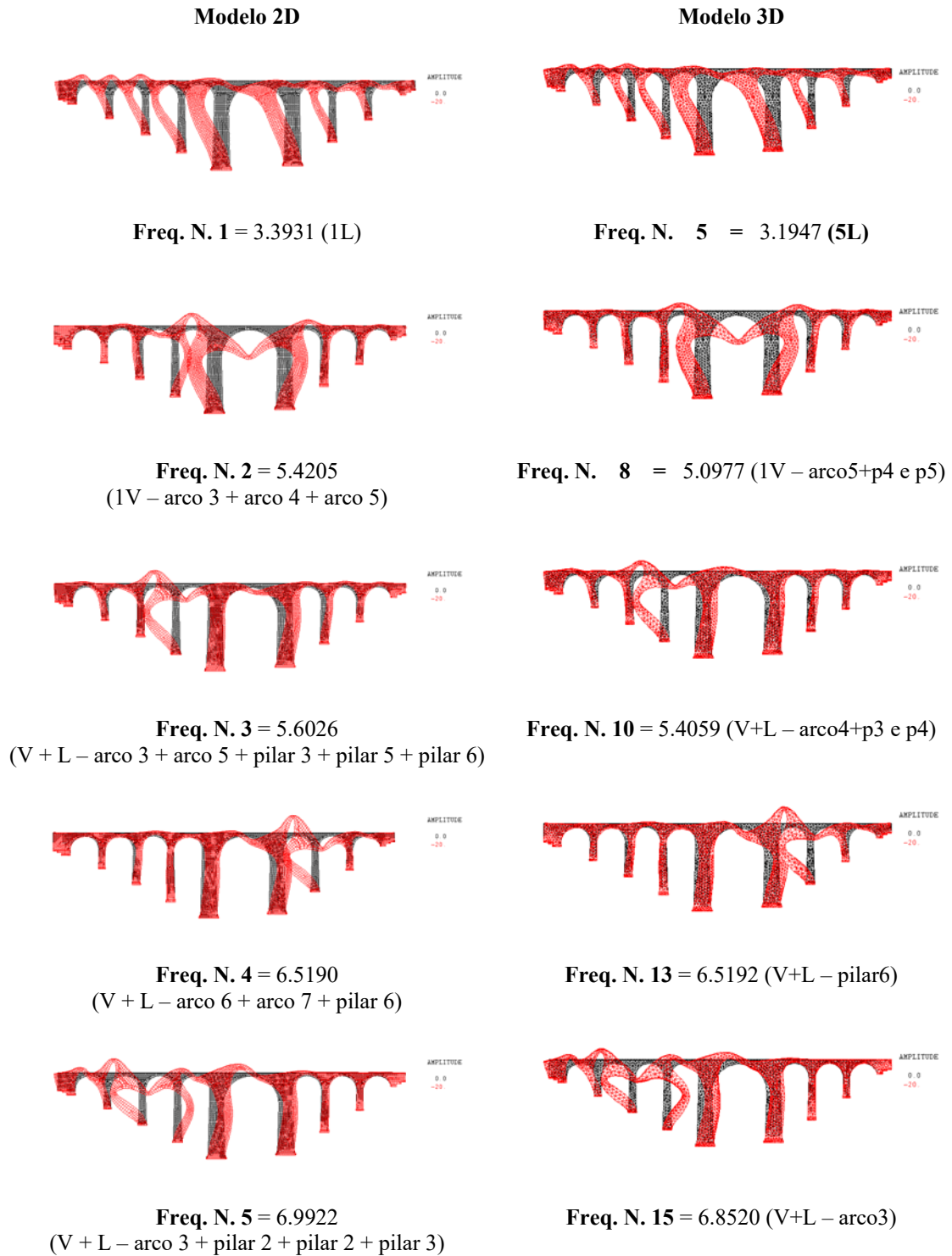


Figura 4.9: Parâmetros modais obtidos por via numérica com os modelos 2D e 3D da ponte

Na **Tabela 4.4** apresentam-se os erros percentuais das frequências de vibração obtidas no modelo 2D em relação às frequências obtidas no modelo 3D, calibrado conforme já referido.

Modelo 2D		Modelo 3D		Erro
Modo	Frequência (Hz)	Modo	Frequência (Hz)	(%)
1	3.3931	5	3.1947	6.2%
2	5.4205	8	5.0977	6.3%
3	5.6026	10	5.4059	3.6%
4	6.5190	13	6.5192	0.0%
5	6.9922	15	6.8520	2.0%

Tabela 4.4: Erros das frequências de vibração obtidas numericamente com o modelo 2D e com o modelo 3D

Os resultados evidenciam uma boa correlação entre as frequências obtidas por via numérica com ambos os modelos com diferenças inferiores a 10%, sendo que para o modo 4(2D) / 13(3D) apresentam diferenças de 0 %. Na construção da matriz foram utilizados 25 pontos, em correspondência com os pontos da medição ensaio experimental.

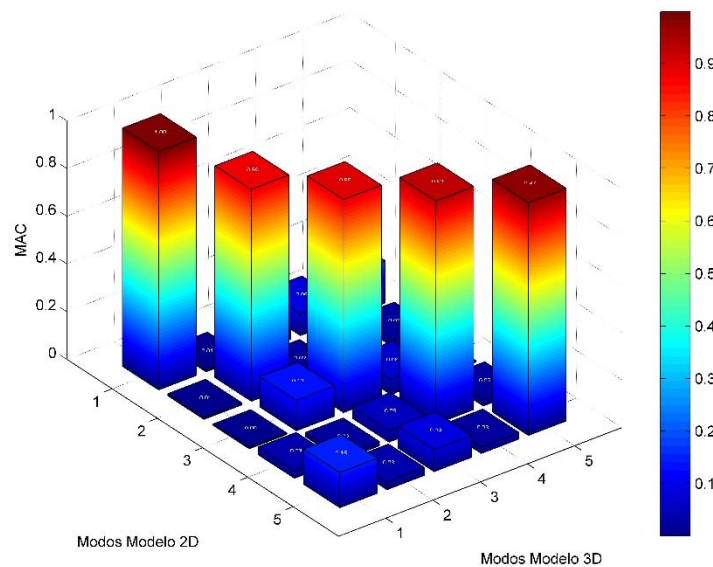


Figura 4.10: Matriz de correlação

A avaliação da correlação entre os modos de vibração, obtidos numericamente com os modelos 2D e 3D, respectivamente, e da sua correta associação foi realizada através do

coeficiente MAC (Allemang, 2003). A matriz de correlação com os coeficientes MAC entre os modos numéricos, obtidos com o modelo 2D e os modos numéricos obtidos com o modelo 3D, é apresentada na **Figura 4.10**.

A análise da **Figura 4.10** permite constatar que a maioria dos coeficientes MAC da diagonal principal são superiores a 0.8, o que demonstra uma boa concordância entre modos de vibração numéricos, obtidos com o modelo 2D e com o modelo 3D. Os modos de vibração 1L e 5V+L apresentam valores de Mac iguais a 1 e 0.9 respetivamente, o que demonstra uma concordância muito boa entre os modos de vibração.

4.4.3- Correlação dos parâmetros modais numéricos e experimentais

Como referido anteriormente a campanha experimental de ensaios de vibração ambiental realizada no contexto de um trabalho precedente permitiu identificar, por via experimental, apenas um modo de vibração longitudinal e um modo de vibração vertical e respetivas frequências, verificando-se ainda que a caracterização dos modos de vibração é restrita à zona do arco 5, existindo informação sobre as coordenadas modais dos dois referidos modos de vibração apenas em três pontos sobre o tabuleiro. No entanto, não obstante o reduzido número de informação disponível optou-se por verificar a correlação existente entre as características modais experimentais e as calculadas com o modelo 2D, com vista assim a contribuir para a calibração dos parâmetros dos materiais deste modelo.

Na **Tabela 4.5** resumem-se as propriedades dos materiais usados no modelo 2D calibrado com base nos modos e frequências experimentais da ponte. Para o coeficiente de Poisson foi atribuído o valor de 0.20 em todos os componentes.

Também foram verificados outros conjuntos de valores fazendo variar as propriedades dos materiais, porém, observaram-se melhores resultados de erros percentuais de frequências e coeficientes MAC quando considerados os valores indicados na **Tabela 4.5**.

Elementos constituintes		Propriedades dos materiais		
	Zona	Peso volúmico	Módulo de elasticidade	Coef. Poisson
1	Balastro	20 kN/m³	145 MPa	0.2
2	Pedra seca	23.40 kN/m³	10.00 GPa	
3	Tímpanos e enchimento			
4	Arcos			
5	Pilares e encontros	24.25 kN/m³	15.30 GPa	0.2
6	Fundações			

Tabela 4.5: Propriedades dos materiais do modelo 2D calibrado experimentalmente

Na **Tabela 4.6** apresentam-se os valores das frequências obtidas no modelo 2D da ponte e as correspondentes frequências naturais obtidas por via experimental.

Modelo numérico 2D			Ensaio de vibração ambiental			Erro
Modo	Natureza do modo de vibração	Frequência (Hz)	Modo	Natureza do modo de vibração	Frequência (Hz)	(%)
1L	Longitudinal	2.9662	1L	Longitudinal	3.6100	-17.8%
1V	Vertical	4.6604	1V	Vertical	4.2000	11.0%

Tabela 4.6: Comparação entre frequências naturais obtidas por via numérica e por via experimental

Tendo em conta os valores de frequência e os modos de vibração experimentalmente identificados foram selecionadas as configurações modais numéricas que apresentam correspondência com os resultados experimentais, Na **Figura 4.11** ilustram-se essas configurações.

O procedimento realizado para evidenciar a correlação entre modos de vibração foi repetido para a calibração do modelo numérico 2D da ponte atendendo às características modais numéricas e experimentais. Pela análise da figura 4.12 verifica-se uma muito boa correlação para o primeiro modo de vibração (1L), com um coeficiente MAC da diagonal principal de 0.90. Porém, para o segundo modo de vibração a correção é má com um coeficiente MAC de 0.30 (**Figura 4.12**).

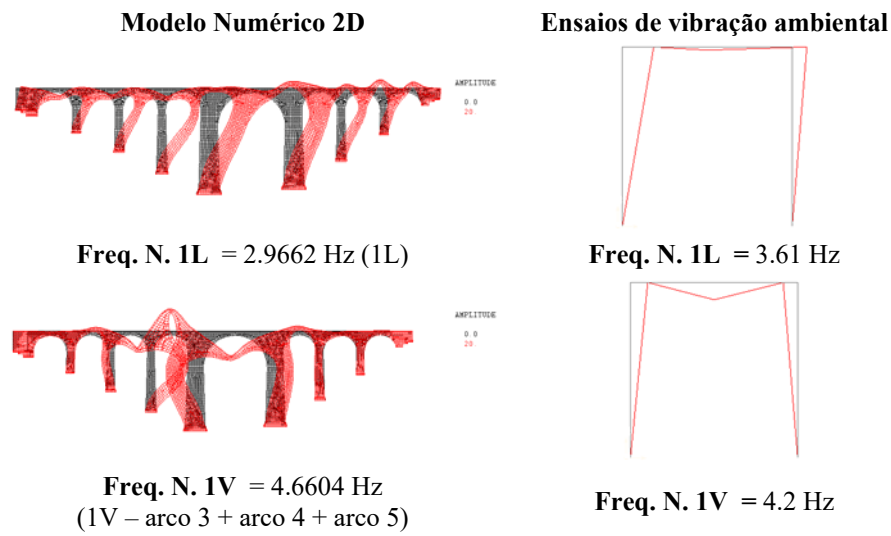


Figura 4.11: Parâmetros modais obtidos por via numérica e por via experimental

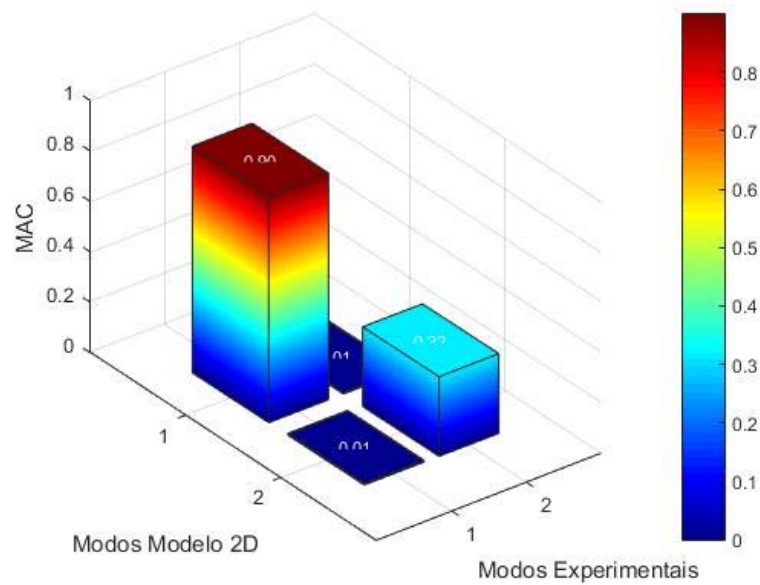


Figura 4.12: Matriz de correlação (Allemang R. J., 2003)

4.5- CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados alguns aspetos sobre o desenvolvimento de um modelo numérico 2D da ponte ferroviária do Côa realizado com base na informação disponível de trabalhos precedentes, especificamente um modelo 3D (simplificado) calibrado com base em resultados experimentais de identificação modal. Neste contexto apresentou-se uma breve descrição do modelo, bem como a caracterização experimental das suas propriedades dinâmicas com base num ensaio de vibração ambiental.

Este modelo 3D calibrado, bem como os resultados da campanha experimental, serviram para ajustar os parâmetros do modelo numérico 2D da ponte, com vista à obtenção da boa concordância entre as características dinâmicas numéricas, realizada através da análise da correlação das frequências e modos de vibração.

Para o efeito seguiram-se duas vias para análise da correlação. Numa das vias (secção 4.4.2) procedeu-se à comparação entre frequências e modos de vibração do modelo 2D com idênticas características do modelo 3D da ponte. Na outra via (secção 4.4.3) os parâmetros do modelo 2D foram calibrados por análise da correlação entre as características modais numéricas e as características experimentais.

Verificou-se boa correlação entre modos de vibração obtidos no modelo 2D e no modelo 3D (secção 4.4.2), com as propriedades dos materiais ajustadas no modelo (2D) a correspondem a valores do módulo de elasticidade mais elevados do que os valores usados no modelo 3D. Esta diferença pode ser explicada pela limitação dos modelos 2D em traduzir o comportamento da ponte associado à distribuição da rigidez na direção transversal, que no caso particular da ponte do Côa se reveste de complexidade acrescida pela secção transversal não regular.

Uma boa correlação verifica-se também entre as características dinâmicas aferidas experimentalmente e as obtidas no modelo 2D, em particular, para o primeiro modo de vibração, quando são consideradas as propriedades dos materiais com os mesmos valores usados no modelo numérico 3D, no entanto, note-se que para os modos longitudinal e vertical se obtém pior aproximação aos parâmetros experimentais com o modelo 3D do que com o modelo 2D experimentalmente calibrado.

Uma vez que pela utilização das duas vias se obtiveram valores dos parâmetros dos materiais com grandes diferenças entre eles, e dado que nos modelos numéricos 2D não

reproduzem os efeitos dinâmicos na direção transversal (bem representada nos modelos 3D) e para além disso a ponte apresenta secção transversal não regular, para analisar a resposta da ponte sob ação do peso próprio e de cargas ferroviárias estáticas optou-se por adotar os parâmetros calibrados com os modos experimentais.

Finalmente, acrescenta-se que está em curso o desenvolvimento de um modelo 3D mais detalhado que incluiu tímpanos e dois materiais de enchimento. Para este modelo as propriedades apontam para valores dos módulos de elasticidade da alvenaria na zona inferior dos pilares, e arcos de 18.33 GPa, alvenaria e enchimento dos pilares e tímpanos de 13.49 GPa e enchimento entre muros tímpano na zona inferior e superior de 3.45 GPa e 0.345 GPa respetivamente, obtendo-se para as frequências correspondentes aos modos longitudinal e vertical 2.94 Hz e 4.75 Hz, respetivamente, com melhor aproximação aos modos experimentais e também aos resultados obtidos com o modelo 2D experimentalmente calibrado.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA PONTE

5.1- INTRODUÇÃO

No presente capítulo pretende-se analisar a resposta estrutural da ponte sob a ação do seu peso próprio e de cargas ferroviárias estáticas distribuídas no tabuleiro. Para o efeito são utilizados os modelos numéricos de elementos finitos 2D e 3D, apresentados no capítulo 4, considerando o comportamento dos materiais em regime linear elástico, com os parâmetros de modelação também apresentados no capítulo anterior.

A ação ferroviária é considerada através da aplicação de forças estáticas verticais que representam simplificadaamente o comboio Alfa-Pendular e cuja caracterização foi definida com base em trabalhos precedentes (Ribeiro, 2012), conforme será detalhado na secção 5.2.

Na secção 5.3 apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos com dois modelos numéricos, assim como os procedimentos de análise implementados em Cast3M, utilizando os modelos numéricos de elementos finitos 2D e 3D.

Finalmente o fator de segurança associado aos casos de carga considerados na modelação numérica referida nos parágrafos anteriores é avaliado com base na aplicação de metodologia de análise limite através do programa de cálculo Ring no qual a ponte é idealizada através blocos rígidos.

5.2- CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO FERROVIÁRIA ESTÁTICA

As ações transmitidas pelos comboios a uma ponte ferroviária são constituídas por cargas verticais correspondentes a cada um dos eixos dos veículos que constituem a composição. Estas ações quando representadas nos modelos de análise estrutural das pontes através de forças concentradas aplicadas estaticamente no tabuleiro, permitem obter de uma forma simplificada e aproximada a resposta estática da ponte. Porém os efeitos dinâmicos que resultam da passagem do tráfego ferroviário não são avaliados.

A simulação da resposta dinâmica dos modelos estruturais sob cargas móveis permite avaliar os efeitos das vibrações induzidas pela passagem dos comboios. Porém, são requeridos modelos mais complexos que não se enquadram nos objetivos deste trabalho.

Assim, neste trabalho para análise do comportamento estrutural da ponte do Côa é avaliada a resposta sob ação do pelo próprio e de um esquema simplificado de forças verticais representando o comboio Alfa-Pendular, aplicadas estaticamente sobre o tabuleiro. Conforme referimos anteriormente a caracterização das forças que representam o comboio baseou-se num trabalho de investigação precedente (Ribeiro, 2012).

5.2.1- O comboio Alfa-Pendular

O comboio CPA série 4000, conhecido com Alfa-Pendular, é um comboio elétrico com sistema de pendulação ativa, constituído por seis veículos, quatro motores (BAS, BBS, BBN e BAN) e dois reboques (RNB e RNH). O comboio tem um comprimento total de 158.90 m e pode atingir a velocidade de 220 km/h. Na **Figura 5.1** apresenta-se uma perspectiva do comboio Alfa-Pendular com a identificação de todos os veículos da composição.



Figura 5.1: Comboio Alfa-Pendular (Eng.º Pedro Mêda citado por Ribeiro, 2012)

Na **Figura 5.2(a)** representa-se o esquema de cargas do comboio Alfa-Pendular. A composição é formada por oito bogies motores, constituídos por um eixo motor e um eixo livre, e quatro bogies livres, constituídos por eixos livres. Os eixos motores, assinalados a vermelho, apresentam cargas mais elevadas quando comparados com os eixos livres, assinalados na cor preta. As cargas por eixo, em condições de carga normal, variam entre os 128.80 kN e 136.60 kN.

No presente trabalho foi efetuada uma simplificação do esquema de cargas considerando o comboio constituído por seis veículos do tipo BBN com as cargas correspondentes a cada um dos eixos distribuídas de acordo com o indicado na **Figura 5.2(b)**.

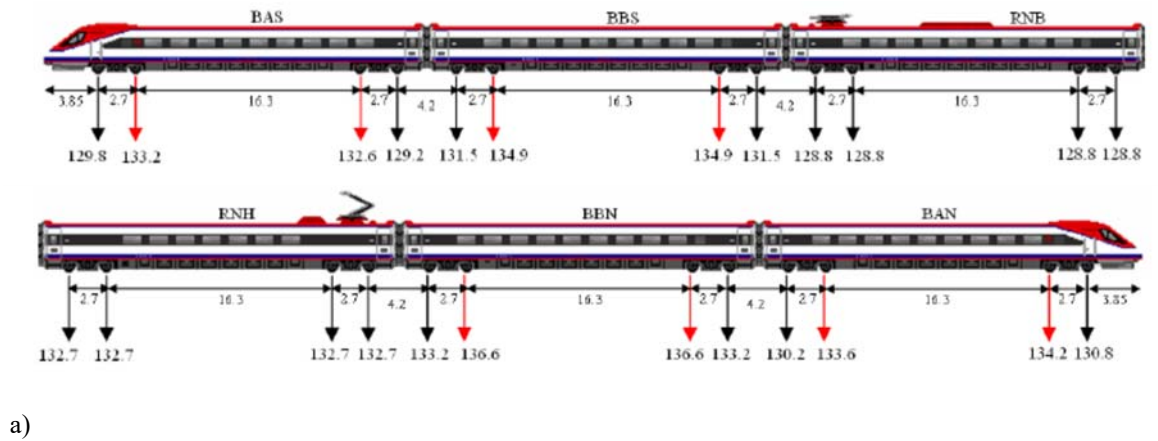
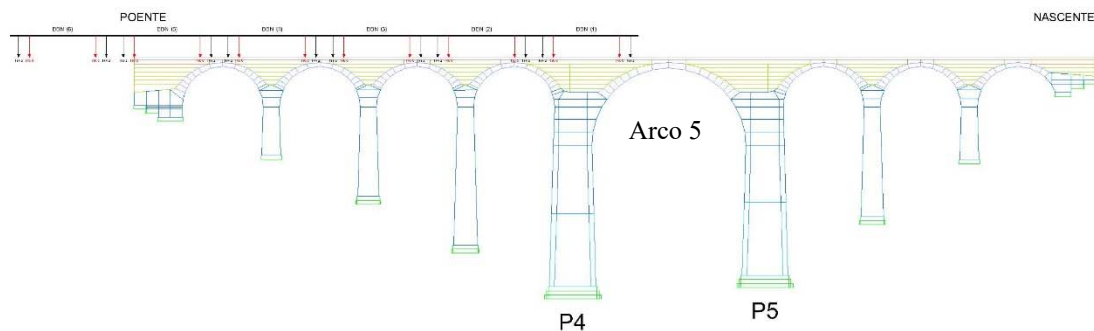


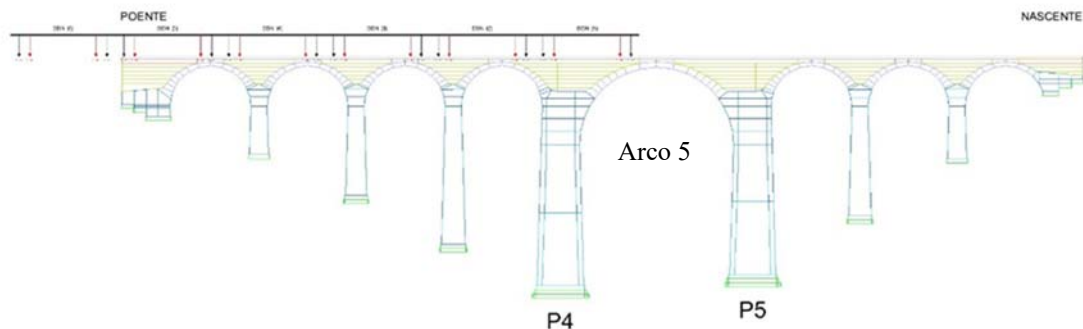
Figura 5.2: Esquema de cargas: a) comboio Alfa-Pendular (Ribeiro, 2012); b) comboio simplificado (adaptado de Ribeiro, 2012)

5.2.2- Distribuição de cargas no tabuleiro

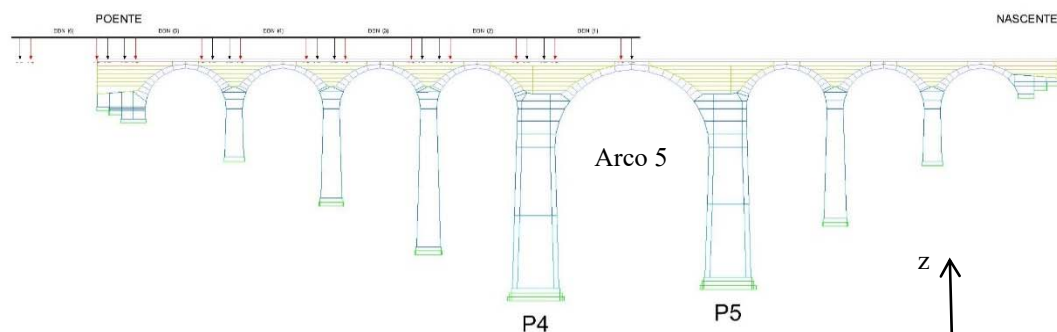
A distribuição das cargas ferroviárias no tabuleiro foi realizada considerando seis situações de carregamento. Três representam o comboio no sentido poente/nascente (casos de carga 1, 2 e 5) e três no sentido nascente/poente (casos de carga 3, 4 e 6), de acordo com a distribuição apresentada na **Figura 5.3**:



Caso de carga 1 – 1.º eixo 1/4 de vão do arco 5

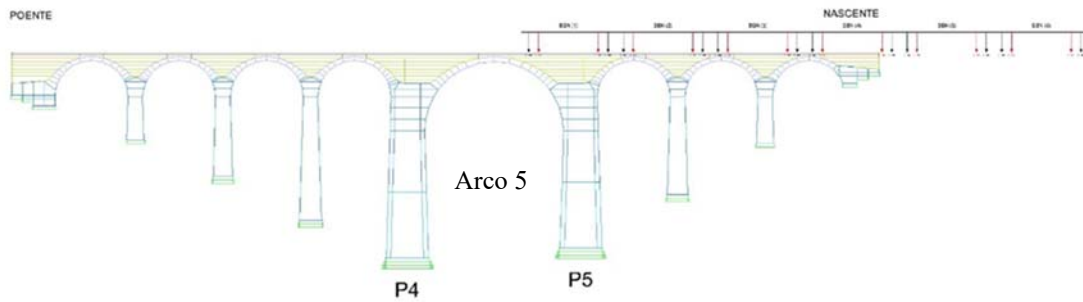


Caso de carga 5 – 1.º eixo a 1/3 de vão do arco 5

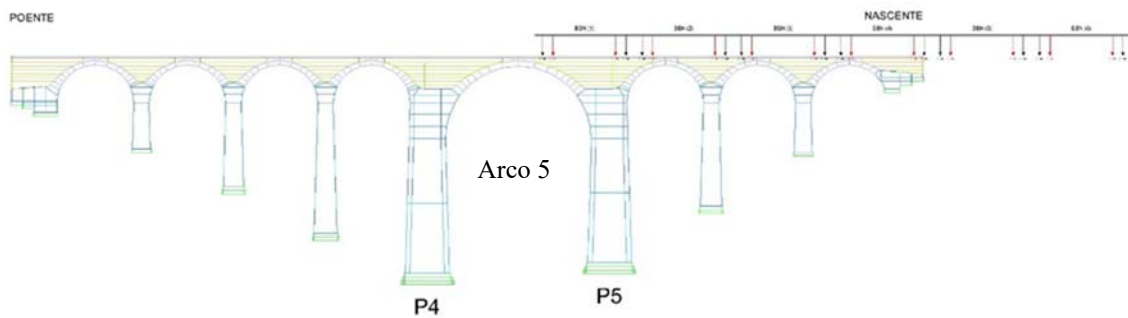


Caso de carga 2 – 1.º eixo a 1/2 vão do arco 5

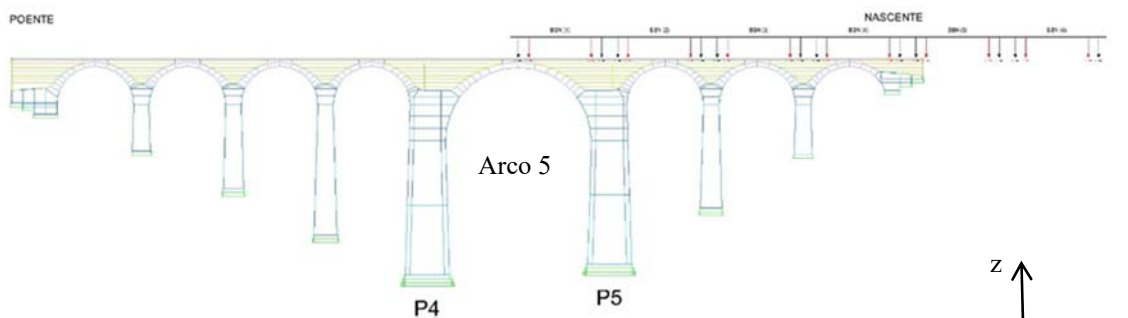
Figura 5.3: Casos de carga ferroviária, distribuída sobre o tabuleiro (continua)



Caso de carga 3 – 1.º eixo a 1/4 de vão do arco 5



Caso de carga 6 – 1.º eixo a 1/3 de vão do arco 5



Caso de carga 4 – 1.º eixo a 1/2 vão do arco 5

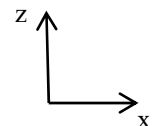


Figura 5.3: Casos de carga ferroviária, distribuída sobre o tabuleiro (continuação)

Nos casos de carga 1, 5 e 2 o comboio é representado com o primeiro eixo posicionado respetivamente a 1/4, 1/3 e 1/2 vão do arco 5 e as restantes composições sobre os restantes arcos da ponte. Nos casos de carga 3, 6 e 4, o 1.º eixo encontra-se respetivamente posicionado a 3/4, 2/3 e 1/2 vão do arco 5 e as restantes composições no lado nascente.

Finalmente note-se que para o modelo 3D as cargas transmitidas pelos eixos do comboio ao tabuleiro da ponte foram caracterizadas por forças concentradas verticais, distribuídas de acordo com o esquema indicado na **Figura 5.4**, por veículo. Os valores das cargas de cada eixo foram divididas equitativamente para cada carril.

Para o modelo numérico 2D as cargas transmitidas ao tabuleiro da ponte pelos eixos do comboio foram caracterizadas por forças concentradas verticais aplicadas no plano xy, representando cada força concentrada por eixo, o somatório das cargas transmitidas por esse eixo aos carris.

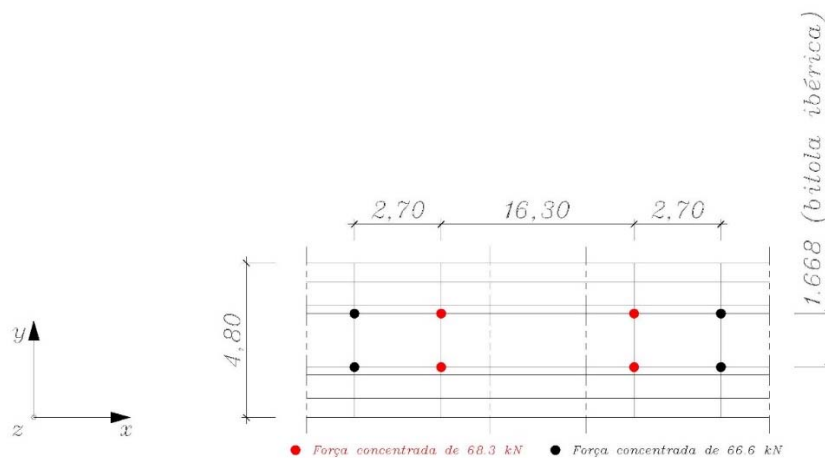


Figura 5.4: Esquema de distribuição das cargas concentradas que representam a ação de cada veículo tipo BBN do comboio Alfa-Pendular

5.3- ANÁLISE DA RESPOSTA ESTÁTICA DOS MODELOS EF

Conforme já referido, para proceder à análise da resposta da ponte, a estrutura foi discretizada através do método dos elementos finitos, com recurso ao programa Cast3M (CEA 2005). A descrição pormenorizada da metodologia da discretização da estrutura foi apresentada no Capítulo 4, tendo sido já apresentada na **Figura 4.8** a malha de elementos finitos usada na modelação.

A análise global da estrutura da ponte foi obtida sob condições de comportamento linear elástico, tendo sido calculada a sua resposta global às ações consideradas neste estudo.

O conjunto das ações é constituído pelo peso próprio e pelas cargas ferroviárias sobre a ponte, tal como representado na secção 5.2.

Deste modo, em regime linear, foram calculadas as deformações globais e as tensões principais máximas e mínimas na estrutura devidas às ações referidas anteriormente, as quais foram comparadas com as tensões principais máximas e mínimas na estrutura representada pelo modelo numérico 2D e 3D.

O cálculo numérico das características dinâmicas da estrutura constituiu uma tarefa auxiliar prévia, tendo como objetivos fundamentais a calibração do modelo numérico a adotar, tal como se apresentou detalhadamente na secção 4.3, onde se incluiu a representação dos cinco primeiros modos de vibração e os valores das correspondentes frequências naturais.

5.3.1- Resposta 2D do modelo de elementos finitos

A resposta do modelo 2D da ponte sob ação do peso próprio acrescido das cargas do comboio Alfa-Pendular, apresenta-se na **Figura 5.5** em termos da sua deformada, em alçado, para o caso de carga 2 que impôs o maior deslocamento vertical na estrutura e os correspondentes resultados do cálculo estático em termos de tensões principais de tração e de compressão apresentam-se na **Figura 5.6** e na **Figura 5.7**, respetivamente.

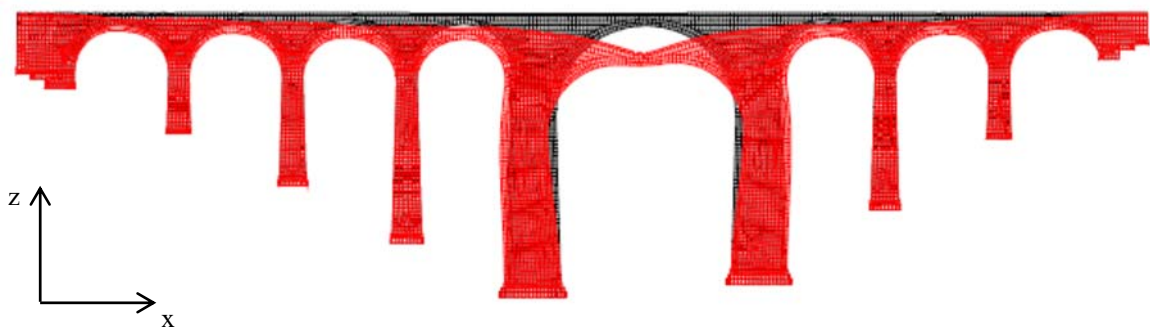


Figura 5.5: Deformada devido ao peso próprio e cargas ferroviárias – caso de carga 2. Fator de amplificação da deformada = 1000

Verifica-se que o deslocamento máximo vertical foi observado no arco 5, com um valor de -8.3937 mm, correspondente a cerca de $\frac{1}{4527}$ do vão.

As tensões principais máximas e mínimas correspondem a 0.84 MPa e 2.79 MPa respetivamente, verificando-se tratarem-se de valores bastante reduzidos e comparáveis com as características de resistência de materiais usados.

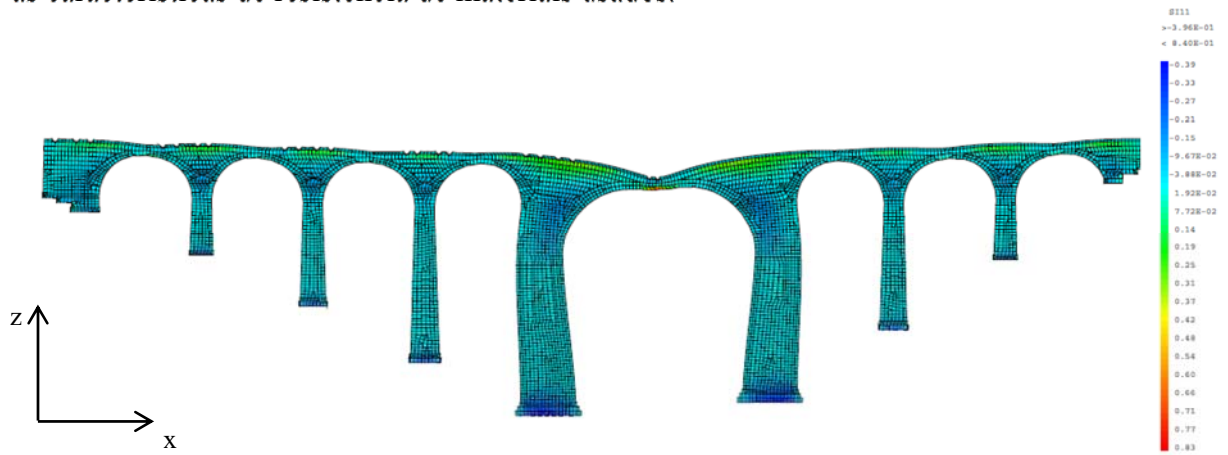


Figura 5.6: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 2)

$$\sigma_{1max}^+ = 0.84 MPa$$

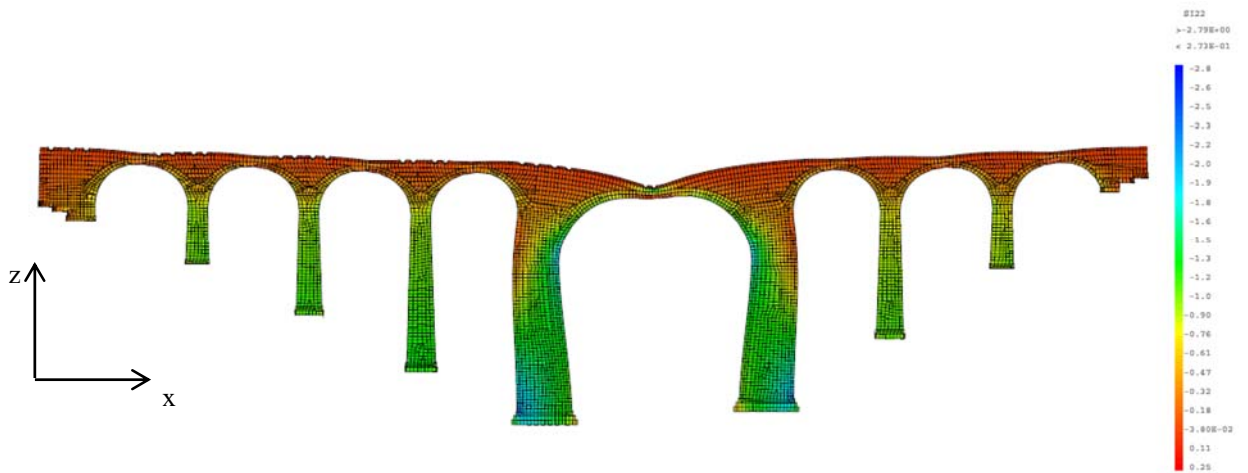


Figura 5.7: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 2)

$$\sigma_{2max}^- = 2.79 MPa$$

No **Quadro 5.1** sintetizam-se os valores máximos dos deslocamentos verticais, na zona correspondente ao arco 5, obtidos da análise da estrutura para todos os casos de carga considerados.

Quadro 5.1: Deslocamentos máximos da estrutura na zona correspondente ao arco 5, devido ao peso próprio e cargas ferroviárias estáticas

Casos de carga	Sentido do deslocamento	Localização do 1.º eixo do comboio no vão do arco 5	Coordenadas/Deslocamentos máximos (ARCO 5)		
			X	Y	d
			(m)	(m)	(mm)
1	Oeste-Este	1/4 vão	131.290	2.626	7.570
5	Oeste-Este	1/3 vão	131.290	2.626	7.799
2	Oeste-Este	1/2 vão	131.290	2.626	8.394
3	Este-Oeste	1/4 vão	132.090	2.540	7.545
6	Este-Oeste	1/3 vão	132.580	1.902	7.777
4	Este-Oeste	1/2 vão	132.090	1.840	8.358

Atendendo aos resultados do **Quadro 5.1**, verifica-se que os valores, mínimo e máximo, de deslocamentos da estrutura, compreendidos entre 7.545 mm, correspondente a cerca de $\frac{L}{5036}$ do vão do arco 5, para o caso de carga 3 e 8.394 mm, correspondente a cerca de $\frac{1}{4527}$ do vão do arco 5, para o caso de carga 2, evidenciam valores de flecha bastante reduzidos.

No **Quadro 5.2** sintetizam-se os valores máximos e mínimos das tensões principais, também para os casos de carga considerados nesta análise.

Quadro 5.2: Tensões principais máximas e mínimas na estrutura, resultantes das ações devidas ao peso próprio e casos de carga estáticas correspondentes ao comboio

Casos de carga	Sentido do deslocamento	Localização do 1.º eixo	Resultante reacções (Peso Próprio) (kN)	Resultante reacções (Peso Próprio+Comboio) (kN)	Tensões principais máximas e mínimas			
					$\sigma^I_{\max}$ (Mpa)	$\sigma^I_{\min}$ (Mpa)	$\sigma^{II}_{\max}$ (Mpa)	$\sigma^{II}_{\min}$ (Mpa)
1	Oeste-Este	1/4 vão	7.38660E+04	7.62938E+04	3.87740E-01	-3.89780E-01	7.90196E-02	-2.68070E+00
5	Oeste-Este	1/3 vão	7.38660E+04	7.65636E+04	4.53370E-01	-3.92860E-01	1.12550E-01	-2.72620E+00
2	Oeste-Este	1/2 vão	7.38660E+04	7.66968E+04	8.40240E-01	-3.96140E-01	2.72780E-01	-2.78680E+00
3	Este-Oeste	1/4 vão	7.38660E+04	7.57542E+04	3.81140E-01	-3.81340E-01	9.71055E-02	-2.66990E+00
6	Este-Oeste	1/3 vão	7.38660E+04	7.58908E+04	4.44290E-01	-3.82430E-01	9.79040E-02	-2.67750E+00
4	Este-Oeste	1/2 vão	7.38660E+04	7.61572E+04	7.76110E-01	-3.85850E-01	2.24950E-01	-2.73160E+00

No que se refere a estes resultados, verifica-se que os valores máximos, quer da tensão de tração, quer da tensão de compressão ocorreram para o caso de carga 2, tal como já

representado, sendo que os valores menores destas tensões ocorreram para o caso de carga 3.

Os resultados demonstram que os valores da tensão de tração são superiores aos valores de referência encontrados no projeto da ponte ($f_c = 0.196 \text{ MPa}$ a, ver secção 3.3), localizado no arco 5 na zona das aduelas sob o ponto de aplicação da carga correspondente ao primeiro eixo do comboio para o caso de carga 2. Já o valor da tensão de compressão é compatível com os valores adotados no projeto para a alvenaria de fiadas de fiadas e superior ao valor de referência adotado no projeto para a alvenaria de pedras irregulares (alvenaria de enchimento).

Verifica-se ainda as tensões principais, máxima e mínima, ocorrem para o mesmo caso de carga que influi no arco 5 o maior deslocamento.

5.3.2- Resposta do modelo de elementos finitos 3D

Na **Figura 5.8** apresenta-se a deformada, em alçado, para o caso de carga mais desfavorável em termos de deslocamento vertical, que, tal como se esperava, foi observado no arco 5, com um valor de -6.6238 mm.



Figura 5.8: Deformada devido ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 2) no modelo 3D. Fator de amplificação da deformada = 1000

Na **Figura 5.9** e na **Figura 5.10** apresentam-se os resultados do cálculo estático em termos de tensões principais de tração e de compressão, respetivamente. Neste modelo os

valores extremos das tensões principais máxima e mínima correspondem a 0.72 MPa e 0.51 MPa respetivamente.

No **Quadro 5.3** sintetizam-se os valores máximos dos deslocamentos verticais observados no arco 5, obtidos da análise da estrutura sob ação do peso próprio, acrescido dos casos de carga ferroviária, para todos os casos de cargas de carga, incluindo-se também no **Quadro 5.3** as coordenadas do ponto no arco 5 onde se regista o valor máximo do deslocamento e a flecha correspondente.

Tendo em conta a resposta obtida nos seis casos de carga, verifica-se que as deformadas apresentam valores, máximo e mínimo, de deslocamentos da estrutura, compreendidos entre 6.62238mm, correspondente a cerca de $\frac{L}{5737}$ do valor do arco 5, para o caso de carga 2 e 6.4861 mm, correspondente a cerca de $\frac{L}{5859}$, para o caso de carga 3.

Quadro 5.3: Deslocamentos máximos da estrutura na zona correspondente ao arco 5, devido à ação do peso próprio, acrescido dos casos de carga ferroviária no modelo 3D

Casos de carga	Sentido do deslocamento	Localização do 1.º eixo	Resultante reacções (Peso Próprio) (kN)	Resultante reacções (Peso Próprio+Comboio) (kN)	Coordenadas/Deslocamentos máximos (ARCO 5)			
					X (m)	Z (m)	d (mm)	Flecha
1	Oeste-Este	1/4 vão	4.72262E+05	4.74690E+05	131.403	2.963	6.4894	L/5856
5	Oeste-Este	1/3 vão	4.72262E+05	4.74960E+05	131.403	2.963	6.5292	L/5820
2	Oeste-Este	1/2 vão	4.72262E+05	4.75093E+05	131.403	2.963	6.6238	L/5737
3	Este-Oeste	1/4 vão	4.72262E+05	4.74151E+05	131.403	2.963	6.4861	L/5859
6	Este-Oeste	1/3 vão	4.72262E+05	4.74287E+05	132.113	2.463	6.5194	L/5829
4	Este-Oeste	1/2 vão	4.72262E+05	4.74554E+05	131.403	2.963	6.6174	L/5742

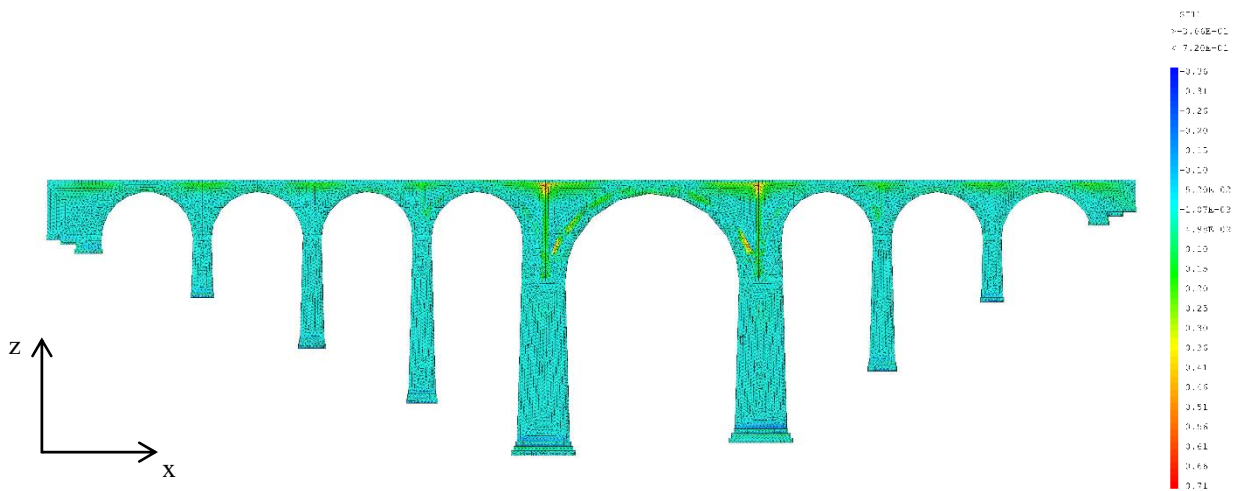


Figura 5.9: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 1) no modelo 3D.

$$\sigma_{1max}^+ = 0.72MPa$$

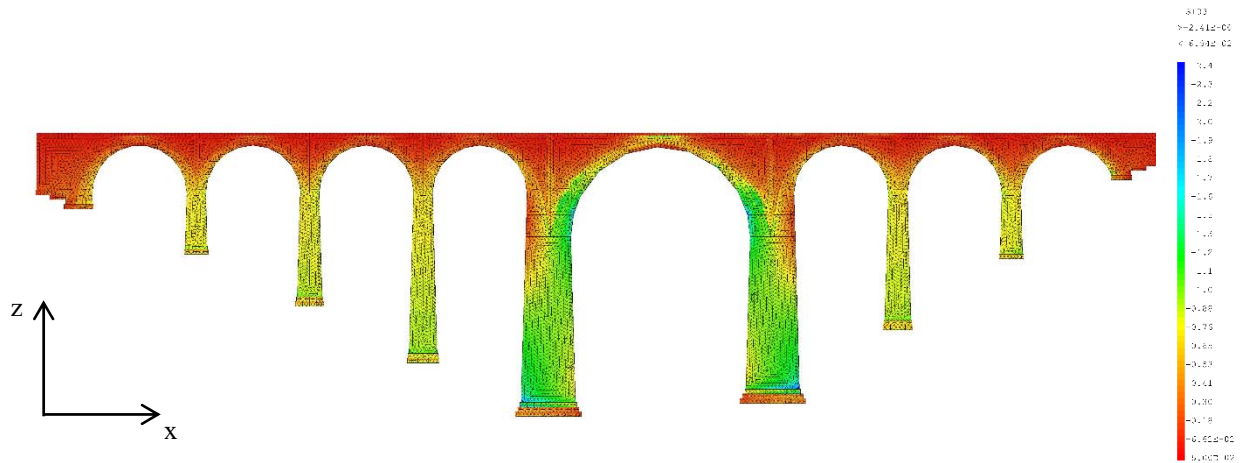


Figura 5.10: Tensões principais devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias (caso de carga 4) no modelo

3D. $\sigma_{3m\acute{a}x}^- = 2.41MPa$

No **Quadro 5.4** sintetizam-se os valores máximos e mínimos das tensões principais devidas à ação do peso próprio, acrescido dos casos de carga ferroviária.

No que se refere aos resultados do **Quadro 5.4**, verifica-se que os valores máximos da tensão de tração ocorrem no caso de carga 1, enquanto os valores máximos das tensões de compressão ocorrem para o caso de carga 4. Observa-se ainda que os valores máximos e mínimos dos deslocamentos verticais no arco 5 não apresentam correspondências com os casos de cargas que impõem os maiores valores de tensões principais máximas de tração e compressão.

A tensão máxima de compressão apresenta valores compatíveis com os utilizados no projeto da ponte para o dimensionamento da alvenaria de fiadas. No entanto é superior ao valor estimado no projeto, para o dimensionamento das alvenarias de pedras irregulares. Verifica-se também que a tensão máxima de tração é superiores ao valor previsto no projeto para todas as alvenarias (ver secção 3.4, quadro 3.1).

Quadro 5.4: Tensões principais máximas e mínimas na estrutura, resultantes das ações devidas ao peso próprio e casos de cargas estáticas ferroviárias no modelo 3D

Casos de carga	Sentido do deslocamento	Localização do 1.º eixo	Resultante reacções (Peso Próprio) (kN)	Resultante reacções (Peso Próprio+Comboio) (kN)	Tensões principais máximas e mínimas			
					$\sigma^I_{m\acute{a}x}$ (Mpa)	σ^I_{min} (Mpa)	$\sigma^{III}_{m\acute{a}x}$ (Mpa)	σ^{III}_{min} (Mpa)
1	Oeste-Este	1/4 vão	4.72262E+05	4.74690E+05	7.20060E-01	-3.65880E-01	6.49992E-02	-2.39360E+00
5	Oeste-Este	1/3 vão	4.72262E+05	4.74960E+05	7.06060E-01	-3.67130E-01	6.63113E-02	-2.39460E+00
2	Oeste-Este	1/2 vão	4.72262E+05	4.75093E+05	6.95980E-01	-3.70250E-01	7.05726E-02	-2.40140E+00
3	Este-Oeste	1/4 vão	4.72262E+05	4.74151E+05	6.68500E-01	-3.63320E-01	6.52128E-02	-2.39290E+00
6	Este-Oeste	1/3 vão	4.72262E+05	4.74287E+05	6.73520E-01	-3.63690E-01	6.60197E-02	-2.39990E+00
4	Este-Oeste	1/2 vão	4.72262E+05	4.74554E+05	6.85540E-01	-3.65370E-01	6.93834E-02	-2.40950E+00

No **Quadro 5.5** resumem-se as diferenças de resultados relativos aos deslocamentos verticais máximos e correspondentes tensões principais, mínima e máxima, de tração e de compressão na resposta da ponte quando se utilizou os modelos numéricos de elementos finitos 2D e 3D, apresentando-se ainda a diferença percentual entre os correspondentes parâmetros máximos para o caso de carga 2.

Verifica-se que a diferença apresentada entre os valores máximos dos deslocamentos verticais entre os dois modelos corresponde a cerca de 27%, ocorrendo em pontos muito próximos, e as diferenças verificadas nas tensões principais não ultrapassam os 16%.

Quadro 5.5: Deslocamentos verticais e tensões principais máximas devidas ao peso próprio e cargas ferroviárias – Diferenças percentuais entre valores máximos 2D e 3D

Casos de carga		Deslocamentos verticais máximos (Arco 5)				Tensões principais			
		Coordenadas		Deslocamento		Tração		Compressão	
		x	y	dy	Dif.Perc.	σ^+ máx	Dif.Perc.	σ^- máx	Dif.Perc.
		(m)	(m)	(mm)	(%)	(MPa)	(%)	(MPa)	(%)
2D	Caso de carga 1	131.290	2.626	7.570	17%	0.39	86%	2.68	12%
3D	Caso de carga 1	131.403	2.963	6.489		0.72		2.39	
2D	Caso de carga 2	131.290	2.626	8.394	27%	0.84	21%	2.79	16%
3D	Caso de carga 2	131.403	2.963	6.620		0.70		2.40	
2D	Caso de carga 4	132.090	1.840	8.358	26%	0.78	13%	2.73	13%
3D	Caso de carga 4	131.403	2.963	6.617		0.69		2.41	

5.4- AVALIAÇÃO DA CARGA LIMITE COM MODELOS DE BLOCOS RÍGIDOS (RING®)

Para avaliar o fator de segurança associado aos casos de carga utilizados neste estudo utilizou-se o programa *LimitState: RING 2.0* que é uma ferramenta que permite idealizar estruturas de pontes em arcos de alvenaria com conjuntos de blocos rígidos (aduelas) separados por superfícies de contacto (juntas), nas quais pode ocorrer escorregamento, esmagamento ou rotação, sendo o efeito do enchimento modelado através da dispersão pelo arco

das cargas aplicadas (degradação de cargas pelo enchimento) e através da imposição de restrições no arco (impulso passivo do enchimento) e usa o método de análise limite computacional para analisar o estado limite último, determinando a quantidade de carga ativa que pode ser aplicada antes do colapso da estrutura correspondente à formação de um mecanismo de rótulas no arco através da identificação da linha de pressões no arco. Permite também avaliar o modo de resposta de colunas submetidas a pequenos deslocamentos.

5.4.1- Definição da geometria

Na definição da geometria procurou-se reproduzir da forma mais aproximada possível o modelo 2D da ponte. Porém, no programa Ring os quadros de *Input* da definição da geometria apresentam um conjunto de parâmetros pré estabelecidos sobre os quais o utilizador não possui um controlo total, limitando-se a responder às questões colocadas. Por este motivo foram efetuados ajustamentos na geometria dos encontros e dos arcos.

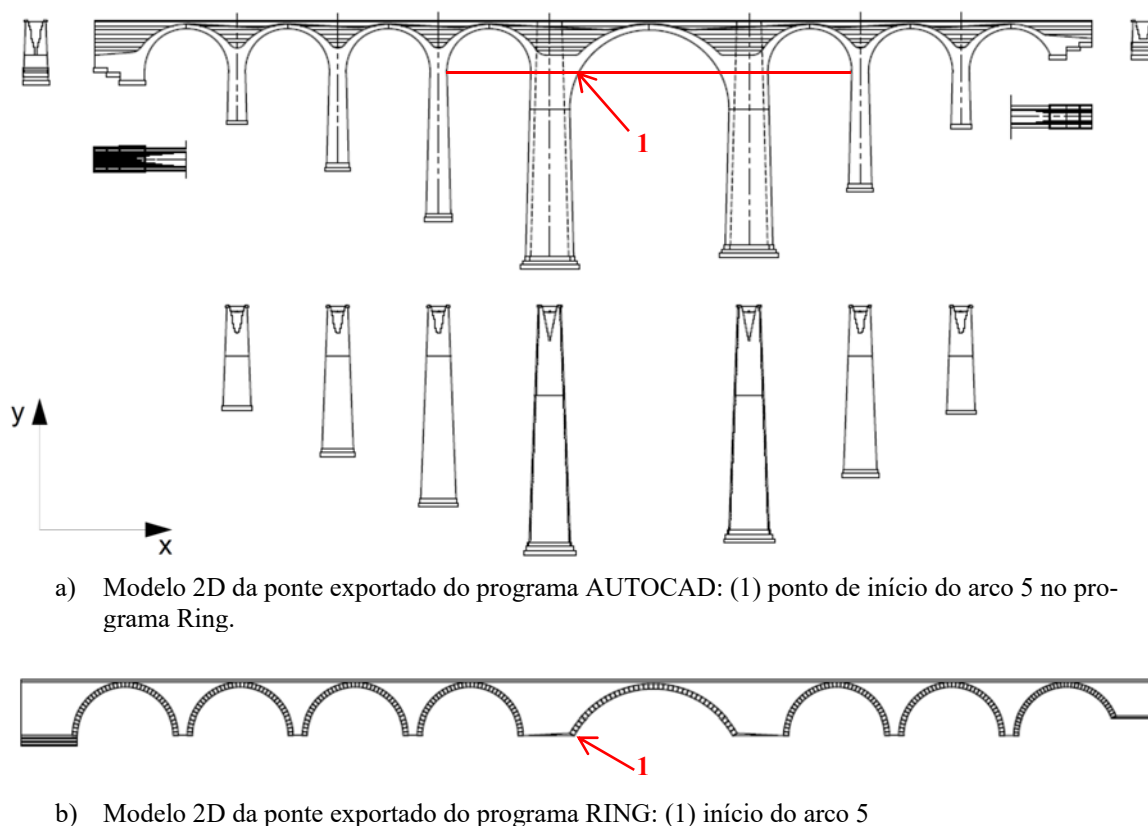


Figura 5.11: Simplificação da geometria 2D da ponte efetuada no programa RING.

Relativamente aos arcos foram definidos com uma espessura constante de 1.05 m e com um vão de 20.00 m, exceto o arco 5 que foi construído com um vão de 33.08 m a partir do ponto 1 indicado na **Figura 5.11(a)** e com uma altura de 9.64 m, definida pelo segmento de reta perpendicular à corda da circunferência que define o arco 5 no seu ponto médio.

Considerando a análise efetuada pelo programa Ring, já explicada anteriormente, e atendendo à largura do pilar na zona da nascente do arco 4 entendeu-se que a simplificação adotada permite, ainda assim, obter resultados aceitáveis. Por outro lado, as simplificações que foram adotadas no modelo utilizado no programa Ring conduzem a resultados do lado da segurança, ou seja, os valores dos fatores de segurança que se pretendem obter são menores que os esperados caso tivéssemos conseguido discretizar a geometria tal como se apresenta na **Figura 5.11(a)**.

5.4.2- Materiais constituintes da estrutura, do enchimento e tabuleiro

Tal como para a definição da geometria da ponte, os quadros de *Input* dos parâmetros dos materiais (alvenaria, enchimento e balastro) impuseram um conjunto de regras pré-estabelecidas com as quais foi necessário determinar várias relações e correlações com vista à obtenção dos parâmetros físicos e mecânicos (aproximados) dos materiais utilizados no modelo 2D numérico, apresentado na secção 4.4 do capítulo 4, para serem usados no programa Ring. Para esta caracterização foram ainda adotados os parâmetros encontrados na bibliografia existente e em informação recolhida de trabalhos em curso.

Assim, para todas as alvenarias foi adotado o valor de $\gamma = 24.25 \text{ kN} / \text{m}^3$, utilizado na zona dos arcos no modelo 2D numérico.

Para a avaliação das propriedades das juntas argamassadas (bloco-bloco) no sentido radial do arco, recorreu-se à informação existente em trabalhos realizados em amostras recolhidas na ponte de Durrães realizadas no âmbito do projeto “*StonArcRail – Caracterização Experimental e Numérica do Comportamento Estrutural de Pontes em Arco de Alvenaria de Pedra sob Ação de Tráfego Ferroviário – Aplicação a Pontes Existentes em Portugal*”, em curso. Os valores, de pico e residual, obtidos, na fase elástica, para os ensaios das juntas argamassadas da alvenaria são as indicadas nas relações (5.1)

$$\begin{aligned}\phi_p &= 38^\circ \rightarrow \mu = 0.78 & \phi_R &= 36^\circ \rightarrow \mu = 0.73 \\ c_p &= 631 \text{ kPa} & c_R &= 297 \text{ kPa}\end{aligned}\tag{5.1}$$

Do mesmo modo foi consultado o trabalho desenvolvido por (Costa C., 2009), com amostras recolhidas na ponte de Vila Fria, conduzindo os resultados dos ensaios laboratoriais às relações (5.2):

$$\begin{aligned}\phi_p &= 40.824^\circ \rightarrow \mu = 0.8639 & \phi_R &= 36.752^\circ \rightarrow \mu = 0.7468 \\ c_p &= 209.9 \text{ kPa} & c_R &= 0 \text{ kPa}\end{aligned}\tag{5.2}$$

A caracterização do enchimento no programa Ring é a fase mais complexa da introdução de dados. Neste contexto começamos por indicar o valor de $\gamma = 23.40 \text{ kN} / \text{m}^3$, correspondente ao utilizado para a zona do enchimento e muros de tímpano no modelo 2D numérico. Seguidamente, para estabelecer as propriedades dos materiais ângulo de atrito interno e coesão (ϕ, c) recorreu-se aos valores de pico das expressões (5.1).

A caracterização mecânica do enchimento e a sua interação com os arcos é resolvida pelo programa Ring recorrendo à teoria de Rankine. Neste contexto são necessários *Inputs* relativos, ao impulso ativo (5.3), ao impulso em repouso (5.4) e ao impulso passivo (5.5) - Por defeito, o programa utiliza um valor de impulso (K_{Ring}) posicionado entre os valores de K_R e K_P .

$$K_a = \frac{(1 - \sin(\phi))}{(1 + \sin(\phi))}\tag{5.3}$$

$$K_R = 1 - \sin(\phi)\tag{5.4}$$

$$K_P = \frac{(1 + \sin(\phi))}{(1 - \sin(\phi))}\tag{5.5}$$

O programa necessita ainda de informação relativa às propriedades da interface solo-arco em termos de ângulo de atrito e coesão (ϕ, c) . O estabelecimento destas relações é determinado pelas expressões (5.6) e (5.7).

$$\phi_j = c \cdot \phi_E \quad (5.6)$$

em que:

ϕ_j – corresponde ao ângulo de atrito interno da junta de interação solo-arco;

c – corresponde à coesão da relação entre o $\frac{\phi_R}{\phi_P}$ do solo (enchimento).

$$C_j = \left(\frac{C_R}{C_P} \right) \cdot C_E \quad (5.7)$$

em que:

C_j – corresponde à coesão de pico, obtida no ensaio de corte de juntas argamassadas;

C_E – corresponde à coesão do solo (enchimento) obtida no ensaio de corte de juntas argamassadas, e;

$\frac{C_R}{C_P}$ – estabelece a relação entre os valores de coesão residual (pós-pico) e a coesão

de pico no ensaio de corte de juntas argamassadas.

Neste estudo, para determinação dos valores a adotar para (ϕ, c) na interface solo-arco, respeitante à caracterização mecânica do enchimento, recorreu-se ao trabalho em curso já descrito anteriormente, apresentado para as juntas da ponte de Durrães indicadas nas relações (5.8):

$$\begin{aligned} \phi_P &= 38.0^\circ & \phi_R &= 36.0^\circ \\ c_P &= 253 \text{ kPa} & c_R &= 128 \text{ kPa} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Para contabilizar o efeito do impulso passivo provocado pelo enchimento sobre os arcos, são determinados os fatores (m_p, m_{pc}) que estabelecem uma relação de proporcionalidade direta entre a rigidez atribuída ao embricamento do enchimento e o impulso passivo e entre a rigidez atribuída à coesão do enchimento e o impulso passivo multiplicado pela coesão do enchimento, respetivamente.

Por fim, foi adotado o valor de $\gamma = 20.0 \text{ kN} / \text{m}^3$ para o peso volúmico do balastro, e um ângulo de degradação das cargas de 15° .

Esta fase da utilização do programa revelou-se ser a mais importante e aquela onde é necessária informação consistente de modo a aumentar o grau de confiança no resultado do fator de adequação dado pelo programa.

Alteram-se os utilizadores deste programa que, embora de utilização relativamente simples, pode conduzir a resultados com pouco significado, caso não se atenda convenientemente à quantificação dos parâmetros atrás explicados.

Pela aplicação dos casos de carga da **Figura 5.3** e após várias simulações, obteve-se um **fator de segurança/fator de adequação de 76.4**, para o primeiro eixo do comboio posicionado a aproximadamente 1/3 do vão do arco 5 (caso de carga 5).

5.5- CONCLUSÕES

A análise da resposta da ponte sob ação do peso próprio acrescido das cargas ferroviárias utilizadas no presente estudo utilizando o modelo numérico 2D e o modelo numérico 3D, com os mesmos parâmetros mecânicos e físicos para os materiais da estrutura, não apresenta correspondência de valores de deslocamentos verticais máximos e de tensões principais máximas.

Por outro lado, também se constatou que nos modelos 2D e 3D as tensões de tração são superiores ao valor utilizado no projeto. Porém, no modelo 2D as tensões de compressão são superiores ao valor adotado no projeto para as alvenarias de enchimentos utilizadas nos muros de tímpano e nos pilares entre arcos desiguais e compatíveis com o valor adotado para a alvenaria de fiadas. No modelo 3D as tensões de compressão são compatíveis com os valores utilizados no projeto nas alvenarias de enchimento e de fiadas.

As diferenças nos resultados na resposta da ponte quando se utilizou os modelos 2D e 3D evidência o facto do modelo 2D não reproduzir os efeitos da distribuição de esforços na direção transversal na resposta da estrutura, para além disso a espessura variável apresentada pela ponte não é traduzida geometricamente e as propriedades equivalentes dos materiais revelam características de deformabilidade traduzidas nos modos de vibração, longitudinal e vertical, diferentes do modelo 3D.

Tendo em conta os resultados obtidos na modelação numérica, embora se tenham verificado tensões de tração superiores ao valor de adotado no projeto ($f_t = 0.196 \text{ MPa}$), valor este reduzido de um fator de segurança, não é expectável que provoquem dano na estrutura. A avaliação do fator de segurança associado aos casos de carga utilizados no estudo, recorrendo para o efeito ao programa *LimitState* RING 2.0, permitiu identificar fatores de segurança associados a estas cargas de serviço na ordem de $F_c = 76.4$, bastante elevadas, como seria de esperar.

Assim, é possível admitir que para os níveis de carga de serviço não ocorram danos na estrutura da ponte, situação confirmada na inspeção visual realizada em trabalhos prece-

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

6.1- INTRODUÇÃO

Na sequência da exposição do trabalho que consta dos artigos anteriores, neste ponto apresentam-se as principais conclusões que foi possível obter.

A recolha de informação sobre a construção, designadamente os documentos facultados pela REFER relativos à elaboração do projeto e da obra permitiu proceder numa primeira fase à identificação dos materiais que intervêm nos diversos componentes da estrutura da ponte e obter informação nas peças desenhadas, com vista à sua caracterização geométrica da obra. Pela consulta dos documentos históricos verificaram-se divergências no tipo de materiais aplicados na estrutura.

Dado que no âmbito deste trabalho não foi possível a efetuar a recolha de amostras dos materiais da ponte para realização de ensaios laboratoriais com vista à caracterização das suas propriedades, a estratégia adotada passou unicamente por um longo e vasto processo de tentativa-erro com o intuito de calibrar os valores a adotar para os parâmetros físicos e mecânicos dos materiais, tendo por base um modelo numérico 3D simplificado calibrado com os resultados dos ensaios dinâmicos de vibração ambiental mediante a comparação dos valores das frequências naturais e respetivas coordenadas modais obtidas exclusivamente por via numérica e experimental.

Nesta fase procedeu-se à modelação numérica de um pilar (pilar P4) utilizando macro- elementos homogéneos equivalentes de material elástico, bem como todos os resultado obtidos na calibração do modelo numérico 3D simplificado para obtenção propriedades dos materiais das diversas zonas do pilar, com vista à sua utilização no modelo numérico 2D da ponte.

Na fase seguinte e utilizando todos os elementos obtidos anteriormente, relativos à geometria da ponte e às propriedades dos materiais foi construído um modelo numérico 2D, discretizado por macro-elementos homogêneos equivalente que representam os diversos componentes da estrutura. Este modelo relativamente ao modelo numérico 3D apresenta um maior detalhe, permitindo assim obter os parâmetros dos materiais em mais zonas da ponte. A calibração do modelo numérico 2D foi também realizada com base num processo de tentativa-erro, considerando os resultados dum modelo numérico 3D calibrado em trabalhos antecedentes bem como os resultados experimentais da identificação modal, para numa fase seguinte serem utilizados (os modelos numéricos 2D e 3D) na análise global da resposta estrutural da ponte obtida sob condições de comportamento linear elástico sob ação do peso próprio e de cargas ferroviárias aplicadas estaticamente sobre o tabuleiro

A realização de ensaios de vibração ambiental e os resultados que é possível obter constituem uma etapa primordial na caracterização mecânica das estruturas existentes, uma vez que utilizam-se procedimentos de ensaio relativamente simples e que não interferem no comportamento da estrutura bem como no seu desempenho em serviço.

Na sequência dos procedimentos de caracterização da estrutura da ponte, procedeu-se à análise da resposta estrutural tendo em consideração as ações do peso próprio e de seis casos de carga ferroviária aplicadas estaticamente sobre o tabuleiro, utilizando os modelos numéricos 2D e 3D da ponte.

Foram comparados os resultados obtidos com a utilização dos modelos numéricos 2D e 3D, em termos dos deslocamentos verticais e tensões principais, sendo que se concluiu que a utilização de modelos numéricos 2D de pontes em arcos de alvenaria de pedra, discretizados por macro-elementos homogêneos equivalente, sob comportamento linear elástico dos materiais, deve ser prudente uma vez que em situações de estruturas com secções transversais não regulares conduz a resultados cuja interpretação por comparação com os resultados para os mesmos parâmetros mas obtidos através da utilização de modelos numéricos 3D não é equivalente. Porém estes modelos numéricos apresentam uma grande vantagem relativamente aos modelos numéricos 3D no que respeita à exigência computacional.

Dado que as tensões de tração calculadas com ambos os modelos numéricos da ponte (2D e 3D) conduziram a valores mais elevados que a tensão de tração na alvenaria utilizada no projeto. Porém a avaliação do fator de segurança associado aos casos de carga estudados no âmbito deste trabalho, permitiu verificar que o nível de carga de serviço para o caso de

estudo do carregamento com o comboio Alfa-Pendular é 76.4 inferior ao valor máximo correspondente à formação de um mecanismo de rótulas no arco.

6.2- SUGESTÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

Após concluir este estudo, verifica-se que ainda há uma vasta área de trabalho a desenvolver, destacando-se seguidamente algumas questões a abordar em desenvolvimentos futuros.

Dado que a recolha de informação da ponte e a caracterização dos materiais no âmbito deste trabalho, foi essencialmente académica, sugere-se a realização de uma campanha de recolha de amostras com vista à caracterização laboratorial dos materiais da ponte, podendo deste modo e tendo por base os resultados deste trabalho e do que atualmente está em curso na FEUP resultar num conhecimento mais aprofundado das propriedades físicas e mecânicas dos materiais da estrutura.

Melhorar o detalhe da discretização dos modelos numéricos 2D e 3D da ponte, ainda que utilizando macros-elementos homogêneos com vista à avaliação da sua resposta estrutural sob comportamento linear elástico e não linear sob ação do peso próprio e de cargas ferroviárias estáticas, comparando a possibilidade de utilização dos modelos 2D devido à sua vantagem computacional.

Outros possíveis desenvolvimentos relacionam-se com o modelo das ações de tráfego, por forma a incluir a utilização de cargas rolantes.

Pode ser ainda aperfeiçoada a utilização do programa *LimitState: Ring 2.0*, designadamente na caracterização do “Backfill”, fundamental para a obtenção de resultados com grau elevado de confianças.

Por último e não menos importante, sugere-se o desenvolvimento do estudo do modelo IV do pilar 4. O modelo não foi utilizado no âmbito deste trabalho devido ao facto de termos tido a ambição de realizar a sua calibração, com base na identificação modal, utilizando a totalidade da sua geometria - desde a fundação até à nascença do arco 5. Devido à elevada pormenorização dos elementos constituintes das várias zonas do pilar, não houve capacidade computacional para atingir o objetivo. Assim, em trabalhos posteriores pode

construir-se e estudar uma secção menor ou construir uma parede em alvenaria de pedra com características às características do pilar por forma a atingir os mesmos objetivos, estimação das propriedades físicas e mecânicas dos materiais constituintes da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allemang, & Brown. (1982).

Allemang, R. J. (2003). The Modal Assurance Criterion - Twenty Years of Use and Abuse. *Journal of Sound and Vibration* 37 (8): 14-21.

Almeida, C. M. (2000). *Análise do Comportamento da Igreja do Mosteiro da Serra do Pilar à Acção dos Sismos - Tese de Mestrado em Engenharia Civil*. Porto: FEUP.

Anthoine, A. (1991). *In-plane Behaviour of Masonry: a Literature Review*. Italy, 1991: EUR 13840 EN, IST, JRC, Ispra (VA).

Costa, C. M. (2002). *Análise do Comportamento da Ponte da Lagoncinha sob Ação do Tráfego Rodoviário*. Porto: FEUP Universidade do Porto Faculdade de Engenharia.

Costa, C. M. (2009). *Análise numérica e experimental do comportamento estrutural de pontes em arco de alvenaria de pedra*. Porto: FEUP.

Costa, C., Ribeiro, D., Arêde, A., & Calçada, R. (2013). 3ascp - Congresso segurança e conservação de pontes 26-28 junho 2013. *Avaliação experimental e numérica dos parâmetros modais da ponte ferroviária do Côa*. IPT, Tomar; ISEP, Porto; FEUP, Porto.

Farinha, M. B., Reis, A. C., & Farinha, J. P. (2006). *Tabelas Técnicas*. Edições Técnicas E. T. L. Lda.

- Lopes, N. A. (2012). *Inspecção de Pontes Ferroviárias em Arcos de Alvenaria*. Tomar: Instituto Politécnico de Tomar.
- Martins, J. B. (2002). *Fundações*. Braga e Guimarães: Universidade do Minho.
- Mohamad, G., Lourenço, P. B., & Roman, H. R. (2005). Módulo de elasticidade tangente inicial de argamassas confinadas triaxialmente - Análise e previsão. *Congresso de Pontes e Estruturas*. Rio de Janeiro.
- Morais, M. (2012). *Pontes em Arco de Alvenaria - Estudo de um Caso Prático*. Dissertação de Tese de Mestrado Apresentado no Instituto Politécnico de Viseu. Viseu: Instituto Politécnico de Viseu.
- Nunes, P. C. (2009). *Teoria do Arco de Alvenaria. Uma Perspectiva Histórica*. Brasília: Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília. Dissertação de Mestrado. Brasília: Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília.
- Pegon, P., & Pinto, A. V. (1996). *Seismic Study of Monumental Structures. Structural Analysis, Modelling of Experimental Model*. Itlay, 1996: Report EUR 16387 EN, ISIS, SMU, JRC Ispra.
- Pegon, P., & Pinto, A. V. (1999). *Automatic Generation of Connected with Joints in CASTEM 2000*. Italy, 1999: Special Publications No. I.99.101, ISIS, SMU, JRC, Ispra (VA).
- REFER. (1934 - 1946). Companhia dos Caminhos de Ferro Portugueses da Beira Alta. *Ante-projeto; Projeto; Caderno de encargos; Copntrato de empreitada; Processo de correspondência da obra*.

Reis, A. C., Farinha, M. B., & Farinha, J. P. (2006). *Tabelas Técnicas*. Lisboa: Edições Técnicas E. T. L. Lda.

Ribeiro, D. R. (2012). *Efeitos dinâmicos induzidos por tráfego em pontes ferroviárias: Modelação numérica, calibração e validação experimental*. Porto: FEUP.

Silva, B. L. (2008). *Aplicação de um Modelo de Dado Contínuo na Modelação de Estruturas de Alvenaria de Pedra - Igreja de Gondar - Um caso de Estudo*. Porto: FEUP.

Teixeira-Dias, F., Pinho-da-Cruz, J., Valente, R. F., & Sousa, R. A. (2007). *Método dos Elementos Finitos - Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. Lisboa: ETEP - Edições técnicas e profissionais.