IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Educação

Práticas do professor *para* e *na* dinamização de congressos matemáticos

Relatório do Projeto de Investigação

Sónia Alexandra Marques Ferreira

Projeto orientado pela Professora Doutora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

2015

IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Educação

Práticas do professor *para* e *na* dinamização de congressos matemáticos

Relatório do Projeto de Investigação

Sónia Alexandra Marques Ferreira

Projeto orientado pela Professora Doutora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

2015

Resumo

Este estudo tem como objetivo analisar e compreender as minhas práticas de preparação e de dinamização de congressos matemáticos. Mais concretamente pretende identificar e analisar os desafios com que me deparo na minha prática nestes dois momentos de trabalho em torno dos congressos matemáticos.

O enquadramento teórico inclui três secções fundamentais que discutem as temáticas inerentes aos congressos matemáticos. O primeiro discute o entendimento de congresso matemático e descreve as suas fases, o segundo apresenta a importância dos congressos matemáticos para a aprendizagem dos alunos e o terceiro foca-se nas práticas e nos desafios colocados ao professor na preparação e na dinamização dos mesmos.

O estudo insere-se no paradigma interpretativo, segue uma abordagem qualitativa e corresponde a uma investigação sobre a própria prática. Os dados foram recolhidos recorrendo à observação participante e à análise documental. No estudo participam 26 alunos pertencentes a uma turma do 2.º ano de escolaridade e eu própria enquanto professora estagiária.

Os resultados do estudo evidenciam que na escolha das tarefas destacam-se desafios referentes à compreensão dos seus objetivos e a aspetos relacionados com a adaptação/construção dos seus contextos. Na antecipação das resoluções, realça-se a dificuldade em antecipar todas as hipóteses de resolução e em prever as dificuldades dos alunos. Na apresentação das tarefas, salientam-se desafios relativos à sua contextualização e em lidar com as intervenções dos alunos. No momento de monitorização, destacam-se as dúvidas em torno das informações a dar aos alunos e o receio de os influenciar na resolução das tarefas. Neste estudo evidencia-se também a dificuldade em selecionar e seriar os pósteres. Durante os congressos matemáticos, realça-se a dificuldade em promover discussões coletivas produtivas, associada quer ao tipo de tarefa proposta quer às minhas intervenções. Por fim, o tempo e a sua gestão surgem como uma dificuldade transversal nos momentos de preparação e dinamização do congresso matemático.

Palavras-chave: Práticas do professor; Congressos matemáticos; Tarefas; Desafios do professor.

Abstract

This study aims to analyse and to understand my practices of preparation and conduction of mathematical congresses. More specifically it intends to identify and assess the challenges that I encounter in my experience surrounding these two moments of work concerning the mathematical congresses.

The theoretical framework includes three fundamental sections that discuss the inherent theme of mathematical congresses. The first discusses the understanding of the mathematical congresses and describes its different phases, the second shows the importance of the mathematical congresses for the students learning and the third focuses on the practices and challenges placed to the teacher in the preparation and dynamize thereof.

The study is part of an interpretative paradigm, follows a qualitative approach and corresponds to an investigation on its own procedure. The data was collected using participant observation and documentary analysis. In the study, 26 student's belonging to the 2nd grade took part and well as myself as a trainee teacher.

The results of the study shows that in the choice of tasks the challenges that stand out refer to the understanding of the goals and the aspects related to the adaptation/construction of their contexts. In anticipation of the results, it highlights the difficulty in anticipating all the chances of resolution and to predict the difficulties of the students. In the presentation of the tasks, it is stressed challenges related to its contextualization and to deal with the student's intervention. At the time of monitoring, it highlights the doubts surrounding the information given to the students and the fear of influencing the resolution of tasks. In this study it also shows the difficulty in select and serialize the posters. During the mathematical congresses, it highlights the difficulty in promoting productive collective discussions, associated either to a type of proposed task or to my interventions. At last, time and its management appear as a transversal difficulty at the time of preparation and dynamize of the mathematical congresses.

Keywords: Teacher practices; Mathematical congresses; Tasks; Teacher challenges.

Agradecimentos

Às minhas colegas da ESE de Setúbal, pelas partilhas e momentos passados. Aos professores da ESE de Setúbal, em especial aos professores de Mestrado, pelas aprendizagens que me proporcionaram no decorrer da minha formação. À minha professora cooperante, por acreditar em mim enquanto professora da sua turma, pelas partilhas e por apoiar-me na implementação do projeto. Aos alunos da turma do 2.º B, por me deixarem aprender e brincar com eles. À professora Catarina Delgado, pelo apoio, pela dedicação, pela compreensão, pela força e pela paciência ao longo de todo o processo do projeto de investigação. À minha amiga Sara Gomes, pelos momentos vividos, pelas aprendizagens e pela amizade. À minha família, por estar sempre presente. À D. Cecília e ao Sr. Luís, pelo carinho e por me apoiarem diariamente. Ao Marco, por me deixar aprender com ele. Ao Tommy, por me aquecer o coração. À minha mãe e ao meu pai, pela dedicação diária, pelo carinho, pelo orgulho e pelo amor incondicional. Ao meu irmão, por acreditar em mim, orgulhar-se de mim e por me amar. Ao Fábio, meu príncipe, pelos incentivos, pela dedicação, pela força, pelo apoio, pelo carinho, por me amar todos os dias. À minha estrelinha, por todo o amor que deu.

Obrigada a todos!

Índice

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

I. Introdução

O presente projeto de investigação insere-se na Unidade Curricular Estágio III e foi desenvolvido em contexto de estágio com os alunos de uma turma do 2.º ano de escolaridade, no ano letivo de 2014-2015.

Neste capítulo começo por apresentar as minhas motivações para o desenvolvimento do projeto de investigação. Em consequência, refiro qual é o objetivo do estudo, assim como quais as questões que o orientam. Em seguida, apresento a pertinência do estudo, focando-me na importância de realizar um estudo sobre as práticas do professor e sobre uma prática específica de sala de aula inovadora. Por fim, concluo o capítulo com a descrição da organização do relatório de investigação.

1.1. Motivação, objetivo e questões do estudo

As recordações que tenho sobre todo o meu percurso escolar são muito poucas. Contudo, recordo-me que a Matemática é a área em que sempre senti um maior conforto, sendo também, em simultâneo, a área que maior curiosidade e interesse assume para mim. No entanto, como referi, faltam-me recordações. Faltam-me recordações das aulas, das práticas enquanto aluna e das práticas dos meus professores. Não me recordo da existência de momentos de discussão coletiva, não me recordo de momentos de partilha de estratégias com os meus colegas e também não me recordo da existência de trabalhos de grupo.

Esta falta de recordações evidenciou-se na formação inicial. Foi na Unidade Curricular de Introdução à Didática da Matemática que comecei a entender que a aprendizagem desta disciplina deve ser realizada com compreensão (NCTM, 2007), isto é, os alunos devem compreender os conceitos matemáticos e desenvolver a capacidade de usar os mesmos com flexibilidade adequando-os às situações. Para uma aprendizagem com compreensão, os alunos devem ser incentivados pelo professor a "compreender aquilo que lhes é pedido para aprender" (NCTM, 2007, p. 22). Assim o professor, nas suas práticas, deve proporcionar diversos tipos de experiências aos alunos, "integrando e inter-relacionando as aprendizagens individuais dos alunos com as suas aprendizagens em interação social" (Mendes, 2012, p. 5).

Foi através da consciencialização deste princípio da aprendizagem matemática que comecei a atribuir maior importância às práticas do professor na sala de aula, tendo procurado refletir sobre as mesmas. Em turma, discutimos a complexidade do ensino e dos aspetos que o professor deve atender quando pensa na sua prática letiva. Focando-nos nas práticas do professor em aulas de Matemática, discutimos várias vezes sobre as suas complexidades. Discutimos sobre a seleção de tarefas, nomeadamente no que respeita às características dos seus contextos e da sua adequação aos alunos, a importância da antecipação de resoluções, os aspetos a ter em conta na exploração das tarefas na sala de aula, dos quais destaco as complexidades associadas à promoção de discussões coletivas produtivas. Foi numa destas discussões, que envolveram a partilha de experiências de práticas em contexto de estágio de todas as estudantes, que ouvi falar nos congressos matemáticos. Associadas a estes referiram-se a partilha de estratégias de resolução entre os alunos, as discussões coletivas e o trabalho em grupo. Esta descrição contrastava com a falta de recordações que tinha das aulas de Matemática enquanto aluna no ensino básico e secundário.

Mais tarde, no mestrado, surgiu a oportunidade em imergir num projeto de investigação que pressupõe um estudo sobre um aspeto da prática em contexto de estágio. Desta forma, refletindo sobre a turma de estágio e as práticas pedagógicas realizadas na mesma, optei por focar-me nos congressos matemáticos.

Muito brevemente, os congressos matemáticos caracterizam-se por resultarem de investigações desenvolvidas em contextos que permitem "às crianças matematizar as suas vidas" (Fosnot, 2007a, p. 29), isto é, compreenderem e estabelecerem conexões entre a Matemática e aspetos do mundo real. Mendes (2012) defende que os congressos matemáticos devem partir de tarefas de nível cognitivo elevado que permitem raciocínios de ordem superior, ou seja, devem partir de tarefas desafiantes. Os congressos matemáticos resultam do culminar de um conjunto de várias fases associadas à exploração da tarefa: a apresentação da tarefa, a realização da mesma por parte dos alunos e a construção e exposição de pósteres que incluem uma seleção do que será partilhado e discutido em grupo turma (Mendes, 2012; Fosnot & Dolk, 2001).

Após pesquisa sobre o que se entende por congressos matemáticos e o que estes implicam, considerei que a realização dos mesmos na turma de contexto de estágio corresponderia a algo novo para os alunos e, simultaneamente, a uma forma de lhes proporcionar aprendizagens significativas. Nos congressos matemáticos perspetiva-se que os alunos agem como verdadeiros matemáticos, questionando, experimentando e discutindo sobre ideias matemáticas (Mendes, 2012). Efetivamente, na turma do contexto de estágio, as práticas dos alunos nas aulas de Matemática podiam caracterizar-se globalmente pela resolução de tarefas, frequentemente pertencentes ao manual escolar. Estas eram realizadas, na sua maioria, de forma individual. Após a resolução das tarefas, seguia-se a correção das mesmas. Por vezes, no momento de correção das tarefas, eram discutidos alguns aspetos inerentes à mesma, entre a professora e os alunos.

É na exploração da tarefa, na construção dos pósteres e no próprio congresso matemático que surgem momentos de discussão e reflexão entre e com os alunos sobre a resolução das tarefas, que permitem o desenvolvimento do conhecimento matemático dos mesmos (Fosnot, 2007a). É importante que o professor desenvolva práticas que favoreçam a existência de momentos de discussão e reflexão entre e com os alunos, por exemplo, questionando-os sobre o seu próprio trabalho e o dos colegas (Fosnot, 2007a; Boavida, 2008). Contudo, as práticas do professor associadas à preparação e à dinamização dos congressos matemáticos são caracterizadas por serem complexas e difíceis (Boavida, 2008). Deste modo, os congressos matemáticos são caracterizados por constituírem um conjunto de oportunidades que potenciam as aprendizagens matemáticas dos alunos e aos quais, simultaneamente, está associado um conjunto de práticas desafiadoras para o professor.

Assim, a opção por procurar analisar e compreender a minha própria prática associada à realização de congressos matemáticos, fundamenta-se por três motivações essenciais que se encontram intimamente relacionadas, a nível pessoal e a nível profissional. Em primeiro lugar, a Matemática desde sempre assumiu grande importância para mim, sendo a área sobre a qual tenho maior curiosidade, independentemente de ser ou não ser a minha área de conforto. Em segundo lugar, e numa perspetiva de focalizar a minha investigação, optei por enveredar pelos congressos matemáticos por, simultaneamente, constituírem uma prática inovadora na turma onde realizei o estágio e pela sua reconhecida importância na promoção das aprendizagens dos alunos na área da Matemática. Em terceiro lugar, baseando-me na minha própria prática de sala de aula, este estudo poderá constituir uma forma de refletir aprofundadamente sobre as práticas do professor *para* e *na* dinamização de congressos matemáticos.

Desta forma, este estudo tem como objetivo analisar e compreender as minhas práticas de preparação e de dinamização de congressos matemáticos, focando-me nos desafios com que me deparo nestes dois momentos do trabalho do professor. Assim, procuro responder às seguintes questões:

- Que desafios se colocam na preparação de congressos matemáticos?
- Que desafios se colocam na dinamização de congressos matemáticos?

É importante referir que, no presente estudo, desafio assume o mesmo entendimento que Delgado (2013) lhe atribui. Esta autora entende como desafio todas "as situações que criem tensões, dificuldades, ambivalências, dúvidas, constrangimentos e receios" (p. 144).

1.2. Pertinência do estudo

Para além de este estudo ser pertinente para mim, enquanto futura profissional de ensino, e para os alunos daquela turma, por ser uma prática inovadora e incluir um conjunto de práticas que promovem a aprendizagem da Matemática, assume também pertinência por dois aspetos mais gerais, nomeadamente o facto de ser um estudo sobre a própria prática do professor e por se focar num aspeto – os congressos matemáticos – sobre os quais existem ainda poucos estudos.

A importância de investigar a própria prática. Segundo Ponte (2002) investigar a própria prática pode ser importante por várias razões. Este autor afirma que estudos realizados sobre a própria prática podem contribuir para o esclarecimento de questões emergentes dessa mesma prática, proporcionar o "desenvolvimento profissional e organizacional" (p. 3) e podem "contribuir para o desenvolvimento da cultura profissional nesse campo de prática e até para o conhecimento da sociedade em geral"

(Ponte, 2004, p. 62). Este tipo de investigações sobre a própria prática permite, ainda, que sejam divulgadas a outras comunidades, profissionais e académicas, perspetivas importantes sobre o ensino e aprendizagem, através do conhecimento que o investigador/professor adquire na investigação sobre a sua prática (Ponte, 2002).

Sendo a atividade investigativa “um processo privilegiado de construção do conhecimento” (Ponte, 2002, p. 3), o mesmo autor salienta que o envolvimento do professor na investigação sobre a própria prática constitui um elemento determinante no desenvolvimento da identidade profissional do mesmo.

Congressos matemáticos – um aspeto sobre o qual existem ainda poucos estudos. A equipa do projeto *Desenvolvendo o Sentido de Número* (2006) considera que embora os congressos matemáticos sejam importantes, dadas as suas características facilitadoras de “debate de ideias e processos matemáticos” (p. 9), são ainda pouco divulgados entre os professores. Neste sentido, dado o objetivo da presente investigação, é evidente a pertinência do mesmo para a comunidade profissional e académica.

No artigo de Boavida (2008) sobre o projeto *Mathematics in the city,* apresentado numa conferência realizada no âmbito do projeto *Desenvolvendo o Sentido de Número*, a autora desafia Maarten Dolk – coautor de alguns livros que falam sobre os congressos matemáticos – a abordar “os desafios que a concretização dos congressos matemáticos coloca ao professor” (p. 59). No seu artigo, Boavida (2008), adiantando a Marteen Dolk algumas questões que possam surgir como desafios na prática do professor, evidencia a ausência de estudos na comunidade sobre os congressos matemáticos e os desafios que podem estar associados às práticas do professor nesta atividade.

Com efeito, sendo o presente estudo uma investigação sobre a própria prática, focada nos desafios que enfrento nas minhas práticas, *para* e *na* dinamização de congressos matemáticos, realça-se a pertinência do mesmo.

1.3. Organização do relatório

Este relatório é composto por seis capítulos, estando a cada um associado um conjunto de aspetos que passo a descrever. O primeiro corresponde ao presente capítulo, no qual apresento a motivação, o objetivo, as questões do estudo e a sua pertinência.

O segundo capítulo inclui o enquadramento teórico e encontra-se dividido em três secções fundamentais. Começo por descrever o que se entende por congresso matemático e as fases subjacentes ao mesmo. Em seguida, discuto a importância que os congressos matemáticos assumem para a aprendizagem matemática dos alunos, fazendo referência aos Programas de Matemática do Ensino Básico de 2007 e de 2013. Por último, neste capítulo, discuto as práticas do professor nos congressos matemáticos, distinguindo o trabalho do professor em dois momentos: na preparação e na dinamização dos congressos matemáticos. Nesta secção discuto ainda os desafios colocados ao mesmo nestes dois momentos da sua prática.

O terceiro capítulo corresponde à metodologia adotada na presente investigação. Ao longo das cinco secções descrevo e justifico as opções metodológicas, apresento o contexto em que o projeto foi desenvolvido, apresento e justifico as técnicas de recolha de dados utilizadas e descrevo os processos associados à recolha e à análise dos dados.

O quarto capítulo corresponde à proposta de intervenção. Nele começo por descrever as tarefas propostas aos alunos que se encontram associadas aos congressos matemáticos e termino com uma breve descrição das minhas práticas em cada fase que antecede o congresso matemático e durante próprio congresso matemático.

O quinto capítulo é referente à análise de dados. Centrada nos desafios colocados na minha prática, esta análise encontra-se dividida em oito secções fundamentais, sendo que as primeiras sete incluem a análise dos desafios com que me deparo na prática, associados a vários momentos de trabalho em torno dos congressos matemáticos: a escolha das tarefas, a antecipação de resoluções, a apresentação das tarefas, a monitorização, a seleção dos pósteres, a seriação dos pósteres e os congressos matemáticos. Por fim, a oitava secção inclui a análise de um desafio transversal a todos estes momentos de trabalho do professor – o tempo e a sua gestão.

No sexto capítulo, e último do presente relatório, apresento as conclusões do estudo e uma reflexão sobre (i) algumas das opções metodológicas associadas à investigação, (ii) as aprendizagens dos alunos ao longo do desenvolvimento do projeto e (iii) o que aprendi com a realização deste estudo e sobre a sua eventual influência nas minhas práticas futuras.

II. Congressos Matemáticos

O presente capítulo encontra-se estruturado em três secções fundamentais. Na primeira apresento o que se entende por congresso matemático e as fases que este integra. Na segunda secção refiro a importância dos congressos matemáticos para a aprendizagem matemática dos alunos. Na terceira abordo, em subsecções, as práticas do professor de preparação e de dinamização de congressos matemáticos e os desafios que lhe são colocados nestes momentos de trabalho.

2.1. Entendimento e fases de um congresso matemático

Os congressos matemáticos inscrevem-se na convicção de que a aprendizagem da Matemática parte do pressuposto que o conhecimento matemático surge através de uma comunidade de atividade, de discurso e de reflexão (Fosnot, 2007a). Fosnot (2007a), comparando a aprendizagem da Matemática com a aprendizagem da escrita, refere que tal como aprendemos a escrever, escrevendo e a discutir sobre a mesma com outros escritores, o mesmo acontece na Matemática. Assim, defende que tornamo-nos matemáticos ao envolvermo-nos em problemas matemáticos, ao encontrar formas de matematizar (*mathematizing*) os problemas e ao defender o nosso pensamento numa comunidade com outros matemáticos. Com efeito, os congressos matemáticos permitem que os alunos se tornem verdadeiros matemáticos numa comunidade matemática (Boavida, 2008; Fosnot, 2007a; Fosnot & Dolk, 2001).

Fosnot (2007a) insere os congressos matemáticos em oficinas matemáticas (*math workshop*), defendendo que as mesmas são "investigações desenvolvidas no âmbito de contextos e situações que permitem às crianças matematizar as suas vidas" (p. 27). Desta forma, os congressos matemáticos são solicitados à turma numa fase posterior a investigações realizadas pelos alunos em torno de um problema num dado contexto e situação (Fosnot & Dolk, 2001; Fosnot, 2007a).

Partindo de tarefas de desafio elevado, a realização de um congresso matemático é o "culminar de um processo" (Boavida, Silva, & Fonseca, 2009, p. 4) que integra fases características da prática do ensino exploratório da Matemática: a apresentação da tarefa, a resolução da mesma e a discussão coletiva. Inclui ainda outros momentos de trabalho em torno da tarefa, como a construção dos pósteres, a visita aos pósteres e o congresso matemático, ou seja, a discussão coletiva em torno dos pósteres (Fosnot & Dolk, 2001; Mendes, 2012; Dolk, 2008; Boavida et al., 2009; Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014). É, deste modo, que Dolk (2008) afirma que ter os jovens matemáticos a resolverem as tarefas é apenas o princípio, e as resoluções das mesmas "uma rampa de lançamento" (p. 52) para o congresso matemático.

Até à realização de um congresso matemático podem ser identificadas várias fases do trabalho dos alunos, às quais estão associados papéis distintos do professor. Numa primeira fase, o professor desafia os alunos a resolverem uma tarefa matemática, incentivando-os a interpretá-la (Canavarro et al., 2014). Os alunos realizam a tarefa, em grupo, e após resolvida inicia-se uma segunda fase – a construção de um póster com as estratégias de resolução da tarefa que os mesmos decidiram partilhar com a turma.

Segundo Boavida (2008), o póster deve permitir comunicar o pensamento dos alunos aos colegas. Assim, a sua construção requer que exista um momento de reflexão, por parte dos alunos, sobre o modo como resolveram a tarefa, a fim de explicá-lo aos colegas (Boavida, 2008). O póster servirá não apenas de apoio aos alunos para apresentarem as suas estratégias de resolução das tarefas, mas também de apoio à compreensão dessas estratégias pelos colegas (Dolk, 2008). Boavida (2008) refere também que a fase de construção dos pósteres implica que se faça "uma antecipação de questões que os colegas lhes [aos alunos] poderão colocar e de como lhes poderão responder para defenderem os seus pontos de vista" (p. 58). Desta forma, o momento de construção do póster e o que este implica serve de preparação para o congresso matemático (Dolk, 2008). Fosnot (2007a) defende que a existência de um momento, após a construção do póster, para o grupo discutir sobre o que querem comunicar aos colegas da turma é mais uma forma de os ajudar a preparem-se para o congresso.

Após construídos e discutidos em grupo, numa terceira fase, os pósteres são expostos na sala de aula, para que todos possam visitá-los. Fosnot (2007a) sugere ao professor que encoraje os alunos a visitar os pósteres dos colegas, bem como a escrever perguntas ou outro tipo de anotações sobre os pósteres, defendendo que esta atividade envolve os alunos na leitura das estratégias utilizadas por cada grupo. Antes do congresso matemático, o professor, através de critérios, seleciona e estabelece uma sequência de apresentação das produções dos alunos, tendo como intenção que as mesmas representem "contribuições positivas para a discussão coletiva" (Canavarro et al., 2014, p. 219).

Numa quarta fase, que corresponde à apresentação e discussão dos pósteres à turma, ou seja, à realização do congresso matemático, apesar de nem todos os grupos apresentarem o seu póster, toda a turma é convidada a participar na discussão coletiva (Boavida, 2008).

2.2. A importância dos congressos matemáticos

Os congressos matemáticos e as fases que estes pressupõem, são estruturados com objetivo de promover o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos a partir da existência de momentos de discussão e reflexão (Fosnot, 2007a). Com efeito, é através do envolvimento dos alunos nas tarefas que os mesmos, ao encontrar formas de matematizá-las e ao defender os seus pensamentos com os pares, se tornam verdadeiros matemáticos (Fosnot, 2007a). Assim, na fase de realização da tarefa, promove-se a existência de momentos de reflexão sobre a mesma, de modo a que os alunos a resolvam utilizando estratégias que traduzam os seus pensamentos. Desta forma, os alunos discutem em grupo sobre possíveis estratégias de resolução da tarefa e refletem, também em grupo, sobre qual a estratégia mais eficaz.

No entanto, é na construção do póster que os alunos são verdadeiramente desafiados a refletirem e a discutirem sobre as suas estratégias de resolução da tarefa. Ao terem que construir um póster – cujo objetivo relaciona-se com a intenção de "comunicar o seu pensamento" (Boavida, 2008, p. 57) – pressupõe-se a existência de momentos de discussão e reflexão com o grupo, uma vez que a construção do póster requer uma seleção da informação que se quer ver representada no mesmo (Boavida, 2008). A construção dos pósteres exige, assim, momentos de reflexão sobre o que os alunos fizeram, qual a estratégia que utilizaram e como podem explicar os seus pensamentos aos colegas. É também na construção do póster que os alunos são desafiados a anteciparem as questões que os colegas podem colocar e como lhes poderão responder. Segundo Boavida (2008), esta fase e tudo o que exige "proporciona oportunidades significativas de aprendizagem" (p. 57) a toda a turma.

Na fase de apresentação e discussão dos pósteres, designada por congresso matemático, de acordo com Boavida (2008), surgem "novas oportunidades de aprendizagem" (p. 57). Esta autora afirma que estas aprendizagens surgem associadas a dois tipos de responsabilidades atribuídas aos alunos: quem apresenta os pósteres e os restantes elementos da turma. Segundo Boavida (2008) os alunos ao serem responsáveis por apresentarem os pósteres, isto é, as suas estratégias de resolução da tarefa, têm de atender a uma série de aspetos distintos dos restantes alunos da turma: "expressar-se de forma audível por todos" (p. 58), "interpretar as questões colocadas" (p. 58), "responder e apresentar argumentos que permitam a outros compreender os seus raciocínios" (p. 58), entre outros. Relativamente aos restantes alunos, os aspetos que estes devem atender são outros: "escutar atentamente o que é dito" (p. 58), tentar "encontrar sentido no que ouvem" (p. 58) e colocar "questões caso não o compreendam" (p. 58).

Analisando os Programas de Matemática do Ensino Básico de 2007 e de 2013, percebe-se que ambos destacam que o ensino da Matemática deve contribuir para desenvolvimento de um conjunto de capacidades transversais que se encontram intimamente relacionados com algumas das potencialidades associadas à realização congressos matemáticos. Em ambos os programas acima referidos salienta-se a importância do desenvolvimento da capacidade: (i) de resolução de problemas (ME, 2007; MEC, 2013), ou seja, os alunos devem ser capazes de compreender, resolver e refletir sobre problemas matemáticos, (ii) do raciocínio matemático (ME, 2007; MEC, 2013), isto é, os alunos devem ser capazes de justificar os seus pensamentos e discutir com os colegas sobre o seu pensamento e o dos colegas, e (iii) de comunicação matemática (ME, 2007; MEC, 2013), ou seja, os alunos devem ser capazes de expressar as suas ideias matemáticas de forma clara aos colegas e interpretar as ideias dos colegas.

Efetivamente, todos os aspetos acima citados estão subjacentes à realização de congressos matemáticos, constituindo estes uma forma de os potenciar. Ainda no que se refere às potencialidades dos congressos matemáticos, Boavida (2008) acrescenta que a sua realização favorece o aparecimento de "aspectos essenciais da actividade de produção matemática" (p. 57), possibilita o aprofundamento do conhecimento matemático por parte dos alunos e promove a compreensão da "própria natureza da Matemática" (p. 57).

2.3. As práticas do professor e os congressos matemáticos

Na presente secção, são abordadas as práticas do professor na preparação e na dinamização de congressos matemáticos, bem como os desafios que se lhe colocam. Assim, a presente secção encontra-se dividida em quatro subsecções fundamentais. Na primeira, são discutidos aspetos relacionados com as práticas de preparação dos congressos matemáticos: a escolha, a preparação e a monitorização das tarefas, e a seleção e a seriação dos pósteres. Na segunda, são abordados os desafios colocados ao professor em cada um destes momentos. A terceira subsecção centra-se nas práticas do professor de dinamização de congressos matemáticos e, por fim, a última subsecção foca-se nos desafios com que o professor se depara a realizar este tipo de trabalho.

2.3.1. O trabalho do professor na preparação dos congressos matemáticos

O ensino, segundo Fosnot e Dolk (2001), assume dois momentos importantes e distintos do trabalho do professor: fora e dentro da sala de aula. A escolha e a preparação das tarefas fazem parte de práticas do professor fora da sala de aula enquanto o momento de monitorização das tarefas ocorre dentro da sala de aula. A seleção e a seriação dos pósteres a serem apresentados ocorrem essencialmente fora da sala de aula, contudo podem também ser realizadas dentro da sala de aula no momento de monitorização das tarefas.

2.3.1.1. A escolha das tarefas

Os congressos matemáticos devem partir de tarefas suficientemente ricas, a fim de possibilitar a todos os alunos sentirem-se desafiados (Fosnot, 2007b). Para Boavida et al. (2008) o desafio de uma tarefa matemática "prende-se com o grau de dificuldade que se relaciona com conhecer-se, ou não, o processo de resolução" (p. 15).

Smith e Stein (1998) apresentam uma categorização das tarefas que permite considerar se a mesma "é suscetível de proporcionar um nível adequado de desafio para os alunos" (p. 345) de uma dada sala de aula. Com efeito as autoras consideram que existem quatro níveis de exigência cognitiva: (i) memorização, (ii) procedimentos sem conexões com o significado, (iii) procedimentos com conexões e com o significado e (iv) fazer matemática.

Os dois primeiros níveis correspondem a baixos níveis de exigência cognitiva. As que são classificadas como tarefas de memorização são as que "não podem ser resolvidas usando procedimentos porque os procedimentos não existem ou o período de tempo no qual a tarefa a ser completada é demasiado curto para usar um procedimento" (Smith & Stein, p. 348). As tarefas que envolvem o uso de procedimentos sem conexões com o significado requerem também um baixo nível de exigência cognitiva aos alunos. Neste tipo de tarefas o uso de um determinado algoritmo é valorizado na resolução da mesma, sendo, por este motivo, caracterizadas pelas autoras por tarefas "algorítmicas" (Smith & Stein, p. 348).

Os dois últimos níveis categorizados pelas autoras correspondem a níveis de exigência cognitiva mais elevada. As tarefas que permitem o uso de procedimentos com conexões e com o significado são tarefas que sugerem caminhos para chegar a procedimentos gerais. Estas tarefas valorizam o uso de procedimentos a fim de desenvolver a compreensão de conceitos matemáticos e suscitam, normalmente, diferentes representações (diagramas, materiais manipuláveis, situações-problemas, etc.) que facilitam a construção de significado dos conceitos envolvidos (Smith & Stein, 1998). As tarefas que se enquadram no nível fazer matemática, correspondendo também a um nível de exigência cognitiva mais elevada, requerem um pensamento complexo dada a sua exigência no que respeita a exploração de conceitos matemáticos, processos e as suas relações (Smith & Stein, 1998).

Também Ponte (2005) considera quatro dimensões que permitem distinguir o tipo de tarefa: (i) o grau de desafio matemático; (ii) o grau de estrutura; (iii) a duração da tarefa; e, (iv) o contexto da tarefa. Segundo o autor, (i) o grau de desafio matemático "relaciona-se de forma estreita com a percepção da dificuldade de uma questão" (p. 7) e varia entre "reduzido e elevado" (p. 7). Relativamente (ii) ao grau de estrutura, existe uma variação entre "fechado e aberto" (p. 7), isto é, uma tarefa é considerada fechada quando é claro o que é dado e o que é pedido aos alunos, sendo que uma tarefa aberta é precisamente quando a tarefa "comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas" (p. 8). Cruzando estas duas primeiras dimensões, o autor obtém quatro tipos de tarefas: exercícios, problemas, investigações e tarefas de exploração (figura 1).

Figura 1: Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005)

O esquema de Ponte (2005), apresentado na figura 1, caracteriza os exercícios como tarefas de desafio reduzido que apresentam uma estrutura fechada. Os problemas são caracterizados por serem também tarefas com uma estrutura fechada, porém de desafio elevado. Como os problemas, as investigações envolvem um grau de desafio elevado, contudo, apresentam uma estrutura aberta. Por fim, as tarefas de exploração não apresentam desafio elevado, mas são caracterizadas por apresentarem uma estrutura aberta.

Como referido na categorização representada no esquema da figura 1, Ponte (2005) teve em consideração o cruzamento das duas primeiras dimensões que permitem distinguir as tarefas. Contudo, o autor também atribui importância às dimensões duração de uma tarefa e contexto da tarefa. Ponte (2005) refere que a duração de uma tarefa pode ser "curta ou longa" (p. 9). Com efeito, segundo o autor, um exercício é caracterizado por ser uma tarefa de curta duração, os problemas, as tarefas de exploração e de investigação caracterizam-se por serem tarefas de média duração e, por fim, um projeto é uma tarefa de longa duração. Relativamente à dimensão contexto de uma tarefa, esta pode ser "real", "semirreal" ou "puramente matemático" (p. 11). Segundo o autor, os diferentes tipos de tarefas tanto podem surgir em contextos reais, semirreais ou puramente matemáticos.

Fosnot (2007a) atribui grande importância ao contexto das tarefas inserindo-o numa das componentes necessárias a ter em conta para a preparação de um congresso matemático. A autora defende que o contexto deve ser cuidadosamente escolhido, podendo partir de histórias e/ou imagens, tendo como principal objetivo a promoção e o apoio no desenvolvimento de estratégias, grandes ideias e modelos matemáticos[1] por parte dos alunos. É, desta forma, que considera como bons contextos de aprendizagem os que permitem aos "estudantes imaginar, perceber e refletir sobre o que estão fazendo, e que irá, potencialmente, ter um efeito sobre o desenvolvimento matemático" (Fosnot, 2007a, p. 19).

Mendes (2012), citando Fosnot e Dolk (2001), enuncia três desejáveis componentes num contexto de uma tarefa: "(i) permitir o uso de modelos, (ii) fazer 'sentido' para os alunos e (iii) criar surpresa e suscitar questões" (Mendes, 2012, p. 199). Esta autora descreve que a primeira componente está relacionada com a inclusão, nas tarefas, de situações que promovam a utilização de modelos matemáticos pelos alunos, como por exemplo o modelo retangular, no caso da aprendizagem da multiplicação. A componente fazer 'sentido' para os alunos relaciona-se com as características das situações associadas aos contextos das tarefas. Isto é, as tarefas devem partir de situações reais ou imaginárias, contudo, devem também fazer 'sentido' para a construção de estruturas e relações matemáticas (Mendes, 2012). Por último, a autora descreve que a terceira componente, atribuída por Fosnot e Dolk (2001), está relacionada com o interesse e desafio que as tarefas devem suscitar nos alunos.

A fim de propor tarefas adequadas ao contexto de sala de aula, Fosnot e Dolk (2001) afirmam ser importante pensar nas mesmas na perspetiva do desenvolvimento matemático dos alunos no sentido de paisagem de aprendizagem (*landscape of learning*). Ou seja, Fosnot e Dolk (2001) defendem que apesar do professor refletir sobre o desenvolvimento das aprendizagens de cada criança é fundamental centrar, de forma equilibrada, a atenção em toda a turma. Assim, os autores consideram que para uma boa prática pedagógica é necessário que os professores sejam capazes de viver no limite (*living on the edge*) entre a estrutura matemática e o desenvolvimento do aluno. O

[1] *Strategies, big ideas and mathematical models,* no original – A autora defende que as estratégias definem-se por serem "esquemas organizacionais que os alunos utilizam para resolver um problema" (Fosnot, 2007b, p. 14); As grandes ideias estão relacionadas com as "estruturas da Matemática" (Fosnot, 2007b, p. 14); Os modelos matemáticos correspondem a "representações de situações ou problemas" (Fosnot, 2007b, p. 14).

professor deve pensar em contextos e situações comuns a toda a turma, de modo a que cada aluno se sinta desafiado na exploração da tarefa (Fosnot & Dolk, 2001).

2.3.1.2. A preparação das tarefas: a antecipação de resoluções e a organização da sala de aula

Antecipar as resoluções dos alunos e as dificuldades que os mesmos possam encontrar na exploração da tarefa faz também parte da preparação das tarefas. Stein, Engle, Smith, e Hughes (2008) apresentam a antecipação no conjunto de cinco práticas que consideram ser úteis para a orquestração de discussões coletivas produtivas, como o caso dos congressos matemáticos. Estes autores defendem ser crucial que o professor resolva a tarefa a fim de antecipar o maior número de estratégias que os alunos possam utilizar na sua resolução, quer sejam corretas ou incorretas. Do mesmo modo, espera-se que o professor seja capaz de compreender quais as possíveis dificuldades que os alunos possam ter na interpretação da tarefa. Desta forma, os autores atribuem grande importância à antecipação das resoluções dos alunos, referindo que a mesma pode apoiar o professor na compreensão de possíveis dificuldades que os alunos possam ter, podendo assim, mais facilmente, apoiá-los no momento de resolução da tarefa. No momento de antecipação torna-se importante que o professor se coloque na posição dos alunos para que consiga prever resoluções com diferentes graus de sofisticação (Stein et al., 2008; Equipa do PFCM 2009/2010, 2010/2011; Mendes, 2012). A colocação no papel dos alunos permite ao professor compreender melhor o pensamento mesmos e quais as suas dificuldades na resolução da tarefa.

Fosnot (2007a) faz referência à importância do professor refletir sobre a organização da sala de aula antes de propor a exploração de uma tarefa aos alunos. A autora afirma que a existência de um momento de reflexão sobre o modo como a sala de aula está organizada e a disposição e acessibilidades dos materiais da sala podem promover a autonomia dos alunos. Efetivamente, segundo esta autora, a sala de aula e materiais devem estar organizados a fim de se encontrarem acessíveis e disponíveis para toda a turma, de modo a que os alunos possam trabalhar de forma menos dependente do professor (Fosnot, 2007a).

2.3.1.3. A monitorização das tarefas

Apesar de se desejar uma autonomia progressiva por parte dos alunos no decorrer da exploração de uma tarefa, o professor deve monitorizar o trabalho dos alunos

(Ponte, Brocardo, & Oliveira, 2003). É importante que o professor procure estabelecer um equilíbrio entre a autonomia dos alunos e a monitorização, por parte do professor, ao trabalho que os alunos desenvolvem (Ponte el al, 2003).

Fosnot (2007a) defende que o professor deve circular pela sala de aula no momento de exploração das tarefas, tomando especial atenção às estratégias que os alunos utilizam, bem como as suas explicações sobre o modo como estão a pensar. Também Stein et al. (2008) destacam que a monitorização do trabalho dos alunos não se limita pela circulação do professor pela sala de aula. Os autores, integrando a monitorização no conjunto das cinco práticas que consideram ser úteis para a orquestração de discussões coletivas, defendem que neste momento importa que o professor seja capaz de observar e tentar compreender os pensamentos dos alunos, a forma como estes resolveram a tarefa e como a interpretaram. Para estes autores o principal objetivo de monitorizar o trabalho dos alunos é "identificar o potencial de aprendizagem matemática de estratégias ou representações usadas pelos alunos em particular" (Stein et al., 2008, p. 326), a fim de identificar o que deve ser partilhado e discutido em turma na fase de discussão coletiva.

São vários os autores que afirmam que o professor deve privilegiar uma atitude interrogativa na monitorização das tarefas, a fim de compreender os raciocínios dos alunos (Fosnot, 2007a; Ponte et al., 2003). Ponte et al. (2003) defendem que as questões colocadas aos alunos podem assumir formas distintas e ter diferentes objetivos. Nesta linha de pensamento, os autores afirmam que podem surgir questões com objetivo de clarificação e compreensão de ideias, tanto por parte do professor como dos alunos, bem como devem surgir questões aliadas à promoção de reflexão sobre o trabalho dos alunos. No entanto, segundo Fosnot (2007a), as questões que se inscrevem como as melhores questões a serem colocadas aos alunos na aula de matemática são as que promovem momentos de reflexão sobre o que estão a fazer. A autora refere ainda que estas questões devem surgir quando o professor sente que é pertinente e têm como objetivo apoiar os alunos a explicitarem os seus raciocínios e aumentar o nível de reflexão por parte dos mesmos sobre o trabalho que estão a realizar (Fosnot, 2007a).

Ainda no momento de monitorização, Fosnot (2007a) defende que tanto o professor como os alunos precisam de tempo para preparar o que vão apresentar no congresso matemático. Este tempo é dado no momento de construção do póster. Com efeito, ao construírem o póster com as estratégias que ilustram a forma como pensaram para resolverem a tarefa, os alunos discutem entre si e decidem, em grupo, o que vão colocar no seu póster e o que querem apresentar à turma numa fase posterior. Segundo Dolk (2008), a existência de um momento de construção dos pósteres cria oportunidades aos alunos de reflexão sobre o seu trabalho. Enquanto os pósteres estão a ser elaborados e os grupos estão a prepararem-se para apresentarem as suas ideias e estratégias de resolução, cabe ao professor observar e tentar compreender as estratégias e ideias dos alunos, a fim de estruturar e organizar da melhor forma possível o congresso matemático (Fosnot, 2007a; Dolk, 2008).

2.3.1.4. A seleção e a seriação dos pósteres

Por uma questão de tempo e porque algumas das estratégias dos alunos são similares, os pósteres produzidos pelos alunos devem passar por uma fase de seleção e de seriação. Com efeito, o professor deve ponderar critiriosamente quais os dois ou três pósteres que serão alvo de discussão coletiva (Fosnot, 2007a). Segundo Boavida (2008) os critérios que o professor utiliza para selecionar e seriar os pósteres a serem apresentados têm por referência os objetivos estabelecidos para a aula, as características de cada aluno e as estratégias utilizadas.

Não obstante, Fosnot (2007a) defende que o professor pode utilizar três tipos de critérios de seleção e seriação. O primeiro relaciona-se com a iniciação da apresentação e discussão de pósteres com estratégias consideradas menos eficazes, e de melhor compreensão pelos alunos, sendo que estas, segundo a autora, proporcionam um nível básico de discussão para todos, seguindo-se para a apresentação e discussão dos pósteres que apresentam estratégias de resolução mais eficazes. Fosnot (2007a) refere que este critério de seleção e seriação pode proporcionar, simultaneamente, um desafio e um convite aos alunos para uma reflexão sobre possíveis estratégias mais eficazes. O segundo tipo de critério enunciado por Fosnot (2007a) é a seleção de pósteres que contenham estratégias de resolução que estejam relacionadas com uma grande ideia (*big idea*), isto é, os pósteres que são apresentados e discutidos pelos alunos reúnem particularidades comuns que conduzem a questões inerentes à formação de conjeturas que merecem ser discutidas em turma. Por último, Fosnot (2007a) sugere um terceiro critério de seleção dos pósteres e respetiva seriação, baseada nas representações dos alunos. A autora indica que as representações dos mesmos podem ser utilizadas de modo a que, no futuro, tornem--se em modelos generalizáveis, servindo, por consequência, de ferramentas úteis para os mesmos.

Também Stein et al. (2008), tal como Fosnot (2007a), atribuem grande importância aos critérios de seleção e seriação das resoluções que devem ser discutidas em turma, integrando estas práticas no conjunto das cinco práticas úteis para a orquestração de discussões coletivas. Segundo os autores, a seleção deve ser feita tendo em conta uma ideia, uma estratégia ou uma representação que os alunos utilizam para resolver a tarefa. Os autores realçam que o professor deve, de forma consciente, selecionar as produções dos alunos tendo em vista um momento de discussão coletiva produtiva (Stein et al., 2008). Após seleção das produções a serem discutidas, o professor deve seriá-las, uma vez que "ao fazer escolhas intencionais sobre a ordem em que o trabalho dos alunos é compartilhado […] as hipóteses dos objetivos serem alcançados são maximizadas" (Stein et al., 2008, p. 329). Com efeito, Stein et al. (2008) apresentam, alguns exemplos de critérios de seriação: apresentar em primeiro lugar a estratégia que a maior parte da turma utilizou, seguindo-se pela apresentação da estratégia utilizada por alguns e assim sucessivamente; ou iniciar a apresentação pela estratégia mais fácil e seguir para a estratégia de nível cognitivo mais elevado; ou iniciar a apresentação por uma estratégia incorreta, igualmente utilizada por vários alunos, e seguir para a apresentação de estratégias mais eficazes (Stein et al., 2008; Mendes, 2012). Contudo, Stein et al. (2008) destacam que independentemente do critério seguido, a seriação das produções dos alunos depende fundamentalmente do conhecimento que o professor tem dos seus alunos e dos objetivos associados à tarefa (Stein et al., 2008).

2.3.2. Desafios do professor na preparação de congressos matemáticos

Tendo como premissa que "as decisões e ações que os professores fazem no coração do ensino são muitas vezes reações em frações de segundo feitas no momento de interação com os alunos, e, portanto, inerentemente são o resultado do seu subconsciente" (Imm, Fosnot, Dolk, Jacob, & Stylianou, 2012, p. 19), compreende-se que o professor é constatemente colocado perante distintos desafios no ensino. Da mesma forma que a preparação dos congressos matemáticos é iniciada na escolha das tarefas é também neste momento que surgem os primeiros desafios.

Segundo vários autores a planificação de uma tarefa é um dos desafios colocados ao professor na sua prática (Dias & Santos, 2012; Delgado, 2013). Kraemer (2008), destacando também o momento de planificar uma tarefa como um dos momentos mais difíceis para o professor, procurou apontar três "condições-chave" (p. 20) para a realização de uma boa tarefa, tendo como princípio o foco sobre:

(i) o processo de matematização de cada aluno;
(ii) as ideias matemáticas, procedimentos e modelos que eles utilizam ao matematizar;
(iii) a organização matemática destas construções pessoais no decurso da reflexão em grande grupo.

Estas três "condições-chave" vão ao encontro do sentido de paisagem de aprendizagem defendido por Fosnot e Dolk (2001), uma vez que o professor deve manter o foco no momento de planificar uma tarefa, tal como Kraemer (2008) principia, tanto no desenvolvimento de cada aluno como no desenvolvimento de aprendizagens de a turma.

O estudo realizado por Delgado (2013) salienta como um desafio para o professor a escolha de contextos adequados que permitam aos alunos a atribuição de significado aos mesmos. Referindo-se em particular a tarefas que visam a aprendizagem dos números e das operações, o mesmo estudo refere que constitui também um desafio para os professores a escolha de contextos que permitam fazer emergir o uso de determinadas relações numéricas e propriedades das operações, obrigando, entre outros aspetos, a procura/construção de imagens e o uso de números de referência na conceção das tarefas.

A antecipação das resoluções dos alunos segundo Canavarro (2011) constitui também num desafio que se coloca na prática do professor no momento de planificar uma tarefa. O artigo de Oliveira e Carvalho (2014) salienta a dificuldade nas práticas de duas professoras no momento de antecipar. Segundo o mesmo, a colocação no papel do aluno, que esta prática pressupõe, é um "exercício de antecipação difícil" (p. 484). No mesmo artigo, estas autoras afirmam que a antecipação torna-se particularmente difícil quando as tarefas são mais abertas e assumem um maior grau de autonomia (Oliveira & Carvalho, 2014).

Smith e Stein (1998) afirmam que desde a escolha de uma tarefa pelo professor até ao momento de realização da mesma pelos alunos, a tarefa pode sofrer alterações relativas ao seu nível de exigência cognitiva. Estes autores propõem um quadro conceptual que apresenta as fases de uma tarefa e os fatores que podem contribuir para alterar o seu nível de exigência cognitiva.

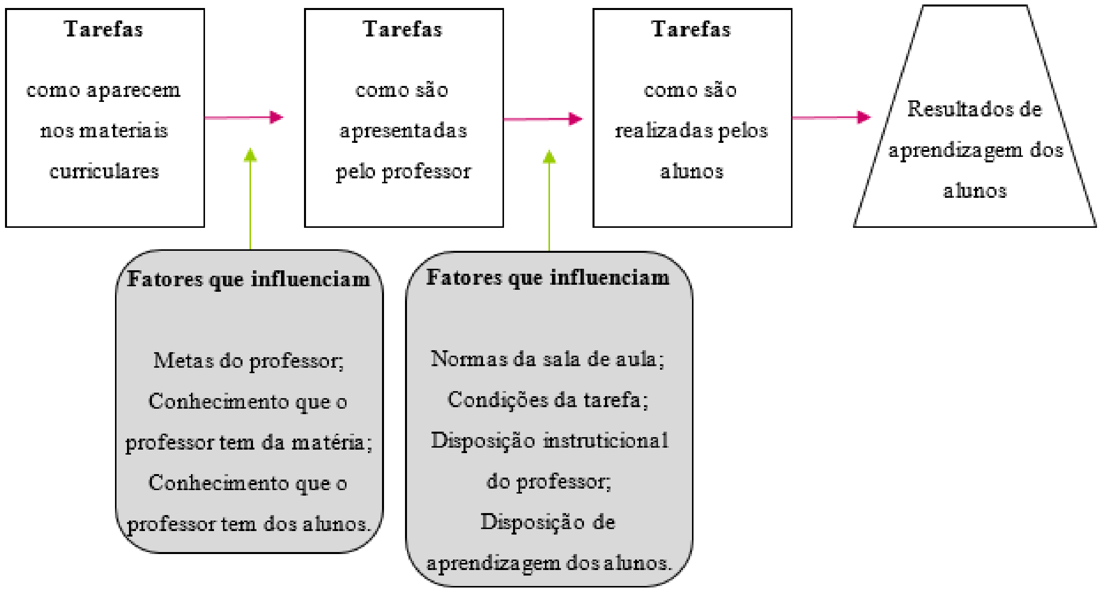


Figura 2: Quadro conceptual das tarefas matemáticas (Smith & Stein, 1998)

Segundo Smith e Stein (1998), as tarefas matemáticas passam por três fases, representadas nos três retângulos na figura 2. No momento de passagem de uma fase para a outra, a natureza das tarefas é por vezes modificada (Smith & Stein, 1998). Ou seja, a tarefa tal como surge nos materiais na primeira fase, nem sempre corresponde à tarefa que o professor apresenta aos alunos e, esta, nem sempre é a mesma que os alunos fazem. Por vezes, de acordo com estes autores, uma tarefa de nível cognitivo elevado não sofre alterações relativamente a este aspeto, permitindo aos alunos pensar e raciocinar de forma complexa com significado. No entanto, outras vezes, uma tarefa que se enquadra num nível cognitivo elevado altera-se, na passagem de uma das fases para outra fase, para uma tarefa de baixo nível cognitivo. Citando Henningsen e Stein (1997), Smith e Stein (1998) referem vários fatores que podem influenciar a alteração da natureza da tarefa, na passagem de uma fase para a outra, como se verifica nas caixas sombreadas na figura 2. A aprendizagem dos alunos (representada no trapézio da figura 2) depende do que aconteceu à tarefa nas fases anteriores.

A passagem entre a primeira fase e a segunda fase, corresponde ao momento em que o professor seleciona, adapta ou constrói as tarefas, ocorrendo, portanto, fora da sala de aula. Neste momento de trabalho do professor em torno das tarefas, Smith e Stein (1998) indicam como fatores influenciadores da alteração do nível de exigência cognitiva das tarefas já existentes nos materiais curriculares as metas que o professor atribuiu à tarefa, ou seja o entendimento que o professor tem acerca dos objetivos da mesma, o seu conhecimento sobre os conteúdos a ensinar e o seu conhecimento acerca dos alunos.

Efetivamente, se o professor escolher uma tarefa inadequada em termos do seu nível de exigência cognitiva para um dado grupo de alunos, pode suscitar falta de interesse e/ou motivação dos alunos para a realização da mesma. Com efeito, o professor deve escolher uma tarefa que seja adequada ao grupo turma, sendo que a mesma não se deve apresentar ou com um nível cognitivo demasiado elevado ou com um nível cognitivo demasiado baixo.

O nível cognitivo das tarefas pode também ser alterado da segunda fase para a terceira fase. A 'passagem' entre estas fases, que corresponde aos momentos que constituem a exploração de uma tarefa na sala de aula (apresentação, realização da tarefa pelos alunos e discussão). É nestes momentos que se identificam frequentemente mudanças no nível cognitivo das mesmas (Smith & Stein, 1998). Smith e Stein (1998) identificam um conjunto de fatores associados às práticas do professor que podem estar na origem destas mudanças.

Como primeiro fator influenciador, estas autoras apontam o apoio dado pelo professor aos alunos. Smith e Stein (1998) consideram importante apoiar os alunos de modo equilibrado, evitando que os "aspetos problemáticos" (p. 13) inerentes à tarefa não se tornem rotineiros e deixem de constituir um desafio para os alunos. O segundo fator identificado relaciona-se com o foco atribuído pelo professor às resoluções das tarefas. Estas autoras afirmam ser crucial que o foco sejam os significados, conceitos ou compreensão das tarefas, ao invés da procura pela correção ou perfeição das respostas dos alunos. O terceiro e quarto fator identificado é relativo à gestão da sala de aula. O nível cognitivo da tarefa pode ser influenciado pelo tempo atribuído pelo professor à realização da tarefa. Para Smith e Stein (1998) é importante dar tempo aos alunos "para lidar com aspectos exigentes da tarefa" (p. 13), contudo deve-se ter especial atenção para não dar demasiado tempo para que os alunos não se distraiam da tarefa. Ainda relativamente à gestão da sala de aula, as autoras salientam, uma vez mais, a importância do apoio do professor aos alunos, sendo que os problemas de gestão da sala de aula não o devem de impedir de apoiar os alunos na realização da tarefa. Por último, o quinto fator influenciador identificado no estudo por Smith e Stein (1998) relaciona-se com o facto de o professor não responsabilizar os alunos "pelos resultados ou processos de nível elevado" (p. 13) – por exemplo, quando o professor aceita explicações pouco claras ou incorretas.

Smith e Stein (1998) referem que para manter o nível cognitivo elevado das tarefas ao longo de todo o processo, torna-se fundamental que as práticas do professor estejam assentes numa prática reflexiva. Neste sentido, consideram que o conjunto dos fatores acima identificados constituem "uma ferramenta para reflexão" (p. 11) para o professor.

Tal como Smith e Stein (1998) vários autores consideram que é importante o professor apoiar os alunos no momento em que estes realizam a tarefa (Dias & Santos, 2012; Ponte, 2014). A tomada de decisão sobre o modo como pode efetuar este apoio constitui um desafio importante para o professor, devendo fazê-lo de uma forma equilibrada (Ponte, 2014) e de modo a não interferir no processo de pensamento dos alunos (Dias & Santos, 2012). Da mesma forma, Menezes, Ferreira, Martinho e Guerreiro (2014) identificam que são colocados alguns desafios ao professor em momentos de interação e apoio aos alunos. Também estes autores afirmam que é uma tarefa difícil e desafiante "reagir às intervenções dos alunos sem lhes dar demasiada informação" (p. 148), bem como é desafiante "lidar com respostas incorretas ou incompletas tornando-as objeto de discussão" (p. 148). Por estas razões, os professores devem ser capazes de intervir junto dos alunos assumindo uma atitude interrogativa, a fim de conduzi-los a momentos de reflexão sobre o seu próprio trabalho, sem lhes induzir a uma resposta ou ideia. Assim, segundo Fosnot (2007a), o professor deve optar por intervenções do tipo: "«É uma forma interessante de iniciar»; «Ajuda-me a entender o teu caminho»; «O que te fez decidir começar desta forma?»; «O que vais fazer agora?»" (p. 29). Este tipo de intervenções permitem também ao professor compreender o raciocínio dos alunos, sendo, segundo Delgado (2013), também um aspeto considerado como um desafio para o professor.

Um outro desafio que se coloca ao professor é a gestão do tempo (Ponte et al., 2003). Dada a imprevisibilidade do que pode surgir na sala de aula, estes autores referem que uma das decisões importantes a serem tomadas pelo professor é relativa ao momento em que deve ser dada por terminada a realização da tarefa por parte dos alunos. Segundo Delgado (2013), para tomar esta decisão o professor deve ter em conta o cansaço dos alunos e a avaliação do progresso dos alunos na resolução da tarefa.

O que o professor observa e as interações que estabelece com os alunos durante o momento de realização das tarefas permitem ao mesmo tomar decisões importantes inerentes às discussões coletivas sobre as estratégias dos alunos (Domingues & Martinho, 2014). É, deste modo, através da observação e avaliação das produções da turma, que o professor é desafiado a selecionar e estabelecer uma sequência de apresentação e discussão das resoluções dos alunos (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 219). Após seleção e ordenação criteriosa das resoluções a serem apresentadas, segundo Domingues e Martinho (2014), "o professor enfrenta um exigente desafio [ao procurar] desenvolver o pensamento matemático dos alunos na fase de discussão coletiva" (p. 183) que se segue. Este aspeto será discutido na subsecção 2.3.4. do presente capítulo, no qual se discutem os desafios do professor na dinamização de congressos matemáticos.

2.3.3. O trabalho do professor na dinamização de congressos matemáticos

Na convicção de que as resoluções das tarefas dos alunos são a "rampa de lançamento" (Dolk, 2008, p. 52) para o congresso matemático, ou seja, é a partir dos pósteres dos alunos que surge a discussão coletiva. Assim, para além da importância que se atribui às práticas do professor na preparação dos congressos matemáticos, importa também atribuir importância às práticas do professor na dinamização dos mesmos.

Stein (2001) afirma que os professores devem começar por "criar um ambiente de sala de aula de respeito mútuo e confiança" (p. 110), a fim de permitir aos alunos um maior conforto para partilhar e discutir com os colegas ideias matemáticas e estratégias utilizadas. O professor deve, também, agir a fim de os alunos, a partir do trabalho que desenvolvem, produzam e avancem em direção a um "pensamento matemático mais poderoso, eficiente e preciso" (Stein et al., 2008, p. 320).

Boavida (2005), no seu estudo sobre a argumentação em Matemática, apresenta aspetos que podem influenciar ou apoiar a emergência e desenvolvimento de episódios de argumentação matemática na sala de aula: as práticas do professor no âmbito da (i) "formulação, avaliação e prova de conjecturas" (p. 898), as (ii) "situações de desacordo" e, por último, a (iii) "orquestração de discussões coletivas" (p. 898).

Boavida (2005) salienta a importância de, no momento de discussão coletiva, o professor seja capaz de "entrelaçar a formulação, a avaliação e a prova de conjeturas" (p. 898), na perspetiva de evidenciar a importância das conjeturas e como esta é intrínseca à atividade matemática. A autora afirma que o professor na sua prática deve, também, ser capaz de lidar com situações em que os alunos se encontram em desacordo, tornando visíveis as posições que se encontram em confronto, a fim de permitir aos alunos uma reflexão sobre as mesmas, posicionando-se sobre elas. O modo como o professor orquestra uma discussão coletiva constitui-se também uma prática influenciadora sobre o envolvimento dos alunos na mesma, sendo que o professor deve ser capaz de fazer emergir a participação dos alunos (Boavida, 2005).

Contudo, apesar de ser importante para a dinamização de uma discussão coletiva fazer emergir a participação dos alunos, Boavida (2008) afirma que dinamizar discussões coletivas não passa apenas "por fazer emergir contribuições dos alunos" (p. 58). A autora destaca a importância do papel do professor no momento de discussão com os alunos, realçando que o professor deve também saber o que fazer com as contribuições dos mesmos neste momento.

Também Stein et al. (2008) salientam a importância de saber o que fazer com as intervenções dos alunos, apresentando como uma prática útil à orquestração de discussões coletivas, o estabelecimento de conexões entre as resoluções dos alunos e ideias matemáticas. Estes autores afirmam ser essencial que o professor apoie os alunos, no momento de discussão, a estabelecerem conexões entre a sua resolução da tarefa com as resoluções dos colegas e as ideias matemáticas subjacentes às resoluções. Assim, segundo os mesmos autores, o professor deve promover aos alunos a existência de momentos de reflexão sobre as suas próprias resoluções e as resoluções dos colegas (Equipa do PFCM 2010-2011; Stein et al., 2008).

Com efeito, de modo a que "os alunos sejam capazes de partilhar, provar e defender o seu raciocínio, ideias e descobertas" (Dolk, 2008, p. 44), o professor deve desafiar os mesmos a explorarem relações entre as suas estratégias de resolução e a discutir a eficácia matemática das mesmas (Dolk, 2008; Stein et al., 2008).

Uma vez que orquestrar uma discussão coletiva é "uma tarefa extremamente exigente" (Boavida, 2005, p. 914), Boavida (2005) enumera um conjunto de práticas que o professor deve atender: efetuar questões desafiadoras do pensamento aos alunos e compreender qual o melhor momento para colocá-las e a quem se direciona; incentivar de forma equilibrada a intervenção dos alunos na discussão coletiva, partilhando a liderança da aula; redizer as contribuições dos alunos, utilizando expressões matematicamente mais adequadas; sistematizar ideias e/ou pensamentos quando necessário; e, por último, evidenciar posições divergentes, de modo a que os alunos se responsabilizem por chegar a consensos matematicamente válidos.

Nestes momentos de discussão coletiva surgem não só questões relacionadas com o conhecimento matemático, mas também questões de natureza social à turma (Dolk, 2008; Fosnot & Dolk, 2001). As respostas às questões de natureza social surgem a partir das normas e costumes que se desenvolvem na sala de aula com os alunos (Fosnot & Dolk, 2001; Mendes, 2012).

Qualquer sala de aula tem subjacente um conjunto de normas estabelecidas (Mendes, 2012) – por exemplo, respeitar os colegas, esperar pela sua vez para falar, escutar atentamente os colegas, etc. O conjunto dos exemplos dados designam-se por normas sociais. Contudo, nem todas as normas estabelecidas designam-se por normas sociais, uma vez que algumas são caracterizadas por serem um conjunto de costumes específicos associados a uma área disciplinar. Estas normas são, por exemplo, argumentar matematicamente, justificar o pensamento matemático, etc - designando-se por normas sociomatemáticas (Cobb & Yackel, 2011).

Cobb e Yackel (2011) defendem que as normas sociomatemáticas são construídas tanto pelo professor como pelos alunos, isto é, que ambos fazem parte da construção das mesmas. Desta forma, segundo Yackel (2001), a construção de normas sociomatemáticas devem ser construídas tendo como suporte a valorização de momentos de explicação, justificação e argumentação matemática, onde a compreensão e construção de significados assumem forte presença. Efetivamente, os congressos matemáticos, sendo dinamizados numa perspetiva de aprendizagem em comunidade, estão inseridos numa prática que tem como subjacente uma cultura de sala de aula sustentada por um conjunto de normas sociomatemáticas, onde os alunos são desafiados a agirem como verdadeiros matemáticos. Interpretando o papel de jovens matemáticos, surgem momentos de discussão em turma, como por exemplo, o que pode ser aceite como um argumento convicente, uma conjectura e/ou uma estratégia eficaz (Dolk, 2008). Assim, torna-se evidente que os congressos permitem aos alunos mais do que "comunicar ideias, soluções, problemas, provar, e conjeturar com os outros" (Fosnot, 2007a, p. 27).

2.3.4. Desafios do professor na dinamização de congressos matemáticos

Segundo Boavida (2008) dinamizar um congresso matemático "não é uma tarefa simples", (p. 59), tratando-se, efetivamente, de "um trabalho complexo que coloca o professor perante desafios" (p. 59). Inclui, entre outros aspetos, orquestrar uma discussão coletiva, aspeto que constitui um desafio importante na prática do professor.

Apoinda-se nas ideias de Lampert (2001)[2], Hammerness et al. (2005) referem que, no momento de discussão coletiva, o professor depara-se com problemas de diferentes domínios (sociais, temporais e intelectuais), podendo estes ocorrer simultaneamente. Também citando Lampert (2001), Delgado (2013) salienta esta simultaneidade referindo, por exemplo, que um dos problemas que pode surgir numa discussão matemática coletiva é "fazer emergir a Matemática" (p. 112) e, em simultâneo, "dar resposta a um conjunto de aspetos que surgem e/ou que são importantes a ter em conta" (p. 112), por exemplo, "criar representações visuais das ideias que estão a ser discutidas através de um registo comum […] e decidir quem vai solicitar para responder a uma questão ou apresentar a sua resolução" (p. 112).

Como foi referido anteriormente, é importante que o professor interprete e compreenda as estratégias de resolução dos alunos para poder decidir quais os alunos que devem responder e/ou apresentar a sua resolução aos colegas. Apoiando-se nas ideias de Kraemer (2008), Delgado (2013) salienta que nem sempre é fácil fazê-lo uma vez que:

> Algumas soluções são muito difíceis de interpretar, porque não as esperamos e porque não as olhamos com os mesmos olhos, não pensamos com os mesmos objetos matemáticos e não falamos com as mesmas palavras que o aluno (Kraemer, 2008, p. 21).

Ao mesmo tempo, o professor é desafiado a apoiar os alunos que necessitam de apoio e é responsável por envolver a turma na discussão matemática (Delgado, 2013). Para potenciar este envolvimento, o professor deve encorajar os alunos a participarem de forma ativa, "a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber do dos outros" (Canavarro, 2011, p. 17).

A iniciação de "novos segmentos de discussão" (p. 112), segundo Lampert (2001) referida por Delgado (2013), é outro desafio que pode surgir ao professor no momento da discussão matemática coletiva. Com efeito, o professor pode questionar um aluno ou convidar um aluno a efetuar uma questão. No entanto, a segunda opção faz emergir um novo desafio ao professor – tornar a resposta do aluno num "recurso produtivo de ensino e de estudo" (Lampert, 2001; cit. por Delgado, 2013, p. 112).

[2] Lampert, M. (2001). Teaching problems and the problems of teaching. New Haven, CT: Yale University Press.

Citando Lampert (2001), Delgado (2013) destaca dois grandes desafios com que o professor se depara no momento de discussão matemática coletiva que se prendem com a interação entre o aluno(s)/professor e aluno(s)/aluno(s) : “interagir com todos os alunos” (p. 113) e “ser capaz de ‘extrair’ a matemática utlizada pelos alunos” (p. 113). A dificuldade em interagir com todos os alunos relaciona-se com a impossibilidade de solicitar todos os alunos para responderem a uma dada questão. Por um lado, segundo Delgado (2013), os alunos que se voluntariam em responder e não são solicitados pelo professor a fazê-lo podem sentir frustração e, por outro lado, é importante que o professor se interrogue e compreenda o motivo de existirem alunos que nunca se voluntariam a responder. O segundo grande desafio, inerente à capacidade de ‘extração’ da “matemática utilizada pelos alunos” (Delgado, 2013, p. 113), relaciona-se com o facto de ser, para o professor, uma tarefa complexa apresentar e discutir sobre toda a matemática que os alunos utilizam na realização da tarefa, cabendo, desta forma, ao mesmo efetuar uma seleção do que deve ser apresentado e discutido coletivamente (Delgado, 2013).

Como foi referido na secção anterior, para promover a interação entre aluno(s)/professor e aluno(s)/aluno(s) é essencial desenvolver/criar um conjunto de normas. No entanto, o estabelecimento destas normas não é uma tarefa fácil. Tal como Delgado (2013) afirma, “não é pelo facto do professor informar os alunos sobre determinadas normas a seguir, […] na aula de Matemática, que os alunos apreendem essas normas” (p. 117). Desta forma, é necessário que os alunos vão, ao longo do tempo e em interação com os colegas e professor, “identificando e assimilando um conjunto de normas” (p. 117). Realçando a dificuldade de negociação das normas, Boavida (2005) sugere que o professor antecipe alguns aspetos que podem surgir no processo de negociação, como por exemplo, as intervenções dos alunos no momento de discussão e a escuta atenta dos mesmos.

Segundo Delgado (2013) o tempo e a sua gestão podem constituir um problema para o professor durante a apresentação e discussão do trabalho dos grupos. Esta autora refere que neste momento são exigidos ao professor um conjunto de tomada de decisões associadas à gestão das intervenções dos alunos e à gestão do tempo de eventuais discussões que possam surgir. Caso seja necessário, Ponte et al. (2003) sugere que, por exemplo, a exploração mais pormenorizada de algum aspeto que tenha surgido na discussão seja deixada para a aula seguinte.

III. Metodologia

Este capítulo encontra-se dividido em cinco secções fundamentais. Na primeira apresento e justifico as opções metodológicas do projeto de investigação. Na segunda apresento o contexto em que o projeto foi desenvolvido. Na terceira refiro quais as técnicas de recolha de dados que foram utilizadas no decorrer do estudo e os respetivos instrumentos. Na quarta, explicito o processo de recolha de dados e, por fim, na última secção, descrevo o processo de análise de dados.

3.1. Opções metodológicas

Afonso (2005) afirma que o paradigma interpretativo caracteriza-se "pela preocupação em compreender o mundo a partir da experiência subjetiva" (p. 34) do investigador. Pela definição dada pelo autor considero que este estudo se insere neste paradigma, uma vez que procuro analisar e compreender as minhas práticas *para* e *na* dinamização de congressos matemáticos. Tal como referido, as investigações norteadas pelo paradigma interpretativo "procuram analisar a realidade social a partir da consciência individual e da subjetividade" (p. 34), estando a subjetividade inerente às interpretações que o investigador efetua. Segundo Santos (2000), o paradigma interpretativo, intimamente relacionado com as características de uma investigação de natureza qualitativa, visa "desenvolver e aprofundar o conhecimento numa dada situação num dado contexto" (p. 188). Assim, sublinho que também no presente estudo pretende-se desenvolver e aprofundar o conhecimento das minhas práticas de preparação e de dinamização de congressos matemáticos, num dado contexto – a sala de aula.

Segundo Ponte (2002), "é a natureza das questões formuladas que determina a natureza do objecto de estudo e dos dados a recolher" (p. 14). Assim, considerando a minha prática como objeto de estudo, mais concretamente no que respeita à preparação e dinamização de congressos matemáticos, o presente estudo segue uma abordagem qualitativa.

Estabelecendo relações com as características definidas por Bogdan e Biklen (1994) sobre a investigação qualitativa com este estudo, entende-se que o mesmo decorre em "ambiente natural" (p. 48). Nesta abordagem considera-se também que os investigadores assumem grande importância no contexto onde decorre o estudo, acreditando que o mesmo pode influenciar o comportamento dos participantes. Desta forma, sublinho que os dados do presente estudo foram recolhidos em ambiente natural, tendo em vista, na análise dos mesmos, a importância que o contexto assume na minha prática. Sendo o presente estudo orientado por uma abordagem qualitativa, importa salientar que o mesmo tem em vista a compreensão de uma dada situação, tendo em conta a sua complexidade e singularidade.

Bogdan e Biklen (1994) referem ainda que "os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (p. 49). Efetivamente, neste estudo pretendo analisar e compreender a minha prática, *na* e *para* a dinamização de congressos matemáticos, bem como quais os desafios que são colocados na mesma, tentando compreendê-los e não limitar-me apenas a identificá-los.

Numa investigação qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), os dados tendem a ser analisados de forma indutiva, isto é do particular para o geral. Assim, procuro através da recolha e posterior análise dos dados recolhidos, sobre as minhas práticas de preparação e dinamização de congressos matemáticos, identificar e compreender quais os desafios que são colocados nestas mesmas práticas. Desta forma procuro construir novos conhecimentos através do meu estudo e não "confirmar ou infirmar hipóteses" (p. 50), dado que um investigador qualitativo procura "utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes" (p. 50).

A última característica definida pelos autores, relaciona-se com a forte importância atribuída ao significado numa abordagem qualitativa. No decorrer do estudo procuro estudar as minhas próprias práticas, na perspetiva de perceber qual o significado que atribuo às mesmas. Desta forma, entendo que o presente estudo segue uma abordagem metodológica qualitativa, sendo caracterizada pela observação profunda e a descrição pormenorizada do que as pessoas dizem e fazem com o objetivo de compreender as suas ações e o significado que estas atribuem a essas ações (Máximo-Esteves, 2008).

Após análise e reflexão sobre aspetos metodológicos, o presente estudo insere-se numa perspetiva de investigação sobre a prática. Contudo, considero importante explicitar, dado a sua proximidade, o que distingue a investigação sobre a prática da investigação-ação. Segundo Ponte (2002) a investigação-ação "envolve uma preocupação de intervenção imediata, muitas vezes de mudança radical" (p. 7), enquanto numa investigação sobre a prática pode não existir uma intervenção de mudança. Desta forma, entendo que o meu estudo não visa, necessariamente, uma mudança, mas sim a compreensão da minha prática numa determinada situação e contexto.

3.2. Contexto

O presente projeto de investigação foi desenvolvido em contexto de sala de aula, numa escola de 1.º Ciclo do Ensino Básico. A escola caracteriza-se por ser uma escola de referência para alunos cegos e de baixa visão. Quanto à organização da mesma, esta beneficia de duas salas de jardim-de-infância, oito salas de aula para o 1.º ciclo, uma biblioteca escolar, uma sala multiusos, um espaço de recreio coberto, um refeitório, um espaço desportivo descoberto e um espaço desportivo coberto. Caracterizada por ter uma arquitetura moderna, a escola apresenta boas condições físicas, tendo sido realizadas obras recentemente.

A turma sobre a qual o projeto foi desenvolvido é do 2.º ano, é constituída por vinte e seis alunos, doze do sexo feminino e catorze do sexo masculino. A maioria dos alunos da turma é de nacionalidade portuguesa, tendo apenas um aluno de nacionalidade brasileira. De modo geral, os alunos caracterizam-se por serem participativos, mostrando vontade de aprender. No Plano de Trabalho Anual de Turma (PTAL, 2013-2014) os alunos são caracterizados por serem "interessados e empenhados" (p. 6). Por vezes, verificam-se situações de maior empatia entre alguns alunos, contudo os mesmos mantêm boas relações entre eles e com os adultos, facilitando, desta forma, o bom funcionamento na sala de aula.

O funcionamento em termos de sala de aula é regulado por alguma organização diária tendo em conta algumas atividades rotineiras – como o preenchimento do calendário, a abertura do caderno diário e a abertura do correio – e as diferentes áreas disciplinares. Os alunos são envolvidos diariamente na avaliação dos comportamentos (individuais e coletivos), na organização da sala de aula, na organização e apresentação dos trabalhos e dos materiais, e na execução e avaliação das atividades. No decorrer da prática letiva são tidos em conta os diferentes ritmos de trabalho e de aprendizagem dos alunos. Efetivamente, sempre que possível, é elaborado um apoio individualizado quando algum aluno revela maior dificuldade. A par do apoio dado em aula aos alunos, segundo o PTAL (2013-2014), a professora de apoio educativo trabalha com a turma uma hora por semana, fazendo reforço na aprendizagem e permitindo, também assim, apoiar os alunos de um modo mais individualizado.

No que respeita à área da Matemática, a turma globalmente é interessada e participativa, ainda que alguns alunos revelem dificuldades ao "nível do raciocínio e do cálculo" (PTAL, 2013-2014, p. 10). As práticas nas aulas de Matemática são sobretudo caracterizadas pela resolução de tarefas pertencentes ao manual escolar. Normalmente realizadas de modo individual, as tarefas são corrigidas e discutidas em turma. Relativamente aos congressos matemáticos, os alunos desta turma nunca os tinham realizado, pelo que é algo novo para eles.

3.3. Técnicas de recolha de dados

Em investigações de natureza qualitativa o investigador constitui-se como o "instrumento principal" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 47). Ponte (2002) identifica a "observação, a entrevista e análise de documentos" (p. 14) como as técnicas mais comuns na recolha de dados em estudos de natureza qualitativa. Contudo, apesar de se destacarem três técnicas neste tipo de estudos, dadas as questões do presente estudo, as técnicas de recolha de dados foram a observação participante e a análise de documentos.

Observação participante

Segundo Gil (1991), a observação do tipo participante "consiste na participação real do observador na vida da comunidade, do grupo ou de uma situação determinada. Neste caso, o observador assume, pelo menos até certo ponto, o papel de um membro do grupo" (p. 107 e 108). Assim, entendo que no decorrer da implementação do projeto de investigação observei e participei ativamente em cada momento do mesmo, realçando que o meu objeto de estudo implica que a minha observação seja do tipo participante, uma vez que procuro analisar e compreender as minhas práticas numa dada situação e contexto.

No decorrer da preparação e da dinamização dos congressos matemáticos, surgiram-me três questões fundamentais sobre as quais procurei refletir: O que observar? Porquê observar? Como observar?. Desta forma, refletindo sobre as mesmas, tentei focalizar a observação nos desafios com que me deparava em cada fase, uma vez que o meu objetivo passa por analisar e compreender as minhas práticas *para* e *na* dinamização dos congressos matemáticos. Relativamente à questão "como observar?", optei por utilizar como instrumentos de recolha de dados, os registos áudio e notas de campo. Considero que ambos os instrumentos podem facilitar, numa fase posterior, a análise e reflexão do que foi observado e vivido.

Análise documental

Em primeiro lugar importa compreender o que se entende por análise documental. Chaumier, citado por Bardin (1977), defende que a análise documental é "uma operação ou um conjunto de operações visando representar o conteúdo de um documento sob uma forma diferente da original, a fim de facilitar num estado ulterior, a sua consulta e referenciação" (p. 45). A análise documental assume, também, grande importância no decorrer do presente estudo, uma vez que procuro compreender, através da análise e interpretação de vários documentos, as minhas práticas.

Assim, para realizar o presente estudo recorri aos seguintes documentos: tarefas, produções/pósteres dos alunos, planificações das aulas, antecipação de resoluções, registos efetuados para seleção e seriação dos pósteres a serem apresentados e discutidos e Planificação Anual da Área de Matemática (PAAM) (ver Anexo 1). A tabela 1 apresenta, de forma resumida, as técnicas de recolha de dados e os respetivos instrumentos:

Tabela 1: Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Técnicas	Instrumentos
Observação participante	Registo áudio Notas de campo

Análise documental	Tarefas Produções/pósteres dos alunos Planificações das aulas Antecipação de resoluções Registos inerentes à seleção e seriação dos pósteres Planificação Anual da Área de Matemática (PAAM)

3.4. Processo de recolha dos dados

A investigação em contexto de estágio decorreu ao longo de 11 semanas, tendo-se iniciado a 13 de outubro de 2014 e terminado a 7 de janeiro de 2015. A permanência no estágio durante a primeira semana, destinada essencialmente à observação, foi de segunda-feira a sexta-feira, sendo que, nas restantes semanas, foi de segunda-feira a quarta-feira. Apesar da primeira semana destinar-se à observação, o meu papel enquanto professora estagiária estendeu-se, também, a algumas intervenções na dinamização das aulas, uma vez que já conhecia a turma de estágio desde o ano letivo anterior.

Após definição do tema de estudo, em reunião com a professora Catarina Delgado, orientadora do projeto de investigação, foram abordados aspetos inerentes à preparação e dinamização de congressos matemáticos – por exemplo a escolha da tarefa, a antecipação de resoluções, o meu papel na monitorização do trabalho dos alunos, etc. À medida que fui procurando compreender os momentos pelos quais os congressos matemáticos se caracterizam, conversava com a professora cooperante sobre as mesmas, a fim de a colocar a par do projeto de investigação. Em conjunto com a professora cooperante e professora orientadora optou-se pela dinamização de um congresso matemático por semana, ficando destinados dois blocos de aulas, em dias distintos, para a preparação e dinamização de cada congresso matemático. Desta forma, os mesmos tiveram início na quarta semana de estágio e decorreram até à última semana de estágio, sendo que na terceira semana do mês de dezembro, por motivos inerentes à avaliação dos alunos, não foi realizado nenhum congresso matemático. Assim, na totalidade foram dinamizados seis congressos matemáticos. Destes fizeram parte tarefas que iam ao encontro dos conteúdos e objetivos de dois domínios da Matemática: Geometria e Medida e Números e Operações. As tarefas dos três primeiros congressos matemáticos pertenciam ao domínio de Geometria e Medida e as tarefas dos três últimos pertenciam ao domínio de Números e Operações (ver tabela 2).

Tabela 2: Congressos matemáticos – preparação e dinamização

Preparação e dinamização de Congressos Matemáticos	**Tarefas**	**Domínio**	**Datas de intervenção em sala de aula**
I	Prismas e pirâmides	Geometria e Medida	4 de novembro de 2014
II	Descobrir polígonos	Geometria e Medida	11 e 12 de novembro de 2014
III	Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope	Geometria e Medida	16, 17 e 18 de novembro de 2014
IV	Colar estrelas nos azulejos	Números e Operações	25 e 26 de novembro de 2014
V	Papel de parede do Pai Natal	Números e Operações	1 e 2 de dezembro de 2014
VI	Tabuada do 2	Números e Operações	9 e 10 de dezembro de 2014

Para a dinamização de cada congresso matemático foram inicialmente previstos dois blocos de aulas. Tal não se verificou no primeiro congresso nem no terceiro, para os quais foram necessários, respetivamente, um e três blocos de aula (ver tabela 2). Ainda assim, a ideia inicial era que, no primeiro bloco, os alunos fossem desafiados a resolver uma tarefa em grupo e/ou em pares, efetuando o registo das estratégias numa folha branca e, numa fase posterior, num póster. Os alunos, ainda no primeiro bloco de aula destinado à preparação do congresso matemático, expunham os seus pósteres na sala e visitavam os pósteres dos colegas. No segundo bloco de aula, os alunos iniciavam a mesma com uma breve visita os pósteres dos colegas e, após visita, eram apresentados os pósteres que foram selecionados por mim seguindo um dado critério. De seguida, era realizado o congresso matemático, momento em que os pósteres eram apresentados discutidos em turma.

3.5. Processo de análise dos dados

Considero que, no presente estudo, ocorreram duas fases de análise dos dados: uma primeira ocorrida durante o desenvolvimento do projeto de investigação em contexto de estágio e uma segunda após a intervenção neste contexto. Deste modo, a primeira fase de análise de dados relaciona-se com a análise efetuada às produções dos alunos e, a partir dessa análise, tendo em conta critérios de seleção e seriação, eram selecionados e seriados os pósteres que haviam de ser apresentados e discutidos em congresso matemático.

Na segunda fase de análise comecei por organizar, num *dossier*, todos documentos que recolhi na intervenção. Ouvi as gravações de cada aula e transcrevi algumas partes que me pareceram ilustrativas de desafios com que me deparei na prática. Também estas transcrições foram incluídas no referido *dossier*. Numa primeira fase este *dossier* foi organizado aula a aula, tendo posteriormente sido reorganizado em secções que permitissem analisar os dados tendo em conta os diferentes momentos de trabalho do professor em torno dos congressos matemáticos que são referidos na literatura. Deste processo resultaram categorias de análise que orientaram a análise dos dados. Assim, tendo em conta as questões do estudo, optei por distinguir as categorias de análise nos dois momentos em que os desafios podem surgir na minha prática pedagógica: na preparação dos congressos matemáticos e na dinamização dos mesmos (ver tabela 3). Em cada um dos momentos identifiquei categorias de análise, baseando-me nas fases que antecedem os congressos matemáticos e o próprio congresso matemático.

Tabela 3: Categorias de análise dos dados

Momentos de trabalho do professor	**Categorias de análise**
Preparação dos congressos matemáticos	Escolha das tarefas Antecipação de resoluções Apresentação das tarefas Monitorização Seleção dos pósteres Seriação dos pósteres
Dinamização dos congressos matemáticos	Congressos matemáticos

Relativamente ao momento de preparação do congresso matemático, construí as seguintes categorias: a (i) escolha das tarefas, a (ii) antecipação de resoluções, a (iii) apresentação das tarefas, a (iv) monitorização, a (v) seleção dos pósteres e a (vi) seriação dos pósteres. Quanto ao momento de dinamização dos congressos matemáticos surge apenas uma categoria de análise, o próprio (vi) congresso matemático.

O capítulo da análise de dados encontra-se organizado segundo as várias categorias identificadas na tabela 2. Para além destas, esse capítulo termina com uma secção intitulada *O tempo e a sua gestão: uma dificuldade transversal ao trabalho na sala de aula* na qual identifico os desafios associados a este aspeto e que foram transversais a algumas fases da preparação do congresso matemático e da sua dinamização.

Na análise dos dados tomei algumas decisões que me parecem importante explicitar:

- No presente estudo entende-se por escolha das tarefas a seleção, adaptação e construção das tarefas.
- Para analisar os desafios associados à antecipação das resoluções dos alunos selecionei algumas das resoluções relativas apenas a algumas questões das tarefas. Esta seleção foi realizada tendo em conta as dificuldades que os alunos evidenciaram no momento de realização das tarefas e com a diversidade de estratégias utilizadas nas mesmas.
- Salienta-se que na análise sobre o momento de seleção dos pósteres, a tarefa I “Prismas e pirâmides” e a tarefa II “Descobrir polígonos” não fazem parte desta análise. O motivo por não ter existido uma seleção dos pósteres, nestas tarefas, relaciona-se com o facto de todos os pósteres terem sido apresentados: primeiramente porque eram apenas cinco pósteres e, em segundo lugar, porque pretendia que todos os alunos tivessem a oportunidade de apresentar os seus pósteres no primeiro e segundo congresso matemático.
- É de realçar que a tarefa I “Prismas e pirâmides” não íntegra esta análise no momento de seriação dos pósteres, uma vez que não existiu de facto qualquer tipo de seriação dos mesmos. A inexistência deste momento de seriação prende-se com: em primeiro lugar, por ser a única tarefa que não tive oportunidade para analisar os pósteres antecipadamente, uma vez que a

preparação e a dinamização do congresso matemático foi realizado no mesmo dia e, em segundo lugar, prende-se com o facto de os pósteres apresentarem muitas semelhanças e, por isso, não era importante que fosse um determinado póster a ser apresentado e discutido primeiramente que outro póster.

- Finalmente, é importante explicitar que em cada congresso fui atribuindo números aos grupos de trabalho que, de congresso para congresso, podem corresponder a grupos constituídos por alunos diferentes. Por exemplo, o grupo 5 relativo ao trabalho realizado na tarefa III, não é constituído pelos mesmos alunos do grupo 5 de outra qualquer tarefa. Assim, apresento em apêndice uma tabela que inclui a constituição dos grupos associados a cada exploração das tarefas (Apêndice 1).

IV. Proposta de Intervenção

O presente capítulo corresponde à minha proposta de intervenção no estágio, no qual apresento as tarefas associadas aos congressos matemáticos e descrevo sucintamente o trabalho que realizei em torno da preparação e dinamização dos mesmos. É de salientar que embora a minha intervenção no estágio enquanto professora estagiária seja parte integrante do projeto de investigação, uma vez que é na análise das minhas práticas que se baseia este estudo, este foca-se, em particular, na análise dos desafios com que deparei. Assim este capítulo visa descrever globalmente o trabalho que realizei com os alunos no momento de estágio, não deixando, por isso, de ser já um 'olhar' meu sobre a minha prática.

4.1. As tarefas associadas aos congressos matemáticos

Muito brevemente, nesta secção, descrevo as tarefas propostas aos alunos. Todas elas foram pensadas e selecionadas, adaptadas ou construídas com o apoio da minha colega de estágio, da professora orientadora do projeto de investigação e da professora cooperante. No total foram propostas seis tarefas, sendo que todas culminaram em congressos matemáticos.

Tarefa I – "Prismas e pirâmides"

(Apêndice 2 – Objetivos, conteúdos e materiais da tarefa "Prismas e pirâmides")

Em grupos, os alunos foram desafiados a explorarem dois sólidos (ver tabela 4) que lhes foram atribuídos, isto é, foram desafiados a explorarem, observarem e a discutirem em grupo sobre as características dos sólidos.

Tabela 4: Organização dos grupos e sólidos atribuídos – Tarefa I

	Sólidos	
Grupos	**Pirâmide**	**Prisma**
1	Hexagonal	Triangular
2	Quadrangular	Cubo
3	Retangular	Pentagonal
4	Pentagonal	Paralelepípedo
5	Triangular	Hexagonal

Tarefa II – "Descobrir polígonos"

(Apêndice 3 – Objetivos, conteúdos e materiais da tarefa "Descobrir polígonos")

Em grupos de quatro e cinco elementos, os alunos foram desafiados a descobrirem o maior números de figuras utilizando as figuras ilustradas na figura 3.

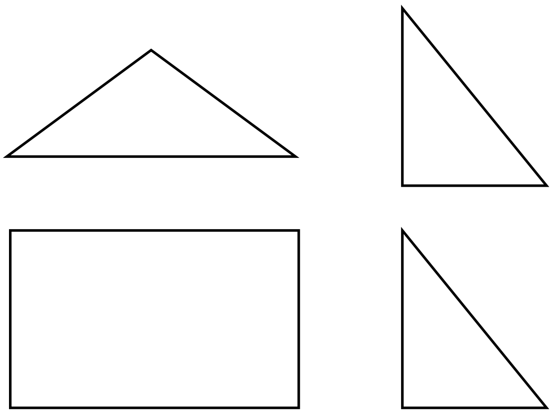


Figura 3: Figuras utilizadas para a composição de figuras geométricas

As figuras construídas pelos alunos tinham de respeitar as seguintes indicações:

1. As figuras não podem estar sobrepostas;
2. Têm que utilizar todas as figuras;
3. As figuras não podem ter buracos;
4. Todas as figuras têm que estar unidas pelo menos por um lado;
5. No final, devem ter cuidado na contagem de lados.

À medida que os alunos descobriam uma nova figura através da composição das quatro figuras disponibilizadas, colavam com fita-cola as figuras a fim de não as perderem. Em seguida uma das professoras distribuía ao grupo outras quatro figuras iguais às anteriores para os alunos construírem uma nova figura respeitando as indicações.

Tarefa III – "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope"

(Apêndice 4 – Objetivos, conteúdos e materiais da tarefa "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope")

Na perspetiva de alcançar os objetivos, a tarefa foi dividida em duas partes. Contudo, em todas as partes os alunos eram desafiados a representarem uma dada linha/figura conforme as indicações que eram dadas (Apêndice 5). Na primeira parte da tarefa os alunos desenharam numa folha quadriculada linhas poligonais abertas, noutra folha quadriculada linhas poligonais fechadas, e, por fim, numa folha branca linhas não poligonais. Na segunda parte da tarefa, a partir das indicações dadas, os alunos desenharam numa folha quadriculada polígonos, numa folha branca não polígonos, e, por último, pintaram a preto a fronteira das figuras, a vermelho o exterior e a azul o interior das figuras.

Tarefa IV – "Colar estrelas nos azulejos"

(Apêndice 6 – Objetivos, conteúdos e materiais da tarefa "Colar estrelas nos azulejos")

Partindo de uma figura apresentada (figura 4), os alunos foram desafiados a responder a três questões associadas à mesma. Com efeito, no enunciado (ver Apêndice 7), a primeira questão solicitava aos alunos que indicassem quantas estrelas já tinham sido colocadas. Na segunda, era questionado aos alunos quantas estrelas faltam colocar na parede. E, por último, quando as estrelas tiverem sido todas colocadas, quantas estrelas teria colocado o Pai Natal. Em todas as questões foi solicitado aos alunos que explicassem como pensaram. Para resolver a tarefa foi entregue a cada grupo uma folha branca.

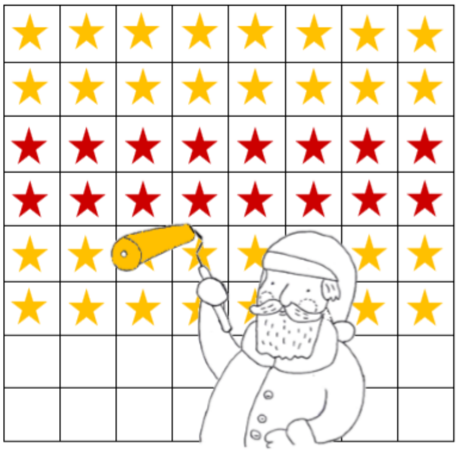


Figura 4: Tarefa Congresso IV - "Colar estrelas nos azulejos"

Tarefa V – "Papel de parede do Pai Natal"

(Apêndice 8 – Objetivos, conteúdos e materiais da tarefa "Papel de parede do Pai Natal")

Os alunos foram desafiados a responderem a cinco questões sobre as bolas de Natal que se encontravam no papel de parede (ver Apêndice 9). A primeira e a segunda questão eram referentes ao papel de parede que se encontrava na figura 5.

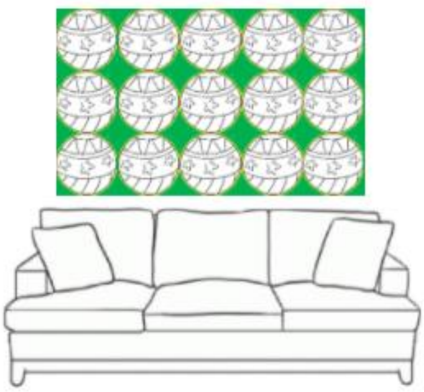


Figura 5: Tarefa Congresso V - Papel de parede

A primeira questão colocada aos alunos foi sobre a quantidade de bolas que o papel de parede tem. Na segunda questão, foi dada a hipótese do papel de parede ter o dobro de bolas que tinha anteriormente e, perguntava-se quantas bolas teria o "novo" papel de parede. A terceira e quarta questão relacionam-se com a figura 6.

Figura 6: Tarefa Congresso V - Papel de parede 2

Primeiramente os alunos foram questionados sobre quantas bolas estão por baixo do quadro do Pai Natal e, na quarta questão, foi dada a hipótese do quadro ser retirado da parede e, sendo assim, quantas bolas se conseguia ver. Por último, a quinta questão era referente à figura 7.

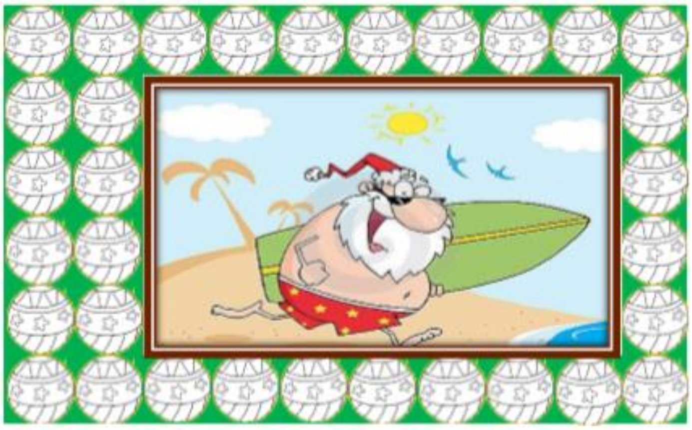


Figura 7: Tarefa Congresso V - Papel de parede 3

O Pai Natal colocou um quadro maior na parede e, por isso, os alunos são questionados sobre quantas bolas estão por baixo do quadro do Pai Natal. Em todas as questões da tarefa foi solicitado aos alunos que explicassem como pensaram para responder à questão.

Tarefa VI – "Tabuada do 2"

(Apêndice 10 – Objetivos, conteúdos e materiais da tarefa "Tabuada do 2")

Após construção da tabuada do 2 em turma, os alunos foram desafiados a resolverem e a explicarem como chegaram à resolução das seguintes expressões: 15 x 2; 19 x 2; 21 x 2; 30 x 2.

4.2. A preparação dos congressos

A minha primeira preocupação ao preparar um congresso matemático era selecionar, adaptar ou construir uma tarefa de raiz tendo em conta os objetivos a alcançar. Recorria à Planificação Anual da Área de Matemática (PAAM) (Anexo 1) pertencente ao agrupamento de escolas e, depois de compreender quais os conteúdos e objetivos a serem desenvolvidos na semana, procurava tarefas que fossem ao encontro dos mesmos. Por vezes optava por adaptar as tarefas selecionadas e outras vezes construía as tarefas. Esta prática de escolha das tarefas era sempre acompanhada pela minha colega de estágio, pela professora orientadora do projeto de investigação e pela professora cooperante.

Após a escolha das tarefas, preocupava-me em planear as aulas, com o principal objetivo de organizar-me e antever as dificuldades que podiam surgir nas práticas dos alunos bem como nas minhas. Uma vez que para a realização de um congresso matemático eram necessários dois blocos de aulas, elaborava duas planificações: a primeira respeitante às fases que antecediam o congresso matemático, a segunda respeitante à dinamização do mesmo. Nestas planificações incluía aspetos relacionados com:

- A própria tarefa: domínio da tarefa; conteúdos, objetivos e metas visadas; duração prevista para a tarefa; recursos necessários; e o contexto da tarefa.
- A preparação da tarefa: modalidade de trabalho e a antecipação de hipóteses de resolução.
- A exploração da tarefa: apresentação, realização e discussão da tarefa;
- A avaliação das aprendizagens;
- As dificuldades previstas e modos de ultrapassar: por parte dos alunos e por parte do professor.

No decorrer da minha intervenção as planificações foram sofrendo alterações, por exemplo, inicialmente não incluía nas mesmas possíveis questões/intervenções que poderia colocar aos alunos, bem como as possíveis respostas que estes me poderiam dar.

Quanto à modalidade de trabalho, apenas os dois primeiros congressos matemáticos foram dinamizados em grupos de cinco/seis elementos e quatro/cinco elementos, sendo que a partir do terceiro congresso foram dinamizados em grupos de dois elementos. Esta decisão é justificada pela intenção de, nos primeiros dois congressos matemáticos, todos os alunos poderem apresentar o seu trabalho. Relativamente à organização dos grupos em pares nas restantes tarefas, estes foram sofrendo alterações após reflexão sobre o trabalho desenvolvido entre os pares. Nas reflexões sobre a constituição dos grupos teve-se em conta as características dos alunos e a empatia e o trabalho desenvolvido entre os pares.

Também fez parte das planificações a antecipação de resoluções, sendo que estas assumiram principal destaque na dinamização de tarefas associadas ao domínio de Números e Operações.

Nas planificações preocupei-me especialmente por descrever a forma como ia apresentar as tarefas, bem como os passos a dar para a realização da mesma:

Excerto da planificação respeitante às fases que antecedem o congresso matemático sobre a tarefa II – "Descobrir polígonos"

Apresentação da tarefa: A aula inicia-se com a abertura da caixa do correio. Nela, encontra-se um bocado de papel com bolas de natal e uma carta do Pai Natal. Na carta, o Pai Natal diz:

> *Olá turma do 2.º B! Estou quase pronto para começar a distribuir presentes. Já limpei a casa toda. Agora ando a decorá-la. Escrevo-vos para partilhar convosco o papel de parede que descobri… é mesmo giro! Abram o envelope que vos envio, nele encontram um bocado do papel parede. Oh oh oh, Pai Natal.*

Após leitura da carta, os alunos são desafiados a resolver a tarefa sobre o papel de parede do Pai Natal. De seguida, as estagiárias explicam aos alunos que a resolução da tarefa será efetuada numa folha branca, sendo que mais tarde será escrita no póster a fim de serem expostas e discutidas. É de salientar que apesar de todos procederem à elaboração do póster e serem todos expostos na sala, apenas alguns (2 ou 3 pósteres) serão discutidos em turma, tal como aconteceu nos congressos das semanas anteriores. Deve ser também salientado que os pósteres escolhidos poderão não representar a melhor ou a pior estratégia de resolução. No momento de apresentação da tarefa, as estagiárias devem garantir que todos compreenderam o sentido da tarefa, isto é, o que se espera dos alunos. Assim, as estagiárias devem questionar os alunos sobre o que lhes fora pedido e qual será o produto final da tarefa.

Propostas de trabalho e atividade esperada:

- Após apresentação da tarefa as estagiárias procedem à distribuição da tarefa e de uma folha branca, onde será realizada a tarefa.
  No momento da investigação da tarefa, importa que as estagiárias monitorizem o trabalho dos alunos, a fim de os apoiar do modo mais adequado. Importa também, ir questionando os grupos sobre o modo como pensaram para resolver *x* parte da tarefa, fazendo com que os elementos do grupo reflitam sobre o processo envolvido.
- Seguidamente, os pares são desafiados a construírem um póster com as estratégias de resolução que utilizaram para a resolução do problema. Importa salientar aos alunos que só devem passar para o póster o que considerarem ser importante.
- Após elaboração dos pósteres as estagiárias solicitam aos grupos que procedam à preparação da apresentação do póster. Importa nesta fase que os grupos pensem nas perguntas que os colegas e professoras lhes possam colocar.
- De seguida, os pósteres são afixados na sala, a fim de todos os grupos possam circular e analisar os pósteres dos restantes grupos, com o objetivo de lhes colocar questões no momento de discussão. Neste momento, as estagiárias devem reforçar a ideia de utilizarem anotações no caderno diário sobre os pósteres dos colegas, para não se esquecerem. No entanto, no dia seguinte irão visitar novamente os pósteres, sendo que devem dedicar maior atenção aos pósteres que irão ser apresentados e discutidos.

(Excerto da planificação respeitante às fases que antecedem o congresso matemático sobre a tarefa II – "Descobrir polígonos", 11.11.2014)

O excerto acima transcrito evidencia a minha preocupação em descrever, quase passo a passo, a minha prática na sala de aula junto dos alunos. Esta descrição permitia organizar-me na prática e dava-me alguma confiança, pois sempre que me sentia a desviar do plano de aula, ao ler a planificação, de certa forma, orientava-me novamente para o plano de aula.

Em sala de aula, a preparação do congresso matemático iniciava-se no momento de apresentação da tarefa. Na apresentação da tarefa normalmente conversava com os alunos sobre aspetos em torno da tarefa. Neste momento solicitava a participação dos alunos, com o intuito de os motivar para a realização da tarefa que lhes ia propor seguidamente. Na apresentação das tarefas faziam também parte os diálogos estabelecidos com os alunos sobre a organização e funcionamento das aulas que incluem os congressos matemáticos. Com efeito, o seguinte episódio remete à primeira tarefa proposta aos alunos:

Episódio 1

> **Eu** *(após ter desafiado os alunos a explorarem os sólidos)***:** Como já tínhamos falado no início da aula, hoje vamos trabalhar em grupos. Então eu vou entregar dois sólidos a cada grupo e vocês vão registar num póster o que descobriram.
>
> **Alguns alunos:** O que é um póster?
>
> **Eu:** O póster vai ser esta folha *(mostrei as folhas A_3)* e vai ser aqui que vão escrever e desenhar as vossas descobertas. Depois, todos os pósteres vão ser afixados na sala e todos podem visitar os pósteres dos colegas. No final vão todos apresentar os pósteres aos colegas e vamos discutir um pouco sobre o que achamos de todos os pósteres.
>
> (Registo áudio, 5.11.2014)

No episódio tentei explicar de forma clara o que era pretendido que os alunos efetuassem. Ainda assim, em outros momentos foi necessário relembrar o que era suposto fazer, como no momento em que os alunos constroem os pósteres e no momento em que os alunos visitavam os pósteres dos colegas. Tarefa a tarefa foi deixando de ser necessário explicar repetitivamente as fases que antecedem o congresso e o que se pretende que seja efetuado, sendo que os alunos naturalmente sabiam como se organizava a aula.

No momento de monitorização o meu papel centrava-se sobretudo em circular pela sala de aula, escutar os alunos, verificar a efetuar registos das estratégias usadas, manter o cumprimento das normas de sala de aula estabelecidas, entre outros. Muitas vezes, neste momento, os alunos colocavam o dedo no ar para: (i) colocar dúvidas sobre a tarefa; (ii) partilhar que o colega fez isto ou aquilo e nestes casos, dependendo do que se tratava, normalmente solicitava que conversassem e tentassem resolver os problemas em conjunto, que devem trabalhar em grupo e que todos os elementos do grupo são responsáveis pela resolução da tarefa; (iii) colocarem dúvidas relativas à organização do trabalho em sala de aula, por exemplo, como se faz um póster, o que devem colocar nele, quem deve escrever, etc., e, nestes casos, também dependendo do que se tratava, ou respondia diretamente – por exemplo, que todos devem participar na elaboração do póster

- ou solicitava que questionassem os colegas do grupo – por exemplo, no caso de decisão sobre o que haviam de colocar no póster.

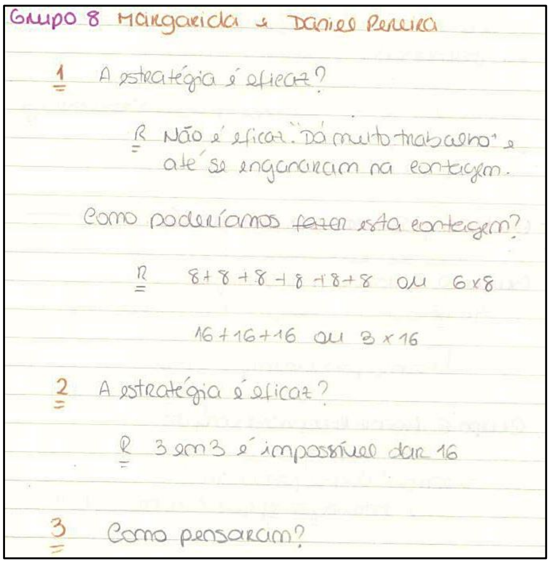
Ainda no momento de monitorização do trabalho dos alunos encontrava-se a visita aos pósteres. Esta visita nem sempre aconteceu, por uma questão de gestão de tempo. Contudo, quando aconteciam estas visitas, antes dos grupos se dirigirem aos pósteres dos colegas, conversava com os alunos sobre o cumprimento das normas de sala de aula estabelecidas e, em algumas vezes, desafiava-os a anotarem no caderno diário o que encontravam nos pósteres dos colegas e que gostariam que fosse discutido no congresso matemático.

Após os alunos realizarem a tarefa proposta, fora da sala de aula, selecionava e seriava os pósteres para irem a congresso matemático. Primeiramente, com o auxílio de uma grelha de registo, observava os pósteres dos alunos e tentava compreender os seus pensamentos. Nesta grelha, colocava as estratégias e procedimentos que cada grupo utilizava na resolução de cada parte da tarefa e algumas observações. A partir desta grelha, selecionava os pósteres que iam a congresso matemático. Esta seleção era feita tendo em conta as estratégias mais e menos eficazes e de modo a garantir que não seriam sempre os mesmos alunos a apresentarem o seu póster.

Quanto à seriação dos pósteres, normalmente, em primeiro lugar, eram apresentados os pósteres que apresentavam estratégias menos eficazes, seguindo-se os pósteres que continham estratégias pouco eficazes.

É de salientar que nos dois primeiros congressos matemáticos não existiu qualquer tipo de critério de seleção dos pósteres, uma vez que todos os grupos apresentaram o seu póster. Contudo, no segundo congresso matemático, apesar de todos os grupos apresentarem o seu póster, optei por seriá-los.

Para a realização de cada congresso matemático anotava num caderno questões que pretendia que fossem discutidas, como ilustra a figura 8, no caso da tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos”. Através da antecipação de possíveis questões a serem colocadas aos alunos daquele grupo, na figura 8, percebe-se ainda a minha preocupação em preparar-me para o congresso matemático.



Grupo 8 Margarida e Daniel Pereira

1 A estratégia é eficaz?

R Não é eficaz. Dá muito trabalho e até se enganaram na contagem.

Como poderíamos fazer esta contagem?

R 8+8+8+8+8+8 ou 6x8

16+16+16 ou 3x16

2 A estratégia é eficaz?

R 3 em 3 é impossível dar 16

3 Como pensaram?

Figura 8: Anotações para a discussão da tarefa IV- grupo 8

Como se observa na figura 8, para este grupo em cada parte da tarefa anotei questões que, caso não fossem colocadas pelos alunos, eu colocaria ao grupo e/ou à turma. Tentei ainda efetuar registos de possíveis respostas que os alunos poderiam dar a cada questão. Salienta-se também a minha preocupação em que os alunos reflitam sobre a eficácia das estratégias e/ou procedimentos de cálculo utilizados.

4.3. A dinamização dos congressos

Os congressos matemáticos iniciavam-se com as apresentações dos pósteres dos alunos. Em cada apresentação tentei que todos os alunos, do grupo que estava a apresentar o póster, participassem, questionando-os sobre determinado aspeto do seu póster (por exemplo, como pensaram na primeira questão). Na discussão sobre os pósteres, uma das minhas preocupações era o envolvimento dos alunos na mesma e a compreensão dos alunos sobre as estratégias dos colegas. Efetivamente, questionava os alunos sobre o que pensavam da estratégia do grupo *x*, se consideravam eficaz, se fizeram da mesma forma, etc.

Para cada congresso matemático optei por elaborar anotações a fim de me orientar na dinamização do mesmo (ver figura 8), e por vezes, foi necessário ampliar a discussão[3] – como no caso das tarefas II e IV. Em algumas anotações efetuava também registos sobre aspetos que considerava importante discutir com os alunos sobre os outros pósteres que não haviam sido selecionados (ver figura 9).

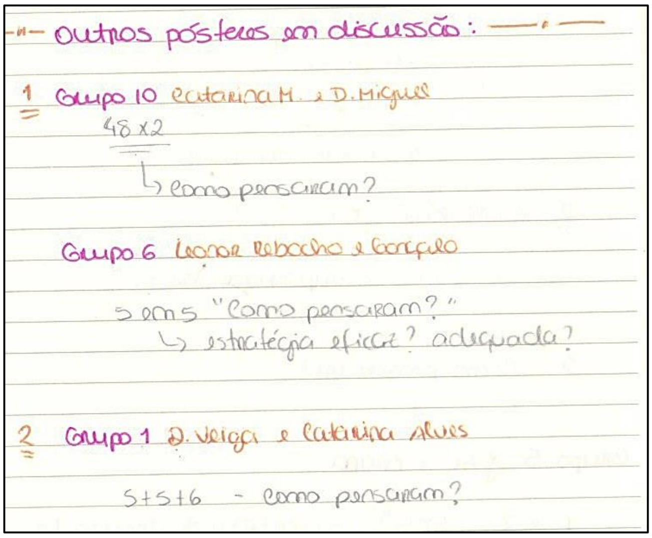


Figura 9: Anotações sobre outros pósteres - Tarefa IV

No momento de congresso matemático intervinha junto dos alunos várias vezes, tendo como principal objetivo promover a discussão sobre os pósteres. Com efeito, questionava os alunos sobre aspetos da tarefa. Por vezes, quando um aluno afirmava não compreender o que um dado aluno dizia sobre a estratégia que o seu grupo utilizava, eu solicitava a ajuda do colega de grupo para o apoiar na compreensão.

É de salientar que no momento de cada apresentação, por vezes, colocava-me numa posição oposta do quadro – local onde os alunos apresentavam os pósteres – com objetivo de influenciar os alunos a apresentarem o seu póster de modo a que todos na sala escutassem. Esta foi uma das estratégias utilizadas na sala de aula, referente, neste caso, à apresentação e discussão dos pósteres.

---

[3] Ampliar a discussão no sentido de, a partir de um aspeto que surgia nos pósteres dos alunos, estender a discussão. Por exemplo, no caso da tarefa II "Descobrir polígonos", a partir dos pósteres apresentados discutiu-se sobre as diferenças e semelhanças entre as figuras, abordando, em seguida, o quadrado como um caso particular do retângulo e do losango.

V. Análise de dados

O presente capítulo encontra-se dividido em oito secções. As sete primeiras resultam da categorização de análise elaborada no terceiro capítulo: a escolha das tarefas, a antecipação de resoluções, a apresentação das tarefas, a monitorização, a seleção dos pósteres, a seriação dos pósteres e os congressos matemáticos. Por último, termino por analisar uma dificuldade transversal nas minhas práticas de sala de aula – o tempo e a sua gestão.

5.1. Escolha das tarefas

A dificuldade em corresponder à planificação do agrupamento de escolas e simultaneamente propor tarefas desafiantes para os alunos

Selecionar, adaptar ou construir uma tarefa, assumindo como princípio a correspondência da mesma à planificação do agrupamento de escolas, não se tratou de uma prática fácil. No conjunto das seis tarefas propostas aos alunos destaca-se a preocupação em propor tarefas que fossem ao encontro dos objetivos programáticos que se encontram estipulados na PAAM (ver Anexo 1), desenvolvida pelo Departamento de 1.º Ciclo do Agrupamento de Escolas e que, simultaneamente fossem desafiantes para os alunos.

Esta preocupação surge associada à consciencialização de que as tarefas apropriadas para realizar congressos matemáticos devem ser tarefas de desafio elevado para os alunos. De modo a ilustrar a dificuldades com que me deparei a este nível, destaco a construção da tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5). É de realçar que esta dificuldade, apesar de se encontrar na planificação de todas as tarefas propostas aos alunos, teve maior evidência nesta tarefa.

Os objetivos inscritos no PAAM e subjacentes à construção da tarefa III eram os seguintes:

- Distinguir linhas poligonais de linhas não poligonais;
- Distinguir polígonos de figuras planas não poligonais;
- Identificar em desenhos as partes interna e externa de linhas planas fechadas;
- Utilizar o termo «fronteira» para designar as linhas.

Perante estes objetivos questionei-me como poderia construir uma tarefa que fosse desafiante para os alunos. Optei por tentar criar uma história em que as personagens forneciam indicações, através das quais os próprios alunos construíam os conceitos envolvidos. Após esta decisão, existiram outros aspetos que constituíram um desafio no momento de conceber esta tarefa, como de que forma deviam ser dadas as indicações aos alunos e, a ordem das indicações, isto é, qual o primeiro conceito associado que havia de ser explorado na tarefa.

Relativamente à forma de como podiam ser dadas as indicações aos alunos, procurei partir de um contexto que suscitasse interesse por parte dos mesmos, e optei, assim, por introduzir na tarefa duas personagens conhecidas dos alunos. Com efeito, construi a tarefa baseada num diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope (duas personagens que faziam parte de outras tarefas e de atividades realizadas nas outras áreas). Conforme referido, um outro aspeto que acresce a dificuldade em construir esta tarefa relaciona-se com a ordem pela qual os conceitos associados aos objetivos da tarefa deveriam surgir na mesma. Assim, considerei que em primeiro lugar deviam surgir os conceitos inerentes às linhas poligonais e não poligonais, uma vez que estes conceitos fazem parte integrante da definição de polígonos e não polígonos. Após surgirem estes conceitos seguem-se os conceitos relativos à definição de polígonos e não polígonos. Por último, optei por introduzir na tarefa a parte externa, a parte interna e a fronteira das figuras, por considerar que fazia ‘sentido’ que estes conceitos surgissem após a construção das figuras.

Todo este caminho não se mostrou fácil e, tal como em outras situações, sempre que necessário procurei junto da professora orientadora refletir como poderia construir uma tarefa que fosse ao encontro dos objetivos propostos e que simultaneamente constituíssem um desafio para os alunos.

A dificuldade em escolher os números envolvidos para os contextos das tarefas

Na escolha das tarefas do domínio de Números e Operações constituiu-se um desafio selecionar os números envolvidos. Com efeito, as tarefas IV “Colar estrelas nos azulejos”, V “Papel de parede do Pai Natal” e VI “Tabuada do 2” correspondem às tarefas nas quais senti mais dificuldades a este nível, pelo que opto por recorrer à descrição e análise da escolha dos respetivos números envolvidos para ilustrar este desafio.

A tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos” (Apêndice 7) resultou de uma adaptação da tarefa “Colocar azulejos” da brochura “Números e Operações, 3.º ano” de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2010) (ver Anexo 2). Uma vez que esta tarefa destinava-se a alunos de 3.º ano, optei por adaptá-la. Em primeiro lugar construí um modelo retangular com dimensões menores da tarefa original. Assim, na tarefa original o modelo era de 12 x 8 e na adaptação que efetuei reduzi para 6 x 8. Mantendo as mesmas questões, a tarefa foi reduzida para uma única parte que incluía três questões, enquanto a tarefa de origem (Anexo 2) era constituída por duas partes.

Os números envolvidos nesta tarefa (Apêndice 7), apesar de terem sido reduzidos em comparação com a tarefa original (Anexo 2), parecem não ter sido os mais adequados, uma vez que nenhum dos grupos recorreu à multiplicação. Após reflexão sobre as resoluções dos alunos e a própria discussão da tarefa IV (Apêndice 7) verifiquei que os alunos recorreram a adições sucessivas como estratégia de resolução, sem efetuar qualquer relação com a multiplicação (à exceção de um grupo que após resolver a tarefa utilizando adições sucessivas, interpreta a estratégia utilizada e relaciona-a com a multiplicação – ver figura 10).

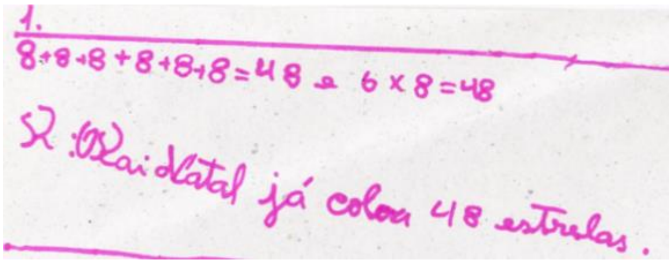


Figura 10: Resolução da tarefa IV - grupo 11

Todavia, no momento de discussão em turma, este aspeto tornou-se mais evidente, uma vez que o momento de discussão das estratégias centrou-se na estratégia de adições sucessivas, a única apresentada pelos alunos. Deste modo, senti a necessidade de ampliar a discussão de modo a favorecer o aparecimento de estratégias multiplicativas, cujos procedimentos de cálculo envolvessem produtos conhecidos (2 x 5; 5 x 2; 3 x 5; 5 x 3) e a propriedade comutativa da multiplicação, como se pode verificar na secção *Congressos matemáticos*, no presente capítulo.

Tendo em conta as dificuldades manifestadas pelos alunos na tarefa IV, na escolha da tarefa V, decidi que a mesma tinha de propor-se a atingir os mesmos objetivos da tarefa anterior, mas assumindo um grau de dificuldade menor, que neste caso seria envolver números de menor grandeza.

Também a tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" (Apêndice 9) resultou também da adaptação de uma tarefa. Desta vez, a tarefa original foi uma tarefa partilhada pelas colegas Cátia Silva e Susana Portásio (Anexo 3). Com efeito, a tarefa V, partindo também de um modelo retangular, visava que os alunos recorressem à multiplicação no sentido aditivo. Desta forma, ao invés de optar por um modelo retangular de 6 por 8, optei por dois modelos retangulares: o primeiro de 3 por 5 (ver figura 5) e o segundo de 6 por 10 (ver figura 6 e figura 7). Esta opção prende-se com o facto de considerar ser mais fácil para os alunos efetuarem contagens sucessivas de 5 em 5 ou de 3 em 3 e posteriormente de 10 em 10.

No primeiro modelo retangular, associado aos números 3 e 5, considerei que facilmente os alunos utilizavam a multiplicação no seu sentido aditivo, uma vez que os alunos contavam com facilidade de 3 em 3 e de 5 em 5. Para além disso, o 5 era um número de referência para os mesmos.

Tal como referido, o segundo modelo retangular era de 6 por 10, numa primeira abordagem, com um quadro sobreposto de 3 por 5 (ver figura 6) e, numa segunda abordagem, com um quadro sobreposto de 4 por 7 (ver figura 7). A escolha destes números associados ao modelo retangular deve-se ao facto de considerar que os mesmos facilitavam o aparecimento de estratégias multiplicativas no sentido aditivo – por exemplo, na terceira questão, considerei que o facto de o modelo retangular encontrar-se associado ao número 10, poderia facilitar o aparecimento de resoluções inerentes à multiplicação do 10, ou seja, 6 x 10. No entanto, relativamente à escolha dos números para o quadro que se encontrava sobreposto para este modelo retangular, a minha primeira opção era de existir apenas um quadro, ou seja, existir apenas um quadro de 4 por 6. No entanto, por sugestão da professora cooperante, optei por aumentar a tarefa e colocar um quadro sobreposto de 3 por 5 e um outro quadro sobreposto de 4 por 7. Esta decisão foi tomada na perspetiva de, primeiramente os alunos serem confrontados com uma sobreposição menor e, depois, com uma sobreposição maior, implicando, assim, um aumento gradual de dificuldade na resolução da tarefa.

Ao propor esta tarefa aos alunos tinha como objetivo que estes a resolvessem envolvendo situações multiplicativas no sentido aditivo e não as adições sucessivas, como aconteceu na tarefa IV, dinamizada anteriormente. No entanto, também nesta tarefa nenhum grupo apresentou estratégias multiplicativas associadas à adição (excetuando um grupo, relativamente à quarta questão da tarefa – ver figura 11).

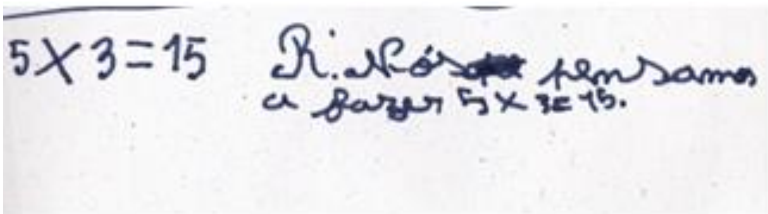


Figura 11: Tarefa IV - Resolução do grupo 5

Efetivamente a escolha dos números para estas duas tarefas foi sempre acompanhada com algumas dúvidas. No caso da tarefa V foi importante perceber qual a influência dos números escolhidos na tarefa IV através das estratégias utilizadas pelos alunos na sua resolução. Considero que, tendo em conta o nível de aprendizagem da multiplicação da turma, teria sido importante recorrer a números de referência (2, 5 e o 10) desde o início.

Na tarefa VI "Tabuada do 2", após dinamizada a construção da tabuada do 2 até ao produto 13 x 2, os alunos foram desafiados a resolverem 15 x 2, 19 x 2, 21 x 2, e 30 x 2. Estas expressões, apesar de favorecem o aparecimento de mais estratégias, como podem ser observadas na secção *Antecipação de resoluções* no presente capítulo, tinham como principal intencionalidade favorecer o aparecimento de estratégias associadas à propriedade comutativa e à propriedade distributiva. Assim, cada expressão foi escolhida tendo em vista o aparecimento das seguintes estratégias:

15 x 2

A expressão 15 x 2 por um lado favorece o aparecimento de estratégias que recorrerem à propriedade comutativa e, desta forma, os alunos compreendem que o resultado será igual ao dobro de 15; por outro lado, favorece o aparecimento de estratégias sustentadas pela propriedade distributiva, através da decomposição do número 15, por exemplo 10 x 2 + 5 x 2

19 x 2

A seleção desta expressão justifica-se com o favorecimento do aparecimento de estratégias que evoquem o número 20. Assim, os alunos podem resolver a expressão efetuando o seguinte cálculo: 20 x 2 – 1 x 2.

21 x 2

Da mesma forma que na expressão anterior, a escolha prende-se principalmente com o favorecimento de estratégias com recurso ao número 20.

30 x 2

A escolha desta expressão relaciona-se com o favorecimento em recorrer à propriedade comutativa e, deste modo, compreenderem que o resultado da expressão será o dobro de 30.

Saliento ainda que a escolha dos números 15, 19, 21 e 30 foi efetuada de modo intencional. A escolha do 15 e do 30 está relacionada por estes serem múltiplos de 5 e de 10, respetivamente. Ainda relativamente ao número 30 considerei que o mesmo constituía-se num número mais próximo dos alunos, ou seja, que os alunos tinham uma maior facilidade em resolver uma expressão com o número 30 do que, por exemplo, com o número 60. Relativamente ao 19 e ao 21, a minha escolha prendeu-se com o facto de levar os alunos a recorrer à dezena mais próxima, neste caso o 20.

Apesar de assumir uma preocupação na minha prática em refletir sobre cada número envolvido e apresentar uma intenção para a seleção dos números que efetuei, como se verificou na resolução de cada tarefa, nem sempre os números escolhidos foram os mais adequados, como na tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7).

A dificuldade em escolher/criar as imagens associadas aos contextos das tarefas

Para além dos números envolvidos nas tarefas, importa refletir sobre as imagens que se encontram associadas às tarefas. Em cada tarefa as imagens eram pensadas a fim de envolver os alunos nas mesmas, como no caso da tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5) e, por vezes, em simultâneo, eram pensadas também com finalidade de suscitar o uso da multiplicação e das suas propriedades, com inclusão de modelos retangulares, na tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7) e V "Papel de parede do Pai Natal" (Apêndice 9).

Na tarefa III, dada a dificuldade que assumiu a sua conceção, como referi anteriormente, importava que as indicações dadas pelas personagens fossem motivadoras para os alunos. Uma vez que a tarefa implicava a entrega de um enunciado, tive que, após selecionar as personagens, construir as falas e as imagens de 'raiz', tendo resultado num desafio acrescido à conceção desta tarefa (Apêndice 5).

A construção do diálogo entre as duas personagens não se constituiu uma prática fácil, uma vez que tive de refletir sobre cada fala das personagens, a fim de tornar o discurso claro e conciso (ver figura 12).

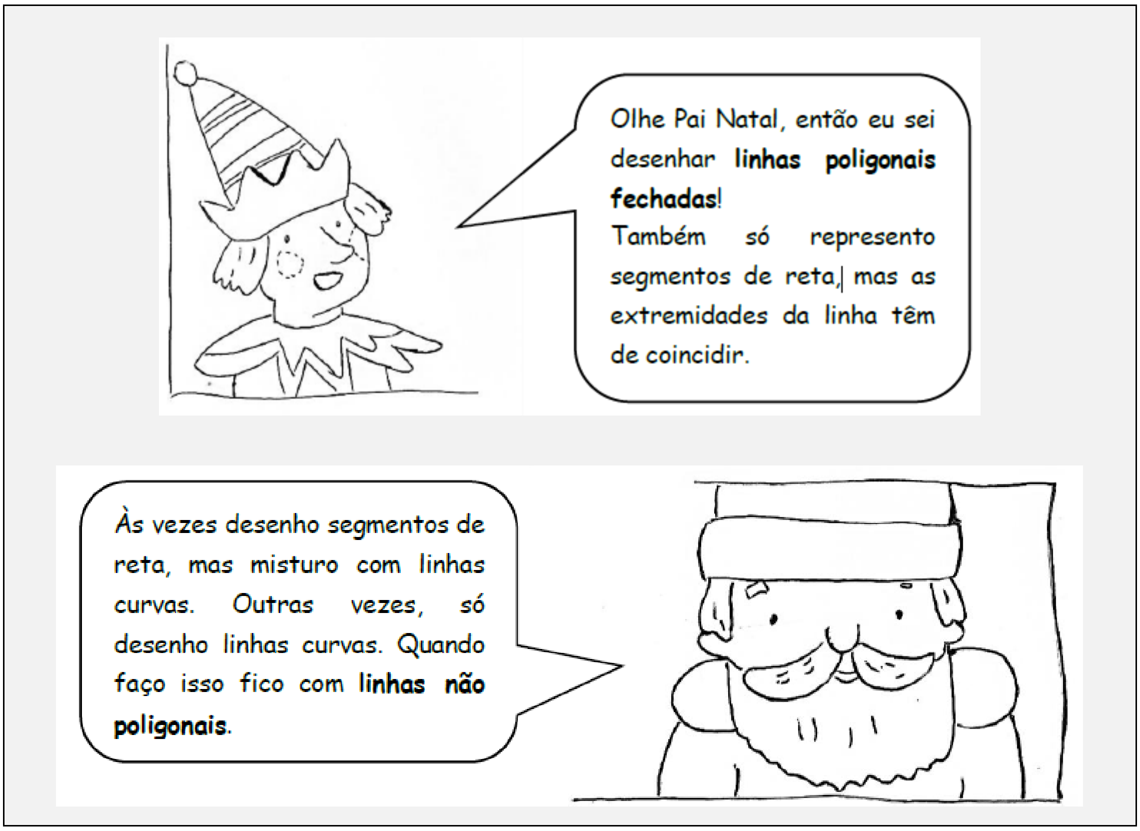


Figura 12: Exemplo de duas falas da tarefa III

Como ilustra a figura 12, nomeadamente a primeira fala, construir falas com as características acima descritas constituiu-se numa prática complexa, uma vez que nem sempre é possível tornar o discurso mais claro, ou seja, utilizando palavras conhecidas aos alunos sem perder a correção científica. Não encontrando outra alternativa, coloquei na tarefa palavras como "extremidades" e "coincidir" (figura 12). Para estes casos, na apresentação da tarefa e na monitorização da mesma, apoiei os alunos na interpretação das falas das personagens, explicando-lhes o significado destas palavras. Todavia, na realização desta tarefa verificou-se que as dificuldades dos alunos assentavam sobretudo na interpretação das falas dos personagens (ver secção *Monitorização* do presente capítulo).

Também nesta tarefa, a construção das imagens não se mostrou fácil. Uma vez que todas as figuras foram desenhadas, utilizando como referência uma banda desenhada que se encontrava no manual de Português (Anexo 4) dos alunos, as imagens foram digitalizadas e, por último, trabalhadas no computador.

Nas tarefas IV e V, o desafio não se prendia unicamente com o envolvimento dos alunos nas tarefas, mas também em construir imagens que incluíssem modelos que favorecessem o uso da multiplicação. Assim, como se pode verificar no enunciado da tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7) e no enunciado da tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" (Apêndice 9), tentei construir imagens que, a par da situação associada, suscitassem interesse aos alunos e, ao mesmo tempo, promovessem o uso de estratégias multiplicativas.

No conjunto das tarefas salienta-se a preocupação que assumi em criar contextos motivadores, que suscitassem o interesse dos alunos, sendo que apenas duas tarefas surgem de contextos puramente matemáticos. Contudo, construir contextos associados a uma situação constituiu-se uma prática difícil. Esta pressupõe que me coloque na idade dos alunos e que pense nos seus gostos e interesses, ou seja, que me coloque no papel dos alunos. Pressupõe, ainda, a construção de imagens que sejam representativas da situação associada ao contexto e que simultaneamente apoiem os alunos na construção dos conceitos matemáticos.

A ambivalência entre tarefas com situações associadas ou puramente matemáticas

O contexto em que as tarefas foram desenvolvidas marca algum destaque na minha prática, uma vez que, no meu entender, é um dos aspetos que pode tornar a tarefa desafiante para os alunos. Assim, ao longo do projeto verifica-se a preocupação que tive em desenvolver tarefas cujo contexto fosse ao encontro das vivências dos alunos. Contudo, construir tarefas num contexto que fosse desafiante aos alunos tornou-se também um desafio. Desta forma, nem sempre foi possível que o contexto partisse de uma situação. Assim, distingo na presente análise as tarefas às quais estão associadas situações, das tarefas cujo contexto é puramente matemático.

As tarefas III “Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope” (Apêndice 5), IV “Colar estrelas nos azulejos” (Apêndice 7) e V “Papel de parede do Pai Natal” (Apêndice 9) são exemplos de tarefas que partem de um contexto próximo dos alunos. Nestas tarefas os alunos foram desafiados a resolverem uma dada situação a partir de uma personagem que lhes era familiar, o Pai Natal. Dada a época natalícia em que nos encontrávamos e, uma vez que se trata de uma época que os alunos mostram ter bastante interesse, considerei uma boa estratégia optar por dinamizar tarefas que envolvessem o Pai Natal, tal como acontecia nas outras áreas disciplinares. Assim, através do contexto associado à época natalícia, com personagens e vivências que lhes eram próximas, pretendia envolver os alunos na realização da tarefa.

Apesar de considerar que, nestas tarefas, tenha conseguido criar situações que vão ao encontro das vivências dos alunos, nem sempre optei por fazê-lo, como aconteceu nas tarefas referentes ao primeiro e ao último congresso matemático dinamizado. Na tarefa associada ao primeiro congresso os alunos foram desafiados a explorarem os sólidos e, na tarefa associada ao último congresso, a resolverem as expressões, sem qualquer ligação a uma situação, ou seja, em ambas as tarefas o contexto era puramente matemático. Apesar de esta decisão não ter sido pacífica, no sentido que sempre considerei que as tarefas para serem motivadoras tinham que ter um contexto ao qual estivesse a uma situação próxima da vivência dos alunos, optei por não fazê-lo no caso destas tarefas. Relativamente à tarefa I “Prismas e pirâmides”, considerei que a mesma, por enquadrar-se na exploração dos sólidos e, com efeito, os alunos terem acesso a sólidos e poderem manuseá-los, só por si tornava-se num contexto motivador. No caso da tarefa VI “Tabuada do 2”, por tratar-se de uma novidade para os alunos, a resolução de expressões associadas à aprendizagem da tabuada do 2, poderia ser também só por si motivadora. Efetivamente, pude verificar que nem a tarefa I “Prismas e pirâmides” nem a tarefa VI “Tabuada do 2” se tornaram menos interessantes para os alunos por não partirem de uma situação associada a um contexto.

O receio de as tarefas não promoverem uma discussão coletiva produtiva

A escolha de tarefas que permitissem discussões coletivas produtivas constituiu também um grande desafio. Senti, em todos os momentos de planificação, a dificuldade em propor aos alunos uma tarefa que favorecesse, na fase do congresso matemático, grandes momentos de discussão entre os alunos. Contudo, foi nas primeiras duas planificações que esta dificuldade foi mais sentida. Considero que esta dificuldade pode encontrar-se associada ao tipo de tarefa. Embora considere que eram tarefas abertas, apresentavam um desafio reduzido, ao contrário das outras tarefas que se caracterizam por apresentarem um desafio mais elevado.

Considero que as duas primeiras tarefas, do domínio de Geometria e Medida – tarefa I "Prismas e pirâmides" e tarefa II "Descobrir polígonos" – são caracterizadas por serem tarefas abertas de desafio reduzido, uma vez que se tratam de tarefas de exploração e, por isso, abertas e são, em simultâneo, tarefas que não existe uma 'resolução'. Isto é, envolviam várias descobertas que, no congresso matemático, podiam ser partilhadas com os colegas. Assim, entendo que estas descobertas serviam maioritariamente para partilha, mas não suscitavam uma 'grande' discussão, uma vez que no momento de congresso matemático apenas foi discutido o que estava correto ou incorreto. Por exemplo, na tarefa I "Prismas e pirâmides", os alunos foram desafiados a partilharem o que descobriam sobre os dois sólidos que lhe eram atribuídos. Deste modo, no momento de discussão os alunos eram sobretudo desafiados a partilharem as descobertas e não a discuti-las. Assim, no congresso matemático desta tarefa apresentou-se cada póster e foram analisados na perspetiva de compreender se era válida a informação que descobriram sobre cada sólido, por exemplo, se x sólido era de facto um prisma ou uma pirâmide, se tinha x polígonos e quais, entre outros. Pela dificuldade que senti em tornar o momento de discussão mais rico, por vezes, optei por ampliar o congresso matemático – situação abordada no presente capítulo, na secção *Congressos matemáticos*.

Contudo, o desafio de escolher tarefas que favorecessem a discussão coletiva surgiu ao longo da minha prática. Logo, apesar de ter maior evidência nas primeiras duas tarefas, nas restantes tarefas este desafio também esteve presente. Ainda assim, considero que à medida que a abertura e o desafio das tarefas aumentam, as discussões também surgem mais ricas. No entanto, ressalvo que esta afirmação pode não ser assim tão linear, uma vez que podem estar implícitos outros fatores, como por exemplo, a possibilidade das discussões serem melhoradas de tarefa para tarefa.

5.2. Antecipação de resoluções

O receio de não esgotar todas as hipóteses de resolução

Na tarefa II "Descobrir Polígonos", consciente da dificuldade em construir todas as figuras diferentes utilizando a composição de quatro figuras (um retângulo, um triângulo grande e dois triângulos pequenos geometricamente iguais), optei por solicitar o apoio da minha colega de estágio na resolução da tarefa fora da sala de aula. Após antecipar a construção de um conjunto de figuras, que julgava corresponder a todas as hipóteses (ver figura 13), no momento de resolução da tarefa, os alunos construíram figuras diferentes das que tínhamos antecipado, como se pode verificar, na figura 14.

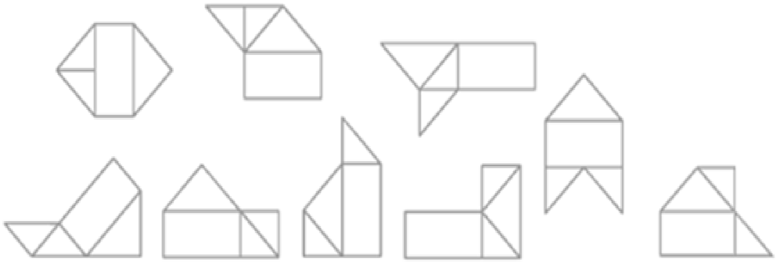


Figura 13: Tarefa II - Antecipação de hipóteses de resolução (hexágonos)

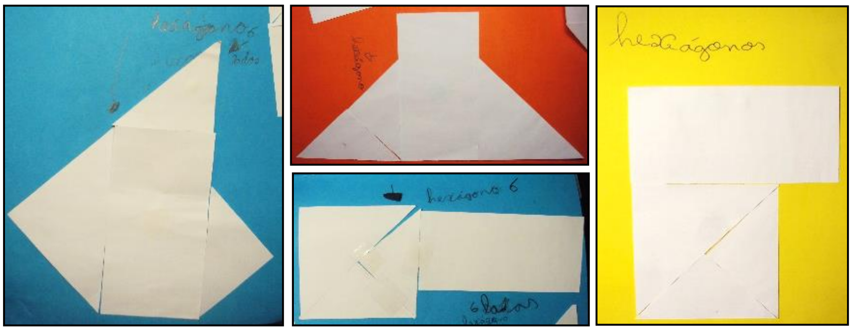


Figura 14: Tarefa II - Resoluções dos alunos diferentes das antecipadas (hexágonos)

Este exemplo ilustra uma situação em que as resoluções antecipadas não correspondem, na totalidade, às resoluções apresentadas pelos alunos. Considero que esta discrepância surge associada às características da própria tarefa, por existir um grande número de possibilidades de solução, associada ao facto de, no momento de antecipação, ter pensado unicamente em justapor figuras cujos lados fossem congruentes entre si (ver figura 13). Contudo, de entre as indicações fornecidas aos alunos, que explicito no capítulo da *Proposta de Intervenção*, nenhuma os impedia de construir figuras em que justapusessem figuras com lados não congruentes (ver figura 14).

Comparo, em seguida, as antecipações que elaborei com as diferentes resoluções que surgiram na realização das tarefas IV “Colar estrelas nos azulejos”, V “Papel de parede do Pai Natal” e VI “Tabuada do 2”, que se enquadram no domínio de Números e Operações.

A antecipação das resoluções dos alunos relativa à tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos” (Apêndice 7) inclui estratégias de contagem e aditivas (ver figura 15). A primeira estratégia, relativa ao procedimento de contagem um em um, é uma estratégia de contagem. A segunda estratégia, à qual se associam os procedimentos de cálculo 2 + 2 + 2 + 2 (…); 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8; e, 16 + 16 + 16, corresponde a uma estratégia aditiva. Por fim, evidencia-se também a previsão dos alunos incluírem nos seus registos produtos que revelem a compreensão da multiplicação no seu sentido aditivo (6 x 8 e 3 x 16).

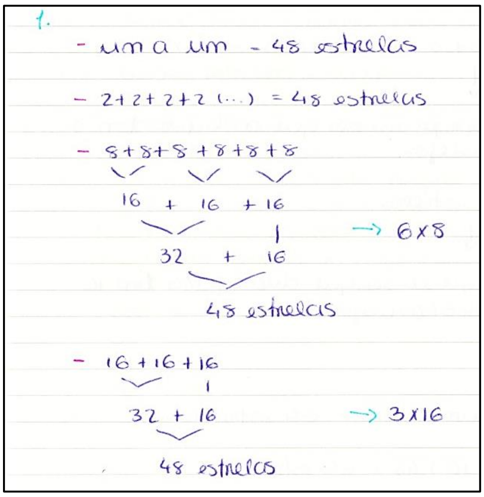
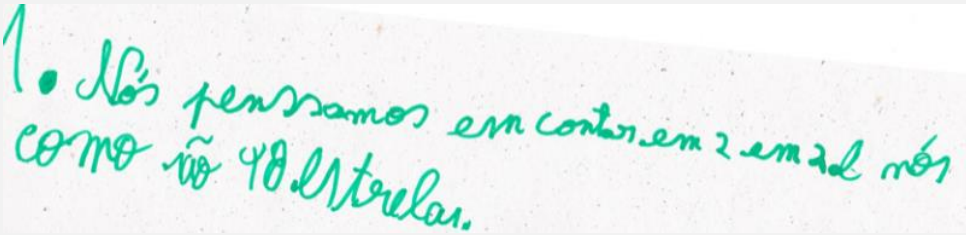


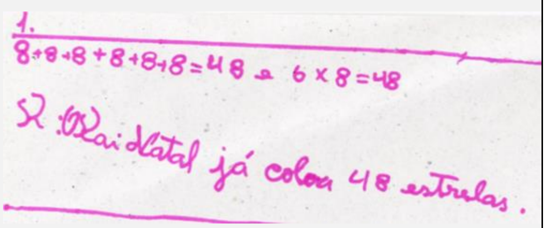
Figura 15: Tarefa IV (1.ª Questão) - Antecipação de estratégias

Analisando as produções dos alunos relativas à tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos” (ver figura 16), embora tenha antecipado a possibilidade de os mesmos recorrerem a estratégias de contagem, nomeadamente recorrendo ao procedimento de contagem de um em um, os alunos do grupo 12 referiram que contaram de dois em dois. Se observarmos a resolução do grupo 10 (ver página 64), os alunos podem ter efetuado tanto contagens de um em um, como de outra forma, uma vez que colocaram o resultado e multiplicaram por dois. Ou seja, através dos seus registos não se consegue perceber como os alunos pensaram ao resolver a tarefa. Contudo, como se pode ver no episódio 9 (ver páginas 95 e 96), os alunos confirmam que efetuaram contagens de 2 em 2. O grupo 13 optou por utilizar uma estratégia aditiva, determinando o número de estrelas amarelas, o número de vermelhas e adicionando de seguida. Para determinar o número de estrelas de cada cor, os alunos recorreram a adições sucessivas do número 2. Este grupo parece, ainda, compreender a relação entre a adição sucessiva de parcelas iguais e a multiplicação ao indicar que 8 x 2 = 16 após ter efetuado a adição sucessiva de 8 parcelas de 2. Tal como antecipado, vários grupos utilizaram estratégias aditivas na resolução da tarefa. Porém, surgiram procedimentos diferentes dos que haviam sido antecipados, como por exemplo, o grupo 3 e o grupo 5, que efetuaram, respetivamente, adições sucessivas de 6 e de 5. Relativamente ao grupo 5, a par de outros grupos, podem ter efetivamente contado de cinco em cinco ou, partiram do resultado e decompuseram-no, com objetivo de apresentar uma estratégia no póster. O grupo 3 utilizou como estratégia aditiva a adição do número de colunas ignorando as cores das estrelas: 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6. Nenhum grupo recorreu ao procedimento 16 + 16 + 16, como tinha antecipado.

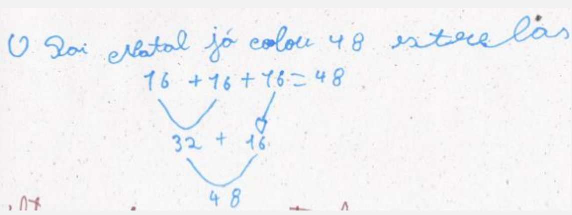


Resolução do grupo 12

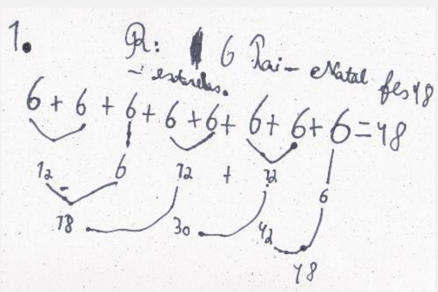

Resolução do grupo 1



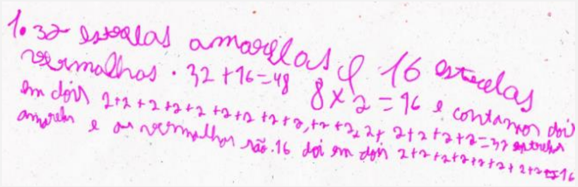
Resolução do grupo 11



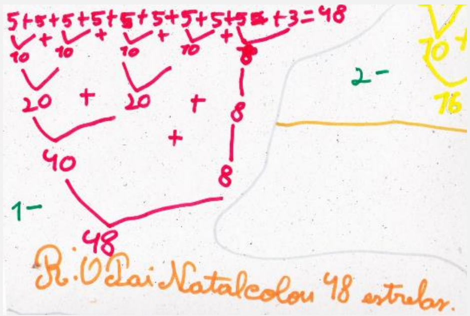
Resolução do grupo 9



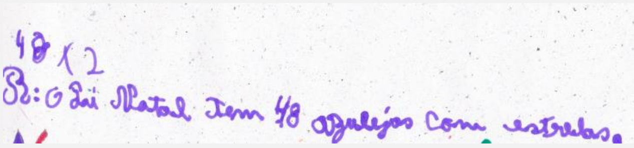
Resolução do grupo 3



Resolução do grupo 13



Resolução do grupo 5



Resolução do grupo 10

Figura 16: Tarefa IV - Resoluções dos alunos (1.ª Questão da tarefa)

Através da comparação entre as antecipações que elaborei (figura 15) e as resoluções dos alunos (figura 16), consegue-se observar que surgiram todas as estratégias que tinha antecipado, ainda que predomine a estratégia aditiva. Porém, verifica-se também o uso de 'novos' procedimentos por parte dos alunos.

Na antecipação de resoluções da quarta questão da tarefa V (Apêndice 9) encontram-se estratégias de contagem, aditivas e multiplicativas (ver figura 17). A primeira estratégia, inerente ao procedimento de contagem de um em um, corresponde a uma estratégia de contagem. Os procedimentos de adições sucessivas de 5 + 5 + 5 e 3 + 3 + 3 + 3 + 3 concretizam estratégias aditivas. Associado ao uso destas estratégia previa que os alunos registassem os produtos 3 x 5 e 5 x 3, respetivamente.

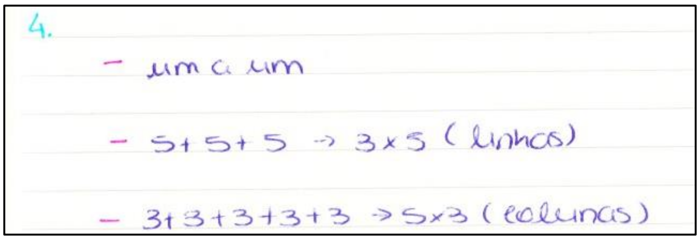
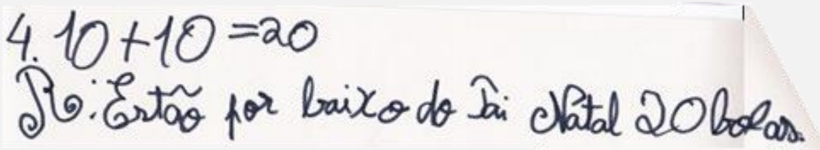
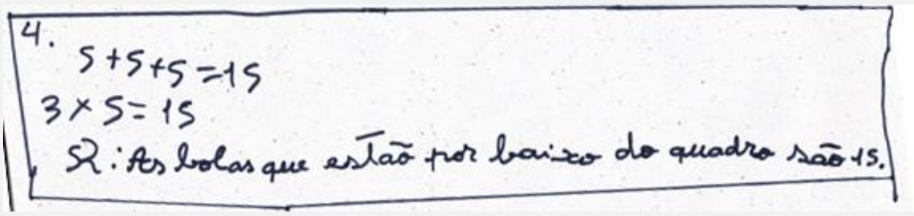


Figura 17: Tarefa V (4.ª Questão) - Antecipação de estratégias

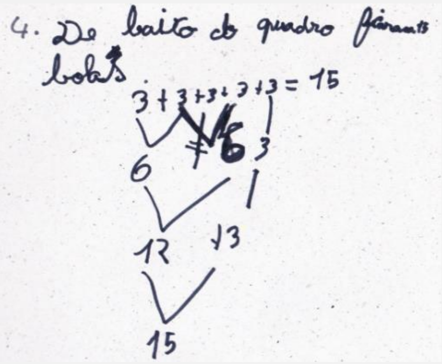
A análise das produções dos alunos relativas à tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" (ver figura 18) permite observar que nenhum grupo mostrou evidências de utilizar a estratégia de contagem. Quanto à estratégia aditiva, como antecipado, vários alunos resolveram a tarefa utilizando como procedimento de cálculo adições sucessivas de cinco em cinco (grupo 4, 7, 10 e 12) e de três em três (grupo 8 e 13). O grupo 3, a par de outros grupos, utilizou também uma estratégia aditiva. Contudo, estes alunos parecem ter interpretado a questão de uma forma diferente. Efetivamente, na questão "Quantas bolas estão por baixo do quadro do Pai Natal?", parecem ter entendido que a questão referia-se às bolas que se encontravam abaixo do quadro do Pai Natal, pelo que efetuaram o cálculo 10 + 10. Por fim, alguns grupos, como o grupo 10, apresentam registos que evidenciam a compreensão da relação entre a adição sucessiva de parcelas iguais e a multiplicação ao reconhecer a igualdade entre 5 + 5 + 5 e 3 x 5. A produção do grupo 5 parece revelar que os alunos já conhecem o produto 5 x 3, correspondendo assim a uma estratégia multiplicativa (recurso a um facto conhecido).



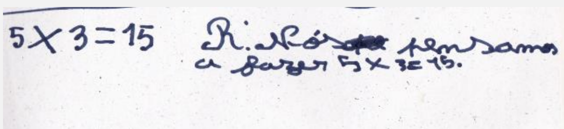
Resolução do grupo 3



Resolução do grupo 10



Resolução do grupo 8



Resolução do grupo 5

Figura 18: Tarefa V – Resolução dos alunos (3.ª Questão da tarefa)

Comparando a antecipação das resoluções dos alunos efetuada (ver figura 17) e as distintas resoluções dos alunos (ver figura 18), observa-se que nem todas as estratégias e procedimentos que foram antecipadas surgiram na resolução da tarefa. Ainda assim, importa referir que unicamente a estratégia que não surgiu foi a menos poderosa, a estratégia de contagem. Relativamente aos procedimentos, também surgiu apenas um distinto do antecipado, tendo origem numa interpretação diferente dos alunos sobre enunciado da que tinha previsto.

Na última tarefa dinamizada com os alunos, ou seja na tarefa VI, efetuei as antecipações de resolução referente a todas as expressões. Contudo, na presente análise focar-me-ei no produto 19 x 2 (ver figura 19), por ser a expressão que os alunos apresentaram uma maior variedade de resoluções. A primeira estratégia envolve o uso da propriedade comutativa da multiplicação e o recurso a um procedimento aditivo: 19 x 2 = 2 x 19 = 19 + 19. As restantes enquadram-se em estratégias multiplicativas com recurso a produtos já conhecidos, à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (por decomposição não decimal do número 19, isto é, 15 x 2 + 4 x 2; por decomposição decimal do número 19, ou seja, 19 =10 x 2 + 9 x 2) e à propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração (20 x 2 – 1 x 2).

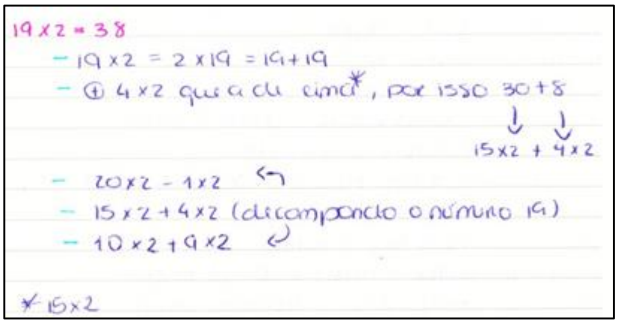
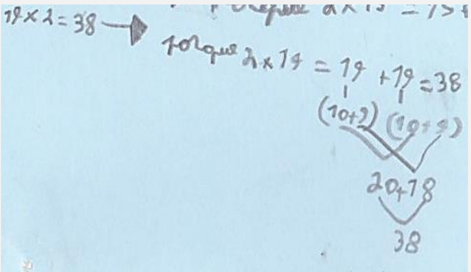
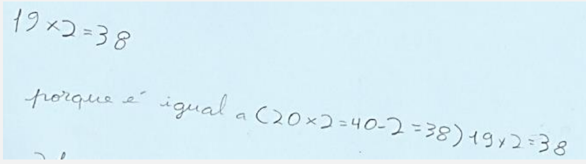


Figura 19: Tarefa VI - Antecipação de estratégias (2.ª Expressão da tarefa)

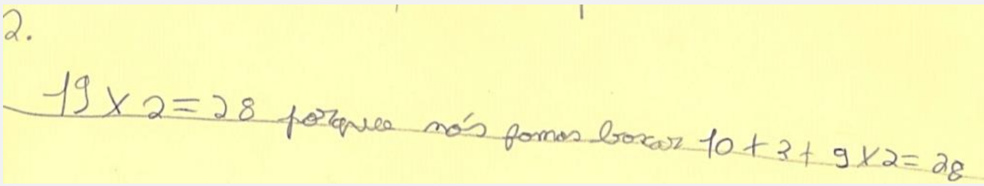
Nesta tarefa, através da análise das estratégias que os alunos utilizaram verifica-se que alguns grupos, como o grupo 2, resolvem a expressão utilizando uma estratégia aditiva, ou seja, os alunos recorrem ao conhecimento que têm da propriedade comutativa e efetuam a adição de 19 + 19. Os restantes grupos recorrem a estratégias multiplicativas mobilizando a propriedade distributiva em relação à adição e em relação à subtração (à exceção do grupo 13 que resolve a expressão utilizando uma estratégia que não consigo compreender – ver resolução do grupo 13 na figura 20). Três grupos, como o grupo 11, fazem decomposição decimal do número 19, ou seja, 10 x 2 + 9 x 2. Dois grupos optam por recorrer ao produto de 20 por 2 subtraindo uma vez o 20, ou seja, 20 x 2 – 1 x 2.



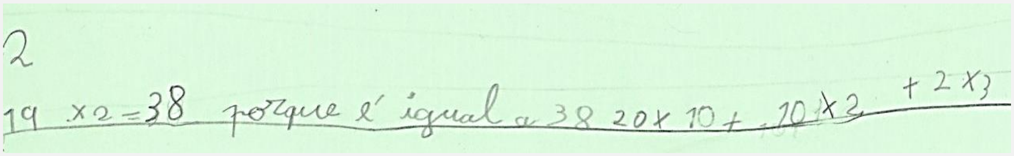
Resolução do grupo 2



Resolução do grupo 10



Resolução do grupo 11



Resolução do grupo 13

Figura 20: Tarefa VI - Resoluções dos alunos (2.ª Expressão da tarefa)

Nesta tarefa explorada com os alunos, verifica-se que a antecipação que efetuei, em comparação com as resoluções dos alunos teve uma maior aproximação, sendo que foram utilizadas todas as estratégias antecipadas. Quanto aos procedimentos, existiram dois que não foram utilizados por nenhum grupo: a utilização do conhecimento do produto da expressão anterior; e a decomposição do número 19 efetuando o cálculo 15 x 2 + 4 x 2.

Após análise das diferentes antecipações de estratégias e procedimentos de cálculo de cada tarefa e as resoluções dos alunos, compreende-se que permanece a dificuldade em esgotar todas as hipóteses, quer de estratégias quer de procedimentos na minha prática. Como se verifica, logo na tarefa III esta dificuldade encontra-se evidenciada, tendo, como referido, aparecido quatro novas hipóteses de resolução, relativas à descoberta de hexágonos, distintas das antecipadas. Esta dificuldade permanece nas restantes tarefas, por exemplo, na tarefa IV apesar de todas as estratégias terem surgido, surgiram cinco procedimentos utilizados pelos alunos que não haviam sido antecipados. Na tarefa V, nem as estratégias nem os procedimentos de cálculo coincidiram totalmente com o antecipado. Quanto à tarefa VI as estratégias de cálculo antecipadas foram todas utilizadas pelos alunos, não tendo apenas recorrido a um procedimento de cálculo.

A dificuldade de pensar nos procedimentos errados

Na tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos” (Apêndice 7), o grupo 8 resolve a tarefa utilizando uma estratégia aditiva e como procedimento as adições sucessivas de dois em dois (ver figura 21), como antecipado por mim. No entanto, por tratar-se de uma estratégia de resolução pouco eficaz para o contexto, o grupo engana-se nos cálculos, e esquece-se de adicionar dois números, comprometendo assim o resultado.

Figura 21: Tarefa IV (1.ª Questão) - Resolução do grupo 8

Também na tarefa VI “Tabuada do 2”, o grupo 7, resolveu a expressão 19 x 2 recorrendo à ideia que 19 = 20 – 1 (ver figura 22). Como sabem que 20 x 2 = 40, concluem erradamente que 19 x 2 = 39. Embora a estratégia dos alunos fosse correta, enganaram-se no procedimento, parecendo esquecer-se ou não compreendendo que tinham de subtrair 1 x 2 ao 40 e não apenas 1.

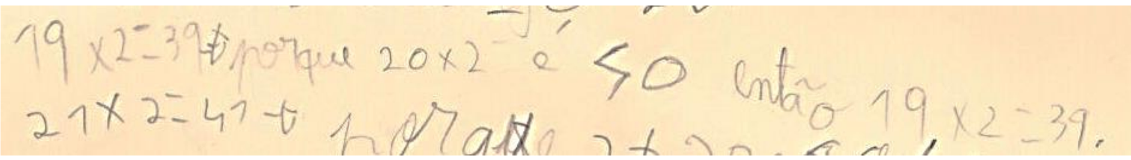


Figura 22: Tarefa VI (2.ª Expressão) - Resolução do grupo 7

Na análise destas duas resoluções, considero também que, apesar de identificar as estratégias de resolução e os procedimentos na minha prática, ignorei a antecipação de erros nos procedimentos utilizados, isto é, ignorei os possíveis erros que os alunos podiam cometer na utilização de estratégias corretas. Desta forma, evidencia-se na minha prática uma tentativa de valorização da antecipação de estratégias e procedimentos corretos para a resolução das tarefas e uma não valorização da antecipação de erros que os alunos possam cometer na utilização das estratégias de cálculo.

A dificuldade em prever as dificuldades dos alunos em lidar com as tarefas e em pensar em estratégias para lidar com elas

Ao longo da minha prática tive a preocupação em antecipar as dificuldades dos alunos que podiam surgir na sala de aula. Estas encontram-se evidenciadas nas planificações de cada tarefa.

Ao analisar as antecipações efetuadas destacam-se em todas as planificações a preocupação em antecipar as dificuldades dos alunos em lidar com as tarefas. Por exemplo, na tarefa VI “Tabuada do 2” previ as seguintes dificuldades.

> Dificuldades previstas
>
> 1. Dificuldades, por parte dos alunos, na resolução das expressões numéricas envolvidas na tarefa;
> 2. Cada par apresentar mais que uma estratégia.
>
> (Planificação da tarefa “Tabuada do 2”)

Identificar as dificuldades que podiam surgir aos alunos na exploração da tarefa constituiu-se numa prática difícil, uma vez que esta prática pressupunha que eu resolvesse as tarefas com o pensamento dos alunos, isto é, da mesma forma como eles poderiam pensar para a resolução das mesmas. Por exemplo, ao resolver a tarefa VI, e ao mesmo tempo que tentava antecipar as estratégias de resolução dos alunos, identifiquei que alguns deles podiam evidenciar dificuldades na resolução das expressões numéricas, em especial nas expressões 19 x 2 e 21 x 2, pois estas apresentavam um grau de dificuldade maior. Identifiquei que uma das dificuldades que podiam surgir estava relacionada com a quantidade de estratégias utilizadas.

Após a tentativa de identificar eventuais dificuldades dos alunos, tentei sempre pensar antecipadamente em formas de os ajudar a ultrapassá-las. O excerto seguinte mostra como antevi lidar com as dificuldades acima referidas:

> Modos de ultrapassar as dificuldades previstas:
>
> 1. Questionar os pares: Como pensaram? Como poderemos calcular 10 x 2? E 15 x 2? Entre outras.

2. Conversar com os pares e admitirem a possibilidade de poder existir mais do que uma estratégia no póster. No entanto, devem refletir sobre ambas as estratégias e compreenderem, em conjunto, qual é a mais poderosa.

(Planificação da tarefa "Tabuada do 2")

Por vezes não consegui antecipar as dificuldades dos alunos nos vários momentos de preparação dos congressos matemáticos. Por exemplo, a tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5) era constituída por duas folhas de enunciado e cinco folhas de apoio para a resolução da tarefa. Estando todas elas em cima da mesa, a resolução da tarefa foi dificultada. Efetivamente os alunos tinham a mesa cheia de folhas e, por vezes, sentiam-se confusos, fazendo comentários do tipo "Professora, tantas folhas, já não percebo nada!" (José, 7 anos). Ou, outro exemplo ilustrativo, na tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7) em que o papel dado aos alunos tornou-se insuficiente para três grupos. Tanto num caso como no outro estes aspetos não foram previstos por mim.

Também no caso da tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" (Apêndice 9), não previ que os alunos a pudessem interpretar de forma diferente, tendo-me apercebido deste facto apenas no momento de selecionar e seriar os pósteres. Quatro grupos compreenderam que a questão era relativa às bolas que se encontravam abaixo do quadro do Pai Natal, tendo calculado 10 + 10.

É de salientar, ainda, que nas tarefas em que não valorizei a antecipação de estratégias e procedimentos de cálculo (tarefas de Geometria e Medida), valorizei a antecipação de eventuais dificuldades que os alunos poderiam evidenciar. Veja-se a tarefa II "Descobrir Polígonos", em que apesar de não ter valorizado a antecipação de todas as resoluções, preocupei-me em compreender quais podiam ser as dificuldades dos alunos na sua exploração:

Dificuldades previstas

1. Repetição de descoberta de figuras;
2. Dificuldades na contagem de lados das figuras;
3. Descobrirem figuras com outros números de lados (triângulo, heptágono, entre outras).

Modos de ultrapassar as dificuldades previstas:

1. É fundamental que os alunos possam ao longo do desafio manusear as figuras que vão encontrando, de modo a verificarem a figura descoberta já tinha sido descoberta anteriormente. Desta forma, as estagiárias devem proceder à colagem das figuras descobertas pelos

alunos com fita-cola, de modo a que os alunos possam manipulá-las durante todo o desafio;

2. De modo a diminuir as hipóteses de engano nas contagens, as estagiárias devem partilhar com os alunos que a melhor forma de estes procederem à sua contagem, é deixar as figuras fixas na mesa, assim como cada elemento proceda à contagem da figura;
3. Valorizar o que foi descoberto pelos alunos. No entanto, reforçar o que é pretendido através do questionamento oral: *As figuras descobertas são as que o Rogério nos pede? Quais são?* Entre outras.

(Planificação da tarefa "Descobrir polígonos")

Também neste caso, antecipar as dificuldades dos alunos na resolução da tarefa, constituiu-se num verdadeiro desafio. À medida que resolvia a tarefa, procurando novas figuras que resultassem do cumprimento das indicações dadas na tarefa, registava quais eram as minhas dificuldades e aquilo que considerava que podia constituir uma dificuldade dos alunos, como a repetição de figuras ou como a descoberta de figuras com outro número de lados. Foi nesta perspetiva que procurei refletir sobre modos de ultrapassar as dificuldades que podiam surgir. Na prática verificou-se que, de facto, as dificuldades que antecipei foram as mais frequentes. Contudo, para um grupo (o grupo 6) os modos que utilizei para ultrapassar as dificuldades previstas não resultaram, tendo este grupo apresentado figuras que não respeitavam as indicações e falhas na contagem do número de lados das figuras (ver figura 23). Na primeira construção os alunos não respeitaram as indicações e na segunda efetuaram mal a contagem, afirmando ter construído um hexágono.

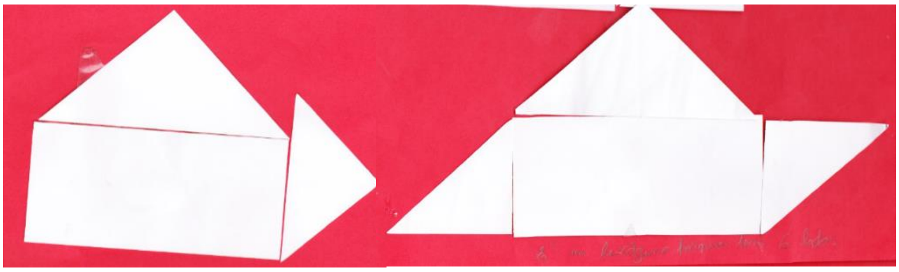


Figura 23: Duas figuras apresentadas pelo grupo 6 - Tarefa II

Analisando ainda esta tarefa, para além de não conseguir ultrapassar as dificuldades previstas, também não consegui prever algumas dificuldades que surgiram, como os aspetos relacionados com a organização dos pósteres. Por exemplo, nos pósteres relativos a esta tarefa verifica-se que três grupos de alunos não se preocuparam em organizar o póster, ou seja, ao contrário dos colegas, estes três grupos não organizaram os seus pósteres de acordo com um critério, como por exemplo, o número de lados das figuras (ver figura 28, pósteres do grupo 2, 5 e 6). Um destes três grupos (grupo 6) chegou mesmo a construir o seu póster sem pensar na leitura do mesmo, uma vez que, após afixado o póster na parede, percebeu-se que os alunos escreveram no póster de acordo com o modo como estavam sentados em grupo (frente a frente).

Uma vez mais as dificuldades que surgiram e não tinham sido antecipadas, não foram ultrapassadas, uma vez que a única possibilidade de as ultrapassar era que estes grupos construíssem os seus pósteres novamente. Contudo, em congresso matemático estes aspetos foram discutidos, na perspetiva de os alunos, nas próximas construções dos seus pósteres, tenham atenção na sua organização e respetiva leitura.

No conjunto das seis tarefas propostas aos alunos, como exemplifico acima, verifica-se a preocupação em antecipar as dificuldades dos alunos e, simultaneamente, encontrar estratégias/formas de lidar com elas. Todavia, quando as dificuldades não foram antecipadas, foram difíceis de serem ultrapassadas, sendo que, por vezes, não chegaram a ser ultrapassadas.

Após análise do conjunto de antecipações efetuadas, considero que antecipar as estratégias dos alunos para a resolução das tarefas propostas não se limita a elaborar uma lista com as possíveis estratégias a serem utilizadas. Assim, na minha prática preocupei-me também em tentar compreender quais as dificuldades que podiam surgir por parte dos alunos no momento de resolução da tarefa. Porém, apesar desta valorização, não considero esta prática fácil, tratando-se de um processo complexo em que tive de colocar--me o melhor possível no papel dos alunos, sendo que, nem sempre, as suas dificuldades conseguem ser antecipadas totalmente.

A dificuldade acrescida em antecipar hipóteses de resolução em tarefas de Geometria e Medida comparativamente com tarefas de Números e Operações

Efetivamente verifica-se que existem poucas referências na presente secção relativamente às antecipações efetuadas para as tarefas do domínio de Geometria e Medida. A fim de compreender a ausência destas, abaixo descrevo a importância que atribuí à antecipação em cada tarefa de Geometria e Medida.

Relativamente à primeira tarefa de Geometria e Medida, tarefa I "Prismas e pirâmides", como se verificou ao longo desta secção de análise, não efetuei antecipações de resoluções. Nesta tarefa, apenas considerei a hipótese de os alunos efetuarem a contagem do número de faces, arestas e vértices do sólido e de classificarem os sólidos. Contudo na tarefa II “Descobrir polígonos”, apesar de ter efetuado um maior número de antecipações de hipóteses (ver figura 13), a antecipação que efetuei não foi tida em consideração no momento de dinamização das tarefas, uma vez que não as utilizei noutro momento qualquer a não ser na planificação. Assim, entendo que nesta tarefa a antecipação de resoluções teve reflexo fundamentalmente na antecipação das dificuldades que os alunos poderiam ter ao tentarem descobrir figuras utilizando a composição de outras figuras. Na última tarefa proposta do domínio de Geometria e Medida, a tarefa III “Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope” (Apêndice 5), não efetuei antecipações de hipóteses de resolução. Assim, a antecipação elaborada para esta tarefa passou unicamente por compreender quais as dificuldades que podiam surgir no momento da sua resolução.

Após análise, considero que nas primeiras três tarefas propostas aos alunos não valorizei a antecipação de hipóteses de resolução, sendo que, apenas na segunda tarefa de facto antecipei algumas resoluções. No entanto, ainda que tenha antecipado algumas resoluções nesta tarefa, esta antecipação não se mostrou relevante para orientar o momento de dinamização do congresso. Contudo, as mesmas tornaram-se importantes para compreender quais as dificuldades que podiam surgir aos alunos na resolução da tarefa, prevendo assim modos de as ultrapassar. Esta falta de antecipação de resoluções nas tarefas de Geometria e Medida leva-me a considerar que antecipar estratégias em tarefas deste domínio constitui-se também um desafio para mim.

5.3. Apresentação das tarefas

A preocupação de contextualizar as tarefas e simultaneamente a dificuldade em lidar com as intervenções dos alunos

Como referido anteriormente, na escolha das tarefas preocupei-me em pensar em contextos que envolvessem os alunos na realização das mesmas. Esta preocupação em suscitar interesse aos alunos para a realização da tarefa prolongou-se também para o momento da sua apresentação. Ou seja, procurei estabelecer uma conversa com os alunos em torno de aspetos associados ao contexto da tarefa, que designo por contextualizar a tarefa.

Em conjunto com a minha colega de estágio criámos uma caixa do correio para que as personagens que os alunos conhecem lhes pudessem enviar cartas com desafios. Deste modo, por exemplo, na tarefa II "Descobrir polígonos", na caixa do correio encontrava-se um conjunto de figuras (ver figura 3*)* e uma carta de uma personagem conhecida dos alunos, o gato Rogério (ver figura 24).

Olá turma!

Tenho quatro figuras, como as que vos envio, e com elas vou tentar descobrir quadriláteros, pentágonos e hexágonos.

Desafio-vos a encontrar também!

Um beijinho, Rogério.

Figura 24: Tarefa Congresso II - Carta do gato Rogério

A utilização do correio tornou-se numa ferramenta útil a fim de envolver os alunos na tarefa, sendo que, diariamente estes observavam o correio na expetativa de receberem uma nova correspondência. Recebendo *feedback* positivo da turma foram algumas as tarefas, para além da acima referida, que tiveram início com a abertura do correio, como a tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5) e a tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" (Apêndice 9).

Para além da utilização do correio tentei recorrer a personagens conhecidas dos alunos e que surgiam em tarefas propostas nas outras áreas disciplinares. Por exemplo, sendo o Pai Natal uma personagem em relação à qual os alunos revelam grande entusiasmo, e dada a época natalícia, a mesma surgiu em mais que uma tarefa, como na tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7) e na tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" (Apêndice 9). Em ambas as tarefas os alunos foram desafiados a ajudarem o Pai Natal, tanto na contagem das estrelas nos azulejos da sua dispensa, como na contagem das bolas de Natal no papel de parede da sua sala e quarto.

O seguinte episódio corresponde ao momento de apresentação da tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" e pretende ilustrar o modo como decorriam estes momentos na sala de aula e o desafio em lidar com as várias intervenções dos alunos:

Episódio 2

Eu: O Pai Natal descobriu em casa um bocado de papel de parede. Alguém me consegue explicar o que é um papel de parede?

Matilde: Para não dar mais trabalho a comprar a tinta, compramos papel de parede, colamos e fica bonita a parede.

José: E as pessoas querem desenhos para por nas paredes.

Eu: Então… o Pai Natal quando descobriu o bocadinho de papel de parede decidiu colá-lo na sala, assim… *(colei no quadro o bocado de papel de parede que o Pai Natal descobriu)* em cima do sofá, como se fosse um quadro. Como está aqui na imagem *(apontei para o quadro interativo, onde se encontrava a imagem do enunciado da tarefa)*. Conseguem ver?

Alguns alunos: Sim.

Ruben: Eu gosto mais de *zombies*.

Eu: Ruben, como é o papel de parede do Pai Natal?

Ruben: É às bolinhas da árvore de Natal.

Eu: Pois, o Pai Natal deve gostar das bolas da árvore de Natal.

Margarida: Porque ele é do Natal é normal ele gostar de coisas de Natal.

Martim: Eu gosto de dinossauros e a minha irmã de fadas.

(Registo áudio, 1.12.2014)

Neste episódio observa-se que facilmente os alunos tendem a efetuar comentários que se distanciam da situação associada ao contexto da tarefa. Por exemplo, quando questiono a turma sobre o que o entendem por papel de parede, Matilde e José desenvolvem um discurso em torno dos motivos que levam as pessoas a colocar papel de parede. Quando, em seguida, mostro o papel de parede colocado pelo Pai Natal, Ruben dá a sua opinião sobre o tipo de desenhos que mais aprecia. Também Martim decide partilhar os seus gostos e os da sua irmã relativamente aos desenhos para o papel de parede.

Apesar de considerar que algumas das minhas questões/comentários poderão ter contribuído para algumas destas observações dos alunos (por exemplo, quando faço a afirmação "o Pai Natal deve gostar das bolas da árvore de Natal"), senti dificuldade em evitar/minimizar os diálogos cruzados entre os alunos o que contribuiu para um certo afastamento da situação associada ao contexto da tarefa. Ainda assim, a fim de minimizar os diálogos cruzados entre os alunos, por vezes, optei por questionar um dos alunos que está a dialogar com os colegas. Por exemplo, neste episódio, questionei Ruben sobre o papel de parede do Pai Natal no momento em que começavam a surgir muitos diálogos na sala de aula.

À dificuldade em lidar com as intervenções dos alunos no momento de apresentação da tarefa ilustrada neste episódio, associa-se a preocupação em não exceder o tempo que tinha planeado para o mesmo. Efetivamente, os diversos comentários dos alunos em torno de aspetos que não se centravam na situação associada à tarefa, para além de os distanciar desse contexto contribuíam para uma duração excessiva da apresentação da tarefa. Assim, associada à preocupação em contextualizar a tarefa e simultaneamente à dificuldade em lidar com as intervenções dos alunos, está a preocupação com o tempo que tinha planeado para a sua apresentação.

O receio de não despertar o interesse dos alunos para a resolução de tarefas com contextos puramente matemáticos

Ao propor tarefas cujos contextos eram puramente matemáticos senti o receio de não despertar o interesse dos alunos pela resolução da tarefa pelo facto de não existirem elementos motivadores a eles associados (nomeadamente a personagens/situações conhecidas dos alunos). Assim, destaco as tarefas I "Prismas e pirâmides" e VI "Tabuada do 2", às quais não se encontram associadas a nenhumas personagens/situações conhecidas pelos alunos. Analiso em seguida os momentos de apresentação destas duas tarefas. O episódio 3 ilustra o momento de apresentação da tarefa I:

Episódio 3

Eu: Tenho aqui estes sólidos *(coloquei os sólidos todos em cima de uma mesa)* e desafio-vos a agarrem nos sólidos, a olharem para eles e a registarem o que descobrem para depois partilharem aos vossos colegas… é uma tarefa muito difícil.

José: Eu acho que conseguimos professora.

Luan: O meu grupo consegue!

Grupo 5: O nosso também!

(…)

(Notas de campo, 4.12.2014)

Neste episódio, começo por desafiar os alunos a explorarem os sólidos a fim de partilharem com a turma o que sabem sobre eles. Assim, optei por, primeiramente, mostrar os sólidos, e, seguidamente, explicar o que era pretendido fazer com os mesmos. Para desafiar os alunos opto, ainda, por afirmar "é uma tarefa muito difícil". Através das intervenções dos alunos – José, Luan e alguns alunos do grupo 5 –, observa-se o entusiamo dos mesmos para a realização da tarefa.

A minha pretensão ao afirmar que a tarefa que lhes é pedida é 'muito difícil' era transmitir-lhes a mensagem que estavam perante um desafio e que tal pudesse envolvê--los na sua resolução. Esta preocupação está associada ao receio de não despertar o interesse dos alunos para resolução da tarefa por esta ter um contexto puramente matemático. Analisando esta minha decisão, considero que também poderá ter sido inibidor para alguns alunos. Efetivamente, ao propô-la como uma tarefa 'muito difícil' poderei ter contribuído para que alguns alunos com mais dificuldades ou menos confiança na área da Matemática sentissem que esta seria uma tarefa na qual não iriam obter sucesso. Assim, considero que a minha atitude pode ter influenciado positivamente alguns alunos para a resolução da tarefa (por exemplo, José, Luan e alguns elementos do grupo 5) e pode ter influenciado negativamente outros alunos para a resolução da mesma.

Relativamente à tarefa VI "Tabuada do 2", tal como a tarefa acima analisada, também surgiu num contexto puramente matemático. Após a construção em grupo da tabuada do 2, os alunos foram desafiados a calcularem alguns produtos 'mais complexos' que poderiam envolver produtos da tabuada do 2. O episódio 4 ilustra o modo como propus aos alunos a realização desta parte da tarefa:

Episódio 4

Eu: Agora que já fizemos a tabuada do 2 até ao 13, desafio-vos a calcularem *(enquanto escrevia no quadro)* 15 x 2… 19 x 2… 21 x 2… e 30 x 2.

(Os alunos comentam enquanto desafio-os a calcularem os produtos).

Martim: Fixe, vamos fazer contas de vezes!

Catarina M.: As contas de vezes são difíceis, mas eu gosto.

Luan *(em tom de entusiasmo)***:** Ein, 19 x 2!

(Registo áudio, 9.12.2014)

Como se pode observar, neste episódio, os alunos mostraram entusiasmo em calcular os produtos propostos. Por exemplo, Martim afirmou "fixe, vamos fazer contas de vezes" e Catarina M. disse que apesar de ser difícil, gosta de resolver as expressões. Efetivamente, parece-me que o tipo de proposta se mostrou desafiante para os alunos, por estes considerarem que envolvia, como afirma Catarina M., 'contas difíceis'.

Os episódios acima apresentados ilustram o meu receio de não despertar o interesse dos alunos para a resolução de tarefas cujos contextos são puramente matemáticos. Contudo, considero que o envolvimento dos alunos nestas tarefas poderá também estar associado ao tipo de proposta que lhes é feita e não unicamente ao facto de ter ou não uma situação associada ao contexto.

A ambivalência entre apoiar os alunos na compreensão das tarefas e o receio de os influenciar nas suas resoluções

Quando as tarefas continham enunciado, solicitava alguns alunos para o lerem em voz alta, como era hábito na sala de aula. Neste momento, por vezes, quando a leitura de algumas frases não era efetuada com clareza, eu efetuava nova leitura das mesmas. O seguinte episódio de sala de aula corresponde a uma parte da apresentação da tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" que ilustra estes procedimentos:

Episódio 5

(Após Matilde ler o balão de fala do Dr. Xarope).

Eu: Rita, o que disse o Dr. Xarope ao Pai Natal?

Rita: Disse que sabe desenhar linhas poligonais fechadas, porque desenha segmentos de reta unidos.

Eu: Então e o que é pedido na tarefa? Podes ler?

(Rita lê o enunciado em voz alta).

(Entretanto observo que Simão se encontrava distraído).

Eu: Simão, o que temos que fazer então?

Simão: Temos que fazer o mesmo que o Dr. Xarope.

(Registo áudio, 16.11.2014)

Este episódio evidencia a minha preocupação em colocar questões aos alunos no sentido de os ajudar a interpretar o enunciado. Evidencia, ainda, a minha preocupação em garantir que também alunos que se encontravam distraídos compreendessem o enunciado da tarefa. Contudo, apesar de considerar que não forneço explicações aos alunos durante a apresentação desta tarefa, o modo como, por vezes, questiono os alunos, abre a possibilidade de os alunos responderem o modo como pensariam resolver a tarefa. Por exemplo, quando pergunto a Simão "o que temos que fazer então?" o aluno poderia ter optado por partilhar com a turma o modo como pensaria resolver a tarefa.

Outra das preocupações associadas ao momento de apresentação da tarefa era colocar questões de modo a que aspetos que eu previa que poderiam ser interpretados pelos alunos de forma diferente daquela que era pretendida, fossem clarificadas. Por exemplo o episódio 6, referente à apresentação da tarefa V "Papel de parede do Pai Natal", ilustra a minha preocupação em clarificar quais as bolas que se pretendiam contar. Com a segunda questão que coloco a Sara pretendo que fique clarificado se as bolas a serem contadas seriam as que se veem com ou sem o quadro.

Episódio 6

Eu: Sara, o que nós é pedido?

Sara: Temos que dizer quantas bolas conseguimos ver.

Eu: Quantas bolas conseguimos ver com ou sem o quadro?

Sara: Sem o quadro.

(Registo áudio, 1.12.2014)

Uma outra preocupação no momento de apresentação da tarefa era que os alunos compreendessem completamente o significado de algumas expressões que faziam parte dos enunciados das tarefas e que seriam fundamentais para a resolução das mesmas. Por exemplo, na tarefa III[4] "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5) optei por clarificar o significado de 'parte externa' e de 'parte interna', recorrendo ao paralelismo com as expressões 'exterior' e 'interior' e com o significado que estas assumem numa situação real (ver episódio 7).

Episódio 7

Eu: A parte interna da figura é o que está no interior, como a nossa roupa interior e a parte externa é o que está no exterior, como a nossa roupa (apontei para a minha blusa e calças) que todas as pessoas veem.

(Notas de campo, 16.11.2014)

Nas tarefas que não continham enunciado (no total de três), naturalmente não era efetuada a leitura de qualquer enunciado. Contudo, na apresentação destas tarefas tinha uma preocupação semelhante – a compreensão da tarefa proposta. O episódio 8 ilustra uma parte do momento de apresentação da tarefa II "Descobrir polígonos" que é uma das tarefas que não continha um enunciado.

[4] A tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" envolvia a aquisição de novos conceitos: linhas poligonais abertas, linhas poligonais fechadas, parte externa, parte interna e fronteira de uma figura.

Episódio 8

Eu: Existem algumas regras… as figuras não podem estar sobrepostas. O que é isto de estar sobreposto?

Ruben: As figuras não podem estar coladas.

Eu *(colocando duas figuras no quadro separadas)***:** Assim?

Ruben: Não. Elas podem estar coladas, mas não podem estar em cima.

Eu *(colando duas figuras juntas no quadro, mas sem sobreposição)***:** Posso pôr assim?

Alguns alunos: Sim.

(…)

Eu: Temos que ter algum cuidado na contagem! O Rogério quer apenas que figuras?

José: Quadriláteros, pentágonos e hexágonos.

(Construo um heptágono no quadro).

Eu: Posso ter esta figura?

Alguns alunos: *(Após efetuarem a contagem dos lados)* Não. Tem sete lados.

(Construo o hexágono no quadro).

Eu: Esta posso?

Alguns alunos: Não.

Alguns alunos: Sim! Tem seis lados.

Eu: Ajudam-me a contar?

Alguns alunos: um, dois, três, quatro, cinco e seis *(ao mesmo tempo eu ia apontando para cada lado da figura).*

Eu *(apontando para um lado construído pela junção de duas figuras)***:** Mas isto é só um lado ou são dois?

Vera: Um.

(…)

(Registo áudio, 11.12.2014)

No presente episódio é evidente a minha preocupação em ser o mais clara possível na explicação das indicações sobre a tarefa. Assim, à medida que ditava uma indicação, questionava os alunos sobre a mesma. Por exemplo, relativamente à indicação em que as figuras não podiam estar sobrepostas, questionei a turma sobre o que é estar sobreposto. No momento em que Ruben explicava o que entendia por uma figura estar sobreposta, eu exemplificava com as figuras segundo o que era dito pelo mesmo. Também se observa o cuidado que tive em apoiar os alunos em possíveis dificuldades que podiam ter. Por exemplo, relativamente à indicação construir apenas figuras com quatro, cinco e seis lados, optei por construir uma figura que podia ser construída e outra que não podia ser construída, a fim de apoiar os alunos na contagem dos lados das figuras.

Para além da preocupação em clarificar expressões usadas na apresentação da tarefa, como por exemplo a ideia de 'sobreposto', este episódio evidencia sobretudo a preocupação em que os alunos entendessem o que era pretendido na tarefa. Contudo, esta preocupação leva-me a exemplificar, com a construção no quadro, figuras que não era suposto que fossem construídas pelos alunos perante as indicações de construção das figuras que lhes tinha fornecido. Considero, assim, que de algum modo acabei por entrar no trabalho que deveria ser realizado pelos alunos. Efetivamente, estas figuras poderiam surgir como exemplos dados pelos alunos das que não cumpriam as indicações dadas por mim.

A par da preocupação com a compreensão de enunciados e/ou da tarefa surge a tendência de fornecer indicações 'a mais' aos alunos, que influenciem a resolução da tarefa, quer inibindo algumas descobertas, quer encaminhando para determinados modos de pensar. Esta tendência pode ser encontrada nos episódios 5 e 8. Apesar de, por vezes, poder ter fornecido informações 'a mais', que poderão ter influenciado a resolução dos alunos, noutras vezes, penso que forneci as informações adequadas e, em outras ainda, não terei fornecido informações suficientes para que os alunos compreendessem a tarefa. Por exemplo, no episódio 6, considero que foi importante ter questionado Sara para deixar claro de que bolas se tratavam na questão 3 da tarefa V. Efetivamente ao analisar as resoluções dos alunos nesta questão pude observar que todos revelaram compreender a questão. No entanto no que se refere à questão 4 da mesma tarefa, na qual não tive a preocupação de questionar os alunos sobre a sua interpretação, quatro grupos compreenderam que a questão era referente às bolas que se encontravam abaixo do quadro ao invés de por baixo do quadro do Pai Natal. Assim, ao longo do conjunto das seis apresentações das tarefas surge uma ambivalência. Por um lado senti que havia de apoiar os alunos na interpretação das tarefas, por outro tinha receio de os influenciar na realização das mesmas. A questão que se coloca é, efetivamente, que tipo de informação e de que modo é que deve ser fornecida aos alunos.

5.4. Monitorização

A ambivalência entre fazer cumprir as normas estabelecidas para o trabalho de grupo ou deixar os alunos mudarem de atividade para acompanharem o ritmo dos outros grupos

Para além das normas de sala de aula que devem ser cumpridas em qualquer momento de exploração das tarefas, existiam normas específicas associadas ao trabalho de grupo. Por exemplo, participar na resolução da tarefa, discutir sobre as resoluções apresentadas pelos vários elementos do grupo, escutar as opiniões dos outros, tomar decisões em conjunto relativas às eventuais estratégias registadas no póster, respeitar as decisões do grupo, estabelecer a divisão de tarefas e cumpri-la (quem regista as estratégias nos pósteres e quem as apresenta), decidir quais as opções para a construção do póster (organização do póster e aspetos associados à sua estética), etc. Na resolução das tarefas e na construção dos pósteres os alunos nem sempre cumpriam as normas estabelecidas, implicando a minha intervenção. Por vezes, fui colocada perante a ambivalência de fazer cumprir as normas estabelecidas para o trabalho de grupo ou de 'deixar' os alunos realizarem, ao mesmo ritmo, todas as fases de trabalho em torno da tarefa que antecedem o congresso matemático.

Por exemplo, relativamente à tarefa V "Papel de parede do Pai Natal", por falta de tempo e por decisão minha, os alunos acabaram por não discutir em grupo o seu póster, nem preparar a apresentação do mesmo (norma estabelecida para o trabalho de grupo). Já no que respeita à tarefa I "Prismas e pirâmides", optei por fazer cumprir as normas estabelecidas para o trabalho de grupo. Esta situação surge no momento de monitorização da tarefa, em que um dos elementos de um grupo começou a chorar. Dirigi-me até ao grupo e questionei a aluna em questão para compreender qual o motivo por que estava a chorar. A aluna afirmou que a colega não a deixava escrever no póster. A minha atitude foi de conversar com o grupo no sentido de que todos deviam e tinham de participar. Porém eu não queria decidir quem havia de escrever o quê, porque são um grupo e é em conjunto que deviam decidir. Assim, tentei que, em grupo, os alunos resolvessem os seus problemas, justificando-lhes que é assim que os grupos trabalham. Contudo, esta dificuldade em trabalhar em grupo atrasou o trabalho deste grupo, uma vez que ocuparam muito tempo na organização do mesmo. Enquanto os restantes alunos visitavam os pósteres dos colegas, este grupo ainda se encontrava a elaborar o póster. Nesta situação, valorizei mais a resolução dos problemas do grupo do que dispor tempo para que o mesmo pudesse visitar os pósteres dos colegas, uma vez que se tratava da primeira tarefa que efetuavam em grupo e era fundamental que os alunos soubessem trabalhar em grupo.

Esta ambivalência de, por um lado, dar tempo aos alunos para resolverem os problemas que surgem no grupo e, por outro lado, criar condições para que todos tenham oportunidade em visitar os pósteres dos colegas com tempo, levou-me a uma posterior reflexão. Assim, tentei elaborar grupos com os elementos que considerava existir uma maior compatibilidade de trabalho. Com efeito, ao longo da minha prática os grupos/pares foram sendo alterados, segundo observações que efetuava no momento de monitorização. No entanto, como é natural, trabalhar em grupo implica discutir sobre a tarefa e, desta forma, é também natural que surjam opiniões distintas sobre a realização das mesmas. Deste modo, no momento de monitorizar o trabalho dos alunos tentei sempre apelar a que estes conversassem entre eles e discutissem quer sobre a realização da tarefa, quer sobre a elaboração do póster. Ainda assim, considero que há grupos que conseguiram pôr em prática estas normas de uma forma mais consistente e sistemática do que outros.

As dúvidas em torno das informações que devem ser dadas aos alunos e o receio de influenciar a resolução das tarefas

No momento de monitorização, o meu papel caracterizava-se por circular pela sala de aula e observar os alunos a resolver a tarefa e, numa fase posterior, a construir o póster. Na realização das tarefas, por vezes, os alunos questionavam-me sobre o enunciado da tarefa (questões relativas à compreensão da tarefa) ou sobre o trabalho que estavam a realizar em torno da mesma (questões frequentemente relativas à correção e/ou incorreção das suas resoluções).

Na primeira tarefa dinamizada, "Prismas e pirâmides", enquanto circulava pela sala, os alunos questionaram-me várias vezes sobre o que era para fazer e sobre o que poderiam dizer acerca dos seus sólidos. Na perspetiva de os apoiar na resolução da tarefa, registei no quadro (ver figura 25), com base no que tinha dito no momento de apresentação da mesma, algumas sugestões acerca do que podiam identificar nos sólidos que estavam a analisar:

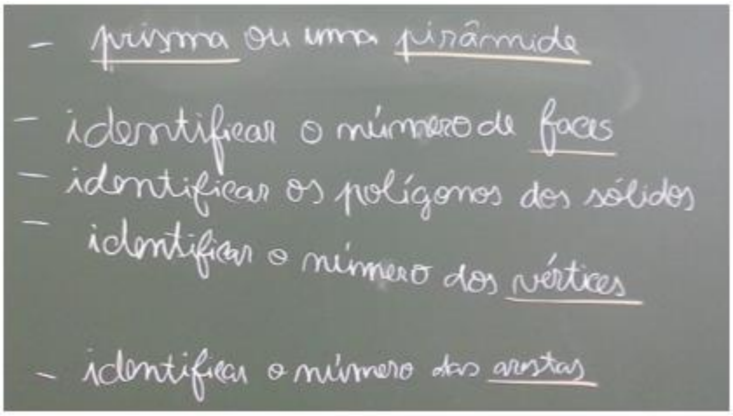
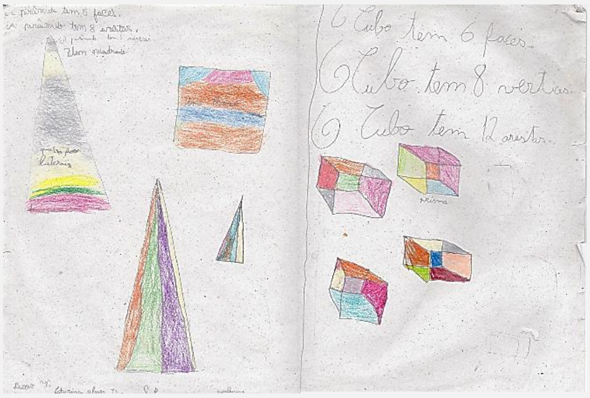


Figura 25: Registo no quadro sobre a tarefa I "Prismas e pirâmides"

O registo que efetuei no quadro sugeria que os alunos identificassem se o sólido era um prisma ou uma pirâmide; que identificassem o número de faces e os polígonos que constituíam os sólidos; e que identificassem o número de vértices e arestas dos sólidos. Os alunos produziram os pósteres que constam na figura 26.

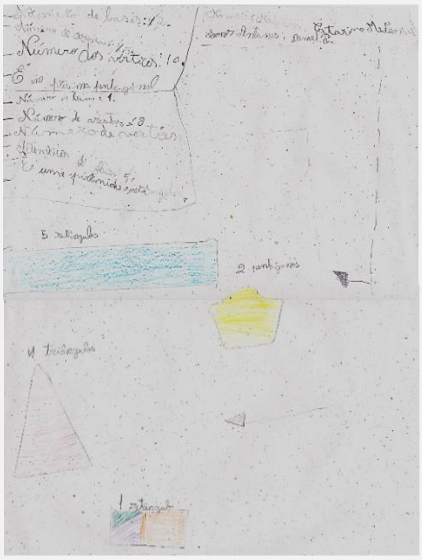
Póster da tarefa I - grupo 1 (Anexo 4)

- ✓ Identificam o prisma e a pirâmide;
- ✓ Indicam o número de faces, vértices e arestas de cada sólido;
- ✓ Identificam os polígonos de cada sólido;
- ✓ Desenham todos os polígonos do prisma;
- ✓ Desenham a base da pirâmide e uma face lateral da pirâmide e afirmam que a pirâmide tem seis triângulos como faces laterais.



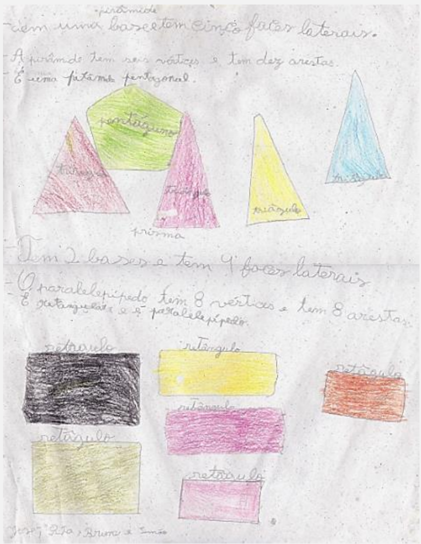
Póster da tarefa I - grupo 2 (Anexo 5)

- ✓ Identificam o prisma e a pirâmide;
- ✓ Indicam o número de faces, vértices e arestas de cada sólido;
- ✓ Desenham três faces laterais da pirâmide e a base;
- ✓ Desenham um cubo.



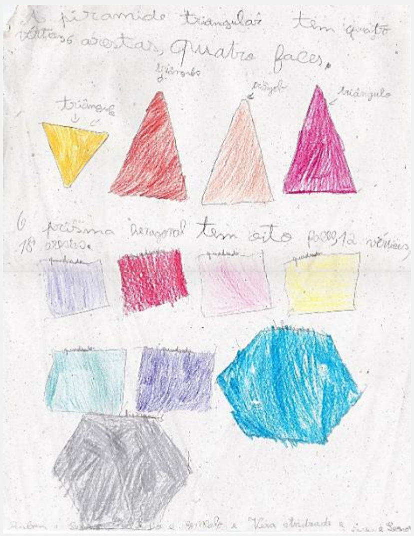
Póster da tarefa I - grupo 3 (Anexo 6)

- ✓ Identificam o prisma e a pirâmide;
- ✓ Indicam o número de faces, vértices e arestas de cada sólido;
- ✓ Identificam os polígonos de cada sólido;
- ✓ Desenham uma base do prisma e uma face lateral do mesmo. Indicam ainda quantas bases e faces laterais o prisma tem;
- ✓ Desenham a base e uma face lateral da pirâmide e indicam quantas bases e faces laterais a pirâmide tem.



Póster da tarefa I - grupo 4 (Anexo 7)

- ✓ Identificam o prisma e a pirâmide;
- ✓ Indicam o número de faces, vértices e arestas de cada sólido;
- ✓ Desenham e identificam os polígonos de cada sólido.



Póster da tarefa I - grupo 5 (Anexo 8)

- ✓ Identificam o prisma e a pirâmide;
- ✓ Indicam o número de faces, vértices e arestas de cada sólido;
- ✓ Identificam os polígonos de cada sólido;
- ✓ Desenham todos os polígonos da pirâmide e do prisma;

Figura 26: Pósteres dos alunos da tarefa I

Comparando a análise que efetuei dos pósteres no momento de seriação dos mesmos (ver itens registados no lado direito da figura 26) com as sugestões registadas no quadro (apresentado na figura 25), verifica-se que todos os grupos apresentaram no seu póster o que foi sugerido, existindo apenas variações na representação dos polígonos de cada sólido. Percebe-se, assim, que o registo no quadro sobre os aspetos que podiam ser incluídos na resolução da tarefa pode ter de facto influenciado a resolução da mesma, nomeadamente o que os alunos 'procuraram' nos sólidos. No entanto, analisando os objetivos que a tarefa se proponha alcançar[5], parece-me que o registo efetuado no quadro, apesar de poder ter influenciado as resoluções dos alunos, os mesmos atingiram globalmente os objetivos propostos.

Destaco, agora, a tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5) pois, talvez por ter associados conceitos matemáticos novos para os alunos, foi uma das tarefas em que mais surgiram questões relativas à sua compreensão. As questões dos alunos centravam-se em perguntas do tipo "O que é para fazer aqui?". Com receio de influenciar as suas resoluções, sugeria que lessem novamente as indicações que eram dadas e que conversassem com o par sobre a sua interpretação. Em último caso, quando os alunos solicitavam novamente apoio, lia com os mesmos as indicações que as personagens davam e, em conjunto, interpretávamos o que era pedido. Contudo, o facto de não querer influenciar os alunos na resolução da tarefa e, por isso, na prática não lhes ter respondido diretamente sobre o que lhes é pedido, questiono-me se terei tomado as opções adequadas uma vez que não existiu um único grupo a identificar corretamente em todas as figuras construídas a parte externa e a fronteira das figuras. De modo a não influenciar os alunos na resolução desta tarefa, provavelmente devia ter, assim que os alunos apresentaram dificuldades, lido com os mesmos as indicações que as personagens davam e interpretá-las em grupo turma.

Também a tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7) suscitou a colocação de questões sobre a compreensão da tarefa por vários grupos de trabalho. Nesta tarefa, o Pai Natal colou estrelas nos azulejos e questionou os alunos sobre quantas estrelas já tinham sido coladas, quantas faltavam colar e quantas estrelas teria quando já

---

[5] A tarefa tinha como objetivos a utilização correta dos termos «vértices», «arestas» e «face», e a identificação e representação de pentágonos e hexágonos (Apêndice 1).

tivesse colado todas. Os alunos questionaram-me se as estrelas que o Pai Natal estava a tapar também contavam. Neste momento surgiu a ambivalência entre permitir que os alunos interpretem a tarefa sozinhos ou deixar claro que tinham de ser contadas todas as estrelas, mesmo as que não conseguíamos ver. Ao contrário do que aconteceu na tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope", considerei que era importante dizer aos alunos explicitamente o que era pretendido na tarefa. Esta minha escolha é justificada por saber que em todas as questões importava que os alunos compreendessem que o Pai Natal estava a tapar algumas estrelas e que estas também deviam ser contabilizadas. Foi, desta forma, que considerei ser importante que a interpretação fosse realizada sem dúvidas, tendo assim respondido aos alunos diretamente o que era pretendido que "Todas as estrelas têm de ser contadas, mesmo as que não conseguimos ver" (Nota de campo, 25.11.2014).

Já no que respeita à tarefa VI "Tabuada do 2", enquanto os alunos calculavam os produtos 15 x 2, 19 x 2, 21 x 2 e 30 x 2, intencionalmente permaneceram no quadro os registos efetuados na construção da tabuada do 2 (ver figura 27). Considerei importante que estes registos permanecessem no quadro, com o objetivo de apoiar os alunos no cálculo dos produtos anteriormente referidos, ou seja, de os ajudar a utilizar produtos e estratégias que estavam registadas no quadro.

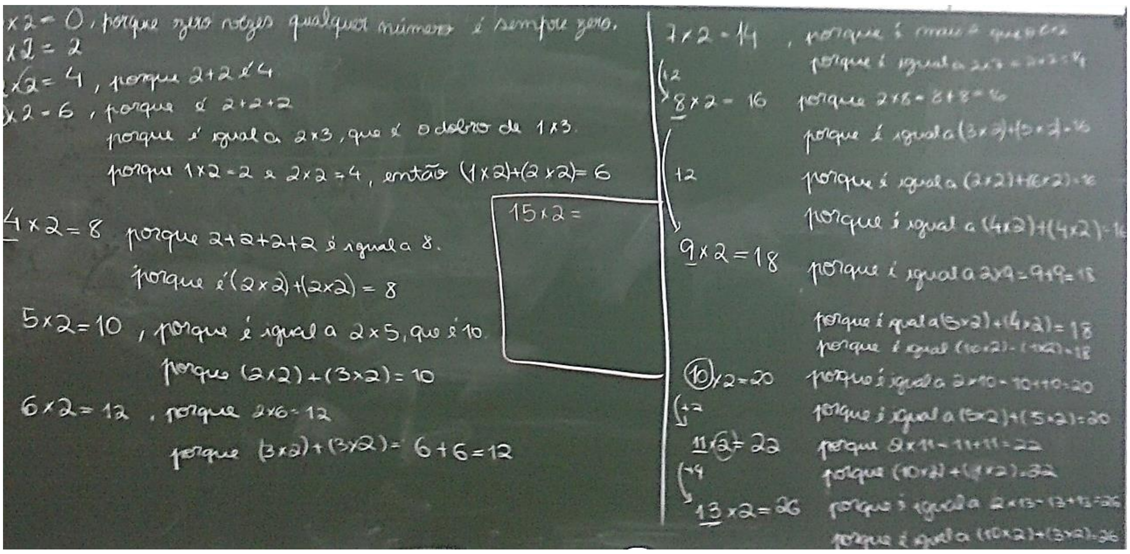


Figura 27: Registo no quadro – apresentação da tarefa VI "Tabuada do 2"

Contudo, analisando as produções dos alunos verifica-se que a maior parte dos grupos resolvem as expressões utilizando estratégias aditivas (também analisado na secção *Antecipação de resoluções,* no presente capítulo), recorrendo apenas ao conhecimento que têm da propriedade comutativa e ignorando os registos que se encontravam no quadro (figura 27). Assim, considero que o registo não influenciou a resolução das expressões, ao contrário do que pretendia.

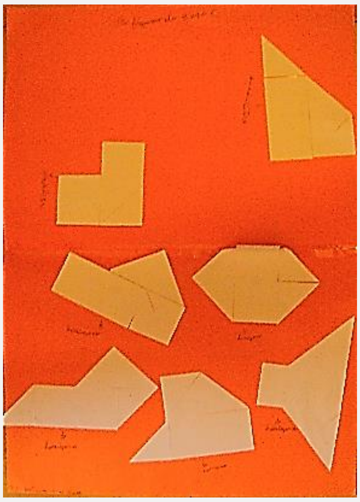
É, desta forma, que surge uma vez mais dúvidas em torno das informações que devem ser dadas aos alunos. Por um lado, no caso da tarefa I "Prismas e pirâmides" considero que o registo que efetuei no quadro pode ter influenciado de forma menos positiva a resolução da tarefa, por outro, no caso da tarefa VI "Tabuada do 2", embora o registo tenha surgido como meio de influenciar os alunos no uso de determinadas estratégias, efetivamente tal parece não se ter verificado.

O apoio dado aos alunos durante a resolução das várias tarefas, surgem algumas dúvidas. Por um lado senti que havia de apoiar os alunos na compreensão das tarefas – quer através das minhas intervenções junto deles, quer através de registos efetuados no quadro –, por outro lado tinha receio que o meu apoio pudesse influenciar os alunos na realização das mesmas.

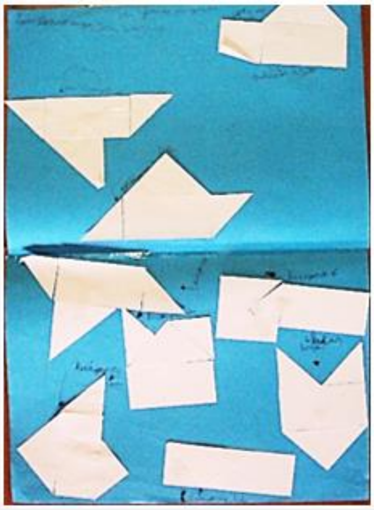
Os constrangimentos associados aos materiais envolvidos na construção dos pósteres

Para a construção dos primeiros pósteres, inerentes à tarefa I "Prismas e pirâmides", os alunos utilizaram papel manteiga, lápis de carvão e lápis de cor para pintarem o interior dos polígonos. O papel manteiga pareceu-me a melhor opção para a construção destes pósteres, pois a sua dimensão não era demasiado pequena, obrigando os alunos a escreverem nem com letra demasiado pequena, nem demasiado grande. O lápis de carvão e os lápis de cor pareceram-me os materiais mais adequados para a construção de um póster, pois os alunos podiam apagar e personalizar o póster com as cores. Na construção dos pósteres associados ao primeiro congresso matemático, talvez porque o tempo disponível o permitiu, os alunos construíram pósteres organizados e com letra grande, facilitando a leitura dos mesmos por parte dos colegas. Desta forma, as decisões tomadas pareceram-me as mais adequadas para a construção dos pósteres.

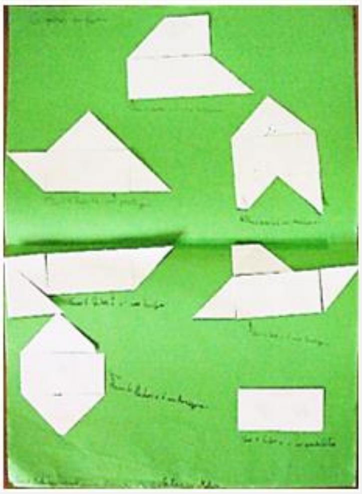
No entanto, os pósteres associados à tarefa II "Descobrir polígonos" não podiam ser construídos no papel manteiga como os anteriores, uma vez que os polígonos produzidos pelos alunos eram brancos e também porque a dimensão não era a mais adequada. Desta forma, optei por disponibilizar cartolinas coloridas para os alunos escolherem e construírem os seus pósteres (ver figura 28).



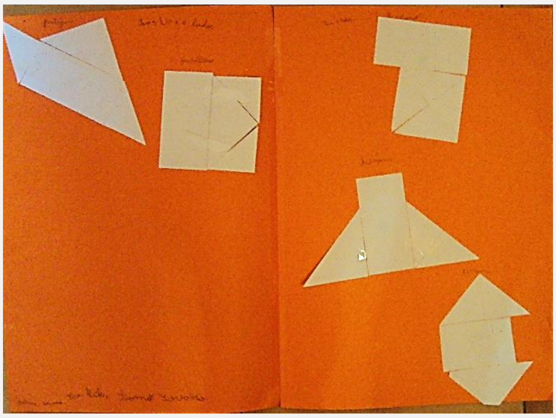
Póster do grupo 1



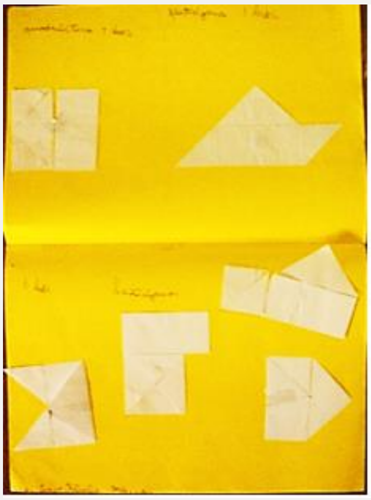
Póster do grupo 2



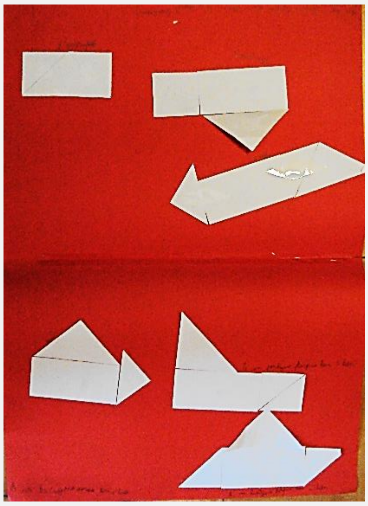
Póster do grupo 3



Póster do grupo 4



Póster do grupo 5



Póster do grupo 6

Figura 28: Pósteres da tarefa II

Nestes pósteres verificou-se que os alunos, apesar de manterem, de forma geral, uma boa organização do espaço, diminuíram o tamanho da letra em comparação com os pósteres realizados anteriormente, tornando a sua leitura mais difícil (figura 28).

Na tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" foram disponibilizadas aos alunos cinco folhas de tamanho A_4. Mas, com estas folhas, dificilmente se construiria um póster semelhante aos anteriores. Esta particularidade apenas foi pensada após realização da tarefa, sendo que apenas neste momento compreendi que as folhas em que os alunos realizaram a tarefa deviam ter sido em A_5, permitindo assim a construção de um póster. Por este motivo, os pósteres dos alunos ficaram com o aspeto conforme ilustrado na figura 29.

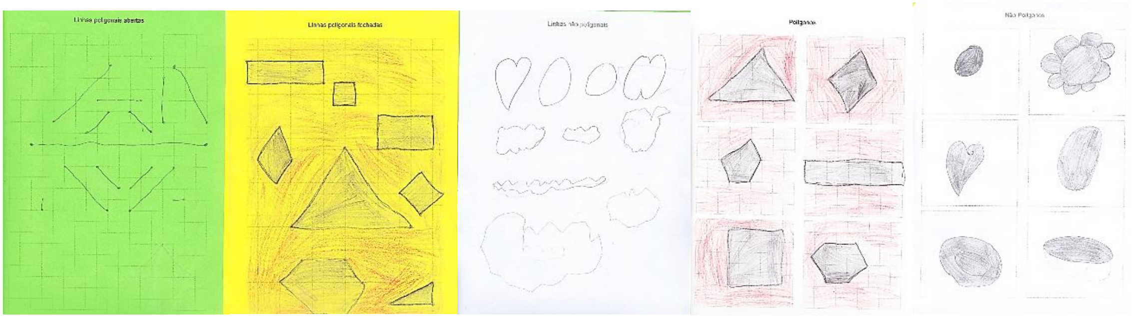
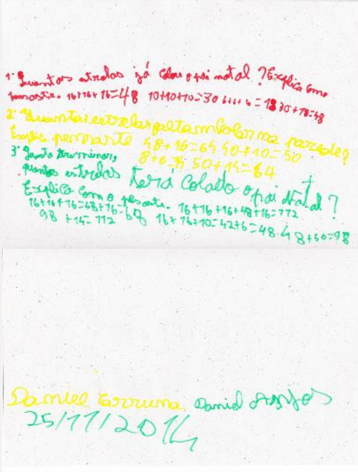


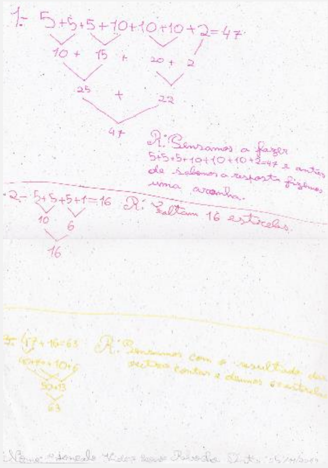
Figura 29: Póster da tarefa III - grupo 5

Todos os grupos, neste congresso matemático, tiveram os pósteres organizados de acordo com a sequência da tarefa (ver figura 29). Assim, a primeira parte da tarefa corresponde à folha verde – tratando-se das linhas poligonais abertas –, a segunda parte equivale à folha amarela – tratando-se das linhas poligonais fechadas –, e assim sucessivamente.

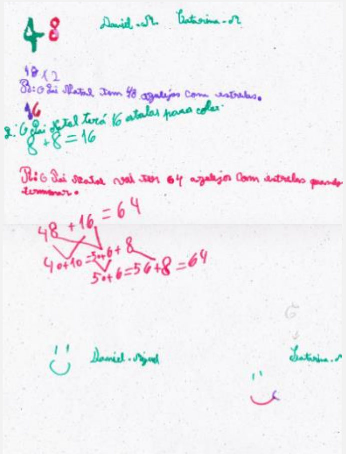
Tendo em conta as experiências e constrangimentos associados à dimensão do póster e ao tamanho da letra, referidos anteriormente, para a construção do póster relativa à tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" disponibilizei aos alunos papel manteiga e marcadores de várias cores. O uso de marcadores foi pensado com a intenção de os alunos elaborarem letras de maior dimensão e que permitissem uma boa visibilidade. No momento de utilização dos marcadores apelei o uso de poucas cores para o póster não ficar confuso e que utilizassem uma cor para cada questão da tarefa. Uma vez que para o congresso matemático resultaram treze pósteres, seguidamente são apenas apresentados alguns exemplos dos pósteres produzidos (ver figura 30).



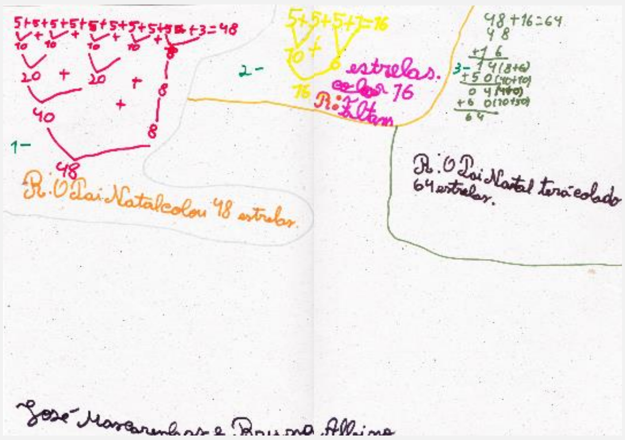
Póster do grupo 4



Póster do grupo 6



Póster do grupo 10

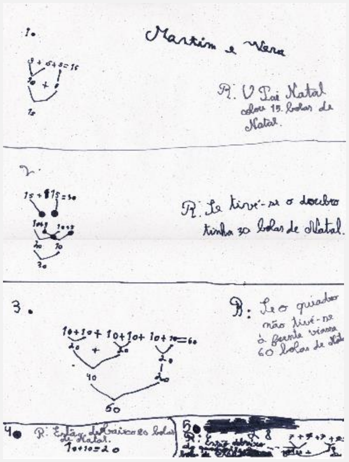


Póster do grupo 5

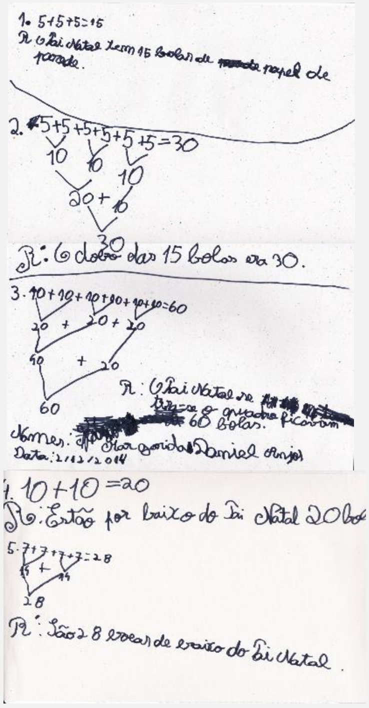
Figura 30: Alguns pósteres da tarefa IV

Em muitos dos pósteres observa-se uma grande melhoria na dimensão da letra. Contudo, por vezes, a utilização de marcadores de cor evidenciou-se uma má opção, por estas serem demasiado claras e não serem de fácil leitura (pósteres dos grupos 4 e 6, na figura 30), ou por existir um excesso de utilização das cores, correndo o risco de tornar o póster confuso (pósteres dos grupos 10 e 5, na figura 30).

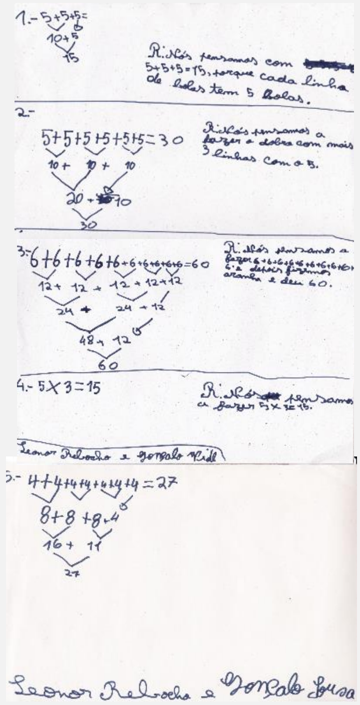
No decurso desta experiência, para a construção dos pósteres associados à tarefa V “Papel de parede do Pai Natal” foram disponibilizados aos alunos folhas de papel manteiga e marcadores pretos ou azuis-escuros. No entanto, também nestes pósteres surgem alguns constrangimentos (ver figura 31).



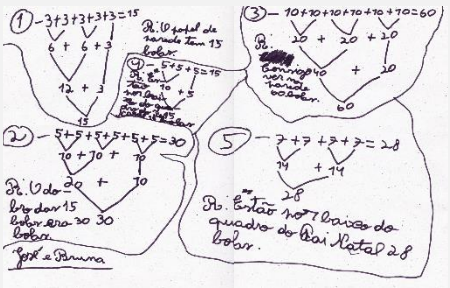
Póster do grupo 2



Póster do grupo 3



Póster do grupo 5

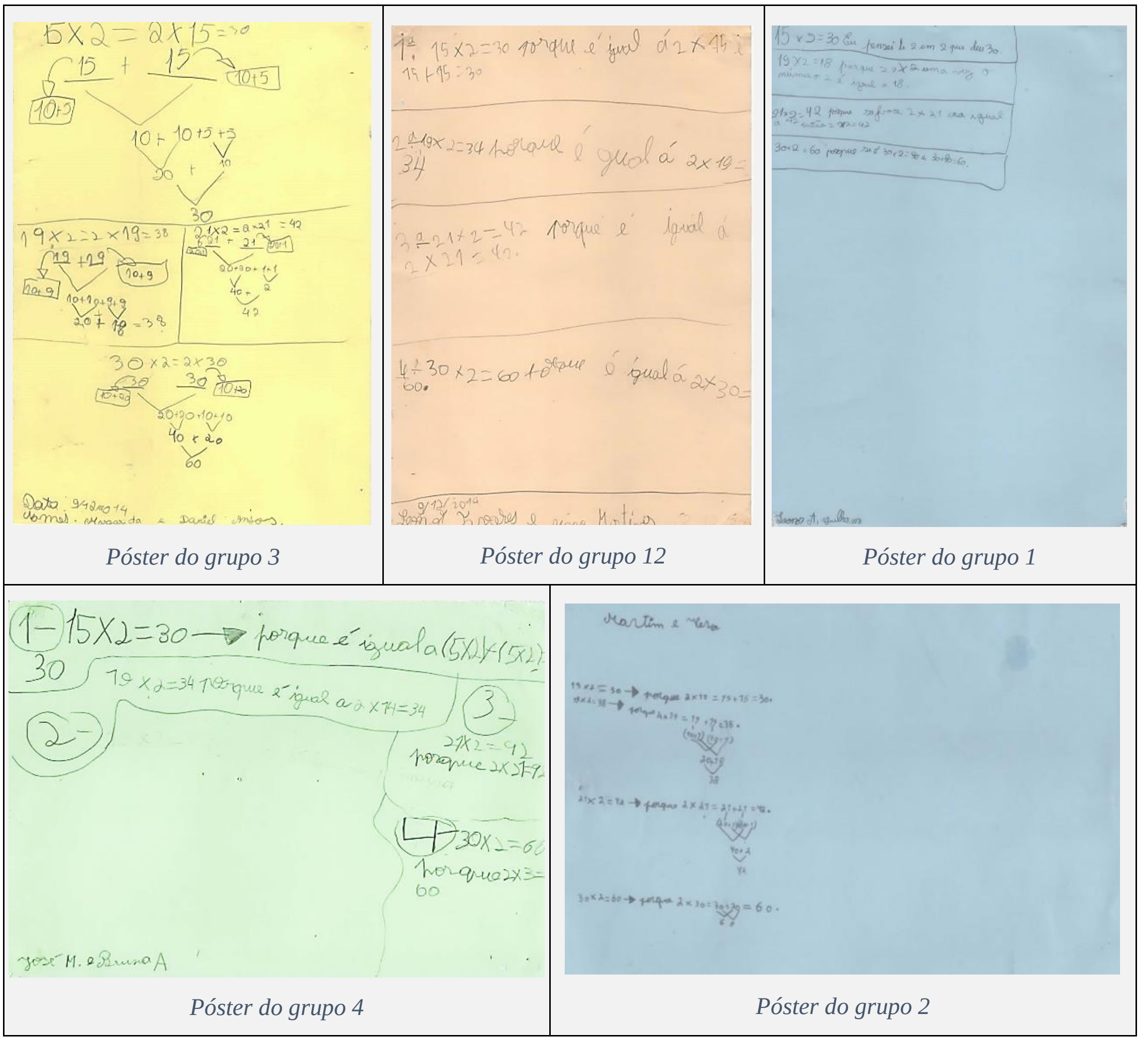


Póster do grupo 4

Figura 31: Alguns pósteres da tarefa V

Em todos os pósteres ilustrados na figura 31 verifica-se que a folha disponibilizada não era a suficiente e para que os alunos conseguissem concluir o póster, por vezes, foi necessário acrescentar mais um bocado de uma folha, pósteres dos grupos 3 e 5. Também nos pósteres dos grupos 2, 3 e 4 percebe-se que o uso de marcadores não resultou, pois os alunos enganaram-se e riscaram, tendo resultado numa apresentação pouco cuidada.

Assim, para a construção do póster associado à tarefa VI "Tabuada do 2" optei por disponibilizar aos alunos novamente lápis de carvão e cartolinas coloridas (ver figura 32).



Póster do grupo 3 | Póster do grupo 12 | Póster do grupo 1 | Póster do grupo 4 | Póster do grupo 2

Figura 32: Alguns pósteres da tarefa VI

Embora não estejam todos os pósteres representados, dada a quantidade dos mesmos, na figura 32 verifica-se que em alguns grupos a dimensão da letra é pequena (pósteres dos grupos 1 e 2) e noutros a organização do espaço no póster não é realizada da melhor forma (pósteres dos grupos 1, 4 e 2). Contudo, na análise dos pósteres representados na figura 32 verifica-se alguns com letra de dimensões adequadas bem como com uma boa organização (pósteres dos grupos 3 e 12).

Assim, associados aos materiais de escrita disponibilizados aos alunos surgem diferentes problemas: uns relacionados com o tamanho da letra, outros com a cor do marcador e outros com a apresentação mais ou menos cuidada do póster. A utilização do lápis de carvão permite que os alunos possam escrever, apagar e voltar a escrever. No entanto, a utilização deste material parece influenciar a dimensão da letra dos alunos, sendo que o marcador mostrou ser uma boa solução para este problema. Contudo, os marcadores têm a desvantagem de não ser possível apagar, podendo resultar numa apresentação menos cuidada. Também a utilização deste material implica alguma atenção, pois nem todas as cores são as mais adequadas, como o amarelo, uma vez que é uma cor muita clara, tornando a leitura difícil. No que se refere às dimensões dos pósteres, por vezes, estas mostraram-se insuficientes, tendo sido necessário acrescentar papel manteiga.

Globalmente, ao analisar póster a póster verifica-se uma grande melhoria da turma em geral relativamente ao tamanho da letra e à organização do espaço, em comparação com os primeiros pósteres elaborados. Esta melhoria pode estar relacionada com o facto de os alunos, ao longo do tempo, terem compreendido quais os aspetos associados à organização e visibilidade a ter em conta na elaboração dos pósteres. Também, congresso a congresso verificam-se alterações nos materiais disponibilizados aos alunos para a construção dos pósteres como consequência dos aspetos que fui considerando menos conseguidos no respeita à sua leitura.

A dificuldade em garantir a concretização dos principais objetivos associados ao momento de visita aos pósteres

Os alunos, na visita aos pósteres, circulavam livremente pela sala de aula com o grupo/par no qual pertenciam. Neste momento, embora com tempo bastante reduzido – ver secção *O tempo e a sua gestão*, no presente capítulo – as minhas práticas assentavam em apoiar os alunos na visita aos pósteres como passo a descrever.

As visitas aos pósteres foram marcadas por alguma confusão. Neste momento os alunos circulavam sem os restantes elementos do grupo/par, aproveitavam para conversarem com os colegas sobre outros assuntos e/ou brincavam com os colegas. Dado o comportamento dos alunos as minhas práticas foram marcadas pelo apelo constante para o cumprimento das normas da sala de aula, proferindo frases do tipo: “Onde está o teu par?”, “Só podem visitar os pósteres com os vossos colegas de grupo”, “Não se esqueçam que depois têm que pensar, em grupo, em questões para colocar aos colegas”.

Para além de intervir junto dos alunos no sentido de tentar que os mesmos fizessem a visita aos pósteres com o seu grupo/par, as minhas práticas foram também marcadas pelo receio de que este momento não cumprisse um dos seus principais objetivos. Efetivamente tinha algum receio de, apesar de os alunos circularem pela sala de aula e até observarem os pósteres dos colegas, não refletirem verdadeiramente sobre as estratégias que os colegas utilizaram na resolução da tarefa. Com efeito, procurei intervir junto dos alunos colocando questões do tipo: "Já pensaste sobre este póster?", "Já conversaste com o teu colega sobre este póster?". Contudo este tipo de questões não mostraram adequadas/eficientes, uma vez que a estas questões, os alunos respondiam telegraficamente sim ou não. Ou seja, as questões que efetuava não confrontavam os alunos com a eventual reflexão que teriam feito sobre um determinado póster dos colegas, mas sim visava apenas saber se se teriam ou não dedicado a esta reflexão. Tomando consciência deste problema, por vezes, pensei em questionar os alunos sobre efetivamente o que teriam pensado sobre um determinado póster. Contudo, a noção do tempo que tal prática iria exigir, inibiu-me de fazê-lo.

Em suma, os aspetos que eu valorizava no momento de visita aos pósteres foram em simultâneo os aspetos que se constituíram um desafio na minha prática: (i) garantir o cumprimento das normas de sala de trabalho de grupo e (ii) garantir a existência de um momento de reflexão sobre os pósteres dos colegas. Relativamente a este segundo objetivo, devido ao tipo de questões colocadas, acabei apenas por perceber se tinham ou não debruçado sobre os pósteres dos colegas.

5.5. Seleção dos pósteres

A dificuldade em compreender as resoluções dos alunos

No momento de selecionar os pósteres a serem apresentados e discutidos em congresso matemático, em primeiro lugar, começava por observar e tentar compreender as resoluções dos alunos. No entanto, esta prática nem sempre foi fácil. Por exemplo, na tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope", o grupo 10 produziu a seguinte figura na folha correspondente aos não polígonos:

Figura 33: Produção do grupo 10 - Tarefa III

Os alunos deste grupo consideraram esta figura como um não polígono, pintaram de vermelho a parte interna do mesmo (quando no enunciado era solicitado que fosse pintado de azul a parte interna e de vermelho a parte externa) e pintaram com um lápis preto a fronteira da figura – como se observa na figura 33. Na análise da produção destes alunos percebi que ou trocaram as cores na resolução da tarefa, ou fizeram confusão com a parte externa e interna da figura. No entanto, na análise da produção do grupo, questionei-me sobre se esta figura poderia ser considerada um não polígono, pois a figura é constituída por uma linha aberta. Questionei-me também sobre qual seria a fronteira da figura, uma vez que numa parte da figura não existe parte interna. Dada a dificuldade em responder a estas questões, discuti com a minha colega de estágio sobre as minhas dúvidas. Contudo, não tendo a certeza sobre as respostas, optámos por entrar em contacto com a professora orientadora do projeto de investigação. Assim, compreendemos que a figura é um não polígono, e a sua fronteira é de facto o que os alunos identificaram.

Neste exemplo, percebo que a dificuldade em compreender a resolução dos alunos prende-se com os conceitos envolvidos na tarefa, uma vez que esta tarefa incluía vários conceitos referentes ao domínio de Geometria e Medida sobre os quais me apercebi posteriormente que não estava assim tão 'à vontade'. A esta dificuldade acresce o facto de os alunos terem apresentado uma figura com características sobre as quais nunca tinha pensado.

Contudo, a dificuldade em compreender as resoluções dos alunos não está apenas associado ao domínio total dos conceitos envolvidos ou com as respostas inesperadas que os alunos possam apresentar. Por exemplo, na tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" o par Catarina M. e Daniel M. responde corretamente à primeira questão colocada na tarefa. No entanto, apresentam como estratégia utilizada a multiplicação de 48 por 2 (ver figura 16, póster do grupo 10). Ao analisar a resposta dos alunos suspeitei que a estratégia que registaram não corresponderia à utilizada. Pensei, efetivamente, que pudessem ter utilizado um procedimento de contagem. Por não compreender a resolução destes alunos optei por questioná-los.

Episódio 9

Eu: Onde foram buscar o 48?

Daniel M.: Foi… estas estrelas *(apontou para o modelo retangular completo)* são 48.

Eu: Como contaram?

Daniel M.: Foi de dois em dois.

Eu: Ah foi de dois em dois… e então o 48 x 2?

Catarina M.: Nós íamos fazer 2 + 2 + 2… e isso ia demorar muito tempo e assim é mais fácil.

(Registo áudio, 26.11.2014)

Através do episódio 9 verifica-se que de facto os alunos utilizaram uma estratégia de contagem aditiva, adicionando dois em dois, apesar de efetuarem um registo de procedimento de cálculo multiplicativo. A análise do episódio parece indiciar que os alunos não compreendem o significado da multiplicação, isto é, que 48 x 2 corresponde a 48 vezes o número 2 e, por isso, o produto não será 48.

Foram várias as vezes em que, como neste episódio, os alunos chegam a um resultado e parecem utilizar um procedimento diferente do registado. Um outro exemplo, na mesma tarefa, os alunos do grupo 1 respondem que quando o Pai Natal terminar de colar as estrelas nos azulejos, o mesmo terá 64 estrelas coladas (ver figura 34). Apesar de a resposta estar correta, os alunos apresentam como processo de resolução, o seguinte cálculo:

Figura 34: Tarefa IV (3ª. Questão) – resolução do grupo 1

Ao indicarem que chegaram ao resultado a partir de 60 + 4, suspeitei que os alunos provavelmente utilizaram uma estratégia de contagem de um em um ou de dois em dois até ao 64 e, como não sabiam como registar essa contagem, apresentaram ‘uma conta’ que desse 64. No entanto, por não ter a certeza deste procedimento optei por questioná-los.

Episódio 10

Diogo V.: 60 mais 4 é igual a 64.

Eu: Como contaram?

Diogo V.: Fizemos *(diz baixinho, apontando com o dedo para a primeira linha de estrelas)* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8… *(diz mais alto e apontando para as linhas ao mesmo tempo)* Fizemos este 8 mais este 8 dava 16. Este mais este é igual a 16 mais 16 e é igual a 32… 32 mais 16 é igual a 56…

Eu: Fizeram assim?

Diogo V.: Sim…

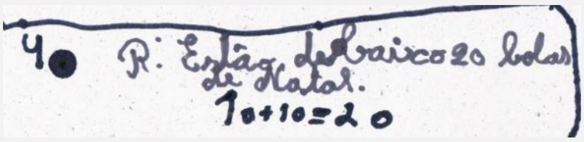
Eu: Mas não registaram. Porquê?

Diogo V.: Não sei.

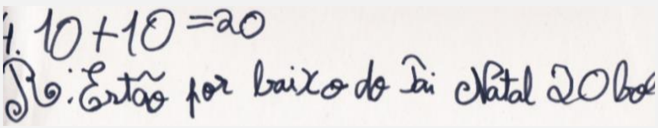
(Registo áudio, 26.11.2014)

Analisando o episódio 10 não consigo identificar claramente como os alunos efetivamente pensaram. Ao contrário do que suspeitei na análise do póster destes alunos (figura 34), através da análise do episódio 10, parece-me que os alunos podem ter de facto efetuado contagens sucessivas de 16 em 16, sem efetuarem os registos, conforme afirma Diogo V. no episódio. Estes dois exemplos, relativos a resoluções da tarefa IV, remetem a mais uma dificuldade na compreensão da resolução dos alunos, nomeadamente à dificuldade em interpretar os seus registos (nem sempre corretos) e da necessidade em solicitar-lhes que expliquem as suas estratégias.

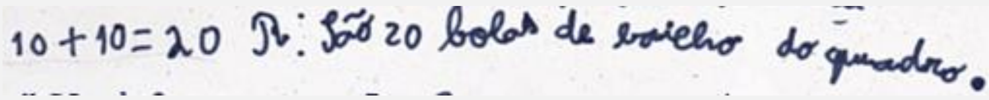
Na tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" surgiram quatro resoluções que colocaram um novo desafio na minha prática. No momento de análise das produções dos alunos verifiquei que existiam quatro grupos de trabalho que apresentavam, na quarta questão da tarefa, a mesma resposta incorreta:


4. R: Estão de baixo 20 bolas de Natal.
10+10=20

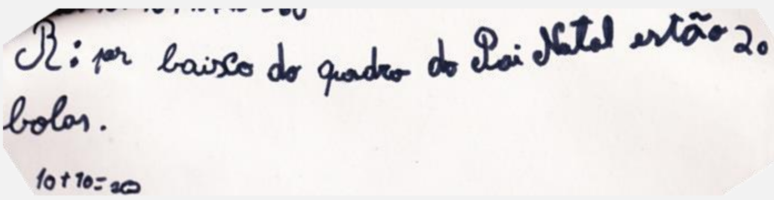
Tarefa V (4.ª Questão) – resolução do grupo 2


4. 10+10=20
R: Estão por baixo do Pai Natal 20 bo

Tarefa V (4.ª Questão) – resolução do grupo 3


10+10=20 R: São 20 bolas de baixo do quadro.

Tarefa V (4.ª Questão) – resolução do grupo 6


R: por baixo do quadro do Pai Natal estão 20 bolas.
10+10=20

Tarefa V (4.ª Questão) – resolução do grupo 9

Figura 35: Resoluções de alguns grupos na tarefa V (4.ª Questão)

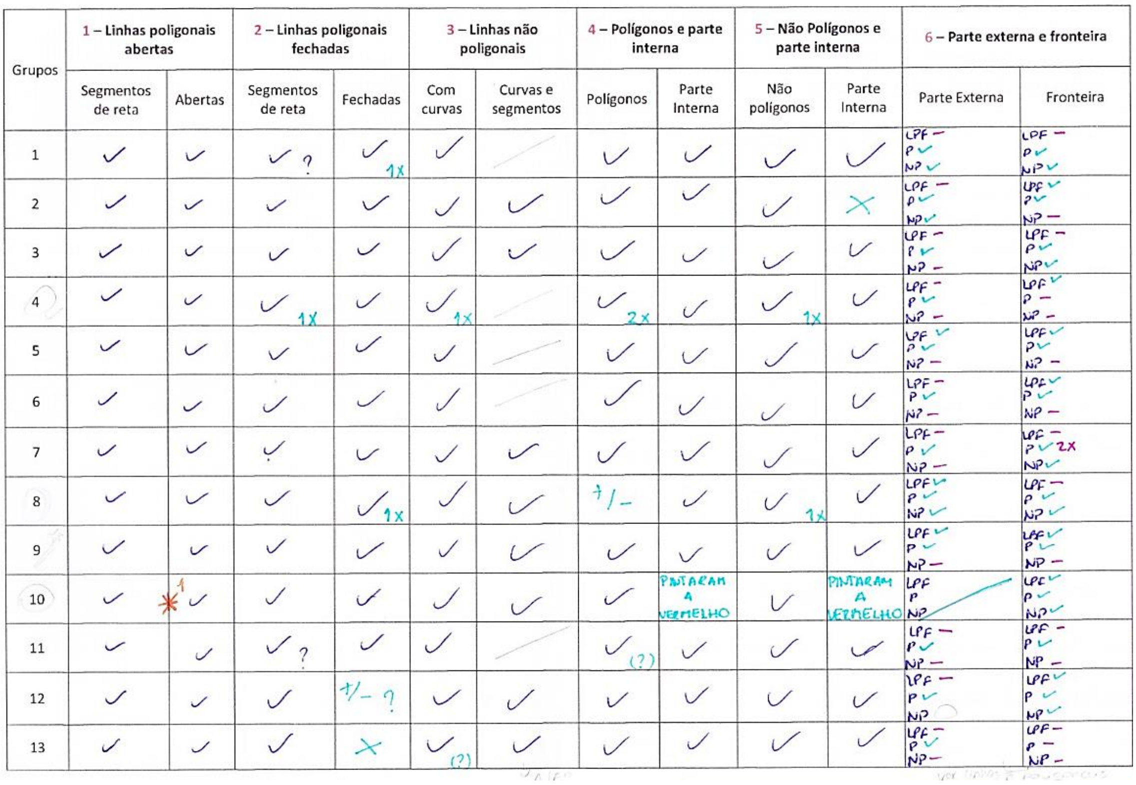
Nesta questão era solicitado aos alunos que indicassem quantas bolas de natal se encontravam por baixo do quadro do Pai Natal. A resposta a esta questão seria 15. No entanto estes quatro grupos responderam 20 bolas de natal (ver figura 35). Compreender a origem deste resultado não foi fácil. Após algumas tentativas, apercebi-me de que abaixo do quadro se encontravam 20 bolas de natal. Em seguida reli a questão do enunciado e compreendi que os alunos o interpretaram de uma outra forma. Ou seja, invés de compreenderem que a questão estava relacionada com as bolas de natal que se encontravam por baixo do quadro, os alunos entenderam que a questão era relativa às bolas que estavam abaixo do quadro. Efetivamente, esta questão podia ser interpretada tal como os alunos o fizeram, pelo que considero que em vez de 'por baixo' deveria ter recorrido à expressão 'por detrás de'.

Também na análise das resoluções dos alunos na tarefa VI "Tabuada do 2", por vezes, compreender as resoluções dos alunos não foi fácil. Por exemplo, o grupo 4, relativamente à expressão 15 x 2, respondeu corretamente, mas o procedimento utilizado estava incompleto (ver figura 32, póster do grupo 4). Este grupo registou no seu póster que 15 x 2 = 30, porque é igual a (5 x 2) + (5 x 2). Esta resolução trouxe-me algumas dúvidas, pois os alunos chegaram ao produto, mas o procedimento estava incompleto/incorreto. Por este motivo, considerei a hipótese de os alunos terem-se esquecido de colocar todos os cálculos. Fui verificar e observei que na folha onde os alunos realizaram a tarefa os cálculos estavam completos/corretos. Esta situação alertou-me para o facto de o que os alunos ao efetuarem o póster podem enganar-se a 'copiar' os seus registos.

No conjunto dos exemplos dados e analisados na presente secção, percebe-se que, apesar de, na sua maioria, conseguir compreender o caminho usado pelos alunos para resolverem as tarefas, este processo não é imediato e constitui uma prática complexa. De acordo com a análise efetuada, para facilitar a compreensão das resoluções dos alunos é importante: (i) dominar 'totalmente' os conceitos envolvidos na tarefa para lidar com situações não previstas, (ii) por vezes, solicitar a explicitação das estratégias e procedimentos utilizados pelos alunos e não atender só aos seus registos, (iii) ter em conta a interpretação dos alunos sobre a tarefa e (iv) ter especial atenção sobre a conformidade entre a folha de trabalho e o póster construído pelos alunos.

A dificuldade em selecionar os pósteres quando vários incluem aspetos interessantes para serem discutidos ou quando são muito semelhantes

A par da prática de compreender as resoluções dos alunos encontra-se a prática de selecionar os pósteres dos mesmos. Desta forma, após analisar os pósteres, percebi que um olhar global sobre os mesmos podia facilitar a sua seleção. Por este motivo, optei por construir uma grelha de registo com a finalidade de me apoiar no momento de seleção dos pósteres dos alunos. Esta grelha de registo começou a fazer parte da minha prática de seleção dos pósteres logo na primeira tarefa em que optei por selecionar os pósteres, ou seja, na tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope":



Grupos	1 – Linhas poligonais abertas		2 – Linhas poligonais fechadas		3 – Linhas não poligonais		4 – Polígonos e parte interna		5 – Não Polígonos e parte interna		6 – Parte externa e fronteira	
	Segmentos de reta	Abertas	Segmentos de reta	Fechadas	Com curvas	Curvas e segmentos	Polígonos	Parte Interna	Não polígonos	Parte Interna	Parte Externa	Fronteira
1	✓	✓	✓ ?	✓ 1x	✓		✓	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP ✓	LPF – P ✓ NP ✓
2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	LPF – P ✓ NP ✓	LPF ✓ P ✓ NP –
3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP –	LPF – P ✓ NP ✓
4	✓	✓	✓ 1X	✓	✓ 1x		✓ 2x	✓	✓ 1x	✓	LPF – P ✓ NP –	LPF ✓ P – NP –
5	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	LPF ✓ P ✓ NP –	LPF ✓ P ✓ NP –
6	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP –	LPF ✓ P ✓ NP –
7	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP –	LPF – P ✓ 2X NP ✓
8	✓	✓	✓	✓ 1x	✓	✓	+/–	✓	✓ 1x	✓	LPF ✓ P ✓ NP ✓	LPF – P ✓ NP ✓
9	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	LPF ✓ P ✓ NP –	LPF ✓ P ✓ NP –
10	✓	*1 ✓	✓	✓	✓	✓	✓	PINTARAM A VERMELHO	✓	PINTARAM A VERMELHO	LPF P NP	LPF ✓ P ✓ NP ✓
11	✓	✓	✓ ?	✓	✓		✓ (?)	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP –	LPF – P ✓ NP –
12	✓	✓	✓	+/– ?	✓	✓	✓	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP	LPF ✓ P ✓ NP ✓
13	✓	✓	✓	✗	✓ (?)	✓	✓	✓	✓	✓	LPF – P ✓ NP –	LPF – P – NP –

Figura 36: Grelha de registo de apoio à seleção dos pósteres - Tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope"

Como se observa na figura 36, na grelha colocava o número dos grupos e fragmentava a tarefa em partes, de modo a indicar se os alunos responderam corretamente a cada uma delas. Por exemplo, na primeira parte desta tarefa, assinalei com um visto quando os alunos efetuavam corretamente segmentos de reta e se, os mesmos, dava origem a linhas poligonais abertas.

Por vezes senti que devia colocar algumas observações, como no caso do grupo 10 em que optei por colocar um asterisco e efetuar anotações fora da tabela, ou, como no caso do grupo 4 e outros em que não acertaram completamente uma dada parte da tarefa e, por esse motivo, estão assinalados com «1x» (ver figura 36).

Dada a necessidade em incluir um espaço onde pudesse colocar observações sobre os pósteres dos alunos, nas tarefas seguintes optei por criar uma grelha com esta particularidade (ver figura 37). Desta forma, as grelhas de registo pertencentes à tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos", à tarefa V "Papel de parede do Pai Natal" e à tarefa VI "Tabuada do 2" seguiram a seguinte estrutura:

Grupos	1 – Já colou		2 – Faltam colar		3 – Todas coladas		Observações
	Resultado	Estratégias	Resultado	Estratégias	Resultado	Estratégias	
1	✓	2 em 2	✓	Decompuseram o nº 16 5+5+6	✓	Decompuseram o nº 64 60+4	Estratégias pouco eficazes
2	✓	8+8+8 → por filas	✓	8+8=16	✓	① 1º ① o 2º, isto é, 48+16 ② 4x16=64	③ 4x16=64
3	✓	6+6+6+6(...) → contagem por colunas	✓	8+8=16	✓	1º ① o 2º, isto é, 48+16	Contagem por colunas
4	✓	① 16+16+16=48 (filas 2 em 2) ② → pelo resultado	x	Acertaram o ③ aqui	✗	calcularam os 3 filas (16) mais o 48 (do 1º) e mais a fila branca (16) = 112	Não compreenderam a tarefa ② e ③
5	✓	5 em 5 ? } Partiram do resultado e decompuseram	✓	5 em 5 ?	✓	1º ① o 2º, isto é, 48+16	5 em 5 ? / resultado
6	✗	5 em 5 ? 10 em 10 ? } Partiram do resultado e decompuseram	✓	5 em 5 ?	✗	1º ① o 2º, isto é, 47+16 enganaram-se na contagem	5 em 5 ? / resultado
7	✓	16+16+16 (filas de 2 em 2)	✓	2 em 2 (pouco eficaz)	✗	Não compreenderam 4+4 ? (...) = 26	Não compreenderam o ③.
8	✗	2 em 2 e esqueceram-se de um ② estratégia pouco eficaz R: 46	✓	3 em 3 não deu certo! (Provavelmente contaram 1 em 1)	✓	48+16=64 ↳ como pensaram?	Estratégias pouco eficazes (3 em 3?)
9	✓	16+16+16 (filas de 2 em 2)	✓	8+8=16	✓	1º ① o 2º, isto é, 48+16	
10	✓	48x2 ? Penso que contaram de 2 em 2 e quiseram colocar a operação ✗	✓	8+8=16 Adição (fila em fila)	✓	1º ① o 2º, isto é, 48+16	48x2 ? ①
11	✓	Sentido aditivo da multiplicação / fazem relação entre ① e a ✗	✓	Sentido aditivo da multiplicação fazem relação entre a ① e a ✗.	✓	1º ① o 2º, isto é, 48+16	Entenderam o sentido aditivo da multiplicação (filas 8 em 8)
12	✓	2 em 2	✓	8+8=16	✗	calcularam (1 em 1 ou 2 em 2) mas chegaram ao resultado (errado) e decompuseram o número.	Estratégias pouco eficazes.
13	✓	2 em 2; 8x2 = 16	✓	8+8=16 e/ou 8x2=16 queriam dizer 2x8	✓	1º ① o 2º, isto é, 48+16	8x2 ou 2x8 ?

Figura 37: Grelha de registo de apoio à seleção dos pósteres - Tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos"

A última coluna representada da grelha servia para anotar as minhas observações sobre uma dada resolução de um grupo – por exemplo, no caso da grelha de registo da figura 37, relativamente ao grupo 7, registei que o mesmo não compreendeu a terceira parte da tarefa; ou quanto ao grupo 8, registei que este utiliza uma estratégia pouco eficaz (contagens de três em três).

Em comparação com a grelha de registo da figura 36, a figura 37 inclui ainda uma nova coluna associada a cada parte da tarefa. Por esta última grelha estar associada a uma tarefa sobre Números e Operações, senti a necessidade de incluir colunas nas quais pudesse registar as estratégias e procedimentos que cada grupo utilizava em cada parte da tarefa – denominadas por *Estratégias* (como se pode observar na figura 37).

A seleção dos pósteres era, desta forma, efetuada com o apoio das grelhas de registo. Assim, após analisar póster a póster, registava na grelha as estratégias dos alunos, o resultado final de cada parte da tarefa e efetuava algumas observações. Em seguida, procedia à seleção efetiva dos pósteres. Apesar de considerar que estes procedimentos foram fundamentais para apoiar as minhas decisões no que respeita à seleção dos pósteres, esta prática mostrou-se complexa. Para além de implicar a construção de uma grelha de registo e a compreensão das resoluções dos alunos, implicava ainda, naturalmente, a seleção efetiva dos pósteres dos alunos. Após tentar compreender as resoluções dos alunos, deparei-me muitas vezes com a existência de vários pósteres que considerava 'ricos' para irem a congresso matemático e com vários pósteres semelhantes, tornando a prática de seleção dos pósteres numa prática difícil. Vejamos como fui concretizando a seleção dos pósteres ao longo do projeto.

Na tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" esta dificuldade não esteve tão evidente quanto nas restantes tarefas, talvez por ser a primeira referente a esta prática. Por um lado, por ser a primeira, não tinha ainda a preocupação em evitar 'repetir' os grupos que apresentavam os seus pósteres. Por outro lado, por não se tratar de uma tarefa de Números e Operações cuja seleção de pósteres se mostrou mais complexa. Efetivamente, nestas tarefas, para além da identificação devida e compreensão das estratégias de resolução, implica a análise e compreensão de diferentes procedimentos de cálculo.

Como referido anteriormente, uma das resoluções da tarefa III, poderia promover uma discussão em torno dos conceitos envolvidos (ver figura 33). Por isso optei por selecionar o póster que incluía esta resolução (ver figura 38), na perspetiva de discutir com a turma a referida figura. A par desta decisão, com receio de não conseguir gerir o tempo, optei por selecionar apenas mais um póster. Contudo, foi na seleção do segundo póster que esta prática constitui um verdadeiro desafio. No momento da seleção do segundo póster verifiquei que existiam muitos pósteres com 'mais ou menos' as mesmas características. Deste modo optei por analisar a grelha de registo e decidi que devia selecionar um póster que tivesse alguns erros nas figuras produzidas, com a finalidade de os alunos, em discussão, os identificarem. Assim, selecionei o póster do grupo 4 (ver figura 39), pois era um dos grupos que continha um póster com estas características.

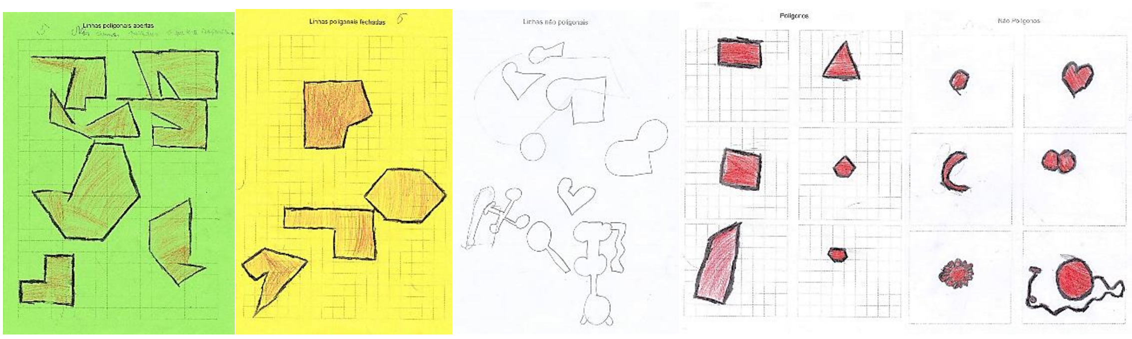


Figura 38: Tarefa III - póster do grupo 10

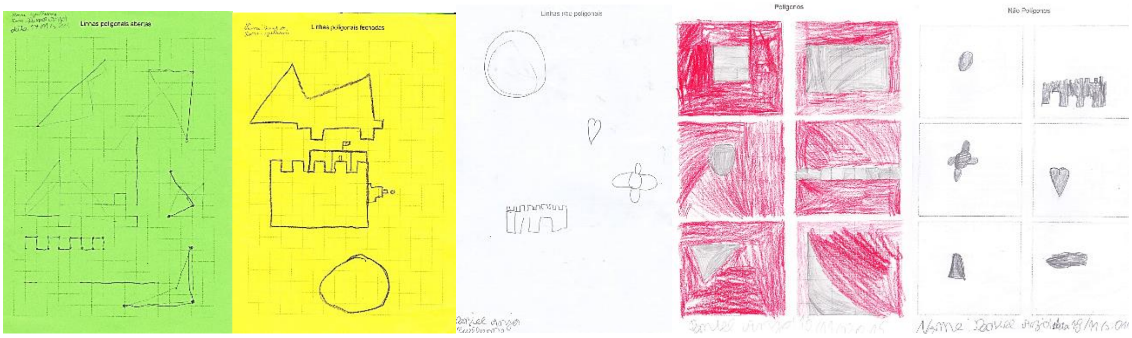
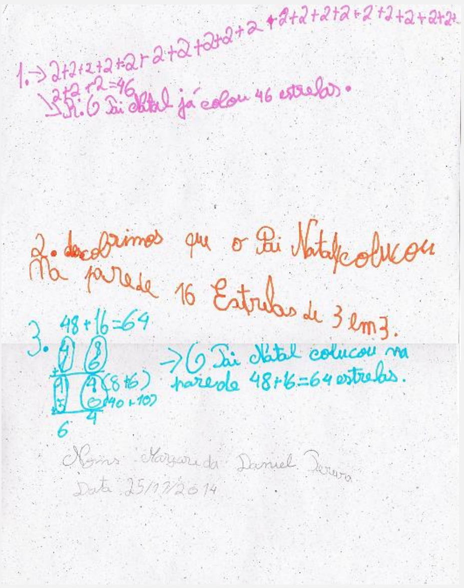


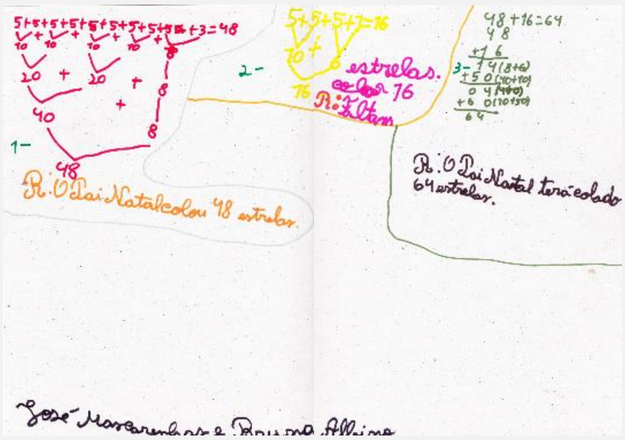
Figura 39: Tarefa III - póster do grupo 4

Na tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" observa-se que existem vários grupos que utilizam estratégias de contagem pouco eficazes – de dois em dois, de três em três e de cinco em cinco (ver figura 37). Por este motivo, considerei importante selecionar um ou dois pósteres que utilizassem estas estratégias no sentido de discutirmos em turma a eficácia das mesmas. No entanto, como referi, existiam vários grupos com estas características e, por isso, selecionar apenas um ou dois pósteres tornou-se, uma vez mais, uma decisão difícil. Com efeito, para esta seleção tive em conta se os alunos já tinham apresentado e discutido o seu póster na tarefa anterior e as restantes partes da tarefa. Desta forma, optei por selecionar dois pósteres que utilizaram estratégias pouco eficazes: o grupo 8, porque em duas partes da tarefa utilizaram a contagem de dois em dois e três em três e enganaram-se na contagem, demonstrando a falta de eficácia da estratégia utilizada (ver figura 40, póster do grupo 8); e o grupo 5, pois utilizaram também uma estratégia pouco eficaz, porém utilizaram adições sucessivas de cinco em cinco (ver figura 40, póster do grupo 5). Contudo, considero que a seleção deste póster acabou por não acrescentar aspetos importantes à discussão, tendo em conta o que foi salientado a partir da discussão do póster anterior. Para este congresso considerei que importava também selecionar um póster em que os alunos fizessem referência a estratégias multiplicativas.

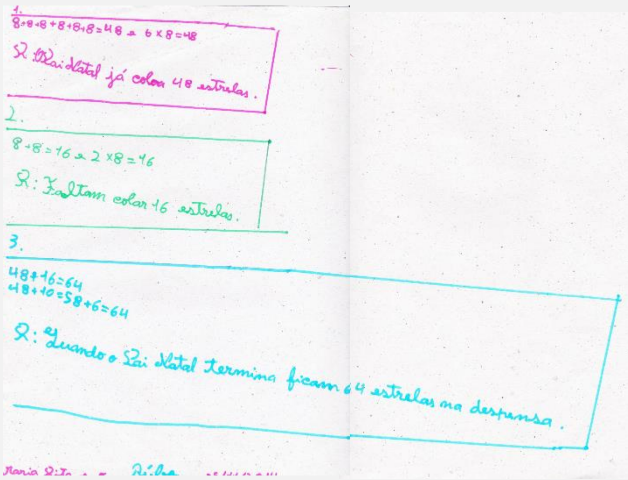
Com efeito, selecionei o grupo 11, pois estabeleceu uma conexão entre a adição e a multiplicação em duas questões da tarefa (ver figura 40, póster do grupo 11).



Póster do grupo 8



Póster do grupo 5



Póster do grupo 11

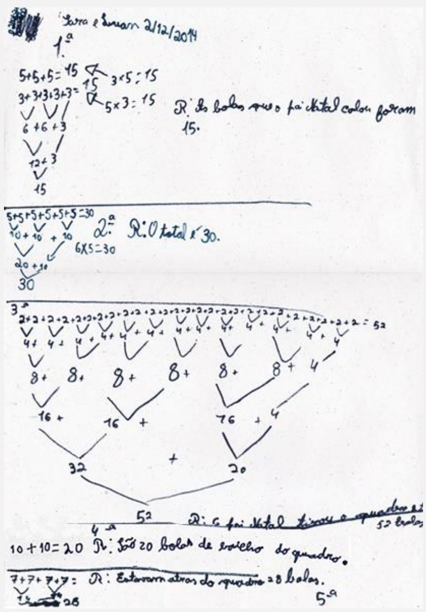
Figura 40: Tarefa IV - pósteres selecionados

Relativamente à tarefa V "Papel de parede do Pai Natal", tendo ocorrido uma interpretação diferente daquela que previ, na questão quatro, por quatro grupos, considerei que um dos pósteres selecionados devia ser um destes grupos. Com efeito, apoiando-me na respetiva grelha de registo (ver figura 41) selecionei o grupo 6 pois, para além de ser um destes grupos, apresentava ainda um conjunto de resoluções que podiam promover a discussão.

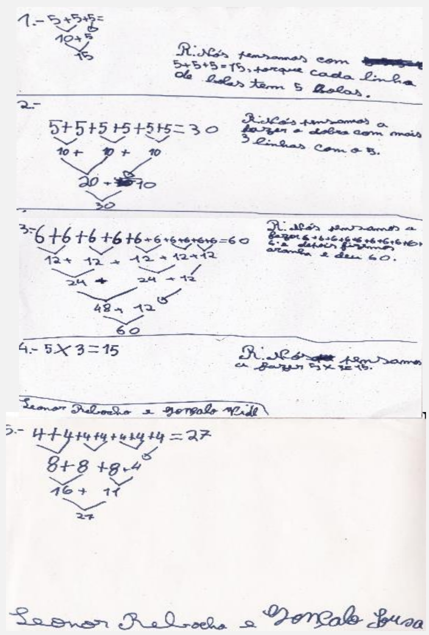
Grupos	1 – Papel de parede 3x5		2 – Dobro de 3x5		3 – Papel de parede 6x10		4 – Quadro 3x5		5 – Quadro 4x7		Observações
	Resultado	Estratégias	Resultado	Estratégias	Resultado	Estratégias	Resultado	Estratégias	Resultado	Estratégias	
1	✓	5 em 5	✓	15 + 15	✓	10 em 10			✓	7 em 7	
2	✓	5 em 5	✓	15 + 15	✓	10 em 10	✗	10+10 BAIXO	✓	7 em 7	BAIXO
3	✓	5+5+5 ↳ linhas	✓	5+5+5+5+5+5... 10 10 10...	✓	10 em 10 ↳ linhas	✓	10+10 BAIXO	✓	7+7+7+7 ↳ linhas	BAIXO
4	✓	3 em 3	✓	5 em 5	✓	10 em 10	✓	5 em 5	✓	7+7+7+7	Não usaram a ①.
5	✓	5 em 5	✓	5 em 5	✓	6 em 6	✓	5x3	✗	4+4+... - falha na contagem	④ usaram a ①
6	✓	5 em 5 3+3+3+3+3=5x3	✓	5+5+5+5+5+5 = 6x5	✗	2 em 2 ?	✗	10+10 BAIXO	✓	7+7+7+7	BAIXO ?
7	✓	5 em 5 ↳ linhas	✓	15 + 15	✓	10 em 10 ↳ linhas	1º ✗ 2º ✓	2 em 2 = 20 5+5+5 = 15	✓	7+7+7+7	No ④ o Daniel também pensou q era o q estava em baixo?
8	✓	3+3+3+3+3	✓	15 + 15	✓	6+6+6 (...) ↳ colunas	✓	3+3+3+3+3 ↳ colunas	✓	4+4+4+...	
9	✓	5 em 5 ↳ linhas	✓	15 + 15	✓	10 em 10	✗	10+10 BAIXO	✗	R: Dá 36 ?	BAIXO ?
10	✓	3+3+3+3+3=5x3 5+5+5=3x5	✓	15 + 15	✓	10 em 10 = 6x10	✓	5+5+5=3x5	✓	7+7+7+7	
11	✓	5 em 5	✓	15 + 15	✓	10 em 10	✗	60 + 60 ?	✗	28+28 ?	
12	✓	5 em 5	✓	15 + 15	✓	10 em 10	✓	5+5+5	✗	8 em 8 em vez de 7 em 7	
13	✓	5 em 5	✓	15+15	✓	10 em 10	✓	3 em 3	✗	contaram à volta do quadro!	

Figura 41: Grelha de registo de apoio à seleção dos pósteres - Tarefa V "Papel de parede do Pai Natal"

O grupo 6 apresenta registos que evidenciam a compreensão da relação entre a adição e a multiplicação, enquanto a maior parte dos outros grupos não o fazem; e utilizou uma estratégia pouco eficaz para a terceira parte da tarefa (ver figura 42, póster do grupo 6). Selecionei ainda mais um póster: o póster do grupo 5. Tendo em conta o objetivo da tarefa – "resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas no sentido aditivo" (Apêndice 8) – considerei que a escolha do próximo póster deveria estar assente neste critério. Alguns grupos utilizaram estratégias multiplicativas. No entanto, optei por selecionar o grupo 5, pois os alunos que constituíam este grupo ainda não tinham apresentado e discutido nenhum póster, exceto no primeiro congresso matemático (ver figura 42, póster do grupo 5).



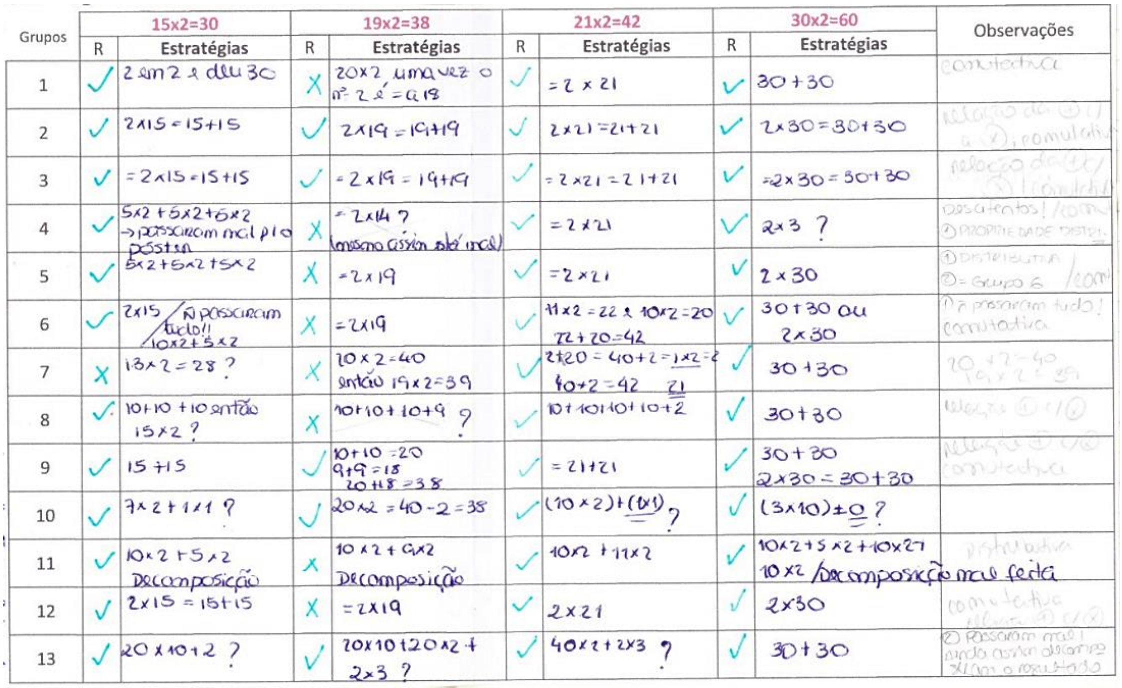
Póster do grupo 6



Póster do grupo 5

Figura 42: Tarefa V - pósteres selecionados

Por último, na seleção dos pósteres relativos à exploração da tarefa VI "Tabuada do 2", uma vez que já alguns alunos tinham apresentado os seus pósteres, em congressos matemáticos anteriores, senti uma dificuldade acrescida em evitar que a minha escolha recaísse nos mesmos alunos e, simultaneamente, garantir que fossem apresentadas estratégias que considerava importantes de serem discutidas. Na análise dos pósteres, através da grelha de registo (ver figura 43), verifiquei que um grupo utilizou um procedimento erradamente que, apesar de não ter sido utilizado por mais nenhum outro, considero que facilmente pode ser usado. Este grupo indicou que 19 x 2 = 39 porque se 20 x 2 = 40, então 19 x 2 = 39 (ver figura 22, resolução do grupo 7). Por este motivo, este grupo foi o primeiro póster a ser selecionado.



Grupos	15x2=30		19x2=38		21x2=42		30x2=60		Observações
	R	Estratégias	R	Estratégias	R	Estratégias	R	Estratégias	
1	✓	2 em 2 e deu 30	X	20x2, uma vez o nº 2 é = a 18	✓	= 2 x 21	✓	30 + 30	comutativa
2	✓	2x15 = 15+15	✓	2x19 = 19+19	✓	2x21 = 21+21	✓	2x30 = 30+30	relação da ① c/ a ②; comutativa
3	✓	= 2x15 = 15+15	✓	= 2x19 = 19+19	✓	= 2x21 = 21+21	✓	= 2x30 = 30+30	relação da ① c/ ② / comutativa
4	✓	5x2 + 5x2 + 5x2 → passaram mal p/ o póster	X	= 2x14 ? (mesmo assim está mal)	✓	= 2x21	✓	2x3 ?	desatentos! / com... ② PROPRIEDADE DISTRI...
5	✓	5x2 + 5x2 + 5x2	X	= 2x19	✓	= 2x21	✓	2 x 30	① DISTRIBUTIVA ② = Grupo 6 / com...
6	✓	2x15 / ñ passaram tudo!! 10x2 + 5x2	X	= 2x19	✓	11x2 = 22 e 10x2 = 20 22 + 20 = 42	✓	30 + 30 ou 2x30	① ñ passaram tudo! comutativa
7	X	13x2 = 28 ?	X	20 x 2 = 40 então 19x2 = 39	✓	2x20 = 40 + 2 = 1x2 = 2 40+2 = 42 21	✓	30 + 30	20 x 2 = 40 19 x 2 = 39
8	✓	10+10 + 10 então 15x2 ?	X	10+10+10+9 ?	✓	10+10+10+10+2	✓	30 + 30	relação ① c/ ②
9	✓	15 + 15	✓	10+10 = 20 9+9 = 18 20 + 18 = 38	✓	= 21+21	✓	30 + 30 2x30 = 30 + 30	relação ① c/ ② comutativa
10	✓	7x2 + 1x1 ?	✓	20x2 = 40 - 2 = 38	✓	(10 x 2) + (1x1) ?	✓	(3x10) ± 0 ?	
11	✓	10x2 + 5x2 Decomposição	X	10 x 2 + 9x2 Decomposição	✓	10x2 + 11x2	✓	10x2 + 5x2 + 10x2? 10 x2 / Decomposição mal feita	distributiva
12	✓	2x15 = 15+15	X	= 2x19	✓	2x21	✓	2x30	comutativa relação ① c/ ②
13	✓	20 x 10 + 2 ?	✓	20x10 + 20x2 + 2x3 ?	✓	40x2 + 2x3 ?	✓	30 + 30	② Passaram mal! Ainda assim decompuseram o resultado

Figura 43: Grelha de registo de apoio à seleção dos pósteres - Tarefa VI "Tabuada do 2"

Ainda na grelha de registo (figura 43) verifiquei que três grupos utilizaram a propriedade distributiva (grupo 4, 5 e 11). Tendo em conta um dos objetivos da tarefa – "construir a tabuada do 2, recorrendo a factos conhecidos e às propriedades da multiplicação" (Apêndice 10) – considerei que a apresentação e a discussão sobre esta estratégia podiam apoiar os alunos no cálculo de outros produtos recorrendo a factos conhecidos. Deste modo, este foi o meu critério na seleção do segundo póster. No entanto, como referi, existiam três grupos a utilizar esta estratégia, por consequência tive de tomar uma decisão quanto à seleção dos pósteres. Com efeito, optei por selecionar o grupo 11, porque utilizou esta propriedade em todas as suas resoluções (ver figura 44).

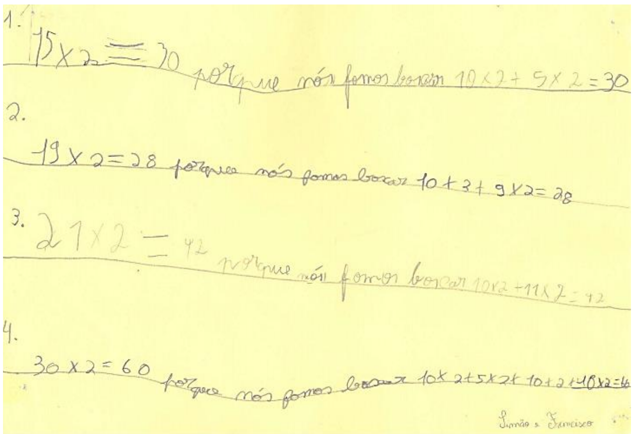


Figura 44: Tarefa VI - póster do grupo 11

Analisando os pósteres selecionados para cada tarefa compreende-se que a seleção dos mesmos passava por um conjunto de critérios: (i) as estratégias menos e mais eficazes – que frequentemente vão ao encontro das estratégias comuns e menos comuns –, (ii) as diferentes interpretações do enunciado e (iii) os alunos, isto é, de modo a não serem sempre os mesmos a irem apresentar e discutir o seu póster. Assim, selecionar os pósteres constituiu-se uma prática difícil dada a sua complexidade, quer relativa à análise, quer relativa à seleção de dois/três pósteres tendo em conta que vários pósteres incluem aspetos interessantes para serem discutidos e/ou quando são muito semelhantes.

5.6. Seriação dos pósteres

A dificuldade em criar/usar critérios de seriação dos pósteres

Seriar os pósteres dos alunos implicou um conjunto de tomada de decisões. Com efeito, na perspetiva de compreender a complexidade desta prática e as dificuldades associadas à mesma, em seguida descrevo e analiso os aspetos que me levaram a fazer determinada seriação dos pósteres.

Na tarefa II “Descobrir polígonos”, apesar de não ter existido uma seleção dos pósteres, foi efetuada uma seriação dos mesmos. Após analisar as produções dos alunos (ver figura 28), verifiquei que:

- Um grupo não construiu pentágonos;
- Um grupo não cumpriu algumas indicações na construção das figuras;
- Alguns pósteres estavam mais organizados que outros;

- Todos os grupos indicaram o nome dos polígonos.

Na perspetiva de os alunos refletirem no que podiam melhorar no seu póster e, tendo em conta a análise dos pósteres, optei por seriar os pósteres do mais 'incompleto' para o mais 'completo'. Isto é, em primeiro lugar apresentou o grupo que não descobriu pentágonos (grupo 1, figura 28); em segundo o grupo que não cumpriu as indicações na construção dos polígonos (grupo 6, figura 28); em terceiro o grupo que construiu pelo menos um polígono com quatro, cinco e seis lados, mas que não estava organizado da melhor forma (grupo 5, figura 28); e assim sucessivamente, sendo que o último grupo apresentava o póster mais 'completo' (grupo 3, figura 28).

Na tarefa III "Descobrir polígonos" o primeiro póster a ser apresentado e discutido em congresso matemático foi o do grupo 4 (figura 39), uma vez que era o póster que reunia um conjunto maior de incorreções que permitia discutir em turma ideias erróneas acerca dos conceitos envolvidos na tarefa. Assim, o próximo póster foi o do grupo 10 (figura 38), uma vez que, como referido anteriormente, este grupo apresentou uma figura como um não polígono que poderia promover uma discussão em redor dos conceitos envolvidos, servindo, desta forma, como sistematização dos mesmos.

Seriar os pósteres relativos à tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" tornou-se numa prática mais complexa em comparação com as anteriores. Nesta tarefa, optei por, em primeiro lugar, os dois primeiros pósteres a serem apresentados seriam os que recorrem a estratégias pouco eficazes e, por último, o grupo que recorre a estratégias mais eficazes. No entanto, decidir entre os dois primeiros qual seria o primeiro não foi imediato. Assim, analisei cada parte da tarefa dos dois pósteres para compreender qual dos dois deveria ser o primeiro a ser apresentado e discutido. Com efeito, decidi que em primeiro lugar devia ser apresentado o póster do grupo 8 (ver figura 40, póster do grupo 8). Este grupo utilizou estratégias de contagem pouco eficazes, tal como o grupo 5 (ver figura 40, póster do grupo 5), só que enganou-se a contar e, assim, demonstram a pouca eficácia das mesmas. Foi, assim, este o principal motivo pelo qual este póster foi escolhido para ser apresentado em primeiro lugar. Em seguida, o grupo 5 apresentou o seu póster. Por último, e sem grandes dúvidas, foi o grupo 11 a apresentar o seu póster. Este grupo resolveu as tarefas estabelecendo uma conexão entre a adição e a multiplicação, dando assim hipótese de os colegas conhecerem e compreenderem uma estratégia mais eficaz para a resolução da tarefa (ver figura 40, póster do grupo 11).

Na tarefa V “Papel de parede do Pai Natal” foram selecionados dois pósteres: o do grupo 5 (ver figura 42, póster do grupo 5) e o do grupo 6 (ver figura 42, póster do grupo 6). Também neste grupo optei por seriar os pósteres de acordo com a eficácia das estratégias, no entanto, o principal motivo por escolher o grupo 6 em primeiro lugar está inerente à interpretação dos alunos à quarta questão da tarefa. Na minha prática preocupei-me em primeiro lugar que os alunos compreendessem a tarefa e, por isso, fossem discutidas as dificuldades associadas à mesma em primeiro lugar. Com efeito, em segundo lugar foi apresentado o póster do grupo 5.

Como na tarefa V “Papel de parede do Pai Natal”, na tarefa VI “Tabuada do 2” foram selecionados dois pósteres para serem discutidos em congresso matemático. Um dos pósteres, o do grupo 7, continha um procedimento errado que, apesar de não ter sido utilizado por mais nenhum grupo, considero que pode ser facilmente usado – conforme analisado no ponto anterior (ver figura 22, resolução do grupo 7). Embora este grupo se tivesse enganado no uso da estratégia, o pensamento matemático dos alunos foi dois mais poderosos na resolução desta tarefa. O outro póster selecionado, o do grupo 11, utilizou a propriedade distributiva na resolução das expressões (ver figura 44). Estes dois grupos apresentaram estratégias eficazes, ainda que, o primeiro grupo tenha cometido alguns erros ao aplicar a estratégia. Por este motivo, considerei importante discutir com os alunos primeiramente sobre a estratégia que o grupo 7 utilizou e compreender, em conjunto, qual o erro no uso dessa estratégia e, só depois, discutirmos sobre o póster do grupo 11.

No conjunto de todos os pósteres seriados verifica-se uma tendência em seriá-los de modo a apresentar em primeiro lugar as estratégias menos eficazes que, por sua vez, são também frequentemente as resoluções mais utilizadas pelos alunos (quer sejam incorretas, incompletas ou corretas). No entanto, em alguns congressos matemáticos, os primeiros pósteres apresentados e discutidos eram caracterizados por corresponder a situações em que houve, da parte dos alunos, uma interpretação diferente do enunciado daquela que era expectável (como no caso do grupo 6 relativo à tarefa V), ou por incluírem procedimentos incorretos (como no caso do póster do grupo 7 relativo à tarefa VI).

Seriar os pósteres dos alunos constitui uma prática complexa e difícil, uma vez que é necessário analisar uma vez mais os pósteres selecionados e compreender qual a ordem pelos quais os pósteres devem ser apresentados e discutidos, na perspetiva da compreensão da tarefa pelos alunos e da aprendizagem dos mesmos. Através da análise verifica-se que o póster que contém a estratégia mais eficaz pode também conter problemas que devem ser discutidos em primeiro lugar – como no caso do grupo 7, na tarefa VI.

5.7. Congressos matemáticos

A dificuldade em promover uma discussão coletiva em tarefas cujo desafio matemático é pouco ou é muito elevado

Nos primeiros três congressos matemáticos as dificuldades que senti em promover uma discussão coletiva produtiva podem estar associadas ao facto de as respetivas tarefas serem tarefas de desafio matemático pouco elevado. Este aspeto poderá estar na origem de congressos centrados essencialmente na partilha de resoluções e não numa efetiva discussão sobre as mesmas. Vejamos o que aconteceu em cada um destes três congressos.

No primeiro congresso matemático os alunos partilharam essencialmente o que descobriram sobre os dois sólidos que lhes foram atribuídos. O episódio 11 ilustra como decorreu este momento relativo à tarefa I.

Episódio 11

Matilde: Nós tínhamos um prisma pentagonal. Número de base… tem dois. Número de arestas são quinze. Tem dez vértices… e desenhámos uma base e um lado.

Margarida: Mas porque é que só desenharam isso?

Matilde: Porque nós quisemos assim.

(…)

José: Têm a letra um bocadinho pequena.

(Registo áudio, 4.11.2014)

No episódio pode observar-se que os alunos partilham as suas descobertas, mas estas não são alvo de discussão. Observa-se também que a discussão centrou-se no cumprimento das indicações associadas à tarefa e na organização dos pósteres. Por consequência à quase inexistência de uma discussão em turma em torno da tarefa, este congresso matemático conduziu a uma reflexão sobre o que poderia alterar na minha prática, a fim de promover uma discussão coletiva produtiva nos próximos congressos matemáticos. Com efeito, na minha prática os mesmos começaram a implicar uma fase de preparação.

No momento de preparar cada congresso matemático, analisava o que o mesmo poderia promover. Por exemplo, na análise da tarefa II "Descobrir polígonos", na perspetiva de compreender o que a mesma poderia contribuir para o momento do congresso matemático, percebi que esta era 'pouco rica', tal como a tarefa anterior. Efetivamente, mais uma vez, os alunos acabaram por partilhar o que tinham feito nos seus pósteres e a discussão centra-se em aspetos relacionados com a construção do póster, tal como ilustra o episódio 12.

Episódio 12

Francisco: Nós não fizemos título.

Guilherme: Fizemos pentágonos *(o aluno lê o póster)* … o pentágono tem cinco lados… o quadrilátero tem quatro lados.

Francisco: O hexágono tem seis lados.

(Os alunos pararam).

Eu: Já apresentaram?

Francisco: Sim.

Eu: Alguém quer comentar o póster dos colegas?

(…)

Luan: Esta figura está mal colada *(uma parte da figura estava ligeiramente levantada).*

(…)

Leonor R.: A letra está muito pequena.

(Registo áudio, 12.11.2014)

As intervenções de Guilherme e Francisco ilustram o modo como os alunos apresentam os seus pósteres. Isto é, neste episódio observa-se que a apresentação dos alunos centra-se na leitura do póster. Já as intervenções de Luan e de Leonor R. ilustram o foco da discussão deste congresso, ou seja, ambos os alunos comentam aspetos relacionados com a construção do póster dos colegas.

Dadas as características desta tarefa, optei por ampliar a discussão centrada num aspeto que à partida não fazia parte dos objetivos da mesma – a classificação de figuras. Com efeito, a partir dos pósteres apresentados neste congresso matemático, discutiram-se, em turma, as diferenças e as semelhanças entre as figuras que constavam nos mesmos.

Esta discussão teve como principal objetivo abordar o quadrado como um caso particular do retângulo e do losango.

Na tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" (Apêndice 5) optei por preparar uma discussão em torno de uma das figuras apresentadas por um dos grupos selecionados por dois motivos fundamentais. Em primeiro lugar, por revelar-se, também para mim, uma figura que permite refletir sobre os conceitos envolvidos. Em segundo lugar, por considerar que uma discussão em torno desta figura poderia promover uma discussão coletiva produtiva. Desta forma, a figura apresentada pelo grupo 10 foi dividida em duas partes (ver figura 45) e foram colocadas as seguintes questões aos alunos:

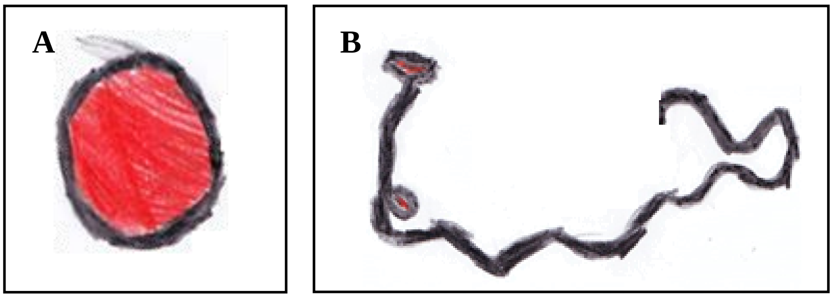


Figura 45: Produção do grupo 10 divida em duas partes - Tarefa III

Referente a A:

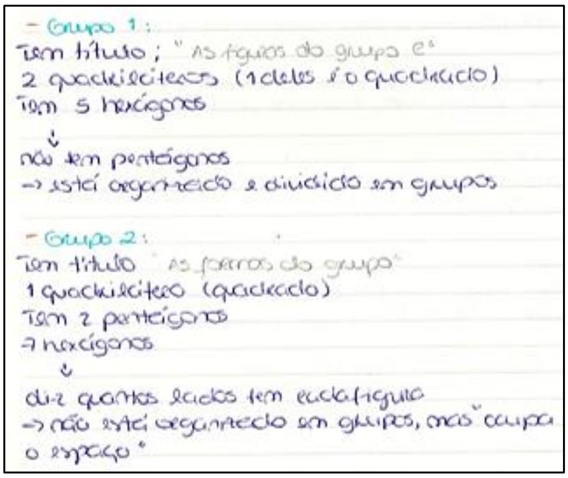
1. Se olharmos para A, que figura seria?
2. Se quiséssemos pintar a parte externa, o que pintaríamos? E a interna?
3. Que linha temos na figura?
4. Se quiséssemos pintar a fronteira, o que pintaríamos?

Referente a B:

1. Se olharmos só para B, o que teríamos?
2. Se quiséssemos pintar a parte externa e a interna, o que pintaríamos?

Esta preparação de discussão sobre a figura apresentada pelos alunos (figura 45) acabou por contribuir para uma sistematização da tarefa e facilitar a discussão em turma sobre os conceitos envolvidos.

Dada a dificuldade em promover uma discussão coletiva produtiva em tarefas pouco desafiantes, de modo a facilitar a minha prática, optei por, a par da grelha de registo que efetuava no momento de seleção e seriação dos pósteres, orientar-me num conjunto de anotações elaboradas antes da dinamização do mesmo (figura 46).


- Grupo 1:
Tem título; "As figuras do grupo e"
2 quadriláteros (1 deles é o quadrado)
Tem 5 hexágonos
↓
não tem pentágonos
→ está organizado e dividido em grupos

- Grupo 2:
Tem título "As formas do grupo"
1 quadrilátero (quadrado)
Tem 2 pentágonos
7 hexágonos
↓
diz quantos lados tem cada figura
→ não está organizado em grupos, mas "ocupa o espaço"

Figura 46: Excerto das anotações sobre a tarefa II "Descobrir polígonos"

Este tipo de anotações, ilustrada na figura 46, só começou a fazer parte da minha prática a partir do segundo congresso matemático, dadas as dificuldades que senti em promover uma discussão entre os alunos na dinamização do primeiro congresso matemático, como referido anteriormente. Ao analisar a figura 47 verifica-se que no segundo congresso matemático as minhas anotações estavam centradas no cumprimento das indicações da tarefa e na organização dos pósteres. Contudo, analisando as anotações efetuadas posteriormente verifica-se que o foco mudou:

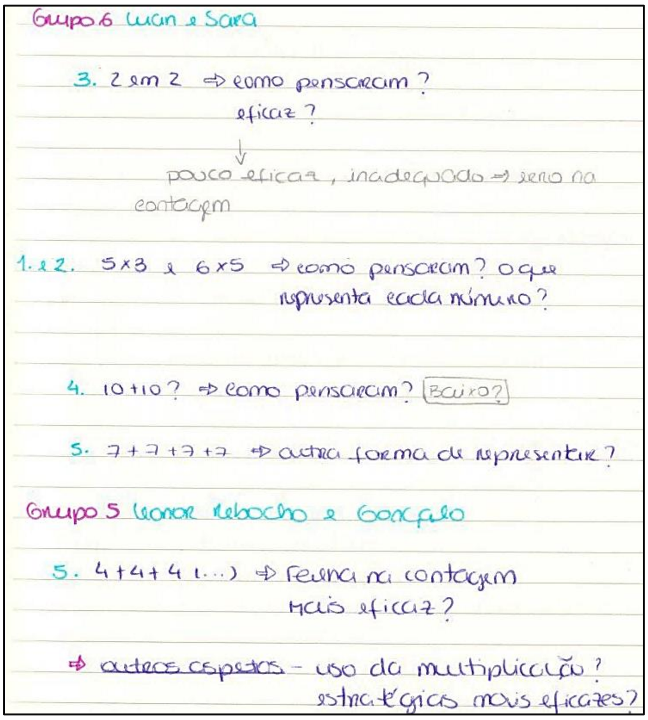

Grupo 6 Luan e Sara
3. 2 em 2 ⇒ como pensaram?
eficaz?
↓
pouco eficaz, inadequado → erro na contagem
1. e 2. 5×3 e 6×5 ⇒ como pensaram? o que representa cada número?
4. 10+10? ⇒ como pensaram? Baixo?
5. 7+7+7+7 ⇒ outra forma de representar?
Grupo 5 Leonor Rebocho e Gonçalo
5. 4+4+4 (...) ⇒ forma na contagem mais eficaz?
⇒ outros aspetos - uso da multiplicação? estratégias mais eficazes?

Figura 47: Anotações sobre os pósteres selecionados - Tarefa V "Papel de parede do Pai Natal"

Embora tendo o mesmo objetivo das anotações analisadas anteriormente – apoiar-me durante o congresso matemático –, ao comparar as anotações da figura 46 com as da figura 47, compreendo que as anotações efetuadas na última figura centram-se nas estratégias utilizadas pelos alunos e na sua eficácia. É de salientar que o domínio associado às tarefas poderá ter influenciado esta mudança de foco, uma vez que as tarefas pertencentes ao domínio de Números e Operações suscitam uma maior discussão sobre as estratégias e sobre procedimentos de cálculo utilizados, bem como a discussão sobre a sua eficácia.

Contudo, apesar de importar que a tarefa proposta aos alunos seja desafiante e apresente um nível cognitivo elevado, a fim de promover uma discussão coletiva produtiva, discutir sobre uma tarefa cujo nível cognitivo é demasiado elevado para os alunos também constituiu-se numa dificuldade.

A tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos" (Apêndice 7) tinha como objetivo "resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas no sentido aditivo" (Apêndice 6). Contudo, ao analisar as produções dos alunos e conforme registado na grelha de registo, verifica-se que a maioria dos alunos utilizou estratégias aditivas na resolução desta tarefa. Apesar de selecionar um póster para a discussão que incluía estratégias multiplicativas, previ que uma grande parte dos alunos não compreendesse as estratégias apresentadas neste póster, por considerar que a tarefa implicava lidar com números que não eram adequados para grande parte dos alunos da turma. O episódio seguinte ilustra as dificuldades dos alunos na compreensão da estratégia apresentada neste póster e da minha falta de insistência em que os alunos a compreendessem.

Episódio 13

Ruben: *(O aluno lê o póster)* … 6 x 8 é 48.

Eu: O que é isso de 6 x 8?

Ruben: Não sei, foi a Rita que fez.

Rita: Aqui *(apontando para o quadro interativo que projetava o enunciado da tarefa)* está seis vezes o oito… Temos seis filas e cada fila tem oito… então fiz 6 x 8.

(…)

Ruben: Aqui fizemos 2 x 8.

Eu: Onde foram buscar o 2 x 8?

(Vários alunos intervêm sem que eu solicite).

Diogo V: Aos amigos do 5.

Daniel M.: Às filas do 8 e às filas do 6.

Eu: Nós apenas queremos as filas que não têm estrelas coladas.

Daniel C.: São as duas últimas.

Eu: Então significa que 2 x 8 são as duas filas que não têm as estrelas.

(Registo áudio, 26.11.2014)

Ciente destas dificuldades, preparei antecipadamente uma forma de ajudar os alunos a compreender a estratégia multiplicativa usada no referido póster, propondo a análise, em grupo turma, de uma situação semelhante mas que envolvesse números de menor grandeza. Com efeito, ampliei a discussão com os alunos, partilhando com os mesmos que o Pai Natal queria colar estrelas em outras paredes da sua casa (ver figura 48).

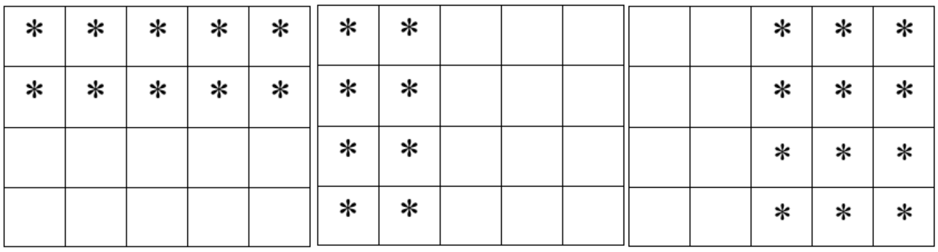


Figura 48: Outras paredes do Pai Natal discutidas (estão organizadas por ordem de discussão)

Assim, em grupo turma, foram discutidas quantas estrelas existiam em torno das paredes representadas na figura 48 e como chegaram ao resultado. Estas paredes eram caracterizadas por estarem associadas a um modelo retangular com dimensões menores do que o da tarefa proposta anteriormente.

Assim, considero que promover uma discussão em turma constituiu-se num verdadeiro desafio, quer quando a tarefa é caracterizada por ser pouco desafiante para os alunos – como a tarefa I “Prismas e pirâmides”, II “Descobrir polígonos” e III “Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope” –, quer quando a tarefa é caracterizada por constituir um desafio demasiado elevado – como na tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos”. Na análise percebe-se ainda que, dadas as primeiras dificuldades em promover discussões coletivas produtivas, relacionadas com o desafio da tarefa, comecei a valorizar a preparação do congresso matemático, apoiando-me em algumas ferramentas de apoio: a grelha de registo utilizada para selecionar e seriar os pósteres e as anotações sobre os aspetos que considerava serem importantes realçados em congresso.

Os constrangimentos que surgiram no momento de discussão e a dificuldade de 'dar voz' aos alunos

Ao longo de todos os congressos matemáticos, decidir quando e como intervir no momento de discussão constituiu-se um verdadeiro desafio na minha prática. As minhas intervenções junto dos alunos nem sempre tinham a mesma origem e, por consequência, o mesmo objetivo. Os seguintes episódios ilustram a tomada de decisões relativas às minhas intervenções que, no seu conjunto, conduziram a uma tendência de monopolizar o discurso no momento de apresentação e de discussão dos pósteres.

No episódio 14, referente ao congresso matemático sobre a tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope" verifica-se a minha constante participação durante o mesmo.

Episódio 14

Daniel A.: Fizemos esta figura… esta figura… *(a apontar para as figuras).*

Eu: Fizeram várias figuras com linhas poligonais.

(Daniel continua a apresentar o seu póster).

Eu: Olha Daniel, desculpa, mas não consigo ouvir e acho que os teus colegas também não. Para apresentarmos um trabalho, nós temos que nos fazer ouvir. Achas que consegues?

Daniel A.: Acho que sim… Depois…

Eu: O que tinham que desenhar aí?

Guilherme: Linhas não poligonais.

Eu: E o que são linhas não poligonais?

Daniel A.: São linhas que têm curvas.

Eu: Todas as vossas figuras têm linhas curvas?

Daniel A. e Guilherme: Não. Esta não tem *(referindo-se a uma figura constituída apenas por segmentos de reta).*

Eu: Então e o que é que isso quer dizer?

Daniel A.: Que não é uma linha não poligonal.

Eu: Então onde a colocavam?

(Registo áudio, 19.11.2014)

Neste episódio, Daniel A. está a apresentar o seu póster com um tom de voz muito baixo, sendo que não foi fácil compreendê-lo em vários momentos deste congresso matemático. Contudo, este aspeto foi frequente com vários alunos da turma, sendo que tive que solicitar várias vezes aos mesmos que aumentassem o seu tom de voz. Esta dificuldade em ouvir os alunos conduziu a que tivesse mais atenção na minha posição no espaço de sala de aula. Ou seja, comecei por colocar-me no local oposto do quadro – local onde os alunos apresentam os pósteres – a fim de influenciar os mesmos a aumentarem o tom de voz. Ainda assim, apesar de por vezes esta minha prática influenciar de facto a apresentação dos alunos, no respeita ao tom da voz dos mesmos, nem sempre teve o mesmo efeito, como no episódio 14 em que Daniel A. continuava a apresentar o seu póster com um tom de voz muito baixo.

O facto de os alunos tenderem a falar em voz demasiado baixa, fez com que eu acabasse por questioná-los frequentemente no momento em que apresentavam os seus pósteres. Por vezes, estas minhas intervenções eram também feitas com o objetivo de os alunos tornarem explícitos aspetos importantes do conteúdo dos seus pósteres. Estas duas situações podem ser verificadas no episódio 14, quando questiono constantemente os alunos sobre o que fizeram e o que significa para eles determinado tipo de afirmações.

Na dinamização do congresso matemático referente ao episódio 14, surgiu a ambivalência entre gerir a discussão de modo a equilibrar a participação da turma ou dirigir as minhas intervenções aos alunos que estão a apresentar o póster. No presente episódio optei por dirigir-me aos alunos que estavam a apresentar o póster. Esta decisão decorreu do facto de ter considerado que este grupo não estava a ser claro em relação ao trabalho que realizaram. Assim, preocupei-me, em primeiro lugar, que estes falassem sobre o seu póster, questionando-os.

Sempre que percecionei que os alunos que estavam a apresentar o póster tinham sido claros relativamente ao modo como resolveram a tarefa, optei por orientar as minhas intervenções para os restantes alunos da turma. O episódio 15 ilustra uma dessas situações.

Episódio 15

Margarida: Nós fizemos de dois em dois e não de um em um, porque assim era difícil… e depois… nós aqui não tínhamos mais espaço e pusemos cá em baixo.

Eu: Então contaram de dois em dois, é isso?

Margarida: Sim.

Eu: Alguém gostava de comentar? *(O José coloca o dedo no ar)* Diz Zé.

José: Acho que esta maneira também é um bocado difícil.

Eu: Concordas Vera?

Vera: Sim, concordo.

(Rita coloca o dedo no ar).

Eu: Diz Rita.

Rita: É que eles… eu contei de oito em oito, porque tinha oito estrelas e contar de dois em dois é um pouquinho mais difícil, porque pudemos nos perder e depois já não sabemos onde é que vamos.

(Daniel P. estava desatento e ainda não tinha participado na apresentação com Margarida).

Eu: Percebeste Daniel?

Margarida: Sim, mas nós achámos que era mais fácil. Foi a nossa maneira, a tua podia ser de outra maneira.

Eu: Mas qual é que é a mais eficaz Margarida? *(a aluna não responde)* Percebeste a maneira da Rita?

Margarida: Não…

Eu: Rita consegues explicar novamente?

Rita: Nós contámos de oito em oito, porque cada fila de estrelas tinha oito estrelas.

Eu: Percebeste Margarida? Percebeste Daniel?

Daniel P. e Margarida: Sim.

Eu: Onde é que a estratégia da Rita foi utilizada?

(Margarida foi até ao quadro interativo e, apontando para o enunciado que estava projetado no quadro interativo, explica a estratégia de Rita).

(Registo áudio, 26.11.2014)

Como se verifica neste episódio, rapidamente direcionei as questões para a turma a fim de incentivar os alunos a participar na discussão – "Alguém gostava de comentar?" (episódio 15) – e depois fui solicitando a participação individual dos alunos. Contudo, nem sempre os alunos que chamo a participar são os que colocam o dedo no ar. Efetivamente, solicitava a participação de alunos que têm a tendência de não se oferecerem para participar (como no caso de Vera, no episódio 15) e que se encontravam distraídos (como no caso de Daniel P., no episódio 15).

Tal como no episódio 14, também neste episódio surgiram intervenções com a intenção de apoiar os alunos na apresentação e na compreensão da tarefa. Por exemplo, quando questiono o grupo que está a apresentar sobre a estratégia que utilizaram – "Então contaram de dois em dois, é isso?" (episódio 15) – o objetivo era, em primeiro lugar, certificar-me se efetivamente os alunos tinham utilizado determinado procedimento de cálculo e, em segundo lugar, repetir para a turma o procedimento que tinha sido utilizado pelos alunos que estavam a apresentar o póster. Também quando solicitei Margarida para explicar a estratégia de Rita – "Onde é que a estratégia da Rita foi utilizada? (episódio

15) – o meu objetivo era compreender se a aluna percebeu a estratégia utilizada pela colega.

Assim, na dinamização dos congressos matemáticos ocorreu um conjunto de constrangimentos que influenciaram a minha prática. Estes constrangimentos encontram-se associados (i) à dificuldade em ouvir e em 'fazer ouvir' os alunos, (ii) à ambivalência entre gerir a discussão de modo a equilibrar a participação da turma ou dirigir-me mais para o grupo do póster que está a ser apresentado, (iii) ao receio de não compreender os alunos e (iv) ao receio em que os alunos não compreendam os colegas. Embora compreenda a origem das minhas intervenções, considero que as mesmas conduziram frequentemente a uma monopolização, da minha parte, do discurso, como se pode verificar nos dois episódios analisados (episódios 14 e 15), em que as minhas intervenções, por motivos diferentes, são constantes.

A exigência da criação de uma 'nova' cultura de sala de aula

Os congressos matemáticos, tanto para a turma em que o presente projeto de investigação foi desenvolvido como para mim, constituíram uma prática inovadora. Com efeito, a realização de congressos matemáticos implica o estabelecimento de um conjunto de normas e de práticas que constituíram-se um verdadeiro desafio no momento de discussão coletiva: apresentar os pósteres e discuti-los para que todos ouvissem; apresentar os pósteres para os colegas e não unicamente para as professoras; questionar os colegas; explicar como pensam; refletir sobre o seu trabalho e o dos colegas; refletir sobre as estratégias mais eficazes; etc.

Efetivamente, os aspetos em que senti maior dificuldade na sala de aula são, também, os que se destacam na importância dos congressos matemáticos para a aprendizagem dos alunos: (i) a reflexão sobre o próprio trabalho e o dos outros e (ii) a discussão sobre as estratégias e procedimentos envolvidos nos pósteres.

A reflexão sobre o próprio trabalho e o dos colegas implica que os alunos se questionem, questionem os colegas, reflitam sobre a eficácia das estratégias e procedimentos de cálculo (quer do seu póster, quer do póster dos colegas), aceitar que as suas estratégias e procedimentos possam não ser as mais eficazes, aceitar a mudança de pensamento relativo à resolução de uma tarefa, etc. O episódio 16, relativo à tarefa I

"Prismas e pirâmides", ilustra um dos aspetos que acentuam a dificuldade em criar uma cultura de sala de aula assente numa prática reflexiva.

Episódio 16

Eu: Alguém tem algo a dizer sobre este póster?

(Daniel C. coloca o dedo no ar).

Diogo V.: Tens dúvidas?

Daniel C.: Tenho uma sugestão.

Diogo V.: Mas foste tu que fizeste!

Daniel C.: Mas lembrei-me de uma coisa…

Diogo V.: Então por que não fizeste logo?

(5.11.2014, notas de campo)

O presente episódio evidencia o entendimento dos congressos matemáticos para os alunos, ou seja, Daniel C. compreendeu que podia a qualquer momento refletir sobre o seu trabalho e, por isso, efetuar uma sugestão pareceu-lhe uma boa intervenção. Já Diogo V, colega do mesmo grupo de trabalho, ficou surpreendido com o facto de Daniel C. querer sugerir algo para o seu próprio trabalho. Através deste episódio pareceu-me que talvez nem todos os alunos tenham compreendido um dos aspetos que o congresso matemático pretende desencadear/desenvolver. Com efeito, optei por conversar com os alunos sobre a possibilidade e importância de pensarmos no nosso trabalho mesmo quando estamos em congresso matemático.

Efetivamente, após este episódio, procurei tentar perceber se os alunos refletiam sobre o trabalho dos colegas no momento do congresso matemático. Assim, comecei a questionar os alunos acerca do que pensavam sobre determinado póster, na perspetiva de tentar que os alunos explicassem o que pensavam. Estas questões permitiam, não só promover a reflexão sobre os pósteres, mas também promover a discussão em torno dos mesmos. Contudo, a prática de questionar os alunos sobre o pensam assumiu maior presença nos últimos três congressos dinamizados, por sua vez associados a tarefas de Números e Operações. Considero que, talvez o facto de as tarefas de Números e Operações envolverem estratégias e procedimentos de cálculo, de certa forma, me terem induzido a questionar os alunos sobre o modo como pensaram, ao contrário do que aconteceu nas tarefas de Geometria e Medida.

O episódio 17, relativo ao congresso matemático associado à tarefa V "Papel de parede do Pai Natal", ilustra o modo como decorriam os congressos relativos a tarefas de

Números e Operações, quando questionava os alunos sobre o que pensavam do póster dos colegas.

Episódio 17

(Após discussão sobre o procedimento de cálculo que Sara e Luan utilizaram para resolveram a terceira questão da tarefa).

Eu: (Dirigindo-me para Sara e Luan) O que pensam sobre o modo como resolveram esta questão?

Sara: Acho que é mais difícil.

Eu: Porquê?

Sara: É menos eficaz e nós enganámo-nos.

(Registo áudio, 10.12.2014)

Considero que, neste episódio, o facto de ter questionado os alunos sobre o que pensam, após discussão sobre a sua estratégia, possa ter permitido a Sara refletir sobre a eficácia do seu procedimento de cálculo, uma vez que a aluna justificou que a sua resolução era mais difícil porque é menos eficaz.

Talvez porque, na minha prática, a valorização sobre uma prática reflexiva teve uma maior presença nas tarefas de Números e Operações, foi também, nos últimos dois congressos matemáticos que os alunos começaram a assumir a iniciativa de refletir sobre os pósteres dos colegas. Por exemplo, no episódio 15, José comenta que considera a estratégia do grupo de Margarida e de Daniel P. difícil. Outro exemplo, também no episódio 15, Rita comenta que a estratégia de Margarida e de Daniel P. é mais difícil em comparação com a que ela e o seu par utilizaram, justificando a sua afirmação. Da mesma forma, o questionamento por parte dos alunos aos colegas foi uma prática que só começou a marcar presença a partir do quarto congresso matemático. No entanto, este questionamento estava maioritariamente relacionado com a compreensão da tarefa, ou seja, os alunos faziam questões do tipo "Podes explicar? Não percebi muito bem.".

Através destes exemplos consegue-se perceber a dificuldade que senti em promover a reflexão dos alunos sobre o próprio trabalho e o trabalho dos colegas. Tendo em conta que a discussão sobre os pósteres parte de uma reflexão sobre os mesmos, o momento dos congressos matemáticos foi também marcado pela dificuldade em promover uma discussão em torno dos pósteres. Contudo, como tem sido referido ao longo da presente secção de análise, nos últimos três congressos matemáticos a discussão sobre os pósteres começou a marcar alguma presença (ver episódio 14 e 15).

Em suma, o facto de os congressos matemáticos estarem associados a um conjunto de práticas inovadoras, exigiu a criação de uma cultura de sala de aula que inclui um conjunto de aspetos inovadores, tanto para a turma como para mim. A reflexão e a discussão sobre os pósteres foram, efetivamente, os aspetos mais difíceis e, em simultâneo, desafiantes de promover junto dos alunos. Apesar de valorizar os momentos de reflexão e discussão sobre os pósteres e apesar de se notar a emergência de momentos com estas características, considero que ainda havia muito a ser trabalhado em turma sobre as práticas dos alunos associadas aos congressos matemáticos.

5.8. O tempo e a sua gestão: uma dificuldade transversal ao trabalho na sala de aula

Para a preparação e dinamização dos congressos matemáticos foram atribuídos dois blocos de aula. Contudo, gerir o tempo de cada fase nos dois blocos de aula[6] constituiu-se numa prática difícil. Apesar da abertura que a professora cooperante dava relativamente à implementação do projeto de investigação, foram algumas as vezes em que o tempo destinado a cada fase não se mostraram adequados.

No momento de apresentação e realização das tarefas, e visita aos pósteres

Por vezes, a apresentação das tarefas e/ou a realização das mesmas influenciava o tempo que os alunos tinham para construírem e discutirem o seu póster. Por exemplo, a apresentação da tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos” demorou muito mais tempo do que tinha previsto. Por consequência, e dadas as dificuldades que surgiram na resolução desta tarefa – como referido na secção *Monitorização* do presente capítulo –, a realização da mesma também ultrapassou o tempo que lhe tinha sida destinado. Com efeito, nesta aula os alunos não discutiram sobre os seus pósteres nem visitaram os pósteres dos

[6] Cada bloco de aula era composto por aproximadamente 60 minutos destinados às práticas associadas ao congresso matemático. No primeiro bloco encontrava-se a fase de apresentação da tarefa e a de monitorização da mesma e no segundo bloco encontrava-se a dinamização do congresso matemático.

colegas, passando esta última fase para o bloco em que seria realizado o congresso matemático.

O mesmo aconteceu no trabalho realizado em torno da tarefa V “Papel de parede do Pai Natal”. Neste caso os alunos também não discutiram em grupo o seu póster nem prepararam a apresentação do mesmo. Esta situação foi a consequência do facto do momento de apresentação da tarefa ter ultrapassado o tempo previsto, dado o interesse dos alunos sobre o contexto da mesma (aspeto referido na secção *Apresentação das tarefas*, no presente capítulo). Assim, apesar de considerar importante a discussão entre os grupos sobre os pósteres, uma vez que após a sua construção os alunos devem ter a oportunidade de refletir sobre o seu próprio trabalho, de discutir sobre a apresentação que irão realizar aos colegas, de antever possíveis questões que os colegas lhes possam colocar e de pensar em possíveis respostas que lhes possam dar, foram várias as tarefas em que estes momentos não aconteceram.

Na exploração da tarefa I “Prismas e pirâmides” e da tarefa II “Descobrir polígonos” as fases que antecedem o congresso matemático ocorreram no tempo previsto, isto é, os alunos construíram os pósteres, discutiram-nos, prepararam as suas apresentações e visitaram os pósteres dos colegas no mesmo bloco de aulas. Comparando o modo como decorreu a exploração destas tarefas e a preparação dos respetivos congressos com as referidas anteriormente, considero as diferenças de dificuldade sentidas ao nível da gestão do tempo podem estar associadas às características das próprias tarefas. Ou seja, tal como afirmado no presente capítulo na secção *Escolha das tarefas*, estas duas tarefas (as primeiras propostas aos alunos) são caracterizadas por serem tarefas abertas de desafio reduzido, sendo, talvez por este motivo, resolvidas em menor tempo, sobrando, consequentemente, mais tempo para realizar as fases seguintes.

Nas restantes tarefas, cujo desafio era mais elevado, devido à necessidade de mais tempo para a sua realização, a visita aos pósteres foi maioritariamente realizada após o lanche dos alunos. Embora realizada, o seu objetivo nem sempre era cumprido, pois parece-me que muitas vezes parte dos alunos limitava-se a observar os pósteres dos colegas sem refletirem sobre o mesmo (aspeto referido na secção *Monitorização*, no presente capítulo), até porque o tempo destinado a este momento não era o suficiente. Assim, optou-se por antes da dinamização do congresso matemático os alunos visitarem novamente os pósteres dos colegas.

Esta dificuldade em gerir o tempo teve também como consequência a anulação de um momento que inicialmente valorizei na visita aos pósteres: os registos no caderno diário sobre os pósteres dos colegas. Como referido no quarto capítulo, uma das minhas preocupações era desafiar os alunos, neste momento, a efetuarem registos no caderno diário sobre os pósteres dos colegas. Pretendia incentivá-los essencialmente a registarem o que gostavam que fosse discutido, o que não compreenderam e até sugestões para a elaboração do póster. Efetivamente, na primeira e na segunda visita aos pósteres, alguns grupos efetuaram esse registo (ver figura 49).

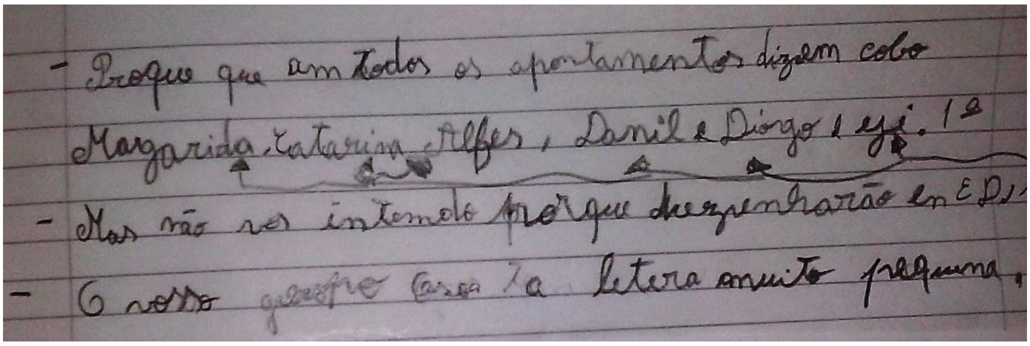


Figura 49: Registo no caderno diário - tarefa II (grupo 5)

Este tipo de registos apenas foram solicitados aos alunos na preparação dos dois primeiros congressos matemáticos. Embora valorizasse a reflexão sobre os pósteres dos colegas no momento de visita aos mesmos, optei por não solicitar aos alunos que efetuassem registos no caderno diário, uma vez que ao fazê-lo demoravam mais tempo e o tempo existente para visitar os pósteres dos colegas era limitado.

Nos congressos matemáticos (2.º bloco de aula)

Em consequência das dificuldades em gerir o tempo nos vários momentos de preparação na sala de aula no congresso matemático, o tempo que sobrava para a realização do mesmo mostrou-se muitas vezes insuficiente. Por exemplo, relativamente à tarefa IV “Colar estrelas nos azulejos”, dado o pouco tempo disponível para a dinamização do respetivo congresso matemático, foi necessário solicitar à professora cooperante a utilização do bloco da aula de apoio para finalizá-lo.

Na dinamização dos congressos matemáticos, por vezes, tal como referido na secção *Congressos matemáticos* no presente capítulo, intervim constantemente na discussão em turma, com receio em não conseguir apoiar os alunos da forma mais adequada. Por vezes monopolizei o discurso, podendo, assim, também ter 'gasto' o tempo que era destinado aos alunos para a apresentação e discussão sobre os pósteres selecionados.

Em suma, ainda que em todas fases que antecedem os congressos matemáticos e o próprio congresso matemático, os tempos possam ter sido mal distribuídos e/ou geridos, considero que o tempo total destinado foi insuficiente para um trabalho com estas características. Realço que, apesar da professora cooperante mostrar sempre flexibilidade na extensão da aula, na minha prática senti a exigência de cumprir os tempos que tinha previsto, sendo que muitas vezes optei por abdicar da discussão entre os grupos sobre o seu póster e da discussão de preparação de apresentação dos pósteres, de modo a que nem o bloco de aula seguinte fosse ainda ocupado com o congresso matemático e nem o tempo destinado para o congresso matemático fosse diminuído, que, por sua vez, revelou-se também muitas vezes insuficiente.

É de assinalar, que *a posteriori* me apercebo que as opções que decorreram das dificuldades associadas ao tempo e à sua gestão no que se refere aos congressos matemáticos, implicaram a transformação e/ou a eliminação de momentos cruciais de um congresso matemático. Refiro-me em particular aos momentos que apelam à reflexão sobre o trabalho dos alunos e ao dos colegas em torno das tarefas.

VI. Conclusão

Neste capítulo começo por efetuar uma breve síntese do estudo, apresento em seguida as conclusões do mesmo e termino com uma reflexão sobre o seu desenvolvimento. As conclusões do estudo encontram-se divididas em três pontos: os desafios que se me colocaram na preparação de congressos matemáticos, os desafios com que me deparei durante a dinamização dos mesmos e, por fim, realço um desafio transversal aos momentos de preparação e dinamização de congressos matemáticos. Na reflexão sobre o estudo apresento uma reflexão sobre os aspetos metodológicos a ele associados, a aprendizagem dos alunos e os aspetos que no futuro alteraria e os que daria continuidade.

6.1. Síntese do estudo

O presente estudo enquadra-se no paradigma interpretativo, segue uma abordagem qualitativa e corresponde a uma investigação sobre a própria prática. O projeto de investigação foi desenvolvido numa escola de 1.º Ciclo do Ensino Básico, em contexto de sala de aula, com alunos do 2.º ano de escolaridade.

Este estudo tem como objetivo analisar e compreender as minhas práticas de preparação e de dinamização de congressos matemáticos centrado nos desafios com que me deparo nestes dois momentos do trabalho do professor. O mesmo foi orientado por duas questões: (i) que desafios se colocam na preparação de congressos matemáticos? e (ii) que desafios se colocam na dinamização de congressos matemáticos?.

6.2. Conclusões do estudo

(i) Desafios que se colocam na preparação de congressos matemáticos

É na escolha das tarefas que surgiram os primeiros desafios na minha prática. Antes de selecionar, adaptar ou construir qualquer tarefa, procurava saber quais os objetivos estipulados na Planificação Anual da Área de Matemática (PAAM). Efetuar a correspondência entre os objetivos da tarefa e os objetivos da PAAM constituiu-se numa dificuldade, uma vez que, ao mesmo tempo que procurava escolher uma tarefa com esta correspondência, procurava também que a mesma fosse desafiante para os alunos. Também Delgado (2013) identifica, no seu estudo, que um dos desafios colocados aos professores é articular os objetivos das tarefas que propõem com o que é estipulado pelo Agrupamento da Escola.

A escolha de tarefas no âmbito do domínio de Números e Operações integrava a escolha os números envolvidos. Na análise da minha prática evidenciou-se que, por vezes, os números selecionados não foram os mais adequados, condicionando a exploração da tarefa pelos alunos e a dinamização do congresso matemático. Esta dificuldade em escolher os números envolvidos é referida por Delgado (2013) como um desafio para o professor. A autora salienta a importância do professor escolher números que favoreçam o aparecimento do uso de determinadas relações numéricas e propriedades. Efetivamente, a escolha dos números envolvidos em cada tarefa constitui um desafio para o professor mesmo sendo efetuada de forma intencional, sendo que nem sempre resulta na melhor escolha.

Na minha prática selecionava situações que queria associar ao contexto, tendo em conta os interesses dos alunos. Também Fosnot (2007a) refere que o contexto da tarefa deve ser desenvolvido numa área de comum interesse entre os alunos. Após selecionar as situações que queria associar ao contexto, tendo em conta os objetivos da tarefa, construía as imagens. Escolher/criar as imagens associadas aos contextos das tarefas foi outro desafio colocado na minha prática. Evidenciou-se a dificuldade em pensar e construir imagens que apoiassem os alunos na exploração da mesma. A esta dificuldade acrescia o desafio de construir as imagens e o próprio enunciado, uma vez que a construção das imagens implicava ter que desenhar, digitalizar e trabalhá-las no computador e o enunciado implicava uma reflexão sobre o que deve ser escrito no mesmo, a fim de ser o mais claro possível para os alunos. Também Delgado (2013) identifica no seu estudo que a construção de um contexto de 'raiz' aumentava o desafio de "selecionar/construir contextos considerados adequados" (p. 460).

Fora da sala de aula procurei selecionar, adaptar ou construir tarefas que suscitassem o interesse dos alunos, a fim de os desafiar na exploração da mesma. Também Fosnot (2007a) refere que bons contextos são os que permitem os alunos imaginar, compreender e refletir sobre a tarefa. Apesar de assumir esta preocupação esta prática tornou-se num verdadeiro desafio dada a sua complexidade conforme tenho vindo a enunciar. Também Delgado (2013) identifica como um desafio, colocado na prática do professor, a escolha de contextos adequados que facilitem aos alunos a atribuição de significados. Todavia, a prática de escolher as tarefas foi também marcada pela ambivalência entre propor tarefas com situações associadas ou puramente matemáticas, uma vez que nem todas as tarefas propostas aos alunos continham uma situação associada.

Uma vez que as tarefas propostas aos alunos culminavam num congresso matemático, na minha prática esteve presente o receio de as mesmas não promoverem uma discussão coletiva produtiva. Este receio teve maior evidência nas duas primeiras tarefas propostas aos alunos. Na análise da minha prática associei este aspetos às características das tarefas. Estas, embora fossem abertas, apresentavam um desafio reduzido para os alunos. Também Ponte (2005) refere que "nem todas as tarefas abertas comportam um elevado grau de desafio" (p. 8), como o caso das tarefas de exploração.

O momento de antecipar as resoluções dos alunos também assumiu grande importância na minha prática. Neste momento, na perspetiva de procurar antecipar todas as resoluções dos alunos, por vezes, tive que procurar o apoio da minha colega de estágio, tal como sugere a Equipa do PFCM[7] (2010/2011). Contudo, nem sempre consegui esgotar as hipóteses de resolução, sendo que surgiram em várias tarefas resoluções diferentes das que tinha antecipado. No momento de antecipação, no presente estudo, evidencia-se que ignorei a antecipação de erros nos procedimentos utilizados pelos alunos. Com efeito, compreendo que na minha prática constitui-se um desafio pensar nos procedimentos errados.

[7] Projeto de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico 2010-2011

Ao mesmo tempo que antecipava as resoluções dos alunos procurava prever a dificuldades sentidas pelos mesmos no momento de exploração da tarefa. Apesar de ser uma prática que valorizei, constituiu-se num desafio prever as dificuldades dos alunos e em pensar em estratégias para lidar com as dificuldades dos alunos. Neste momento, tratando-se de uma prática complexa, tentei colocar-me no papel dos alunos na melhor forma possível, a fim de antever as dificuldades que os mesmos podiam ter na resolução da tarefa. Oliveira e Carvalho (2014), no seu artigo, salientam a dificuldade para um professor colocar-se no papel dos alunos, destacando, uma vez mais, a complexidade da prática de antecipar.

Na minha prática verificou-se uma dificuldade acrescida em antecipar hipóteses de resolução em tarefas do domínio de Geometria e Medida comparativamente com tarefas de Números e Operações. Contudo, compreende-se no estudo que esta dificuldade pode estar associada ao domínio das tarefas, e/ou com as suas características. Isto é, no estudo verificou-se que as tarefas que apresentaram uma maior dificuldade na antecipação de resoluções, são também as tarefas que são caracterizadas por serem abertas e apresentarem desafio reduzido. Também Oliveira e Canavarro (2014) referem que a antecipação de resoluções torna-se mais difícil à medida que as tarefas são mais abertas.

O momento de antecipação, em suma, foi constituído por um conjunto de dificuldades que evidenciam o desafio de antecipar as resoluções dos alunos. Stein et al. (2008) referem no seu artigo que os professores na prática de antecipar têm que fazer um "esforço" (p. 322) para se colocarem no pensamento dos alunos. Neste estudo, ao surgirem várias dificuldades nesta prática, compreende-se o 'esforço' que a mesma implica que o professor faça para se colocar no pensamento dos alunos. Com efeito, a prática de antecipar foi de facto um desafio que se colocou na minha prática, tal como vários autores adiantam, quanto ao desafio do momento de antecipar (Canavarro, 2011; Oliveira & Carvalho, 2014).

Ao apresentar as tarefas aos alunos às quais estavam associadas situações procurei, na sala de aula, contextualizá-las, criando estratégias que suscitassem o interesse dos alunos para a sua resolução. Este aspeto levava-me a questionar os alunos sobre o contexto das tarefas o que conduzia um aumento das intervenções dos alunos, algumas delas que se afastavam do contexto da tarefa. Assim, um dos desafios com que me deparei no momento de apresentação das tarefas foi a dificuldade em lidar com este tipo de intervenções.

Dada a valorização na minha prática de contextualizar as tarefas, nas tarefas cujo contexto era puramente matemático, tive receio de não conseguir despertar o interesse dos alunos para a resolução das mesmas. À medida que fui explorando as tarefas na sala de aula apercebi-me que não é condição necessária que as tarefas tenham que ter um contexto no qual esteja associada uma situação para suscitarem o interesse dos alunos. Efetivamente, em duas tarefas cujo contexto era puramente matemático, os alunos mostraram-se igualmente motivados. Ora porque tinham oportunidade de manusear sólidos (no caso da tarefa I), ora porque constituía-se num conteúdo que só por si era motivador para aquela turma (no caso da tarefa VI, a tabuada do 2). Referindo-se a tarefas com contextos puramente matemáticos, também Ponte (2005), apoiando-se no Projeto MPT[8], salienta que "os alunos são capazes de se envolver nestas tarefas com tanto ou mais entusiasmo do que nas tarefas que remetem para contextos reais" (p. 7).

Por vezes, no momento de apresentar as tarefas, surgiu a ambivalência entre apoiar os alunos na compreensão das mesmas e o receio de os influenciar na sua resolução. Ou seja, que informações podem e devem ser fornecidas aos alunos neste momento de exploração das tarefas da sala de aula, para não influenciar os caminhos a seguir na resolução da mesma. Efetivamente, não foi fácil lidar com esta ambivalência, sendo que, no presente estudo, verificou-se que nem sempre as minhas intervenções foram as mais adequadas, podendo ter influenciado os alunos na resolução das tarefas. Efetivamente, Henningsen e Stein (1997) referem que a tarefa que o professor propõe aos alunos nem sempre corresponde à tarefa que estes realizam. Estas autoras salientam que o momento de apresentação da tarefa é um dos momentos no qual se verifica uma maior influência do professor nos caminhos seguidos pelos alunos para a resolverem.

No momento de monitorização surgiu a ambivalência entre fazer cumprir as normas estabelecidas para o trabalho de grupo ou deixar os alunos mudarem de atividade para acompanharem o ritmo dos outros grupos. Esta ambivalência colocou-me em situações em que tive de tomar decisões num curto espaço de tempo e relativamente às quais no momento senti algumas dúvidas. Imm et al. (2012) salientam que um dos

---

[8] Projeto Matemática para Todos – documentado em Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira (1999)

desafios que se coloca ao professor, na sala de aula, é a tomada de decisão em poucos segundos.

Tal como no momento de apresentação das tarefas, também no momento de monitorização do trabalho dos alunos persistiram algumas dúvidas em torno das informações que deveriam ser fornecidas aos alunos e o receio de os influenciar na resolução das tarefas. Estas dúvidas e receios são também identificadas por Delgado (2013) quando se refere à monitorização do trabalho dos alunos por parte do professor. Também Ponte (2014) refere que decidir o que deve ou não ser dito aos alunos neste momento constitui um desafio para o professor. Menezes et al. (2014) salientam ainda que este desafio se traduz em "reagir às intervenções dos alunos sem lhes dar demasiada informação" (p. 148).

Ainda no momento de monitorização do trabalho dos alunos, nomeadamente na construção dos pósteres, surgiram vários constrangimentos associados aos materiais envolvidos na construção dos mesmos, mais especificamente no que respeita aos materiais de escrita utilizados e às dimensões dos materiais para conceber os pósteres. À medida que estes constrangimentos surgiam assumi uma prática reflexiva, na perspetiva de optar por materiais mais adequados para a construção dos próximos pósteres, pelo que, alguns problemas sentidos foram sendo resolvidos. Ainda assim, persistiram/surgiram pequenos problemas, continuando a escolha dos materiais a constituir um desafio ao longo de todo o projeto.

Ainda no momento de monitorizar, surge a visita aos pósteres. Este momento ficou marcado pela dificuldade em garantir que eram concretizados os principais objetivos da visita aos pósteres – promover a reflexão sobre os pósteres dos colegas. Também Fosnot (2007a) identifica a importância dos alunos, na visita aos pósteres, "lerem e comentarem a matemática de cada aluno" (p. 29). No entanto a autora não se refere a este momento de trabalho em torno dos pósteres como sendo um momento que pode desencadear algumas dificuldades para o professor. Todavia, no presente estudo evidenciou-se que esta prática constituiu-se num desafio.

Fora da sala de aula, depois de os alunos realizarem a tarefa proposta, selecionava e seriava os pósteres, criteriosamente, para irem a congresso matemático. Primeiramente analisava as produções dos alunos, contudo, compreender as resoluções dos mesmos foi uma dificuldade. Também Delgado (2013) identifica como um desafio para o professor compreender o pensamento dos alunos. Após compreender as resoluções dos alunos, selecionava os pósteres. Esta prática constituiu-se num desafio, uma vez que tornou-se difícil selecionar os pósteres quando vários incluem aspetos interessantes e/ou quando são muito semelhantes. Também a seriação dos pósteres selecionados constituiu-se um desafio, pois nem sempre foi fácil decidir quais os pósteres que deviam ser discutidos em primeiro lugar. Estas duas práticas, selecionar e seriar as resoluções dos alunos, são também identificadas por Canavarro et al. (2014) como um desafio colocado a professor.

Em suma, em qualquer momento das minhas práticas de preparação surgiram dificuldades, receios, ambivalências, preocupações, dúvidas e constrangimentos que constituíram-se num verdadeiro desafio. Respondendo à primeira questão do estudo – Que desafios se colocam na preparação de congressos matemáticos? – concluo que:

- No momento de escolha das tarefas surge: (i) a dificuldade em corresponder à planificação do agrupamento de escolas e simultaneamente propor tarefas desafiantes para os alunos, (ii) a dificuldade em escolher os números envolvidos para os contextos das tarefas, (iii) a dificuldade em escolher/criar as imagens associadas aos contextos das tarefas, (iv) a ambivalência entre tarefas com situações associadas ou puramente matemáticas e (v) o receio de as tarefas não promoverem uma discussão coletiva produtiva.
- Relativamente ao momento de antecipar as resoluções dos alunos, na minha prática surgiu: (i) o receio de não esgotar todas as hipóteses de resolução; (ii) a dificuldade de pensar nos procedimentos errados; (iii) a dificuldade em prever as dificuldades dos alunos em lidar com as tarefas e em pensar em estratégias para lidar com elas e (iv) a dificuldade acrescida em antecipar hipóteses de resolução em tarefas de Geometria e Medida comparativamente com tarefas de Números e Operações.
- Inerente ao momento de apresentação das tarefas, surgiu na minha prática: (i) a preocupação de contextualizar as tarefas e simultaneamente em lidar com as intervenções dos alunos, (ii) o receio de não despertar o interesse dos alunos para a resolução de tarefas com contextos puramente matemáticos, (iii) a ambivalência entre apoiar os alunos na compreensão das tarefas e o receio de os influenciar nas suas resoluções.

- Quanto às minhas práticas no momento de monitorização, surgiu: (i) a ambivalência entre fazer cumprir as normas estabelecidas para o trabalho de grupo ou deixar os alunos mudarem de atividade para acompanharem o ritmo dos outros grupos, (ii) as dúvidas em torno das informações que devem ser dadas aos alunos e o receio de influenciar a resolução das tarefas, (iii) os constrangimentos associados aos materiais envolvidos na construção dos pósteres e (iv) a dificuldade em garantir a concretização dos principais objetivos associados ao momento de visita aos pósteres.
- No momento de seleção dos pósteres os desafios estavam relacionados com: (i) a dificuldade em compreender as resoluções dos alunos e (ii) a dificuldade em selecionar os pósteres quando vários incluem aspetos interessantes para serem discutidos ou quando são muito semelhantes.
- Relativamente ao momento de seriação dos pósteres salienta-se a dificuldade em criar/usar critérios de seriação dos mesmos.

(ii) Desafios que se colocam na dinamização de congressos matemáticos

Promover a discussão, no momento dos congressos matemáticos, como referido anteriormente neste capítulo, foi um dos desafios colocados na minha prática logo no momento de escolha das tarefas. Todavia, foi nos primeiros congressos matemáticos associados a tarefas caracterizadas por assumirem desafio matemático pouco elevado aos alunos, onde senti maior dificuldade. No estudo percebe-se que, dada esta dificuldade, comecei a valorizar a preparação do congresso matemático.

Ao longo da dinamização dos congressos matemáticos, decidir quando e como intervir no momento de discussão em turma constituiu-se um verdadeiro desafio. No estudo evidenciou-se alguns constrangimentos associados às minhas intervenções junto dos alunos. Por vezes, o facto de os alunos não apresentarem os pósteres e discutirem sobre os mesmos de forma pouco audível, dificultou a dinamização dos congressos matemáticos, tornando-se, para mim, difícil ouvir e 'fazer ouvir' os alunos. Também, nem sempre foi fácil fazer cumprir as normas de sala de aula estabelecidas. Delgado (2013) identifica a dificuldade em fazer cumprir estas normas, referindo que o cumprimento das mesmas são assimiladas pelos alunos ao longo do tempo, em interação com os colegas e professor.

As minhas intervenções junto dos alunos nem sempre tiveram a mesma origem e os mesmos objetivos. Por vezes, motivada pelo receio de não compreender os alunos e/ou pela dificuldade em que os alunos compreendam os colegas, optava por solicitar a participação dos mesmos, questionando-os sobre o que pensam. Em algumas vezes optava por 'repetir' o que os alunos diziam na apresentação do póster, a fim de tentar tornar explícito aos alunos aspetos importantes do conteúdo dos pósteres.

Também relacionado com os constrangimentos associados às minhas intervenções, na minha prática foi colocada a ambivalência entre gerir a discussão de modo a equilibrar a participação da turma ou dirigir-me mais para o grupo do póster que está a ser apresentado. Também Delgado (2013) evidencia o desafio colocado ao professor em apoiar os alunos ao mesmo tempo que é responsável pelo envolvimento da turma na discussão. A autora realça ainda, no seu estudo, que nem sempre é fácil determinar quais os alunos que devem ser solicitados para intervir na discussão em turma.

Assim, todos estes constrangimentos conduziram a uma monopolização do discurso, da minha parte, em que as minhas intervenções, por motivos diferentes, são muito frequentes. Evidencia-se, deste modo, a dificuldade em 'dar voz' aos alunos durante o congresso matemático. Esta dificuldade é também realçada por Delgado (2013) e por Boavida (2005) quando se referem aos desafios que se colocam aos professores durante o momento de discussão coletiva das estratégias usadas pelos alunos na resolução das tarefas.

Na minha prática constituiu-se uma dificuldade promover nos alunos, em congresso matemático, a reflexão sobre o próprio trabalho e o dos colegas, bem como promover a discussão sobre aspetos relativos aos pósteres. Estas dificuldades, associadas à exigência de uma 'nova' cultura de sala de aula podem estar, efetivamente, relacionadas com o facto de tratarem-se de práticas inovadoras para os alunos e para mim.

O conjunto dos desafios inerentes à dinamização de congressos matemáticos evidenciam a complexidade em orquestrar discussões coletivas produtivas a partir de pósteres, tal como, também, Boavida (2008) refere.

Em suma, no que respeita aos desafios que se colocam na dinamização dos congressos matemáticos, evidenciam-se, na minha prática, (i) a dificuldade em promover uma discussão coletiva cujo desafio matemático é pouco ou é muito elevado, (ii) os constrangimentos que surgem no momento de discussão e a dificuldade em 'dar voz' aos alunos e (iii) a exigência da criação de uma 'nova' cultura de sala de aula.

(iii) O tempo e a sua gestão: uma dificuldade transversal ao trabalho na sala de aula

Embora tenha procurado, antecipadamente, refletir sobre o tempo destinado a cada momento de trabalho associado aos congressos matemáticos, no presente estudo verifica-se que em todos os momentos que antecedem os congressos matemáticos e o próprio congresso matemático permanece a dificuldade em gerir o tempo na sala de aula. Esta dificuldade conduziu a várias situações em que tive de tomar decisões na sala de aula. Por vezes, o tempo disponível e a sua gestão condicionou os tempos para os alunos discutirem os pósteres em grupo, antes de irem para congresso matemático. Condicionou, também, a existência de alguns momentos que eram previstos serem vividos, como o registo sobre aspetos que os alunos queriam discutir e a visita aos pósteres. Delgado (2013) salienta a dificuldade do professor associada à gestão de tempo na sala de aula, dada a imprevisibilidade do que surge na mesma.

6.3. Reflexão sobre o estudo

Na presente secção reflito sobre alguns aspetos inerentes ao desenvolvimento do presente estudo, nomeadamente sobre: (i) algumas das opções metodológicas associadas à investigação, (ii) as aprendizagens dos alunos ao longo do desenvolvimento do projeto e (iii) o que aprendi com a realização deste estudo e sobre a sua eventual influência nas minhas práticas futuras.

As opções metodológicas. Nos momentos correspondentes à preparação dos congressos matemáticos e à dinamização dos mesmos a utilização das técnicas de recolha de dados e respetivos instrumentos mostraram-se, globalmente, adequados. Contudo, no momento de análise dos dados, deparei-me com alguns constrangimentos associados ao modo como recolhi os dados tanto fora da sala de aula, como na sala de aula.

Dado que este estudo tem como objetivo analisar e compreender as minhas práticas de preparação e de dinamização de congressos matemáticos e, sendo a escolha de tarefas uma das etapas do trabalho do professor associada aos congressos, considero que à medida que escolhia as tarefas e tomava decisões inerentes às mesmas devia ter registado as opções que tomava e respetivas justificações, para que, posteriormente, no momento da análise de dados, fosse mais fácil recordar-me das minhas opções.

Também na análise das minhas práticas de sala de aula surgiram algumas dificuldades associadas aos dados recolhidos. Refiro-me concretamente ao momento de monitorização do trabalho dos alunos, em que senti a falta tanto dos registos do discurso dos alunos como do meu próprio discurso que me poderiam ser úteis para evidenciar os desafios com que me deparei neste momento. Apesar de neste momento ter utilizado um gravador, na maior parte das gravações não eram percetíveis os comentários e as questões dos alunos nem as minhas questões e/ou respostas. Embora tenha efetuado algumas notas de campo e tentado reconstituir partes desses discursos, considero que devia ter-me feito acompanhar com o gravador sempre que os alunos me solicitavam e sempre que optava por apoiá-los.

Também na análise dos dados relativos aos congressos matemáticos verifiquei que nem sempre se compreende o que eu e os alunos dizemos. Este constrangimento encontra-se associado a três motivos. O primeiro relaciona-se com o facto de os alunos falarem baixo, o segundo é inerente às minhas práticas (o facto de, por vezes, ter optado de me colocar na posição contrária dos alunos, a fim de os mesmos falarem mais alto, prejudicou a qualidade das gravações) e o último é inerente a alguns momentos em que vários alunos falam ao mesmo tempo. Por estes motivos, considero que no final de cada congresso matemático dinamizado devia ter escutado as gravações e, em simultâneo, ter tentado reconstituir partes do discurso, meu e dos alunos, com apoio das notas de campo. Considero, ainda, que se tivesse efetuado um relatório no final de cada congresso matemático poderia ter constituído uma forma de atenuar as dificuldades sentidas na análise dos dados, para além de constituir uma forma de melhorar a dinamização do congresso matemático seguinte.

No que se refere ao processo de análise dos dados considero que as opções que tomei em relação à organização dos dados mostrou-se facilitadora dessa análise. É de salientar que inicialmente estes dados estavam organizados cronologicamente, ou seja, aula a aula, e só depois foram organizados segundo os momentos das minhas práticas de preparação e de dinamização dos congressos matemáticos. Considero que esta organização facilitou o processo de análise de dados, uma vez que me permitiu analisar, transversalmente, as minhas práticas em cada um desses momentos. Permitiu-me ainda perceber eventuais evoluções/mudanças, como fui assinalando no capítulo *Análise de dados*.

***As aprendizagens dos alunos*.** Recordo que uma das motivações que me levou a desenvolver o projeto de investigação na preparação e dinamização dos congressos matemáticos foi o facto de o mesmo constituir uma prática inovadora na turma. De facto, a preparação e realização de congressos matemáticos tem associado um conjunto de aspetos que não constituíam práticas dos alunos desta turma, por exemplo, trabalhar em grupo, construir, apresentar e discutir os pósteres. Uma outra motivação surge associada ao facto de diversos autores de referência na investigação sobre a aprendizagem da matemática salientarem os congressos matemáticos como promotores dessa aprendizagem.

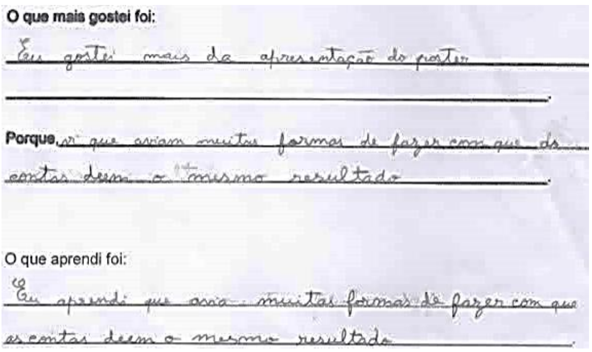
Efetivamente, considero que os congressos matemáticos realizados no âmbito deste projeto contribuíram para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos nesta área disciplinar. No final de cada congresso matemático os alunos resolviam uma questão de aula[9] à qual estavam subjacentes objetivos inerentes à tarefa realizada e discutida em congresso matemático. De um modo geral, a maioria dos alunos resolvia corretamente estas questões de aula, mostrando compreender os conceitos e as estratégias que tinham sido discutidos no âmbito dos congressos matemáticos. Considero também que a capacidade de raciocínio matemático pode ter sido desenvolvida ao longo do projeto de investigação, pois os alunos nos congressos matemáticos tiveram de apresentar e justificar as suas ideias aos colegas, bem como compreender as ideias dos mesmos. Da mesma forma, considero que as práticas que antecedem o congresso matemático e o próprio congresso matemático possam ter promovido o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática, uma vez que os alunos passaram a expressar as suas ideias de forma cada vez clara e tentavam interpretar as ideias dos colegas. Tal como foi referido no capítulo *Análise dos dados*, globalmente, verifica-se, ainda, uma melhoria quanto à organização do espaço no póster.

[9] As questões aula eram propostas no âmbito do projeto de investigação da minha colega de estágio, Sara Gomes, sobre a avaliação formativa em Matemática.

A par destes aspetos, considero que se foi desenvolvendo uma cultura de sala de aula com algumas características diferentes das que existia. Refiro-me, por exemplo, à crescente naturalidade com que os alunos iam partilhando as suas estratégias com os colegas e à sua iniciativa (embora pontual) de questionar os colegas sobre as estratégia/procedimentos usados pelos colegas na resolução da tarefa.

No final de cada congresso matemático, a par das questões de aula, os alunos respondiam a um pequeno questionário[10] que servia para compreender o que os alunos mais gostavam na preparação e realização do congresso matemático e o que os mesmos consideravam ter aprendido em ambos os momentos. Nos primeiros questionários, no que respeita ao que os alunos mais gostaram, verifica-se uma tendência em expressar o gosto em realizar trabalhos de grupo e a aspetos visuais associados aos pósteres. Congresso a congresso verifica-se que as respostas dos alunos ao questionário começam a centrar-se em aspetos associados ao gosto por construir, apresentar e discutir os pósteres e às aprendizagens que efetuaram. Relativamente a estas referem-se a conteúdos e/ou estratégias/procedimentos associados à resolução das tarefas tais como: o dobro, a metade, a contagem por colunas e linhas, a multiplicação, etc.

Realço ainda algumas respostas que me levam a refletir acerca do que os alunos pensam sobre os congressos matemáticos e as práticas que o antecedem. Por exemplo, Rita afirma que o que mais gostou e aprendeu no congresso V "Papel de parede do Pai Natal" foi da apresentação dos pósteres, pois observou que existem várias formas para chegar ao resultado (ver figura 50).


O que mais gostei foi:
Eu gostei mais da apresentação do poster
.

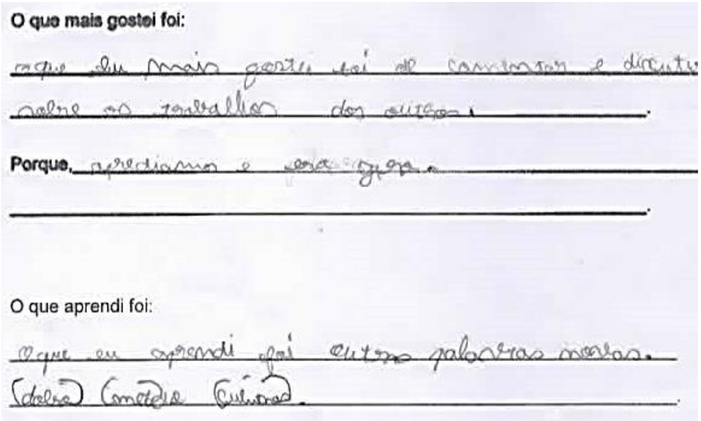
Porque, vi que aviam muitas formas de fazer com que as contas deem o mesmo resultado.

O que aprendi foi:
Eu aprendi que avia muitas formas de fazer com que as contas deem o mesmo resultado.

Figura 50: Questionário - Rita

[10] Os questionários surgiram no âmbito do trabalho conjunto entre mim e a minha colega de estágio e não como instrumento de recolha de dados para investigar as minhas práticas. Estes questionários tinham como principal objetivo aferir as perceções que os alunos tinham sobre os congressos matemáticos e as aprendizagens associadas à realização dos mesmos.

Já Daniel M. afirma que o que mais gostou foi comentar e discutir sobre os trabalhos dos colegas, realçando o facto de ser uma forma de aprender em grupo (ver figura 51). Este aluno, no mesmo questionário, adianta que o que aprendeu foi o dobro, a metade e as colunas (referindo-se à contagem por colunas).


O que mais gostei foi: o que eu mais gostei foi de comentar e discutir sobre os trabalhos dos outros.

Porque, aprendiamos e era grupo.

O que aprendi foi: o que eu aprendi foi outras palavras novas. (dobro) (metade) (colunas).

Figura 51: Questionário - Daniel Miguel

As afirmações de Rita ilustram a importância que alguns alunos da turma atribuem à apresentação de pósteres com estratégias e procedimentos diferentes e as afirmações de Daniel M. ilustram a importância que alguns deles conferem à partilha dessas estratégias/procedimentos como forma de aprender Matemática. Na globalidade, através dos questionários dados aos alunos consegui compreender o que eles pensam sobre o que aprenderam com os congressos matemáticos e sobre o que eles pensam sobre esta forma de trabalhar na sala de aula. Para mim foi importante que os alunos revelassem que gostaram e aprenderam com os congressos matemáticos, tal como eu considero ter aprendido.

O que aprendi coma realização deste estudo e sobre a sua eventual influência nas minhas práticas futuras. Embora o tempo de desenvolvimento do projeto de investigação tenha sido curto, considero que o mesmo tenha influenciado as minhas práticas futuras. Ao longo do desenvolvimento do projeto surgiram vários desafios na minha prática que me conduziram a um conjunto de aprendizagens e reflexões.

Comecei por questionar o tipo de tarefas a propor aos alunos, centrando-me na preocupação em propor tarefas que fossem adequadas para promover a aprendizagem da matemática e, em simultâneo, adequadas àqueles alunos em particular. O presente estudo leva-me a compreender a importância da escolha das tarefas, associadas ou não à realização de congressos matemáticos, sendo crucial ter em conta as situações associadas aos contextos das tarefas e, em particular, quando se trata do tema Números e Operações, aos números e imagens envolvidos nas mesmas.

Após escolha das tarefas seguia-se o momento de antecipar as resoluções dos alunos. Ao analisar e comparar as descrições efetuadas no capítulo *Análise dos dados,* nomeadamente na secção *Antecipação de resoluções,* observa-se que, apesar da dificuldade em esgotar todas as hipóteses de resolução e a não valorização da antecipação de procedimento errados, tarefa a tarefa as antecipações que produzi aproximam-se das resoluções dos alunos, isto é, correspondem em maior número às resoluções efetuadas e que existem menos resoluções dos alunos que não se encontravam na antecipação que efetuei. Considero que um maior conhecimento dos alunos pode ter contribuído para um melhoramento na antecipação de estratégias/procedimentos dos mesmos. Desta forma, a fim de esgotar o máximo de estratégias possíveis na antecipação de estratégias, é fundamental colocar no papel dos alunos, e conhecer a turma no geral e cada aluno em específico, podendo assim melhor antecipar estratégias e procedimentos de cálculo das resoluções dos alunos.

O momento de apresentação, de monitorização e de dinamização dos congressos matemáticos conduziram a uma reflexão sobre as minhas intervenções junto dos alunos e como lidar com as intervenções dos alunos. Este é um dos aspetos que mais me preocupa na minha prática futura, uma vez que não se trata de uma prática fácil decidir, no momento, sobre o que, como e quando devo intervir.

A dificuldade em gerir o tempo na sala de aula, transversal a todos os momentos de trabalho na sala de aula, fez com que, na minha prática, transformasse e/ou anulasse os momentos que apelam à reflexão sobre o trabalho dos alunos e o trabalho dos colegas em torno das tarefas, que, por sua vez, são as práticas em que os congressos matemáticos assentam. Desta forma, tenho algum receio que, no futuro, esta dificuldade permaneça. No entanto, pretendo melhorar esta prática, questionando os alunos, tanto no momento de monitorização, como no momento dos congressos matemáticos, sobre o que pensam das suas próprias estratégias/procedimentos, como das estratégias/procedimentos utilizados pelos colegas.

Selecionar e seriar os pósteres dos alunos permitiram compreender que, por vezes, têm de ser tomadas decisões quanto à seleção e seriação dos pósteres que nem sempre são fáceis. Por exemplo, quando existem vários pósteres interessantes e têm que ser selecionados dois ou três. Considero que ter passado por esta situação fez-me compreender que o professor deve assumir uma prática reflexiva, tendo que, por vezes, tomar decisões sobre as quais sente alguma ambivalência, mas devendo ter sempre presente a promoção das aprendizagens dos alunos.

Em suma, considero que todas as fases associadas ao desenvolvimento do projeto de investigação, mais a análise e reflexão sobre as minhas próprias práticas conduziram a uma maior consciencialização, da minha parte, sobre as práticas do professor quer fora da sala de aula, quer dentro da sala de aula. Termino, efetivamente, esta reflexão tendo a certeza de que este projeto de investigação teve uma influência sobre as minhas práticas no futuro, permitindo-me assumir uma prática reflexiva no que respeita a todos os aspetos que o estudo integra.

Referências

Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação: Um guia prático e crítico.* Porto: ASA.

Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo.* Lisboa: Edições 70.

Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professores em contexto de colaboração.* Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa - Departamento de Educação.

Boavida, A. M. (2008). Arqueologia Educativa e Congressos Matemáticos: Potencialidades e Desafios. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 55 - 59). Lisboa: Escolar Editora.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Boavida, A. M., Silva, M., & Fonseca, P. (2009). Pequenos investigadores matemáticos: Do pensamento à comunicação e da comunicação ao pensamento. *Educação Matemática, 102,* 2 - 10.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação.* Porto: Porto Editora.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino Exploratório da Matemátcia: Práticas e desafios. *Educação & Matemática*, *115*, pp. 11 - 17.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2014). Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. Em J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 217 - 233). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Cobb, P., & Yackel, E. (2011). Social Constructivism. Em E. Yackel, K. Gravemeijer, & A. Sfard (Edits.), *A Journey in Mathematics: Insights from the Work of Paul Cobb* (pp. 33 - 40). New York: Springer.

Delgado, C. R. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo.* Lisboa: (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Instituto de Educação).

Dias, P., & Santos, L. (2012). O questionamento oral como prática avaliativa da aula de Matemática: o professor José. Em A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Edits.), *Investigação em Educação Matemática: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 229 - 240). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Dolk, M. (2008). Problemas realistas: Um ponto de partida para uma sequência de oportunidades de aprendizagem. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Edits.), *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 35 - 53). Lisboa: Escolar Editora.

Domingues, C., & Martinho, M. H. (2014). Ações do professor na construção coletiva de um argumento genérico numa turma do 9.º ano. Em J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 183 - 216). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Equipa do PFCM. (2010/2011). *Orquestrar discussões colectivas: Cinco práticas essencias.* Obtido de Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclo: http://www.projectos.ese.ips.pt/pfcm/wp-content-uploads/2010/12/texto-Orquest-disc-colectivas-2010-2011.pdf

Equipa do projecto DSN. (2006). *Desenvolviendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares. Materiais para o educador e para o professor do 1.º ciclo.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Fosnot, C. T. (2007a). *Teaching and Learning in a Math Workshop, in Investigating Fractions, Decimals, and Percents, Grades 4 - 6.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Fosnot, C. T. (2007b). *Investigating Multiplication and Division, Grades 3-5.* Portsmouth: NH: Heinemann.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicions at work: Constructing Multiplication and Division.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Gil, A. C. (1991). *Métodos e técnicas de pesquisa social.* São Paulo: Editora Atlas S.A.

Hammerness, K., Darling-Hammond, L., Bransford, J., Berliner, D., Cochran-Smith, M., McDonald, M., & Zeichner, K. (2005). How Teachers Learn and Develop. Em L. Darling-Hammond, & J. Bransford (Edits.), *Preparing teachers for a changing world: What teachers should learn and be able to do* (pp. 376 - 378). San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-Based factors that support and inhibit hight-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28(5)*, 524 - 549.

Imm, K. L., Fosnot, C. T., Dolk, M., Jacob, B., & Stylianou, D. A. (2012). *Learning to Support Young Mathematicians at Work: An Early Algebra Resource for Professional Development.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Kraemer, J.-M. (2008). Desenvolvendo o Sentido do Número: Cinco Princípios para Planificar. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Edits.), *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 3 - 28). Lisboa: Escolar Editora.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Acção.* Porto: Porto Editora.

Melo, P., & Costa, M. (2014). *A grande aventura, 2.º ano.* Lisboa: Texto.

Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: Um estudo com alunos do 1 (2).º ciclo.* Lisboa: (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Instituto de Educação).

Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). *Números e Operações, 3.º ano. Materiais de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico.* Obtido de http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_Sequencia_Numeros e Operacoes_ NPMEB_1c3(actualizado22Jun2010).pdf.

Menezes, L., Ferreira, R. T., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). 6. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. Em J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 135 - 161). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Obtido de http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents /ProgramaMatematica.pdf.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico.* Obtido de http://www.portugal.gov.pt/media/643611/prop_metas_eb_matematica_vf.pdf.

Nathional Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar.* Lisboa: Associação de professores de Matemática. (Documento original em inglês, publicado em 2000).

Oliveira, H., & Carvalho, R. (2014). Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: Do plano à aula. Em J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 465 - 487). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. Em GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5 - 28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2004). *Investigar a nossa própria prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional.* Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. Em GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11 - 34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. Em J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionas dos Professores de Matemática* (pp. 13 - 27). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula.* Bela Horizonte: Autêntica.

PTAL. (2013-2014). *Plano de trabalho anual da turma.* Almada.

Santos, L. (2000). *A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário.* Lisboa: (Tese de doutoramento, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa).

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. Em *Mathematics Teaching in the Middle School, 3 (5)* (pp. 344-350).

Stein, M. K. (2001). Mathematical Argumentation: Putting Umph into Classroom Discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 110 - 112.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 313 - 335.

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. Em M. Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Actas da 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1 - 24). Utrecht: Utrecht University.

Apêndices

Apêndice 1

Tarefa I "Prismas e pirâmides"

Grupos	**Elementos dos grupos**
1	Luan, Sara, Francisco, Daniel A. e Beatriz
2	Margarida, Diogo V., Guilherme, Daniel C. e Catarina A.
3	Leonor A., Daniel P., Matilde, Catarina M. e Leonor T.
4	Simão, José, Rita, Bruna e Diogo M.
5	Ruben, Leonor R., Gonçalo, Vera e Martim

Tarefa II "Descobrir polígonos"

Grupos	**Elementos dos grupos**
1	Simão, José, Rita, Bruna e Diogo M.
2	Luan, Sara, Daniel A. e Beatriz
3	Ruben, Leonor R., Gonçalo e Martim
4	Leonor T., Vera, Francisco, Matilde e Guilherme
5	Catarina M., Leonor A., Daniel M. e Daniel P.
6	Diogo V., Margarida, Daniel C. e Catarina A.

Tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope"

Grupos	Elementos dos grupos
1	Diogo V. e Catarina A.
2	Leonor A. e Daniel P.
3	Vera e Martim
4	Daniel A. e Guilherme
5	José e Bruna
6	Leonor R. e Gonçalo
7	Luan e Sara
8	Daniel C. e Margarida
9	Beatriz e Matilde
10	Catarina A. e Daniel M.
11	Ruben e Rita
12	Francisco e Simão
13	Leonor T. e Diogo M.

Tarefa IV "Colar estrelas nos azulejos"

Grupos	Elementos dos grupos
1	Diogo V. e Catarina A.
2	Leonor A. e Guilherme
3	Vera e Martim
4	Daniel A. e Daniel C.
5	José e Bruna
6	Leonor R. e Gonçalo
7	Luan e Sara
8	Daniel P. e Margarida
9	Beatriz e Matilde
10	Catarina A. e Daniel M.
11	Ruben e Rita
12	Francisco e Simão
13	Leonor T. e Diogo M.

Tarefa V "Papel de parede do Pai Natal"

Grupos	Elementos dos grupos
1	Leonor A. e Guilherme
2	Vera e Martim
3	Daniel A. e Margarida
4	José e Bruna
5	Leonor R. e Gonçalo
6	Luan e Sara
7	Daniel P. e Daniel C.
8	Beatriz e Matilde
9	Catarina M. e Daniel M.
10	Ruben e Rita
11	Francisco e Simão
12	Leonor T. e Diogo M.
13	Diogo V. e Catarina A.

Tarefa VI "Tabuada do 2"

Grupos	Elementos dos grupos
1	Leonor A. e Guilherme
2	Vera e Martim
3	Daniel A. e Margarida
4	José e Bruna
5	Leonor R. e Gonçalo
6	Luan e Sara
7	Daniel P. e Daniel C.
8	Beatriz e Matilde
9	Catarina M. e Daniel M.
10	Ruben e Rita
11	Francisco e Simão
12	Leonor T. e Diogo M.
13	Diogo V. e Catarina A.

Tarefa I – "Prismas e pirâmides"

Objetivos

- Utilizar corretamente os termos «vértices», «arestas» e «face»;
- Identificar e representar pentágonos e hexágonos.

Conteúdos

- Sólidos;
- Figuras geométricas.

Materiais

- Folhas A3;
- Sólidos.

Modalidade de trabalho

Os alunos trabalharam em grupos de cinco e seis elementos.

Tarefa II – "Descobrir polígonos"

Objetivos

- Identificar e representar pentágonos e hexágonos;
- Identificar e representar quadriláteros;
- Identificar figuras geométricas numa composição de figuras geométricas.

Conteúdos

- Figuras geométricas: quadriláteros, pentágonos e hexágonos.

Materiais

- ✓ Retângulos, triângulos grandes e triângulos pequenos (formam um quadrado de 10cm x 10cm);
- ✓ Fita-cola;
- ✓ Papel manteiga.

Modalidade de trabalho

Os alunos trabalharam em grupos de quatro e cinco elementos.

Apêndice 4

Tarefa III – "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope"

Objetivos

- Distinguir linhas poligonais de linhas não poligonais;
- Distinguir polígonos de figuras planas não poligonais;
- Identificar em desenhos as partes interna e externa de linhas planas fechadas e a utilizar o termo «fronteira» para designar as linhas.

Conteúdos

- Linhas poligonais e não poligonais;
- Figuras planas: polígonos e não polígonos;
- Partes interna e externa de figuras;
- Fronteira.

Materiais

- Anexo IV Tarefa III "Diálogo entre o Pai Natal e o Dr. Xarope";
- Folhas quadriculadas de várias cores (com malha maior à comum);
- Folhas brancas.

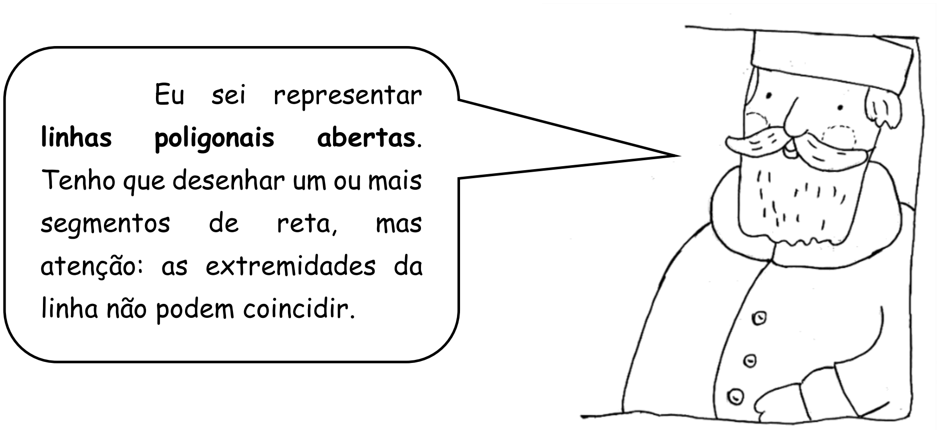
Modalidade de trabalho

Os alunos trabalharam em pares, existindo no total um conjunto de treze pares de trabalho.

Apêndice 5

Lê o diálogo que o Pai Natal teve com o Dr. Xarope.

1.

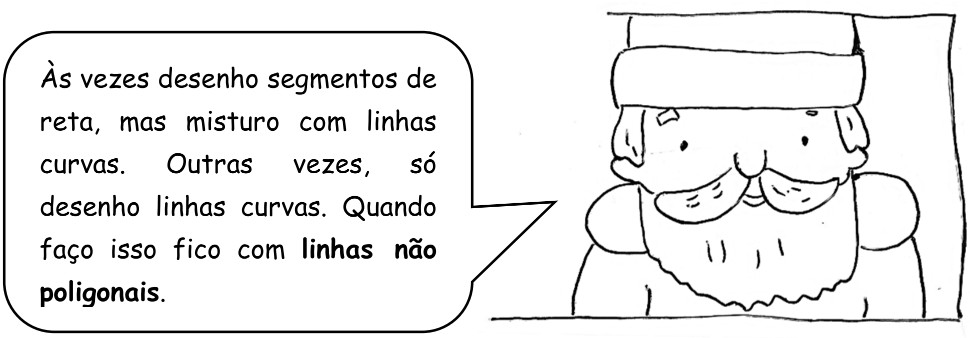


Usa a folha quadriculada “Linhas poligonais abertas” para desenhar as linhas que o Pai Natal consegue desenhar.

2.

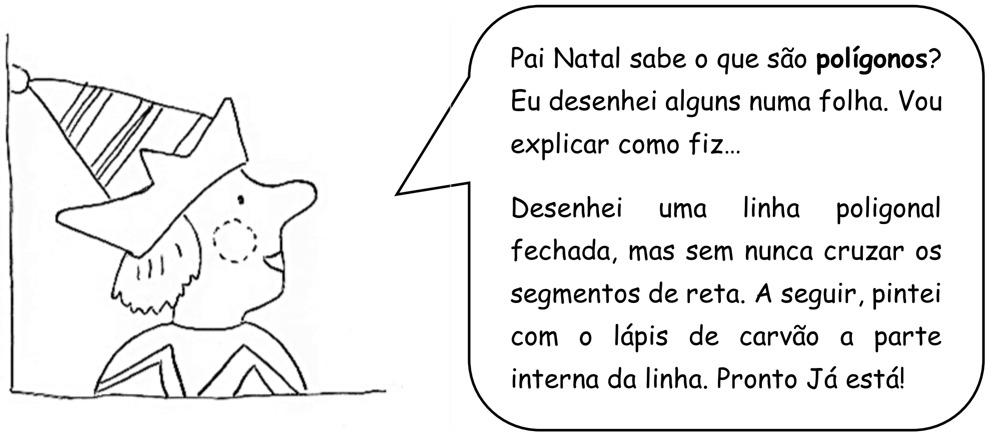
Usa a folha quadriculada “Linhas poligonais fechadas” para desenhar as linhas que o Dr. Xarope consegue desenhar.

3.



Desenha na folha branca as “linhas não poligonais” de que o Pai Natal nos fala.

4.



Desenha as figuras que o Dr. Xarope está a falar na folha quadriculada que diz “Polígonos”.

5.

Faz como o Pai Natal e desenha não polígonos, na folha branca que diz “Não Polígonos”.

6.

Olha para as tuas **figuras planas** e faz o mesmo que o Dr. Xarope fez.

Tarefa IV – "Colar estrelas nos azulejos"

Objetivos

- Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas no sentido aditivo.

Conteúdos

- Resolução de problemas.

Materiais

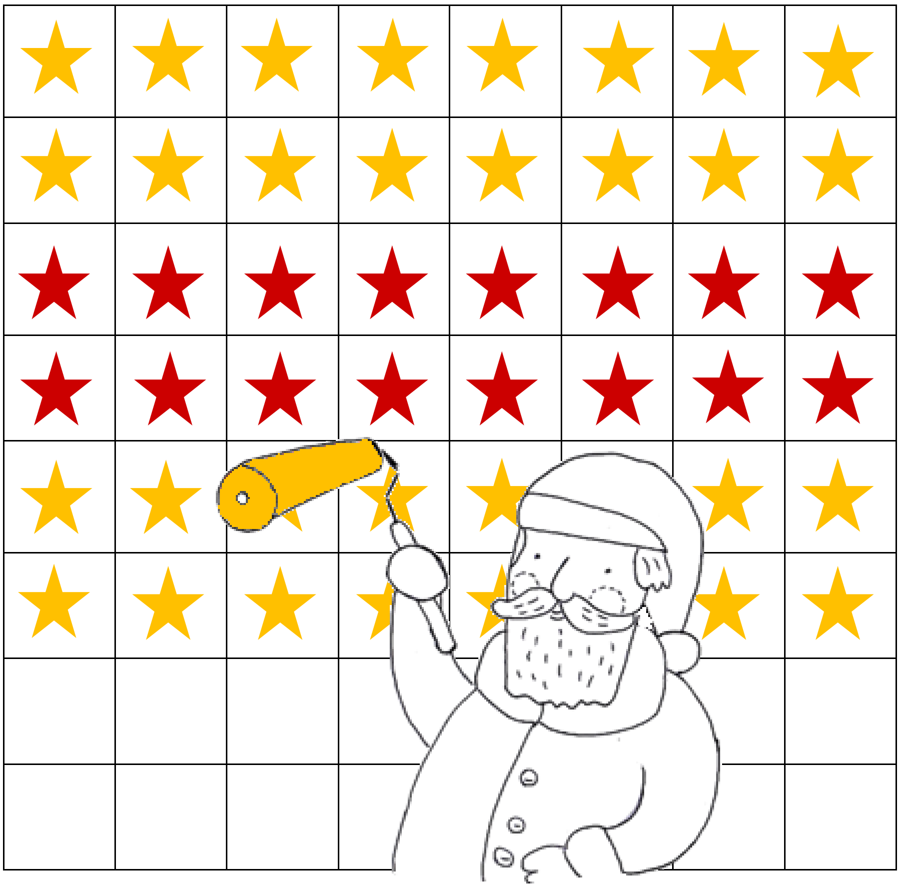
- Tarefa (Apêndice 6);
- Folhas brancas;
- Papel manteiga.

Modalidade de trabalho

A tarefa foi resolvida em grupos de dois alunos, havendo no total treze grupos de trabalho.

Colar estrelas nos azulejos

O Pai Natal decidiu pintar a despensa com estrelas de duas cores, amarelas e vermelhas, tal como mostra a figura.



1. Quantas estrelas já colocou o Pai Natal? **Explica como pensaste.**

2. Quantas estrelas faltam colocar na parede? **Explica como pensaste.**

3. Quando terminar, quantas estrelas terá colocado o Pai Natal? **Explica como pensaste.**

Tarefa V – "Papel de parede do Pai Natal"

Objetivos

- Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas no sentido aditivo.

Conteúdos

- Resolução de problemas.

Materiais

- Tarefa (Apêndice 8);
- Cartolina com o papel de parede do Pai Natal, relativo à primeira parte da tarefa;
- Folhas brancas;
- Papel de manteiga.

Modalidade de trabalho

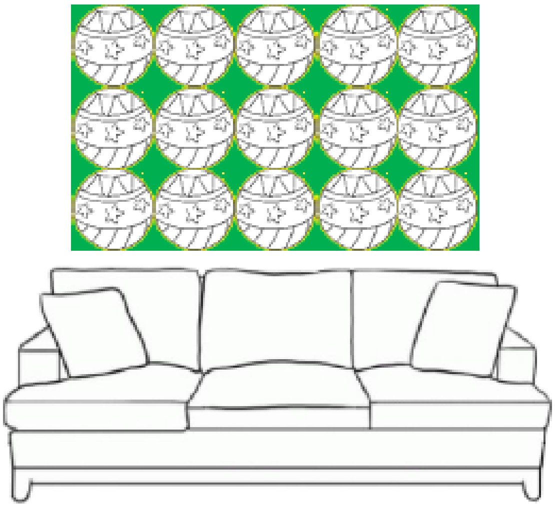
Os alunos trabalharam em pares, existindo no total treze grupos de trabalho.

Apêndice 9

Nome: ____

Data: __/__/___

O Pai Natal descobriu um bocado de papel parede e decidiu colá-lo na sala, tal como mostra a imagem:



1. Quantas bolas tem o papel de parede? **Explica como pensaste.**

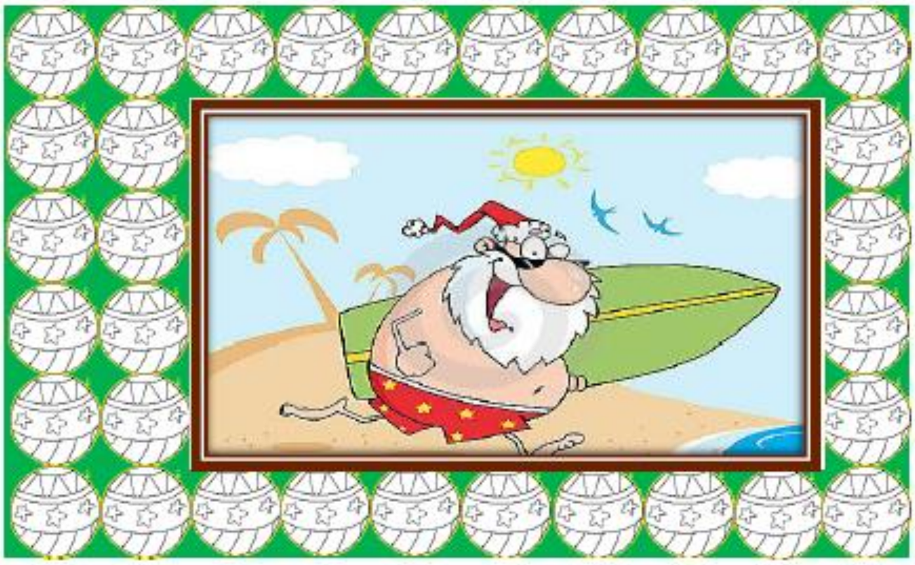
2. Se o papel de parede tivesse o dobro das bolas quantas teria? **Explica como pensaste.**

Como o Pai Natal gostou muito de ver o papel parede na sala, comprou e colou também no quarto. Observa a imagem:

3. Se o Pai Natal tirar o quadro, quantas bolas consegues ver na parede toda? **Explica como pensaste.**

4. Quantas bolas estão por baixo do quadro do Pai Natal? **Explica como pensaste.**

O Pai Natal decidiu colocar um quadro maior. Observa a imagem:



5. Quantas bolas estão por baixo do quadro do Pai Natal? **Explica como pensaste.**

Apêndice 10

Tarefa VI – "Tabuada do 2"

Objetivos

- Construir a tabuada do 2, recorrendo a factos conhecidos e às propriedades da multiplicação;
- Utilizar corretamente o símbolo «x» e os termos «fator» e «produto»;
- Calcular o produto em que um dos fatores é o 2.

Conteúdos

- Multiplicação.

Materiais

- Folha branca;
- Cartolinas.

Modalidade de trabalho

A tarefa foi dinamizada em pares, havendo no total treze grupos de trabalho.

Anexos

Anexo 1

DEPARTAMENTO DE 1.º CICLO | **Ano Letivo: 2014-2015**

2.º Ano | **Manual: A Grande Aventura**

Planificação Anual da Área de Matemática

Domínio/ Subdomínio	Conteúdos	Metas curriculares		Instrumentos de avaliação	Tempo
		Objetivos	Descritores de desempenho		
Geometria e medida	Figuras geométricas	Reconhecer e representar formas geométricas	▪ Identificar pirâmides e cones, distinguir poliedros de outros sólidos e utilizar corretamente os termos «vértice», «aresta» e «face». ▪ Identificar e representar pentágonos e hexágonos. ▪ Identificar e representar triângulos isósceles, equiláteros e escalenos, reconhecendo os segundos como casos particulares dos primeiros. ▪ Identificar e representar quadriláteros e reconhecer os losangos e retângulos como casos particulares de quadriláteros. ▪ Identificar e representar losangos e reconhecer o quadrado como caso particular do losango. ▪ Identificar figuras geométricas numa composição e efetuar		De 3 a 14 de novembro

			composições de figuras geométricas.		
Geometria e medida	Figuras geométricas	Reconhecer e representar formas geométricas	▪ Identificar a semirreta com origem em *O* e que passa no ponto *P* como a figura geométrica constituída pelos pontos que estão na direção *P* de relativamente a *O*. ▪ Identificar a reta determinada por dois pontos como o conjunto dos pontos com eles alinhados e utilizar corretamente as expressões «semirretas opostas» e «reta suporte de uma semirreta». ▪ Distinguir linhas poligonais de linhas não poligonais e polígonos de figuras planas não poligonais. ▪ Identificar em desenhos as partes interna e externa de linhas planas fechadas e utilizar o termo «fronteira» para designar as linhas.		**Aventura 3** De 17 a 21 de novembro
Números e operações	Multiplicação	Multiplicar números naturais	▪ Efetuar multiplicações adicionando parcelas iguais, envolvendo números naturais até 10, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas. ▪ Efetuar uma dada multiplicação fixando dois conjuntos disjuntos e contando o número de pares que se podem formar com um elemento de cada, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas. ▪ Construir e saber de memória as tabuadas do 2.		De 24 a 28 de novembro

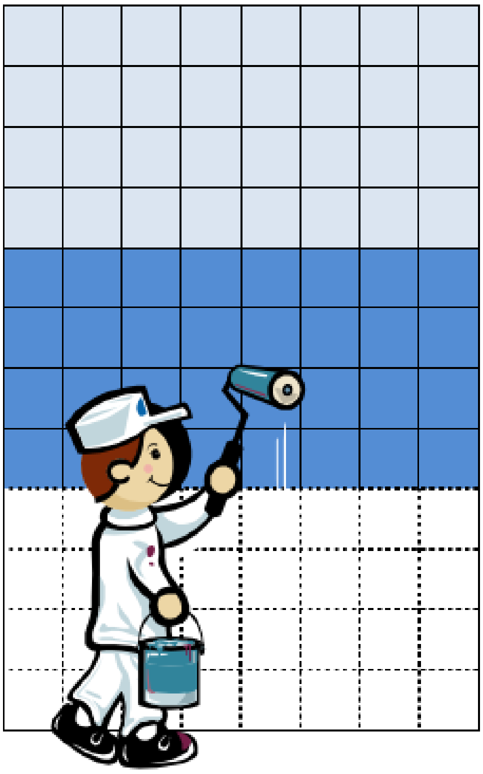
	Divisão inteira	Resolver problemas Efetuar divisões exatas de números naturais Resolver problemas	▪ Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas no sentido aditivo. ▪ Efetuar divisões exatas envolvendo divisores até 10 e dividendos até 20 por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas. ▪ Utilizar corretamente o símbolo «:» e os termos «dividendo», «divisor» e «quociente». ▪ Relacionar a divisão com a multiplicação, sabendo que o quociente é o número que se deve multiplicar pelo divisor para obter o dividendo. ▪ Resolver problemas de um passo envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.		
Geometria e medida	Medida	Medir o tempo	▪ Efetuar medições do tempo utilizando instrumentos apropriados. ▪ Reconhecer a hora como unidade de medida de tempo e relacioná-la com o dia. ▪ Ler e escrever a medida de tempo apresentada num relógio de ponteiros, em horas, meias horas e quartos de hora. ▪ Ler e interpretar calendários e horários.		De 1 a 5 de dezembro.
Revisões e avaliações.					De 8 a 16 dezembro

Anexo 2

Tarefa da brochura "Números e Operações, 3.º ano" de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2010)

Colocar azulejos

1. Na escola do André, o Sr. João está a colocar azulejos, com dois tons de azul, numa parede do complexo desportivo, tal como mostra a figura.

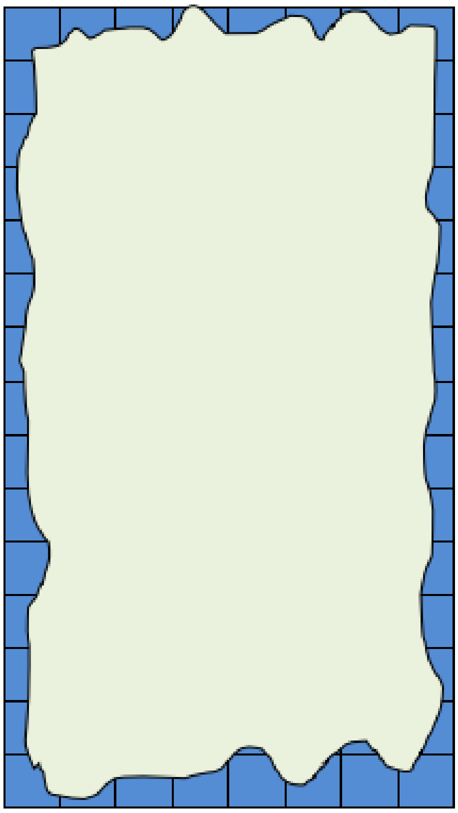


Quantos azulejos já colocou o Sr. João? Explica como pensaste.

Quantos azulejos faltam colocar ainda na parede? Explica como pensaste.

Quando terminar, quantos azulejos terá colocado o Sr. João? Explica como pensaste.

2. Uma outra parede com azulejos foi danificada pela humidade e alguns azulejos caíram. Quantos azulejos precisam de ser novamente colocados? Explica como pensaste.



Anexo 3

Tarefa das colegas de mestrado Cátia Silva e Susana Portásio

Desafio da multiplicação

Nome:____

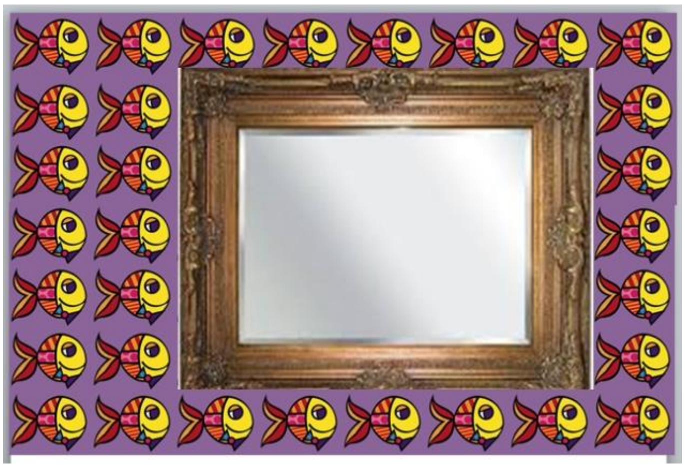
Data____________________

1. Quantos peixinhos tem o quadro da sala da Rita?

Explica como pensaste.

2. Se o quadro tivesse o dobro dos peixinhos, quantos teria? Explica como pensaste.

3. O Tomás forrou a sala com papel de parede dos peixinhos. Quantos peixinhos estão por baixo do espelho? Explica como pensaste.



4. Se o Tomás tirar o espelho da parede quantos peixinhos estão ao todo no papel de parede?

Anexo 4

Banda desenhada do manual “A grande aventura, 2.º ano” de Melo e Costa (2014)

1. Lê a banda desenhada.

A dieta do Pai Natal

Anne-Marie Frisque, *Histórias de Natal*, Civilização, 1.ª edição, 2003 (Excerto com supressões e adaptado).

2. Liga corretamente.

A banda desenhada (BD) tem	de fala
A BD usa balões	imagens e texto
A BD lê-se	na horizontal

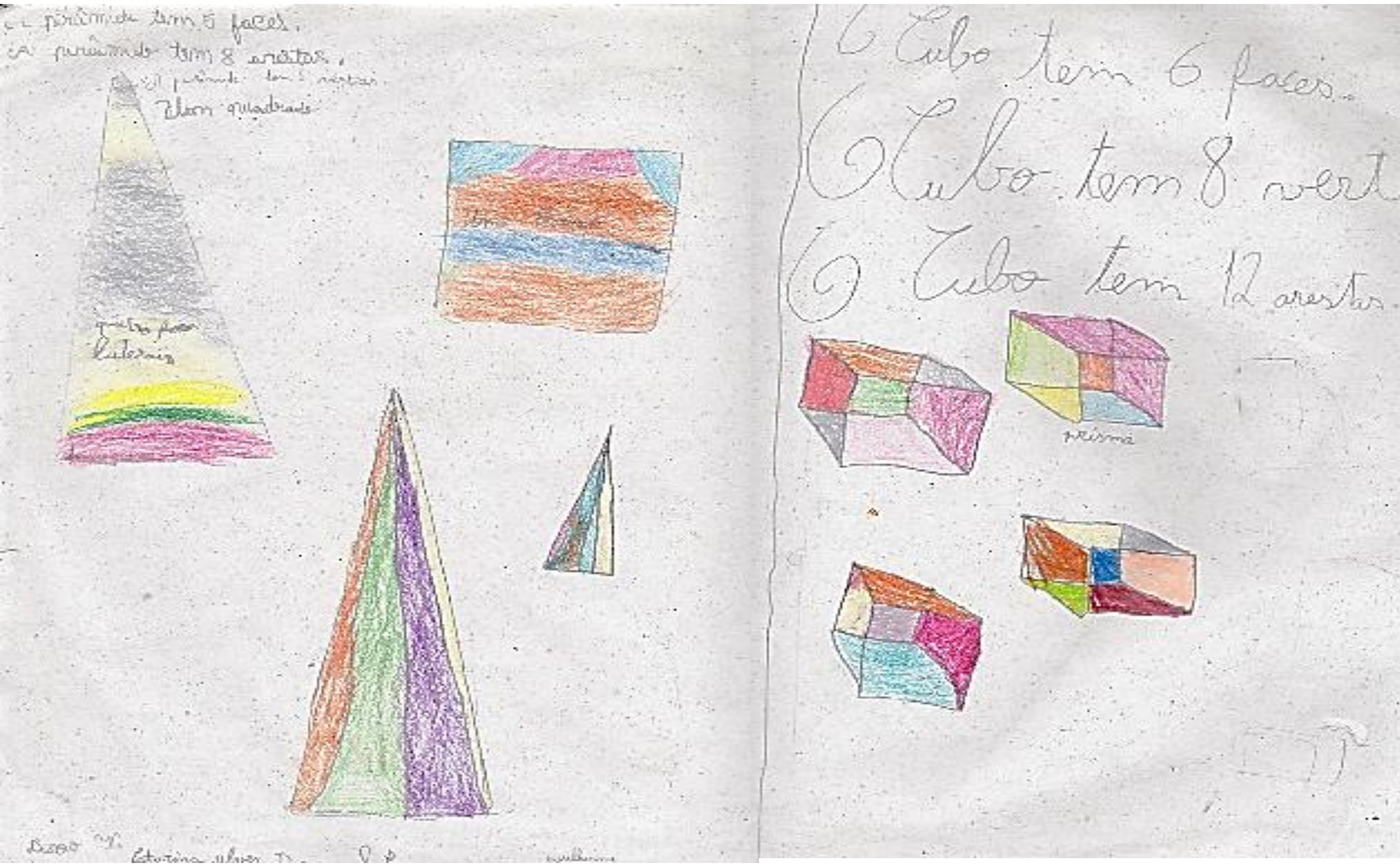
3. Copia da BD a frase que indica quando vai começar a dieta do Pai Natal.

Anexo 4

Póster da tarefa I - grupo 1

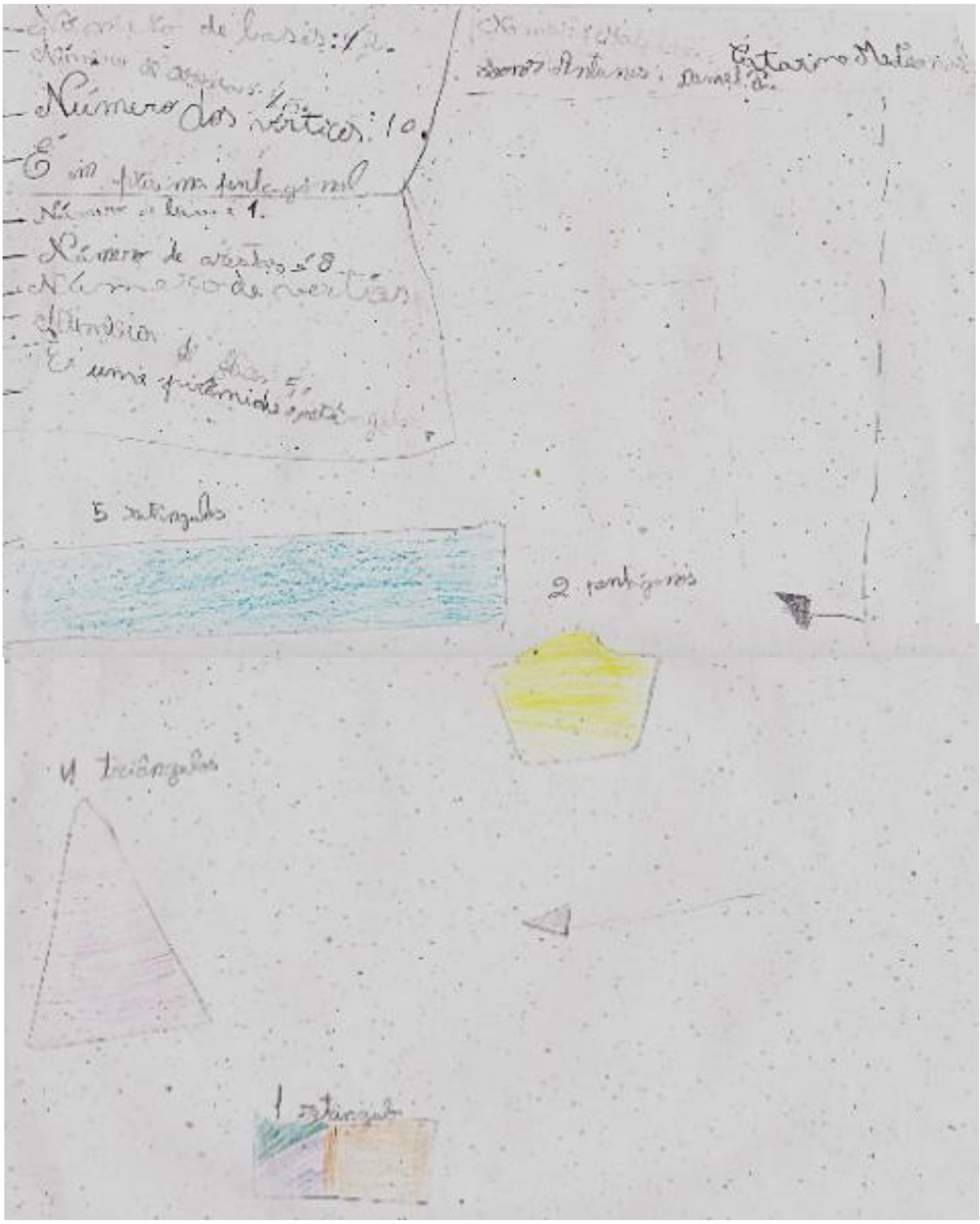
Anexo 5

Póster da tarefa I – grupo 2



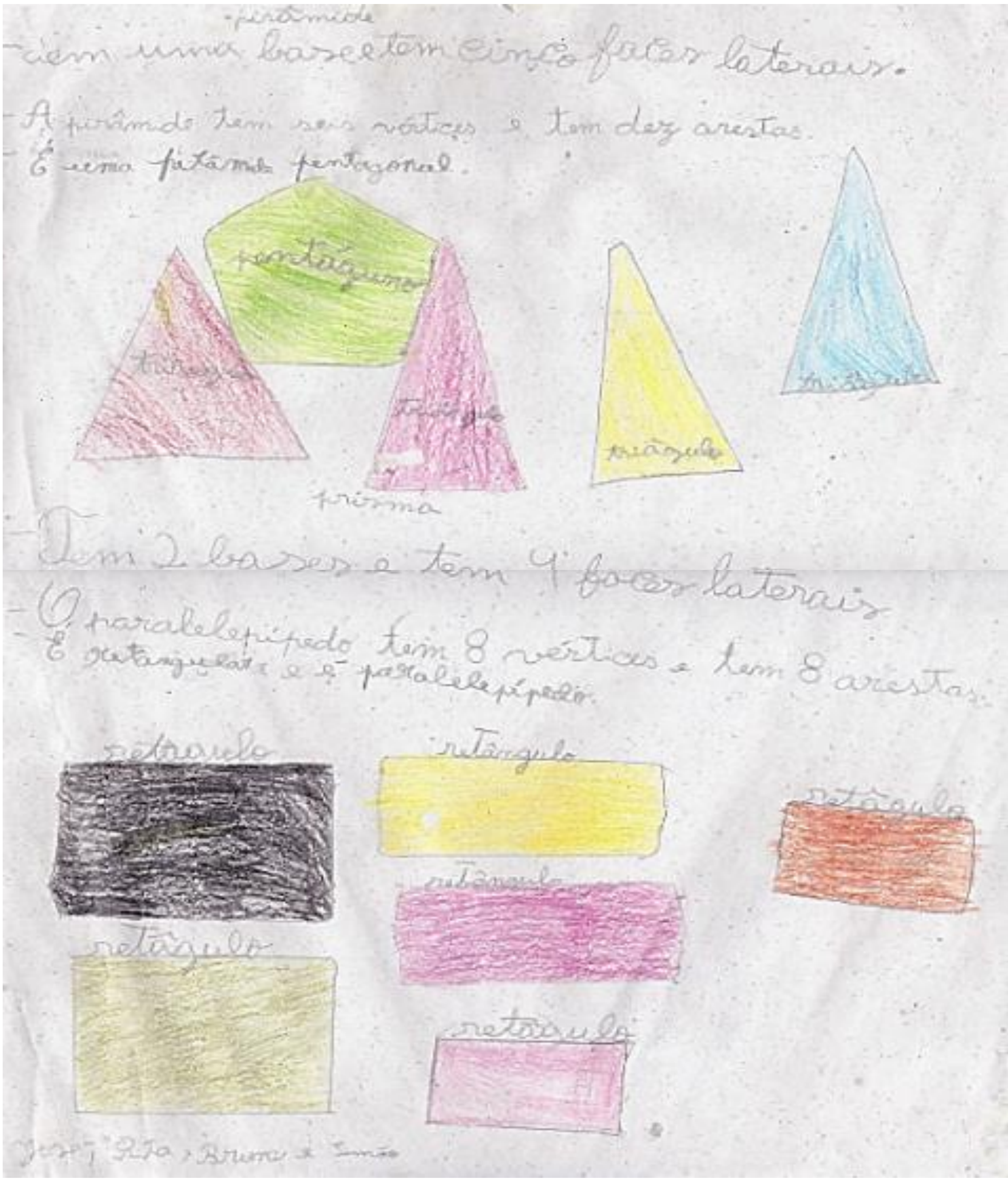
Anexo 6

Póster da tarefa I – grupo 3



Anexo 7

Póster da tarefa I – grupo 4



Anexo 8

Póster da tarefa I – grupo 5