INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

CONSTRUINDO DESAFIOS:

A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NUM 3.º ANO DE ESCOLARIDADE

OLINDA MARIA FONSECA CARDOSO AZEVEDO

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre para a Qualificação para a Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Julho de 2024

Versão Definitiva

ISEC LISBOA | INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

Escola de Educação e Desenvolvimento Humano

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

CONSTRUINDO DESAFIOS: A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NUM 3.º ANO DE ESCOLARIDADE

Autora: Olinda Maria Fonseca Cardoso Azevedo

Orientador: Professor Doutor Ricardo Machado

Julho de 2024

AGRADECIMENTOS

Esta conquista é muito especial para mim, simbolizando o percurso da minha vida profissional, repleto de desafios e vitórias. Apesar de ter enfrentado muitos obstáculos e dificuldades ao longo do caminho, também vivi momentos agradáveis. Durante esta jornada de cinco anos, recolhi todas as pedras em que tropecei e com elas construí um castelo cheio de memórias.

A conclusão deste trabalho, que exigiu tanto esforço e que eu desejava profundamente, traz-me uma alegria imensa, junto com um profundo sentimento de gratidão por todos os que me ajudaram nesta caminhada. Sinto uma profunda gratidão e quero dizer "obrigada", uma palavra que uso para expressar o meu agradecimento àqueles que fizeram parte dela.

Agradeço em primeiro, às três pessoas que foram o meu porto de abrigo ao longo desta caminha. Ao meu marido e melhor amigo, por me apoiar e estar sempre ao meu lado, por acreditar em mim, por me ouvir, pela compreensão das ausências, força e motivação que me proporcionou. Às minhas filhas, Soraia e Sofia, pela paciência, apoio e incentivo demonstrados ao longo da minha trajetória. Ao Gonçalo pelo incentivo e apoio manifestado.

Ao Professor Doutor Ricardo Machado, pela paciência, pelas palavras, pela orientação, pela disponibilidade e pela dedicação ao longo desta jornada.

Agradeço à professora cooperante por todo o apoio, partilha, refletindo comigo sobre a minha prática, com vista ao aperfeiçoamento das práticas futuras.

Um obrigada a todos os professores que se cruzaram comigo, pela partilha de conhecimentos, por enriquecerem o meu percurso e por estarem sempre disponíveis para ajudar.

Um especial agradecimento a todas as crianças que me acompanharam neste período, pois foram elementos indispensáveis para a concretização da minha investigação, pois sem eles não seria possível.

E a todos os que de uma maneira ou outra me ajudaram ao longo deste percurso.

Um grande obrigada!

RESUMO

A presente investigação, realizada no âmbito do Mestrado de Qualificação para a Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB, foi conduzida na formulação e resolução de problemas matemáticos numa turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, composta por 20 alunos.

A resolução e a formulação de problemas em Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico são fundamentais para o desenvolvimento de capacidades e competências essenciais dos alunos, ajudando-os a compreender os conceitos matemáticos de forma concreta e a promover o raciocínio lógico e o pensamento crítico. A resolução de problemas assume um papel especial no ensino e aprendizagem em Matemática, destacado nos documentos curriculares da Matemática, desde os primeiros anos, pois ajuda a atribuir significado aos conceitos e a estabelecer conexões dentro e fora da disciplina. Em relação à formulação de problemas é-lhe dada, ainda, pouca relevância, no entanto, este processo permite que os alunos apliquem os conhecimentos em situações práticas, compreendendo profundamente os conceitos matemáticos. Além disso, a prática de formular e resolver problemas contribui para o desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas, fundamentais tanto na matemática como noutras áreas do conhecimento e na vida quotidiana.

O principal objetivo foi analisar as potencialidades e fragilidades dos alunos, considerando a tipologia das tarefas e as representações utilizadas nas suas resoluções, no que respeita à formulação de problemas. Assim, foram formuladas as seguintes questões orientadoras: 1) De que forma os alunos formulam problemas em Matemática? 2) Quais as potencialidades e as fragilidades evidenciadas pelos alunos na formulação de problemas em Matemática? 3) Quais as estratégias a que os alunos recorrem na resolução de problemas em Matemática?

Tendo isso em conta, para este estudo, desenvolveu-se uma proposta didática com a seleção criteriosa de treze tarefas, sendo quatro de resolução de problemas e nove de formulação de problemas. Ao longo da investigação, utilizou-se uma metodologia qualitativa, seguindo o design de investigação-ação, do paradigma interpretativo. A recolha de dados foi realizada por meio de observação participante, gravações de áudio, diário de bordo e documentos das tarefas propostas aos alunos. Para a análise dos dados, foram definidas categorias e indicadores que permitiram avaliar as estratégias de resolução e formulação de problemas.

A análise dos dados possibilitou concluir que os alunos demonstraram grande empenho, interesse e motivação neste tipo de tarefas. Contudo, os alunos demonstraram pouca criatividade na formulação dos problemas, com a maioria a permanecer fiel às expressões fornecidas e encontradas nos manuais escolares.

Palavras-chave: Matemática; 1.º CEB; Formulação e resolução de problemas matemáticos.

ABSTRACT

The present investigation, conducted within the scope of the master's degree in Teacher Qualification for Preschool Education and 1º CEB on the formulation and resolution of mathematical problems in a 3rd grade class of the 1st Cycle of Basic Education, consisting of 20 students.

The solving and formulation of Mathematical problems in the 1st Cycle of Basic Education are fundamentals for the students' development of competencies and essential skills, helping them understand the mathematical concepts in a concrete way and promoting logic thought process and critical thinking. Problem solving plays a special role in Mathematical teaching and learning, highlighted in the Mathematics curricular documents, since the first years, as it helps give meaning to the concepts and establish connections inside and outside the subject. When it comes to problem formulation, it is given, still, little relevance. However, this process allows the students to apply their knowledge in practical situations, deeply understanding the mathematical concepts. Besides that, the practice of formulating and solving problems contributes to the development of problem-solving skills, fundamental in mathematics and also other areas of knowledge and everyday life.

The main objective was to analyze the strengths and weaknesses of the students, considering the types of tasks and representations used in their solutions. This way, the following guiding questions were formulated: 1) How do students formulate problems in Mathematics? 2) What strengths and weaknesses are shown by the students during the formulation of Mathematical problems? 3) What resolution strategies do the students use when solving Mathematical problems?

Whit this in mind, for this study, a didactic proposal was developed with the careful selection of thirteen tasks, where four were problem solving tasks and nine were problem formulation tasks. Throughout the investigation, a qualitative methodology was used, following the investigation-action design, from the interpretative paradigm. Data collection was carried out through participant observation, audio recordings, a logbook and documents with the tasks proposed to the students. For the data analysis, categories and indicators, which allowed for the evaluation of the strategies of problem solving and formulation, were defined.

The data analysis allowed us to conclude that the students showed great effort, interest and motivation. However, it is concluded that the students showed lack of creativity in problem formulation, with the majority staying loyal to the given expressions, found in schoolbooks.

Keywords: Mathematics, 1º CEB, Mathematical problem formulation and resolution.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

A presente investigação, intitulada de "Construindo Desafios: A Formulação de problemas matemáticos num 3.º ano de escolaridade", desenvolveu-se durante a prática pedagógica supervisionada, que possibilitou um estudo sobre a formulação de problemas em Matemática, numa turma de 3.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB).

Ao longo de toda a trajetória escolar, o interesse e o apreço pela Matemática sempre foram constantes, o que motivou a investigação deste relatório a focar-se nesta área. Assim, o tema escolhido para fundamentar esta pesquisa foi a Formulação de problemas de matemática, dando origem ao título do relatório acima mencionado. Além disso, outro fator que influenciou essa escolha foi a constatação de que essa temática ainda é pouco explorada. Contudo, Almeida (2018) refere que "A formulação de problemas tornou-se um campo de investigação em Educação Matemática, por um lado integrada, como uma estratégia, na resolução de problemas, por outro avançando na procura de algum estatuto de independência, até chegar ao espaço da criatividade." (p.1). Deste modo para abordar a formulação de problemas em Matemática impõe-se a necessidade de primeiro abordar a resolução de problemas, uma vez que as existências intrínsecas entre as duas atividades são indissociáveis (Almeida, 2018). Boavida et al. (2008) enfatiza a necessidade de os professores oferecerem aos alunos "experiências diversificadas que permitam desenvolver as suas capacidades de resolução de problemas, de modo a aproveitar a Matemática ao longo da vida" (p. 13). Portanto, o papel do professor é crucial, pois ele deve apresentar problemas matemáticos que envolvam os alunos. Nesse contexto, conforme apontam Piedade e Reis (2019), "é pertinente procurar compreender o que os alunos consideram ser um problema matemático e como a realização de uma sequência de tarefas focada na formulação de problemas influência essas conceções" (p. 182).

Tendo em conta o que foi mencionado, primeiramente foi proposto tarefas de resolução de problemas com características diferentes. Numa segunda fase foram colocadas tarefas para elaboração de enunciados com a estratégia de aceitando os dados e, por último, duas tarefas com a estratégia livre para a formulação de problemas de Matemática.

Deste modo, as questões que orientam esta investigação são:

1) De que forma os alunos formulam problemas em Matemática?

2) Quais as potencialidades e as fragilidades evidenciadas pelos alunos na formulação de problemas em Matemática?

3) Quais as estratégias a que os alunos recorrem na resolução de problemas em Matemática?

Em termos de estruturação, este trabalho está organizado da seguinte forma: introdução, precedida por três capítulos, considerações finais, referências bibliográficas e por fim os anexos. ´Na introdução é contextualizado o tema escolhido, destacando o problema que motivou esta investigação, as questões de pesquisa e a estrutura global do trabalho. O Capítulo 1, o Enquadramento teórico, subdividida em três pontos é feita uma revisão da literatura sobre a aprendizagem da Matemática no 1.º ciclo do ensino básico que engloba os conhecimentos e as capacidades a trabalhar e a natureza das tarefas, no segundo ponto as operações – adição e subtração, uma vez que são as que os alunos estão a trabalhar em sala de aula. No terceiro ponto a formulação e resolução de problemas, abordando os conceitos e estratégias inerentes a ambas situações e a sua avaliação. O Capítulo 2, a Problematização e Metodologia, detalha o problema, questões de investigação, paradigma, design do estudo, participantes, instrumentos e procedimentos de coleta e análise de dados, além da proposta de intervenção. No Capítulo 3, os Resultados, são apresentados e discutidos à luz do referencial teórico. As Considerações Finais refletem sobre os resultados e respondem às questões de investigação. As Referências Bibliográficas e os Anexos que contém a proposta didática.

CAPÍTULO I

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

No presente capítulo apresenta-se o enquadramento teórico que sustenta a investigação do presente relatório. A sua organização está dividida em três pontos principais: A aprendizagem da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico; Operações – Adição e subtração e por fim a formulação e resolução de problemas.

1.1. A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

A aprendizagem da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB) é estruturada de acordo com o currículo estabelecido pelo Ministério da Educação. Este ciclo, que inclui os quatro anos de escolaridade, visa principalmente desenvolver o pensamento matemático dos alunos, promovendo uma compreensão profunda e abrangente dos conceitos básicos (Canavarro et al., 2021). Segundo a NCTM (2007), "Os alunos devem aprender matemática em compreensão, construindo ativamente novos conhecimentos a partir de experiências prévias" (p.21). As aprendizagens neste ciclo de ensino referem-se ao processo de aquisição de conhecimentos e desenvolvimento de capacidades e competências matemáticas, sendo que estes processos podem ocorrer em diferentes contextos, como na escola, em casa, ou em ambientes informais. Além disso, o currículo sublinha a importância de desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática, como a curiosidade, a persistência e a confiança nas suas capacidades para resolver problemas (Canavarro et al., 2021). O papel do professor é crucial neste processo, atuando como mediador e facilitador, criando um ambiente de aprendizagem estimulante e desafiador.

1.1.1. Conhecimentos a trabalhar

As Aprendizagens Essenciais (Canavarro et al., 2021) estabelecem como um dos principais objetivos o desenvolvimento de conhecimentos, atitudes e capacidades matemáticas nos alunos, destacando a necessidade de:

> Desenvolver a capacidade de resolver problemas recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes (p.3).

Para que o aluno consiga desenvolver a capacidade de resolver problemas é fundamental ter o sentido do número definido. Como tal, os números naturais e as operações ocupam um lugar fundamental nos currículos de Matemática desde os primeiros anos de escolaridade, inclusive na educação pré-escolar. Há uma preocupação significativa com a aprendizagem desses conceitos de forma compreensiva, sendo o desenvolvimento do sentido do número destacado como um dos principais objetivos do ensino da matemática (NCTM, 2007).

Castro e Rodrigues (2008), afirmam que o sentido do número envolve uma compreensão abrangente e flexível dos números e das operações. O objetivo é entender os números e as suas relações, desenvolvendo estratégias eficazes e úteis para o uso quotidiano, na vida profissional e como cidadãos ativos. As autoras também ressaltam a importância do sentido do número para compreender que os números podem ter significados diferentes e ser aplicados em diversos contextos. Sob essa perspetiva, o desenvolvimento precoce do sentido do número nos primeiros anos escolares desempenha um papel crucial na aprendizagem de conceitos matemáticos mais avançados. O sentido numérico evolui à medida que os alunos compreendem a magnitude dos números, desenvolvendo diversas formas de pensar e de representá-los, utilizando os números como referência e adquirem uma compreensão precisa de como as operações os afetam. (Sowder, 1992, citado em NCTM, 2007, p. 92-93).

Para Brocardo, et al. (2005), as relações numéricas "desenvolvem-se em simultâneo com a capacidade de contagem de objetos" (p. 14) esperando-se que as crianças reconheçam a quantidade de objetos sem a necessidade de os contar, estabelecendo assim relações mentais entre os números.

De acordo com Serrazina, Sousa e Gonçalves (2005), a sequência numérica é fundamental para o raciocínio aritmético informal e para o entendimento do princípio de inclusão hierárquica. Além disso, a capacidade de contar permite que as crianças desenvolvam competências para fazer comparações quantitativas, o que é essencial para resolver problemas aritméticos, onde a contagem é usada como uma estratégia de resolução.

Ainda sobre o sentido de número, McIntosh, Reys e Reys (1992) argumentam que este se carateriza em três componentes que se relacionam, sendo eles, o conhecimento e destreza com os números, que inclui o sentido da regularidade dos números e as suas várias representações; o conhecimento e destreza com as operações, onde compreende as suas propriedades e relações entre elas; e as aplicações do conhecimento e destreza com os números e operações em situações de cálculo, que requer a compreensão para relacionar o contexto e os cálculos necessários, o conhecimento da existência de inúmeras estratégias, como também a capacidade para as usar.

Como tal, os conhecimentos a serem trabalhados neste estudo são os números naturais, representação de números naturais em linguagem matemática/simbólica e linguagem natural (por extenso), adição e subtração de números naturais, conhecimento do valor posicional de um número e resolução de problemas de até dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar ou completar.

1.1.2. Capacidades matemáticas a desenvolver

De acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico (AEMEB) (Canavarro et al., 2021), há uma valorização explícita das várias capacidades matemáticas transversais que se aplicam a todos os tópicos matemáticos, como a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, as representações matemáticas, o pensamento computacional e as conexões matemáticas. Vários autores estão em concordância com o disposto anteriormente, quando mencionam que "O trabalho em torno dessas capacidades potencia uma aprendizagem com compreensão e o desenvolvimento de uma visão adequada acerca da matemática e do seu papel no mundo" (Amado et al., 2019; Boavida et al., 2008; Gravemeijer & Bruin-Muurling, 2019; NCTM, 2007; Stein, Remillard, & Smith, 2007, citado em SPIEM, 2021).

A capacidade de resolução de problemas consiste na utilização de conhecimentos matemáticos que envolvem aplicar diferentes tipos de conhecimentos nos variados contextos, confiando na capacidade de desenvolver estratégias adequadas e encontrar soluções corretas (Canavarro et al., 2021).

A capacidade de raciocínio matemático implica compreender o "porquê de as relações estabelecidas serem matematicamente válidas" (Canavarro et al., 2021, p. 3). Para Bivar et al. (2013), o raciocínio matemático é "por excelência o raciocínio hipotético-dedutivo, embora que o raciocínio indutivo desempenhe também um papel fundamental uma vez que preside, em matemática, à formulação de conjeturas" (p.4). Isto significa que, na Matemática, a construção de argumentos e a derivação de conclusões partem de hipóteses ou suposições que são rigorosamente analisadas e testadas para verificar a sua validade. No entanto, o raciocínio indutivo também desempenha um papel essencial no campo da Matemática, sendo que envolve a observação de padrões e a generalização desses padrões para formular novas conjeturas ou hipóteses. Portanto, enquanto o raciocínio hipotético-dedutivo é crucial para a verificação e demonstração de teorias, o raciocínio indutivo é fundamental para a descoberta e formulação de novas ideias e hipóteses matemáticas. Juntando estes dois tipos de raciocínio contribuem significativamente para o avanço e a compreensão da Matemática. Oliveira (2008), citado por Alves et al. (2015), define raciocínio matemático como "um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)" (p. 31).

Assim, é crucial promover o raciocínio matemático entre os alunos em sala de aula. É nesse espaço que os alunos têm a oportunidade de expressar, explicar e justificar as suas formas de pensamentos, criando um ambiente favorável ao desenvolvimento do seu raciocínio matemático. Como tal, o colocar questões é uma das ações fundamentais do professor para esse efeito (Araman, Serrazina, & Ponte, 2020). Segundo Ponte et al. (2007), no 1.º CEB, "o desenvolvimento do raciocínio é promovido suscitando a explicação de ideias e processos, a justificação de resultados e a formulação e teste de conjeturas simples por parte dos alunos" (p. 29).

Subjacente à capacidade do raciocínio matemático está a comunicação matemática, sendo que, para o aluno exteriorizar o seu raciocínio aos colegas, precisa de comunicar de forma clara. Essa comunicação exige uma organização e compreensão do seu pensamento e, a maior parte das vezes, coadjuva o outro a organizar o seu raciocínio, chegando assim a uma conclusão. Nas Aprendizagens Essenciais, a comunicação matemática consiste na partilha e discussão de ideias matemáticas, "formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração" (Canavarro et al., 2021, p. 3). Martinho e Ponte (2005) afirmam que "a comunicação constitui um processo social onde os participantes interagem trocando informações influenciando-se mutuamente" (p. 2). Quando o professor impulsiona a comunicação na sala de aula está a oferecer aos seus alunos a oportunidade de organizar, explorar e clarificar as suas formas de raciocínio. Isso permite o desenvolvimento de capacidades e competências essenciais, além de facilitar a aquisição de conhecimentos mais significativos para os alunos.

As capacidades de representações matemáticas, segundo Mainali (2021), apoiado em diversos autores e referenciado por Amado (2022), são "como um símbolo ou conjunto de símbolos, diagramas, objetos, imagens ou gráficos, que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem" (p. 3), ou seja, consiste num conjunto de representações para apresentar uma ideia ou um conceito matemático. Estas representações no domínio da Matemática são reconhecidas habitualmente por quatro modos de representação, segundo Amado (2022): "i) verbal, ii) gráfico, iii) algébrico e iv) numérico, que podem ser utilizados isoladamente ou em interação entre si." (p.3). Tendo em consideração o uso simultâneo de várias representações é apontada por Canavarro et al. (2021) a importância das múltiplas representações, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática.

Por meio das diferentes representações matemáticas feitas pelos alunos, o professor poderá entender e captar os seus raciocínios. As representações matemáticas são essenciais para o desenvolvimento de uma aprendizagem matemática significativa, pois facilitam o acesso de todos alunos a conceitos abstratos, ao raciocínio matemático e à linguagem (NCTM, 2000).

Na resolução de problemas, segundo Brunner referido por Canavarro et al. (2021), os alunos podem usar diversas representações, que são determinantes pelo domínio de conhecimento em questão: representações ativas, definidas por um conjunto de ações apropriadas para alcançar um determinado resultado; representações icónicas, que consistem em imagens ou gráficos resumidos que representam um conceito sem defini-lo completamente; e representações simbólicas, que envolvem um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico regido por regras ou leis para a formação e transformação dessas proposições.

Na tentativa de definir conexão, esta foi caracterizada como uma ligação, dependência ou relação que tenha sentido e similaridade com algo, seja um conceito, uma situação, uma ideia ou um processo. Na Matemática, as conexões visam a exploração e criação de situações em que os alunos trabalhem a Matemática ligada a problemas da vida real, ou seja, conexões com a realidade e a outras áreas curriculares, como Estudo do Meio, Língua Portuguesa. Por outro lado, têm em vista o destaque da relação entre tópicos ou temas matemáticos diferentes, ou seja, conexões dentro da própria Matemática (Canavarro et al., 2021).

A articulação vertical destas conexões é recomendada também nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), quando referem as conexões como, parte integrante do conjunto das normas referentes ao "processo", em que se pretende dar enfase às formas de adquirir e utilizar os conhecimentos sobre os conteúdos. Surge também implicitamente nestas normas que os professores devem ter conhecimento da matemática que os seus alunos "estudaram em anos anteriores e a que irão estudar nos anos seguintes" (p.71). Quando o professor auxilia os alunos a explicitarem qualquer tipo de conexão, ele também os ajuda a pensar matematicamente. Ao perceber as conexões que os alunos já conseguem estabelecer, o professor deve usar essa informação para planear tarefas novas.

Considera-se que o pensamento computacional "pressupõe o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos" e que estas práticas "são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação" (Canavarro et al., 2021, p. 3).

Como abstração pretende-se reduzir a complexidade de uma tarefa ou problema, identificando os princípios gerais aplicáveis a situações semelhantes, ou seja, desenvolver para um problema mais simples relacionado com o dia a dia. A decomposição é já uma prática do ensino da Matemática, sendo comum na resolução de problemas. No entanto, no âmbito do pensamento computacional, isso envolve a gestão de tarefas, dividindo-as em partes mais fáceis de gerir. Para o reconhecimento de padrões, trata-se de identificar e reconhecer regularidades e relações. Com a análise e definição de algoritmos, o objetivo é criar oportunidades para desenvolver soluções passo a passo para um determinado problema. Para o último tópico, desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização de processos, pretende-se que se corrijam erros, além de testar, verificar, refinar e otimizar a resolução apresentada (Carvalho, Espadeiro, & Branco, 2023). O desenvolvimento desta capacidade deve ser apoiado por tarefas que permitam trabalhar conhecimentos ao mesmo tempo que capacidades de matemáticas específicas.

1.1.3. Natureza das tarefas matemáticas

O conceito de "tarefa" pode ser entendido como uma expressão que abrange questões, problemas, exercícios, investigação, construções e projetos. Contudo, no contexto de investigação, as tarefas apresentam características específicas que as distinguem, tornando, como tal, a definição anterior insuficiente. É necessário aprimorar a compreensão deste conceito, utilizando para isso alguns significados presentes na literatura sobre este tema.

Para Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997), uma tarefa matemática é o ponto de partida de uma atividade, ou seja, uma tarefa que contém vários propósitos a alcançar, sendo que estes se relacionam com a compreensão de inúmeros conceitos. Na opinião de Serrazina (1997), citada por Castro e Rodrigues (2008), considera que uma tarefa é uma proposta apresentada pelo professor aos alunos, distinguindo-se assim do termo atividade, sendo esta entendida como o trabalho realizado pelos alunos, ou seja, a forma como o professor apresenta uma tarefa aos alunos, sendo a sua interpretação impulsionadora de atividades distintas.

Segundo Boavida et al. (2008), na Matemática existem vários tipos de tarefas, umas mais direcionadas para a memória e o treino e outras para processos mais complexos de pensamento. Ponte (2005) refere que as tarefas dependem do nível de estruturação e do desafio matemático. O mesmo autor (Ponte, 2005), refere que uma tarefa possui quatro dimensões básicas: i) grau de dificuldade, ii) estrutura, iii) contexto referencial e iv) tempo necessário para a sua resolução. Ainda segundo este autor, as tarefas com estrutura aberta e grau de dificuldade baixa são chamadas de tarefas de exploração ou exploratórias, enquanto as tarefas com uma estrutura aberta e grau de dificuldade elevado são conhecidas como tarefas de investigação ou investigativas. Pinheiro (2013) refere que "O grau de dificuldade, não se dá somente pela tarefa em si, mas também, pelo como o aluno a receciona" (p.51), sendo arriscado fazer uma classificação nesse sentido, no qual Ponte (2003) ciente desse risco afirma que:

> Muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se "investigações" a todas elas. Isso acontece, muito provavelmente, porque é complicado saber à partida qual o grau de dificuldade que uma tarefa aberta terá para um certo grupo de alunos (Ponte, 2003, p. 5).

Smith e Stein (1998), assim como Ponte (2005), desenvolveram uma taxonomia para as tarefas matemáticas sustentada no tipo de pensamento necessário para resolvê-las, dividindo-as em dois níveis de exigência cognitiva: baixa e elevada. As tarefas de baixa exigência cognitiva temos a reprodução de factos, regras, fórmulas ou definições que foram previamente aprendidos, sem conexões com conceitos subjacentes, ou seja, memorizadas. Outro ponto nesta exigência da tarefa são os procedimentos sem conexão, que envolvem a utilização de algoritmos e procedimentos anteriormente aprendidos. O centro destas tarefas está na produção de respostas corretas, em que a exigência cognitiva é baixa e não promove a compreensão matemática (NCTM, 2017). No que diz respeito às tarefas de elevado nível cognitivo, estas são tarefas que envolvem ativamente os alunos em questionamentos e explorações, ou que os incentivam a aplicar procedimentos de maneira a relacioná-los de forma significativa com os conceitos e a compreensão desses conceitos, ou seja, tarefas mais complexas com muitas resoluções e de diferentes naturezas (NCTM, 2017).

Para classificar os diferentes tipos de tarefas, Ponte (2005) apresenta um esquema (Figura 1) de acordo com o seu grau de desafio e estrutura, mostrando como se relacionam. Para entender melhor o referencial do autor, é importante mencionar que ele define quatro tipos de tarefas matemáticas que podem ser utilizadas em sala de aula, (i) Exercícios: são a aplicação de conhecimentos previamente desenvolvidos; (ii) Problemas: são as tarefas que apresentam um grau de dificuldade maior do que os exercícios, variando conforme a pessoa envolvida; (iii) Investigações: exigem que o aluno investigue e descubra a maneira de resolver a tarefa, representando um alto nível de exigência; e (iv) Explorações: são tarefas onde os alunos chegam a uma resposta através da exploração e descobertas. Normalmente, os dois últimos tipos de tarefas têm múltiplos caminhos para a sua solução.

Figura 1 *- Relação entre os diversos tipos de tarefa, em termos do seu grau de abertura (Ponte, 2005, p.17)*

Por conseguinte, um exercício é uma tarefa matemática de natureza fechada, com baixo nível de desafio para os alunos, ou seja, "exercício (fechado, desafio reduzido)" (Boavida et al., 2008, p.15). Por outro lado, um problema é uma tarefa matemática também fechada, mas com um nível de desafio maior, ou seja, "problema (fechado, desafio elevado)" (Boavida et al., 2008, p.15).

Os problemas distinguem-se dos exercícios por possuírem um grau de desafio mais elevado, ambas as tarefas são de extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, "uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados" (Ponte, 2005, p. 17). Boavida et. al (2008) acrescenta algumas características para que uma tarefa seja considerada um problema: "a) sejam, realmente, compreensíveis pelo aluno apesar de a solução não ser imediatamente atingível; b) sejam intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes; c) possam ter mais do que um processo de resolução; d) possam integrar vários temas" (p. 16). Ponte (2005) também dá relevância a outras características das tarefas como o contexto e a duração, sendo que para a duração da tarefa refere que "a realização de uma tarefa matemática pode requerer poucos minutos ou demorar dias, semanas ou meses" (p. 9). Para os contextos, o autor, identifica três tipos de contexto: "realidade", "semi-realidade" e "puramente matemático" (Ponte, 2005, p.10). Entende-se como contexto "realidade" quando o problema está completamente inserido na vida real, ou seja, no dia-a-dia do aluno. A semi-realidade refere-se a uma situação que não ocorre na vida diária, mas que é plausível e construída para fins educativos. Quanto a puramente matemático, o problema é abstrato e não está inserido em nenhum contexto da vida real.

Por fim é importante salientar que as tarefas matemáticas exigem processos cognitivos dos alunos e permitem o seu envolvimento ativo por meio de questionamentos e explorações, ou através da aplicação de procedimentos, relacionando-os de maneira significativa com os conceitos e com a sua compreensão (NCTM, 2017), os mesmos autores afirmam que:

> As tarefas podem começar por ser de nível elevado para alunos que estão a iniciar a aprendizagem da matemática subjacente (…). Gradualmente, à medida que a sua compreensão da matemática que está na base fica consolidada, estas mesmas tarefas podem tornar-se rotineiras. Nesta altura, são necessárias tarefas que ampliem as suas ideias matemáticas de forma que continuem a aprofundar a compreensão e a fortalecer o raciocínio matemático e a resolução de problemas. (p.22).

Para que as tarefas não se tornem rotineiras, Machado (2014) refere que "…é preciso criar condições favoráveis ao desenvolvimento dessas atividades.", sendo necessário existir um diálogo para que se assume "também como elemento importante ter acesso aos conhecimentos anteriormente apropriados pelos alunos, bem como às capacidades e competências (matemáticas) desenvolvidas, para poder elaborar, adaptar e/ou selecionar as tarefas matemáticas aos interesses, características e necessidades desses mesmos alunos" (p.25).

Nesse sentido, realizámos tarefas, em que o foco significativo foi nas tarefas fechadas e com desafio elevado: os problemas.

1.2. OPERAÇÕES – ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

A aprendizagem das operações de adição e subtração desenvolve-se desde a educação pré-escolar quando estas se envolvem em atividades de contagem. Nessas atividades, as crianças têm a oportunidade de descobrir algumas relações aritméticas que serão fundamentais para as aprendizagens futuras (Barros & Palhares,1997).

As operações aritméticas básicas desenvolvem-se em paralelo à contagem, pois os primeiros cálculos realizados pelas crianças são baseados na contagem, usando materiais concretos como os seus próprios dedos. Começam a contar a partir de uma unidade ou de uma ordem especifica. Conforme argumentam Barros e Palhares (1997), é essencial que os primeiros cálculos sejam suportados por algum material concreto, permitindo que as crianças o liguem e manipulem para realizar a operação desejada.

Nos primeiros anos de escola (1.º CEB), é importante que os alunos enfrentem uma diversidade de problemas contextualizados que envolvam a adição e subtração de números inteiros. Esse confronto ajudará os alunos a desenvolver a compreensão destas operações, pois é uma capacidade essencial para o conhecimento matemático (NCTM, 2007). Os mesmos autores mencionam que, através desta prática, os alunos vão desenvolver e enriquecer as suas representações e apropriar as propriedades das operações. Para O'Connell (2007), compreender as operações matemáticas vai além da capacidade de executá-las; é necessário também entender em quais situações cada uma deve ser aplicada, só assim, se pode considerar um "bom resolvedor de problemas" (p. 36) se for capaz de identificar quando adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir.

Tabela 1 *- Diferentes sentidos das operações de adição e subtração*

Operação	Sentidos
Adição	**Combinar:** quando juntam duas ou mais quantidades para que surja uma única quantidade. *Exemplo: A turma do Luís tem 13 meninos e 11 meninas. Quantos alunos tem a turma?*
	Acrescentar ou juntar: quando uma quantidade é aumentada. *Exemplo: A Helena tem 14 cromos, comprou mais 5. Com quantos cromos ficou?*
Subtração	**Retirar ou tirar**: quando a uma quantidade é retirada a outra. *Exemplo: O Marco tinha 23 berlindes, mas perdeu 9. Com quantos ficou?*
	Comparar: permite evidenciar a diferença entre duas quantidades, para indicar quanto há a mais ou menos numa quantidade do que na outra. *Exemplo: A Luísa já leu 14 livros e o Tomás leu 5. Quantos livros a mais já leu a Luísa?*
	Completar ou tornar igual: quando se pretende determinar quando se deve juntar a uma quantidade para ficar igual à outra, através da operação subtração. *Exemplo: O Pedro quer comprar um jogo que custa 32€ e já tem 17€. Quanto dinheiro ainda tem de poupar?*

Fonte: Adaptado de Bivar et al. (2013), Morais (2011); Moreira e Oliveira (2003)

As operações aritméticas devem ser apresentadas em diversas situações de resolução de problemas com contextos realistas, onde possam ser atribuídos os seus significados diferentes, isto é, seja qual for a situação/problema onde as operações apareçam, estas podem assumir os seus vários sentidos (Morais, 2011). Como definição dos vários sentidos para as operações de adição e subtração, vários autores (eg. Bivar et al., 2013; Morais, 2011; Moreira & Oliveira, 2003) dão-lhes o mesmo significado como podemos observar na Tabela 1.

Embora seja crucial que os alunos tenham a oportunidade de explorar os diferentes sentidos das operações, isso não implica que eles precisem interpretá-las da mesma maneira (Ponte & Serrazina, 2000). Além disso, é importante destacar que, embora a adição e a subtração sejam duas operações distintas com significados diferentes, elas são a operação inversa uma da outra, por essa razão, elas se encontram "intimamente relacionadas e o contexto dos problemas torna-se essencial para que os alunos compreendam a relação existente entre estas duas operações" (Fosnot & Dolk, mencionados por Morais, 2011).

1.3. A FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A noção de que a capacidade de resolução de problemas e a capacidade de os formular estão intimamente ligadas tem sido destacada por Silver (1994). Segundo o mesmo autor (Silver, 2013), diversos estudos empíricos têm mostrado uma forte relação entre essas capacidades, ressaltando a relevância da formulação de problemas no desenvolvimento das competências necessárias para resolvê-los. Esses estudos também indicam que os alunos mais bem-sucedidos na resolução de problemas são aqueles que possuem uma maior capacidade de os formular, fazendo perguntas coerentes e pertinentes com base nos dados fornecidos. Dessa forma, a conceção defendida pelo mesmo autor, (Silver, 1997) considera que a incorporação de tarefas com esse enfoque pode ajudar os alunos a desenvolverem a criatividade, no que se refere às dimensões centrais, ou seja, a fluência, a flexibilidade e novidade. Para este autor, essa capacidade apresenta-se na interação entre a resolução e formulação de problemas, visto que proporcionam a formulação, reformulação e tentativa de resolução e solução, como podemos observar na Tabela 2.

Tabela 2 *- Relação entre os componentes da criatividade e a formulação e resolução de problemas*

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	CRIATIVIDADE	FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS
Os alunos exploram problemas abertos, com muitas interpretações, métodos de solução ou respostas.	⟸ FLUÊNCIA ⟹	Os alunos formulam vários problemas a serem resolvidos e compartilhados com os colegas
Os alunos resolvem (ou expressam ou justificam) de uma maneira ou de várias formas, bem como discutem os métodos de solução utilizados	⟸ FLEXIBILIDADE ⟹	Os alunos formulam problemas que são resolvidos de diferentes formas e utilizam a abordagem de variação das condições ou dos objetivos do problema propostos, para formular outos problemas
Os alunos analisam os métodos ou as respostas obtidas (expressões ou justificativas) ou produzem outras diferentes	⟸ NOVIDADE ⟹	Os alunos analisam os problemas por eles formulados ou apresentam um problema diferente do que foi proposto

Fonte: Adaptado/traduzido (Silver, 1997)

De acordo com a relação apresentada por Silver (1997), esta coopera com a formulação e resolução de problemas para que seja um processo criativo, compartilhado e correlacionado entre os alunos e professor, pode promover o desenvolvimento da disposição criativa em relação à Matemática. Para Dante (2009), não existe uma forma para o processo de partilha entre o resolução e formulação de problemas, sendo que "o mais importante é oferecer a eles a oportunidade para pensar e discutir as várias maneiras empregadas nesse processo" (p.25). Além disso, essa interação favorece a construção da fluência, flexibilidade e originalidade representacinal e estratégica. Isso permite que os alunos também desenvolvam capacidades para apreciar, identificar, discutir, refletir, expor e avaliar os problemas formulados, os novos métodos de resolução usados e as novas soluções conseguidas.

1.3.1. Conceito de problema

Considerando a formulação de problemas, tema central deste estudo, é essencial discutir antecipadamente o conceito de problema a partir de diferentes perspetivas. Vale e Pimentel (2004) exibem a sua perspetiva sobre o conceito de problema como "uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução" (p.12). Boavida et al. (2008) atestam esta perspetiva, dizendo que se expõe um problema "quando se está perante uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados" (p. 15).

No âmbito internacional, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (1991) determina uma situação problema quando "para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel" (p. 11).

Para o aluno chegar à solução, é necessário utilizar as suas estruturas cognitivas para descobrir qual o caminho a seguir. Nesse contexto, o conceito de problema está ligado a duas formas: uma que diz respeito à "relação do indivíduo com a situação" e outra que se refere às "características da própria tarefa" (Santos & Ponte, 2002, p. 30).

Analisando as definições mencionadas, conclui-se que uma situação só pode ser considerada um problema se não tiver uma solução evidente e se não puder ser resolvida com métodos conhecidos e padronizados. Deste modo, é "necessário encontrar um caminho para chegar à solução e esta procura envolve a utilização do que se designa por estratégias" (Boavida et al., 2008, p. 15).

Diante do que foi mencionado anteriormente, pode-se afirmar que um problema se diferencia de um exercício quando um aluno "não tiver nenhum meio para encontrar uma solução num único passo" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 52), isso significa que, se o aluno conseguir chegar à solução rapidamente, em que só utiliza apenas um algoritmo já aprendido, ela está perante um exercício. No entanto, os mesmos autores referem que "Uma questão pode ser um exercício ou um problema para um certo aluno, dependendo dos seus conhecimentos prévios" (p. 52). Como tal, a designação da tarefa é percebida de forma diferente, porque alguns alunos sabem quais os conhecimentos que precisam aplicar para encontrar a solução, enquanto outros a veem como um problema, não tendo um processo imediato para resolver a questão matemática (Ponte, 2005; Ponte & Santos, 2010). Dito isto, quando o objetivo é propor a resolução ou formulação de um problema, é necessário ter em atenção as características dos alunos e as suas aprendizagens anteriores.

1.3.2. A resolução de problemas

De acordo com Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), tal como outros autores, a "resolução de problemas é o processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjeturas", como tal, "constitui uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática" (p. 14). Em contrapartida, a solução desses mesmos problemas de várias maneiras, torna-se um instrumento para a construção de conexões matemáticas (Leikin, 2009).

Os autores Boavida et al. (2008), O'Connell (2007) e Vale et al. (2006) propõem um conjunto de estratégias de resolução de problemas que, no seu conteúdo, são semelhantes, apesar de variarem em nomenclatura e quantidade, visto que uns autores apresentando mais estratégias do que outros. Como podemos observar na Tabela 3, Boavida et al. (2008) apresentam seis estratégias gerais possíveis e Vale et al. (2006) apresentam as mesmas estratégias que os autores anteriores, diferenciando em alguns nomes, nomeadamente "fazer uma simulação/experimentação/dramatização" (p. 7) e "fazer tentativas/fazer conjeturas" (p.7). No entanto, estes não referenciam a estratégia "trabalhar do fim para o início" (Boavida et al., 2008, p.23) mas, juntam outras três estratégias que qualificam como importantes: fazer um esquema; fazer uma tabela; usar raciocínio lógico" (Vale et al., 2006, p. 9).

Tabela 3 *- Possíveis estratégias*

Possíveis estratégias de resolução de problemas	
Boavida et al. (2008)	**Vale et al. (2006)**
Fazer uma simulação/dramatização;	Fazer uma simulação/experimentação/dramatização
Fazer tentativas	Tentativas/fazer conjeturas
Reduzir a um problema mais simples	Fazer um esquema
Descobrir um padrão	Fazer uma tabela
Fazer uma lista organizada	Usar raciocínio lógico
Trabalhar do fim para o início	

Fonte: Boavida et al. (2008, p.23) e Vale et al. (2006, p.7 e 9)

1.3.3. A formulação de problemas

Independentemente das orientações curriculares que estão a vigorar não fazerem referência à formulação de problemas, no enquadramento desta investigação o trabalho de formulação problemas é apontado como importante em relação às orientações mencionadas, visto que a formulação de problemas contribui, segundo vários autores, desde o início, para o desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas (Almeida, 2014; Boavida et al., 2008; Pinheiro & Vale, 2013). Aliás, NCTM (2007) no âmbito da resolução de problemas, afirma que os alunos "deverão ter muitas oportunidades para formular, discutir e resolver problemas" (p. 57).

Na procura de definir o conceito para a formulação de problemas, Silver (1994) afirma que formular problemas "[...] refere-se tanto a produção de novos problemas e a reformulação de determinados problemas" (p.19). Nesse contexto, Boavida et al. (2008) ressalta que a atividade de formular problemas é de uma importância inquestionável, na medida em que contribui no aperfeiçoamento de conceitos de matemática. Sob tal ponto de vista, nas aulas de Matemática, "as crianças podem inventar os próprios problemas. Isso as motivará a ler, compreender e resolver os problemas, porque são seus" (Dante, 2009, p. 65).

Em concordância com Almeida (2014), "quem pretende resolver um problema já formulado tem de o interpretar e isso acaba por ser uma formulação do problema" (p. 64). Efetivamente conforme argumenta Silver (1997), a formulação de problemas envolve "simultaneamente, à criação e à reformulação de problemas. Ressalva-se, porém, que o objetivo fundamental da formulação de problemas é criar um problema e não a obtenção da solução de um problema dado" (Pinheiro & Vale, 2013). Para Vale et al. (2015) quando formulam problemas, "os alunos sentem que têm controle sobre o fazer matemática (…) desenvolvendo interesse e confiança diante de situações-problema" (p.152).

Stoyanova e Ellerton (1996) citado por Almeida (2018) propõem uma definição de formulação de problemas como sendo "o processo pelo qual, com base na experiência matemática, os alunos constroem interpretações pessoais de situações concretas e as formulam como problemas matemáticos significativos" (p.11).

Na formulação de problemas, Boavida et al. (2008), são da opinião de que o aluno seja incentivado a questionar situações do quotidiano utilizando a sua própria linguagem, experiências e conhecimentos. Nesse contexto, o professor deve prestar atenção a diversos aspetos. Um deles é aproveitar as formulações apresentadas pelos alunos para direcioná-las numa "exploração matemática rica". Outro aspeto é saber utilizar as situações que ocorrem na sala de aula, sendo ela planeadas ou espontâneas, como uma visita de estudo ou dias memoráveis tipo aniversários, para promover atividades de formulação de problemas.

Na criação de problemas, os alunos partem regularmente de enunciados que já foram propostos em sala de aula ou que existam no manual escolar, apesar de tentarem também criar problemas de raiz e originais. Às vezes, mesmo que os alunos apenas mudem os valores dos dados ou o contexto do problema, isso já cria um enunciado diferente. No decorrer deste processo é fundamental que os alunos desenvolvam a sua linguagem matemática e expliquem de forma clara o que querem que lhes seja respondido, quando estruturam um enunciado. Desta forma, é fundamental que o professor ajude os alunos na transição entre estes dois tipos de discurso (oral e escrito), além de apoiar o uso da linguagem matemática (Barmby, Bolden, & Thompson, 2014).

1.3.4. Estratégias de formulação de problemas

A incorporação de tarefas de formulação de problemas no ambiente de sala de aula pode ser implementada de diversas maneiras, cada qual com as suas características específicas, proporcionando diferentes perspetivas sobre o processo. Segundo Silver (1994), a formulação de problemas engloba tanto a criação de novos problemas quanto a modificação de problemas existentes, podendo acontecer antes, durante e após a resolução de problemas.

Boavida et al. (2008) apresentam duas estratégias para a formulação de problemas: (1) E se em vez de?; e (2) aceitando os dados. Stoyanova e Ellerton (1996), por sua vez, identificam três tipos de situações na formulação de problemas: situações livres, estruturadas e semiestruturadas. Vale e Pimentel (2004) acrescentam três: variação de um problema, de problema para problema, e recontextualização.

Na Tabela 4 podemos ter uma perceção de todas as estratégias dadas pelos autores acima mencionados, sendo que, embora tenham nomes diferentes, combinam as mesmas características, como podemos ver na estratégia de *Aceitando os dados* e a

Semiestruturada, em que os alunos são desafiados a formular problemas a partir de situações estáticas**.** Também, na estratégia de *E se em vez de?* e as estratégias de Vale e Pimentel (2004), partem todas de um problema já existente.

Tabela 4 *- Tabela adaptada - Estratégias de Formulação de problemas*

ESTRATÉGIAS PARA A FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS	
Boavida et al. (2008)	***E se em vez de?*** - Envolve criar problemas modificando dados de problemas já apresentados.
	Aceitando os dados - Apresenta situações estáticas, como figuras, expressões ou dados, a partir das quais os alunos são convidados a criar um problema.
Stoyanova e Ellerton (1996)	**Situações livres** - Os alunos são desafiados a criar um problema a partir de uma dada situação, naturalista ou artificial; pedir aos alunos que criarem um problema para os colegas (Richardson e Williamson, 1982 citados pelos autores).
	Estruturadas - Os alunos realizam a atividade com base num problema, sendo estimulados a explorar a sua estrutura ou a completá-la.
	Semiestruturadas- É dada aos alunos uma situação aberta, nomeadamente com a apresentação de fotos, desigualdades, equações.
Vale e Pimentel (2004)	**Variação de um problema** - Consiste na formulação de um problema adaptando um problema dado.
	De problema para problema - Consiste na obtenção de um problema partindo de outro.
	Recontextualização- Fixar uma caraterística de um problema dado e envolvê-la num novo contexto.

No presente estudo, optou-se pelas estratégias de situações livres; aceitando os dados/semiestruturada através de imagens e operações dadas. Com relação à formulação de problemas a partir de uma operação ou expressão matemática, Christou et al. (2005, citado por Almeida, 2014) acreditam que essa estratégia está estreitamente ligada ao processo de compreensão. Com efeito, refere-se a "contextualizar a expressão exigindo, no mínimo, o conhecimento do significado das propriedades das operações envolvidas" (Almeida, 2014, p. 65).

1.3.5. Avaliação de formulação de problemas

Silver (1997) assenta que ao usar a resolução e a formulação de problemas em pesquisas orientadas para o ensino da Matemática, os alunos desenvolvem uma abordagem mais criativa em relação à matemática.

O resultado da atividade matemática, especialmente durante a formulação de problemas, são novos problemas. Portanto, é viável adaptar as técnicas de avaliação amplamente pesquisadas no campo da resolução de problemas (Leung & Silver, 1997). Kontorovich, Koichu, Leikin e Berman (2011), acreditam que as tarefas de formulação de problemas podem ser uma ferramenta poderosa para avaliar a criatividade matemática, entendendo esta como a capacidade de uma pessoa para criar algo útil e novo (Mann, 2006; Pinheiro & Vale, 2013). Como tal, os critérios usados na avaliação da criatividade deste tema e explicados por Leikin, Koichu e Berman (2009) são: a Fluência: corresponde ao número de problemas levantados que se ajustam aos requisitos da tarefa; a Flexibilidade: corresponde ao número de diferentes tipos colocados; a Originalidade: corresponde ao número de problemas que são únicos ou raros; e por fim, a Elaboração: diz respeito à capacidade de adicionar particularidades aos produtos finais. A juntar a estes cinco pontos de criatividade temos também os três tipos de contextos mencionados anteriormente, ou seja, a realidade, semi-realidade e puramente matemático.

CAPÍTULO II

PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA

No presente capítulo será contextualizado o tema de estudo e a sua problemática para esta pesquisa. Este estudo segue uma metodologia qualitativa, no quadro do paradigma de investigação interpretativo. São descritas minuciosamente todas as etapas e procedimentos desta pesquisa, incluindo as fontes da recolha de dados, elementos estes, que garantem a validade de um estudo deste tipo. Por fim, é explicado como foi conduzida a análise dos dados, abordando as intervenções planeadas com o intuito de alcançar os objetivos estabelecidos para este estudo. As intervenções implementadas, foram cuidadosamente concebidas visando promover o desenvolvimento dos participantes e obter as perceções relevantes para a investigação.

2.1. PROBLEMATIZAÇÃO

Embora a formulação de problemas apresente vastas oportunidades de aprendizagem, é notável que essa prática seja ainda subutilizada nas aulas de Matemática. A par da resolução de problemas, o NCTM (2007) defende que os alunos também devem ter a oportunidade de formular problemas matemáticos. Apesar de ser reconhecida como uma ferramenta poderosa para desenvolver o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de resolução de problemas dos alunos, é muitas vezes negligenciada ou relegada para um papel secundário no currículo matemático (Singer, Ellerton, & Cai, 2013). Esta escassez quase total da adoção da Formulação de Problemas, é também corroborada, em parte, por Medeiros e Santiago (2013) e Pinheiro e Vale (2013), sendo que concluíram, nos seus estudos, que os estudantes enfrentam obstáculos ao formular problemas e propuseram que essa prática seja mais incorporada nas aulas de Matemática.

No entanto, é importante destacar os benefícios significativos que a formulação de problemas pode oferecer aos alunos. Ao criar os seus próprios problemas, os estudantes precisam de compreender de forma mais aprofundada os conceitos matemáticos, aplicar os seus conhecimentos, desenvolver o raciocínio (matemático) e a comunicação (matemática), e explorar as diferentes abordagens para resolver questões complexas (Vale

& Pimentel, 2012). Essa prática não apenas fortalece a sua compreensão da Matemática, mas também promove o envolvimento ativo e a autonomia no aluno. Silver e Cai (2005) (citado por Almeida, Domingos, & Monteiro, 2014) argumentam que “as tarefas de formulação de problemas quando inseridas no ensino da matemática, tem um efeito positivo na resolução de problemas, e o desenvolvimento de atitudes positivas para com as atividades matemáticas na escola” (p. 66).

Perante este cenário, dada a pouca ênfase que os professores atribuem à formulação de problemas, especialmente no contexto da Matemática, com o intuito de proporcionar desenvolvimento de aprendizagens mais significativas nos alunos, despontaram as seguintes questões de investigação:

1) De que forma os alunos formulam problemas em Matemática?
2) Quais as potencialidades e as fragilidades evidenciadas pelos alunos na formulação de problemas em Matemática?
3) Quais as estratégias a que os alunos recorrem na resolução de problemas de Matemática?

2.2. PARADIGMA INTERPRETATIVO

A seleção de um paradigma de investigação não é imparcial, sendo crucial para o sucesso de um estudo a concordância consistente entre ambos. Por outro lado, as decisões subjacentes a essa escolha são moldadas pela visão do mundo da investigadora, ou seja, a sua maneira de entender o mundo, incluindo a sua experiência e a prática profissional (Denzin & Lincoln, 1994). Essa visão de mundo, por sua vez, é sempre influenciada pela maneira como a investigadora se identifica como tal, ou seja, pelo paradigma que adota (Guba & Lincoln, 1994).

Do ponto de vista deste trabalho, em que o objetivo principal é compreender de que forma uma turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB formula problemas matemáticos, é relevante aceder às interpretações dos próprios alunos, pelo que esta investigação se insere no paradigma interpretativo (Coutinho, 2011).

Os pressupostos deste paradigma estão na compreensão, no significado e na ação. O investigador e o objeto ou sujeito passam a ser vistos como simultaneamente intérpretes e construtores de sentidos (Coutinho, 2011). Como tal, nesta investigação terá como suporte a análise dos vários participantes, tendo foco nas tarefas desenvolvidas durante a intervenção, destacando-se a importância da intersubjetividade, que surge do encontro e interação de diversos atores sociais, incluindo a pesquisadora.

2.3. INVESTIGAÇÃO – AÇÃO

O *design* deste estudo é a investigação-ação, a qual depreende que seja reflexiva durante a sua implementação prática, para ser possível a sua adaptação aos seus intervenientes. Suárez Pazos (2002) explica que a investigação-ação permite examinar e investigar uma situação social específica, neste caso, no contexto educativo, com o propósito de aprimorá-la. Por outro lado, como pretendemos atuar no decorrer desta investigação, Bogdan e Biklen (1994) afirmam que "a investigação-acção é um tipo de investigação aplicada na qual o investigador se envolve ativamente na causa da investigação" (p. 293).

Como destacado por Suárez Pazos (2002), o foco da investigação é explorar a prática educativa conforme ocorre naturalmente nas salas de aula, sendo esse o objetivo para as tarefas de formulação de problemas em Matemática que propomos.

2.4. PARTICIPANTES

Para esta investigação foram recolhidos dados durante o ano letivo de 2023/2024 de uma instituição de ensino básico pública, situada no distrito de Lisboa, na qual a professora/investigadora realizou a sua prática de ensino supervisionada. Assim, como este estudo assume características de uma investigação-ação, considerámos como participantes os 20 alunos de uma turma de 3.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, a professora/investigadora e a professora cooperante. Neste estudo, embora tenhamos inicialmente considerado os 20 alunos, nem sempre estiveram todos presentes, e alguns alunos não resolveram todas as tarefas planeadas para a proposta de intervenção.

Antes de iniciar a implementação, a investigadora informou a turma sobre o estudo que pretendia realizar e os alunos disponibilizaram-se para participar. A fim de salvaguardar os participantes e garantir o seu anonimato, recorremos somente às iniciais dos seus nomes.

2.4.1. Caracterização da instituição

O estabelecimento de ensino onde realizámos a prática de ensino supervisionada e sobre o qual incide o estudo é considerado, com o equipamento escolar municipal, de maior dimensão do concelho e foi inaugurado no dia 8 de setembro 2013. Com capacidade para 437 crianças e alunos, a instituição de ensino, concentra todos as crianças da educação pré-escolar e alunos do 1.º ciclo do ensino básico da respetiva freguesia, proporcionando excelentes condições de aprendizagem e estadia.

A instituição de ensino divide-se em três espaços distintos: um destinado ao 1.º CEB e Centro de Apoio à Aprendizagem com a Unidade de Multideficiência e Unidade de Autismo, outro à educação pré-escolar e ainda um terceiro a espaços de apoio comuns.

Designado para a educação pré-escolar, estão disponíveis seis salas de atividade, duas salas de prolongamento, instalações sanitárias, vestiários, arrecadações, zona de circulação e uma área de recreio. Para o 1.º CEB e Centro de Apoio à Aprendizagem com a Unidade de Multideficiência e Unidade de Autismo são disponibilizadas doze salas de aula, seis áreas para expressão plástica, instalações sanitárias, uma sala de educação musical, zonas de circulação e arrecadações.

Quanto às áreas de apoio comum, fazem parte um vasto conjunto de espaços como uma cozinha, um refeitório/sala polivalente, um gabinete médico, uma sala de docentes, uma sala de não docentes, um gabinete para a coordenação do estabelecimento de ensino, instalações sanitárias, uma sala de reuniões, uma biblioteca/centro de recursos, um ginásio e balneários.

2.4.2. Caracterização da turma

O grupo atual é composto por 22 estudantes, dos quais 9 são do género feminino e 13 do género masculino, sendo a faixa etária maioritariamente, de 8 anos (18 alunos) e os restantes têm 9 anos. Dois alunos têm nacionalidade brasileira e outros dois têm nacionalidade ucraniana, sendo a restante turma de nacionalidade portuguesa.

Dentro da turma, existem dois alunos matriculados que não frequentam regularmente as aulas devido a apresentarem necessidades específicas muito acentuadas. Além disso, alguns alunos recebem apoio terapêutico, totalizando sete, dos quais seis recebem assistência psicológica e terapia da fala, enquanto apenas um aluno recebe apoio exclusivo de terapia da fala. As necessidades de educação especial variam entre casos de alunos com hiperatividade e défice de atenção, mutismo seletivo, autismo e dislexia. Na turma, há também um aluno com surdez, exigindo que a professora utilize um dispositivo de amplificação sonora pessoal para garantir que o aluno mantenha a atenção no que está sendo solicitado.

Em relação à turma, existindo uma complexidade em conexão às peculiaridades dos alunos, elaboramos a Tabela 5, onde é demonstrado as suas potencialidades e fragilidades nas áreas curriculares, sendo que a falta de autonomia, leva a perdas de interesse na realização das tarefas. Em termos de comportamento, é um pouco agitada e conversadora, o que dificulta o decorrer das aulas. Contudo, nenhum aluno tem classificação negativa em qualquer área curricular. A avaliação é formativa e, para cada conteúdo/tema de aprendizagem, é realizada uma questão-aula. O objetivo desta avaliação é acompanhar a evolução do aluno e fornecer *feedback* contínuo, em vez de apenas atribuir uma nota final, sendo que a turma tem alunos que estão assinalados para a realização de avaliações diferenciadas e este tipo de avaliação permite à professora titular uma maior flexibilidade e adequabilidade neste tipo de avaliação (os testes diferenciados).

__Tabela 5__ - Potencialidades e fragilidades da turma

Área	Potencialidades	Fragilidades
Matemática	• Cálculo mental; • Raciocínio matemático.	• Algoritmo da subtração. • Tabuadas; • Interpretação de problemas. • Resolução de problemas matemáticos; • Análise crítica.
Estudo do Meio	Interesse e curiosidade pelos conteúdos	• Pouco conhecimento científico; • Dificuldades em exprimir ideias; • Uso de conceitos científicos no discurso.
Português	• Gosto pela leitura; • Gosto pela apresentação de textos livres.	• Interpretação de textos; • Recolha de informação pertinente; • Produção de textos • Utilização de sinais de pontuação.
Competências sociais	Pontualidade; Assiduidade; Prestativos com os colegas; Curiosos e participativos.	• Falta de organização e de hábitos de estudo; • Regras de sala de aula. • Esperar pela sua vez para falar; • Manter o silêncio durante o trabalho.

Em termos socioeconómicos a turma pertence a um nível médio-baixo, tendo em conta que uma parte das famílias apresentam dificuldades financeiras e a outra parte dos familiares apresenta um curso superior e exerce-o na sua profissão.

2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS

Este estudo, situado no paradigma interpretativo, foca-se na compreensão e interpretação dos conhecimentos, valorizando a perspetiva dos participantes, ou seja, visa compreender e interpretar o desenvolvimento do tema investigado. Para isso, realizou-se uma recolha de dados de forma sistemática, objetiva e rigorosa, isto é, que a recolha de dados foi feita de forma metódica e precisa, garantindo a objetividade e o rigor necessários para a concretização deste estudo. Os instrumentos utilizados para a recolha dados incluíram observação, diário de bordo, conversas informais, recolha documental e protocolos dos alunos. Para Bogdan e Biklen (1994), a adoção da triangulação dos dados provenientes dessas diferentes fontes e perspetivas é um critério essencial para alcançar uma compreensão mais sólida e válida do fenómeno em análise, sendo que Cohen, Manion e Morrison (2007) e Patton (1990), afirmam que esta é a forma de conseguir mais qualidade numa investigação interpretativa.

2.5.1. Observação

A observação desempenha um papel crucial no *design* de investigação-ação, sendo o instrumento mais frequente e que reflete diretamente o que é mais observado e depois registado no diário de bordo. Essa observação é, principalmente, conduzida de forma participante, dado o envolvimento ativo do investigador na ação (Cohen et al., 2001). Assim, a observação participante é definida como uma "estratégia que envolve, pois, não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do investigador na situação estudada" (Lüdke & André, 2005, p. 28).

Dentro das várias técnicas de pesquisa qualitativa, a observação direta e participante é aquela que mais eficazmente atende à recolha dos dados necessários neste estudo, uma vez que é através dela "que o investigador procede diretamente à recolha das informações" (Quivy & Campenhoudt, 2003, p. 156). Neste tipo de observação, o investigador experimenta as situações em primeira mão e regista os eventos conforme a sua própria perspetiva (Sousa & Baptista, 2014). Esta abordagem conecta diretamente o investigador aos alunos em estudo, possibilitando uma compreensão detalhada do que pensam sobre determinado assunto ou das suas ações em certas circunstâncias. A partir da observação, o investigador consegue aceder às perspetivas dos participantes e compreender as razões que motivaram as reações observadas e o seu significado num dado momento (Yin, 1989, citado por Barbosa, 2009).

Nesta investigação, a observação foi realizada durante toda a investigação, sem alterar o ambiente no qual eram desenvolvidas as tarefas e registado no diário de bordo, complementados com os registos dos alunos, fotografias e áudio.

2.5.2. Diário de bordo

Indubitavelmente, o diário de bordo (DB) desempenha um papel fundamental no processo de investigação. É a ferramenta utilizada para questionar e refletir, permitindo também a construção de conhecimentos a partir das experiências passadas e das expetativas futuras. Por isso, as anotações nos diários "exige certa disciplina e empenho do autor, de modo que este olhe para os factos com olhar inquieto, escreva fazendo uma leitura crítica dos acontecimentos e reflita sobre sua atuação" (Halmann, 2007, p.168). Na visão de Bogdan e Biklen (1994), para que um estudo qualitativo seja bem-sucedido, é crucial que o investigador observe e registe sistematicamente, procurando manter a objetividade na medida do possível.

Com efeito o diário de bordo é um registo das atividades diárias e de todos os detalhes relevantes que delas decorrem, como as formas de atuação dos alunos, as suas interações, bem como a forma como expressam as suas perceções, sendo que o mencionado oferece a oportunidade de refletir sobre a intencionalidade de cada tarefa proposta com a ajuda das fotografias, vídeos e conversas informais, que também foram incluídas no DB deste estudo.

2.5.3. Conversas informais

As conversas informais envolvem a recolha de dados por meio de interações e ações entre pessoas durante um período específico. Patton (2002) citado por Mendes (2012) argumenta que as mesmas "Baseiam-se em questões que surgem, naturalmente, da interação entre as pessoas, muitas vezes no decurso da recolha de dados, durante a observação participante" (p.168). Patton (2015) realça ainda que as conversas informais representam uma maneira eficaz de apropriar entendimentos contextuais e compreender os significados atribuídos pelos participantes. Ele também destaca que tais conversas possibilitam aos investigadores obter informações detalhadas e imprevistas.

No decorrer da investigação foram conduzidas conversas informais para capturar as opiniões de todos os envolvidos, resultando numa compreensão mais aprofundada e uma adaptação mais eficaz à realidade da pesquisa em curso, sendo estas registadas no DB.

2.5.4. Recolha documental

De acordo com Oliveira (2006) citado por Machado (2014), "Os documentos proporcionam um leque de informações relevantes para as questões de investigação e, como tal, para a compreensão do caso" (p. 151). De acordo com Lüdke e André (2005), esta recolha documental permite-nos aceder a documentos sempre que necessitarmos.

Nesta investigação foi considerada como recolha documental o projeto educativo da escola, os registos individuais e o projeto curricular, sendo registados no DB.

2.5.5. Protocolos dos alunos

Dado que esta pesquisa se concentra no progresso dos conhecimentos, capacidades e competências dos alunos, é essencial analisar os registos destas (Machado, 2014). Esses registos englobam todas as tarefas realizadas pelos alunos sobre a formulação de problemas de Matemática, elaboradas individualmente. A análise cuidadosa desses materiais permitiu compreender e acompanhar o progresso dos alunos ao longo de todo o processo de intervenção.

2.6. PROCEDIMENTOS

Os procedimentos são constituintes essenciais de uma investigação, pois coadjuvam a alcançar os objetivos específicos, estando relacionados à recolha de dados e à subsequente análise (Quivy & Campenhoudt, 1998). Portanto, é crucial recolher os dados primeiro e, em seguida, proceder à sua análise (Amado, 2017). Por isso, iremos explicitar quais os procedimentos de recolha de dados, os procedimentos de tratamento e análise de dados e a proposta de intervenção elaborada para este estudo.

2.6.1. Procedimentos de recolha de dados

A recolha de dados foi realizada ao longo de cinco sessões compreendidas entre janeiro e março de 2024. Durante as mesmas, utilizou-se a observação direta e participante com o objetivo de complementar ou validar as informações obtidas nas conversas informais. Os resultados dessa observação foram registados no DB, que inclui informações fornecidas pela professora, dados da observação de algumas aulas e dos trabalhos dos alunos, notas sobre a realização de algumas conversas informais com os participantes e reflexões da professora/investigadora. As aulas de implementação das tarefas da proposta foram gravadas em áudio. Durante a proposta didática, foram criadas situações para resolução e formulação de problemas individuais e posteriormente discussão em grupo, com um enfoque diversificado e motivador. Isso incentivou o espírito da pesquisa, criatividade, gosto pela Matemática, bem como a autonomia e cooperação, conforme defendido por Palhares (2004). Na Tabela 6 podemos ver como foram organizadas as sessões.

***Tabela 6** - Calendarização dos momentos de recolha de dados*

Roteiro	Datas
1ª Parte da proposta didática	
3 tarefas de resolução de problemas; 1 tarefa de formulação de problema	24-01-2024
1 tarefa de resolução de problema; 1 tarefa para formulação de problema; Discussão.	21-02-2024
2ª Parte da proposta didática	
3 tarefas para formulação de problemas com cálculos dados; Discussão.	28-02-2024
2 tarefas para formulação de problemas através de imagem Discussão.	6-03-2024
3ª Parte da proposta didática	
2 tarefas de formulação de problemas livre; Discussão	20-03-2024

2.6.2. Procedimentos de tratamento e análise de dados

Após a recolha de dados, procede-se a análise dos dados obtidos, devido à abundância de informações descritivas, "que necessita de ser organizada e reduzida por forma a possibilitar a descrição e interpretação do fenómeno em estudo" (Coutinho, 2011, p. 192), procurando-se encontrar "regularidades nos dados que justifiquem uma categorização" (Coutinho, 2011, p. 192). O mesmo autor, menciona que o paradigma qualitativo apresenta, geralmente, muita informação que torna imperativo "selecionar aquela que tem maior importância e que seja mais relevante para dar resposta às questões da investigação" (Coutinho, 2011, p. 107). Segundo Merriam (1998) citado por Machado (2014), para a análise dos dados é proposto três níveis: organizar "cronologicamente e/ou por tópicos"; classificar "sistematicamente os dados de acordo com as categorias, temas ou tipos", e por último que realizar a análise que "envolve a realização de inferências e desenvolvimento de uma teoria" (p.154).

Deste modo, temos como objeto de análise todas as tarefas realizadas pelos alunos, como também todas as conversas informais, reflexões da professora/investigadora e as transcrições dos áudios.

2.6.3. Proposta de intervenção

A proposta de intervenção para este estudo consiste na implementação de tarefas matemáticas e está dividida em três partes e agrupa diferentes propostas de resolução e formulação de problemas de Matemática, estando relacionadas com as operações de adição e subtração com números naturais (ver Anexos I, II e III).

Na primeira parte aplicou-se uma tarefa de avaliação inicial das aprendizagens dos alunos em relação a vários conhecimentos matemáticos explorados durante esse ano letivo na perspetiva da resolução de problemas, para perceber quais as fragilidades que os alunos apresentavam na resolução de problemas e, posteriormente na formulação de problemas. Foi constituída por quatro tarefas de resolução de problemas e duas de formulação de problemas.

Na segunda parte tivemos como objetivo fomentar a formulação de problemas através de uma operação ou imagem; e promover a discussão de ideias e o desenvolvimento do pensamento crítico sobre os enunciados dos colegas. Nesta parte foram aplicadas três tarefas de formulação de problemas para uma operação dada previamente e duas tarefas para a formulação de problemas tendo em conta uma imagem de uma quinta e uma imagem com três relógios, cada um com uma hora diferente.

Na terceira e última parte da proposta didática, cada aluno teve de elaborar dois enunciados livres e que, seguidamente, apresentassem também, a sua resolução.

Após a realização das tarefas em cada sessão é realizada uma discussão e avaliação das mesmas, por parte dos alunos.

CAPÍTULO III

RESULTADOS

Considerando que esta investigação visa compreender como uma turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB formula problemas de Matemática, este capítulo apresentará a análise dos dados recolhidos durante a proposta didática.

Primeiramente, serão analisadas as resoluções realizadas na primeira parte da proposta, assim como as duas tarefas de formulação de problemas. Em seguida, serão avaliadas as tarefas de formulação de problemas com estratégia semiestruturadas e estratégia aceitando os dados. Por fim, serão analisadas as formulações de problemas com recurso a estratégia livre, ou seja, sem dados, imagens ou qualquer outra informação.

3.1. ANÁLISE DA PRIMEIRA PARTE DA PROPOSTA DIDÁTICA – RESOLUÇÃO E FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS.

Nesta primeira análise tratou-se de compreender quais os conhecimentos matemáticos que os alunos detinham, assim como as potencialidades e as fragilidades que os alunos apresentam na resolução e na formulação de problemas e formulação. Esta primeira parte foi constituída por quatro tarefas de resolução de problemas e duas de formulação de problemas.

3.1.1. – 1.ª Tarefa

A primeira tarefa, como podem ver na Figura 2, trata-se de uma resolução de um problema só de um passo, ou seja, os alunos teriam de recorrer apenas a uma operação de subtração.

Figura 2 - *Enunciado da 1.ª Tarefa*

1ª Tarefa

Observa a figura, lê o enunciado e resolve o problema.

O Constantino tem uma caderneta de cromos sobre os transportes. Esta é a última página.

O Constantino já colocou 958 cromos.

Quantos cromos precisa ainda o Constantino para completar a caderneta?

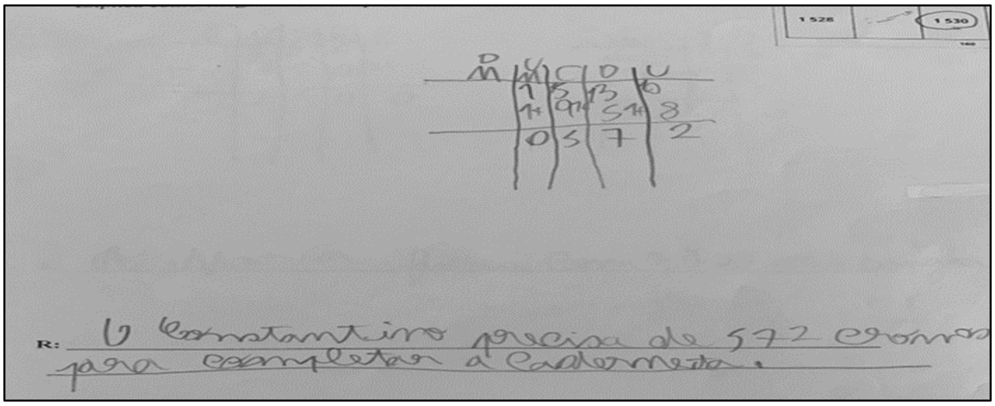
Explica como chegaste à tua resposta.

Esta tarefa pretendia que os alunos conseguissem determinar quantos cromos faltavam para completar a caderneta. A resolução proposta é:1530 - 958 = 572. Antes de os alunos realizarem a tarefa, foi efetuada a leitura pela professora/investigadora oralmente, frisando a parte inicial do enunciado **observa a figura**, para que os alunos retirassem os dados da quantidade de cromos que a caderneta levava, ou seja, 1530.

Na resolução deste problema, estiveram presentes 19 alunos, sendo que apenas 9 conseguiram chegar ao pretendido, 1 resolveu parcialmente (só resposta), 1 adotou a operação correta, mas o cálculo foi errado, 1 não conseguiu atingir o objetivo e 7 alunos não fizeram.

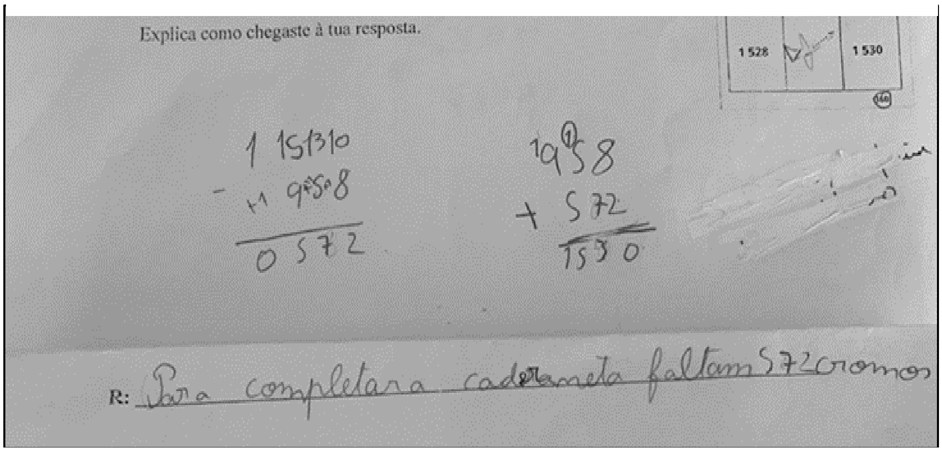
Na Figura 3 podemos observar a resolução correta do problema com recurso à divisão por classes para a orientação da posição correta dos numerais, reconhecendo como tal o seu valor posicional, ou seja, subtrair unidade com unidade, dezena com dezena, e assim sucessivamente.

Figura 3 - *Resolução realizada pelo aluno V*



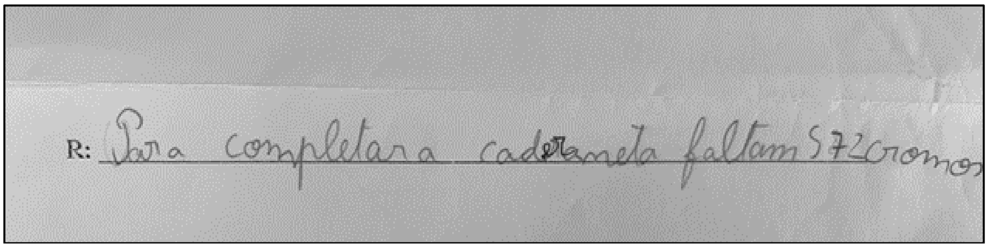
Na Figura 4, a aluna CA resolveu corretamente o problema, tendo recorrido à adição como verificação de resultado, mostrando o conhecimento de que a adição é a operação inversa da subtração, ou seja, a aluna sabe que se adicionar a diferença com o seu subtrativo obtém o aditivo, verificando, assim, se o resultado está correto.

Figura 4 - *Resolução realizada pela aluna CA*



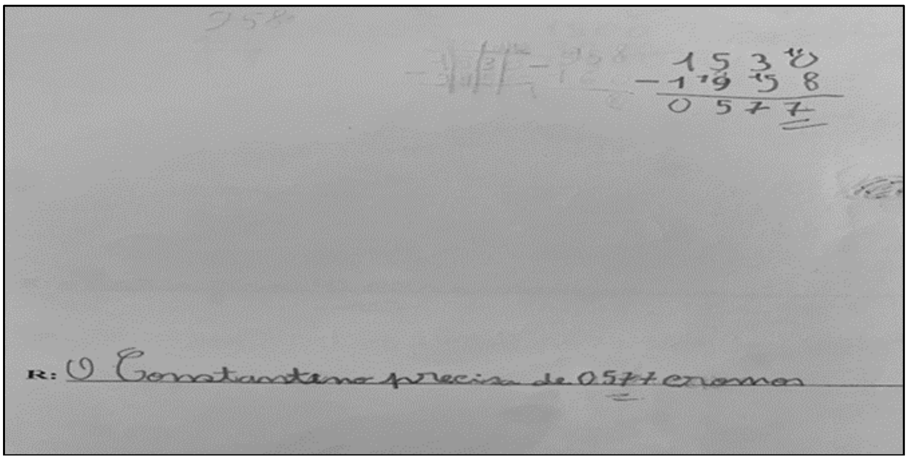
Outro exemplo de resolução desta tarefa, foi o FI que apenas apresentou o resultado correto, ou seja, a resposta, como podemos verificar na Figura 5. Quando questionado sobre como chegou à resposta, o aluno não se mostrou capaz de demonstrar o seu raciocínio.

Figura 5 - *Resolução do aluno FI*



Já na Figura 6, podemos observar que a aluna LI, embora o seu raciocínio fosse o adequado, pois optou pela subtração, não conseguiu realizar a mesma corretamente, por uma questão de cálculo errado.

Figura 6 - *Resolução realizada pela aluna LI*

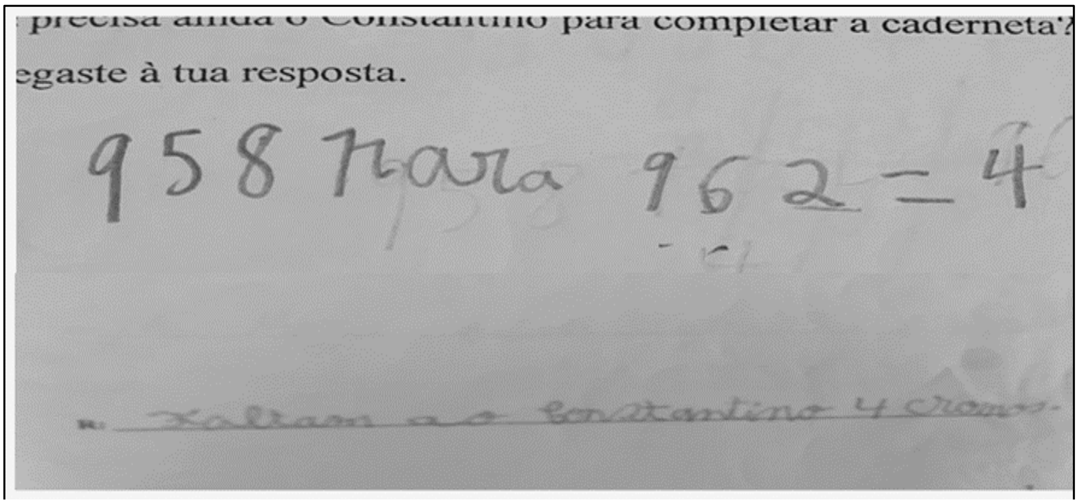


Por último, apresenta-se uma resolução não conseguida pelo aluno B (Figura 7). O aluno contou os espaços que faltavam na página e adicionou-os aos cromos que o Constantino, pelo que não conseguiu perceber a informação disponibilizada no enunciado. Quando questionado sobre a sua resolução respondeu:

> B – Então contei os que faltavam na página e depois que eram 4 e depois fiz 958 para 962 é igual a quatro.
>
> Professora/investigadora – Onde foste buscar o número 962?
>
> B – Então se o Constantino tinha 958 e faltavam 4 cromos aqui na página, dá 962.
>
> Professora/Investigadora – Leste o enunciado corretamente?
>
> B – Sim li, mas parece que o meu está errado…

(DB, 24 de janeiro, 2024)

__Figura 7__ - Resolução não conseguida pelo aluno B



3.1.2. – 2.ª Tarefa

A Tarefa 2 (ver Figura 8) teve como objetivo resolver um problema de dois passos, trabalhando em simultâneo a adição e subtração.

__Figura 8__ - Enunciado da 2.ª Tarefa

2ª Tarefa

A Maria recebeu dos avós uma caixa com 1500 missangas.

A Maria juntou-as à sua coleção de 3000 missangas. Mais tarde, resolveu oferecer 700 à sua melhor amiga. Com quantas missangas ficou a Maria?

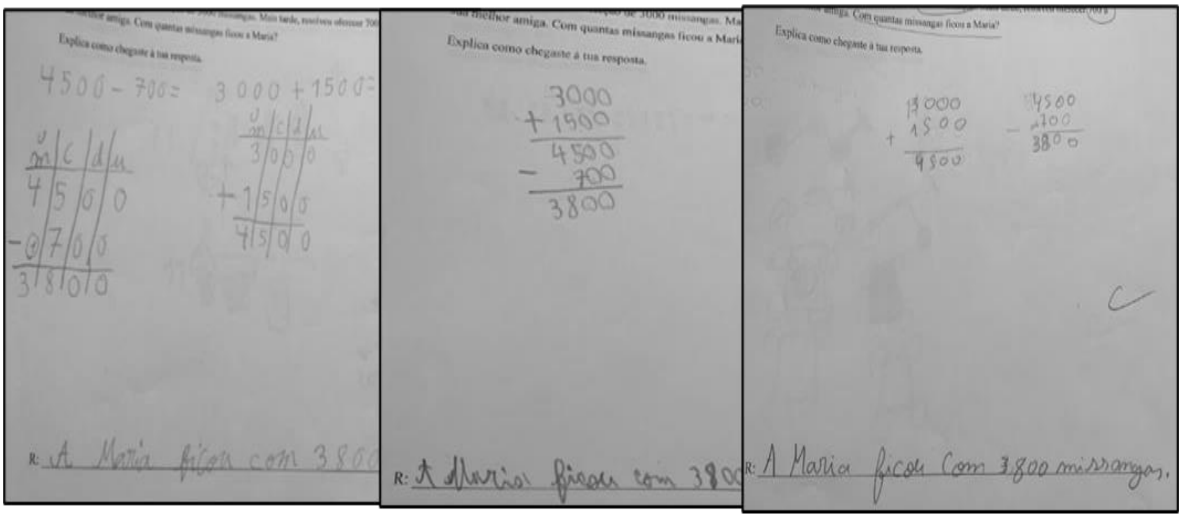
Explica como chegaste à tua resposta.

Como proposta de resolução, os alunos teriam que primeiro adicionar as missangas que a Maria já tinha com as que recebeu da avó, $1500 + 3000 = 4500$. De seguida, à soma obtida tinham de subtrair as missangas que a Maria tinha oferecido $4500 - 700 = 3800$, obtendo assim o resultado pretendido.

Nesta tarefa, 10 alunos responderam corretamente ao pretendido, 2 alunos conseguiram apenas realizar a primeira parte da resolução corretamente, 1 aluno deu a resposta errada e outro não deu a resposta. Nesta tarefa, apenas 5 alunos dos 19 que a realizaram, não conseguiram resolver.

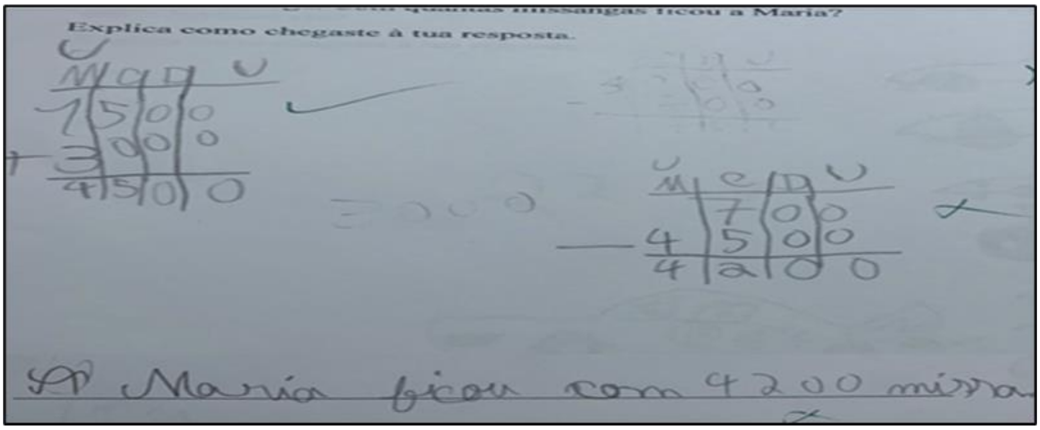
Como podemos observar na Figura 9, existiram três estratégias de resolução semelhantes, mas diferentes em termos de apresentação do raciocínio. O aluno B (imagem mais à esquerda), recorre, ainda, à esquematização do algoritmo colocando a informação por classes para orientação dos valores posicionais. No entanto, parece ter começado por escrever uma expressão horizontal com os números indicados no problema e, em seguida, transpõe esses dados para uma representação vertical. Ao centro, o aluno AD apenas apresenta uma representação vertical dos dois cálculos que o conduz à solução. Por fim, na resolução da direita, a aluna CA utilizou também a representação vertical, mas diferenciando as duas operações, tal como o aluno B, ou seja, colocando o algoritmo da adição e, posteriormente, ao lado realizou o algoritmo da subtração, obtendo no final a resposta ao problema. Nos três exemplos apresentados, os alunos iniciaram a resolução pela adição do que já tinha com o que recebeu e, de seguida, com o resultado dessa adição foram subtrair o valor que foi oferecido, obtendo assim o resultado pretendido.

Figura 9 *- Resolução correta da tarefa pelos alunos B, AD e CA, respetivamente*



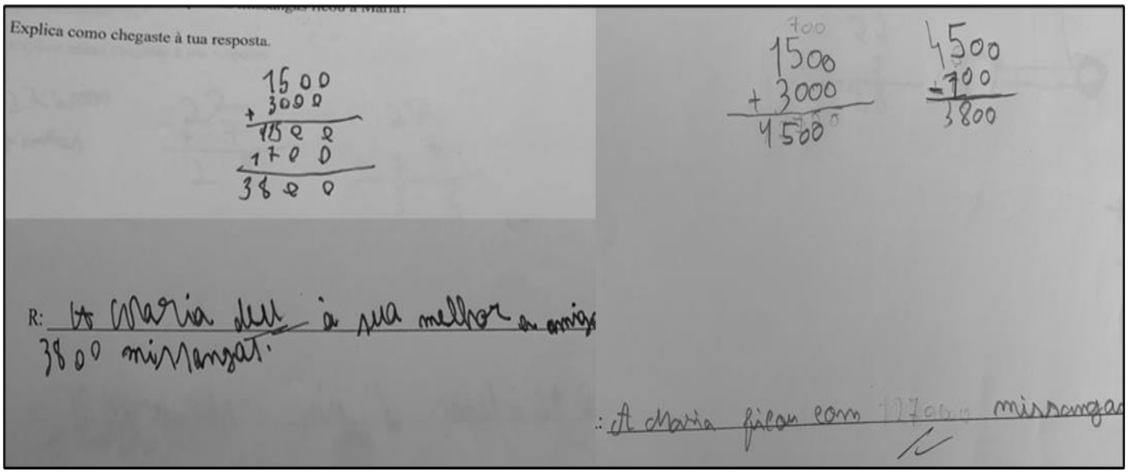
Na Figura 10 temos um exemplo de um desempenho desadequado, pois, embora conseguisse identificar as operações que eram pretendidas, não colocou corretamente o aditivo e o subtrativo. Esta dificuldade ou falta de conhecimento de que o aditivo é sempre maior do que o subtrativo pode estar associado à falta de noção do sentido de número.

Figura 10 - *Resolução do aluno LE da 2.ª tarefa*



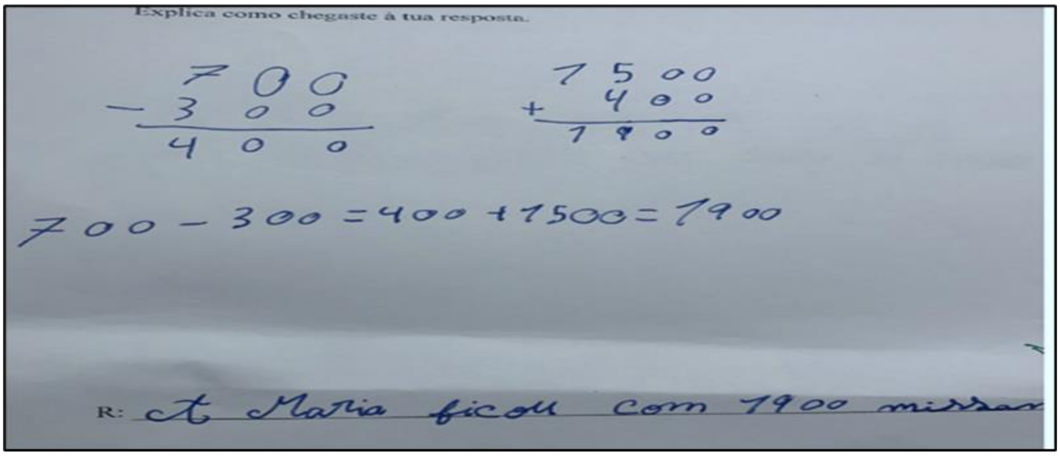
Como resolução sem resposta ou resposta errada, podemos observar na Figura 11 as duas situações encontradas nesta tarefa. Na resolução do lado direito, o aluno DU conseguiu efetuar os cálculos corretamente na vertical, mas esqueceu-se de colocar a quantidade na resposta, talvez por esquecimento pois nota-se que apagou dados que estavam errados. Já na resolução da esquerda, a aluna J escolheu mal o verbo, ou seja, era perguntado "com quantas Missangas ficou" e a aluna respondeu "Cheguei à conclusão que a Maria **deu** 3800 missangas", sendo a resposta considerada incorreta, mas a estratégia de resolução correta.

Figura 11 - *Resposta à resolução dos alunos DU e J, na 2.ª tarefa*



A resolução da aluna P, na Figura 12, evidencia um exemplo de uma resolução não conseguida. A aluna tinha conhecimento das operações que deveria realizar e qual a ordem, mas retirou um dado errado do enunciado, talvez por distração. Contudo, a aluna realizou o algoritmo na vertical, tendo, posteriormente, efetuado na horizontal realizando, de forma incorreta, a escrita no processo de resolução.

Figura 12 - *Resolução realizada pela aluna P*



3.1.3. - 3.ª Tarefa

Na terceira tarefa (Figura 13), o objetivo foi trabalhar a estratégia de resolução por tentativa e erro, uma vez que o objetivo era perceber quais a estratégias que os alunos usam na resolução deste tipo de problemas

Figura 13 - *Enunciado da 3.ª tarefa*

3ª Tarefa

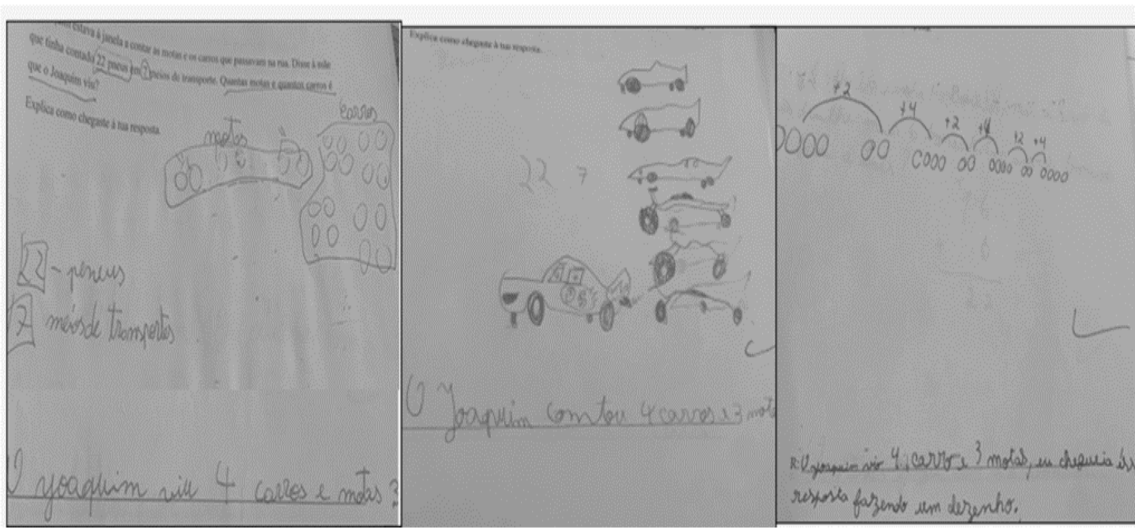
O Joaquim estava à janela a contar as motas e os carros que passavam na rua. Disse à mãe que tinha contado 22 pneus em 7 meios de transporte. Quantas motas e quantos carros é que o Joaquim viu?

Explica como chegaste à tua resposta.

Será previsível que os alunos na resolução deste problema usassem várias representações (icónicas e simbólicas). Nesta tarefa, dos 19 alunos que a realizaram, 7 conseguiram chegar ao resultado, 3 colocaram as respostas erradas e 9 não conseguiram resolver o problema, talvez por não estarem familiarizados com este tipo de problemas. Para a realização desta tarefa, os alunos recorreram todos a representações icónicas e simbólicas, sendo que alguns as associaram.

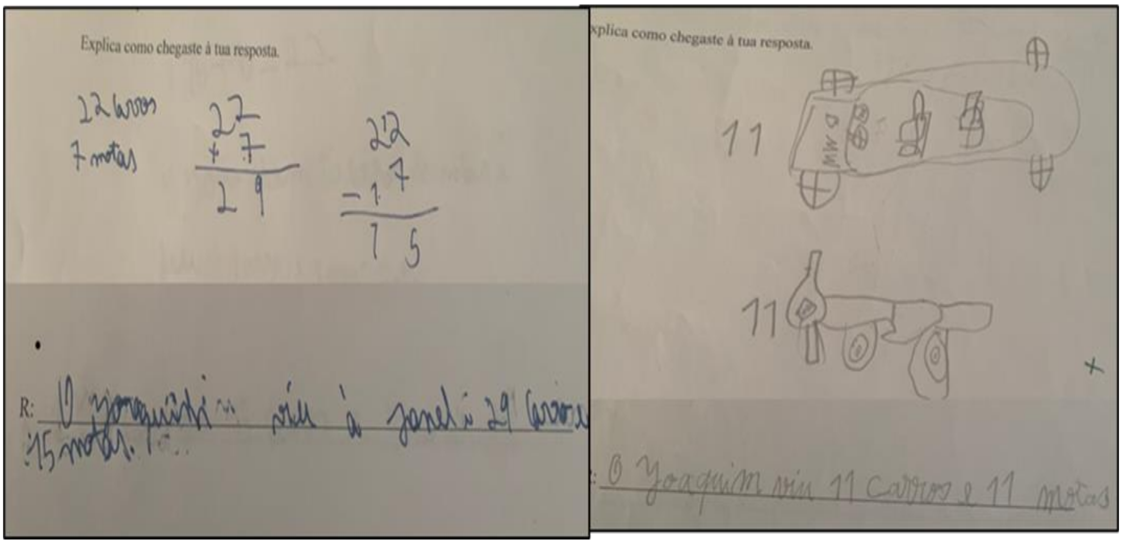
As resoluções corretamente apresentadas, acabaram por terem todos os mesmos resultados, ou seja, as respostas foram de 4 carros e 3 motas, como podemos verificar na Figura 14. No entanto, a forma de como resolveram o problema foi diferente. Na resolução da esquerda a aluna CO, utilizou a representação icónica com recurso a conjuntos de círculos (pneus), sendo representativo das motas e outro dos carros, recorrendo posteriormente à contagem dos carros e motas. Na resolução do centro da figura, o aluno LO, realizou a sua resolução com o auxílio da representação icónica real, ou seja, desenhou os veículos em questão para conseguir encontrar a resposta possível, sendo que este sabia que tinha 22 pneus para 7 meios de transporte. Já a aluna P, além da representação icónica usou em associação a representação simbólica, ao usar a sequência de +2 e +4 intercaladas, sendo que esse intercalar é referente à quantidade de pneus por motas e depois por carros, contando posteriormente quantos grupos formou de cada, chegando como tal à sua resposta.

Figura 14 *- Resolução dos alunos CO, LO e P, respetivamente*



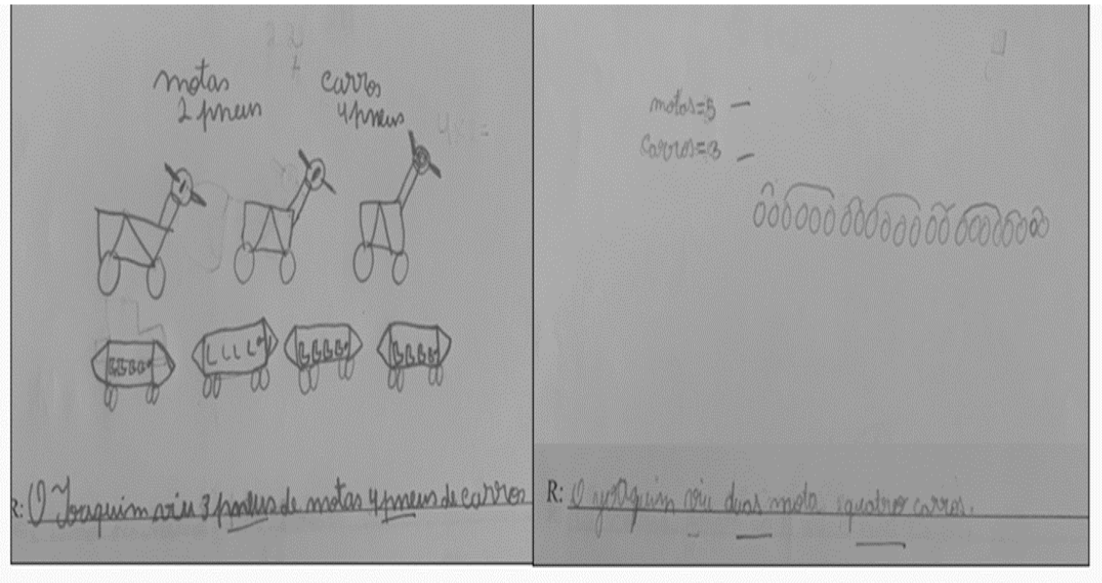
Na resolução para este problema, os alunos B e LU, não conseguiram atingir os objetivos, como podemos verificar na Figura 15. Na forma de representação simbólica o aluno LU não conseguiu chegar à sua resolução porque adicionou o número de pneus ao número de meios de transporte e, posteriormente, fez a operação inversa, não conseguindo o mesmo resultado. Este exemplo evidencia uma situação recorrente na resolução de problemas: a utilização sem sentido dos dados do problema. No lado direito, o aluno B recorreu à representação icónica ao desenhar os dois veículos em questão, mas dividindo mentalmente o número de pneus para cada veículo, ou seja, 11 pneus para os carros, sendo que cada carro tem 4 e 11 pneus para as motas, sendo que cada uma tem 2. Em ambos os casos, os alunos não perceberam o que era pedido.

Figura 15 *- Resolução da tarefa dos alunos LU e B, respetivamente*



No exemplo da Figura 16, as alunas LI e J, embora tenham utilizado uma estratégia de resolução adequada através da representação icónica, na resposta a aluna Li respondeu que eram 3 pneus de mota e 4 pneus de carros. Já a aluna J respondeu que eram duas motas e quatro carros. Ambas as alunas acabaram por ter apenas parte da tarefa correta, pois o seu raciocínio estava certo.

Figura 16 *- Resolução das alunas LI e J da 3.ª tarefa*



3.1.4. - 4.ª Tarefa

Esta tarefa consistia na elaboração de um enunciado para um problema com a expressão numérica mais adotada na tarefa anterior (ver Figura 17). A formulação de um problema nesta tarefa teve mais êxito do que a resolução dos problemas, uma vez que 12 dos 19 alunos que fizeram esta tarefa conseguiram elaborar um enunciado que fosse percetível para os colegas, embora a incorreção linguística fosse uma constante nos mesmos. Em 2 enunciados faltava a questão do problema e 5 não conseguiram elaborar um enunciado conciso.

Figura 17 *- Enunciado da 4.ª tarefa*

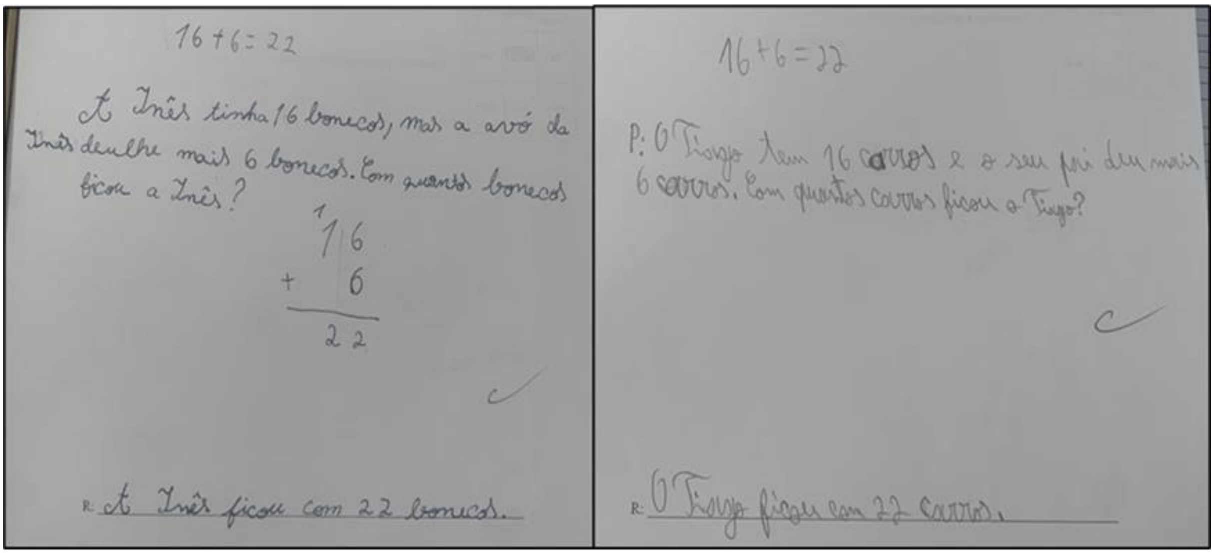
4ª Tarefa

Formular um problema com a alteração dos dados do problema anterior

Elabora um novo enunciado para a expressão numérica da resolução do problema da tarefa anterior, $\boxed{16 + 6 = 22}$

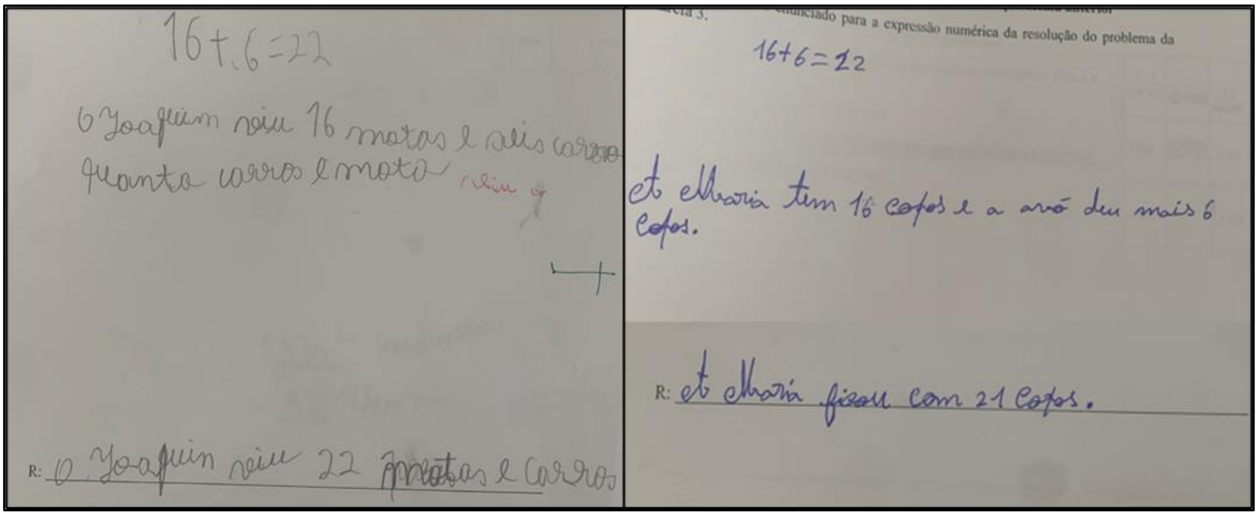
Nos exemplos da Figura 18, podemos ver 2 enunciados elaborados pelos alunos AD e P. A aluna P escolheu o tema das bonecas (lado esquerdo) e completou com o termo "deu-lhe mais" dando-lhe o *sentido* de adicionar. Em relação ao exemplo do AD, usou o tema do enunciado anterior (carros), usando também o *sentido* de adicionar. Ambos os enunciados foram ajustados à informação dada.

Figura 18 **-** *Enunciados formulados pelos alunos P e AD*



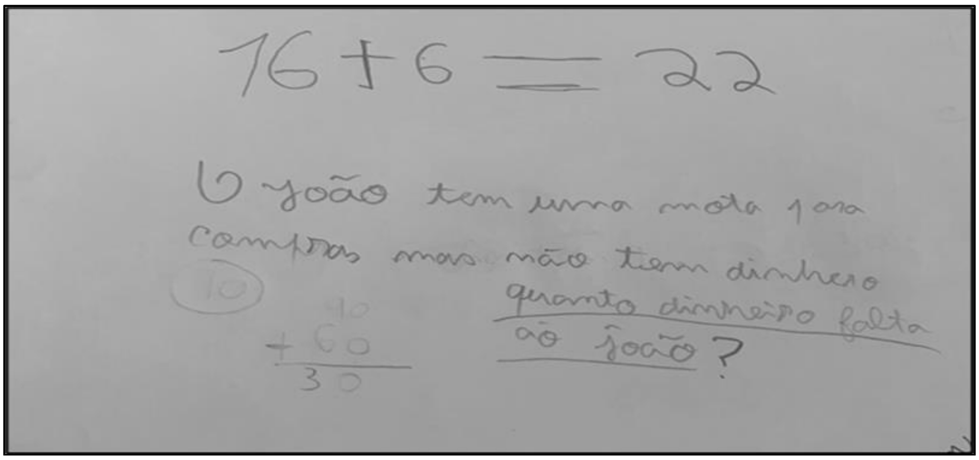
Nos exemplos da Figura 19, podemos ver os 2 enunciados aos quais faltava a questão do problema dos alunos DA e NA. O aluno DA usou o *sentido* de combinar para o cálculo dado e usou o mesmo tema do enunciado anterior (carros). Já a aluna NA usou o *sentido* de acrescentar, usando um tema diferente dos colegas (copos).

Figura 19 **-** *Enunciados dos alunos DA e NA*



Na Figura 20, podemos ver 1 exemplo do enunciado do aluno DU que não corresponde ao que foi pedido, ou seja, não apresenta dados suficientes para que se considere um problema, em relação ao que foi pedido.

Figura 20 *- Enunciado formulado pelo aluno DU*



3.1.5. - 5.ª Tarefa

Figura 21 *- Enunciado da 5.ª tarefa*

A mãe do Martim e da Filipa foi ao supermercado e comprou 15 maçãs, uma dezena de laranjas, meia dúzia de ameixas e cinco peras. Quantas peças de fruta comprou no total.

Na tarefa cinco, voltamos à resolução de problemas como podemos ver na Figura 21. Nesta tarefa os alunos teriam de retirar os dados que estavam descritos em linguagem natural para descobrir qual o total das peças de fruta tinham comprado. Como proposta de resolução propomos como exemplo a representada na Figura 22.

Figura 22 *- Proposta de resolução para a 5.ª tarefa*

Proposta de resolução

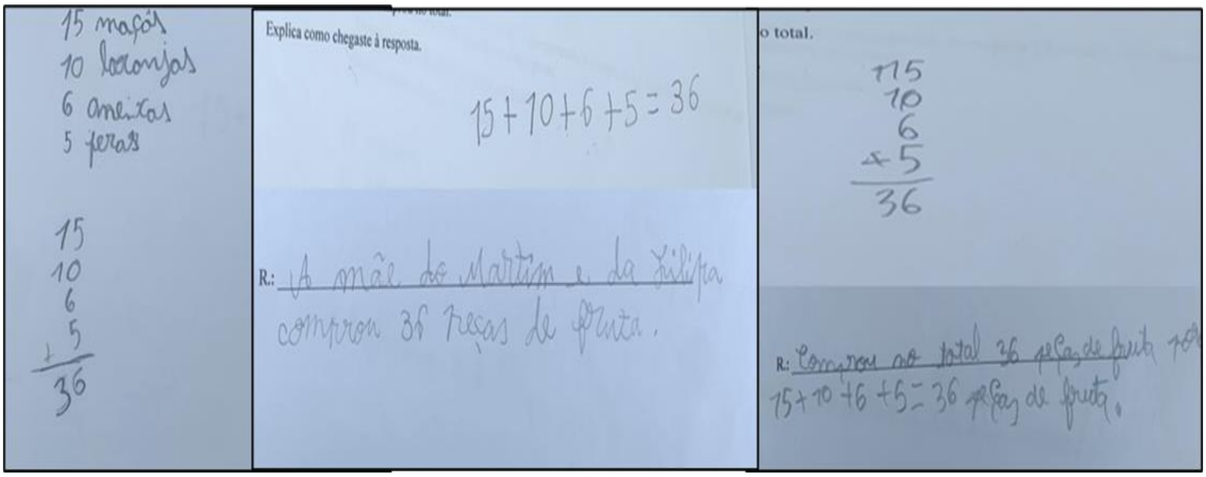
$15 + 10 + 6 + 5 = 36$

R: Comprou no total 36 peças de fruta.

Na realização desta tarefa alguns alunos manifestaram dificuldades na interpretação de todos os dados, ou porque não se lembravam da quantidade de "uma dezena" e "meia dúzia" ou por não considerarem o valor relativo às peras (cinco), por estar em extenso. Contudo 12 dos 19 alunos que realizaram a tarefa conseguiram concretizar a sua resolução com sucesso, tendo 4 alunos a tarefa incompleta por falta de dados, 2 alunos por não ter conseguido traduzir os dados para linguagem simbólica de forma correta o referente a "uma dezena", e 1 aluno por ter colocado a resposta errada.

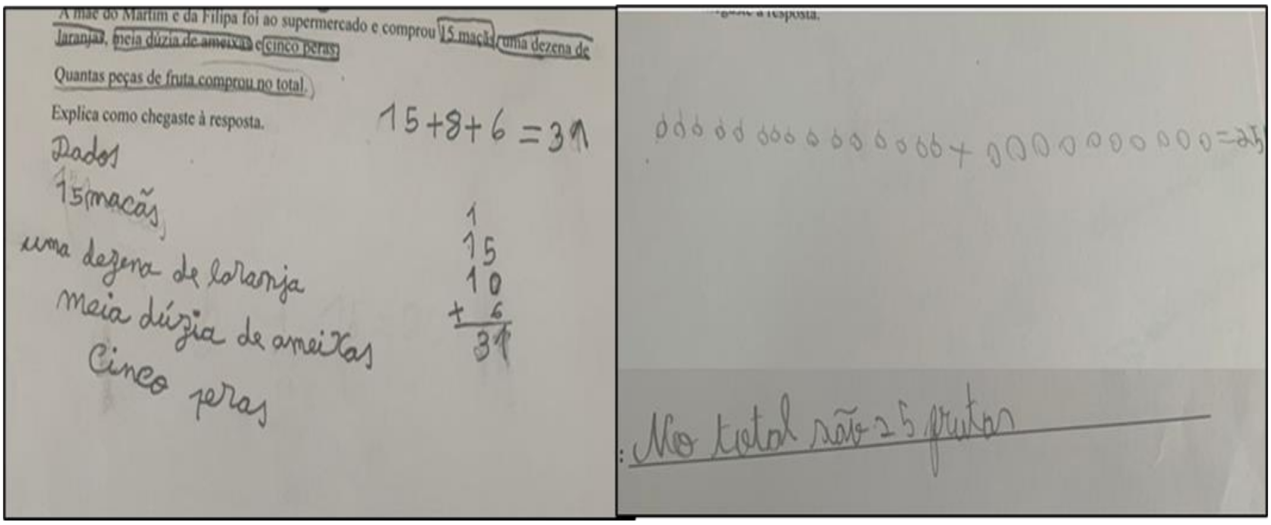
Na Figura 23 encontram-se 3 exemplos de resolução correta. A aluna J na resolução à esquerda optou por primeiro organizar os dados transcrevendo-os todos para a linguagem simbólica, realizando, posteriormente, uma estratégia de resolução aritmética, recorrendo ao algoritmo da adição. Já o aluno B, apesar de recorrer à mesma estratégia de resolução, realizou o cálculo na horizontal, demonstrando o seu raciocínio, tendo efetuado o cálculo mentalmente. Em relação ao aluno G, além de recorrer ao algoritmo na vertical, na sua resposta optou por explicitar o seu raciocínio com recurso ao algoritmo na horizontal.

Figura 23 *- Resolução da 5.ª tarefa pelos alunos J, B e G, respetivamente*



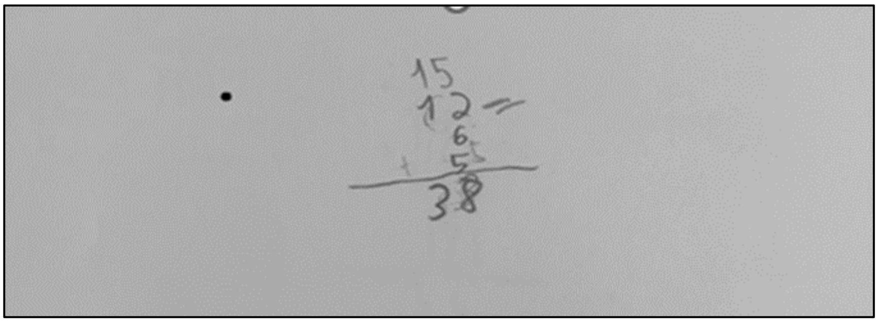
Como exemplo de uma resolução incompleta devido à falta de dados, temos na Figura 24, as resoluções dos alunos S e FI. À esquerda a resolução da aluna S, que embora transcrevesse os dados para a sua organização não os fez em linguagem simbólica, o que deve ter causado o esquecimento do último dado (5 pêras). Contudo mostrou ter conhecimentos na adoção da operação desejada, colocando a mesma na vertical e na horizontal. Já o aluno FI recorreu à representação icónica associada à linguagem simbólica com a colocação do sinal de “+” e “=”. Contudo, como se pode verificar, apenas considerou os dois primeiros dados do enunciado.

Figura 24 *- Resolução da 5.ª tarefa dos alunos S e FI*



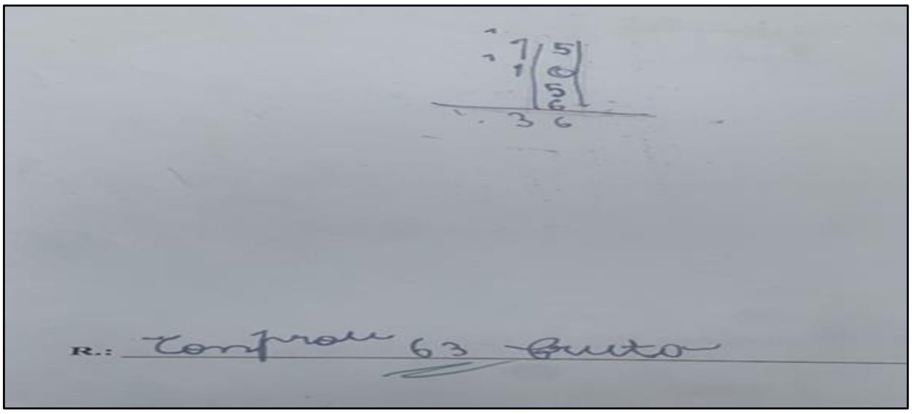
Seguidamente, na Figura 25, temos o exemplo de uma resolução em que a tradução para linguagem simbólica de um dado do problema foi realizada de forma incorreta – “uma dezena” - o que levou aos alunos 2 alunos obterem o seu resultado incorreto. No entanto, demonstraram conhecimento da operação a ser realizada, adotando o algoritmo na vertical.

Figura 25 *- Resolução do aluno DU da 5.ª tarefa*



Para o exemplo de um raciocínio correto e uma resposta errada temos o da Figura 26. O aluno DA resolveu o problema como era esperado, no entanto, ao transcrever o resultado para a resposta alterou a posição dos números. Esta troca pode estar associada à característica específica deste aluno, ou seja, a dislexia.

Figura 26 **-** *Resolução da 5.ª tarefa do aluno DA*



3.1.6. - 6.ª Tarefa

Figura 27 **-** *Enunciado da 6.ª tarefa*

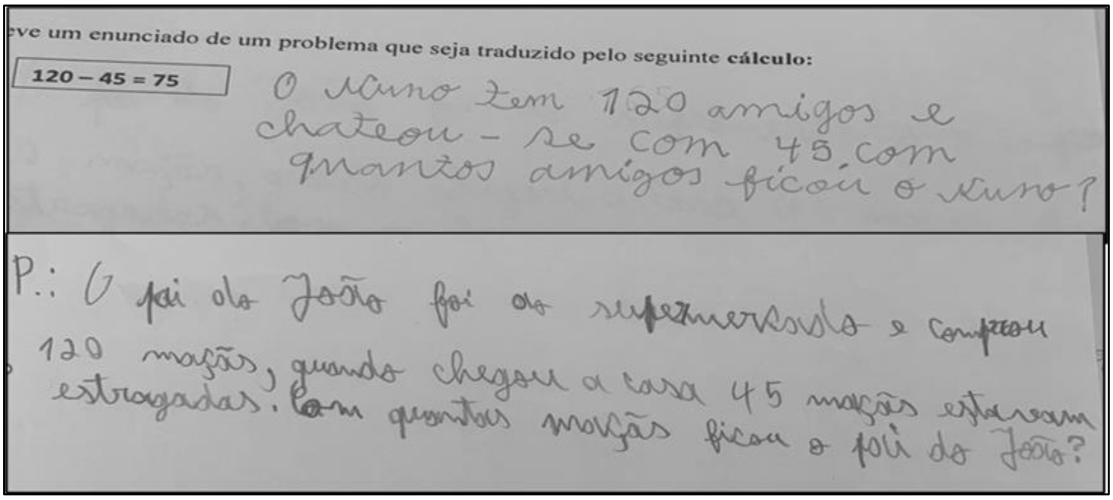
Escreve um enunciado de um problema que seja traduzido pelo seguinte **cálculo:**

120 – 45 = 75

Como última tarefa desta 1.ª parte da proposta didática (Figura 27), temos a elaboração de um enunciado para um determinado cálculo, ou seja, os alunos tinham de usar um contexto com os termos adequados para uma situação de subtração (por exemplo, deu, vendeu, tirou…). A tarefa foi concluída com êxito para 12 alunos dos 19 que a realizaram. Com uma formulação incompleta em relação à questão problemática, 5 alunos não a conseguiram definir corretamente. Os restantes 2 alunos não conseguiram chegar à formulação pretendida, pois 1 aluno utilizou operação de adição para o efeito e o segundo aluno não escreveu um enunciado. Observou-se, no geral, uma incorreção a nível linguístico, sendo nas construções frásicas, como também a nível de vocabulário.

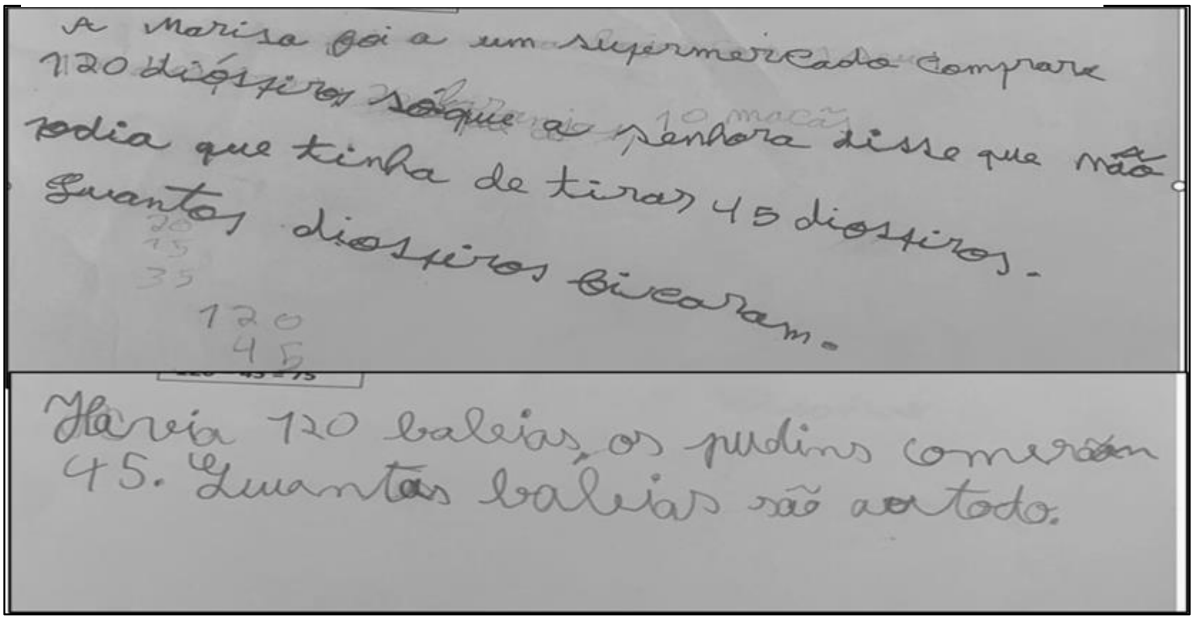
Na Figura 28 apresentam-se dois exemplos de formulação de problema para o cálculo dado, elaborados pelos alunos B e AD. No 1.º enunciado, o aluno B usou corretamente o *sentido* para a subtração, utilizando uma história do seu contexto real. No 2.º enunciado o aluno AD, usou o contexto do dia a dia, para a elaboração do seu enunciado, sendo que este foi considerado pelos colegas como sendo o “Melhor”. Como justificativa, os alunos mencionaram que: “a questão do problema estava bem feita; estava separada por um ponto final do restante enunciado, tinha a pontuação correta, os dados estavam descritos no problema e a operação a fazer era de “menos” (DB, 21 de fevereiro, 2024). A concordância para essa justificação foi tida em conta pela professora/investigadora, sendo que utilizou o mesmo para relembrar o que deve ter um enunciado de um problema, ou seja, uma história, dados e uma questão.

Figura 28 *- Enunciados criados pelos alunos B e AD*



Os alunos S e LO foram dois dos quatro alunos que não conseguiram completar com sucesso esta tarefa, pois a questão não era coesa com a história como podemos ver na Figura 29. A aluna S no seu enunciado, como se pode observar, apagou várias vezes o mesmo, reescrevendo-o, contudo durante a tarefa mostrou-se hesitante na elaboração do mesmo, questionando constantemente se “estava bem”. Já o aluno LO, talvez por distração, não teve em conta a questão correta, pois de acordo com os colegas a questão teria de ser “Quantas baleias ficaram?” No entanto, mostrou uma capacidade abstrata de elaborar um enunciado.

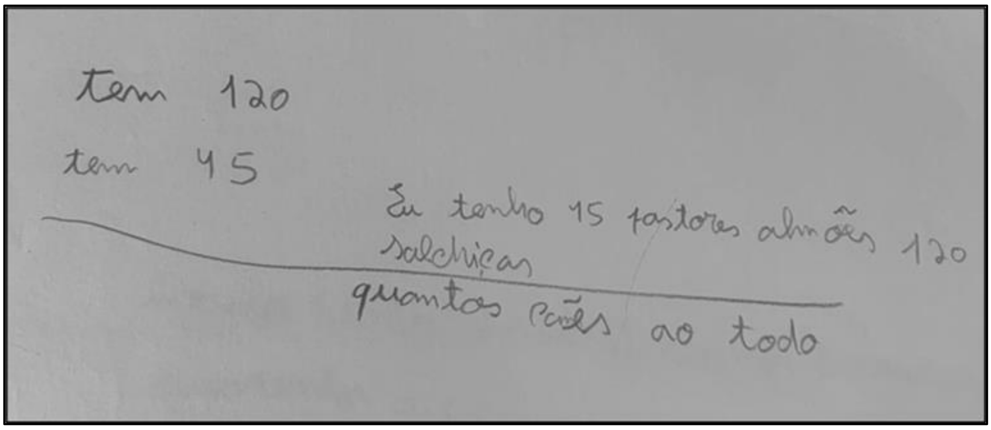
Figura 29 *- Enunciados criados pelos alunos S e LO*


A Marisa foi a um supermercado comprar 120 dióspiros sóque a senhora disse que não podia que tinha de tirar 45 dióspiros. Quantos dióspiros ficaram.

Havia 120 baleias, os pudins comeram 45. Quantas baleias são ao todo.

No exemplo da Figura 30, podemos observar que o aluno DU utilizou o sentido usado na adição, tanto na história como na questão, não atingindo como tal o pedido, uma vez que o cálculo dado era de subtração.

Figura 30 *- Enunciado incorreto elaborado pelo aluno DU*


tem 120
tem 45
Eu tenho 15 pastores alemães 120 salchiças
quantos cães ao todo

3.1.7. Análise da 1.ª parte da proposta didática

Seguidamente apresentaremos os resultados de análise obtidos durante esta 1.ª parte da investigação; os resultados considerados como: 1) Não resolveu; 2) Resolveu parcialmente (só resposta/só a resolução); 3) Resolveu de forma desejada, para as tarefas de resolução de problemas. Para as duas tarefas de formulação de problemas são consideradas as formulações como: 1) Não formulou; 2) Formulou parcialmente (faltou a pergunta) e 3) Formulou corretamente.

Tabela 7 *- Resultados da resolução de problemas*

	Não resolveu	Resolveu parcialmente						Resolveu de forma desejada
		Só resposta	Faltou a resposta	Primeira parte correta	Resposta errada	Dados errados	Falta de dados	
1.ª Tarefa Subtração	7	1	0	0	0	0	0	9
2.ª Tarefa Adição e subtração	5	0	1	2	1	0	0	10
3.ª Tarefa Tentativa e erro	9	0	0	0	3	0	0	7
5.ª Tarefa Dados em linguagem natural e simbólica	0	0	0	0	1	2	4	12

Como podemos observar na Tabela 7, os alunos obtiveram melhores resultados na Tarefa 5, destacando-se pelo facto de que nenhum aluno deixou de resolvê-la completamente. Todos os 19 alunos tentaram resolver o problema e, surpreendentemente, mais de metade conseguiu chegar à solução correta sem enfrentar grandes dificuldades. Essa tarefa parece ter sido bem interpretada e compreendida pelos alunos, o que pode indicar que o enunciado estava claro e a complexidade da tarefa estava dentro das capacidades dos alunos. Esse sucesso pode ser atribuído a uma combinação de fatores, incluindo a clareza do enunciado, a adequação da dificuldade da tarefa ao nível dos alunos e possivelmente um maior envolvimento por parte dos alunos devido a um melhor entendimento do que era esperado deles.

Em contraste, a 3.ª tarefa, que envolvia uma abordagem de tentativa e erro, apresentou os menores resultados em termos de assertividade. Muitos alunos não conseguiram chegar à resposta correta, o que pode ser atribuído a dois fatores principais. Primeiro, é possível que o enunciado dessa tarefa não tenha sido compreendido claramente pelos alunos, causando confusão sobre o que exatamente era solicitado. Segundo, a natureza da tarefa de tentativa e erro pode ter sido desafiadora para os alunos, exigindo maior autonomia e capacidades de resolução de problemas que eles ainda estavam a desenvolver.

Tabela 8 *- Resultados da formulação de um problema*

	Não formulou	Formulou parcialmente (faltou a pergunta)	Formulou corretamente
4.ª tarefa - adição	**5**	**2**	**12**
6.ª tarefa - subtração	**2**	**5**	**12**

Em relação à formulação de problemas a partir de um cálculo previamente dado, observou-se que os alunos demonstraram mais facilidade na elaboração de um enunciado com um cálculo de subtração, tendo, contudo 12 dos 19 alunos conseguido formular um problema (Tabela 8). Inicialmente, alguns alunos apresentavam dificuldades em criar qualquer tipo de problema a partir de um cálculo fornecido. Estes começaram a compreender melhor como estruturar um enunciado e, especificamente, mostraram maior capacidade em criar problemas que envolvem operações de subtração. Este progresso pode ser atribuído a diversos fatores, incluindo o aumento da familiaridade com a estrutura dos problemas matemáticos, o desenvolvimento do raciocínio matemático e a prática contínua. Além disso, o apoio e as orientações fornecidas durante as tarefas desta fase inicial da proposta didática, desempenharam um papel crucial nesse avanço. Este desenvolvimento é um indicativo positivo do potencial dos alunos que superaram as dificuldades iniciais e progrediram no entendimento e na aplicação de conceitos matemáticos.

3.2. – ANÁLISE DA 2.ª PARTE DA PROPOSTA DIDÁTICA – FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS – ACEITANDO OS DADOS

Neste ponto a análise dos dados concentrou-se na formulação de problemas utilizando a estratégia semiestruturada, que passa por aceitar os dados sob a forma de expressões numéricas e observações de imagens. Esta parte foi dividida em cinco tarefas, das quais três consistiram na estratégia de aceitação de dados com operações numéricas e 2 basearam-se na observação de imagem.

A primeira análise foi realizada com base nos seguintes parâmetros: 1) Formulou corretamente – O aluno conseguiu formular um problema de forma completa e correta, utilizando os dados fornecidos; 2) Formulou parcialmente – O aluno conseguiu formular um problema, mas com algumas incorreções ou omissões nos dados fornecidos; 3) Não formulou – O aluno não conseguiu formular um problema ou utilizou os dados incorretos. Numa segunda análise, o contexto dos problemas foi considerado a conceptualização de Ponte e Quaresma (2012): Realidade – O problema está completamente inserido no contexto da vida real; Semi-realidade – O problema refere-se a uma situação que não ocorre na vida diária, mas que é plausível e construída com fins educativos; Puramente matemático – O problema é abstrato e não está inserido em nenhum contexto da vida real.

3.2.1. - 1.ª Tarefa

Figura 31 *- Dados da 1.ª tarefa*

1ª Tarefa

Tendo em conta o **cálculo 2580 + 302 = 2882 escreve** um enunciado de um problema.

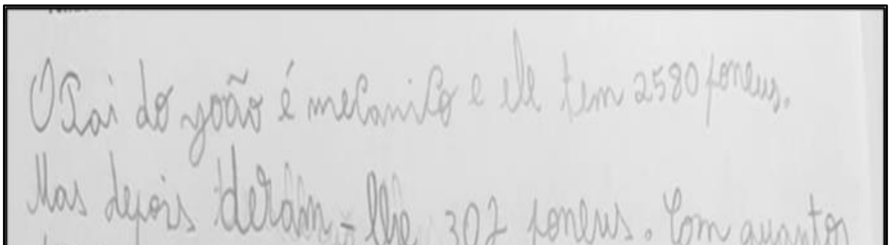
Nesta tarefa, os alunos tinham um cálculo de adição para que elaborassem o enunciado de um problema. Foi entregue a cada aluno uma folha com o conteúdo definido na Figura 31. Dos 18 alunos que participaram na tarefa, 13 conseguiram elaborar um enunciado corretamente, 3 ficaram um pouco confusos, ou seja, o raciocínio não estava claro, e apenas 2 não atingiram o objetivo, pois usaram dados que não estavam no cálculo fornecido.

Apesar de muitos alunos terem conseguido formular um enunciado, a incorreção linguística foi uma constante nesta tarefa. Erros gramaticais e de estrutura na linguagem escrita são comuns, o que indicou a necessidade de reforçar o trabalho linguístico para melhorar a clareza e precisão dos enunciados formulados.

Em relação ao contexto dos problemas criados, a maioria dos alunos permaneceu dentro da realidade ou da semi-realidade. A semi-realidade, conforme mencionado por Ponte e Quaresma (2012), refere-se a situações que não ocorrem necessariamente na vida diária, mas são construídas com fins educativos. Esta abordagem permite aos alunos aplicar conceitos matemáticos em contextos que, embora não sejam inteiramente reais, são plausíveis e úteis para o aluno.

Como podemos observar na Figura 32, a aluna FR elaborou um problema corretamente, apesar de algumas incorreções linguísticas. O problema formulado está de acordo com os dados fornecidos. Em termos de contexto, a aluna usou a semi-realidade, uma vez que situações como "dar pneus" não ocorrem frequentemente na vida real.

Figura 32 - *Formulação do problema da aluna FR*

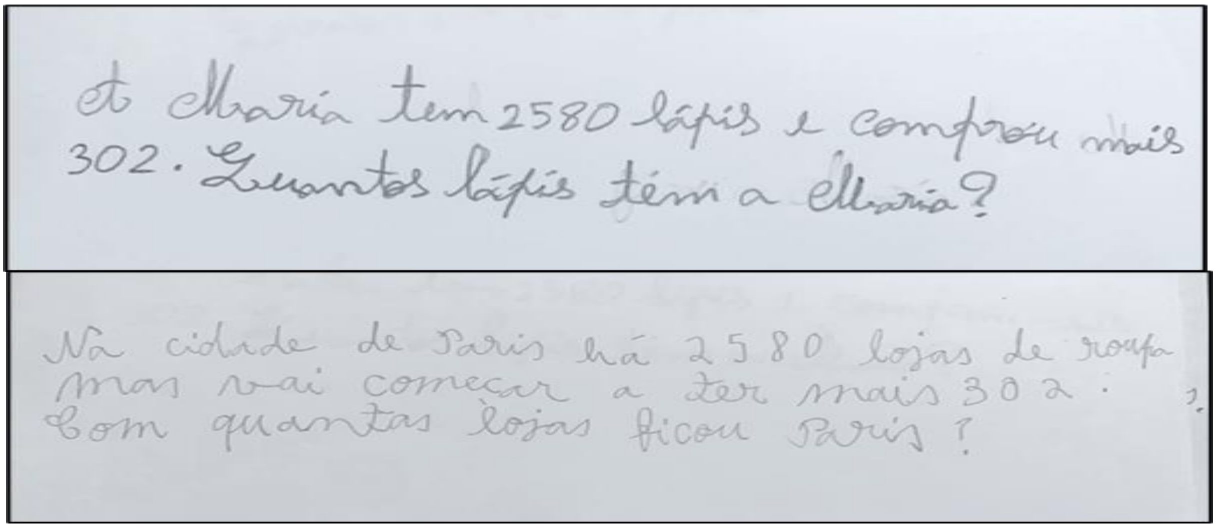


O Pai do joão é mecanico e ele tem 2580 poneus. Mas depois deram-lhe 302 poneus. Com quantos poneus ficou?

Da mesma forma, as formulações da aluna AN e do aluno B, conforme ilustrado na Figura 33, também seguem o padrão mencionado anteriormente. Nestes casos, apesar de alguns erros de linguagem, os problemas foram formulados de acordo com os dados fornecidos e dentro de um contexto de semi-realidade. Estes três exemplos, assim como outros que foram considerados "formulados corretamente", apresentam características semelhantes no uso das expressões "deu-lhe" e "deu mais".

Quanto à criatividade, o tema da maioria dos formulados, vem dos problemas resolvidos na primeira parte da proposta, no entanto foram criados de acordo com a situação proposta. Quanto à originalidade o do aluno B, aqui apresentado, associou o

__Figura 33__ - Formulação do problema pelos alunos AN e B


A Maria tem 2580 lápis e comprou mais 302. Quantos lápis tém a Maria?

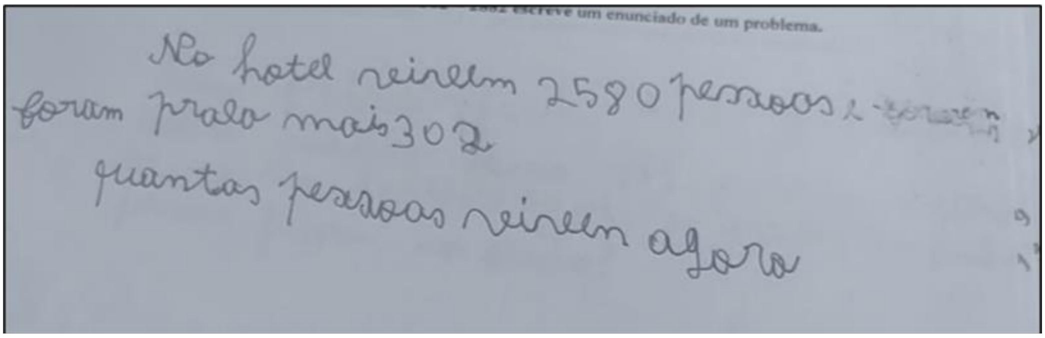
Na cidade de Paris há 2580 lojas de roupa mas vai começar a ter mais 302. Com quantas lojas ficou Paris?

contexto do seu problema à viagem que tinha feito recentemente.

Estes exemplos sublinharam a capacidade dos alunos de criarem problemas matemáticos que, embora possam não refletir situações do quotidiano, são coerentes e funcionais dentro de um contexto educativo. Trabalhar na correção linguística e na clareza dos enunciados pode ajudar a melhorar ainda mais a qualidade das formulações dos alunos e, consequentemente, na interpretação dos problemas.

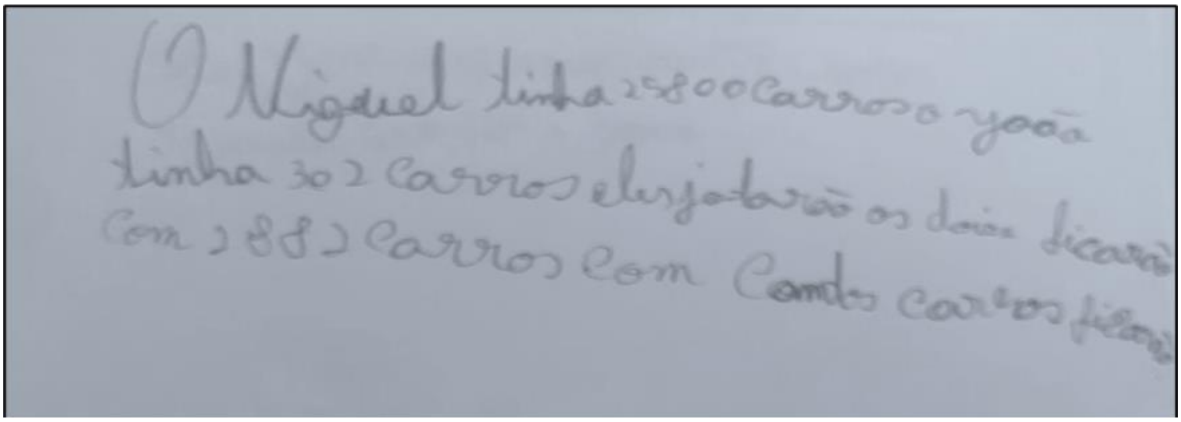
Um exemplo de um problema formulado parcialmente pode ser visto na Figura 34. Embora a linguagem escrita utilizada pelo aluno não seja coerente e precise ser trabalhada, ainda é possível identificar um problema fora do registo generalizado como "A Maria comprou" ou "A Catarina tem". O aluno DA utilizou um contexto de semi-realidade, o que demonstrou uma tentativa de aplicar o conceito matemático a situações que se aproximam da vida real, mas que ainda não estão totalmente desenvolvidas em termos de clareza e estrutura.

__Figura 34__ - Formulação do aluno DA



Por outro lado, um exemplo de um enunciado não formulado é representado na Figura 35. Neste caso, há uma evidente desorganização das ideias, uma vez que não estão estruturadas de maneira lógica ou clara. Um dos fatores que contribuiu para a classificação deste problema como "não formulado" foi a não utilização dos dados do cálculo que foram previamente fornecidos. O contexto utilizado é real, pois o aluno fez referência a carros, um tema recorrente nas suas vivências e observações diárias.

__Figura 35__ - Enunciado formulado pelo aluno LU



3.2.2. - 2.ª Tarefa

__Figura 36__ - Enunciado para a 2.ª tarefa

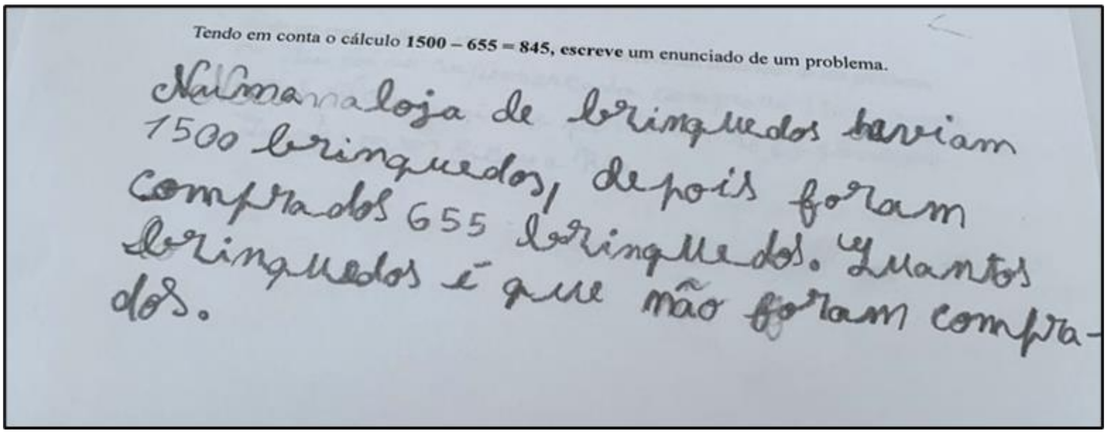
Tendo em conta o cálculo **1500 – 655 = 845, escreve** um enunciado de um problema.

Para esta tarefa, foi solicitado aos alunos que criassem um problema envolvendo uma subtração, conforme ilustrado na Figura 36. Esta tarefa foi a que obteve melhor resultado nesta segunda parte da Proposta Didática, possivelmente porque os alunos estavam a familiarizar-se com este tipo de situação. De facto, a tarefa teve um ótimo desempenho, com 15 dos 18 alunos a conseguirem realizá-la com sucesso, enquanto apenas 3 alunos formularam o problema de forma parcial. Não houve nenhum aluno que não conseguisse formular um problema. Em termos de generalização, houve uma constante como por exemplo "O João tem/tinha" e "Quantos ficaram", todos os alunos usaram contextos reais ou semirreais. A criatividade foi bastante variada, com referências a padarias, lagos, oceanários, entre outros, embora os carros fossem uma referência recorrente.

Como exemplo de uma variação de um problema formulado pelos alunos, podemos observar o caso apresentado na Figura 37. Nele, a aluna P alterou a generalidade da questão. Em vez de perguntar quantos brinquedos ficaram, ela formulou a pergunta de outra maneira: "Quantos brinquedos não foram comprados?". Esta mudança demonstra uma evolução na capacidade da aluna de reformular a questão do problema, evidenciando um entendimento mais profundo do conceito de subtração e a aplicação de diferentes perspetivas.

É importante ressaltar que, como mencionado anteriormente, o contexto utilizado neste exemplo é real. A aluna P conseguiu contextualizar o problema de forma prática e concreta, o que facilita a compreensão e a aplicação do conceito matemático. Essa capacidade de transformar e adaptar problemas matemáticos a situações do dia a dia é crucial para o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo (Boavida et al., 2008).

__Figura 37__ - Enunciado elaborado pela aluna P

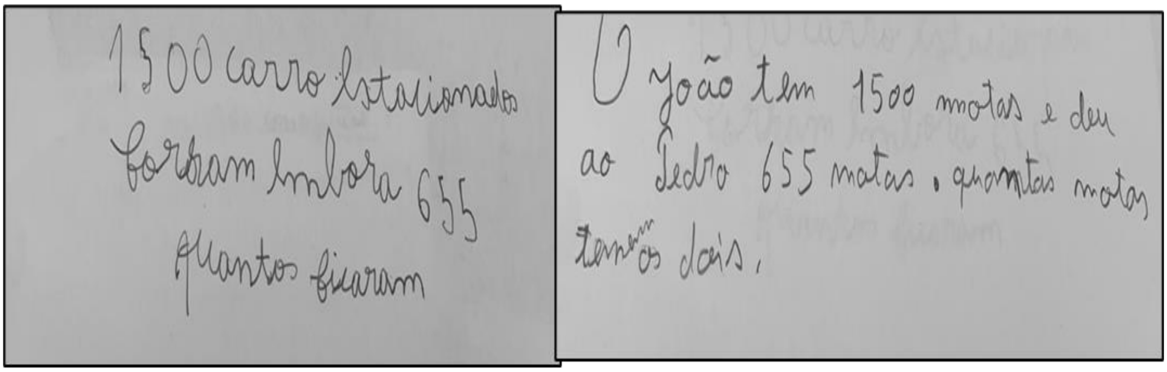


Na Figura 38, podemos observar exemplos de enunciados classificados como parcialmente formulados. À esquerda, o aluno DA apresentou um problema onde a incorreção linguística é o que mais se destaca. Apesar disso, o conteúdo necessário para o enunciado está presente; o que falta é uma melhor organização da construção frásica para tornar o enunciado mais claro e coerente.

No exemplo do aluno DU, à direita da Figura 38, que deveria formular um problema para uma subtração, houve um erro na formulação da pergunta. O aluno perguntou: "Quantas motas têm os dois" em vez de "Com quantas motas ficou o João?". Este erro mostrou uma compreensão parcial da tarefa, mas ainda assim, o enunciado contém a informação necessária para a formulação de um problema num contexto de semi-realidade.

Estes exemplos evidenciam a importância de trabalhar não apenas a correção gramatical, mas também a clareza na formulação das perguntas. Embora os alunos tenham mostrado uma boa compreensão dos dados fornecidos e do contexto semirreal, a precisão na pergunta é crucial para que o problema seja completamente compreensível e solucionável.

Figura 38 *- Enunciados dos alunos DA e DU*



3.2.3. – 3.ª Tarefa

Figura 39 *- Enunciado da 3.ª tarefa*

Tendo em conta o cálculo **1546 + 789 – 758 = 1577, escreve** um enunciado de um problema.

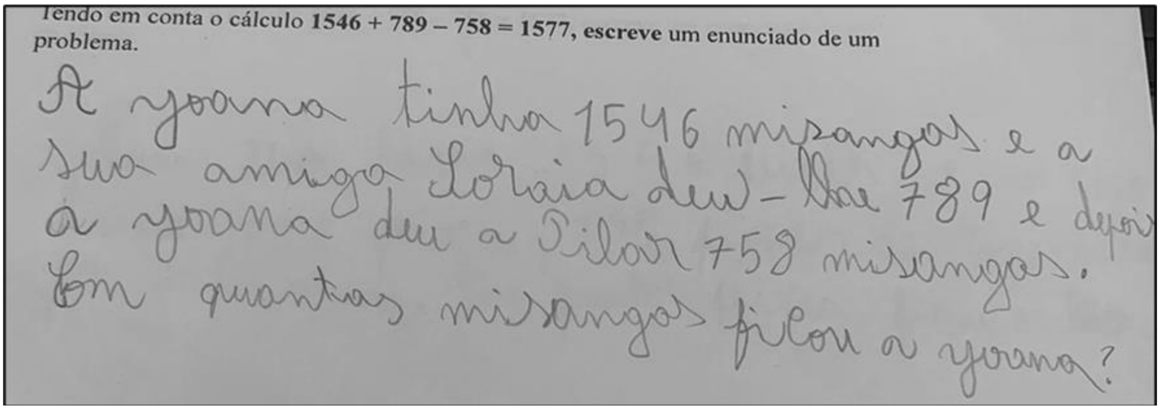
A tarefa em questão exigia que os alunos desenvolvessem um enunciado envolvendo duas operações matemáticas: adição e subtração, conforme ilustrado na Figura 39. O desafio proposto pareceu ser mais complexo em comparação com as tarefas anteriores, possivelmente devido à necessidade de integrar as duas operações no mesmo problema.

Dos 18 alunos que realizaram a tarefa, 10 conseguiram formular corretamente o enunciado. Estes alunos evidenciaram compreensão suficiente para criar problemas que envolvessem tanto a adição quanto a subtração, seguindo os critérios dados. No entanto, 6 alunos não conseguiram formular o enunciado. Isso sugere que esses alunos enfrentaram dificuldades significativas em entender ou aplicar os conceitos necessários para combinar as duas operações num único problema matemático, ou seja, na resolução de dois passos.

Além disso, na análise da formulação parcial, 2 alunos conseguiram desenvolver enunciados que, embora confusos, continham dados suficientes que permitiriam a elaboração de um enunciado completo. Isso indica que esses alunos estavam no caminho certo, mas talvez precisassem de mais orientação ou prática para atingir uma formulação clara e precisa.

A maior dificuldade observada nesta tarefa, em comparação com as anteriores, pode ser atribuída à complexidade adicional de integrar duas operações matemáticas. Essa dificuldade ressalta a importância de fornecer instruções claras e exemplos práticos que ajudem os alunos a entender como combinar diferentes operações matemáticas de uma forma coesa.

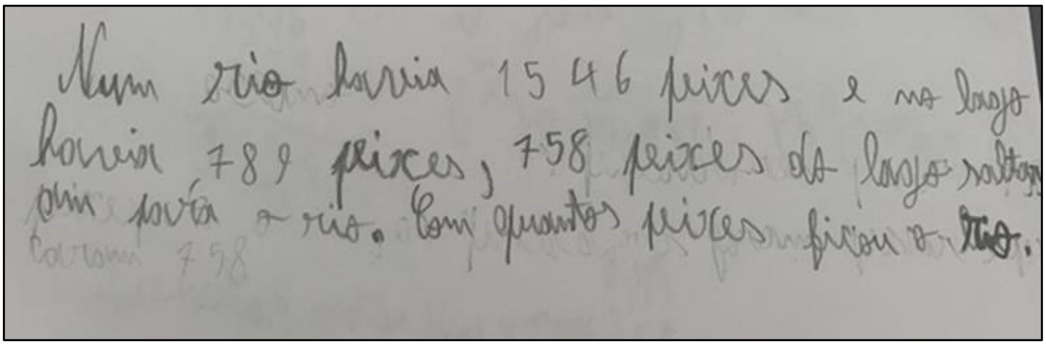
Figura 40 *- Enunciado elaborado pela aluna FR*


Tendo em conta o cálculo **1546 + 789 – 758 = 1577**, escreve um enunciado de um problema.

A yoana tinha 1546 misangas e a
sua amiga Loraia deu-lhe 789 e depois
a yoana deu a Pilar 758 misangas.
Em quantas misangas ficou a yoana?

Como exemplo de um enunciado elaborado corretamente para os cálculos de adição e subtração, podemos observar a Figura 40. Embora a separação frásica não seja a correta, a aluna FR conseguiu que o enunciado correspondesse ao pretendido. Ela utilizou um contexto semirreal associado ao real (o número é exagerado para ser considerado contexto real), o que facilitou a compreensão e a aplicação das operações matemáticas, uma vez que as alunas no recreio frequentemente fazem essas partilhas. Como contexto realista, a aluna FR, utilizou uma situação do quotidiano, o que a ajudou a tornar a matemática mais tangível e compreensível. Em relação à clareza nas operações, explicitou a descrição dos termos (tinha, deu, depois,) associados às operações a serem realizadas, utilizando para tal várias personagens. Em termos de objetividade é direto e claro, permitindo que os colegas identificassem facilmente as operações necessárias para encontrar a solução. Em relação aos outros enunciados considerados “formulados corretamente”, obtinham as mesmas características, passando do contexto real e semirreal. Essa abordagem não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também mantém os alunos envolvidos ao usar situações com as quais eles se relacionam.

Figura 41 *- Enunciado formulado parcialmente pelo aluno AD*


Num rio havia 1546 peixes e no lago havia 789 peixes, 758 peixes do lago saltaram para o rio. Com quantos peixes ficou o rio.

No enunciado exemplificado na Figura 41, elaborado pelo aluno AD, temos um exemplo de um problema formulado parcialmente. Considerado confuso pelos colegas, porque, ao ter sido lido em voz alta, os alunos não conseguiram perceber claramente qual a operação que deveria ser feita. Ao mencionar que os peixes saltaram do lago para o rio e perguntar quantos peixes ficaram no rio, o aluno estava, na verdade, a sugerir apenas uma operação de adição, quando a formulação correta deveria incluir tanto adição quanto subtração. Para chegar a um enunciado correto, o aluno poderia dividir o problema em duas partes, fazendo duas perguntas distintas. Isso não só esclareceria as operações necessárias, mas também traria mais criatividade ao problema. O contexto utilizado foi semirreal, mas ainda assim, com um ajuste, poderia ter sido adequado.

Um exemplo de enunciado correto, aproveitando o que o aluno AD escreveu, e, elaborado em conjunto com os alunos poderia ser:

> *"Num rio havia 1546 peixes. Num lago próximo, havia 789 peixes. Quantos peixes havia no total? Desses peixes morreram 758.Quantos ficaram?*

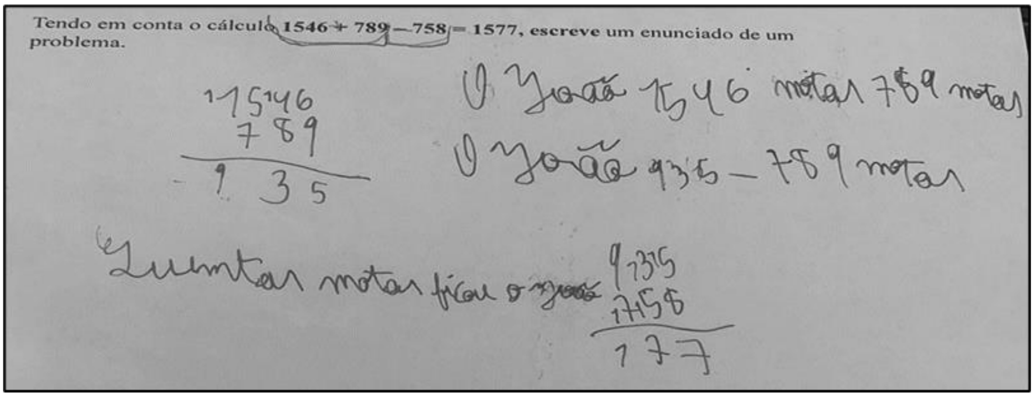
No entanto conseguimos formular mais questões para este problema, para chegar ao resultado dos cálculos pedidos sendo ele o seguinte:

Durante uma tempestade, 758 peixes do lago saltaram para o rio. Primeira pergunta: quantos peixes ficaram no rio (sabendo que havia lá 1577), após a tempestade? Segunda pergunta: quantos peixes ficaram no lago após a tempestade?"

Desta forma, o enunciado pede claramente duas operações: a adição para encontrar o novo total de peixes no rio após a tempestade: 1546 + 758. Com a subtração para determinar quantos peixes restaram no lago após a tempestade: 789−758.

Para ilustrar um exemplo de um enunciado não formulado corretamente, podemos observar a Figura 42. Neste caso, o aluno sublinhou as operações necessárias, mas não conseguiu organizá-las de forma coerente no enunciado. Embora tenha tentado usar um contexto real, ao incluir nomes, a estrutura do enunciado ficou confusa, mostrando dificuldades em utilizar os dados fornecidos de maneira correta. No enunciado da tarefa, o aluno tentou incluir uma história com personagens, mas não conseguiu estruturar a sequência das operações de adição e subtração corretamente.

Figura 42 *- Enunciado não formulado pelo aluno AL*



3.2.4. – 4.ª Tarefa

Figura 43 *- Imagem e enunciado da 4.ª tarefa*

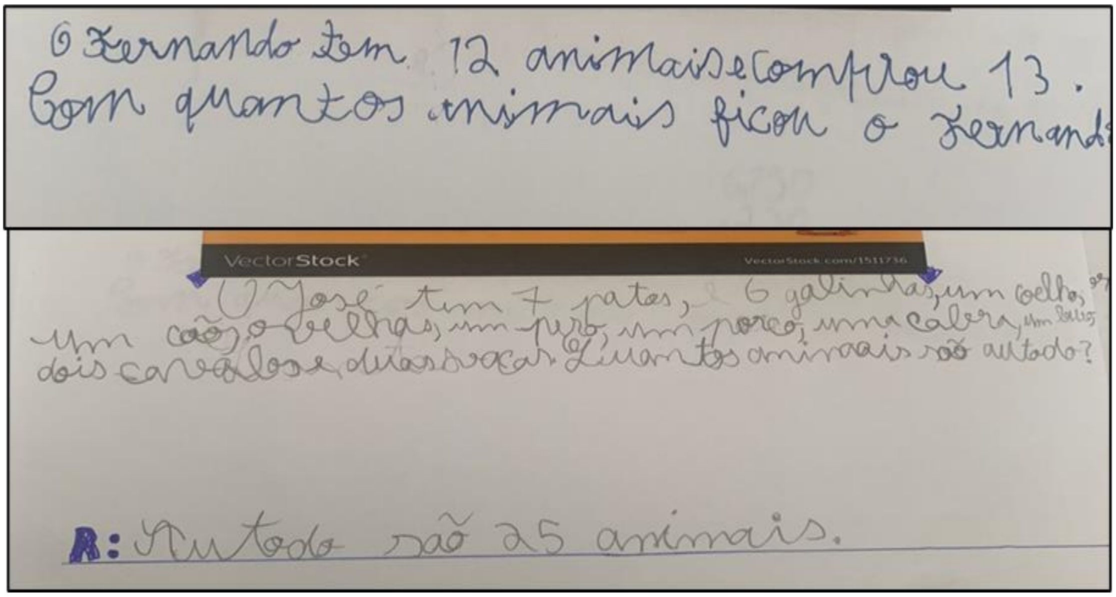
Nesta tarefa os alunos teriam de analisar cuidadosamente a imagem da Figura 43 para identificar todos os elementos presentes. Seguidamente, identificar as quantidades, ou seja, contar o número de cada tipo de animal ou objeto presente na imagem. Para formulação do enunciado, os alunos tinham de relacionar as quantidades observadas para criar um problema que envolvesse uma adição ou subtração, garantindo que o enunciado esteja claro e seja fácil de entender. Um enunciado possível para esta situação é apresentado de seguida:

Na quinta do Marcolino, a Maria contou 25 cabeças de animais e o Tomás contou 68 patas de animais. Quantos animais de 2 patas e de 4 patas havia na quinta do Marcolino?

Ao desenvolver essa tarefa, os alunos foram incentivados a observar e analisar os elementos da imagem, além de praticar a formulação de problemas matemáticos e a aplicação de operações elementares como a adição e a subtração. Esse tipo de tarefa ajuda a desenvolver a capacidade de resolução de problemas e compreensão matemática em contextos reais.

Os resultados desta tarefa ficaram muito abaixo da tarefa anterior, sendo que dos 20 alunos que a fizeram, apenas 7 conseguiram formular o problema, enquanto 9 não utilizaram os dados da imagem e 4 não conseguiram realizar o enunciado.

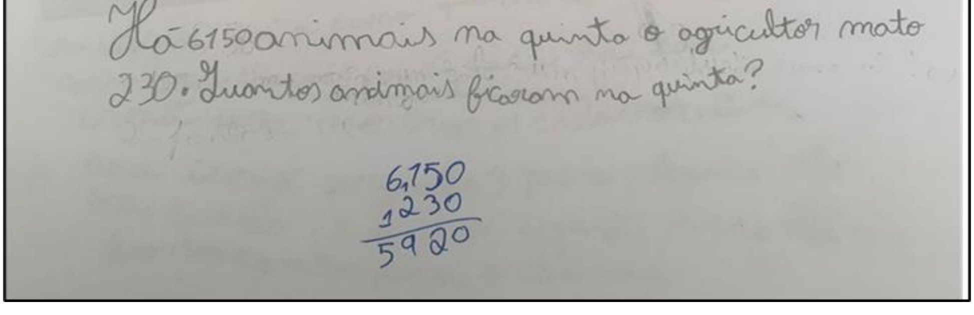
Figura 44 - *Enunciados formulados corretamente pelos alunos B e LO*



Como podemos observar na Figura 44, os alunos B e LO elaboraram enunciados diferentes, mas corretos. O aluno B criou um problema genérico de adição, enquanto o aluno LO, apesar de também ter elaborado um problema de adição, utilizou a contagem. Além disso, o uso da linguagem natural nesse enunciado difere dos utilizados pelos outros colegas. Em relação à linguagem escrita, podemos observar que existem incorreções.

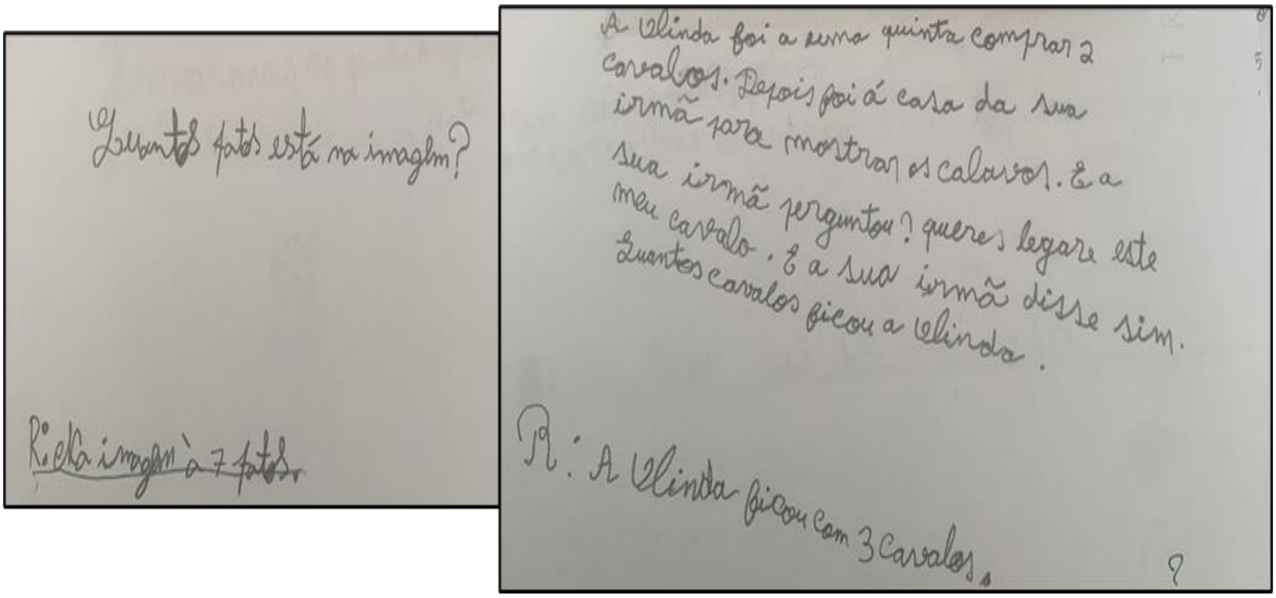
Na figura 45, temos um exemplo de enunciado que não seguiu as regras, ou seja, não foram utilizados os dados da imagem. Contudo, realizou um enunciado com a subtração, mostrando como tal, o conhecimento dessa operação.

Figura 45 - *Enunciado formulado incorretamente pela aluna LI*



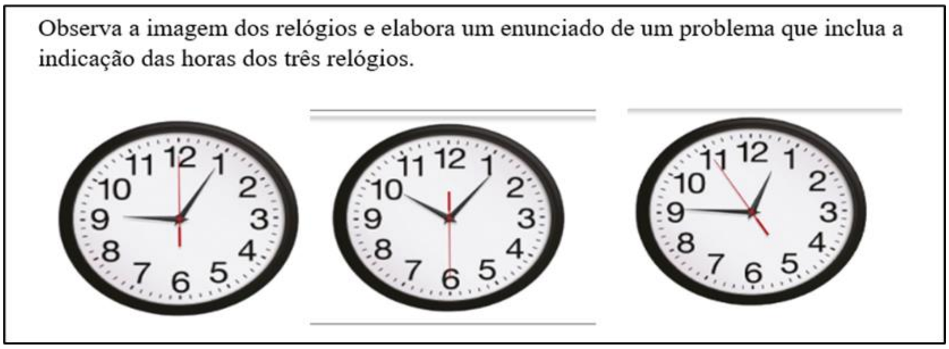
Como exemplo de enunciados não formulados, temos na Figura 46, 2 exemplos, um da aluna AT (imagem à esquerda) e outro da S (imagem à direita). A aluna AT apenas colocou uma questão e a resposta correspondente, embora relacionada com a imagem, não corresponde ao solicitado. Em relação ao enunciado da S, está muito confuso, embora tenha usado o contexto real, não conseguiu organizar o seu raciocínio de argumentação. Não cumprindo como tal o pedido.

Figura 46 *- Enunciados não formulados corretamente pelas alunas AT e S*



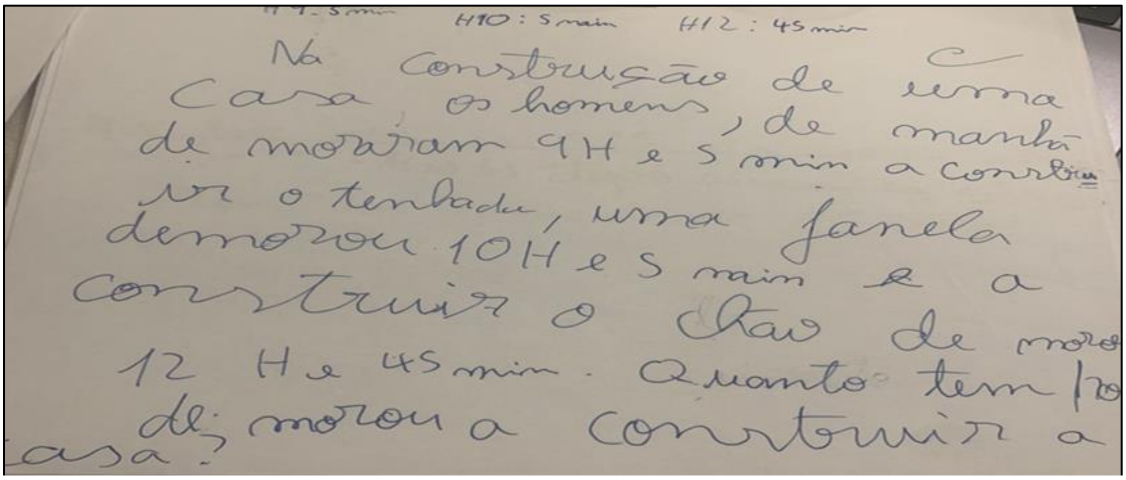
3.2.5. - 5.ª Tarefa

Figura 47 *- Imagem para a elaboração da 5.ª tarefa*



Para a quinta e última tarefa desta segunda parte foi pedido aos alunos que elaborassem um enunciado utilizando as horas marcadas nos três relógios (Figura 47), sendo essa a única regra. O resultado desta tarefa não foi dos melhores, pois 10 dos 20 alunos não conseguiram obter êxito. Entre esses 10 alunos, 2 não conseguiram fazer de forma alguma, ou seja, nem com as indicações que a professora/investigadora lhes foi dando. Outros 3 alunos apresentaram uma formulação parcial, utilizando apenas dois relógios. Nos enunciados dos 7 alunos restantes, observou-se criatividade, já que foram diferentes entre si, tendo sido utilizado os contextos semirreal e real nos seus enunciados. No entanto, de modo geral, os alunos não conseguiram organizar o seu raciocínio nesta tarefa.

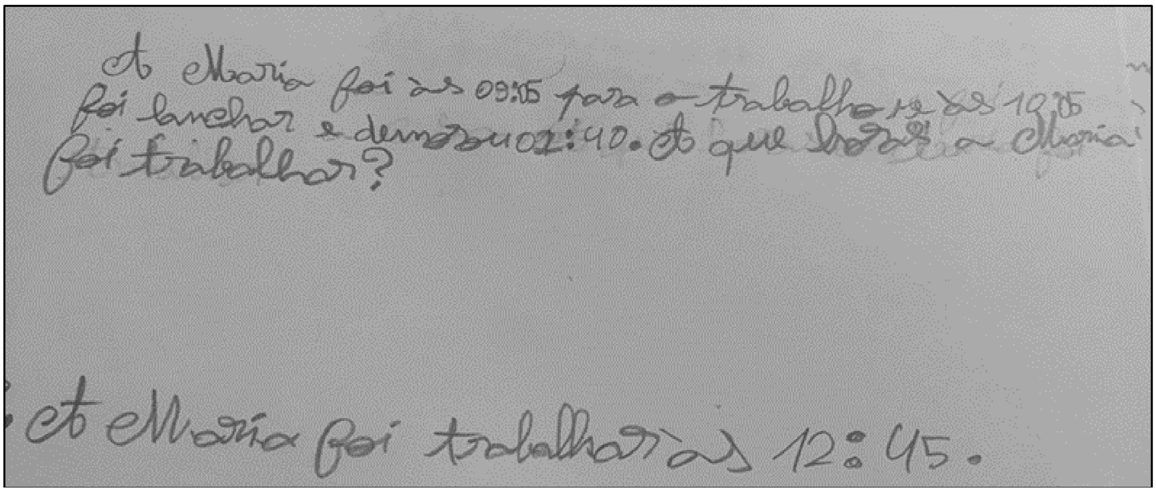
Figura 48 *- Enunciado formulado corretamente pela aluna CA*



A aluna CA demonstrou a sua capacidade e criatividade ao elaborar um problema usando os três relógios de uma maneira única, sem repetir o padrão comum de mencionar "saiu de casa" e "chegou" (Figura 48). No contexto semirreal e profissional, conforme discutido por Ponte e Quaresma (2012), a aluna CA utilizou a adição de tempos de forma inovadora para criar um enunciado que seguiu as regras estabelecidas. No entanto, na Figura 49, podemos ver outro exemplo em que a aluna AT, com características de criatividade idênticas ao enunciado da aluna CA, tendo usado de outra forma a regra exposta para este problema, ao adicionar mais um dado dentro de enunciado (tempo que demorou).

O contexto semirreal refere-se a situações que, embora não sejam reais, são próximas à realidade e proporcionam uma ponte entre o conhecimento académico e a prática profissional. Ao adotar esse contexto, as alunas CA e AT, conseguiram integrar a matemática de uma maneira que refletisse aplicações práticas no mundo profissional. A abordagem destas alunas não apenas cumpre a regra de adição de tempos, mas também mostra como a matemática pode ser aplicada de maneira criativa e relevante. Esse tipo de problemas incentiva os alunos a pensar fora dos padrões tradicionais e a ver a matemática como uma ferramenta útil em diversas áreas profissionais.

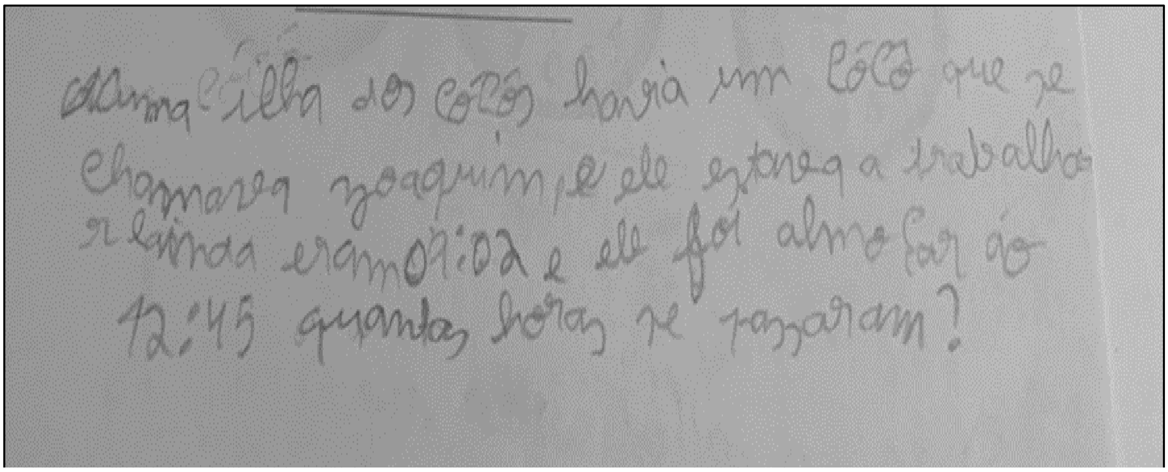
***Figura 49** - Enunciado formulado corretamente pela aluna AT*


A Maria foi às 09:15 para o trabalho e às 10:05 foi lanchar e demorou 02:40. A que horas a Maria foi trabalhar?

A Maria foi trabalhar às 12:45.

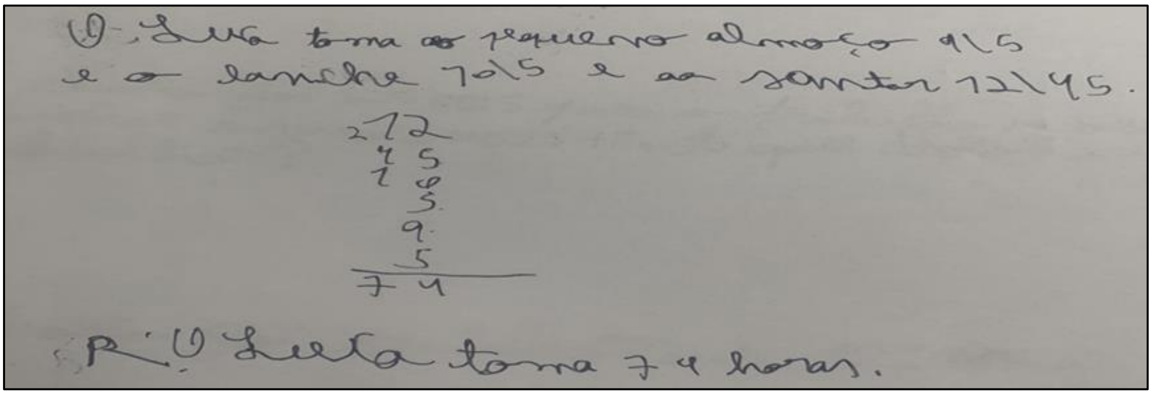
Na formulação parcial, temos o exemplo do aluno G, que apenas usou dois relógios para o seu enunciado, usando a subtração de forma correta para saber o espaço de tempo entre as duas horas, como podemos ver na Figura 50. Neste caso o aluno adotou também o contexto semirreal.

***Figura 50** - Enunciado formulado parcialmente pelo aluno G*


Numa ilha dos cocos havia um coco que se chamava Joaquim, e ele estava a trabalhar se ainda eram 07:02 e ele foi almoçar ao 12:45 quantas horas se passaram?

No exemplo da Figura 51, o aluno AL enfrentou dificuldades em organizar o seu raciocínio na elaboração do enunciado. Embora tenha utilizado um contexto real, o aluno AL não demonstrou uma compreensão adequada da distinção entre horas e minutos. Em vez de tratar horas e minutos separadamente e somá-los de forma apropriada, ele cometeu o erro de adicionar 12 horas com 45 minutos, como se fossem simplesmente parcelas de uma única soma. Esse tipo de erro revela uma fragilidade na compreensão das unidades de tempo e na maneira correta de manipulá-las. A adição de tempos requer atenção especial para evitar misturar horas com minutos indiscriminadamente.

Figura 51- *Enunciado formulado incorretamente pelo aluno AL*



3.2.6. Análise geral da 2.ª parte da proposta didática

A análise dos resultados, conforme sintetizada na Tabela 9, revela que, das 94 tarefas realizadas pelos alunos, 52 tarefas atingiram os objetivos propostos, formulando corretamente os problemas. Esse dado indica que mais da metade dos alunos conseguiu elaborar problemas de acordo com os critérios estabelecidos, demonstrando uma compreensão adequada das instruções e a capacidade de aplicar conceitos matemáticos de maneira correta, embora seja em diferentes situações semiestruturadas.

Tabela 9 - *Resultados globais da 2.ª parte da proposta didática*

	Formulou corretamente	Formulou parcialmente	Não formulou	Total dos participantes
1.ª tarefa - adição	13	3	2	18
2.ª tarefa - subtração	15	3	0	18
3.ª tarefa – adição e subtração	10	2	6	18
4.ª tarefa imagem da quinta	7	9	4	20
5.ª tarefa - imagem dos relógios	7	3	10	20
Total dos resultados	52	20	22	94

No entanto, a análise mais detalhada dos tipos de problemas formulados mostra que os alunos se sentiram mais confortáveis ao elaborar problemas que envolviam o cálculo de subtração. Isso sugere que a subtração é uma operação com a qual os alunos têm mais familiaridade e confiança, possivelmente devido a uma maior exposição ou prática em contextos educacionais anteriores.

Um aspeto interessante observado é que, embora os alunos tenham utilizado contextos reais para formular os seus problemas, esses contextos não eram necessariamente realistas. Por outras palavras, os problemas propostos eram matematicamente viáveis e podiam ser resolvidos corretamente, mas não refletiam situações que ocorrem na vida real.

3.3. – ANÁLISE DA 3.ª PARTE DA PROPOSTA DIDÁTICA – FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS – SITUAÇÕES LIVRES

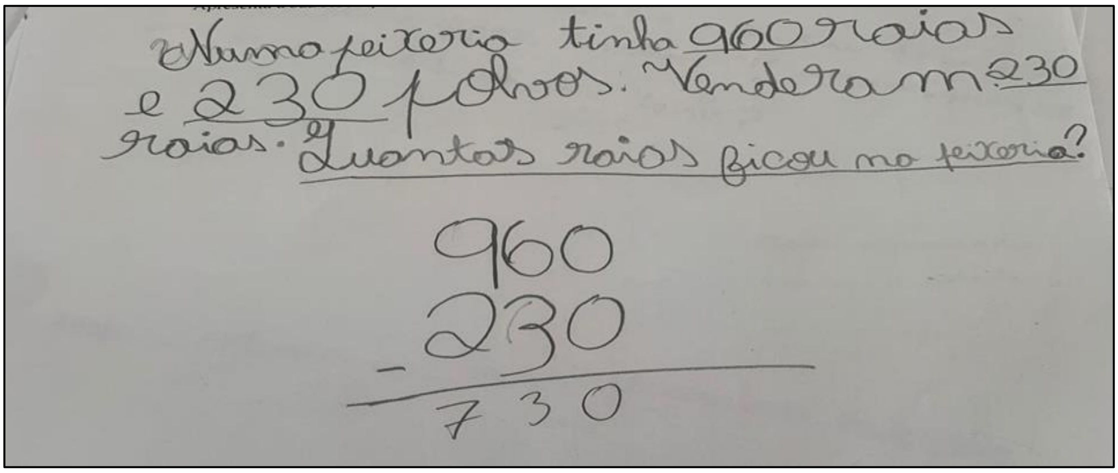
Na implementação desta estratégia de formulação de problemas, os alunos foram convidados a criar dois enunciados de problema e, em seguida, apresentar a sua resolução. Depois disso, o problema seria resolvido por outro colega. A análise será feita de acordo com os pontos anteriores.

3.3.1. – 1.ª Tarefa - Estratégia livre

Esta tarefa foi realizada por 18 alunos. Destes, 13 formularam o problema e a resolução corretamente. Entre os restantes, 3 alunos conseguiram formular o problema corretamente, mas não conseguiram apresentar uma resolução, errando o cálculo, e 2 alunos apresentaram um enunciado incompleto. Os contextos utilizados foram o real e semirreal.

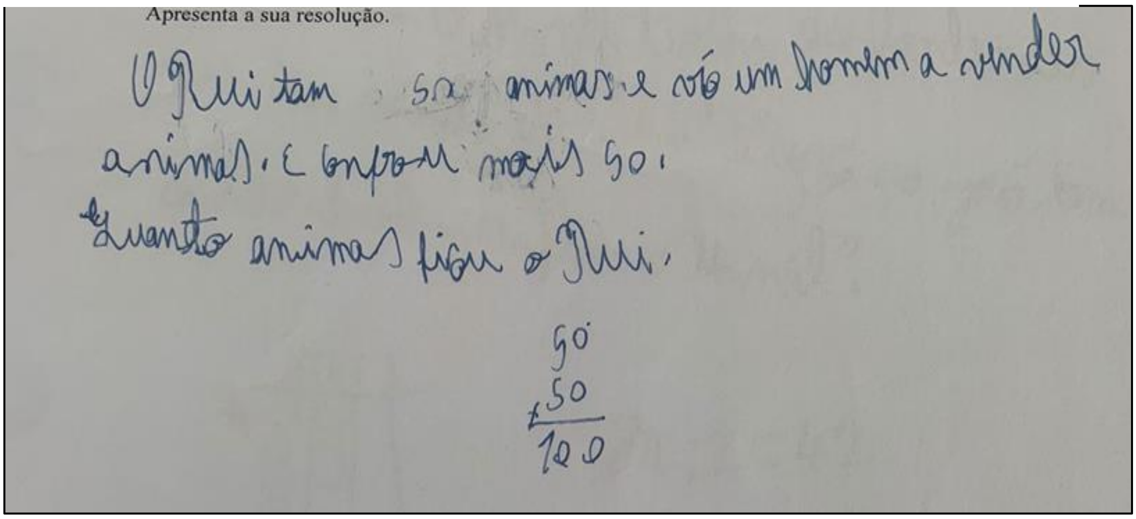
Na Figura 52, temos um exemplo de um enunciado elaborado pela aluna J. Este enunciado foi considerado pelos colegas, o mais criativo desta tarefa. Em resposta ao porquê os alunos responderam, que este tinha os dados necessários para a sua resolução, tinha também dados para "atrapalhar e confundir", e por último que estava engraçado (DB, 20 de março, 2024). A aluna J revelou facilidade em criar o enunciado bem estruturado, revelando criatividade ao introduzir dados que não seriam expetáveis, neste caso, os 230 polvos.

Figura 52 *- Problema formulado pela aluna J*



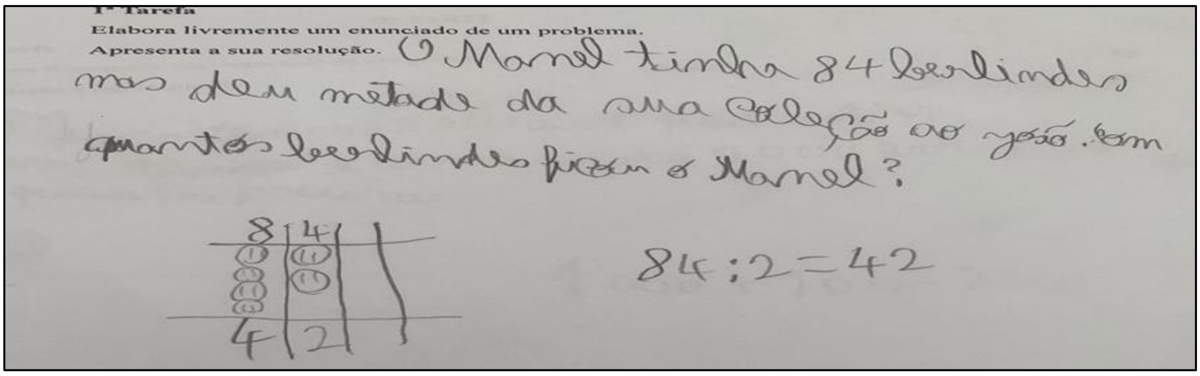
Outra forma de elaborar o enunciado corretamente, o aluno A optou por um problema muito semelhante aos que são contemplados pelos manuais (Figura 53), usando neste caso a adição. Este género de enunciado foi o mais utilizado nesta tarefa.

Figura 53*- Problema formulado pelo aluno A*



O aluno V apresentou um enunciado que envolvia a operação de divisão, sendo o único a utilizar esta operação específica. Quando questionado sobre a escolha da divisão, o aluno explicou que decidiu aplicá-la porque estavam a estudar esse tema na altura. Para resolver o problema, o aluno recorreu à estratégia de utilizar uma tabela, onde foi realizando a divisão por conjuntos de dois, conforme ilustrado na Figura 54. Essa estratégia demonstrou claramente os conhecimentos de divisão adquiridos pelo aluno, evidenciando a sua compreensão e capacidades em aplicar o conceito de divisão de forma prática e eficaz.

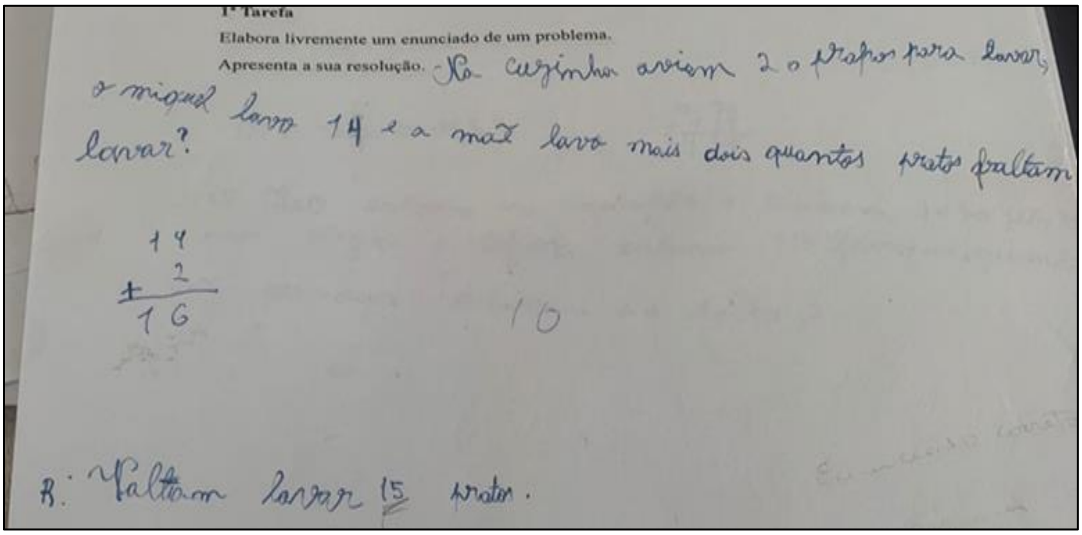
Figura 54 *- Problema formulado pelo aluno V*



Na Figura 55, observamos um enunciado bem elaborado pela aluna LE, mas cuja resolução não foi bem-sucedida. Este enunciado foi considerado difícil pelos alunos, pois muitos não conseguiam explicar como chegavam à sua resolução. Quando foi solicitado à aluna S que demonstrasse como chegou à solução (sabendo que faltavam lavar 4 pratos), ela sentiu-se confusa no seu raciocínio e não soube explicar como obteve esse resultado, demonstrando sinais de ansiedade. No entanto, a aluna afirmava que de 16 para 20 eram 4.

Este enunciado revelou-se mais complexo por exigir dois passos. Esta característica tornou o problema mais desafiador, enquanto destacava a criatividade e a originalidade na formulação do problema. A complexidade adicional também indicou que a capacidade de raciocínio dos alunos ainda precisa de ser desenvolvida para lidar com problemas que exigem múltiplos passos ou abordagens diferentes para a obtenção da solução.

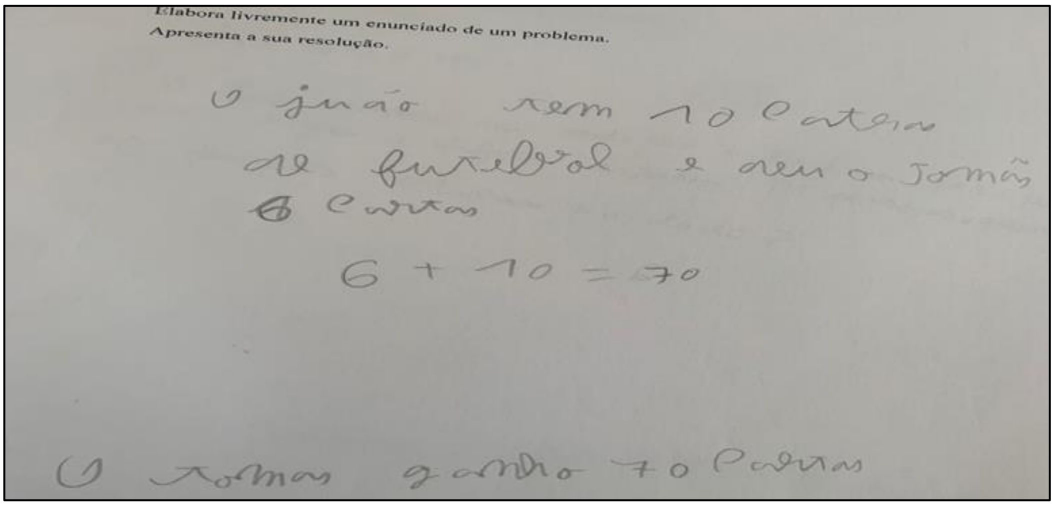
Figura 55 *- Problema formulado pela aluna LE*



Na situação de "não formulou" um enunciado, temos o exemplo do aluno T, conforme ilustrado na Figura 56. Apesar de estarem presentes os dados necessários para a elaboração de um problema, o aluno não conseguiu desenvolver um enunciado coerente. Este exemplo evidencia uma dificuldade específica em transformar dados e informações num problema estruturado, o que é uma capacidade crucial no processo de aprendizagem.

A incapacidade do aluno T em formular um enunciado pode ter várias causas, demonstra a dificuldade em aplicar os conceitos aprendidos ou até mesmo insegurança em estruturar uma questão.

Figura 56 - *Problema formulado pelo aluno T*


Elabora livremente um enunciado de um problema.
Apresenta a sua resolução.

O joão tem 10 cartas de futebol e deu o Tomás 6 cartas

6 + 10 = 70

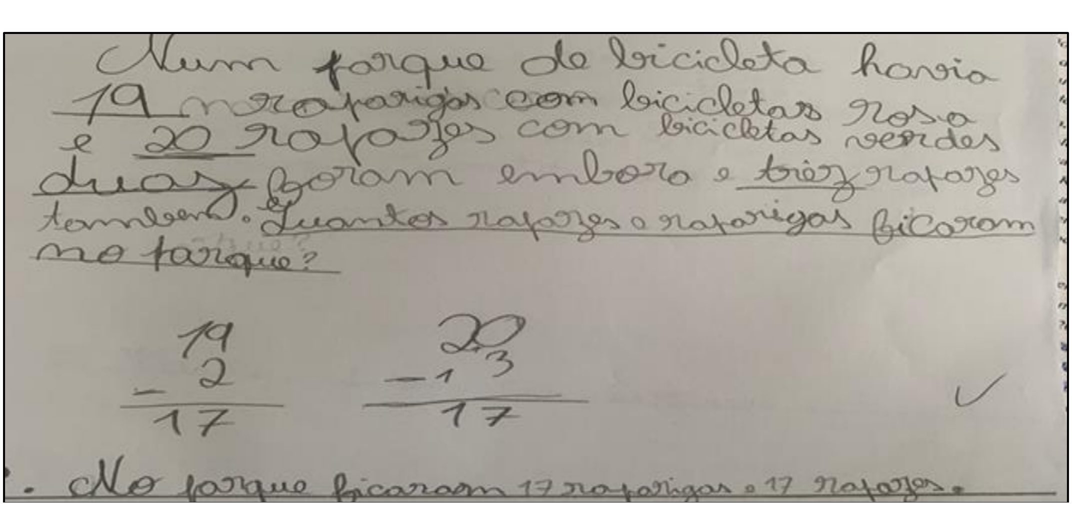
O Tomás ganho 70 cartas

3.3.2. 2.ª Tarefa – Estratégia Livre

Esta tarefa foi realizada no seguimento da anterior, tendo obtido uma formulação completa 14 alunos, tal como na anterior. Tendo 3 alunos a sua formulação incompleta e 1 a resolução errada.

Na Figura 57, temos o exemplo do enunciado criado pela aluna J, que foi novamente considerado o melhor pela turma. Este enunciado destacou-se por estar bem escrito, conter todos os dados necessários, apresentar uma pergunta clara e exigir mais de um passo para a resolução. A aluna J demonstrou, mais uma vez, facilidade e criatividade na criação de enunciados, introduzindo elementos inesperados, como a cor das bicicletas, o que enriqueceu o problema e despertou maior interesse entre os colegas.

Figura 57 - *Problema formulado pela aluna J*


Num parque de bicicleta havia 19 raparigas com bicicletas rosa e 20 rapazes com bicicletas verdes duas foram embora e trêz rapazes também. Quantos rapazes e raparigas ficaram no parque?

19 − 2 = 17

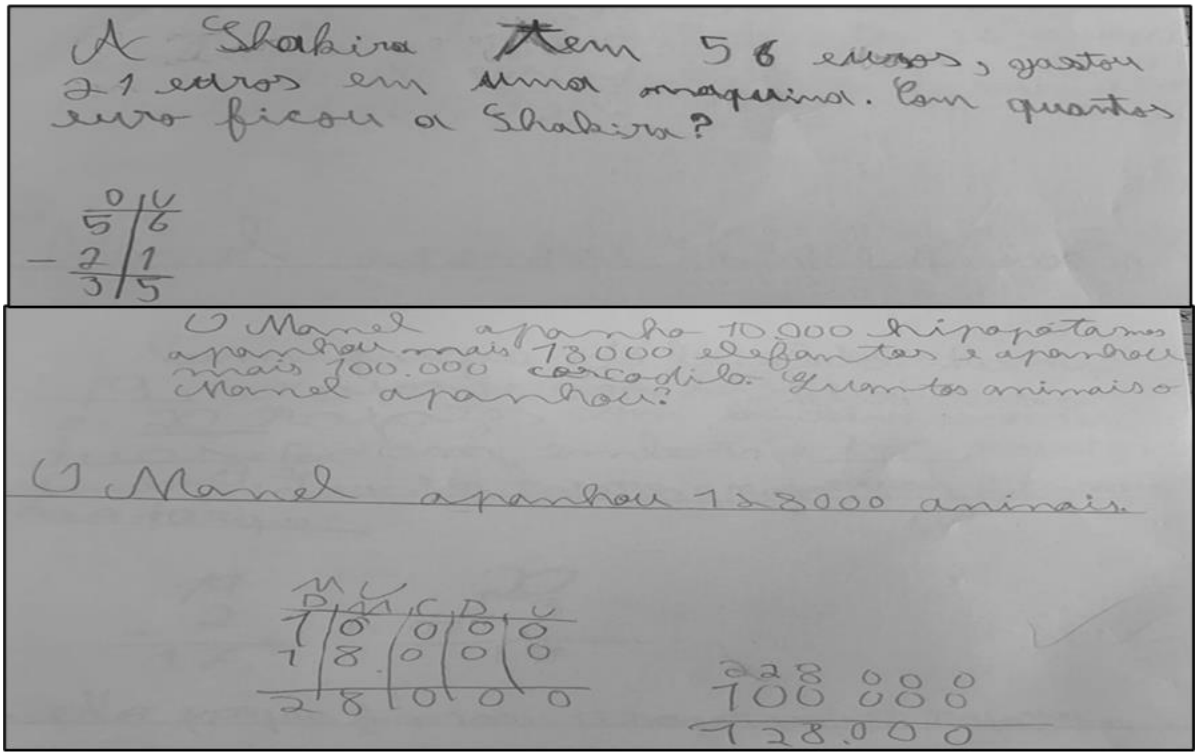
20 − 3 = 17

No parque ficaram 17 raparigas e 17 rapazes.

A complexidade do problema criado pela aluna J também merece destaque, embora diferente do seu enunciado anterior, este problema exigia dois passos para ser resolvido, aumentando o grau de dificuldade. Esta característica não só demonstrou a capacidade da aluna em elaborar problemas mais desafiadores, mas também evidenciou a sua capacidade de pensar de forma estruturada e lógica. Além disso, a introdução de detalhes adicionais, como a cor das bicicletas, mostrou a criatividade da aluna em tornar o problema mais interessante e realista.

Considerado também enunciados formulados corretamente, temos os exemplos da Figura 58. Os alunos AD e LO, conseguiram elaborar enunciados diferentes, um envolvendo a subtração e outro a adição, com características diferentes. O AD usou euros como unidade de medidas, enquanto o aluno LO usou quantidades mais elevadas de animais, mostrando capacidade de criar problemas matemáticos diversificados e contextualizados nos diferentes cenários. No entanto, ao analisar a resolução do enunciado do aluno LO, observa-se que utilizou duas operações de adição, quando a mesma poderia ter sido realizada numa só. Este detalhe demonstra que o aluno não se sente totalmente à vontade para realizar cálculos de adição que envolvam duas parcelas.

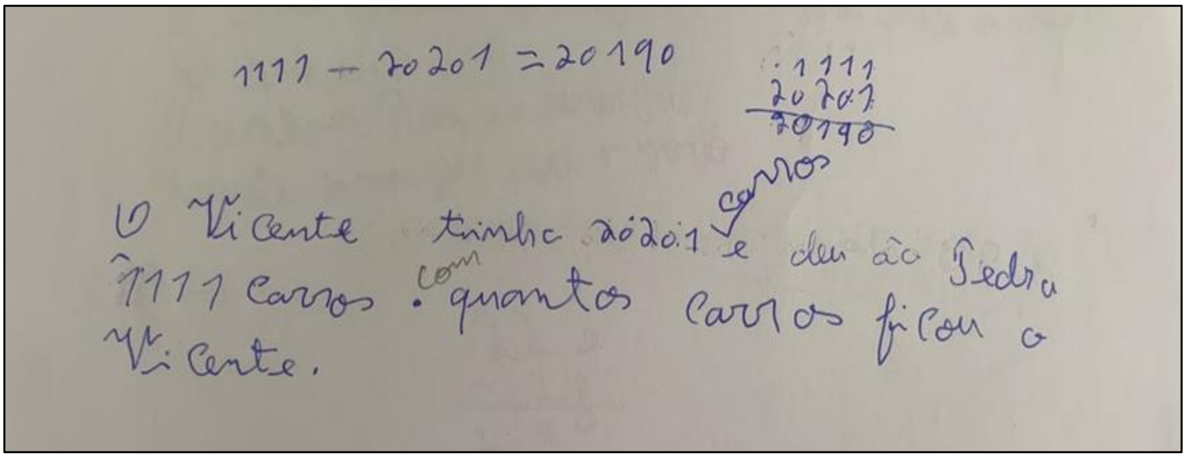
Figura 58 *- Problemas elaborados pelos alunos AD e LO*



Em relação a um enunciado elaborado corretamente, mas com a sua resolução errada, temos o exemplo apresentado na Figura 59.O aluno criou um enunciado coerente que envolvia uma operação de subtração, mas ao realizar a sua resolução não conseguiu realizar o cálculo corretamente, colocando o aditivo no lugar do subtrativo. Este erro evidencia uma dificuldade na representação e compreensão dessa operação matemática específica.

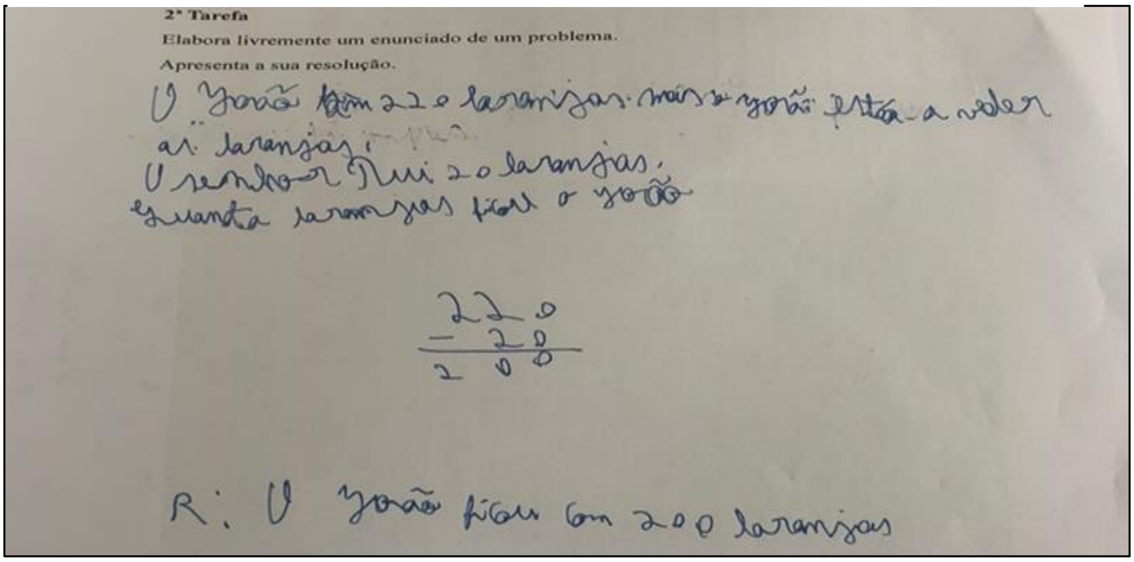
O facto de o aluno ter elaborado um enunciado coerente é um aspeto positivo, mostrando que ele tem a capacidade de formular problemas estruturados e lógicos. No entanto, a dificuldade na execução correta da subtração aponta para uma área que necessita de maior atenção e prática. A inversão dos termos na operação de subtração sugere que o aluno ainda não compreende completamente os papéis do aditivo e do subtrativo, ou pode estar confuso sobre como esses elementos se manipulam na operação.

Figura 59 *- Problema formulado pelo aluno DU*



Por último, na Figura 60, temos um exemplo de enunciado considerado incompleto, pois as ideias não estão explicitamente claras. O enunciado contém os dados necessários para a formulação de um problema e apresenta uma resolução para o mesmo. No entanto, a estrutura do enunciado não está coesa, o que resultou na confusão dos alunos sobre o que era necessário fazer. Como tal, o aluno A demonstrou dificuldade em expressar as ideias de forma estruturada do conceito que se pretendia aplicar.

Figura 60 *- Problema formulado pelo aluno A*


2.ª Tarefa
Elabora livremente um enunciado de um problema.
Apresenta a sua resolução.
O João tem 220 laranjas. mais o João esta a vender as laranjas.
O senhor Rui 20 laranjas.
Quanta laranjas ficou o João
220
− 20
200
R: O João ficou com 200 laranjas

3.3.3. – Análise global da 3.ª parte da proposta didática

Neste ponto efetua-se uma análise global das duas tarefas em simultâneo. Conforme mostrado na Tabela 10 os resultados foram bastante similares, com apenas pequenas variações nas formulações parciais. Isto sugere que, apesar de apresentarem algumas incorreções linguísticas na construção das frases, os alunos conseguem aplicar os seus conhecimentos na formulação de problemas.

Tabela 10 *- Análise global das 2 tarefas*

	Formulou corretamente	**Formulou parcialmente**		**Não formulou**	**Total**
		Enunciado incompleto	Resolução errada		
1.ª Tarefa	**14**	**1**	**3**	**0**	**18**
2.ª Tarefa	**14**	**3**	**1**	**0**	**18**
Total	**28**	**4**	**4**	**0**	**36**

Em relação ao contexto dos 36 enunciados analisados nesta terceira parte, 11 utilizaram a "realidade" e 25 a "semi-realidade". Neste último caso, embora as situações pareçam reais, elas podem não ter grande significado para os alunos, pois muitas das propriedades reais das situações não são consideradas (Ponte, 2005). Nenhum dos problemas foi "puramente matemático", uma vez que para ser um problema deve envolver uma narrativa/história.

No campo da criatividade, os alunos na estratégia livre deram "asas" à imaginação e complexidade, transpondo para os enunciados os vários conhecimentos e conexões adquiridas ao longo desta proposta didática. Nas duas tarefas, a fluência foi alcançada nos 36 enunciados. Embora alguns estivessem confusos, conseguiu-se evidenciar que tinham conteúdo suficiente para formar um enunciado coerente. Em termos de flexibilidade, os alunos adotaram diferentes situações, como restaurantes, padarias, venda de frutas, flores, quantidade de pessoas, cromos, golos, entre outras situações. Quanto à originalidade e elaboração, apenas a aluna J conseguiu demonstrá-las de forma significativa, utilizando dados irrelevantes para a resolução e adicionando características únicas como "bicicletas rosas e verdes" e a resolução com duas operações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Contributos da investigação para o avanço do conhecimento

A conceção deste estudo é motivada pela importância da Matemática e, especialmente, pela formulação de problemas no contexto real e semirreal e, consequentemente, pela resolução de problemas. Isso promove o contacto com ideias matemáticas relevantes (Boavida et al., 2008), estimula a criatividade (Marques et al., 2013) e desenvolve comportamentos e atitudes essenciais nos alunos (Duarte, 2000).

Como tal, nesta investigação procurou-se compreender o modo como 20 alunos do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB formulam problemas e quais as dificuldades que revelam, como também perceber o tipo de estratégias a que recorrem na resolução de problemas. Desta forma, formulámos três questões que nortearam esta investigação, sendo elas:

1) De que forma os alunos formulam problemas em Matemática?
2) Quais as potencialidades e as fragilidades evidenciadas pelos alunos na formulação de problemas em Matemática?
3) Quais as estratégias a que os alunos recorrem na resolução de problemas de Matemática?

Como tal, ao longo desta investigação foi adotado uma atitude reflexiva em relação à prática, durante a intervenção desta investigação.

Efetuado uma análise aos resultados obtidos, e respondendo à primeira questão de investigação, concluísse que alunos demonstraram pouca criatividade na formulação dos problemas, com a maioria a permanecer fiel às expressões fornecidas e não saindo da sua 'zona de conforto', optando por utilizar situações comuns encontradas nos manuais escolares. Dos 130 enunciados analisados, 62% (80 enunciados) concentraram-se na dimensão da criatividade da fluência, uma vez que essa percentagem conseguiu formular um enunciado corretamente de acordo com Leikin et al. (2009). Em termos de flexibilidade, utilizando a estratégia semiestruturada, houve uma generalização dos enunciados conforme mencionado anteriormente. Na estratégia de situação livre, 17% (6 enunciados) dos 36 enunciados elaborados apresentaram características dessa dimensão de criatividade, com problemas de diferentes tipos, embora de adição e subtração como pretendido, utilizaram euros, números astronómicos como um milhão de golos marcados, e nomes de animais diferentes, como capivaras. Quanto à originalidade, foram destacados 5% (6 enunciados) dos 130 elaborados, sendo que 2 se destacaram pela elaboração detalhada, introduzindo pormenores ou dados específicos, como a cor das bicicletas e um dado irrelevante (a colocação da quantidade de polvos, sendo que este dado não era para ser contabilizado) para a resolução do problema.

Resumidamente, foi possível constatar que a fluência é a dimensão da criatividade de mais fácil identificação, ideia também defendida por alguns autores (e.g. Vale, 2012; Vieira, 2012). No que respeita à flexibilidade e originalidade são dimensões mais complexas de diferençar, exigindo o trabalho mais minucioso e atento. Contudo, esta investigação não teve como objetivo quantificar a criatividade dos alunos na resolução e formulação de problemas, mas sim realizar uma avaliação geral da criatividade com base no desempenho dos alunos nas suas três dimensões: fluência, flexibilidade e originalidade. Sendo que essas ideias também foram defendidas por Conway (1999), Silver (1997) e Vale (2012). Além disso, foi possível verificar que, no contexto escolar, especialmente nas aulas de Matemática, as produções criativas podem surgir, mesmo que não venham necessariamente dos alunos com melhor desempenho ou características excecionais (Silver, 1997).

Em relação aos contextos utilizados na formulação de problemas matemáticos, observa-se que a maioria dos alunos utilizou um contexto de "semi-realidade" (112 problemas, representando 88% dos problemas formulados), um contexto "extremamente frequente nos problemas e exercícios de Matemática" (Ponte, 2005, p.10). Embora essas situações pareçam reais, para os alunos elas podem não ter grande significado, pois muitas das propriedades reais das situações não são levadas em consideração (Ponte, 2005).

Os demais alunos optaram por um contexto de realidade (18 problemas, representando 14% dos problemas formulados). Não houve problemas puramente matemáticos, pois esse tipo de problema concentrasse apenas "na propriedade ou propriedades que interessem a quem enunciou o problema e é nelas que o aluno é suposto centrar-se" (Ponte, 2005, p.10).

Os contextos nos problemas formulados pelos alunos contribuem para uma aprendizagem mais significativa e envolvente da Matemática, uma vez que, oferecem aos alunos a oportunidade de aplicar conceitos em situações reais, promovendo a compreensão, o pensamento crítico e a resolução de problemas (Boavida et al., 2008). Ao valorizar a conexão entre a Matemática e o mundo real, esses contextos tornam a Matemática mais acessível, motivadora e colaborativa, preparando os alunos para enfrentar os desafios e utilizar a matemática de forma prática e efetiva nas suas vidas. Contudo, se o tempo não fosse limitado durante esta intervenção, os resultados seriam mais positivos.

Em termos de resposta à segunda questão de investigação, pode-se constatar que os alunos têm potencialidades na formulação de problemas, quando este tema é trabalhado em sala de aula. Esta afirmação tem como pilar as respostas obtidas na análise das tarefas, pois das 130 tarefas realizadas, 80 estavam corretamente formuladas e 30 parcialmente formulados.

Uma situação que sublinha a importância de um apoio mais direcionado é a necessidade de práticas adicionais para ajudar os alunos a desenvolverem as suas capacidades de formulação de problemas, pois uma das grandes fragilidades constatadas foi a capacidade de organização de ideias e a sua comunicação aos outros. Outra fragilidade observada foi a construção frásica, a incoerência das ideias escritas. Como tal, trabalhar na coerência da linguagem e na organização das ideias é crucial para ajudar os alunos a desenvolverem uma compreensão mais sólida e aplicável dos conceitos matemáticos.

A falta de autonomia e segurança dos alunos na realização das tarefas, foi também uma constante, uma vez que estavam sempre a questionar se estava correto, se era assim. A prática contínua e o feedback construtivo foram essenciais para ajudar os alunos a superarem estas dificuldades e a ganharem confiança nas suas capacidades de formulação de problemas, uma vez que os resultados foram obtendo melhoramentos com o desenvolvimento da proposta didática.

Quando questionados sobre qual estratégia de formulação de problemas gostavam mais, a situação livre foi a que se destacou obtendo metade da pontuação dos 18 alunos questionados. Questionados sobre o porquê os alunos disseram que:” Podemos pensar livremente, sem cálculos e sem imagens; é mais fácil, pois podemos por os números que quisermos” (DB, 20, de março, 2024)

Por último, que respeita à terceira questão de investigação, foram colocadas aos alunos no início da proposta didática, 4 problemas, 2 com resolução de um passo, 1 com resolução de dois passos e 1 de resolução por tentativa e erro.

Através da observação direta e participativa, bem como de uma análise detalhada e aprofundada dos desempenhos dos alunos em relação aos problemas propostos, concluiu-se que os alunos utilizam a estratégia de resolução aritmética, empregando as duas operações básicas: adição, subtração, nos três problemas. Contudo, demonstraram a falta de consolidação dos conceitos fundamentais das operações matemáticas, especialmente na subtração, ao trocarem o aditivo pelo subtrativo. Já no problema de tentativa e erro os alunos utilizaram a estratégia de representação gráfica associada à aritmética. Nos problemas formulados pelos alunos a estratégia de resolução utilizada foi a de recurso à aritmética.

Desenvolvimento profissional e pessoal

A qualidade do ensino e da aprendizagem no contexto educativo é fortemente influenciada, entre outros fatores, pela postura e atitude do professor. Como tal, é essencial que todo profissional da educação esteja ciente da necessidade de manter uma postura de constante autorreflexão e aperfeiçoamento, reconhecendo que sua formação nunca está completa. É crucial que estejam sempre a aprender e a refletir continuamente sobre o que fazem, como o fazem e porque o fazem, integrando a teoria e prática.

A prática pedagógica supervisionada é a primeira oportunidade para que futuros profissionais da educação desenvolvam hábitos de reflexão essenciais, que influenciarão todas as suas práticas futuras. Esses hábitos, juntamente com seus valores, crenças, atitudes, motivações e escolhas, moldarão a sua identidade profissional. Dito isto, esta investigação contribuiu significativamente para o desenvolvimento pessoal e profissional, permitindo desenvolver diversas competências e aprendizagens, em relação aos diversos contextos educativos em sala de aula, sendo que cada grupo de alunos tem as suas particularidades.

Trajetórias futuras

A formulação de problemas é uma capacidade que deve ser desenvolvida nos alunos juntamente com a resolução de problemas. Embora seja uma tarefa complexa, ela não só desenvolve o conhecimento matemático, mas também melhora a compreensão dos processos de resolução relacionados ao problema criado. Quando os alunos são incentivados a criar enunciados de problemas, propor esses problemas a outros colegas e resolver os problemas que inventaram, a aprendizagem se torna significativamente mais enriquecedora em termos de resolução de problemas (Boavida et al., 2008).

Nas trajetórias futuras e como a formulação de problemas traz uma série de benefícios como fortalecer a compreensão de conceitos matemáticos, promover o desenvolvimento do raciocínio matemático, estimular o pensamento criativo e a resolução de problemas, e melhorar a comunicação matemática e as capacidades linguísticas (Vale et al., 2015), é pertinente a continuação deste tipo de investigação. Uma vez que, ao envolver os alunos de forma ativa e desafiadora, a formulação de problemas contribui para o seu crescimento académico, cognitivo e emocional, preparando-os para um futuro de sucesso no estudo da matemática e não só.

RFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, P., C., Domingos, A., e Monteiro, C. (2014). Formulação de problemas no 1º Ciclo. *Conference: Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM)* (pp. 65-77.

Almeida, P., C., (2018) *Formulação de problemas: Um estudo com alunos dos 3.º e 4.º anos*. (Tese de Doutoramento). Almada, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

Amado, J. (2014). *Manual de Investigação qualitativa em Educação* (2.ª ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.

Araman, E., Serrazina, L., & Ponte, J. P. (2020). Raciocínio matemático nos primeiros anos: Ações de duas professoras ao discutir tarefas com seus alunos. Bolema, 34(67), 441-461. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a05

Associação de Professores de Matemática (APM) (2017) *Princípios para a ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. APM.

Barmby, P., Bolden, D., & Thompson, L. (2014). *Understanding and Eriching Problem Solving in Primary Mathematics*. Critical Publishing Ltd.

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos* (M. J. Alvarez, S. dos Santos, & T. Baptista, Trads.). Porto Editora.

Brocardo, J., Delgado, C., & Mendes, F. (2007). A multiplicação no contexto do sentido do número. In *Desenvolvendo o sentido do número: Perspetivas e exigências curriculares. Materiais para o professor do 1.ºciclo*. (Vol. II) APM.

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' *learning. Educational Studies in Mathematics*, 83, 57–69.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática, 115*, 11-17.

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. ME

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics, 58*,45–75.

Carvalho, R., Espadeiro, R., & Branco, N., (2023). *Contributos para o desenvolvimento do pensamento computacional em Matemática*: *Materiais de apoio para os professores do 1.º ciclo do ensino básico.* APM

Castro, J. P., & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados: Textos de apoio para Educadores de Infância*. Ministério da Educação: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). *An empirical taxonomy of problem posing processes*. ZDM *The International Journal on Mathematics Education*, *37*(3), 149–158.

Clandinin, D. J., & Connelly, F. M. (1998). Personal experience methods. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Collecting and interpreting qualitative materials* (pp. 150-178). Sage Publications.

Cohen, L., Manion, L., & Morrisson, K. (2001). *Research methods in education* (5.ª ed.). Routledge/Falmer.

Cohen, L., Manion, L., & Morrisson, K. (2007). *Research methods in education (*6.ª ed.). Routledge.

Coutinho, C. (2011). Paradigmas, Metodologias e Métodos de Avaliação. *In Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas*, *Teoria e Prática* (pp. 9-35). Edições Almedina.

D'Amore, B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Modena: Digital Docet.

Dante, L. R. (2010). *Formulação e resolução de problemas: Teoria e prática*. Ática.

Denzin, N. K. (2002). The interpretative process. In A. Haberman, & M. Miles (Eds.), *The qualitative researchers companion* (pp. 349-366). Sage Publications.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.) (1994). *Handbook of qualitative research*. Sage Publications.

Duarte, J. (2000). A resolução de problemas no ensino da matemática. *Educação & Comunicação*, 4, 97-100.

Elliott, J. (1991). *Action research for educational change*. Milton Keynes: Open University.

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3.ª ed.) (pp. 119-161). Macmillan Publishing Company.

Ferreira, E. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade*. Universidade de Lisboa: Instituto de Educação

Fink, A. (1995). *How to analyse survey data*. Sage Publications.

Flores, J. (1994). *Análisis de datos cualitativos: Aplicaciones a la investigación educativa*. Promociones y Publicaciones Universitarias, S.A.

Gomes, P., Quaresma, M. & Ponte, J., P. (2023). Conhecimento sobre tarefas e sobre os alunos num estudo de aula com professoras de matemática. *Educación Matemática*, *35*(1). https://doi.org/10.24844/EM3501.0

Guba, E., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of quality research* (pp. 105-117). Sage Publications.

Hamido, G., & César, M. (2009). Surviving within complexity: A meta-systemic approach to research on social interactions in formal educational scenarios. In K.

Kumpulainen, C. Hmelo-Silver, & M. César (Eds.), *Investigating classroom interactions: Methodologies in action* (pp. 229-262). Sense Publishers.

Kincheloe, J., & Tobin, K. (2006). Doing educational research in a complex world. In K. Tobin, & J. Kincheloe (Eds.), *Doing educational research – A handbook* (pp. 3-13). Sense Publishers.

Krulik, S. & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and problem solving – A Handbook for Elementary School Teachers*. Allyn and Bacon.

Leikin, R., Berman, A. & Koichu, B. (2009*). Creativity in mathematics and the education of gifted students*. Sense Publisher.

Léssard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2005). *Investigação qualitativa: Fundamentos e práticas* (2.ª ed.) (M. J. Reis, Trad.). Instituto Piaget.

Lüdke, M., & André, M. (2005). *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas* (9.ª ed.). Editora Pedagógica e Universitária.

Lupinacci, V. & Botin, M. (2004). *Resolução de problemas no ensino de matemática.* Anais do VIII ENEM.

Machado, R. (2014). Trabalho colaborativo e matemática: *Um estudo de caso sobre o instrumento de avaliação de capacidades e competências do projeto interação e conhecimento*. APM. [Tese de doutoramento apresentada na FCT-UNL]

Marques, A. B., Oliveira, H. A., Santana, F. D., & Chagas, W. d. (2013). O lugar da resolução de problemas nas aulas de matemática. *In VII CIBEM*, (pp. 3221-3228).

Martins, B. (2016). *Formulação de problemas na aprendizagem de tópicos matemáticos do 1º e 2º ciclos do ensino básico*. Universidade do Minho

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing.* Rand Falmer.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-acção*. Porto Editora.

McNiff, J., & Whitehead, J. (2002). *Action research: Principles and practice* (2nd ed.). Routledge.

McNiff, J., & Whitehead, J. (2006). *Action research: All you need to know about.* Sage Publications.

Medeiros, K. M. de, & Santiago, M. S. (2013). Formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula: explicitando o intertexto. In *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (XXIV SIEM). APM & CIE da Universidade de Minho.

Miles, M., & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis*. Sage Publications.

Morais, C. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. (Dissertação de Mestrado). Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa. http://hdl.handle.net/10400.21/1211

National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática.* IIE e APM.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards of school Mathematics.* NCTM

National Council of Teachers of Mathematics (NTCM) (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* APM & NCTM.

O'Connell, S. (2007). *Introduction to Problem Solving: grades preK*-2. Heinemann.

Palhares, P. (1997). Histórias com problemas construídas por futuros professores. In D. Fernandes. F. Lester, A. Borralho, & I. Vale (Coord.). *Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática: Múltiplos Contextos e Perspectivas* (pp. 159-188). GIRP.

Palhares, P. (2000). *Transição do Pré-escolar para o 1º ano de escolaridade: Análise do ensino das aprendizagens em Matemática*. (Tese de doutoramento). Instituto de Estudos da Criança – Universidade do Minho.

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Newbury Park, Ca: Sage publications.

Piedade, B., & Reis, S. (2019). O que é um problema matemático? – Conceções de alunos do 4.º ano de escolaridade, *Interações*, 15(50), 180-196. DOI: https://doi.org/10.25755/int.18796

Pinheiro, S. & Vale, I. (2013). Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática. In: Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.) (2013). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. APM & CIEd. Universidade do Minho.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2009). O novo programa de Matemática*: uma oportunidade de mudança. Educação e Matemática*, 105, 2-6.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.

Ponte, J. P., (2003). *Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal.* Grupo de Investigação DIF – Didáctica e Formação Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Ponte, J., P., Quaresma, M. & Gomes, P. (2022). Representações e raciocínio na aula de Matemática. *Educação e Matemática,* 166, 39-43.

Santos, S. (2016). *Inventar e Resolver Problemas: Estratégias de aprendizagem matemática com crianças do 1.º ciclo do ensino básico*. Universidade do Minho.

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. ZDM, 3, 75-80.

Silver, E. A., & Cai, J. (2005). *Assessing student´s mathematical problem posing. Teaching Children Mathematic*s, 12(3) 129-135.

Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics,* 83, 9–26.

Stoyanova, E. (2005). Problem-posing strategies used by Years 8 and 9 students. *Australian Mathematics Teacher,* 61(3), 6–11.

Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into Students' problem posing in school mathematics. In P. C. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education (Proceedings of the 19th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (pp. 518–525). MERGA.

Vale, I., & Pimentel, T. (2012). Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em Matemática. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Ed.), *Investigação em Educação Matemática - Práticas de Ensino da Matemática* (pp. 347-360). SPIEM.

Vale, I., Fão, A., Portela, F., Geraldes, F., Fonseca, L., Gigante, M., Lima, S., & Pimentel, T. (2006) *Matemática no 1º Ciclo: propostas para a sala de aula.* Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A., (2015) Ensinar matemática com a resolução de problemas. *Quadrante*, *XXIV (*2), 39-60.

Van de Walle, J. (1998). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Longman.

ANEXOS

ANEXO I

1.ª PARTE DA PROPOSTA DIDÁTICA

Proposta didática

Introdução

Esta proposta didática está dividida em 3 partes, a primeira apresenta 4 problemas para serem resolvidos individualmente. A segunda parte é constituída por 4 tarefas com a apresentação de um resultado/operação aritmética para cada tarefa, em que os alunos terão de formular um problema para esse conjunto de dados. Posteriormente esse enunciado será passado ao colega do lado, para que seja realizada uma apreciação por parte desse aluno. Na última parte os alunos terão de realizar livremente a formulação de 2 problemas e posteriormente resolvê-los. No final de cada conjunto de tarefas será realizada uma discussão e correção em grande grupo. Os conhecimentos a trabalhar são os números, operações de aritmética da adição e subtração.

1ª PARTE

Trata-se de uma atividade de síntese das aprendizagens dos alunos em relação a várias noções matemáticas exploradas durante o ano na perspetiva da resolução de problemas, para perceber quais as fragilidades que os alunos apresentam. Esta proposta didática agrupa diferentes propostas de resolução e de formulação de problemas. Para cada tarefa será apresentada uma forma de resolução.

Resolução de problemas

Objetivo: verificar a forma de como o aluno resolve o problema. Quais as estratégias usadas para a resolução e quais as fragilidades.

Este conjunto de tarefas têm como propósito explorar o raciocínio dos alunos como também as estratégias usadas por estes na resolução de problemas.

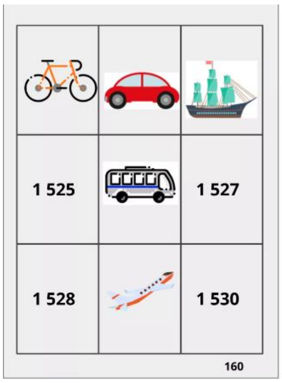
Implementadas dia 24 de janeiro

1ª Tarefa

Resolução só de uma operação (só com um passo)

Observa a figura, lê o enunciado e resolve o problema.

O Constantino tem uma caderneta de cromos sobre os transportes. Esta é a última página.



O Constantino já colocou 958 cromos.

Quantos cromos precisa ainda o Constantino para completar a caderneta?

Explica como chegaste à tua resposta.

Proposta de resolução

1530 – 958 = 572

R.: O Constantino precisa ainda de 572 cromos para completar a caderneta.

2ª Tarefa

Resolução com duas operações (com dois passos)

A Maria recebeu dos avós uma caixa com 1500 missangas.

A Maria juntou-as à sua coleção de 3000 missangas. Mais tarde, resolveu oferecer 700 à sua melhor amiga. Com quantas missangas ficou a Maria?

Explica como chegaste à tua resposta.

Proposta de resolução

1500 + 3000 = 4500

4500 – 700 = 3800

R.: A Maria ficou com 3800 missangas.

3ª Tarefa

Resolução por tentativas

O Joaquim estava à janela a contar as motas e os carros que passavam na rua. Disse à mãe que tinha contado 22 pneus em 7 meios de transporte. Quantas motas e quantos carros é que o Joaquim viu?

Explica como chegaste à tua resposta.

Proposta de resolução

1 carro = 4 rodas $\qquad \overbrace{4+4+4+4}^{\text{4 carros}} = 16 \qquad$ 16+6 = 22 pneus.

1 mota = 2 rodas $\qquad \underbrace{2+2+2}_{\text{3 motas}} = 6$

R.: O Joaquim viu 4 carros e 3 motas.

4ª Tarefa

Formular um problema com a alteração dos dados do problema anterior

Elabora um novo enunciado para a expressão numérica da resolução do problema da tarefa 3

$\boxed{16+6= 22}$

Proposta de resolução

No quintal da Maria e do Joaquim podem-se contar 22 patas em 7 animais. Quantas galinhas e quantos coelhos tem no quintal?

A implementar dia 21 de fevereiro

5ª Tarefa

A mãe do Martim e da Filipa foi ao supermercado e comprou 15 maçãs, uma dezena de laranjas, meia dúzia de ameixas e cinco peras. Quantas peças de fruta comprou no total.

Proposta de resolução

$15 + 10 + 6 + 5 = 36$

R: Comprou no total 36 peças de fruta.

6ª Tarefa

Escreve um enunciado de um problema que seja traduzido pelo seguinte **cálculo:**

$\boxed{\mathbf{120 - 45 = 75}}$

Procedimentos:

Para a realização das tarefas a turma manterá os seus lugares, trabalhando individualmente. O professor distribuirá os enunciados em folhas de papel A4 lisa, orientando os alunos de que terão de realizar as tarefas/ problemas, utilizando as estratégias que entenderem. No fim será realizada a correção em grande grupo, sendo que os alunos irão apresentar aos colegas as várias estratégias de como resolveram os problemas.

Para começar as tarefas a professora irá solicitar aos alunos que leiam individualmente os enunciados e posteriormente a professora volta a ler os enunciados para a turma. Depois da leitura dos enunciados a professora pergunta se têm dúvidas do que é para fazer, esclarecendo se as houver. Seguidamente a turma começa a realizar as tarefas.

Durante a realização da tarefa, a professora, fará as observações, rodando pelas mesas, verificando como os alunos se comportam e como resolvem os problemas, realizando as intervenções necessárias. A tarefa deverá ser realizada durante 20 a 30 minutos, ou assim que todos tenham terminado, para proceder seguidamente á correção e discussão. Sistematização do que é necessário para a resolução do problema.

ANEXO II

2.ª PARTE DA PROPOSTA DIDÁTICA

2ª PARTE

Objetivos: Fomentar a formulação de problemas através de uma operação ou imagem. Promover a discussão de ideias e pensamento critico sobre os enunciados dos colegas.

A implementar dia 28 de fevereiro

1ª Tarefa

Tendo em conta o **cálculo 2580 + 302 = 2882 escreve** um enunciado de um problema**.**

Proposta de resolução

A Joaquina tinha uma exposição com 2580 bonecas. A mão deu-lhe mais 302. Com quantas bonecas ficou a Joaquina, na sua exposição?

2ª Tarefa

Tendo em conta o cálculo **1500 – 655 = 845, escreve** um enunciado de um problema.

Proposta de resolução

O António tinha um armário com prateleiras para 1500 carros. O António já tem 655 carros. Quantos carros ainda lhe faltam para preencher as prateleiras do armário?

3ª Tarefa

Tendo em conta o cálculo **1546 + 789 – 758 = 1577, escreve** um enunciado de um problema.

Proposta de resolução

No mês de janeiro a pastelaria do pai do João confecionou 1546 pasteis de nata e 789 tartes de amêndoa. Durante o dia venderam, apenas, 758 desses doces confecionados. Quantos doces ficaram por vender?

A implementar dia 6 de março

4ª Tarefa

Nesta tarefa a resolução dos problemas dos enunciados elaborados será feita posteriormente, depois de analisados.

Observa a imagem e escreve um enunciado de um problema. A regra para a elaboração do problema é que tens de utilizar uma das operações, de subtração ou adição.

Proposta de resolução

Na quinta do Marcolino, a Maria contou 25 cabeças de animais e o Tomás contou 68 patas de animais. Quantos animais de 2 patas e de 4 patas havia na quinta do Marcolino?

5ª Tarefa

Observa a imagem dos relógios e elabora um enunciado de um problema que inclua a indicação das horas dos três relógios.

Proposta de resolução

O João saiu de casa às 9 h 5 minutos e a Maria saiu às 10 h 6 minutos. Chegaram ambos às 13h 45 minutos à escola. Quem demorou mais tempo?

Procedimentos

Para a realização das tarefas a turma manterá os seus lugares, trabalhando individualmente. O professor distribuirá as tarefas em folhas de papel A4 lisa, orientando os alunos de que terão de realizar as tarefas/ problemas, utilizando os dados que estão em cada tarefa seguindo as indicações. No fim de cada tarefa, de formulação de problema, os enunciados serão trocados entre os colegas para que seja realizada a discussão critica sobre os mesmos. Os alunos irão dizer o que acham bem ou mal e o que poderiam melhorar.

Antes de iniciar as tarefas a professora vai elucidar/relembrar os alunos sobre o que constitui um problema, ou seja, o que é necessário para elaborar um problema/enunciado. Para começar as tarefas a professora irá solicitar aos alunos que leiam individualmente o que é pedido e posteriormente a professora explica aos alunos o que têm de fazer se estes manifestarem duvidas Seguidamente a turma começa a realizar as tarefas.

Durante a realização da tarefa, a professora, fará as observações, rodando pelas mesas, verificando como os alunos se comportam e como resolvem os problemas, realizando as intervenções necessárias. Cada tarefa deverá ser realizada durante 20 a 30 minutos, ou assim que todos tenham terminado, para proceder seguidamente á discussão. Sistematização do que é necessário para a formulação de um problema.

NOTA: As tarefas propostas nas duas sequências anteriores, poderão sofrer adaptações. Em relação à duração das mesmas, o tempo para as realizar vai depender do desenvolvimento em sala de aula, sendo que poderão ser distribuídas por 2 ou 3 dias. No entanto, no dia de cada tarefa será realizada sempre a sua correção/avaliação.

ANEXO III

3.ª PARTE DA PROPOSTA DIDÁTICA

3ªPARTE

A implementar a 20 de março

Formulação de problemas

Nesta 3ª parte será facultado aos alunos uma folha em branco A4, para que formulem livremente 2 enunciados de problemas e que seguidamente apresentem também a sua resolução.