



Instituto Superior Politécnico Gaya  
2015



Escola Superior de Educação de Santa Maria

**Cátia Daniela  
Yang Zhu**

**A Representação Ativa como Metodologia para a  
Conceptualização de Problemas Matemáticos no Ensino  
Básico**

Relatório apresentado para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico, com a orientação de Doutor José Carlos Morais.

## **Declaração de Originalidade**

Eu, Cátia Daniela Yang Zhu, declaro, sob compromisso de honra, que este documento, pelo qual sou responsável, constitui uma ideia original não sendo decorrente de plágio nem de qualquer cópia.

Assim sendo, este documento foi realizado por mim na íntegra e é original. Confirmo também que o material proveniente de fontes consultadas está devidamente assinalado e foi referenciado na sua totalidade.

---

(Cátia Daniela Yang Zhu)

*A todos que me apoiaram durante esta  
etapa da minha vida.*

# ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS.....	v
ÍNDICE DE QUADROS.....	v
ÍNDICE DE TABELAS .....	v
LISTA DE SIGLAS .....	vi
INTRODUÇÃO .....	1
I CONTEXTUALIZAÇÃO DO ESTUDO .....	3
1.1 Pertinência do estudo .....	3
1.2 Problema / objeto de estudo .....	5
1.3 Finalidades, objetivos e questões de trabalho .....	5
II ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....	8
2.1 A Resolução de Problemas.....	8
2.1.1 Diferença entre Problema e Exercício.....	10
2.1.2 Diferentes Tipos de Problemas .....	11
2.1.3 Etapas de Resolução de Problemas .....	13
2.1.4 Estratégias de Resolução de Problemas .....	14
2.2 O Papel das Representações no Raciocínio Matemático .....	16
2.2.1 Tipos de Representação.....	17
III METODOLOGIA .....	19
3.1 Método de Investigação .....	19
3.1.1 Técnicas e Instrumentos de recolha de dados .....	22
3.2 Caracterização da instituição e participantes .....	24
3.2.1 Instituição.....	25
3.2.2 Participantes .....	25
3.2.3 Cuidados éticos .....	27
3.3 Proposta pedagógica.....	28

IV ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS OBTIDOS.....	32
4.1 Recolha de dados.....	32
4.1.1 Entrevista.....	32
4.1.2 Sessões .....	35
4.2 Tratamento de dados .....	49
4.2.1 Grelhas de observação.....	50
4.2.2 Ficha de registo do aluno .....	52
4.2.3 Ficha de avaliação.....	54
V CONCLUSÃO .....	56
5.1 Conclusões do estudo.....	56
5.2 Reflexão final.....	59
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	62
APÊNDICES.....	66
Apêndice A – Instrumento de Análise das FRA – Escala Holística Focada	67
Apêndice B – Sessão 1 de 26 de maio de 2015.....	69
Apêndice C – Sessão 2 de 05 de junho de 2015 .....	81
Apêndice D – Sessão 3 de 11 de junho de 2015 .....	94
Apêndice E – Sessão 4 de 12 de junho de 2015.....	109
Apêndice F – Sessão 5 de 22 de junho de 2015.....	121
Apêndice G – Fichas de Registo dos Alunos .....	132
Apêndice H – Transcrição da Entrevista à Professora Titular de Turma...	153

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Planificação do estudo .....	21
Figura 2 - Plano de disposição da AEI e dos alunos .....	28

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Objetivos específicos na resolução de problemas .....	31
Quadro 2 – Enunciado da S1-A “ <i>Arrumar bolas</i> ” .....	35
Quadro 3 – Enunciado da S1-B “ <i>Equipas de futebol</i> ” .....	36
Quadro 4 – Enunciado da S2-A “ <i>As Borboletas</i> ” .....	38
Quadro 5 - Enunciado da S2-B “ <i>Sequências numéricas</i> ” .....	39
Quadro 6 - Enunciado da S3-A “ <i>As maçãs da Maria</i> ” .....	41
Quadro 7 – Enunciado da S3-B “ <i>Os doces da Rita</i> ” .....	41
Quadro 8 - Enunciado da S4-A “ <i>O envio da encomenda</i> ” .....	43
Quadro 9 - Enunciado da S4-B “ <i>Os livros da biblioteca</i> ” .....	44
Quadro 10 - Enunciado da S5-A “ <i>Os berlindes do Francisco</i> ” .....	46
Quadro 11 - Enunciado da S5-B “ <i>Quantas rosas tinha o ramo?</i> ” .....	47

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Modelo teórico de análise .....	7
Tabela 2 - Classificação dos alunos na área de matemática e no âmbito da resolução de problemas .....	27
Tabela 3 – Problemas propostos para as cinco sessões práticas .....	31
Tabela 4 – Análise à primeira questão à PTT .....	33
Tabela 5 – Síntese da aplicação das etapas na resolução de problemas .....	51
Tabela 6 - Pontuação das FRA dos alunos .....	52
Tabela 7 - Análise sumativa das Fichas de avaliação .....	54

## **LISTA DE SIGLAS**

**AEI** – Aluna Estagiária Investigadora

**FRA** – Ficha de Registo do Aluno

**I-A** – Investigação-Ação

**MEC** – Ministério da Educação e Ciência

**NCTM** – National Council of Teachers of Mathematics

**PMEB** – Programa de Matemática do Ensino Básico

**PPS2** – Prática Pedagógica Supervisionada II

**PTT** – Professora Titular da Turma

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho enquadra-se no âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico. É um projeto de investigação sobre “A Representação Ativa como Metodologia para a Conceptualização de Problemas Matemáticos no Ensino Básico”.

Pretende-se abordar os métodos e as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, correlacionando o seu raciocínio com o modelo de Pólya (adaptado por Boavida et al. e Palhares) e verificando se a representação ativa influencia as suas decisões. Será realizada também uma análise ao cumprimento do método, verificando se o sucesso dos alunos está diretamente ligado à aplicação das suas etapas. A representação ativa será, evidentemente, o foco desta investigação e espera-se obter resultados que definam a sua aplicabilidade como metodologia.

A natureza da representação ativa suscitou o interesse para o desenvolvimento desta investigação, dado que o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais rico quando se envolvem diferentes áreas do saber e, especificamente para este caso, o ensino da matemática é enriquecido pela aplicação de conteúdos linguísticos e plásticos. Todo o processo de resolução de problemas é também inspirador, no sentido em que o desafio proporcionado por um problema deve ser alvo de curiosidade e de perseverança, nunca de desânimo. A matemática pode ser uma área interessante, que permite ao aluno explorar as mais diversas interpretações da realidade mas, quando interpretada de forma errada, pode tornar-se um entrave ao desenvolvimento da criança. Esta investigação é, portanto, orientada para os alunos que apresentam “medos” da matemática e tenciona mostrar que a desconstrução de um problema é um dos caminhos para o desenvolvimento do gosto pela matemática e a compreensão da sua aplicabilidade no quotidiano.

A atividade que sustenta esta análise foi desenvolvida numa instituição privada, com um grupo de seis alunos do terceiro ano do primeiro ciclo do ensino básico, classificados pela professora titular de turma e com base nos resultados de avaliação do 2º período, como alunos que têm um melhor e menor desempenho na matemática e na resolução de problemas.

Em pormenor, este documento organiza-se da seguinte forma: o primeiro capítulo aborda a contextualização do estudo, apresenta a pertinência da investigação e diz respeito ao problema/objeto de estudo e às finalidades, objetivos e questões do mesmo. Demonstram-se aqui as razões da escolha da representação ativa como tema de investigação, assim como aquilo a que se pretende dar resposta.

De seguida, é realizada uma contextualização e teorização sobre o tema escolhido para esta investigação, na qual é abordada a resolução de problemas, a diferença entre problema e exercícios, tipologia de problemas, a teoria das etapas de resolução de problemas de Pólya adaptadas de Boavida et al. e Palhares e que estratégias mais comuns são utilizadas pelos alunos do 1º ciclo na resolução de problemas. Afunilando mais sobre a temática em estudo, será analisado o papel das representações e que tipos de representação existem.

Durante o estudo da metodologia contempla-se o método de investigação usado, a investigação-ação, bem como as técnicas/ instrumentos de recolha de dados utilizados. Realiza-se uma caracterização da instituição e da amostra selecionada para o estudo, bem como os cuidados éticos considerados. Ainda neste capítulo, apresenta-se uma breve descrição da estruturação da proposta pedagógica realizada.

É apresentada a análise da entrevista realizada à professora titular de turma e uma análise sobre cada sessão prática, o seu decorrer e quais foram os seus resultados. As grelhas de observação são também analisadas, pois estas compreendem um resumo dos raciocínios dos alunos durante as sessões práticas e, ainda aqui, pretende-se verificar se a aplicação das três etapas influencia o sucesso do aluno. É ainda efetuado um tratamento dos resultados das fichas de registo do aluno após todas as sessões e comparam-se os raciocínios presentes nessas fichas com a ficha de avaliação.

Finalmente, são desenvolvidas conclusões do estudo, respondendo às questões orientadoras e elaborando uma reflexão final sobre todo o processo de investigação. Apresentam-se as dificuldades sentidas e os entraves ao processo, procurando-se responder à pertinência da representação ativa no ensino e avaliando se a mesma pode ser considerada, neste caso concreto, uma metodologia a aplicar e a desenvolver futuramente, neste ou noutro contexto.

# I CONTEXTUALIZAÇÃO DO ESTUDO

## 1.1 Pertinência do estudo

O acesso ao ensino da Matemática é um direito de todas as crianças e jovens, sendo “um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999). É portanto essencial que o profissional de educação se debruce sobre questões pertinentes desta área, no sentido de aprimorar a sua prática. Em relação à importância do estudo da matemática, Ponte e Serrazina (2000, p. 75) apresentam quatro razões:

- Utilização na resolução de muitos problemas no dia-a-dia e o seu crescente uso em muitas outras áreas de conhecimento;
- Carácter formativo da Matemática enquanto ciência;
- Constitui um património cultural da humanidade que todos devem usufruir;
- Numa sociedade cada vez mais tecnológica, o saber matemático é fundamental para que o direito à cidadania possa ser exercido por todos.

O atual Programa de Matemática para o Ensino Básico [PMEB], homologado em 2013, refere também qual a finalidade da Matemática.

“(...) melhorar a capacidade de argumentar, de justificar adequadamente uma dada posição e detetar falácias e raciocínios falsos em geral [...] a uma compreensão adequada de grande parte dos fenómenos do mundo que nos rodeia, isto é, a uma modelação dos sistemas naturais que permita prever o seu comportamento e evolução [...] e é indispensável ao estudo de diversas áreas da atividade humana (...) contribui assim para o exercício de uma cidadania plena, informada e responsável”(Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 2).

Importa também mencionar que é importante que os alunos adquiram o gosto e a confiança na realização de atividades intelectuais que envolvam o raciocínio

matemático. De acordo com o documento acima citado, o gosto pela matemática “constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas”(Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 2). Dever-se-á também estimular a capacidade para argumentar e comunicar ideias e descobertas matemáticas através de uma linguagem, quer escrita quer oral, rigorosa, concisa, adequada a cada situação e acessível a todos:

“ (...) é decisivo para a educação futura dos alunos, que se cultive de forma progressiva, desde o 1º ciclo, algumas características próprias da Matemática, como o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados.”(Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 2)

De acordo com Palhares (2004, p. 7) o trabalho do problema em sala de aula permite “desenvolver nos alunos capacidades para usar a matemática eficazmente na sua vida diária” e que “a resolução de problemas oferece uma oportunidade única de mostrar relevância da matemática no quotidiano dos alunos”. Pode concluir-se que o autor pretende que a matemática, e em particular a resolução de problemas, seja um vínculo entre a escola e o quotidiano do aluno.

Em suma, uma das funções da escola é promover atitudes positivas face à Matemática e mostrar o quão importante é esta ciência para a sociedade. Cabe portanto ao professor estimular a criança através da resolução de problemas, para que esta se vá apercebendo que a Matemática é útil e funcional no seu dia-a-dia.

Assim, no presente estudo, adota-se a perspectiva de que a resolução de problemas é uma atividade essencial do processo ensino-aprendizagem e da formação dos alunos. Para além disso, esta permite desenvolver o raciocínio lógico e a criatividade, estimula o pensamento e fomenta práticas positivas no confronto com situações problemáticas desconhecidas.

## **1.2 Problema / objeto de estudo**

A resolução de problemas apresenta-se como uma atividade fulcral na aprendizagem da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico. Isto deve-se ao facto que exige do aluno “a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais” (Ministério da Educação, 2013, p. 5).

No decorrer desta investigação serão apresentados aos alunos diversos problemas matemáticos, de forma a avaliar se a representação ativa constitui uma metodologia válida para resolução das situações abordadas. Esta metodologia compreende uma desconstrução da situação-problema através da enunciação das ações matemáticas essenciais que corresponderiam numa representação simbólica às operações necessárias à resolução. Em síntese, o aluno obtém uma representação do “real” ao invés de apenas uma compreensão abstrata e desligada do problema, permitindo assim um desenvolvimento construtivista das estruturas mentais necessárias, pois é apenas através da experimentação e da interação com o contexto que o aluno desenvolve o conhecimento (Becker, 1994).

## **1.3 Finalidades, objetivos e questões de trabalho**

Pretende-se com a investigação desenvolvida, contribuir para uma prática pedagógica aplicada num contexto específico, que vá ao encontro do desenvolvimento do raciocínio matemático em alunos do 3º ano do 1º ciclo do Ensino Básico, dando conta das disposições e dificuldades destes alunos, no sentido de desenvolver todas as dimensões da sua formação para a cidadania. A área disciplinar da matemática é encarada como sendo absolutamente estruturante do sucesso ou insucesso escolar dos alunos, e as metodologias aplicadas durante a sua prática terão repercussões concretas, em termos de opções de vida e possibilidades de emprego ou profissão futura.

A finalidade do estudo é apresentar uma metodologia de aplicação de representações ativas que potenciem e desenvolvam o raciocínio matemático, apresentando a matemática como uma área interessante, cativante e familiar, utilizando conteúdos temáticos e uma prática pedagógica, já existente, construída de acordo com o projeto educativo de escola e o projeto curricular de turma. Com a utilização destes conteúdos e práticas pretende-se uma maior aproximação do estudo aos alunos, abrindo lugar a um planeamento de estratégias individualizadas de ensino-aprendizagem.

Partiu-se de uma análise da metodologia de ensino-aprendizagem, aplicada num contexto concreto, com o intuito de avaliar vantagens e aspetos a melhorar e o seu seguimento do modelo definido por Pólya, adaptado de Boavida et al. (2008) e Palhares (2004). Tendo todo o processo a finalidade de, concretamente na disciplina de matemática, permitir que o sucesso escolar seja possível a todos os alunos.

Pretende-se uma ação educativa planeada, que tenha em conta as características dos alunos, mas inserida no projeto educativo da escola e da turma concreta que se intervencionou. Efetivamente, a recolha de dados numa fase inicial de levantamento permitiu concluir que a metodologia prosseguida usualmente na área da matemática, se revela insuficiente para que alguns alunos ultrapassem as dificuldades a nível escolar, o que é confirmado pela professora titular da turma [PTT] em entrevista.

Assim, a investigação teve como objetivo investigar a influência das representações ativas na resolução de problemas. Relacionadas com o objetivo do estudo, formularam-se as seguintes questões:

- A prática pedagógica aplicada pela Professora Titular de Turma, segue as etapas do modelo defendido por Pólya (adaptado de Boavida et al. e Palhares) para a resolução de problemas?
- A representação ativa é uma forma de tornar mais concreta a natureza abstrata do exercício matemático?
- Apresentar problemas através de representações ativas pode desenvolver o raciocínio matemático em alunos com dificuldades nesta área curricular?

Seguindo esta linha, apresenta-se na Tabela 1 o modelo teórico de análise, onde está estruturado o estudo que se vai desenvolver. Nesta é possível observar quais os objetivos principais do estudo assim como os processos utilizados e as áreas de intervenção.

**Tabela 1 – Modelo teórico de análise**

Educação (conceitos)		Dimensões			Variáveis	Medição
Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico	Programa e Metas curriculares de Matemática	Resolução de problemas	Representação ativa	Domínio (metas curriculares)	Raciocínio Comunicação Interpretação	Propostas de problemas em contexto escolar (experiências realizadas pelos autores de referência)
				Números e Operações		
		Problema/desafio <ul style="list-style-type: none"> <li>• Semelhanças entre a prática pedagógica da professora titular de turma e o modelo de Pólya;</li> <li>• A representação ativa como ferramenta contextualizadora;</li> <li>• Desenvolvimento do raciocínio matemático através de resolução de problemas com o apoio da representação ativa;</li> </ul>				Avaliar a interpretação dos problemas e o raciocínio, através das produções escritas dos alunos

## II ENQUADRAMENTO TEÓRICO

### 2.1 A Resolução de Problemas

A resolução de problemas é considerada, por diversos autores, essencial para o ensino da Matemática. Em 1985 o *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM] recomendou a resolução de problemas como “o foco (*focus*) da Matemática escolar nos anos 80” (NCTM, 1985, p. 1). Adicionalmente, em 1990 a UNESCO publicou a Declaração Mundial sobre Educação para Todos, onde se refere que a resolução de problemas deve ser um instrumento essencial para a aprendizagem, a par com a leitura, a escrita e o cálculo. No mesmo sentido, a resolução de problemas é considerada como uma das atividades mais relevantes no programa de Matemática, tanto em Portugal como noutros países (Ponte & Serrazina, 2000).

Mais tarde, em 2007, o NCTM apresentou que a resolução de problemas é mais que um objetivo a alcançar no ensino, que é também uma metodologia. Sendo assim, deve ser parte integrante do processo de ensino-aprendizagem e de todo o percurso do aluno, nunca sendo apresentada como uma meta a atingir mas, como um tema transversal a todas as suas subáreas.

Após uma análise ao PMEB (2013) e das Metas Curriculares para o Ensino Básico (2012), verifica-se que a resolução dos problemas é destacada em todos anos de escolaridade e nos três domínios de conteúdo (Números e Operações; Geometria e Medida; Organização e Tratamento de Dados) e que, ao longo dos ciclos, vai aumentando o número de passos e a complexidade para a resolução dos mesmos. Adicionalmente, o NCTM (2007) defende que os programas de matemática deverão centrar-se na resolução de problemas como parte da compreensão da Matemática de modo a habilitar todos os alunos para:

- Construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas;
- Resolver problemas que surgem em matemática e em outros contextos;
- Aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas para resolver problemas;

- Analisar e refletir sobre o processo de resolução matemática de problemas; (NCTM, 2007, p. 57)

Conclui-se então que a resolução de problemas consiste num processo de ensino-aprendizagem em que o aluno tem de procurar uma solução não-imediata, sendo assim um desenvolvimento complexo que envolve diferentes etapas para sua resolução. Por vezes esta resolução é demorada, pois o aluno necessita de investigar e explorar, de acordo com os seus conhecimentos previamente desenvolvidos, para que consiga compreender e resolver o que lhe é proposto. Ousa-se afirmar também que, abordando agora o típico problema apresentado em contexto de sala-de-aula, a resolução de problemas tem de evoluir para além das fórmulas, onde apenas se alteram variáveis e onde os alunos não raciocinam (apenas procuram a expressão que têm de aplicar), para uma aposta na resolução de situações plausíveis e próximas das realidades do aluno.

Os alunos, ao desenvolverem a capacidade de resolução de problemas, vão adquirir “modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança” (NCTM, 2007, p. 57), oferecendo-lhes assim, capacidades de resolução de dilemas do seu quotidiano. Ainda nesta questão, Boavida et al. (2008, p. 14) referem que a utilização da resolução de problemas:

- Proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação;
- Fomenta o raciocínio e a justificação;
- Permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares;
- Apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana;

Pode então afirmar-se que a resolução de problemas promove o desenvolvimento de determinados comportamentos e atitudes (autonomia e segurança), que apontam para o desenvolvimento da compreensão e das capacidades de aplicação e não apenas para o conhecimento de factos e técnicas.

### 2.1.1 Diferença entre Problema e Exercício

Ao longo do tempo, vários autores têm tentado definir o que é um problema matemático, a sua caracterização vai variando de acordo com as concepções, experiências e conhecimentos dos mesmos. Assim sendo, a sua definição torna-se uma tarefa complexa.

Segundo Kantowski (1974, referido por Palhares, 2004, p. 13), um problema é quando o indivíduo se depara com uma questão a que não pode dar resposta, de acordo com o conhecimento imediatamente disponível. Na mesma linha de pensamento, Pólya (1980, referido por Palhares, 2004, p. 13), menciona que a resolução de um problema significa a procura conscienciosa para atingir um objetivo, mas que a resposta não está imediatamente disponível. Já Lester (1983, referido por Palhares, 2004, p. 13), defende que um problema é quando o indivíduo está perante uma tarefa e não possui um algoritmo que determine completamente o método de resolução. E ainda de acordo com Mayer (1985, referido por Palhares, 2004, p. 13), “um problema ocorre quando se é confrontado com uma situação inicial e se pretende chegar a outra situação final, sem se conhecer um caminho óbvio para a atingir”.

Palhares (2004), concorda com o acima referido quando afirma que: “...só se tem um problema se não se sabe como chegar até à solução, pois, se uma questão não tem surpresas e pode ser resolvida confortavelmente utilizando procedimentos rotineiros, (...) é um exercício” (p. 13). Ainda nesta linha de raciocínio, Boavida et al. (2008) corroboram a ideia afirmando que, um problema surge quando se necessita de encontrar um caminho para chegar à sua solução e, quando esta busca envolve a utilização do que se designa por estratégias, caso contrário é um exercício.

Tendo em conta todas as afirmações anteriores, pode considerar-se que um problema existe quando o processo de resolução de problema envolve mais que um passo e quando o aluno não tem uma resposta imediata e não possui um algoritmo que conduza diretamente, caso contrário, a situação problemática não é mais que um exercício. E a mesma tarefa, em momentos diferentes, para a mesma pessoa, pode ser um problema num momento e noutra, não mais que um exercício.

Esta distinção é essencial para o processo de ensino, pois a diferenciação entre problema e exercício varia de indivíduo para indivíduo e segundo o contexto.

### 2.1.2 Diferentes Tipos de Problemas

Segundo Boavida et al. (2008), para o sucesso na resolução de um problema, é necessário verificar se o enunciado fornece a informação necessária para a sua resolução. E ainda as mesmas autoras referem que é nesta fase que os alunos sentem mais dificuldade, e que é importante proporcionar aos alunos “oportunidades de selecionar dados relevantes e identificar informação em falta, que é necessária para resolver a situação” (p. 17). Apontam ainda que um problema tem de ter as seguintes características: (i) deve ser compreensível pelo aluno, apesar de a solução não ser imediatamente atingível; (ii) deve mostrar-se motivante e interessante; (iii) deve ter mais que um processo de resolução; (iv) deve integrar vários temas.

O NCTM (2007) refere a importância do papel do professor na medida em que este tem de selecionar os problemas e as tarefas matemáticas que sejam relevantes para atingir os objetivos propostos. E ainda, segundo Palhares (2004, p. 17), um bom problema deve geralmente ter as seguintes características:

1. Ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.
2. Ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática;
3. Ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo a que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;

Neste sentido, é necessário que o professor tenha à sua disposição uma variedade de problemas, que correspondam a uma tipologia diversa. De acordo com o mesmo autor “vários autores têm-se debruçado a fazer uma categorização de problemas que pode ser útil para quem aprende a resolver problemas e para quem ensina” (Palhares, 2004, p. 17).

Charles e Lester (1986, citado por Palhares, 2004), propõem uma tipologia que é adequada para o 1º Ciclo do Ensino Básico, composta por cinco tipos de problemas:

- Problemas de um passo são aqueles que podem ser resolvidos através da utilização direta de umas das operações básicas da aritmética;

- Problemas de dois ou mais passos, que são resolvidos através da aplicação direta de duas ou mais operações;
- Problemas de processo são os que não utilizam processos mecanizados, ou seja, a sua conclusão/solução pode ser alcançada através da utilização de uma ou mais estratégias;
- Problemas de aplicação são aqueles em que é necessário recorrer a varias operações e estratégias, que ainda requerem a recolha de informações da vida real e necessitam de tomada de decisões.
- Problemas tipo puzzle. Este tipo de problemas que obriga os alunos a olharem sob diversos pontos de vista, o que suscita o seu interesse.

Por sua vez Boavida et al.. (2008), propõem outra classificação de problemas adaptados para o 1º ciclo.

- Problemas de cálculo são aqueles em que se requerem decisões quanto à operação ou operações e em que é necessário aplicá-las de acordo com o que é pedido no enunciado.
- Problemas de processo são os problemas que requerem mais atenção e concentração para entender o que é pedido. Neste tipo de problemas é necessário recorrer a várias estratégias para obter a resolução do problema.
- Problemas abertos, também considerados investigações, em que se fazem explorações para descobrir regularidades e formar conjeturas. Aqui, os alunos podem utilizar várias estratégias e pode haver mais que uma resposta certa.

Pode então verificar-se que não existe um único critério quanto à classificação dos problemas, assentando no professor a responsabilidade de escolher aqueles que melhor se adequam à sua turma. Segundo o NCTM (2007), os problemas devem integrar variedades de tópicos e envolver os alunos em aprendizagens significativas, proporcionando-lhes a oportunidade de consolidar e ampliar os seus conhecimentos, estimulando assim a aprendizagem da matemática.

É importante referir o papel do professor durante a resolução de problemas, pois este deve representar para os alunos um auxílio, fazendo com que estes se sintam

seguros e confiantes e conseqüentemente consigam realizar com êxito todas as tarefas propostas.

### **2.1.3 Etapas de Resolução de Problemas**

De acordo com Palhares (2004), para a resolução de problemas é necessário recorrer a procedimentos que aluno terá que escolher de entre os que mais se adaptam à situação em causa, sendo assim um processo que envolve conceitos, procedimentos e raciocínios.

Deste modo, é lícito afirmar que não existe um único método para resolver problemas, nem para ensinar a resolvê-los. Pólya(2003) descreveu um processo sequencial de quatro fases que pode ajudar a resolver um problema: (i) compreender o problema; (ii) delinear um plano; (iii) executar o plano; (iv) avaliar os resultados. Por outro lado, Boavida et al. (2008, p. 22) propõem uma adaptação ao modelo de Pólya para o 1º ciclo, pois na prática é difícil distinguir a segunda e a terceira fase porque, segundo as autoras, quando se estabelece o plano, este começa ser logo desenvolvido. A proposta dos autores (Boavida et al., 2008; Palhares, 2004) é a que se segue:

- Ler e compreender o problema, ou seja, a informação deve ser toda lida para identificar os dados e as condições apresentadas no problema. Todas as palavras, expressões e condições devem ser analisadas e discutidas. Os dados principais devem ser então obtidos, o que permitirá desenvolver uma estratégia. O professor deve questionar os alunos sobre o problema de modo a levá-los a entender o que se pretende no mesmo.
- Fazer e executar um plano. Nesta etapa escolhem-se as estratégias que poderão ajudar a resolver o problema e como utilizá-las. Pode recordar-se um problema semelhante ou identificar os subproblemas. Pode também, para contribuir para uma melhor identificação da estratégia a utilizar, ser elaborada uma tabela com os dados. A estratégia planificada é então implementada.

- Verificação da resposta. Nesta etapa, pretende-se que o aluno verifique as soluções que encontrou, correlacionando-as com a interpretação do enunciado. Na eventualidade de estarem incorretas, tem aqui a oportunidade de reformular o seu procedimento e as suas estratégias, com a finalidade de encontrar uma solução válida.

Segundo Pólya (citado por Palhares, 2004, p. 22) seguir “consistentemente e sequencialmente estas fases, a maior parte dos alunos podem ser ensinados a ter sucesso em resolução de problemas”. Este modelo é uma visão global de como o aluno se deve orientar na resolução de problemas, mas este terá que recorrer a um conjunto de estratégias para delinear e executar um plano para a sua resolução.

#### **2.1.4 Estratégias de Resolução de Problemas**

Segundo o NCTM(2007, p. 59) a utilização das estratégias “deverão estar naturalmente integradas no currículo atravessando as diversas áreas de conteúdo”. Este documento faz ainda referência à importância dos alunos de terem consciência dessas estratégias e ao facto que o professor deve encorajá-los a registá-las.

As estratégias são os instrumentos utilizados ao longo do processo de raciocínio do aluno, e segundo Boavida et al. (2008), as mais utilizadas no ensino básico são:

- Fazer uma simulação/dramatização, o que consiste em utilizar objetos, criar um modelo ou fazer uma representação que traduza o problema a ser resolvido.
- Fazer tentativas, tentando adivinhar a solução segundo os dados do problema, e confirmar ou não as condições do problema.
- Reduzir a um problema mais simples consiste em resolver um caso particular do problema. Normalmente aparece associada à estratégia de descoberta de um padrão.
- Descobrir um padrão concentrando-se em certos passos do problema, sendo a solução encontrada por generalizações de soluções específicas.

- Fazer uma lista organizada. Aqui utiliza-se uma lista para representar, organizar e guardar a informação.
- Trabalhar do fim para o princípio, ou seja, começar pelo fim ou pelo que se quer provar.

Importa por fim realçar que as estratégias acima mencionadas podem ser utilizadas de diversas formas: isoladamente, várias em simultâneo, ou em conjunto com diversas representações (desenho, diagrama, esquema, gráfico ou tabela). Neste ponto também é importante destacar o papel do professor como elemento mediador que pode, por meio de experiências significativas com os alunos, levá-los a tornarem-se pessoas pensantes e capazes de desenvolver diferentes estratégias de resolução de problemas.

Rematando, é essencial que o professor do ensino básico assegure uma abordagem construtivista à resolução de problemas em contexto de sala de aula. Esta obtém-se através de uma canalização de situações de possível experimentação por parte dos alvos do processo de ensino-aprendizagem e deve ser orientada para colmatar as suas necessidades de aprendizagem tanto imediatas como a longo-prazo. Apenas após uma construção das estruturas essenciais é possível a aplicação do exercício, cuja importância não se diminui, mas nunca podendo os mesmos serem confundidos, dado que o exercício é uma repetição da solução adquirida durante a resolução do problema.

## 2.2 O Papel das Representações no Raciocínio Matemático

As representações matemáticas realizadas pelos alunos são cada vez mais importantes para o raciocínio matemático. Desde os anos 80, as representações matemáticas têm sido alvo de atenção nas investigações em Educação Matemática (Ponte & Velez, 2011). Posteriormente, o NCTM (2007, p. 75), ao realizar estudos sobre as representações, referiu que os programas de Matemática devem dar ênfase às representações, para promover a compreensão da Matemática de modo a habilitar todos os alunos para:

- Criar e usar representações para organizar, registrar e comunicar ideias matemáticas;
- Selecionar, aplicar e traduzir representações matemáticas para resolver problemas;
- Usar as representações para modelar e interpretar fenômenos físicos, sociais e matemáticos.

Segundo o mesmo documento, os alunos devem compreender que “as representações escritas das ideias matemáticas constituem uma componente essencial da aprendizagem e da produção matemática” (NCTM, 2007, p. 75) . Refere também que embora as primeiras representações dos alunos não sejam as convencionais, é importante encorajá-los a representarem as suas ideias de modo a que tenham significado para eles. Por outro lado, as representações convencionais são importantes para a comunicação, sendo igualmente importante que os alunos as aprendam, proporcionando assim um conjunto de ferramentas fundamentais para pensarem matematicamente.

No mesmo sentido, Ponte e Serrazina (2000) defendem que a representação é um dos processos fundamentais e que estas são úteis na medida em que apoiam os alunos: “a compreensão (...) dos conceitos e relações matemáticas, a comunicação das ideias matemáticas aos outros, e a aplicação das ideias matemáticas a situações problemáticas dentro e fora da matemática” (p. 42). Mencionam também que as representações matemáticas estão normalmente “associadas a diversos tipos de situações e ligadas a certos conceitos matemáticos” (p. 43). Consideram assim as representações matemáticas como associadas a diversas situações onde se aplicam métodos matemáticos. Pensar sobre uma representação força a compreensão das

ligações aos conceitos matemáticos que operam com a mesma, as suas aplicabilidades e como a própria representação se liga com os métodos.

### **2.2.1 Tipos de Representação**

Segundo Ponte e Serrazina (2000, p. 40) as representações que desempenham um papel importante e que devem ser abordados ao longo do 1º ciclo são: linguagem oral e escrita; representações simbólicas; representações icónicas e as representações ativas.

As representações simbólicas, segundo Bruner (1999, p. 66) são “um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições” e ainda, Canavaro e Pinto (2012, p. 62), referem que estas representações são “um conjunto de símbolos específicos da Matemática cujo significado é partilhado, símbolos esses que representam noções abstratas e relações. Entre estes encontram-se, por exemplo, os algarismos e demais numerais (...), sinais de operação (...).” Assim sendo, as representações simbólicas são constituídas por símbolos e linguagens convencionadas que correspondem a ideias matemáticas.

As representações icónicas, segundo Bruner (1999, p. 28) dependem “da organização visual ou outra organização sensória e do recurso a imagens”, sendo estas constituídas por produções pictóricas como por exemplo desenhos, figuras, imagens ou esquemas para ilustrar ou para clarificar conceitos.

Por fim, as representações ativas são aquelas que estão associadas à ação, ou seja, simulações de situações e a manipulação de objetos, que podem ser objetos comuns ou materiais didáticos especializados para a sua função. Segundo Bruner (1999, p. 28) “a representação ativa baseia-se, ao que parece, na aprendizagem de resposta e formas de habituação”. De acordo com o mesmo autor, por vezes o ser humano recorre à ação para explicar o que não consegue por imagens ou palavras, permitindo assim desenvolver o conhecimento através de um conjunto de processos, com a finalidade de conseguir chegar a determinadas soluções ou resultados. Este tipo de representação considera-se então vantajosa para a aprendizagem da matemática e

na resolução de problemas, na medida em que consegue desconstruir e simplificar situações abstratas.

A representação ativa do problema vem então capacitar o aluno não de uma situação facilitadora mas, de uma representação concreta do proposto, o que lhe permite envolver-se no problema em questão, experienciando as necessidades e dinamizando propostas de solução num contexto informal e adequado. É através desta representação localizada que o aluno desenvolve, por ele próprio, os mecanismos necessários à descoberta da resolução, não lhe sendo forçada assim a construção abstrata de uma situação descontextualizada da sua experiência.

Segundo Boavida et al. (2008), estes três tipos de representação não devem ser consideradas independentes, mas pelo contrário, um complemento entre elas, podendo utilizar-se todas em simultâneo ou em várias combinações.

## III METODOLOGIA

### 3.1 Método de Investigação

Em função das finalidades e questões de investigação, o estudo desenvolvido assume “uma metodologia de pesquisa, essencialmente prática e aplicada, que se rege pela necessidade de resolver problemas reais” (Coutinho, et al., 2009, p. 362), segundo o plano de Investigação-Ação [I-A].

Para Pérez-Serrano (1998, citado por Coutinho, 2011, p.28), quando a investigação é orientada para uma perspectiva prática, este terá um “forte carácter instrumental, visando uma tomada de decisões, uma melhoria da *praxis*, o controlo da implementação de políticas socioeducativas, ou a avaliação dos efeitos de outras já existentes”. Logo, esta perspectiva melhora as práticas educativas e implica uma participação e colaboração de todos os participantes de estudo, investigador e alunos.

A I-A é fundamental para áreas práticas, como no exemplo concreto, na área de educação, dado que o objetivo subjacente a este tipo de investigação é a solução de problemas. Coutinho et al. (2009, p. 360) referem que a investigação-ação “pode ser descrita como uma família de metodologias de investigação que incluem ação (ou mudança) e investigação (ou compreensão) ao mesmo tempo, utilizando um processo cíclico ou em espiral, que alterna entre ação e reflexão crítica”.

De acordo com as características do plano da I-A, o presente estudo é dirigido pela aluna estagiária investigadora [AEI] que concretiza, descreve e reflete criticamente sobre a dinamização das cinco sessões, concretamente, sobre as tarefas em contexto de sala de aula.

Segundo Coutinho et al. (2009, p. 361) a investigação-ação pode ser considerada um “processo de investigação em espiral, interativo e sempre focado num problema”, caracterizada por sucessivos ciclos. No final de cada ciclo procede-se a uma avaliação, com o intuito de verificar se houve uma evolução das ações. Seguindo esta linha, apresenta-se na Figura 1, a planificação de estudo, que expressa as ideias principais das etapas do processo de investigação-ação – planificar, observar, agir e refletir, bem como a relação com as fases de estudo, principais técnicas e instrumentos de recolha de dados utilizados.

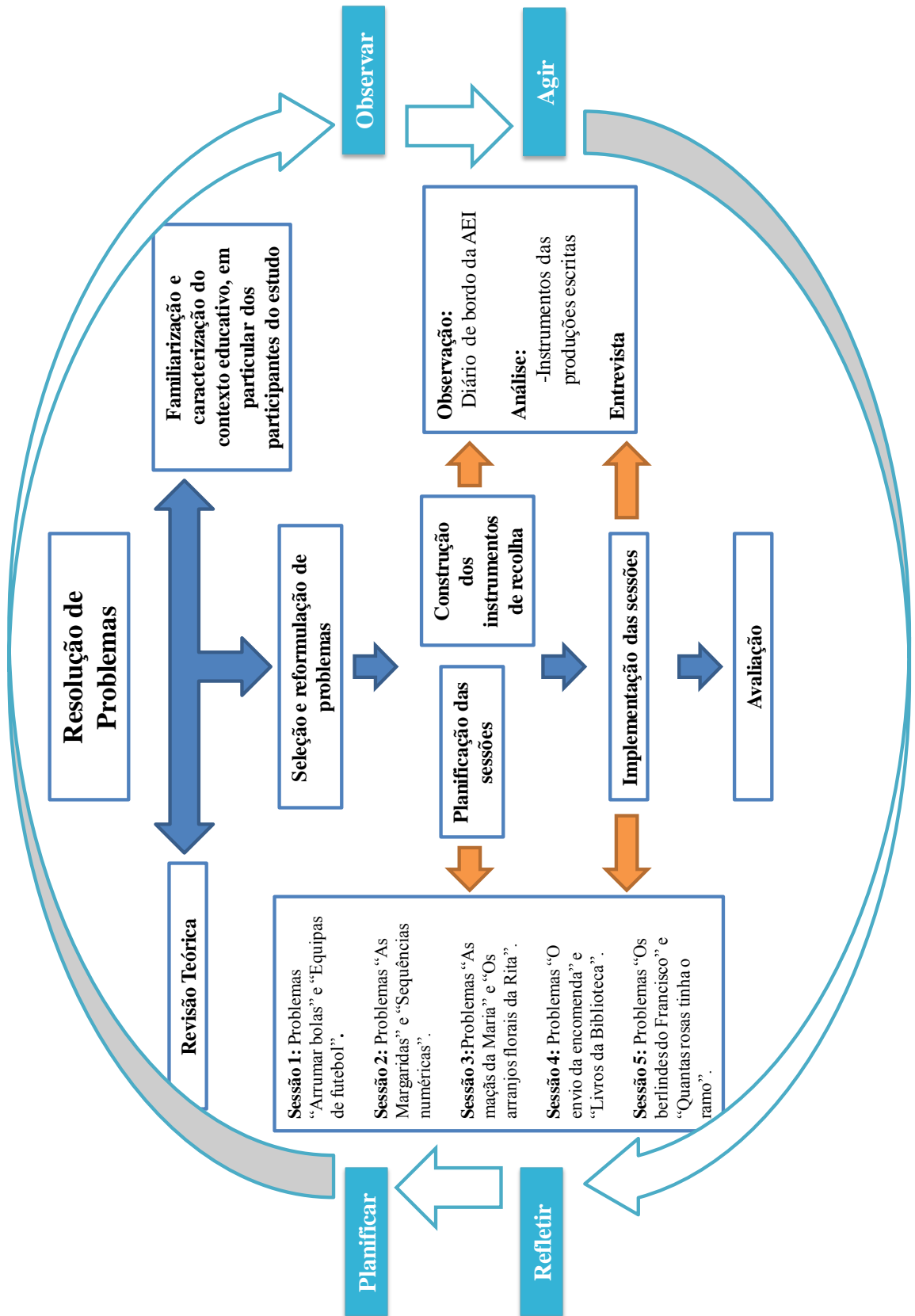
Em cada uma das sessões implementadas manifestaram-se as quatro etapas do processo de I-A: *planificar, observar, agir e refletir*. A etapa – *planificar* – foi perceptível ao longo de todo o ciclo, dada a necessidade de planificar cada uma das sessões anteriormente à dinamização das mesmas.

Outra etapa característica da I-A – *observar* – tornou-se relevante antes, durante e após a implementação das diversas sessões. Antes da implementação das sessões, esta etapa foi determinante na definição da problemática do estudo e, em simultâneo, do propósito do mesmo, bem como no decorrer da observação do ambiente de ensino/aprendizagem da turma onde foi feita a investigação. A observação foi, também, fundamental no momento da implementação das sessões, na medida que foram efetuados registos de situações relevantes para o presente estudo. Esta etapa assumiu distinção na planificação de sessões seguintes, tendo em conta situações presenciadas em sessões anteriores.

A etapa – *agir* – esteve diretamente relacionada com a implementação das cinco sessões, que envolveram representações ativas de problemas, com vista à construção de estruturas cognitivas que possibilitem o solucionar de situações problemáticas.

Segundo Coutinho (2009) a etapa – *refletir* – é uma das mais relevantes no processo de I-A, tendo esta sido evidenciada em diversos momentos. Esta etapa foi indispensável, essencialmente, para tomar medidas e decisões para a implementação de sessões subsequentes (particularmente atendendo a ocorrências de sessões anteriores).

Figura 1 – Planificação do estudo



Fonte: Própria

### **3.1.1 Técnicas e Instrumentos de recolha de dados**

#### **Observação participante**

No que concerne aos diferentes tipos de observação, nesta investigação, utilizou-se a observação participante, que segundo Lessard-Hébert (2007, p. 103) “é uma técnica de recolha de dados que tem a sua origem em investigações feitas no campo da antropologia cultural e da etnologia”. Segundo o mesmo autor, “o observador torna-se participante para melhor penetrar num meio social estranho (...), compreendê-lo e observá-lo [caso contrário] (...) eram impossíveis de obter, se se mantiver como observador exterior”.

Assim, ao longo da investigação, a AEI, tomou simultaneamente, uma posição de investigadora e de professora, orientando as sessões e observando os alunos, de forma a conseguir recolher todos os dados e informações necessárias.

Relativamente ao modo de recolha de dados incluídos nesta técnica, de acordo com Lessard-Hébert (2007), um diário de bordo é um instrumento privilegiado para o registo de dados recolhido, pois serão anotados dados relativos ao desenvolvimento da intervenção, reações dos sujeitos, comportamentos inesperados, ou acontecimentos significativos para avaliação do projeto. Em simultâneo foi elaborada uma grelha de observação, destinada a registar observações parametrizadas nas três etapas da resolução de problemas.

#### **Entrevista**

Tendo em conta os objetivos deste estudo considerou-se pertinente recorrer à técnica da entrevista. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 134) “a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo”. Assim sendo, a técnica da entrevista permite ao investigador apresentar-se à frente do entrevistado e colocar-lhe perguntas com o objetivo de adquirir dados pertinentes à investigação.

Deste modo, o entrevistador deve explicar as suas questões, adequando-as ao contexto da entrevista, tanto no momento em que as coloca como em relação à linguagem que eleger utilizar.

A entrevista que foi realizada à PTT tinha como objetivo obter algumas informações, acerca da sua perspetiva em relação ao contributo das representações Matemáticas na resolução de problemas e quais eram os alunos com mais e menos dificuldades, tanto na área da matemática como na resolução de problemas. A entrevista realizada pessoalmente ocorreu na instituição onde decorreu a Prática Supervisionada II [PPS2], com dia e hora previamente combinadas com a PTT.

Antes de dar o início à entrevista, a AEI explicou o tema, os objetivos e as condições para a realização do estudo. Para o registo da entrevista realizada utilizou-se a gravação em áudio para evitar a perda de quaisquer dados relevantes. A utilização deste método facilitou a condução da entrevista e evita a distorção de informações. A entrevista foi transcrita na íntegra, a partir dos registos obtidos na gravação áudio.

O guião da entrevista foi elaborado com base nos objetivos da investigação e dados da literatura, tendo como objetivos específicos:

- Legitimar cientificamente a entrevista;
- Conhecer a seleção e as metodologias utilizadas pela PTT na resolução de problemas;
- Identificar os alunos com maiores e menores dificuldades na área da Matemática e na resolução de problemas.
- Averiguar a importância dada, pela PTT, às representações ativas na resolução de problemas;
- Dar oportunidade à PTT para complementar a entrevista;

## **Recolha Documental**

Para além dos instrumentos de recolha de dados supracitados foram elaborados outros, de forma a recolher informações de cada problema de cada aluno.

Consideram-se o objetivo e as questões do estudo as produções dos alunos relacionadas com a resolução dos problemas propostos. Assim, ao longo das sessões

práticas, recolheram-se as fichas de registo do aluno [FRA], para posterior análise, dado que a “análise dos artefactos produzidos pelas crianças é indispensável quando o foco da investigação se centra nas aprendizagens dos alunos” (Máximo-Esteves, 2008, p. 92).

Importa ainda referir, que numa fase inicial da investigação, foram analisados documentos oficiais, já elaborados, tais como o Projeto Educativo da Instituição e o Projeto Curricular de Turma, com o objetivo de conhecer a realidade onde se inseria o grupo em estudo e conhecer a realidade da turma, no que concerne à aprendizagem e ao desenvolvimento da área da matemática. De acordo com Lee (2003, citado por Chagas, 2010, p. 54) “uma das grandes vantagens da utilização desta técnica é o facto de poder ser utilizada como metodologia não interferente, isto é, os dados são obtidos de modo a não envolver a recolha direta da informação por parte do investigador afastando problemas que possam ser causados pela sua presença”.

### **3.2 Caracterização da instituição e participantes**

Neste ponto apresenta-se uma breve caracterização da instituição onde foi realizada a PPS2 da AEI e dos participantes no presente estudo. Os dados apresentados são baseados em informações obtidas a partir de diferentes fontes: Projeto Educativo da Instituição, Projeto Curricular de Turma e registos da orientadora cooperante da escola (Professora Titular de Turma do 3º ano).

Segundo Tuckman (2000, p. 182) “a população é o grupo em relação ao qual vai iniciar-se o estudo. A amostra é constituída pelos elementos desse grupo, seleccionados para participar no estudo”. Assim, a população ou grupo-alvo desta investigação é uma turma do 3º ano de escolaridade de uma instituição educativa privada, onde decorreu a PPS2 no 1º Ciclo do Ensino Básico e a amostra intencional em estudo é constituída por seis alunos que a integram.

### **3.2.1 Instituição**

A instituição onde foi realizado este estudo localiza-se na freguesia da Afurada, mas foi inaugurada no dia 8 de setembro de 1979, no centro do Porto, tendo estado desde sempre ligada aos meios culturais da cidade.

Esta instituição começou a ser pensada em 1978, quando um grupo de casais decidiu criar uma Cooperativa de Ensino, pois queriam dar uma educação de qualidade aos seus filhos. Esta instituição de carácter pedagógico tinha como finalidade alcançar uma sólida formação nos alunos, consciencializando-os para que pudessem alcançar uma vida pessoal rica de bens culturais e estivessem dispostos a participarem de forma eficaz nas diferentes manifestações da vida: amizade, trabalho, família e fé.

Esta cooperativa cresceu e tem agora quatro instituições, duas situadas no Porto e duas em Lisboa. Estas desenvolvem em Portugal o estilo de educação personalizada, idealizada e promovida pelo pedagogo e professor catedrático da Universidade Complutense de Madrid, Victor Garcia Hoz, sendo pioneira em várias áreas pedagógicas, muitas delas hoje incorporadas no sistema de ensino português.

Existe um modelo definido, que tem provas dadas nesta instituição e que continua atual e válido, caracterizado por uma estrutura própria e assente em quatro princípios estruturantes: educação personalizada e diferenciada; formação completa; qualidade da educação; e desenvolvimento conjugado e interativo das aptidões dos alunos, dos professores e dos pais.

Esta instituição faz parte de um microssistema educacional completo que abrange diferentes faixas etárias, desde a infantil até à adolescência.

### **3.2.2 Participantes**

O presente trabalho desenvolveu-se numa turma de 3º ano do 1º ciclo do ensino básico, composta por 13 alunos com idades compreendidas entre oito e nove anos de idade. Os alunos provêm de um meio socioeconómico alto. Quanto ao nível cultural, a maior parte dos pais possui formação superior e a participação destes pais na vida escolar, e também de outros membros da família dos alunos, é constante.

Segundo o Projeto Curricular de Turma, todos os alunos têm um processo de desenvolvimento normal. De forma geral, a turma tem bom comportamento, revelando muito interesse, empenho, participação e cooperação, aderindo com muito entusiasmo às tarefas que lhes são propostas. É uma turma heterogênea com diferentes ritmos de trabalho e de aprendizagem.

De acordo com o mesmo documento, as principais dificuldades dos alunos são ao nível da disciplina de Português, no que diz respeito à expressão escrita e à ortografia. Na Matemática, as dificuldades a superar são ao nível da resolução de problemas e do raciocínio operatório.

Todos os alunos participaram nas atividades desenvolvidas pela AEI, contudo, foram selecionados seis em concreto para analisar aprofundadamente. Para esta seleção, recorreu-se primeiro às pautas de avaliação do 2º período para assinalar, intencionalmente, os alunos com os melhores desempenhos, três no total, e outros três alunos com pior desempenho na área da matemática e na resolução de problemas. Desta seleção excluiu-se um aluno em particular, dado que o mesmo apenas ingressou na instituição no 3º período.

No que diz respeito à avaliação, a instituição utiliza cinco níveis: Muito Fraco, Fraco, Suficiente, Bom e Muito Bom. Com bases neste sistema de classificação procedeu-se à análise da Tabela 2, onde foi possível verificar que três alunos (B, E e F) obtiveram classificação de Muito Bom tanto na Matemática Geral como na Resolução de problemas. Estes alunos foram selecionados consultando também a docente titular, em entrevista (Apêndice H – Transcrição da Entrevista à Professora Titular de Turma). Surgiu também o caso de um aluno com classificação de Suficiente nas duas áreas analisadas. Este, a par de outros dois que obtiveram classificação de Bom em Matemática Geral e Suficiente em Resolução de problemas (também selecionado com auxílio da PTT), forma o conjunto de análise com resultados menos favoráveis (A, C e D).

**Tabela 2 - Classificação dos alunos na área de matemática e no âmbito da resolução de problemas**

Aluno	Matemática	Resolução de problemas
A	Suficiente	Suficiente
B	Muito Bom	Muito Bom
C	Bom	Suficiente
D	Bom	Suficiente
E	Muito Bom	Muito Bom
F	Muito Bom	Muito Bom
H	Muito Bom	Bom
I	Bom	Bom
J	Muito Bom	Bom
K	Muito Bom	Bom
L	Muito Bom	Bom
M	Bom	Bom
N	Não aplicável	

Fonte: Própria

### 3.2.3 Cuidados éticos

Os seis alunos que participaram no estudo representam dois grupos de três elementos cada, constituídos por três alunos que apresentaram no final do 2º período resultados mais fracos na disciplina de Matemática e outros apresentaram melhores resultados na disciplina de Matemática. Ao longo do estudo, os dois grupos de participantes aparecem referenciados como “alunos com menor desempenho” e “alunos com melhor desempenho”. É importante referir que não se trata de colocar rótulos aos alunos mas, apenas uma forma de fazer distinção entre os dois grupos que constituem a amostra.

Com o objetivo de não exercer uma discriminação visível sobre os alunos (tanto os que participaram no estudo como os que não participaram), dado que a mesma podia influenciar a obtenção de resultados, os problemas foram apresentados em conjunto a todos os alunos da turma.

De modo a garantir a privacidade dos alunos, foram-lhes atribuídas letras de modo a não ser possível identificá-los, pois tal como afirma Tuckman (2000, p. 20) “todos os participantes numa investigação têm o direito de permanecer no anonimato” e o direito de exigir que os seus dados de identificação pessoal não sejam mencionados em qualquer parte do trabalho de investigação.

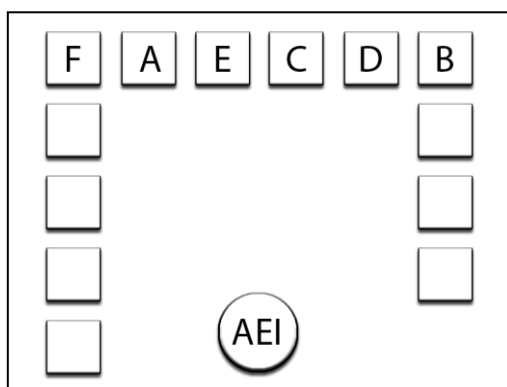
### 3.3 Proposta pedagógica

Foram apresentados a todos os alunos da turma dez problemas (cinco conjuntos com dois problemas, A e B), com o objetivo de averiguar se a representação ativa influencia a escolha de estratégia e de raciocínio. As sessões em que se implementaram os problemas foram divididas em duas fases, sendo a primeira para o problema A e a segunda para o problema B.

Como já foi referido anteriormente, todos os alunos realizaram os problemas matemáticos, mas apenas as soluções dos seis alunos que integram o estudo foram analisadas em profundidade.

Antes de dar início a cada sessão a AEI dirigia-se mais cedo para a instituição, para organizar as mesas de forma a distribuir os alunos com melhor desempenho, entre aqueles com menor desempenho e, para obter uma distribuição que facilitava a observação, como é possível observar na Figura 2.

**Figura 2 - Plano de disposição da AEI e dos alunos**



Fonte: Própria

## **Apresentação do problema**

Quando a sessão iniciava, a AEI informava os alunos que iam resolver problemas individualmente. Depois de distribuir por cada aluno a FRA, era referido que era importante que registassem todos os cálculos e formas de resolução, pois seriam penalizados caso um desses parâmetros estivesse ausente.

Cada folha era composta pelo enunciado do problema, um espaço para os alunos o resolverem e outro para registarem, por escrito, a resposta à questão do problema.

Para apresentar o problema, era pedido a um aluno que lesse o enunciado. Seguidamente, a AEI voltava a ler, para que todos o compreendessem e, por vezes, recorria à representação ativa, para melhor ilustrar a situação-problema. Posto isto, procedia-se à leitura silenciosa e individual do problema, por cada aluno.

Após a leitura individual, os alunos expunham as suas dúvidas, para que a AEI as esclarecesse e, só posteriormente é que iniciavam a sua resolução.

## **Resolução do problema**

Nesta fase, os alunos dispunham sensivelmente trinta minutos para resolverem os problemas. Tendo em conta as características dos alunos, alguns necessitavam de ajuda para resolver os problemas, pois revelavam grandes dificuldades na compreensão. Antes de iniciarem a resolução, a AEI questionava os alunos como é que iriam resolver e que estratégias iriam utilizar.

Enquanto os alunos resolviam os problemas, a AEI circulava pela sala, de forma a tentar perceber os seus raciocínios, bem como as dificuldades que sentiam enquanto resolviam os problemas, preenchendo assim a grelha de observação.

Nesta altura, tentava-se também perceber quais os alunos que necessitavam de auxílio, bem como aqueles que poderiam ser selecionados para a discussão das tarefas. Contudo, esta escolha recaiu também naqueles alunos que não conseguiram resolver os problemas individualmente, pois foi uma forma de os conseguir auxiliar a compreender o problema, bem como a sua forma de resolução.

Antes de finalizar esta fase, a AEI assegurava que a maioria dos alunos já tinha concluído os problemas, para que pudessem participar ativamente na discussão.

### **Discussão do problema**

Na discussão do problema A, a AEI solicitava a um ou dois alunos que realizassem a representação ativa do problema. Esta dava a total liberdade aos alunos para manipularem os objetos disponibilizados pela mesma, para explicarem o seu raciocínio e poderem comprovar os resultados obtidos.

Tanto o problema A como o problema B, todos os alunos tinham a oportunidade de participar, sempre que quisessem, colocando o dedo no ar. Os alunos podiam colocar questões sobre a resolução dos colegas e discutir estratégias e raciocínios.

A discussão dos problemas era também uma forma de perceber se os alunos tinham conseguido resolver com sucesso o que era solicitado, bem como comparar as estratégias de cada um deles.

### **Problemas propostos**

Os problemas propostos para cada sessão prática (Tabela 3) foram divididos em problema A e o problema B, sendo o primeiro referente ao problema que tinha como apoio a representação ativa e o segundo o que não tinha.

Apesar dos problemas terem conteúdos programáticos diferentes, todos abordaram o domínio dos Números e Operações, centrando-se nos objetivos definidos no Quadro 1.

Importa referir que ao longo de todas as sessões, a AEI tentou apresentar os problemas sempre de forma apelativa, com material cativante (construído pela mesma), para que os alunos tomassem uma atitude positiva em relação às atividades propostas e se sentissem motivados.

**Tabela 3 – Problemas propostos para as cinco sessões práticas**

Sessão	Problema A	Problema B	Data da sessão
1	Arrumar bolas	Equipas de futebol	26 de maio de 2015
2	As Borboletas	Sequências Numéricas	05 de junho de 2015
3	As maçãs da Maria	Os doces da Rita	11 de junho de 2015
4	O envio da encomenda	Livros da biblioteca	12 de junho de 2015
5	Os berlindes do Francisco	Quantas rosas tinha o ramo?	23 de junho de 2015

Fonte: Retirado/adaptado de Cabrita, I. et al. (2010)

**Quadro 1 – Objetivos específicos na resolução de problemas**

Objetivos Específicos
<u>Resolução de Problemas</u> <ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;</li><li>• Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.</li><li>• Desenvolver o raciocínio matemático com a representação ativa dos problemas.</li></ul>
<u>Raciocínio</u> <ul style="list-style-type: none"><li>• Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;</li><li>• Formular e testar conjeturas relativas a situações matemáticas simples;</li></ul>
<u>Comunicação</u> <ul style="list-style-type: none"><li>• Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.</li><li>• Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.</li><li>• Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.</li><li>• Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.</li></ul>

Fonte: adaptado de Porto Editora

## **IV ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS OBTIDOS**

### **4.1 Recolha de dados**

A PPS2 decorreu ao longo de 11 semanas no 1º período do ano letivo 2014/2015. Durante este tempo a AEI teve a possibilidade de conhecer o meio ambiente da escola, a PTT e quais eram as lacunas da turma.

Ao longo da prática, a AEI desenvolveu várias aulas nas diferentes áreas curriculares. Durante o tempo de observação, a mesma diagnosticou nos alunos, determinadas lacunas na área da Matemática, especificamente, na resolução de problemas e aplicação de estratégias alternativas para a validação das respostas. Ao tomar conhecimento dessa lacuna, a AEI recorreu ao Projeto Curricular de Turma e averiguou que a problemática era já conhecida pela PTT.

No início do 3º período, a AEI dirigiu-se novamente à instituição para se reunir com a PTT, para explicar no que iria consistir o estudo, de forma a elucidá-la sobre todo o processo, ao qual, desde o início, a professora deu o seu total apoio.

Depois de definir todos os aspetos necessários para iniciar a investigação, foi decidido que se iria tentar destinar blocos de 90 minutos, em um ou dois dias por semana, para implementação das cinco sessões práticas destinadas para o estudo e mais uma para a realização da ficha de avaliação. Foi também decidido quando seria realizada a acima mencionada entrevista.

A escolha dos problemas foi feita com base nas capacidades dos alunos, nos conteúdos pragmáticos abordados e na diversidade de estratégias possíveis para a sua resolução. Esta seleção, realizada em discussão com a PTT, era condicionada pelos resultados obtidos na sessão anterior, para, de uma forma pensada e refletida, obter as questões problema mais adequadas à progressão dos alunos na prática da representação ativa.

#### **4.1.1 Entrevista**

A entrevista realizada à PTT (ver no Apêndice H – Transcrição da Entrevista à Professora Titular de Turma) tinha como objetivo discernir quais as estratégias

utilizadas, identificar os alunos para o estudo e a postura da docente em relação à representação ativa e quanto à resolução de problemas na formação do aluno.

Relativamente à primeira questão, “*Quais são as estratégias que utiliza na resolução de problemas?*”, a PTT mencionou que aborda o problema como se fosse uma história. Observando a Tabela 4, é possível verificar que o método de resolução de problemas pela PTT vai ao encontro do modelo de Pólya (adaptado de Boavida et al. e Palhares).

Constata-se assim que o grupo já se encontra familiarizado com este processo de resolução de problemas.

**Tabela 4 – Análise à primeira questão à PTT**

<b>Etapas de resolução</b>	<b>Excertos da entrevista realizada à PTT</b>
<b>Ler e compreender o problema</b>	<i>“(...) lerem e compreenderem a história que é contada, devem estar sempre com muita atenção ao enunciado que é apresentado, (...) selecionar os dados necessários para a resolução do problema, (...) seguir um caminho para resolver o problema (...)”</i>
<b>Fazer e executar um plano</b>	<i>“executar esse plano, esse caminho recorrendo a esquemas, tabelas, desenhos, tudo o que for necessário, (...)”</i>
<b>Verificar a resposta</b>	<i>“devem confirmar se o resultado (a) que chegaram, se é realmente a resposta à pergunta que foi colocada (...) no final, devem escrever num local adequado a resposta completa e verificar (...)”</i>

**Fonte:** Própria

A partir de uma segunda questão colocada a saber “*Relativamente à resolução de problemas, sinalize-me, por favor, os dois alunos com melhor desempenho e os dois alunos com o pior desempenho e o porquê.*”, foi possível assinalar os alunos com melhor e pior desempenho. Especificamente, na opinião da docente, os alunos que demonstraram o melhor desempenho foram os alunos E e F (sendo B, determinado pelos resultados das avaliações do 2º período), assinalando que “*são alunos muito esforçados, muito atentos e que trabalham todos os dias na instituição e em casa, sempre no mesmo ritmo.*”

Os alunos com pior desempenho, assinalados pela PTT, foram A e D (sendo C o terceiro, tendo sido determinado pela análise dos resultados do 2º período). A PTT referiu que o aluno A *“tem algumas dificuldades em termos de raciocínio e em termos de cálculo mental, tem que trabalhar muito para colmatar estes aspetos”*. Em relação ao aluno D, a docente aponta que *“é um aluno que só entrou há um mês portanto ainda está com algumas dificuldades em acompanhar o ritmo de aprendizagem”*.

Designados assim os alunos que preenchem os critérios para o estudo, constituiu-se o grupo de amostra para a investigação.

Por fim, na última questão *“A estratégia que vou implementar é a representação ativa na resolução de problemas. Qual a sua opinião sobre este tema?”*, a PTT assinalou que o tema era pertinente dado que *“Hoje em dias os alunos têm dificuldades nos problemas e muitas vezes esses problemas são derivados da falta de interpretação no enunciado”*, adicionando que, a representação ativa pode auxiliar o processo e *“outras representações futuras”*.

#### 4.1.2 Sessões

Neste ponto apresentam-se os dados recolhidos ao longo das sessões práticas. Note-se que foram registados em forma de diário de bordo. Sendo este estudo uma I-A, à medida que foram aplicadas as sessões, as subsequentes iam sendo planeadas, de acordo com as necessidades do grupo, em consonância com os resultados obtidos.

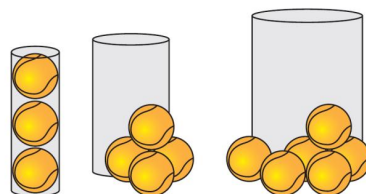
#### Sessão 1 de 26 de maio de 2015

Na 1ª sessão a AEI dinamizou a realização de duas questões-problema, que seguiram o planeamento apresentado em Apêndice B – Sessão 1 de 26 de maio de 2015. No caso específico da 1ª sessão, a AEI apresentou os problemas de cálculo “Arrumar Bolas” e “Equipas de Futebol”, cujos enunciados se apresentam no Quadro 2 e Quadro 3, respetivamente.

#### Quadro 2 – Enunciado da S1-A “Arrumar bolas”

##### Sessão 1 – Problema A “Arrumar bolas”

Na academia de ténis, no fim do treino, o João tem de arrumar as bolas que usou. Pode arrumá-las no cesto comum ou em caixas. No treino de Sábado, o João usou 12 bolas e decidiu arrumá-las em caixas. Ao olhar para as diferentes possibilidades que tinha, questionou-se: Uso caixas de três bolas, de quatro ou de seis bolas?



1. Se usar caixas de três bolas, de quantas vai precisar para arrumar as doze bolas? Explica como pensaste.
2. E se usar caixas de quatro bolas, de quantas vai precisar? Explica como pensaste.
3. E se usar caixas de seis bolas, vai precisar de mais ou menos caixas do que nos casos anteriores? Porquê?

Fonte adaptado de: Cabrita, I. et al. (2010)

### Quadro 3 – Enunciado da S1-B “Equipas de futebol”

#### Sessão 1 - Problema B “Equipas de futebol”

Os 48 alunos do 4º ano da escola do Zé vão participar num torneiro de futebol de cinco.



1. Quantas equipas com cinco crianças cada podem formar? Explica como pensaste.
2. E se cada equipa tiver seis crianças, quantas equipas podem formar? Explica como pensaste.
3. Será uma boa ideia formar equipas com sete crianças cada? Porquê?

**Fonte:** Cabrita, I. et al. (2010)

O problema S1-A requeria dos alunos a capacidade de calcular a divisão inteira de um determinado número por várias possibilidades, com o objetivo de verificar quantas bolas cabiam dentro de caixas de diferentes tamanhos. Este problema também podia ser resolvido recorrendo à multiplicação (múltiplos) ou construção de um esquema (dividindo as bolas em conjuntos iguais), entre outras resoluções possíveis que não serão aqui listadas. Quanto ao problema S1-B, este era, quanto aos objetivos, similar a S1-A, alterando-se apenas o tema e a dificuldade das questões. Pretendia-se, com a implementação desta sessão, averiguar se os alunos conseguiam, através da representação ativa, verificar a distribuição de uma variável em vários conjuntos de diferentes tamanhos.

Durante a execução do S1-A a AEI verificou-se que somente o aluno A sentiu dificuldade na compreensão na 3ª questão e não verificou que a sua resposta não correspondia ao pretendido. Os restantes alunos conseguiram, com sucesso, alcançar o que tinha sido solicitado.

De notar que as estratégias utilizadas não se limitaram à aplicação da operação necessária, tendo alguns alunos recorrido a esquemas e/ou outras estratégias para a descoberta da solução. Em particular, o aluno E implementou várias estratégias para

verificar a resposta, o que revela maturidade cognitiva e a compreensão integral dos processos necessários à resolução.

Como mencionado pela PTT em entrevista (Apêndice H – Transcrição da Entrevista à Professora Titular de Turma), o aluno A apresenta dificuldades ao nível do raciocínio matemático e do cálculo mental. Estas revelaram-se durante a execução da atividade, pelo que foi solicitada a sua participação na representação ativa. Durante a representação a AEI pediu ao aluno A que lê-se as questões e que dramatizasse a sua resolução, para que pudesse constatar o erro cometido durante a resolução da 3ª questão. O aluno efetivamente constatou o seu erro após a dramatização.

Após a implementação dos problemas realizou-se a análise das FRA de ambos (Apêndice B – Sessão 1 de 26 de maio de 2015 – Análise das FRA). No caso do problema S1-A verifica-se que todos os alunos, à exceção de um (aluno A), obtiveram a pontuação máxima de 12 pontos. Note-se que este foi o problema que se dramatizou.

Por outro lado, no problema S1-B apenas três alunos (alunos B, D e E) em estudo conseguiram atingir a pontuação máxima de 12 pontos. Os restantes apresentaram dificuldades salientando-se o aluno A, na 1ª questão, que demonstrou a incapacidade de, durante a elaboração da sua solução, interpretar os dados obtidos nos seus cálculos, o que levou à construção de uma resposta incorreta. Os alunos C e F obtiveram uma pontuação de 10 pontos devido a erros de cálculo.

É possível então concluir que com esta primeira sessão que, a representação ativa ajudou a solucionar o problema e a verificar se os resultados obtidos eram os que se pretendiam. Ajudou a alcançar a solução do problema pois, após a elaboração da FRA, o aluno A teve a oportunidade de realizar a representação e, desta forma, compreender e a alcançar o objetivo. Consequentemente, foi produzida a solução que permitiu a verificação dos resultados obtidos.

Dado o sucesso obtido nesta sessão e tendo sido estabelecido que os alunos não apresentaram dificuldades na resolução dos problemas apresentados, desenvolveu-se para a subsequente sessão, um par de problemas que incidissem sobre o raciocínio lógico e que privilegiassem a previsão e a compreensão.

## Sessão 2 de 05 de junho de 2015

Durante a 2ª sessão considerou-se pertinente desenvolver situações problemáticas que abordassem conteúdos mais complexos. Nesta sessão foram selecionados dois problemas, do tipo processo, sobre sequências e regularidades (planificação no Apêndice C – Sessão 2 de 05 de junho de 2015). Estes problemas, S2-A “As Borboletas” e S2-B “Sequências Numéricas”, apresentados nos Quadro 4 e no Quadro 5, têm como objetivo levar o aluno a desenvolver várias etapas de uma sequência para descobrir a regularidade e, conseqüentemente, encontrar o termo geral que lhe permite prever o comportamento da função.

No primeiro problema pretendia-se que os alunos desenvolvessem capacidades de articulação entre a representação visual (representação ativa) e a representação simbólica. No segundo problema, o aluno é privado da representação visual, para aferir se houve uma aprendizagem significativa das estruturas dos conteúdos.

### Quadro 4 – Enunciado da S2-A “As Borboletas”

**Sessão 2 - Problema A “As Borboletas”**

Considera a sequência de borboletas dispostas em **L**

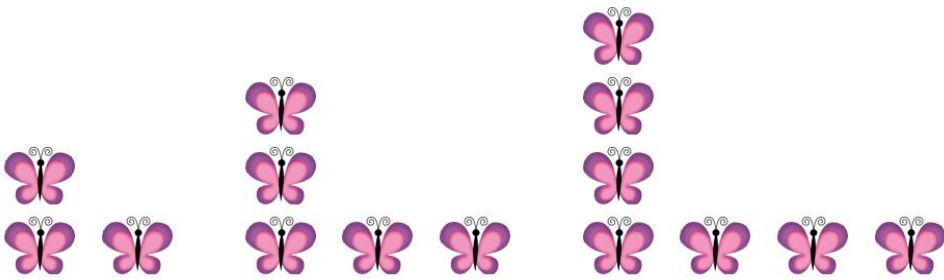


Figura 1                      Figura 2                      Figura 3

1. Quantas borboletas tem cada **L** representado?
2. Se esta sequência continuar, quantas borboletas terá a Figura 4? Apresenta o teu raciocínio.
3. Se ao ser criada a figura 2, surgisse mais uma borboleta para além das presentes, quantas teria a figura 8? Apresenta o teu raciocínio.

**Fonte:** adaptado de Cabrita, I. et al. (2010)

## Quadro 5 - Enunciado da S2-B “Sequências numéricas”

### Sessão 2 - Problema B “Sequências numéricas”

1. Completa cada uma das sequências. Em cada caso, explica como pensaste.

a) 3, 6, 9, 12, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 21, \_\_\_\_, \_\_\_\_

b) \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 35, 45, 55, \_\_\_\_, \_\_\_\_

c) 2, 4, 8, 16, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_

d) \_\_\_\_, \_\_\_\_, 80, 40, 20, \_\_\_\_, 5

2. Inventa uma sequência numérica e representa os três primeiros termos da mesma.

2.1 Descreve como se pode obter o oitavo termo da tua sequência.

3. Para criar a sua sequência, a Zé estabeleceu como regra que “o termo seguinte devia ser o anterior mais duas unidades”. Sabendo que o primeiro termo da sequência é dois, continua-a até ao quinto termo.

3.1 Dá um exemplo de um número compreendido entre 20 e 30 que não pode estar na sequência da Zé. Explica como pensaste.

Fonte: Cabrita, I. et al. (2010)

As questões foram lidas uma a uma. Na primeira, a AEI disse aos alunos para resolverem sozinhos, dado que a pergunta consistia na contagem visual de borboletas no enunciado. Apenas o aluno A apresentou uma questão sobre se o objetivo era a contagem total das borboletas ou somente das figuras, na qual a AEI sublinhou que no enunciado fazia referência a *cada L*, demonstrando ao aluno que este não estava atento e que não leu/compreendeu o que lhe era pedido.

Na segunda questão foi pedido aos alunos que não recorressem à estratégia de desenho, para descobrir a subsequente sequência, mas que desenvolvessem um termo geral para a encontrar. Depois de todos os alunos terem terminado de registar a sua estratégia/resposta, foi pedido a um aluno que realizasse a representação ativa do enunciado e a sua resolução.

De seguida, foi pedido aos restantes alunos que expusessem o que teorizaram para obter a figura 4. Depois de exporem as suas teorias, a AEI esquematizou no quadro outras formas de contagem ou “fórmulas” para chegarem à mesma resposta. A AEI questionou os alunos sobre como conseguiriam obter a figura 100, tendo somente os alunos E e F conseguido explicar rapidamente o seu raciocínio.

Durante a resolução da última questão do problema S2-A, os alunos apresentaram várias dúvidas pelo que a AEI teve a necessidade de representar mais alguns termos da sequência. Finalmente a AEI requisitou a um dos alunos a representação do seu raciocínio para chegar à sua solução.

Prosseguindo para a análise das FRA desta 2ª sessão, no caso do problema S2-A, verifica-se que surgiram várias dificuldades como já foi referido acima, em particular na 3ª questão, resultando assim numa diminuição considerável das pontuações obtidas. Com um máximo de 12 pontos, apenas os alunos A, E e F o atingiram, enquanto que os restantes obtiveram 9 pontos.

Em relação ao problema S2-B, apenas três alunos (alunos B, E e F) alcançaram a pontuação máxima de 28 pontos. O aluno C, na questão 2.1 não respondeu ao que era pretendido, tendo assim a pontuação de 26 pontos. Quanto ao aluno D, na questão 3.1, verifica-se que não compreendeu o objetivo do problema e não respondeu ao pretendido, tendo ficado com 25 pontos. Embora o aluno A tenha tido a pontuação máxima no problema S2-A, o mesmo não se verificou em S2-B, o que revela que não existiu evolução. Note-se que o aluno em questão apresenta grandes dificuldades em matemática e a falta de evolução pode advir dessas dificuldades.

Em jeito de conclusão pode afirmar-se que neste tipo de problema de processo, de sequências e regularidades, a representação ativa é um meio facilitador na compreensão e do raciocínio lógico matemático.

Tendo sido abordado nesta sessão, e tendo os resultados obtidos sido favoráveis, a sessão seguinte incidirá sobre problemas que requerem mais concentração, dado que estarão presentes em simultâneo vários dados de um mesmo problema, que necessitam de ser trabalhados visando a sua resolução.

### Sessão 3 de 11 de junho de 2015

Relativamente à 3ª sessão (ver planificação no Apêndice D – Sessão 3 de 11 de junho de 2015), optou-se por implementar problemas que necessitassem, por parte dos alunos, de concentração, pois era imperativo que considerassem várias condições em simultâneo, sendo assim categorizadas as questões como problemas de processo.

Os problemas S3-A e S3-B, apresentados no Quadro 6 e Quadro 7 tinham como objetivo desenvolver a capacidade de análise de resultados e a construção de suposições com base nas novas descobertas

#### Quadro 6 - Enunciado da S3-A “As maçãs da Maria”

##### Sessão 3 - Problema A “As maçãs da Maria”

Estava a Maria a contar as maçãs que acabara de colher no pomar da avó quando verificou que, se as contasse:

de duas em duas, sobrava uma;  
de três em três, sobravam duas,  
de quatro em quatro, sobravam três;  
Quantas maçãs terá colhido a Maria?  
Explicita o teu raciocínio.



Fonte: adaptado de Cabrita, I. et al. (2010)

#### Quadro 7 – Enunciado da S3-B “Os doces da Rita”

##### Sessão 3 - Problema 3 “Os doces da Rita”

A Rita tem 60 flocos de neve e 48 sugos para fazer saquinhos para oferecer aos amigos.

A Rita quer que os saquinhos sejam todos iguais.

1. Como pode ela fazer os saquinhos?
2. Qual é o número máximo de saquinhos que ela pode fazer?

Fonte: adaptado de Cabrita, I. et al. (2010)

Depois de um dos alunos ter lido o enunciado do problema S3-A, os restantes colocaram dúvidas quanto ao mesmo e, dada o seu elevado número, a AEI desenvolveu um esclarecimento do enunciado recorrendo à representação ativa, para que os alunos compreendessem a intencionalidade do mesmo. Considera-se que esta representação ativa influenciou o tipo de resposta apresentada pelos alunos, tendo sido observado que a quase totalidade dos mesmos apresentou estratégias similares. Especificamente, aplicaram interpretações de tabela de dupla entrada. Em discussão coletiva, o grupo concluiu que só os números ímpares deveriam ser considerados, tendo essa afirmação como base a limitação imposta pela primeira condição apresentada no enunciado.

Após de todos os alunos terem registado as suas suposições, foi-lhes solicitado que cada um apresentasse o número de maçãs por ordem crescente para verificarem se era ou não possível esse mesmo número. A ordem crescente foi escolhida para permitir ao aluno a compreensão das várias etapas do processo e para que o mesmo conseguisse verificar a razão por que cada etapa não-solução do processo era inconsistente com o proposto no enunciado. Ao longo desta apresentação, os alunos refletiram sobre os resultados obtidos pelos colegas, com cada elemento intervindo voluntariamente quando surgiam incoerências entre a resposta apresentada e a sua demonstração. Este processo atuou também como método de avaliação direta, permitindo à AEI verificar se os vários alunos compreenderam o que era necessário e se conseguiram alcançar os objetivos.

Quanto ao problema S3-B, não foram apresentadas dúvidas e durante a observação a AEI reparou que a maioria dos alunos adaptou a estratégia utilizada no problema anterior.

Analisando as respetivas FRA dos problemas S3-A e S3-B, constatou-se que em ambos os problemas os alunos obtiveram a pontuação máxima de 4 pontos para o primeiro problema e 8 pontos para o segundo problema.

Conclui-se assim, especificamente para o problema S3-A, que a representação ativa permite a compreensão e a interpretação do que é pedido nos enunciados, facilitando assim a escolha de estratégia a utilizar para a sua resolução. Isto deve-se ao facto que os alunos demonstraram um ligeiro incremento nas suas capacidades de perceção deste tipo específico de situação problemática.

Na subsequente sessão, será realizado uma investigação sobre as capacidades de alocação de diferentes quantidades, limitadas por critérios pré-definidos.

### **Sessão 4 de 12 de junho de 2015**

Na 4ª sessão, que seguiu a planificação apresentada no Apêndice E – Sessão 4 de 12 de junho de 2015, foi decidido implementar problemas que envolvessem cálculo das partes de um todo, categorizando-se assim como problemas de processo. Os problemas apresentados nesta sessão, S4-A e S4-B, descritos no Quadro 8 e Quadro 9 respetivamente, tinham como objetivo desenvolver noções de dimensão e parcela, através de cálculos sucessivos e/ou deduções.

#### **Quadro 8 - Enunciado da S4-A “O envio da encomenda”**

##### **Sessão 4 – Problema A “O envio da encomenda”**

A Rita foi aos CTT perguntar quanto deveria pagar para enviar uma encomenda para os avós que estão em Nova Iorque.

Ficou a saber que deveria utilizar selos no valor de 10 euros para enviar aquela encomenda.

A Rita tinha vários selos de correio em casa e, por isso, resolveu utilizá-los para perfazer a quantia exata para mandar a encomenda aos avós.

A Rita tinha vários selos de cada um dos seguintes valores:

45 cêntimos

57 cêntimos

A Rita está a ficar desesperada!

1. Ajuda-a a selecionar os selos adequados.
2. Regista as tuas conclusões.

**Fonte:** Cabrita, I. et al. (2010)

Após a leitura do enunciado do primeiro problema, a AEI verificou que ninguém apresentou dúvidas, por sua vez, durante a resolução do problema os alunos apresentaram um certo desânimo quanto à quantidade de cálculos que era necessário,

mas alguns (A, D, E e F) recorreram à organização em tabela. Quando a AEI perguntou qual o motivo, estes responderam que nos problemas da sessão anterior verificaram que tinham tido mais facilidade organizando os resultados dos seus cálculos, conseqüentemente decidiram implementar a mesma estratégia.

#### Quadro 9 - Enunciado da S4-B “Os livros da biblioteca”

##### Sessão 4 - Problema B “Os livros da biblioteca”

A figura ao lado representa uma estante da biblioteca da escola da Inês onde estão guardados 100 livros de várias disciplinas, nestas quantidades:

- Três décimas desses 100 livros são de Matemática;
- $25/100$  (0,25) são de Estudo do Meio;
- 0,20 são de Português;
- 0,10 são de Inglês, e os restantes são de música.



Quantos livros há, de cada área, na estante?

Fonte: adaptado de Cabrita, I. et al. (2010)

Contudo, na partilha de resultados, verificou-se que somente os alunos C e E conseguiram aproximar-se do valor de 10€. Foi durante este momento que se realizou a representação ativa do problema, sendo a mesma auxiliada por um *software* desenvolvido propositadamente, que permitia calcular os valor dos selos, facilitando assim os cálculos e aligeirando o processo.

Relativamente ao segundo problema, os alunos A e D apresentaram dúvidas, não na interpretação do problema mas na execução dos diversos procedimentos inerentes aos problemas deste tipo, mais concretamente no conteúdo de “Sistema de numeração decimal”.

Durante a fase de planeamento, os problemas apresentados nesta sessão foram discutidos com a PTT. Isto deve-se à complexidade dos mesmos e ao facto que a solução de parte deles é imediata se o aluno já conhecer as propriedades das frações, em particular, o produto de um número natural por uma fração. Não tendo o aluno

ainda desenvolvido as capacidades para alcançar este raciocínio, a sua resolução teria de partir de deduções e análise dos dados presentes no enunciado. Foi garantido à AEI que os alunos tinham já abordado e resolvido situações similares. Esta garantia influenciou uma das decisões da AEI durante a sessão pois, quando confrontada com um impasse na resolução (os alunos encontravam-se com dificuldades em relação aos objetivos), mencionou que, caso estivessem com dúvidas sobre os objetivos, deviam pensar no exemplo “do chocolate”, um problema comum nos manuais escolares e outros materiais de estudo. Os problemas que envolvem a distribuição de pedaços de chocolate, por norma, envolvem o conceito de fração e, através desta referência, os alunos conseguiram desenvolver (em parte) as estratégias necessárias para a resolução.

Analisando as FRA do problema S4-A, verifica-se então que somente os dois alunos (C e E) que apresentaram um resultado mais próximo dos 10€ obtiveram a pontuação de 8 pontos de um total de 8. Como os restantes não alcançaram o pretendido, tendo-se limitado à primeira aproximação que encontraram, apenas pontuaram 7 pontos. Esta penalização reflete o facto que a AEI mencionou, por várias vezes, que existiam soluções mais próximas do valor pretendido que aquelas que os respetivos alunos tinham encontrado. Como ignoraram esta advertência e não elaboraram a sua resposta, incorreram desta penalização.

Quanto às FRA do problema S4-B, a pontuação refletiu o que foi mencionado anteriormente. Aos alunos A e D foi-lhes atribuída a pontuação de 1 e aos restantes a pontuação máxima de 4 pontos. Nas resoluções apresentadas que alcançaram os objetivos, foi possível verificar que os alunos optaram pela distribuição dos vários valores em esquema ou que recorreram a cálculos para obterem o pretendido. Os esquemas apresentados seguiram as noções básicas da fração, tendo os alunos dividido um bloco em cem partes (provando assim terem compreendido o conceito de unidade e das partes da mesma) e obtido as quantidades de cada área através da divisão do mesmo. Quanto aos alunos que realizaram cálculos para obterem as várias quantidades, foi também possível comprovar que compreenderam que 100 correspondia à unidade e, que apenas tinham de desconstruir o enunciado para obterem a resposta.

Rematando, a representação ativa, neste caso em concreto, facilitou a comprovação dos resultados que mais se aproximavam do pretendido. Em particular, durante a resolução do problema S4-A, a AEI e os alunos C e E afirmaram ser possível encontrar um conjunto de selos mais próximo do valor de 10€ (10,02€), o que necessitou de ser provado, para que os restantes alunos compreendessem o processo.


Na próxima sessão serão abordados problemas, em termos de conhecimentos e capacidades, dentro da área de conforto dos alunos. Todavia, para verificar a sua destreza na interpretação e na execução, serão apresentadas situações onde é necessária a implementação de raciocínio regressivo. Estas são facilmente resolvidas com a representação ativa e portanto pretende-se que os alunos consigam aplicar, após a sua execução, as noções obtidas por esse método.

### Sessão 5 de 22 de junho de 2015

Para a última sessão prática, a AEI decidiu planificá-la como apresentado no Apêndice F – Sessão 5 de 22 de junho de 2015, e como foi referido anteriormente, os problemas apresentados nos Quadro 10 e 11, serviriam para incentivar o uso da estratégia de “trabalhar do fim para o princípio”, desenvolvendo assim o raciocínio regressivo.

#### Quadro 10 - Enunciado da S5-A “Os berlindes do Francisco”

**Sessão 5 – Problema A “Os berlindes do Francisco”**



O Francisco esteve a jogar ao berlinde com um amigo. Na primeira jogada, perdeu metade dos berlindes que tinha. Na segunda, conseguiu ganhar 2. Na terceira e última jogada, ganhou o dobro dos que tinha, tendo ficado com 10 berlindes.

Quantos berlindes tinha o Francisco no início do jogo? Explica como pensaste.

**Fonte:** adaptado de Cabrita, I. et al. (2010)

**Quadro 11 - Enunciado da S5-B “Quantas rosas tinha o ramo?”**

**Sessão 5 – Problema B “Quantas rosas tinha o ramo?”**

A Paula recebeu um ramo de rosas.

- A mãe tirou  $\frac{1}{6}$  das rosas do ramo;
- A irmã retirou  $\frac{1}{5}$  das restantes;
- O pai levou 0,25 das restantes;
- O irmão mais novo levou  $\frac{1}{3}$  das restantes;
- O irmão mais velho levou 0,5 das restantes, ficando o ramo apenas com 4 rosas.



Quantas rosas tinha o ramo da Paula?

**Fonte:** Cabrita, I. et al. (2010)

Durante a apresentação do problema S5-A, os alunos demonstraram dúvidas quanto à sua resolução. A AEI ofereceu aos alunos, mais algum tempo para puderem desenvolver mais os seus raciocínios. Todavia, tal revelou-se ser insuficiente, tendo sido necessária a intervenção da AEI. Esta desenvolveu uma pequena atividade para ilustrar a inversão do processo, fazendo uma referência análoga ao conceito de antónimo. Consequentemente, os alunos conseguiram interpretar o fundamental da questão-problema, o que lhes permitiu desenvolver soluções concretas, aptas e válidas.

No momento da representação ativa, foi pedido a um dos alunos para demonstrar o seu raciocínio e por sua vez verificar se o mesmo estava correto, procedendo no sentido inverso. Este aluno usou a representação ativa para representar o processo, conseguindo assim visualizar as alterações que não tinha conseguido de forma abstrata.

Em relação ao segundo problema, após a leitura do enunciado os alunos afirmaram que este problema era semelhante ao anterior, dado que seria necessário

recorrer ao processo denominado “trabalhar do fim para o princípio”. Isto baseou-se, segundo os alunos, no facto que apenas tinham disponível para a resolução do problema um valor concreto e uma série de indicações que lhes permitam as restantes etapas e resultados.

Durante a resolução do problema S5-B, a AEI apercebeu-se que os alunos se encontravam com dificuldades, à exceção de um (E), na aplicação da estratégia adequada. Isto deveu-se ao facto que os alunos têm ainda muitas dificuldades na resolução de problemas com frações.

Analisando as FRA, relativamente ao problema S5-A, verifica-se que todos os alunos conseguiram alcançar o resultado pretendido e obter a pontuação máxima de 4 pontos, tendo apenas sido descontado 1 ponto ao aluno E por não ter apresentado alguns cálculos intermédios, assumindo assim a AEI que este o realizou por via de cálculo mental. Por sua vez, este mesmo aluno foi o único que obteve a pontuação máxima de 4 pontos no problema S5-B, enquanto que os restantes alunos obtiveram 1 ponto cada um.

Dados estes resultados, foi possível verificar que os alunos compreenderam e demonstraram conseguir aplicar as estratégias necessárias. Porém, quanto confrontados com conteúdos programáticos que ainda não foram desenvolvidos na íntegra, apresentaram dificuldades e limitações.

No terminar da sessão, a AEI advertiu os alunos que no dia seguinte seriam submetidos a uma ficha de avaliação. Esta seria composta por cinco problemas e que estes seriam semelhantes aos que foram realizadas durante as sessões com a AEI. Os alunos tiveram então a oportunidade de verificar as suas resoluções anteriores e, os que desejaram, puderam usar esse material como revisão.

## 4.2 Tratamento de dados

Para o tratamento de dados, destacam-se dois momentos importantes: a análise situacional, onde figura uma observação direta do desenvolvimento do raciocínio dos alunos e a análise das produções dos alunos, numa fase posterior à recolha.

Relativamente à análise situacional, esta concretizou-se na observação realizada pela AEI (grelha de observação) durante a resolução de problemas. Nesta fase foi pertinente analisar o trabalho desenvolvido por cada aluno, recorrendo a parâmetros que permitem determinar o cumprimento de etapas essenciais à resolução de problemas. Estas, propostas por Boavida et al. (2008, p. 22) designam-se por (i) ler e compreender o problema, (ii) fazer e executar um plano e (iii) verificar a resposta.

O segundo momento destinou-se à análise integral das produções dos alunos. Neste foi essencial analisar todas as resoluções dos alunos, com o objetivo de perceber efetivamente se, a representação ativa implementada no primeiro problema, influenciava a compreensão e a resolução do segundo. Esta análise, mais focada nos resultados, serviu para demonstrar a hipótese, permitindo assim atestar a eficácia do método em análise.

Em cada uma das sessões foram entregues duas fichas de registo (Apêndice G – Fichas de Registo dos Alunos) contendo, cada uma, um problema com espaço para que os alunos pudessem escrever a sua resposta e pudessem apresentar o caminho que percorreram para a encontrar, podendo assim explicar o seu raciocínio durante a resolução do problema, evidenciando as estratégias usadas.

Os registos produzidos pelos alunos foram analisados com base nos parâmetros definidos na escala holística elaborada por Charles, Lester e O'Daffer (1987, traduzido por Afonso, 1995). A escala holística focada (Apêndice A – Instrumento de Análise das FRA – Escala Holística Focada) permite atribuir pontos entre 0 a 4, consoante os registos elaborados durante a resolução do problema.

As questões de partida para a investigação tiveram um papel fundamental, uma vez que desencadearam a definição de estratégias e métodos para que fosse possível ir ao encontro de respostas conclusivas, partindo de análise interpretativa das FRA.

Ou seja, à medida que foram analisadas as resoluções dos alunos, interpretou-se o impacto da representação ativa na escolha de estratégias, raciocínio e compreensão geral do enunciado, atribuindo no final uma pontuação com base nos parâmetros da Escala Holística Focada, acima referida, sendo a pontuação máxima o número de perguntas por problema a multiplicar por 4 pontos.

#### **4.2.1 Grelhas de observação**

Analisando as grelhas de observação, que se encontram nos apêndices de cada sessão, é possível verificar que, a incorreta aplicação de uma das fases, em particular da primeira ou da segunda, limita consideravelmente o sucesso do aluno na resolução do problema. Na Tabela 5 encontra-se uma síntese das grelhas de observação que foram realizadas durante as sessões práticas, onde se podem observar exemplos do cumprimento ou incumprimento das etapas.

Especificamente, três casos gerais podem ser observados, que correspondem a falhas em cada uma das etapas. De seguida, apresentam-se os desenvolvimentos dessas falhas.

Quando o aluno aplica incorretamente a primeira fase, isto é, interpreta incorretamente ou não interpreta o enunciado, incorre de dificuldades na resolução da segunda fase e posterior justificação de uma resposta (caso a consiga alcançar) na terceira fase (ex.: aluno D S4-B). Ocasionalmente pode ter sucesso na segunda etapa, recorrendo a processos e cálculos aplicados em exercícios anteriores. Todavia, sentirá dificuldades na justificação dos mesmos e, conseqüentemente, não alcançará a aprendizagem pretendida. Um exemplo disto encontra-se na resolução do aluno A no S1-A (3ª questão), onde o mesmo não compreendeu a finalidade da questão, aplicou uma estratégia que lhe permitiu calcular o que era necessário e apresentou uma justificação que revela a incompreensão do que era pretendido.

Quando o aluno compreende o problema mas apresenta dificuldades na elaboração de uma estratégia, condiciona automaticamente o seu sucesso na terceira etapa. Pode, no entanto, surgir nesta, erros que influenciem uma justificação incorreta na subsequente etapa. Este erro não aponta que o aluno tenha dificuldades no desenvolvimento ou na escolha da estratégia, podendo ser atribuído a distrações (ex.:

aluno C S1-B) ou dificuldades de aplicação de determinados conteúdos programáticos (ex.: aluno B S5-B).

Finalmente, quando o aluno alcança a terceira etapa independentemente do seu sucesso em ambas as etapas anteriores ou não, encontra aqui uma oportunidade para verificar a validade da sua solução, recorrendo a uma ou mais estratégias alternativas, ou até mesmo para certificar a sua resposta. Este passo pode ser influenciado pela segunda etapa em termos de validade dos dados mas o aluno, apresentando múltiplas estratégias autocorrigem-se e revela maturidade (ex.: S2-B).

**Tabela 5 – Síntese da aplicação das etapas na resolução de problemas**

Etapa		Ler e compreender o problema									
Sessão		1		2		3		4		5	
Aluno	Problema	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
	A		x	✓	✓	x	✓	✓	✓	x	✓
B		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C		✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓
D		✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	x	✓	✓
E		✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Etapa		Fazer e executar um plano									
Sessão		1		2		3		4		5	
Aluno	Problema	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
	A	✓	x	✓	x	✓	✓	x	x	✓	x
B		✓	✓	x	✓	✓	✓	x	✓	✓	x
C		✓	x	x	x	✓	✓	✓	✓	✓	x
D		✓	✓	x	x	✓	✓	x	x	✓	x
E		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F		✓	x	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	x
Etapa		Verificar a resposta									
Sessão		1		2		3		4		5	
Aluno	Problema	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
	A	x	x	✓	x	✓	✓	x	x	✓	x
B		✓	✓	x	✓	✓	✓	x	✓	✓	x
C		✓	x	x	x	✓	✓	✓	✓	✓	x
D		✓	✓	x	x	✓	✓	x	x	✓	x
E		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
F		✓	x	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	x
Legenda		✓ Realizou a etapa com sucesso x Não realizou/não teve sucesso									

Fonte: Própria

#### 4.2.2 Ficha de registo do aluno

As FRA são registos realizados pelos alunos durante as sessões. Em cada uma das cinco sessões destinadas à resolução de problemas, eram distribuídas duas FRA. A recolha destes registos foi importante para que se pudesse analisar o raciocínio do aluno e comparar as FRA do problema A e do problema B de cada sessão, para verificar se a representação ativa ajudou no processo de resolução de problemas de cada sessão. Estes documentos foram também relevantes para se obter uma observação geral do desempenho do aluno ao longo das sessões e, para analisar os problemas em que os alunos sentiam maiores dificuldades.

A Tabela 6 apresenta as pontuações obtidas nas FRA. A coluna A de cada sessão corresponde ao problema onde a representação ativa apoiou o desenvolvimento ou esteve presente de outra forma. Consequentemente, seria de esperar que os resultados aí presentes se aproximassem da pontuação máxima. A coluna B corresponde ao segundo problema apresentado em cada sessão, onde não foi realizada a representação ativa, esperando-se que os alunos conseguissem desenvolver o seu raciocínio com base no experienciado no problema anterior.

**Tabela 6 - Pontuação das FRA dos alunos**

Sessão	1		2		3		4		5	
Problema	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
<b>A</b>	11	8	12	17	4	8	7	1	4	1
<b>B</b>	12	12	9	28	4	8	7	4	4	1
<b>C</b>	12	10	9	26	4	8	8	4	4	1
<b>D</b>	12	12	9	25	4	8	7	1	4	1
<b>E</b>	12	12	12	28	4	8	8	4	3	4
<b>F</b>	12	10	12	28	4	8	7	4	4	1
<b>Pontuação Máxima da FRA</b>	12	12	12	28	4	8	8	4	4	4

Fonte: Própria

No primeiro problema, durante a totalidade das sessões, os resultados foram próximos da pontuação máxima, revelando que a representação ativa, apesar de ter atuado de diversas formas (compreensão do enunciado, processo de resolução ou verificação de resultados), auxiliou o raciocínio dos alunos.

Relativamente ao segundo problema, é possível observar discrepâncias entre os resultados das três primeiras sessões e das restantes. Destacam-se os das primeiras sessões pela positiva, enquanto que nas últimas duas sessões os resultados se mostraram negativos. A justificação para a oscilação nos resultados do problema B prende-se a dois aspetos relevantes. Em primeiro lugar, os alunos encontram-se aqui privados da representação ativa, tendo de utilizar raciocínios que foram desenvolvidos durante a resolução do problema A. Adicionalmente, depararam-se nas últimas duas sessões práticas (4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup>) com conteúdos programáticos ainda pouco trabalhados.

Analisando novamente a Tabela 6 e neste caso os alunos com menor desempenho (alunos A, C e D), é possível afirmar, que nos problemas das três primeiras sessões, os alunos obtiveram resultados bastantes positivos. Estas três sessões centraram-se em conteúdos programáticos elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão). Revela-se assim que, nestes casos concretos, a representação ativa auxiliou o raciocínio matemático dos alunos.

Durantes as últimas duas sessões, foram abordados conteúdos em que os alunos tinham pouca prática. Ao serem entregues as FRA aos alunos onde o segundo problema envolvia frações, a AEI observou que os mesmos, quando não estão ainda exercitados com os conteúdos, têm dificuldade em encontrar a solução.

No caso dos alunos que são considerados aqueles que têm melhor desempenho (alunos B, E e F) na área curricular da Matemática e na resolução de problema, é possível concluir, que a representação ativa não demonstra a estes alunos alguma melhoria ou regressão, exceto no problema S5-B. Neste caso concreto, é possível justificar o mesmo ao que aconteceu aos alunos com menor desempenho, visto que este é comum com os resultados obtidos, à exceção do aluno E.

Considera-se então, que a representação ativa é uma estratégia capaz de auxiliar o processo de ensino-aprendizagem quando o aluno já se encontra familiarizado com os conteúdos programáticos. Neste caso concreto, foi possível concluir que, tendo os alunos já realizado exercícios e adquiridos os conceitos básicos das estratégias mas, ainda apresentando dificuldades na resolução das questões problemáticas, a representação ativa é uma metodologia eficaz que permite facilitar o processo na resolução de problemas, tornando-o mais concreto um pensamento abstrato.

### 4.2.3 Ficha de avaliação

Na conclusão das sessões práticas, foi realizada uma ficha de avaliação sumativa que se encontra juntamente com as FRA no Apêndice G – Fichas de Registo dos Alunos, para averiguar se os alunos aplicavam estratégias que assentavam sobre representações abstratas, fruto das noções obtidas durante as sessões práticas onde foram realizadas representações ativas.

Na seguinte Tabela 7, realizou-se uma breve análise das fichas de avaliação, comparando o trabalho desenvolvido pelo aluno com o raciocínio apresentado nas FRA das sessões práticas.

**Tabela 7 - Análise sumativa das Fichas de avaliação**

Aluno	Análise	Total
<b>A</b>	O aluno utilizou estratégias semelhantes às que aplicou durante as sessões práticas. Contudo, não obteve a pontuação máxima, devendo-se isto ao facto que, na 1ª questão, utilizou uma estratégia de solução apropriada mas a resposta é incorreta sem razão aparente. Adicionalmente, na 4ª questão, foi apresentada uma resposta correta e existem evidências de uma seleção apropriada da estratégia, não sendo, no entanto, a sua aplicação desenvolvida de forma clara.	18
<b>B</b>	O aluno utilizou estratégias semelhantes às que aplicou durante as sessões práticas.	20
<b>C</b>	O aluno utilizou estratégias semelhantes às que aplicou durante as sessões práticas, exceto na 1ª questão, tendo o aluno recorrido a um esquema para representar as mesas. Contudo, não obteve a pontuação máxima, devendo-se isto ao facto que, na 4ª questão, foi apresentada uma resposta correta e existem evidências de uma seleção apropriada da estratégia, não sendo, no entanto, a sua aplicação desenvolvida de forma clara.	19
<b>D</b>	O aluno utilizou estratégias semelhantes às que aplicou durante as sessões práticas. Contudo, não obteve a pontuação máxima, devendo-se isto ao facto que, na 4ª questão, foi apresentada uma resposta correta e existem evidências de uma seleção apropriada da estratégia, não sendo, no entanto, a sua aplicação desenvolvida de forma clara.	19

Aluno	Análise	Total
<b>E</b>	O aluno utilizou estratégias semelhantes às que aplicou durante as sessões práticas.	20
<b>F</b>	O aluno utilizou estratégias semelhantes às que aplicou durante as sessões práticas. Contudo, não obteve a pontuação máxima, devendo-se isto ao facto que, na 4ª questão, foi apresentada uma resposta correta e existem evidências de uma seleção apropriada da estratégia, não sendo, no entanto, a sua aplicação desenvolvida de forma clara.	19

**Fonte:** Própria

Analisando a Tabela 7, os alunos que tinham desempenho menos favorável (A, C e D) obtiveram resultados bastantes positivos, e as falhas apresentadas não foram significativas, não afetando assim o seu raciocínio.

As pontuações máximas residiram nos alunos B e E, enquanto que o aluno F obteve 19, resultado que era esperado, estando em consonância com o desempenho durante as sessões práticas e o produto das respetivas FRA.

É possível então verificar que os alunos em estudo, de uma forma geral, utilizaram as mesmas estratégias que nas FRA das sessões práticas. Esta consistência com as respostas apresentadas nas FRA revela que os alunos conseguiram, durante a ficha de avaliação, desenvolver conceções abstratas e representações mentais da situação problema, o que facilita a compreensão dos processos essenciais para a sua resolução. Desta forma, é possível afirmar que o aluno conseguiu “visualizar” o funcionamento das várias etapas que constituem a resolução. Quando tal não foi possível, o aluno recorreu a representações em esquema para auxiliar a projeção mental que, corresponderia à representação ativa caso esta fosse possível de realizar (Bruner, 1999).

## V CONCLUSÃO

### 5.1 Conclusões do estudo

A realização desta investigação/estudo sobre “A Representação Ativa como Metodologia para a Conceptualização de Problemas Matemáticos no Ensino Básico” teve o intuito de descobrir se a introdução desta metodologia permite aos alunos desenvolver o seu raciocínio, tendo a avaliação do sucesso da mesma sido baseada no cumprimento das etapas defendidas por Pólya e se este influencia o sucesso da resolução de problemas.

Sendo a área da Matemática importante na formação do aluno, a escola deverá promover atitudes positivas face à mesma de modo que os alunos não criem medos da matemática nem receios quanto à resolução de problemas. Deste modo, a AEI tentou, através da representação ativa, aproximar a matemática académica ao quotidiano dos alunos.

O presente estudo teve como orientação primordial três questões relacionadas com a resolução de problemas: (i) A prática pedagógica aplicada pela Professora Titular de Turma segue as etapas do modelo defendido por Pólya (adaptado de Boavida et al. e Palhares) para a resolução de problemas?; (ii) A representação ativa é uma forma de tornar mais concreta a natureza abstrata do exercício matemático?; (iii) Apresentar problemas através de representações ativas pode desenvolver o raciocínio matemático em alunos com dificuldades nesta área curricular?

Em relação à primeira questão, esta faz referência ao modelo de Pólya (adaptado de Boavida et al. e Palhares), que é de suma importância pois, se o aluno seguir as três etapas (ler e compreender o problema; fazer e executar um plano; verificar a resposta) sequencialmente, o sucesso de conseguir solucionar corretamente um problema é quase garantido. A abordagem deste conteúdo para a investigação foi de grande importância para que a AEI tivesse uma noção onde os alunos erravam e se o problema residia no modo de resolução do problema ou se a metodologia proposta não estava a ser válida.

Respondendo diretamente à primeira questão, é possível afirmar, ao analisar a entrevista realizada à PTT, em particular na primeira questão colocada pela AEI, que

esta aborda os problemas de acordo com o modelo de Pólya, mas não existe espaço para a discussão de resultados entre os alunos. E que, segundo a análise das grelhas de observação realizadas pela AEI durante as cinco sessões, de uma forma geral os alunos seguem as etapas aplicadas pela PTT. Conclui-se também que quando os alunos seguiram as três etapas para a resolução de problemas, obtiveram sucesso na sua resolução. Em determinadas ocasiões, os alunos não seguiram as etapas definidas, o que levou ao insucesso na resolução das questões. Estes erros são aceitáveis e consideram-se parte do processo de aprendizagem e não se espera que alunos do 3º ano obedeçam rigorosamente a estes passos.

Quanto à segunda questão proposta para esta investigação, esta aborda os conceitos de concreto e de abstrato, sendo a representação ativa de natureza concreta, pois esta é definida pela simulação de situações e/ou a manipulação de objetos. O abstrato encontra-se no enunciado dos problemas e, através da metodologia estudada, foi possível desconstruí-los, ou seja, concretizá-los. Isto permitiu ao aluno visualizar no que consistia o enunciado do problema, sendo este exercício que lhes facilitará a compreensão de situações problemáticas futuras.

Durante as sessões práticas foi possível constatar que a representação ativa auxiliou de diversas formas na resolução de problemas. Especificamente, foi utilizada para validação dos resultados, concretização dos enunciados e compreensão das estratégias e objetivos.

No caso do problema S1-A “*Arrumar Bolas*”, o aluno A realizou a representação ativa para que este constata-se o seu erro. Neste caso, a representação ativa atuou como validação dos resultados e permitiu ao aluno determinar em que ponto tinha errado. Consequentemente, define-se aqui a função autocorretora do processo de concretização dos problemas através da representação ativa.

No caso dos problemas S2-A “*As Borboletas*” e S4-A “*O envio da encomenda*”, verifica-se a utilização da representação ativa como processo de verificação de resultados.

Na aplicação do problema S3-A “*As maçãs da Maria*”, é possível verificar na análise da mesma que a AEI utilizou a representação ativa para que os alunos

compreendessem o que era pretendido no enunciado. A representação ativa atuou assim como veículo facilitador que permitiu uma melhor compreensão dos objetivos.

Por fim, no problema S5-A “*Os berlindes do Francisco*”, a representação ativa teve como função auxiliar a compreensão da implementação de uma estratégia. Esta assume assim o papel concretização de processos abstratos.

Pode concluir-se também que, com este contexto e estes problemas em específico, a representação ativa facilita as três etapas de resolução de problemas. Verificou-se que os alunos têm mais sucesso na resolução de problemas quando esta metodologia é aplicada no sentido de desconstruir as situações.

Assume-se então que a sua aplicação é positiva, em particular quando o aluno tem dificuldades na abstração. Todavia, não se deve recorrer a esta metodologia constantemente dado que é essencial que o aluno desenvolva capacidades de pensamento abstrato e de transformação de conceitos reais em linguagem simbólica.

Provou-se com esta investigação que a representação ativa é uma metodologia eficaz na aproximação da matemática à criança. É essencial desenvolver mecanismos que permitam cativar o aluno para esta área curricular desde tenra idade, para combater insucessos e promover novos raciocínios. É apenas possível provar que esta representação se aplica com maior eficácia quando o aluno já abordou o conteúdo programático relacionado com a questão-problema, pois a introdução de novos conteúdos através da representação ativa não foi o centro deste estudo.

Questiona-se, para futuras investigações, se a contextualização através da representação ativa pode ser aplicada não só à resolução de problemas mas também à introdução de novas matérias. Outra questão pertinente prende-se com a aplicabilidade da metodologia noutros anos do 1º ciclo, onde o desenvolvimento da criança é naturalmente diferente.

Salienta-se ainda a necessidade de um grande investimento por parte do atuante da representação ativa dado que, independentemente de ser ou não elaborada uma imensidão de materiais, este procedimento requer extenso planeamento e, mais do que qualquer outro, deve ser contextualizado com base nas preconcepções do aluno, com base nas suas experiências e interesses particulares.

## 5.2 Reflexão final

O principal objetivo desta investigação, tal como já foi referido anteriormente, foi averiguar se a representação ativa era considerada uma metodologia válida a aplicar aos alunos do 3º ano, naquele contexto educativo.

Pretendia-se, como é claro, criar uma base de investigação que pudesse ser expandida a outros contextos, de forma a verificar a aplicabilidade da metodologia não só neste mas também noutros níveis e outros estratos sociais.

É importante que todos os profissionais de educação ponderem a sua prática constantemente, adotando um papel de profissionais reflexivos, capazes de adaptar e readaptar as suas práticas pedagógicas a um determinado contexto. Esta mutabilidade é essencial para qualquer professor, dado que é a sua missão procurar a melhor forma de ensinar o aluno, nunca forçando o mesmo a aprender por métodos caprichosos, escolhidos pelo hábito.

A escolha do tema foi sem dúvida um dos pontos em que foram encontradas dificuldades, mas apenas pelo facto que a ambição era fazer algo significativo, com relevância e que pudesse ser expandido no futuro. Isto foi agravado pela decisão de não investigar temas já desenvolvidos e, embora a resolução de problemas seja um tema bastante abordado, poucas são as investigações sobre a representação ativa. A decisão recaiu sobre uma área que junta dois elementos do agrado da investigadora, nutrindo esta gosto tanto pela resolução de problemas como pela construção de materiais ilustradores.

A decisão foi também inspirada por uma das aulas lecionadas pela investigadora, que envolvia a resolução de problemas matemáticos, mas antes disso, já tinham sido observadas essas dificuldades em alguns alunos. Partiu-se então para a elaboração de algo que fizesse o aluno gostar de problemas e que simultaneamente estimulasse o raciocínio. As pesquisas sobre métodos e técnicas no ensino da resolução de problemas culminaram na descoberta da representação ativa.

Contudo, no desenvolver desta investigação surgiram inseguranças, em particular quanto à sua viabilidade. No contexto é possível afirmar que os dados são válidos e que existe uma base que a sustenta mas, em termos de aplicação a um nível mais abrangente, a metodologia teria de ser outra. Prende-se esta dúvida ao tamanho

da amostra e ao número de sessões, que se limitou não por escolha da investigadora mas pela disponibilidade da turma, razão pela qual a preferência recaía sobre uma investigação mais longa, ao longo de um ou mais anos do ensino básico.

Aplicaram-se então estratégias cativantes, para que, com tão pequena amostra, se garantisse o mais aplicável resultado. Para que os alunos correspondessem às expectativas da investigadora, a mesma criou situações onde pudessem desfrutar da aprendizagem, e onde o erro não fosse tão relevante. A natureza das sessões permitiu assim que os alunos se concentrassem no seu raciocínio. Em particular, faz-se referência a todo o material construído pela AEI, que foi utilizado para as representações ativas. Este foi elaborado, não para decorar mas para ilustrar a situação-problema, tornando-se componente insubstituível do processo. Desta forma, os alunos conseguiam concretizar os seus raciocínios, tornando-se parte do problema e interagindo com as suas componentes.

Retomando o ponto acima, considera-se que todas as expectativas estipuladas foram alcançadas. Contudo, seria pertinente realizar o mesmo estudo, num período de tempo mais alargado, para que fosse possível verificar com mais rigor a existência da evolução do raciocínio dos alunos, principalmente aqueles que têm mais dificuldades, até estes se conseguirem abstrair do concreto;

Durante a realização do projeto escrito, a maior dificuldade sentida foi, inicialmente, reunir um conjunto de bibliografia fiável sobre as representações, uma vez que este tema é pouco estudado em Portugal. Mas, eventualmente após a consulta de diversas fontes bibliográficas foi possível discernir os que era importante e viável. Dá-se especial importância a estas pesquisas, dado que, ao longo de todo o trabalho, a relação da revisão da literatura com a prática de sala de aula foi um meio de conseguir refletir e compreender os processos analisados, dando assim, um sustento para a prática enquanto docente estagiária.

Como futura professora, este projeto foi um contributo para que a investigadora compreendesse todos os processos envolvidos na resolução de problemas, bem como a sua importância para a aprendizagem dos alunos. A análise das representações possibilitou-lhe também compreender que é através delas que o professor pode aceder ao pensamento dos alunos, percebendo assim, o seu desenvolvimento em termos de raciocínio matemático.

Ao longo deste estudo, a investigadora apercebeu-se que a discussão coletiva é uma mais-valia para o desenvolvimento dos alunos, bem como para a reflexão do professor, pois na fase de discussão do problema, os alunos tiveram a oportunidade de compreender que existem várias estratégias de resolução de problemas, e isto permitiu também à investigadora analisar e refletir sobre o desenvolvimento e aprendizagem de cada aluno.

De um modo geral, a investigadora conseguiu ultrapassar todas as barreiras e obstáculos e dissipar as inseguranças e medos que foram surgindo ao longo do processo. Foi um processo longo e esforçado, onde o tempo escasseou mas, nada se alcança sem esforço, particularmente no ensino.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://departamentos.esramada.pt/mat/3ciclo/matematica\\_na\\_educacao\\_basica.pdf](http://departamentos.esramada.pt/mat/3ciclo/matematica_na_educacao_basica.pdf)
- Afonso, P. (1995). *O vídeo como recurso didático para a identificação e desenvolvimento de processos metacognitivos em futuros professores de Matemática durante a resolução de problemas*. Dissertação de Mestrado em Educação. Braga: Universidade do Minho. Obtido em 22 de abril de 2015, de <http://hdl.handle.net/10400.11/392>
- Becker, F. (1994). O Que é o Construtivismo. *Ideias*, 20, pp. 87-93. Obtido em 1 de junho de 2015, de [http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_20\\_p087-093\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_20_p087-093_c.pdf)
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido em 8 de janeiro de 2015, de [http://area.dgipc.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/005\\_brochura\\_experiencia\\_matematica.pdf](http://area.dgipc.min-edu.pt/materiais_npmeb/005_brochura_experiencia_matematica.pdf)
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - uma introdução à teoria dos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bruner, J. (1999). *Para uma Teoria da Educação*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Cabrita, I., Coelho, A., Tenreiro-Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., . . . Amaral, P. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.
- Canavarro, A., & Pinto, M. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Quadrante*, XXI (2), pp. 51-79. Obtido em 5 de março de 2015, de <http://hdl.handle.net/10174/8044>

- Chagas, C. (2010). *A Avaliação de Desempenho dos Professores no Quadro da Regulação da Educação : um estudo de caso numa escola secundária*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa. Obtido em 15 de maio de 2015, de <http://hdl.handle.net/10451/2976>
- Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. R. (2009). Investigação-acção : metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revista Psicologia, Educação e Cultura*, XIII (2), pp. 355-380. Obtido em 30 de março de 2015, de <http://hdl.handle.net/1822/10148>
- Department for Education and Employment. (2000). *Mathematical challenges for able pupils in Key stages 1 and 2*. Londres: Crown. Obtido em 08 de junho de 2015, de <http://dera.ioe.ac.uk/id/eprint/4826>
- Lessard-Hébert, M. (2007). *Pesquisa em Educação*. Lisboa: Instituto Piaget .
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.
- Ministério da Educação. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)
- Ministério da Educação. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica. Obtido em 2 de janeiro de 2015, de [http://www.dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://www.dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)
- Ministério da Educação e Ciência. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)

- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica. Obtido em 2 de janeiro de 2015, de [http://www.dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://www.dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)
- NCTM. (1985). *Agenda para a acção: recomendações para o ensino da Matemática nos anos 1980*. Lisboa: APM.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lisboa: Lidel.
- Pólya, G. (2003). *Como Resolver Problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J., & Serrazina, M. (2000). *Didática da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J., & Velez, I. (2011). As representações matemáticas nas concepções dos professores do 1.º ciclo do ensino básico: Um estudo exploratório. *Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Actas do EIEM*, pp. 177-194. Obtido em 1 de março de 2015, de <http://hdl.handle.net/1822/15899>
- Porto Editora. (s.d.). *Alfa - Planificações - Matemática 3º ano*. Obtido em 17 de maio de 2015, de <http://www.portoeditora.pt/espacoprofessor/assets/assets/alfa/Docs/M3-PLAN.docx>
- Tuckman, B. W. (2000). *Manual de Investigação em Educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- UNESCO. (1990). *Declaração Mundial sobre Educação para Todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem*. Obtido em 5 de janeiro de 2015, de <http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000862/086291por.pdf>
- Veia, L. (1996). *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do ensino básico: três estudos de caso*. Lisboa: Universidade de Lisboa. Obtido em 19 de março de 2015, de <http://hdl.handle.net/10451/7465>

Velez, I., & Ponte, J. P. (2012). Representações e raciocínio de alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas. *Actas SIEM XXIII - Seminário de Investigação em Educação Matemática*, pp. 663-676. Obtido em 05 de janeiro de 2015, de <http://hdl.handle.net/10451/7071>

## APÊNDICES

## Apêndice A – Instrumento de Análise das FRA – Escala Holística Focada

Pontuação	Características da FRA
<b>0</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Está em branco;</li> <li>- A informação do problema foi simplesmente recopiada e nada foi feito com essa informação, mostrando não haver compreensão do problema;</li> <li>- Existe uma resposta incorreta sem nenhum trabalho evidente.</li> </ul>
<b>1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Há um começo para chegar à solução através do copiar da informação, que demonstra alguma compreensão do problema, mas essa aproximação não conduz à solução do problema;</li> <li>- Uma estratégia incorreta foi começada mas depois desistiu e não há evidências de que se tenha mudado para outra estratégia;</li> <li>- Tentou-se alcançar uma submeta mas não se conseguiu.</li> </ul>
<b>2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O aluno usou uma estratégia interrompida e encontrou uma resposta incorreta, contudo, o trabalho mostrou alguma compreensão do problema;</li> <li>- Uma estratégia apropriada foi utilizada mas (1) não foi desenvolvida o suficiente para encontrar a solução, (2) foi implementada incorretamente e, assim, conduziu a uma ausência de resposta ou respostas incorretas;</li> <li>- O aluno conseguiu encontrar uma submeta mas nada conseguiu para além disso;</li> <li>- A resposta correta foi mostrada mas (1) o trabalho não está compreensível; (2) nenhum trabalho é mostrado.</li> </ul>
<b>3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O aluno implementou uma estratégia que o podia ter levado à solução correta, contudo, compreendeu mal uma parte do problema ou ignorou uma condição;</li> <li>- Estratégias de solução apropriadas foram aplicadas mas (1) a resposta é incorreta sem razão aparente; (2) a parte numérica correta da resposta foi dada e a resposta não; (3) nenhuma resposta foi dada;</li> <li>- A resposta correta foi dada e há alguma evidência que houve uma seleção de estratégias apropriadas. Contudo, a sua implementação não está bem clara.</li> </ul>

Pontuação	Características da FRA
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O aluno cometeu um erro na transposição de uma estratégia apropriada. Contudo, esse erro não reflete incompreensão do problema ou de como devia implementar a estratégia, parece sim, um erro de cópia de cálculos;</li> <li>- Estratégias apropriadas foram selecionadas e implementadas. A resposta correta foi dada em termos da informação de problema.</li> </ul>

(Afonso, 1995, p. 202)

## Apêndice B – Sessão 1 de 26 de maio de 2015

Nesta secção apresenta-se a planificação sessão 1, o registo fotográfico da mesma, a transcrição da grelha de observação preenchida pela AEI durante a implementação da sessão e análise das FRA.

<b>Planificação da Sessão nº 1</b>
<b>Data:</b> 26 de maio de 2015
<b>Tipo de Problema:</b> Problemas de cálculo
<b>Capacidades Transversais</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de Problemas:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Compreensão do problema;</li><li>○ Conceção, aplicação e justificação de estratégias;</li><li>○ Verificação das soluções encontradas;</li></ul></li><li>• Raciocínio:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Justificação;</li><li>○ Formulação e teste de conjeturas;</li></ul></li><li>• Comunicação:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Interpretação;</li><li>○ Representação;</li><li>○ Expressão;</li><li>○ Discussão;</li></ul></li></ul>

## **Domínios e Conteúdos Programáticos**

### Números e Operações

- **Divisão:**

- Efetuar divisões inteiras:
  - Efetuar divisões inteiras com divisor e quociente inferiores a 10 utilizando a tabuada do divisor e apresentar o resultado com a disposição usual do algoritmo.
- Resolver problemas:
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

## **Objetivos Específicos**

### Resolução de Problemas

- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Desenvolver o raciocínio matemático com a representação ativa dos problemas.

### Raciocínio

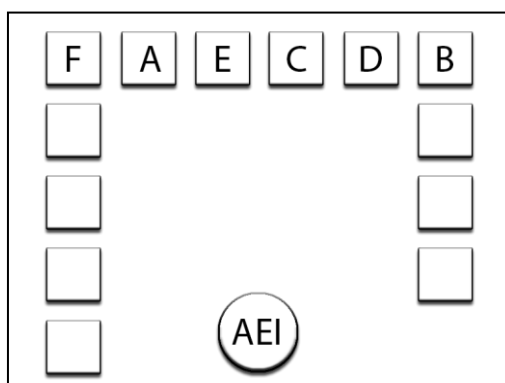
- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples;

### Comunicação

- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Fases	Nº 2	Tempo/minutos
<b>Fase 1:</b> Apresentação do Problema “Arrumar bolas”		45 min
<b>Fase 2:</b> Apresentação do Problema “Equipas de futebol”		45 min
<p><b>Enunciados dos Problemas</b></p> <p><b>Problema A: Arrumar Bolas</b></p> <p>Na academia de ténis, no fim do treino, o João tem de arrumar as bolas que usou. Pode arrumá-las no cesto comum ou em caixas. No treino de Sábado, o João usou 12 bolas e decidiu arrumá-las em caixas. Ao olhar para as diferentes possibilidades que tinha, questionou-se: Uso caixas de três bolas, de quatro ou de seis bolas?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se usar caixas de três bolas, de quantas vai precisar para arrumar as doze bolas? Explica como pensaste.</li> <li>2. E se usar caixas de quatro bolas, de quantas vai precisar? Explica como pensaste.</li> <li>3. E se usar latas de seis bolas, vai precisar de mais ou menos caixas do que nos casos anteriores? Porquê?</li> </ol> <p><b>Problema B: Equipas de Futebol</b></p> <p>Os 48 alunos do 4º ano da escola do Zé vão participar num torneiro de futebol de cinco.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Quantas equipas com cinco crianças cada podem formar? Explica como pensaste.</li> <li>2. E se cada equipa tiver seis crianças quantas equipas podem formar? Explica como pensaste.</li> <li>3. Será uma boa ideia formar equipas com sete crianças cada? Porquê?</li> </ol>		

### Plano de disposição da AEI e dos alunos



### Material e Recursos

**Suporte:** Mesas

#### Concretização:

12 bolas de ténis;

15 caixas (5 de 3 bolas; 5 de 4 bolas e 5 de 6 bolas);

FRA dos problemas A e B.

Grelha de observação

### Referências bibliográficas:

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido em 8 de janeiro de 2015, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/005\\_brochura\\_experiencia\\_matematica.pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_npmeb/005_brochura_experiencia_matematica.pdf)

Ministério da Educação. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)

Cabrita, I., Coelho, A., Tenreiro-Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., . . . Amaral, P. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

Porto Editora. (s.d.). *Alfa - Planificações - Matemática 3º ano*. Obtido em 17 de maio de 2015, de <http://www.portoeditora.pt/espacoprofessor/assets/assets/alfa/Docs/M3-PLAN.docx>

<b>Ação Educativa</b>	<b>Estratégias/propostas</b>
<b>Fase 1: Apresentação do Problema A “Arrumar bolas”</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Apresentar o Problema A:<ol style="list-style-type: none"><li>1.1. Entrega da FRA;</li><li>1.2. Leitura em voz alta do enunciado;</li></ol></li><li>2. Resolução do Problema A;<ol style="list-style-type: none"><li>2.1. Questionar os alunos sobre a estratégia que utilizariam para a sua resolução;</li><li>2.2. Os alunos registam o que pensaram na FRA;</li></ol></li><li>3. Discussão do Problema A<ol style="list-style-type: none"><li>3.1. Escolher um aluno para realizar a representação ativa do problema;<ol style="list-style-type: none"><li>3.1.1. A AEI dá ao aluno as doze bolas e 15 caixas, este explica o seu raciocínio e comprova os seus resultados exemplificando com o material disponível.</li></ol></li><li>3.2. Confrontar o obtido na representação ativa com o que foi teorizado no passo 2.2;</li></ol></li><li>4. Recolha da ficha de registo.</li></ol>

<p><b>Fase 2: Apresentação do Problema B ‘Equipas de Futebol’</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentar o Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Entrega da FRA;</li> <li>1.2. Leitura em voz alta do Problema B;</li> </ol> </li> <li>2. Resolução individual do Problema: <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Os alunos resolvem o problema na FRA sem a intervenção da AEI e da PTT;</li> <li>2.2. A AEI observa os alunos em observação e regista-as na grelha de observação.</li> </ol> </li> <li>3. Discussão da resolução do Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Os alunos não podem alterar o que escreveram na folha de registo.</li> </ol> </li> <li>4. Recolha das fichas de registo:</li> </ol>
---	---

## Registo fotográfico – Sessão 1



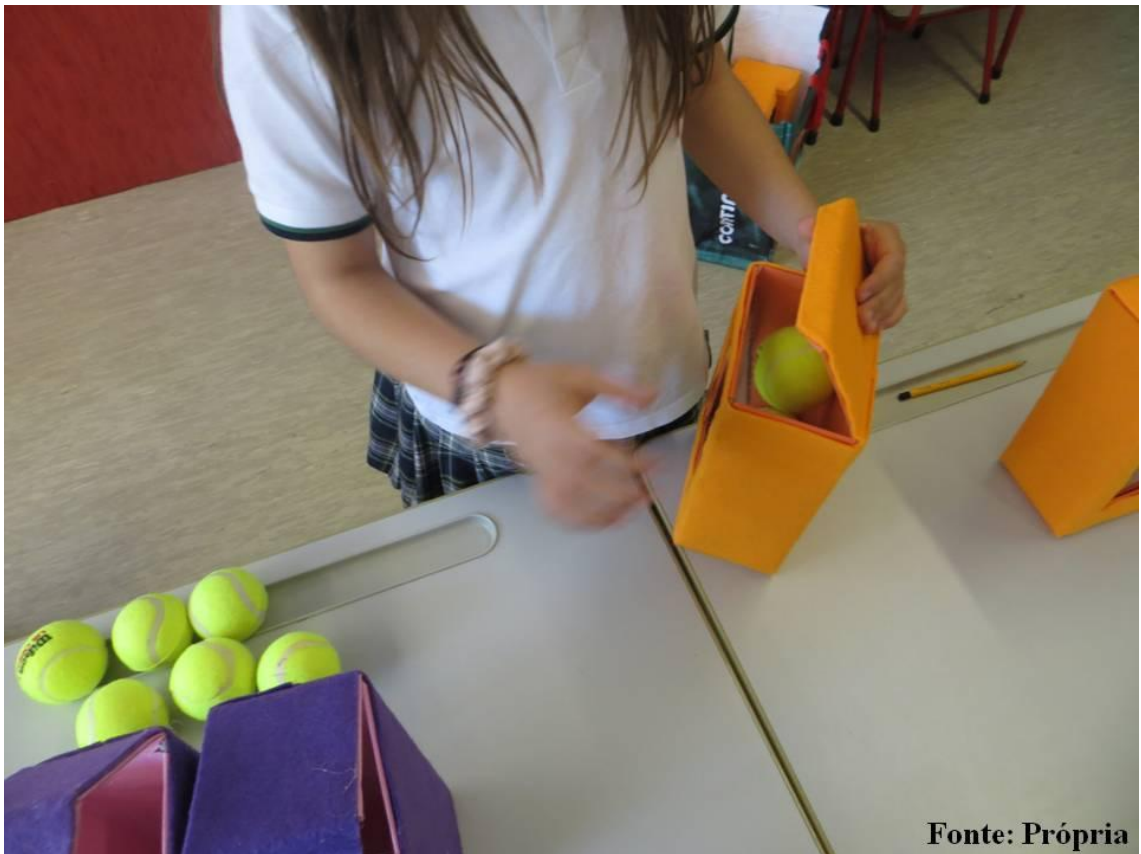
Fonte: Própria



Fonte: Própria



Fonte: Própria



Fonte: Própria

### Grelha de observação – Sessão 1

Aluno	Problema A “Arrumar bolas”			Problema B “Equipas de futebol”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>A</b>	Na 3ª questão revela não ter compreendido a finalidade.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	A justificação apresentada na 3ª questão não responde ao pretendido.	Aparenta ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Na 1ª que 3ª questão fez um plano, mas falhou na sua execução.	A justificação apresentada na 1ª e na 3ª questão não responde ao pretendido.
<b>B</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>C</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Na 1ª questão fez um plano, mas falhou na sua execução.	Na 1ª questão não respondeu ao pretendido.
<b>D</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>E</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.

Aluno	Problema A “Arrumar bolas”			Problema B “ Equipas de futebol”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
F	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso calcular o que era pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Na 1ª questão fez um plano, mas falhou na sua execução.	A justificação apresentada na 1ª questão não responde ao pretendido.

## Análise das FRA – Sessão 1

Análise das FRA da S1-A “Arrumar Bolas”					
Aluno	Análise	Pontuação das questões			
		1	2	3	Total
<b>A</b>	Nas questões 1 e 2 o aluno compreendeu a finalidade e implementou com sucesso as estratégias necessárias para a sua resolução. Já na 3ª questão, o aluno não conseguiu compreender o objetivo e embora a estratégia lhe tenha permitido calcular corretamente o que era necessário, a sua justificação cimenta a incompreensão do que era solicitado.	4	4	3	11
<b>B</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12
<b>C</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12
<b>D</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão da inteira) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12
<b>E</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira e esquema) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12
<b>F</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da multiplicação) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12

Análise das FRA da S1-B “Equipas de Futebol”					
Aluno	Análise	Pontuação das questões			
		1	2	3	Total
<b>A</b>	O aluno aparenta ter compreendido todas as questões. Na 1ª questão realizou a operação da divisão inteira mas não retirou o dado correto para responder com sucesso à pergunta. Na 3ª questão o aluno utiliza a estratégia necessária, todavia, durante a aplicação da mesma um erro de cálculo induziu numa possível confusão sobre os objetivos. Como o aluno não verificou a resposta não conseguiu discernir o seu erro. Adicionalmente a resposta apresentada assinala essa mesma confusão/incompreensão.	2	4	2	8
<b>B</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12
<b>C</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema. Contudo na 1ª questão verifica-se um erro de cálculo. Como o aluno também não procedeu à verificação da resposta este acabou por o induzir em erro.	2	4	4	10
<b>D</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema. O erro apresentado na 1ª questão não é relevante para o estudo em questão.	4	4	4	12
<b>E</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema.	4	4	4	12
<b>F</b>	O aluno compreendeu as etapas e implementou as estratégias (operação da divisão inteira) necessárias para a resolução do problema. Contudo na 1ª questão verifica-se um erro de cálculo. Como o aluno também não procedeu à verificação da resposta este acabou por o induzir em erro.	2	4	4	10

## Apêndice C – Sessão 2 de 05 de junho de 2015

Nesta secção apresenta-se a planificação sessão 2, o registo fotográfico da mesma, a transcrição da grelha de observação preenchida pela AEI durante a implementação da sessão e análise das FRA.

<b>Planificação da Sessão nº 2</b>
<b>Data:</b> 05 de junho de 2015
<b>Tipo de Problema:</b> Problemas de processo
<b>Capacidades Transversais</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de Problemas:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Compreensão do problema;</li><li>○ Conceção, aplicação e justificação de estratégias;</li><li>○ Verificação das soluções encontradas;</li></ul></li><li>• Raciocínio:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Justificação;</li><li>○ Formulação e teste de conjeturas;</li></ul></li><li>• Comunicação:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Interpretação;</li><li>○ Representação;</li><li>○ Expressão;</li><li>○ Discussão;</li></ul></li></ul>
<b>Domínios e Conteúdos Programáticos</b> <u>Números e Operações</u> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Sequências e regularidades</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Resolver problemas<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência, dada a lei de formação.</li><li>▪ Resolver problemas envolvendo a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida.</li></ul></li></ul></li></ul>

## Objetivos Específicos

### Resolução de Problemas

- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Desenvolver o raciocínio matemático com a representação ativa dos problemas.

### Raciocínio

- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples;

### Comunicação

- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Fases	Nº 2	Tempo/minutos
Fase 1: Apresentação do Problema A “As Borboletas”		45 min
Fase 2: Apresentação do Problema B “Sequências numéricas”		45 min

### **Enunciados dos Problemas**

#### **Problema A: As Borboletas**

Considera a sequência de borboletas dispostas em **L**

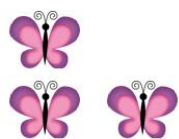


Figura 1

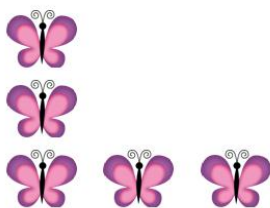


Figura 2

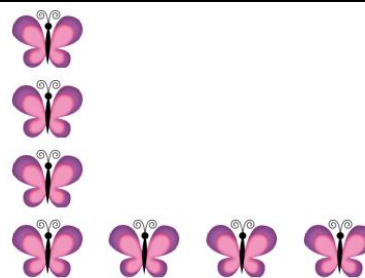


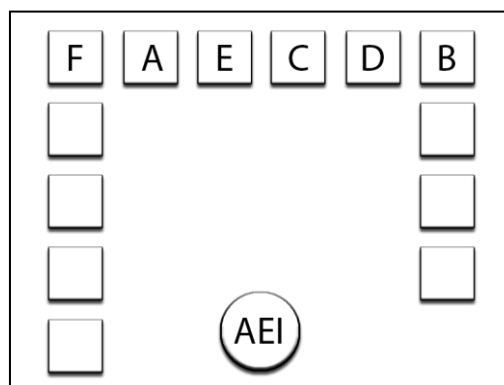
Figura 3

1. Quantas borboletas tem cada **L** representado?
2. Se esta sequência continuar, quantas borboletas terá a Figura 4? Apresenta o teu raciocínio.
3. Se ao ser criada a figura 2, surgisse mais uma borboleta para além das presentes, quantas teria a figura 8? Apresenta o teu raciocínio.

### Problema B: Sequências numéricas

1. Completa cada uma das sequências. Em cada caso, explica como pensaste.
  - a) 3, 6, 9, 12, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 21, \_\_\_\_, \_\_\_\_
  - b) \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 35, 45, 55, \_\_\_\_, \_\_\_\_
  - c) 2, 4, 8, 16, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_
  - d) \_\_\_\_, \_\_\_\_, 80, 40, 20, \_\_\_\_, 5
2. Inventa uma sequência numérica e representa os três primeiros termos da mesma.
  - 2.1 Descreve como se pode obter o oitavo termo da tua sequência.
3. Para criar a sua sequência, a Zé estabeleceu como regra que “o termo seguinte devia ser o anterior mais duas unidades”. Sabendo que o primeiro termo da sequência é dois, continua-a até ao quinto termo.
  - 3.1 Dá um exemplo de um número compreendido entre 20 e 30 que não pode estar na sequência da Zé. Explica como pensaste.

### Plano de disposição da AEI e dos alunos



### Material e Recursos

**Suporte:** Quadro magnético.

#### Concretização:

Caixa com 110 borboletas iguais com íman.

FRA dos problemas A e B.

Grelha de observação

### Referências bibliográficas:

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido em 8 de janeiro de 2015, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/005\\_brochura\\_experiencia\\_matematica.pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_npmeb/005_brochura_experiencia_matematica.pdf)

Ministério da Educação. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)

Cabrita, I., Coelho, A., Tenreiro-Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., . . . Amaral, P. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

Porto Editora. (s.d.). *Alfa - Planificações - Matemática 3º ano*. Obtido em 17 de maio de 2015, de <http://www.portoeditora.pt/espacoprofessor/assets/assets/alfa/Docs/M3-PLAN.docx>

<b>Ação Educativa</b>	<b>Estratégias/propostas</b>
<b>Fase 1: Apresentação do Problema A “As Borboletas”</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Apresentar o Problema A:<ol style="list-style-type: none"><li>1.1. Entrega da FRA;</li><li>1.2. Leitura em voz alta do enunciado;</li></ol></li><li>2. Resolução do Problema A;<ol style="list-style-type: none"><li>2.1. Questionar os alunos sobre a estratégia que utilizariam para a sua resolução;</li><li>2.2. Os alunos registam o que pensaram na FRA;</li></ol></li><li>3. Discussão do Problema A<ol style="list-style-type: none"><li>3.1. Escolher um aluno para realizar a representação ativa do problema;<ol style="list-style-type: none"><li>3.1.1. A AEI dá ao aluno a caixa com as borboletas, este explica o seu raciocínio e comprova os seus resultados exemplificando com o material disponível.</li></ol></li><li>3.2. Confrontar o obtido na representação ativa com o que foi teorizado no passo 2.2;</li></ol></li><li>4. Recolha da ficha de registo.</li></ol>

<p><b>Fase 2: Apresentação do Problema B “Sequências numéricas”</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentar o Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Entrega da FRA;</li> <li>1.2. Leitura em voz alta do Problema B;</li> </ol> </li> <li>2. Resolução individual do Problema: <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Os alunos resolvem o problema na FRA sem a intervenção da AEI e da PTT;</li> <li>2.2. A AEI observa os alunos em observação e regista-as na grelha de observação.</li> </ol> </li> <li>3. Discussão da resolução do Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Os alunos não podem alterar o que escreveram na folha de registo.</li> </ol> </li> <li>4. Recolha das fichas de registo:</li> </ol>
---	---

## Registo Fotográfico – Sessão 2



## Grelha de Observação – Sessão 2

Aluno	Problema A “As Borboletas”			Problema B “ Sequências numéricas”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>A</b>	Na 1ª questão inicialmente, não compreendeu o enunciado.	Na 3ª questão teve dificuldade em desenvolver um plano.	Verificou e justificou as respostas.	Na 1ª questão não interpretou corretamente o enunciado.	Na 1ª questão desenvolveu o mesmo plano para todas as alíneas. Na questão 3.1 ouviu o comentário de um outro aluno e utilizou-a como resposta.	Não verificou as respostas e na questão 3.1 não justificou.
<b>B</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Na 3ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 3ª questão não verificou que a resposta dada não respondia ao que era pretendido.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>C</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Na 3ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 3ª questão não verificou que a resposta dada não respondia ao que era pretendido.	Na questão 2.1 não leu com atenção o enunciado.	Na questão 2.1 não conseguiu alcançar o pretendido.	Não verificou que resposta dada na questão 2.1 não correspondia ao que era pedido.

Aluno	Problema A “As Borboletas”			Problema B “ Sequências numéricas”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>D</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Na 3ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 3ª questão não verificou que a resposta dada não respondia ao que era pretendido.	Na questão 3.1 não compreendeu o enunciado.	O plano adotado na questão 3.1 não permitiu alcançar o pretendido.	Não aplicável.
<b>E</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Na 3ª questão, inicialmente, não compreendeu o enunciado.	Na 3ª questão faz e executa um plano sobre o que tinha entendido do enunciado.	Na questão 3.1 verifica que não é possível resolver dado aos resultados obtidos na 3ª questão. Reformulou o procedimento alcançando os objetivos.
<b>F</b>	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.	Revela ter compreendido o objetivo de todas as questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.

## Análise das FRA – Sessão 2

Análise das FRA da S2-A “As Borboletas”					
Aluno	Análise	Pontuação das questões			
		1	2	3	Total
<b>A</b>	<p>O aluno conseguiu obter, indiretamente, a forma geral que lhe permite descobrir o N termo da sequência. Alcançou-a, efetuado uma sucessão de adições, obtendo assim todos os termos de 1 a N.</p>	4	4	4	12
<b>B</b>	<p>O aluno na 2ª questão conseguiu obter, indiretamente, a forma geral que lhe permite descobrir o N termo da sequência. Alcançou-a, efetuado uma sucessão de adições, obtendo assim todos os termos de 1 a N.</p> <p>Na 3ª questão não compreendeu que a sequência assentava sobre a adição de três borboletas entre termos, tendo desenvolvido a sua resposta dobrando sucessivamente os termos. Adicionalmente apresentou uma série de cálculos sem fundamentos matemáticos que a orientaram para uma resposta incorreta.</p>	4	4	1	9
<b>C</b>	<p>O aluno na 2ª questão conseguiu obter, indiretamente, a forma geral que lhe permite descobrir o N termo da sequência. Alcançou-a, efetuado uma sucessão de adições, obtendo assim todos os termos de 1 a N.</p> <p>Na 3ª questão o aluno aparenta ter percebido que a sequência consistia na adição sucessiva de uma borboleta. Isto revela que não compreendeu o enunciado e que não foram construídas novas iterações para obter os valores da sequência.</p>	4	4	1	9

Análise das FRA da S2-A “As Borboletas”					
Aluno	Análise	Pontuação das questões			
		1	2	3	Total
<b>D</b>	<p>O aluno na 2ª questão conseguiu obter, indiretamente, a forma geral que lhe permite descobrir o N termo da sequência. Alcançou-a, efetuado uma sucessão de adições, obtendo assim todos os termos de 1 a N.</p> <p>Na 3ª questão, o aluno aparenta ter resolvido o problema através de cálculo mental, recorrendo à adição dos termos sucessivos. Contudo o cálculo apresenta uma resposta incorreta. Neste caso é possível também que a resposta não tenha fundamentos matemáticos corretos.</p>	4	4	1	9
<b>E</b>	<p>Na 2ª questão, aluno encontrou o termo geral e através do mesmo deduziu o valor o número de borboletas da figura 4. Especificamente, encontrou a diferença entre alguns termos e aplicou esse valor para calcular o termo subsequente.</p> <p>Na 3ª questão, aluno encontrou o termo geral e através do mesmo deduziu o valor o número de borboletas da figura 8. Compreendeu que através dos múltiplos de 3 conseguiria encontrar a resposta.</p>	4	4	4	12
<b>F</b>	<p>O aluno na 2ª questão conseguiu obter, indiretamente, a forma geral que lhe permite descobrir o N termo da sequência. Alcançou-a, efetuado uma sucessão de adições organizada numa tabela, obtendo assim todos os termos de 1 a N.</p> <p>Na 3ª questão, aluno encontrou o termo geral e através do mesmo deduziu o valor o número de borboletas da figura 8.</p>	4	4	4	12

Análise das FRA da S2-B “Sequências numéricas”									
Aluno	Análise	Pontuação das questões							
		1. a	1. b	1. c	1. d	2	3	3. 1	Total
<b>A</b>	<p>Nas questões 1.b, 1.c e 1.d, o aluno não compreendeu como se realiza a sequência assumindo sempre que se obterá através das multiplicações sucessivas.</p> <p>Na questão 3.1 não justifica a escolha do número.</p>	4	1	1	1	4	4	2	17
<b>B</b>	<p>O aluno conseguiu descobrir com sucesso os termos gerais das progressões.</p> <p>Na questão 3.1 justificou corretamente através dos números que não incluíssem os múltiplos de 2.</p>	4	4	4	4	4	4	4	28
<b>C</b>	<p>Na questão 1.b, o aluno apesar de ter descoberto a sequência não a justificou corretamente.</p> <p>Na questão 2.1, o aluno não respondeu ao que era pretendido.</p> <p>Na última questão, o aluno justificou corretamente dizendo que o número não era par.</p>	4	4	4	4	2	4	4	26
<b>D</b>	<p>O aluno conseguiu descobrir com sucesso os termos gerais das progressões.</p> <p>Na questão 3.1, o aluno não compreendeu e não respondeu à questão.</p>	4	4	4	4	4	4	1	25
<b>E</b>	<p>O aluno conseguiu descobrir com sucesso os termos gerais das progressões.</p> <p>Na questão 3.1 justificou corretamente dizendo que qualquer número era possível desde de fosse impar.</p>	4	4	4	4	4	4	4	28

Análise das FRA da S2-B “Sequências numéricas”									
Aluno	Análise	Pontuação das questões							
		1. a	1. b	1. c	1. d	2	3	3. 1	Total
<b>F</b>	<p>O aluno conseguiu descobrir com sucesso os termos gerais das progressões.</p> <p>Na questão 3.1 justificou corretamente dizendo que qualquer número era possível desde de fosse impar e que nos múltiplos de 2 só existiam números pares.</p>	4	4	4	4	4	4	4	28

## Apêndice D – Sessão 3 de 11 de junho de 2015

Nesta secção apresenta-se a planificação sessão 3, o registo fotográfico da mesma, a transcrição da grelha de observação preenchida pela AEI durante a implementação da sessão e análise das FRA.

<b>Planificação da Sessão nº 3</b>
<b>Data:</b> 11 junho de 2015
<b>Tipo de Problema:</b> Problemas de processo
<b>Capacidades Transversais</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de Problemas:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Compreensão do problema;</li><li>○ Conceção, aplicação e justificação de estratégias;</li><li>○ Verificação das soluções encontradas;</li></ul></li><li>• Raciocínio:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Justificação;</li><li>○ Formulação e teste de conjeturas;</li></ul></li><li>• Comunicação:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Interpretação;</li><li>○ Representação;</li><li>○ Expressão;</li><li>○ Discussão;</li></ul></li></ul>
<b>Domínios e Conteúdos Programáticos</b> <u>Números e Operações</u> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Multiplicação</b><ul style="list-style-type: none"><li>○ Multiplicar números naturais<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Saber de memória as tabuadas do 1 até ao 10;</li><li>▪ Utilizar corretamente a expressão «múltiplo de» e reconhecer que os múltiplos de 2 são os números pares.</li><li>▪ Reconhecer os múltiplos de 2, 5 e 10 por inspeção do algarismo</li></ul></li></ul></li></ul>

das unidades.

- Resolver problemas
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório.

• **Divisão**

- Efetuar divisões inteiras
  - Utilizar corretamente as expressões «divisor de» e «divisível por» e reconhecer que um número natural é divisor de outro se o segundo for múltiplo do primeiro (e vice-versa).
- Resolução de problemas
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

**Objetivos Específicos**

Resolução de Problemas

- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Desenvolver o raciocínio matemático com a representação ativa dos problemas.

Raciocínio

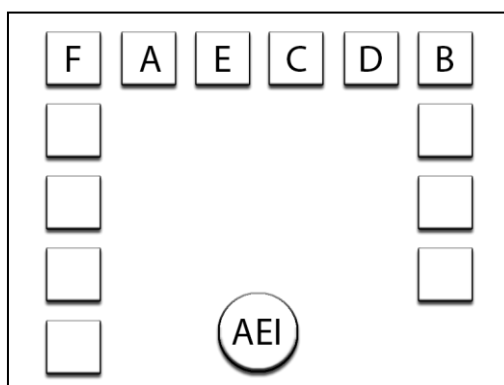
- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples;

Comunicação

- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.</li> </ul>		
<b>Fases</b>	<b>Nº 2</b>	<b>Tempo/minutos</b>
<b>Fase 1:</b> Apresentação do Problema “As maçãs da Maria”		45 min
<b>Fase 2:</b> Apresentação do Problema “Os doces da Rita”		45 min
<p><b>Enunciados dos Problemas</b></p> <p><b>Problema A: As maçãs da Maria</b></p> <p>Estava a Maria a contar as maçãs que acabara de colher no pomar da avó quando verificou que, se as contasse:</p> <p>de duas em duas, sobrava uma;</p> <p>de três em três, sobravam duas,</p> <p>de quatro em quatro, sobravam três;</p> <p>Quantas maçãs terá colhido a Maria?</p> <p>Explicita o teu raciocínio.</p> <p><b>Problema B: Os doces da Rita</b></p> <p>A Rita tem 60 flocos de neve e 48 sugos para fazer saquinhos para oferecer aos amigos.</p> <p>A Rita quer que os saquinhos sejam todos iguais.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Como pode ela fazer os saquinhos?</li> <li>2. Qual é o número máximo de saquinhos que ela pode fazer?</li> </ol>		

### Plano de disposição da AEI e dos alunos



### Material e Recursos

**Suporte:** Mesas

**Concretização:**

24 maçãs de feltro.

1 árvore.

FRA dos problemas A e B.

Grelha de observação

### Referências bibliográficas:

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido em 8 de janeiro de 2015, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/005\\_brochura\\_experiencia\\_matematica.pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_npmeb/005_brochura_experiencia_matematica.pdf)

Ministério da Educação. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)

Cabrita, I., Coelho, A., Tenreiro-Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., . . . Amaral, P. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

Porto Editora. (s.d.). *Alfa - Planificações - Matemática 3º ano*. Obtido em 17 de maio de 2015, de <http://www.portoeditora.pt/espacoprofessor/assets/assets/alfa/Docs/M3-PLAN.docx>

<b>Ação Educativa</b>	<b>Estratégias/propostas</b>
<b>Fase 1: Apresentação do Problema A “As maçãs da Maria”</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentar o Problema A:               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Entrega da FRA;</li> <li>1.2. Leitura em voz alta do enunciado;</li> </ol> </li> <li>2. Resolução do Problema A;               <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Questionar os alunos sobre a estratégia que utilizariam para a sua resolução;</li> <li>2.2. Os alunos registam o que pensaram na FRA;</li> </ol> </li> <li>3. Discussão do Problema A               <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Escolher um aluno para realizar a representação ativa do problema;                   <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1.1. A AEI apresenta árvore com as maçãs, este explica o seu raciocínio e comprova os seus resultados exemplificando com o material disponível.</li> </ol> </li> <li>3.2. Confrontar o obtido na representação ativa com o que foi teorizado no passo 2.2;</li> </ol> </li> <li>4. Recolha da ficha de registo.</li> </ol>

<p style="text-align: center;"><b>Fase 2: Apresentação do Problema B “Os doces da Rita”</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentar o Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Entrega da FRA;</li> <li>1.2. Leitura em voz alta do Problema B;</li> </ol> </li> <li>2. Resolução individual do Problema: <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Os alunos resolvem o problema na FRA sem a intervenção da AEI e da PTT;</li> <li>2.2. A AEI observa os alunos em observação e regista-as na grelha de observação.</li> </ol> </li> <li>3. Discussão da resolução do Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Os alunos não podem alterar o que escreveram na folha de registo.</li> </ol> </li> <li>4. Recolha das fichas de registo:</li> </ol>
---	---

### Registo Fotográfico – Sessão 3

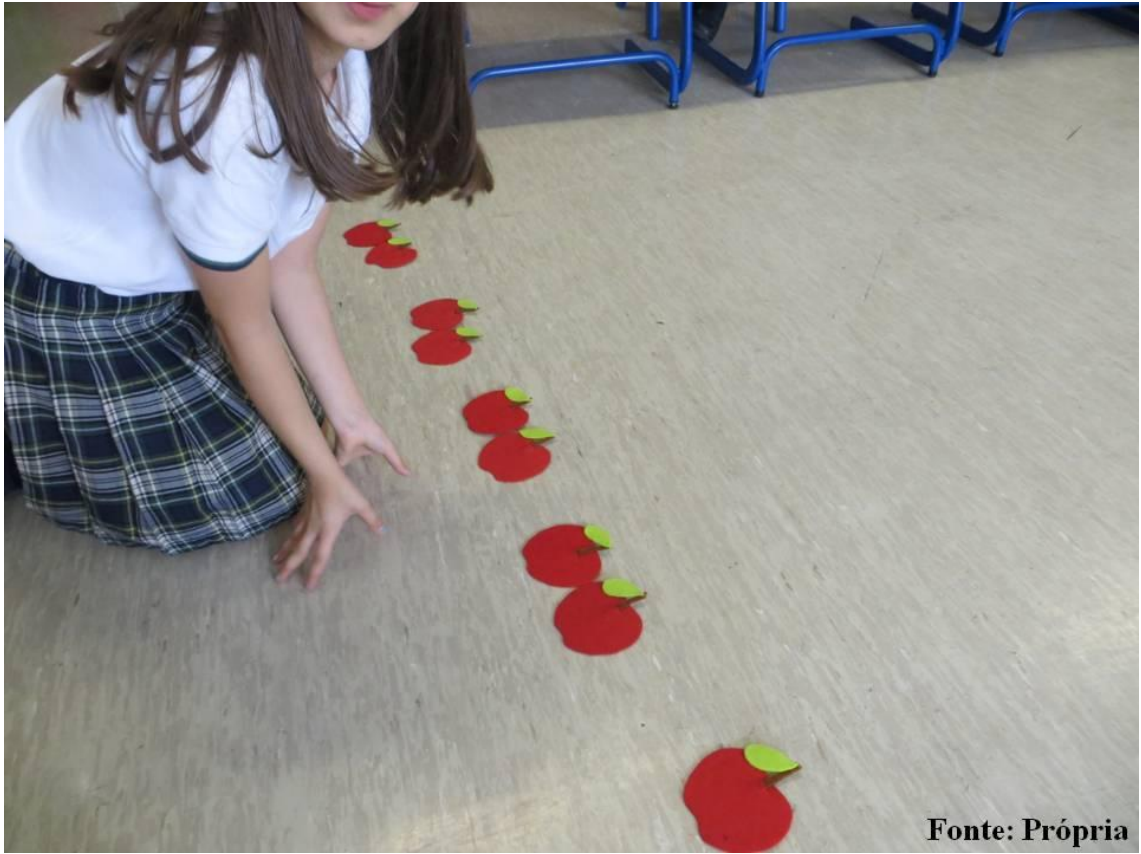




Fonte: Própria



Fonte: Própria



Fonte: Própria

### Grelha de Observação – Sessão 3

Aluno	Problema A “As maçãs da Maria”			Problema B “ Os doces da Rita”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>A</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido os objetivos das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>B</b>	Revela ter compreendido o objetivo da questão.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido os objetivos das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>C</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido os objetivos das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>D</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido os objetivos das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.
<b>E</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido os objetivos das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.

Aluno	Problema A “As maçãs da Maria”			Problema B “ Os doces da Rita”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
F	Revela ter compreendido o objetivo da questão.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido os objetivos das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou as respostas.

### Análise das FRA – Sessão 3

Análise das FRA da S3-A “As maçãs da Maria”			
Aluno	Análise	Pontuação das questões	
		1	Total
A	O aluno organizou os dados em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (2, 3 e 4) e na coluna-índice o número ímpar de maçãs, o que lhe permitiu calcular o resto das várias operações de divisão. Eventualmente, conseguiu alcançar um número de maçãs onde a divisão por 2 tivesse resto 1, a divisão por 3 tivesse resto 3 e divisão por 4 tivesse resto 3.	4	4
B	O aluno realizou cálculos e analisou os resultados obtidos, se os resultados não fossem de acordo com as condições do enunciado, passava para o próximo cálculo. Especificamente, o aluno interpretou os resultados obtidos em cada cálculo, refletindo que quando um dos cálculos violava a condição do enunciado, os restantes relativos a esse número de maçãs tornavam-se irrelevantes. Deduziu assim qual a situação mais lógica à analisar, evitando redundância ou cálculos desnecessários.	4	4
C	O aluno organizou os dados em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (2, 3 e 4) e na coluna-índice o número ímpar de maçãs, o que lhe permitiu calcular o resto das várias operações de divisão. Eventualmente, conseguiu alcançar um número de maçãs onde a divisão por 2 tivesse resto 1, a divisão por 3 tivesse resto 3 e divisão por 4 tivesse resto 3.	4	4
D	O aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (2, 3 e 4) e na coluna-índice o número ímpar de maçãs, o que lhe permitiu calcular o resto das várias operações de divisão. Eventualmente, conseguiu alcançar um número de maçãs onde a divisão por 2 tivesse resto	4	4

<b>Análise das FRA da S3-A “As maçãs da Maria”</b>			
<b>Aluno</b>	<b>Análise</b>	<b>Pontuação das questões</b>	
		<b>1</b>	<b>Total</b>
	1, a divisão por 3 tivesse resto 3 e divisão por 4 tivesse resto 3.		
E	O aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (2, 3 e 4) e na coluna-índice o número ímpar de maçãs, o que lhe permitiu calcular o resto das várias operações de divisão. Eventualmente, conseguiu alcançar um número de maçãs onde a divisão por 2 tivesse resto 1, a divisão por 3 tivesse resto 3 e divisão por 4 tivesse resto 3.	4	4
F	O aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (2, 3 e 4) e na coluna-índice o número ímpar de maçãs, o que lhe permitiu calcular o resto das várias operações de divisão. Eventualmente, conseguiu alcançar um número de maçãs onde a divisão por 2 tivesse resto 1, a divisão por 3 tivesse resto 3 e divisão por 4 tivesse resto 3.	4	4

Análise das FRA da S3-B “Os doces da Rita”				
Aluno	Análise	Pontuação das questões		
		1	2	Total
A	<p>Na 1ª questão, o aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (de 1 a 13) e na coluna-índice o número de flocos de neve e sugos, o que lhe permitiu calcular o quociente das várias operações de divisão. Conseguindo assim selecionar as respostas.</p> <p>Na 2ª questão utilizou a tabela da questão anterior para encontrar a resposta.</p>	4	4	8
B	<p>O aluno realizou cálculos e analisou os resultados obtidos, se os resultados não fossem de acordo com as condições do enunciado, passava para o próximo cálculo. Deduziu assim qual a situação mais lógica à analisar, evitando redundância ou cálculos desnecessários.</p> <p>Na 2ª questão utilizou os cálculos efetuados da questão anterior para encontrar a resposta.</p>	4	4	8
C	<p>Na 1ª questão, o aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (de 1 a 13) e na coluna-índice o número de flocos de neve e sugos, o que lhe permitiu calcular o quociente das várias operações de divisão. Conseguindo assim selecionar as respostas.</p> <p>Na 2ª questão utilizou a tabela da questão anterior para encontrar a resposta.</p>	4	4	8
D	<p>Na 1ª questão, o aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (de 1 a 13) e na coluna-índice o número de flocos de neve e sugos, o que lhe permitiu calcular o quociente das várias operações de divisão. Conseguindo assim selecionar as respostas.</p> <p>Na 2ª questão utilizou a tabela da questão anterior para encontrar a resposta.</p>	4	4	8

Análise das FRA da S3-B “Os doces da Rita”				
Aluno	Análise	Pontuação das questões		
		1	2	Total
E	<p>Na 1ª questão, o aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os divisores (de 1 a 13) e na coluna-índice o número de flocos de neve e sugos, o que lhe permitiu calcular o quociente das várias operações de divisão. Conseguindo assim selecionar as respostas.</p> <p>Na 2ª questão utilizou a tabela da questão anterior para encontrar a resposta.</p>	4	4	8
F	<p>O aluno realizou cálculos e analisou os resultados obtidos, se os resultados não fossem de acordo com as condições do enunciado, passava para o próximo cálculo. Deduziu assim qual a situação mais lógica à analisar, evitando redundância ou cálculos desnecessários.</p> <p>Na 2ª questão utilizou os cálculos efetuados da questão anterior para encontrar a resposta.</p>	4	4	8

## Apêndice E – Sessão 4 de 12 de junho de 2015

Nesta secção apresenta-se a planificação sessão 4, o registo fotográfico da mesma, a transcrição da grelha de observação preenchida pela AEI durante a implementação da sessão e análise das FRA.

<b>Planificação da Sessão nº 4</b>
<b>Data:</b> 12 junho de 2015
<b>Tipo de Problema:</b> Problemas de processo
<b>Capacidades Transversais</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de Problemas:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Compreensão do problema;</li><li>○ Conceção, aplicação e justificação de estratégias;</li><li>○ Verificação das soluções encontradas;</li></ul></li><li>• Raciocínio:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Justificação;</li><li>○ Formulação e teste de conjeturas;</li></ul></li><li>• Comunicação:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Interpretação;</li><li>○ Representação;</li><li>○ Expressão;</li><li>○ Discussão;</li></ul></li></ul>

## **Domínios e Conteúdos Programáticos**

### Números e Operações

- **Multiplicação**

- Multiplicar números naturais
  - Saber de memória as tabuadas do 1 até ao 10;
  - Multiplicar quaisquer dois números cujo produto seja inferior a um milhão, utilizando o algoritmo da multiplicação.
- Resolver problemas
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório.

- **Sistema de numeração decimal**

- Representar números racionais por dízimas
  - Representar as frações decimais como dízimas e representá-las na reta numérica.
  - Adicionar e subtrair números representados na forma de dízima utilizando os algoritmos.
- Resolver problemas
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração.

### Geometria e Medida

- **Medida**

- Contar dinheiro
  - Ler e escrever quantias de dinheiro decompostas em euros e cêntimos envolvendo números até 1000.
  - Efetuar contagens de quantias de dinheiro envolvendo números até 1000.

## Objetivos Específicos

### Resolução de Problemas

- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Desenvolver o raciocínio matemático com a representação ativa dos problemas.

### Raciocínio

- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples;

### Comunicação

- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Fases	Nº 2	Tempo/minutos
Fase 1: Apresentação do Problema “O envio da encomenda”		45 min
Fase 2: Apresentação do Problema “ Livros da Biblioteca”		45 min

## Enunciados dos Problemas

### Problema A: O envio da Encomenda

A Rita foi aos CTT perguntar quanto deveria pagar para enviar uma encomenda para os avós que estão em Nova Iorque.

Ficou a saber que deveria utilizar selos no valor de 10 euros para enviar aquela encomenda.

A Rita tinha vários selos de correio em casa e, por isso, resolveu utilizá-los para perfazer a quantia exata para mandar a encomenda aos avós.

A Rita tinha vários selos de cada um dos seguintes valores:

45 cêntimos

57 cêntimos

A Rita está a ficar desesperada!

1. Ajuda-a a seleccionar os selos adequados.

2. Regista as tuas conclusões.

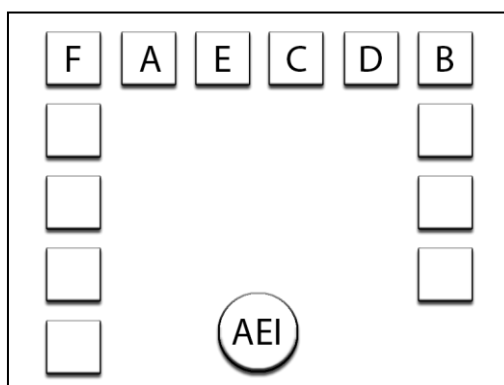
### Problema B: Livros da Biblioteca

A figura ao lado representa uma estante da biblioteca da escola da Inês onde estão guardados 100 livros de várias disciplinas, nestas quantidades:

- Três décimas desses 100 livros são de Matemática;
- $25/100$  (0,25) são de Estudo do Meio;
- 0,20 são de Português;
- 0,10 são de Inglês, e os restantes são de música.

Quantos livros há de cada área na estante?

### Plano de disposição da AEI e dos alunos



## **Material e Recursos**

**Suporte:** Computador e Quadro Interativo

### **Concretização:**

Software de contagem de selos.

25 selos de 0.45€

20 selos de 0.57€

1 envelope gigante

FRA dos problemas A e B.

Grelha de observação

### **Referências bibliográficas:**

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido em 8 de janeiro de 2015, de [http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/005\\_brochura\\_experiencia\\_matematica.pdf](http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_npmeb/005_brochura_experiencia_matematica.pdf)

Ministério da Educação. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de [http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E\\_Basico/programa\\_matematica\\_basico.pdf](http://dge.mec.pt/metascurriculares/data/metascurriculares/E_Basico/programa_matematica_basico.pdf)

Cabrita, I., Coelho, A., Tenreiro-Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., . . . Amaral, P. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

Porto Editora. (s.d.). *Alfa - Planificações - Matemática 3º ano*. Obtido em 17 de maio de 2015, de <http://www.portoeditora.pt/espacoprofessor/assets/assets/alfa/Docs/M3-PLAN.docx>

<b>Ação Educativa</b>	<b>Estratégias/propostas</b>
<b>Fase 1:</b> Apresentação do Problema A “O envio da encomenda”	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentar o Problema A: <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Entrega da FRA;</li> <li>1.2. Leitura em voz alta do enunciado;</li> </ol> </li> <li>2. Resolução do Problema A; <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Questionar os alunos sobre a estratégia que utilizariam para a sua resolução;</li> <li>2.2. Os alunos registam o que pensaram na FRA;</li> </ol> </li> <li>3. Discussão do Problema A <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Escolher um aluno para realizar a representação ativa do problema; <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1.1. Um dos alunos representa o papel da Rita na escolha dos selos e o outro aluno o rececionista dos CTT que faz a contagem dos selos no computador.</li> </ol> </li> <li>3.2. Confrontar o obtido na representação ativa com o que foi teorizado no passo 2.2;</li> </ol> </li> <li>4. Recolha da ficha de registo.</li> </ol>
<b>Fase 2:</b> Apresentação do Problema B “ Os livros da biblioteca ”	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentar o Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Entrega da FRA;</li> <li>1.2. Leitura em voz alta do Problema B;</li> </ol> </li> <li>2. Resolução individual do Problema: <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Os alunos resolvem o problema na FRA sem a intervenção da AEI e da PTT;</li> <li>2.2. A AEI observa os alunos em observação e regista-as na grelha de observação.</li> </ol> </li> <li>3. Discussão da resolução do Problema B: <ol style="list-style-type: none"> <li>3.1. Os alunos não podem alterar o que escreveram na folha de registo.</li> </ol> </li> <li>4. Recolha das fichas de registo:</li> </ol>

## Registo Fotográfico – Sessão 4





Fonte: Própria

### Grelha de Observação – Sessão 4

Aluno	Problema A “O envio da encomenda”			Problema B “ Livros da Biblioteca”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>A</b>	Revela ter compreendido o objetivo das questões.	Na 1ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 1ª questão, não verificou se poderia haver outras possibilidades.	Não compreendeu o problema.	Iniciou uma estratégia incorreta, não conseguiu alcançar o pretendido	Não verifica que a resposta dada é impossível.
<b>B</b>	Revela ter compreendido o objetivo das questões.	Na 1ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 1ª questão, não verificou se poderia haver outras possibilidades.	Revela ter compreendido o objetivo da questão.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.
<b>C</b>	Revela ter compreendido o objetivo das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido o objetivo da questão.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.
<b>D</b>	Revela ter compreendido o objetivo das questões.	Na 1ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 1ª questão, não verificou se poderia haver outras possibilidades.	Não compreendeu o problema.	Iniciou uma estratégia incorreta, não conseguiu alcançar o pretendido	Não verifica que a resposta dada é impossível.

Aluno	Problema A “O envio da encomenda”			Problema B “ Livros da Biblioteca”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>E</b>	Revela ter compreendido o objetivo das questões.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Revela ter compreendido o objetivo da questão.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.
<b>F</b>	Revela ter compreendido o objetivo das questões.	Na 1ª questão desenvolveu um plano mas não alcançou o pretendido.	Na 1ª questão, não verificou se poderia haver outras possibilidades.	Revela ter compreendido o objetivo da questão.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.

## Análise das FRA – Sessão 4

Análise das FRA da S4-A “O envio da encomenda”				
Aluno	Análise	Pontuação das questões		
		1	2	Total
A	O aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os multiplicadores (de 1 a 11) e na coluna-índice o valor dos selos (57 e 45), o que lhe permitiu calcular o produto das várias operações da multiplicação. Depois procurou um valor que se aproximava mas não realizou outros cálculos para verificar se a sua escolha era a que mais se aproximava por excesso do valor pretendido.	3	4	7
B	O aluno decidiu realizar cálculos utilizando a estratégia de tentativa e erro. No fim não verificou se haveria outra possibilidade que se aproximasse mais por excesso do valor pretendido.	3	4	7
C	O aluno decidiu realizar cálculos sucessivos até atingir o valor mais próximo por excesso do pretendido.	4	4	8
D	O aluno realizou duas tabelas de dupla entrada, uma para cada valor do selo. No final escolheu qual deles era o mais próximo por excesso do valor pretendido. Todavia o aluno não compreendeu que poderia adicionar os dois tipos de selo.	3	4	7
E	O aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os multiplicadores (de 1 a 11) e na coluna-índice o valor dos selos (57 e 45), o que lhe permitiu calcular o produto das várias operações da multiplicação. Depois realizou cálculos até encontrar o valor que se aproximava mais por excesso do pretendido.	4	4	8

<b>Análise das FRA da S4-A “O envio da encomenda”</b>				
<b>Aluno</b>	<b>Análise</b>	<b>Pontuação das questões</b>		
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>Total</b>
F	O aluno organizou em forma de tabela de dupla entrada, colocando na linha-índice os multiplicadores (de 1 a 11) e na coluna-índice o valor dos selos (57 e 45), o que lhe permitiu calcular o produto das várias operações da multiplicação. Depois procurou um valor que se aproximava mas não realizou outros cálculos para verificar se a sua escolha era a que mais se aproximava por excesso do valor pretendido.	3	4	7

<b>Análise das FRA da S4-B “Os livros da biblioteca”</b>			
<b>Aluno</b>	<b>Análise</b>	<b>Pontuação das questões</b>	
		<b>1</b>	<b>Total</b>
A	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1
B	O aluno realizou os cálculos necessários para encontrar a resposta correta.	4	4
C	O aluno realizou os cálculos necessários para encontrar a resposta correta.	4	4
D	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1
E	O aluno realizou os cálculos necessários para encontrar a resposta correta.	4	4
F	O aluno realizou os cálculos necessários para encontrar a resposta correta.	4	4

## Apêndice F – Sessão 5 de 22 de junho de 2015

Nesta secção apresenta-se a planificação sessão 5, o registo fotográfico da mesma, a transcrição da grelha de observação preenchida pela AEI durante a implementação da sessão e análise das FRA.

<b>Planificação da Sessão nº 5</b>
<b>Data:</b> 22 junho de 2015
<b>Tipo de Problema:</b> Problemas de processo
<b>Capacidades Transversais</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resolução de Problemas:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Compreensão do problema;</li><li>○ Conceção, aplicação e justificação de estratégias;</li><li>○ Verificação das soluções encontradas;</li></ul></li><li>• Raciocínio:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Justificação;</li><li>○ Formulação e teste de conjeturas;</li></ul></li><li>• Comunicação:<ul style="list-style-type: none"><li>○ Interpretação;</li><li>○ Representação;</li><li>○ Expressão;</li><li>○ Discussão;</li></ul></li></ul>

## **Domínios e Conteúdos Programáticos**

### Números e Operações

- **Adição e subtração**

- Adicionar e subtrair números naturais
  - Adicionar dois números naturais cuja soma seja inferior a 1.000.000, utilizando o algoritmo da adição.
  - Subtrair dois números naturais até 1.000.000, utilizando o algoritmo da subtração.
- Resolver problemas
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, completar e comparar.

- **Sistema de numeração decimal**

- Representar números racionais por dízimas
  - Representar as frações decimais como dízimas e representá-las na reta numérica.
  - Adicionar e subtrair números representados na forma de dízima utilizando os algoritmos.
- Resolver problemas
  - Resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração.

## **Objetivos Específicos**

### Resolução de Problemas

- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;
- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.
- Desenvolver o raciocínio matemático com a representação ativa dos problemas.

### Raciocínio

- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos;
- Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples;

### Comunicação

- Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.
- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.
- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.
- Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.

Fases	Nº 2	Tempo/minutos
Fase 1: Apresentação do Problema “Os berlindes do Francisco”		45 min
Fase 2: Apresentação do Problema “ Quantas rosas tinha o ramo?”		45 min

### **Enunciados dos Problemas**

#### **Problema A: Os berlindes do Francisco**

O Francisco esteve a jogar ao berlinde com um amigo. Na primeira jogada, perdeu metade dos berlindes que tinha. Na segunda, conseguiu ganhar 2. Na terceira e última jogada, ganhou o dobro dos que tinha, tendo ficado com 10 berlindes.

Quantos berlindes tinha o Francisco no início do jogo? Explica como pensaste.

#### **Problema B: Quantas rosas tinha o ramo?**

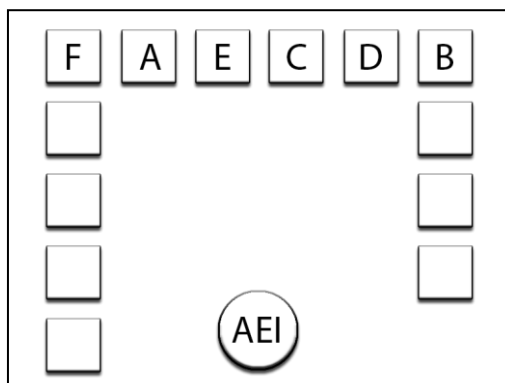
A Paula recebeu um ramo de rosas.

- A mãe tirou  $\frac{1}{6}$  das rosas do ramo;
- A irmã retirou  $\frac{1}{5}$  das restantes;
- O pai levou 0,25 das restantes;

- O irmão mais novo levou  $\frac{1}{3}$  das restantes;
- O irmão mais velho levou 0,5 das restantes, ficando o ramo apenas com 4 rosas.

Quantas rosas tinha o ramo da Paula?

### Plano de disposição da AEI e dos alunos



### Material e Recursos

**Suporte:** Computador e Quadro Interativo

### Concretização:

10 bolas

FRA dos problemas A e B.

Grelha de observação

### Referências bibliográficas:

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido em 8 de janeiro de 2015, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/005\\_brochura\\_experiencia\\_matematica.pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_npmeb/005_brochura_experiencia_matematica.pdf)

Ministério da Educação. (2012). *Metas Curriculares para o Ensino Básico*. Lisboa: ME-DEB. Obtido em 3 de janeiro de 2015, de <http://dge.mec.pt/metascurriculares/>

data/metascurriculares/E\_Basico/programa\_matematica\_basico.pdf

Cabrita, I., Coelho, A., Tenreiro-Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., . . .  
Amaral, P. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*.  
Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

Porto Editora. (s.d.). *Alfa - Planificações - Matemática 3º ano*. Obtido em 17 de maio  
de 2015, de <http://www.portoeditora.pt/espacoprofessor/assets/assets/alfa/Docs/M3-PLAN.docx>

<b>Ação Educativa</b>	<b>Estratégias/propostas</b>
<b>Fase 1: Apresentação do Problema A “Os berlindes do Francisco”</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Apresentar o Problema A:<ol style="list-style-type: none"><li>1.1. Entrega da FRA;</li><li>1.2. Leitura em voz alta do enunciado;</li></ol></li><li>2. Resolução do Problema A;<ol style="list-style-type: none"><li>2.1. Questionar os alunos sobre a estratégia que utilizariam para a sua resolução;</li><li>2.2. Os alunos registam o que pensaram na FRA;</li></ol></li><li>3. Discussão do Problema A<ol style="list-style-type: none"><li>3.1. Escolher um aluno para realizar a representação ativa do problema;<ol style="list-style-type: none"><li>3.1.1. A AEI dá ao aluno as 10 bolas, este explica o seu raciocínio e comprova os seus resultados exemplificando com o material disponível.</li></ol></li><li>3.2. Confrontar o obtido na representação ativa com o que foi teorizado no passo 2.2;</li></ol></li><li>4. Recolha da ficha de registo.</li></ol>

<p><b>Fase 2: Apresentação do Problema B “Quantas rosas tinha o ramo?”</b></p>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Apresentar o Problema B:<ol style="list-style-type: none"><li>1.1. Entrega da FRA;</li><li>1.2. Leitura em voz alta do Problema B;</li></ol></li><li>2. Resolução individual do Problema:<ol style="list-style-type: none"><li>2.1. Os alunos resolvem o problema na FRA sem a intervenção da AEI e da PTT;</li><li>2.2. A AEI observa os alunos em observação e regista-as na grelha de observação.</li></ol></li><li>3. Discussão da resolução do Problema B:<ol style="list-style-type: none"><li>3.1. Os alunos não podem alterar o que escreveram na folha de registo.</li></ol></li><li>4. Recolha das fichas de registo:</li></ol>
--	--

## Registo Fotográfico – Sessão 5



Fonte: Própria



Fonte: Própria

### Grelha de Observação – Sessão 5

Aluno	Problema A “Os berlinde do Francisco”			Problema B “ Quantas rosas tinha o ramo?”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
<b>A</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Compreendeu o problema.	Não conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	-----
<b>B</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Compreendeu o problema.	Não conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	-----
<b>C</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Compreendeu o problema.	Não conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	-----
<b>D</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Compreendeu o problema.	Não conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	-----
<b>E</b>	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.

Aluno	Problema A “Os berlinde do Francisco”			Problema B “ Quantas rosas tinha o ramo?”		
	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta	Compreende o problema	Faz e executa um plano	Verifica a resposta
F	Inicialmente não compreendeu o problema.	Conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	Verificou e justificou a resposta.	Compreendeu o problema.	Não conseguiu com sucesso alcançar o pretendido.	-----

## Análise das FRA – Sessão 5

Análise das FRA da S5-A “Os berlines do Francisco”			
Aluno	Análise	Pontuação das questões	
		1	Total
A	O aluno realizou cálculos sucessivos, utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, obtendo, desta forma, o inverso das operações apresentadas no enunciado.	4	4
B	O aluno realizou cálculos sucessivos, utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, obtendo, desta forma, o inverso das operações apresentadas no enunciado.	4	4
C	O aluno realizou cálculos sucessivos, utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, obtendo, desta forma, o inverso das operações apresentadas no enunciado.	4	4
D	O aluno realizou cálculos sucessivos, utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, obtendo, desta forma, o inverso das operações apresentadas no enunciado.	4	4
E	O aluno realizou cálculos sucessivos, utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, obtendo, desta forma, o inverso das operações apresentadas no enunciado. Mas não demonstrou os cálculos intermédios.	3	3
F	O aluno realizou cálculos sucessivos, utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, obtendo, desta forma, o inverso das operações apresentadas no enunciado.	4	4

<b>Análise das FRA da S5-B “Quantas rosas tinha o ramo?”</b>			
<b>Aluno</b>	<b>Análise</b>	<b>Pontuação das questões</b>	
		<b>1</b>	<b>Total</b>
A	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1
B	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1
C	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1
D	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1
E	O aluno conseguiu resolver o problema utilizando a estratégia “trabalhar do fim para o princípio”, resultando em cálculos sucessivos em que as operações são o oposto ao que é apresentado no enunciado.	4	4
F	O aluno não soube solucionar o problema devido à incapacidade de selecionar as estratégias adequadas.	1	1

## **Apêndice G – Fichas de Registo dos Alunos**

Nesta secção apresentam-se as fichas de registo dos alunos que foram entregues em cada uma das sessões implementadas e a ficha de avaliação.

## Sessão 1 – Problema A “Arrumar bolas”

Nome: \_\_\_\_\_

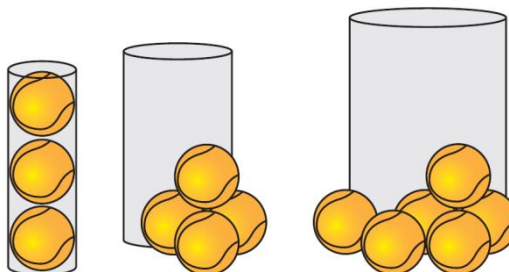
Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

Na academia de ténis, no fim do treino, o João tem de arrumar as bolas que usou. Pode arrumá-las no cesto comum ou em caixas. No treino de Sábado, o João usou 12 bolas e decidiu arrumá-las em caixas. Ao olhar para as diferentes possibilidades que tinha, questionou-se: Uso caixas de três bolas, de quatro ou de seis bolas?



1. Se usar caixas de três bolas, de quantas vai precisar para arrumar as doze bolas? Explica como pensaste.

R.: \_\_\_\_\_

2. E se usar caixas de quatro bolas, de quantas vai precisar? Explica como pensaste.

**R.:** \_\_\_\_\_

3. E se usar caixas de seis bolas, vai precisar de mais ou menos latas do que nos casos anteriores? Porquê?

**R.:** \_\_\_\_\_

Bom trabalho 🙌

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

Adaptado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 1 – Problema B “Equipas de futebol”

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

Os 48 alunos do 4º ano da escola do Zé vão participar num torneiro de futebol de cinco.



1. Quantas equipas com cinco crianças cada podem formar? Explica como pensaste.

R.: \_\_\_\_\_

2. E se cada equipa tiver seis crianças quantas equipas podem formar? Explica como pensaste.

R.: \_\_\_\_\_

3. Será uma boa ideia formar equipas com sete crianças cada? Porquê?

R.: \_\_\_\_\_

Bom trabalho 🏆

**Tempo de resolução:** \_\_\_\_\_

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

Retirado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 2 – Problema A “As Borboletas”

Nome: \_\_\_\_\_

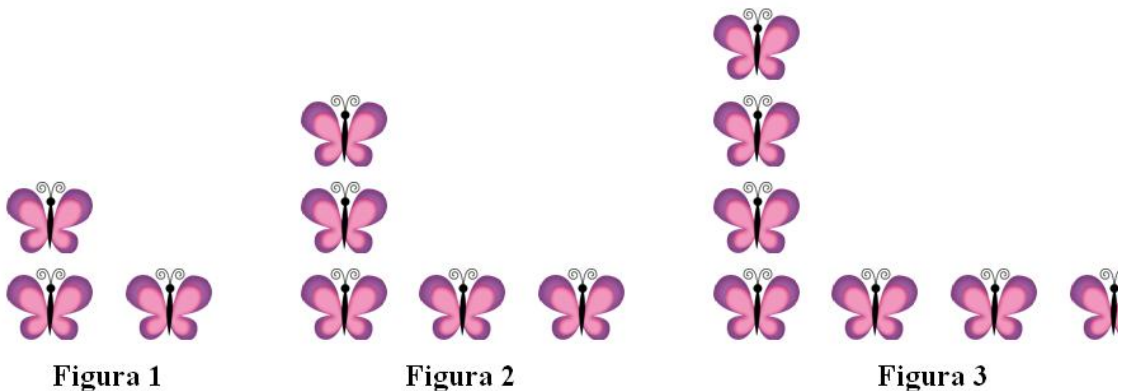
Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

Considera a sequência de Borboletas dispostas em **L**



1. Quantas borboletas tem cada **L** representado?

R.: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Se esta sequência continuar, quantas borboletas terá a Figura 4? Apresenta o teu raciocínio.

**R.:** \_\_\_\_\_

3. Se ao ser criada a figura 2, surgisse mais uma borboleta para além das presentes, quantas teria a figura 8? Apresenta o teu raciocínio.

**R.:** \_\_\_\_\_

Bom trabalho! 🎉

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

Adaptado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 2 – Problema B “Sequências numéricas”

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

**1. Completa cada uma das sequências. Em cada caso, explica como pensaste.**

**a) 3, 6, 9, 12, \_\_, \_\_, 21, \_\_, \_\_**

**b) \_\_, \_\_, \_\_, 35, 45, 55, \_\_, \_\_**

c) 2, 4, 8, 16, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_

d) \_\_, \_\_, 80, 40, 20, \_\_, 5

2. Inventa uma sequência numérica e representa os três primeiros termos da mesma.

\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

2.1 Descreve como se pode obter o oitavo termo da tua sequência.

3. Para criar a sua sequência, a Zé estabeleceu como regra que “o termo seguinte devia ser o anterior mais duas unidades”. Sabendo que o primeiro termo da sequência é dois, continua-a até ao quinto termo.

2, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

3.1 Dá um exemplo de um número compreendido entre 20 e 30 que não pode estar na sequência da Zé. Explica como pensaste.

R.: \_\_\_\_\_

Bom trabalho! 🎉

**Tempo de resolução:** \_\_\_\_\_

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

Retirado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

### Sessão 3 – Problema A “As maçãs da Maria”

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

Estava a Maria a contar as maçãs que acabara de colher no pomar da avó quando verificou que, se as contasse:

de duas em duas, sobrava uma;

de três em três, sobravam duas,

de quatro em quatro, sobravam três;

Quantas maçãs terá colhido a Maria?

Explicita o teu raciocínio.



R.: \_\_\_\_\_

Bom trabalho! 🗨️

Pontuação: \_\_\_\_\_

Adaptado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

### Sessão 3 – Problema B “Os doces da Rita”

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

A Rita tem 60 flocos de neve e 48 sugos para fazer saquinhos para oferecer aos amigos.

A Rita quer que os saquinhos sejam todos iguais.

1. Como pode ela fazer os saquinhos?



R.: \_\_\_\_\_

2. Qual é o número máximo de saquinhos que ela pode fazer?

**R.:** \_\_\_\_\_

Bom trabalho! 🏆

**Tempo de resolução:** \_\_\_\_\_

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

Adaptado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 4 – Problema A “O envio da encomenda”

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

—

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

A Rita foi aos CTT perguntar quanto deveria pagar para enviar uma encomenda para os avós que estão em Nova Iorque.

Ficou a saber que deveria utilizar selos no valor de 10 euros para enviar aquela encomenda.

A Rita tinha vários selos de correio em casa e, por isso, resolveu utilizá-los para perfazer a quantia exata para mandar a encomenda aos avós.

A Rita tinha vários selos de cada um dos seguintes valores:

45 cêntimos

57 cêntimos

A Rita está a ficar desesperada!

1. Ajuda-a a seleccionar os selos adequados.

R.: \_\_\_\_\_

2. Regista as tuas conclusões.

R.: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Bom trabalho !

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

Retirado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 4 – Problema B “*Livros da Biblioteca*”

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

A figura ao lado representa uma estante da biblioteca da escola da Inês onde estão guardados 100 livros de várias disciplinas, nestas quantidades:

- Três décimas desses 100 livros são de Matemática;
- $25/100$  (0,25) são de Estudo do Meio;
- 0,20 são de Português;
- 0,10 são de Inglês, e os restantes são de música.



Quantos livros há de cada área na estante?

R.: \_\_\_\_\_

Tempo de resolução: \_\_\_\_\_

Bom trabalho 🙌

Pontuação: \_\_\_\_\_

Adaptado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 5 – Problema A “Os berlines do Francisco”

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**



O Francisco esteve a jogar ao berlinde com um amigo. Na primeira jogada, perdeu metade dos berlines que tinha. Na segunda, conseguiu ganhar 2. Na terceira e última jogada, ganhou o dobro dos que tinha, tendo ficado com 10 berlines.

Quantos berlines tinha o Francisco no início do jogo? Explica como pensaste.

R.: \_\_\_\_\_

Bom trabalho! 📌

Pontuação: \_\_\_\_\_

Adaptado de: Cabrita, I., et al. (2010). *Experiências de Aprendizagem Matemática Significantes*. Aveiro: Comissão Editorial da Universidade de Aveiro.

## Sessão 5 – Problema B “Quantas rosas tinha o ramo?”

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

A Paula recebeu um ramo de rosas.

- A mãe tirou  $\frac{1}{6}$  das rosas do ramo;
- A irmã retirou  $\frac{1}{5}$  das restantes;
- O pai levou 0,25 das restantes;
- O irmão mais novo levou  $\frac{1}{3}$  das restantes;
- O irmão mais velho levou 0,5 das restantes, ficando o ramo apenas com 4 rosas.



Quantas rosas tinha o ramo da Paula?

**R.:** \_\_\_\_\_

**Tempo de resolução:** \_\_\_\_\_

Bom trabalho !

**Pontuação:** \_\_\_\_\_

## Ficha de Avaliação

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

**Lê com atenção todas as questões.**

**Em todas as questões, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

**Usa os espaços disponibilizados para registares as tuas respostas.**

**1** - O Luís pintou três mesas na segunda-feira e quatro na terça. Na quarta à noite precisa de entregar uma dúzia. Quantas mesas precisa de pintar na quarta-feira?

(Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008)

**R:** \_\_\_\_\_

**2** – Quando a Ana resolveu aprender canto, já sabia quatro canções. Ao fim da primeira semana de aulas de canto, já sabia cinco canções. No final da segunda, sabia sete e no final da terceira semana sabia dez. Se continuar a aprender a este ritmo, quantas canções saberá ao fim de dez semanas?

(Palhares, 2004)

**R:** \_\_\_\_\_

**3** – Sabemos que uma cobra não tem mais que 20 ovos.

Se ela os dividir em grupos de quatro, sobram 3.

Se elas os dividir em grupos de cinco, sobram 4.

Quantos ovos tem a cobra?

(Department for Education and Employment, 2000)

**R:** \_\_\_\_\_

–

**4** – A Catarina vai por a secar guardanapos. Porque é uma rapariga organizada, pendura, todos os guardanapos, usando o mesmo processo. Ajuda a Catarina a descobrir quantas molas são necessárias para pendurar 30 guardanapos.

(Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008)

**R:** \_\_\_\_\_

5 – Um autocarro partiu da estação com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco e na terceira entrou um, tendo chegado ao destino doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

(Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008)

R: \_\_\_\_\_

Bom trabalho !

Pontuação: \_\_\_\_\_

## **Apêndice H – Transcrição da Entrevista à Professora Titular de Turma**

**AEI:** Boa tarde Professora Luísa Vinhais.

**AEI:** Pretendo com esta entrevista realizar o diagnóstico para a minha investigação. Podemos começar?

**PTT:** Sim.

---

**AEI:** Quais são as estratégias que utiliza na resolução de problemas?

**PTT:** Há muitas estratégias para resolver os problemas. Eu peço sempre aos alunos para lerem e compreenderem a história que é contada, devem estar sempre com muita atenção ao enunciado que é apresentado. Devem identificar claramente, depois de lerem o enunciado, qual a pergunta ou a questão colocada porque às vezes há dados a mais que eles não necessitam. Eles têm que perceber que o que têm de responder à pergunta é sobre aquela parte da história que necessitam e não às vezes de tudo. Depois devem selecionar os dados necessários para a resolução do problema, que os dados podem estar no próprio enunciado, que podem estar ao lado no esquema ou num desenho ou podem ter mesmo de os procurar. Têm que também ter em atenção que só devem selecionar os dados necessários para a resolução do problema. Muitas vezes aparecem dados a mais no enunciado do problema e eles não têm que utilizar todos. Depois devem seguir um caminho para resolver o problema que pode ser através de uma simples operação, como de um desenho, como de um esquema, o que interessa é o objetivo final, ou seja, chegar à resposta. Depois, têm que executar esse plano, esse caminho recorrendo a esquemas, tabelas, desenhos, tudo o que for necessário. Não há problema nenhum, eles em matemática podem chegar à mesma solução através de vários caminhos. Depois devem confirmar se o resultado (a) que chegaram, se é realmente a resposta à pergunta que foi colocada, porque às vezes o que aparece como solução não tem sentido nenhum para a pergunta que foi colocada, eles têm que ter noção disso. Depois, no final, devem escrever num local adequado a resposta completa e verificar realmente se está tudo.

---

**AEI:** A segunda questão, relativamente à resolução de problemas, sinalize-me por favor os dois alunos com melhor desempenho e os dois alunos com o pior desempenho e o porquê.

**PTT:** Os dois alunos com o melhor desempenho são o aluno F e o aluno E porque são alunos muito esforçados, muito atentos e que trabalham todos os dias na instituição e em casa, sempre no mesmo ritmo. Os piores, as que têm um desempenho não tão bom são o aluno A e o aluno D. O aluno A já verifiquei que tem algumas dificuldades em termos de raciocínio e em termos de cálculo mental, tem que trabalhar muito para colmatar estes aspetos. O aluno D é um aluno que só entrou há um mês portanto ainda está com algumas dificuldades em acompanhar o ritmo de aprendizagem.

---

**AEI:** A estratégia que vou implementar é a representação ativa na resolução de problemas. Qual a sua opinião sobre este tema?

**PTT:** Acho que é um ótimo tema. Hoje em dias os alunos têm dificuldades nos problemas e muitas vezes esses problemas são derivados da falta de interpretação no enunciado. Se for feita uma representação ativa pode ser que as ajude nas outras representações futuras.

---

**AEI:** Muito obrigado não tenho mais perguntas, obrigado pelo seu tempo.

**PTT:** Obrigado eu.