



Hugo Miguel Repas
Vaquinhas

**AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE
SEGUNDA ORDEM EM EDIFÍCIOS
COM PAREDES DE BETÃO
ARMADO**

Dissertação apresentada para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Construção Civil, Ramo de Estruturas, realizada sob a orientação científica do Prof. João Carlos Vinagre Nascimento dos Santos

Data (Abril, 2014)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os que me apoiaram durante a realização deste trabalho, em particular:

- Ao Professor João Carlos Vinagre Nascimento dos Santos, orientador de dissertação, pela disponibilização do seu conhecimento, tempo e paciência;
- A todos os meus colegas do Grupo Sacramentos Campos em particular aos colegas da SCPS S.A. pelo apoio e compreensão prestados;
- A todos os meus colegas de Mestrado, em particular ao Bruno Moita e ao Paulo Oliveira pela amizade e apoio prestado em todos os momentos mais penosos na realização deste trabalho;
- A todos os meus amigos pela compreensão de não poder estar com eles tanto como gostaria;
- Aos meus pais e irmãos que sempre me apoiaram a atingir um nível mais alto na minha educação.

Agradeço à minha mulher Nazaré pelo carinho, apoio incondicional e pela compreensão durante os tempos mais difíceis. Finalmente agradeço à minha adorável filha Alice por me ter dado a felicidade de ter nascido, por ser uma criança carinhosa e divertida que me faz abstrair muitas vezes das minhas dificuldades e me dá força para continuar a lutar.

AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM EDIFÍCIOS COM PAREDES DE BETÃO ARMADO

HUGO MIGUEL REPAS VAQUINHAS

RESUMO

O presente estudo realiza uma análise ao método simplificado apresentado pelo anexo H do Eurocódigo 2 relativo à avaliação dos efeitos de segunda ordem em estruturas de edifícios com paredes em betão armado.

São apresentados conceitos inerentes ao tema, como introdução ao problema da consideração dos efeitos em estudo, e todos os parâmetros que influenciam a forma como as estruturas reagem às ações.

Realiza-se análise aos métodos atuais de avaliação aos efeitos de segunda ordem de três dos regulamentos mais influentes do dimensionamento de estruturas de betão armado. Em particular, apresenta-se o processo de análise proposto no Anexo H do EC2.

Posteriormente são apresentados quatro modelos de estruturas, dois planos e dois tridimensionais, com e sem paredes resistentes, cujos efeitos de segunda ordem serão aferidos de acordo com o método da rigidez nominal e o método do Anexo H. Como forma de comparação, efetuaram-se análises não lineares aos mesmos modelos de estruturas.

Obtidos os valores de esforços e deslocamento horizontais dos elementos verticais de todas as análises e após efetuar uma comparação entre os resultados dos métodos do EC2 e uma análise não linear, são tecidas conclusões sobre o método simplificado que é proposto pelo EC2.

PALAVRAS-CHAVE: efeitos de segunda ordem, paredes de betão, métodos simplificados do EC2, análise não-linear, rigidez nominal

EVALUATION OF SECOND ORDER EFFECTS IN BUILDINGS WITH REINFORCED CONCRETE WALLS

HUGO MIGUEL REPAS VAQUINHAS

RESUMO

This study conducts an analysis to the simplified method presented in Annex H of Eurocode 2 on the evaluation of the effects of second-order structures of buildings with reinforced concrete walls.

Concepts are presented relating to the subject as an introduction to the problem of consideration of the effects under study, and all parameters that influence how the structures react to the actions.

It is carried out an overview of the state of the art on current methods for analyzing the effects of second-order effects of three of the most important regulations in design of reinforced concrete structures. In particular, it is presented the process of analysis as described in Annex H of the EC2.

Subsequently are described the models of structures adopted for this study, two of them plane structures and the other two three-dimensional, with or without a resisting walls. Second order effects are measured according to the method of nominal stiffness and method of Annex H. To evaluate the achieved level of security non-linear analyzes were executed over the same models.

The design values and horizontal displacement of the vertical elements of all analyzes were obtained, and conclusions are expressed about the simplified method proposed by EC2.

KEYWORDS: second order effects, concrete walls, EC2 simplified methods, nonlinear analysis, nominal stiffness

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – Considerações iniciais	1
1.2 – Objetivo	2
1.3 – Organização do trabalho.....	3
CAPÍTULO 2 – CONCEITOS ESTRUTURAIS	5
2.1- Conceitos básicos na análise estrutural	5
2.1.1- Instabilidade de elementos esbeltos comprimidos.....	6
2.1.2- Esbelteza e comprimento efetivo de encurvadura	11
2.1.3- Efeitos P-delta.....	12
2.2- Classificação das estruturas.....	14
2.3- Efeito da fluência	16
2.4- Imperfeições geométricas.....	18
2.4.1 – Imperfeições Globais – não verticalidade da estrutura	19
2.4.2 – Imperfeições Locais – não verticalidade de um lanço de pilar	20
2.5- Análise não linear	21
2.5.1 – Não linearidade geométrica.....	22
2.5.2 – Não linearidade física	23
2.5.3 – Método de cálculo do programa SAP2000.....	24
CAPÍTULO 3 - AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM PELA REGULAMENTAÇÃO ATUAL.....	30
3.1- Eurocódigo 2 (EC2)	30
3.1.1 – Noções básicas.....	30
3.1.2 – Critérios para a dispensa da avaliação dos efeitos de segunda ordem	34
3.1.3 – Método geral para a avaliação dos efeitos de segunda ordem	36
3.1.4 – Método baseado numa rigidez nominal.....	37
3.1.5 – Método baseado na curvatura nominal	41

3.1.6- Avaliação dos efeitos globais de segunda ordem na presença de paredes de betão armado.....	43
3.1.7 – Abordagem do Eurocódigo 8 (EC8-08)	50
3.2- ACI Manual of Concrete Practice (ACI 318-08)	51
3.2.1 – Introdução	51
3.2.2 – Bases teóricas.....	52
3.2.3 – Dispensa da consideração dos efeitos de segunda ordem.....	54
3.2.4 – Análise não linear de segunda ordem	55
3.2.5 – Análise elástica não linear	55
3.2.6 – Método da amplificação de momentos	57
3.3- Model Code 2010 (MC2010)	64
3.3.1 – Introdução	64
3.3.2 – Bases teóricas.....	64
3.3.3 – Dispensa da avaliação dos efeitos de segunda ordem.....	65
3.3.4 – Avaliação dos efeitos de segunda ordem.....	65
3.3.4.1 – Imperfeições geométricas.....	65
3.3.4.2 – Método de avaliação dos efeitos de segunda ordem.....	67
3.4- Conclusão	72
CAPÍTULO 4 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DO EC2 (PLANO E TRIDIMENSIONAL).....	73
4.1- Introdução	73
4.2- Materiais	74
4.2.1- Betão.....	74
4.2.2- Aço	75
4.3- Modelos base.....	77
4.3.1- Caracterização dos modelos	79
4.3.2- Metodologia aplicada	85
4.3.3- Resultados	89
4.4- Modelos comparativos (não-lineares)	110
4.4.1- Secções	110
4.4.2- Resultados	112

4.5- Análise comparativa dos resultados.....	119
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES	129
5.1- Considerações finais	129
5.2- Propostas para estudos futuros.....	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	133
LISTA DE QUADROS.....	135
LISTA DE FIGURAS.....	138

LISTA DE ABREVIATURAS

ACI318	<i>American Concrete Institute</i> – Código de Requerimentos para construção n.º318 do ACI
ANL	Análise não linear
EC2	Eurocódigo 2, 2010
MC2010	Model Code (Código Modelo, 2010)

LISTA DE SIMBOLOGIAS

Letras maiúsculas latinas

A_c	área de betão
A_s	área total da secção das armaduras longitudinais
C_0	coeficiente que depende da distribuição do momento de primeira ordem
C_m	fator que relaciona o diagrama do momento atuante com um diagrama de um momento uniforme equivalente
E	módulo de elasticidade de um material genérico
E_c	módulo de elasticidade do betão
E_{cd}	módulo de elasticidade de cálculo do betão
E_{ct}	módulo de elasticidade tangente
$E_{cd,eff}$	módulo de elasticidade efetivo do betão
E_d	esforços da ação sísmica de cálculo, incluindo os efeitos de segunda ordem

E_s	módulo de elasticidade do aço
EI	rigidez de flexão do elemento comprimido
EI_{nominal}	rigidez nominal de flexão do elemento comprimido
F_{V1}	carga pontual vertical 1, carga permanente pontual
F_{V2}	carga pontual vertical 2, carga permanente pontual
F_{h1}	carga pontual horizontal 1 devido ao vento
F_{h2}	carga pontual horizontal 2 devido ao vento
$F_{H,0Ed}$	carga horizontal de primeira ordem devido ao vento
$F_{H,1Ed}$	carga horizontal fictícia para obter efeitos de segunda ordem
$F_{V,Ed}$	carga vertical total em todos os elementos
$F_{V,B}$	carga global de encurvadura considerando o esforço de flexão e transversos globais
$F_{V,BB}$	carga total nominal de encurvadura correspondente à flexão global
$F_{V,BS}$	carga global de encurvadura para o esforço transversos
I	momento de inércia de uma secção genérica
I_c	momento de inércia da secção transversal de betão;
I_s	momento de inércia das armaduras, em relação ao centro da área do betão
K_c	coeficiente que considera os efeitos intrínsecos do betão (fendilhação, fluência, etc.)
K_s	coeficiente que considera a contribuição das armaduras

K_r	fator de correção dependente do nível do esforço normal;
K_φ	coeficiente que contabiliza os efeitos da fluência
L	altura total do edifício desde o encastramento
M_{0Eqp}	momento fletor de primeira ordem para o estado limite de utilização
M_{0Ed}	momento fletor de primeira ordem para o estado limite último
M_{0e}	momento fletor de primeira ordem equivalente constante
M_{01}	momento fletor de primeira ordem na 1ª extremidade de um elemento
M_{02}	momento fletor de primeira ordem na 2ª extremidade de um elemento
M_2	momento fletor de segunda ordem
M_c	momento fletor que inclui os efeitos de segunda ordem (ACI318-08)
M_2	momento fletor de cálculo (ACI318-08)
$M_{2,min}$	momento fletor mínimo de cálculo
M_d	momento fletor de dimensionamento
M_{1d}	momento fletor de cálculo de primeira ordem
M_{ed}^{2a}	momento fletor de segunda ordem
$M_{i,ns}$	momento fletor não amplificado non-sway
$M_{i,s}$	momento fletor sway

$M_{x,ed}^{1a}$	momento fletor de primeira ordem segundo o eixo x
$M_{y,NL}$	momento fletor de análise não linear segundo o eixo y
M_y^{2a}	momento fletor de segunda ordem segundo o eixo y
$M_{y,ed}^{1a}$	momento fletor de primeira ordem segundo o eixo y
M_u	momento num elemento na combinação analisada
N_B	carga de encurvadura baseada na rigidez nominal
N_d	esforço axial de dimensionamento
N_{Ed}	esforço axial para o estado limite ultimo
N_{ed}^{1a}	esforço axial para o estado limite ultimo de primeira ordem
N_{NL}	esforço axial para o estado limite ultimo de análise não linear
$N_{V,Ed}$	carga vertical
$P-\delta$	efeito P-Delta local
$P-\Delta$	efeito P-Delta global
P_{cr}	carga crítica de Euler
P_{tot}	carga total vertical acima do piso considerado;
P_u	esforço axial num elemento na combinação analisada
Q	índice de estabilidade
R_d	resistência do elemento de cálculo
SLS	<i>Service Limit State</i> (Estado limite de serviço)
ULS	<i>Ultimate Limit State</i> (Estado limite último)

$V_{x,ed1a}$	esforço transversal segundo o eixo x de primeira ordem
$V_{y,ed1a}$	esforço transversal segundo o eixo y de primeira ordem
V_{tot}	corte sísmico no piso considerado

Letras minúsculas latinas

b	largura da flange comprimida
bw	largura efetiva
c	coeficiente que considera a curvatura da distribuição dos momentos ao longo do comprimento do elemento
c_i	fator de integração
d	altura útil da secção;
d_r	deslocamento relativo de cálculo
e_2	deslocamento relativamente à posição inicial
e_d	excentricidade máxima
e_{0d}	excentricidade resultante das imperfeições
e_{1d}	excentricidade de primeira ordem
e_{2d}	excentricidade resultante da deformação do elemento sujeito à compressão
f_c	tensão de rotura do betão à compressão
f_{cd}	tensão de rotura de cálculo do betão à compressão
f_{ck}	tensão de rotura característica do betão à compressão

f_{cm}	tensão de rotura média do betão à compressão
f_{ctm}	tensão de rotura do betão à compressão de cálculo
f_y	tensão de rotura do aço
f_{yd}	tensão de rotura de cálculo do aço
f_{yk}	tensão de rotura característica do aço
i	raio de giração
i_s	raio de giração da secção total de armaduras;
h	altura entre pisos ou profundidade total da secção na parte central do elemento (MC2010)
l	comprimento ou altura
l_0	comprimento efetivo de encurvadura
l_{of}	comprimento do pilar em compressão sem contraventamento
l_u	comprimento livre do elemento
k	flexibilidade relativa da secção no encastramento
k_1	flexibilidade relativa do encastramento parcial da extremidade 1
k_2	flexibilidade relativa do encastramento parcial da extremidade 2
k_d	curvatura máxima de cálculo
$k_{d,\infty}$	curvatura máxima de cálculo incrementada
m	número de elementos verticais que contribuem para a imperfeição global
n_s	número de pisos;
r_m	razão de momentos M_{01}/M_{02}

r	raio de giração da secção do elemento (MC2010); raio de curvatura
r_{cp}	restantes cargas permanentes
sc	sobrecargas
w''	curvatura

Letras gregas maiúsculas

Δ	deslocamento global
Δ_0	deslocamento lateral de primeira ordem, entre pisos, devido à carga horizontal de corte total no piso

Letras gregas minúsculas

α_i	desalinhamento de um grupo de elementos verticais de um edifício
α_{im}	desalinhamento médio de um grupo de elementos verticais de um edifício
α_h	fator de redução respeitante à altura
α_m	fator de redução devido à contribuição dos pilares
β	coeficiente dependente da distribuição de momentos de primeira e de segunda ordem
β_{ds}	coeficiente que relaciona o esforço transverso máximo num piso com o esforço transverso do mesmo piso para a mesma combinação de carga

β_{dns}	coeficiente que contabiliza os desvios laterais do pilar devido aos efeitos de fluência
ϵ_{sd}	extensão de cálculo do aço
ϵ_{c2}	extensão do betão
ϵ_{yd}	extensão de cálculo do betão
δ	fator de amplificação de momentos (ACI)
δ_s	fator de amplificação de momentos sway
δ_{ns}	fator de amplificação de momentos non-sway
δ_x	deslocamentos horizontais segundo o eixo global x
$\delta_{x,NL}$	deslocamentos horizontais da análise não linear segundo o eixo global x
γ_c	peso específico do betão armado
γ_s	peso específico do aço
γ_g	coeficiente parcial para as ações permanentes
γ_q	coeficiente parcial para as ações variáveis
θ	ângulo de rotação
θ_0	ângulo base
$\varphi_{(\infty,t_0)}$	coeficiente de fluência com valor final
φ_{ef}	coeficiente de fluência efetivo
λ	esbelteza
λ_{lim}	esbelteza limite

ω	taxa mecânica de armadura
ψ	relação entre os fatores de rigidez na extremidade restringida
ψ_A	relação entre os fatores de rigidez na extremidade A
ψ_B	relação entre os fatores de rigidez na extremidade B
ψ_{\min}	valor mínimo entre os dois fatores ψ_A e ψ_B
ψ_m	valor médio entre os valores das extremidades do elemento, ψ_A e ψ_B
ψ_0	coeficiente de combinação de ações para combinações fundamentais
ψ_2	coeficiente de combinação de ações para combinações quase permanentes
ν	esforço normal reduzido
ν_{bal}	esforço axial reduzido quando o momento resistente tem o valor máximo no diagrama de interação
ν_u	esforço axial reduzido último
ρ	taxa geométrica de armadura
ξ	coeficiente dependente do número de pisos, da variação da rigidez, da rigidez de encastramento na base e da distribuição de cargas

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1 – Considerações iniciais

O presente trabalho centra-se no estudo dos denominados efeitos de segunda ordem em paredes de edifícios de betão armado.

Como definição, os efeitos de segunda ordem podem ser descritos como sendo aqueles que ocorrem na estrutura devido à sua deformação e que se adicionam aos efeitos obtidos numa análise de primeira ordem.

O tema dos efeitos de segunda ordem em estruturas de betão armado tem sido abordado por diversos investigadores com o objetivo de os avaliar corretamente na fase de projeto e assim assegurar um dimensionamento das secções dos elementos com total segurança. No decurso dos trabalhos que conduziram à elaboração da presente dissertação, foram analisados alguns dos estudos de relevância sobre o tema dos efeitos de segunda ordem efetuados por autores portugueses, nomeadamente os estudos de Delgado J. (1993), Vinagre J. (1997), Falcão J. (2004), Santos J. (2008), Mendes V. (2008), Águas C. (2009) e Monteiro C. (2010), sendo este último aquele que apresenta maiores pontos de contacto com o presente estudo.

Sendo o estudo do comportamento não linear de uma estrutura de complexidade elevada, devido à não-linearidade associada às relações constitutivas dos materiais e aos efeitos do deslocamento das cargas associadas à deformabilidade dos elementos, os regulamentos procuram fornecer metodologias de cálculo, que possibilitem alcançar resultados que reproduzam aproximadamente aqueles efeitos, quando adotados nos projetos de estruturas. Dadas as inerentes dificuldades associadas ao problema, os métodos simplificados continuam a constituir uma excelente ferramenta para os projetistas. Os regulamentos procuram, por isso, não só apresentar as metodologias que consideram melhor adaptar-se à solução do problema, como se continua a apostar na sua investigação de forma a garantir a sua facilidade, rapidez de utilização e rigor de resultados. Assim, tal como o Eurocódigo 2 (EC2),

também o ACI 318-08 (regulamento norte-americano) e o Model Code 2010 apresentam métodos de análise global para a avaliação dos efeitos de segunda ordem.

A alternativa aos métodos simplificados é o recurso a modelos computacionais de análise não lineares. Apesar de, presentemente, se revelarem rápidos e simples para estruturas de pequeno porte, a sua aplicação à análise de estruturas de média a grande dimensão é ainda muito morosa, requerendo tempo e recursos computacionais, para além de exigirem um conhecimento específico sobre as particularidades associadas a este tipo de cálculos, que a generalidade dos projetistas não detém.

Particularizando, o EC2 apresenta três métodos simplificados de análise dos efeitos de segunda ordem: o método geral, o método baseado na rigidez nominal e o método baseado na curvatura nominal. Contudo, este regulamento apresenta ainda um método de análise dos efeitos de segunda ordem especialmente direcionado para estruturas de edifícios contraventadas com paredes. Baseado no método da rigidez nominal, do mesmo regulamento, este método tenta possibilitar uma correta avaliação dos efeitos de segunda ordem dos elementos verticais na presença de paredes de betão armado. Por ser um método que influencia toda a estrutura, baseado na resistência às ações horizontais do elemento de contraventamento para determinar os esforços de segunda ordem de cada elemento, considerou-se pertinente o seu estudo, para aferir a sua precisão no dimensionamento em segurança de estruturas de betão armado.

1.2 – Objetivo

Com este trabalho pretende-se contribuir para aprofundar os conhecimentos dos métodos de análise dos efeitos de segunda ordem em estruturas de betão armado e para a sua disseminação e compreensão pelos projetistas. Identificam-se, ainda, como objetivos parcelares:

- ✓ Recolher informação sobre o estado da arte das metodologias de avaliação dos efeitos de segunda ordem propostas pelos regulamentos atuais;
- ✓ Apresentar os métodos de avaliação dos efeitos de segunda ordem propostos pelo EC2, em particular o método constante no Anexo H para estruturas de edifícios com paredes de betão armado;
- ✓ Aplicar os métodos do EC2 a modelos de estruturas simples, planas e tridimensionais, com e sem paredes, obtendo resultados que possam ser comparados entre modelos;
- ✓ Aferir as metodologias regulamentares propostas através da comparação dos resultados obtidos com recurso a análises não lineares, tanto geométricas como físicas, nos mesmos modelos;
- ✓ Demonstrar e tipificar as dificuldades da aplicação da metodologia de análise dos efeitos de segunda ordem em estruturas de betão armado com paredes.

1.3 – Organização do trabalho

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos, sendo a presente introdução considerada como capítulo 1.

No capítulo 2 apresentam-se os conceitos estruturais básicos para a compreensão do comportamento das estruturas quando expostas a efeitos de segunda ordem, nomeadamente no que respeita à instabilidade de elementos esbeltos comprimidos. São indicados alguns efeitos inerentes às estruturas de betão armado, considerados preponderantes na avaliação dos efeitos de segunda ordem, nomeadamente a esbelteza dos elementos, a fluência e as imperfeições geométricas. Na parte final do capítulo 2 apresentam-se ainda os conceitos de não linearidade geométrica e física adotados pelo programa de cálculo computacional a que se recorreu para efetuar a análise dos modelos em estudo.

No capítulo 3, e com o intuito de demonstrar o estado da arte, apresentam-se os métodos simplificados correntes de avaliação dos efeitos de segunda

ordem de três dos regulamentos mais influentes no dimensionamento de estruturas em betão armado: o EC2, ACI 318-08 e o MC10. Ainda dentro do capítulo 3 é apresentado, em detalhe, o método simplificado de avaliação dos efeitos de segunda ordem em estruturas de edifícios de betão armado com paredes resistentes, constante do anexo H do EC2 e baseado no método da rigidez nominal do mesmo regulamento.

No capítulo 4 são apresentados os modelos escolhidos para a execução de um estudo sobre o método: adotaram-se modelos simples, planos e tridimensionais, com e sem paredes. Procede-se, em seguida, à análise dos resultados das análises efetuadas aplicando o método de avaliação dos efeitos de segunda ordem baseado na rigidez nominal nos modelos sem parede e o método proposto no Anexo H do EC2, nos modelos com parede. Como meio de comparação e de confirmação dos métodos do EC2, são efetuadas análises não lineares com recurso ao programa SAP2000 v15 da CSI, requerendo o recurso às relações constitutivas não lineares do betão e do aço. Por fim os resultados serão comparados entre modelos e entre métodos de avaliação e comentados para aferição de conclusões.

Por último, no capítulo 5 serão apresentadas as conclusões finais sobre os resultados obtidos e formuladas algumas propostas para estudos futuros.

CAPÍTULO 2 – CONCEITOS ESTRUTURAIS

2.1- Conceitos básicos na análise estrutural

Tendo como objetivo uma análise estrutural completa e que simule a situação real de uma estrutura de betão armado, de forma a poder dimensioná-la corretamente, é fundamental ter em conta os aspetos teóricos associados ao seu comportamento. Assim sendo, torna-se imprescindível conhecer os conceitos básicos sobre a análise das estruturas, tais como a instabilidade dos elementos verticais esbeltos e os efeitos que advêm dessa instabilidade.

Com o objetivo de executar uma análise estrutural rigorosa é necessário avaliar corretamente os efeitos associados à deformação dos elementos verticais, o que exige a execução de procedimentos sofisticados de cálculo, não acessíveis à generalidade dos projetistas. Por forma a possibilitar uma avaliação mais expedita, foram desenvolvidos métodos simplificados, baseados na classificação das estruturas, no que respeita ao contraventamento aos movimentos laterais, no parâmetro esbelteza, que pretende aferir se os elementos verticais são suscetíveis de instabilizar quando sujeitos a forças verticais, no nível de esforço axial introduzido nos elementos verticais, entre outros.

De forma a conseguir uma melhor qualidade dos resultados, há ainda que ter em consideração os efeitos da fluência, resultantes da manutenção da aplicação de cargas sobre os elementos estruturais ao longo do tempo, e das imperfeições geométricas, os quais contribuem para o agravamento dos efeitos de segunda ordem.

O envolvimento de todos estes conceitos pode, no entanto e de uma forma mais rigorosa, ser efetuado com recurso a programas de análise não linear, que tentam simular a não linearidade física e geométrica das estruturas.

É intuito desta dissertação efetuar uma breve apresentação dos conceitos básicos da análise estrutural, constituindo assim o ponto de partida para o estudo dos efeitos de segunda ordem.

2.1.1- Instabilidade de elementos esbeltos comprimidos

Os efeitos de segunda ordem de um elemento esbelto sujeito a uma compressão axial podem dar origem a fenómenos de instabilidade, passando o estado limite último do elemento a estar condicionado pela encurvadura do elemento.

Os efeitos decorrentes da instabilidade do elemento podem ser exemplificados através da aplicação de uma compressão axial (P) numa coluna, de comportamento perfeitamente elástico linear, apoiada na base e com deslocamentos verticais livres no outro extremo, ou seja, a denominada coluna de Euler.

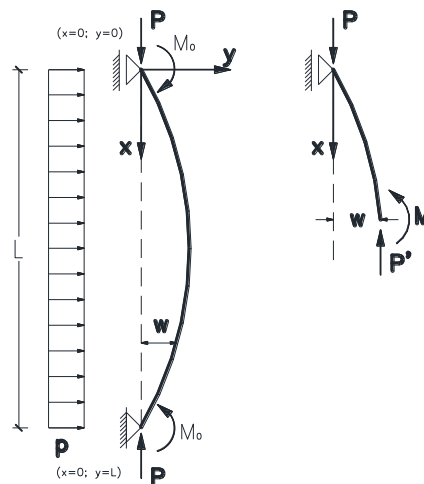


Figura 1 – Coluna de Euler [Bažant, Z.; Cedolin, L., 2010]

A partir da situação de equilíbrio do elemento obtém-se a seguinte equação para o momento M , numa qualquer secção à distância x do apoio:

$$M(x) = -P \cdot w(x) + M_0(x) \quad (2.1)$$

onde $M_0(x)$ é o momento fletor causado pela carga $P(x)$.

Substituindo $M = EI / r$ e considerando que $1 / r \approx w''$, para pequenas deformações, obtém-se:

$$EI \cdot w'' = -P \cdot w + M_0 \quad (2.2)$$

ou

$$w'' + k^2 \cdot w = \frac{M_0}{EI} \quad (2.3)$$

com

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.4)$$

Com as condições de fronteira indicadas acima, obter-se-á uma equação cuja solução, para a compressão ($P > 0$), resulta :

$$w = A \cdot \text{sen } kx + B \cdot \text{cos } kx \quad (2.5)$$

onde A e B são constantes de integração e em que as condições de fronteira impostas anteriormente fazem com que haja uma solução quando $k = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$. Assim, obtém-se finalmente $P \cdot L^2 / E \cdot I = \pi^2, 4\pi^2, 9\pi^2$, resultando em:

$$P_{cr_n} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.6)$$

onde n corresponde aos modos de deformação. A carga mínima, associada à instabilidade do elemento, ocorre quando $n = 1$, denominando-se como carga crítica de Euler ou carga de encurvadura:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_0^2} \quad (2.7)$$

onde

E é o módulo de elasticidade do material;

I é o momento de inércia da secção;

L_0 é o comprimento efetivo de encurvadura e igual a L na deformação fundamental (ver capítulo 2.3).

A expressão anterior tem a limitação de apenas ser aplicável para um material com módulo de elasticidade constante ao longo da história de carga, desde a tensão nula até à tensão de cedência do material, ou seja, para materiais elásticos. Em seguida, a figura 2 apresenta o limite teórico para a rotura de um elemento vertical, composto por uma reta que define a tensão limite à compressão do material de um elemento vertical e a transição teórica para a

curva de Euler definida pela equação 2.5, onde a instabilidade do elemento é preponderante para a rotura do elemento. Na mesma figura apresenta-se o tipo de curva real de rotura de um elemento em comparação ao limite teórico, devendo-se as diferenças entre os dois limites às imperfeições geométricas e físicas que um elemento vertical real terá.

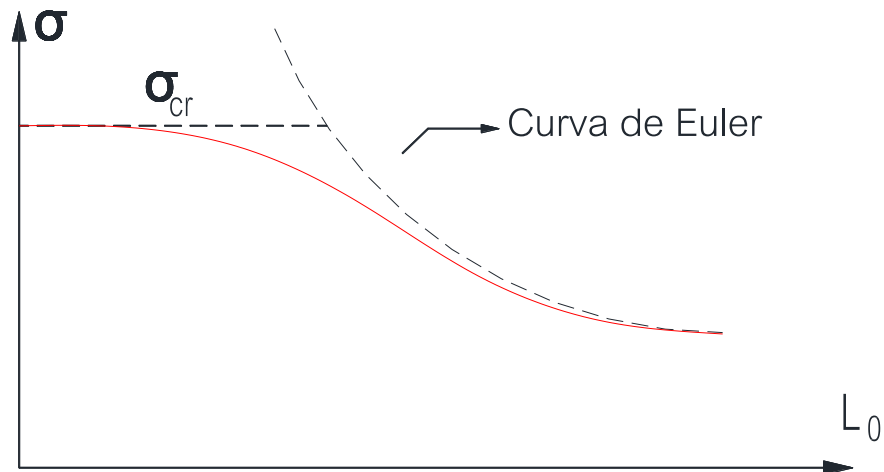


Figura 2 – Comparação entre o limite teórico da rotura de um elemento (capacidade resistente do material e instabilidade do elemento) e a curva real [Águas, 2009]

Na história do carregamento de um elemento vertical desde o seu início até à rotura são identificadas as seguintes trajetórias de equilíbrio: fundamental estável, fundamental instável e a trajetória pós-encurvadura também estável. Na figura 3, apresentam-se as três trajetórias de equilíbrio dos elementos verticais quando submetidos a carregamentos verticais.

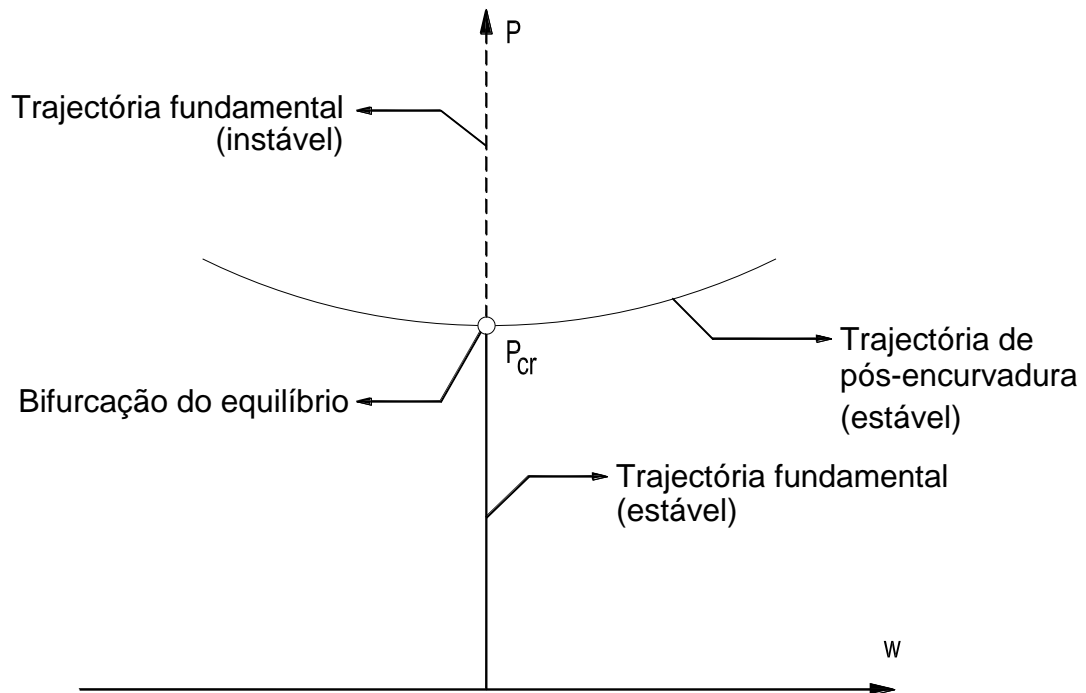


Figura 3 – Bifurcação de equilíbrio, quando é atingido o valor de P_{cr} de uma barra

A trajetória de equilíbrio é considerada estável na primeira fase do carregamento (carga P inferior à carga crítica, P_{cr} ,) porque se o elemento, axialmente solicitado, for exposto a uma carga horizontal que provoque uma deformação lateral, voltará à sua posição inicial se a força horizontal deixar de atuar sobre a peça.

Considera-se que o elemento se encontra em equilíbrio neutro, ou seja, na bifurcação de duas trajetórias de equilíbrio, se sujeito a uma carga P igual a P_{cr} , e sob a atuação de uma força horizontal que imponha uma deformação à peça, o elemento não volte à posição inicial, dando origem a uma deformação residual que se manterá mesmo após a retirada da carga horizontal.

Quando a carga P for maior que P_{cr} , o elemento passará para uma situação de equilíbrio instável e qualquer carga horizontal poderá levar o elemento à rotura.

Em seguida apresenta-se a curva de interação representativa de um elemento vertical de betão armado, na qual foram representadas as trajetórias de esforços de um elemento sujeito a uma carga axial crescente, aplicada nos extremos, introduzindo um momento constante, em três situações distintas:

- OA – elemento não esbelto (coluna curta). A rotura ocorre pelos materiais, sem a ocorrência de efeitos de 2ª ordem;
- OB – elemento esbelto. A rotura é condicionada pela capacidade resistente dos materiais, mas a ocorrência de momentos de 2ª ordem ($P \times \delta_{\text{adicional}}$) conduzem à redução da carga axial aplicável;
- OC – elemento muito esbelto - rotura ocorre por instabilidade, sem se alcançar a rotura pelos materiais.

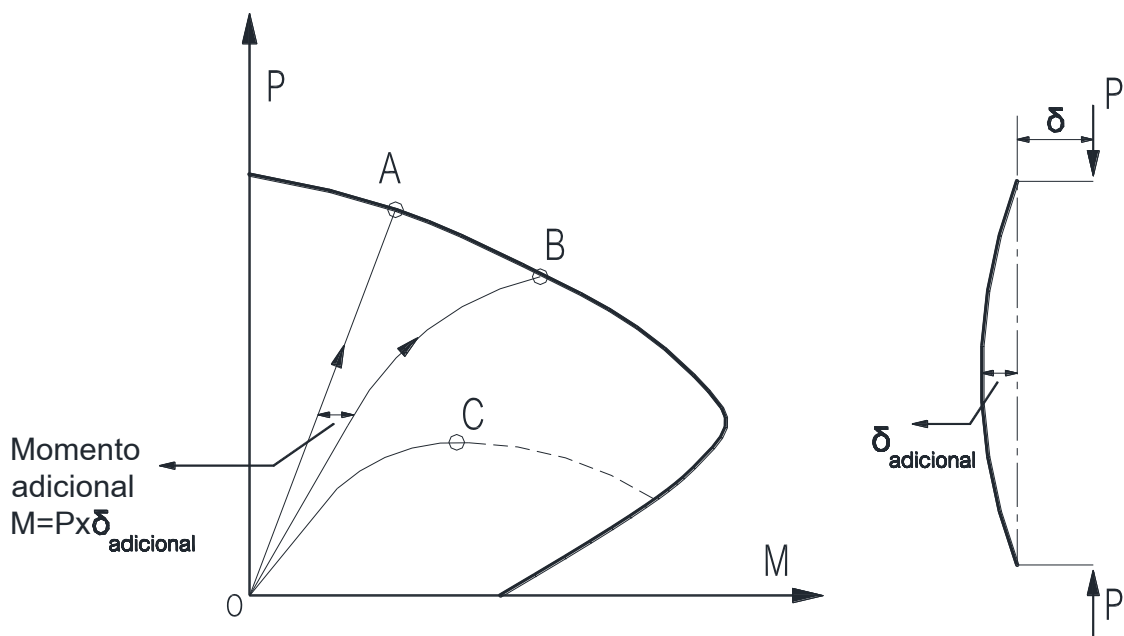


Figura 4 – Trajetórias de esforços de elementos sujeitos a flexão composta [IST, 2004]

Na maioria das estruturas de betão armado, os pilares raramente apresentam esbeltezas que possam conduzir a roturas por instabilidade. Em geral, tendo em consideração que os efeitos de segunda ordem são reduzidos ou podem ser desprezados, é suficiente recorrer a uma análise de primeira

ordem, em que o equilíbrio é determinado na configuração não deformada do pilar.

Quando se constata que é necessário considerar os efeitos de segunda ordem, para a sua contabilização rigorosa, há que proceder à determinação dos fatores tais como a esbelteza dos elementos, os esforços atuantes, a forma de atuação das cargas (excentricidade e duração), entre outros.

2.1.2- Esbelteza e comprimento efetivo de encurvadura

A esbelteza é um parâmetro de sensibilidade dos elementos estruturais aos efeitos de segunda ordem, que surgiu com os primeiros estudos realizados no domínio da instabilidade elástica, efetuados por Euler. Este parâmetro permite caracterizar a sensibilidade dos elementos à encurvadura e é definido como a relação entre o comprimento efetivo de encurvadura e o raio de giração.

Os atuais regulamentos tiram partido deste conceito ao criarem uma fronteira dos elementos que podem ser definidos como curtos ou esbeltos, para definir limites de consideração dos efeitos de segunda ordem, sendo o capítulo 3.1.2 deste trabalho (Eurocódigo 2) um exemplo desta aplicação.

A esbelteza (λ) é dada por:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad (2.8)$$

em que:

l_0 é o comprimento efetivo de encurvadura;

i é o raio de giração.

O comprimento de encurvadura é função das condições de apoio da barra nas suas extremidades, sendo definido como a distância entre os pontos de inflexão da curvatura da deformada do elemento, quando em situação de instabilidade.

Na figura seguinte apresentam-se alguns exemplos de comprimentos efetivos de encurvadura.

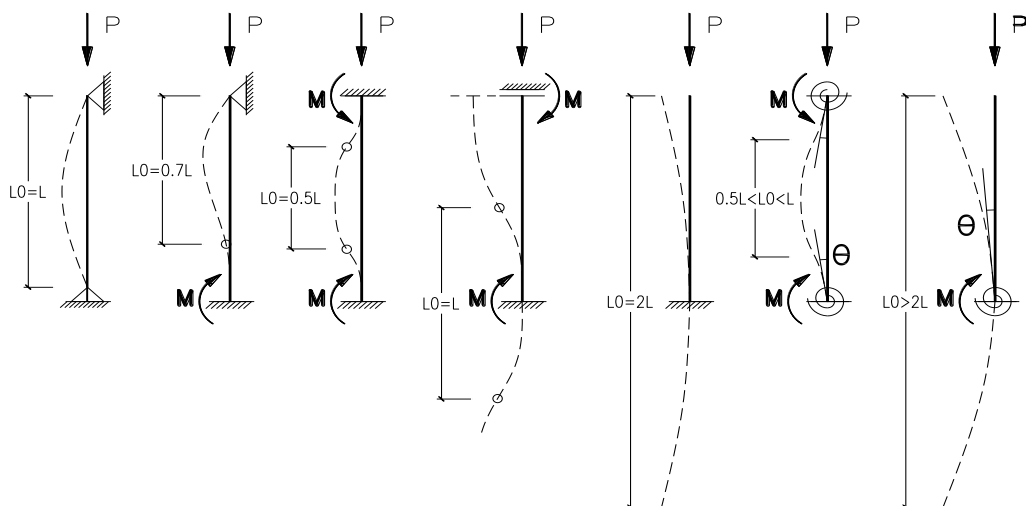


Figura 5 - Exemplos de comprimentos de encurvadura para diferentes condições de apoio [EC2, 2010]

Traduzindo a esbelteza a sensibilidade à deformação lateral da coluna, para materiais homogêneos, a encurvadura pode ocorrer quando um certo valor for atingido:

$$\lambda_{lim} = \frac{l_0}{i} = \frac{\pi \sqrt{\frac{EI}{P_{cr}}}}{\sqrt{\frac{I}{A}}} = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2.9)$$

Ainda assim, a expressão 2.9 pode ser associada ao conceito do limite de 10% dos efeitos de segunda ordem que alguns regulamentos implementam para desprezar esses efeitos. Ou seja, este conceito indica que se os valores dos efeitos de segunda ordem forem inferiores a 10% dos efeitos de primeira ordem, poderão ser ignorados.

2.1.3- Efeitos P-delta

Tendo como base o parâmetro da esbelteza e os comprimentos efetivos dos elementos é possível efetuar análises aos efeitos secundários que os carregamentos produzem quando aplicados em elementos verticais esbeltos. Os esforços resultantes do carregamento inicial são amplificados pelos efeitos da

deformação da estrutura. Nesta análise deverão também considerados os efeitos nas tensões elásticas devido sobretudo às cargas axiais, traduzidas na forma de “endurecimento” em tração (aumento de rigidez) e “amolecimento” em compressão (redução de rigidez) [J. Guerra, 2008].

Na presença de elementos verticais com esbelteza elevada, há que ter em conta os efeitos designados de P-Delta, associados às deformações não-lineares laterais das estruturas quando sujeitas a cargas axiais de compressão. A magnitude deste efeito, a grandeza da deformação introduzida, está associada à carga axial, à rigidez da estrutura como um todo e à rigidez dos elementos individuais.

Os efeitos P-Delta podem ser divididos em dois efeitos distintos, os efeitos globais (P- Δ) e os efeitos locais (P- δ).

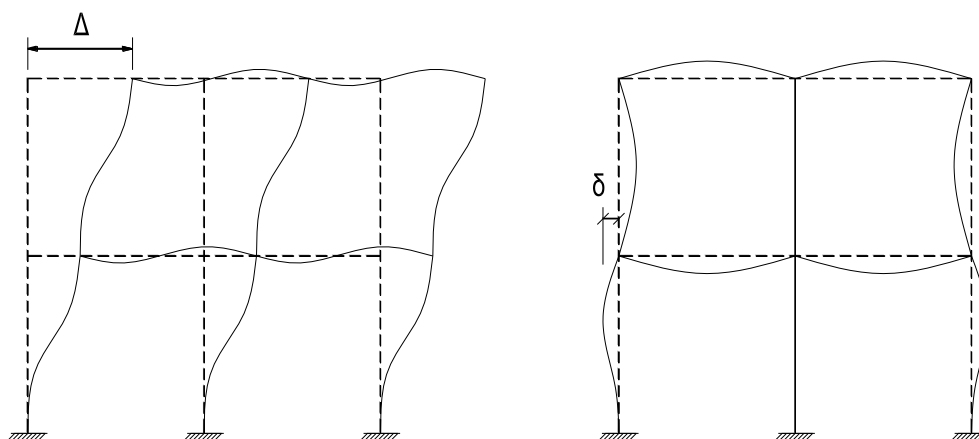


Figura 6 – Efeitos P-Delta, globais (P- Δ) e locais (P- δ)

Os efeitos de segunda ordem globais (P- Δ), denominados também como efeitos da deformação da estrutura, ocorrem em estruturas que apresentam deslocamentos horizontais quando solicitadas por cargas verticais importantes e são resultantes dos deslocamentos dos nós dos elementos relativos à sua configuração indeformada quando a estrutura é submetida à solicitação.

Os efeitos de segunda ordem locais (P- δ), denominados também como efeitos da deformação dos elementos, estão associados aos deslocamentos dos

elementos relativos à posição da corda definida pelas suas extremidades. Estes efeitos estão associados à atuação de cargas axiais de compressão importantes nos elementos, independentemente de as estruturas terem, ou não, deslocamentos horizontais. Os diagramas dos momentos adicionais resultantes têm uma variação não-linear relativamente aos momentos de primeira ordem.

2.2- Classificação das estruturas

De forma de realçar a importância dos deslocamentos laterais e a definição do comprimento de encurvadura dos elementos, na distribuição dos efeitos de segunda ordem, as estruturas são usualmente classificadas de acordo com os seus modos de deformação principais.

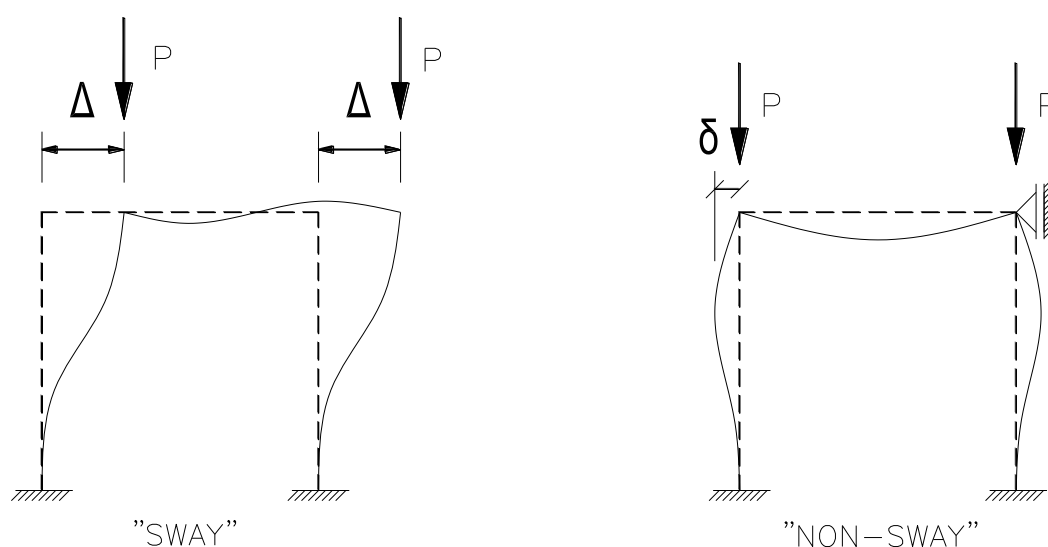


Figura 7 – Modos de deformação de estruturas

Existem dois modos ou classificações de deformação relevantes para as estruturas, quando se abordam os efeitos de segunda ordem: estruturas com deslocamentos laterais não desprezáveis ("sway") ou de "nós móveis", e estruturas com deslocamentos laterais desprezáveis ("non-sway") ou de "nós fixos", quando os efeitos $P-\Delta$ são desprezáveis.

As estruturas são ainda classificadas quanto à existência ou não de contraventamento em alguns regulamentos, como o ACI318 ou o Model

Code 10, sendo denominadas de contraventadas (braced) ou não contraventadas (unbraced). É de salientar que este conceito era proposto pelo EC2 mas que foi abandonado nas versões mais recentes.

Um sistema de contraventamento nas estruturas serve para aumentar a rigidez do edifício e limitar os efeitos de segunda ordem, garantindo a estabilidade do conjunto.

Este aumento de rigidez da estrutura é alcançado através de elementos de grande rigidez tais como paredes, núcleos de paredes, pilares resistentes ou a combinação destes, elementos suficientemente rígidos para resistir por si só às solicitações horizontais impostas à estrutura, reduzindo, mas não eliminando, os deslocamentos horizontais entre pisos.

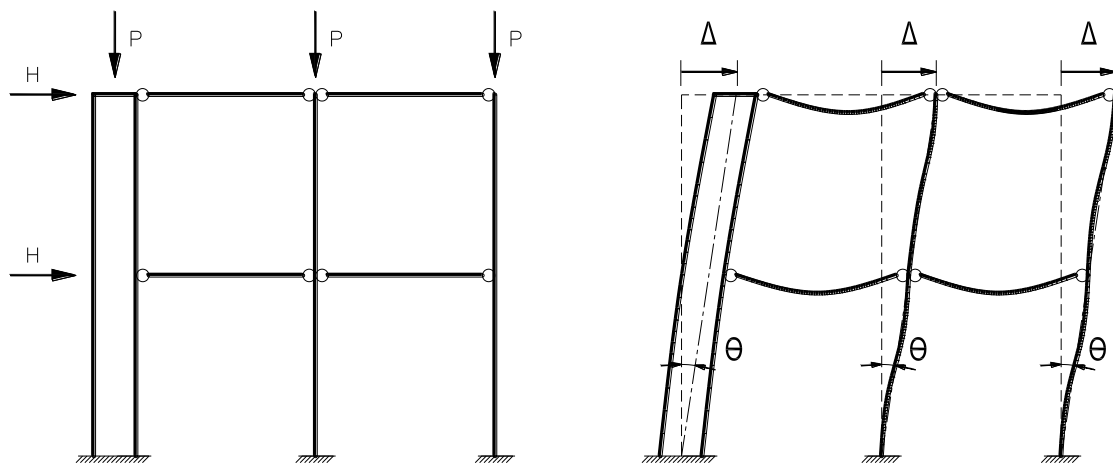


Figura 8 – Esquema sobre o efeito de contraventamento numa estrutura

Apesar da deformabilidade dos pisos ficar limitada a níveis aceitáveis, o sistema de contraventamento irá estar sujeito a efeitos de segunda ordem em estruturas cuja esbelteza seja elevada, como por exemplo quando a altura dos edifícios é muito superior às suas dimensões em planta.

Na análise de uma estrutura contraventada é possível admitir, como simplificação de cálculo, que os elementos de contraventamento absorvem todos os esforços horizontais, desprezando-se a contribuição para a resistência dos

restantes, assumindo rótulas na ligação às vigas. Assim sendo, adota-se o cálculo e verificação dos efeitos globais de segunda ordem apenas no sistema de contraventamento, verificando a ligação pilar-piso e assegurando a sua transmissão de esforços horizontais para os elementos de contraventamento.

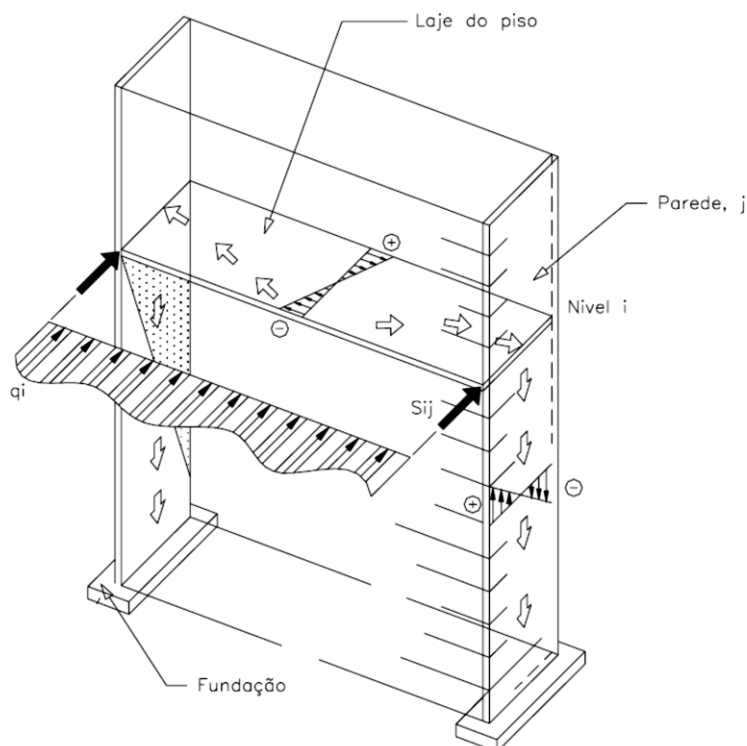


Figura 9 – Transmissão de esforços das lajes para as paredes [J.Guerra, 2008]

2.3- Efeito da fluência

Ao sujeitar um elemento de betão a cargas constantes e permanentes, verifica-se que a deformação instantânea inicial aumenta progressivamente ao longo do tempo, sendo este acréscimo designado como deformação por fluência. O aumento de deformação ao longo do tempo induz um aumento nos esforços dos elementos estruturais levando, conseqüentemente, à redução da resistência da estrutura.

Os efeitos de fluência são fenómenos que ocorrem quando a estrutura está exposta a ações de caráter permanente (peso próprio e restantes cargas permanentes) devido a estas manterem a sua atuação durante muito tempo.

Existem inúmeros fatores que afetam a correta contabilização da fluência, tais como a influência da natureza química e física do cimento, das dimensões e humidade interior dos elementos, da tensão de rotura do betão, dos adjuvantes, da natureza dos inertes, da grandeza da tensão aplicada, da idade no instante da carga, do tempo de carga e da humidade relativa do ar. Neste sentido, devido à complexidade associada à determinação de todos os fatores e à dificuldade em determinar o histórico de cargas das estruturas, os regulamentos adotam métodos simplificados de forma a avaliar os efeitos da fluência nos esforços de cálculo.

O Eurocódigo 2 aborda o efeito da fluência dos carregamentos permanentes na determinação dos efeitos de segunda ordem. Para o efeito, recorre a um método de determinação por meio de ábacos, que se traduzem num coeficiente de fluência com valor final ($\varphi_{(\infty,t_0)}$), em função da humidade relativa dos ambientes em que os elementos de betão estão expostos, da quantidade de área de exposição dos elementos, do tipo de betão e cimento utilizados (classe) e da idade do betão. Em conjunto com os coeficientes dos métodos de análise dos efeitos de segunda ordem, o módulo de elasticidade do betão E_c é modificado num módulo de elasticidade (E_{ct}) que tem em consideração as deformações por fluência nas análises dos elementos.

Na figura 10 ilustra-se como o módulo de elasticidade tangente E_{ct} é modificado com a aplicação do coeficiente da fluência.

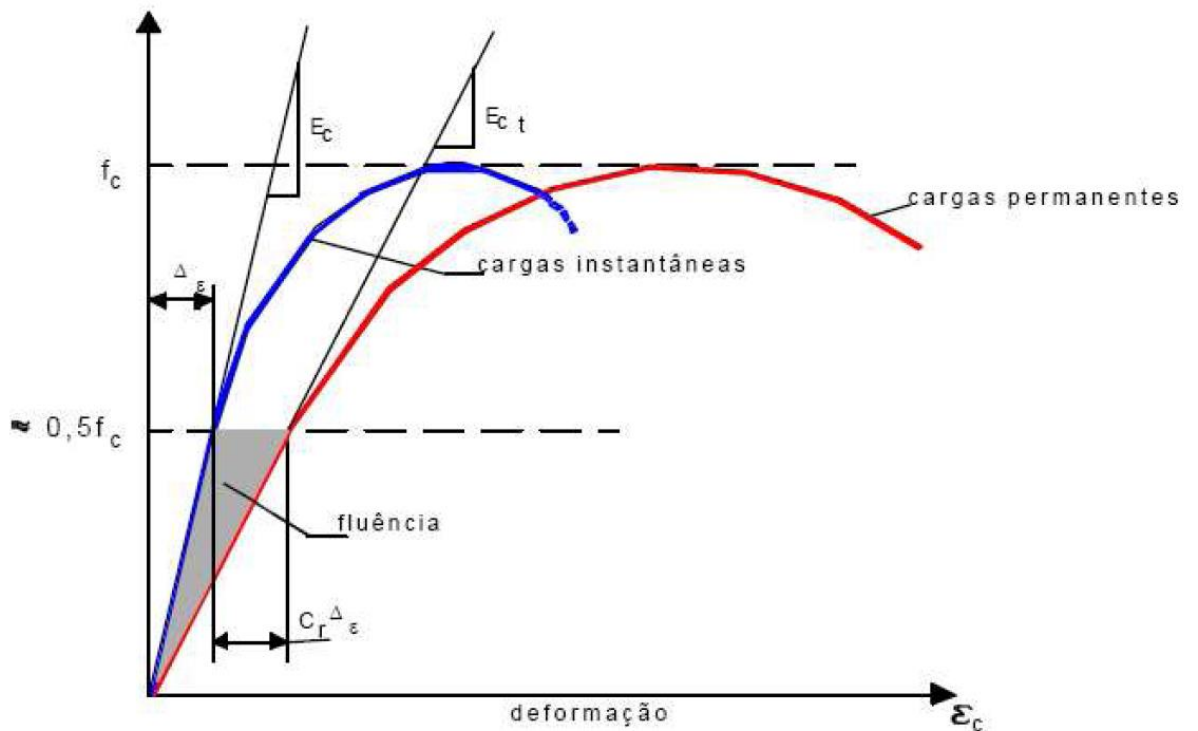


Figura 10 – Comparação de curvas típicas de σ_c em função de ϵ_c com E_c e $E_{c,t}$ modificado [Khouri, 2001]

2.4- Imperfeições geométricas

Todas as estruturas, no seu processo construtivo, estão sujeitas a desvios geométricos, distorções de secção e posicionamento dos elementos estruturais antes de qualquer aplicação de cargas. Assim sendo, as imperfeições geométricas correspondentes ao desalinhamento do eixo dos elementos estruturais devem ser consideradas no seu dimensionamento.

Na consideração das imperfeições geométricas, os vários regulamentos utilizam diferentes métodos de análise por ser um efeito complexo dependendo de vários parâmetros. Neste sentido, as imperfeições geométricas podem ser divididas em dois grupos, **imperfeições globais** e **imperfeições locais**, classificações referenciadas na Norma Brasileira NBR6118 (Projeto de estruturas de concreto – Procedimento). Embora o EC2 não utilize estas

classificações, apresenta métodos de cálculo para a sua contabilização nas análises das estruturas, apresentadas em seguida neste trabalho.

2.4.1 – Imperfeições Globais – não verticalidade da estrutura

De modo a contabilizar os efeitos das imperfeições geométricas globais, o EC2 representa a estrutura numa forma inclinada, dada por um ângulo θ_i relativamente à vertical, sendo calculado pela seguinte expressão:

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m \quad (2.10)$$

em que:

θ_0 valor base, podendo ser adotado como sendo 1/200;

α_h fator de redução respeitante à altura, dado por $\alpha_h = 2/\sqrt{l}$ onde $2/3 \leq \alpha_h \leq 1$;

α_m fator de redução que pretende ter em conta o efeito positivo de diversos de pilares a contribuírem para o sistema de contraventamento horizontal, diminuindo com o aumento do número de prumadas, pois quanto maior o número de prumadas, menor a probabilidade das inclinações dos vários elementos apresentarem todas a mesma direção, sendo dado por $\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + \frac{1}{m})}$;

l comprimento ou altura;

m número de elementos verticais que contribuem para a imperfeição global.

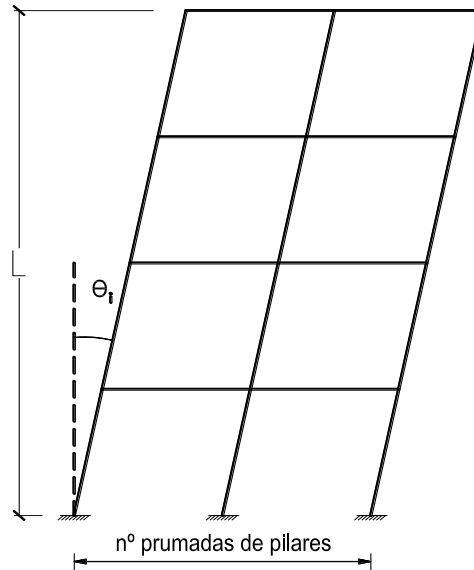


Figura 11 - Imperfeições geométricas globais – inclinação da estrutura

2.4.2 – Imperfeições Locais – não verticalidade de um lanço de pilar

As imperfeições geométricas locais são alterações geométricas de um pilar num dado troço, ou seja, entre pisos, provocadas durante a sua execução. Estas imperfeições podem ocorrer:

- nos pilares contraventados, cujos nós estão ligados a um elemento de contraventamento (parede, núcleo, etc.) por um elemento de travamento (vigas ou lajes) que estará comprimido ou tracionado devido ao desalinhamento vertical de troços de pilares contraventados;
- nos elementos de contraventamento, resultante da sua não verticalidade, conduzindo a compressões ou trações pelos elementos de travamento.

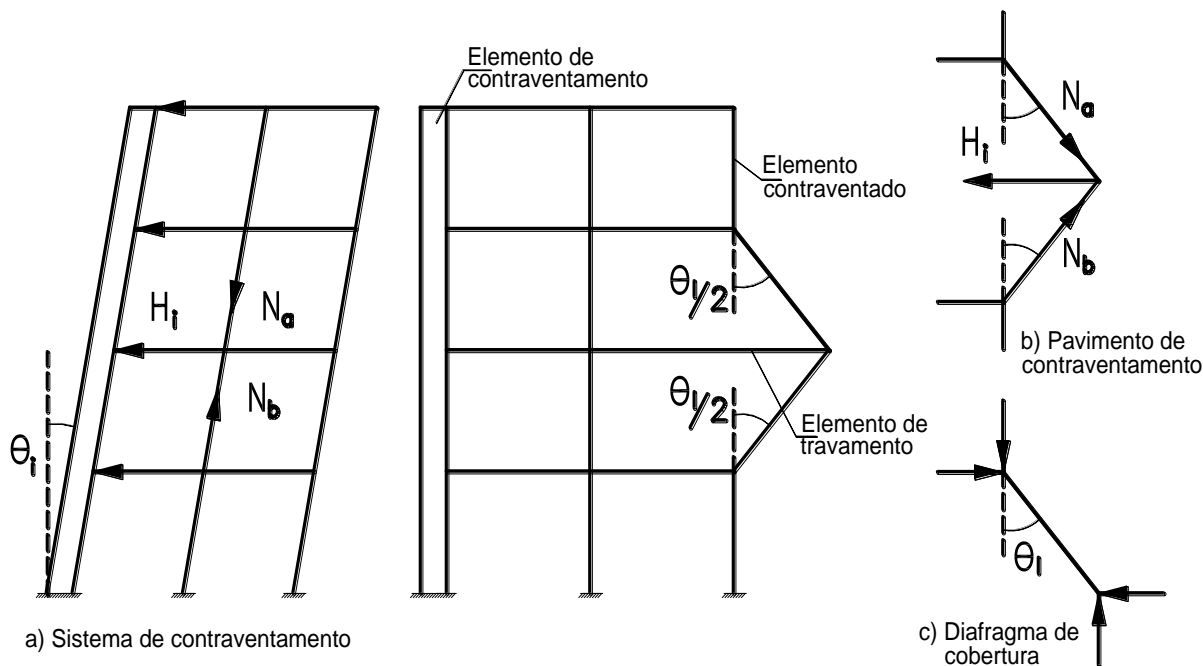


Figura 12 - a) Efeito no sistema de contraventamento; b) Efeito no pavimento de contraventamento; c) Diafragma de cobertura

Ocorrendo estes efeitos ao nível do piso, podem ser calculados pela forma descrita no §5.2 do EC2 e incluídos juntamente com as restantes ações, dependendo do elemento afetado:

$$\text{No sistema de contraventamento - } H_i = \theta_i(N_b - N_a); \quad (2.11)$$

$$\text{No pavimento de contraventamento - } H_i = \theta_i(N_b - N_a)/2; \quad (2.12)$$

$$\text{No diafragma de cobertura - } H_i = \theta_i N_a. \quad (2.13)$$

2.5- Análise não linear

Presentemente os métodos de análise linear existentes nos diferentes regulamentos amplificam os efeitos das cargas, resultando em teoria numa reserva de resistência dos elementos. Devido a esta amplificação excessiva dos efeitos, em alguns casos é imprescindível efetuar uma análise não linear como método de confirmação dos resultados obtidos com recurso aos métodos simplificados propostos. Assim sendo, devido à complexidade e ao consumo de

tempo de cálculo que uma análise não linear requer, impõe-se o recurso a programas computacionais com capacidade de realizar tais análises.

No âmbito deste trabalho foi utilizado o programa SAP2000 V15 da Computers & Structures Inc., um programa de cálculo automático por elementos finitos que também executa análises não lineares considerando o comportamento não linear geométrico das estruturas e físico dos materiais, comportamentos que se abordam em seguida.

Apresentar-se-á apenas o método de análise não linear por incrementos de carga do programa (Time-history) utilizado neste trabalho como método comparativo. Este método avalia a resposta da estrutura para um dado incremento, em que o equilíbrio em cada passo ou incremento sequencial é resolvido por métodos modais ou de integração direta. Há que evidenciar que os comportamentos não lineares geométricos e físicos podem ser introduzidos durante a integração direta não linear do método, ao longo da aplicação da história de carga.

2.5.1 – Não linearidade geométrica

O procedimento de cálculo usual para a análise das estruturas passa pela admissão da hipótese dos pequenos deslocamentos e do comportamento linear dos materiais. No entanto, quando se pretende analisar com rigor o seu comportamento, é necessário considerar o comportamento geometricamente não-linear dos elementos, bem como a não linearidade física dos materiais.

Particularmente, o programa SAP2000 permite a execução de análises não lineares geométricas com efeitos P-Delta, globais e locais, efeitos abordados anteriormente no §2.1.3 do presente trabalho, ou seja, análise da estrutura, na configuração deformada da estrutura, sujeita às cargas externas.

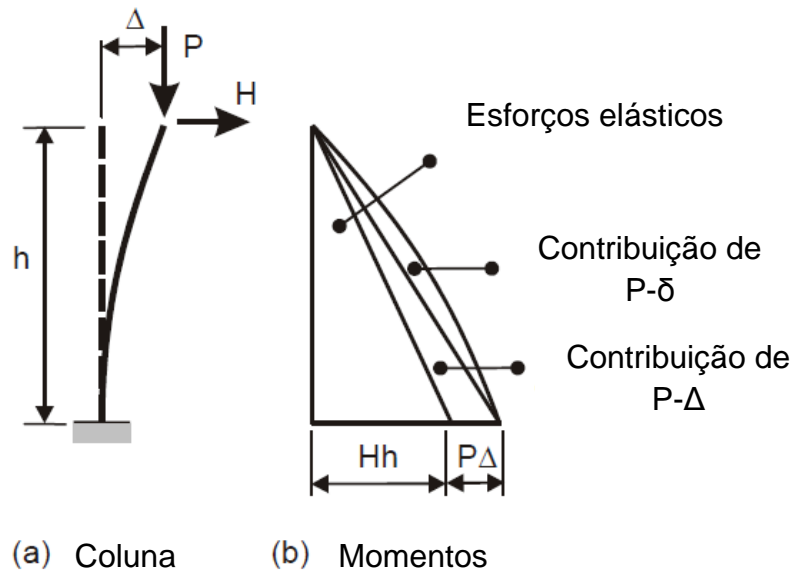


Figura 13 – Esforços globais, considerando os efeitos P-Delta (CSI, 2013)

2.5.2 – Não linearidade física

Outra componente não linear do comportamento das estruturas que importa ter em consideração é a não linearidade física dos materiais. O comportamento não linear físico é associado à não linearidade das relações constitutivas dos materiais, podendo ser caracterizado por uma relação tensão-deformação não linear, ou em força-deslocamento.

Apresenta-se, em seguida, na figura 14, a relação geral força-deslocamento para um material genérico utilizado no programa, ilustrando-se que, quando se alcança o seu limite de elasticidade, a resposta afasta-se da rigidez tangente inicial (comportamento elástico). A resistência pode ainda aumentar (endurecimento), até um valor limite, antes de degradar (amolecimento) para um valor de resistência residual.

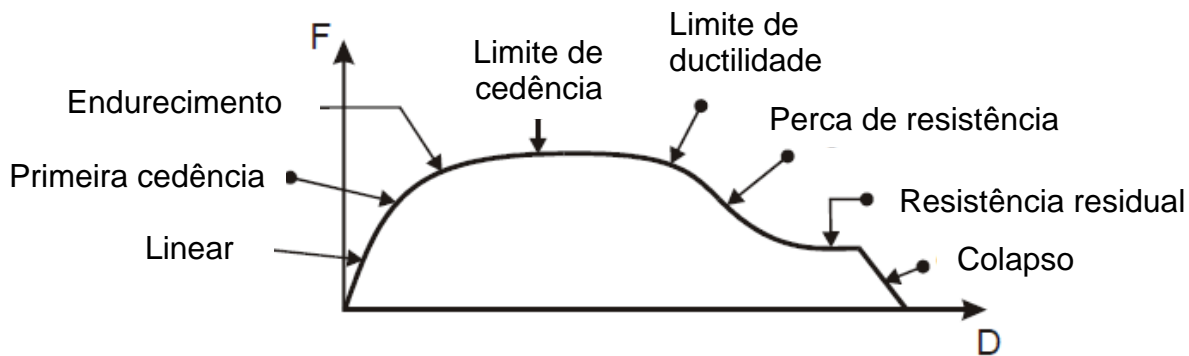


Figura 14 – Relação geral força-deslocamento para um qualquer material (CSI, 2010)

2.5.3 – Método de cálculo do programa SAP2000

O presente capítulo tem o intuito de apresentar a metodologia adotada pelo programa computacional SAP2000, versão 15, na execução das análises não lineares.

Para o efeito, o programa recorre à modelação do comportamento não linear da estrutura através da montagem de uma matriz de rigidez ajustável ao longo do processo de cálculo, a qual traduz, em cada passo e em cada secção, as condições de deformabilidade da estrutura, bem como a resposta dos materiais, em que é executada.

Como já referido, é necessário considerar o equilíbrio na posição deformada dos elementos, assim como adotar as relações constitutivas dos materiais com andamento não linear. Para tal, o recurso ao programa SAP2000 impõe ainda que se efetue uma discretização eficiente dos elementos estruturais e que se recorra a um método iterativo de cálculo para a execução do equilíbrio dos esforços internos e externos da estrutura, como adiante se exporá.

2.5.3.1 – Discretização dos elementos modelados

A modelação das estruturas é efetuada por elementos finitos lineares, admitindo o programa a possibilidade de rotação plástica nos extremos das barras. Estes pontos de rotação controlada são denominados de “hinges” e constituem-se de

rótulas com capacidade resistente de acordo com a pormenorização da secção dos elementos onde se encontram, estando dependentes dos diagramas de momentos-curvaturas adotados para as secções.

Há que referir que os resultados da análise não linear geométrica estão dependentes da discretização dos elementos da estrutura, sendo conveniente a partição em vários elementos finitos, de forma a melhor avaliar os efeitos das deformações dos elementos.

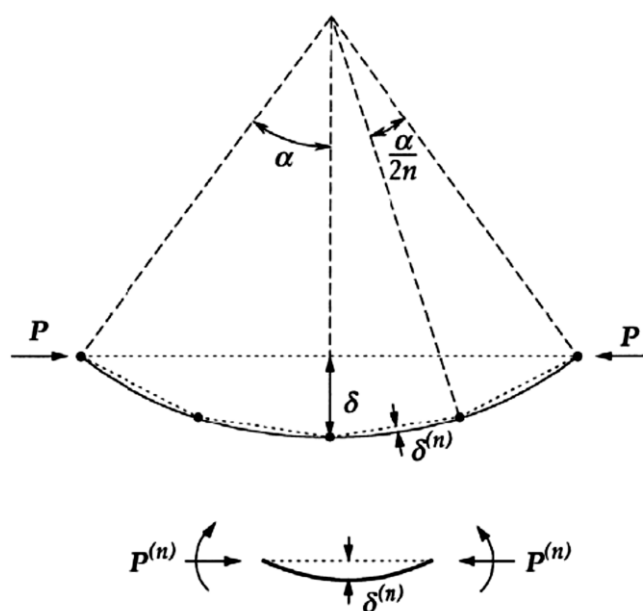


Figura 15 – Exemplo de uma discretização para um elemento comprimido (Vinagre, J.)

O programa automático em questão utiliza também um método de discretização dos materiais/fibras em secções tipo “Shell” (casca) para o cálculo da análise não linear física, chamados de “Layered Shells” (elementos de casca por camadas), método originalmente apresentado no Boletim n.º161 da Comissão Euro-Internacional do Betão (CEB). As camadas das secções dos elementos de casca são diferenciadas pela espessura, pela sua posição relativamente ao sistema de eixos do elemento e pela relação constitutiva do material, possibilitando assim a execução da análise não linear física.

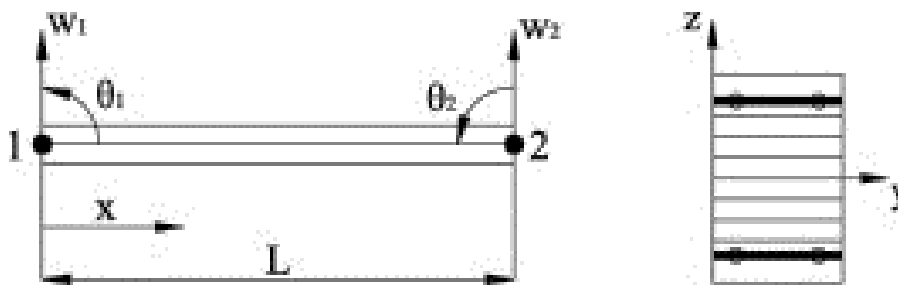


Figura 16 – Representação tipo de uma seção de casca por camadas (CSI, 2010)

Dentro das camadas dos elementos de casca, o programa admite que os versores que as definem permanecem paralelos, de forma a garantir um comportamento global conjunto entre camadas. No entanto, os versores não se mantêm necessariamente normais relativamente à superfície média, o que permite a deformação por esforço transversal. Para a descrição dos comportamentos de membrana e de flexão são admitidos campos quadráticos de deslocamentos, com tratamento adequado, para evitar a ocorrência de problemas de “shear locking”. Saliente-se, ainda, que o programa admite um estado plano de tensão em cada camada.

2.5.4.2 – Processo de cálculo incremental-iterativo

A análise não linear baseia-se na determinação das forças internas, associadas aos deslocamentos resultantes da deformação imposta na estrutura pelas forças externas, garantindo o seu equilíbrio.

Além de ser necessário contabilizar a não linearidade das relações constitutivas e discretizar os modelos no espaço, utilizando o método de elementos finitos para a obtenção dos resultados finais, há também a necessidade de efetuar uma análise incremental (Falcão, 2004). Essa análise baseia-se num procedimento incremental de sucessivos estados de equilíbrio, alcançados através de um processo iterativo, designando-se a este processo global de processo incremental-iterativo.

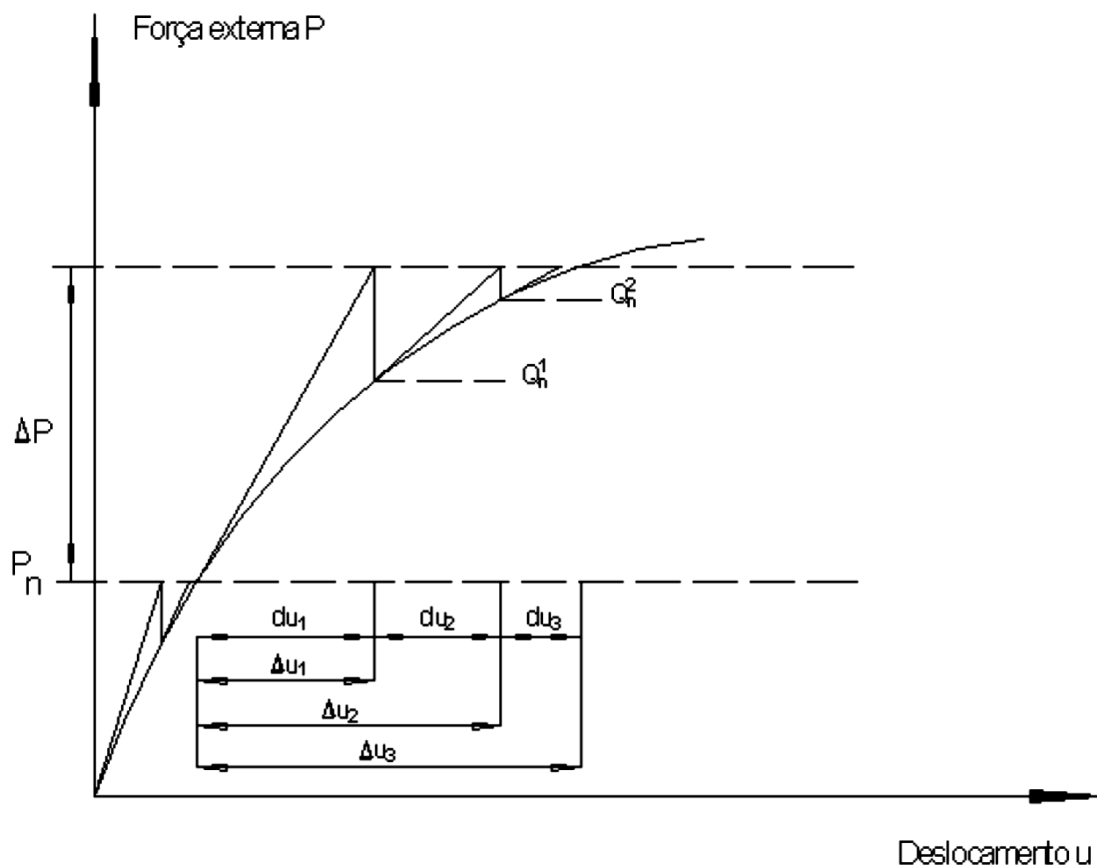


Figura 17 - Procedimento incremental iterativo Newton-Raphson completo

O programa de cálculo SAP2000 efetua as análises não lineares com recurso ao método de Newton-Raphson, um processo incremental clássico. Neste método, a matriz de rigidez tangente é atualizada e calculada no arranque de cada iteração, como se ilustra na figura 17. A vantagem deste procedimento de cálculo é o de conduzir a uma convergência quadrática. No entanto, nas regiões em que a resposta não apresenta um comportamento acentuadamente não linear, esta técnica pode ter implicações no tempo de execução, por obrigar à montagem da matriz de rigidez em cada iteração.

De forma a otimizar e a acelerar a busca da solução, o programa combina o método de Newton-Raphson com o método de pesquisa de linha (usualmente designado por “Line-search”), algoritmo que, tendo por base a redução da energia potencial do caminho na busca da solução, permite aumentar a taxa de

convergência minimizando, por sua vez, o tempo de cálculo da análise não-linear.

Em seguida, apresentam-se os parâmetros associados à análise não linear adotados na execução dos modelos em estudo no presente trabalho.

The screenshot shows the 'Nonlinear Parameters' dialog box with the following settings:

- Material Nonlinearity Parameters:**
 - Frame Element Tension/Compression Only
 - Frame Element Hinge
 - Cable Element Tension Only
 - Link Gap/Hook/Spring Nonlinear Properties
 - Link Other Nonlinear Properties
 - Time Dependent Material Properties
- Solution Control:**
 - Maximum Total Steps per Stage: 1000
 - Maximum Null (Zero) Steps per Stage: 400
 - Maximum Constant-Stiff Iterations per Step: 10
 - Maximum Newton-Raphson Iter. per Step: 40
 - Iteration Convergence Tolerance (Relative): 1,000E-03
 - Use Event-to-event Stepping: Yes
 - Event Lumping Tolerance (Relative): 0,01
 - Max Line Searches per Iteration: 20
 - Line-search Acceptance Tol. (Relative): 0,1
 - Line-search Step Factor: 1,618
- Hinge Unloading Method:**
 - Unload Entire Structure
 - Apply Local Redistribution
 - Restart Using Secant Stiffness
- Target Force Iteration:**
 - Maximum Iterations per Stage: 10
 - Convergence Tolerance (Relative): 0,01
 - Acceleration Factor: 2,
 - Continue Analysis If No Convergence: No

Buttons at the bottom: 'Reset To Defaults', 'OK', and 'Cancel'.

Figura 18 – Parâmetros associados à análise não-linear, a especificar para os modelos em estudo.

Como é possível visualizar na figura anterior, o programa impõe que se estabeleça um critério de convergência através de um valor de tolerância (“Iteration Convergence Tolerance”), o qual deverá ser ajustado às grandezas envolvidas e à discretização adotada. Como medida de precaução, o cálculo será interrompido quando as iterações máximas forem atingidas ou quando o processo não conduzir à convergência.

Relativamente à simulação da ductilidade nas ligações (hinges), o programa faculta três métodos para descarregar os esforços quando as ligações cedem: através da descarga em toda a estrutura, por aplicação de uma redistribuição de esforços local ou recomeçando o cálculo usando uma rigidez secante. Nas análises efetuadas no presente estudo foi adotada a redistribuição de esforços local por se ter concluído permitir a obtenção de bons resultados, com rápida convergência.

CAPÍTULO 3 - AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM PELA REGULAMENTAÇÃO ATUAL

3.1- Eurocódigo 2 (EC2)

Comparativamente à regulamentação portuguesa, o EC2 representou uma evolução significativa e inovadora nas regras de dimensionamento de estruturas de betão.

No capítulo 5 do EC2 são apresentadas algumas metodologias de análise estrutural, especificando-se os requisitos de modelação. Os modelos de comportamento aceites pelo regulamento europeu são o comportamento elástico linear (§ 5.4), elástico linear com redistribuição limitada (§ 5.5), plástico incluindo os modelos de escoras e tirantes (§ 5.6) e não linear (§ 5.7), sendo o primeiro e o último os adotados na presente dissertação, no estudo dos modelos.

Dependendo do nível de exigência do projeto, o EC2 apresenta no § 5.8 três metodologias de análise aos efeitos de segunda ordem:

- O método geral, baseado numa análise não linear (física e geométrica) sendo este o método mais rigoroso;
- O método baseado na rigidez nominal (elementos inseridos em estruturas);
- O método baseado na curvatura nominal (elementos isolados).

3.1.1 – Noções básicas

3.1.1.1 – Definições

Para a compreensão das metodologias apresentadas na abordagem dos efeitos de segunda ordem, o EC2 apresenta as seguintes definições básicas, que importa ter em atenção:

Flexão desviada: flexão simultânea segundo dois eixos principais;

Elementos ou sistemas contraventados: elementos ou subsistemas estruturais que, na análise e no cálculo, são considerados como *não* contribuindo para a estabilidade horizontal de conjunto de uma estrutura;

Elementos ou sistemas de contraventamento: elementos ou subsistemas estruturais que, na análise e no cálculo, são considerados como contribuindo para a estabilidade horizontal de conjunto de uma estrutura;

Encurvadura: rotura devida à instabilidade de um elemento ou de uma estrutura em compressão axial perfeitamente centrada e sem carregamento transversal;

Carga de encurvadura: a carga para a qual ocorre a encurvadura; para elementos elásticos isolados é sinónimo da carga crítica de Euler;

Comprimento efetivo: comprimento utilizado para traduzir a forma da deformada; pode também ser definido como comprimento de encurvadura, ou seja, o comprimento de um pilar biarticulado sob ação de um esforço normal constante, com a mesma secção transversal e a mesma carga de encurvadura do elemento considerado;

Efeitos de primeira ordem: efeitos das ações calculados excluindo o efeito das deformações da estrutura, mas incluindo as imperfeições geométricas;

Elementos isolados: elementos efetivamente isolados, ou elementos que, para efeitos de cálculo, poderão ser tratados como estando isolados na estrutura;

Momento nominal de segunda ordem: momento de segunda ordem utilizado em certos métodos de cálculo, de que resulta um momento total compatível com a resistência última da secção transversal;

Efeitos de segunda ordem: efeitos adicionais resultantes das deformações da estrutura.

3.1.1.2 – Fluência

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem, tendo em conta os efeitos da fluência, o EC2 impõe que se considerem as condições gerais relativas à fluência e a duração da aplicação das diferentes ações na combinação de ações de projeto.

De acordo com o EC2, a duração do carregamento poderá ser considerada de uma forma simplificada através de um coeficiente de fluência efetivo, φ_{ef} , que, utilizado em conjunto com a ação de cálculo, produz uma deformação por fluência (curvatura) correspondente à ação quase-permanente:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)} \cdot M_{0E_{qp}} / M_{0Ed} \quad (3.1)$$

onde:

$\varphi_{(\infty,t_0)}$ coeficiente final de fluência;

$M_{0E_{qp}}$ momento fletor de primeira ordem na combinação de ações quase-permanente;

M_{0Ed} momento fletor de primeira ordem na combinação de ações de cálculo.

O EC2 possibilita, ainda, que se possa definir $\varphi_{(\infty,t_0)}$ a partir dos momentos fletores totais $M_{E_{qp}}$ e M_{Ed} , mas tal requer uma iteração e uma verificação da estabilidade sob a combinação de ações quase-permanente com $\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)}$.

Quando a relação $M_{E_{qp}}/M_{Ed}$ variar num elemento ou estrutura, esta poderá ser calculada para a secção de momento máximo ou então utilizar-se um valor médio representativo.

Ainda assim, o efeito da fluência pode ser ignorado, admitindo que $\varphi_{ef}=0$, caso sejam satisfeitas as seguintes condições:

- $\varphi_{(\infty,t_0)} \leq 2$;

- $\lambda \leq 75$;

- $M_{0Ed}/N_{Ed} \geq h$

em que λ é a esbelteza do elemento, N_{Ed} o esforço axial atuante e h a altura da secção transversal na direção correspondente.

3.1.1.3 – Comprimento efetivo de elementos comprimidos de pórticos regulares

Para o cálculo da esbelteza dos elementos, o EC2 apresenta um método de cálculo rigoroso dos comprimentos efetivos l_0 para elementos comprimidos de pórticos regulares, determinados através das seguintes equações:

Elementos contraventados:

$$l_0 = 0,5 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45+k_2}\right)} \quad (3.2)$$

Elementos não contraventados:

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1+k_2}\right) \right\} \quad (3.3)$$

em que:

k_1, k_2 – são as flexibilidades relativas dos encastramentos parciais das extremidades 1 e 2, respetivamente, dadas pela relação:

$$k = (\theta/M) \cdot (EI/L);$$

θ – é a rotação dos elementos que se opõem à rotação para o momento flector M ;

EI – é a rigidez de flexão do elemento comprimido;

L – é a altura livre do elemento comprimido entre ligações de extremidade.

Caso a extremidade do elemento seja livre, corresponder-lhe-á o limite teórico de $k=\infty$ e caso a extremidade corresponda a um encastramento perfeito o limite será $k=0$. No entanto, sendo raros os encastramentos perfeitos, o EC2 recomenda que se adote, para k , um valor mínimo de 0,1.

3.1.2 – Critérios para a dispensa da avaliação dos efeitos de segunda ordem

O código estipula que os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados se representarem menos de 10% dos efeitos de primeira ordem. Para que o projetista possa aferir a grandeza dos efeitos nos elementos da estrutura em análise, o EC2 apresenta dois critérios para a dispensa a sua avaliação.

3.1.2.1 – Critério de esbelteza para elementos isolados

Como primeira alternativa simplificada, o EC2 indica que se a esbelteza λ de um elemento for inferior a uma esbelteza limite λ_{lim} , os efeitos poderão ser ignorados, ou seja:

$$\lambda \leq \lambda_{lim} \quad (3.4)$$

podendo o limite ser calculado através de:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n} \quad (3.5)$$

onde:

$A = 1/(1+0,2 \varphi_{ef})$, podendo admitir-se igual a 0,7 quando φ_{ef} é desconhecido;

$B = \sqrt{1 + 2\omega}$, podendo admitir-se igual a 1,1 quando ω é desconhecido;

$C = 1,7 - r_m$, podendo admitir-se quando r_m é desconhecido poderá admitir-se $C=0,7$;

φ_{ef} é o coeficiente de fluência efetivo;

$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$ é a taxa mecânica de armadura;

A_s é a área total da secção das armaduras longitudinais;

$n = N_{ed} / (A_c f_{cd})$ é o esforço normal reduzido;

$r_m = M_{01} / M_{02}$ é a razão de momentos M_{01} , M_{02} , momentos de primeira ordem nas extremidades de um elemento em que $|M_{01}| \geq |M_{02}|$. Quando

estes momentos produzirem tração no mesmo lado considera-se r_m será positivo ($C \leq 1,7$); caso contrário, r_m será negativo ($C > 1,7$).

3.1.2.2 – Critério de efeitos globais de segunda ordem em estruturas

Como segunda alternativa simplificada, o código indica que os efeitos globais de segunda ordem em edifícios poderão ser ignorados se:

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (3.6)$$

onde:

$F_{V,Ed}$ é a carga vertical total em todos os elementos;

n_s é o número de pisos;

L é a altura total do edifício, desde o encastramento;

E_{cd} é o módulo de elasticidade de cálculo do betão;

I_c é o momento de inércia dos elementos de contraventamento para uma secção não fendilhada;

k_1 é um coeficiente considerado igual 0,31, pelo Anexo Nacional.

No entanto, esta expressão só é considerada válida se as seguintes condições forem satisfeitas:

- ✓ A instabilidade por torção não for condicionante, por a estrutura ser razoavelmente simétrica;
- ✓ As deformações globais por corte puderem considerar-se desprezáveis devido ao sistema de contraventamento;
- ✓ Os elementos de contraventamento estiverem rigidamente ligados à base com rotações desprezáveis;
- ✓ Os elementos de contraventamento apresentarem uma rigidez razoavelmente constante ao longo do seu comprimento;
- ✓ O aumento da carga vertical total for aproximadamente o mesmo por piso.

Se for demonstrado que os elementos de contraventamento não estão fendilhados no estado limite último, o coeficiente k_1 poderá considerar-se igual a 0,62.

Quando as deformações globais por corte ou rotações de um sistema de contraventamento não se considerarem desprezáveis, o código indica que se devem abordar as regras de avaliação preconizadas no seu **Anexo H**.

O EC2 alerta, no entanto, que se os dois critérios para dispensa da avaliação dos efeitos de segunda ordem propostos anteriormente forem satisfeitos com valores próximos dos limites indicados, poderá não ser suficientemente conservativo ignorar simultaneamente os efeitos de segunda ordem e a fluência, a não ser que a taxa mecânica de armaduras, ω , seja, pelo menos, igual a 0,25.

3.1.3 – Método geral para a avaliação dos efeitos de segunda ordem

Tal como indicado anteriormente, o método geral baseia-se na análise não linear, física e geométrica recorrendo às regras anunciadas no §5.7 do EC2. É indicado que se devem utilizar curvas tensões-extensões do betão e do aço adequadas a uma análise global e ter em consideração os efeitos de fluência.

O regulamento refere ainda que se podem utilizar as relações tensões-extensões dadas pela expressão 3.14 do §3.1.5 e pela figura 3.8 de §3.2.7, diagramas baseados em valores de cálculo, f_{cm} por f_{cd} e $E_{cd}=E_{cm}/\gamma_{CE}$, permitindo que se obtenha, como resultado da análise não linear, o valor de cálculo da ação última.

Para considerar o efeito da fluência, não dispondo de modelos mais pormenorizados, os valores da extensão do diagrama tensões-extensões do betão deverão ser multiplicados por um coeficiente $(1+\varphi_{ef})$. Este método obriga, conseqüentemente, à execução de um processo iterativo o que, de acordo com Falcão (2004), justifica uma revisão futura do regulamento neste ponto.

3.1.4 – Método baseado numa rigidez nominal

O regulamento indica que, numa análise de segunda ordem baseada na rigidez, têm de ser utilizados valores nominais da rigidez de flexão, tendo em consideração, no comportamento global, os efeitos da fendilhação, da não linearidade dos materiais e da fluência, aplicando-se aos elementos estruturais intervenientes na análise como vigas, lajes ou fundações, exigindo em certas ocasiões a consideração da interação entre o terreno e a estrutura.

Falcão (2004) refere que, de acordo com o EC2, a rigidez nominal deve ser definida de tal forma que os esforços totais resultantes da análise possam ser usados para o dimensionamento resistente de secções.

3.1.4.1 - Rigidez nominal

O modelo que o EC2 propõe, para estimar a rigidez nominal de elementos comprimidos esbeltos de uma secção transversal qualquer, é o seguinte:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (3.7)$$

em que:

E_{cd} é o valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão;

I_c é o momento de inércia da secção transversal de betão;

E_s é o valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço das armaduras;

I_s é o momento de inércia das armaduras, em relação ao centro da área do betão;

K_c é coeficiente que considera os efeitos intrínsecos do betão (fendilhação, fluência, etc.);

K_s é o coeficiente que considera a contribuição das armaduras.

Os coeficientes de afetação da rigidez nominal, K_c e K_s , dependem grandemente da taxa geométrica de armadura, ρ , dos elementos estruturais verticais associada ao dimensionamento de “primeira ordem”, e do nível de rigor

que se pretenda para a análise de segunda ordem. Assim sendo, estes parâmetros são obtidos da seguinte forma:

- a) Se $\rho \geq 0,002$ (critério mais rigoroso), deverá adotar-se:

$$K_s = 1;$$
$$K_c = k_1 \cdot k_2 / (1 + \varphi_{ef}); \quad (3.8)$$

em que:

k_1 é o coeficiente que depende da classe de resistência do betão definido por:

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \quad (3.9)$$

k_2 é o coeficiente que depende do esforço normal e da esbelteza, dado por:

$$k_2 = n \times \frac{\lambda}{170} \leq 0.20 \quad (3.10)$$

em que:

n é o esforço normal reduzido, dado por $NE_d/(A_c f_{cd})$;

λ é o coeficiente de esbelteza definido no §2.3 deste trabalho.

Caso a esbelteza não esteja definida, k_2 pode ter determinado pela seguinte equação:

$$k_2 = n \times 0.30 \quad (3.11)$$

- b) De forma simplificada, e apenas quando $\rho \geq 0,01$, os parâmetros poderão ser determinados da seguinte forma:

$$K_s = 0; \quad (3.12)$$

$$K_c = 0,3 / (1 + 0,5 \times \varphi_{ef}); \quad (3.13)$$

Esta simplificação pode ser adequada para uma primeira abordagem na determinação da rigidez nominal, devendo seguir-se um cálculo mais rigoroso como indicado na alínea a).

Assinala-se, contudo, que a escolha do método da determinação dos fatores K_c e K_s influencia a forma como se admite que a estrutura se comporta às ações e pode fazer com que se subestimem os esforços e deslocamentos dos modelos, como se verificará mais adiante no Capítulo 5.

Para estruturas hiperestáticas, o regulamento indica que se devem considerar os efeitos desfavoráveis da fendilhação dos elementos adjacentes no elemento analisado, referindo que as expressões indicadas anteriormente não se aplicam a esses elementos. No entanto, não dá indicação de expressões que se devem aplicar em tais casos, visto serem estes os que surgem geralmente no dimensionamento de estruturas.

A fendilhação parcial e a contribuição do betão tracionado podem ser consideradas. Contudo, como simplificação, estes efeitos podem ser ignorados admitindo-se que as secções estão totalmente tracionadas. Neste sentido, a rigidez pode ser aferida baseando-se num módulo efetivo do betão dado pela expressão:

$$E_{cd,eff} = E_{cd} / (1 + \varphi_{ef}) \quad (3.14)$$

3.1.4.2 – Coeficiente de majoração dos momentos

O procedimento de cálculo para a determinação do momento total, que é proposto no método da rigidez nominal, consiste na majoração do momento resultante da análise de primeira ordem, através da seguinte expressão:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1} \right] \quad (3.15)$$

onde M_{0Ed} é o momento de primeira ordem que inclui o efeito das imperfeições geométricas, β é um coeficiente que depende da distribuição de momentos de primeira e de segunda ordem, N_{Ed} é o valor de cálculo do esforço normal e N_B a carga de encurvadura baseada na rigidez nominal.

Relativamente ao cálculo da carga crítica, o EC2 é pouco esclarecedor sobre a aplicação da rigidez nominal. Enquanto o regulamento indica que a rigidez nominal deve intervir no cálculo através do numerador, também é possível, no caso geral dos nós com fixação elástica, que intervenha indiretamente no denominador através do comprimento efetivo de encurvadura.

Geralmente, admite-se que, para elementos isolados de secção transversal e solicitados por um esforço normal constante, o momento de segunda ordem tem uma distribuição sinusoidal, pelo que o cálculo do coeficiente β é dado por:

$$\beta = \pi^2/C_0 \quad (3.16)$$

em que C_0 é um coeficiente que depende da distribuição do momento de primeira ordem, sendo propostos os seguintes valores em função da distribuição de momentos de primeira ordem:

Distribuição constante – $C_0 = 8$;

Distribuição parabólica – $C_0 = 9,6$;

Distribuição triangular simétrica – $C_0 = 12$.

Para elementos que não são solicitados transversalmente, o EC2 indica que os momentos de primeira ordem nas extremidades, M_{01} e M_{02} , podem ser substituídos por um momento de primeira ordem equivalente constante, M_{0e} , tal como descrito no §5.8.8.2 (2) do EC2, fazendo com que se admita uma distribuição constante ($C_0=8$).

Evidencia-se que o coeficiente $C_0=8$ se aplica a elementos que apresentam dupla curvatura. No entanto, dependendo da esbelteza e do esforço normal, os momentos de extremidade podem ser superiores ao momento majorado equivalente.

Quando as hipóteses anteriores não forem aplicáveis, considera-se $\beta=1$, resultando na simplificação da expressão:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{\left(\frac{N_B}{N_{Ed}}\right)^{-1}} \quad (3.17)$$

Esta expressão é também utilizada em análises globais de certas estruturas, como por exemplo estruturas contraventadas por paredes de travamento ou estruturas similares, onde o momento fletor é a ação mais preponderante. Para outros casos, como se apresentará mais adiante nesta dissertação, o EC2 apresenta no seu Anexo H uma abordagem mais geral.

3.1.5 – Método baseado na curvatura nominal

Como uma terceira hipótese para a análise dos efeitos de segunda ordem, o EC2 apresenta um método destinado aos elementos isolados sujeitos a uma força normal constante e com um comprimento efetivo identificado (l_0).

Neste método, o momento nominal de segunda ordem é determinado através da configuração deformada, baseada no comprimento efetivo e numa curvatura máxima estimada.

O momento de cálculo é dado pela soma do momento de primeira ordem, que inclui o efeito das imperfeições, e o momento de segunda ordem:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (3.18)$$

Evidencia-se que para estruturas hiperestáticas, os momentos devem ser determinados para as condições de fronteiras adequadas, reais no cálculo de M_{0Ed} e através do comprimento efetivo no cálculo de M_2 .

Em elementos que não tenham cargas aplicadas nas extremidades, os momentos de primeira ordem, M_{01} e M_{02} , podem ser substituídos por um momento equivalente M_{0e} , a partir da seguinte expressão:

$$M_{0e} = 0,6 M_{02} + 0,4 M_{01} \geq 0,4 M_{02} \quad (3.19)$$

Os momentos nas extremidades, M_{01} e M_{02} , são considerados com o mesmo sinal se produzirem uma curvatura simples no elemento. Caso contrário deverão ser considerados com sinal oposto, adotando-se $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

O momento de segunda ordem, M_2 , é determinado através da seguinte expressão:

$$M_2 = N_{Ed} e_2 \quad (3.20)$$

em que N_{Ed} é o valor de cálculo do esforço axial incidente no elemento e e_2 a excentricidade de segunda ordem, ou seja, o deslocamento relativamente à posição inicial, dado por:

$$e_2 = \frac{l}{r} \cdot \frac{l_0}{c} \quad (3.21)$$

onde a excentricidade é dependente da curvatura $\frac{1}{r}$, do comprimento efetivo de encurvadura do elemento, l_0 , e do coeficiente c que é igualmente função da curvatura.

Para o coeficiente c devem adotar-se valores $c=10$ (valor $\approx \pi^2$, correspondente a uma distribuição sinusoidal) para secções transversais constantes e $c=8$, limite inferior, para elementos onde esteja aplicado um momento constante ou que tenha uma curvatura constante.

A curvatura, em elementos de secção transversal constante e simétrica, pode ser determinada por:

$$\frac{l}{r} = K_r K_\varphi \frac{f_{yd}}{E_s(0,45 d)} \quad (3.22)$$

em que:

d - altura útil da secção, dada por $d = (h/2) + i_s$ quando toda a armadura estiver devidamente distribuída paralelamente ao plano de flexão e não apenas nas faces opostas;

i_s - raio de giração da secção total de armaduras;

K_r – fator de correção dependente do nível do esforço normal;

K_φ – coeficiente que contabiliza os efeitos da fluência.

O coeficiente K_r é determinado por:

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1 \quad (3.23)$$

em que:

n – esforço axial reduzido, dado por $N_{Ed}/(A_c f_{cd})$;

N_{Ed} – valor de cálculo do esforço axial;

n_u – esforço axial reduzido último, dado por $n_u = 1 + \omega$ onde ω é a percentagem mecânica de armadura determinada através de $\omega = A_s f_{yd}/A_c f_{cd}$;

n_{bal} – valor do esforço axial reduzido quando o momento resistente tem o valor máximo no diagrama de interação. O EC2 indica que pode ser utilizado o valor de 0,4.

O coeficiente K_φ deverá ser determinado por:

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad (3.24)$$

em que:

φ_{ef} – coeficiente de fluência;

β – coeficiente dado por $0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$ onde f_{ck} é em MPa e λ é o coeficiente de esbelteza.

3.1.6- Avaliação dos efeitos globais de segunda ordem na presença de paredes de betão armado

O EC2 apresenta, no seu Anexo H, um método de análise que se aplica especificamente a estruturas que não satisfazem os critérios que permitem a dispensa da avaliação dos efeitos globais de segunda ordem e em que os elementos de contraventamento (paredes de betão armado) têm deformações globais por corte ou rotações que não são consideradas desprezáveis.

Apresentam-se, em seguida, os critérios para desprezar os efeitos globais de segunda ordem em edifícios com sistemas de contraventamento, com ou sem deformações significativas de esforço transversal. Estes critérios são baseados

nos somatórios das forças horizontais e verticais assim como no somatório das rigidezes nominais dos elementos de contraventamento calculadas pelo método da rigidez nominal apresentado anteriormente em §3.1.4 do presente trabalho.

A determinação dos efeitos globais de segunda ordem são baseados nos fatores anteriormente assinalados e são aplicadas forças horizontais adicionais para simular os esforços de segunda ordem nos elementos de contraventamento, calculadas com base nas equações que se apresentam neste capítulo. Há ainda que assinalar que este método exige a determinação das rigidezes dos elementos contraventados para que a rigidez nominal dos elementos de contraventamento obtida seja minimamente rigorosa. Neste sentido, é necessário determinar as armaduras associadas aos esforços de primeira ordem de todos os elementos para que depois se apliquem os métodos e fatores indicados no §3.1.4 e se determinem novamente as taxas de armaduras que irão dar origem às rigidezes nominais de cada elemento.

Ainda assim, o anexo H do EC2 apresenta um método simplificado de determinação do acréscimo de forças horizontais que se apresentará no §3.1.6.2.

3.1.6.1- Critérios para ignorar os efeitos globais de segunda ordem em edifícios

Baseados na condição indicada no §3.1.2 do presente trabalho e considerando as deformações globais de flexão e de esforço transversal (figura 19), o Anexo H apresenta critérios para ignorar os efeitos de segunda ordem.

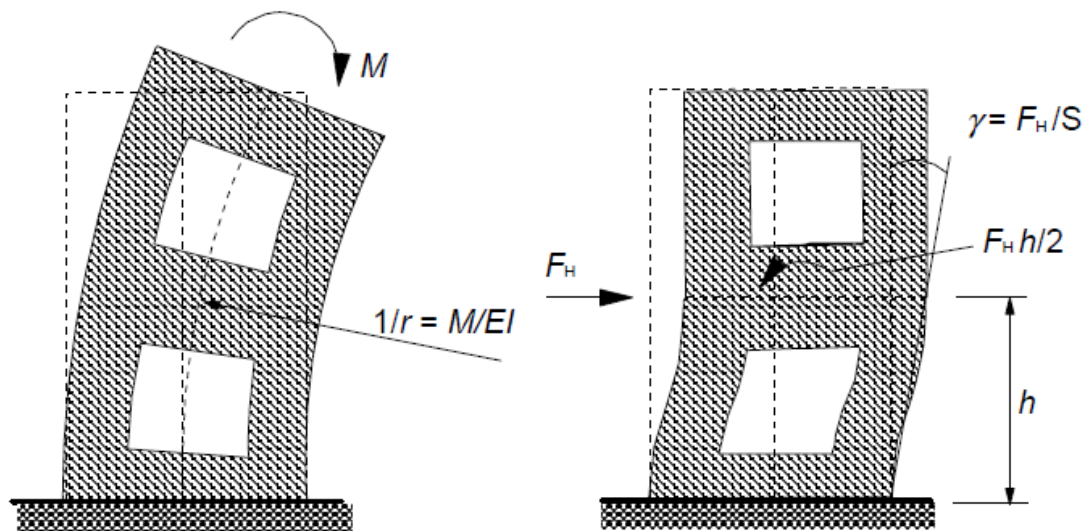


Figura 19 – Definição das deformações globais de flexão e de esforço transverso ($1/r$) e das correspondentes rigidezes (respetivamente EI e S)

Neste sentido, o código indica critérios diferentes para sistemas de contraventamento sem ou com deformações significativas de esforço transverso.

i) Sistema de contraventamento sem deformações significativas de esforço transverso

Para este tipo de situação, os efeitos globais de segunda ordem podem ser ignorados se:

$$F_{V,Ed} \leq 0,1 \cdot F_{V,BB} \quad (3.25)$$

onde:

$F_{V,Ed}$ é a carga vertical total em todos os elementos;

$F_{V,BB}$ é a carga total nominal de encurvadura correspondente à flexão global, que pode ser considerada como sendo:

$$F_{V,BB} = \xi \cdot \frac{\sum EI}{L^2} \quad (3.26)$$

em que:

ξ é o coeficiente que depende do número de pisos, da variação da rigidez, da rigidez de encastramento na base e da distribuição de cargas;

$\sum EI$ é o somatório da rigidez dos elementos de contraventamento na direção considerada, incluindo efeitos de fendilhação;

L é a altura total do edifício desde a base do encastramento.

Numa forma simplificada, o código apresenta um método de cálculo para a determinação da rigidez de um elemento de contraventamento em estado fendilhado:

$$EI \approx 0,4E_{cd}I_c \quad (3.27)$$

onde:

E_{cd} é o valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão;

I_c é o momento de inércia do elemento de contraventamento.

Se a secção do elemento não estiver fendilhada no estado limite último, o valor de 0,4 na expressão anterior pode ser substituído por 0,8.

Se os elementos de contraventamento mantiverem a sua rigidez ao longo da altura da estrutura e se o aumento da carga vertical total for aproximadamente o mesmo por piso, o coeficiente ξ pode ser calculado por:

$$\xi = 7,8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{1}{1 + 0,7 \cdot k} \quad (3.28)$$

em que:

n_s é o número de pisos;

k é a flexibilidade relativa da secção no encastramento definida por:

$$k = \left(\frac{\theta}{M}\right) \cdot \left(\frac{EI}{L}\right) \quad (3.29)$$

onde:

θ é a rotação na base para o momento fletor M ;

EI é a rigidez calculada pela expressão 3.27;

L é a altura total do elemento de contraventamento.

ii) Sistema de contraventamento com deformações significativas de esforço transverso

Em sistemas de contraventamento com deformações de esforço transverso não desprezáveis, os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados caso a expressão seguinte seja satisfeita:

$$F_{V,ed} \leq 0,1 \cdot F_{V,B} = 0,1 \cdot \frac{F_{V,BB}}{1 + F_{V,BB}/F_{V,BS}} \quad (3.30)$$

onde:

$F_{V,B}$ é a carga global de encurvadura considerando o esforço de flexão e transverso globais;

$F_{V,BB}$ é a carga global de encurvadura para a flexão simples;

$F_{V,BS}$ é a carga global de encurvadura para o esforço transverso, ou seja, $F_{V,BS} = \sum S$, em que $\sum S$ é o somatório da rigidez respeitante ao esforço transverso dos elementos de contraventamento (força por unidade de deformação angular por esforço transverso).

O EC2 evidencia ainda que, como as deformações locais de flexão condicionam a deformação global por esforço transverso e na ausência de uma análise mais pormenorizada, os efeitos da fendilhação serão considerados para S tal como para EI.

3.1.6.2 - Método de cálculo proposto pelo EC2

O EC2 apresenta neste capítulo uma forma para considerar os efeitos globais de segunda ordem pela análise da estrutura para forças horizontais fictícias majoradas, $F_{H,Ed}$:

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - F_{V,Ed}/F_{V,B}} \quad (3.31)$$

onde:

$F_{H,0Ed}$ é o valor da força horizontal de primeira ordem devido ao vento;

$F_{V,Ed}$ é a carga vertical total em todos os elementos do piso;

$F_{V,B}$ é a carga global nominal de encurvadura. O código admite que esta carga possa ser calculada tal como indicado na alínea i) ou ii) do §3.1.6.1 deste trabalho, se esse for o caso. Contudo, deverão considerar-se os valores nominais da rigidez determinados através do método exposto no §3.1.4.

Quando a carga global nominal de encurvadura não for definida, apresenta-se uma expressão alternativa:

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - F_{H,1Ed}/F_{H,0Ed}} \quad (3.32)$$

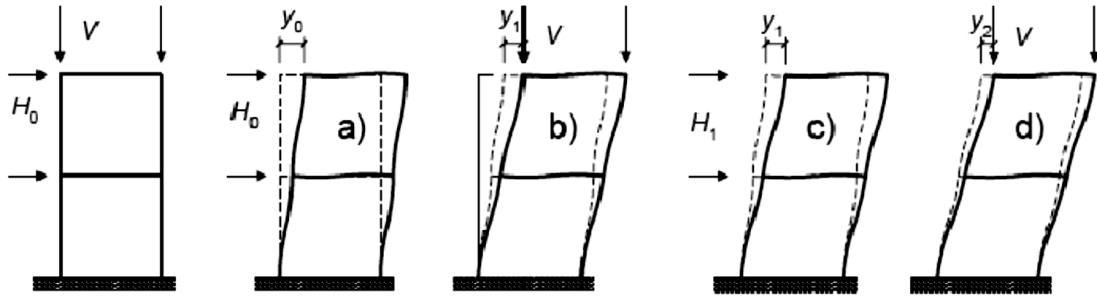
onde:

$F_{H,1Ed}$ é o valor da força horizontal fictícia que produz os mesmos momentos fletores que a carga vertical, $N_{V,Ed}$, que atua na estrutura deformada de primeira ordem devido à força $F_{H,0Ed}$, calculada por sua vez com os valores de rigidez obtidos de acordo com §3.1.4.

O valor de $F_{H,Ed}$ pela expressão (3.32) resulta de passos sucessivos da adição de incrementos de carga vertical e de deformação, expressos como forças horizontais equivalentes. Este cálculo deverá resultar numa série geométrica ao fim de alguns passos. No entanto, a expressão (3.32) representa esse acontecimento caso aconteça a partir do primeiro passo. Para ter em consideração esta hipótese deverão utilizar-se os valores da rigidez da última fase de deformação em todos os passos sucessivos.

Nos casos em que as secções não sejam consideradas como fendilhadas no primeiro passo e em que se verifique que ocorre fendilhação nos passos posteriores, ou se a distribuição de forças horizontais equivalentes alterar significativamente nos primeiros passos de cálculo, deverão realizar-se mais passos até se formar uma série geométrica do tipo:

$$F_{H,Ed} = \sum_{n=0}^{n-1} F_{H,Ed,n} + \frac{F_{H,Ed,n-1}}{1 - \frac{F_{H,Ed,n}}{F_{H,Ed,n-1}}} \quad (3.33)$$



**Figura 20 - Método iterativo para o cálculo dos efeitos de segunda ordem
(Mendes, V., 2008 e Westerberg, 2004)**

3.1.7 – Abordagem do Eurocódigo 8 (EC8-08)

Analisando os restantes regulamentos europeus, o Eurocódigo 8 faz também uma abordagem à avaliação dos efeitos de segunda ordem, embora encaminhe o dimensionamento e a pormenorização para o EC2. O EC8-08 apenas aborda o dimensionamento na condição de resistência para todos os elementos estruturais e suas ligações dada por:

$$E_d \leq R_d \quad (3.34)$$

em que:

E_d é o valor de cálculo dos esforços da ação sísmica de cálculo, incluindo os efeitos de segunda ordem;

R_d é o valor de cálculo da resistência do elemento obtido através das regras específicas do material utilizado e pelos modelos estruturais associados ao tipo de estrutura.

Neste sentido o EC8-08 distingue os elementos sísmicos primários (vigas ou pilares), que se considera fazerem parte do sistema resistente às forças laterais, dos elementos sísmicos secundários, os quais se excluem do sistema resistente às forças laterais, cujo dimensionamento terá que ser efetuado tendo em consideração os efeitos de segunda ordem (efeitos P- Δ).

Para a dispensa de avaliação dos efeitos de segunda ordem, aquando da análise sísmica, o EC8-08 impõe a verificação da condição:

$$\theta = \frac{P_{tot} \cdot d_r}{V_{tot} \cdot h} \leq 0,10 \quad (3.35)$$

em que:

θ – coeficiente de sensibilidade ao deslocamento relativo entre pisos;

P_{tot} – carga gravítica total devida a todos os pisos acima do piso considerado, incluindo este, na situação de projeto sísmico;

d_r –valor de cálculo do deslocamento relativo entre pisos, avaliado como a diferença entre os deslocamentos laterais médios d_s , no topo e na base do piso considerado e calculado de acordo com o §4.3.4 do EC8;

V_{tot} –força de corte sísmica no piso considerado;

h –a altura entre pisos.

Quando $0,10 \leq \theta \leq 0,20$, os efeitos de segunda ordem poderão ser avaliados de modo aproximado multiplicando dos esforços sísmicos por um fator igual a $1 / (1-\theta)$. O valor de θ não deve exceder o valor de 0,30.

O código indica ainda que, caso os esforços das ações E_d forem obtidos através de um método de análise não linear, a condição descrita anteriormente aplica-se em termos de forças apenas a elementos frágeis.

Embora a abordagem aos efeitos de segunda ordem seja apresentada no EC8, não se considerou o método para os cálculos deste trabalho por não serem utilizados espectros sísmicos nos exemplos de modelos estruturais.

3.2- ACI Manual of Concrete Practice (ACI 318-08)

3.2.1 – Introdução

O regulamento americano apresenta três abordagens aos efeitos de segunda ordem (slenderness effects):

- ✓ Análise não linear de segunda ordem;
- ✓ Análise elástica não linear;
- ✓ Método de amplificação de momento aproximado.

Há que evidenciar mais uma vez que a apresentação do método de análise dos efeitos de segunda ordem pelo ACI 318-08 serve apenas para ter noção do estado da arte e de outros métodos diferentes igualmente eficazes na determinação dos destes efeitos. Embora fosse oportuno efetuar uma comparação do método apresentado em seguida, com os métodos apresentados pelo EC2 no presente trabalho, não foi possível efetuar tais cálculos ou

comparação devido ao tempo exigido para o efeito, remetendo-se esse estudo como referência para outros trabalhos.

3.2.2 – Bases teóricas

De acordo com o ACI318-08, a esbelteza, λ , é um dos parâmetros chave na análise dos efeitos de segunda ordem, sendo dado pela seguinte expressão:

$$\lambda = k l_u / r \quad (3.36)$$

em que:

k – é o coeficiente do comprimento efetivo, dependente das restrições nas extremidades dos elementos;

l_u – é o comprimento livre do elemento;

r – é o raio de giração da secção do elemento;

$l_e = k l_u$ – é o comprimento efetivo de encurvadura.

O ACI318-08 providencia duas formas de cálculo do coeficiente k . Dependendo da disposição estrutural do elemento, com deslocamentos laterais não desprezáveis (sway) ou com deslocamentos laterais desprezáveis (non sway), o coeficiente k pode ser estimado através dos gráficos de Jackson e Moreland, estabelecidos em função dos fatores de rigidez das extremidades restringidas A e B, dados por

$$\Psi = \frac{\sum \left(\frac{EI}{l_c} \right)_{\text{pilares}}}{\sum \left(\frac{EI}{l} \right)_{\text{vigas}}} \quad (3.37)$$

Os valores de k podem também ser obtidos através de expressões que pretendem traduzir matematicamente os gráficos de Jackson e Moreland.

Assim, para elementos com deslocamentos laterais desprezáveis o valor de k é o mínimo dado pelas seguintes expressões:

$$k = 0,7 + 0,05 (\psi_A + \psi_B) \leq 1,0 \quad (3.8)$$

$$k = 0,85 + 0,05 \psi_{\min} \leq 1,0 \quad (3.39)$$

onde ψ_{\min} é o valor mínimo entre os dois fatores de rigidez nas extremidades A e B.

Para elementos comprimidos com deslocamentos laterais não desprezáveis o valor de k pode ser obtido pelas expressões:

$$k = \frac{20 - \Psi_m}{20} \sqrt{1 + \Psi_m} \quad \text{se } \Psi_m < 2, \quad (3.40)$$

$$k = 0.9 \sqrt{1 + \Psi_m} \quad \text{se } \Psi_m \geq 2, \quad (3.41)$$

Ainda sobre este tipo elementos e em que uma extremidade seja rotulada, o ACI318-08 possibilita a determinação de k através da seguinte expressão:

$$k = 2.0 + 0.3\psi \quad (3.42)$$

onde ψ é a relação entre os fatores de rigidez na extremidade restringida.

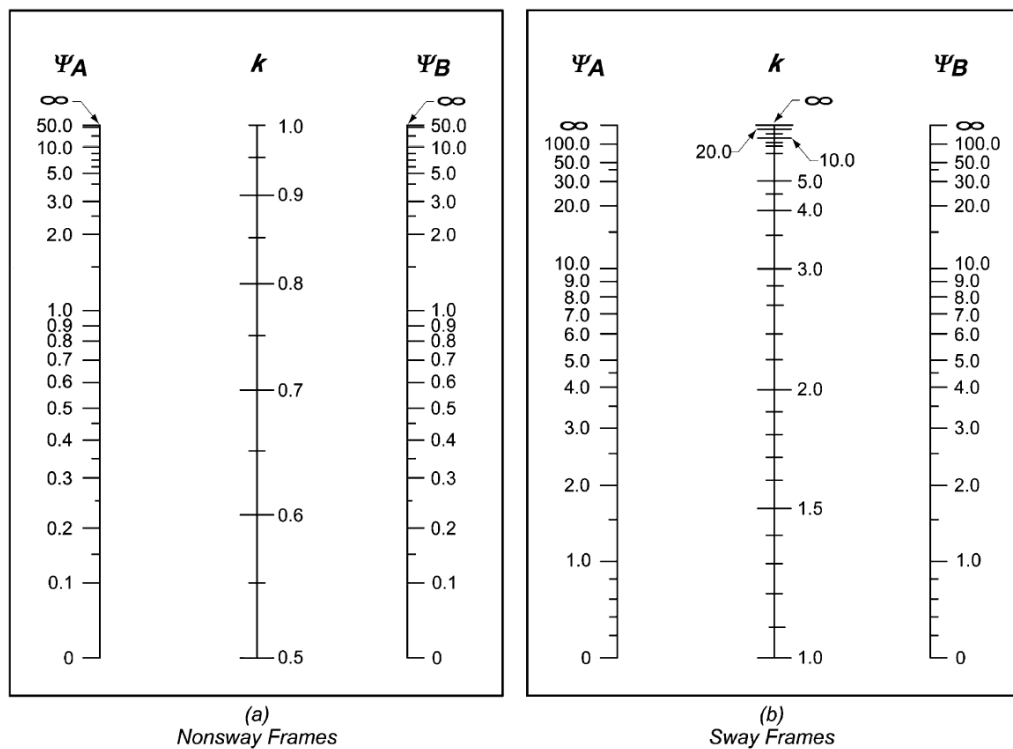


Figura 21 – Fatores k para determinação dos comprimentos efetivos de encurvadura (Gráficos de Jackson e Moreland)

3.2.3 – Dispensa da consideração dos efeitos de segunda ordem

No §10.10.1, o código apresenta as seguintes condições para a dispensa dos efeitos de segunda ordem:

- Para elementos comprimidos em estruturas com deslocamentos laterais desprezáveis (non-sway):

$$\frac{kl_u}{r} \leq 22 \quad (3.43)$$

- Para elementos comprimidos em estruturas com deslocamentos laterais relevantes (sway):

$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 - 22 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40 \quad (3.44)$$

onde M_1/M_2 é positivo, quando tiver uma curvatura simples, e negativo quando tiver dupla curvatura.

O código permite ainda considerar que os elementos comprimidos estejam em estruturas non-sway quando os elementos de contraventamento tiverem uma rigidez total, resistentes aos movimentos laterais de um dado piso de pelo menos 12 vezes maior que a rigidez total dos pilares desse piso.

É permitido ainda que raio de giração, referido por “r”, seja 0,3 vezes a dimensão de uma secção retangular, na direção da estabilidade considerada para o cálculo, e 0,25 vezes o diâmetro para secções circulares comprimidas. Para outro tipo de formas, o código permite a determinação do raio de giração para uma secção bruta de betão.

Por último, os momentos totais que incluem os efeitos de segunda ordem em elementos comprimidos, vigas restringidas ou outros elementos estruturais, não podem exceder em 40% (1,4 vezes) o valor dos momentos da análise de primeira ordem.

O ACI318-08 diferencia ainda os elementos como sendo pilares curtos (“short column”) ou pilares esbeltos (“slender column”).

Pilares curtos – esta denominação é utilizada para designar os pilares que têm uma força resistente correspondente à resistência calculada através da sua secção, para forças e momentos obtidos a partir da combinação de esforços, ou seja, elementos cuja rotura é determinada pela resistência mecânica (material).

Pilares esbeltos – esta denominação utiliza-se para designar os pilares cuja resistência é reduzida por deformações de segunda ordem, ou seja, elementos cuja rotura está condicionada pelos fenómenos de instabilidade.

3.2.4 – Análise não linear de segunda ordem

Como primeira abordagem aos efeitos de segunda ordem, o ACI318-08 propõe uma análise linear de segunda ordem onde se deve considerar a não linearidade física e geométrica, ou seja, o comportamento não linear dos materiais, a deformação lateral do elemento, a duração dos carregamentos, a retração, a fluência e a interação do elemento com o solo de fundação.

Numa forma de condição na análise de segunda ordem, é ainda indicado que a secção de cada membro tem de ser a mais próxima possível das dimensões assumidas no início da análise de segunda ordem, possibilitando apenas uma diferença máxima de 10%, caso contrário a análise deverá ser repetida contendo os acertos necessários para verificar esta condição.

3.2.5 – Análise elástica não linear

Outro procedimento de análise dos efeitos de segunda ordem é através da análise elástica não linear, onde se consideram as propriedades elásticas da secção analisada, tendo em conta a influência das cargas axiais, a existência de regiões fendilhadas ao longo do comprimento do elemento e os efeitos da duração das cargas.

Neste tipo de análise, a rigidez EI dos elementos a utilizar durante a determinação do fator k mencionado anteriormente, deverá ser calculada com base no seguinte quadro:

Elementos	Módulo de elasticidade	Momento de inércia	Área
Vigas	E _c do capítulo 8.5.1 do ACI318-08	0,35I _g	1,0A _g
Pilares		0,70I _g	
Paredes - S/ fissuras		0,70I _g	
Paredes - C/ fissuras		0,35I _g	
Lajes e placas planas		0,25I _g	

Quadro 1 – Propriedades mecânicas das seções dos elementos a adotar nas análises elásticas não lineares

Nesta sequência, para contabilizar as forças laterais em elementos comprimidos, os valores de I devem ser divididos por (1+β_{ds}) em que β_{ds} é o coeficiente que relaciona o esforço transversal máximo num piso com o esforço transversal do mesmo piso para a mesma combinação de carga. Para uma análise da estrutura aos estados limites de utilização, os valores tabelados da Inércia, I, podem ser multiplicados pela relação 1/0,7, ou simplificada, por 1,43.

Em alternativa aos valores atrás apresentados, e de forma a ter em consideração o esforço axial, a sua excentricidade, o reforço de armadura (armadura de confinamento de betão e de segurança ao esforço transversal) e a resistência do betão à compressão, o ACI318-08 possibilita o cálculo da rigidez através das seguintes expressões.

Para elementos comprimidos:

$$I = \left(0,8 + 25 \frac{A_{st}}{A_g} \right) \left(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0,5 \frac{P_u}{P_0} \right) I_g \leq 0,875 I_g \quad (3.45)$$

onde:

$$I \geq 0,5I_g;$$

M_u – momento num elemento na combinação analisada;

P_u – esforço axial num elemento na combinação analisada;

P_0 – esforço axial num elemento com excentricidade nula;

A_{st} – área de reforço longitudinal do elemento;

A_g – área reduzida efetiva da secção do elemento;

h – altura da secção do elemento.

Para elementos fletidos:

$$I = (0,1 + 2,5\rho) \left(1,2 - 0,2 \frac{b_w}{d}\right) I_g \leq 0,5I_g \quad (3.46)$$

onde:

ρ – taxa de armadura;

b_w – a menor largura do elemento;

d – altura útil do elemento.

Para membros contínuos em flexão, o valor de I pode ser admitido como a média dos valores obtidos através da expressão 3.46 para as secções em que se observam os momentos positivos e negativos máximos, não devendo ser considerado inferior a $0,25I_g$.

3.2.6 – Método da amplificação de momentos

O ACI318-08, tal como outros regulamentos, apresenta um método de determinação de momentos globais baseado na amplificação de momentos de primeira ordem, através da sua multiplicação por um fator, que pretende ter em conta os efeitos de segunda ordem. Neste procedimento simplificado, o regulamento apresenta duas abordagens distintas, função da existência de deslocamentos laterais desprezáveis ou relevantes da estrutura.

3.2.6.1 - Classificação das estruturas

O regulamento propõe duas formas simplificadas de determinação da classificação do tipo de estruturas (“nonsway” e “sway”) quando esta não seja

facilmente determinada apenas pela comparação da rigidez transversal total dos pilares e os elementos de contraventamento de um piso.

De acordo com o regulamento, considera-se que um pilar da estrutura tem deslocamentos laterais desprezáveis quando o incremento dos momentos devido aos efeitos de segunda ordem, numa extremidade, for inferior a 5% do valor dos momentos de primeira ordem nessa mesma extremidade.

Como método alternativo, para a avaliação da deformabilidade lateral das estruturas, o regulamento propõe o cálculo do índice de estabilidade correspondente a cada piso, dado por:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_{us} l_c} \quad (3.47)$$

onde:

P_u e V_u – são, respetivamente, a carga vertical e horizontal de corte total, do piso em consideração, para a combinação mais desfavorável;

Δ_0 – é o deslocamento lateral de primeira ordem, entre pisos, devido à carga horizontal de corte total no piso;

l_c – é o comprimento do pilar medido relativamente ao centro dos nós correspondentes à sua ligação à estrutura.

Considera-se que os deslocamentos são desprezáveis quando o índice é inferior 0,05.

Há ainda que referir que os fatores de rigidez para casos extremos, quando um elemento “non sway” tem rotações mínimas em ambas as extremidades, o coeficiente ψ , tende para infinito, resultando em $k=1$. Por outro lado, se ambas as extremidades restringidas apresentarem rotações nulas, $\psi=0$ e $k=0,5$.

Num elemento “sway” em que ambas as extremidades apresentam rotações mínimas ou próximas de $\psi=\infty$, então $k=\infty$. Quando as extremidades apresentarem rotações totalmente restringidas resultam valores para $\psi=0$ e $k=1$.

3.2.6.2 – Procedimento em estruturas sem deslocamentos laterais (non-sway)

Neste procedimento, o momento de cálculo de primeira ordem, M_2 , de um pilar submetido a esforços axiais, será afetado por um fator de amplificação de momentos, δ , produzindo um momento M_c que inclui os efeitos de 2ª ordem, dado por:

$$M_c = \delta M_2 \quad (3.48)$$

em que

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1.0 \quad (3.49)$$

e

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (3.50)$$

e onde C_m é um fator que relaciona o diagrama de momentos atuantes com o diagrama de momento uniforme equivalente, com o objetivo de corrigir os momentos de forma a considerar a distribuição do momento ao longo do seu comprimento. É permitido que o coeficiente do comprimento efetivo de encurvadura “k” seja considerado como igual à unidade e l_u é o comprimento livre do elemento. Para pilares sem cargas transversais entre os apoios, C_m é determinado através de:

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \quad (3.51)$$

Para pilares com cargas transversais entre os apoios, C_m é tomado como igual a 1,0. Na determinação da carga axial crítica há que selecionar o método de cálculo da rigidez EI que simule razoavelmente as variações de rigidez devidas à fissuração, fluência e a não linearidade das tensões de cura do betão.

Neste sentido, o ACI318-08 apresenta três formas para o cálculo da rigidez:

a) Através da relação:

$$EI = \frac{(0,2E_c I_g + E_s I_{se})}{1 + \beta_{dns}} \quad (3.52)$$

em que:

E_c – módulo de elasticidade do betão;

I_g – momento de inércia reduzido efetivo do betão;

E_s – módulo de elasticidade do aço;

I_{se} – momento de inércia elástico;

β_{dns} - fator que contabiliza os desvios laterais do pilar devido aos efeitos de fluência, devendo ser admitido como a relação entre o valor máximo do esforço axial de cálculo da combinação quase permanente de ações e o valor do esforço axial de cálculo da combinação fundamental, não podendo ser superior à unidade.

b) Através de uma expressão simplificada, menos rigorosa:

$$EI = \frac{0,4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (3.53)$$

c) Através da divisão do segundo momento de Inércia “I”, dado pela equação 3.45, por $(1 + \beta_{dns})$:

$$\frac{\left(0,8 + 25 \frac{A_{st}}{A_g}\right) \left(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0,5 \frac{P_u}{P_0}\right) I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (3.54)$$

O momento de cálculo M_2 não pode, em cada eixo, ser inferior a $M_{2,min}$, que é dado por:

$$M_{2,min} = P_u (0,6 + 0,03h) \quad (3.55)$$

onde a altura h é expressa em polegadas. Quando M_2 for inferior a $M_{2,min}$, o valor de C_m , de acordo com a equação 3.51, deve ser 1,0 ou deverá ser determinado através da relação M_1/M_2 com os valores de cálculo.

Há que referir que em estruturas “sway” e no cálculo da rigidez EI , o valor de β_{ds} (sendo β_{ds} a designação para estruturas “sway”) normalmente toma o valor 0, pois as cargas laterais são geralmente impostas por ações de curta duração. Ou seja, as deformações laterais devidas a cargas de curta duração como o vento ou o sismo são função de uma rigidez momentânea do pilar seguida de um período de cargas gravitacionais quase permanentes.

Noutros casos menos comuns em que as cargas laterais são tomadas como quase permanentes, β_{ds} é tomado como diferente de 0. Esta situação ocorre quando o elemento vertical de um edifício é submetido às pressões do solo e o edifício sofre tanto deformações verticais como horizontais.

3.2.6.3 – Procedimento em estruturas com deslocamentos laterais (sway)

Neste procedimento simplificado, o ACI138-08 apresenta uma abordagem diferente da anterior. O valor do momento de cada extremidade é dado pela soma de um momento não amplificado non-sway, $M_{i,ns}$, determinado através de uma análise elástica de primeira ordem, num modo de deformação com os deslocamentos das extremidades restringidos, e um momento sway, $M_{i,s}$, determinado também através de uma análise de primeira ordem mas num modo de deformação com deslocamentos laterais, afetado pelo fator de amplificação de momentos δ_s :

$$M_i = M_{i,ns} + \delta_s M_{i,s} \quad (3.56)$$

Caso o pilar seja esbelto e sujeito a uma carga axial elevada, é necessário que se verifique se existem momentos ao longo do elemento que sejam superiores aos momentos constantes nas extremidades. O regulamento ainda indica que esta verificação (§10.13.5 do ACI) deve ser efetuada com base no fator de amplificação de momento *non-sway*, δ_{ns} , com o esforço axial crítico de cálculo, P_c , assumindo que $k=1,0$ ou inferior.

O regulamento apresenta dois métodos de cálculo para a determinação dos momentos *sway* amplificados, $\delta_s M_s$. No primeiro método é permitido que seja efetuada uma análise de segunda ordem aproximada através da solução de uma série infinita que representa a análise iterativa de P- Δ para momentos de segunda ordem, dada pela seguinte expressão por:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1-Q} \geq M_s \quad (3.57)$$

onde Q é o índice de estabilidade de um piso, dado por:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_{us} l_c} \quad (3.58)$$

Este procedimento é uma boa aproximação dos momentos de segunda ordem em estruturas com deslocamentos laterais desde que δ_s seja inferior 1,5. Caso contrário, $\delta_s M_s$ deverá ser calculado através do procedimento seguinte ou através da análise elástica não linear apresentada anteriormente em §3.2.5.

O ACI318-08 aponta outra forma para determinar $\delta_s M_s$ onde se utiliza o procedimento do momento amplificado proposto em versões anteriores do regulamento:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq M_s \quad (3.59)$$

onde:

$\sum P_u$ – é o somatório dos esforços axiais de cálculo num piso;

$\sum P_c$ – é o somatório dos esforços axiais críticos de encurvadura para todos os pilares resistentes aos deslocamentos laterais num piso.

Desta forma é possível verificar os efeitos da estabilidade dos pisos onde δ_s é calculado como um valor médio para todo o piso com base na utilização de $\sum P_u / \sum P_c$, refletindo a interação dos pilares resistentes aos deslocamentos laterais no piso segundo os efeitos P- Δ , já que a deformação lateral de todos os pilares deve ser igual, na ausência de deformações de torção no eixo axial. No

entanto, é possível que haja um pilar no piso que seja particularmente mais esbelto, num pórtico com deslocamentos laterais, que poderá conter deformações substanciais a meia altura mesmo que esteja devidamente impedido contra desvios laterais nas extremidades, por outros pilares no piso. Para estes pilares, o regulamento indica a verificação constante no procedimento de amplificação de momento em estruturas *non-sway* (§3.2.6.2).

O regulamento faz evidenciar que o momento amplificado do pilar mais distante do centro de torção de um edifício submetido a deformações de torção significativas pode ser subestimado pelo procedimento de amplificação de momentos. Nestes casos é indicado que deverá ser efetuada uma análise tridimensional de segunda ordem.

3.3- Model Code 2010 (MC2010)

3.3.1 – Introdução

O Código Modelo 2010 (MC2010) da Fédération Internationale du Béton (FIB) tem o intuito de reunir um conjunto de regras atualizadas para execução de projetos de betão e dar a conhecer as metodologias mais recentes nos campos das estruturas de betão, materiais estruturais de betão e novas ideias em matéria de requisitos a serem formulados para as estruturas, de modo a melhor traduzir o seu comportamento de acordo com novas perceções e ideias.

Neste sentido, o MC2010 propõe um método de avaliação dos efeitos de segunda ordem que terá que ser ajustado dependendo do nível de precisão que se pretende na análise e nos resultados obtidos para o dimensionamento dos elementos estruturais, dando esta opção ao projetista tal como os regulamentos apresentados anteriormente.

Assim como se apresentou o regulamento ACI318-08, a apresentação do MC2010 também foi para ter a noção de que existem outros métodos de análise aos efeitos de segunda ordem simplificados cujos resultados são válidos para dimensionamento de estruturas, sem no entanto se apresentar neste trabalho cálculos comparativos com os métodos do EC2.

3.3.2 – Bases teóricas

O MC2010 classifica as estruturas para a análise dos efeitos de segunda ordem dependendo se os elementos estruturais estão ou não contraventados (“*braced*” ou “*unbraced*”).

À semelhança dos regulamentos anteriores, as estruturas são também designadas consoante a sua resistência aos deslocamentos laterais, Se apresentam deslocamentos desprezáveis são consideradas como “*non-sway*” e caso contrário, como “*sway*”.

São considerados ainda como elementos de contraventamento, elementos que tenham rigidez suficiente para resistir à carga total horizontal

aplicada na estrutura, conferindo assim a estabilidade lateral de estrutura contraventada (*braced*). Caso tal elemento não confira a resistência lateral necessária, a estrutura é considerada como não contraventada (*unbraced*).

3.3.3 – Dispensa da avaliação dos efeitos de segunda ordem

O regulamento estipula que é relevante a verificação da instabilidade lateral quando o contraventamento é inexistente. Assim sendo, como condição para a dispensa da avaliação dos efeitos de segunda ordem, na instabilidade lateral, é adotada a expressão:

$$\frac{l_{of}}{b} \leq \frac{50}{(h/b)^{1/3}} \quad (3.60)$$

onde:

l_{of} – é o comprimento do pilar em compressão sem contraventamento;

h – é a altura total da secção na parte central do elemento;

b – é a largura do elemento.

3.3.4 – Avaliação dos efeitos de segunda ordem

No §7.3.7.1 do MC2010 são abordados os elementos que são extremamente influenciados pelos efeitos de segunda ordem, ou seja elementos verticais com esbelteza suficientemente grande para instabilizar face a ações axiais.

A verificação que é sugerida deve ser realizada com a estrutura deformada e com ações de cálculo, considerando-se neste processo as imperfeições geométricas, influência da fissuração do elemento, a deformação não linear dos materiais estruturais e a fluência.

3.3.4.1 – Imperfeições geométricas

O código modelo apresenta também a sua forma de contabilizar as imperfeições geométricas nos modelos de análise estrutural. A primeira abordagem às imperfeições é na forma como contabiliza as condições estáticas

e geométricas de fronteira tais como as transmissões das reações das fundações, com uma interação aproximada do solo.

Neste sentido, a rotação da fundação de um elemento vertical comprimido pode ser avaliada pela relação:

$$\alpha_i = \frac{0,01}{\sqrt{l}} \text{ onde } \frac{l}{200} \geq \alpha_i \geq \frac{l}{300} \quad (3.61)$$

em que l é o comprimento do elemento vertical comprimido

Outra abordagem às imperfeições geométricas é com o desalinhamento médio de um grupo de elementos verticais de um edifício, α_{im} , que se estima como sendo:

$$\alpha_{im} = \alpha_i \sqrt{0,5 \left(1,0 + \frac{1,0}{m} \right)} \quad (3.62)$$

onde m é número de elementos verticais que têm que ser incluídos, embora o MC2010 não indique qual seja o critério de escolha do elementos, para a determinação do desalinhamento vertical (figura 17).

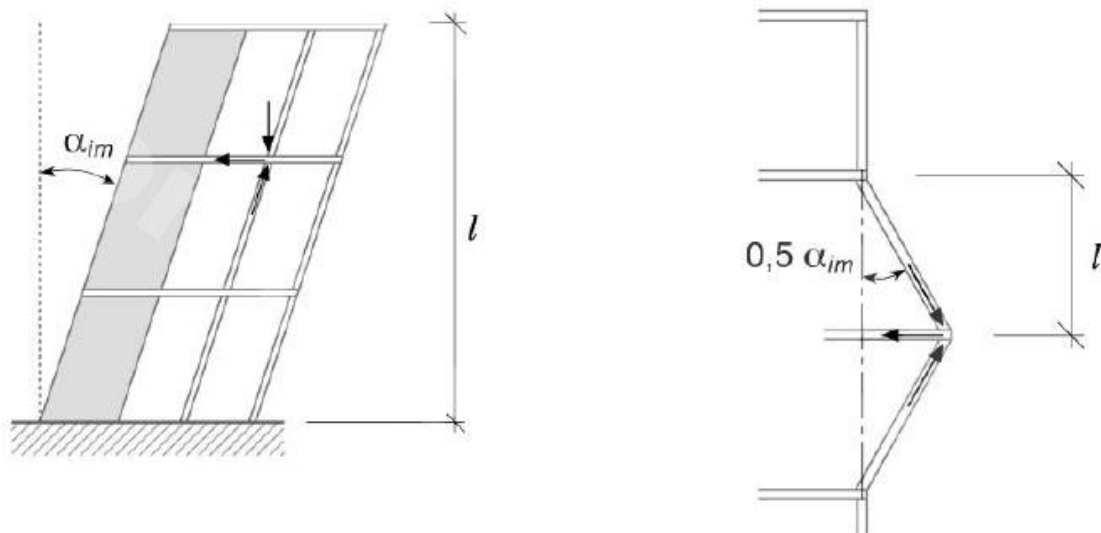


Figura 22 - Imperfeições geométricas

3.3.4.2 – Método de avaliação dos efeitos de segunda ordem

Contrariamente a outros regulamentos, o MC2010 apresenta apenas um método simplificado de avaliação dos efeitos de segunda ordem, onde são calculados o momento fletor de dimensionamento com base no esforço de cálculo e a excentricidade máxima devida às imperfeições, como referido no parágrafo anterior, tendo também em consideração o estado de deformação da estrutura devido aos efeitos de primeira ordem e à deformação da compressão do elemento:

$$M_d = -N_d e_d \quad (3.63)$$

A excentricidade máxima, e_d , é a distância máxima entre a resultante do esforço axial de cálculo e o eixo axial na posição deformada do elemento vertical, que pode ser determinada através de:

$$e_d = e_{0d} + e_{1d} + e_{2d} \quad (3.64)$$

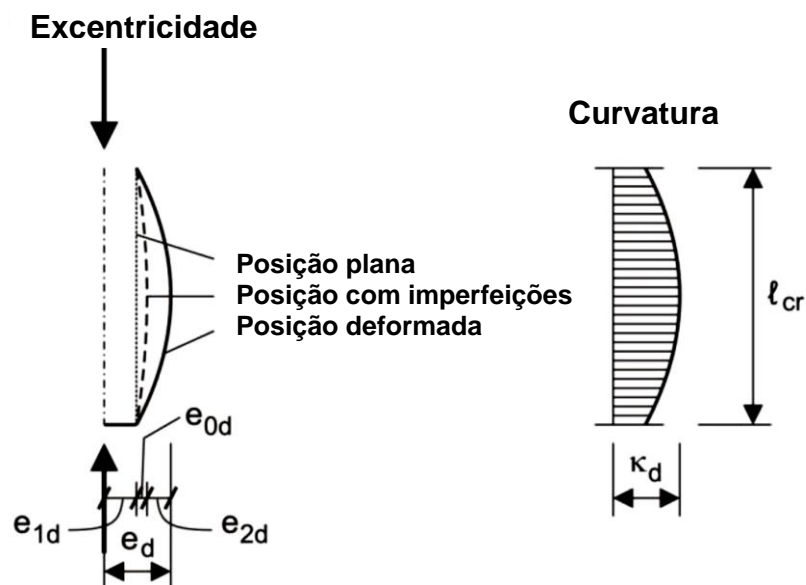


Figura 23 - Resultante de compressão com excentricidades e variações da curvatura

Em que e_{0d} é a excentricidade resultante das imperfeições, dada por:

$$e_{0d} = \max \begin{cases} \alpha_i l_0 / 2 \\ d / 30 \end{cases} \quad (3.65)$$

Onde:

l_0 - comprimento efetivo do elemento comprimido;

α_i - rotação do da fundação do elemento dada pela expressão (3.49);

e_{1d} é a excentricidade de primeira ordem, que pode ser determinada por:

$$e_{1d} = \frac{M_{1d}}{-N_d} \quad (3.66)$$

Em que M_{1d} é o momento de cálculo de primeira ordem e N_d é o esforço axial de cálculo;

e_{2d} é a excentricidade resultante da deformação do elemento sujeito à compressão, dada por:

$$e_{2d} = k_d \frac{l_0^2}{c} \quad (3.67)$$

Onde k_d é a curvatura máxima de cálculo:

$$k_d = \frac{\varepsilon_{sd} - \varepsilon_{sd'}}{d - c'} \quad (3.68)$$

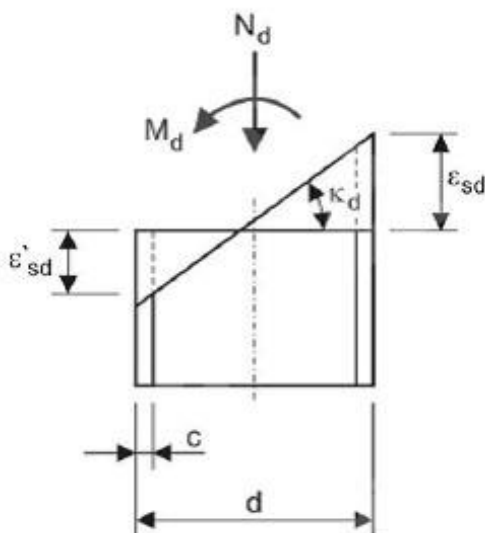


Figura 24 - Deformação plana correspondente à curvatura máxima

e c ou c' , dependendo do estado da face se está comprimida ou tensionada, é o fator de integração que considera a curvatura da distribuição dos momentos ao longo do comprimento do elemento.

Para este parâmetro, o Código Modelo apresenta quatro níveis de aproximação, em que a cada nível as expressões possibilitam a determinação de um valor mais exato para a curvatura:

1º Nível de aproximação

Assume-se $c = \pi^2$ e as extensões serão calculadas de acordo com esta curvatura máxima:

$$\varepsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \text{ e } \varepsilon_{sd}' = -\frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3.69)$$

2º Nível de aproximação

Neste nível de aproximação o valor da curvatura máxima é dada por:

$$k_d = \left(\frac{n_u - n_d}{n_u - n_{bal}} \right) \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45d} \quad (3.70)$$

Onde:

$$n_u = 1 + \omega \quad (3.71)$$

$$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd}) \quad (3.72)$$

$$n_d = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \quad (3.73)$$

n_{bal} toma o valor de 0,4 e representa o momento reduzido para o esforço axial máximo.

As deformações de longo termo devido à retração e à fluência podem ser contabilizadas aproximadamente como sendo uma pré-curvatura da secção transversal, pelo que a curvatura máxima pode ser ainda incrementada incluindo o valor obtido pela seguinte expressão na expressão 3.67:

$$k_{d,\infty} = \frac{|\varepsilon_{c\infty}|}{d} \quad (3.74)$$

onde:

$K_{d,\infty}$ – curvatura quando a extensão do betão está no seu máximo;

$\varepsilon_{c\infty}$ – extensão máxima do betão;

3º Nível de aproximação

Uma forma ainda mais refinada de calcular o fator de integração c é através da combinação dos valores dos fatores de integração c_i de cada ação tal que:

$$c = \pi^2 \cdot \frac{N}{N_{cr}} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right) \quad (3.75)$$

Os valores de c_i para cada ação são dados pela figura seguinte.

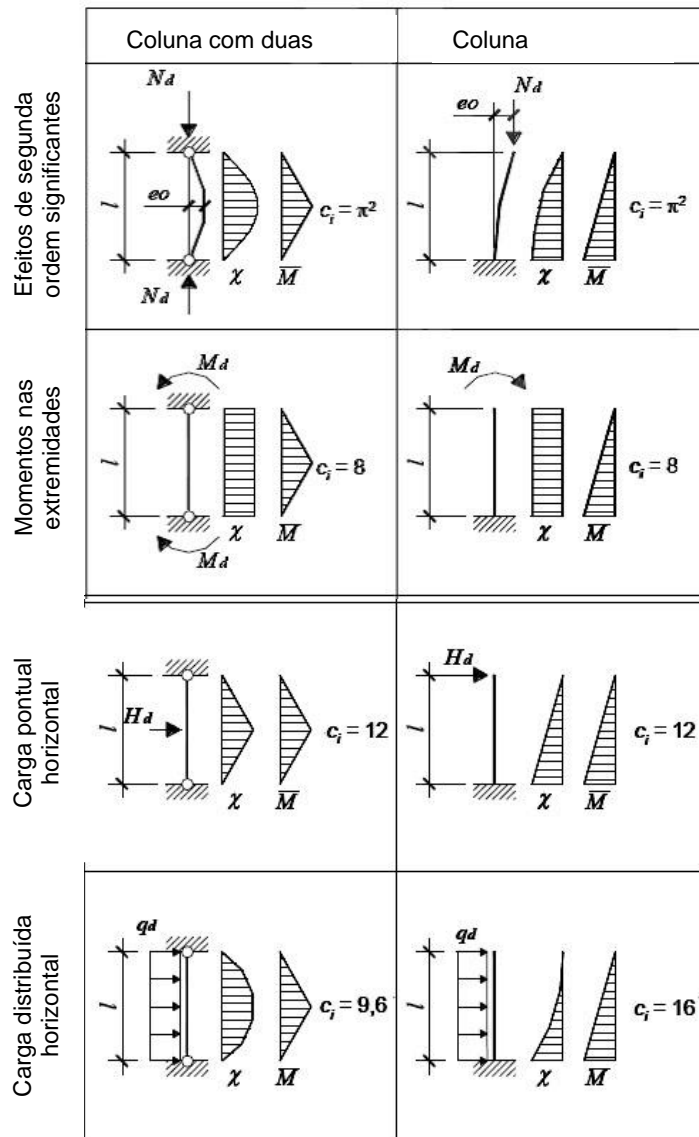


Figura 25 - valores de integração c_i em função da distribuição de esforços no elemento e suas condições de fronteira

4º Nível de aproximação

Por fim, como forma mais rigorosa para calcular os efeitos de segunda ordem, o regulamento propõe uma análise não linear, tendo em consideração as bases teóricas apresentadas anteriormente no §2.5 deste trabalho.

3.4- Conclusão

Tendo sido apresentados vários métodos de cálculo para aferição dos efeitos de segunda ordem em estruturas de betão armado de três regulamentos diferentes de modo a recolher dados para constituir um pequeno estado da arte, a seguir, no Capítulo 4, efetuar-se-ão cálculos de dimensionamento de estruturas no plano e num espaço tridimensional, com e sem paredes de contraventamento, tendo como base os critérios e métodos de cálculo do EC2. Após a conclusão do dimensionamento e com a avaliação dos efeitos de segunda ordem efetuada, estas estruturas serão analisadas através de uma análise não linear para atestar a precisão dos métodos do EC2, mais concretamente o método de análise aos efeitos globais de segunda ordem constante no Anexo H do mesmo regulamento.

CAPÍTULO 4 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DO EC2 (PLANO E TRIDIMENSIONAL)

4.1- Introdução

No presente capítulo pretende-se proceder à análise da metodologia proposta pelo EC2 para a avaliação dos efeitos de segunda ordem de estruturas de edifícios contendo paredes de betão armado. Para o efeito, foram modeladas estruturas de betão armado que se consideram representativas para o estudo do problema em análise, tendo em atenção os materiais, as cargas atuantes e o dimensionamento dos vários elementos.

Os elementos estruturais foram dimensionados de acordo com as regras do EC2, com base nos esforços de primeira ordem dos modelos, antes de se aplicar o método de análise aos efeitos de segunda ordem pela rigidez nominal.

Como método de verificação da qualidade dos resultados obtidos foram executadas análises não lineares com os modelos já dimensionados. Tomando como exemplo o efetuado por Monteiro, C. (2010), serão comparados esforços e deslocamentos, retirando conclusões sobre o método do EC2.

4.2- Materiais

A escolha dos materiais adotados nos modelos teve em conta a prática corrente de projeto de estruturas de edifícios em betão armado. Como tal, foi escolhido o betão C30/37, material comumente usado em edifícios altos (acima de 6 a 7 pisos) de forma a reduzir as secções dos pilares (limitar áreas ocupadas pela estrutura) e varões de aço A500NR, comparativamente menos dúctil do que o aço A400NR, mas mais resistente, conduzindo a menores quantidades de armadura em secções de pilares.

Betão C30/37	
f_{ck} [MPa]	30
f_{cd} [MPa]	20
f_{ctm} [kPa]	2900
E_c [GPa]	33
ε_{c2} [‰]	2,00
γ_c [kN/m ³]	25

Aço A500NR	
f_{yk} [MPa]	500
f_{yd} [MPa]	435
E_s [GPa]	200
ε_{yd} [‰]	2,175
γ_s [kN/m ³]	78,5

Quadro 2 - Características dos materiais

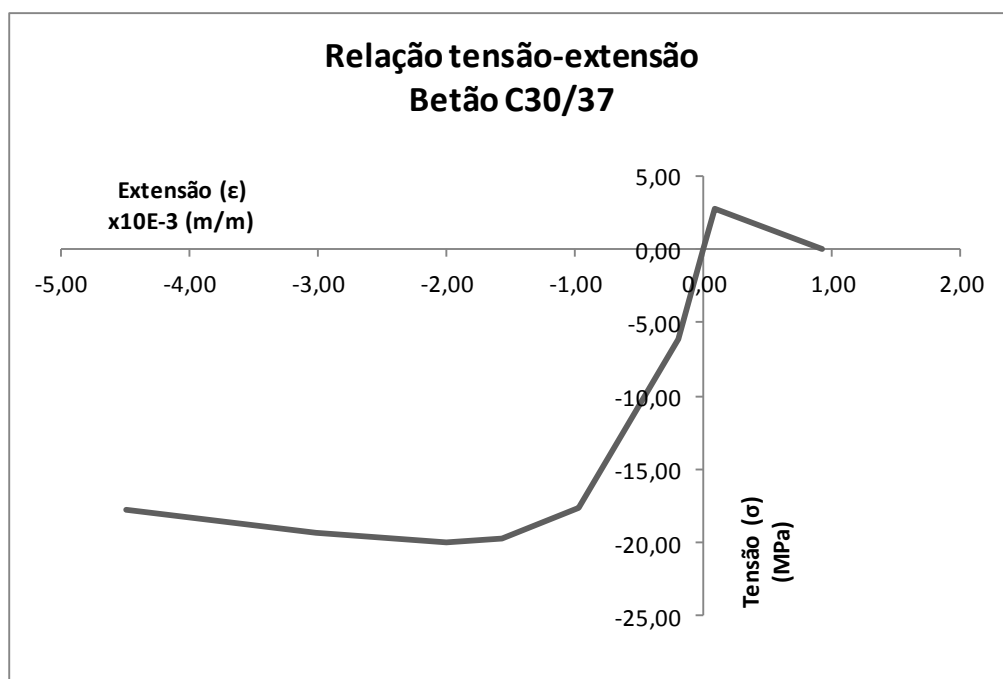
Pretendeu-se ainda, com a escolha dos materiais em questão, possibilitar a adoção de elementos mais esbeltos e, conseqüentemente, mais favoráveis ao estudo que se pretende levar a cabo neste trabalho.

4.2.1- Betão

Considera-se que o betão é um material heterogéneo e anisotrópico, um compósito de pasta de cimento e agregados, capaz de resistir a ações de compressão apesar da grande dispersão de resultados. Para a análise, adotou-se um comportamento do betão submetido a carregamentos monotónicos, quási estáticos e de curta duração, formando uma relação tensão-deformação com comportamentos diferentes à compressão e à tração.

A cada estado de tensão está associado um valor máximo de resistência, de 20MPa à compressão e 2,9MPa à tração, para um betão do tipo C30/37, com

extensões associadas de -2‰ e 0,08‰. Estes valores têm origem na relação tensão-extensão do betão apresentada na figura seguinte.



Extensão (ϵ) x10E-3 (m/m)	-4,50	-4,00	-3,02	-2,00	-1,57	-0,98	-0,20	0,00	0,08	0,93
Tensão (σ) (MPa)	-17,75	-18,29	-19,33	-20,00	-19,73	-17,68	-6,09	0,00	2,79	0,00

Figura 26 – Relação constitutiva do Betão C30/37

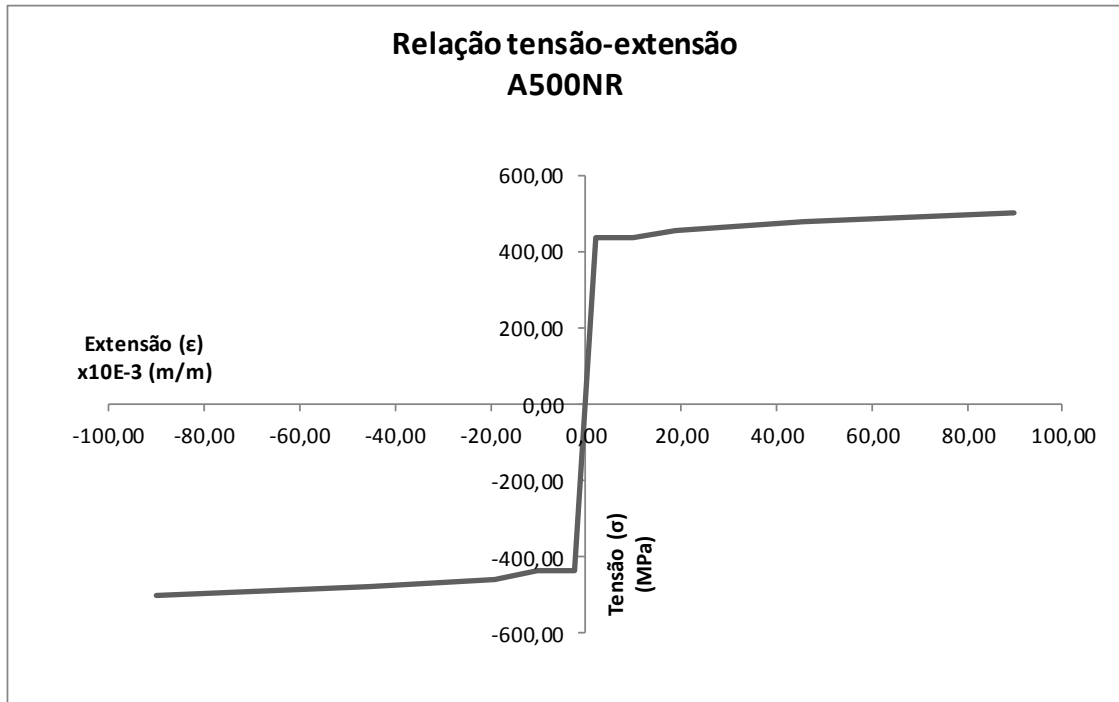
Foram apresentados os dois estados (tração e compressão) do betão conjuntamente na relação tensão-extensão, pois a mesma se incluirá no programa SAP2000.

4.2.2- Aço

Contrariamente ao betão, o aço é um material com um comportamento semelhante quando exposto a trações ou compressões. Os resultados de ensaios uniaxiais de uma barra exposta a carregamentos monotónicos de tração permitem concluir que é possível descrever o comportamento do aço, inserido em peças de betão armado, basicamente em três troços:

- ✓ Um primeiro troço elástico;
- ✓ Segundo troço designado por patamar de cedência, com um ligeiro aumento da tensão até à cedência;
- ✓ Último de troço de endurecimento até à rotura.

Em seguida, apresenta-se a relação tensão-extensão do aço, que tem em consideração a tensão de cedência de cálculo, f_{yd} .



Extensão (ε) x10E-3 (m/m)	-90,00	-45,60	-18,90	-10,00	-2,18	0,00	2,18	10,00	18,90	45,60	90,00
Tensão (σ) (MPa)	-500,00	-478,33	-456,67	-435,00	-435,00	0,00	435,00	435,00	456,67	478,33	500,00

Figura 27 – Relação constitutiva do aço A500NR

Admitiu-se, por isso, uma relação constitutiva do aço que é antissimétrica na resposta à compressão e à tração, não havendo diferenciação entre os valores absolutos.

4.3- Modelos base

Adotaram-se quatro modelos para a análise dos efeitos de segunda ordem pelo EC2: dois modelos de pórtico plano e dois modelos tridimensionais de forma a simular uma pequena estrutura.

Os modelos elaborados têm dois “pisos”, com uma altura entre eixos de vigas de 3,25m, altura usual em edifícios de médio porte (6 a 7 pisos). Como estruturas planas, foram analisados dois modelos: um modelo de pórtico sem parede de contraventamento e outro com parede. Como modelos tridimensionais analisaram-se igualmente duas estruturas: com e sem parede de contraventamento.

De forma a simplificar a análise, não comprometendo contudo os resultados obtidos, os valores de carga das estruturas para a verificação do estado limite último foram obtidos através da admissão de valores para as ações de forma a que o esforço axial reduzido dos elementos verticais, v , se situasse próximo dos 0,4 a 0,6, dependendo dos exemplos. Salienta-se, no entanto, que os valores das ações que a seguir se apresentam para as secções dos pilares são similares às adotadas para as paredes. Justifica-se esta opção pela tentativa de recriar a realidade de uma estrutura corrente, pois as paredes apresentam esforços axiais similares aos dos pilares.

Posto isto, serão apresentados 4 modelos estruturais diferentes mas 8 exemplos em que na duplicação dos modelos diferem apenas os valores dos carregamentos.

As características das secções dos modelos adiante apresentados, associadas às características dos materiais anteriormente atribuídos e a obtenção de esforços axiais reduzidos na ordem de 0,4 e 0,6 nos pilares com maior esforço axial, conduziram às ações que se apresentam de seguida.

	Exemplos com v≈0,2 a 0,4	Exemplos com v≈0,3 a 0,6
rcp [kN/m]	3,60	
sc [kN/m]	6,00	
F _{v1} [kN]	225,00	300,00
F _{v2} [kN]	125,00	225,00
F _{h1} [kN]	50,00	
F _{h2} [kN]	25,00	

Quadro 3 - Ações atuantes em todos os modelos

Os valores das ações serão combinados para formar estados de equilíbrio que serão utilizados para determinar esforços para dimensionamento das estruturas e para determinar a fluência efetiva, necessários para a aplicação do método da rigidez nominal.

Assim sendo, os valores das ações combinados serão aferidos para o Estado Limite de Utilização (SLS), em situação quase-permanente, e para o Estado Limite Último (ULS) de acordo com as seguintes equações:

$$\text{SLS: } E_d = E\{G_{k,j}; P; \Psi_{2,i}Q_{k,i}\} \quad j \geq 1; i > 1 \quad (4.1)$$

$$\text{ULS: } E_d = \gamma_{sd}E\{\gamma_{g,j}G_{k,j}; \gamma_p P; \gamma_{q,1}Q_{k,1}; \gamma_{q,i}\Psi_{0,i}Q_{k,i}\} \quad j \geq 1; i > 1 \quad (4.2)$$

Os coeficientes de combinação de ações a utilizar para as ações variáveis (F_{h1} e F_{h2}) para edifícios são:

$$\text{SLS: } \psi_2=0,3;$$

$$\text{ULS: } \psi_0=0,7.$$

Enquanto nos SLS os coeficientes parciais de segurança (γ_i) aplicados são unitários, já nos ULS é aplicado o coeficiente parcial $\gamma_g=1,35$, para as ações permanentes, e $\gamma_q=1,50$, para as ações variáveis.

4.3.1- Caracterização dos modelos

4.3.1.1- Exemplos 1 e 2 – modelo sem parede ($\nu \approx 0,40$) e ($\nu \approx 0,60$)

Na figura 28 apresenta-se o modelo plano que foi adotado como representativo da situação pórtico sem parede, sujeito a dois níveis de carga diferentes.

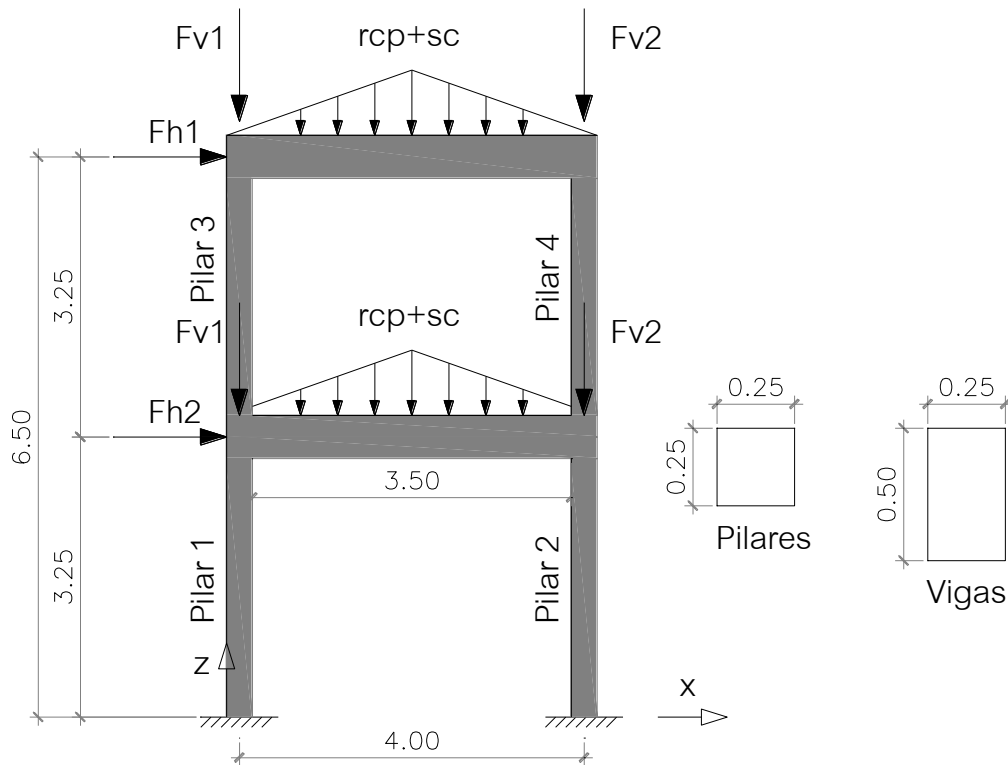


Figura 28 – Modelo de estrutura sem parede para os exemplos 1 e 2

Aos pilares foi atribuída uma secção quadrangular de 0,25x0,25m e às vigas uma secção retangular de 0,25x0,50m (bxh).

No caso dos pilares, as características a ele associadas, no presente trabalho, foram calculadas através do preconizado no EC2, pela equação (3.2) e (3.3) para o comprimento efetivo, l_0 , a equação (2.8) para o coeficiente de esbelteza λ e pela equação (3.1) para o coeficiente de fluência efetivo, φ_e onde se considerou também $\varphi_{\infty, t0} = 2,45$, para um betão C30/37, classe de cimento R e humidade relativa de 40%. As várias características apresentam-se no quadro seguinte.

	Elemento	l [m]	l ₀ [m]	λ _x [-]	φ _{ef} [-]
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	3,25	3,553	49,2	0,462
	Pilar 2	3,25	3,581	49,6	0,497
	Pilar 3	3,25	3,804	52,7	0,424
	Pilar 4	3,25	3,899	54,0	0,543
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	3,25	3,581	49,6	0,464
	Pilar 2	3,25	3,581	49,6	0,502
	Pilar 3	3,25	3,804	52,7	0,421
	Pilar 4	3,25	3,899	54,0	0,543

Quadro 4 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza no plano de análise e coeficiente de fluência efetivo dos pilares analisados

4.3.1.2- Exemplos 3 e 4 – modelo com parede (v≈0,40) e (v≈0,60)

Os exemplos 3 e 4 são respeitantes ao modelo plano com parede com esforços axiais normalizados nos pilares de 0,4 a 0,6, respetivamente. Na figura 29 apresenta-se a correspondente geometria do modelo.

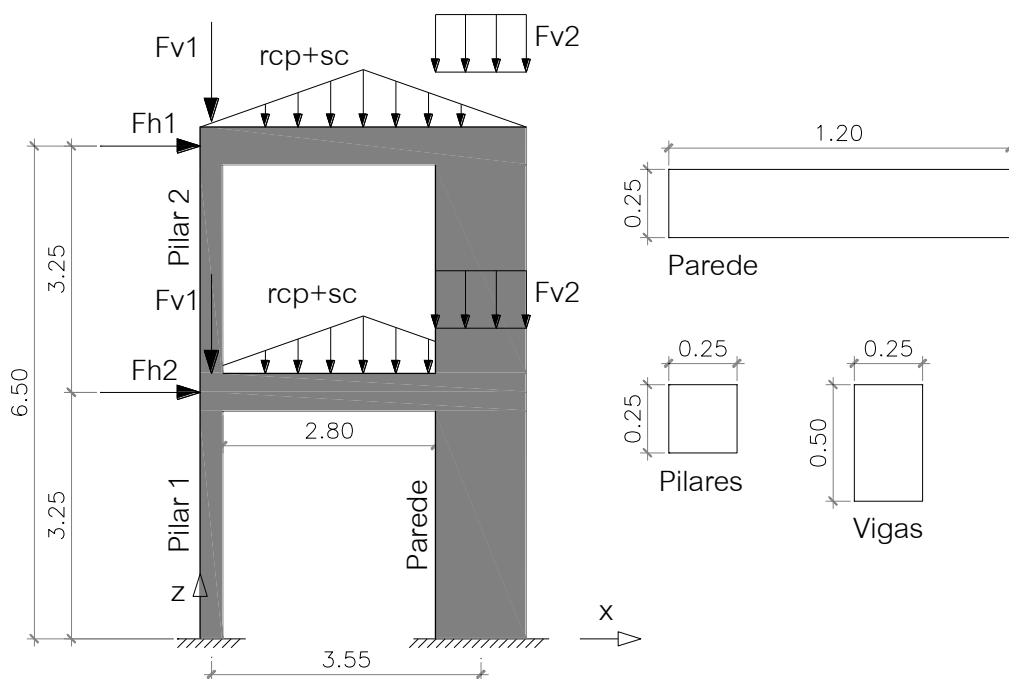


Figura 29 – Modelo de estrutura para os exemplos 3 e 4

Para os pilares foi atribuída uma secção quadrangular de 0,25x0,25m, para as vigas uma secção retangular de 0,25x0,50m (bxh) e para a parede 0,25x1,20m (bxh).

Como nos exemplos anteriores, os coeficientes λ e ϕ , que se apresentam no quadro seguinte, foram calculados através do preconizado no EC2, tendo-se considerado $\phi_{\infty,t_0} = 2,45$ para os pilares e 2,25 para a parede, um betão C30/37, classe de cimento R e humidade relativa de 40%.

	Elemento	l [m]	l ₀ [m]	λ_x [-]	ϕ_{ef} [-]
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	3,25	3,41	47,2	0,811
	Pilar 2	3,25	3,66	50,8	0,824
	Parede	6,5	7,94	22,9	0,379
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	3,25	3,41	47,2	0,756
	Pilar 2	3,25	3,66	50,8	0,764
	Parede	6,5	7,70	22,2	0,376

Quadro - 5 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza e coeficiente de fluência efetivo dos elementos analisados

4.3.1.3- Exemplos 5 e 6 – modelo sem parede ($\nu \approx 0,40$) e ($\nu \approx 0,60$)

Os exemplos 5 e 6 são respeitantes ao modelo tridimensional sem parede para os esforços axiais normalizados de 0,4 e 0,6. Na figura 30 apresentam-se os dados correspondentes.

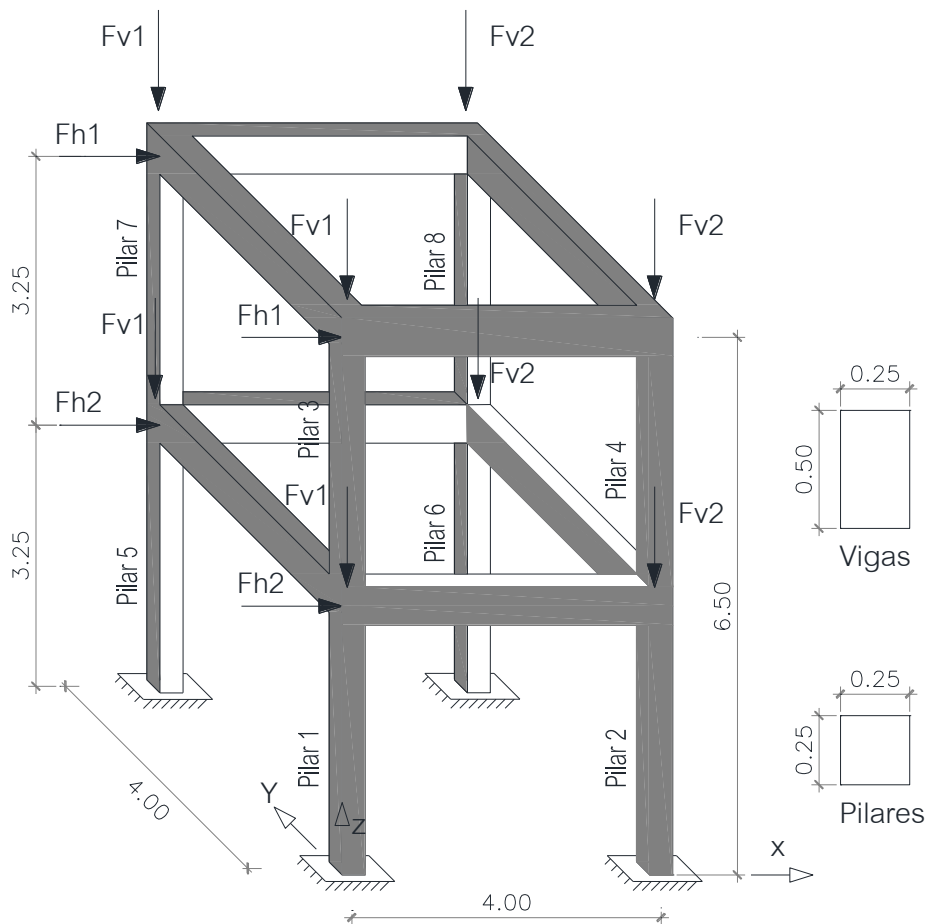


Figura 30 – Modelo de estrutura para os exemplos 5 e 6

Tal como para o exemplo 1 e 2, os pilares têm uma secção quadrangular de 0,25x0,25m e as vigas têm uma secção retangular de 0,25x0,50m (bxh).

As características dos materiais dos pilares serão as mesmas que no §4.3.1.1 alterando-se apenas o comprimento de encurvadura, a esbelteza e o coeficiente de fluência tal como indicado no quadro seguinte.

	Elemento	l [m]	l ₀ [m]	λ _x [-]	φ _{ef} [-]
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	3,25	3,532	48,9	0,473
	Pilar 2	3,25	3,528	48,9	0,497
	Pilar 3	3,25	3,742	51,9	0,426
	Pilar 4	3,25	3,957	54,8	0,551
	Pilar 5	3,25	3,532	48,9	0,473
	Pilar 6	3,25	3,528	48,9	0,497
	Pilar 7	3,25	3,742	51,9	0,426
	Pilar 8	3,25	3,957	54,8	0,551
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	3,25	3,532	48,9	0,474
	Pilar 2	3,25	3,528	48,9	0,498
	Pilar 3	3,25	3,719	51,5	0,425
	Pilar 4	3,25	3,735	51,8	0,550
	Pilar 5	3,25	3,532	48,9	0,474
	Pilar 6	3,25	3,528	48,9	0,498
	Pilar 7	3,25	3,719	51,5	0,425
	Pilar 8	3,25	3,735	51,8	0,550

Quadro 6 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza segundo x e coeficiente de fluência efetivo dos pilares analisados

4.3.1.4- Exemplos 7 e 8 – modelo com parede ($\nu \approx 0,40$) e ($\nu \approx 0,60$)

Os exemplos 7 e 8 são respeitantes ao modelo tridimensional com parede, para os esforços axiais normalizados na ordem de 0,4 e 0,6, apresentando-se na figura 31 os dados correspondentes.

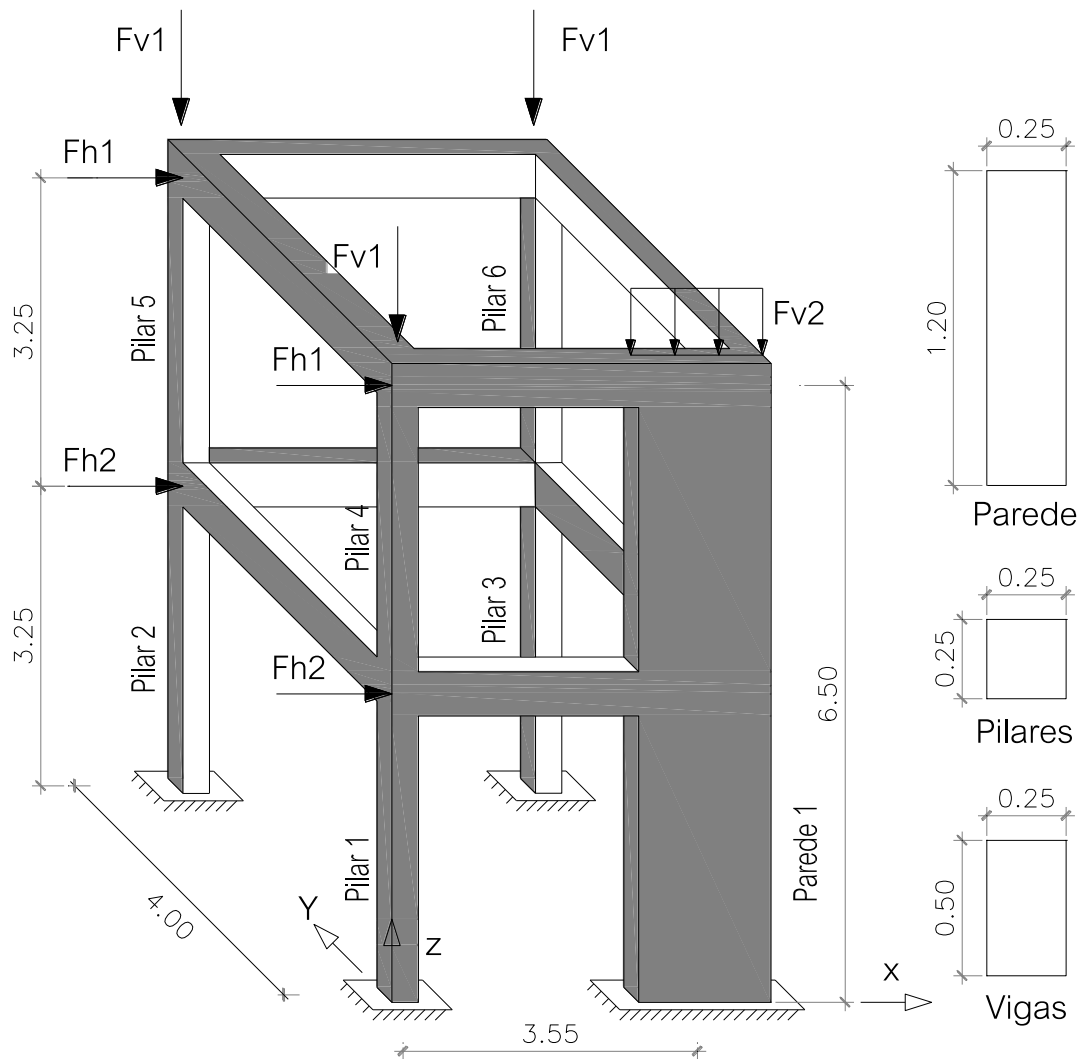


Figura 31 – Modelo de estrutura com parede para os exemplos 7 e 8

Para possibilitar a comparação entre modelos, as secções dos elementos foram mantidas, adotando-se pilares com secção quadrangular de 0,25x0,25m, para as vigas uma secção retangular de 0,25x0,50m (bxh) e para a parede 0,25x1,20m (bxh).

As características dos materiais dos pilares serão as mesmas que no §4.3.1.2 alterando-se apenas as características descritas no quadro seguinte.

	Elemento	l [m]	l ₀ [m]	λ _x [-]	φ _{ef} [-]
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	3,25	3,379	46,8	0,458
	Pilar 2	3,25	3,435	47,6	0,466
	Pilar 3	3,25	3,439	47,7	0,497
	Pilar 4	3,25	3,591	49,8	0,678
	Pilar 5	3,25	3,677	50,9	0,416
	Pilar 6	3,25	3,757	52,1	0,560
	Parede	6,5	7,935	22,9	0,425
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	3,25	3,379	46,8	0,448
	Pilar 2	3,25	3,456	47,9	0,461
	Pilar 3	3,25	3,461	48,0	0,492
	Pilar 4	3,25	3,644	50,5	0,729
	Pilar 5	3,25	3,742	51,9	0,405
	Pilar 6	3,25	3,757	52,1	0,548
	Parede	6,5	7,873	22,7	0,422

Quadro 7 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza segundo x e coeficiente de fluência efetivo dos elementos analisados.

4.3.2- Metodologia aplicada

Procede-se agora à explicação pormenorizada da metodologia aplicada nos exemplos apresentados anteriormente no §4.3.1.

Embora os dois métodos utilizados no presente trabalho sejam diferentes, ambos derivam do cálculo inicial da rigidez nominal. Assim sendo, os passos a seguir na determinação dos efeitos de segunda ordem serão idênticos, tanto para o método da rigidez nominal como para o método dos efeitos globais de segunda ordem.

Primeiramente modelaram-se as estruturas no programa automático com as características de cada exemplo, tal como apresentado anteriormente, nomeadamente no que se refere às secções, materiais, carregamentos e combinações de cargas.

Em seguida, com recurso ao programa de cálculo automático, obtiveram-se os esforços de primeira ordem (N_{ed}^{1a} , V_{ed}^{1a} e M_{yed}^{1a}) de acordo com a combinação de ULS, esforços esses necessários para o dimensionamento dos elementos e consequente determinação das taxas de armadura. Em simultâneo,

o programa devolveu a distribuição de esforços para a combinação de SLS, obtendo-se, no processo, os valores necessários para a determinação de ϕ_{ef} de acordo com a equação 3.1.

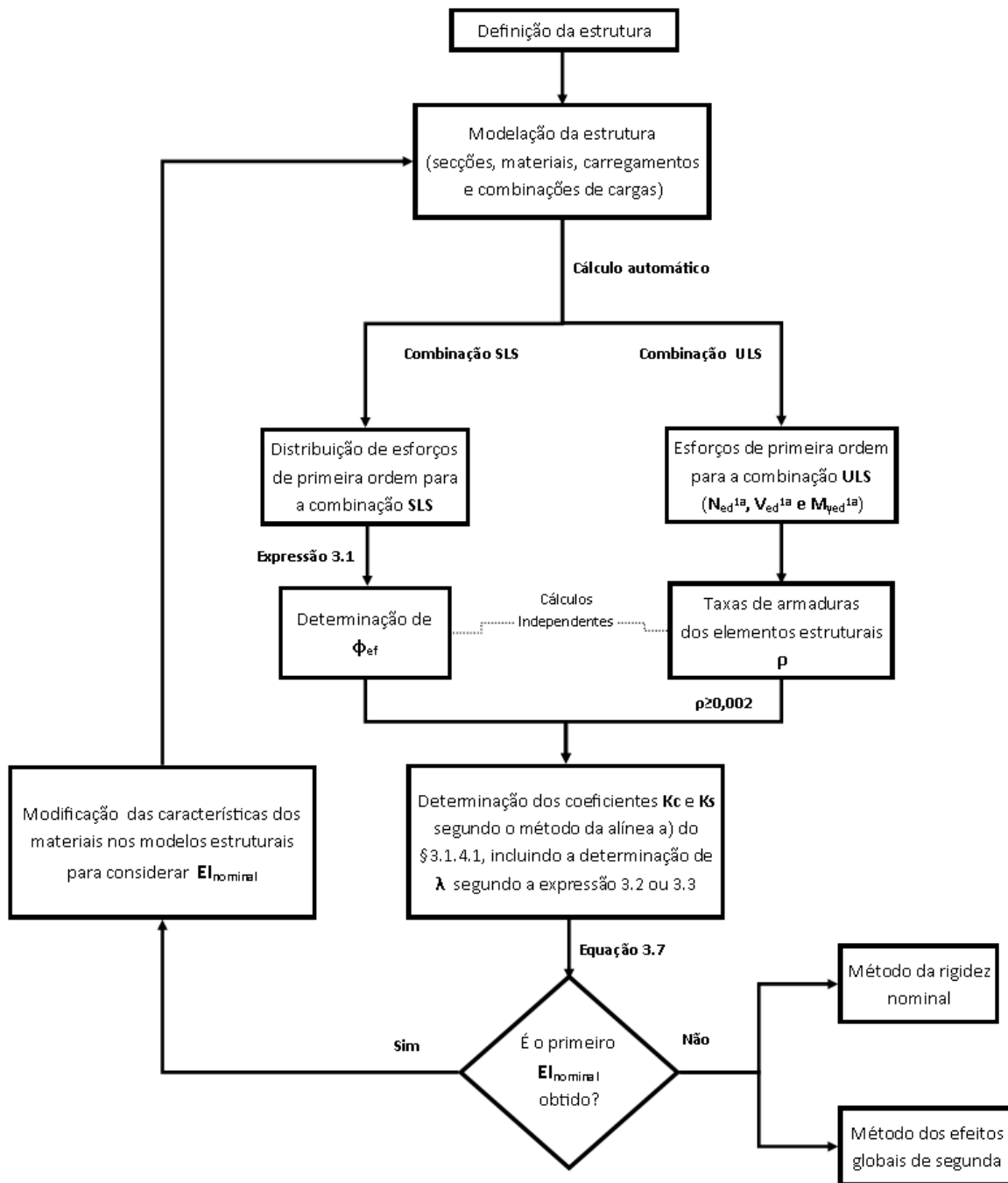
Com a determinação das taxas de armadura e do coeficiente de fluência efetivo, a aplicação do método de cálculo inicia-se com a determinação dos coeficientes K_c e K_s , que afetam as componentes de rigidez E_{clc} e E_{sls} , de acordo com as equações constantes na alínea a) do §3.1.4.1. Neste processo, há que calcular o coeficiente de esbelteza, λ , necessário para a determinação de K_c , o qual obriga ao cálculo do comprimento efetivo de cada elemento, dado pelas equações 3.2 e 3.3, para os casos de elementos contraventados e não contraventados, respetivamente.

Com a aplicação da expressão 3.7 é, finalmente, determinada a rigidez nominal de cada elemento estrutural.

No entanto, tendo presente que os valores das taxas de armadura foram obtidos para esforços calculados sem ter em conta a rigidez nominal, é necessário que se volte a executar o programa com os valores da rigidez nominal de cada elemento, tendo, para o efeito, que modificar o módulo de elasticidade do betão e do aço no programa computacional utilizado. Além desta alteração, há que especificar, no programa, quais são as taxas de armadura a utilizar em cada elemento para contabilizar o módulo de flexão do aço, I_s , nas secções.

Com os novos valores de esforços, associados à rigidez nominal, voltam a aplicar-se as expressões do método até se obterem os valores corretos da rigidez nominal, seguindo-se depois diferentes percursos para a determinação dos efeitos de segunda ordem para os diversos exemplos.

A metodologia aplicada para a determinação da rigidez nominal é apresentada, em seguida, através de um esquema de cálculo.



Esquema 1 – Metodologia de cálculo da rigidez nominal

4.3.2.1- Metodologia aplicada nos exemplos 1, 2, 5 e 6 - sem parede

Conhecida a rigidez nominal, é possível determinar a carga crítica de compressão, N_B , de acordo com a expressão 2.7 apresentada anteriormente. Esta carga crítica será necessária para a aplicação da expressão 3.15 que

determina o valor do momento de segunda ordem M_{ed}^{2a} requerido no dimensionamento.

Contudo, há que evidenciar que será necessário atribuir o valor de β que consta igualmente na expressão 3.15. Observando-se a distribuição dos momentos de primeira ordem dos elementos dos modelos em análise, constata-se que estes têm uma distribuição triangular simétrica, atribuindo-se o valor de $\beta = 1$ com $C_0 = 12$ pela expressão 3.16.

Assim sendo, e após a aplicação da expressão 3.15, que amplifica os momentos, obtêm-se os momentos de segunda ordem M_{ed}^{2a} para os pilares das estruturas sem parede.

4.3.2.2- Metodologia aplicada nos exemplos 3, 4, 7 e 8 - com parede

Ao contrário da metodologia aplicada nos exemplos sem parede, o objetivo de determinar a rigidez nominal dos elementos de contraventamento é o de amplificar os carregamentos horizontais através da expressão 3.32, considerando no final do cálculo forças horizontais fictícias, $F_{H,Ed}$. Nesta expressão estão incluídas três variáveis:

- ✓ Os valores da força horizontal de primeira ordem, $F_{H,0Ed}$, que serão amplificados por esta expressão;
- ✓ A carga vertical total em todos os elementos do piso, $F_{V,Ed}$, que é determinada com o somatório dos carregamentos utilizados nos modelos;
- ✓ A carga global nominal de encurvadura $F_{V,B}$ que é determinada de acordo com o comportamento do sistema de contraventamento se tem, ou não, deformações transversais significativas. Nos modelos analisados admitiu-se que o sistema de contraventamento não tem deformações transversais significativas já que as paredes não têm aberturas, significando que se utilizou a expressão 3.27 para calcular $F_{V,B}$.

Desta forma é necessário determinar o valor do coeficiente ξ dado pela expressão 3.28, que considera o número de pisos e a flexibilidade relativa da secção da parede no encastramento sempre com a rigidez nominal, obtido pela expressão 3.27.

Após a determinação das forças horizontais fictícias, $F_{H,Ed}$, com o auxílio do programa de cálculo automático obtiveram-se os valores de esforços de segunda ordem.

4.3.3- Resultados

Concluindo-se a explicação de todos os métodos utilizados nos exemplos, serão apresentados, em seguida, os resultados que decorreram da sua aplicação.

4.3.3.1- Resultados da aplicação do método nos exemplos 1 e 2

São apresentados no quadro seguinte os esforços resultantes da análise de primeira ordem dos exemplos 1 e 2 usados para o dimensionamento das armaduras dos elementos (N_{ed}^{1a} , V_{ed}^{1a} e M_{yed}^{1a}).

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	N_{ed}^{1a} [kN]	v [-]	$V_{x,ed}^{1a}$ [kN]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-561,21	-0,449	54,89	94,06	-84,34
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	-500,4	-0,400	57,61	96,94	-90,28
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	-301,21	-0,241	34,39	53,64	-58,12
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	-229,6	-0,184	40,61	63,33	-68,66
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-763,76	-0,611	54,89	94,15	-84,25
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	-770,36	-0,616	57,61	97,03	-90,2
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	-402,48	-0,322	34,39	53,68	-58,08
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	-364,58	-0,292	40,61	63,38	-68,61

Quadro 8 - Resultados dos esforços de primeira ordem

Refira-se que, num pórtico com dois níveis de altura a que acresce o efeito de binário provocado pelos pilares, os valores de v não resultarão iguais aos valores de referência, de 0,4 e 0,6. Note-se que, apesar dos valores do esforço axial do pilar 4 serem, em ambos os exemplos, inferiores aos valores de

referência, consideraram-se como válidos para o estudo em questão pois tal diferença resulta do efeito binário existente no pórtico, situação comum nas secções dos pilares das estruturas.

Posto isto, apresentam-se em seguida as armaduras resultantes e as pormenorizações associadas aos esforços de primeira ordem.

	Elemento	As,tot [cm ²]	As_eff [cm ²]	Asx_eff [varão]	Taxa de armadura ρ
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	12,34	12,57	4Ø16+4Ø12	0,020
	Pilar 2	13,33	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 3	5,10	6,32	8Ø10	0,010
	Pilar 4	8,63	9,05	8Ø12	0,014
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	13,92	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 2	14,73	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 3	3,71	6,32	8Ø10	0,010
	Pilar 4	6,41	9,05	8Ø12	0,014

Quadro 9 - Armaduras longitudinais e taxas de armadura, ρ

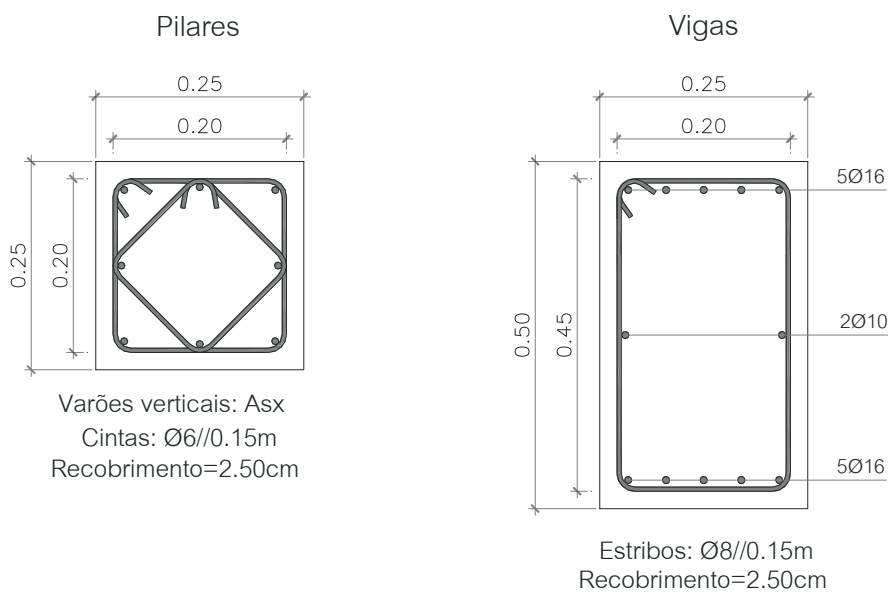


Figura 32 - Pormenorização de pilares e vigas para os exemplos 1 e 2

Refira-se que algumas das taxas de armadura longitudinal dos pilares rondam o valor de 0,01. Assim sendo, utilizou-se o método apresentado na alínea a) do §3.1.4.1 do EC2, para a determinação da rigidez nominal, com $k_s = 1$. Poder-se-ia ter optado por admitir que as taxas das secções de armaduras fossem $\rho \geq 0,01$ utilizando-se o método aproximado, mas os valores dos esforços e deslocamentos não teriam em conta as armaduras dimensionadas para as secções. Dada a limitação de tempo, não foi possível estudar esta situação nesta dissertação. No entanto, poderá ser uma hipótese de estudo de outro trabalho.

A aplicação do método da rigidez nominal obriga à determinação da rigidez nominal (EI) de cada elemento vertical para posterior determinação de um fator de amplificação dos momentos de primeira ordem. No quadro seguinte apresentam-se os valores da rigidez nominal, EI_{nominal} , dos vários elementos verticais da estrutura, decomposta nas parcelas de $E_s I_{s,\text{nominal}}$ referente ao aço e de $E_c I_{c,\text{nominal}}$ referente ao betão e as suas percentagens relativamente à rigidez nominal total.

		Es.Is [kNm ²]	Es.Is [%]	Ec.Ic [kNm ²]	Ec.Ic [%]	EI _{nominal} [kNm ²]
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	17311	94%	1173	6%	18485
	Pilar 2	20267	95%	1023	5%	21290
	Pilar 3	7917	92%	691	8%	8607
	Pilar 4	17311	97%	518	3%	17829
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	20267	93%	1607	7%	21874
	Pilar 2	20267	93%	1572	7%	21839
	Pilar 3	7917	90%	924	10%	8841
	Pilar 4	11400	94%	790	6%	12191

Quadro 10 – Valores e % das rigidezes nominais dos elementos dos exemplos 1 e 2

Evidencia-se que na determinação da rigidez dos elementos, as variáveis que alteram os valores de EI são apenas E_c e I_s pois dependem da fluência

efetiva φ_{ef} , do esforço axial reduzido, ν , e da esbelteza, λ , que variam com a alteração das taxas de armadura dos elementos.

Como se pode observar ainda no quadro 10, os valores nominais de $E_s I_s$ e $E_c I_c$ tomam pesos diferentes no que respeita ao valor da rigidez nominal. Esta situação encontra-se em todos os exemplos comparativos e deve-se à aplicação do coeficiente de k_c ao E_c de acordo com a expressão 3.7 que reduz a rigidez do betão na aplicação do método da determinação dos efeitos de segunda ordem.

Com a aferição da rigidez dos elementos verticais, mantendo contudo a rigidez das vigas pela sua diminuta contribuição de alteração dos esforços como descrito por Mendes V. (2008), foi possível determinar a carga de encurvadura baseada na rigidez nominal (N_B) para cada pilar e amplificar os momentos de primeira ordem.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$EI_{nominal}$ [kNm ²]	N_{ed} [kN]	N_B [kN]	factor de amplif [-]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	18484,88	-563	-14454	1,04	95,58	-81,03
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	21290,36	-499	-16383	1,03	109,06	-92,98
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	8607,45	-301	-5870	1,05	51,02	-54,37
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	17828,95	-230	-10703	1,02	70,35	-76,57
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	21873,91	-766	-16832	1,05	103,28	-84,64
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	21839,06	-768	-16805	1,05	105,59	-89,60
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	8841,14	-403	-6029	1,07	51,04	-54,90
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	12190,63	-365	-7914	1,05	73,08	-78,82

Quadro 11 - Fatores de amplificação e momentos de segunda ordem

Na aplicação do método aos modelos em análise, utilizou-se a simplificação de atribuir um valor unitário a β , como indicado no ponto 5.8.8.2 (4) do EC2, porque mesmo perante uma distribuição simétrica triangular de momentos, os elementos não estão isolados.

Assim sendo, como se pode constatar pelos valores apresentados no Quadro 11, os fatores de amplificação nos exemplos comparativos podem-se

considerar como diminutos, por não chegarem a 10% da amplificação dos momentos de primeira ordem, ficando-se pelo máximo de 7% no pilar 3 do Exemplo 2. Note-se que o EC2 permite que se dispense a verificação aos efeitos de segunda ordem quando estes representem um acréscimo inferior a 10% dos esforços iniciais, como referido anteriormente no §3.1.2 deste trabalho.

Por último, no Quadro 12 apresentam-se os deslocamentos dos nós segundo o eixo x, para os exemplos 1 e 2.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	δ_x (ponto 1) [m]	δ_x (ponto 2) [m]
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0	0,0098
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	0	0,0098
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0098	0,0202
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	0,0098	0,0201
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0	0,0096
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	0	0,0096
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0096	0,0229
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	0,0096	0,0228

Quadro 12 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 1 e 2

Como se pode observar no Quadro 12, tanto no exemplo 1 como no exemplo 2 verifica-se a uniformidade nos deslocamentos horizontais, havendo deslocamentos relativos entre pisos semelhantes, em que o fator determinante para esta situação é a rigidez nominal de cada pilar ser proporcional à solicitação das ações já que quanto maior a taxa de armadura, dimensionada pelos carregamentos impostos, maior a rigidez nominal, observando-se pela influência da rigidez nominal do aço.

4.3.3.2- Resultados da aplicação do método nos exemplos 3 e 4

No quadro seguinte são apresentados os esforços resultantes da análise de primeira ordem dos exemplos 3 e 4, modelos planos com parede.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	N_{ed}^{1a} [kN]	v [-]	$V_{x,ed}^{1a}$ [kN]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-625,39	-0,500	6,68	10,8	-10,9
	Pilar 2	(0;3,25) - (0;6,5)	-314,81	-0,252	14,17	22,1	-23,95
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	-476,32	-0,079	105,82	487,9	24,19
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-826,56	-0,661	6,95	11,05	-11,55
	Pilar 2	(0;3,25) - (0;6,5)	-415,49	-0,332	14,96	23,24	-25,36
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	-747,54	-0,125	105,55	483,15	24,72

Quadro 13 - Resultados dos esforços de primeira ordem dos exemplos 3 e 4

Nos exemplos 3 e 4 os valores máximos de v dos pilares afastaram-se de 0,4 e 0,6 (resultaram iguais a 0,5 e 0,66, respetivamente). No entanto, mantendo os valores das ações para todos os modelos, os valores aferidos consideram-se válidos para análise.

Posto isto, apresentam-se em seguida as armaduras e as pormenorizações para os esforços elásticos.

	Elemento	$A_{s,tot}$ [cm ²]	$A_{s,eff}$ [cm ²]	$A_{sx,eff}$ [varão]	Taxa de armadura ρ
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	$A_{s,min.}$	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 2	$A_{s,min.}$	3,14	4Ø10	0,005
	Parede	9,51	10,99	14Ø10	0,004
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	$A_{s,min.}$	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 2	$A_{s,min.}$	3,14	4Ø10	0,005
	Parede	2,45	7,04	14Ø8	0,002

Quadro 14 - Armaduras longitudinais e taxas de armadura ρ

Note-se que os valores das taxas de armadura de ambos os exemplos apresentados no quadro 14 não chegam a 0,01, pelo que, de acordo o §3.1.4.1, apenas o método mais rigoroso servirá para a determinação dos fatores K_c e K_s ao contrário do que seria possível nos exemplos 1 e 2. Há ainda que referir que

a solicitação horizontal nos pilares é tão diminuta que será apenas necessária a armadura mínima para garantir a segurança às ações aplicadas. Esta situação resulta da existência de um elemento de contraventamento na estrutura.

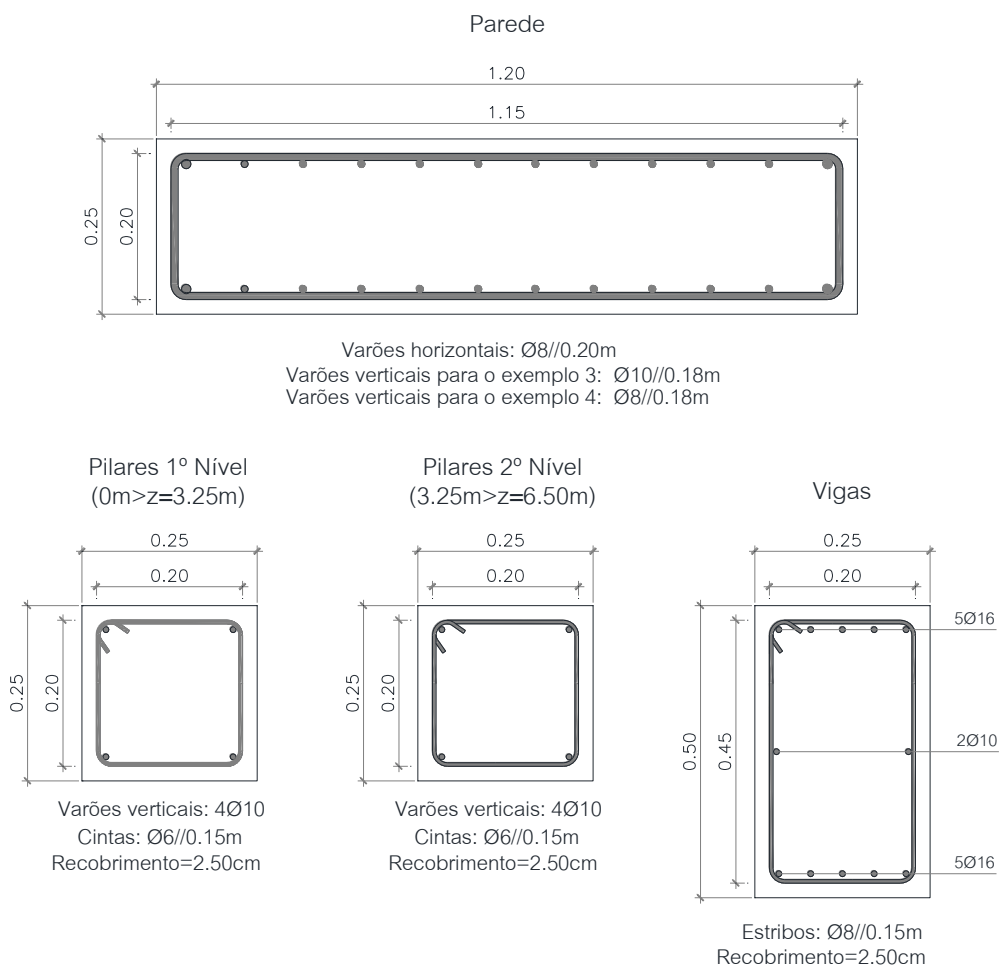


Figura 33 - Pormenorização de pilares, parede e vigas para os exemplos 3 e 4

Apresentam-se no quadro seguinte os valores da rigidez nominal que foram determinados para os exemplos 3 e 4 e as percentagens da rigidez do aço e do betão em relação à rigidez nominal total.

		Es.l _s [kNm ²]	Es.l _s [%]	Ec.l _c [kNm ²]	Ec.l _c [%]	EI _{nominal} [kNm ²]
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	7917	89%	1020	11%	8936
	Pilar 2	7917	94%	547	6%	8464
	Parede	69115	99%	484	1%	69599
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	7917	85%	1380	15%	9297
	Pilar 2	7917	91%	743	9%	8660
	Parede	44234	98%	745	2%	44978

Quadro - 15 – Valores das rigidezes nominais dos elementos dos exemplos 3 e 4

Nos exemplos 3 e 4, as diferenças entre os valores de $E_s.l_s$ e $E_c.l_c$, que se apresentam no Quadro 15, são ainda maiores, observando-se claramente o maior peso da parcela associada à rigidez das armaduras das paredes.

Na determinação dos esforços de segunda ordem, nos presentes exemplos utilizaram-se as equações dos §4.1.1 e §4.2 pois admitiu-se, à partida, que o sistema de contraventamento não tem deformações significativas de esforço transversal por se tratarem de paredes estruturais sem aberturas. Note-se que o EC2 não dá indicações quando é que o sistema de contraventamento tem ou não deformações significativas de esforços transversos, ficando ao critério do projetista que expressões utilizar, tendo apenas por base o exemplo de paredes sem aberturas.

Em seguida, apresentam-se os valores das forças horizontais iniciais, $F_{h,0ed}$, e as forças horizontais finais, $F_{h,ed}$, amplificadas pela utilização da expressão 4.7.

	$F_{h,0ed}$ [kN]		$F_{h,ed}$ [kN]		Incremento Fh [kN]	
	Piso 1	Piso 2	Piso 1	Piso 2	Piso 1	Piso 2
Parede (exp.3)	25	50	29,62	59,25	18,49%	18,49%
Parede (exp.4)	25	50	38,09	76,18	52,37%	52,37%

Quadro 16 Incremento de forças horizontais fictícias

Do quadro 16 constata-se um incremento aceitável para as forças horizontais do exemplo 3, sendo um pouco superior a 10%. No que se refere ao incremento verificado no exemplo 4, nota-se que é superior a metade das forças horizontais aplicadas inicialmente o que desde já aparenta ser um possível sobredimensionamento, que só uma análise não linear poderá permitir esclarecer.

	Elemento	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 2) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 2) [kNm]	Incremento $M_{y,ed}$ (ponto 1)	Incremento $M_{y,ed}$ (ponto 2)
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	10,8	-10,9	12,81	-12,76	15,69%	14,58%
	Pilar 2	22,1	-23,95	25,96	-27,98	14,87%	14,40%
	Parede	487,9	24,19	584,48	25,98	16,52%	6,89%
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	11,05	-11,55	16,73	-16,8	33,95%	31,25%
	Pilar 2	23,24	-25,36	34,15	-36,75	31,95%	30,99%
	Parede	483,15	24,72	756,55	29,76	36,14%	16,94%

Quadro 17 - Momentos de primeira ordem, momentos de segunda ordem e percentagem do incremento de momentos, nos exemplos 3 e 4

É possível observar um incremento geral de momentos na ordem de 15% para o exemplo 3 e na ordem de 33% para o exemplo 4, tanto nos pilares como na parede. É de salientar que o incremento de momentos é idêntico entre os elementos do mesmo modelo, sendo significativamente superiores no exemplo 4 devido ao carregamento vertical superior quando se compara com o exemplo 3.

Em seguida apresentam-se os deslocamentos dos nós segundo x para os exemplos 3 e 4. Pelo Quadro 18 pode-se constatar que os deslocamentos de todos os elementos são pequenos quando comparados com os deslocamentos

observados nos exemplos 1 e 2. Esta situação deve-se à ação da parede como sistema de contraventamento evitando grandes deslocamentos horizontais.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	δ_x (ponto 1) [m]	δ_x (ponto 2) [m]
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0	0,0021
	Pilar 2	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0021	0,006
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	0	0,0059
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0	0,0025
	Pilar 2	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0025	0,0073
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	0	0,0073

Quadro 18 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 3 e 4

4.3.3.3- Resultados da aplicação do método nos exemplos 5 e 6

No quadro seguinte apresentam-se os esforços resultantes da análise de primeira ordem dos exemplos 5 e 6.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	N_{ed}^{1a} [kN]	v [-]	$V_{x,ed}^{1a}$ [kN]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-605,81	-0,485	54,89	94,06	-84,34
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	-545	-0,436	57,61	96,94	-90,28
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-323,51	-0,259	34,39	53,64	-58,12
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	-251,9	-0,202	40,61	63,33	-68,66
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-605,81	-0,485	54,89	94,06	-84,34
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-545	-0,436	57,61	96,94	-90,28
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-323,51	-0,259	34,39	53,64	-58,12
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-251,9	-0,202	40,61	63,33	-68,66
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-808,35	-0,647	54,89	94,15	-84,25
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	-814,95	-0,652	57,61	97,03	-90,2
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-424,78	-0,340	34,39	53,68	-58,08
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	-386,87	-0,309	40,61	63,38	-68,61
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-808,35	-0,647	54,89	94,15	-84,25
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-814,95	-0,652	57,61	97,03	-90,2
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-424,78	-0,340	34,39	53,68	-58,08
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-386,87	-0,309	40,61	63,38	-68,61

Quadro 19 - Resultados dos esforços de primeira ordem dos exemplos 5 e 6

Os valores de v nos presentes exemplos encontram-se um pouco mais dispersos dos valores de referência de 0,4 e 0,6, devido à maior influência do binário resultante do apoio da estrutura. No entanto, os valores aferidos consideram-se válidos para o estudo em análise pois os valores dos esforços ainda se encontram perto dos parâmetros espectáveis.

Posto isto, apresentam-se, em seguida, as quantidades de armadura, as correspondentes soluções em varões e as taxas de armaduras para os esforços de primeira ordem:

	Elemento	As_tot [cm ²]	As_eff [cm ²]	Asx_eff [varão]	Taxa de armadura ρ
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	12,64	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 2	13,09	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 3	5,78	6,32	8Ø10	0,010
	Pilar 4	9,43	12,57	4Ø16+4Ø12	0,020
	Pilar 5	12,64	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 6	13,09	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 7	5,78	6,32	8Ø10	0,010
	Pilar 8	9,43	12,57	4Ø16+4Ø12	0,020
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	14,34	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 2	15,16	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 3	4,49	5,15	4Ø8+4Ø10	0,008
	Pilar 4	7,33	9,04	8Ø12	0,014
	Pilar 5	14,34	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 6	15,16	16,08	8Ø16	0,026
	Pilar 7	4,49	5,15	4Ø8+4Ø10	0,008
	Pilar 8	7,33	9,04	8Ø12	0,014

Quadro 20 - armaduras longitudinais e taxas de armadura ρ

É de salientar que apenas se obtiveram taxas inferiores a 0,01 nos pilares 3 e 7 do exemplo 6, conforme assinalado no Quadro 20. No entanto, optou-se por continuar adotar o método mais rigoroso para a determinação da rigidez nominal dos elementos estruturais em todos os exemplos.

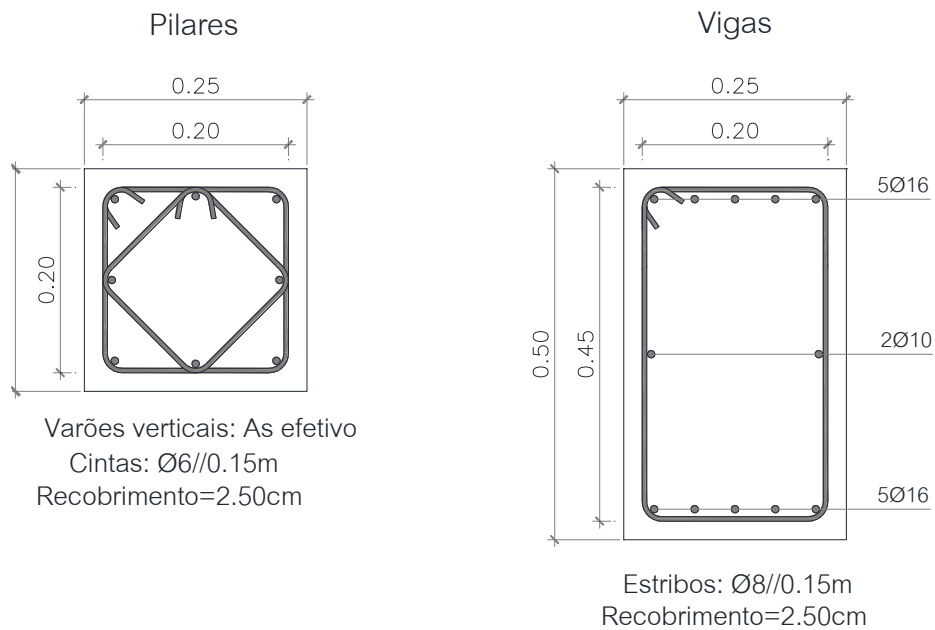


Figura 34 - Pormenorização de pilares e vigas dos exemplos 5 e 6

A pormenorização dos elementos destes exemplos é semelhante à dos exemplos 1 e 2, pois os valores das ações dos pórticos na direção x-x são idênticas.

Apresentam-se, em seguida, os valores nominais da rigidez dos pilares e as percentagens das parcelas de rigidez do aço e do betão em relação à rigidez nominal total.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$EI_{s_{nominal}}$ [kNm ²]	$EI_{s_{nominal}}$ [%]	$EI_{c_{nominal}}$ [kNm ²]	$EI_{c_{nominal}}$ [%]	$EI_{nominal}$ [kNm ²]
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	20267,04	94%	1258,61	6%	21525,65
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	20267,04	95%	1096,52	5%	21363,56
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	7916,81	91%	739,77	9%	8656,58
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	20267,04	97%	563,61	3%	20830,65
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	20267,04	94%	1258,61	6%	21525,65
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	20267,04	95%	1096,52	5%	21363,56
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	7916,81	91%	739,77	9%	8656,58
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	20267,0425	97%	563,61	3%	20830,65
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	20267,0425	92%	1678,38	8%	21945,42
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	27867,1835	94%	1666,13	6%	29533,31
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	6966,79587	88%	944,29	12%	7911,09
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	11400,2114	93%	823,49	7%	12223,70
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	20267,0425	92%	1678,38	8%	21945,42
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	27867,1835	94%	1666,13	6%	29533,31
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	6966,79587	88%	944,29	12%	7911,09
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	11400,2114	93%	823,49	7%	12223,70

Quadro 21 – Valores das rigidezes dos pilares dos exemplos 5 e 6

Tal como nos exemplos anteriores, aferida a rigidez nominal de cada elemento determinaram-se as cargas de encurvadura (N_B) para cada pilar, que irão servir para amplificar os momentos de primeira ordem. Comparativamente com os exemplos 1 e 2, nota-se que existe semelhança nos valores obtidos da rigidez nominal, pois os elementos mais solicitados pela combinação das ações M-N são os que têm maior valor, justificado pelo maior peso da parcela de rigidez associada ao aço (maior taxa de armadura) comparativamente com o peso da parcela de rigidez do betão, que é reduzido pelo método de cálculo.

Evidencia-se que tanto no exemplo 5 como no exemplo 6, os pilares 3 e 7 têm uma rigidez nominal reduzida. Esta situação é justificada pela solicitação diminuta destes elementos aos esforços e pelo ajustamento que o método da rigidez nominal do EC2 efetua nos elementos pouco solicitados. Com esta justificação poderá desde já perceber-se que o método de cálculo diminui a

rigidez dos elementos menos solicitados e aumenta os mais solicitados, pois a rigidez nominal irá depender mais da taxa de armadura, que varia de acordo com os esforços aplicados no elemento, do que do betão por este ter um valor reduzido durante a execução do método da rigidez nominal.

Os valores da análise dos efeitos de segunda ordem dos exemplos 5 e 6 apresentam-se no Quadro 22.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$EI_{nominal}$ [kNm ²]	N_{ed} [kN]	N_B [kN]	factor de amplif [-]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	21525,65	-608	17030	1,04	97,54	-87,46
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	21363,56	-543	16939	1,03	100,15	-93,27
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	8656,58	-323	6100	1,06	56,64	-61,37
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	20830,65	-252	12693	1,02	64,61	-70,05
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	21525,65	-608	17030	1,04	97,54	-87,46
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	21363,56	-543	16939	1,03	100,15	-93,27
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	8656,58	-323	6100	1,06	56,64	-61,37
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	20830,65	-252	12693	1,02	64,61	-70,05
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	21945,42	-810	17362	1,05	98,76	-88,38
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	29533,31	-813	22626	1,04	100,65	-93,56
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	7911,09	-425	5646	1,08	58,05	-62,81
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	12223,70	-387	8271	1,05	66,49	-71,97
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	21945,42	-810	17362	1,05	98,76	-88,38
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	29533,31	-813	22626	1,04	100,65	-93,56
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	7911,09	-425	5646	1,08	58,05	-62,81
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	12223,70	-387	8271	1,05	66,49	-71,97

Quadro 22 - Fatores de amplificação e momentos de segunda ordem dos exemplos 5 e 6

Tal como esperado, os incrementos dos momentos de primeira ordem dos exemplos 5 e 6 são semelhantes aos incrementos dos exemplos 1 e 2. Isto deve-se ao facto de se ter simplesmente replicado o pórtico sem parede e ligado aos pórticos por meio de vigas, mantendo as ações que se aplicaram no pórtico original em cada pórtico destes novos exemplos. Assim sendo, analiticamente poderá concluir-se que os elementos com maiores incrementos são os

elementos mais solicitados pelos esforços. No entanto, tal como nos exemplos 1 e 2, o máximo que se observa nos incrementos é de 6% e 8% relativamente aos esforços iniciais.

Tal como em exemplos anteriores apresentam-se em seguida os deslocamentos dos nós segundo x, para os exemplos 5 e 6.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	δ_x (ponto 2) [m]	δ_x (ponto 2) [m]
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0097
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	0	0,0097
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0097	0,0213
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	0,0097	0,0212
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0097
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0097
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0097	0,0213
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0097	0,0212
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0077
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	0	0,0077
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0077	0,0208
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	0,0077	0,0208
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0077
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0077
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0077	0,0208
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0077	0,0208

Quadro 23 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 5 e 6

Tal como nos exemplos 1 e 2, os deslocamentos horizontais são uniformes entre pisos. Contudo, entre exemplos, os deslocamentos do exemplo 5 são superiores aos do exemplo 6. Tal é facilmente justificável pela relação das cargas aplicadas $\sum F_h / \sum F_v$, em que no exemplo 5 a relação é inferior à relação do exemplo 6, aumentando a resistência aos deslocamentos horizontais.

4.3.3.4- Resultados da aplicação do método dos exemplos 7 e 8

Tal como nos exemplos anteriores os valores de v aferidos nestes exemplos continuam afastados dos valores de referência de 0,4 e 0,6. Contudo, nos pilares 3 e 6 observa-se que estão menos esforçados axialmente. Esta situação poderá ser justificada pela aplicação de uma força vertical diminuta, contrariamente ao que se considerou para os outros modelos, pela torção da estrutura devido à rigidez da parede no lado oposto e pela redistribuição de esforços direcionada para os elementos verticais. No entanto, os valores aferidos consideram-se válidos para o estudo em análise pois os valores dos esforços ainda se encontram perto dos parâmetros espectáveis.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	N_{ed}^{1a} [kN]	v [-]	$V_{x,ed}^{1a}$ [kN]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-642,79	-0,514	8,66	14,27	-13,86
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-652,65	-0,522	38	64,94	-58,55
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-499,49	-0,400	40,2	67,26	-63,38
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-328,47	-0,263	18,31	28,65	-30,84
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-336,4	-0,269	25,76	40,35	-43,37
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-231,77	-0,185	30,73	48,14	-51,72
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	-546,77	-0,091	138,15	664,11	13,17
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-842,52	-0,674	8,95	14,56	-14,52
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-857	-0,686	37,81	64,68	-58,2
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-767,36	-0,614	40	66,99	-62,99
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-428,42	-0,343	19,12	29,85	-32,29
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-438,5	-0,351	25,57	40,07	-43,02
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-372,63	-0,298	30,45	47,75	-51,22
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	-819,71	-0,137	138,25	662,49	13,49

Quadro 24 - Valores dos esforços de primeira ordem nas análises dos exemplos 7 e 8.

Apresentam-se em seguida, no Quadro 25, as armaduras aferidas e as pormenorizações de primeira ordem.

	Elemento	As,tot [cm ²]	As_eff [cm ²]	Asx_eff [varão]	Taxa de armadura ρ
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	Amin.	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 2	5,63	6,32	8Ø10	0,010
	Pilar 3	5,98	6,32	8Ø10	0,010
	Pilar 4	Amin.	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 5	1,50	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 6	5,10	6,32	8Ø10	0,010
	Parede	16,10	18,08	16Ø12	0,006
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	Amin.	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 2	7,22	7,66	4Ø10+4Ø12	0,012
	Pilar 3	6,86	7,66	4Ø10+4Ø12	0,012
	Pilar 4	Amin.	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 5	0,21	3,14	4Ø10	0,005
	Pilar 6	2,71	3,14	4Ø10	0,005
	Parede	9,36	9,42	12Ø10	0,003

Quadro 25 – Quadro com armaduras longitudinais e taxas de armadura ρ.

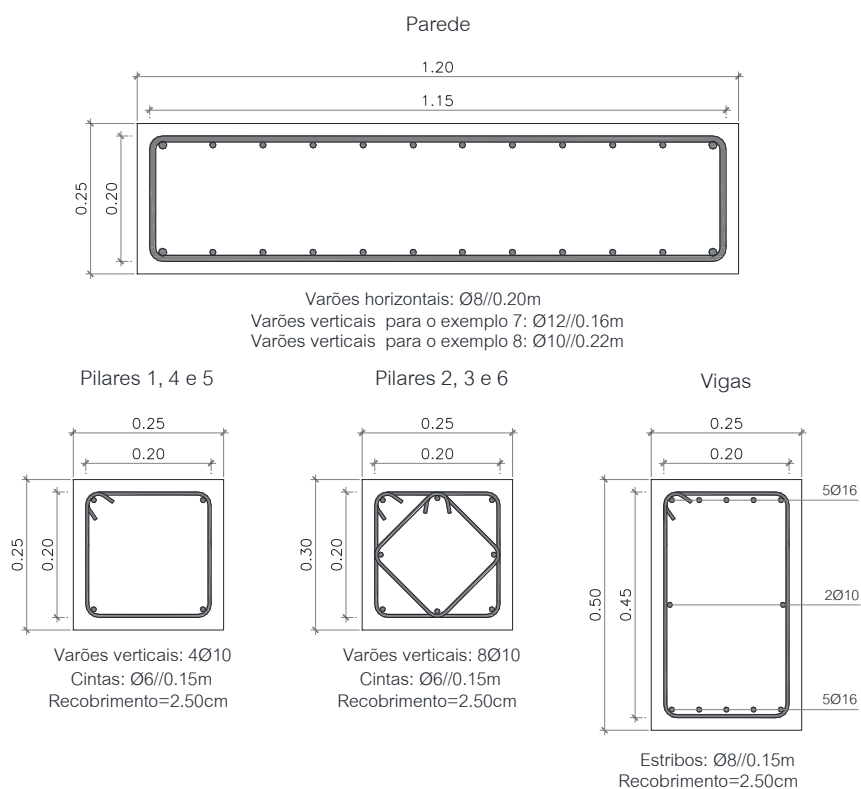


Figura 35 - Pormenorização de pilares e vigas do exemplo 7 e 8.

A pormenorização dos elementos destes exemplos é semelhante aos exemplos 3 e 4.

Apresenta-se em seguida os valores nominais da rigidez dos pilares e das paredes e as percentagens da rigidez do aço e do betão em relação à rigidez nominal total:

	Elemento	EI _s _{nominal} [kNm ²]	EI _s _{nominal} [%]	EI _c _{nominal} [kNm ²]	EI _c _{nominal} [%]	EI _{nominal} [kNm ²]
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	5278	77%	1554	23%	6832
	Pilar 2	5278	80%	1339	20%	6617
	Pilar 3	5278	85%	937	15%	6215
	Pilar 4	5278	91%	494	9%	5772
	Pilar 5	5278	87%	806	13%	6084
	Pilar 6	7917	94%	480	6%	8396
	Parede	176934	99%	2583	1%	179517
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	5278	75%	1726	25%	7004
	Pilar 2	10239	85%	1748	15%	11987
	Pilar 3	10239	87%	1522	13%	11761
	Pilar 4	7917	91%	764	9%	8681
	Pilar 5	7917	89%	1000	11%	8917
	Pilar 6	7917	91%	776	9%	8693
	Parede	69115	95%	3867	5%	72982

Quadro 26 – Valores das rigidezes nominais dos elementos dos exemplos 7 e 8

Na determinação dos esforços de segunda ordem nos presentes exemplos, tal como nos exemplos 3 e 4, utilizaram-se as equações apresentadas no §3.1.4 e §3.1.6, pois admitiu-se que o sistema de contraventamento não tem deformações significativas de esforço transversal, como referido no §3.1.6, uma vez que as paredes não têm aberturas.

	F _{h,0ed} [kN]		F _{h,ed} [kN]		Incremento F _h [kN]	
	Piso 1	Piso 2	Piso 1	Piso 2	Piso 1	Piso 2
Parede (Ex. 7)	25	50	28,68	57,37	14,73%	14,73%
Parede (Ex. 8)	25	50	44,84	89,69	79,38%	79,38%

Quadro 27 - Incremento de forças horizontais fictícias

Analisando-se os incrementos das forças horizontais segundo o método proposto pelo Anexo H do EC2, considera-se que os obtidos para o exemplo 8 poderão ser exagerados tendo em consideração os valores dos esforços de primeira ordem, já que irá fazer com que haja incrementos dos esforços na ordem de 40%, incrementos muito superiores aos constatados no exemplo 7, como apresentado no próximo quadro.

	Elemento	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{1a}$ (ponto 2) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 2) [kNm]	Incremento $M_{y,ed}$ (ponto 1)	Incremento $M_{y,ed}$ (ponto 2)
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	14,27	-13,86	16,3	-15,7	12,45%	11,72%
	Pilar 2	64,94	-58,55	74,77	-67,55	13,15%	13,32%
	Pilar 3	67,26	-63,38	77,04	-72,27	12,69%	12,30%
	Pilar 4	28,65	-30,84	32,48	-34,85	11,79%	11,51%
	Pilar 5	40,35	-43,37	46,99	-50,44	14,13%	14,02%
	Pilar 6	48,14	-51,72	54,63	-58,64	11,88%	11,80%
	Parede	664,11	13,17	763,89	14,77	13,06%	10,83%
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	14,56	-14,52	25,5	-24,42	42,90%	40,54%
	Pilar 2	64,68	-58,2	117,68	-106,65	45,04%	45,43%
	Pilar 3	66,99	-62,99	119,67	-110,89	44,02%	43,20%
	Pilar 4	29,85	-32,29	50,48	-53,88	40,87%	40,07%
	Pilar 5	40,07	-43,02	75,82	-81,12	47,15%	46,97%
	Pilar 6	47,75	-51,22	82,69	-88,46	42,25%	42,10%
	Parede	662,49	13,49	1199,96	22,08	44,79%	38,90%

Quadro 28 - Momentos de primeira ordem, momentos de segunda ordem e percentagem do incremento de momentos nos modelos 7 e 8

Tal como esperado, os incrementos dos momentos de primeira ordem do exemplo 7 estão próximos dos incrementos do exemplo 3. Esta situação pode justificar-se pela presença de uma parede nestes exemplos levando a que o método de determinação dos esforços de segunda ordem seja igual. No entanto, como indicado anteriormente, os valores do exemplo 8 estão muito acima do esperado, cerca de 15 a 20% nos incrementos dos efeitos de segunda ordem.

Assim sendo, podemos visualizar um incremento geral de momentos na ordem de 13% para o exemplo 7 e na ordem de 40% para o exemplo 8, incrementos superiores quando comparados com os exemplos 3 e 4.

Apresentam-se em seguida os deslocamentos dos nós segundo x para os exemplos 7 e 8.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	δ_x (ponto 1) [m]	δ_x (ponto 2) [m]
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0028
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0137
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0137
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0028	0,0082
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0137	0,0245
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0137	0,0244
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,5)	0	0,0081
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0044
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0214
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0214
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0044	0,0128
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0214	0,0386
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0214	0,0386
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,5)	0	0,0128

Quadro 29 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 7 e 8

Assim como constatado nos exemplos 3 e 4, os deslocamentos horizontais nos exemplos em análise são inferiores aos obtidos em estruturas sem paredes. Ainda assim, os deslocamentos no exemplo 7 são inferiores aos dos observados no exemplo 8 porque neste exemplo as forças horizontais incrementadas são superiores.

4.4- Modelos comparativos (não-lineares)

Como método de avaliação da qualidade dos resultados obtidos pelos métodos do EC2, optou-se por proceder à execução de análises não lineares dos modelos apresentados anteriormente.

Para a execução das análises não lineares, optou-se por recorrer ao programa SAP2000 v15 da CSI, por ser uma ferramenta muito utilizada no mercado português.

Assim, nos parágrafos seguintes procede-se à apresentação das opções adotadas para a execução da análise não linear dos modelos em estudo.

4.4.1- Secções

Como base de verificação dos métodos simplificados do EC2, tal como indicado anteriormente, todas as características geométricas e carregamentos dos modelos das análises lineares foram utilizados na execução das análises não lineares (ANL) utilizando-se relações constitutivas completas como apresentado no §4.2 deste trabalho.

Relativamente à pormenorização da armadura, dos elementos da estrutura, optou-se por executar as ANL com as pormenorizações de aço correspondentes às ações de segunda ordem obtidas pelas metodologias do EC2 dos modelos estruturais dos exemplos anteriores, permitindo assim a comparação e verificação da capacidade de carga dos elementos dimensionados pelo EC2.

A simulação correta das paredes, de acordo com a pormenorização associada à solução obtida pelo programa SAP2000 pode ser efetuada de duas formas. A primeira e a mais comum, devido à sua fácil composição nos modelos, é a modelação da parede como sendo uma barra, ligando as suas extremidades com outros elementos perpendiculares (vigas) através de barras extremamente rígidas que simularão a secção das paredes, transmitindo os esforços entre elementos. A segunda, a aplicada nos modelos do presente estudo, é com a modelação das paredes através de placas finas tipo shell, tal como proposto pelo

fabricante CSI do programa de método de elementos finitos. A segunda forma de modelar as paredes no programa dá mais liberdade de discretização das secções. Isto implica que a discretização das secções será através de camadas de materiais, tão espessas quanto o necessário para obter as áreas de secções pretendidas. Assim sendo, na figura seguinte, apresenta-se a discretização das paredes dos modelos.

Layer Name	Distance	Thickness	Type	Num Int. Points	Material	Material Angle	Material S11	Component S22	Behavior S12
ConcM	0,	0,25	Membrane	1	C25/30	0,	Nonlinear	Nonlinear	Nonlinear
ConcM	0,	0,25	Membrane	1	C25/30	0,	Nonlinear	Nonlinear	Nonlinear
TopBar1M	0,095	0,000785	Membrane	1	A500NR	0,	Nonlinear	Inactive	Nonlinear
TopBar2M	0,085	0,000785	Membrane	1	A500NR	90,	Nonlinear	Inactive	Nonlinear
BotBar1M	-0,095	0,000785	Membrane	1	A500NR	0,	Nonlinear	Inactive	Nonlinear
BotBar2M	-0,085	0,000785	Membrane	1	A500NR	90,	Nonlinear	Inactive	Nonlinear
ConcP	0,	0,25	Plate	2	C25/30	0,	Linear	Linear	Linear
TopBar1P	0,095	0,000785	Plate	1	A500NR	0,	Linear	Inactive	Linear
TopBar2P	0,085	0,000785	Plate	1	A500NR	90,	Linear	Inactive	Linear

Figura 36 - Discretização das paredes em placas tipo Shell (casca) no programa SAP2000

As secções das paredes foram discretizadas em 10 camadas. Como se ilustra na figura, existem sempre duas camadas para cada material componente, para o betão, os varões de reforço verticais e horizontais de uma face e para a face oposta, tendo as seguintes designações:

- ✓ **ConcM** e **ConcP** – Camadas de betão com espessura de 25cm;
- ✓ **TopBar1M** e **TopBar1P** – Camadas dos varões de aço horizontais na face de “topo” com uma espessura equivalente da área de armadura;

- ✓ **TopBar2M e TopBar2P** – Camadas dos varões de aço verticais na face de “topo” com uma espessura;
- ✓ **BotBar1M e BotBar1P** – Camadas dos varões de aço horizontais na face de “fundo” com uma espessura;
- ✓ **BotBar2M e BotBar2P** – Camadas dos varões de aço verticais na face de “fundo” com uma espessura.

As distâncias apresentadas na figura estão de acordo com pormenorização anteriormente indicada, com 2,5cm para o recobrimento das armaduras e os espaços entre as armaduras.

Existem dois tipos de camadas inseridos na secção da parede: camadas do tipo “Placa” (destinadas à modelação das deformações de corte e de flexão), enquanto as camadas do tipo “Membrana” que se destinam apenas para modelar as deformações de flexão, ignorando as deformações de corte.

4.4.2- Resultados

Em seguida apresentar-se-ão os resultados obtidos das análises não lineares efetuadas aos modelos 1 a 8, modelos esses com as mesmas características geométricas que nas análises lineares efetuadas, tal como indicado anteriormente. Assim sendo apresentam-se as deformadas e os diagramas de momentos e os esforços finais pelo tipo de modelo, começando pelos modelos de estruturas em plano sem parede, passando pela estrutura em plano com parede, a estrutura tridimensional sem parede e terminando na estrutura tridimensional com parede.

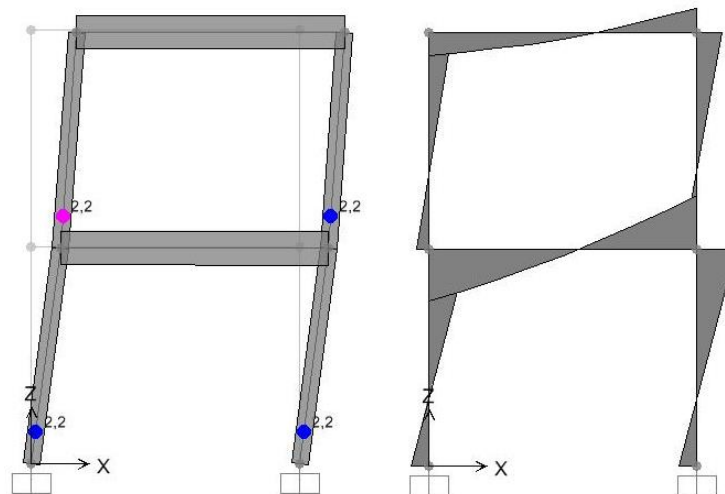


Figura 37 - Deformada no plano da estrutura sem paredes, após análise, e andamento dos diagramas de momentos segundo M_y .

Tal como se pode constatar pelo quadro 30, os valores de v nos presentes exemplos encontram-se dentro dos valores de referência de 0,4 e 0,6 para os pilares inferiores tal como esperado para este tipo de estrutura simples, pois a distribuição de esforços é limitada pelo número de elementos da estrutura.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$\delta_{x,NL}$ (ponto 2) [m]	v [-]	N_{NL} [kN]	$M_{y,NL}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,0182	-0,445	-556,62	98,61	-89,46
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	0,0182	-0,403	-504,27	101,52	-95,18
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0315	-0,240	-300,22	55,61	-59,99
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	0,0314	-0,184	-230,26	64,97	-70,13
Exemplo comparativo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,0187	-0,606	-757,15	101,11	-91,78
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	0,0187	-0,621	-776,27	103,92	-97,4
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0323	-0,321	-401,05	56,47	-60,85
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	0,0323	-0,293	-365,68	65,82	-70,95

Quadro 30 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise

Evidencia-se que apesar do programa possibilitar a visualização dos esforços e deslocamentos em todos os estados de equilíbrio da ANL efetuada, estes resultados não serão aqui apresentados pois apenas são necessários os resultados finais para comparação com os restantes modelos.

A confirmação do estado de equilíbrio final e da convergência da análise passa, por sua vez, pela confirmação das tolerâncias indicadas nos parâmetros não lineares de controlo do programa. Caso não haja convergência até ao número máximo de iterações estabelecido, o programa indicará no seu relatório de cálculo a seguinte mensagem “UNABLE TO FIND A SOLUTION”. Evidencia-se que em todas as análises não lineares efetuadas houve convergência com as armaduras dimensionadas através dos métodos do EC2.

Em seguida apresentam-se os resultados da análise não linear efetuada ao modelo estrutural no plano com parede (exemplos comparativos de 3 e 4).

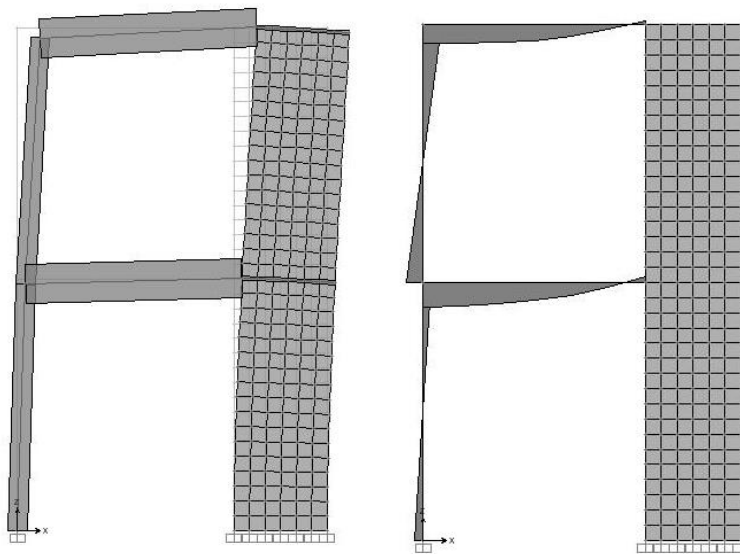


Figura 38 - Deformada da estrutura no plano com parede após análise e momentos M_y

Assim como observado na análise linear dos modelos planos com paredes, também na análise não linear nota-se que os valores de v estão além dos valores de referência 0,4 e 0,6 para os pilares inferiores, sendo semelhantes aos anteriormente obtidos, alterando-se ligeiramente por redistribuição de esforços para outros elementos da estrutura devido à ANL.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$\delta_{x,NL}$ (ponto 2) [m]	v [-]	N_{NL} [kN]	$M_{y,NL}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 3	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,001	-0,507	-634,27	6,21	-6,74
	Pilar 2	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0028	-0,255	-318,40	14,02	-15,54
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	0,0027	-0,089	-535,63	524,4	20,44
Exemplo comparativo 4	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,001	-0,668	-835,01	6,6	-7,57
	Pilar 2	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0028	-0,335	-418,89	15,55	-17,4
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	0,0027	-0,134	-806,93	518,83	21,19

Quadro 31 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise

Os resultados apresentados em seguida correspondem às análises não lineares efetuadas aos modelos comparativos dos exemplos 5 e 6.

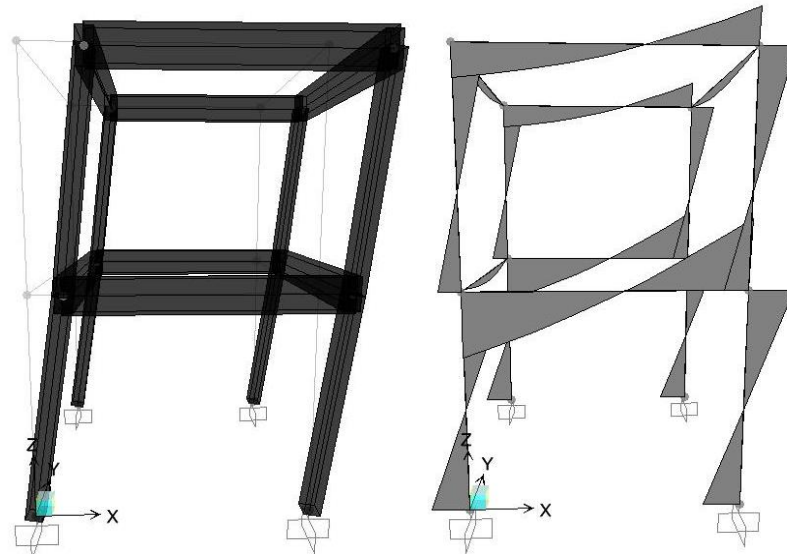


Figura 39 - Deformada da estrutura tridimensional sem parede após análise e andamento dos diagramas de momentos M_y

Mais uma vez os valores de v são semelhantes aos obtidos na análise linear, estando os da ANL mais perto dos valores de referência por uma ligeira diferença. Esta situação poderá dever-se à redistribuição de esforços para elementos menos esforçados como apresentado no quadro 32.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$\delta_{x,NL}$ (ponto 1) [m]	$\delta_{x,NL}$ (ponto 2) [m]	v [-]	N_{NL} [kN]	$M_{y,NL}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0183	-0,481	-600,84	99,04	-89,9
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	0	0,0183	-0,439	-549,23	101,95	-95,6
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0183	0,0316	-0,258	-322,44	55,75	-60,15
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	0,0183	0,0316	-0,202	-252,63	65,12	-70,29
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0183	-0,481	-600,84	99,04	-90,46
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0183	-0,439	-549,23	101,95	-95,55
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0183	0,0316	-0,258	-322,44	55,75	-60,13
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0183	0,0316	-0,202	-252,63	65,12	-70,32
Exemplo comparativo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0188	-0,641	-801,35	101,57	-92,24
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	0	0,0188	-0,657	-821,25	104,37	-97,85
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0188	0,0325	-0,339	-423,27	56,62	-61,02
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	0,0188	0,0324	-0,310	-388,06	65,98	-71,11
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0188	-0,641	-801,35	101,57	-92,24
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0188	-0,657	-821,25	104,37	-97,85
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0188	0,0325	-0,339	-423,27	56,62	-61,02
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0188	0,0324	-0,310	-388,06	65,98	-71,11

Quadro - 32 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise

Por último apresentam-se os resultados das análises não lineares dos modelos comparativos dos exemplos 7 e 8.

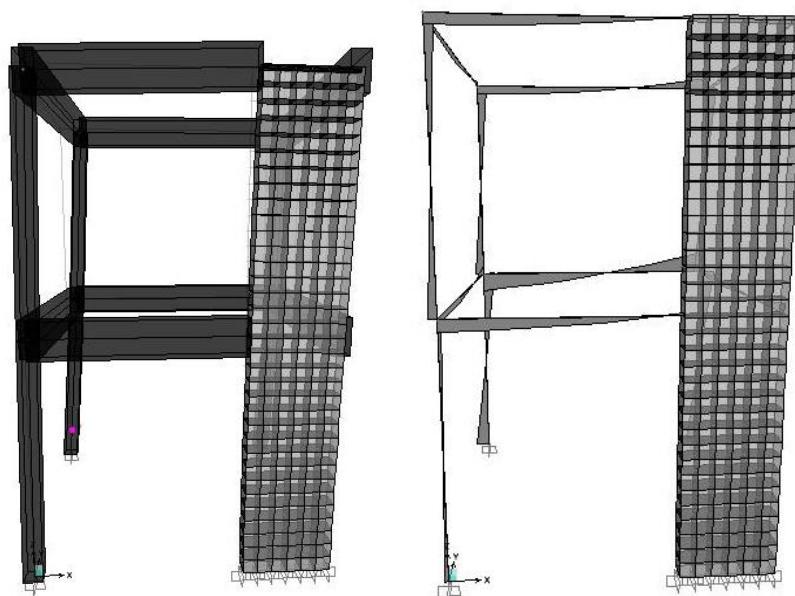


Figura - 40 - Deformada da estrutura tridimensional cm parede após análise e momentos M_y

Assim como acontece nos modelos anteriores, também os valores v estão um pouco mais próximos dos valores de referência do que os constatados na análise linear, mais uma vez por redistribuição de esforços pelo elementos menos esforçados.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$\delta_{x,NL}$ (ponto 1) [m]	$\delta_{x,NL}$ (ponto 2) [m]	v [-]	N_{NL} [kN]	$M_{y,NL}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 2) [kNm]
Exemplo comparativo 7	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0014	-0,509	-636,37	8,52	-8,64
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,0118	-0,515	-643,59	63,83	-57,97
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,0118	-0,467	-583,90	66,33	-62,76
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0014	0,0041	-0,261	-326,08	18,19	-19,99
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0118	0,0208	-0,267	-333,89	38,28	-41,16
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0118	0,0207	-0,193	-240,75	46	-49,52
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,5)	0	0,0041	-0,092	-551,27	743,38	7,93
Exemplo comparativo 8	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0	0,0014	-0,667	-834,21	8,81	-9,34
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0	0,012	-0,677	-846,37	64,74	-58,81
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0	0,012	-0,623	-778,35	67,15	-63,46
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0014	0,0041	-0,340	-425,51	19,65	-21,74
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,012	0,0211	-0,348	-435,00	38,45	-41,31
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,012	0,0211	-0,301	-376,13	46,01	-49,42
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,5)	0	0,004	-0,138	-827,66	743,44	8,67

Quadro - 33 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise

Após a apresentação dos resultados obtidos nas análises não lineares efetuadas a todos os modelos estruturais propostos, consideraram-se válidos para uma análise comparativa com os resultados obtidos pelos métodos simplificados do EC2.

4.5- Análise comparativa dos resultados

No presente parágrafo efetua-se uma análise comparativa dos resultados obtidos através de todas as análises efetuadas no presente estudo, por forma a obter algumas conclusões que forneçam informação útil para o estudo.

							ΔM_y EC2-ANL	
	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 2) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 2) [kNm]	M_y (ponto 1)	M_y (ponto 2)
Exemplo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	95,58	-81,03	98,61	-89,46	-3,17%	-10,41%
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	109,06	-92,98	101,52	-95,18	6,91%	-2,37%
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	51,02	-54,37	55,61	-59,99	-9,00%	-10,34%
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	70,35	-76,57	64,97	-70,13	7,65%	8,41%
Exemplo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	103,28	-84,64	101,11	-91,78	2,10%	-8,43%
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	105,59	-89,60	103,92	-97,4	1,58%	-8,71%
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	51,04	-54,90	56,47	-60,85	-10,64%	-10,85%
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	73,08	-78,82	65,82	-70,95	9,93%	9,98%
Exemplo 3	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	12,81	-12,76	6,21	-6,74	51,52%	47,18%
	Pilar 2	(3,4;0) - (3,4;3,25)	25,96	-27,98	14,02	-15,54	45,99%	44,46%
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	584,48	25,98	524,4	20,44	10,28%	21,32%
Exemplo 4	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	16,73	-16,8	6,6	-7,57	60,55%	54,94%
	Pilar 2	(3,4;0) - (3,4;3,25)	34,15	-36,75	15,55	-17,4	54,47%	52,65%
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	756,55	29,76	518,83	21,19	31,42%	28,80%

Quadro 34 – Valores dos Momentos $M_{y,ed}^{2a}$ e $M_{y,NL}$ e a diferença entre os métodos 1, 2, 3 e 4 em % (exemplos bidimensionais)

Como se pode constatar pelos resultados apresentados em cada exemplo, existe um padrão entre as diferenças dos valores dos momentos $M_{y,ed}^{2a}$ e $M_{y,NL}$, tanto nos quatro primeiros exemplos (exemplos bidimensionais, 1, 2, 3 e 4) como nos restantes (exemplos tridimensionais, 5, 6, 7 e 8), como se conclui do quadro 35.

							ΔM_y EC2-ANL	
Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,ed}^{2a}$ (ponto 2) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 1) [kNm]	$M_{y,NL}$ (ponto 2) [kNm]	M_y (ponto 1)	M_y (ponto 2)	
Exemplo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	97,54	-87,46	99,04	-89,9	-1,54%	-2,79%
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	100,15	-93,27	101,95	-95,6	-1,80%	-2,50%
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	56,64	-61,37	55,75	-60,15	1,58%	1,99%
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	64,61	-70,05	65,12	-70,29	-0,78%	-0,34%
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	97,54	-87,46	99,04	-90,46	-1,54%	-3,43%
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	100,15	-93,27	101,95	-95,55	-1,80%	-2,44%
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	56,64	-61,37	55,75	-60,13	1,58%	2,03%
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	64,61	-70,05	65,12	-70,32	-0,78%	-0,38%
Exemplo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	98,76	-88,38	101,57	-92,24	-2,85%	-4,37%
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	100,65	-93,56	104,37	-97,85	-3,70%	-4,58%
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	58,05	-62,81	56,62	-61,02	2,46%	2,85%
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	66,49	-71,97	65,98	-71,11	0,76%	1,20%
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	98,76	-88,38	101,57	-92,24	-2,85%	-4,37%
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	100,65	-93,56	104,37	-97,85	-3,70%	-4,58%
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	58,05	-62,81	56,62	-61,02	2,46%	2,85%
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	66,49	-71,97	65,98	-71,11	0,76%	1,20%
Exemplo 7	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	16,3	-15,7	8,52	-8,64	47,73%	44,97%
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	74,77	-67,55	63,83	-57,97	14,63%	14,18%
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	77,04	-72,27	66,33	-62,76	13,90%	13,16%
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	32,48	-34,85	18,19	-19,99	44,00%	42,64%
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	46,99	-50,44	38,28	-41,16	18,54%	18,40%
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	54,63	-58,64	46	-49,52	15,80%	15,55%
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	763,89	14,77	743,38	7,93	2,68%	46,31%
Exemplo 8	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	25,5	-24,42	8,81	-9,34	65,45%	61,75%
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	117,68	-106,65	64,74	-58,81	44,99%	44,86%
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	119,67	-110,89	67,15	-63,46	43,89%	42,77%
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	50,48	-53,88	19,65	-21,74	61,07%	59,65%
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	75,82	-81,12	38,45	-41,31	49,29%	49,08%
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	82,69	-88,46	46,01	-49,42	44,36%	44,13%
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	1199,96	22,08	743,44	8,67	38,04%	60,73%

Quadro 35 – Valores dos Momentos $M_{y,ed}^{2a}$ e $M_{y,NL}$ e a diferença entre os métodos 5, 6, 7 e 8 em %

A análise dos valores permite concluir que nos exemplos 1, 2, 5 e 6 existe a tendência para que os esforços dos pilares 1 e 2 sejam superiores com a inclusão dos efeitos de segunda ordem, devendo-se esta afetação ao valor de esforço axial superior ao constatado no piso superior. Posto isto, os métodos do EC2 parecem aumentar os esforços dos pilares que já são muito afetados pela

distribuição dos esforços axiais na posição deformada, ou seja, os métodos aumentam a rigidez dos elementos estruturais com maiores esforços axiais e diminuem a rigidez dos elementos com menores esforços axiais. Por exemplo, sendo o pilar 1 (P1), do exemplo 5, um elemento que será mais solicitado axialmente do que o pilar 3 (P2) do mesmo exemplo, tal como apresentado no quadro 18, onde se observam os valores de $N_{ed}^{1a}=-605,81\text{kN}$, em P1, e $N_{ed}^{1a}=-323,51\text{kN}$, em P3, nota-se que os valores da rigidez nominal são muito inferiores no caso do Pilar P3 ($E_{cl}C_{nominal}=739,77\text{kNm}^2$) relativamente ao obtido para o pilar P1 ($E_{cl}C_{nominal}=1258,61\text{kNm}^2$), valores indicados anteriormente no quadro 20. Evidencia-se, no entanto, que esta relação não irá afetar diretamente o valor da amplificação. Tomando como exemplo os mesmos pilares P1 e P3, é possível concluir que os valores dos esforços de P1 têm um fator de amplificação de 1,04 e os de P3 de 1,06, ou seja, 4% em P1 e 6% em P3. Este resultado indica que o método da rigidez nominal não considera apenas os acertos da rigidez dos elementos mas também a relação entre N_{ed} e N_B , em que, neste último, o comprimento efetivo l_0 tem muita influência por também estar incluído na equação de determinação de N_B , ou P_{cr} , tal como apresentado na equação 2.5.

Contudo, quando se efetua a análise não linear nos exemplos sem parede observa-se que os esforços aumentam, em geral, sem distinção clara, como se constata nos quadros 34 e 35, referentes aos valores dos esforços dos exemplos 3, 4, 7 e 8. Já nos exemplos com parede, observa-se que o resultado dos cálculos dos efeitos de segunda ordem é oposto ao indicado anteriormente, em que a análise não linear penaliza maioritariamente os elementos mais rígidos, neste caso as paredes.

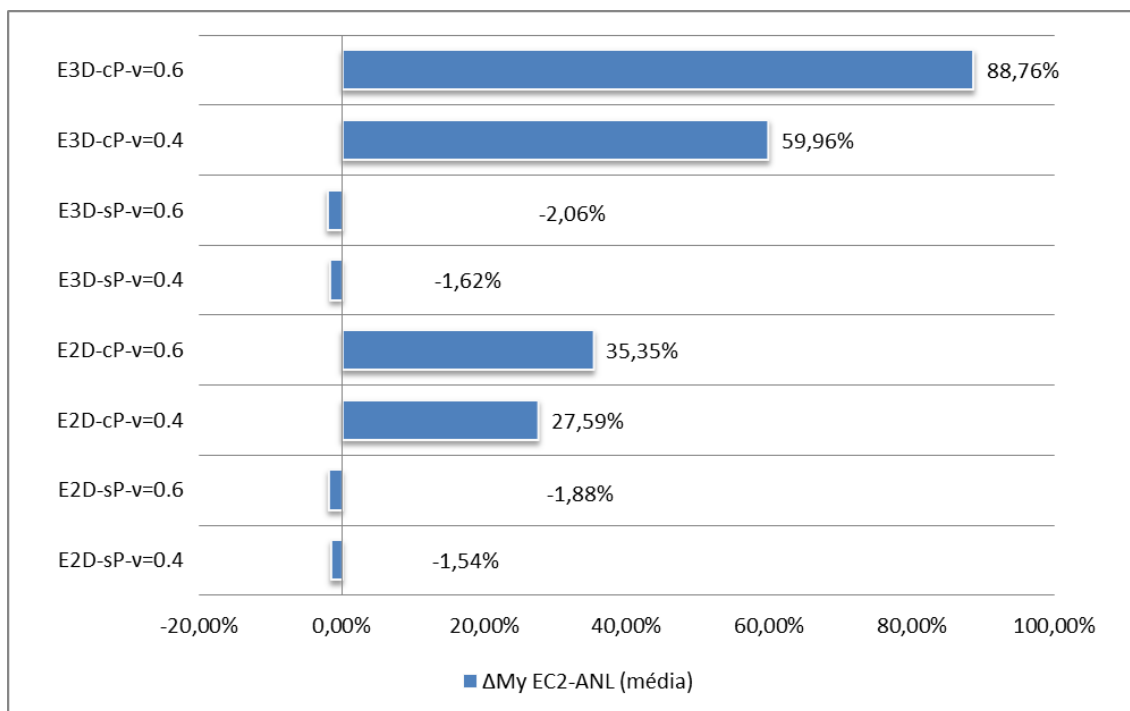


Figura 41 - Percentagem da diferença média de momentos entre o EC2 e a ANL

No que respeita aos valores de esforços obtidos através do método do Anexo H do EC2, quando comparados com as análises não lineares (ANL), as diferenças são superiores do que nos primeiros exemplos, tal como constatado na figura 41, observando-se uma diferença significativa nos exemplos 7 (E3D-cP-v=0,4) e 8 (E3D-cP-v=0,6). O método aplicado exige que se empreguem, em toda a estrutura, ações horizontais determinadas apenas pela resistência à instabilidade limite e a solicitação axial das paredes resistentes, submetendo as paredes a um excesso de esforços em que as armaduras poderão sair sobredimensionadas, sem atender aos valores obtidos nos deslocamentos horizontais dos modelos.

No que se observa pela comparação com a ANL, afigura-se uma transferência de esforços dos elementos menos solicitados para os mais solicitados, fazendo com que haja uma maior solicitação destes últimos, pelo menos no que se refere aos exemplos 3 e 4, onde existem dois pilares e uma parede. Já nos exemplos 7 e 8, onde a estrutura é mais complexa, não se poderá verificar uma transferência mas sim um aumento efetivo dos esforços nos

elementos mais solicitados e uma diminuição nos elementos menos solicitados, estando esses aumentos entre 3 a 61% relativamente às análises não lineares, denotando-se os maiores aumentos nas paredes e pilares mais solicitados. Evidencia-se que no canto relativo aos pilares 2 e 3 é onde surgem os menores momentos, situação que poderá ser justificada pela rotação da estrutura devido à presença da parede no pórtico, segundo a direção das ações horizontais, segundo x.

Em seguida efetuou-se a análise aos deslocamentos horizontais segundo x, δ_x , obtidos nas análises não lineares. Há que evidenciar que não foi efetuada uma análise conjunta aos deslocamentos com os resultados obtidos pelos métodos simplificados do EC2, pois o objetivo destes métodos é obter os valores aproximados dos momentos de segunda ordem e não obter deslocamentos rigorosos de uma estrutura.

Assim sendo, ao observar-se o quadro 36 onde se apresentam os valores dos deslocamentos dos nós dos exemplos planos, com e sem parede, constata-se que os valores dos exemplos sem contraventamento são cerca de 20% superiores aos observados nos exemplos com paredes. Esta situação já era expectável dada a função das paredes de betão nestas estruturas que é a de resistir às solicitações horizontais, confirmando-se esta função por se observar que os deslocamentos dos exemplos 3 e 4 são iguais quando os carregamentos verticais são diferentes. No seguimento deste pensamento pode-se verificar que no modelo 1 os deslocamentos são inferiores aos observados no modelo 2, em que por exemplo no pilar 1 se tem $\delta_{x,NL}=0,0182\text{m}$ na extremidade superior no exemplo 1 e $\delta_{x,NL}=0,0187\text{m}$ no exemplo 2, confirmando-se a influência dos carregamentos verticais nos deslocamentos horizontais e nos efeitos de segunda ordem.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$\delta_{x,NL}$ (ponto 1) [m]	$\delta_{x,NL}$ (ponto 2) [m]	$\Delta\delta$ EC2-ANL
Exemplo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,0000	0,0182	-85,71%
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	0,0000	0,0182	-85,71%
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0182	0,0315	-55,94%
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	0,0182	0,0314	-56,22%
Exemplo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,0000	0,0187	-94,79%
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	0,0000	0,0187	-94,79%
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	0,0187	0,0323	-41,05%
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	0,0187	0,0323	-41,67%
Exemplo 3	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,0000	0,0010	52,38%
	Pilar 2	(3,4;0) - (3,4;3,25)	0,0010	0,0028	53,33%
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	0,0000	0,0027	54,24%
Exemplo 4	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	0,0000	0,0010	60,00%
	Pilar 2	(3,4;0) - (3,4;3,25)	0,0010	0,0028	61,64%
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	0,0000	0,0027	63,01%

Quadro 36 – Valores dos deslocamentos horizontais $\delta_{x,NL}$ e a diferença entre os métodos 1, 2, 3 e 4 em %

Assim como nos modelos anteriores, nos modelos tridimensionais sem paredes também se constata deslocamentos cerca de 20% superiores quando comparados com os modelos com parede como apresentado no quadro 37.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	$\delta_{x,NL}$ (ponto 1) [m]	$\delta_{x,NL}$ (ponto 2) [m]	$\Delta\delta$ EC2-ANL
Exemplo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0,0000	0,0183	-88,66%
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	0,0000	0,0183	-88,66%
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0183	0,0316	-48,36%
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	0,0183	0,0316	-49,06%
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0,0000	0,0183	-88,66%
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0,0000	0,0183	-88,66%
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0183	0,0316	-48,36%
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0183	0,0316	-49,06%
Exemplo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0,0000	0,0188	-144,16%
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	0,0000	0,0188	-144,16%
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0188	0,0325	-56,25%
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	0,0188	0,0324	-55,77%
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0,0000	0,0188	-144,16%
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0,0000	0,0188	-144,16%
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0188	0,0325	-56,25%
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0188	0,0324	-55,77%
Exemplo 7	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0,0000	0,0014	50,00%
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0,0000	0,0118	13,87%
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0,0000	0,0118	13,87%
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0014	0,0041	50,00%
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0118	0,0208	15,10%
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0118	0,0207	15,16%
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	0,0000	0,0041	49,38%
Exemplo 8	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	0,0000	0,0014	68,18%
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	0,0000	0,012	43,93%
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	0,0000	0,012	43,93%
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	0,0014	0,0041	67,97%
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	0,0120	0,0211	45,34%
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	0,0120	0,0211	45,34%
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	0,0000	0,004	68,75%

Quadro 37 – Valores dos deslocamentos horizontais $\delta_{x,NL}$ e a diferença entre os métodos 5, 6, 7 e 8 em %

Note-se que os valores dos deslocamentos dos pilares no alinhamento da direção dos carregamentos, nomeadamente os pilares 1-2-3-4 e 5-6-7-8 são iguais tanto para o exemplo 5 como para o exemplo 6. Esta situação justifica-se por o carregamento horizontal ser igual neste alinhamento de pórticos. No

entanto, o mesmo não se pode observar nos exemplos com parede, onde se constata uma rotação da estrutura em torno do eixo global z devido à rigidez da parede, quando se verifica que os deslocamentos horizontais dos pilares 2 e 5 de um pórtico alinhado com a direção dos carregamentos horizontais são superiores aos observados nos pilares 1 e 4 do pórtico homólogo. Esta situação é verificada nos dois exemplos tridimensionais com parede em que por exemplo, no pilar 5 do exemplo 7 se observa um $\delta_{x,NL}=0,0208\text{m}$ na extremidade, enquanto no pilar 4 o valor é muito inferior com $\delta_{x,NL}=0,0041\text{m}$, valor igual ao deslocamento da parede na extremidade.

Assim, após a análise dos deslocamentos horizontais obtidos pela ANL efetuada aos modelos com as taxas de armadura obtidas através dos métodos simplificados, poderá aceitar-se que os valores em geral estão dentro dos valores comuns obtidos quando expostos à grandeza de carregamentos que resultam em valores de $v\approx 0,40$ e $0,60$ nas secções e os deslocamentos nas paredes rondam os 4mm.

Por último, comparam-se os parâmetros de carga v entre os modelos para as análises segundo o EC2 e a ANL. Nos modelos sem parede, tanto em plano como os modelos tridimensionais, as diferenças que se constatam nos valores dos esforços axiais reduzidos poderão ser desprezáveis, já que oscilam entre cerca de $-1,1\%$ e $1,1\%$, tal como apresentado nos quadros 38 e 39.

Já nos modelos planos com paredes, as diferenças são muito superiores, constatando-se as maiores diferenças nos valores das paredes, em que no exemplo 3 é de $-11,48\%$ e no exemplo 4 é de $-6,27\%$. Esta situação poderá ser justificada pela presença excessiva de cargas horizontais aplicadas pelo método do Anexo H, que se traduz numa diminuição de esforços axiais e um aumento dos momentos em todos os elementos.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	N_{ed} [kN]	v [-]	N_{NL} [kN]	v_{NL} [-]	Δv EC2-ANL
Exemplo 1	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-562,86	-0,450	-556,62	-0,445	1,11%
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	-498,75	-0,399	-504,27	-0,403	-1,11%
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	-301,28	-0,241	-300,22	-0,240	0,35%
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	-229,53	-0,184	-230,26	-0,184	-0,32%
Exemplo 2	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-765,80	-0,613	-757,15	-0,606	1,13%
	Pilar 2	(4;0) - (4;3,25)	-768,31	-0,615	-776,27	-0,621	-1,04%
	Pilar 3	(0;3,25) - (0;6,5)	-402,55	-0,322	-401,05	-0,321	0,37%
	Pilar 4	(4;3,25) - (4;6,5)	-364,51	-0,292	-365,68	-0,293	-0,32%
Exemplo 3	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-621,23	-0,497	-634,27	-0,507	-2,10%
	Pilar 2	(3,4;0) - (3,4;3,25)	-313,1	-0,250	-318,40	-0,255	-1,69%
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	-480,48	-0,080	-535,63	-0,089	-11,48%
Exemplo 4	Pilar 1	(0;0) - (0;3,25)	-814,8	-0,652	-835,01	-0,668	-2,48%
	Pilar 2	(3,4;0) - (3,4;3,25)	-410,66	-0,329	-418,89	-0,335	-2,00%
	Parede	(3,4;0) - (3,4;6,5)	-759,3	-0,127	-806,93	-0,134	-6,27%

Quadro 38 – Valores dos esforços axiais N_{ed} e N_{NL} , os parâmetros v e v_{NL} e a diferença entre os métodos 1, 2, 3 e 4 em %

Os resultados entre os exemplos 7 e 8 são bastante diferentes e com algumas particularidades. Enquanto no exemplo 7 as diferenças entre os esforços reduzidos da análise linear e a ANL são quase nulos, exceto no pilar 3, onde a diferença ronda os -14%, já no exemplo 8 as diferenças oscilam entre -4,5% e 4,6%. A primeira situação é peculiar pois apenas um pilar tem uma grande diferença enquanto os restantes são desprezáveis, que resulta de o método do Anexo H “classificar” aquele elemento estrutural como elemento menos solicitado e aplicar uma rigidez nominal reduzida ao contrário do que se observa no pilar análogo do exemplo 8. A segunda situação assemelha-se às situações constatadas nos modelos sem parede, apenas com maior diferença pela maior distribuição de esforços axiais para os elementos com maior rigidez.

	Elemento	Coordenadas no modelo SAP (ponto 1) - (ponto 2)	N_{ed} [kN]	v [-]	N_{NL} [kN]	v_{NL} [-]	Δv EC2-ANL
Exemplo 5	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-607,72	-0,486	-600,84	-0,481	1,13%
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	-543,08	-0,434	-549,23	-0,439	-1,13%
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-323,34	-0,259	-322,44	-0,258	0,28%
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	-252,06	-0,202	-252,63	-0,202	-0,23%
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-607,72	-0,486	-600,84	-0,481	1,13%
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-543,08	-0,434	-549,23	-0,439	-1,13%
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-323,34	-0,259	-322,44	-0,258	0,28%
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-252,06	-0,202	-252,63	-0,202	-0,23%
Exemplo 6	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-810,42	-0,648	-801,35	-0,641	1,12%
	Pilar 2	(4;0;0) - (4;0;3,25)	-812,88	-0,650	-821,25	-0,657	-1,03%
	Pilar 3	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-425,07	-0,340	-423,27	-0,339	0,42%
	Pilar 4	(4;0;3,25) - (4;0;6,50)	-386,58	-0,309	-388,06	-0,310	-0,38%
	Pilar 5	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-810,42	-0,648	-801,35	-0,641	1,12%
	Pilar 6	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-812,88	-0,650	-821,25	-0,657	-1,03%
	Pilar 7	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-425,07	-0,340	-423,27	-0,339	0,42%
	Pilar 8	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-386,58	-0,309	-388,06	-0,310	-0,38%
Exemplo 7	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-635,98	-0,509	-636,37	-0,509	-0,06%
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-643,94	-0,515	-643,59	-0,515	0,05%
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-508,50	-0,407	-583,90	-0,467	-14,83%
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-326,08	-0,261	-326,08	-0,261	0,00%
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-333,53	-0,267	-333,89	-0,267	-0,11%
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-241,49	-0,193	-240,75	-0,193	0,31%
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	-553,28	-0,092	-551,27	-0,092	0,36%
Exemplo 8	Pilar 1	(0;0;0) - (0;0;3,25)	-805,85	-0,645	-834,21	-0,667	-3,52%
	Pilar 2	(0;4;0) - (0;4;3,25)	-810,08	-0,648	-846,37	-0,677	-4,48%
	Pilar 3	(4;4;0) - (4;4;3,25)	-815,88	-0,653	-778,35	-0,623	4,60%
	Pilar 4	(0;0;3,25) - (0;0;6,50)	-415,59	-0,332	-425,51	-0,340	-2,39%
	Pilar 5	(0;4;3,25) - (0;4;6,50)	-423,02	-0,338	-435,00	-0,348	-2,83%
	Pilar 6	(4;4;3,25) - (4;4;6,50)	-388,07	-0,310	-376,13	-0,301	3,08%
	Parede	(3,4;0;0) - (3,4;0;6,50)	-854,78	-0,142	-827,66	-0,138	3,17%

Quadro 39 – Valores dos esforços axiais N_{ed} e N_{NL} , os parâmetros v e v_{NL} e a diferença entre os métodos 5, 6, 7 e 8 em %

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES

5.1- Considerações finais

Efetuada uma retrospectiva ao desenvolvimento da dissertação foram apresentados três dos regulamentos com as técnicas mais atuais para analisar e determinar os efeitos de segunda ordem em edifícios, nota-se algumas características particulares nos seus métodos mas com técnicas semelhantes na abordagem ao problema, tais como a modificação da rigidez dos elementos, as condições dos apoios dos elementos e distribuição de momentos. Basicamente todos os regulamentos apresentam métodos simplificados que tentam ter algum nível de aproximação à realidade que poderão ter um rigor aceitável para a execução de projetos de estruturas. Também os regulamentos apresentados neste estudo disponibilizam vários métodos, à exceção do MC2010 que apenas apresenta um, que têm diferentes níveis de aproximação à realidade que poderão possibilitar a escolha do projetista quando avaliada a complexidade do projeto em mão.

No que respeita ao processo de determinação dos esforços de segunda ordem de acordo com os métodos do EC2, o método da rigidez nominal considera-se que é um método moroso para um cálculo simplificado mas que remete a resultados com bastante rigor quando comparados com os resultados de uma análise não linear, com a vantagem de ser mais rápido e exigir menos recursos computacionais para o efeito. Com o seu objetivo de incluir os efeitos da não linearidade física dos materiais e da não linearidade geométrica da estrutura e dos seus elementos, a análise por este método resulta em valores de esforços mais fiáveis e com um maior nível de segurança relativamente aos métodos simplificados. No entanto, o tempo despendido num método que envolve a determinação da rigidez de cada elemento, pode ser agravado quando são analisadas estruturas complexas, anulando as vantagens que tem com uma análise não linear.

Além do ponto fundamental anterior, há que salientar que o EC2 é pouco claro em certos aspetos dos parâmetros envolvidos no processo de análise como por exemplo no coeficiente K_s , que pode ser determinado por um método mais ou menos rigoroso dependendo da taxa de armadura, embora se possa sempre utilizar o mais rigoroso. A falta de clareza do regulamento aumenta a possibilidade do método não ser bem aplicado, ou não ser aplicado de todo, fazendo com que se obtenham valores de esforços que podem ser desajustados e muito mais elevados que na realidade irão ser.

Não só no método da rigidez nominal existem algumas falhas na informação prestada aos executantes. Ao adotar-se o método do Anexo H do EC2 a questão que se coloca à partida é se o sistema de contraventamento tem deformações significativas ao esforço transversal, questão que o EC2 não especifica, ficando ao critério do projetista tal decisão. Esta situação não só conduz possivelmente a resultados substancialmente errados como pode haver sobredimensionamentos excessivos que inviabilizam o próprio método. No decurso da execução do método apresentado pelo Anexo H, surge também a dúvida se os pilares são também dimensionados de acordo com este método, isto porque os valores dos esforços obtidos são superiores aos valores aferidos numa ANL, o que não acontece durante a aplicação do método da rigidez nominal. Esta situação não é condicionante à aprovação do método mas sabendo que este método amplifica esforços em elementos que os efeitos de segunda ordem poderão ser desprezáveis, devido à estrutura ser contraventada, poderá condicionar a sua utilização por parte dos projetistas.

Relativamente à análise dos resultados obtidos, constata-se que existe de facto um incremento substancial e até excessivo de momentos nos elementos com maior rigidez. Esta situação implica que as armaduras serão sobredimensionadas relativamente aos esforços de cedência. No entanto, esta situação poderá passar despercebida por uma distribuição equilibrada da armadura calculada, isto é, aplicando mais varões de diâmetros pequenos mas com menores espaçamentos em todo o perímetro das paredes, contribuindo

tanto para a boa transmissão e redistribuição de esforços em casos de deslocamentos como para a diminuição de fissuras.

Assim sendo, conclui-se que o método de determinação dos efeitos de segunda ordem constante no Anexo H do EC2 é um método de análise focalizado em estruturas de edifícios em betão armado com paredes resistentes que pode ser uma boa alternativa às análises não lineares, que são sempre mais morosas, nos casos em que os elementos de contraventamento sejam pouco solicitados axialmente. Nos casos em que as paredes sejam muito solicitadas axialmente a conclusão a que se chega é que o método irá amplificar demasiado os momentos de todos os elementos por serem aplicadas forças horizontais adicionais em toda a estrutura, que tornarão o método inviável para considerar no dimensionamento nas estruturas de edifícios. Esta situação de sobredimensionamento é tanto maior quanto maior for a excentricidade das forças horizontais relativamente ao elemento de contraventamento, ou seja, dá-se um efeito de torção no plano horizontal da estrutura em torno do elemento mais rígido fazendo com que os elementos menos rígidos suportem momentos impostos que sem aplicação do método não existiriam. Já nos casos em que as paredes resistentes estão equitativamente colocadas na periferia da estrutura, colocando-se os elementos menos rígidos no interior, a aplicação do método do Anexo H deverá dar resultados mais aproximados de uma análise não linear.

Tendo como base o método da rigidez nominal, conclui-se igualmente que para estruturas mais complexas, sejam edifícios altos sem paredes na periferia ou edifícios com poucos pisos mas com uma área de implantação grande e com poucos elementos de contraventamento, este método poderá ser inapropriado pois implica uma quantidade razoável de tempo de cálculo para aferir cada rigidez nominal dos elementos.

5.2- Propostas para estudos futuros

Como conclusão deste estudo são apresentados algumas propostas para estudos futuros:

- Estudo direcionado aos mesmos métodos de análise dos efeitos de segunda ordem em estruturas de edifícios de betão armado com paredes resistentes quando expostas a ações sísmicas (ações cíclicas), comparando os valores com modelos de análise não linear;
- Realização de um estudo com o método de análise dos efeitos de segunda ordem segundo o Anexo H do EC2 com modelos de estruturas tridimensionais com paredes resistentes com mais que 7 pisos de forma aferir as diferenças dos resultados quando comparados com os resultados dos modelos deste estudo;
- Efetuar uma análise aos resultados obtidos quando se aplica a metodologia a modelos de estruturas com paredes resistentes acopladas na periferia do tipo tubular comum em edifícios muito altos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08), American Concrete Institute, Farmington Hills, 2008.

Águas, C., Aplicabilidade dos Métodos do Eurocódigo 2 na Verificação da Segurança de Pilares em Betão Armado de Pontes – Dissertação de Mestrado, FCT – UNL, Lisboa, Fevereiro de 2009.

Bazant, Z., Cidolin L., Stability of Structures – Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories, World Scientific Publishing, New York, 2010.

CEB-FIB, Model Code 2010 First Draft, Volume 1, Design code – Comité Euro-International du Béton, Março 2010.

CSI Knowledge Base (<https://wiki.csiamerica.com/display/kb/Home>), Computers and Structures Inc., 2010.

Coutinho, A. de Sousa; Gonçalves, Arlindo – Fabrico e propriedades do betão, vol. III, 2ª ed., Lisboa, LNEC, 1994.

Delgado, J., Efeitos de 2ª Ordem em Estruturas Tridimensionais – Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto, Outubro de 1993.

Eurocode 0: Basis of structural design. Norma Europeia, Bruxelas, Abril, 2002.

Eurocode 1: Actions on structures – Part 1.1: General actions – Densities, self-weight, imposed loads for buildings. Norma Europeia, Bruxelas, Junho, 2001.

Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings. Norma Europeia, Bruxelas, Dezembro, 2010.

Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. Norma Europeia, Bruxelas, Dezembro, 2004.

European Concrete Platform ASBL, Commentary Eurocode 2, June 2008.

F. K. Kong, Rhydwyn Harding Evans, Reinforced and Prestressed Concrete, Taylor & Francis, 3ª edição, 1998.

Falcão, J., Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas de betão armado, Análise das propostas regulamentares – Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Outubro, 2004.

Lapa, J., Análise Dinâmica Linear e Não-Linear de Estruturas – Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto, 1987.

Martins, J., Análise Não Linear geométrica de estruturas reticuladas espaciais – Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto, 1997.

Mendes, V., Análise dos Efeitos de Segunda Ordem em Estruturas de Betão Armado com Base nos Métodos Simplificados do EC2 – Dissertação de Mestrado, FEUP, Porto, 2008.

Monteiro, C., Efeitos de 2ª Ordem em Estruturas Pórtico-Parede para Edifícios em Betão – Dissertação de Mestrado, IST, Lisboa, 2010.

Reis, A., Camotin, D., Estabilidade estrutural, McGraw-Hill, Outubro, 2000.

Santos, J., Formatos de Segurança em análises não lineares propostos pelo EC2 – Dissertação de Mestrado, IST, Lisboa, Setembro de 2008.

SAP2000, Optimized Modeling and Design of Structures using SAP2000, CSI Educational Services, California, 1995.

Vinagre, J., Avaliação de Efeitos de 2ª Ordem em Edifícios de Betão Armado – Tese de Doutoramento, IST, Lisboa, Março de 1997.

Westerberg, B., Second order effects in slender concrete structures. Background to the rules in EC2 – Stockholm, Abril, 2004.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Propriedades mecânicas das secções dos elementos a adotar nas análises elásticas não lineares.....	56
Quadro 2 - Características dos materiais	74
Quadro 3 - Ações atuantes em todos os modelos.....	78
Quadro 4 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza no plano de análise e coeficiente de fluência efetivo dos pilares analisados	80
Quadro - 5 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza e coeficiente de fluência efetivo dos elementos analisados	81
Quadro 6 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza segundo x e coeficiente de fluência efetivo dos pilares analisados	83
Quadro 7 – Comprimento, comprimento efetivo, esbelteza segundo x e coeficiente de fluência efetivo dos elementos analisados.	85
Quadro 8 - Resultados dos esforços de primeira ordem	89
Quadro 9 - Armaduras longitudinais e taxas de armadura, ρ	90
Quadro 10 – Valores e % das rigidezes nominais dos elementos dos exemplos 1 e 2	91
Quadro 11 - Fatores de amplificação e momentos de segunda ordem.....	92
Quadro 12 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 1 e 2	93
Quadro 13 - Resultados dos esforços de primeira ordem dos exemplos 3 e 4	94
Quadro 14 - Armaduras longitudinais e taxas de armadura ρ	94

Quadro - 15 – Valores das rigidezes nominais dos elementos dos exemplos 3 e 4	96
Quadro 16 Incremento de forças horizontais fictícias.....	96
Quadro 17 - Momentos de primeira ordem, momentos de segunda ordem e percentagem do incremento de momentos, nos exemplos 3 e 4	97
Quadro 18 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 3 e 4	98
Quadro 19 - Resultados dos esforços de primeira ordem dos exemplos 5 e 6	99
Quadro 20 - armaduras longitudinais e taxas de armadura ρ	100
Quadro 21 – Valores das rigidezes dos pilares dos exemplos 5 e 6.....	102
Quadro 22 - Fatores de amplificação e momentos de segunda ordem dos exemplos 5 e 6.....	103
Quadro 23 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 5 e 6	104
Quadro 24 - Valores dos esforços de primeira ordem nas análises dos exemplos 7 e 8.....	105
Quadro 25 – Quadro com armaduras longitudinais e taxas de armadura ρ ..	106
Quadro 26 – Valores das rigidezes nominais dos elementos dos exemplos 7 e 8	107
Quadro 27 - Incremento de forças horizontais fictícias	107
Quadro 28 - Momentos de primeira ordem, momentos de segunda ordem e percentagem do incremento de momentos nos modelos 7 e 8.....	108

Quadro 29 - Valores dos deslocamentos segundo x nas análises dos exemplos 7 e 8	109
Quadro 30 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise	113
Quadro 31 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise	115
Quadro - 32 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise	116
Quadro - 33 - Valores dos deslocamentos segundo x e dos esforços em análise	117
Quadro 34 – Valores dos Momentos M_y^{2a} e $M_{y,NL}$ e a diferença entre os métodos 1, 2, 3 e 4 em % (exemplos bidimensionais)	119
Quadro 35 – Valores dos Momentos M_y^{2a} e $M_{y,NL}$ e a diferença entre os métodos 5, 6, 7 e 8 em %	120
Quadro 36 – Valores dos deslocamentos horizontais $\delta_{x,NL}$ e a diferença entre os métodos 1, 2, 3 e 4 em %	124
Quadro 37 – Valores dos deslocamentos horizontais $\delta_{x,NL}$ e a diferença entre os métodos 5, 6, 7 e 8 em %	125
Quadro 38 – Valores dos esforços axiais N_{ed} e N_{NL} , os parâmetros v e v_{NL} e a diferença entre os métodos 1, 2, 3 e 4 em %.....	127
Quadro 39 – Valores dos esforços axiais N_{ed} e N_{NL} , os parâmetros v e v_{NL} e a diferença entre os métodos 5, 6, 7 e 8 em %.....	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Coluna de Euler [Bažant, Z.; Cedolin, L., 2010]	6
Figura 2 – Comparação entre o limite teórico da rotura de um elemento (capacidade resistente do material e instabilidade do elemento) e a curva real [Águas, 2009]	8
Figura 3 – Bifurcação de equilíbrio, quando é atingido o valor de P_{cr} de uma barra.....	9
Figura 4 – Trajetórias de esforços de elementos sujeitos a flexão composta [IST, 2004].....	10
Figura 5 - Exemplos de comprimentos de encurvadura para diferentes condições de apoio [EC2, 2010].....	12
Figura 6 – Efeitos P-Delta, globais ($P-\Delta$) e locais ($P-\delta$).....	13
Figura 7 – Modos de deformação de estruturas.....	14
Figura 8 – Esquema sobre o efeito de contraventamento numa estrutura.....	15
Figura 9 – Transmissão de esforços das lajes para as paredes [J.Guerra, 2008]	16
Figura 10 – Comparação de curvas típicas de σ_c em função de ϵ_c com E_c e E_{ct} modificado [Khouri, 2001].....	18
Figura 11 - Imperfeições geométricas globais – inclinação da estrutura.....	20
Figura 12 - a) Efeito no sistema de contraventamento, b) Efeito no pavimento de contraventamento e c) Diafragma de cobertura	21
Figura 13 – Esforços globais, considerando os efeitos P-Delta (CSI, 2013)	23

Figura 14 – Relação geral força-deslocamento para um qualquer material (CSI, 2010)	24
Figura 15 – Exemplo de uma discretização para um elemento comprimido (Vinagre, J.).....	25
Figura 16 – Representação tipo de uma secção de casca por camadas (CSI, 2010)	26
Figura 17 - Procedimento incremental iterativo Newton-Raphson completo	27
Figura 18 - Parâmetros não-lineares utilizados nos modelos estruturais	28
Figura 19 – Definição das deformações globais de flexão e de esforço transverso ($1/r$) e das correspondentes rigidezes (respetivamente EI e S)	45
Figura 20 - Método iterativo para o cálculo dos efeitos de segunda ordem (Mendes, V., 2008 e Westerberg, 2004)	49
Figura 21 – Fatores k para determinação dos comprimentos efetivos de encurvadura (Gráficos de Jackson e Moreland).....	53
Figura 22 - Imperfeições geométricas	66
Figura 23 - Resultante de compressão com excentricidades e variações da curvatura	67
Figura 24 - Deformação plana correspondente à curvatura máxima.....	69
Figura 25 - valores de integração c_i em função da distribuição de esforços no elemento e suas condições de fronteira	71
Figura 26 – Relação constitutiva do Betão C30/37	75
Figura 27 – Relação constitutiva do aço A500NR.....	76
Figura 28 – Modelo de estrutura sem parede para os exemplos 1 e 2	79

Figura 29 – Modelo de estrutura para os exemplos 3 e 4	80
Figura 30 – Modelo de estrutura para os exemplos 5 e 6	82
Figura 31 – Modelo de estrutura com parede para os exemplos 7 e 8	84
Figura 32 - Pormenorização de pilares e vigas para os exemplos 1 e 2	90
Figura 33 - Pormenorização de pilares, parede e vigas para o exemplo 3 e 4.	95
Figura 34 - Pormenorização de pilares e vigas dos exemplos 5 e 6	101
Figura 35 - Pormenorização de pilares e vigas do exemplo 7 e 8.....	106
Figura 36 - Discretização das paredes em placas tipo Shell (casca) no programa SAP2000.....	111
Figura 37 - Deformada no plano da estrutura sem paredes, após análise, e andamento dos diagramas de momentos segundo M_y	113
Figura 38 - Deformada da estrutura no plano com parede após análise e momentos M_y	114
Figura 39 - Deformada da estrutura tridimensional sem parede após análise e andamento dos diagramas de momentos M_y	116
Figura - 40 - Deformada da estrutura tridimensional cm parede após análise e momentos M_y	117
Figura 41 - Percentagem da diferença média de momentos entre o EC2 e a ANL	122