esec
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE COIMBRA

Departamento de Educação da Escola Superior de Educação de Coimbra

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

# O uso do Material Multibásico e das Representações na compreensão do Algoritmo Usual da Subtração

Raquel Sofia Delgado dos Santos

Coimbra, 2019

esec
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE COIMBRA

Raquel Sofia Delgado dos Santos

# O uso do Material Multibásico e das Representações na compreensão do Algoritmo Usual da Subtração

Relatório Final do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo de Ensino Básico, apresentada ao Departamento de Educação da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Constituição do júri

Presidente: Professora Doutora Maria Filomena Rodrigues Teixeira

Arguente: Professor Doutor Pedro José Arrifano Tadeu

Orientador: Professor Doutor Fernando Manuel Lourenço Martins

Trabalho realizado sob a orientação do Professor Doutor Fernando Manuel Lourenço Martins e a coorientação do Professor Especialista Virgílio José Monteiro Rato

Fevereiro, 2019

**Agradecimentos**

À minha irmã, que não me deixa desistir.

Aos meus pais e tios, meus professores e protetores de vida.

Ao Miguel, que sem palavras me diz tudo e que sem braços me abraça. Que me ensinou que sem uma equipa não somos nada neste mundo e que a vida é efémera.

À minha restante família, em especial ao meu avô que esteja onde estiver estará a sorrir para mim.

Aos meus amigos, minha segunda família.

Ao João, que divide os dias comigo e os multiplica de felicidade.

Ao meu orientador, Fernando Martins, pela paciência e por acreditar em mim.

Ao meu coorientador, Virgílio Rato, sempre disponível para tudo.

À professora Maria Gonçalves pela disponibilidade e por partilhar o seu espaço educativo comigo.

Aos meus professores da velha Guarda, Jorge Mendes, Joaquim Mateus e Pedro Tadeu, que me mostraram o poder inacreditável da Matemática e me levaram a querer transmiti-la aos mais pequenos.

A todos os professores e colegas, que partilharam a sua sabedoria comigo.

Aos meus meninos que, apesar de pequenos, me chegam ao coração e tanto me ensinaram.

Obrigada do fundo do coração!

**Menção ao apoio financeiro**

Este trabalho é financiado pela FCT/MEC através de fundos nacionais e quando aplicável cofinanciado pelo FEDER, no âmbito do Acordo de Parceria PT2020 no âmbito do projeto UID/EEA/50008/2019.

**O uso do Material Multibásico e das Representações na compreensão do Algoritmo Usual da Subtração**

**Resumo:** O presente Relatório Final foi elaborado com o objetivo de traduzir atividades formativas desenvolvidas no âmbito dos estágios supervisionados integrados no Mestrado em Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, e está estruturado em três principais componentes: Introdução; Componente Investigativa; Componente Reflexiva.

Na Introdução é possível observar o modo de funcionamento dos estágios realizados, bem como uma breve descrição das respetivas turmas. Referem-se ainda aspetos relativos à prática docente, nomeadamente ao processo de planificação de aulas.

Na Componente Investigativa constam detalhes acerca de várias sessões que foram aplicadas no estágio do 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa turma de 3.º ano. O principal objetivo deste estudo foi criar e implementar uma experiência de ensino usando as representações e o material multibásico (MAB) como artefactos, de modo a promover a compreensão dos alunos sobre os procedimentos matemáticos inerentes ao algoritmo usual da subtração (AUS) no 3.º ano do 1.º CEB. Deste modo traçou-se um estudo de natureza qualitativa, de índole interpretativa e *design* de investigação-ação. Os dados foram recolhidos através dos registos escritos, fotográficos e áudio dos alunos e de anotações da professora estagiária ao longo das sessões. A investigação aplicada evidencia que a representação ativa usando o MAB em conjunto com as representações visuais e simbólicas efetuadas pelos alunos ajudam efetivamente na compreensão dos procedimentos associados ao AUS, colmatando o uso de mnemónicas como auxílio na resolução desta operação.

A Componente Reflexiva é constituída por duas reflexões finais: uma acerca estágio em 1.º CEB e outra relativa ao estágio no 2.º CEB.

**Palavras-chave:** Representações, Algoritmo Usual da Subtração, Material Multibásico, Prática Educativa, 1.° Ciclo do Ensino Básico

**The use of Multibasic Material and Representations in understanding the Usual Subtraction Algorithm**

**Abstract:** The present Final Report was prepared with the purpose of translating training activities developed within the framework of the supervised internships integrated in the Masters in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education. It is structured in three main components: Introduction, Investigative Component and Reflexive Component.

In the Introduction it is possible to observe the operation mode of the placements carried out, as well as a brief description of the respective classes. This component also refers aspects related to teaching practice, in particular to the lesson planning process.

In the Investigative Component there are details about the sessions that were applied in the 1st Cycle of Basic Education, in a 3rd year class. The main goal was to create and implement a teaching experience using Multibasic Material and Representations as artifacts, in order to promote students' comprehension about mathematical procedures inherent to the Usual Subtraction Algorithm in 3rd year class. In this way, a qualitative nature study, with an interpretative nature and an action-research design was drawn. The data were collected through the students' written, photographic and audio recordings and notes of the trainee teacher throughout the sessions. The applied research shows that the active representation using the Multibasic Material together with the visual and symbolic representations made by the students effectively helps in understanding the procedures associated with Usual Subtration Algoritm, filling the use of mnemonics as an aid in the resolution of this operation.

The Reflexive Component consists of two final reflections: one about stage 1 in CEB and another about stage in 2nd CEB.

**Keywords:** Representations, Usual Subtration Algorithm, Multibasic Material, Educative Practice, 1st Cycle of Basic Education

# Índice

**Abreviaturas** ..... XI
**Índice de Quadros** ..... XI
**Índice de Tabelas** ..... XI
**Índice de Figuras** ..... XI
**1. INTRODUÇÃO** ..... 1
**2. COMPONENTE INVESTIGATIVA** ..... 7
**2.1. Introdução** ..... 9
**2.1.1. Motivação e Formulação do Problema** ..... 9
**2.1.2. Objetivos e Questão de Investigação** ..... 11
**2.1.3. Pertinência do Estudo** ..... 11
**2.1.4. Estrutura da Componente Investigativa** ..... 13
**2.2. Revisão da Literatura** ..... 13
**2.2.1. Representações** ..... 13
**2.2.2. Algoritmo Usual da Subtração (AUS)** ..... 16
**2.2.3. Manipulativo Concreto: Material Multibásico (MAB)** ..... 18
**2.3. Opções Metodológicas** ..... 20
**2.3.1. Descrição do Estudo** ..... 20
**2.3.2. Contexto do Estudo** ..... 22
**2.3.3. *Design* do Estudo** ..... 24
**2.3.4. Recolha e Análise de Dados** ..... 25
**2.4. Apresentação dos Resultados** ..... 27
**2.4.1. Fase Inicial** ..... 27
**2.4.1.1. Síntese da Fase Inicial** ..... 32
**2.4.2. Fase de Intervenção** ..... 34
**2.4.2.1. Primeira Sessão** ..... 34
**2.4.2.2. Segunda Sessão** ..... 36
**2.4.2.3. Terceira Sessão** ..... 39
**2.4.2.4. Quarta Sessão** ..... 42
**2.4.2.5. Quinta Sessão** ..... 44
**2.4.2.6. Sexta Sessão** ..... 46
**2.4.2.1. Síntese da Fase de Intervenção** ..... 48

**2.4.3. Fase Final** ..... 49
**2.4.3.1. Síntese da Fase Final** ..... 56
**2.5. Discussão de Resultados** ..... 57
**2.6. Conclusões** ..... 59
**3. COMPONENTE REFLEXIVA** ..... 63
**3.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico** ..... 65
**3.2. 2º Ciclo do Ensino Básico** ..... 67
**3.2.1. Matemática** ..... 67
**3.2.2. Ciências Naturais** ..... 69
**3.3. Considerações Finais** ..... 70
**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS** ..... 73
**APÊNDICES** ..... 83
**Apêndice 1 – Enunciados das tarefas da Fase Inicial** ..... 85
**Apêndice 2 – Nível de conhecimento dos alunos na Fase Inicial** ..... 89
**Apêndice 3 – Enunciados das tarefas da sessão 1 da Fase de Intervenção** ..... 93
**Apêndice 4 - Enunciados das tarefas da sessão 2 da Fase de Intervenção** ..... 97
**Apêndice 5 – Grelha e outros materiais como auxílio à manipulação do MAB** ..... 101
**Apêndice 6 - Enunciados das tarefas da sessão 3 da Fase de Intervenção** ..... 105
**Apêndice 7 - Enunciados das tarefas da sessão 4 da Fase de Intervenção** ..... 109
**Apêndice 8 - Enunciados das tarefas da sessão 5 da Fase de Intervenção** ..... 113
**Apêndice 9 - Enunciados das tarefas da sessão 6 da Fase de Intervenção** ..... 117
**Apêndice 10 – Planificações das sessões da Fase de Intervenção** ..... 121
**Apêndice 11 - Enunciados das tarefas da Fase Final** ..... 133
**Apêndice 12 - Nível de conhecimento dos alunos na Fase Final** ..... 137

## Abreviaturas

AUS - Algoritmo Usual da Subtração

CEB - Ciclo do Ensino Básico

MAB - *Multibase Arithmetic Blocks* (Material Multibásico)

PE - Professora Estagiária

ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

## Índice de Quadros

Quadro 1 - Caraterísticas da modalidade prática da investigação-ação (Coutinho et al., 2009)..... 22
Quadro 2 - Cronograma das sessões da investigação..... 25
Quadro 3 - Critérios de análise ao nível dos conhecimentos (Pratas, Rato & Martins, p.36) ..... 26
Quadro 4 - Comparação dos níveis de conhecimento dos alunos da Fase Inicial e da Fase Final ..... 59

## Índice de Tabelas

Tabela 1 - Categorias, descrições e exemplos das representações (Bruner 1973, como referido em Silva & Gomes, 2017; Montenegro et al., 2017 ..... 26

## Índice de Figuras

Figura 1 - Etapas da investigação-ação (Sousa & Batista, 2011) ..... 22
Figura 2 - Resolução da aluna A da tarefa 1.1. da Fase Inicial..... 28
Figura 3 - Resolução da aluna A da tarefa 3 da Fase Inicial..... 28
Figura 4 - Resolução do aluno B da tarefa 1.1. da Fase Inicial..... 29
Figura 5 - Resolução do aluno B da tarefa 3 da Fase Inicial..... 30
Figura 6 - Resolução da aluna C da tarefa 1.1. da Fase Inicial ..... 30
Figura 7 - Resolução da aluna C da tarefa 3 da Fase Inicial ..... 31

Figura 8 - Resolução do aluno D da tarefa 1.1. da Fase Inicial ..... 31
Figura 9 - Resolução do aluno D da tarefa 3 da Fase Inicial ..... 32
Figura 10 – Resolução da tarefa 1 da primeira sessão de intervenção ..... 34
Figura 11 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 1 da primeira sessão de intervenção 35
Figura 12 – Representação ativa para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção .. 36
Figura 13 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção 37
Figura 14 – Representação ativa para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção .. 38
Figura 15 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção 38
Figura 16 – Representação ativa para a resolução da tarefa 1 da terceira sessão de intervenção ..... 39
Figura 17 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 1 da terceira sessão de intervenção . 40
Figura 18 - Representação ativa para a resolução da tarefa 1 da terceira sessão de intervenção ..... 41
Figura 19 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 1 da terceira sessão de intervenção . 41
Figura 20 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 2 da quarta sessão de intervenção ... 42
Figura 21 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 2 da quarta sessão de intervenção ... 43
Figura 22 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 2 da quinta sessão de intervenção ... 44
Figura 23 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 2 da quinta sessão de intervenção ... 46
Figura 24 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 2 da sexta sessão de intervenção..... 47
Figura 25 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 2 da sexta sessão de intervenção..... 48
Figura 26 - Resolução da aluna A da tarefa 2 da Fase Final ..... 50
Figura 27 - Resolução da aluna A da tarefa 4 da Fase Final ..... 51
Figura 28 - Resolução do aluno B da tarefa 2 da Fase Final..... 52
Figura 29 - Resolução do aluno B da tarefa 4 da Fase Final..... 53
Figura 30 - Resolução da aluna C da tarefa 2 da Fase Final ..... 53
Figura 31 - Resolução da aluna C da tarefa 4 da Fase Final ..... 54
Figura 32 - Resolução do aluno D da tarefa 2 da Fase Final ..... 55
Figura 33 - Resolução do aluno D da tarefa 4 da Fase Final ..... 56

# 1. INTRODUÇÃO

O relatório aqui apresentado foi elaborado com o objetivo de traduzir atividades formativas desenvolvidas no âmbito dos estágios supervisionados integrados no Mestrado em Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB.

Este relatório fundamenta-se e unifica-se ao quadro normativo que regulamenta o regime jurídico que habilita para a docência (Decreto-Lei n.º 79/2014 de 14 de maio), sobretudo ao n.º 2 do artigo 11.º que determina a realização de um estágio profissional (Prática de Ensino Supervisionada) que culmina na realização de um relatório final sobre o mesmo. Neste seguimento, este documento diz respeito a todas as atividades e trabalhos desenvolvidos nas unidades curriculares de Prática Educativa I e II do mestrado acima referido.

No que concerne à Prática Educativa I, foi realizado um estágio, no ano letivo de 2016/2017, numa escola de 1.º CEB, nomeadamente numa turma do 3.º ano de escolaridade com 13 alunos. Esta turma era constituída por alunos de diferentes origens, culturas e contextos habitacionais o que, consequentemente, levava à existência de um contexto educativo heterogéneo, com algumas dificuldades a nível linguístico, social e cognitivo. Para a realização deste estágio de regime de par pedagógico foi necessária a colaboração de uma professora orientadora cooperante (docente da turma em questão) e da supervisão pedagógica do professor da própria unidade curricular.

No estágio realizado no ano letivo 2017/2018 em 2.º CEB, no âmbito da unidade curricular de Prática Educativa II, foi realizado um estágio numa escola do 2.º CEB, no qual foram lecionadas as disciplinas de Ciências Naturais e de Matemática. A disciplina de Ciências Naturais foi lecionada numa turma de 5.º ano, constituída por 28 alunos com diferentes culturas, idades, contextos sociais e capacidades físico-motoras. Dois destes alunos não estavam presentes nas salas de aula (apenas em Educação Física e Educação Musical, quando as condições eram favoráveis) por possuírem doenças graves a nível motor, estando inseridos numa sala de multideficiência. No contexto da disciplina de Matemática, o estágio foi realizado numa turma de 6.º ano composta por 30 alunos. Esta turma era bastante heterogénea,

alguns alunos mostravam mais interesse e empenho nas tarefas realizadas do que outros e, na sua maioria, eram pouco respeitosos para com os docentes e a restante turma, sendo este um fator de perturbação para o decorrer de todo o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, neste nível de ensino de extrema importância.

Neste estágio em 2.° CEB o acompanhamento foi feito por duas professoras cooperantes, sendo cada uma delas responsável por uma das disciplinas, e por duas docentes da unidade curricular de Prática Educativa II, cada uma também responsável por uma das duas áreas.

Observar, planificar, refletir e praticar foram as palavras-chave que permitiram que o percurso que se encontra descrito nos parágrafos anteriores fosse alcançado.

A observação de aulas lecionadas por docentes especializados e responsáveis pelas turmas, parte integrante do estágio, é de extrema relevância para os futuros docentes, dado que é possível recolher diversas informações fulcrais para o seu futuro profissional, tais como: a forma como está organizada e gerida a sala de aula; os métodos e estratégias do docente; o modo como se realiza a avaliação; o comportamento do professor e dos alunos e relação entre ambos (Biazi, Gimenez & Stutz, 2011).

A partir do momento em que o futuro docente refletiu sobre o que observou e conhece a turma com que vai lidar, bem como as melhores estratégias a colocar em prática, poderá iniciar o processo de planificação de aulas para esse grupo de crianças. Sem conhecimento prévio do contexto educativo, o ato de planificar não será facilitado e o risco de sofrer alterações aumentará. Ao planificar uma aula está a ser criada uma ferramenta que deverá atender a algumas das possíveis situações que possam surgir, tanto do meio escolar como apenas dos alunos (Braga et al., 2004), de forma a melhorar e otimizar a qualidade do processo educativo.

Planificar é construir um projeto onde estejam incluídas as ideias, desejos, aspirações e metas definidas pelo docente, tornando-se num modo eficaz de conseguir gerir e organizar o tempo letivo, contribuindo para o sucesso escolar. Assim, tal como afirma Barroso (2013), a planificação torna-se num recurso vital para a prática pedagógica e

para o docente, pois nela constam os objetivos, conteúdos, experiências de aprendizagem e avaliação, que o ajudarão na previsão das suas aulas.

No que respeita ao processo de reflexão, este encontra-se inerente a todos os passos dados na prática educativa. Refletir sobre o que se observa, o que se planifica e o que se pratica é fundamental para que a aula seguinte decorra de melhor forma e com um menor número de imprevistos que a anterior.

Reflexão e prática assumem-se, em educação, como dois termos interdependentes, dado que "a prática educativa traz à luz inúmeros problemas para resolver, inúmeras questões para responder, inúmeras incertezas, ou seja, inúmeras oportunidades para reflectir" (Coutinho et al., 2009, p.358). Refletir sobre a prática implica um questionamento acerca do que está a acontecer, do que poderá acontecer, do que se poderá fazer, do que se tem mesmo de fazer e, sobre qual a melhor estratégia pedagógica e forma de agir (Perrenoud, 2002).

Este documento encontra-se dividido em três partes: a presente introdução, uma componente investigativa e uma componente reflexiva.

Na introdução constam detalhes acerca dos estágios curriculares realizados ao longo do mestrado bem como algumas referências acerca de aspetos ligados à área da educação: a observação, a planificação, a prática educativa e a reflexão.

Na componente investigativa encontram-se aspetos relacionados com o estágio que foi realizado em Prática Educativa I, no qual se realizou o estudo que dá nome a este documento, cujo foco são as representações, o material multibásico (MAB) e o algoritmo usual da subtração. Na terceira parte, a componente reflexiva, reflete-se criticamente acerca de todo o percurso pedagógico nestes dois anos de bastante importância no desenvolvimento profissional da professora estagiária (PE).

# 2. COMPONENTE INVESTIGATIVA

## 2.1. Introdução

No presente subcapítulo encontra-se uma breve introdução ao estudo realizado, constando nela os motivos que levaram à existência do mesmo, bem como o problema de investigação que se desenrolou a partir das pesquisas. Apresentam-se também os objetivos e a questão de investigação, a pertinência deste estudo e descreve-se como todo o estudo está estruturado.

### 2.1.1. Motivação e Formulação do Problema

Ao falar em práticas de ensino supervisionadas surge, de imediato, o termo "observação", pelo facto de estar implícita nos momentos iniciais, e também intermédios dessas práticas. Deste modo, observar é um dos processos de aprendizagem humana que permite que o sujeito descubra o mundo (Biazi, et al., 2011) e, neste contexto de observação de aulas, que capte todos os aspetos e pormenores que sejam necessários para o desenvolvimento profissional.

Baseada na observação de aulas no 1.º CEB, parte integrante da Prática Educativa I, foram detetadas dificuldades na turma ao nível da compreensão dos procedimentos matemáticos envolvidos no algoritmo usual da operação aritmética subtração. Para resolver uma operação de subtração, os alunos utilizavam simultaneamente procedimentos do algoritmo da decomposição e do algoritmo usual, confundindo um com o outro. Recorriam ainda a mnemónicas para chegar a um resultado e, quando lhes era pedido que explicassem o que tinham realizado, não respondiam ou as respostas eram demasiado confusas. Os alunos apresentavam ainda dificuldades na interpretação de situações problemáticas que envolviam a operação aritmética subtração. Este facto foi observado dado que, ao apresentar uma solução ao problema, os alunos adicionavam os números em vez de os subtrair, apresentando um resultado incorreto.

Assim, a PE considerou que seria extremamente importante planear algo que pudesse contribuir para uma melhoria da compreensão do uso do AUS.

Deste modo, surgiu o problema: que estratégias didáticas se podem implementar e que artefactos se podem utilizar em sala de aula, para que os alunos compreendam os procedimentos matemáticos associados ao AUS, sem recorrerem a mnemónicas?

Posteriormente à perceção das dificuldades dos alunos e da formulação do problema, foi necessário um estudo minucioso acerca do assunto, o que envolveu pesquisas relativas a estudos efetuados nos últimos anos.

Compreender e aprender Matemática são metas que todos os alunos podem e devem atingir, pois a "aprendizagem com compreensão é essencial para tornar os alunos capazes de resolver os novos tipos de problemas, que, inevitavelmente, irão enfrentar no futuro." (NCTM, 2007, p.22). Relativamente aos problemas matemáticos que podem ser encontrados pelos alunos, se estes incluírem enunciados relacionados como seu quotidiano, eles estarão mais motivados e poderão aprender de forma mais eficaz (Camacho, 2011).

Atualmente, a Matemática é vista como uma disciplina que suscita dificuldades nos alunos (Dias, Santiago, & Martins, 2017) talvez por existir uma falta de compreensão do significado das operações nela envolvidas, por défices ao nível do cálculo mental ou até mesmo pela inexistência da noção de sentido de número. Tais dificuldades podem ser contrabalançadas se forem fornecidas aos alunos ferramentas e experiências diversificadas em sala de aula (Ribeiro & Mendes, 2008), que os levem a manipular e a resolver os seus problemas com compreensão, e não pela execução de regras e/ou procedimentos memorizados. Saber responder intuitivamente acerca dos vários conteúdos matemáticos torna-se pouco pertinente e limita o estudo da própria disciplina (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2012). Torna-se fulcral encontrar estratégias de aprendizagem que consigam colmatar estas lacunas e permitam atingir o patamar da compreensão, tornando as aprendizagens eficazes (Lopes & Silva, 2011).

Não existe uma só forma correta para ensinar os alunos, existindo diversos materiais e estratégias a adotar para abordar uma dada situação problemática (NCTM, 2007), bem como diferentes representações matemáticas para apresentar um mesmo resultado. O estabelecimento rígido, por parte do professor, de uma só ferramenta ou de uma só

forma de resolver um problema pode trazer problemas sérios para o processo de aprendizagem dos alunos (Bobis & Bobis, 2005).

Tendo em conta o que foi referido e todas as pesquisas relativas ao tema da operação aritmética subtração, das estratégias a implementar em sala de aula e das representações dos alunos, definiu-se o problema de investigação: como integrar as representações e o material multibásico no processo de ensino e de aprendizagem de modo a que os alunos compreendam os procedimentos matemáticos inerentes ao algoritmo usual da subtração, sem recorrer a mnemónicas?

### 2.1.2. Objetivos e Questão de Investigação

No contexto do que foi sendo redigido neste documento, foi necessário traçar certos objetivos para poder responder ao problema de investigação:

a) mapear as dificuldades dos alunos acerca dos procedimentos matemáticos inerentes ao algoritmo usual da subtração no 3.º ano, do 1.º CEB;

b) criar e implementar uma experiência de ensino usando as representações e o material multibásico como artefactos, sobre os procedimentos matemáticos inerentes ao algoritmo usual da subtração no 3.º ano, do 1.º CEB;

c) analisar o impacto que as representações e o material multibásico como artefactos, têm na compreensão dos alunos sobre os procedimentos matemáticos inerentes ao algoritmo usual da subtração no 3.º ano, do 1.º CEB.

Tendo em conta os objetivos de investigação, formulou-se a principal questão de investigação: de que modo as representações e o MAB, como artefactos, podem promover a compreensão dos alunos relativamente aos procedimentos matemáticos inerentes ao AUS no 3.º ano do 1.º CEB?

### 2.1.3. Pertinência do Estudo

Ao longo do 1.º CEB as crianças devem ser familiarizadas com diferentes significados/sentidos da operação da subtração de números inteiros (NCTM, 2007),

mas só existe compreensão efetiva da operação quando se percebem todos os processos que estão subjacentes à mesma.

Compreender é a chave para o verdadeiro conhecimento (Valério, 2005) e, mais pertinente do que usar um algoritmo para resolver uma operação é utilizá-lo corretamente, ou seja, com compreensão e correção (Brocardo, Serrazina, & Kraemer, 2003). Deste modo, torna-se fulcral analisar todas as representações dos alunos para que se possa tentar perceber onde persistem as dificuldades, dado que através destas se pode retirar bastante informação acerca do modo como a criança se organiza, pensa e regista os seus procedimentos e resultados (Pinto & Canavarro, 2012).

A origem das representações dos alunos também é um ponto crasso a desvendar dado que estas deveriam ser oriundas de conexões entre vários tipos de representações, pois, como preconiza Kaput (1987, como referido em Fernandes, 2014), um aluno que apenas se apoie no uso de símbolos para aprender em Matemática pode ficar bastante apto ao nível dos procedimentos, mas no momento de utilizar esse conceito num outro contexto, deparar-se-á com bastantes dificuldades de resolução.

Assim, defende-se o uso de vários tipos de representações, bem como a união entre os mesmos, para que possam ser utilizadas de forma flexível (Fernandes, 2014), promovendo um maior sucesso na aprendizagem do conceito matemático em questão. A dificuldade persiste no modo como hoje é ensinada a Matemática, onde é dada a maior importância à linguagem verbal e às representações simbólicas (Montenegro et al., 2017), o que acaba por impedir que exista esta flexibilidade entre representações ativas, visuais e simbólicas, que é fulcral para a abstração matemática dos alunos (Dreyfus, 1991, como referido em Montenegro et al., 2017).

No que respeita à operação aritmética subtração, Parker (2004) refere que esta é mais difícil do que a operação aritmética adição e hoje defende-se a necessidade de dispensar mais tempo à compreensão das operações e das relações existentes entre elas, para que se possa ter uma perceção global de número (Ferreira, 2012) e se consigam desenvolver estratégias úteis nos cálculos. Essas estratégias poderão passar pela utilização de materiais manipuláveis – materiais concretos e educativos que o aluno é capaz de sentir e manipular, que representam uma ideia, neste caso matemática,

(Vale & Barbosa, 2014) e que envolve fisicamente e ativamente o aluno na sua própria aprendizagem. Um desses materiais manipuláveis é o MAB, conhecido pelas suas caraterísticas bastante positivas na introdução do sistema de numeração.

Nesta sequência, considera-se que este estudo é pertinente porque: tem como objetivo colmatar uma dificuldade encontrada em sala de aula; vai permitir que outros investigadores possam estudar um pouco mais sobre a temática e observar resultados reais; o problema de investigação formulado bem como todas as metodologias utilizadas para o resolver, vão ao encontro do que atualmente a comunidade científica sugere.

### 2.1.4. Estrutura da Componente Investigativa

O presente capítulo "Componente Investigativa" está dividido em vários subcapítulos sendo este (2.1.) o primeiro. De seguida apresentar-se-á a revisão da literatura na qual constam três secções: representações; algoritmo usual da subtração; manipulativo concreto: material multibásico (MAB).

Nesta sequência, surgirá um terceiro subcapítulo onde serão descritas as opções metodológicas e, dentro destas, a descrição, o contexto e o *design* do estudo. Entrando nos dados recolhidos para este estudo, segue-se um quarto subcapítulo onde se apresentam os resultados. Para finalizar, surgem dois subcapítulos: um de discussão dos resultados apresentados e outro de conclusões do estudo.

## 2.2. Revisão da Literatura

### 2.2.1. Representações

Segundo Golding (2008), uma representação é um formato que pode substituir uma certa entidade, apresentando-a de outra forma, sendo também uma ferramenta fulcral para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas (NCTM, 2007). Assim, as representações apoiam na compreensão das situações problemáticas, na sua interpretação e no estabelecimento das relações entre os dados dessas situações (Pinto & Canavarro, 2012).

Numa outra visão, considera-se que uma representação é um artefacto, sendo vista como um objeto (físico ou não) que servirá de ponto de partida para desenrolar uma nova atividade, podendo tratar-se, por exemplo, de sons, de livros, de gestos, de ferramentas científicas e de tecnologias (Bussi & Mariotti, 2008). A adaptação de artefactos na educação matemática considera-se cada vez mais essencial (Fernandes, 2000), passando a ser denominados de ferramentas matemáticas epistémicas a partir do momento em que são utilizados pelo sujeito para construir um novo conhecimento.

Relacionar uma representação com o objeto representado é mais complexo do que aparenta (Golding, 2008) existindo, segundo o mesmo autor, representações internas (mentais) e externas (que se podem observar num dado suporte).

No que concerne às representações externas, existem dentro delas as representações ativas, que estão associadas à ação como facilitadora na construção de conceitos (Boavida, et al. 2008).

As representações ativas podem ser vistas como a exposição de algo sem recorrer a palavras ou símbolos, apenas pela manipulação de materiais (ação) (Cenrada, 2012). Este tipo de representação permite que o aluno esteja ativo na sua própria aprendizagem e desenvolve-se consoante o maior ou menor contacto que os alunos têm com os objetos e com os problemas que lhes são apresentados, tornando-se num conjunto de ações para alcançar um certo resultado (Bruner, 1973, como referido em Silva & Gomes, 2017).

Para apresentar de forma escrita as ideias matemáticas que resultam das representações ativas, os alunos utilizam outros tipos de representações: verbais (linguagem natural), visuais (figuras, tabelas, gráficos e esquemas) e simbólicas (numéricas ou algébricas) (Montenegro et al., 2017). Assim, segundo estes autores, se um aluno apresentar as suas ideias ou resultados através de frases ou palavras estará a recorrer a uma representação verbal, na forma de linguagem natural. Caso a ideia esteja exposta através de um esquema, de uma tabela, de uma figura ou de um gráfico, a representação utilizada designa-se de visual. Quando o resultado é apresentado por meio de símbolos numéricos ou algébricos designam-se de representações simbólicas.

Ao escrever um texto onde explicam os processos que os permitiram chegar a uma solução (representação verbal), os alunos revelam que refletiram acerca do que fizeram e que questionaram a validade dos seus resultados (Valério, 2005), o que promove o espírito crítico destes alunos e aumenta a probabilidade de compreensão do conceito em questão.

As representações visuais são usadas, geralmente, para servir de apoio à interpretação da situação problemática e para registar a respetiva solução (Pinto & Canavarro, 2012), o que as torna ferramentas essenciais para os alunos darem significado aos conceitos matemáticos. As mesmas autoras pronunciam-se acerca das representações simbólicas, referindo que estas surgem apoiadas em elementos visuais previamente construídos, sendo as representações visuais que ajudam os alunos a decifrar o problema e a dar significado à interpretação do mesmo. Assim, as representações simbólicas surgem, na maioria dos casos, para representar e comunicar a solução da situação problemática.

Em Educação Matemática, se considerarmos visualização como a "interpretação e compreensão de modelos visuais e a capacidade de traduzir em informação de imagens visuais o que é dado de forma simbólica" (Dreyfus, 1990, como referido em Costa, 2000) e representação visual como "uma coleção de símbolos gráficos que codificam visualmente propriedades e relações causais, funcionais e semânticas de um mundo representado – abstrato ou concreto" (Sedig & Summer, 2006, p.2), uma representação visual poderá conter também evidências verbais, numéricas e simbólicas, desde que estejam interligadas com a compreensão da matemática.

Alguns estudos revelam que as representações visuais - figura são bastante utilizadas pelos alunos numa fase inicial, sendo mais úteis para a compreensão dos seus pensamentos (Quaresma & Ponte, 2012). Outros autores referem que o uso frequente de representações visuais aumenta as competências dos alunos no que concerne à passagem de um tipo de representação para outra sem qualquer obstáculo (Montenegro et al., 2017), proporcionando uma maior capacidade de abstração. As representações visuais associadas a linguagens verbais e escritas são fulcrais no 1.º CEB, organizando o pensamento dos alunos (Guerreiro & Serrazina, 2015).

No que respeita às representações ativas, estas desempenham um papel crucial e são utilizadas pelos alunos para simulações, quando ainda não existe uma capacidade imediata de traduzir para o papel o seu pensamento (Pinto & Canavarro, 2012), talvez pelo cariz experimental que este tipo de representação apresenta. Deste modo, as representações ativas tornam-se num elemento chave na passagem do abstrato para o concreto.

Assim, é importante que os alunos percebam que a variedade de representações existentes é vasta e que alcancem a capacidade de as conseguir relacionar (Kieran, 2007, como referido em Gafanhoto & Canavarro, 2011), passando a informação de uma representação para outra, estabelecendo relações entre as mesmas.

### 2.2.2. Algoritmo Usual da Subtração (AUS)

O algoritmo usual da subtração respeita os princípios do sistema de numeração permitindo o desenvolvimento do sentido de número, usando para isso a noção de "compor uma unidade de ordem superior" (Ma, 1999, como referido em Martins et al. 2014). Todos estes aspetos permitem que os alunos consigam resolver uma operação de subtração sem recorrer a mnemónicas. Este algoritmo resulta da propriedade da invariância do resto e, na incapacidade de explicar este facto aos alunos, os professores arranjam essas mnemónicas para que eles decorem os procedimentos a realizar (Loureiro, 2004).

Os problemas existentes na resolução/compreensão dos algoritmos usuais incidem na incorreta identificação do valor de posição dos algarismos, pois os sujeitos "interpretam e tratam os números com vários dígitos como números com um só dígito, em vez de usar os significados dos dígitos em diferentes posições" (Ferreira, 2012, p.75).

No que respeita aos procedimentos do algoritmo usual da subtração pode destacar-se o trabalho ordem a ordem, da direita para a esquerda, e o reagrupamento de unidades de uma dada ordem numa unidade de ordem imediatamente superior, quando o seu número é igual ou superior a 10 (Martins & Ribeiro, 2013).

Um outro aspeto a ter em conta é a linguagem utilizada no momento de ensinar o algoritmo usual da subtração, no qual se recorre muitas vezes ao termo "empréstimo" que é enganador (Aharoni, 2008), dado que efetivamente não existe um empréstimo, sendo o termo correto "reagrupar" (Martins & Ribeiro, 2013).

Neste sentido, Dias et al. (2017), apresentam uma proposta didática para o ensino do algoritmo usual da subtração sem recurso a mnemónicas, que respeita algumas etapas:

- 1.ª etapa: resolver uma situação problemática que envolva a subtração de um número com dois algarismos por um número de um algarismo, sendo o algarismo da ordem das unidades do aditivo superior ao algarismo da ordem das unidades do subtrativo (por exemplo: 28-5). Nesta etapa recorre-se ao MAB e a uma grelha de números para a representação vertical da operação;

- 2.ª etapa: resolução de uma situação problemática que envolva a subtração de um número com dois algarismos por um número de um algarismo, sendo o algarismo da ordem das unidades do aditivo inferior ao algarismo da ordem das unidades do subtrativo (por exemplo: 12-7). Nesta fase, por se considerar uma repetição da primeira etapa, os recursos utilizados são os mesmos;

- 3.ª etapa: resolução de situação problemática que envolva a operação aritmética subtração (por exemplo: 25-17), recorrendo apenas à grelha de números (retira-se aqui o MAB);

- 4.ª etapa: resolver a mesma situação problemática da 3.ª etapa, sem recorrer ao MAB nem à grelha de números.

Através destas quatro etapas é possível verificar que o MAB, bem como a grelha de números, vão sendo retirados estrategicamente, sendo o nível de abstração cada vez mais elevado. A partir da 3.ª etapa, Dias et al. (2017) reforçam a importância de trabalhar ordem a ordem (da direita para a esquerda) os termos da operação, bem como o cuidado que o professor deve ter com a linguagem que utiliza, que levará à inexistência de expressões prejudiciais como "e vai um".

Dias et al., (2017, p. 296) referem ainda que "a compreensão dos procedimentos associados ao algoritmo da subtração será tanto maior quanto for a compreensão do sistema de numeração decimal. Assim, tal como na visão de Sarama e Clements (2009), também estes autores defendem que a aprendizagem dos números e das operações é a área mais relevante da educação matemática. Para que esta aprendizagem exista é necessário criar condições que permitam que os alunos desenvolvam o sentido de número, apropriando-se de métodos e técnicas de cálculo (Ferreira, Mendes & Pratas, 2005) que lhes permitirão compreender a estrutura dos números e as suas relações. Se esta compreensão não existir antes da introdução de um algoritmo, os alunos não se sentirão confiantes ao efetuar os procedimentos inerentes a esse mesmo algoritmo (Martins et al., 2014), o que levará ao uso de mnemónicas para conseguirem chegar a um resultado. Brocardo et al. (2003) reforçam esta ideia ao afirmar que o ensino dos algoritmos é iniciado desde muito cedo aos alunos, o que não lhes dá oportunidade para desenvolver o sentido de número.

Deste modo, os algoritmos devem ser utilizados com compreensão e não apenas como um conjunto de regras mecanizadas, para que no final se evidenciem aprendizagens significativas no que respeita ao sentido de número e ao sistema de numeração (Ribeiro & Mendes, 2008).

Na prática, subtrair não é mais do que remover uma parte de um conjunto de elementos e descobrir quantos elementos restam no final (Aharoni, 2008), o importante é adotar as melhores estratégias para o realizar com compreensão.

### 2.2.3. Manipulativo Concreto: Material Multibásico (MAB)

Um material manipulável é um objeto concreto que pode ser movido e manipulado pelo sujeito de forma a incorporar conceitos matemáticos (Ribeiro, 1995). Contudo, com o aparecimento e avanço das tecnologias, o conceito deste tipo de material não implica que o mesmo precise de ser estático, podendo ser concreto ou virtual, que auxilie o sujeito a descobrir, compreender e consolidar alguns conteúdos matemáticos (Serrazina, 1991). Tudo isto encaminha para a ideia de que o ensino da Matemática necessita de ações (concretas ou virtuais), de reflexão e de aptidão para combinar ambas as funções (Vale, 2002), existindo para este efeito os materiais manipuláveis.

Neste contexto, dentro de todos os materiais manipulativos estruturados já conhecidos na educação matemática, destaca-se o MAB como introdutor do sistema de numeração (Botas, 2008) e como auxiliar fundamental na introdução dos algoritmos da adição e subtração (Marques, 2013). Este material manipulativo estruturado concreto tornou-se conhecido pelos estudos do Professor Zoltan Paul Dienes e, apesar de ter sido produzido em diversas bases de numeração, a mais utilizada é a base 10. Através da manipulação do MAB possível representar números, introduzir e justificar os algoritmos das diversas operações aritméticas. Por apresentar todas estas versatilidades, o MAB é o material manipulativo que os professores afirmam utilizar com mais frequência em sala de aula (Swan & Marshall, 2010).

No que respeita à estrutura, o MAB é constituído por cubinhos (que representam as unidades), com os quais é possível formar barras constituídas por 10 desses cubinhos (representando uma dezena). Com 10 dessas barras e possível formar uma placa (representando uma centena) e o, com 10 placas forma-se o cubo (obtendo uma unidade de milhar). Se nos basearmos nesta constituição facilmente se percebe que se trata de agrupamentos de 10 (sejam cubos, barras ou placas), agrupamentos esses que se tornam facilitadores na compreensão do sistema numérico (Contente, 2012). Esta ideia também é defendida por Bruner (1960, como referido em Kim & Albert, 2014), ao argumentar que a manipulação de materiais manipulativos, como o MAB, leva a melhorias significativas na compreensão dos alunos, no que respeita a conceitos relacionados com o sistema numérico.

Nos seus estudos, Piaget (1977), referia que as crianças, nos primeiros anos de vida se encontram no estádio das operações concretas, querendo isto dizer que são necessários objetos concretos, que possam ser manipulados, para que os sujeitos consigam elaborar os seus próprios conceitos e lógicas matemáticas. É fulcral que a manipulação seja efetuada pela própria criança, tornando-se ativa na sua aprendizagem e ficando com as suas imagens mentais muito mais clarificadas (Vale, 2002), o que surtirá um efeito positivo nas representações posteriormente apresentadas.

Um aspeto muito importante é a parte motivacional que estes materiais manipuláveis estruturados acarretam, dado que no momento em que os alunos os utilizam os poderão

ver como um "jogo", estando a aprender sem se aperceberem (Damas, Oliveira, Nunes & Silva, 2010) e, não menos importante, pelo facto de estarem a consegui-lo com o seu ritmo e estratégias próprios.

Diversas investigações em educação têm comprovado que manipular materiais, além do quadro e do giz, é fulcral para que exista compreensão dos conceitos matemáticos por parte dos sujeitos, nomeadamente nos primeiros anos de escolaridade. No entanto, em Portugal, o uso de materiais manipulativos, exceto a calculadora e o computador, não é acentuado (Ponte & Serrazina, 2004), o que poderá justificar a escassa utilização destes no contexto de sala de aula. Neste contexto, existem três principais motivos para esta diminuta utilização dos materiais manipulativos (Vale & Barbosa, 2014): a visão tradicional de ensino da matemática, o desconhecimento ou a fraca familiarização que os professores têm com este tipo de materiais e, por fim, o tempo que é necessário ocupar para este tipo de abordagem. Assim, torna-se pertinente e urgente incentivar os professores a substituir certos símbolos matemáticos convencionais pelo uso deste tipo de material (NCTM, 2007).

Resultados de estudos em que foi utilizado o MAB, como material manipulativo, revelam que parte do significado dado ao sistema de numeração decimal deve-se à manipulação deste mesmo material, bem como se denota um aumento significativo na autoconfiança e motivação dos alunos (Brou, 2014) ao realizar as várias situações problemáticas que lhes são apresentadas. Este objeto concreto torna-se também num grande impulsionador para as aprendizagens significativas dos alunos, pois apela aos seus próprios sentidos (Marques, 2018).

## 2.3. Opções Metodológicas

### 2.3.1. Descrição do Estudo

De acordo com os objetivos enumerados na secção 2.1.2., a metodologia desta investigação respeita os propósitos de uma investigação qualitativa, de índole interpretativa e *design* de investigação-ação (Bodgan & Biklen, 2013). Deste modo, este estudo serve o propósito de descrever, analisar e procurar compreender em que

estado pedagógico se encontra a turma ao nível da compreensão dos procedimentos do AUS.

Uma investigação qualitativa pode ser caraterizada por: ser uma investigação descritiva; interessar mais o processo do que os produtos; os dados serem analisados de forma indutiva e serem obtidos diretamente do ambiente natural; dar uma importância fulcral ao significado (Bodgan & Biklen, 2013). Afonso (2015, p.14) refere que este a investigação qualitativa se preocupa com "a recolha fiável e sistemática sobre aspetos específicos da realidade social usando procedimentos empíricos com o intuito de gerar e inter-relacionar conceitos que permitam interpretar essa realidade", sendo também considerada uma metodologia na qual as questões de investigação se vão criar com o objetivo de investigar os fenómenos de forma detalhada e no seu contexto natural (Bogdan & Biklen, 2013).

Sousa e Batista (2011) referem que o plano de uma investigação qualitativa é flexível (dado que o investigador se encontra a estudar sistemas dinâmicos), que tem em conta todas as dificuldades e complicações da realidade, motivo pelo qual o investigador deve mostrar uma sensibilidade significativa no contexto em que realiza a sua pesquisa. É o investigador que cria novas ideias consoante os dados que vai obtendo, ao contrário de outros tipos de investigações.

A investigação-ação desenvolve-se de forma dinâmica, em espiral de ciclos, sendo quatro os termos envolvidos neste ciclo: observação, planificação, reflexão e ação.

O objetivo final da investigação-ação é obter resultados nas suas duas vertentes: ação (mudança) e investigação (ou compreensão). Este tipo de método é estudado há muitos anos e, por isso, também as suas definições variam: em 1986, Bartalomé referiu que investigação-ação é um processo reflexivo que vincula dinamicamente a investigação, a ação e a formação, realizada por profissionais das ciências sociais, acerca da sua própria prática"; em 1990, Lomax defendia que investigação-ação era "uma intervenção na prática profissional com a intenção de proporcionar uma melhoria" (como referido em Coutinho et al., 2009).

Segundo Sousa e Batista (2011), para que se possa realizar um processo de investigação-ação é ainda necessário seguir as etapas que se encontram na Figura 1.

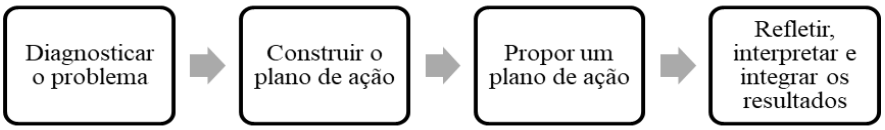



*Figura 1 - Etapas da investigação-ação (Sousa & Batista, 2011)*

Da investigação-ação fazem parte várias modalidades (ou formas de ser desenvolvida), sendo cada uma delas baseada em diferentes critérios: objetivos, papel do investigador, tipo de conhecimento que gera; formas de ação e o nível de participação. Uma dessas modalidades é a prática e, no Quadro 1 podem verificar-se as suas caraterísticas.

*Quadro 1 - Caraterísticas da modalidade prática da investigação-ação (Coutinho et al., 2009)*

| Modalidade | Objetivos | Papel do investigador | Tipo de conhecimento que geram | Formas de ação | Nível de participação |
|---|---|---|---|---|---|
| Prática | Compreender a realidade | Papel socrático (favorecer a reflexão e a autorreflexão) | Prático | Para a ação | Cooperação |

### 2.3.2. Contexto do Estudo

O estudo apresentado neste documento foi realizado no ano letivo 2016/2017 numa escola do distrito de Coimbra, com os 13 alunos de uma turma do 3.ºano do 1.º CEB, oito do sexo feminino e cinco do sexo masculino. A faixa etária em que os alunos se encontravam variava entre os 10 e os 11 anos, pois quatro deles eram alunos já com retenções devido a vários motivos como a etnia, a nacionalidade ou até o facto de ser um aluno com necessidades educativas especiais (NEE). Parte dos alunos desta turma destacavam-se pelas suas capacidades de atenção e desempenho positivo em aula, ao passo que outros alunos não apresentavam essas caraterísticas de forma regular, deixando alguns trabalhos por realizar ou com bastantes incorreções. No que respeita ao horário, e salientando a área da Matemática, estes alunos tinham oito horas semanais desta disciplina no seu horário, mais alguns tempos de Apoio ao Estudo onde eram trabalhados aspetos que precisavam de ser consolidados e praticados.

De análises dos dois anos letivos anteriores, é possível afirmar que esta turma sempre foi realizando alguns trabalhos em grupo o que, para o presente estudo, foi um aspeto positivo. A nível do estudo é de ressaltar ainda que o conteúdo abordado já tinha sido lecionado no ano anterior, o que justifica o facto de não existir uma introdução propriamente dita ao assunto mas sim a intenção de produzir melhorias ao nível da compreensão dos conteúdos e de todos os procedimentos envolvidos no AUS. A turma resolvia as situações problemáticas que envolviam a operação aritmética subtração de uma forma um pouco confusa, apresentando caraterísticas de mais do que um algoritmo para efetuar uma mesma operação (tal como referido na secção 2.1.1.).

De acordo com a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (Vygotsky, 1978) e os respetivos níveis de discrepância ótima, atribuídos a cada criança, obtidos através dos resultados obtidos da Fase Inicial do estudo, foi possível agrupar esta turma em cinco pares e um trio. Contudo, apesar de ter sido facultado um acompanhamento a todos os alunos, apenas os resultados de dois pares serão analisados neste documento. Além dos níveis de discrepância apresentados, a seleção dos alunos para este estudo foi baseada no facto de serem alunos que estiveram presentes em todas as sessões deste estudo, bem como no conhecimento que a própria PE tinha das suas relações interpessoais e de trabalho em grupo.

Através da análise dos resultados das tarefas da Fase Inicial destes quatro alunos foi possível agrupá-los da seguinte forma: Grupo 1 – constituído pela aluna A (nível 1) e pelo aluno B (nível 2); Grupo 2 – constituído pela aluna C (nível 1) e pelo aluno D (nível 2). A aluna A era uma aluna empenhada, com vontade de aprender e obter sempre melhores resultados, contudo os seus conhecimentos ao nível do AUS eram um pouco limitados como se comprovou com os resultados da Fase Inicial. O aluno B era um dos três melhores alunos da turma, sempre preocupado com o rigor e desempenho em aula em qualquer que fosse o conteúdo abordado, apresentando assim resultados bastante positivos, ainda que com pequenas incorreções. A aluna C, uma aluna um pouco mais empenhada, não apresentava grande interesse em participar nas aulas e tudo era motivo de distração, o que se retratava nos seus resultados. O aluno D, apesar de empenhado e de obter bons resultados na área da Matemática, era um

aluno muito imprevisível, existindo dias em que não queria fazer nada e apresentava os seus resultados da forma mais simples possível.

### 2.3.3. *Design* do Estudo

A recolha de dados foi realizada em três principais fases: Fase Inicial; Fase de Intervenção e Fase Final. No Quadro 2 é possível verificar, cronologicamente, a aplicação de cada uma destas fases.

Na Fase Inicial foram realizadas, individualmente, quatro situações problemáticas pelos alunos (Apêndice 1). A cada aluno, para cada uma dessas tarefas, foi atribuído um nível de conhecimentos através dos critérios estabelecidos (secção 2.3.4.) e, no final da análise foi realizada a mediana desses mesmos níveis, resultando o nível final de cada um dos alunos nesta primeira fase (Apêndice 2). A partir destes resultados foi planificada a primeira sessão da Fase de Intervenção (Apêndice 3), onde os alunos utilizavam o manipulativo concreto MAB para responder às situações problemáticas que lhes foram propostas (sendo este material usado até à sessão quatro da Fase de Intervenção, sendo a sua utilização opcional já nesta sessão). As tarefas da segunda sessão da Fase de Intervenção (Apêndice 4) foram também planificadas com base nos resultados apresentados pelos alunos na sessão anterior, mas com uma diferença ao nível dos recursos materiais disponíveis para os alunos utilizarem – foi realizada pela PE uma grelha de apoio à resolução do AUS (Apêndice 5) para cada um dos grupos de trabalho, que foi utilizada até à sessão quatro da Fase de Intervenção. As tarefas das sessões três (Apêndice 6) e quatro (Apêndice 7) da Fase de Intervenção foram planeadas seguindo os moldes da segunda sessão e, a partir da sessão quatro desta fase do estudo, o MAB e a grelha de apoio à resolução do AUS foi retirada aos alunos. Assim, as tarefas da sessão cinco (Apêndice 8) e seis (Apêndice 9) da Fase de Intervenção, planeadas sempre consoante os resultados da sessão anterior, foram realizadas pelos alunos sem qualquer recurso a materiais além da caneta e das folhas de registos.

De um modo geral, as planificações das seis sessões da Fase de Intervenção (Apêndice 10) respeitaram sempre as dificuldades observadas na sessão imediatamente anterior e decorreram sempre respeitando várias etapas: agrupar os alunos em mesas de trabalho;

entregar a tarefa 1 de cada sessão; dar tempo aos alunos para a resolverem, acompanhando os alunos e apontando aspetos importantes no caderno de bordo da PE; discussão em grande grupo com um dos grupos no quadro (selecionado pela PE de acordo com o que observou ao longo da resolução da tarefa); distribuição da tarefa 2 da sessão e resolução da mesma por cada um dos grupos.

Na Fase Final foram realizadas cinco tarefas (Apêndice 11), de forma individual, idênticas à da Fase Inicial. Da análise dos resultados destas tarefas foi também possível atribuir um nível de conhecimentos aos alunos (Apêndice 12), o que permitiu realizar uma comparação entre os resultados da Fase Inicial e da Fase Final (Apêndice 13).

*Quadro 2 - Cronograma das sessões da investigação*

| Fase Inicial (individual) | Fase de Intervenção (em grupos) | | | | | | Fase Final (individual) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1ª Sessão | 2ª Sessão | 3ª Sessão | 4ª Sessão | 5ª Sessão | 6ª Sessão | |
| | Com material manipulativo (opcional na 4ª sessão) | | | | Sem material manipulativo | | |
| 3 de abril | 2 de maio | 16 de maio | 22 de maio | 29 de maio | 12 de junho | 14 de junho | 20 de junho |

### 2.3.4. Recolha e Análise de Dados

Os dados que integram este documento foram obtidos através de notas de campo por observação da investigadora, de registos áudio, de fotografias e da análise de documentos redigidos pelos alunos, para que fosse possível realizar uma análise baseada em vários suportes de informação. Os dados que resultavam de todas as fases de aplicação do projeto foram analisados e interpretados com base em alguns critérios específicos de análise. Esses critérios foram elaborados por Pratas, Rato e Martins (2016) e encontram-se de forma semelhante, no Quadro 3. Com base nestes critérios foi possível, num primeiro momento, mapear as dificuldades dos alunos e atribuir-lhes um nível de conhecimento. Posteriormente, foram a base para analisar os dados obtidos verificando as evoluções na compreensão dos conceitos abordados por parte dos alunos, permitindo assim uma preparação das futuras intervenções mais centrada nas dificuldades ainda detetadas – dando para perceber de que forma esta proposta era

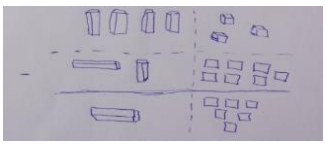
benéfica para a compreensão do AUS e para idealizar novas investigações que futuramente se possam realizar.

*Quadro 3 - Critérios de análise ao nível dos conhecimentos (Pratas, Rato & Martins, p.36)*

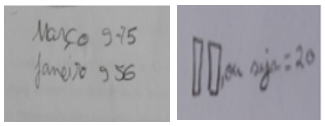
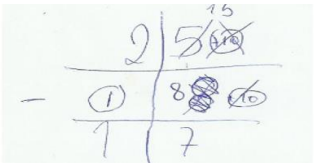
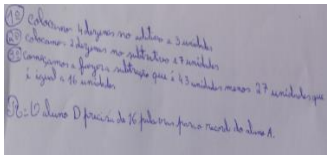
| **Nível 1** | **Nível 2** | **Nível 3** |
|---|---|---|
| A explicação demonstra conhecimentos limitados acerca dos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa ou não responde à mesma. | A explicação demonstra alguns conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa e esta contém pequenas incorreções. | A explicação demonstra um conhecimento completo dos conceitos matemáticos envolvidos na tarefa. |

No que concerne às representações utilizadas pelos alunos, estas podem distinguir-se em dois grupos: (i) representações utilizadas no momento da manipulação do MAB – classificadas como representações ativas – segundo Bruner (1999); (ii) representações a que os alunos recorreram para representar as ideias matemáticas que resultaram dessa manipulação que, na perspetiva de Montenegro, Costa e Lopes (2017) podem ser verbais (quando os alunos expressaram uma ideia através de linguagem natural), visuais (quando utilizaram figuras, tabelas, gráficos e esquemas) ou simbólicas (quando recorreram a símbolos numéricos ou algébricos). Na tabela 1 é possível observar esta classificação de uma forma mais sintética e com exemplos que ilustram cada uma das representações anteriormente referidas.

*Tabela 1 - Categorias, descrições e exemplos das representações (Bruner 1973, como referido em Silva & Gomes, 2017; Montenegro et al., 2017*[1]

| **Categoria** | | **Descrição** | **Exemplo(s)** |
|---|---|---|---|
| **Representação** | **Ativa** | Representação Ativa | |
| | **Visual** | Representação Visual - Figura |  |

[1] As imagens que constam na Tabela 1 são fotografias reais do estudo (fonte própria)

| | | |
|---|---|---|
| | Representação Visual - Esquema |  |
| **Simbólica** | Representação Simbólica - Numérica |  |
| **Verbal** | Representação Verbal - Linguagem Natural |  |

## 2.4. Apresentação dos Resultados

A apresentação dos resultados deste documento está dividida em cinco secções gerais. Nas três primeiras secções estão apresentados diacronicamente os resultados dos dois pares de alunos, desde a Fase Inicial até à Fase Final. De seguida consta uma secção onde está presente uma discussão dos resultados, seguida de uma secção conclusiva na qual constam as limitações do estudo e futuras recomendações de estudos nesta temática.

### 2.4.1. Fase Inicial

De forma individual e sem recorrer a nenhum material manipulativo, os alunos responderam a algumas situações problemáticas, sendo analisadas nesta secção duas delas (tarefas 1.1. e 3 do Apêndice 1).

**<u>Aluna A</u>**

A aluna responde à tarefa 1.1. (Apêndice 1) através de uma representação simbólica – numérica, recorrendo a procedimentos do algoritmo da decomposição para a subtração (lado direito na Figura 2). Contudo utiliza este algoritmo de forma incorreta ao representar “18” na ordem das centenas, dado que não existe nenhuma unidade na ordem imediatamente superior para poder decompor, nem eram necessárias mais unidades no aditivo da ordem das centenas para conseguir resolver a operação. Este passo efetuado pela aluna fez com que o resultado final fosse também incorreto.

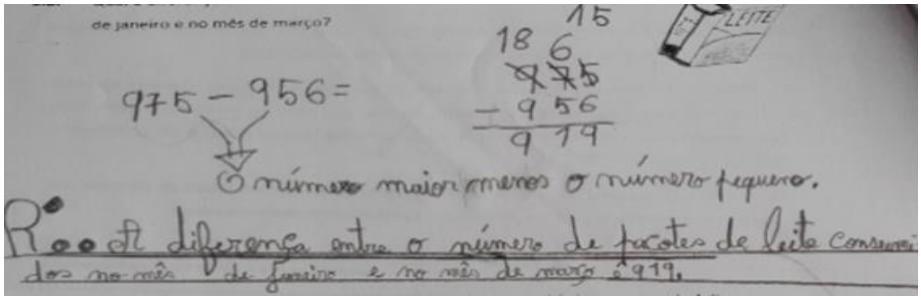



*Figura 2 - Resolução da aluna A da tarefa 1.1. da Fase Inicial*

Esta aluna representa ainda alguns recursos ao cálculo através de uma representação visual - esquema e representação verbal - linguagem natural (lado esquerdo na Figura 2), que a ajudaram a identificar o "número maior" (aditivo) e o "número pequeno" (subtrativo) da operação aritmética subtração. As ordens das unidades, das dezenas e das centenas estão alinhadas verticalmente, o que torna a sua representação mais cuidadosa e percetível. Apresenta uma resposta à situação problemática através de uma representação verbal – linguagem natural, mas não explica como chegou ao resultado final tal como lhe era solicitado no enunciado da tarefa. Assim, através dos critérios de análise estipulados, a aluna, nesta tarefa, encontra-se no nível 1.

Na tarefa 3 (Apêndice 1), a aluna apresenta uma representação confusa que contrasta com a tarefa analisada anteriormente (Figura 3). Contudo, através da sua representação simbólica – numérica (lado direito na Figura 3), é possível verificar que utiliza procedimentos do algoritmo da decomposição para a subtração

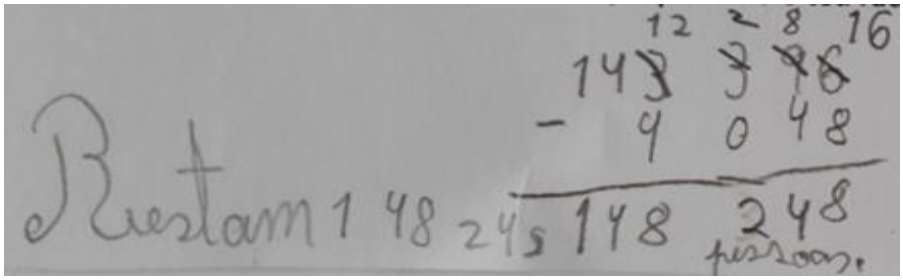



*Figura 3 - Resolução da aluna A da tarefa 3 da Fase Inicial*

No entanto esse algoritmo é utilizado de forma incorreta o que, por sua vez, tem consequências no resultado apresentado, que está incorreto. Apesar da desorganização que se pode observar nesta resolução, a aluna apresenta todas as ordens numéricas alinhadas verticalmente. A sua resposta final é dada através de uma representação

verbal – linguagem natural e, além de estar incompleta e confusa, não está de acordo com o resultado obtido. A aluna não explica como chegou ao resultado final tal como era pedido no enunciado da tarefa. Por estes motivos, nesta tarefa, a aluna A, encontra-se no nível 1.

**<u>Aluno B</u>**

O aluno, para responder à tarefa 1.1. (Apêndice 1) recolhe dados acerca da situação problemática, através de uma representação visual - esquema, que o auxiliam a identificar os números que vai utilizar para resolver a operação (Figura 4).

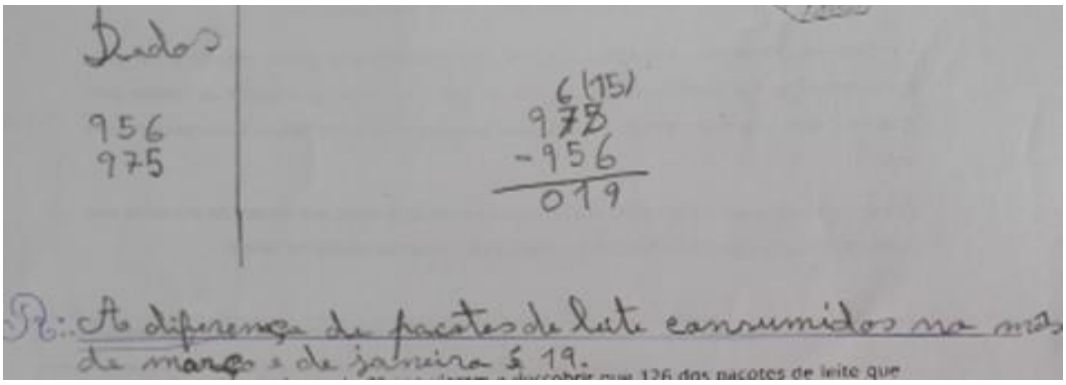



*Figura 4 - Resolução do aluno B da tarefa 1.1. da Fase Inicial*

Evidencia a utilização do algoritmo da decomposição da subtração, através de uma representação simbólica numérica, obtendo um resultado correto (19 unidades). Utiliza parênteses nas 15 unidades e depois não utiliza para mesma estratégia para as 6 dezenas. As ordens das unidades, dezenas e centenas encontram-se alinhadas verticalmente. A resposta à situação problemática (representação verbal – linguagem natural) está de acordo com o seu resultado, mas não explica de que forma o obteve. Assim, nesta tarefa, o aluno, encontra-se no nível 2.

Para resolver a tarefa 3 (Apêndice 1), o aluno recolhe dados e apresenta-os através de uma representação visual - esquema (lado esquerdo na Figura 5).

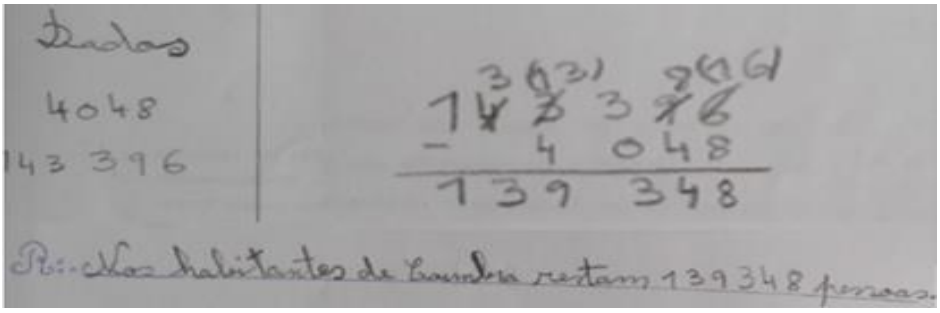



*Figura 5 - Resolução do aluno B da tarefa 3 da Fase Inicial*

Posteriormente, por meio de uma representação simbólica - numérica, recorre a procedimentos do algoritmo da decomposição para efetuar a operação, usando parênteses quando o valor que coloca acima do aditivo é maior ou igual a 10 unidades (lado direito na figura 5). O aluno é organizado nas suas representações e apresenta uma resposta correta à situação problemática. Responde à questão da tarefa através de uma representação verbal – linguagem natural, não explicando como chegou à solução. Assim, nesta tarefa, o aluno encontra-se no nível 2 dos critérios de análise estabelecidos.

**<u>Aluna C</u>**

Para dar resposta à tarefa 1.1. (Apêndice 1), a aluna recolhe dados através de uma representação visual – esquema (lado esquerdo na Figura 6). Resolve a operação com recurso ao algoritmo da decomposição da subtração, através de uma representação simbólica – numérica (lado direito na Figura 6), no entanto a resposta está incorreta (a aluna regista que o resultado da subtração de 6 unidades a 15 unidades é 8 unidades). As ordens das unidades, dezenas e centenas não estão alinhadas verticalmente, o que torna a sua representação confusa.

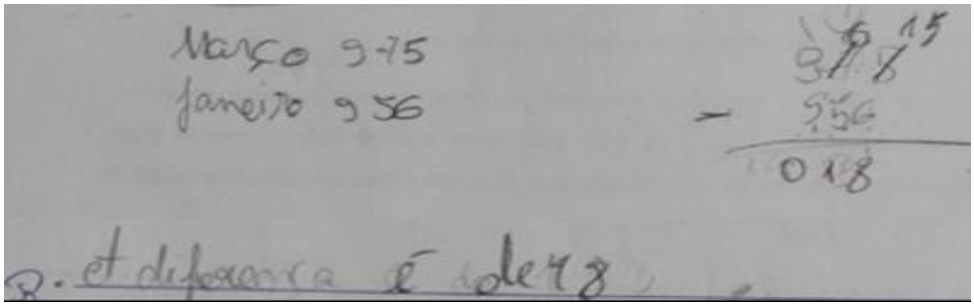



*Figura 6 - Resolução da aluna C da tarefa 1.1. da Fase Inicial*

A resposta à situação problemática é dada através de uma representação verbal – linguagem natural, mas não explica como chegou ao seu resultado final. Por estes motivos, nesta tarefa, a aluna encontra-se no nível 1.

No que respeita à tarefa 3 (Apêndice 1), a aluna, através de uma representação simbólica – numérica, efetua uma operação inversa à pretendida, adicionando os dois valores, o que dá origem a uma resposta incorreta (Figura 7).

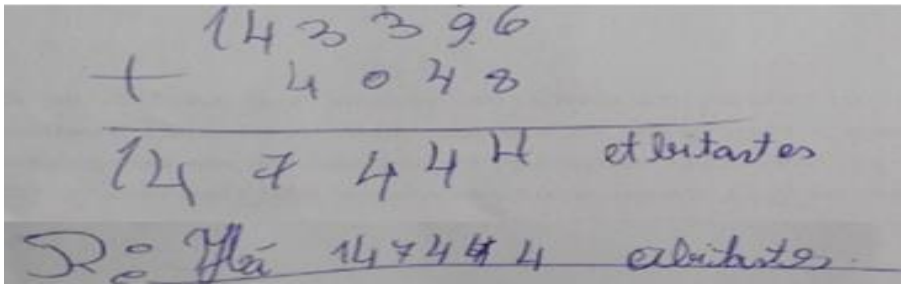



*Figura 7 - Resolução da aluna C da tarefa 3 da Fase Inicial*

No que concerne à organização desta representação, nem todas as ordens numéricas estão alinhadas verticalmente. A resposta final é apresentada através de uma representação verbal – linguagem natural e não explica como chegou a essa solução. Assim, nesta tarefa, tendo em conta os critérios de análise estabelecidos, a aluna encontra-se no nível 1.

**<u>Aluno D</u>**

O aluno recolhe alguns dados para responder à tarefa 1.1. (Apêndice 1) e representa-os através de uma representação visual – esquema (Figura 8). Evidencia a utilização do algoritmo da decomposição para a subtração, através de uma representação simbólica - numérica, obtendo um resultado correto.

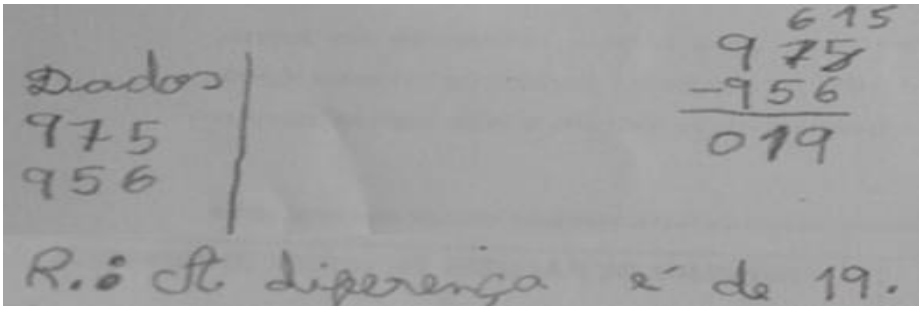



*Figura 8 - Resolução do aluno D da tarefa 1.1. da Fase Inicial*

Representa as ordens das centenas, dezenas e unidades alinhadas verticalmente. A resposta à situação problemática é dada através de uma representação verbal – linguagem natural, não explicando como chegou à sua solução. O aluno, tendo em conta os critérios de análise estipulados, encontra-se no nível 2.

Para dar resposta à tarefa 3 (Apêndice 1), o aluno recolhe dados para resolver situação problemática, através de uma representação visual – esquema (Figura 9). Utiliza os procedimentos do algoritmo da decomposição para efetuar a operação da subtração, através de uma representação simbólica – numérica (lado direito na figura 9).

*Figura 9 - Resolução do aluno D da tarefa 3 da Fase Inicial*

As ordens estão alinhadas verticalmente e apresenta um resultado correto à situação problemática. O aluno não apresenta uma resposta final nem explica verbalmente como chegou à sua solução. Este aluno, nesta tarefa encontra-se no nível 2, tendo em conta os critérios de análise estabelecidos.

#### 2.4.1.1. Síntese da Fase Inicial

Ao longo da secção 2.4.1. é possível observar a análise à forma como cada um dos quatro alunos efetuou a resolução das tarefas propostas. Esta análise focou-se em três aspetos principais que, posteriormente, tornaram possível a atribuição de um nível de conhecimentos às respostas de cada aluno: algoritmo utilizado para responder à situação problemática; organização de todos os elementos da representação; explicação verbal dos procedimentos utilizados para chegar à solução.

Além destes aspetos principais e do que já foi analisado anteriormente, pode ainda dizer-se que:

- a aluna A revela dificuldades em resolver as situações problemáticas propostas dado que respondeu incorretamente às duas. Não é uniforme no que respeita à sua forma de organização, apresentando duas respostas bastante distintas nesse aspeto (sendo muito mais rigorosa na resposta à tarefa 1.1.);

- o aluno B apresenta resultados corretos em ambas as tarefas, é organizado e cuidadoso nas suas representações e apresenta sempre uma resposta completa no final de cada tarefa. As dificuldades que se podem destacar neste aluno passam pela utilização de procedimentos de diferentes algoritmos para uma mesma tarefa e pelo facto de não conseguir explicar como chega às soluções que apresenta;

- a aluna C apresenta dificuldades ao nível da organização das suas representações e dos seus registos o que, por consequência, a limita em termos de apresentação de resultados corretos. Nem sempre compreende o que se pretende com cada tarefa, efetuando operações diferentes das pretendidas com cada uma das situações problemáticas;

- o aluno D é organizado nas suas representações e em ambas as tarefas recolhe dados que o auxiliam nas suas resoluções, o que o auxilia a obter resultados corretos. Tal como o aluno B, as dificuldades que se podem apontar no aluno C são a utilização de procedimentos de mais do que um algoritmo para resolver uma mesma situação problemática e não explicar como obtém os seus resultados.

Neste contexto, pode afirmar-se que estamos perante resoluções de alunos que têm hábitos de trabalho diferentes o que resulta em representações também diferentes. No entanto, no que respeita ao algoritmo utilizado para responder às tarefas, os quatro alunos tenderam para a utilização do algoritmo da decomposição e nenhum deles explica como chega às suas soluções. Assim, nenhum destes alunos utiliza o AUS o que também justifica que nenhum deles se encontre no nível 3 de conhecimentos, de acordo com os critérios de análise estabelecidos para este estudo.

### 2.4.2. Fase de Intervenção

Esta fase do estudo foi constituída por seis sessões, cada uma delas com duas situações problemáticas para resolver em grupo. De sessão para sessão, a grandeza dos números foi cada vez mais elevada, começando com valores relativamente baixos para o patamar deste nível de escolaridade, dado que o objetivo final é a compreensão dos procedimentos associados ao AUS.

#### 2.4.2.1. Primeira Sessão

Em grupo, e com o auxílio do MAB, os alunos responderam a duas situações problemáticas, sendo apenas uma delas aqui analisada - tarefa 1 (Apêndice 3) - pois o intuito de ambas era semelhante. O objetivo da situação problemática era os alunos realizarem a operação aritmética da subtração "25-5".

**<u>Grupo 1</u>**

O grupo 1, posteriormente à manipulação do MAB, apresenta, de forma organizada, uma representação visual - figura onde se encontra ilustrado o resultado dessa mesma manipulação (Figura 10).

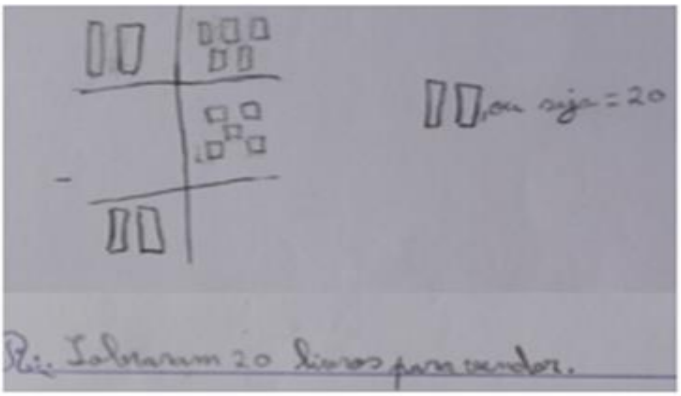



*Figura 10 – Resolução da tarefa 1 da primeira sessão de intervenção*

Os alunos recorrem ainda a uma representação visual - esquema para traduzir o valor de duas barras do MAB (lado direito na Figura 10), que poderá ter sido algum recurso para os ajudar a solucionar a tarefa de forma correta. Para dar resposta à situação problemática recorrem a uma representação verbal - linguagem natural (lado esquerdo da Figura 10), respondendo de forma correta e adequada ao resultado encontrado. Não

explicam os seus procedimentos para chegar à solução final, tal como lhes era solicitado no enunciado da tarefa mas, no momento de manipular o MAB, a aluna A disse "Fazemos vinte e cinco menos cinco. Na casa das dezenas metemos duas barras e na casa das unidades metemos cinco unidades" (recolha áudio do grupo). Partindo desta informação dada pela aluna já é possível desvendar um pouco a forma como o grupo trabalhou e que os alunos compreendem o valor numérico que corresponde a cada peça do MAB bem como a ordem a que pertence cada uma delas.

**<u>Grupo 2</u>**

O grupo 2, através de uma representação visual – figura (lado esquerdo na Figura 11), ilustra, organizadamente, o resultado obtido na sua mesa após a manipulação do MAB. É possível verificar, pelos traços que os alunos desenharam por cima de cada cubinho, que foram retirando sucessivamente unidades do aditivo e do subtrativo (uma a uma), até obter o resultado final da ordem das unidades (neste caso, zero).

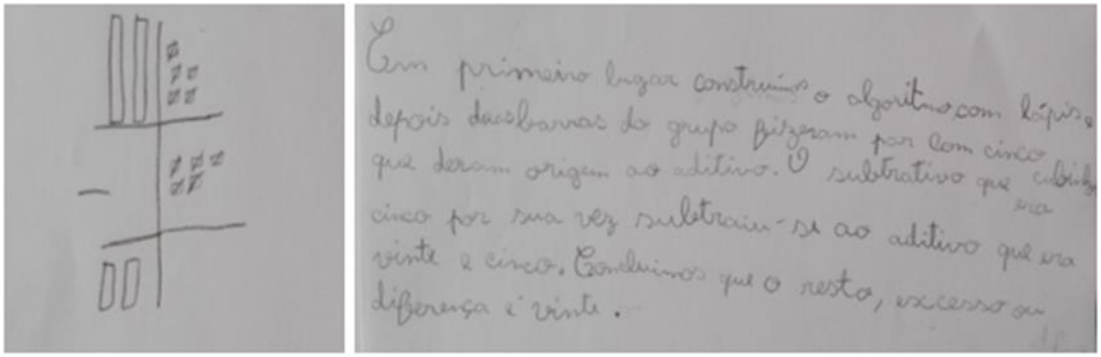



*Figura 11 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 1 da primeira sessão de intervenção*

O grupo não apresenta uma resposta final à situação problemática mas explica como chegou à solução, através de uma representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 11), tal como lhes é pedido no enunciado da tarefa. Esta breve explicação apresentada pelo grupo demonstra já um pouco da importância que tem a manipulação do MAB na compreensão do que eles próprios estão a realizar. Pela gravação áudio dos alunos é possível perceber que o grupo não utiliza sempre o mesmo método para chegar ao resultado final em cada uma das ordens pois tanto utilizam expressões como "Cinco para cinco dá zero" como utilizam a expressão "Dois menos

zero é dois, portanto fica vinte, ou seja, duas dezenas". Assim, na ordem das unidades tentam perceber quantas unidades faltam ao subtrativo faltam para chegar às unidades do aditivo e, na ordem das dezenas, retiram as dezenas do subtrativo às dezenas do aditivo. Apesar de nenhuma das formas de pensar estar incorreta, a expressão "para" não facilita a utilização do algoritmo que se pretende estudar e utilizar neste estudo (o AUS).

#### 2.4.2.2. Segunda Sessão

Em grupo, os alunos responderam a duas situações problemáticas, sendo aqui analisada a tarefa 1 (Apêndice 4). O objetivo da situação problemática era os alunos realizarem a operação aritmética "43-27". Nesta sessão, além do MAB, foi introduzida uma grelha em cartolina, realizada pela PE (Apêndice 5), que ajudou os alunos a organizar as peças do MAB quando o manipularam.

**Grupo 1**

Na Figura 12 é possível visualizar o grupo a manipular o MAB (representação ativa) para resolver a tarefa, recorrendo também à grelha em cartolina que os auxilia na organização do material. Este grupo utiliza ainda as peças do MAB para simular o sinal representativo da operação da subtração.

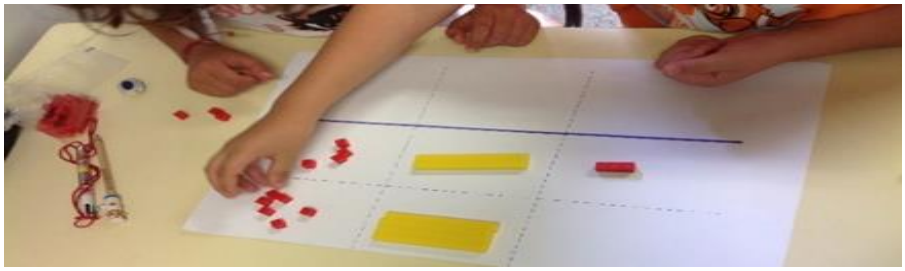


*Figura 12 – Representação ativa para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção*

O grupo, através de uma representação visual – figura (lado esquerdo na Figura 13), ilustra a o resultado obtido após a manipulação do MAB (representação ativa).

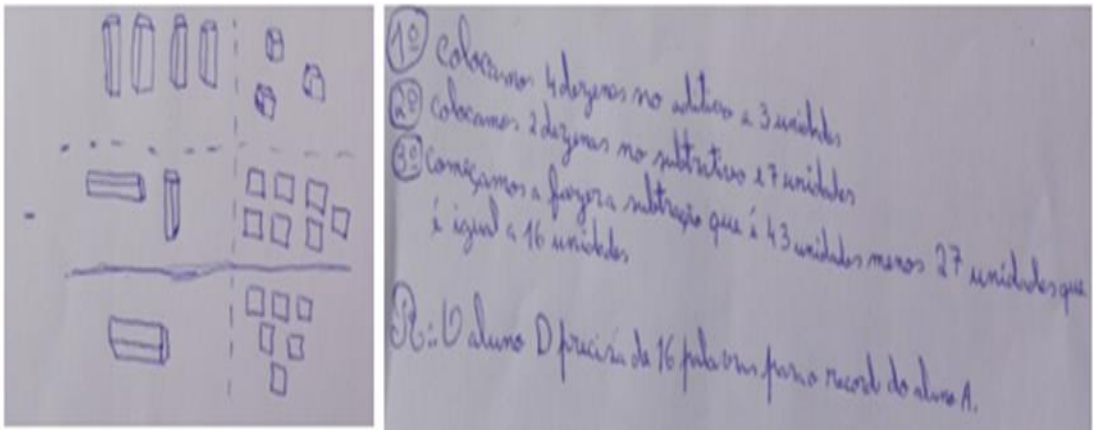



*Figura 13 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção*

O grupo já começa a explicar os seus procedimentos para obter o resultado final, através de uma representação verbal -linguagem natural (lado direito na Figura 13), o que revela alguma melhoria relativamente a representações de tarefas anteriores. No entanto essa explicação remete só para a forma de colocar as peças do MAB na cartolina, não explicando os procedimentos de resolução nas diferentes ordens. Recorrendo à gravação áudio do grupo para esta tarefa é possível constatar que a aluna A verifica que de três unidades do aditivo não podem retirar as sete unidades do subtrativo ao dizer "Então não podem ser três unidades!" e o aluno B sugere que se decomponha uma dezena do aditivo em dez unidades – "Vem uma e transforma em dez". Ou seja, o aluno B recorre a procedimentos do algoritmo da decomposição para a subtração, conseguindo obter um valor nas unidades do aditivo superior ao das unidades do subtrativo, estando em condições para prosseguir com a resolução da tarefa e obter um resultado correto.

**<u>Grupo 2</u>**

Na Figura 14 é possível visualizar os alunos a manipular o MAB para resolver esta tarefa com recurso, também, à grelha em cartolina. Estes alunos utilizam um lápis para representar o sinal da operação da subtração.

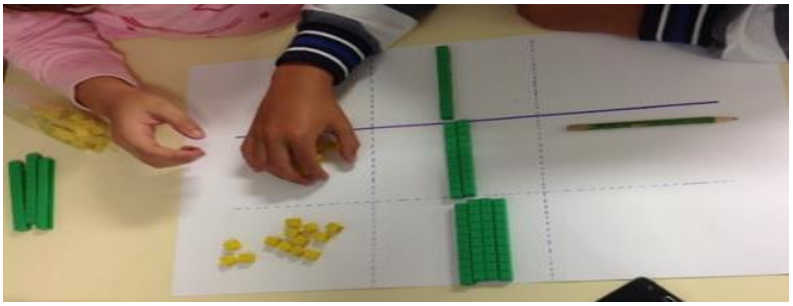


*Figura 14 – Representação ativa para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção*

O grupo, através de uma representação visual – figura (lado esquerdo na Figura 14), ilustra o que foi realizando nas suas representações ativas. Cruzando os dados da representação verbal - linguagem natural (lado direito na Figura 15) e da representação visual – figura (lado esquerdo na Figura 15) que o grupo apresenta com a gravação áudio desta tarefa (Figura 15) verifica-se que o grupo adicionou dez unidades ao aditivo e dez unidades ao subtrativo depois de verificarem que "…não dá para subtrair três por sete…".

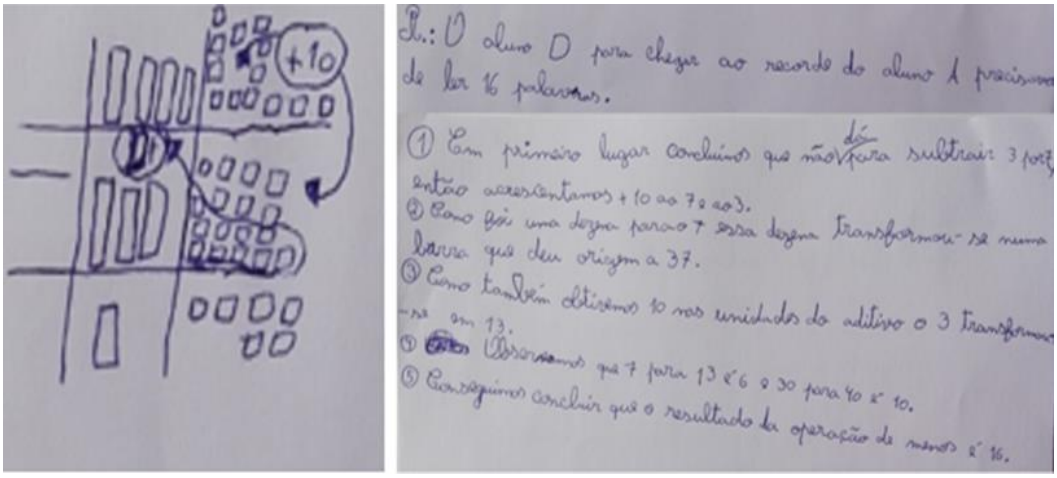



*Figura 15 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 1 da segunda sessão de intervenção*

Os alunos reagruparam as dez unidades que tinha adicionado ao subtrativo numa dezena, não explicando o porquê de tal procedimento. Na sua representação esta dezena que foi adicionada ao subtrativo está desenhada duas vezes tornando-a enganadora, pois parecem estar 4 barras na ordem das dezenas do subtrativo, o que não levaria ao resultado final de 1 dezena. A forma de indicarem que adicionaram alguma quantidade às diferentes ordens também não é sempre igual, utilizando numa situação uma representação simbólica - numérica (+10) e na outra utilizam uma

representação visual - figura (barra). Respondem de forma correta à situação problemática e escrevem ainda que o último passo foi "7 para 13 é 6 e 30 para 40 é 10" o que, apesar de não estar incorreto, não facilita os procedimentos a realizar no algoritmo que se pretende trabalhar neste estudo. As informações que este grupo apresenta na sua representação verbal - linguagem natural, já começam a ser bastante relevantes e esclarecedoras do modo como trabalharam, comprovando cada vez mais o impacto positivo da manipulação do MAB associada à compreensão dos procedimentos que efetuam.

#### 2.4.2.3. Terceira Sessão

Em grupo, e com o auxílio do MAB e da grelha de apoio, os alunos responderam a duas situações problemáticas, sendo apenas uma delas aqui analisada - tarefa 1 (Apêndice 6) - pois o intuito de ambas era semelhante. O objetivo da situação problemática era os alunos realizarem a operação aritmética "43-19".

**Grupo 1**

Na figura 16 é possível visualizar que o grupo manipulou o MAB (representações ativas) para resolver a tarefa com recurso, também, à grelha em cartolina que os auxilia na organização das suas representações ativas. Estes alunos utilizam peças do MAB para representar o sinal da operação da subtração e representam a ordem das dezenas e das unidades com letras em cartolina (fornecidas pela PE para os ajudar na identificação das ordens).

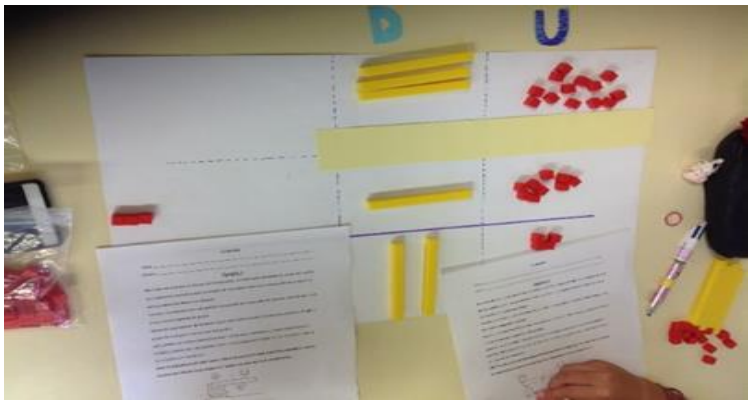



*Figura 16 – Representação ativa para a resolução da tarefa 1 da terceira sessão de intervenção*

Partindo das suas representações ativas, o grupo ilustra na folha de registos o cenário obtido, através de uma representação visual - figura (lado esquerdo da Figura 17).

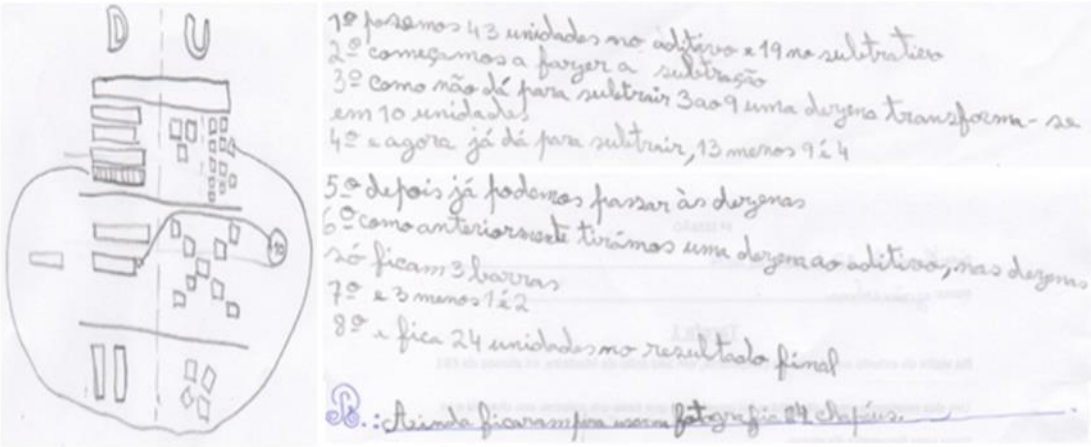



*Figura 17 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 1 da terceira sessão de intervenção*

Nas suas representações é possível verificar que os alunos não utilizam procedimentos de um só tipo de algoritmo para resolver a operação da subtração: para resolver o problema das unidades do aditivo decompõem uma dezena do aditivo e, para as unidades do subtrativo, já adicionam dez unidades sem que estas sejam decompostas de sítio algum. Na gravação áudio e na representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 17), os alunos não se manifestam acerca dessas dez unidades que adicionaram ao subtrativo. Tal facto revela que este grupo conhece os procedimentos do AUS mas que ainda não os coloca em prática corretamente, tentando dar alguns sinais de que os está a utilizar nas suas representações. São de realçar as melhorias verificadas na representação verbal – linguagem natural, na qual os alunos já revelam muito mais acerca dos seus procedimentos.

**<u>Grupo 2</u>**

Na Figura 18 observa-se o grupo a manipular o MAB na grelha de cartolina (representação ativa) para resolver a tarefa. Estes alunos representam a ordem das dezenas e das unidades com letras em cartolina e ainda utilizam pedaços de cartolina para tapar as ordens nas quais não estão a trabalhar nesse momento para se habituarem a trabalhar ordem a ordem, da direita para a esquerda.

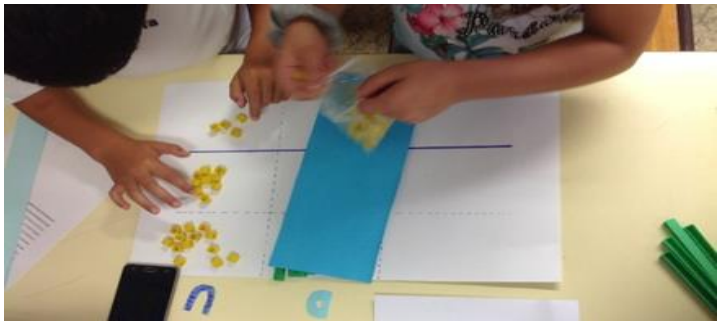


*Figura 18 - Representação ativa para a resolução da tarefa 1 da terceira sessão de intervenção*

O grupo apresenta uma representação visual – figura (lado esquerdo na Figura 19) na qual é possível verificar indícios da utilização de procedimentos do AUS.

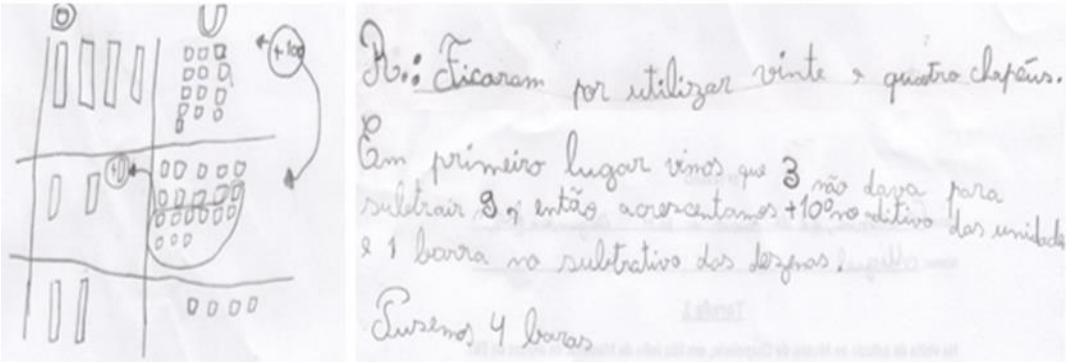



*Figura 19 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 1 da terceira sessão de intervenção*

Apesar da representação verbal - linguagem natural (lado direito na Figura 19) conter pouca informação, é possível triangular esses dados com a representação visual - figura e com a gravação áudio, verificando-se uma concordância entre as três. Por exemplo, na representação visual - figura o grupo evidência que adicionou dez unidades ao aditivo e ao subtrativo. Também na gravação áudio se pode ouvir "Acrescentámos mais dez no aditivo das unidades e no subtrativo das unidades." e na representação verbal pode-se ler "… acrescentamos + 10□ (cubinhos) no aditivo das unidades e 1 barra no subtrativo das dezenas.". Os alunos não explicitam mais, mas analisando a representação visual – figura, verifica-se que este grupo agrupou e transformou numa dezena as dez unidades que adicionou ao subtrativo, ficando com 4 dezenas e 13 unidades no aditivo e com 3 dezenas e 9 unidades no subtrativo. Efetuando as operações "13 – 9 = 4" e " 4 – 2 = 2", o grupo obtém vinte e quatro unidades no final

da operação da subtração, que é o resultado correto. Aspetos como esta uniformidade entre todos os suportes de informação acerca da resolução dos alunos, evidenciam que os alunos estão a compreender o que realizam e que, assim, conseguem explicar os seus procedimentos com muita facilidade e naturalidade.

#### 2.4.2.4. Quarta Sessão

Os alunos, em grupo, responderam a duas situações problemáticas, sendo uma delas aqui analisada – tarefa 2 (Apêndice 7). O objetivo da tarefa era os alunos resolverem a operação aritmética "84 – 77". Nesta sessão a utilização do MAB foi opcional e nenhum dos grupos o utilizou, nem recorreu a outro tipo de material disponível nas sessões anteriores (só a folha de registos e caneta).

**<u>Grupo 1</u>**

Apesar de não terem usado o MAB, os alunos, para responder à tarefa, recorreram a representações visuais - figura do material (lado esquerdo na Figura 20) para, posteriormente, conseguirem apresentar uma representação simbólica – numérica (parte central na Figura 20).

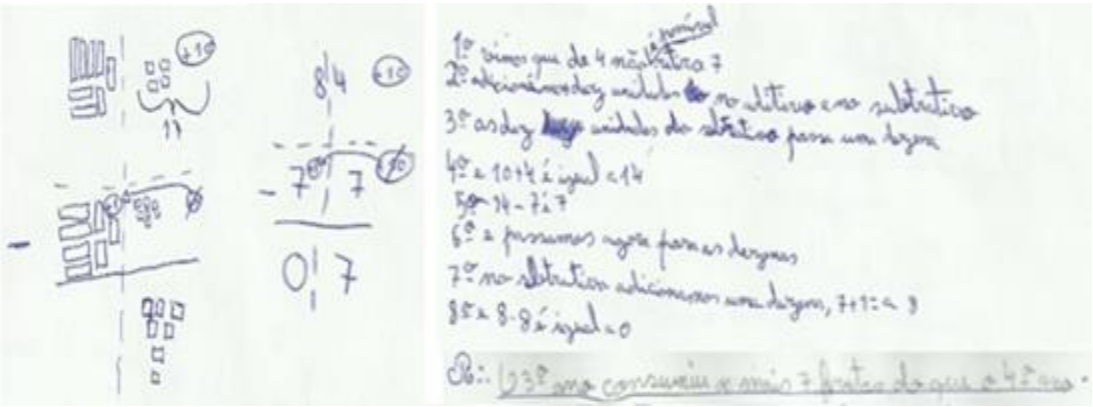


*Figura 20 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 2 da quarta sessão de intervenção*

Ainda é possível visualizar uma resposta ao problema e uma explicação dos procedimentos efetuados pelo grupo para chegar a uma solução, que os alunos apresentaram através de uma representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 20). Cruzando os dados dos três tipos de representações encontrados na Figura 20 encontram-se algumas semelhanças. Por exemplo: o grupo verifica que "de

4 não é possível retirar 7" e, por isso, adiciona dez unidades no aditivo e dez unidades no subtrativo e "as dez unidades do subtrativo passa uma dezena". Este último procedimento encontra-se explicado de forma um pouco mais correta na gravação áudio do grupo, na qual dizem "Passamos dez unidades do subtrativo para uma dezena do subtrativo". De seguida, o grupo efetua a operação e obtém o resultado de sete unidades (resultado correto).

Os procedimentos aqui utilizados são caraterísticos do AUS. O grupo já não recorre à decomposição e não precisa de desenhar os dez "cubinhos" que adiciona ao aditivo e ao subtrativo, escrevendo dentro de um círculo "+10". Também vão efetuando cortes nos símbolos ou nos números à medida que deixam de ser considerados para a operação (no "+10" adicionado ao subtrativo, por exemplo).

**<u>Grupo 2</u>**

O grupo, para responder à tarefa, apresenta uma representação simbólica - numérica (lado esquerdo na Figura 21) que, analisada em conjunto com a representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 21), torna-se mais percetível.

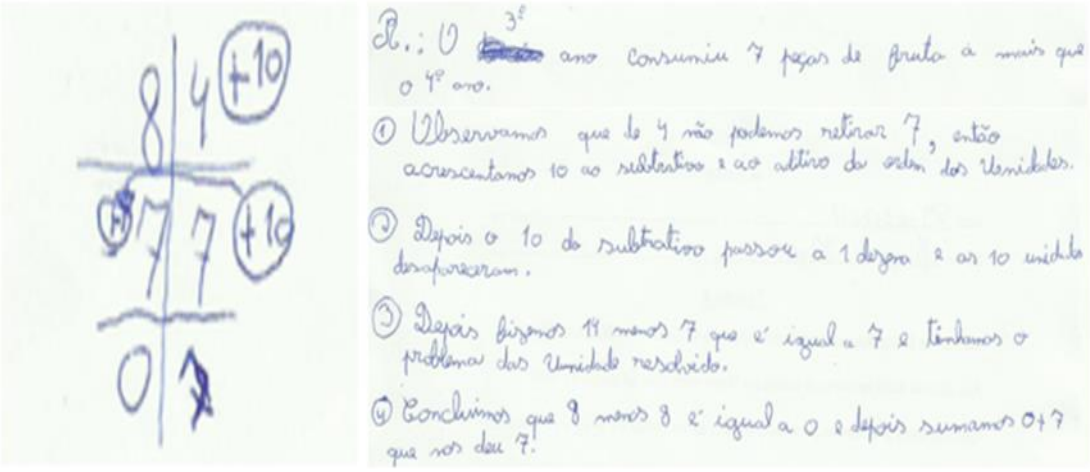



*Figura 21 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 2 da quarta sessão de intervenção*

As representações do grupo são concordantes uma com a outra e estes alunos conseguem, ainda que com algumas lacunas ao nível da linguagem e da forma de representar, explicar como chegaram ao resultado final. O procedimento mais difícil é o 2.º no qual os alunos compõem as 10 unidades do subtrativo numa dezena que depois

reagrupam com as outras dezenas, “Depois o 10 do subtrativo passou a 1 dezena…”, e depois dizem que “… as 10 unidades desapareceram”. Os procedimentos efetuados pelo aluno são próprios do que é esperado com o AUS e o resultado final está correto (7 unidades).

#### 2.4.2.5. Quinta Sessão

Sem recurso a qualquer tipo de material manipulativo, os alunos, em pares, responderam a duas situações problemáticas, sendo nesta secção analisada a tarefa 2 da quinta sessão (Apêndice 8). O objetivo final da situação problemática era resolver a operação aritmética “735 – 78”.

**<u>Grupo 1</u>**

Para dar resposta à tarefa, o grupo já não recorre a representações visuais (figura) apresentando uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 22) e uma representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 22). Cruzando os dados desses dois tipos de representação, é possível verificar que são concordantes uma com a outra e que estes alunos recorrem somente a procedimentos são próprios do que é esperado o AUS.

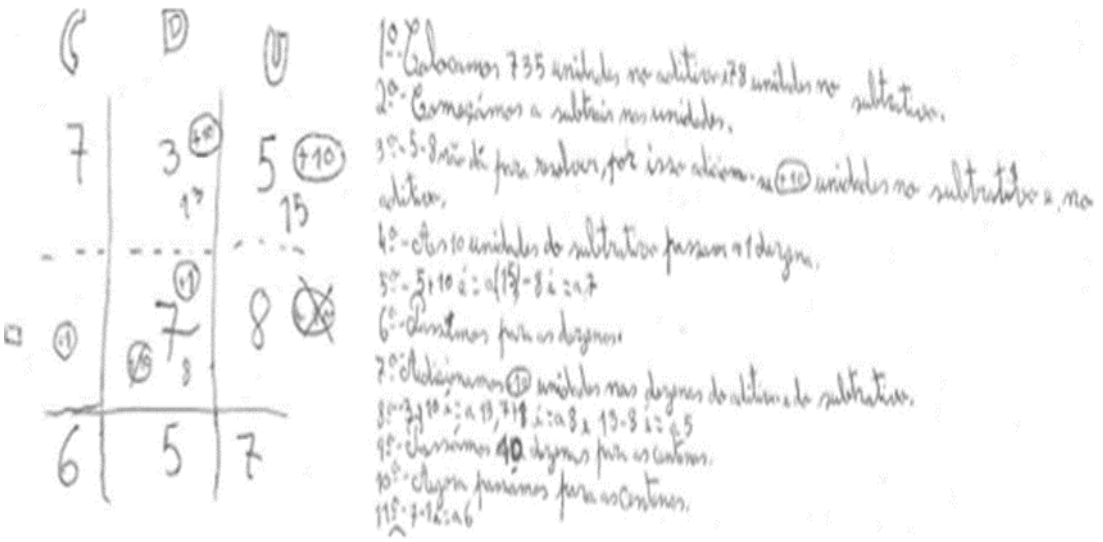


*Figura 22 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 2 da quinta sessão de intervenção*

Os alunos explicam de forma clara como procederam para chegar ao resultado final, contudo existem alguns pontos a analisar com mais pormenor: (i) quando os alunos referem que "as 10 unidades do subtrativo passam a uma dezena e a representam como "+1" eles também a consideram quando escrevem "8", por isso deveriam ter colocado um traço sobre o "+1" para saberem que essa quantidade já não seria considerável num próximo passo; (ii) no 7.º passo, que se pode ler na representação verbal – linguagem natural, onde referem que adicionaram "+10 unidades nas dezenas do aditivo e do subtrativo" não justificam o facto de terem adicionado essas quantidades a cada um dos termos; (iii) no 9.º passo referem "Passámos 10 dezenas para as centenas" mas, na verdade, este passo foi efetuado anteriormente pois, caso contrário, o resultado na ordem das dezenas não teria sido de 5 dezenas mas sim de 4 dezenas. Ou seja, este passo que os alunos referem ser o 9.º deveria ter sido escrito logo após o 7.º passo, estando assim em concordância com a forma como têm trabalhado até aí.

Assim, apesar de algumas lacunas ao nível de "cortes" que deveriam ser efetuados sobre alguns números, assim que são considerados e que deixam de ter valor e importância para a resolução da operação aritmética, estes alunos já sabem explicar de forma clara como resolveram a situação problemática recorrendo a procedimentos do AUS, o que revela uma compreensão dos mesmos. O resultado final da operação aritmética subtração está correto. O grupo não apresenta uma resposta final à situação problemática.

**Grupo 2**

O grupo responde à tarefa através de uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 23) e de uma representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 23), apresentando, no final, uma resposta correta à situação problemática.

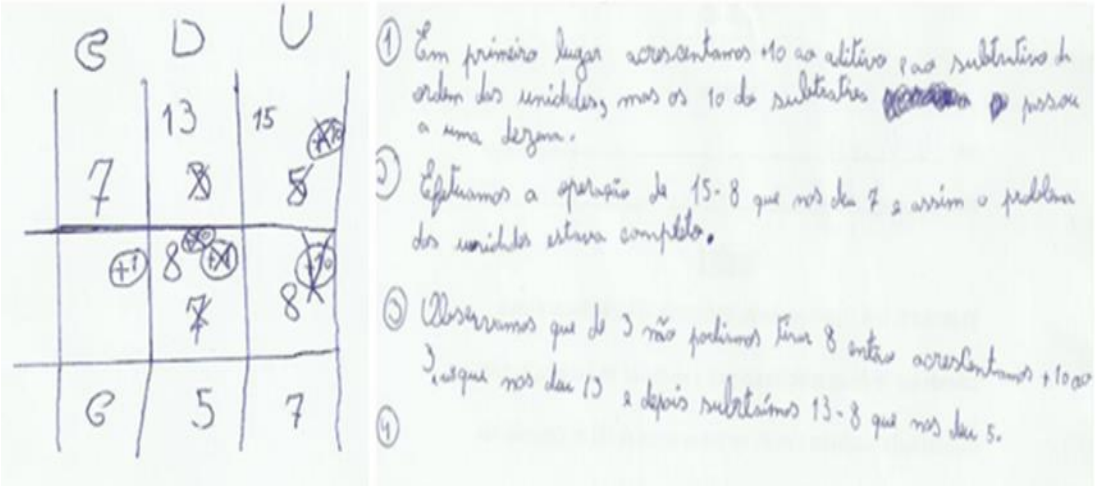



*Figura 23 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 2 da quinta sessão de intervenção*

Contudo, é possível verificar que a explicação destes alunos acerca dos seus procedimentos (representação verbal – linguagem natural) é muito sucinta e incompleta, dado que não explicam o motivo que os levou a efetuar o 1.º passo e, a partir da ordem das dezenas, não explicam como procedem para chegar ao resultado final. Ainda assim, o pouco que escreveram é concordante com a representação simbólica – numérica que apresentam e está de acordo com o que se pretende ao recorrer a procedimentos do AUS. No que respeita à representação simbólica – numérica, esta é bastante explícita e é possível notar uma preocupação minuciosa em desenhar um traço ("cortar") sobre cada quantidade que foi considerada para um determinado passo e que já não terá utilidade em momentos futuros, não deixando margem para erros a esse nível.

#### 2.4.2.6. Sexta Sessão

Sem recurso a materiais manipulativos, os grupos de alunos responderam a duas situações problemáticas, sendo nesta secção analisada a tarefa 2 (Apêndice 9). O objetivo final da situação problemática era cada grupo resolver a operação aritmética "164 - 76".

**<u>Grupo 1</u>**

O grupo apresenta uma representação simbólica – numérica (lado direito na Figura 24) e uma versão mais organizada e representativa do resultado final que é esperado

quando se utiliza o AUS (parte central na Figura 24). Este passo mostra que os alunos sentem a necessidade de resolver a operação primeiramente de uma forma mais detalhada e com mais símbolos auxiliares apresentando, posteriormente, o formato que podemos observar no centro da Figura 24. Ao mesmo tempo, esta passagem mostra rigor e desempenho por parte destes alunos.

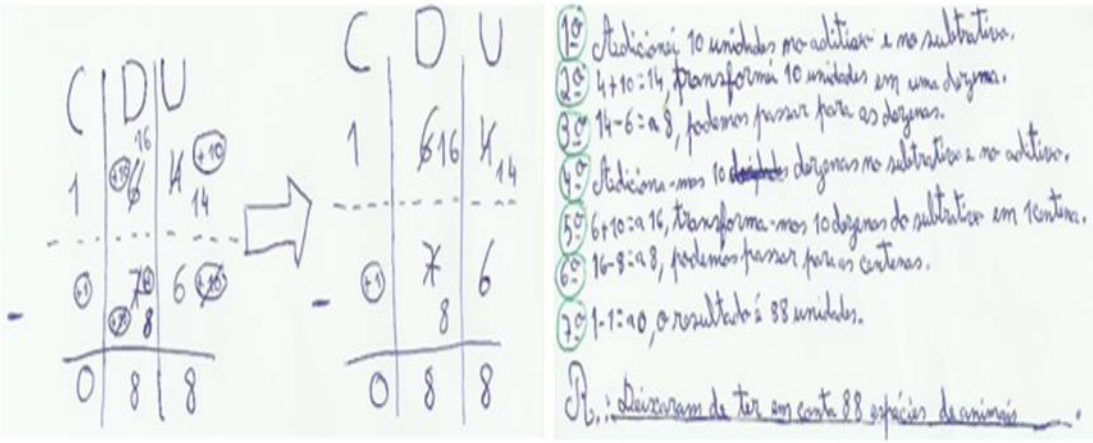



*Figura 24 - Resolução do grupo 1 para a tarefa 2 da sexta sessão de intervenção*

No lado direito da Figura 24 pode observar-se uma representação verbal – linguagem natural, na qual os alunos explicam os seus procedimentos para chegar ao resultado final, bem como uma resposta à situação problemática. O grupo continua a não explicar a razão que os leva a realizar o 1.º passo, contudo, lendo toda a sua explicação, verifica-se que existe concordância entre a representação verbal – linguagem natural e a representação simbólica – numérica, o que evidencia que os alunos compreendem o que estão a realizar. Apesar de ainda existirem algumas lacunas a nível da linguagem (e.g., no 2.º passo onde se lê "… transformei 10 unidades em uma dezena.", os alunos não referem se estão a trabalhar no aditivo ou no subtrativo) e de representação ao nível de alguns cortes que deveriam efetuar para evitar possíveis erros (que não cometeram), os procedimentos efetuados pelo grupo são caraterísticos do AUS.

**<u>Grupo 2</u>**

Para dar resposta a esta tarefa, os alunos apresentaram uma representação simbólica - numérica (lado esquerdo na Figura 25) percetível e rigorosa, que acaba por colmatar um pouco a falta de informação que nos apresentam na respetiva representação verbal

– linguagem natural (lado direito na Figura 25), onde era suposto o grupo ter clarificado os seus procedimentos para chegar ao resultado final.

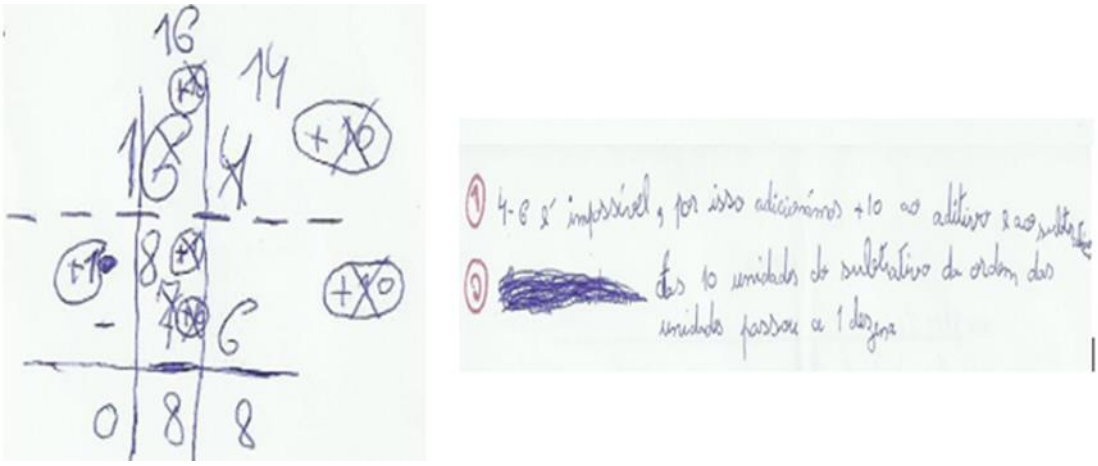


*Figura 25 - Resolução do grupo 2 para a tarefa 2 da sexta sessão de intervenção*

O grupo respondeu corretamente à situação problemática e, apesar de curta, na representação verbal – linguagem natural, está escrito o porquê de terem efetuado o 1.º passo (porque "4 - 6 é impossível…") e é representativa de procedimentos do AUS. No que respeita à representação simbólica – numérica, além do que já foi dito, os alunos continuam a evidenciar rigor nas suas representações na medida em que efetuam sempre os "cortes" necessários nos símbolos ou números que deixam de ser considerados para realizar a operação, evitando erros a esse nível. Os alunos não apresentam uma resposta final para a tarefa.

#### 2.4.2.1. Síntese da Fase de Intervenção

Ao observar os resultados apresentados ao longo da Fase de Intervenção por cada grupo, e focando a análise dos dados nos mesmos critérios que foram referidos na síntese da Fase Inicial, pode referir-se que:

- o grupo 1, constituído pela aluna A e pelo aluno B, recorre às representações ativas do MAB até à quinta sessão de intervenção, o que evidencia o forte impacto que este material teve nos seus trabalhos e o quanto se tornou necessário para a compreensão dos seus procedimentos. O rigor e o empenho deste grupo são notórios nas seis sessões desta fase, nomeadamente a preocupação que sempre tiveram em apresentar os seus resultados de forma detalhada, organizada

e objetiva. As representações apresentadas por estes alunos foram sempre concordantes umas com as outras, o que se torna num outro elemento confirmativo da compreensão dos procedimentos efetuados pelo grupo. No que respeita ao tipo de algoritmo usado, o grupo inicia os seus trabalhos ainda muito focado no algoritmo da decomposição da subtração, aspeto que depois ao longo das sessões foi desaparecendo até chegar á utilização de procedimentos representativos do AUS. Assim, de forma geral, o grupo evoluiu em todos os aspetos de análise definidos para este estudo e em todos os tipos de representações apresentados;

- o grupo 2, constituído pela aluna C e pelo aluno D, recorre às representações ativas do MAB só nas sessões em que efetivamente o utilizaram (até à terceira sessão). A manipulação deste material mostra-se fulcral na evolução das representações destes alunos, bem como na compreensão dos procedimentos efetuados por eles. A passagem deste grupo para as representações simbólicas – numéricas é realizada de forma muito rápida e eficaz (verificar registos da terceira sessão e da quarta sessão deste grupo). Relativamente às representações verbais – linguagem natural, este grupo, de facto, evoluiu bastante mas nem sempre demonstrou rigor em apresentar detalhadamente os seus procedimentos, contrariamente ao grupo 1. Em relação ao tipo de algoritmo utilizado para a realização das situações problemáticas, o grupo recorreu a procedimentos do AUS desde os seus primeiros registos. Por estes motivos, de um modo geral, o grupo evoluiu em todos os sentidos.

### 2.4.3. Fase Final

De forma individual e sem recorrer a nenhum material manipulativo, os alunos responderam a algumas situações problemáticas, sendo analisadas nesta secção duas delas (tarefas 2 e 4 do Apêndice 11).

**Aluna A**

A aluna responde à tarefa 2 (Apêndice 11) através de uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 26), que posteriormente apresenta de uma forma

ainda mais percetível e organizada (parte central na Figura 26). Não efetua todos os "cortes" necessários sobre alguns números que evitam erros de resolução, contudo a aluna responde corretamente à tarefa. No que respeita à ordem das dezenas do subtrativo, ao adicionar uma dezena, a aluna não escreve "9" mantendo o "8" e o "1" que adicionou quando transformou as 10 unidades numa dezena.

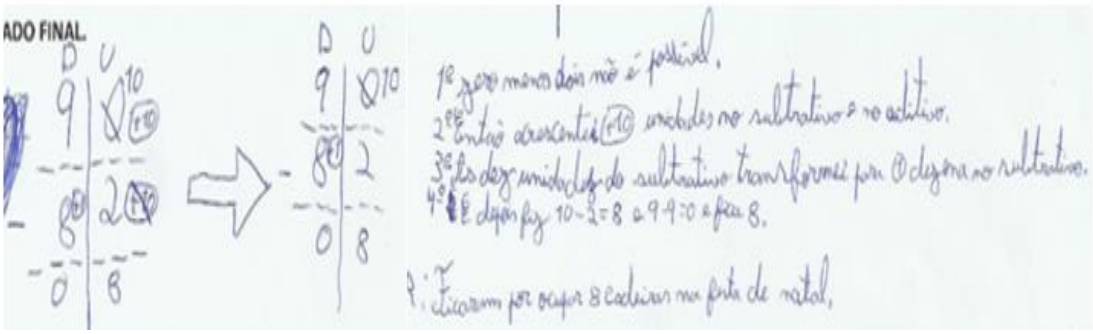



*Figura 26 - Resolução da aluna A da tarefa 2 da Fase Final*

Analisando a representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 26) que a aluna apresenta, verifica-se que esta traduz exatamente o que foi realizado na representação simbólica – numérica e que é representativa dos procedimentos caraterísticos do AUS. Não existem lacunas ao nível da linguagem utilizada, dado que, em cada um dos passos, a aluna explica em que ordem está a trabalhar e se se trata do aditivo ou do subtrativo, bem como apresenta uma explicação (1.º passo) do que a levou a ter de realizar os passos seguintes. No final apresenta uma resposta completa à tarefa, através de uma representação verbal – linguagem natural. Assim, nesta tarefa, a aluna encontra-se no nível 3 de acordo com os critérios de conhecimento estabelecidos.

No que respeita aos registos para responder à tarefa 4 (Apêndice 11), a aluna apresenta uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 27) que acompanhada da representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 27) se torna percetível.

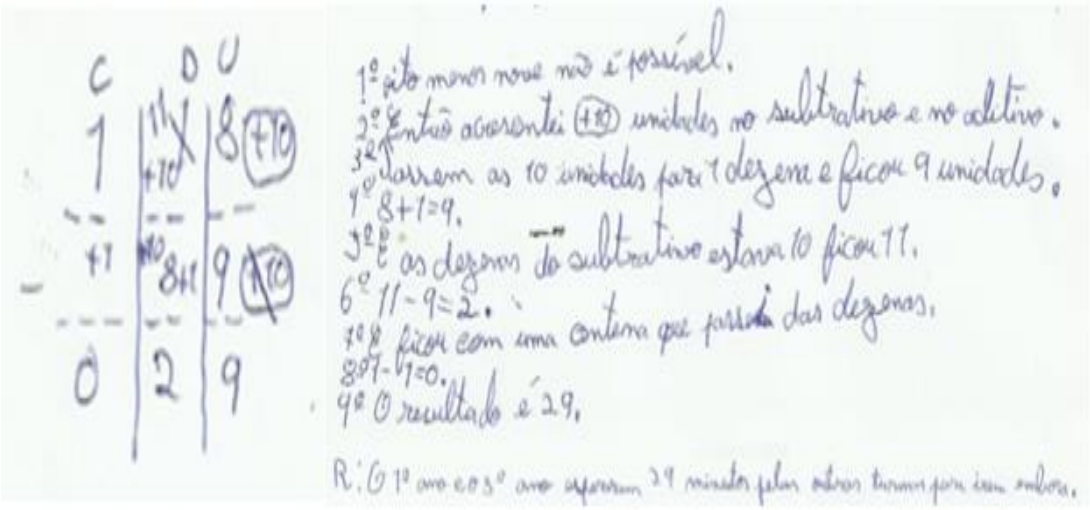



*Figura 27 - Resolução da aluna A da tarefa 4 da Fase Final*

Quanto ao rigor da representação simbólica – numérica, a aluna continua a não efetuar todos os "cortes" necessários mas apresenta todas as ordens alinhadas verticalmente o que facilita também a sua resolução. Ao nível da representação verbal – linguagem natural, apesar de estar de acordo com a representação simbólica – numérica, esta não contém todos os passos que a aluna efetuou na realidade (por exemplo, a operação aritmética final da ordem das unidades "18 – 9" não é referida verbalmente). O resultado obtido pela aluna está correto e, no final, apresenta uma resposta à situação problemática na forma de representação verbal – linguagem natural. Por estes motivos e de acordo com os critérios de análise estipulados, a aluna, nesta tarefa encontra-se no nível 2.

**<u>Aluno B</u>**

O aluno, para responder à tarefa 2 (Apêndice 11), regista uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 28) bem como uma versão mais simples e percetível da mesma (parta central na Figura 28), evidenciando a sua preocupação e desempenho em apresentar os seus registos de uma forma melhorada. Todas as ordens em ambas as representações se apresentam alinhadas verticalmente o que ajuda na sua análise e resolução.

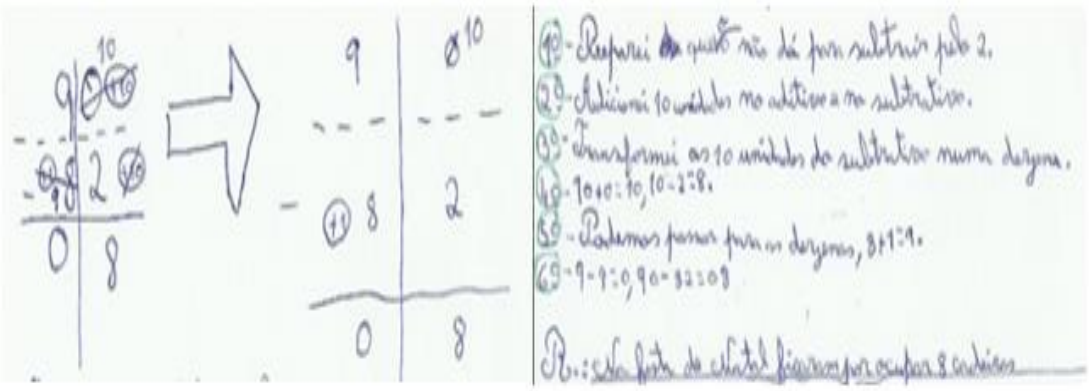


*Figura 28 - Resolução do aluno B da tarefa 2 da Fase Final*

Observando a representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 28), além de esta estar de acordo com o que se pode observar na representação simbólica – numérica, o aluno explica ao pormenor tudo o que realizou inclusivamente as adições que é necessário realizar em cada uma das ordens, tanto no aditivo como no subtrativo, posteriormente à adição de 10 unidades em cada um deles (por exemplo "10 + 0 = 10" ou "8 + 1 = 9"). No que concerne ao 1.º passo escrito pelo aluno, este contém uma pequena incorreção a nível de linguagem, dado que zero unidades dão para subtrair por duas unidades. O aluno apresenta alguma tendência a escrever no plural ao dizer "Podemos passar para as dezenas …", resultante do trabalho em grupo que foi realizado até esta seção. A resposta do aluno está correta, os procedimentos efetuados são caraterísticos do AUS e, no final, apresenta uma resposta completa à situação problemática (representação verbal – linguagem natural). Por estes motivos e tendo em conta os critérios de análise estabelecidos, o aluno, nesta tarefa, encontra-se no nível 3.

Relativamente à tarefa 4 (Apêndice 20), o aluno apresenta uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 29) que, posteriormente, reformula de

forma mais organizada e percetível (parte central na Figura 29), facilitando a análise e a resolução da operação.

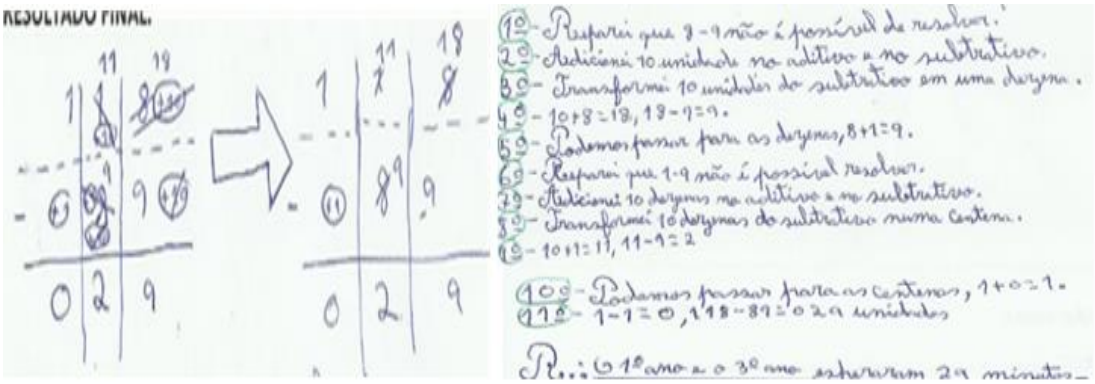


*Figura 29 - Resolução do aluno B da tarefa 4 da Fase Final*

O aluno complementa a sua resolução com uma representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 29), na qual explica tudo o que realizou para chegar a uma resposta, sendo estes procedimentos representativos do que é esperado com o AUS. A linguagem utilizada nesta explicação está correta e, comparando os dois tipos de representação, percebe-se com facilidade tudo o que o aluno realizou e os motivos que levaram a essa mesma realização. O resultado obtido está correto e, no final, apresenta uma resposta à tarefa. Assim, de acordo com os critérios de análise estipulados, nesta tarefa, o aluno encontra-se no nível 3.

**<u>Aluna C</u>**

A aluna apresenta uma resposta à tarefa 2 (Apêndice 11) através de uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 30) que, apesar de conter alguns rabiscos, se consegue perceber e analisar.

*Figura 30 - Resolução da aluna C da tarefa 2 da Fase Final*

No que respeita à representação verbal – linguagem natural (lado direito na figura 30) que a aluna também apresenta, pode referir-se que esta, apesar de conter erros a nível de linguagem e não estarem descritos todos os passos realizados, é representativa dos procedimentos do AUS e é concordante com a representação simbólica – numérica. A aluna não explica a razão de proceder ao 1.º passo que é "Adicionei 10 ao subtrativo e ao aditivo" e prossegue com a sua explicação, referindo que "Depois o 0 ficou a10 e fiz 10 – 2 que é 8" e "Por fim foi às ordem das dezenas e a 8 unidades transformou-se em 9 por isso é 9 – 9 que é 0 e o resultado é de 8". Ou seja, a aluna responde corretamente à tarefa mas apresenta dificuldades em explicar verbalmente o que realizou, contendo alguns erros (por exemplo, quando refere que já estava a trabalhar na ordem das dezenas e diz que 8 unidades se transformaram em 9 unidades). Por estes motivos, de acordo com os critérios de análise estabelecidos, a aluna, nesta tarefa, encontra-se no nível 2.

No que concerne à resposta registada pela aluna para a tarefa 4 (Apêndice 11) esta contém uma representação simbólica numérica (lado esquerdo na Figura 31) que, apesar de ser um pouco confusa, se for acompanhada pela representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 31), se torna simples de perceber e analisar.

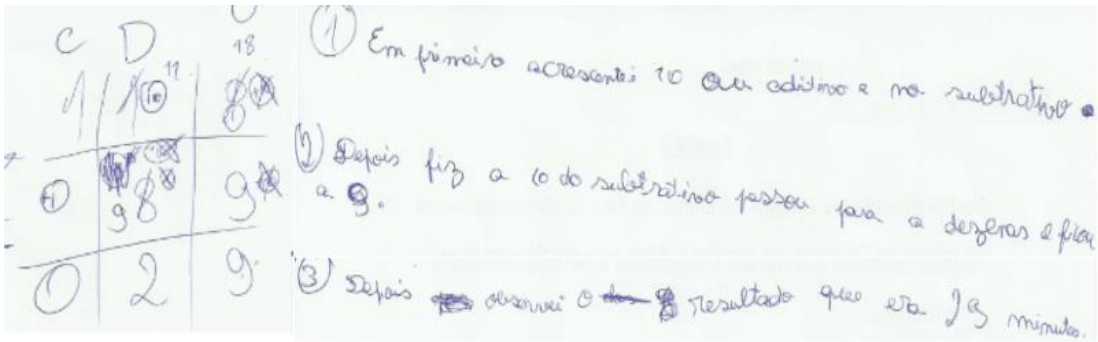



*Figura 31 - Resolução da aluna C da tarefa 4 da Fase Final*

A aluna não explica verbalmente tudo o que fez nem a razão eu a leva a avançar para o seu 1.º passo " … acrescentei 10 ao aditivo e no subtrativo". A sua linguagem não está totalmente correta, no entanto todos os seus procedimentos são próprios do que é esperado do AUS e eles foram realizados corretamente pelo que é possível observar na sua representação simbólica – numérica. O resultado final obtido através desses procedimentos está correto. A aluna não apresenta uma resposta final. Assim, nesta

tarefa, a aluna encontra-se no nível 2 de conhecimentos, de acordo com os critérios estipulados.

**<u>Aluno D</u>**

O aluno responde à tarefa 2 (Apêndice 11) através de uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 32) organizada e percetível que permite que a sua análise seja simples.

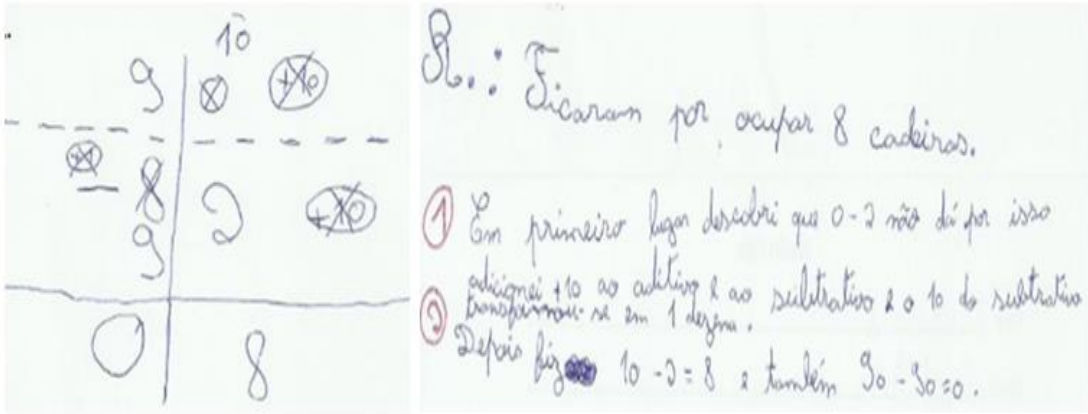



*Figura 32 - Resolução do aluno D da tarefa 2 da Fase Final*

O aluno nesta representação efetua todos os cortes necessários que por si só permitem perceber com facilidade os procedimentos que realizou para no final obter um resultado correto. Observando a representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 32) essa análise torna-se ainda mais simples, dado que o aluno explica verbalmente todos os seus passos e justifica o motivo que o levou a ter de iniciar todo o processo de adição de unidades no aditivo e no subtrativo. Os procedimentos apresentados e realizados são representativo do que é esperado com o AUS. O aluno apresenta ainda uma resposta à situação problemática. Assim, nesta tarefa, o aluno encontra-se no nível 3, de acordo com os critérios de análise estipulados.

Para responder à tarefa 4 (Apêndice 11) o aluno recorre também a uma representação simbólica – numérica (lado esquerdo na Figura 33) e a uma representação verbal – linguagem natural (lado direito na Figura 33).

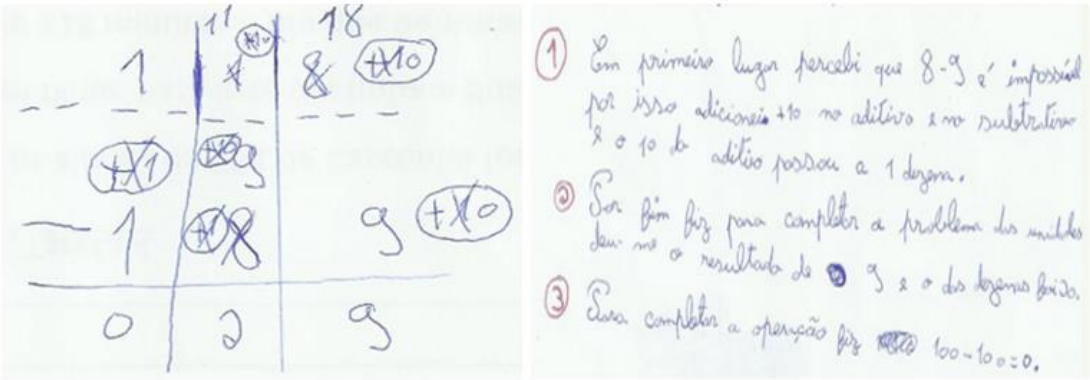



*Figura 33 - Resolução do aluno D da tarefa 4 da Fase Final*

Cruzando os dados dos dois tipos de representação é simples perceber como o aluno procedeu para obter um resultado final correto e, também, que esses procedimentos são representativos do AUS. O aluno explica tudo o que realiza e apresenta rigor nos seus registos. Não apresenta uma resposta final à situação problemática. Assim, nesta tarefa, o aluno encontra-se no nível 3 de conhecimentos.

#### 2.4.3.1. Síntese da Fase Final

Ao longo da secção 2.4.3. foram apresentados e analisados os resultados obtidos por cada um dos alunos na Fase Final do estudo. De forma geral pode afirmar-se que todos os alunos, desde a Fase Inicial até à Fase Final, evoluíram e melhoraram em todos os aspetos considerados fundamentais para análise neste estudo. O MAB foi fulcral para que as representações ativas dos alunos existissem e pudessem, no final, permitir que existisse compreensão efetiva dos procedimentos do AUS, conseguindo obter resultados corretos bem como adquirir a capacidade de os conseguir explicar verbalmente, através de representações verbais – linguagem natural. Deste modo, pode referir-se que:

- a aluna A respondeu corretamente a todas as situações problemáticas (o que não se verificou na Fase Inicial), utilizando exclusivamente procedimentos caraterísticos do AUS. As suas representações são organizadas e apresenta sempre uma explicação clara de todos os procedimentos, o que evidencia que compreendeu o que realizou e apresentou nos seus registos;

- o aluno B, tal como na Fase Inicial, continua a ser o mais se destaca positivamente em todos os aspetos de análise deste estudo. Na Fase Final apresenta melhorias relativamente às explicações de todos os passos realizados, as suas representações são ainda mais organizadas e de fácil interpretação e utiliza sempre procedimentos do AUS para resolver as situações problemáticas.

- a aluna C evoluiu muito relativamente à Fase Inicial. Evidencia melhorias na compreensão das situações problemáticas e na sua interpretação. Apesar de apresentar representações verbais – linguagem natural muito breves e com incorreções ao nível da linguagem, consegue explicar o fundamental dos seus procedimentos. As suas representações simbólicas – numéricas são percetíveis e minimamente organizadas e, cruzando os dados dos dois tipos de representação, é possível perceber sempre como procedeu para obter um resultado final, recorrendo sempre a procedimentos do AUS.

- o aluno D apresenta resultados ainda mais organizados e rigorosos relativamente à Fase Inicial. O aluno responde corretamente a todas as situações problemáticas sendo as explicações dos seus procedimentos mais claras e representativas dos procedimentos do AUS.

Todos estes aspetos permitem referir que estes alunos evoluíram, compreenderam e deram significado a todos os procedimentos do AUS bem como às representações ativas resultantes da manipulação do MAB, que lhes permitiram chegar ao final do estudo e conseguir apresentar resultados bastante positivos. As representações visuais (figuras) associadas às representações ativas deixaram de existir nos seus registos mas foram elas que conduziram todo o estudo e que permitiram que os alunos no final apresentassem estes resultados evidenciando desta forma a compreensão dos procedimentos associados ao AUS.

## 2.5. Discussão de Resultados

Ponte e Serrazina (2000) referem que a capacidade que os alunos têm de representar as suas ideias matemáticas está diretamente interligada com o modo como compreendem e utilizam os seus conhecimentos e, ainda, que são essas representações

que vão permitir que o professor identifique e interprete a forma como o aluno realizou uma dada situação problemática. Bruner (1999, como referido em Fernandes, 2014) refere ainda que, para existir compreensão dos conceitos matemáticos, as representações dos alunos são apresentadas sequencialmente, iniciando com as representações ativas que lhes vão permitir uma passagem pelas representações visuais para, posteriormente, o aluno estar apto para realizar uma tarefa recorrendo às representações simbólicas. Aspetos como estes podem ser verificados nesta investigação, onde todos os alunos começaram a representar as suas ideias de forma mais eficaz e significativa a partir do momento em que compreenderam os procedimentos associados ao AUS. As representações dos alunos foram, efetivamente, fulcrais para que a PE identificasse e interpretasse os processos de resolução de cada uma das situações problemáticas por eles realizadas.

A existência de representações ativas, conseguidas através da manipulação de materiais como o MAB, proporcionam melhores resultados, nomeadamente no 1.º CEB, dado que estes materiais permitem que, de forma estruturada e motivadora, os alunos se envolvam na tarefa, desempenhando um papel ativo na mesma (Damas et al., 2010). Este material foi fundamental para que, nesta investigação, os alunos participantes atingissem o patamar da compreensão dos procedimentos do AUS, sendo possível destacar o seu impacto positivo na motivação e empenho deles. Assim, o MAB desempenha um papel fundamental na compreensão de conceitos matemáticos, nomeadamente nos que estão subjacentes aos algoritmos das operações aritméticas (Marques, 2018). Para que exista compreensão efetiva dos procedimentos de um dado algoritmo, neste caso do AUS, é necessário compreender efetivamente o que é reagrupar, dado que é este processo que vai auxiliar os alunos em todas as etapas deste algoritmo (Dias et al., 2017).

Os resultados deste estudo permitem afirmar que, de facto, as representações que os alunos apresentam têm um papel preponderante na transmissão e perceção dos procedimentos que eles efetuaram para chegar a uma resposta final de uma dada situação problemática. Os alunos partiram da manipulação do MAB (e das suas representações ativas), passando pelas representações visuais que, no final, lhes permitiram apresentar os seus resultados através de representações simbólicas. O facto

de explicarem os seus procedimentos, através de representações verbais, evidencia que os alunos compreenderam o que realizaram.

No que respeita ao AUS e aos seus procedimentos, torna-se também evidente que, com o desenrolar do estudo, os alunos não precisaram de recorrer a mnemónicas ou a qualquer regra sem significado para eles, resolvendo as suas situações problemáticas com compreensão. Para este efeito, o MAB assumiu um papel crucial, principalmente na compreensão do processo de reagrupar unidades em unidades de ordem superior. Esta compreensão veio colmatar os resultados verificados na Fase Inicial, na qual os alunos evidenciaram não compreender os procedimentos do AUS quando lhes era proposto que resolvessem uma operação aritmética de subtração.

Observando e comparando os resultados que os alunos obtiveram na Fase Inicial com os da Fase Final, é possível afirmar que os quatro alunos apresentam melhorias em todos os aspetos que foram considerados para análise das suas resoluções. No Quadro 4 é possível observar essa evolução.

*Quadro 4 - Comparação dos níveis de conhecimento dos alunos da Fase Inicial e da Fase Final*

| **Aluno** | **Fase Inicial** | **Fase Final** |
|---|---|---|
| **A** | 1 | 2 |
| **B** | 2 | 3 |
| **C** | 1 | 2 |
| **D** | 2 | 3 |
| **Globais** | 1,5 | 2,5 |

Assim, os resultados obtidos evidenciam que as representações e o MAB como artefactos, tiveram um impacto positivo na compreensão dos alunos sobre os procedimentos associados ao AUS.

## 2.6. Conclusões

A realização deste estudo procurou responder à questão de investigação: de que modo as representações e o MAB, como artefactos, podem promover a compreensão dos alunos relativamente aos procedimentos matemáticos associados ao AUS no 3.º ano do 1.º CEB?

Os objetivos traçados para este estudo foram cumpridos e, através dos resultados que foram apresentados ao longo deste documento, é possível afirmar que as representações e o MAB tiveram um papel importantíssimo neste estudo permitindo que, efetivamente, os alunos compreendessem os procedimentos matemáticos associados ao AUS.

Os quatro alunos, de uma forma geral, chegaram ao final deste estudo a conseguir manipular o MAB com facilidade, a responder a uma situação problemática utilizando simplesmente procedimentos do AUS e, não menos importante, a explicar cada um desses procedimentos, evidenciando a sua compreensão dado que também nunca precisaram de recorrer a mnemónicas ou a qualquer regra sem significado para eles.

Além da manipulação de materiais, o facto de os alunos terem trabalhado em grupo foi um fator estimulante no que respeita à motivação para trabalhar e querer aprender ainda mais. Assim, neste estudo, além de se observarem melhorias a nível dos conceitos matemáticos que se pretendiam trabalhar, os alunos aprenderam a ser, a estar e a cooperar, o que é, sem dúvida, um dos aspetos que se deve trabalhar com as crianças desde os seus primeiros anos. A cooperação entre os alunos tem sido cada vez mais defendida e mostrado resultados positivos na área da Educação, nomeadamente na medida em que o sucesso que um aluno apresenta será partilhado com os seus colegas, contribuindo para o sucesso de todos (Niza, 1998).

Os alunos partilharam materiais e ideias o que, além de ter um impacto positivo ao nível do ensino, também reforçou as suas relações afetivas. Estes aspetos são defendidos também por Alves e Morais (2006, como referido em Contente, 2012, p.42) ao referirem que os materiais auxiliam na aprendizagem da Matemática, nomeadamente em aspetos como “resolução de problemas, comunicação na aula de matemática, raciocínio matemático, linguagem matemática no mundo que nos rodeia”.

Cada aluno tem as suas particularidades e é certo que nem todos chegaram ao mesmo patamar, mas todos evoluíram e, em termos de desenvolvimento profissional e pessoal, esse aspeto foi determinante para mim. O professor, estagiário ou não, tem de estar consciente que cada aluno precisará de ajudas específicas e esse aspeto foi considerado quando se formaram os pares dado que, além de respeitarem a ZDP, estes grupos foram

também formados com o conhecimento que se tinha acerca de cada aluno da turma. Neste sentido, torna-se fundamental uma reflexão do professor acerca da sua própria prática e das necessidades específicas de cada aluno, dado que desse modo será possível transmitir e recriar conhecimentos de acordo com os fundamentos, linguagens e lógicas próprias da turma (Gatti, 2003).

No que respeita a futuros estudos ou futuras práticas a serem implementadas, este relatório poderá ser o ponto de partida para que os procedimentos matemáticos das várias operações aritméticas sejam ensinados sem recorrer a mnemónicas, retirando sempre partido das particularidades que os materiais manipulativos oferecem ao processo de aprendizagem e ensino. Sugere-se ainda um estudo acerca deste tema noutros níveis de escolaridade, principalmente no 2.º ano do 1.º CEB.

# 3. COMPONENTE REFLEXIVA

### 3.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico

O primeiro estágio curricular que realizei nestes dois anos de mestrado foi numa turma de 3.º ano do 1.º CEB na qual tive a oportunidade de realizar o estudo apresentado neste documento. Ao iniciar esta etapa tão importante para o meu futuro profissional tentei, desde logo, analisar aspetos que seriam imprescindíveis para a minha prática letiva futura, tais como as relações existentes entre os alunos da turma, bem como com os restantes membros da comunidade escolar, e os seus métodos e hábitos de trabalho.

Neste sentido, este estágio foi, sem dúvida, marcante e enriquecedor, tanto a nível pessoal como profissional, devido a aspetos como: a boa relação que estabeleci desde logo com os alunos e eles comigo; lecionar para uma turma onde existiam alunos com necessidades educativas especiais (NEE), o que fez com que aprendesse a respeitar e a ter noção de que cada aluno precisa do seu próprio tempo para aprender; o empenho e dedicação que a professora cooperante e o professor orientador sempre mostraram para comigo e para o meu par pedagógico; a existência de um aluno de outro nível de ensino na turma que fez com que num mesmo estágio eu tivesse de me preparar para lecionar no 2.º e 3.º anos do 1.º CEB; a ótima relação e sentido de cooperação que sempre mantive com a colega com que partilhei este espaço educativo e com a qual realizei todos os planos de aula para esta turma; a perceção prática de que nem sempre é possível realizar o que foi planeado para uma aula.

Além destes motivos quero destacar aquele que, enquanto futura professora, me parece ser indispensável e sempre será defendido por mim: a interdisciplinaridade. Conseguir planear/lecionar um dia de aulas em que no final desse mesmo dia o assunto ainda se relacionava com o que foi abordado na primeira aula, para mim, foi das tarefas com mais sentido e significado na prática letiva e senti que para os meus alunos também. Além do fio condutor que eu e o meu par pedagógico sempre tentámos manter de aula para aula, destaco também os objetos indutores que fizeram parte das aulas, tendo significado em todas as áreas. A interdisciplinaridade destaca-se ainda na gestão do tempo: os programas curriculares, como se sabe, são bastante extensos e apesar de existir um horário no 1.º CEB, se todas as áreas estiverem interligadas num dia de

aulas torna-se possível rentabilizar o tempo, ocupando um maior espaço de tempo em aspetos que a turma necessita de aprofundar.

No que respeita à estrutura do estágio, ele iniciou com três semanas de observação inicial e posterior reflexão. Seguidamente comecei a lecionar uma manhã ou uma tarde inteira, sendo que na segunda metade do estágio já me encontrava a lecionar um dia inteiro de aulas. Este progresso foi possível graças à análise que se efetuou na observação inicial, na qual foi possível perceber as estratégias que a professora cooperante utilizava concretamente com estes alunos e que o ensino é baseado em situações imprevistas não podendo faltar nunca o rigor científico.

Neste contexto, após algumas pesquisas e leituras, identifiquei-me com alguns princípios de ensino defendidos por Perrenoud (1999) tornando-se, posteriormente, objetivos para a minha prática: organizar e administrar as situações de aprendizagem; gerir a progressão das aprendizagens dos alunos; envolver os alunos nas suas aprendizagens e nos seus trabalhos; trabalhar em grupo; utilizar as novas tecnologias em sala de aula; enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão.

Posteriormente, na prática em sala de aula, além da reflexão, torna-se fulcral o *feedback* de quem nos acompanha, relativo a aspetos como: o desempenho em aula; a elaboração das planificações; as sugestões de documentos para leitura. (Alarcão & Roldão, 2008). O ato de lecionar e ensinar é uma tarefa complexa e responsabilidade extrema em todos os níveis de ensino, sendo que, nestes primeiros anos em que os alunos ainda estão a aprender a crescer e a ser cidadãos, a começar a escrever as suas composições e a realizar as suas primeiras operações matemáticas, esta profissão torna-se ainda mais criteriosa. O futuro professor tem de assumir o papel que está a desempenhar passando por processos como: a adequação das suas aulas a todas as situações e alunos; o alargamento da sua visão a novas perspetivas e experiências; os progressos na relação afetiva com os alunos. Para que exista sucesso no processo de aprendizagem-ensino é necessário que todos os intervenientes (professores, comunidade escolar, alunos e sociedade) se encontrem em equilíbrio o que, por consequência, só é conseguido quando cada pessoa assume o seu papel de forma séria e responsável.

Assim, o estágio neste ciclo e nesta turma foi uma mais-valia para mim e para o meu futuro enquanto docente, e mostrou-me que ainda existem grandes trajetos a percorrer e metas a alcançar. O número de alunos não era extenso, mas cada aluno vivia num contexto e situação diferentes, tornando-se complexa a gestão das emoções e das intervenções com cada um deles, mas ao mesmo tempo enriquecedora.

## 3.2. 2º Ciclo do Ensino Básico

### 3.2.1. Matemática

O estágio curricular que tive a oportunidade de realizar na área da Matemática foi numa turma do 6.º ano do 2.º CEB. Este estágio foi o mais desafiante por diversos aspetos mas, entre todos eles, destaco o elevado número de alunos pelos quais a turma era constituída e a preparação de aulas. No que respeita à estrutura, este estágio decorreu da seguinte forma: quatro semanas de observação de aulas da professora cooperante e uma semana de prática letiva alternada entre mim e a minha colega. Neste estágio lecionei cinco semanas de aulas, sendo cada semana constituída por três aulas de noventa minutos, tendo ainda a oportunidade de participar em aulas de Apoio ao Estudo nesta turma e nesta área.

Para qualquer plano de aula que realizei até hoje e cada aula que lecionei tive de me preparar de forma científica e prever situações que poderiam surgir, mas neste estágio o rigor comigo mesma teve de ser muito maior dado que os conteúdos abordados eram muito mais complexos do que os do 1.º CEB. Assim, ao iniciar este estágio assumi, desde logo, princípios que me foram incutidos desde o início deste ciclo de formação: possuir um conhecimento especializado do conteúdo; conhecer tudo o que está por trás de uma fórmula ou de qualquer outro aspeto matemático; preparar todas as tarefas antes de as levar para a sala de aula; saber que um erro didático ou científico pode ser motivo para que a compreensão de um qualquer conteúdo nunca seja conseguida.

Apesar de na minha mente estar estruturado todo este pensamento percebi que, na prática, nem todos os aspetos eram tão simples como pareciam. De repente existe uma turma completamente diferente das que já tinha acompanhado, existem programas extensos para cumprir e tudo tem de estar lecionado no final do ano letivo. As aulas

planeadas nem sempre se realizavam por inteiro, o tempo que se demorava a realizar uma tarefa na sala de aula não era o mesmo que o previsto, havia sempre uma dúvida que surgia e que fazia com que já não fosse possível realizar tantas tarefas de aplicação de conhecimentos. Mas, sendo esse também um dos princípios defendidos por todas as pessoas que me acompanhavam, nunca se deixou um aluno sem resposta à sua dúvida e esse é um aspeto positivo que ressalto da minha intervenção neste estágio.

Durante as minhas aulas tentei dar sempre seguimento às anteriores, lecionadas pela minha colega ou pela professora cooperante e consegui levar diferentes materiais para a sala de aula para ensinar os diversos conteúdos, sendo que este último aspeto já não se tornava muito motivante para mim pois a turma não era, de todo, interessada na disciplina nem nos materiais que eram levados para a sala. A gestão do tempo foi também um dos fatores mais desafiantes neste estágio e aqui percebi, ainda com mais clareza, que os planos de aula são apenas uma orientação, sendo possível chegar ao fim de uma aula com mais de metade do plano por cumprir. As dúvidas existentes eram imensas e era preciso ter a certeza que todos os conteúdos e fórmulas ficavam compreendidos pelos alunos para se puder avançar.

Algumas das aulas decorreram de melhor forma que outras, este estágio foi aquele em que me senti menos motivada mas aprendi imenso e evolui em diversos aspetos. O facto de não sabermos como motivar os alunos tornava-se desmotivante também para nós professoras. Mas, sei que eles aprenderam connosco e eu aprendi muito com eles e, principalmente, que uma turma pode influenciar muito a nossa postura em sala de aula e o nosso método de ensino. No que respeita à minha professora cooperante, à minha colega de estágio e às professoras supervisoras desta disciplina, só posso dizer que sem o apoio que me foi sempre dado teria sido muito mais difícil terminar este estágio. Bastava uma sugestão de melhoria por parte de qualquer uma delas e tudo parecia muito mais fácil de concretizar. Para o meu futuro profissional e pessoal levo todos os conselhos e sugestões que me foram dados e sei que dessa forma conseguirei colmatar todos os aspetos menos positivos que decorreram até aqui.

### 3.2.2. Ciências Naturais

O estágio nesta disciplina foi o que mais curiosidade me suscitou no 2.º CEB, talvez por ser um programa que não conhecia de forma tão clara como o de Matemática ou mesmo por ser a primeira vez que estava a lecionar nesta área. Este estágio estruturou-se e decorreu da seguinte forma: quatro semanas de observação de aulas da professora cooperante e uma semana de prática letiva alternada entre mim e a minha colega. Neste estágio lecionei seis semanas de aulas, sendo cada semana constituída por uma aula de noventa minutos e uma de quarenta e cinco minutos, tendo ainda a oportunidade de participar em aulas de Formação Cívica e reuniões de Conselho de Turma nesta turma e nesta área, dado que a professora cooperante era a diretora desta turma. Deste modo, destaco desde já a prontidão e empenho da professora cooperante que, além de me ajudar em qualquer aspeto que fosse necessário, nos convidava, a mim e ao meu par pedagógico, para participar em atividades extracurriculares que tão importantes foram para o conhecimento da comunidade escolar em que estávamos envolvidas.

Desde o início do estágio, lecionar para esta turma foi algo que encarei de forma natural mas sempre com sentido de responsabilidade. Apesar de nesta disciplina o número de horas ser menor, senti-me, desde a primeira aula, enquadrada naquela turma, o que me fez sentir bem desde início e com vontade de querer fazer mais e melhor para aqueles alunos. O uso de materiais diversificados, as aulas sempre com participação ativa dos alunos, o meu interesse pela área e o bom acompanhamento de todos os intervenientes no processo, fizeram com que as minhas intervenções pudessem ser cada vez melhores e que, no final, me tenha sentido orgulhosa do meu trabalho.

O facto de ter de planificar nesta área e para esta turma era cada vez mais motivante, dado que era possível realizar atividades bastante diversificadas com os alunos e em contextos diferentes. Cada aula foi estudada cientificamente, preparada com recurso a várias estratégias, melhorada com os *feedback*s que me eram fornecidos e com as minhas reflexões. Em todas as sessões existia o envolvimento de situações do dia-a-dia dos alunos com os conteúdos a lecionar, o que os motivava e, cada aula era sempre

interligada com a anterior, dando-lhe uma certa continuidade. Assim, cada passo em frente era dado com segurança.

Neste sentido, posso afirmar que este estágio superou as minhas expectativas mas que não teria sido possível sem a organização e sugestões da professora cooperante, sem as questões e intervenções dos alunos, sem o criterioso método científico e revisão de planificações exigidos pela professora supervisora e sem o apoio do meu par pedagógico com quem tanto trabalhei fora da escola para que as nossas aulas de interligassem o máximo possível.

### 3.3. Considerações Finais

Na perspetiva de Imbernón (1994, como referido em Turrioni, 2004), o desenvolvimento profissional do professor é um processo dinâmico e evolutivo de formação que engloba procedimentos que melhoram tanto o seu conhecimento profissional como as suas habilidades e atitudes. Assim, para que se possa analisar o percurso profissional de um professor, é necessário ter em conta o seu desenvolvimento pessoal, profissional e organizacional.

A formação de professores, processo de desenvolvimento permanente e contínuo, pode dividir-se, segundo Esteves (2001), em duas fases essenciais: a formação inicial, que engloba todas as atividades e funções desenvolvidas antes de se exercer a função docente, e a fase da formação, que se prolonga por toda a carreira futura. Deste modo, identifico e enquadro a minha prática na formação inicial e, tal como Estrela (2002, como referido em Jesus, 2011, p.9), encaro-a como "o início, institucionalmente enquadrado e formal, de um processo de preparação e desenvolvimento da pessoa".

Neste contexto, considero que todos os referenciais teóricos partilhados comigo, tanto na licenciatura como no mestrado, marcaram o começo da minha formação inicial e que, agregados às componentes práticas, permitiram que todos os objetivos previstos para a iniciação profissional fossem alcançados.

O estágio no 1.º CEB, sendo o primeiro, foi aquele que iniciei com mais apreensão e inseguranças, sempre com receio de não corresponder às expectativas, tanto da professora cooperante como dos alunos. Com o passar do tempo fui percebendo que

tudo era um processo e que, como tal, só com as reflexões e críticas construtivas que me iam sendo feitas é que poderia melhorar a minha postura de aula para aula. Neste estágio tentei ensinar aos alunos o máximo que consegui mas quem, no final, aprendeu e cresceu imenso fui eu. De toda esta aprendizagem realço aquela em que percebi que uma planificação, ainda que bem organizada e estruturada, não tem de ser obrigatoriamente cumprida no dia e nos tempos previstos. Existe todo um conjunto de fatores internos e externos que influenciam a nossa prática, seja uma dificuldade de um aluno ou um simples barulho na rua, que impedem que, naquele momento, seja lecionado um dado conteúdo ou realizada uma atividade que estava prevista. Desta forma, ao iniciar o estágio no 2.º CEB já existiam algumas questões que não eram um entrave na minha prática. Contudo, como nenhum estágio é igual a outro, e sendo a primeira vez que ia lecionar no 2.º CEB, existiram também receios e incertezas quanto às minhas capacidades de ensino a crianças mais crescidas do que aquelas que tinha acompanhado anteriormente. Neste estágio senti necessidade de me preparar muito mais a nível científico, nomeadamente na disciplina de Matemática, dado que lecionei a uma turma do 6.º ano de escolaridade e nunca tinha acompanhado alunos do 5.º ano. Assim, era fulcral uma preparação ao nível do programa e de todos os conteúdos que já tinham sido lecionados às duas turmas ou seja, tanto para Ciências Naturais como para Matemática. Para que essa preparação fosse significativa, foram extremamente importantes as aulas teóricas na ESEC, nomeadamente Matemática II e Prática Educativa II, o acompanhamento das professoras cooperantes, a ajuda dos meus colegas e todo o estudo realizado em casa acerca dos conteúdos planeados, prevendo situações que poderiam surgir em sala de aula.

Os dois estágios foram importantíssimos para mim e para o meu futuro profissional e foram apenas o começo de um longo percurso que sei que tenho pela frente e que espero conseguir percorrer com sucesso. Um dos grandes ensinamentos que a formação em Educação me tem transmitido é o de que um futuro professor nunca deixará de ser estudante e, de dia para dia, essa perceção é maior dada a necessidade de pesquisas e atualizações constantes, bem como a revisão de conteúdos ao nível dos programas. Assim, não vejo o terminar deste documento como o final de algo, mas sim como a abertura de portas para o futuro profissional que sempre esperei alcançar.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação*. Porto: Edições ASA.

Aharoni, R. (2008). Aritmética para pais (2.ª ed.). Coleção *Temas de Matemática*. Lisboa: Gradiva.

Alarcão, I. & Roldão, M. C. (2008). *Supervisão: Um contexto de desenvolvimento profissional dos professores.* Coleção Educação e Formação. Mangualde: Edições Pedago.

Barroso, D. (2013). *A importância da planificação do processo ensino-aprendizagem nas aulas de História e Geografia*. Relatório Final do Mestrado em Ensino de História e Geografia no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, Faculdade de Letras, Universidade do Porto, Porto, Portugal.

Biazi, T., Gimenez, T. & Stutz, L. (2011). O Papel da Observação de Aulas Durante o Estágio Supervisionado de Inglês. *Signum: Estudos da Linguagem*, 14 (1), 57-78.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática: Cadernos de apoio 1.º ciclo*. Lisboa: MEC.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

Bobis, J., & Bobis, E. (2005). The empty number line: Making children's thinking visible. In Coupland, M., Anderson, J., & Spencer, T. (eds). *Making Mathematics Vital: Proceedings of the Twentieth Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers*, 66-72.

Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

Braga, F., Vilas-Boas, F., Alves M., & Freitas, M. (2004). Planificação. Novos papéis, novos modelos: Dos projetos de planificação à planificação em projeto. Coleção *Ficheiros Pedagógicos para Professores*. Porto: Edições ASA.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Kraemer, J. M. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, 75, 11-15.

Brou, H., Rato, V., & Martins, F. (2014). A modelação matemática como prática de sala de aula no ensino da subtração. In Pinto, H., Dias, M., & Muñoz, R. (Org.), *Atas do IPCE 2014, Investigação, Práticas e Contextos em Educação*. 73-79. Leiria: Instituto Politécnico de Leiria.

Bussi, M., & Mariotti, M. (2008). Semiotic Mediation in the Mathematics Classroom Artfacts and Signs after a Vygotskian Perspective. In English, L. (eds), *Handbook of International Research in Mathematics Education (2ª ed.)*, 746-784, Nova Iorque: Routledge.

Camacho, N. (2011). *A Matemática e as suas conexões com o quotidiano: À descoberta da Matemática no dia-a-dia*. Tese de Mestrado. Relatório Final do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, Universidade da Madeira, Madeira, Portugal.

Cenrada, M. (2012). *A Resolução de Problemas Numéricos no 1.º Ciclo do Ensino Básico – Representações utilizadas*. Relatório Final do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Beja, Beja, Portugal.

Contente, I. (2012). *A utilização de materiais didáticos no ensino da matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Relatório Final do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Beja, Beja, Portugal.

Costa, C. (2000). *Visualização, veículo para a educação em geometria*. In Saraiva, M. J., Coelho, M. I., & Matos, J. M., Atas do EIEM 2000 Encontro de Investigação

em Educação Matemática, 157-184. Fundão: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática [SPIEM].

Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., & Bessa, F. (2009). Investigação-Acção: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas. *Psicologia, Educação e Cultura*, XIII (2), 455-479.

Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R., & Silva, L. (2010). *Alicerces da Matemática. Guia Prático para Professores e Educadores*. Porto: Areal Editores.

Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio. *Diário da República n.º 92/2014, Série I.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Dias, S., Santiago, A., & Martins, F. (2017). Ensino do algoritmo "usual" da subtração: uma proposta didática sem mnemónicas. In Pires, M. V., Mesquita, C., Lopes, R. P., Santos, G., Cardoso, M., Sousa, J., Silva, E, & Teixeira, C. (Eds.), *Atas do INCTE 2017 Encontro Internacional de Formação na Docência*, 294-302. Bragança.

Esteves, M. (2001). A Investigação como Estratégia de Formação de Professores: Perspectivas e Realidades. *Máthesis*, 10, 217-233.

Fernandes, E. (2000). Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: A apropriação de artefactos da Matemática Escolar. *Quadrante*, 9 (1), 49-86.

Fernandes, M. (2014). *Representações matemáticas como meio facilitador da comunicação matemática na resolução de problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade*. Relatório Final do Mestrado em Ensino Pré-Escolar e do 1.º Ciclo do Ensino Básico, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo, Coimbra.

Ferreira, E. (2012). *O Desenvolvimento do Sentido de Número no Âmbito da Resolução de Problemas de Adição e Subtração no 2.º Ano de Escolaridade*. Tese de Doutoramento em Educação. Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Ferreira, E., Mendes, F. & Pratas, M. (2005). Resolver problemas de subtração. *Educação e Matemática*, 85, 30-35.

Gafanhoto, A., & Canavarro, A. (2011). Representações múltiplas de funções em ambiente com geogebra: um estudo sobre o seu uso por alunos de 9.º ano. In *Atas do EIEM 2011, Encontro de Investigação em Educação Matemática*. 1, 125-148. Póvoa de Varzim: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática [SPIEM].

Gatti, B. (2003). Formação do professor pesquisador para o ensino superior. *Psicologia da Educação*, 16, 73-82.

Golding, G. (2008). Perspectives on repesentation in mathematical learning and problema solving. In English, L. (eds), *Handbook of International Research in Mathematics Education (2ª ed.)*, 176-201, Nova Iorque: Routledge.

Guerreiro, H., & Serrazina, L. (2015). A construção do conceito de número racional através de múltiplas representações. In Pires, M. V., Ferreira, R. T., Domingos, A., Martins, C., Matinho, H., Vale, I., Amado, N., Carreira, S., Pimentel, T., & Santos, L. (Eds.), *Atas do EIEM 2015, Encontro de Investigação em Educação Matemática*. 1, 99-113. Bragança: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática [SPIEM].

Kim, R., & Albert, L. R. (2014). The History of Base-Tem-Blocks: Why and Who Made Base-Then-Blocks?. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 5(9), 356-365.

Jesus, P. (2011). *Contributos da Prática de Ensino Supervisionada na Formação Inicial de Professores do 1.º Ciclo: Conceções de professores supervisores e professores cooperantes.* Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Lopes, J., & Silva, H. S. (2011). Ensino de estratégias para resolução de problemas. In Lopes, J., & Silva, H. S., *O Professor faz a Diferença*, (123-134). Lisboa: Lidel.

Loureiro, C. (2004). Em defesa da utilização da calculadora: algoritmos com sentido numérico. *Educação e Matemática*, 77, 22-35.

Marques, A. (2013). *O ensino da matemática com recurso a materiais manipuláveis e a sua utilização no momento da avaliação.* Relatório Final do Mestrado em Educação Pré-Escolar e do Ensino em 1.º Ciclo do Ensino Básico, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Castelo Branco Castelo Branco, Portugal.

Marques, A. (2018). *A Modelação Matemática como Ambiente de Aprendizagem e o uso do Material Multibásico na Divisão Inteira: uma experiência de ensino no 3.º ano do 1.º CEB.* Relatório Final do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, Escola Superior de Educação de Coimbra, Instituto Politécnico de Coimbra, Coimbra, Portugal.

Martins, F., Ribeiro, C., & Pinto, H. (2014). Atribuir Significado a Raciocínios de Outros: Discutindo Alguns Aspetos do Conhecimento de Futuros Professores. In Figueiredo, P. & Cordeiro, M. (Org.). *Educação, Economia e Território: o papel no desenvolvimento, Livro de Atas XXI Colóquio da Secção Portuguesa da AFIRSE*, 1030-1041. Lisboa: Instituto de Educação.

Martins, F. & Ribeiro, C. M. (2013). Atribuir sentido aos raciocínios associados às resoluções de alunos no caso da subtração. In Cadima, R., Pinto, H., Menino, H., & Simões, I. S. (Org.). *Proceedings of the International Conference of Research, Pratices and Contexts in Education*, 192-200. Leiria: ESECS.

Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2013), *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: MEC.

Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações Piracicaba*, 24 (1), 55-68.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM. (Tradução portuguesa da edição original de 2000).

Niza, S. (1998). A organização social do trabalho de aprendizagem no 1º CEB. *Inovação*, 11, 77-98.

Parker, T. H., & Baldridge, S. J. (2004). *Elementary Mathematics for Teachers*. Michigan: Sefton-Ash Publishing.

Perrenoud, P. (1999). *Dix nouvelles compétences pour enseigner: Invitation au voyage*. Paris: ESF Éditeur.

Perrenoud, P. (2002). *A Prática Reflexiva no Ofício de Professor Profissionalização e Razão Pedagógica*. Porto Alegre: Artmed Editora.

Pinto, M. E., & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In Magalhães, O. & Folque, A. (org), *Práticas de Investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13 (2), 51-74.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática no 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Pratas, R., Rato, V., & Martins, F. (2016). Modelação Matemática como prática de sala de aula: o uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição. In Canavarro, A., Brocardo, J., Santos, L. (Eds.), *Atas do EIEM 2016, Encontro de Investigação em Educação Matemática*. 1, 35-48. Évora: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática [SPIEM].

Quaresma, M., & Ponte, J. (2012). Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação. *Interacções*, 20, 37-69.

Ribeiro, C., & Mendes, O. (2008). *A subtracção sem empréstimo mas com transporte: introdução ao algoritmo.* In Encontro Nacional de Professores de Matemática - ProfMat 2008. Elvas: Associação de professores de Matemática [APM].

Samara, J., & Clements, D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*. Nova Iorque: Routledge.

Sedig, K., & Summer, M. (2006). Characterizing Interaction With Visual Mathematical Representations. *International Journal of Computers for Mathemtical Learning*, 11 (1), 1-55.

Silva, A., & Gomes, L. (2017). A Teoria de Aprendizagem de Bruner e o Ensino de Ciências. *Arquivo do Museu Dinâmico Interdisciplinar – I Simpósio de Pesquisa em Educação para a Ciência*, 21 (3), 13-25. Maringá: Universidade Estadual de Maringá.

Sousa, M. J., & Baptista, C. S. (2011*). Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios* (5.ª ed.). Lisboa: Pactor.

Swan, P., & Marshall, L. (2010). Revisiting Mathematics Manipulative Materials. *Australian Association of Mathematics Teachers*, 15(2), 13-19.

Turrioni, A. (2004). *O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Área da Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos, Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Brasil.

Vale, I., & Barbosa, A. (2014). Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *Boletim Gepem*, 65, 3-16.

Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º Ciclo. *Quadrante*, 14 (1), 37-65.

Velez, I., & Ponte, J. (2012). Representações e Raciocínio de Alunos do 3ºAno de Escolaridade na Resolução de Problemas. In *Atas do XXIII SIEM, Seminário*

*de Investigação em Educação Matemática*, 663-676. Coimbra: Associação de Professores de Matemática [APM].

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The development of higher psychological process.* Cambridge MA: Harvard University Press.

# APÊNDICES

# Apêndice 1 – Enunciados das tarefas da Fase Inicial

## Tarefa 1

Esta semana, os alunos do 3.º ano questionaram à professora quantos pacotes de leite eram consumidos mensalmente na escola.

A professora, atendendo à questão, construiu uma tabela referente ao tema, esclarecendo que a quantidade de pacotes de leite não seria igual todos os meses (pois existem meses com diferente números de dias, alunos que às vezes faltam e não consomem o leite, etc.).

Neste contexto, a tabela foi realizada fazendo referência apenas aos meses do ano que já tinham terminado (janeiro a março).

| MESES | NÚMERO DE PACOTES DE LEITE CONSUMIDOS |
|---|---|
| Janeiro | 956 |
| Fevereiro | 705 |
| Março | 975 |

Após a leitura do enunciado e a análise da tabela, responde às seguintes questões, e explicando, por escrito, como chegaste à solução.

**1.1.** Qual a diferença entre o número de pacotes de leite consumidos no mês de janeiro e no mês de março?

**1.2.** Os alunos do 3.º ano consumiram 126 pacotes de leite no mês de fevereiro. Tendo em conta esta informação, quantos pacotes de leite foram distribuídos, no total, pelas três restantes turmas da escola em fevereiro?

## Tarefa 2

No dia mundial da árvore, os alunos de uma escola reuniram-se todos para falar sobre essa data especial. Entre outros assuntos, falou-se dos incêndios florestais e, rapidamente, o João exclamou:

- Em 2001 houve um incêndio enorme na minha terra!

Mais tarde, os alunos foram pesquisar sobre o assunto e verificaram que entre 2001 e 2002 se registaram 57 incêndios na terra do João, sendo que arderam 7 hectares nesse incêndio de que o João falou.

Sabendo que 1 hectare corresponde 10000 metros quadrados, os alunos chegaram à conclusão que a área ardida foi igual a 70000 metros quadrados (7 hectares).

Supondo que após duas horas do alerta do incêndio ainda só estavam extintos 3536 metros quadrados desse incêndio, qual era a área de fogo que ainda faltava apagar? Explica, por escrito, como chegaste à solução.

**Tarefa 3**

Numa aula de matemática, os alunos da turma do 3.º ano pesquisaram, em grupo, sobre a demografia da sua localidade, no distrito de Coimbra.
Posteriormente escreveram nas suas folhas os dados que obtiveram. Os registos de um dos grupos foram: "A nossa localidade é habitada por 4048 pessoas." e "O distrito de Coimbra tem aproximadamente 143 396 habitantes.".
Aproveitando a informação extra que os alunos recolheram, a professora questionou:
- Se do total de habitantes de Coimbra eu excluir a população da vossa localidade, quantas pessoas restam?

Responde à pergunta da professora e explica, por escrito, como chegaste à solução.

## Apêndice 2 – Nível de conhecimento dos alunos na Fase Inicial

| | Tarefa 1.1. | Tarefa 1.2. | Tarefa 2 | Tarefa 3 | Nível da Fase Inicial | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Aluna A** | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| **Aluno B** | 2 | 1 | 1 | 2 | 1,5 | **2** |
| **Aluna C** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| **Aluno D** | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | **2** |
| **Globais** | 2 | 1 | 1 | 1,5 | 1,25 | **1** |

# Apêndice 3 – Enunciados das tarefas da sessão 1 da Fase de Intervenção

## Tarefa 1

Milu Loureiro, autora de vários livros infantis, visitou uma turma do 3.º ano na semana passada. Nesta visita ela apresentou um dos seus livros "A Bruxa Mituxa". Ela levou 25 livros para vender. Numa pausa para beber água foi dito a Milu que já tinham comprado 5 livros.
Quantos livros ainda restavam para vender?

Com o material multibásico resolve o problema. De seguida copia o que obtiveste para a tua folha de registo, explicando, por passos, o teu pensamento.

## Tarefa 2

Os Bombeiros Voluntários de Coimbra realizaram uma atividade numa escola básica do 1.º ciclo na qual mostraram um pouco do que faziam quando eram chamados para socorrer uma vítima. Os alunos foram divididos em vários grupos e realizaram as mesmas tarefas, mas nem todos os grupos demoraram o mesmo tempo!
Sabendo que o grupo 1 realizou as tarefas em 24 minutos e o grupo 4 em 8 minutos, quantos minutos demorou a mais o grupo 1?

Com o material multibásico resolve o problema. De seguida copia o que obtiveste para a tua folha de registo, explicando, por passos, o teu pensamento.

## Apêndice 4 - Enunciados das tarefas da sessão 2 da Fase de Intervenção

## Tarefa 1

Numa aula de Português, os alunos do 3.º ano tiveram de ler o maior número de palavras possível de uma lista, durante num minuto.
De todos os alunos, o aluno A foi o mais rápido, que leu 43 palavras, seguindo-se o aluno D, conseguindo ler 27 palavras.
Quantas palavras precisava de ler o aluno D para chegar ao record do aluno A?

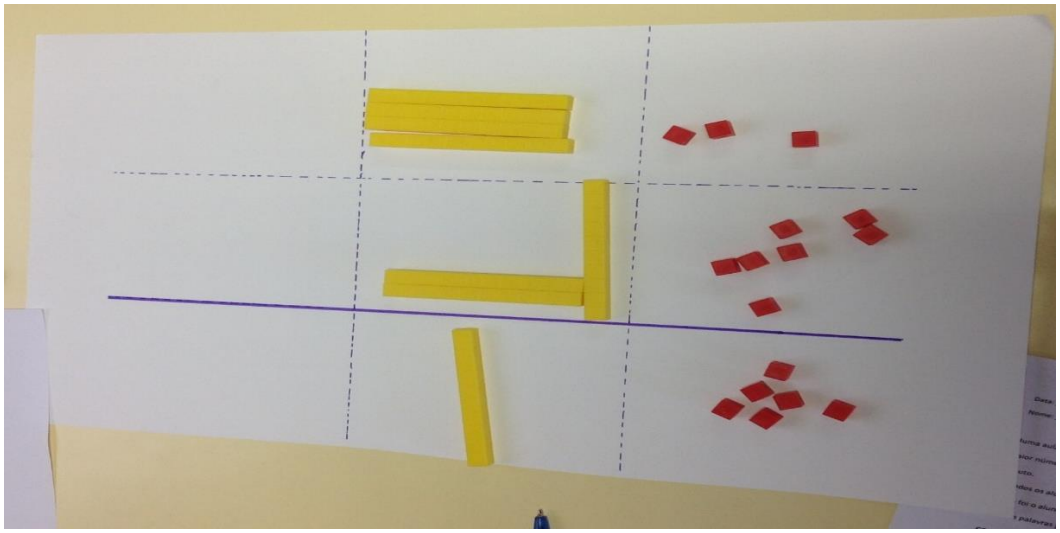
Com o material multibásico resolve o problema. De seguida copia o que obtiveste para a tua folha de registo, explicando, por passos, o teu pensamento.

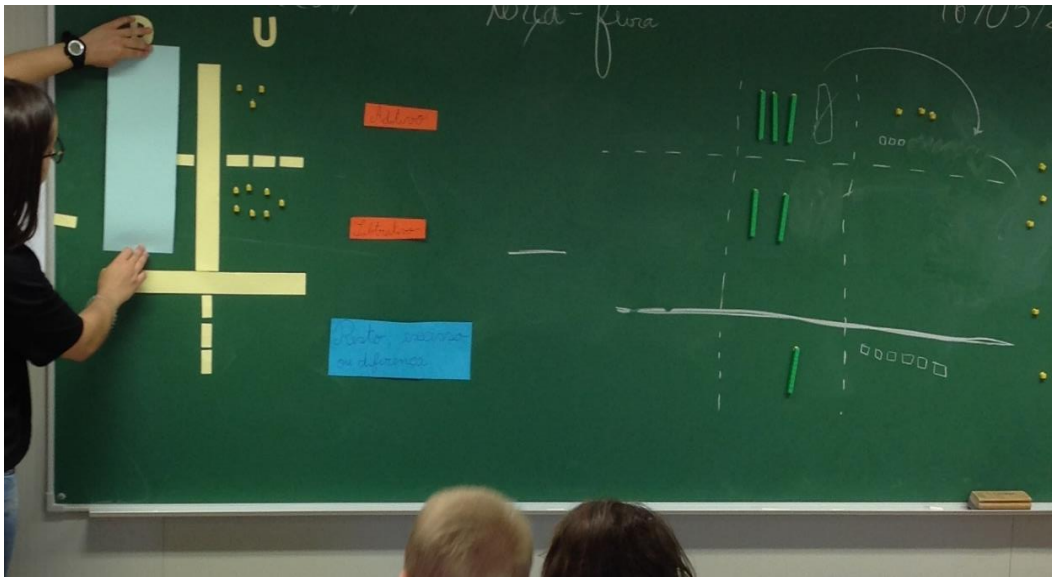
## Tarefa 2

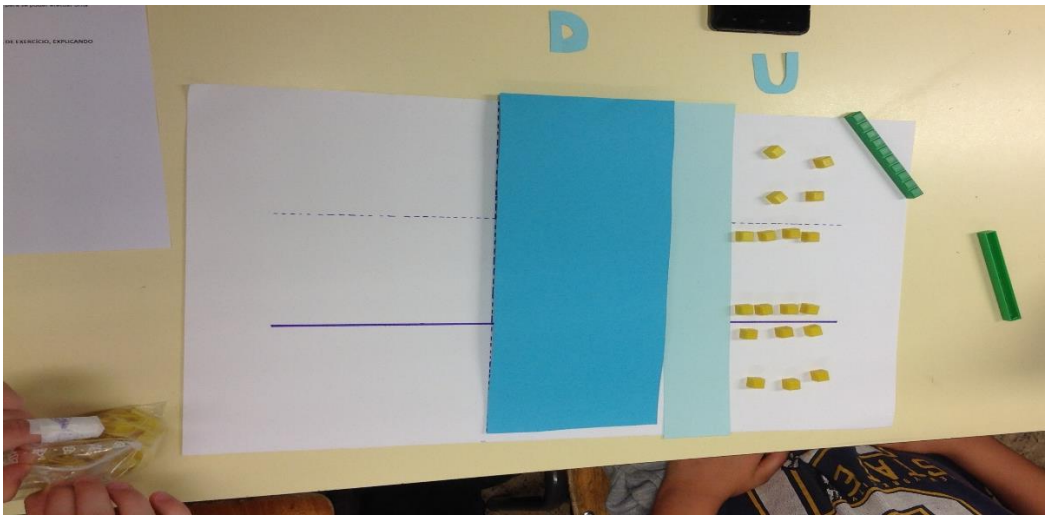
Para a construção de um herbário, os alunos da turma do 3.º ano recolheram folhas de várias plantas.
No dia seguinte existiam, no total, 54 folhas na sala de aula. Destas folhas utilizaram-se 38 para o herbário.
Quantas folhas ainda restaram na turma para se poder efetuar uma outra possível atividade?

Com o material multibásico resolve o problema. De seguida copia o que obtiveste para a tua folha de registo, explicando, por passos, o teu pensamento.

# Apêndice 5 – Grelha e outros materiais como auxílio à manipulação do MAB




U


D
U

# Apêndice 6 - Enunciados das tarefas da sessão 3 da Fase de Intervenção

## Tarefa 1

Na visita de estudo ao Museu da Chapelaria, em São João da Madeira, os alunos do 1.º ciclo de uma escola de Coimbra tiveram a oportunidade de visualizar todo o processo de fabrico de um chapéu. Um dos momentos mais divertidos foi quando cada um teve a oportunidade de colocar um chapéu e tirar uma fotografia de grupo.
Sabendo que haviam 43 chapéus e eram 19 pessoas, quantos chapéus ainda ficaram por usar quando se tirou a fotografia?

Com o material multibásico resolve o problema. De seguida copia o que obtiveste para a tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

## Tarefa 2

Numa aula, a professora pediu ao 3.ºano para ir à rua contar o número de aves que conseguia observar durante 20 minutos.
O aluno A observou 31 aves e aluno B afirmou ter observado 25.
Quantas aves contou o aluno A a mais que o aluno B?

Com o material multibásico resolve o problema. De seguida copia o que obtiveste para a tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

## Apêndice 7 - Enunciados das tarefas da sessão 4 da Fase de Intervenção

## Tarefa 1

Numa aula de Português, os alunos do 3.º ano leram o livro "O Canteiro dos Livros". O que mais os cativou nesta história foi o aparecimento de livros no quintal do Francisco, como se lá tivessem sido semeados e estivessem a crescer.
Imaginando que nesse terreno estavam 52 livros e que o Francisco descobriu 29, quantos livros ainda restam no quintal?

Aplicando os conhecimentos que foste adquirindo ao longo das últimas sessões, resolve o problema na tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

## Tarefa 2

Nas últimas duas semanas, a turma do 3.º ano consumiu 84 peças de fruta.
Quando compararam os seus valores com os da turma do 4.º ano, perceberam que tinham ingerido mais peças de fruta do que eles, pois o 4.º ano consumiu 77 peças de fruta.
Quantas peças de fruta consumiu o 3.ºano a mais do que o 4.º ano?

Aplicando os conhecimentos que foste adquirindo ao longo das últimas sessões, resolve o problema na tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

# Apêndice 8 - Enunciados das tarefas da sessão 5 da Fase de Intervenção

## Tarefa 1

Alguns dos alunos do 3.º ano participam nas marchas populares de Coimbra.
Este ano a equipa é composta por 83 pessoas, sendo que 37 são crianças, formando a marcha infantil.
Quantos são os adultos que fazem parte desta marcha popular?

Aplicando os conhecimentos que foste adquirindo ao longo das últimas sessões, resolve o problema na tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

## Tarefa 2

Numa cantina são confecionadas, diariamente, 735 refeições ao almoço.
Sabendo que 78 dessas refeições são para a escola A de Coimbra, quantas refeições são cozinhadas num dia em que os alunos dessa escola não almocem?

Aplicando os conhecimentos que foste adquirindo ao longo das últimas sessões, resolve o problema na tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

# Apêndice 9 - Enunciados das tarefas da sessão 6 da Fase de Intervenção

## Tarefa 1

Numa escola básica de Coimbra foram elaboradas túlipas de cartolina para distribuir por todas as pessoas que foram à festa do final do ano letivo.
Neste momento, os alunos têm 39 túlipas para distribuir.
Sabendo que vão 98 pessoas à festa de final de ano, quantas túlipas ainda lhes faltam elaborar?

Aplicando os conhecimentos que foste adquirindo ao longo das últimas sessões, resolve o problema na tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

## Tarefa 2

Os alunos do 3.º ano efetuaram algumas pesquisas sobre o Jardim Zoológico de Lisboa e chegaram à conclusão que todos os meses era eleito "O Animal do Mês".
Neste ZOO existem 164 espécies de animais, sendo que 76 são espécies do grupo dos mamíferos, 30 são espécies do grupo dos répteis e 58 são espécies de outros grupos.

Sabendo que apenas se considerou o grupo dos mamíferos para a votação do "Animal do Mês", quantas espécies de animais se deixaram de ter em conta para a votação?

Aplicando os conhecimentos que foste adquirindo ao longo das últimas sessões, resolve o problema na tua folha de registo. Explica o teu pensamento por escrito, deixando claros os passos que seguiste para chegar ao resultado final.

# Apêndice 10 – Planificações das sessões da Fase de Intervenção

**Planificação da 1.ª Sessão de Intervenção**

**Matemática – 3.º ano do 1.º CEB**

| **Tempo**: 90 minutos | **Data**: 2/05/2017 |
|---|---|

| **Conteúdos Programáticos** | |
|---|---|
| Números e Operações 3 (NO3) – Adição e Subtração de Números Naturais | |
| **Metas Curriculares / Objetivos** | |
| - Subtrair dois números naturais até 1 000 000.<br>- Resolver problemas. | |
| **Descrição da aula** | **Tempo** |
| Organização dos grupos de trabalho em diferentes mesas e distribuição de um MAB a cada um desses grupos. | 5 minutos |
| Breve abordagem ao material, tendo em conta as conceções prévias dos alunos. | 5 minutos |
| Distribuição da primeira tarefa da sessão. Num primeiro momento haverá manipulação do MAB e a resolução da tarefa com o mesmo e, posteriormente, os alunos ilustrarão os seus procedimentos na folha de registo, tentando explicar também os seus procedimentos de forma escrita. Ao mesmo tempo, a professora estagiária circula pela sala para eventuais intervenções no sentido de ajudar os alunos. As conversas de cada grupo estarão a ser gravadas, através de gravadores de áudio que serão colocados em cada uma das mesas de trabalho. Também serão fotografadas as manipulações que cada grupo realizar com uma câmara fotográfica. | 25 minutos |
| Tendo em conta o que a professora estagiária observou, enquanto circulou pela sala, será escolhido um grupo para ir ao quadro. Este grupo explicará e representará no quadro os seus procedimentos e os restantes grupos terão oportunidade de intervir, dizendo se concordam ou não e como fizeram, existindo uma breve discussão dos resultados em grande grupo. | 15 minutos |

| | |
|---|---|
| No final desta discussão, a professora estagiária intervirá completando algumas informações que sejam necessárias para prosseguir para a seguinte tarefa. | |
| Distribuição da segunda tarefa desta sessão, seguindo os mesmos moldes da primeira tarefa. | 25 minutos |
| Breve discussão de resultados com todos os alunos sentados. Recolha das folhas de registo pela professora estagiária, sendo dada por terminada esta primeira sessão. | 15 minutos |
| **Recursos e Materiais** | |
| - Situações problemáticas que envolvem a operação aritmética subtração;<br>- Caneta azul ou preta;<br>- Folhas de registo de resultados;<br>- Material Multibásico (MAB);<br>- Grelha em cartolina como auxílio à manipulação do MAB;<br>- Gravadores de áudio. | |

**Planificação da 2.ª Sessão de Intervenção**

**Matemática – 3.º ano do 1.º CEB**

| | |
|---|---|
| **Tempo**: 90 minutos | **Data**: 16/05/2017 |

| | |
|---|---|
| **Conteúdos Programáticos** | |
| Números e Operações 3 (NO3) – Adição e Subtração de Números Naturais | |
| **Metas Curriculares / Objetivos** | |
| - Subtrair dois números naturais até 1 000 000.<br>- Resolver problemas. | |
| **Descrição da aula** | **Tempo** |
| Organização dos grupos de trabalho em diferentes mesas e distribuição de um MAB e de uma grelha em cartolina (para auxiliar os alunos na manipulação do MAB) a cada um desses grupos. | 5 minutos |

| | |
|---|---|
| Distribuição de uma folha com a primeira tarefa da sessão a cada um dos grupos. Numa primeira fase os alunos irão ler a tarefa e resolvê-la com o MAB e com os restantes materiais de que dispõem. Posteriormente ilustrarão os seus procedimentos para a folha de registo, na qual darão uma resposta à situação problemática bem como irão tentar explicar de forma escrita os procedimentos efetuados para chegar à solução final. Enquanto este trabalho é realizado, a professora estagiária estará a circular pela sala de aula para eventuais intervenções em grupos que necessitem de alguma ajuda. Estarão a ser gravadas as conversas de cada grupo e serão também apontados alguns aspetos pela professora estagiária no seu próprio diário de bordo. Também serão fotografadas as manipulações que cada grupo realizar com uma câmara fotográfica. | 25 minutos |
| Tendo em conta o que a professora estagiária observou, enquanto circulou pela sala, será escolhido um grupo para ir ao quadro. Este grupo explicará e representará no quadro os seus procedimentos e os restantes grupos terão oportunidade de intervir, dizendo se concordam ou não e como fizeram, existindo uma breve discussão dos resultados em grande grupo. No final desta discussão, a professora estagiária intervirá completando algumas informações que sejam necessárias para prosseguir para a seguinte tarefa. | 15 minutos |
| Distribuição da segunda tarefa desta sessão, seguindo os mesmos moldes da primeira tarefa. | 30 minutos |
| Breve discussão de resultados com todos os alunos sentados. Recolha das folhas de registo pela professora estagiária, sendo dada por terminada a segunda sessão. | 15 minutos |
| **Recursos e Materiais** | |
| - Situações problemáticas que envolvem a operação aritmética subtração;<br>- Caneta azul ou preta;<br>- Folhas de registo de resultados;<br>- Material Multibásico (MAB); | |

| |
|---|
| - Grelha em cartolina como auxílio à manipulação do MAB;<br>- Gravadores de áudio;<br>- Câmara fotográfica. |

**Planificação da 3.ª Sessão de Intervenção**

**Matemática – 3.º ano do 1.º CEB**

| | |
|---|---|
| **Tempo**: 90 minutos | **Data**: 22/05/2017 |

| **Conteúdos Programáticos** | |
|---|---|
| Números e Operações 3 (NO3) – Adição e Subtração de Números Naturais | |
| **Metas Curriculares / Objetivos** | |
| - Subtrair dois números naturais até 1 000 000.<br>- Resolver problemas. | |
| **Descrição da aula** | **Tempo** |
| Organização dos grupos de trabalho em diferentes mesas e distribuição de um MAB e de uma grelha em cartolina (para auxiliar os alunos na manipulação do MAB) a cada um desses grupos. | 5 minutos |
| Distribuição de uma folha com a primeira tarefa da sessão a cada um dos grupos. Numa primeira fase os alunos irão ler a tarefa e resolvê-la com o MAB e com os restantes materiais de que dispõem. Posteriormente ilustrarão os seus procedimentos para a folha de registo, na qual darão uma resposta à situação problemática bem como irão tentar explicar de forma escrita os procedimentos efetuados para chegar à solução final. Ao mesmo tempo, a professora estagiária circula pela sala para eventuais intervenções no sentido de ajudar os alunos. As conversas de cada grupo estarão a ser gravadas, através de gravadores de áudio que serão colocados em cada uma das mesas de trabalho. Também serão fotografadas as manipulações que cada grupo realizar com uma câmara fotográfica. | 25 minutos |

| | |
|---|---|
| Tendo em conta o que a professora estagiária observou, enquanto circulou pela sala, será escolhido um grupo para ir ao quadro. Este grupo explicará e representará no quadro os seus procedimentos e os restantes grupos terão oportunidade de intervir, dizendo se concordam ou não e como fizeram, existindo uma breve discussão dos resultados em grande grupo. No final desta discussão, a professora estagiária intervirá completando algumas informações que sejam necessárias para prosseguir para a seguinte tarefa. | 20 minutos |
| Distribuição da segunda tarefa desta sessão, seguindo os mesmos moldes da primeira tarefa. | 25 minutos |
| Breve discussão de resultados com todos os alunos sentados. Recolha das folhas de registo pela professora estagiária, sendo dada por terminada a terceira sessão. | 15 minutos |
| **Recursos e Materiais** | |
| - Situações problemáticas que envolvem a operação aritmética subtração;<br>- Caneta azul ou preta;<br>- Folhas de registo de resultados;<br>- Material Multibásico (MAB);<br>- Grelha em cartolina como auxílio à manipulação do MAB;<br>- Gravadores de áudio;<br>- Câmara fotográfica. | |

**Planificação da 4.ª Sessão de Intervenção**

**Matemática – 3.º ano do 1.º CEB**

| | |
|---|---|
| **Tempo**: 90 minutos | **Data**: 29/05/2017 |

| |
|---|
| **Conteúdos Programáticos** |
| Números e Operações 3 (NO3) – Adição e Subtração de Números Naturais |
| **Metas Curriculares / Objetivos** |
| - Subtrair dois números naturais até 1 000 000. |

| - Resolver problemas. | |
|---|---|
| **Descrição da aula** | **Tempo** |
| Organização dos grupos de trabalho em diferentes mesas e distribuição de alguns materiais manipulativos caso os grupos entendam que vão precisar deles. Esta será a última sessão em que os alunos irão manipular o MAB caso necessitem. | 5 minutos |
| Distribuição de uma folha com a primeira tarefa da sessão a cada um dos grupos. Numa primeira fase os alunos irão ler a tarefa e, caso queiram, resolvê-la com o MAB e com os restantes materiais de que dispõem. Posteriormente irão dar uma resposta à situação problemática nas suas folhas de registo e explicarão, de forma escrita, todos os procedimentos que os permitiram chegar a uma solução. Ao mesmo tempo, a professora estagiária circula pela sala para eventuais intervenções no sentido de ajudar os alunos. As conversas de cada grupo estarão a ser gravadas, através de gravadores de áudio que serão colocados em cada uma das mesas de trabalho. Também serão fotografadas as manipulações que cada grupo realizar com uma câmara fotográfica. | 25 minutos |
| Tendo em conta o que a professora estagiária observou, enquanto circulou pela sala, será escolhido um grupo para ir ao quadro. Este grupo explicará e representará no quadro os seus procedimentos e os restantes grupos terão oportunidade de intervir, dizendo se concordam ou não e como fizeram, existindo uma breve discussão dos resultados em grande grupo. No final desta discussão, a professora estagiária intervirá completando algumas informações que sejam necessárias para prosseguir para a seguinte tarefa. | 20 minutos |
| Distribuição da segunda tarefa desta sessão, seguindo os mesmos moldes da primeira tarefa. | 25 minutos |
| Breve discussão de resultados com todos os alunos sentados. Recolha das folhas de registo pela professora estagiária, sendo dada por terminada a quarta sessão. | 15 minutos |

| **Recursos e Materiais** |
|---|
| - Situações problemáticas que envolvem a operação aritmética subtração;<br>- Caneta azul ou preta;<br>- Folhas de registo de resultados;<br>- Material Multibásico (MAB);<br>- Gravadores de áudio;<br>- Câmara fotográfica. |

**Planificação da 5.ª Sessão de Intervenção**

**Matemática – 3.º ano do 1.º CEB**

| | |
|---|---|
| **Tempo**: 90 minutos | **Data**: 12/06/2017 |

| **Conteúdos Programáticos** | |
|---|---|
| Números e Operações 3 (NO3) – Adição e Subtração de Números Naturais | |
| **Metas Curriculares / Objetivos** | |
| - Subtrair dois números naturais até 1 000 000.<br>- Resolver problemas. | |
| **Descrição da aula** | **Tempo** |
| Organização dos grupos de trabalho em diferentes mesas e distribuição de uma folha a cada deles com a primeira tarefa da sessão. | 5 minutos |
| Resolução da tarefa por cada um dos grupos nas suas folhas de registo. Cada grupo irá dar uma resposta à situação problemática e explicar de forma escrita como chegou à mesma. Enquanto os alunos trabalham a professora estagiária irá tirar algumas fotografias aos seus trabalhos, ajudar em alguma situação que seja necessária e registar alguns aspetos no seu diário de bordo. Também serão gravadas as conversas de cada um dos grupos através de gravadores áudio que se encontrarão em cada uma das mesas de trabalho. | 25 minutos |
| Tendo em conta o que a professora estagiária observou, enquanto circulou pela sala, será escolhido um grupo para ir ao quadro. Este grupo explicará | 20 minutos |

| | |
|---|---|
| e representará no quadro os seus procedimentos e os restantes grupos terão oportunidade de intervir, dizendo se concordam ou não e como fizeram, existindo uma breve discussão dos resultados em grande grupo. No final desta discussão, a professora estagiária intervirá completando algumas informações que sejam necessárias para prosseguir para a seguinte tarefa. | |
| Distribuição da segunda tarefa que será realizada nos mesmos moldes da primeira. | 25 minutos |
| Breve discussão de resultados com todos os alunos sentados. Recolha das folhas de registo pela professora estagiária, sendo dada por terminada a quinta sessão. | 15 minutos |
| **Recursos e Materiais** | |
| - Situações problemáticas que envolvem a operação aritmética subtração;<br>- Caneta azul ou preta;<br>- Folhas de registo de resultados;<br>- Gravadores de áudio;<br>- Câmara fotográfica. | |

**Planificação da 6.ª Sessão de Intervenção**

**Matemática – 3.º ano do 1.º CEB**

| | |
|---|---|
| **Tempo**: 90 minutos | **Data**: 14/06/2017 |

| | |
|---|---|
| **Conteúdos Programáticos** | |
| Números e Operações 3 (NO3) – Adição e Subtração de Números Naturais | |
| **Metas Curriculares / Objetivos** | |
| - Subtrair dois números naturais até 1 000 000.<br>- Resolver problemas. | |
| **Descrição da aula** | **Tempo** |
| Organização dos grupos de trabalho em diferentes mesas e distribuição de uma folha a cada deles com a primeira tarefa da sessão. | 5 minutos |

| | |
|---|---|
| Resolução da tarefa por cada um dos grupos nas suas folhas de registo. Cada grupo irá dar uma resposta à situação problemática e explicar de forma escrita como chegou à mesma. Enquanto os alunos trabalham a professora estagiária irá tirar algumas fotografias aos seus trabalhos, ajudar em alguma situação que seja necessária e registar alguns aspetos no seu diário de bordo. Também serão gravadas as conversas de cada um dos grupos através de gravadores áudio que se encontrarão em cada uma das mesas de trabalho. | 25 minutos |
| Tendo em conta o que a professora estagiária observou, enquanto circulou pela sala, será escolhido um grupo para ir ao quadro. Este grupo explicará e representará no quadro os seus procedimentos e os restantes grupos terão oportunidade de intervir, dizendo se concordam ou não e como fizeram, existindo uma breve discussão dos resultados em grande grupo. No final desta discussão, a professora estagiária intervirá completando algumas informações que sejam necessárias para prosseguir para a seguinte tarefa. | 20 minutos |
| Distribuição da segunda tarefa que será realizada nos mesmos moldes da primeira. | 25 minutos |
| Breve discussão de resultados com todos os alunos sentados. Recolha das folhas de registo pela professora estagiária, sendo dada por terminada a sexta e última sessão. | 15 minutos |
| **Recursos e Materiais** | |
| - Situações problemáticas que envolvem a operação aritmética subtração;<br>- Caneta azul ou preta;<br>- Folhas de registo de resultados;<br>- Gravadores de áudio;<br>- Câmara fotográfica. | |

## Apêndice 11 - Enunciados das tarefas da Fase Final

## Tarefa 1

Para a festa de final de ano letivo, os alunos do 3.ºano levaram ingredientes para confecionar o "Bolo da Turma".
Quando foram ver a receita do bolo, viram que eram necessários 8 ovos.
Sabendo que os alunos tinham 25 ovos, quantos ovos ficaram ainda disponíveis para outras possíveis sobremesas?

Resolve o problema e explica, por escrito, como chegaste ao resultado final.

## Tarefa 2

Na festa de natal de uma escola de Coimbra existiam, em frente ao palco, 90 cadeiras para as pessoas se puderem sentar.
No final da festa, os alunos concluíram que tinham estado no salão 82 pessoas sentadas.
Quantas cadeiras ficaram por ocupar nesta festa de natal?

Resolve o problema e explica, por escrito, como chegaste ao resultado final.

## Tarefa 3

Para apoiar a Seleção Nacional de Futebol, os alunos do 3.ºano, queriam assistir a um dos seus jogos.
Quando foram pesquisar os preços para esse jogo, verificaram que quem ficasse num dos lugares laterais pagava 58€ e quem escolhesse um dos lugares centrais tinha de pagar 76€.
Quanto dinheiro pouparia um aluno que escolhesse ficar num dos lugares laterais?

Resolve o problema e explica, por escrito, como chegaste ao resultado final.

## Tarefa 4

No Dia Mundial da Criança, os alunos de uma escola básica de Coimbra foram ver um filme.

Para este dia tinham duas opções: um filme que durava 118 minutos e um que demorava 89 minutos.

Os alunos do 2.º ano e do 4.º ano escolheram o filme que tinha a duração de 118 minutos e os alunos do 1.º ano e do 3.º ano optaram pelo outro filme.

Sabendo que os dois filmes começaram ao mesmo tempo, quantos minutos esperaram os alunos do 1.º ano e do 3.º ano pelas outras turmas?

Resolve o problema e explica, por escrito, como chegaste ao resultado final.

## Tarefa 5

Para as férias de verão, alguns alunos desejavam visitar a ilha da Madeira. Assim, decidiram pesquisar os preços de bilhetes de avião de várias agências e escolheram as duas mais económicas:

- agência A – 232€;
- agência B – 176 €.

Supondo que um dos alunos optou pela agência A, quanto dinheiro poderia ter poupado para outras compras na Madeira?

Resolve o problema e explica, por escrito, como chegaste ao resultado final.

## Apêndice 12 - Nível de conhecimento dos alunos na Fase Final

| | Tarefa 1 | Tarefa 2 | Tarefa 3 | Tarefa 4 | Tarefa 5 | Nível da Fase Final | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Aluna A** | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | **2** |
| **Aluno B** | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | **3** |
| **Aluna C** | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | **2** |
| **Aluno D** | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | **3** |
| **Globais** | 2,5 | 3 | 2,5 | 2,5 | 2 | 2,5 | **3** |