INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

APRENDER E A JOGAR, QUE ESTRATÉGIAS VOU USAR?

Os números racionais não negativos numa turma de 2.º ano de escolaridade

DALILA TAIBO ABÚ

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre de Qualificação para a Docência em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico

Julho de 2017

Versão Definitiva

ISEC LISBOA INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre de Qualificação para a Docência em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico

APRENDER E A JOGAR, QUE ESTRATÉGIAS VOU USAR?

Os números racionais não negativos numa turma de 2.º ano de escolaridade

Autora: Dalila Taibo Abú

Orientador: Professor Doutor Ricardo Machado

julho de 2017

RESUMO

O presente relatório insere-se no âmbito da prática pedagógica supervisionada do Mestrado de Qualificação para a Docência em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico e pretende refletir sobre a prática desenvolvida ao longo de dois semestres, assim como analisar a evolução dos alunos perante a temática abordada.

A matemática é uma área curricular que tem um papel muito importante no dia-a-dia dos alunos. No 1.º ciclo do ensino básico os alunos aprendem a desenvolver a capacidade de pensar sobre os números, a desenvolver estratégias e a resolver problemas em sala de aula. Assim sendo, numa turma de 2.º ano de escolaridade, o conceito do número racional não negativo, numa perspetiva de resolução de problemas, assumiu-se como objetivo principal, o foco deste trabalho.

O recurso à utilização de materiais manipuláveis estruturados assume-se como facilitador na apropriação dos conhecimentos matemáticos e no desenvolvimento de capacidades e competências, tais como a capacidade de abstração, de pensamento crítico, do raciocínio matemático e de estratégias de resolução de problemas, promovendo a comunicação ativa e a vontade de aprender matemática.

Nesta investigação desenvolvemos um *design* de investigação-ação, do paradigma interpretativo. Os participantes deste estudo foram uma turma do 2.º ano de escolaridade e a professora/investigadora. Os instrumentos de recolha de dados foram: a observação, as conversas informais, o diário de bordo, os protocolos de alunos e a recolha documental.

Os resultados ilustram como foram realizadas as aulas de matemática, abordando os números racionais não negativos, utilizando como recurso didático, os materiais manipuláveis, neste caso as barras de *Cuisenaire*, comprovando a existência de uma mudança quanto às aprendizagens, por parte dos alunos.

Palavras-chave: 1.º ciclo do ensino básico, Matemática, Números racionais não negativos, resolução de problemas, materiais manipuláveis.

ABSTRACT

This report is part of the pre-service training practice of the Master in Preschool and Primary Education. It intends to reflect on the practice developed over two semesters, as well as to analyze the evolution of the students.

Mathematics plays a very important role in the students' daily live. In the primary education students learn to develop the ability to think about numbers, develop strategies and solve problems in the classroom. Thus, the focus of this work is related with the concept of the non-negative rational number in a perspective of problem solving develops in a 2nd grade class.

The use of structured manipulative materials assumes a facilitator in the appropriation of mathematical knowledge and in the development of abilities and competencies, such as abstraction, critical thinking, mathematical reasoning and problem solving strategies, promoting active communication and the will to learn mathematics.

In this research we develop an action-research design of the interpretative paradigm. The participants of this study were 2nd graders (7/8 years old) and the teacher/researcher. Data were collected through observation, informal conversations, researcher's diary, student protocols and documents. The results illustrate how mathematical classes were carried out, approaching the non-negative rational numbers, using as a didactic resource, the manipulative materials, in this case the Cuisenaire bars, proving the existence of a change in the students' learning.

Keywords: Primary education, Mathematics, Non-negative rational numbers, problem solving, manipulative materials.

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos do meu Relatório Final de Ensino da Prática Pedagógica Supervisionada destinam-se a reconhecer as pessoas e entidades que me apoiaram durante todo o meu percurso académico, por mim realizado e neste último ano escolar de Mestrado de Qualificação para a Docência em Educação Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico.

À minha querida mãe que sempre me apoiou desde o início, no meu percurso e que sempre acreditou em mim. Pela presença, força e motivação em todos os momentos da minha vida. Ao meu pai, que já infelizmente não está entre nós, mas que deixou vivo o sonho de um dia ver a sua filha formada.

À minha família, marido e filho, que por todos estes anos de compreensão, companheirismo, paciência, tolerância, cooperação, ajuda e dedicação.

Ao professor Ricardo Machado, por toda a persistência e dedicação. Nada seria possível, sem a sua clara e dedicada colaboração e intervenção, para que este trabalho estivesse sempre bem.

À Instituição de ensino, que me acolheu e apoiou durante dois semestres letivos e que me permitiu o contato com toda a equipa docente e não docente, famílias e crianças.

À querida professora Ana Santos, professora cooperante, que me acolheu calorosamente e atenciosamente, dentro da sua sala, com os seus alunos e que contribuiu significativamente para a minha aprendizagem, ajudando-me a tornar uma profissional de excelência. Foi sempre um modelo profissional, exemplar e de excelente conduta, que honra a beleza e a qualidade “ser professor”.

À querida Maria José Carvalho, a minha “Zezinha”, que desde o início do meu estágio, contribuí para a minha rápida integração e colaboração na turma e que promoveu junto dos alunos, o respeito mútuo, a alegria no trabalho em equipa e na amizade entre todos. Em especial às crianças da instituição, por todo o amor,

dedicação e carinho, que me acompanharam neste ano letivo e que foram para mim fonte de inspiração, para continuar a acreditar que ensinar é mesmo a minha vocação.

Ao Instituto Superior de Educação e Ciências, por me ter recebido neste último ano de Mestrado e possibilitado as aprendizagens que realizei.

A todos, muito obrigada!

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

O presente relatório insere-se no âmbito da prática pedagógica supervisionada do Mestrado de Qualificação para Docência em Educação Pré-escolar e 1.º ciclo do Ensino Básico, desenvolvida numa instituição de ensino situada em Benfica. Foi realizada no 1.º ciclo do ensino básico, numa turma do 2.º ano de escolaridade.

No contexto de prática supervisionada a temática que emergiu para dar lugar à problemática e à intervenção, relaciona-se com o desenvolvimento do sentido do número racional não negativo, contextualizado na resolução de problemas. Assim, de forma a promover aprendizagens na área curricular da matemática, assumiu-se que a utilização dos materiais manipuláveis, facilitaria a promoção de aprendizagens significativas e o desenvolvimento de capacidades e competências fundamentais no desenvolvimento do pensamento dos alunos.

Na turma onde foi realizada a investigação, constatou-se que, a introdução do conceito do número racional negativo, foi uma temática de difícil compreensão, por parte dos alunos. Com base nessas dificuldades, compreendeu-se que havia necessidade de trabalhar esse conteúdo de forma diferente, atribuindo sentido às aprendizagens. Desta forma, e em conjunto com a professora cooperante, organizou-se na área da matemática a planificação de atividades, recorrendo à utilização de materiais manipuláveis estruturados, de forma a promover o ensino e a aprendizagem dos alunos.

Assim, esta investigação surge para promover a consolidação da aprendizagem dos números racionais não negativos, com recurso ao material *Cuisenaire,* contextualizada na resolução de problemas.

Tendo em conta o exposto anteriormente, emergiram as seguintes questões de investigações:

1) De que forma o *Cuisenaire* contribui para a aprendizagem dos números racionais não negativos nesta turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico?
2) Quais os contributos desse material para o desenvolvimento de capacidades e competências matemáticas, nomeadamente o raciocínio e comunicação

matemática, nesta turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico?

No que diz respeito à estrutura deste relatório, este encontra-se dividido numa Introdução, três capítulos, Considerações finais, Referências bibliográficas e Anexos. Na Introdução é apresentado o tema escolhido, o problema que deu origem à presente investigação, as questões de investigação e a estrutura do relatório. No Capítulo 1, Quadro de Referência Teórico, são referidos os conceitos teóricos que suportam a investigação. No Capítulo 2, Problematização e Metodologia, é apresentado o problema e as questões de investigação, o paradigma, o *design* de investigação, os participantes, os instrumentos de recolha de dados e os procedimentos adotados. No Capítulo 3, Resultados, são apresentados e discutidos os resultados do estudo, tendo em conta o quadro de referência teórico construído. Nas Considerações Finais é apresentada uma reflexão final sobre os resultados apresentados anteriormente, procurando dar respostas as questões de investigação formuladas na problemática. Por último, indicamos as Referências bibliográficas e incluímos nos Anexos os documentos que nos parecem essenciais para a compreensão deste trabalho.

CAPÍTULO 1

QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO

1.1. DESENVOLVIMENTO DO SENTIDO DO NÚMERO

O número é um elemento fundamental na aprendizagem da matemática. Desde sempre, que este desempenha um papel muito importante na sociedade, sendo utilizado em variadas situações do dia-a-dia. A criança quando chega à escola, já apropriou conhecimentos informais sobre os números e as quantidades.

De acordo com Caldeira (2009), "A acção de contar é fundamental para a criança, para assim realizar a construção do número" (p. 62). Desta forma, é necessário e fundamental, que o professor, desenvolva essa competência de forma que as crianças consigam assimilar o princípio da cardinalidade, fundamentada na sequência numérica, pondo em prática a correspondência biunívoca (um a um) à qual se consegue chegar a noção de cardinalidade, através da ordinalidade.

O sentido do número é uma expressão muito utilizada que, segundo Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006), compreende um sentido intuitivo para os números e para inúmeras interpretações. A matemática é uma unidade, que implica o conhecimento e a construção do conceito do número. Desta forma, o professor precisa desenvolver capacidades e competências matemáticas nos alunos de aprender a fazer e a criar condições para que os mesmos sejam mais autónomos. O professor deve promover aprendizagens significativas, com base em situações do quotidiano que possibilitem a construção do conceito de forma natural. Kamii e De Vries (1991) referem que "devemos encorajar as crianças a pensarem sobre os números e quantidades de objectos, quando estes forem significativos" (p. 31). Desenvolver o sentido do número é compreender os seus significados, ter a capacidade de desenvolver as relações entres os números e, sobretudo, de reconhecer a sua grandeza relativamente como se relacionam quando "adicionados, subtraídos, multiplicados ou divididos" (Serrazina, 1996, citado por Caldeira, 1990, p. 66).

De acordo com o ME (2007), como é referido no domínio dos Números e Operações é necessário "promover a compreensão dos números e operações, desenvolver o sentido de número e desenvolver a fluência no cálculo" (p. 7). Ainda neste documento, pode-se observar a explicação do que se entende por sentido do número:

> O sentido de número é aqui entendido como a capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5, 10, 100 ou $\frac{1}{2}$ usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números. (ME, 2007, p. 13)

Com base no atual currículo de Matemática (Bivar, Grosso, Oliveira, & Timóteo, 2013), como é referido no domínio dos Números e Operações,

> São apresentadas as quatro operações sobre os números naturais, cuja extensão aos números racionais não negativos se inicia a partir do 3.º ano. É fundamental que os alunos adquiram durante estes anos fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações. (p. 6)

No que concerne ao desenvolvimento do sentido do número racional, as aprendizagens dos alunos são muito mais complexas. Estas apresentam grandes dificuldades, uma vez que os alunos têm que aprender a adotar regras, que vão sendo apresentados na resolução das operações. A compreensão e as ideias que os alunos apropriam nos números inteiros, não são as mesmas que são realizadas em operações com o número racional. Desta forma, a sua interpretação, reflete-se no seu desenvolvimento, uma vez que os alunos estão muito habituados a operar com os números inteiros e quando são confrontados com o número racional "rejeitam as fracções como números, uma vez que não se interligam nos esquemas de contagem a que estavam habituados" (Lamon, 2006, citado por Ventura, 2013, p. 53).

Operar com o número racional, implica ter conhecimento não só do desenvolvimento do sentido do número, bem como no conhecimento das suas representações. Assim sendo, o papel preponderante do professor, incide nesta aquisição para que de uma forma mais fácil, se faça a compreensão e o desenvolvimento deste conceito, trabalhando a capacidade de aprendizagem.

De acordo com o currículo de Matemática (Bivar et al., 2013), é referido que,

> Os professores são pois fortemente encorajados a trabalhar com os seus alunos essa capacidade, propondo as atividades que considerarem convenientes e apropriadas a esse efeito. Na escolha dos problemas deve atender-se ao número de passos necessários às resoluções, aumentando-se a respetiva complexidade ao longo do ciclo. (p. 6)

É importante que o número racional seja introduzido ao nível do 1.º ciclo do ensino básico, de forma gradual, partindo de propostas simples tais como situações de divisão equitativa e que se aumente progressivamente até chegar ao conceito, envolvendo as representações do número racional.

Assim sendo, estas finalidades em torno do desenvolvimento do sentido e das aprendizagens dos números,

> só podem ser atingidas se os alunos forem apreendendo adequadamente os métodos próprios da Matemática. Em particular, devem ser levados, passo a passo, a compreender que uma visão vaga e meramente intuitiva dos conceitos matemáticos tem um interesse muito limitado e é pouco relevante, quer para o aprofundamento do estudo da Matemática em si, quer para as aplicações que dela se possam fazer. (Bivar et al., 2013, p. 2)

A descoberta e o interesse pela matemática, constitui uma abordagem que pode ser alcançada pelos alunos através do progresso da compreensão e da resolução de problemas matemáticos. Para isso, a utilização de materiais manipulativos, tais como os Círculos de fracções, barras de *Cuisenaire*, permitem trabalhar o desenvolvimento do número, bem como a consolidação da aprendizagem dos números racionais, de uma forma mais simplificada, relacionada com as situações propostas em sala de aula.

1.2. NÚMEROS RACIONAIS

O conceito do número racional apresenta-se no quotidiano dos alunos numa forma de representação muito informal e em linguagem verbal. Desde cedo, que estes ouvem expressões como "a metade", "um quarto","a terça parte", mas desconhecem como tais números podem ser representados. No entanto, os números racionais têm várias representações. Podem ser apresentados na forma de fração, numeral decimal, percentagem, linguagem natural e pictórica. Tais representações constituem-se nas formas que os alunos devem compreender, para desenvolver a capacidade de raciocínio nas operações.

Segundo Godino, Cid e Batanero (2004) citado por Canelas (2016), os números racionais constituem-se como "primeiro conjunto de experiências numéricas que os alunos aprendem que não estão associados aos processos de contagem" (p. 11).

A representação de um número significa dar interpretação ao mesmo. Desta forma, o professor deve promover que essas experiências sejam realizadas de forma simples e com exemplos do dia-a-dia. De acordo com NCTM (2007),

> Os alunos necessitam de desenvolver e utilizar uma variedade de representações de ideias matemáticas para modelar situações problemáticas, para investigar relações matemáticas, e justificar ou refutar conjecturas. […] Estas representações funcionam como ferramentas para raciocinar e resolver problemas ajudando, igualmente, os alunos a comunicarem o seu raciocínio a terceiros. (p. 240)

O conceito de número racional, segundo Charalambous e Pitta-Pantazi (2007), citado por Quaresma e Ponte (2012), é apresentado através de cinco significados:

> (i) Parte-todo – caso em que existe uma comparação entre a parte de um todo contínuo ou discreto, ou seja, o número racional representa a relação entre o numerador que indica o número de partes que se tomam do todo e o denominador que é o número de partes em que o todo está dividido, a compreensão deste significado é fundamental para a compreensão dos restantes significados; (ii) razão – designa uma comparação entre duas quantidades da mesma natureza ou de natureza distinta; (iii) operador – transforma o cardinal de um conjunto discreto, pode ser partitivo (no caso da fracção) ou multiplicativo partitivo (no caso da fracção , com); (iv) quociente – um número racional visto como resultado de uma divisão entre dois números naturais, onde o numerador e o denominador representam o todo; e (v) medida – situação que se traduz na comparação entre duas grandezas, em que uma delas é considerada a unidade. (p. 40)

Desta forma, a abordagem dos números racionais deve evidenciar um forte impacto na ação do professor, porque ao promover as aprendizagens neste domínio, pretende-se que este favoreça aos alunos materiais concretos de forma a estes poderem descontextualizar raciocínios tão abstratos.

Em suma, o conceito e a representação do número racional, é um processo bastante complexo e que mencionado por diversos autores, engloba diferentes significados. De forma a atribuir esse significado, é necessário que os alunos consigam compreender que o número racional tem várias representações, podendo estabelecer ligações entre eles. Quanto a essas múltiplas representações, os alunos devem ser capazes de compreender as unidades de referência, a densidade dos números e o seu valor. Devem ser capazes de aplicar o conhecimento dessas representações com os números racionais, através de estratégias e métodos, consoante as situações na resolução das operações.

1.3. SENTIDO DO NÚMERO RACIONAL EM CONTEXTO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas como estratégia didática para a aprendizagem da matemática, intensificou-se nos últimos anos tendo como referência o documento Agenda para a Acção década de 1980 do National Council of Teachers of Mathematics NCTM (1983), dos Estados Unidos, promovendo e dando enfase essa estratégia como fundamental na aprendizagem da matemática. A NCTM (1989) refere que “não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas” (p. 29).

Palhares (2004) salienta que um problema é “uma situação para a qual não se dispõe à partida de um procedimento que nos permita determinar a solução e que a resolução de problemas é o conjunto de acções tomadas para resolver essa situação” (p. 12), pelo que a resolução de problemas possibilita ao aluno pensar e descobrir caminhos para chegar à solução, através de uma ou várias estratégias de resolução.

Vale (2000) afirma que a resolução de problemas, no contexto social será “um processo, através do qual o individuo ou um grupo de indivíduos identifica e descobre meios eficazes para resolver conflitos com os quais se confrontam na vida de todos os dias” (p. 52). Este processo cognitivo de aprendizagem, de acordo com Vale (2000) e Palhares (2004), permite aos alunos adquirir conhecimentos, bem como resolver problemas ou situações idênticas, desenvolvendo capacidades e competências.

A resolução de problemas desenvolve nos alunos as capacidades como a observação, a comunicação, as estratégias de cálculo, a argumentação e a validação de processos, bem como na estimulação de formas de raciocinar e de pensar como a indução, intuição e dedução. Desta forma, um problema por mais simples que seja, poderá despertar o interesse para a aprendizagem da matemática, bem como pelo gosto e pela descoberta da resolução, estimulando a sua capacidade, raciocínio e conhecimento matemático. Diante de um problema para resolver, um aluno é levado a procurar a sua solução, bem como refletir e pensar sobre como fazer, o porquê de fazer e que estratégia poderá utilizar para chegar à resolução. Assim, sendo a resolução de problemas uma tarefa difícil e mais complexa na aprendizagem da matemática. É esta tarefa que vai permitir que o mesmo consiga desenvolver capacidades e competências essenciais numa sociedade em constante mudança, tais como, raciocínio matemático, comunicação, sentído crítico, entre outras.

De acordo com o currículo da Matemática (Bivar et al., 2013), refere que,

> A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. Assim, a resolução de problemas não deve confundir-se com atividades vagas de exploração e de descoberta que, podendo constituir estratégias de motivação, não se revelam adequadas à concretização efetiva de uma finalidade tão exigente. Em particular, no 1.º ciclo, solicita-se explicitamente que o número de passos necessários à resolução dos problemas vá aumentando de ano para ano. (p. 5)

Desta forma, ao relacionarmos a resolução de problemas com a consolidação dos números racionais, estamos de uma forma geral a promover e a despertar para a curiosidade, pelo sentido crítico e para o cálculo mental. De acordo com Putman et.al. (1990), citado por Ventura (2013), “Compreender matemática significa que os alunos são capazes de utilizar as representações matemáticas para expressar suas ideias e problemas e também que são capazes de estabelecer conexões entre representações“ (p. 54).

Huinker (2002) refere que a aprendizagem dos números racionais, relacionada com a resolução de problemas, deve ser contextualizada de forma a dar ênfase no desenvolvimento do sentido do número e das operações de forma aos alunos “desenvolverem a capacidade para produzirem estratégias flexíveis para o cálculo e para a resolução de problemas” (Huinker, 2002, p. 78).

É necessário que esta abordagem seja gradual e de forma que os alunos compreendam os números racionais, em contextualização de resolução de problemas. Saber resolver situações de partilha equitativa, saber operar as frações em problemas é uma forma de reconhecimento de que a aprendizagem está a ser evolutiva e compreendida.

Os problemas sempre foram parte integrante das aulas de matemática, mas a forma e o modo como eram tratados é que era diferente. Nesta linha de pensamento, o NCTM (1991) afirma que “A resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas” (p. 29).

É muito importante que os alunos e professores partilhem os seus raciocínios de forma a ser possível o trabalho em grupo, isto é, aprendam a comunicar. O NCTM (2007) refere-se à comunicação como “uma parte essencial da matemática e da educação matemática. É uma forma de partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática” (p. 66). Refere, também, que a comunicação é um ”processo de aprendizagem da escrita matemática, é semelhante ao de aprender qualquer outro tipo de escrita” (p. 68).

Na mesma linha de pensamento, Cândido (2001) e Ponte e Serrazina (2000) consideram que a comunicação na sala de aula é essencial para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Cândido (2001) afirma ainda que “promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos uma possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos” (p. 16). Os alunos desenvolvem o espírito de equipa, constroem o seu próprio conhecimento. Aprendem novas formas de pensar e de resolver problemas, utilizando estratégias de cálculo e de aprendizagem. E para isso, é importante que o professor estabeleça com os seus alunos, várias situações e ao mesmo tempo possam descobrir por si mesmos, tais resoluções. Segundo o NCTM (2007), "os adultos poderão estimular o desenvolvimento matemático das crianças, proporcionando-lhes um ambiente rico em linguagem, onde o pensamento é encorajado, onde a originalidade é valorizada e as explorações apoiadas" (p. 84).

Desta forma, saber comunicar, saber ouvir e falar é muito importante entre alunos e professores. Ajuda-os a clarificar as suas ideias, fomentando o conhecimento. Ponte e Serrazina (2000) afirmam que "a língua materna é suporte de todo o pensamento, incluindo o matemático" e desta forma "a comunicação é um importante processo matemático, transversal a todos os outros" (p. 41). Cândido (2001) refere que, "os estudantes devem aprender a comunicar matematicamente e […] os professores devem estimular o espírito de questionamento e levar os alunos a pensarem e comunicarem ideias" (p. 15).

Cabe ao professor, o importante papel de mediador e promotor de situações em que os alunos participem ativamente em sala de aula. O professor deve saber ouvir com atenção os seus alunos e promover o diálogo entre pares, para que estes aprendam a exprimir e a justificar com sentido as suas ideias.

Mas toda a comunicação em sala de aula, não seria possível sem o professor. É este quem conduz a prática pedagógica e promove em sala de aula o ensino e a aprendizagem dos alunos. O professor é aquele que tem a capacidade de refletir e de pensar sobre a sua ação de forma a promover aos seus alunos, vivências de novas experiências, mais significativas e de aprendizagens inovadoras. Segundo Fernandes e Vale (1994), o professor tem um papel "primordial na mudança e na inovação do processo educativo. Deve, no exercício da sua profissão, sentir a importância de ser educador e a responsabilidade do sucesso do aluno na aprendizagem da disciplina." (p. 34).

Ser professor é também ter a capacidade de conseguir compreender cada aluno, como um ser individual e descobrir em cada um a sua essência, desafiando-o para o gosto de aprender. Ser professor é ajudar os alunos, na construção do próprio conhecimento, de forma autónoma, resolvendo problemas e situações do seu dia a dia, no caminho da sua vida. Segundo os Princípios e as Normas para a Matemática Escolar (2007, 2008), o professor deve promover um ambiente de aprendizagem em que o desenvolvimento e a compreensão da matemática sejam possíveis, encorajando os alunos a resolver problemas e situações que vão sendo confrontados. Sustentado pelo ME (2001), "o professor deve contribuir para a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes no modo como lidam com diferentes situações e que, consequentemente, tenham qualidade de vida pessoal e social" (p. 11).

Ser professor é ter a capacidade e flexibilidade de forma a conseguir adaptar-se a diferentes situações e a diferentes contextos. Sendo este um agente fundamental no processo de ensino e de aprendizagem, cabe ao mesmo promover a boa comunicação entre todos, fomentando assim a qualidade do ensino na escola.

CAPÍTULO 2

PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA

2.1. PROBLEMATIZAÇÃO

A temática que emergiu para dar lugar à problemática e à intervenção relaciona-se com o desenvolvimento do sentido do número racional não negativo, numa turma do 2.º ano de escolaridade. Como é sustentado no currículo de Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico (Bivar et al., 2013), " Neste ciclo, os temas em estudo são introduzidos de forma progressiva, começando-se por um tratamento experimental e concreto, caminhando-se faseadamente para uma conceção mais abstracta" (p. 6), pelo que este processo se torna importante quando se trata o tema dos números racionais não negativos.

Tendo em conta que a aprendizagem da matemática é essencial, em especial no 1.º ciclo do ensino básico e com base nas dificuldades sentidas pela turma na aprendizagem deste tema, observou-se que havia necessidade de mais apoio nesta temática, para que os alunos pudessem desenvolver melhor as aprendizagens. Desta forma, decidiu-se também utilizar o material *Cuisenaire*, como ferramenta para a consolidação da aprendizagem da matemática e do conceito das frações.

Bivar e seus colaboradores (2013) referem ainda que, "As frações são introduzidas geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e desde logo utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixadas unidades." (p. 6),

Segundo Caldeira (2009), refere que "O princípio básico referente ao uso de materiais, consiste em manipular objectos e "extrair "princípios matemáticos" (p.15)

O *Cuisenaire* é um material manipulável estruturado, que confere uma apresentação muito apelativa, não só pela qualidade do material, bem como pelas cores e ao mesmo tempo sensorial, de forma os alunos poderem tocar, sentir e manipular.

De acordo com Vale (1999),

> No ensino da Matemática é necessária acção (real e virtual), reflexão, e a capacidade de ser capaz de comunicar ambas. Os manipuláveis são boas fontes para isso. A Matemática começa muitas das vezes com acções sobre os objectos mas não pode ficar por aí. Os alunos devem passar da exploração directa sobre o objecto para a exploração virtual das suas possibilidades. (p. 5)

Assim, esta investigação surge, para promover o desenvolvimento do sentido do número racional não negativo, na aprendizagem da matemática, com recurso à utilização de materiais manipuláveis, relacionando-os com as aprendizagens matemáticas propostas no currículo. Vale (1999) refere ainda que,

> Existem tópicos, nos programas escolares de matemática, onde os manipuláveis se revestem de extrema importância. É o caso por exemplo no estudo das fracções. Aprender fracções é uma das tarefas mais difíceis para os alunos do ensino básico. Esta dificuldade manifestada pelos alunos deste nível não deve ser surpresa atendendo a complexidade dos conceitos envolvidos. Uma maneira de ultrapassar esta dificuldade é usar manipuláveis variados como por exemplo: círculos, barras Cuisenaire, dobragens de papel, blocos padrão, etc. que irão permitir modelar uma fracção e operações com fracções (Behr, M., Harel, G., Post, T. e Lesh, R., 1992; Bezuk e Cramer, 1989). (pp. 9-10)

Assim sendo, em conjunto com a professora cooperante, organizou-se na área da matemática a planificação de atividades, recorrendo a este material de forma a promover o ensino e a aprendizagem dos alunos, nesta área curricular.

A problematização da prática pedagógica visa compreender, de que forma a utilização dos materiais manipuláveis, se constituem como ferramenta didática, para o desenvolvimento do sentido do número racional não negativo em alunos do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico.

Assim, tendo em conta o exposto anteriormente, emergiram as seguintes questões de investigações:

3) De que forma o *Cuisenaire* contribui para a aprendizagem dos números racionais não negativos nesta turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico?
4) Quais os contributos desse material para o desenvolvimento de capacidades e competências matemáticas, nomeadamente o raciocínio e comunicação

matemática, nesta turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico?

2.2. PARADIGMA INTERPRETATIVO

Nesta investigação posicionamo-nos num paradigma interpretativo, de forma a poder observar os participantes nas suas formas de atuação, tendo em conta as atividades apresentadas.

De acordo com Aires (2011), embora a investigação qualitativa tenha para diferentes autores, diferentes significados "é possível definir, ainda que de modo genérico, o seu campo de acção" (p. 14).

Como sustentam Denzin e Lincoln, (1994), "a investigação qualitativa é uma perspectiva multimetódica que envolve uma abordagem interpretativa e naturalista do sujeito de análise" (p. 2). Assim sendo, a escolha deste paradigma interpretativo, permite alcançar a interpretação dos sujeitos na qualidade de participantes e compreender de que forma a utilização do material *Cuisenaire*, se constitui como ferramenta na consolidação da aprendizagem do número racional não negativo, em alunos de 1.º ciclo do ensino básico.

2.3. INVESTIGAÇÃO-AÇÃO

A investigação é, de acordo com Tuckman (2005), uma "tentativa sistemática de atribuição de respostas às questões" (p. 3). Desta forma, a presente investigação posiciona-se num *design* de investigação-ação, que tem como base a planificação, a observação e no final a reflexão sobre o exercício da prática pedagógica no terreno educativo, podendo o investigador encontrar respostas ao longo da sua intervenção. A investigação-ação estabelece uma relação de simbiose com a educação, porque é a investigação que mais se aproxima do meio educativo, mais propriamente conhecida, como a investigação dos educadores e professores no contexto educativo.

De acordo com Latorre (2003) citado por Coutinho e seus colaboradores (2009) referem que valoriza sobretudo a prática, tornando-a, talvez, o seu elemento chave, pelo que importa, então, antes de entrar propriamente na apresentação descritiva desta metodologia, salientar que no pensamento sobre a prática educativa está sempre implícito o conceito da reflexão, que é muito importante para a compreensão dessa simbiose.

Suárez Pazos (2002) refere que a investigação acção "é uma forma de estudar, de explorar, uma situação social, no nosso caso educativa, com a finalidade de a melhorar"(p. 3). Assim sendo, esta investigação, coaduna-se com a finalidade de melhorar a compreensão dos números racionais não negativos, com recurso a materiais manipuláveis estruturados, num grupo de alunos do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico.

2.4. PARTICIPANTES

A recolha de dados desta investigação foi realizada durante o ano letivo de 2016/2017, no qual a professora/investigadora realizou a sua prática pedagógica supervisionada, num colégio situado no distrito de Lisboa. Os participantes da presente investigação são: os alunos do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, a professora /investigadora e a professora cooperante.

2.4.1. Caracterização da instituição

A instituição é de ensino particular e situa-se na freguesia de Benfica, no concelho de Lisboa. É uma instituição que tem a valência de creche, pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico, comportando duas salas de berçário, quatro salas de creche, quatro salas de pré-escolar e quatro salas de 1.ºciclo do ensino básico. No 1.ºciclo, estão em funcionamento uma turma por cada ano de escolaridade.

Ao nível de recursos humanos, no que respeita ao pessoal docente na instituição existem 23 funcionários: nove educadores de infância, sendo que uma a exercer as funções na direção e gestão do externato, quatro professores do 1.º ciclo do ensino básico, sendo que um a exercer as funções de coordenador e dez professores coadjuvantes em tempo parcial.

2.4.2. Caracterização da turma

O grupo de alunos que participaram nesta investigação é constituído por dezassete crianças, com sete e oito anos de idade, sendo onze rapazes e seis raparigas.

São alunos muito ativos e que revelam interesse pela exploração do mundo que os rodeia. Em termos comportamentais, grande parte do grupo cumpre as regras estabelecidas, sendo possível trabalhar-se num clima sossegado e aprazível. Apesar disso, o grupo é bastante participativo e solícito, quando se desenvolve o ensino cooperativo.

Relativamente às aprendizagens, o grupo revela-se heterogéneo, identificando-se facilmente um pequeno grupo com um melhor desempenho, um grupo maior de rendimento médio/alto e um terceiro grupo (o menor) com dificuldades de aprendizagem, mas empenhados em ultrapassar as dificuldade e evoluir nas suas capacidades. Estas informações têm como sustento as observações realizadas na presente investigação e informações dadas pela professora cooperante.

Esta turma apresenta um grupo de alunos com uma forte capacidade de assimilação de conhecimentos e que manifesta vontade de aprender e outro grupo com dificuldades acentuadas e que precisam de um acompanhamento constante. Todos manifestam uma grande curiosidade e predisposição para a aquisição de novos conhecimentos, gostando de participar e expor as suas vivências. Nesta investigação os nomes dos participantes serão ficticios por forma a preservar a sua identidade.

2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS

De acordo com o que pretendíamos nesta investigação, optámos por utilizar diversos instrumentos de recolha de dados que nos possibilitasse aceder às informações pretendidas. Assim, foram utilizados os seguintes: observação, diário de bordo, conversas informais, protocolos de alunos e recolha documental.

2.5.1. Observação

De acordo com Alder e Adler (1994), a observação é fundamentalmente naturalista. Esta pratica-se no contexto da ocorrência, entre os atores que participam naturalmente na interação e segue o processo normal da vida quotidiana. A forma como o investigador se envolve na investigação pode originar dois tipos de observação: a observação não participante e a observação participante.

Na primeira, embora o investigador esteja numa posição de destaque na observação do meio a investigar, o investigador não participa ativamente. Na segunda, o investigador faz parte de toda a ação educativa, isto é, como salienta Coutinho e seus colaboradores (2009),

> A observação participante é uma estratégia muito utilizada pelos professores/investigadores, que consiste na técnica da observação directa e que se aplica nos casos em que o investigador está implicado na participação e pretende compreender determinado fenómeno em profundidade. (p. 27)

Desta forma, na presente investigação a observação é um procedimento muito importante, na recolha de dados, pois permite observar e interpretar a relação e as interacções dos sujeitos, bem como as suas formas de atuação. Assim sendo a investigadora, assume-se como participante nesta investigação.

2.5.2. Diário de bordo

O diário de bordo (DB) constitui um instrumento que complementa de forma significativa os dados, numa investigação qualitativa. É a partir deste instrumento que o investigador escreve e descreve sobre as vivências e situações que vão acontecendo no terreno educativo, durante todo o processo de investigação.

De acordo com Coutinho e seus colaboradores (2009),

> O diário do investigador é uma técnica narrativa muito popular, que serve para recolher observações, reflexões, interpretações, hipóteses e explicações de ocorrências e ajuda o investigador a desenvolver o seu pensamento crítico, a mudar os seus valores e a melhorar a sua prática. (p. 27)

Desta forma, este instrumento assume especial importância nesta investigação, no que concerne à possibilidade de o investigador poder registar acontecimentos e situações vivencia das no dia-a-dia bem como na reflexão desses mesmos acontecimentos, de forma cuidada e organizada. Foram incluídos no DB, os registos de observação efetuados pela professora/investigadora durante a prática pedagógica supervisionada, as reflexões e alguns episódios significativos que decorreram na realização das tarefas propostas. Para além disso, também foram incluídos os registos fotográficos na medida em que, de acordo com Coutinho e seus colaboradores (2009), se “converte em documentos de prova da conduta humana com características retrospectivas e muito fiáveis do ponto de vista da credibilidade“ (p. 28).

2.5.3. Conversas informais

Segundo Pattton (2002), as conversas informais constituem também um procedimento de recolha de dados. Refere ainda que, “conversas informais baseiam-se em questões que surgem, naturalmente, da interação entre as pessoas, muitas vezes no decurso da recolha de dados, durante a observação participante” (p.190).

Na presente investigação, as conversas informais constituem-se como instrumentos de grande e extrema importância, na medida em que estas foram relatadas pela professora cooperante e pelos participantes do estudo. Desta forma, as informações dos relatos foram registadas no diário de bordo do investigador, de modo a esta poder refletir nesta investigação. Assim sendo, as conversas informais ocorreram entre a professora/investigadora e os alunos e entre esta e a professora cooperante.

2.5.4. Protocolos de alunos

Nesta investigação, considerámos como protocolos de alunos, todo o material produzido por estes em sala de aula. Como protocolos de alunos, constituem-se as fichas de registo e de consolidação das atividades realizadas neste estudo: a Tabuada divertida (Anexo 1); o Meio e o Quarto (Anexo 2); Labirinto 3 (Anexo 3), sendo estas fichas de consolidação da aprendizagem, no domínio dos números racionais não negativos.

2.5.5. Recolha documental

A recolha documental que o investigador utilizou para este estudo foi usada como um instrumento de recolha de dados, de forma a complementar os instrumentos anteriormente referidos, podendo constituir-se como base das informações recolhidas.

Nesta investigação, considerámos como recolha documental todos os documentos produzidos pela instituição de ensino que nos possibilitaram de realizar a caraterização da mesma. Através desta recolha, foi possível perceber todo o funcionamento da instituição, o Projeto Educativo e Curricular da instituição, o plano de sala de aula e os registos que contemplam os processos individuais de cada aluno, como forma de conhecer o contexto envolvente.

2.6. PROCEDIMENTOS

Os procedimentos constituem-se como forma de prossecução orientada para um determinado objetivo, isto é, estão relacionados com a explicitação pormenorizada dos limiares fundamentais a realizar em qualquer trabalho de investigação.

2.6.1. Procedimentos de recolha de dados

Os procedimentos de recolha de dados são estratégias que possibilitam aos investigadores recolher dados empíricos de forma a estes responderem às questões investigativas no campo educativo. De acordo com o que se pretende para este estudo e de forma a aceder a informação na recolha de dados, foram utilizados os seguintes procedimentos: (1) planificação e realização das atividades com os materiais adequados e respetivas fichas de registo (protocolo de alunos); (2) registo e seleção de informação recolhida com base nas observações que a professora/investigadora realizou durante a prática pedagógica supervisionada; (3) recolha e análise de conversas informais dos participantes registados no diário de bordo; (4) fotografias recolhidas nas intervenções (atividades) realizadas pela professora /investigadora; (5) recolha documental (fichas de registos individuais dos participantes) consultada pela professora/investigadora como forma de completar informações relevantes para o estudo em questão.

2.6.2. Procedimentos de tratamento e análise de dados

Os procedimentos de tratamento e a análise dos dados foi um processo mais complexo, no sentido em que foram utilizados alguns instrumentos que permitiram recolher os dados, obedecendo assim os procedimentos numa investigação qualitativa.

De acordo com Latorre (2003), citado por Coutinho e seus colaboradores (2009),

> Para uma investigação realizada segundo esta metodologia, tal como para qualquer acto de investigação, é sempre necessário pensar nas formas de recolher a informação que a própria investigação vai proporcionando. No caso do professor/investigador, este tem que ir recolhendo informação sobre a sua própria acção ou intervenção, no sentido de ver com mais distanciamento os efeitos da sua prática lectiva, tendo, para isso, que refinar de um modo sistemático e intencional o seu "olhar" sobre os aspectos acessórios ou redundantes da realidade que está a estudar, reduzindo o processo a um sistema de representação que se torne mais fácil de analisar, facilitando, assim, a fase da reflexão. (p. 26)

Nesta investigação foram realizadas descrições das atividades desenvolvidas e interpretações que conduziram às reflexões sobre cada atividade implementada. Depois das reflexões, foram então considerados elementos e dados importantes, que de uma forma mais fácil, permitiram compreender as ações dos participantes bem como as suas interpretações. Desses constituintes fazem parte os protocolos de alunos e as anotações da professora/investigadora, que faz parte o DB, bem como os registos fotográficos. No final, foram analisadas as informações recolhidas das fichas individuais dos participantes, como complemento de evidências empíricas.

2.6.3. Proposta didática

A proposta didática da presente investigação, com base na temática que nos propusemos investigar inclui três tarefas com recurso ao material manipulável estruturado, o *Cuisenaire*. É importante salientar que a escolha destas atividades, permite iluminar o trabalho desenvolvido pela professora/investigadora com os alunos.

Na primeira atividade, "Tabuada divertida", recorremos a utilização do material *Cuisenaire.* De acordo com o Programa e Metas Curriculares da Matemática do Ensino Básico (Bivar et al., 2013), refere que,

> É no entanto reconhecido que a aprendizagem da Matemática, nos anos iniciais, deve partir do concreto, pelo que é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, se faça de forma gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos e promovendo assim o gosto por esta ciência e pelo rigor que lhe é característico. (p. 1)

Assim sendo, enquadrado no domínio dos Números e Operações (NO2) tem como objetivo os seguintes pressupostos: ordem crescente e decrescente dos números naturais; construir e saber de memória da tabuada do 2; reconhecer que a tabuada resulta de uma adição sucessiva; transformar a adição em multiplicação e multiplicação em adição; representar através das barras de *Cuisenaire* a adição e a multiplicação dos números naturais (Bivar et al., 2013). Esta tarefa foi realizada em duas intervenções. A primeira teve início com a apresentação das peças do *Cuisenaire* aos alunos, dando-lhes a possibilidade de exploração e de manipulação das mesmas. Esta abordagem foi realizada de forma lúdica, com o objetivo dos alunos poderem experimentar e construir algumas figuras do seu imaginário. De seguida, foi pedido os alunos para construírem uma escada com o material. Esta escada serviu para consolidar a ordenação das barras por ordem crescente pois tinham, que começar pela barra branca com o valor um e terminarem com a barra laranja com o valor dez. É importante referir que as barras de *Cuisenaire* formam colocadas no quadro em cartolina, de forma aos alunos puderem visualizar a explicação que foi dada inicialmente na apresentação das peças.

Na segunda intervenção, foi pedido aos alunos para colocarem as barras de *Cuisenaire* no canto superior da sua mesa e foi explicado que iríamos realizar o jogo da tabuada divertida. Este jogo consistiu na apresentação de cartões laranja, com as operações de adição e de cartões verdes com as operações de multiplicação. Cada aluno tirava um cartão aleatoriamente e tinha de ir ao quadro fazer a sua representação com as barras de *Cuisenaire*, como por exemplo: O aluno tirou um cartão laranja com a operação de adição (5+5=), e tinha de representar com duas barras amarelas. O mesmo foi feito com os cartões verdes, com as operações de multiplicação. No final da atividade, os alunos fizerem uma ficha de registo de consolidação da aprendizagem.

Na segunda tarefa, "O Meio e o Quarto", recorremos também à utilização do material *Cuisenaire.* Enquadrado no domínio dos Números e Operações (NO2) tinha os seguintes objetivos: Construir e saber de memória a tabuada do 4 como o dobro da tabuada do 2; Relacionar a fração ($\frac{1}{2}$) um meio / a metade, com o dobro e a tabuada do 2; Relacionar a fração $\frac{1}{4}$ um quarto / a quarta parte, com o quádruplo e a tabuada do 4; Resolver problemas envolvendo situações de partilha equitativa (Bivar et al., 2013).

Esta atividade foi realizada em duas intervenções. A primeira intervenção teve início com a distribuição das peças do *Cuisenaire* por todos os alunos. Explicou-se que iríamos fazer alguns exercícios de manipulação e de representação das frações, com as peças do *Cuisenaire* individualmente no lugar. Este exemplo foi explicado oralmente:

- Representem um meio da peça rosa! E os alunos tinham de representar no seu lugar com duas peças vermelhas, um meio da peça rosa. Esta proposta foi realizada com os conteúdos e objetivos explicados anteriormente. Na segunda intervenção, foi dito aos alunos que iriamos fazer um jogo com cartões. Cada aluno teria de tirar um cartão aleatoriamente e iria ao quadro, fazer a sua representação com as barras de *Cuisenaire.* No final da atividade foi distribuída uma ficha de registo da atividade, para a consolidação da aprendizagem.

Na última tarefa, Labirinto 3, recorreu-se novamente ao material *Cuisenaire.* Enquadrada no domínio dos Números e Operações (NO2) tem como pressupostos os seguintes objetivos: construir e saber de memória a tabuada do 3; relacionar a fração ($\frac{1}{3}$) um terço/a terça parte, com o triplo e a tabuada do 3; identificar a terça parte a partir das barras de *Cuisenaire* (Bivar et al., 2013)

A atividade foi realizada em duas intervenções. Na primeira começou-se por dividir a turma em dois grupos distintos, sendo um com oito elementos e o outro com nove. Foi explicado aos alunos que cada equipa teria no labirinto um percurso a fazer, ou seja, cada equipa teria de ajudar a menina encontrar o caminho de casa. Tendo em conta que no mapa do jogo os alunos encontrariam o menor percurso possível, recorreu-se a um caminho pré-definido e marcado com as barras de *Cuisenaire*, em que os alunos teriam de percorrer utilizando as mesmas, de forma a poderem chegar ao destino. Assim, cada elemento teria de tirar um cartão e responder oralmente. Em cada resposta certa, o aluno iria colocar no quadro a barra correspondente ao caminho que vai percorrendo até chegar ao final. Tendo em conta que é um jogo, se um dos elementos der uma resposta errada, passa a vez ao outro grupo. O jogo termina e ganha o grupo que conseguir ajudar a menina a encontrar a casa. No final é realizada uma ficha de registo da tarefa para consolidação da aprendizagem.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

A aprendizagem da matemática, em contexto de resolução de problemas, constitui-se como um caminho complexo, mas que deve ser trabalhado com os alunos de forma a desenvolver e estimular as suas capacidades e competências.

Desta forma, escolhemos atividades matemáticas que recorressem à utilização de materiais manipuláveis, tais como o *Cuisenaire*, como recurso e ferramenta para a consolidação da aprendizagem do número racional não negativo, em alunos do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico. Das atividades que foram realizadas em sala de aula, selecionámos três que iluminam a aprendizagem dos alunos.

3.1. ATIVIDADE – TABUADA DIVERTIDA

A atividade que se segue foi realizada em cinco momentos distintos: (1) apresentação, manipulação e exploração das peças do *Cuisenaire*; (2) construção de uma escada e identificação das peças quanto ao seu valor, ordem e cor; (3) jogo da adição; (4) jogo da multiplicação; (5) realização das fichas de registo das atividades.

Esta atividade tem como objetivos a consolidação da aprendizagem da tabuada do 2, do reconhecimento de que a tabuada resulta de uma adição sucessiva de fatores todos iguais, bem como na transformação das adições em multiplicações e vice-versa, recorrendo à utilização de materiais manipuláveis estruturados, o *Cuisenaire.*

No primeiro momento iniciou-se a atividade, apresentando e distribuindo-se as peças do *Cuisenaire* aos alunos, dando-lhes a possibilidade de explorarem e manipularem de uma forma livre, sem qualquer instrução, permitindo-lhes contato com o material. Depois, foram mostradas barras de *Cuisenaire* em cartolina, uma a uma e identificadas quanto ao seu valor e cor. Por exemplo, começando pela barra de cor branca que tem o valor um, de seguida a peça vermelha com o valor dois, até chegar à peça laranja com o valor 10.

No sentido dos alunos poderem visualizar a explicação que foi realizada oralmente, as barras foram colocadas no quadro, formando uma escada por ordem crescente, com o respetivo valor numérico (ver Figura 1).

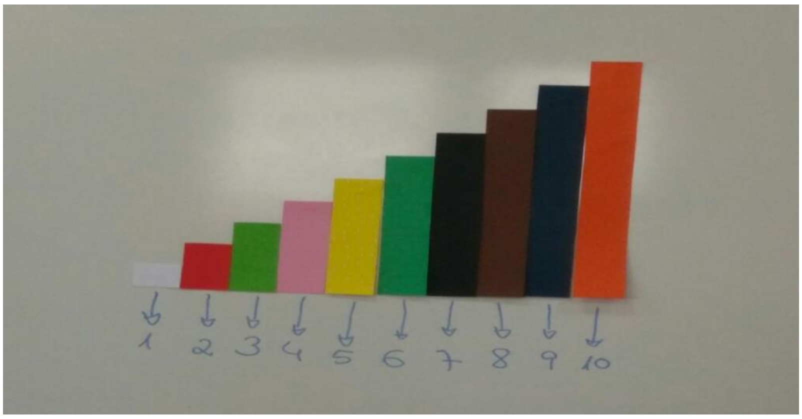


Figura 1 - Barras de *Cuisenaire* por ordem crescente

No segundo momento pediu-se aos alunos que construíssem uma escada por ordem crescente e na vertical (ver Figura 2). Na construção das escadas, observou-se que todos os alunos conseguiram realizar o que foi pedido com sucesso, mostrando-se muito entusiasmados na construção das mesmas.

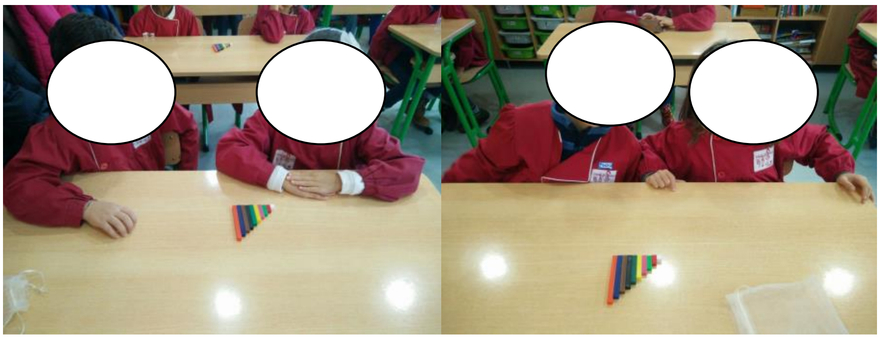


Figura 2 - Construção da escada dos alunos

Neste contexto, os alunos desenvolveram não só a capacidade de resolução das tarefas, bem como o sentido de colaboração e interajuda. À medida que foram construindo a escada, os alunos iam-se ajudando mutuamente, para de uma forma rápida pudessem terminar a tarefa com eficácia. Refletindo nesta forma de ensinar, com recurso a utilização de materiais manipuláveis em sala de aula, permite desenvolver competências sociais e de colaboração, construindo aprendizagens significativas. O seguinte excerto do DB permite iluminar a motivação e o envolvimento dos alunos na realização desta atividade matemática:

> Já há algum tempo que não trabalhávamos com estas peças 5! (T.P.)
> Eu faço metade da escada e tu fazes a restante! (T.J.)
> Estamos quase a terminar S. só falta a peça laranja! (P.A.)
> Eu posso ajudar-te para conseguirmos! (A.G.)
> Isto é fácil! (P.P.)
>
> (DB, 24 novembro de 2016)

Depois de todos os alunos realizarem a construção, foi-lhes perguntado aleatoriamente, a cor de uma peça e o respetivo valor numérico, bem como o número de vezes que esta se encontra repetida. Por exemplo, começando pela peça de cor verde escura que tem o valor seis, depois pela peça castanha com o valor oito, até passar por todas as peças. O seguinte excerto do DB permite ilustrar a interação realizada neste contexto.

> I - Qual o valor da peça verde escura?
> M - 6!
> I - Quantas peças verdes escuras têm? Quantas vezes se repetem?
> T.P. - 2!
> I - Então, 2 vezes 6 são?
> R.O. - 12! Tão fácil! É o mesmo que 6 + 6
>
> (DB, 24 Novembro de 2016)

No terceiro momento, procedeu-se ao início do jogo da adição. Neste jogo, os alunos teriam de tirar um cartão, com a operação da adição e ir ao quadro transformar essas adições em multiplicações, representadas através das peças do *Cuisenaire* em cartolina (ver Figura 3). Assim sendo, com base na observação realizada, constatou-se que os alunos conseguiram representar, sem quaisquer dificuldades, a operação (ver Figura 4).

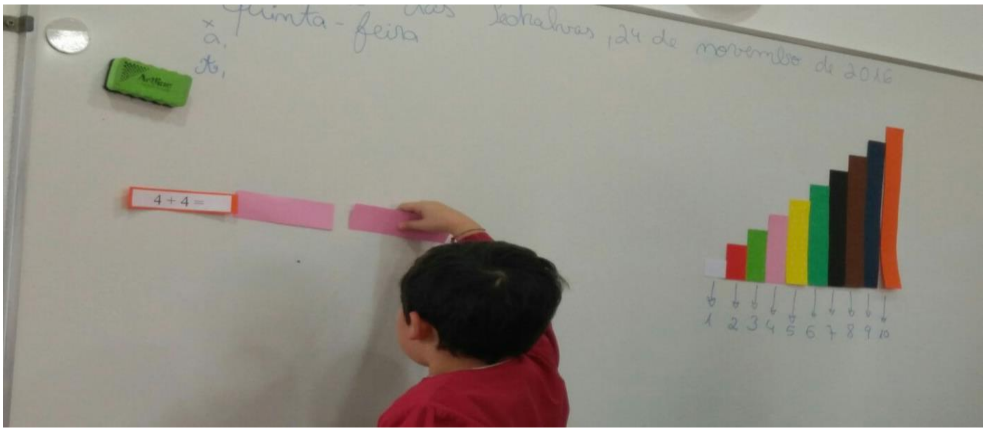


Figura 3 - Transformação da adição em multiplicação do número 4

Figura 4 - Transformação da adição em multiplicação do número 7

No quarto momento procedeu-se ao jogo da multiplicação. Neste jogo, os alunos teriam de tirar um cartão, com a operação da multiplicação e ir ao quadro transformar essas multiplicações em adições, representadas através das barras do *Cuisenaire* (ver Figura 5). Neste jogo, sustentado pelo que foi observado e através de registos fotográficos, verificou-se que os alunos conseguiram cumprir com sucesso a operação.

Figura 5 - Transformação da multiplicação em adição do número 4

No quinto momento realizaram-se as fichas de registo de atividade (ver Anexo1). Na primeira questão era pedido aos alunos que pintassem as barras com a respetiva cor e que associassem com a cor ao respetivo valor numérico. Com base na observação, nos registos fotográficos e na análise das fichas, observou-se que todos os alunos conseguiram, de uma forma geral, resolver esta questão (ver Figuras 6 e 7).

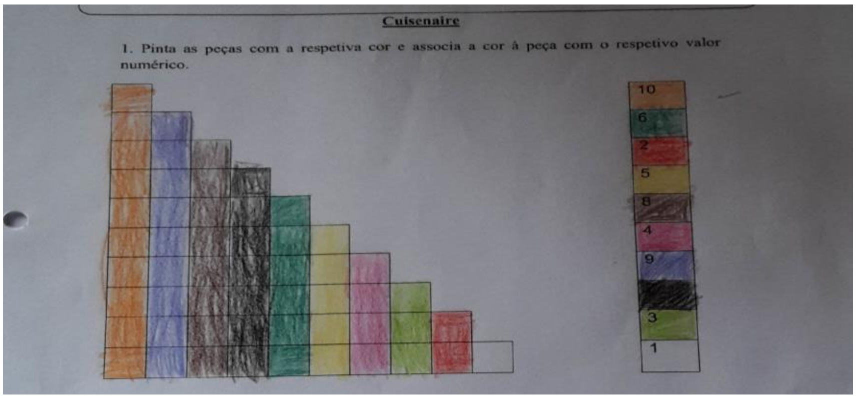


Figura 6 - Resolução do aluno R.O.

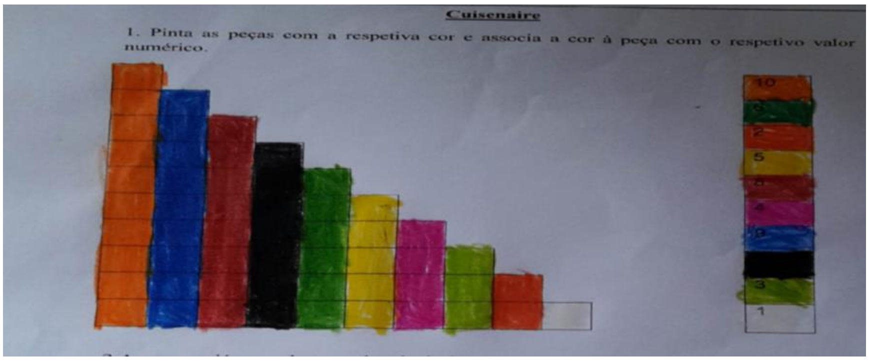


Figura 7 - Resolução do aluno F.A.

Na segunda questão, pediu-se aos alunos que transformassem as adições sucessivas em multiplicações, representando-as com as barras do *Cuisenaire*. Os alunos teriam de desenhar as peças e pintar com a cor correspondente. Observou-se que, dos dezassete alunos, todos conseguiram realizar a tarefa, tendo um deles se destacado pelo fato de colocar os fatores e depois o produto representado pelas barras correspondentes (ver Figura 8).

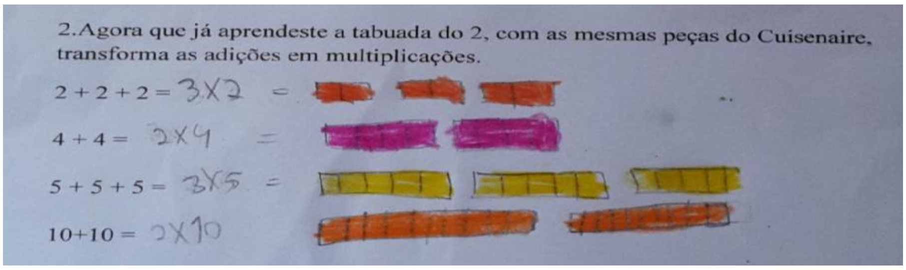


Figura 8 - Resolução do aluno F.A.

Na terceira questão, pediu-se aos alunos para transformar as multiplicações em adições, representando-as com as barras de *Cuisenaire.* Com base na observação realizada e na análise das fichas, constatou-se que todos os alunos conseguiram resolver com sucesso a questão (ver Figura 9).

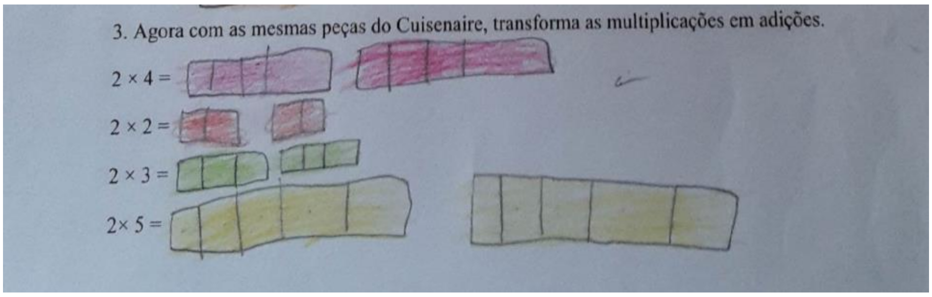


Figura 9 - Resolução do aluno R.O.

3.2. ATIVIDADE – O MEIO E O QUARTO

A atividade que se segue foi realizada em cinco momentos distintos: (1) manipulação e exploração das peças do *Cuisenaire*; (2) representação de um meio, o dobro, a quarta parte, o quádruplo e a tabuada do 4, individualmente com as peças do *Cuisenaire*; (3) representação de um meio, o dobro, a quarta parte, o quádruplo e a tabuada do 4, no quadro com as peças do *Cuisenaire* em cartolina; (4) realização das fichas de registo da atividade.

Esta atividade tem como objetivos a consolidação da aprendizagem da tabuada do 4, a partir da tabuada do 2, de relacionar a fração ($\frac{1}{2}$) um meio e a metade, com o dobro e a tabuada do 2 e, por último, relacionar a fração ($\frac{1}{4}$) um quarto e a quarta parte com o quádruplo e a tabuada do 4, relacionado com a resolução de problemas, envolvendo situações de partilha equitativa.

No primeiro momento iniciou-se a atividade, distribuindo-se as peças do *Cuisenaire* aos alunos, dando-lhes a possibilidade de explorarem e manipularem o material permitindo-lhes um contato direto. Depois, as peças do *Cuiseniare* em cartolina foram colocadas no quadro, para que os alunos pudessem visualizar.

No segundo momento, passamos às representações das operações individualmente nos lugares. Pedi aos alunos que estivessem com muita atenção e pedi que representassem um meio da peça castanha (ver Figura 10). Todos os alunos representaram com a peça rosa a fração que era pedida.

Figura 10 - Resolução da aluna A.R.

Na segunda instrução, foi pedido aos alunos que representassem com as barras do *Cuisenaire*, o quádruplo da barra branca. Todos os alunos representaram com a peça rosa o quádruplo da peça branca. Com esta forma de atuação, os alunos constataram que com a mesma peça poderiam realizar duas representações, um meio e o quádruplo. À medida que os alunos iam resolvendo as representações, ia observando-os nas suas atuações. Assim sendo, e de acordo com as observações realizadas e registos fotográficos, constatou-se que todos os alunos não tiverem quaisquer dificuldades. Um dos aspetos que mais importantes que se observaram, foi a familiarização das peças quanto ao seu valor e cor. A interação destes alunos nesta tarefa foi de tal modo positiva que à medida que era dada uma instrução prontamente, colocavam a respetiva peça na mesa e impacientemente esperavam com o dedo no ar, até que se pudesse observar as diferentes atuações e dar novas instruções.

No terceiro momento foram realizadas as representações das operações dos cartões no quadro. Cada aluno teria de escolher aleatoriamente um cartão e ir ao quadro fazer a representação que era pedida.

No primeiro cartão, era pedido para realizar a representação da metade de 8. A aluna colocou a barra rosa para representar a operação. De seguida outro aluno retirou o cartão para realizar a representação de um meio de vinte. O aluno colocou a barra laranja para representar a operação. Outro aluno retirou o terceiro cartão, onde era pedido para representar um meio de dezasseis. O aluno colocou a barra castanha para representar a operação (ver Figura 11).

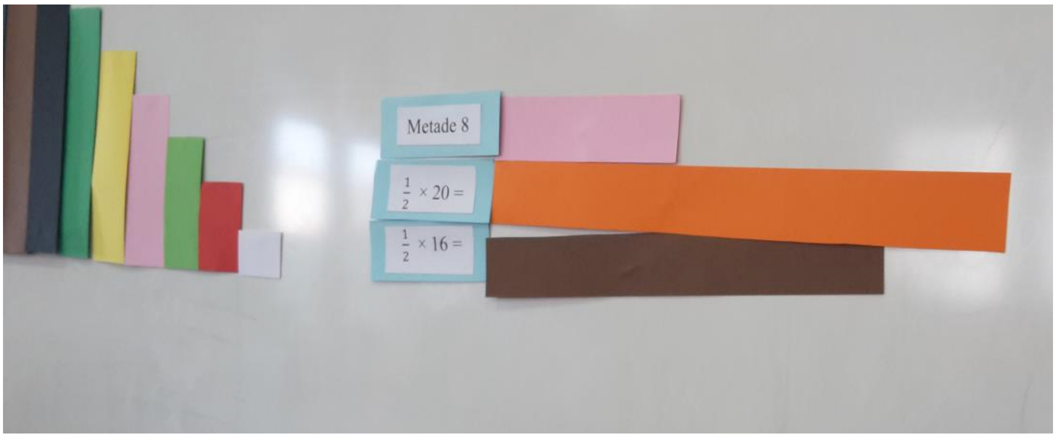


Figura 11 - Representação da metade de 8 com a barra rosa

De forma a dar continuidade à tarefa, os alunos foram tirando os cartões e foram fazendo as respetivas representações individualmente no quadro (ver Figuras 12 e 13).

Figura 12 - Escolha aleatória dos cartões pelos alunos

Figura 13 - Representações realizadas pelos alunos no quadro

Com base nas observações e registos fotográficos analisados, todos os alunos conseguiram representar com sucesso as operações dos cartões.

No quarto momento, foram distribuídas as fichas de registo da atividade (ver Anexo 2). Na primeira questão da ficha era pedido aos alunos para pintarem as barras de *Cuisenaire* que tinham numa folha quadriculada, depois recortarem e colarem na ficha. Nesta questão, todos os alunos conseguiram realizar a tarefa com empenho e sucesso, tendo dois dos alunos se destacado pelo fato de escrever por cima de cada peça o seu valor. É importante salientar que os alunos ordenaram as barras por ordem crescente e decrescente (ver Figura 14 e 15).

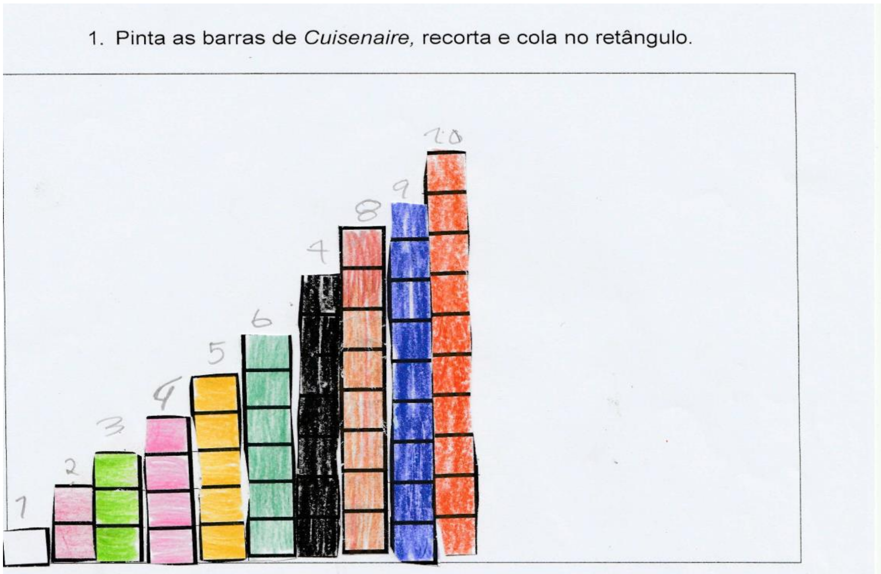


Figura 14 - Ordenação das barras em ordem crescente com o respetivo valor

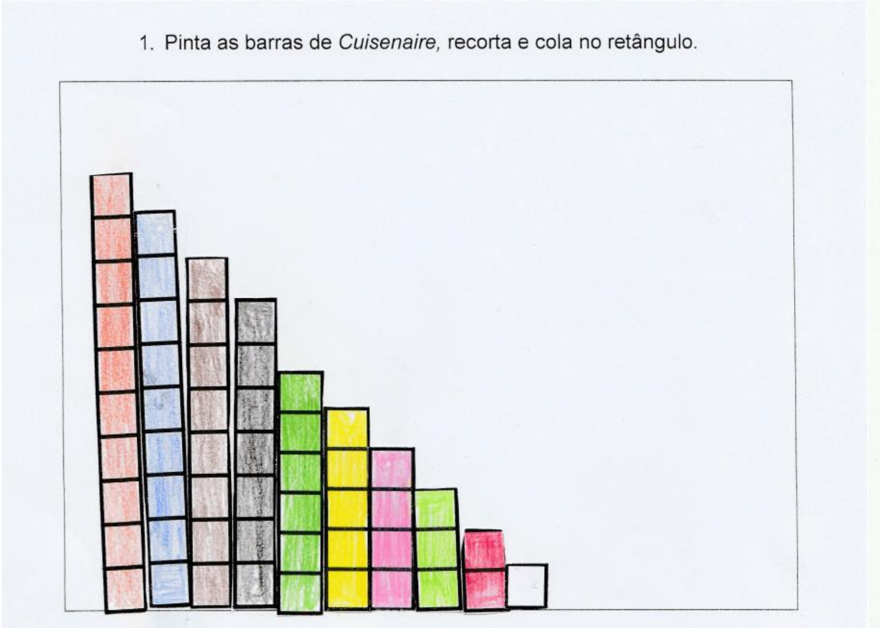


Figura 15 - Ordenação das barras por ordem decrescente

Na segunda questão era pedido aos alunos para completarem os espaços em branco com a metade, com o meio relacionando com dobro e a quarta parte, um quarto relacionado com o quádruplo do número. Todos os alunos conseguiram realizar as operações (ver Figura 16). À medida que a professora passava pelos alunos para verificar os resultados, os alunos iam colocando o dedo no para que a mesma validasse positivamente o que tinham realizado.

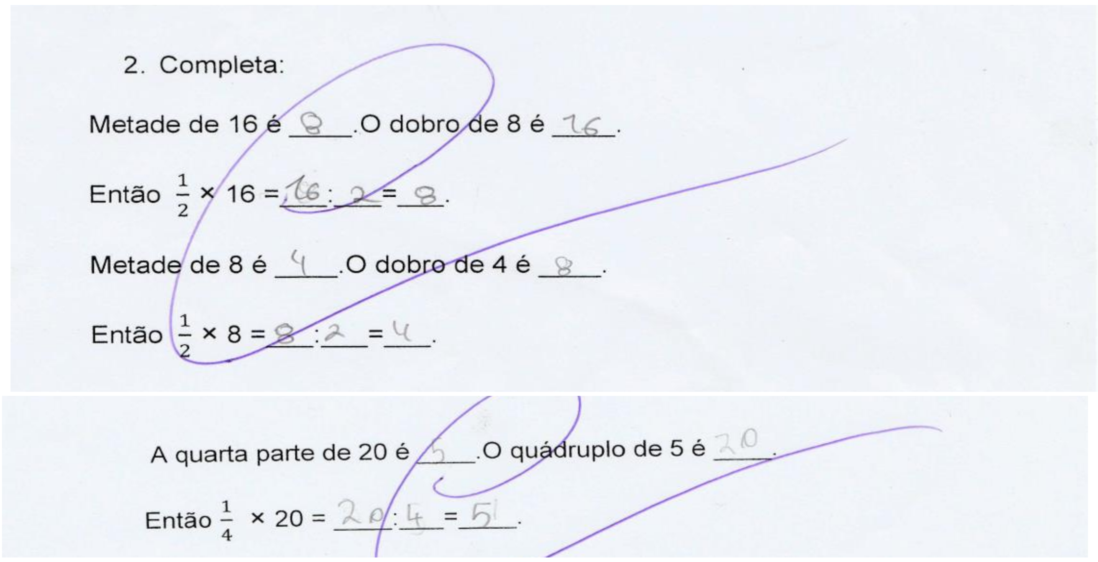


Figura 16 - Resolução da aluna D.M.

Na terceira questão da ficha, os alunos tinham de representar na forma de fração as partes pintadas das figuras. De acordo com o que foi observado, e com base na análise das fichas, constatou-se que todos os alunos conseguiram representar as partes pintadas das figuras em forma de fracção (ver Figura 17).

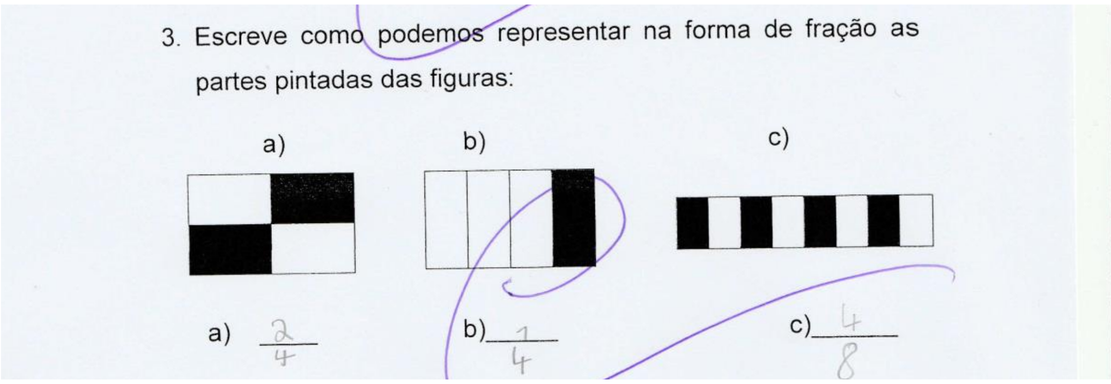


Figura 17 - Resolução da aluna D.M.

Na questão quatro da ficha, os alunos tinham que resolver dois problemas, que envolviam situações de partilha equitativa e a relação do dobro com o quádruplo, com base em situações do dia-a-dia. O primeiro problema, os alunos tinham que repartir vinte quadradinhos de chocolate, pelos quatro amigos. Os alunos teriam de escrever a forma como pensaram para chegarem ao resultado. Assim sendo, com base no que se observou e na análise das fichas, todo o grupo de alunos conseguiu resolver os problemas sem dificuldades. Os alunos escreveram os dados dos problemas e a indicação dos mesmos para que de uma forma mais fácil e organizada pudessem apresentar os seus cálculos (ver Figura 18 e 19).

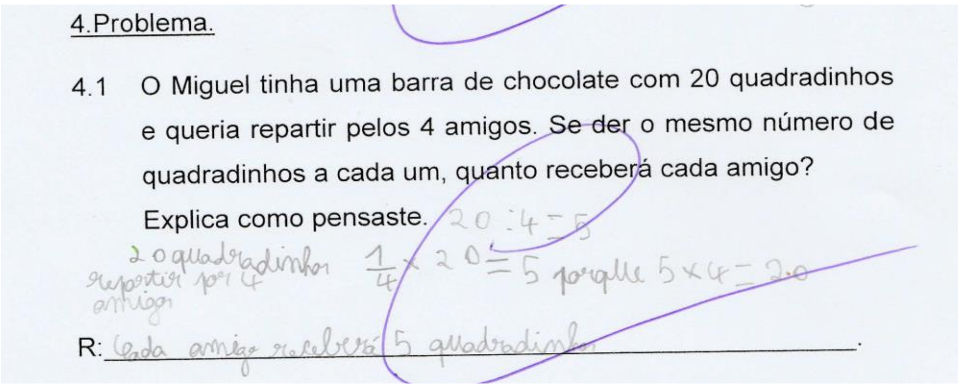
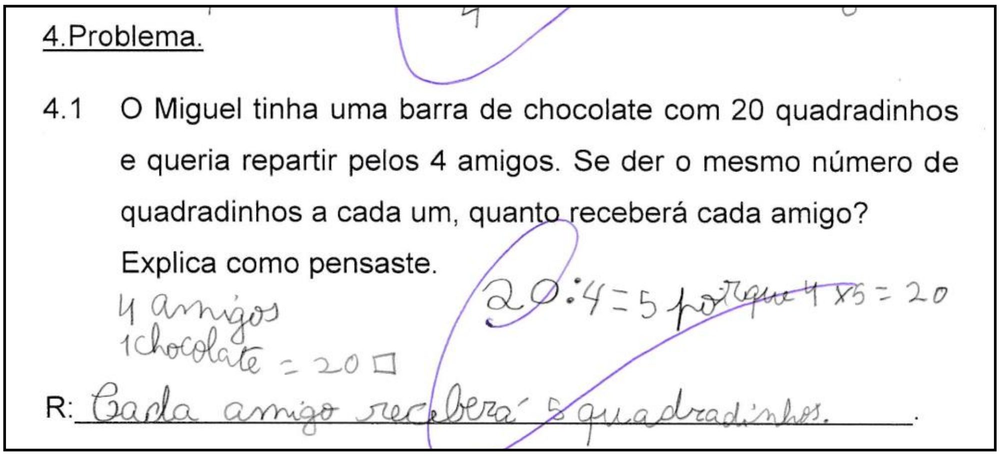


Figura 18 - Estratégia de resolução do aluno R.O.


4.Problema.

4.1 O Miguel tinha uma barra de chocolate com 20 quadradinhos e queria repartir pelos 4 amigos. Se der o mesmo número de quadradinhos a cada um, quanto receberá cada amigo? Explica como pensaste.

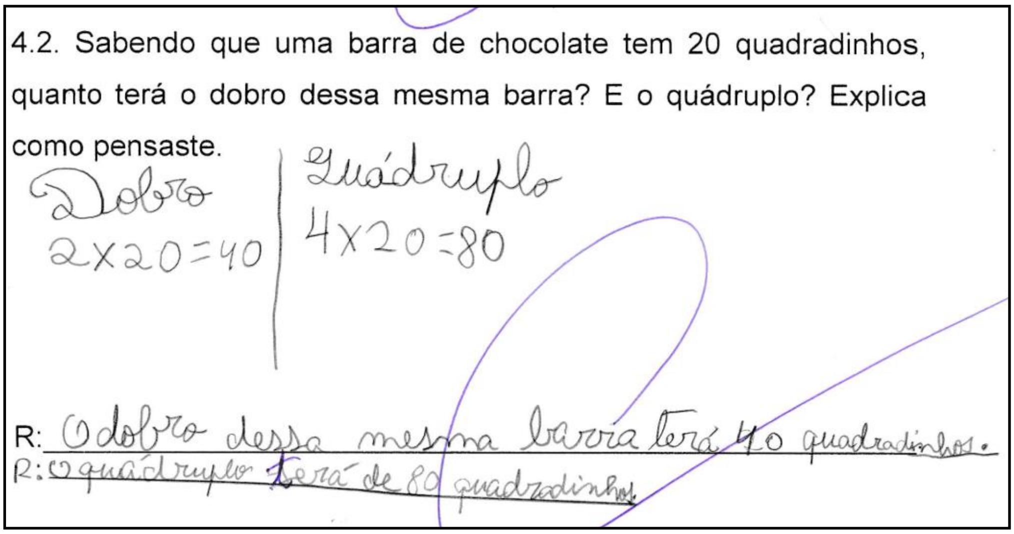
4 amigos
1chocolate = 20 □

20 : 4 = 5 porque 4 x 5 = 20

R: Cada amigo receberá 5 quadradinhos.

Figura 19 - Estratégia de resolução da aluna D.M.

Seguidamente, no segundo problema, os alunos tinham de identificar o dobro e o quádruplo da barra de quadradinhos. Desta forma tendo em conta a observação realizada no contexto e na análise das fichas, observou-se que todos os alunos chegaram ao resultado pretendido (ver Figuras 20). Na resolução da aluna D.M., observou-se claramente o registo de toda a operação e registos dos termos “dobro e quádruplo”, separados por uma linha reta.


4.2. Sabendo que uma barra de chocolate tem 20 quadradinhos, quanto terá o dobro dessa mesma barra? E o quádruplo? Explica como pensaste.

Dobro
2x20=40

Quádruplo
4x20=80

R: O dobro dessa mesma barra terá 40 quadradinhos.
R: O quádruplo terá de 80 quadradinhos.

Figura 20 - Estratégia de resolução da aluna D.M.

3.3. ATIVIDADE – *LABIRINTO 3*

A atividade que se segue foi realizada em três diferentes momentos: (1) divisão da turma em duas equipas, A e B e explicação das regras do jogo; (2) realização do jogo; (3) realização das fichas de registo da atividade. O *Labirinto 3* tem como objetivos consolidar a aprendizagem da tabuada do 3, relacionar a fração ($\frac{1}{3}$) um terço e a terça parte com o triplo e identificar a terça parte a partir das barras de *Cuisenaire.*

No primeiro momento, iniciou-se a atividade, realizando a divisão da turma em duas equipas distintas A e B. De seguida, explicou-se aos alunos que cada equipa teria uma tela identificada e que tinham como objetivo ajudar os meninos a encontrar o caminho de casa. Para isso acontecer, cada elemento da equipa teria de tirar um cartão aleatoriamente e responder oralmente o resultado da operação. Cada resposta correta o membro da equipa iria ao quadro e na sua tela colocar a barra de *Cuisenaire* correspondente ao caminho a percorrer, até chegar à meta final. Cada resposta errada, o grupo passa a vez a outro grupo. O jogo termina e ganha o grupo que conseguir ajudar os meninos a conseguir encontrar a casa. Numa mesa em frente ao quadro estarão as peças do *Cuisenaire,* de forma a facilitar os alunos a colocação das mesmas em cada tela.

No segundo momento demos início do jogo. Começamos o jogo e à medida que os elementos grupo iam tirando os cartões (ver Figura 21), respondiam ao que era pedido e iam ao quadro colocar as respetivas barras. De forma a dar continuidade à atividade, ambas as equipas foram tirando os cartões, iam respondendo as questões que apareciam nos cartões e de acordo com a resposta iam colocando na respetiva tela, seguindo o caminho (ver Figura 22).

Figura 21 – Escolha de um cartão

Figura 22 – Colocação das barras na tela

O jogo foi uma proposta muito interativa. Os alunos mostraram-se muito participativos. À medida que os elementos dos grupos tiravam os cartões, os outros colegas estavam sempre prontos para responder. De acordo com Moreira e Oliveira (2003), “jogar e brincar são actividades cruciais para o crescimento matemático (...) são actividades, que envolvem sentimentos de prazer, contemplação e execução” (p. 65).

O jogo terminou quando a equipa A colocou a última barra (ver Figura 23).

Figura 23 - Colocação da última barra, equipa A

O jogo foi uma forma dos alunos colocarem em ação o que tinham aprendido, bem como na aprendizagem de valores como a tolerância, a compreensão e o respeito pelos outros. Houve momentos em que os alunos com algumas dificuldades precisaram de mais alguns minutos para responder e as equipas estavam sempre prontas a esperar que o colega respondesse corretamente.

No terceiro momento da atividade foram realizadas as fichas de registo (ver Anexo 3), na questão 1 da ficha os alunos tinham um problema para resolver. O problema tinha como objetivo repartir seis travesseiros por três amigos. Com base na análise das fichas, verificou-se que todos os alunos conseguiram resolver o problema, colocando correctamente os dados do problema e indicação e a operação. Onze alunos recorreram a operação de divisão, colocando simplesmente na indicação “ (6: 3 = 2) ”. Seis dos alunos recorreram para a resolução do problema a divisão dos fatores, colocaram os resultados e utilizaram na operação a estratégia do desenho como se pode observar nas Figuras 24 e 25.

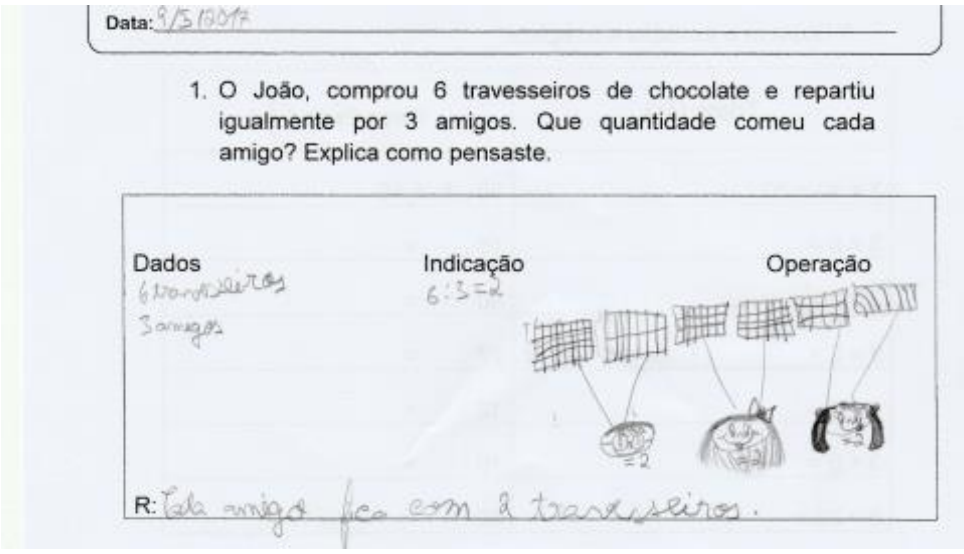
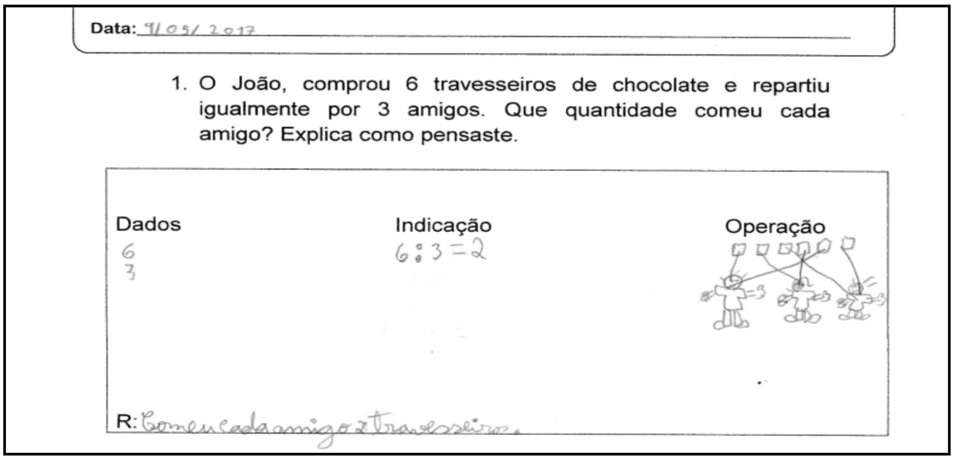


Figura 24 - Estratégia de resolução da aluna C.H.

Na Figura 24, a aluna colocou corretamente os dados do problema, de seguida na indicação os fatores e o produto e na operação recorreu à estratégia de representação gráfica ilustrando as caras dos “amigos do João” e à utilização do diagrama em árvore de forma a ligar dois dos travesseiros a cada amigo. Na Figura 25, a estratégia de resolução da aluna E.O. seguiu a mesma linha de pensamento da aluna anterior. Na operação, a aluna ilustrou os “amigos do João”, desenhando a figura humana e recorrendo também ao diagrama em árvore.



Data: 9/05/2017

1. O João, comprou 6 travesseiros de chocolate e repartiu igualmente por 3 amigos. Que quantidade comeu cada amigo? Explica como pensaste.

Dados
6
3

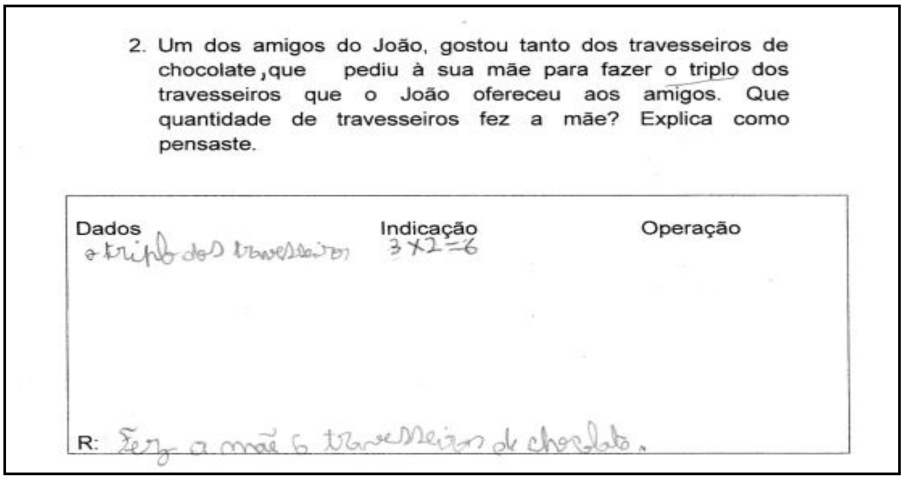
Indicação
6 : 3 = 2

Operação

R: Comeu cada amigo 2 travesseiros.

Figura 25 - Estratégia de resolução da aluna E.O.

Na segunda questão da ficha de registo, os alunos tinham que descobrir o triplo dos travesseiros que o João tinha oferecido aos amigos. Com base na análise das fichas, observou-se que todos os alunos conseguiram chegar ao resultado corretamente. Os alunos identificaram adequadamente os dados do problema, na indicação recorreram à multiplicação dos fatores e colocaram o produto. A aluna F.A. colocou corretamente os dados, ou seja, o “triplo dos travesseiros”, de seguida na indicação recorreu à multiplicação dos fatores. A sua forma de atuação ilustra que a aluna conseguiu perceber o problema (ver Figura 26).



2. Um dos amigos do João, gostou tanto dos travesseiros de chocolate, que pediu à sua mãe para fazer o triplo dos travesseiros que o João ofereceu aos amigos. Que quantidade de travesseiros fez a mãe? Explica como pensaste.

Dados
o triplo dos travesseiros

Indicação
3 × 2 = 6

Operação

R: Fez a mãe 6 travesseiros de chocolate.

Figura 26 - Estratégia de resolução do aluno F.A.

Na terceira questão da ficha, os alunos tinham de observar o exemplo e completar a tabela. A mesma estava dividida em duas colunas, tendo na primeira que realizar as operações de multiplicação e na segunda coluna identificar o fator ou o produto das operações, utilizando como referência a terça parte. Com base nas observações realizadas e análise de todas as fichas de registo, constatou-se que todos os alunos conseguiram completar com sucesso e empenho o quadro. Um dos alunos recorreu ao registo da tabuada do 3, para que de uma forma mais facilitada pudesse recorrer sempre que tivesse dúvida (ver Figura 27).

3.Observa o exemplo e completa.

Triplo (3×)	Terça Parte ($\frac{1}{3}$)
3 × 10 = 30	30 : 3 = 10
3 × 5 = 15	15 : 3 = 5
3 × 3 = 9	90 : 3 = 30
3 × 9 = 27	27 : 3 = 9
3 × 4 = 12	12 : 3 = 4
3 × 6 = 18	18 : 3 = 6
3 × 20 = 60	60 : 3 = 20

3×1=3
3×2=6
3×3=9
3×4=12
3×5=15
3×6=18
3×7=21
3×8=24
3×9=27
3×10=30

Figura 27 - Resolução da tabela do aluno T.P.

Na quarta questão da ficha era pedido aos alunos para pintarem a terça parte de cada figura. Desta forma, observando as atuações dos alunos e a analisando as fichas de registo, observou-se que todos os alunos conseguiram pintar corretamente as figuras. Todos os alunos representaram ao lado das figuras as operações e estratégias de cálculo que utilizaram para chegar aos resultados. Assim sendo, foi possível concluir que as partes das figuras não foram pintadas ao acaso, mas sim com a certeza de que as aprendizagens realizadas anteriormente foram conseguidas. (ver Figura 28 e 29).

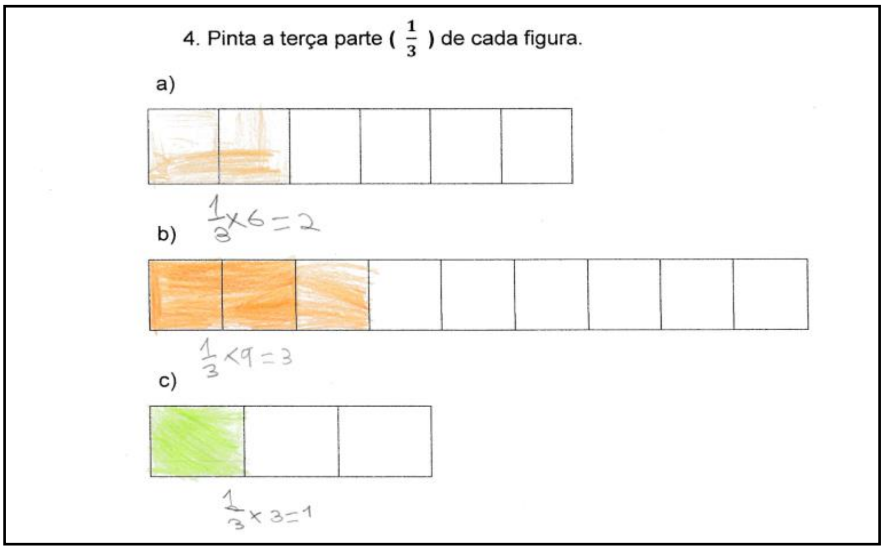


Figura 28 - Resolução do aluno T.J.

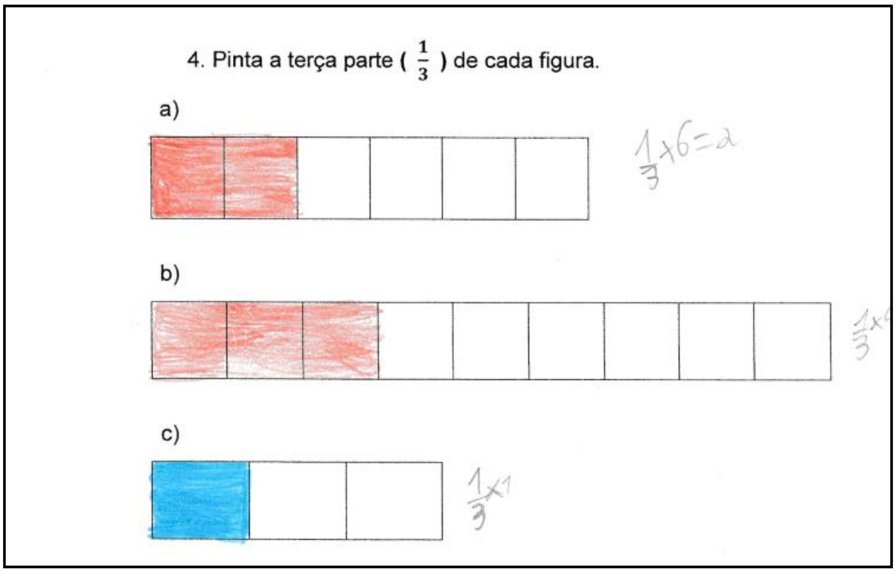


Figura 29 - Resolução do aluno G.M.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Contributos da investigação no avanço do conhecimento

A concretização deste relatório tinha como relevância compreender de que forma os alunos desenvolvem a compressão dos números racionais não negativos, bem como de que forma os materiais manipuláveis estruturados, neste caso o *Cuisenaire*, se constitui como ferramenta didática na aprendizagem da matemática, numa vertente de resolução de problemas.

Deste modo, este tema foi apresentado de uma forma reflexiva tanto na aplicação prática da investigação, bem como no método de ensino e aprendizagem.

A matemática constituiu no 1.º ciclo do ensino básico uma área muito importante à qual deve ser dada a máxima relevância. A matemática está bem presente no dia-a-dia dos alunos e é importante que os professores estejam cientes de que promover a aprendizagem nesta área, permite aos alunos desenvolver capacidades e competências. Contudo, estas competências e capacidades, não ocorrem no desenvolvimento da criança da mesma forma, pois são influenciadas pelo ritmo próprio de cada um e na facilidade de aprendizagem. Assim, é necessário que o professor conheça cada aluno, de forma a reconhecer as suas potencialidades e competências investindo na aprendizagem individualizada.

Considerando o problema em estudo, procurou-se dar respostas às seguintes questões de investigação: (1) De que forma o *Cuisenaire* contribui para a aprendizagem dos números racionais não negativos nesta turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico? ; (2) Quais os contributos desse material para o desenvolvimento de capacidades e competências matemáticas, nomeadamente o raciocínio e comunicação matemática, nesta turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico?

Refletindo sobre os resultados obtidos ao longo da intervenção, entendemos que o recurso à utilização de materiais manipuláveis no 1.º ciclo do ensino básico, constitui-se como uma ferramenta muito importante a promover. A partir de conceitos tão abstratos como a representação dos números racionais não negativos, o aluno aprende a resolver problemas e a comunicar matematicamente. Todas as atividades que foram propostas e realizadas tiveram resultados muito positivos. Foi notório o envolvimento e a participação dos alunos ao manipularem o material *Cuisenaire.* Observou-se que perante a realização das tarefas, os alunos demonstraram uma grande evolução quer no desenvolvimento do pensamento matemático, bem como nas formas de atuação, de interação, cooperação e interajuda face a todos os elementos da turma.

No que respeita as estratégias utilizadas para a concretização dos objetivos pretendidos, foram adotadas novas formas de estar, nomeadamente o trabalho em pequenos grupos, que permitiu a todos os alunos, trabalharem ao seu ritmo e participarem ativamente na construção do seu conhecimento. As tarefas foram realizadas de uma forma prática, incindindo na construção e manipulação de materiais, bem como em aulas dinâmicas de aprendizagem ativa.

Consideramos que ao trabalhar a matemática de uma forma dinâmica, permite não só desenvolver o raciocínio lógico e matemático, bem como a estimular a criatividade e a imaginação. É importante salientar que a nossa intencionalidade educativa em todo o processo desta intervenção, foi criar situações de vida prática e de aprendizagem para que, da experimentação dos materiais, os alunos pudessem explorar situações novas, desenvolvendo também a capacidade de reflexão crítica.

Refletindo sobre as evoluções globais da turma, no que respeita a área da matemática e nas restantes áreas curriculares, podemos afirmar que a mesma apresenta uma evolução significativa, pois desenvolveu atitudes de respeito, de colaboração, de comunicação e de resolução de problemas. Revelaram ser mais autónomos e críticos face aos desempenhos nas atividades propostas. Para além disso, começou-se a observar um desenvolvimento ao nível do pensamento e de pensar sobre as situações.

Em termos de conhecimentos, os alunos conseguiram trabalhar os conceitos de divisão equitativa, representação dos números racionais não negativos, consolidação da aprendizagem das tabuadas, novas formas de representação dos números e a resolução de problemas matemáticos.

Em suma, concluímos que a aprendizagem dos números racionais não negativos com recurso a materiais manipuláveis estruturados, permite aos alunos a consolidação dos conceitos matemáticos, bem como o desenvolvimento de capacidades e competências essenciais, tais como o raciocínio matemático, a capacidade de comunicação e de interacção com os seus pares e com o professor, na qualidade de mediador de aprendizagens significativas.

Desenvolvimento profissional e pessoal

Ao longo destes últimos anos de Licenciatura em Educação Básica e Mestrado de Qualificação para a Docência em Pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, foi-nos sempre incutido a reflexão como princípio da nossa ação. Refletir sobre os nossos hábitos e sobre as nossas atitudes é uma forma de estar que todos os docentes devem ter em consideração. O professor ao planear a sua ação, as suas aulas, desenvolve e mobiliza a capacidade de reflexão. Assim, refletindo sobre as minhas atitudes e sobre as minhas ações considero que todas as minhas intervenções foram importantes para desenvolvimento profissional e pessoal.

Durante toda a minha prática pedagógica, encontrei profissionais, nomeadamente a minha professora cooperante que dispensou parte do seu tempo, para me ajudar e para me inteirar no contexto da turma e espaço educativo. Consegui experimentar e colocar em prática tudo o que aprendi na escola e consolidar os meus conhecimentos na prática educativa. Um dos aspetos mais significativos na minha prática pedagógica foi a construção da relação com os alunos. O professor é um profissional, é aquele que tem uma boa relação com os alunos e com toda a comunidade educativa. Ser professor é muito mais do que ensinar a ler ou a escrever, é ter a capacidade de olhar para cada aluno e ver neste as suas potencialidades e capacidades promovendo a sua evolução e a aprendizagem.

Todas estas experiências, de aprendizagens e de conhecimento, foram muito importantes na minha vida. Conviver com pessoas diferentes e em ambientes diferentes, fez de mim uma pessoa mais flexível, com vontade de crescer, quer a nível pessoal quer a nível profissional.

Trajetórias futuras

A realização deste trabalho despertou em mim uma grande vontade de continuar a estudar e a poder estar em contextos educativos. Ensinar constitui uma das minhas prioridades no final desta etapa. Pretendo, também, realizar algumas ações de formação ou mesmo até prosseguir os estudos ao nível do doutoramento, no domínio da educação, por forma a aprofundar os meus conhecimentos e a conseguir dar resposta às necessidades sociais e individuais de cada criança e das suas famílias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aires, L. (2011). *Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional*. Lisboa: Universidade Aberta.

Adler, A., & Adler, P. (1994). Observational techniques. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 377-392). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Ministério de Educação e Ciência.

Caldeira, M. (2009). *Aprender a matemática de uma forma lúdica*. Lisboa: Escola Superior João de Deus.

Cândido, P. (2001). Comunicação em matemática. In K. Smole, & M. Diniz (Eds.), *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática* (falta as páginas). Porto Alegre: Artmed.

Canelas, A. (2016). *Resolução de Problemas com números racionais. Um estudo com alunos do 5º ano de escolaridade* (Dissertação de Mestrado). Escola Superior de Educação e do Instituto Politécnico de Setúbal

Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). Investigação-acção: Metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revista Psicologia, Educação e Cultura*, 13(2), 355-379.

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model tostudy students' understanding of fractions. *Educational Studies in Mathematics, 64*, 293-316.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.) (1994). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Fernandes, D., & Vale, I. (1994). Concepções e práticas de dois jovens professores perante a resolução de problemas. In D. Fernandes, A. Borralho, & G. Amaro

(Eds.), *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 145-168). Lisboa: IIE.

Godino, J. D., Ruiz, F., Roa, R., Cid, E., Batanero, C., & Font, V. (2004). Didáctica de la matemática para maestros. Recuperado em novembro 5, 2009, de http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores.htm

Huinker, D. (2002). Examining dimensions of fractions operation sense. In B. Litwiller, & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 Yearbook* (pp. 72-78). Reston: National Council Teachers of Mathematics (NCTM).

Kamii, C., & De Vries, R. (1991). *Jogos em grupo na educação infantil*. São Paulo: Trajectória Cultural.

Lamon, S. J. (2006). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (2.ª ed.). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Association.

Latorre, A. (2003). *La investigación- acción*. Barcelo: Graó.

ME (2001). *Currículo nacional: Competências essenciais*. Lisboa: ME/DEB.

Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e do Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Recuperado em novembro 5, 2008, de http://sitio.dgidc.minedu.pt/matematica/ocuments/ProgramaMatematica.pdf

NCTM (1983). *An agenda for action. Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Resto, VA: NCTM.

NCTM (1989). *Primeiro ano: Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa. APM.

Palhares, P. (Ed.) (2004). *Elementos de Matemática para professores de ensino básico*. Lisboa: LIDEL.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. California: Sage Publications.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2012). Explorar, investigar, interagir na aula de Matemática: Elementos fundamentais para a aprendizagem. In A. C. Silva, M. Carvalho, & R. G. Rêgo (Eds.), *Ensinar matemática: Formação, investigação e práticas docentes* (pp. 49-74). Cuiabá: UFMT.

Serrazina, M. L., Santana, I., & Oliveira, I. (1996). Será que todos pensámos o mesmo acerca da subtracção? In *Actas do ProfMat 96* (pp. 93-100). Lisboa: APM.

Suárez Pazos, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación-acción colaboradora en la educación. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 1*(1). Retirado em maio 20, 2007 de http:// www.saum.uvigo.es/reec

Tuckman, B. W. (2005). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Vale, I. (1999). Materiais Manipuláveis na sala de aula: O que se diz, o que se faz. In APM (Ed.) *Actas do ProfMat* 99.Lisboa: APM.

Vale, I. (2000). *Didáctica da matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Lisboa: APM.

Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os Padrões no Ensino Aprendizagem de Álgebra. In I. Vale (Ed.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-211). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Ventura, H. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através das conexões entre as suas representações: Uma experiência no 2.º ciclo do ensino básico* (Tese de doutoramento, documento policopiado). Lisboa, Universidade de Lisboa.

ANEXOS

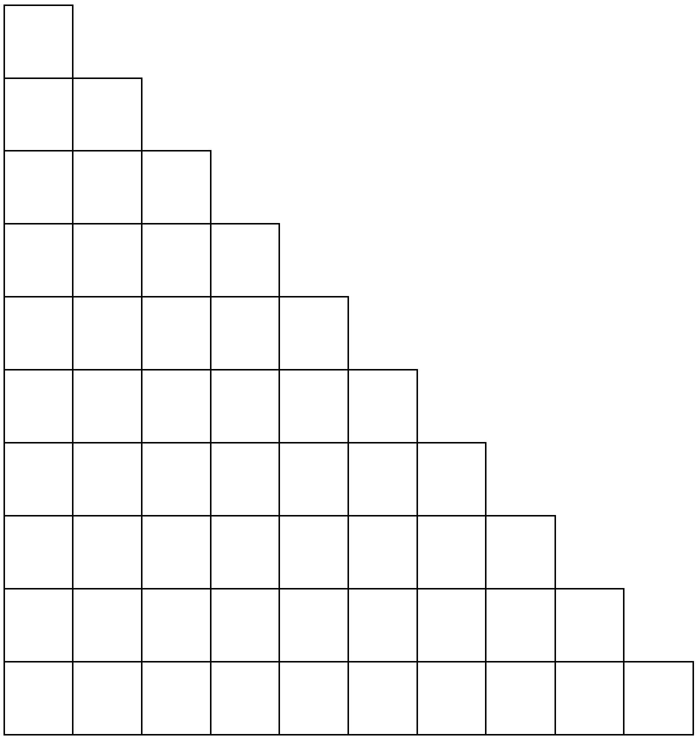
ANEXO 1 – ENUNCIADO *TABUADA DIVERTIDA*

Nome:____

Data:____

TABUADA DIVERTIDA

1. Pinta as peças com a respetiva cor e associa a cor, à peça com o respetivo valor numérico.



10
6
2
5
8
4
9
7
3
1

2. Agora que já aprendeste a tabuada do 2, com as peças do ***Cuisenaire*** transforma as adições em multiplicações.

2 + 2 + 2 =

4 + 4 =

5 + 5 + 5 =

10 +10 =

3. Com as peças do ***Cuisenaire*,** transforma as multiplicações em adições.

2 × 4 =

2 × 2 =

2 × 3 =

2 × 5 =

ANEXO 2 – ENUNCIADO *MEIO E O QUARTO*

Nome:____

Data:____

MEIO E O QUARTO

1. Pinta as barras de *Cuisenaire*, recorta e cola no retângulo.

2. Completa:

Metade de 16 é _____.O dobro de 8 é _____.

Então $\frac{1}{2} \times 16$ =____:____=____.

Metade de 8 é _____.O dobro de 4 é _____.

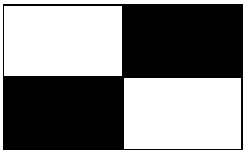
Então $\frac{1}{2} \times 8$ =____:____=____.

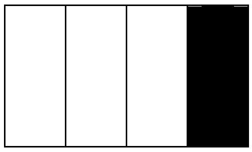
A quarta parte de 20 é _____.O quádruplo de 5 é _____.

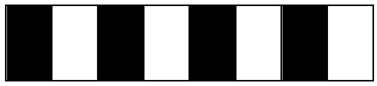
Então $\frac{1}{4} \times 20 =$ ____:___=____.

3. Escreve como podemos representar na forma de fração as partes pintadas das figuras:

a) b) c)







a) ____ b)_____ c)______

Problema.

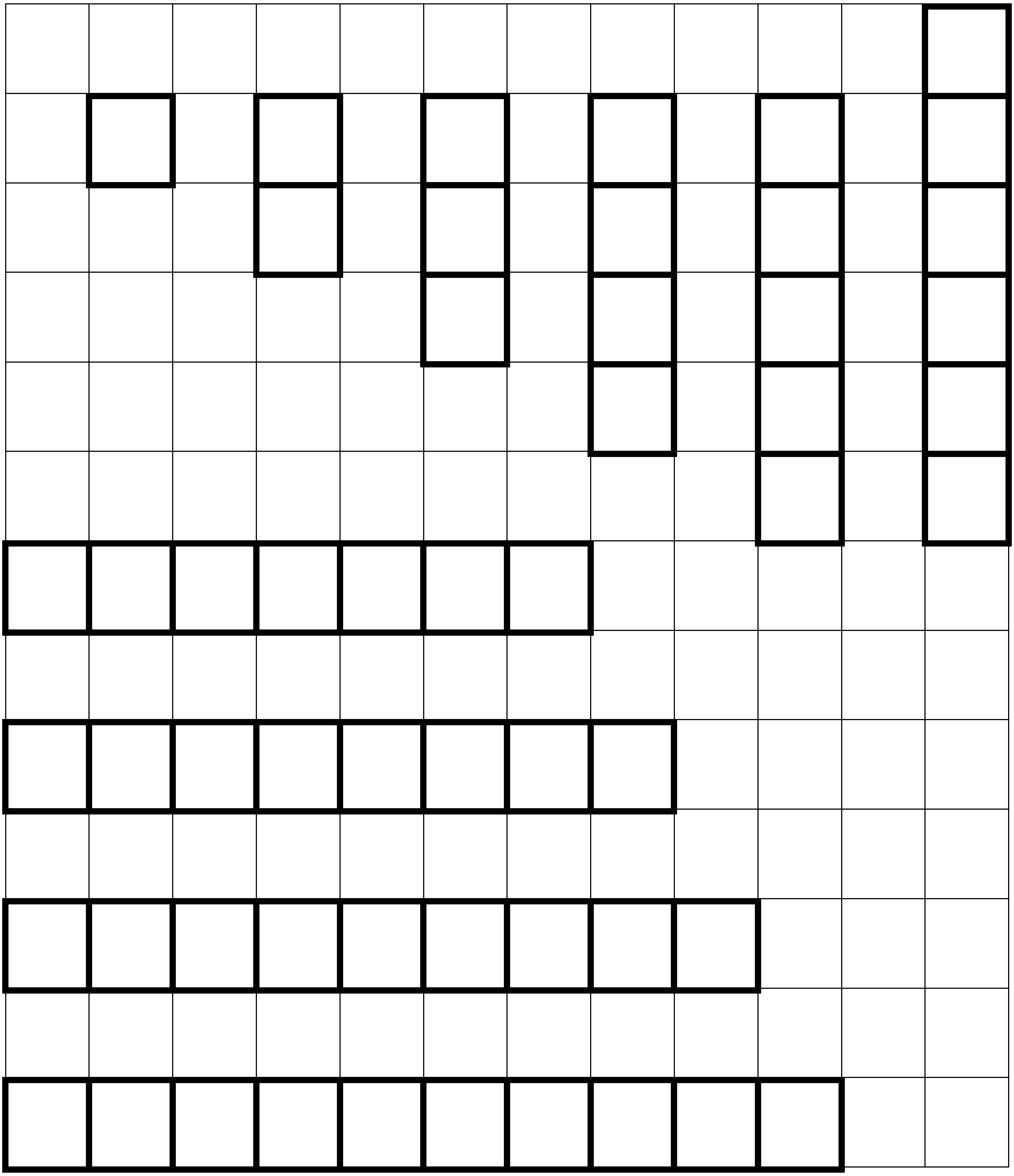
4.1 O Miguel tinha uma barra de chocolate com 20 quadradinhos e queria repartir pelos 4 amigos. Se der o mesmo número de quadradinhos a cada um, quanto receberá cada amigo? Explica como pensaste.

R:____.

4.2. Sabendo que uma barra de chocolate tem 20 quadradinhos, quanto terá o dobro dessa mesma barra? E o quádruplo? Explica como pensaste.

R:____.

Pinta, recorta as barras de *Cuisenaire.*



ANEXO 3 – ENUNCIADO *LABIRINTO 3*

Nome:____

Data:____

1.O João, comprou 6 travesseiros de chocolate e repartiu igualmente por 3 amigos. Que quantidade comeu cada amigo? Explica como pensaste

R:

2.Um dos amigos do João, gostou tanto dos travesseiros de chocolate que pediu à sua mãe para fazer o triplo dos travesseiros que o João ofereceu aos amigos. Que quantidade de travesseiros fez a mãe? Explica como pensaste.

R:

3. Observa o exemplo e completa.

Triplo (3×)	**Terça Parte ($\frac{1}{3}$)**
3 × 10 = 30	30 : 3 = 10
3 × 5 =	15 : =
3 × 3 =	: =
3 × 9 =	27 : =
3 × 4 =	12 : =
3 × 6 =	18 : =
3 × 20 =	60 : =

4. Pinta a terça parte **(** $\frac{1}{3}$ **)** de cada figura.

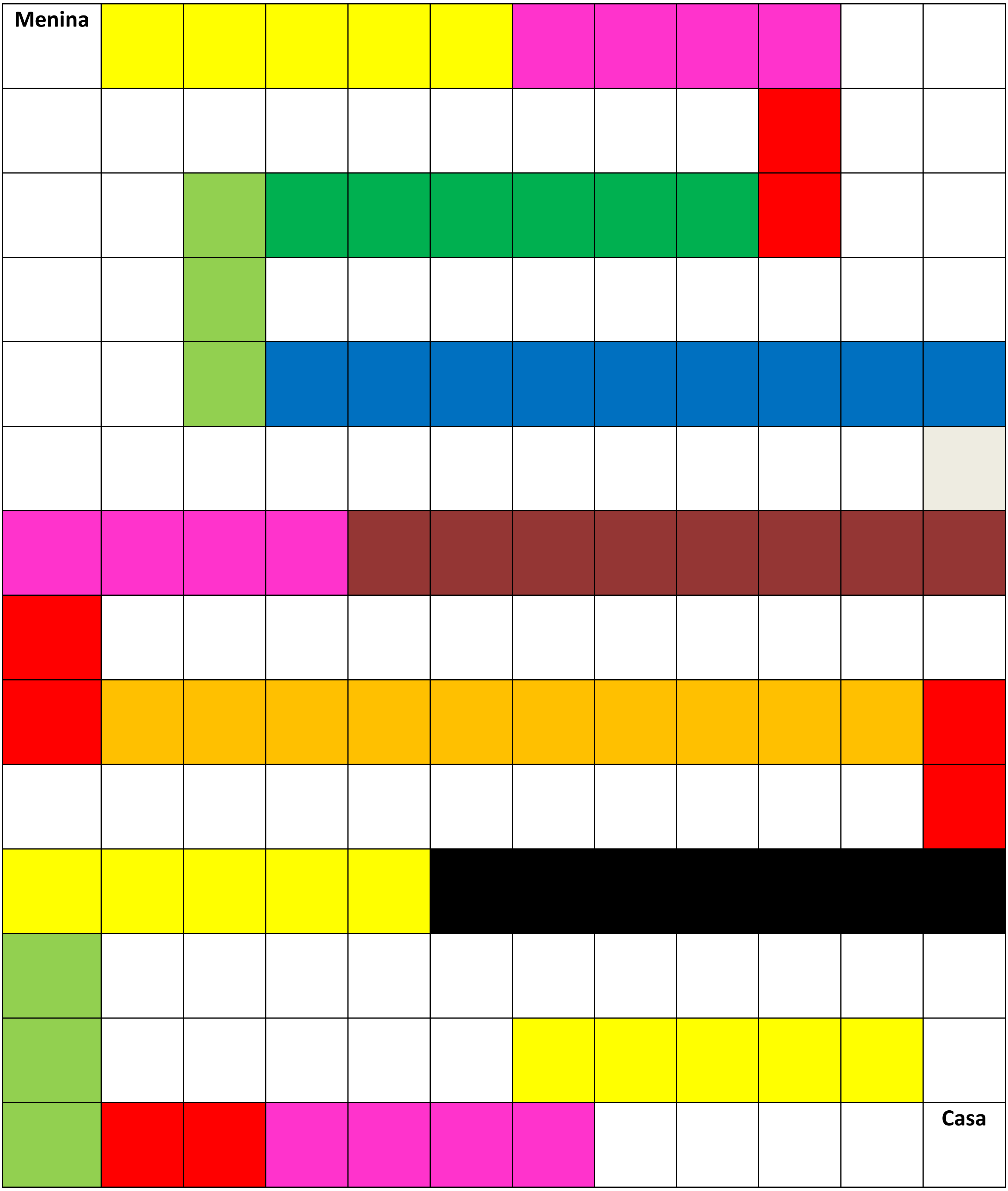
a)

b)

c)

Labirinto 3

Grupo A



Labirinto 3

Grupo B