Agradecimentos

O presente Relatório apenas se tornou possível devido a importantes apoios, aos quais não posso deixar de agradecer.

Em primeiro lugar, à professora Nadia Ferreira pela sua competência científica, pelo seu apoio, orientação, disponibilidade, dedicação e paciência com que me acompanhou neste percurso.

À professora Paula Farinho pelo seu apoio e atenção ao longo de toda esta formação, além de todas as palavras amigas e de incentivo.

À professora cooperante pelo respeito pelo trabalho desenvolvido, partilha e apoio durante todo este processo e por toda a amizade e colaboração demonstrada.

À minha colega de estágio Eunice, pela paciência, ajuda e amizade.

À turma onde tive o prazer de realizar esta investigação, por tão bem me terem acolhido e terem embarcado nesta aventura comigo. Por me receberem todos os dias de braços abertos e com um sorriso afável.

Ao professor mestre Carlos Leão da ESECS-IPL por me ter feito apaixonar pela área da matemática, por me ter mostrado a beleza dos números.

À minha família, por me ter acompanhado sempre nesta caminhada. Pelas palavras de incentivo nos momentos mais difíceis, pelos sorrisos e abraços quentes de encorajamento. À minha mãe por ser o meu exemplo do que é ser professor, do que é ser um ser humano (seguirei as tuas pisadas com muito orgulho!), ao meu pai pela paciência, pela preocupação constante e pelo seu sorriso escondido e ao meu irmão por ser a minha força, por me ajudar sempre independentemente da distância e do tempo (e foi o último danoninho!)

Ao Fernando por aguentar e compreender os meus cansaços, pelos sorrisos, abraços e constantes alegrias que tornam mesmo os dias mais difíceis em sorridentes.

Aos meus amigos que são os meus pilares. Obrigada por me compreenderem, por fazerem de mim uma pessoa melhor, em especial à Sãozinha por partilhar desta minha paixão pela matemática, por me ensinar, por me incentivar e inspirar.

E a todos os que não mencionei mas que de alguma forma contribuíram para esta caminhada.

Resumo

Trabalhar o cálculo mental é fundamental ao longo do ensino básico pois é essencial para o quotidiano. No Programa de Matemática do Ensino Básico, de 2007, refere-se que o cálculo mental é de extrema importância para o desenvolvimento não só do cálculo e do sentido de número, como também de todas as capacidades transversais, em especial a comunicação e o raciocínio matemático.

O cálculo mental baseia-se nas relações numéricas e nas características dos números, de uma forma rápida e flexível, usando, quando necessário, registos intermédios.

O presente estudo, seguindo uma metodologia de investigação sobre a própria prática, realizou-se numa turma de 20 elementos de 4.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, onde os alunos trabalharam estratégias de cálculo, com o objetivo de desenvolver a proficiência de cálculo mental de modo a promover o desenvolvimento do sentido de número, em contexto rotineiro e de resolução de problemas envolvendo as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais.

Foi definido o perfil de alunos a estudar e foram selecionados três alunos, identificados como casos de estudo. Foi aplicado um pré-teste, seguido de sete rotinas de cálculo mental e, para finalizar, um pós-teste para compreender a evolução dos mesmos.

Os resultados foram satisfatórios, tendo os alunos demonstrado evolução no desenvolvimento do sentido de número, na fluência de cálculo e na utilização de diferentes estratégias de cálculo.

Palavras-chave: estratégias de cálculo mental; sentido de número; Matemática; comunicação matemática

Abstract:

Working mental calculation is fundamental throughout basic education because it is essential to everyday life. Mathematics Program for Basic Education, 2007, refers that the mental calculation is extremely important for the development not only of the calculation and number sense, as well as all transversal capabilities, especially communication skills and reasoning mathematician.

Mental calculation is based on the numerical relationships and in the characteristics of the numbers, in a quick and flexible way, using, if necessary, intermediate records.

The present study, using a methodology of research on their own practice, was held in a classroom of 20 elements of the 4th year of the 1st cycle of basic education, where students worked calculation strategies, with the goal of developing proficiency of mental calculation in order to promote the development of number sense in a routine context and problem solving involving the operations of addition, subtraction and multiplication with natural numbers.

The profile of students to study was defined and then three students were selected and were identified as case studies. A pre-test, was applied, followed by seven routines of mental calculation and, finally, a post-test to understand the evolution.

The results were satisfactory and students shown evolution in the development of the number sense, the proficiency of mental calculating and in the use of different calculation strategies.

Keywords: strategies of mental calculation, number sense, Mathematics, mathematical communication

Índice Geral

Agradecimentos……..……III

Resumo……IV

Abstract……..V

1. Introdução……...10

2. Caracterização do Contexto Institucional……..……12

2.1. O Meio Envolvente da Escola……12

2.2. Caracterização da Instituição……..12

2.3. Caracterização da Turma……13

2.4. Organização da Sala e do Ambiente Educativo……..14

3. Enquadramento Teórico…….....15

3.1. Documentos Curriculares: A Matemática e o Cálculo Mental……...15

3.2. O Conceito de Sentido de Número……..18

3.3. O Cálculo Mental com Números Naturais……..19

3.4. Estratégias de Cálculo Mental com Números Naturais……..21

3.5. O Cálculo Mental em Sala de Aula e o Papel do Professor……25

4. Descrição e Avaliação do Plano de Ação……...……26

4.1. Metodologia……26

4.2. Participantes……27

4.3. Cronograma……29

4.4. Recolha e Análise dos Dados……..…30

4.5. Implementação do Plano de Ação……...31

4.5.1. Rotinas de Cálculo Mental…….....31

4.6. Avaliação do Plano de Ação……...49

4.6.1. Análise e Discussão dos Resultados……50

4.6.2. Conclusões……54

5. Reflexões Finais…….58

5.1. Implicações do Plano de Ação para a Prática Profissional Futura……..58

5.2. Potencialidades e Limites do Estágio na Promoção do Desenvolvimento Profissional……..59

6. Referências Bibliográficas…….61

Anexos……63

Anexo A – Planificação Anual de Matemática da Professora Cooperante……...64

Apêndices……...67

Apêndice A – Guião da Entrevista Realizada à Professora Cooperante…….....68

Apêndice B – Transcrição da Entrevista Realizada à Professora Cooperante……69

Apêndice C – Análise de Conteúdos da Entrevista Realizada à Professora Cooperante.....72

Apêndice D – Folhas de Resposta das Diferentes Sessões de Cálculo Mental dos 3 Casos…..……..……...…….....74

Apêndice E – Informação aos Encarregados de Educação……...82

Apêndice F – Folhas de Registo dos Alunos……..……..83

Apêndice G – Exemplo de Planificação de Aula ……...……...……..84

Índice de Figuras

Figura 1. Escola pública, do concelho de Odivelas……13

Figura 2. Fotografia da sala de aula……14

Figura 3. Estratégias recorrendo à decomposição para as quatro operações……22

Figura 4. Estratégias recorrendo à compensação para a adição e à factorização para a divisão……23

Figura 5. Estratégias para a adição……23

Figura 6. Estratégias para a subtração……24

Figura 7. Estratégias para a multiplicação……24

Figura 8. Estratégias para a divisão……28

Figura 9. Perfil dos alunos a estudar……28

Figura 10. Esquema representativo da experiência de ensino……31

Figura 11. Realização de uma rotina de cálculo mental……33

Figura 12. Pré-teste……34

Figura 13. 1.ª parte da 1.ª sessão……36

Figura 14. 2.ª parte da 1.ª sessão……37

Figura 15.2.ª sessão……39

Figura 16. 3.ª sessão……40

Figura 17. 1.ª parte da 4.ª sessão……41

Figura 18. 2.ª parte da 4.ª sessão……42

Figura 19. 1.ª parte da 5.ª sessão……43

Figura 20. 2.ª parte da 5.ª sessão……44

Figura 21. 6.ª sessão……45

Figura 22. 1.ª parte da 7.ª sessão……46

Figura 23. 2.ª parte da 7.ª sessão……46

Figura 24. Pós-teste……48

Índice de Quadros

Quadro 1. Cronograma…….*29*

Quadro 2. Plano de Ação…….....*32*

Índice de Siglas

1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB)

Atividades de Tempos Livres (A.T.L)

Entrevista realizada à Professora Cooperante (EPC)

Ministério da Educação (ME)

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

Professora titular de turma (PTT)

Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º ciclo – ESE de Castelo Branco (PFCMP1.ºC – ESECB)

Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB)

1. Introdução

O presente Relatório Final surge no âmbito da Unidade Curricular de Prática Pedagógica II, do Curso de Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico, no Instituto Superior de Ciências Educativas.

A Prática de Ensino Supervisionada foi realizada com uma turma de 20 alunos do 4.º ano de escolaridade de uma escola pública, no concelho de Odivelas, entre 6 de novembro de 2013 e 28 de maio de 2014.

Nas observações feitas e também nas conversas informais com a professora cooperante, apercebi-me que a área da Matemática era uma das áreas em que os alunos demonstravam mais dificuldades, mais especificamente, no cálculo mental. Para verificar as dificuldades foi realizado um pré-teste, numa rotina de cálculo mental, em que foi pedido aos alunos que realizassem operações de adição, subtração e multiplicação num tempo determinado, não podendo recorrer ao algoritmo. Verificou-se que os alunos apresentavam dificuldade no cálculo mental pois não apresentavam proficiência nem estratégias de cálculo, tentando recorrer sempre ao algoritmo tradicional. Essas dificuldades colocariam em causa outras aprendizagens da matemática, nomeadamente a compreensão de novos conceitos, como o trabalho com números racionais, para os quais é necessário mobilizar conhecimentos de estratégias de cálculo e também as propriedades dos números (Carvalho & Ponte, 2012).

Além disso, a Matemática é de extrema importância para o quotidiano e as capacidades basilares são o cálculo mental e a estimativa, uma vez que diariamente lidamos com situações matemáticas quando nos referimos a dinheiro, tempo, massa ou distâncias (Ribeiro, Valério & Gomes, 2009). Pareceu-nos que seria importante trabalhar estas questões com os alunos uma vez que é fundamental que os alunos se tornem crédulos das suas próprias capacidades matemáticas e que sejam capazes de resolver situações matemáticas no dia-a-dia, pois essas competências são essenciais para a vida quotidiana de qualquer cidadão (National Council of Teachers of Mathematics, 2007).

Por outro lado, esta pareceu-nos a oportunidade perfeita para pôr em prática todos os conteúdos já trabalhados na Didática da Matemática tanto na licenciatura em Educação Básica na Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria, como no mestrado no Instituto Superior de Ciências Educativas. A formação adquirida, nos diferentes contextos foi de extrema importância pois mostrou qual a importância do trabalho da área da Matemática, no 1.º ciclo, em todas as suas vertentes,

além de ter sido uma oportunidade para adquirir conhecimentos sobre outras estratégias e metodologias, como as rotinas de cálculo mental, a colocar em prática em sala de aula. Assim sendo, e tendo em conta as dificuldades já demonstradas pelos alunos, pareceu-nos que seria uma ótima oportunidade para trabalhar estes conteúdos.

Nesse sentido, surge um plano de ação que tem como título o cálculo mental no desenvolvimento do sentido de número.

O presente estudo tem como objetivo geral: desenvolver a proficiência no cálculo mental de modo a promover o desenvolvimento do sentido de número, em contexto rotineiro e de resolução de problemas envolvendo as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais.

Do objetivo geral, decorrem as seguintes questões de investigação:

Que estratégias de cálculo mental são usadas nas rotinas de cálculo, que envolvam as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais e como evoluem ao longo do trabalho nas diferentes sessões de cálculo mental?

Que aprendizagens foram realizadas, durante o estudo, pelos alunos e pela professora estagiária?

O trabalho aqui apresentado organiza-se em cinco partes principais, sendo elas: a introdução, onde é feita uma breve contextualização e apresentação do referente estudo, a identificação do problema, o objetivo geral e o respetivo plano de ação. A segunda parte é composta pelas caracterizações do contexto institucional e da turma. A terceira parte é constituída pelo enquadramento teórico, onde são sistematizados os conceitos implícitos da temática em estudo. Na quarta parte é descrito todo o plano de ação, com a sua respetiva apresentação e justificação, passando pela implementação e avaliação e, para concluir, encontram-se as reflexões finais de todo o processo vivido.

2. Caracterização do Contexto Institucional

2.1. O Meio Envolvente da Escola

A Prática de Ensino Supervisionada foi realizada numa escola pública pertencente a um agrupamento de escolas em Odivelas, no ano letivo 2013/2014, numa turma do 4.º ano de escolaridade.

O concelho de Odivelas, situado no distrito de Lisboa, é composto por sete freguesias, sendo elas Caneças, Famões, Odivelas, Olival Basto, Pontinha, Póvoa de Santo Adrião e Ramada. Tem uma população total de 133 847 habitantes, distribuídos numa área de 26,6km². O concelho faz fronteira com os concelhos de Loures, Sintra, Amadora e Lisboa.

A escola encontra-se nos limites de Lisboa e, embora a cidade tenha vindo a crescer em termos populacionais e económicos, apresenta ainda um meio-social médio baixo com alunos de diversas etnias.

2.1. Caracterização da Instituição

A Escola onde foi realizada a Prática de Ensino Supervisionada tem valências de Pré-escolar, 1° Ciclo e Atividades de Tempos Livres, tendo um horário de funcionamento das 8h00 às 18h15. Na escola encontramos 360 alunos distribuídos por duas turmas de pré-escolar, quatro turmas do primeiro ano, quatro do segundo ano, três do terceiro ano e duas do quarto ano. Lecionam nesta escola dezassete professores, sendo um deles de Educação Especial e dois educadores. Há ainda um terapeuta da fala e seis auxiliares de ação educativa.

O edifício é constituído por catorze salas de aulas para o 1° Ciclo, duas salas destinadas ao pré-escolar e para ATL. Dispõe ainda de um refeitório, uma sala polivalente, uma sala de repouso para os alunos do Jardim de Infância, um ginásio, uma biblioteca, um gabinete de serviços administrativos e coordenação, uma sala de professores, duas casas-de-banho para docentes/não docentes e oito casas-de-banho para crianças. No exterior da escola, um espaço amplo, existe um parque infantil e campos de jogos.

Os alunos podem visitar a biblioteca e o ginásio nos horários definidos pela escola, para que todos tenham a possibilidade de frequentar estes espaços de forma orientada e organizada.

*Figura 1***.** Escola pública, do concelho de Odivelas

2.2. Caracterização da Turma

A turma é constituída por 20 alunos. É uma turma calma, organizada e cumpridora. São alunos que respeitam as regras da sala de aula e demonstram muito respeito pelas figuras de autoridade. São alunos motivados, interessados e, na grande maioria, interessados em agradar o professor. Demonstram grande solidariedade para com os colegas e têm muito prazer em ajudar-se mutuamente. Compreendem as dificuldades de cada um, não se servindo das mesmas para menosprezar os colegas.

Um dos alunos encontra-se ao abrigo do decreto-lei 3/2008, com um diagnóstico de Perturbação Hiperativa com Défice de Atenção. Encontra-se medicado e é acompanhado na escola pela equipa de Educação Especial. Este aluno, a nível da Matemática, demonstra um bom raciocínio e uma boa comunicação oral, embora necessite de mais tempo para estruturar ideias. Há ainda dois alunos que não se encontram ao abrigo do referido decreto-lei mas apresentam dificuldades de aprendizagem específicas, tendo por isso apoio individualizado com um professor, fora da sala de aula, duas vezes por semana, durante o horário letivo.

Uma aluna também apresenta distúrbios de comportamento sendo por isso acompanhada pelas áreas de psiquiatria e psicologia hospitalar. É também medicada numa tentativa de controlar os comportamentos agressivos e pouco empáticos para com os colegas pois agride-os quando se sente frustrada ou contrariada.

É uma turma que, de uma forma geral, apresenta bons resultados nas diferentes áreas, disciplinares e não disciplinares.

Os alunos estão, na sua grande maioria, juntos desde o 1.º ano, e têm sido acompanhados sempre pela mesma professora.

A turma é heterogénea apresentando diferentes níveis de aprendizagem e ritmos de trabalho em todas as áreas, embora apresentem bons resultados devido ao trabalho exaustivo da professora titular antes dos momentos de avaliação de forma a colmatar todas as dificuldades.

Relativamente à área da Matemática, os alunos apresentam muitas dificuldades ao nível do cálculo mental e esse facto despertou interesse e motivação para um possível estudo. Foi também visível o desconhecimento que a maioria dos alunos apresenta quanto a estratégias de cálculo pois apenas recorrem ao algoritmo, demonstrando não ter ainda desenvolvido o sentido de número, como se poderá verificar no pré-teste e respetiva análise do mesmo.

É ainda de destacar que estes alunos não se enquadram na caracterização padrão dos alunos deste concelho pois, são, na sua maioria, crianças de lares com um nível socioeconómico médio e médio alto, com famílias estruturadas.

2.3. Organização da Sala e do Ambiente Educativo

A sala de aula do 4.°A, sala n.º 2, dispõe de três grandes janelas numa das paredes. Na sala, existem dois quadros verdes, um de maiores dimensões, que é o que é utilizado, e um mais pequeno na parede do fundo. Para os alunos, existem onze mesas e vinte e duas cadeiras. Existem ainda duas mesas de apoio, uma secretaria e uma mesa de apoio, onde se encontra o computador, para a professora.

Os materiais, jogos, manuais escolares e os processos individuais dos alunos guardam-se em dois armários.

Em todas as paredes da sala, existem cartazes informativos e trabalhos desenvolvidos pelos alunos. As mesas estão colocadas em três filas, duas com quatro mesas e uma com três mesas. Os alunos trocam frequentemente de lugares, conforme indicação da professora.

*Figura 2***.** Fotografia da sala de aula

3. Enquadramento Teórico

3.1. Documentos Curriculares: a Matemática e o Cálculo Mental

A Matemática tem sofrido, ao longo do tempo, e como todas as ciências, uma evolução em todos os aspetos. Relativamente ao cálculo mental, no início do século XX, este era praticamente inexistente pois a importância estava toda no algoritmo, na concretização de uma operação e não em todos os processos que envolvem e levam à realização dessa operação. Segundo Ribeiro, Valério e Gomes (2009) "A atenção era dirigida para a aprendizagem da adição, subtração, multiplicação e divisão, para a memorização das tabuadas e para a mecanização dos exercícios." (p. 6). Ainda no final no mesmo século, algumas alterações começaram a ser introduzidas pois começou-se a dedicar mais atenção e tempo às propriedades das operações e ao cálculo mental.

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), "A Matemática (…) permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, e um instrumento que proporciona formas de agir sobre ele para resolver problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados da acção que realizamos." (p. 2).

Nos dias de hoje, o cálculo mental está inteiramente relacionado com o sentido de número pois "ao promover nos alunos a utilização de métodos próprios para calcular (…) está-se a ajudar no desenvolvimento do sentido de número" (Ponte & Serrazina, 2000 cit. por Ribeiro *et al.*, 2009, p.4).

No documento que já não se encontra em vigor, Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais (Ministério da Educação, 2001), é referido que "ser matematicamente competente envolve hoje, de forma integrada, um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática" (p. 57) que deveriam ser desenvolvidos e trabalhados ao longo de todos os anos de escolaridade, desde o ensino pré-escolar até ao fim da vida académica dos alunos. No mesmo documento encontra-se a referência à importância do antigo domínio de Números e Cálculo, mais especificamente à compreensão global dos números e das operações, além da sua utilização de maneira flexível, onde está presente que o mesmo deverá ser trabalhado ao longo de toda a educação básica.

No PMEB (2007), o sentido de número é entendido como:

> "a capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5, 10, 100 ou ½, usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números." (p. 13).

Deste modo, o sentido de número está bem presente neste documento, no tema Números e Operações, sendo uma das três ideias-chave a serem estudadas. As outras são a compreensão dos números e operações e ainda o desenvolvimento da fluência no cálculo. Pretende-se "desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos" (p.13).

Embora a noção de sentido de número não seja algo recente, em Portugal apenas se torna explícito com o aparecimento do PMEB (2007), tendo-se constituindo assim um dos principais propósitos do ensino da Matemática pois realça a importância para o desenvolvimento da confiança e sentido critico dos alunos. Neste sentido, o papel do professor torna-se ainda maior e passa a assumir grande importância pois este sujeito deverá proporcionar situações rotineiras para que os seus alunos possam "progressivamente (…) ser capazes de utilizar as suas estratégias de modo flexível e de selecionar as mais eficazes para cada situação" (p. 14).

No PMEB (2007), aparece também, pela primeira vez, a referência a três grandes capacidades transversais de toda a aprendizagem matemática, sendo elas a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e ainda a Comunicação matemática. Estas três competências, essenciais à aprendizagem da matemática, são transversais a todos os temas (Números e Operações, Álgebra, Geometria e Medida e Organização e tratamento de dados). De acordo com este documento, a Resolução de problemas é " (…) uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que todos os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia (..)" (p.8). Ou seja, os alunos deverão ter a capacidade de, perante um problema, refletir sobre o mesmo e analisar diferentes estratégias para a sua resolução. O Raciocínio matemático envolve a formulação, teste e demonstração de conjeturas, além da "construção de cadeias argumentativas que começam pela simples justificação de passos e operações na resolução de uma tarefa (…)" (p.8). A Comunicação

matemática envolve a oralidade e a escrita da linguagem simbólica da Matemática. "O aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos" (p8). A comunicação matemática é então uma capacidade de extrema importância e um aspeto fundamental no processo de ensino aprendizagem da Matemática. Ponte & Serrazina (2000), referem que a Comunicação oral é de extrema importância para que os alunos tenham a possibilidade de ouvir o professor, exprimir opiniões e discuti-las e o professor tem o papel moderador nestas discussões, além de ter também que saber ouvir os seus alunos e pedir-lhes que se justifiquem, quando os alunos não o conseguem fazer sozinhos.

De acordo com estes autores, existem três modos de comunicação que acontecem, ou devem acontecer, na sala de aula de matemática, sendo elas a exposição, o questionamento e a discussão. Na exposição, um dos intervenientes expõe uma ideia, no questionamento um interveniente questiona os outros e na discussão os diversos intervenientes interagem através da exposição e do questionamento em simultâneo. Além dos três modos de comunicação descritos anteriormente, os autores consideram também, de acordo com Matos e Serrazina (1996), três tipos fundamentais de perguntas, sendo elas as de focalização, de confirmação e ainda as perguntas de inquirição.

> "As perguntas de focalização, ajudam o aluno a seguir um certo percurso de raciocínio (…) o professor dá-lhe orientação acerca do passo seguinte a realizar (…) No fundo, trata-se de falsas perguntas, uma vez que a intenção principal do professor é proporcionar orientação ao aluno (…) As perguntas de confirmação servem para verificar os conhecimentos dos alunos (…) o professor sabe de antemão a resposta, mas está a certificar-se se os alunos também a conhecem (…) As perguntas de inquirição visam o esclarecimento do professor. Este procura obter informação de que não dispõe (…) Trata-se do único tipo de pergunta verdadeiramente genuíno, em que o professor procura saber, por exemplo, o modo como os alunos estão a pensar, o modo como resolveram um certo problema, e qual a sua opinião sobre um dado resultado ou estratégia" (p.119,120).

O professor deverá selecionar as questões que considerar mais adequadas, consoante a situação, de forma a desenvolver nos alunos a capacidade de Comunicação matemática. Ajudando-os a organizar as suas ideias, a transmiti-las e ainda a pensar criticamente sobre as suas ideias e sobre as ideias dos colegas.

Embora já se encontre em vigor o novo Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, de acordo com o Despacho 15971/2012 a aplicação obrigatória do mesmo

para o 4.º ano de escolaridade será apenas no ano letivo 2014/2015, estando ainda em vigor, para estes alunos, o PMEB de 2007, não sendo por isso abordado neste enquadramento o novo Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico.

3.2. O Conceito de Sentido de Número

O sentido de número surgiu no fim dos anos 50, proposto por Crowther e seria utilizado "para descrever capacidades de nível superior para lidar com as exigências matemáticas da sociedade." No entanto, a expressão acabou por ficar reconhecida como capacidade básicas matemáticas (Morais, 2011, p. 7).

Sowder (1992), citado por Morais (2011) refere que o sentido de número é algo intuitivo, bem estruturado na cabeça dos alunos, como uma rede conceptual, que permite a relação entre os números automática, intuitiva, flexível e criativa o que leva a uma boa capacidade de resolução de problemas.

Segundo McIntosh *et al*. (1992), o sentido de número vem da compreensão dos números e das operações, além da capacidade para utilizar os conhecimentos de forma flexível, fazendo julgamentos matemáticos. Estes autores consideram três grandes áreas, três dimensões que constituem o sentido de número e propõem um modelo de análise para as mesmas. Dividem-no então nas seguintes dimensões:

- Conhecimento e facilidade com os números, que consiste na noção dos limites dos números, das suas múltiplas representações, nos sentidos de grandeza relativa e absoluta e de um sistema de valores de referência;
- Conhecimento e facilidade com as operações, que consiste na compreensão dos efeitos das mesmas, das suas propriedades matemáticas e das suas relações umas entre as outras;
- Aplicação dos conhecimentos e facilidades tanto com os números como com as operações, que consiste na compreensão das relações entre os contextos em que os problemas se encontram e os cálculos adequados e necessários para a sua resolução, na consciência de que existem diversas estratégias para a resolução dos problemas, na escolha mais adequadas dessas estratégias e ainda na reflexão sobre a sua utilização e adequação.

Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), os alunos com um bom sentido de número "desenvolvem significados para os números e para as relações numéricas, reconhecem a sua grandeza relativa e os efeitos das operações sobre os números, tendo desenvolvido referentes para as quantidades e para as medidas" (p. 61).

O desenvolvimento do sentido de número, segundo o NCTM (2007), é o ponto-chave do tema dos números e operações. Nesse sentido, em todos os níveis de escolaridade, do pré-escolar ao 12.º ano, os alunos deverão ser capazes de compreender os números, as suas formas de representação e as suas relações, além de deverem ser capazes de compreender o significado das diferentes operações e a forma como estas se relacionam entre si, além de calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis (p.34,35).

Um dos aspetos mais importantes para o bom desenvolvimento do sentido de número é o cálculo mental, é a capacidade de lidar, com destreza, com os números e com as operações em situações de cálculo, sendo capaz de compreender o significado das diferentes operações e ainda analisar de uma forma crítica o que se faz (Macintosh, Reis&Reis, 1992).

3.3. O Cálculo Mental com Números Naturais

O cálculo mental é uma ferramenta imprescindível nos dias de hoje, para a realização de tarefas diárias como ir às compras ou mesmo para conseguir relacionar grandezas.

O cálculo mental é extremamente importante para o desenvolvimento do sentido de número e esta importância é sublinhada por inúmeros autores, tendo em conta que "encoraja a procura de processos mais fáceis baseados nas propriedades dos números e das operações" (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 59).

Mas o que é na realidade o cálculo mental? Será calcular de cabeça ou com a cabeça? Segundo Morais (2011), e tal como Carvalho (2001) afirma, "… no Dicionário Enciclopédico Luso-brasileiro VI (…) define-se cálculo mental como uma «operação aritmética, feita de memória, sem auxílio de sinais escritos" (p. 428). No entanto, para Taton (1969), o cálculo mental e o escrito são semelhantes uma vez que ambos usam do mesmo encadeamento de operações mentais elementares. Está visto então que cálculo mental não é algo definido, ainda, mas que a ideia mais frequente será "calcular de cabeça".

Segundo Buys (2008), o cálculo mental é um movimento rápido, hábil e flexível que tem que ser baseado nas relações e nas características dos números já conhecidas pelos alunos.

Buys (2008) defende ainda que o cálculo mental é caracterizado como um cálculo com quatro características, sendo elas:

- Com números ao invés de dígitos pois os números são um todo, nunca perdendo o seu valor;
- Recorrendo à utilização de propriedades de cálculo elementar de relações numéricas;
- Tem que ser apoiado num bom conhecimento dos números e também num conhecimento de factos numéricos básicos com números até 100;
- A utilização de notas intermédias, caso seja necessário, mas principalmente efetuado mentalmente.

Quanto à utilização de notas intermédias referida anteriormente, um tema controverso na comunidade matemática, também Noteboom, Bokhove e Nelissen (2008) referem a sua utilidade mas sublinham que o cálculo mental não é fazer cálculos na cabeça. É utilizar a cabeça para calcular e fazer registos, se necessário, não sendo, por isso, o oposto do cálculo mental.

Segundo Van den Heuvel-Panhuizen e Buys (2008), os alunos aprendem a calcular de uma forma evolutiva segundo três níveis de cálculo, que estão diretamente relacionados com o nível de abstração dos alunos, segundo a sua faixa etária. Os três níveis defendidos são: o cálculo por contagem, o cálculo por estruturação e o cálculo formal. O cálculo por contagem consiste na realização de operações recorrendo a linhas numéricas saltando para a frente em cálculos aditivos e saltando para trás em cálculos subtrativos; o cálculo por estruturação consiste no agrupamento ou na divisão dos dados, recorrendo à utilização de material manipulável, de forma a tornar o cálculo mais conveniente; e, por último, o cálculo formal, que consiste no cálculo recorrendo às relações numéricas que os alunos já dominam.

O PMEB (2007), define o cálculo mental como “ i) trabalhar com números e não com algarismos; ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos

numéricos elementares; e (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação" (p.10).

A estimativa é uma ferramenta extremamente importante para o desenvolvimento do cálculo mental pois o aluno deverá ser capaz de antever um possível resultado para determinado cálculo. Este exercício contínuo levará o aluno a adquirir capacidades de avaliação consoante os resultados que obtém.

Nos primeiros anos de escolaridade, os alunos trabalham as diferentes estratégias de cálculo mental com números naturais que, ao longo do tempo, irão transportar esse mesmo conhecimento para conteúdos mais alargados mas sendo sempre capazes de relacionar procedimentos (PMEB, 2007).

3.4. Estratégias de Cálculo Mental com Números Naturais

Inúmeros autores identificam diferentes estratégias de cálculo mental, com diferentes categorizações, mas todos os autores defendem que as estratégias de cálculo mental, embora diferentes, permitem uma realização rápida e eficaz de um determinado cálculo.

Brocardo e Serrazina (2008) referem que a capacidade de calcular mentalmente é de extrema importância e que, para ensinar as crianças a fazê-lo é necessário saber fazer de forma estruturada. Assim sendo, o cálculo mental deverá estar presente na sala de aula de todos os anos de escolaridade sistematicamente, para que os alunos se apercebam das vantagens do cálculo mental e para que se possam apropriar de estratégias diversificadas pois cada aluno irá utilizar estratégias diferentes para a resolução do mesmo cálculo, a estratégia que lhe for mais conveniente.

Ribeiro *et al.* (2009) afirmam, no Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º ciclos, que "o cálculo mental possui três estratégias elementares que, analisadas sob o ponto de vista do processo de aprendizagem, vão dando continuidade umas às outras sendo a sua aquisição acompanhada por um alargamento crescente da compreensão dos números e das operações" (p. 8) sendo a primeira estratégia a visão dos números como objetos numa linha de contagem em que se pode andar para a frente, para as adições, e para trás, para as subtrações; a segunda estratégia em que os números são vistos como objetos já com uma estrutura decimal e se recorre, para a realização das operações, à decomposição, e a terceira e última estratégia, em que os números são vistos como objetos

que podem ser estruturados e já existe um conhecimento e recurso às propriedades das operações.

> "Cada uma destas formas básicas pode ser utilizada em diferentes graus: num grau mais baixo, usando modelos como a recta vazia ou dinheiro, e num grau mais elevado, registando os passos intermédios em linguagem aritmética ou, simplesmente calculando mentalmente. Estas formas básicas podem ser introduzidas e praticadas como extensões umas das outras.
>
> A introdução das formas de grau mais elevado não significa que desapareçam as de grau mais baixo. Deve-se desenvolver um progressivo repertório de estratégias de cálculo mental para que os alunos possam escolher uma, de acordo com o tipo de problema e da sua própria referência." (p.9).

Ribeiro *et al*. (2009) sublinham que embora o cálculo mental permita a utilização de estratégias pessoais, há um conjunto de estratégias que devem ser trabalhadas e discutidas na sala de aula com os alunos. As estratégias que estes autores indicam para utilizar com números naturais para as quatro operações são: a decomposição de números, que pode ser utilizada para as quatro operações e em que nas operações de adição e subtração opera-se de ordem a ordem, para as operações de multiplicação decompõe-se o produto em vários fatores e para a divisão fatoriza-se o divisor em vários fatores iguais.

Adição e subtração	272 + 425 = 697 472 – 251 = 221	200 + 400 = 600 70 + 20 = 90 2 + 5 = 7 600 + 90 + 7 = 697 400 – 200 = 200 70 – 50 = 20 2 – 1 = 1 200 + 20 + 1 = 221
Multiplicação	4 x 15 = 60	2 x 15 = 30 2 x 30 = 60
Divisão	249 : 3 = 83	240 : 3 = 80 9 : 3 = 3 80 + 3 = 83

Figura 3. Estratégias recorrendo à decomposição para as quatro operações

A compensação, que poderá ser utilizada para a adição e para a subtração, adicionado, ou subtraindo, um número próximo e ao resultado subtrai-se, ou adiciona-se o que se adicionou a menos. O uso das propriedades das operações, que envolve o uso das operações inversas, das propriedades comutativa e associativa na adição e na multiplicação, a propriedade distributiva na multiplicação e a invariância do resto na

subtração. A factorização que poderá ser utilizada para a divisão, fatorizando-se o divisor. E ainda as subtrações sucessivas que podem ser utilizadas na divisão.

Compensação	478 + 98 = 576	478 + 100 = 578 578 – 2 = 576
Fatorização	150 : 4 = 37,5	150 : 2 = 75 75 : 2 = 37,5

Figura 4. Estratégias recorrendo à compensação, para a adição, e à fatorização, para a divisão

De acordo com o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º ciclo - ESE Castelo Branco, adaptado de Cadeia, Oliveira & Carvalho (2006), para a adição, as estratégias a serem trabalhadas são a formação de dezenas, procurando "números amigos", contando para trás ou decompondo uma das parcelas; formar pares de parcelas iguais; adicionar por ordens; compensação para obter a dezena; associação para obter múltiplos de 10 e a decomposição e associação para obter múltiplos de 10.

Formar dezenas	27 + 16 = 27 + (3 + 13) = (27 + 3) + 13 = 30+ 13 =43 16 + 48 = 16 + (52 – 2) = (16 + 50) – 2 = 66 – 2 = 64 (contar para trás) 134 + 55 = 134 + (50 + 5) = (134 + 50) + 5 = 184 + 5 = 189 (decompor uma das parcelas)
Formar pares de parcelas iguais	25 + 29 = 25 + (25 + 4) = (25 + 25) + 4 = 50 + 4 = 54
Adicionar por ordens	64 + 28 = 60 + 4 + 20 + 8 = (60 + 20) + (4 + 8) = 80 + 12 = 92
Compensar para obter a dezena	67 + 28 = (67 + 3) + (28 – 3) = 70 + 25 = 95
Associar para obter múltiplos de 10	30 + 7 + 8 + 20 + 3 = (30 + 20) + (7 + 3) + 8= 50 + 10 + 8 = 68
Decompor e associar para obter múltiplos de 10	36 + 37 = (35 + 1) + (35 + 2) = (35 + 35) + (1 + 2) = 70 + 3 = 73

Figura 5. Estratégias para a adição

Para a subtração, as estratégias a serem trabalhadas são (p.3) a subtração por ordens, que pode ser utilizada "quando cada ordem do aditivo é maior do que as respetivas ordens do subtrativo"; a compensação que iguala a ordem das unidades do aditivo e do subtrativo; a

decomposição que, tal como a compensação, iguala a ordem das unidades do aditivo e do subtrativo; a compensação para obter dezena no subtrativo e a subtração por partes.

Subtrair por ordens	96 – 34 = (90 + 6) – (30 + 4) = (90 – 30) + (6 – 4) =60 + 2 = 62
Compensar para igualar a ordem das unidades do aditivo e do subtrativo	94 – 36 = (94 + 2) – 36 – 2 = 96 – 36 – 2 = 60 – 2 =58
Decompor para igualar a ordem das unidades do aditivo e do subtrativo	94 – 36 = 94 – (34 + 2) = (94 – 34) – 2 = 60 – 2 = 58
Compensar para obter dezena no subtrativo	94 – 36 = (94 + 4) – (36 + 4) = 98 – 40 = 58
Subtrair por partes	94 – 36 = 94 – (30 + 6) = (94 – 30) – 6 = 64 – 6= 58

Figura 6. Estratégias para a subtração

Para a multiplicação, as estratégias a serem trabalhadas são: o produto de múltiplos de 10, decompondo os números em múltiplos de 10; a compensação para obter a dezena, centena ou milhar mais próximo e a decomposição de um dos fatores usando a adição ou a subtração.

Produto de múltiplos de 10	30x 400 = (3 x 10) x (4 x 100) = (3 x 4) x (10 x 100) = 12 x 1000 = 12000
Compensar para obter a dezena, centena, ..., mais próxima	5 x 42 = 42 x 5 = 42 x (10 : 2) = 420 : 2 = 210
Decompor um dos fatores	6 x 42 = 6 x (40 + 2) = 6 x 40 + 6 x 2 = 240 + 12 = 252 6 x 49 = 6 x (50 – 1) = 6 x 50 – 6 x 1 = 300 – 6 = 294 (contar para trás)

Figura 7. Estratégias para a multiplicação

Para a divisão, as estratégias a serem trabalhadas são: a procura pelo múltiplo de 10 mais próximo, decompondo ou compensando quando necessário; fazer simplificações sucessivas através dos dobros e metades e ainda a multiplicação pelo inverso.

Procurar o múltiplo de 10 mais próximo	154 : 2 = (150 + 4) : 2 = 150 : 2 + 4 : 2 = 75 + 2 = 77 118 : 2 = (120 – 2) : 2 = 120 : 2 – 2 : 2 = 60 – 1 =59
Fazer simplificações sucessivas	180 : 12 = 90 : 6 = 30 : 2 = 15 104 : 8 = 52 : 4 = 26 : 2 = 13
Multiplicar pelo inverso	45 : 0,5 = 45 x 2 = 90 25 : 0,2 = 25 x 5 = 125

Figura 8. Estratégias para a divisão

O aluno terá liberdade para escolher as estratégias de sua eleição, consoante o contexto e, após saber trabalhar bem as diferentes estratégias com números naturais, poderá aplicar todos os conhecimentos em conteúdos mais avançados na área da Matemática.

3.5. O Cálculo Mental em Sala de Aula e o Papel do Professor

As orientações para a aprendizagem das diferentes estratégias de cálculo mental, em Portugal, não estão definidas. O PMEB (2007) demonstra que este trabalho é de facto importante e vai a par do desenvolvimento do sentido de número. Porém, as estratégias a privilegiar não estão descritas.

Brocardo (2001) considera que este trabalho deverá ser "sistemático e intencional" e que deve "(i) prever tarefas focadas, intencionalmente, no desenvolvimento do cálculo mental" O professor deverá (ii) estar alerta, garantindo que os alunos usam o cálculo mental sempre que tal é adequado" (p.7).

Nesse sentido, o professor assume um papel fundamental pois é ele o responsável pela organização do tempo, além de ser "o elemento chave na criação do ambiente que se vive na sala de aula" (Abrantes *et al*., 1999, p. 25).

Segundo Thompson (2009), o professor deverá, para poder desenvolver nos seus alunos estratégias de cálculo e consequentemente um bom sentido de número: (i) criar um ambiente de sala de aula onde os alunos sintam confiança e à vontade para se exporem; (ii) ouvir todas as explicações dos alunos; (iii) reconhecer as estratégias escolhidas pelos alunos e valorizá-las, através de feedbacks positivos; (iv) valorizar todos os conhecimentos dos alunos e as suas capacidades; e ainda (v) proporcionar experiências que contribuam para que os alunos evoluam.

Outro momento essencial para o trabalho com o cálculo mental em sala de aula são as discussões em grupo das diferentes estratégias, erros e dificuldades dos alunos pois contribuem não só para o desenvolvimento do cálculo mental e do sentido de número, como também da comunicação matemática, além de proporcionarem momentos repletos de aprendizagens entre alunos e entre alunos e professores (Carvalho, 2011). De acordo com o PMEB (2007) " a discussão na turma dos vários tipos de estratégias desenvolvidas pelos alunos ajuda-os a construir um repertório de estratégias com os seus próprios limites e flexibilidade e ensina-os, também, a decidir quais são os seus registos mais apropriados e proveitosos" (p. 10).

4. Descrição e Avaliação do Plano de Ação

4.1.Metodologia

Este estudo foi realizado com alunos do 4.º ano de escolaridade e com o objetivo de desenvolver a proficiência no cálculo mental de modo a estimular a compreensão e o desenvolvimento do sentido de número, em contexto rotineiro e de resolução de problemas envolvendo as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais.

Para ir de encontro ao objetivo do estudo, decidimos fazer uma investigação sobre a própria prática, numa abordagem qualitativa e interpretativa. Segundo Bogdan & Biklen (1994), "Utilizamos a expressão investigação qualitativa como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos…" (p.16).

Segundo Ponte (2002), a investigação sobre a própria prática poderá ter dois objetivos distintos pois visa, por um lado, a possibilidade de alterar a prática do professor e ainda a possibilidade de compreender "a natureza dos problemas que afectam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de acção" (p.4).

Deste modo, o professor deve constantemente questionar-se sobre a sua prática numa perspetiva inquiridora, questionante e fundamentada pois "…a investigação sobre a prática profissional, a par da sua participação no desenvolvimento curricular, constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores" (p.6).

A escolha por esta metodologia recaiu em quatro grandes razões, sendo elas o facto de o professor assumir um papel de protagonista no campo profissional e curricular; ser um modo privilegiado de desenvolvimento profissional; contribuir para a construção do conhecimento do professor e ser ainda uma contribuição para o conhecimento sobre os problemas educativos (Ponte, 2002).

Com este estudo, pretendemos dar resposta às seguintes questões de investigação:

Que estratégias de cálculo mental são usadas nas rotinas de cálculo, que envolvam as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais e como evoluem ao longo do trabalho nas diferentes sessões de cálculo mental?

Que aprendizagens foram realizadas, durante o estudo, pelos alunos e pela professora estagiária?

4.2. Participantes

Tal como já foi referido, esta investigação realizou-se com alunos do 4.º ano de escolaridade. Estes alunos foram assinalados, pela professora cooperante, no período de observação, como alunos que evidenciavam dificuldades ao nível do cálculo mental. No pré-teste efetuado, verificou-se que existiam lacunas ao nível do sentido de número e ainda na fluência de cálculo.

Tendo em conta que não seria possível analisar os dados de toda a turma, optámos por definir três perfis de alunos, apresentados em seguida, (Figura 3), daqui por diante designados por casos. Após a análise do pré-teste foram então selecionados os três alunos que se enquadravam no perfil definido anteriormente, dos quais faremos uma análise aprofundada, dando resposta às questões do estudo.

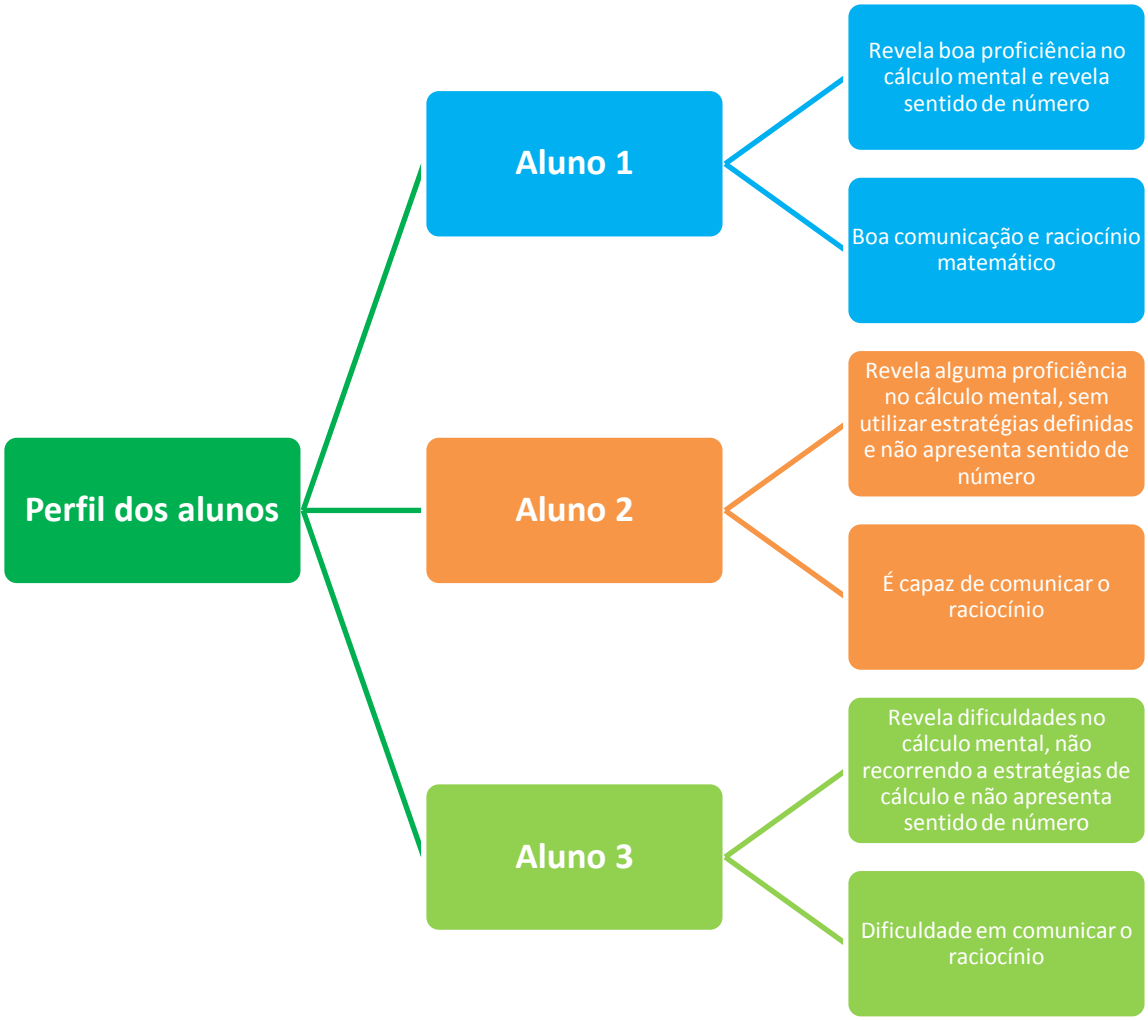
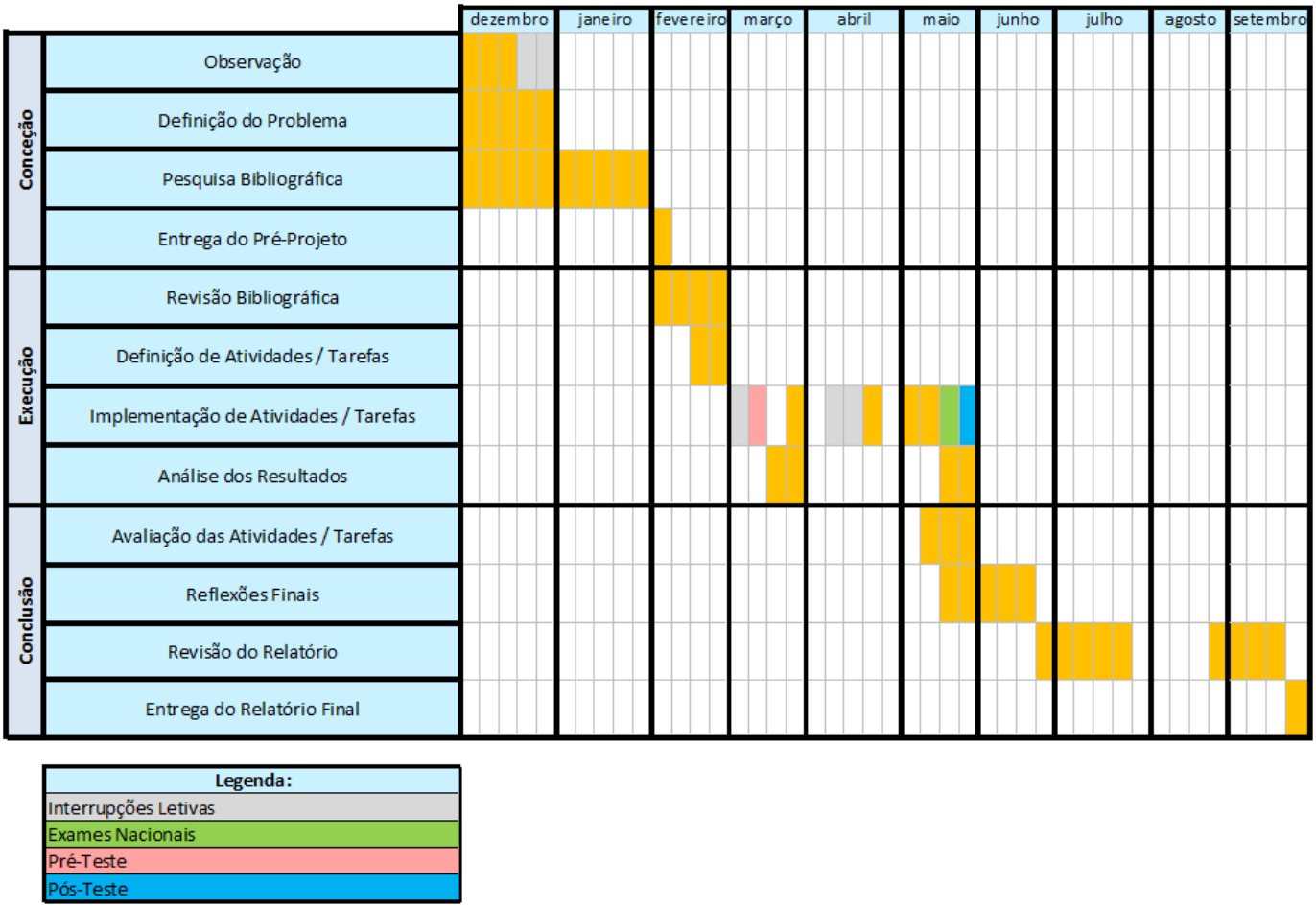


Figura 9. Perfil dos alunos a estudar

O perfil definido anteriormente, foi feito através da observação direta, de conversas informais com a professora titular de turma e ainda através da observação dos resultados obtidos no pré-teste. Neste sentido, foram escolhidos três alunos: O João, aluno que evidencia proficiência de cálculo, sendo capaz de realizar as expressões no tempo definido, revelando boa escolha de estratégias de cálculo, sentido de número e comunica o seu raciocínio com facilidade; a Francisca, que embora apresente alguma proficiência no cálculo, não apresenta sentido de número, recorre apenas à estratégia da decomposição, não é capaz de concluir as expressões de multiplicação e subtração no tempo definido e comunica o seu raciocínio com algumas lacunas; e por fim a Maria que não apresenta proficiência de cálculo, não recorre a estratégias de cálculo, não revela sentido de número e

demonstra muita dificuldade ao comunicar o raciocínio. Para garantir o anonimato das crianças, foram-lhes atribuídos nomes fictícios.

4.3. Cronograma



Quadro1. Cronograma

4.4. Recolha e Análise dos Dados

Para o presente estudo foi necessário recorrer a diversas formas de recolha de dados. Os dados foram recolhidos através de observação direta; junto da professora titular de turma, com a realização de uma entrevista semiestruturada (Apêndices A, B e C); dos alunos, com o pré-teste, rotinas de cálculo e pós-teste, com respetiva reflexão e análise dos resultados (Apêndice D); e ainda através de um diário reflexivo. Para se poder fazer a recolha de dados junto dos alunos, foi enviada a todos os encarregados de educação uma ficha informativa, pedindo autorização dos mesmos para a participação dos seus educandos no estudo (Apêndice E). Todos os encarregados de educação responderam afirmativamente.

As folhas de registo dos alunos (Apêndice F) e todos os episódios de rotinas de cálculo implementados foram apreciados com o objetivo de identificar estratégias de cálculo referidas pelos alunos aquando das discussões, erros cometidos e evoluções apresentadas.

Antes da implementação do plano de ação foi realizada uma entrevista semiestruturada à professora titular de turma com o intuito de inquirir a professora sobre o cálculo mental, tanto na sua opinião pessoal e profissional, como na aplicação do mesmo em sala de aula. Para esta entrevista foi realizado um guião de entrevista com questões abertas (Apêndice B).

Foi também realizado o pré-teste aos alunos (Figura 12) com o objetivo de identificar quais as estratégias já conhecidas pelos alunos e qual a sua proficiência no cálculo mental nas operações de adição, subtração e multiplicação.

Após a análise do pré-teste foram concebidas rotinas de cálculo mental que, posteriormente foram alteradas, não quanto aos conteúdos mas quanto à sua execução, pois apenas na realização do pré-teste nos apercebemos das dificuldades encontradas pelos alunos. No fim da investigação realizámos um pós-teste (Figura 24) com operações e tempo de concretização igual ao do pré-teste, a fim de comparar entre um momento e outro, de forma a verificar a evolução dos alunos.

Como instrumentos de recolha de dados da investigação optámos pela observação direta; entrevista semi-estruturada à professora titular de turma, com posterior respetiva análise de conteúdo (Apêndice D); pré-teste; pós-teste; reflexão e análise das discussões em plenário; diário de bordo e notas de campo.

Para ser possível analisar os dados, apreciámos todas as sessões de cálculo que foram implementadas de forma a identificar as estratégias de cálculo mental referidas nas discussões, erros apresentados e a evolução.

Os resultados do pré-teste e do pós-teste foram também analisados como forma de verificar os resultados e os progressos.

De seguida, apresenta-se um esquema representativo da experiência de ensino (Figura 10)

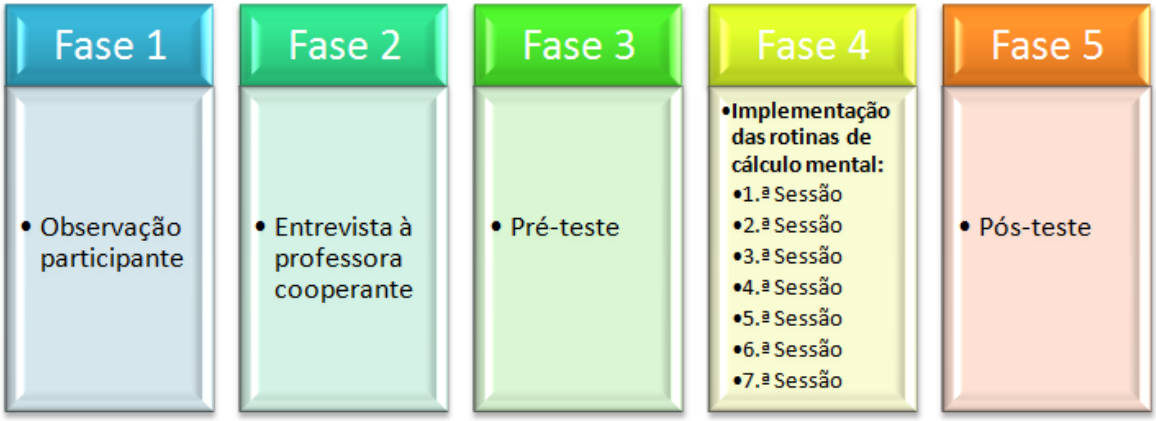


Figura 10. Esquema representativo da experiência de ensino

4.5. Implementação do Plano de Ação

4.5.1. Rotinas de Cálculo Mental

As rotinas de cálculo mental não foram exploradas de forma sistemática, semanalmente, devido ao facto dos alunos se encontrarem em ano de Exame Nacional e da realização do projeto ser muito perto da realização dos mesmos. Assim sendo, as rotinas foram realizadas sempre que possível, de acordo com a planificação (Anexo A) e orientação da professora cooperante.

Todas as sessões de rotinas de cálculo foram contempladas nas planificações das aulas, existindo sempre a antecipação das possíveis estratégias e dificuldades. (Apêndice G)

Os alunos foram informados que teriam um tempo cronometrado, que variou de sessão para sessão, para a resolução de cada expressão e que, de seguida, teríamos um tempo para a discussão e análise dos resultados (Carvalho & Ponte, 2012).

O estudo foi interrompido pelas férias da Páscoa, reiniciando-se logo no início do terceiro período, em abril de 2014.

Na análise dos resultados do pré-teste foi possível confirmar que os alunos não recorrem a estratégias diferenciadas de cálculo e não apresentam sentido de número, dificuldades já referidas pela professora titular de turma. Para o pré-teste, os alunos dispuseram de 30 segundos para a realização de cada expressão pois foi o tempo que foi considerado necessário para a resolução de cada expressão tendo em conta o nível de dificuldade.

Na primeira sessão houve a necessidade de aumentar o tempo de resolução para 45 segundos pois, através da análise do pré-teste, foi notório que alguns alunos não resolveram as expressões devido à falta de tempo. Nesta sessão foram também introduzidos dois problemas para os quais os alunos dispuseram de 2 minutos para resolver.

Da segunda à sétima sessões, mantivemos o tempo de resolução das expressões em 40 ou 45 segundos de forma a que todos os alunos pudessem ter tempo para os resolver, para ter uma discussão mais rica.

Da quarta à sétima sessões foi sempre introduzido um problema para a qual os alunos dispuseram de 1 minuto, 1 minuto e meio ou 2 minutos, consoante a dificuldade do mesmo.

O quadro que se segue ilustra o plano de ação.

Pré-Teste	1.ª Sessão	2.ª Sessão	3.ª Sessão	4.ª Sessão	5.ª Sessão	6.ª Sessão	7.ª Sessão	Pós-Teste
9 expressões	6 expressões	4 expressões	4 expressões	4 expressões	4 expressões	4 expressões	4 expressões	9 expressões
Discussão	Discussão	Discussão	Discussão	Discussão	Discussão	Discussão	Discussão	Discussão
	2 probl.			1 probl.	1 probl.	1 probl.	1 probl.	
	Discussão			Discussão	Discussão	Discussão	Discussão	

Quadro2. Plano de ação

Tal como já foi referido, todas as tarefas propostas aos alunos estiveram contempladas nas planificações das aulas e houve sempre uma antecipação de possíveis estratégias a utilizar pelos alunos

Todas as tarefas foram ponderadas de modo a permitirem o desenvolvimento de novas estratégias de cálculo mental mas também para desenvolver o sentido de número.

Todos os momentos de discussão em plenário foram também previamente preparados pela investigadora que, de acordo com a tarefa, antecipou sempre possíveis estratégias e respostas dos alunos, erros, dificuldades e ainda algumas questões para auxiliar os alunos na comunicação do seu raciocínio e ainda para poder auxiliar os alunos a refletirem criticamente acerca do seu raciocínio e do raciocínio dos seus colegas, de forma a criar um ambiente de partilha (PMEB, 2007). De seguida, apresenta-se uma figura de um dia de realização de uma rotina de cálculo mental em sala de aula.

Figura 11. Realização de uma rotina de cálculo mental

Com o objetivo de compreender a evolução dos alunos, de seguida, passamos a descrever e analisar criticamente todas as sessões de cálculo desenvolvidas em sala de aula durante esta investigação. Como já foi referido, estas sessões trataram-se de tarefas em contexto matemático que envolveram as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais. O trabalho realizado pelos três alunos selecionados será, em seguida, descrito mais especificamente.

As estratégias exploradas, praticadas e discutidas com os alunos foram baseadas nas propostas apresentadas no PFCMP1.ºC – ESECB, adaptadas de Cadeia, Oliveira & Carvalho (2006).

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental 1

Pré-teste realizado a 11 de março de 2014

A rotina de cálculo apresentada representa a primeira sessão de cálculo mental em que foi realizado o pré-teste. Esta sessão foi composta apenas por uma parte com nove expressões. Foi entregue aos alunos uma folha de registo e foi-lhes comunicado que teriam 30 segundos para a realização de cada uma das expressões. Foi-lhes também pedido que evitassem o uso do algoritmo, tentando recorrer a estratégias alternativas para a realização de cada uma das expressões.

Após a realização das 9 expressões, seguiu-se uma pequena discussão a fim de perceber os erros, dificuldades e estratégias utilizadas pelos alunos. Esta sessão foi concebida com o objetivo de avaliar o nível de desempenho dos alunos no cálculo de modo a selecionar os alunos para o estudo. Optou-se por selecionar apenas operações com números naturais de modo a perceber o nível de desempenho de cálculo nas operações com estes números para, posteriormente, poder, ou não, introduzir operações com números racionais. Foram selecionadas estas expressões por nos parecerem simples tendo em conta o tempo de resolução pedido e também por irem de encontro às estratégias que pretendíamos que os alunos utilizassem.

56 + 30 =	50 + 30 = 80 80 + 6 = 86	**Decomposição**
153 – 80 =	153 = 150 + 3 150 – 80 = 150 – (50+30) 150 – 50 = 100 – 30 = 70 70 + 3 = 73	**Decomposição**
300 + 101 =	300 + 100 + 1 400 + 1 = 401	**Decomposição**
151 + 299 =	151 = 150 + 1 e 299 = 300 - 1 150 + 300 = 450 450 + 1 – 1 = 450	**Compensação**
14 x 19 =	14 x 19 = 14 x (20 – 1) 14 x 20 = 280 280 – 14 = 266	**Decompor um dos fatores**
27 x 21 =	27 x 21 = 27 x (20 + 1) 27 x 20 = 540 540 + 27 =567	**Decompor um dos fatores**
60 x 40 =	60 = 6 x 10 e 40 = 4 x 10 6 x 4 = 24 10 x 10 = 100 24 x 100 = 2400	**Produto de múltiplos de 10**
10000 – 6500 =	10000 – 6500 = 10000 – (6000 + 500) 10000 – 6000 = 4000 4000 – 500 = 3500	**Decomposição**
28 x 50 =	28 x 50 = 28 x (100:2) 28 x 100 = 2800 2800 : 2 = 1400	**Compensar para obter a centena**

Figura 12. Pré-teste

Aquando da análise do pré-teste foi possível confirmar as dificuldades apresentadas pelos alunos. A grande maioria dos alunos recorreu apenas à estratégia da decomposição e de forma errada, demonstrando não ter desenvolvido o sentido de número. Apenas três alunos apresentaram sentido de número e um aluno recorreu sempre ao algoritmo, não encontrando estratégias alternativas.

Os casos

Embora alguns alunos já tivessem sido identificados pela professora titular de turma como casos de estudo, com o pré-teste foi possível selecionar os três alunos que estariam de acordo com o perfil definido anteriormente.

A discussão após a realização do pré-teste veio confirmar que o João seria a escolha para um dos casos pois apresenta bom sentido de número, proficiência no cálculo e recorre a estratégias diversificadas, além de ser capaz de comunicar o seu raciocínio com facilidade. Como exemplo, na operação 28 x 50, o João refere que "…é só multiplicar 28 por 100 e dividir por 2… multiplicar por 100 é mais fácil que multiplicar por 50 porque é só acrescentar dois zeros e dividir por 2 também é fácil porque é só ver qual é a metade…"

A Francisca, que não apresenta sentido de número, tentou recorrer à estratégia da decomposição mas não conseguiu resolver as expressões. Na expressão 60 x 40, a Francisca afirma que "…o resultado tem que ser 240 porque é o 6 vezes o 4 que dá 24 e depois é o 0x0 que dá 0 (…) 24 + 0 dá 240…" A Francisca confirmou o perfil para mais um caso a estudar.

Por fim, a Maria, que não apresenta proficiência de cálculo nem sentido de número, além de apresentar inúmeras dificuldades na comunicação do raciocínio, confirmou o perfil para o terceiro caso a estudar. A Maria, quando questionada sobre a resolução à operação 14x19 afirma que "…eu separei os números e fiz 4x9 porque 1x1 é 1"

Após a análise do pré-teste, refletimos sobre que alterações poderíamos fazer para tornar o processo num percurso de aprendizagem. Nesse sentido, optámos por alterar o tempo de realização para as sessões seguintes, além de termos considerado também a introdução de, pelo menos, uma situação problemática. Foi também notório que a investigação apenas poderia ser realizada com as operações de adição, subtração e multiplicação com números naturais. Tendo em conta as dificuldades apresentadas pelos alunos no pré-teste, não nos pareceu sensato introduzir outros conteúdos para as sessões, tendo em conta o objetivo do

estudo. Talvez se houvesse a possibilidade de realizar a investigação num período de tempo mais alargado, fosse interessante adicionar novos conteúdos e novas alterações, como operações de divisão e ainda números racionais.

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental II – 1ª Sessão (26/03/2014)

A primeira sessão de cálculo foi realizada duas semanas após o pré-teste e foi composta por duas partes, tendo a primeira seis expressões e a segunda dois problemas. Para a realização das expressões, os alunos dispuseram de 45 segundos e para o problema 2 minutos. Nesta sessão o tempo foi mais alargado visto que os alunos manifestaram que o tempo disponível para as expressões no pré-teste não tinha sido suficiente e, nesse sentido, optou-se por aumentar o tempo para verificar se o problema estaria de facto no tempo. No fim das duas partes seguiu-se um momento de discussão onde os alunos apresentaram as suas estratégias de resolução, erros e dificuldades. Para esta sessão, ao contrário do que aconteceu para o pré-teste, as expressões já foram apresentadas em PowerPoint com o respectivo tempo cronometrado para a resolução.

1.ª Parte	305 + 299 =	305 + 299 = (300 + 5) + (300 – 1) 300 + 300 = 600 600 + 5 – 1 600 + 4 = 604	**Compensação**
	73 + 38 =	70 + 30 = 100 3 + 8 = 11 100 + 11 = 111	**Formar dezenas**
	76 - 21 =	76 – 21 = 76 – (20 + 1) 76 – 20 = 56 56 – 1 = 55	**Decomposição**
	1576 - 99 =	1576 – 99 = 1576 – (100 – 1) 1576 – 100 = 1476 1476 + 1 = 1477	**Compensação**
	48 x 50 =	48 x 50 = 48 x (100:2) 48 x 100 = 4800 4800 : 2 = 2400	**Compensar para obter a centena**
	31 x 19 =	31 x 19 = 31 x (20 – 1) 31 x 20 = 620 620 – 31 = 589	**Decompor um dos fatores**

Figura 13. 1.ª parte da 1.ª Sessão

<table>
<tr>
<td rowspan="2">2.ª Parte</td>
<td>No início de 2011 a população de gado bovino de uma região era de 600 animais.

A tabela mostra o que ocorreu com essa população no decorrer dos anos.

<table>
<tr><th>Ano</th><th>Natalidade</th><th>Mortalidade</th><th>Adquiridos</th><th>Vendidos</th></tr>
<tr><td>2011</td><td>120</td><td>15</td><td>25</td><td>30</td></tr>
</table>

Quantos animais havia no fim do ano?</td>
<td>600 + 120 – 15 + 25 – 30

600 + (120 + 25)

600 + 145 = 745

745 – (30 + 15)

745 – 45 = 700</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Num jardim zoológico querem transportar o elefante e o hipopótamo.

O elefante pesa 5700 Kg e o hipopótamo 1800 Kg.

O camião A tem uma carga máxima de 7000 Kg e o camião B tem uma carga máxima de 9000 Kg.

Em qual dos camiões podem os animais ser transportados?</td>
<td>5700 + 1800 = 5700 + (1000 + 800)

5700 + 1000 = 6700

6700 + 800 = 6700 + (300 + 500)

6700 + 300 = 7000

7000 + 500 = 7500</td>
<td>Adicionar por ordens</td>
</tr>
</table>

Figura 14. 2.ª parte da 1.ª Sessão

A turma manifestou interesse e motivação para a realização de mais uma rotina de cálculo, e os problemas foram selecionados de acordo com o trabalho que se tinha desenvolvido na área de estudo do meio, em que foi abordado o tema das atividades económicas.

Foi dito aos alunos que, para esta sessão, teriam 45 segundos para a resolução de cada expressão e que iriam existir dois problemas para os quais teriam 2 minutos.

Na apreciação global da turma, os resultados foram muito semelhantes aos do pré-teste. Alguns alunos, mesmo com o aumento do tempo, não conseguiram concluir as expressões e a grande maioria, por não poder recorrer ao algoritmo, sentiu-se "perdida", sem saber como resolver a expressão.

Os casos

O aluno João não esteve presente nesta sessão pois encontrava-se doente.

Ao analisar as estratégias dos dois alunos, foi fácil verificar que ainda não se sente a evolução. Para a expressão 305 + 299, a Francisca recorreu à estratégia que seria prevista e afirmou "Assim era a forma mais fácil de resolver. Acrescento 1 ao 299 e depois tiro 1 ao

resultado." Já a aluna Maria não foi capaz de resolver a expressão. Na discussão referiu que "comecei a somar o 9 mais 5, e depois o 9 mais 0 e depois o 3 mais o 2 e ia juntar mas já não tive tempo", o que demonstra a sua falta de sentido de número pois a aluna pensa em algoritmo, tentando resolver a expressão "deitada"[1], além das dificuldades no cálculo serem também visíveis.

Na expressão 1576 – 99, a aluna Maria, mais uma vez demonstrou a falta de sentido de número pois afirmou que o resultado era 1587. Quando questionada sobre um resultado superior ao aditivo, a aluna não foi capaz de explicar o seu raciocínio e apenas disse "pois, então acho que me enganei." Foi questionada sobre como seria a solução correta e apenas com a ajuda dos colegas foi capaz de compreender que o resultado não poderia ser superior ao subtrativo visto que estávamos a resolver uma subtração.

Nas duas expressões de multiplicação 48 x 50 e 31 x 19, a aluna Maria não foi capaz de resolver e quando questionada afirmou que não tinha tido tempo. Foi-lhe pedido que resolvesse então naquela altura a primeira expressão de multiplicação e a aluna não foi capaz de o fazer sozinha. Depois de algum tempo a explicar-lhe que poderia multiplicar por 100 e dividir por 2, pois seria mais fácil multiplicar por 100 e depois descobrir a metade, a aluna conseguiu realizar o primeiro passo (multiplicar por 100) mas não conseguiu calcular a metade. Referiu "podes explicar-me depois só a mim?", o que demonstrou que se sentia com falta de confiança e com receio de resolver a expressão.

A Francisca foi capaz de resolver as duas expressões mas não foi capaz de explicar, dizendo apenas que "fiz o algoritmo na minha cabeça, não sei explicar como. Fiz assim e pronto."

Quanto às situações problemáticas, nenhuma das duas alunas demonstrou dificuldades na realização da segunda e quando lhes foi pedido que explicassem, a Francisca afirmou que "era só somar, os números não eram difíceis."

Já na resolução da segunda situação, a aluna Maria não conseguiu resolver por falta de tempo. Os dados foram demasiados para ela os conseguir estruturar no tempo previsto mas percebeu o que era pedido pois aquando da discussão a aluna referiu "este era fácil, porque era só ver quantos eram no início do ano, somar estes e aqueles (apontado para a tabela projetada no quadro) e depois tirar os que morreram e os que foram vendidos."

[1] Expressão "deitada" – expressão utilizada pelos alunos para descreverem a resolução de uma expressão recorrendo a um raciocínio algorítmico mas sem a construção do mesmo.

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental III – 2ª Sessão (22/04/2014)

Esta sessão foi composta apenas por uma parte que continha 4 expressões. Optámos por realizar apenas 4 expressões pois o tempo disponível para a realização da sessão não seria muito.

Mais uma vez foi dito aos alunos que não poderiam recorrer ao algoritmo e que teriam 45 segundos para a realização de cada expressão.

Esta sessão foi realizada após as férias da Páscoa.

339 + 299 =	339 + 299 = 339 + (300 – 1) 339 + 300 = 639 639 – 1 = 638	**Compensação**
79 – 31 =	79 – 30 = 49 49 – 1 = 48	**Decomposição**
42 x 50 =	42 x 50 = 42 x (100:2) 42 x 100 = 4200 4200 : 2 = 2100	**Compensar para obter a centena**
36 x 21 =	36 x 21 = 36 x (20 + 1) 36 x 20 = 720 720 + 36 = 756	**Decompor um dos fatores**

Figura 15. 2.ª Sessão

A nível geral, os resultados foram fracos e demonstraram não só a não progressão como até algum retrocesso, devido, talvez, à interrupção letiva da Páscoa.

Observou-se também alguma falta de motivação por parte dos alunos para a realização da sessão, o que levou a mais distrações e, consequentemente, mais erros.

<u>Os casos</u>

O João revelou, mais uma vez, ter uma boa fluência de cálculo, um bom raciocínio e sentido de número bem desenvolvido, além de uma boa comunicação. Conseguiu resolver todas as operações no tempo estipulado e todas de forma correta. Apresentou ainda uma boa estratégia, que não estava prevista, para a resolução da operação 36 x 21 pois afirmou que "eu fiz…36 x 2 porque é mais fácil calcular o dobro, e deu-me 72, depois multipliquei por 10, que é só acrescentar um zero e depois é que acrescentei uma vez o 36"

A Francisca demonstrou, nesta sessão, falta de empenho e de atenção. Apenas acertou uma operação e quando lhe foi pedido que explicasse os seus raciocínios, demonstrou falta de

motivação para o fazer, dizendo apenas "não sei… não fiz bem…" Mesmo depois de alguma insistência, a aluna continuou a não querer explicar os seus raciocínios. A Francisca é uma aluna que está habituada a não falhar, a ter bons resultados e talvez, neste contexto, não se sinta tão confortável e confiante, o que faça com que exista um aumento de desinteresse por parte dela.

Na expressão 339 + 299, a Maria demonstrou, mais uma vez, não ter sentido de número pois quando lhe foi pedido que explicasse o seu raciocínio, a aluna disse "eu fiz 9 + 9 que deu 18, 9 + 3 que deu 12 e 3 + 2 que deu 5 mas não tive tempo de acabar … e depois ia juntar tudo." Ao ser alertada para o facto de não estar a respeitar as ordens dos números pois não estava a considerar dezenas e centenas, apercebeu-se de que não poderia "juntar" todos os resultados a que tinha chegado e afirmou "… pois, eu estava a tentar fazer o algoritmo na minha cabeça, por isso é que somei assim mas se calhar não dá…"

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental IV – 3ª Sessão (23/04/2014)

Esta sessão foi composta apenas por uma parte que continha 4 expressões. Mais uma vez, optámos por realizar apenas 4 expressões pois o tempo disponível para a realização da sessão não seria muito.

Os alunos foram informados, novamente, de que não poderiam recorrer ao algoritmo e que teriam 45 segundos para a realização de cada expressão.

73 + 38 + 7 =	**73 + 7 = 80** **80 + 30 = 110** **110 + 8 =118**	**Formar dezenas**
1576 - 556 =	576 – 556 = 20 1576 – 556 = 1020	**Subtrair por partes**
24 x 19 =	24 x 19 = 31 x (20 – 1) 31 x 20 = 620 620 – 31 = 589	**Decompor um dos fatores**
80 x 40 =	80 = 8 x 10 e 40 = 4 x 10 8 x 4 = 32 10 x 10 = 100 32 x 100 = 3200	**Produto de múltiplos de 10**

Figura 16. 3.ª Sessão

De uma forma geral, a turma demonstrou melhorias desde a última sessão, talvez por a mesma ter sido realizada no dia anterior.

A apreciação global é positiva embora os alunos, na sua maioria, continuem a demonstrar mais dificuldade nas multiplicações.

Os casos

Os alunos continuam a apresentar as mesmas estratégias, não havendo, por isso, muitos progressos a apontar.

Mais uma vez, o João foi capaz de resolver todas as expressões e de explicar corretamente o seu raciocínio. A restante turma ouve as suas explicações e acha-as bastante interessantes.

A Francisca já demonstrou um pouco de mais motivação, até porque acertou a maioria das expressões. Mas, ao ser questionada, continua a não ser capaz de explicar e comunicar o seu raciocínio, dizendo apenas "eu fiz assim e não sei explicar porquê"

A Maria demonstrou as mesmas dificuldades, embora já se sinta mais confiante na comunicação, mesmo não tendo a certeza de que esteja certa.

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental V – 4ª Sessão (06/05/2014)

Esta sessão foi composta por duas partes, em que a primeira tinha 4 expressões e a segunda apenas um problema. Os alunos foram informados de que teriam 40 segundos para a resolução das expressões, visto terem demonstrado na sessão anterior que 45 segundos era muito tempo, e para a situação problemática 1 minuto, tendo em conta a facilidade da mesma.

1.ª Parte	529 + 299 =	529 + (300 – 1) 529 + 300 = 829 829 – 1 = 828	**Compensação**
	99 - 51 =	99 = (99 + 1) e 51 = (50 + 1) 100 – 50 = 50 50 – 2 = 48	**Compensação**
	88 x 50 =	88 x 50 = 88 x (100:2) 88 x 100 = 8800 8800 : 2 = 4400	**Compensar para obter a centena**
	24 x 21 =	24 x 21 = 24 x (20 + 1) 24 x 20 = 480 480 + 24 = 504	**Decompor um dos fatores**

Figura 17. 1.ª parte da 4.ª Sessão

2.ª parte	**Uma fábrica produz 10 085 lâmpadas por dia. Quantas lâmpadas produzirá em:** **10 dias?** **100 dias?** **1000 dias?**	10085 x 10 = 100850 10085 x 100 = 1008500 10085 x 1000 = 10085000	**Produto de múltiplos de 10**

Figura 18. 2.ª parte da 4.ª Sessão

A nível geral, a turma já demonstra alguns progressos até porque já são capazes, na sua grande maioria, de resolver as expressões no tempo estipulado, e até em menos.

O facto das sessões terem sempre a mesma estrutura de expressões, consideramos que veio facilitar os progressos que já se observam pois, tendo em conta que não há possibilidade de fazer muitas vezes sessões de cálculo mental com esta turma, devido à proximidade com os exames nacionais, os alunos podem trabalhar bem estas estratégias, de uma forma o mais rotineira possível.

Após a 2.ª parte desta sessão, entendemos que seria interessante adicionar uma outra sessão em que os alunos apenas seriam questionados quanto a 1000, 2000, 3000, 4000, … dias, de forma a perceber se os alunos teriam compreendido o raciocínio da estratégia de produtos de múltiplos de 10.

Os casos

Na expressão 529 + 299, a aluna Francisca tentou resolver através da decomposição, tentando adicionar ordem a ordem mas, ao fazê-lo, confundiu os algarismos sem perceber bem a que ordem é que cada um pertencia. Ao ser questionada afirmou que não tinha escolhido a melhor estratégia e referiu ainda que "eu fiz assim porque costumo fazer assim e nem olhei bem para a conta porque agora que estou a ver bem acho que não devia ter feito assim"

A Maria demonstra já progressos na adição e na subtração pois já é capaz de "não fazer o algoritmo na cabeça" mas pensar sobre a operação e qual a melhor forma para a resolver. Para surpresa, quando questionada acerca da resolução da operação 529 + 299, a aluna afirmou, com toda a certeza "essa era fácil porque do 299 para o 300 é só 1 de diferença por isso eu somei 529 mais 300 e depois subtrai um" Para a subtração 99 – 51, a aluna

demonstrou exatamente o mesmo tipo de raciocínio, recorrendo mais uma vez à compensação pois "eu vi logo que podia fazer a conta com 100 e depois era só subtrair."

Quanto à multiplicação, revela ainda algumas dificuldades. Na expressão 88 x 50, a aluna tentou resolver o algoritmo horizontal mas o seu resultado saiu incorreto por não ter desenvolvido ainda um bom sentido de número e de não se ter apercebido do valor dos algarismos no número. Continua a ver, em alguns casos, os números como meros algarismos, sem respeitar o seu valor.

Relativamente ao problema, nenhum dos três alunos revelou dificuldade na sua execução.

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental VI – 5ª Sessão (07/05/2014)

Esta sessão foi igual à anterior pois foi composta por duas partes, em que a primeira tinha 4 expressões e a segunda apenas um problema. Os alunos foram informados de que teriam 40 segundos para a resolução das expressões, visto terem demonstrado na sessão anterior que 45 segundos era muito tempo, e para a situação problemática 1 minuto e meio.

1.ª Parte	71 + 58 + 9 =	71 + 9 = 80 80 + 50 = 130 130 + 8 = 138	**Formar dezenas**
	2596 – 536 =	596 – 536 = 60 2596 – 536 = 2060	**Subtrair por partes**
	44 x 19 =	44 x 19 = 44 x (20 – 1) 44 x 20 = 880 880 – 44 = 836	**Decompor um dos fatores**
	20 x 60 =	20 = 2 x 10 e 60 = 6 x 10 2 x 6 = 12 10 x 10 = 100 12 x 100 = 1200	**Produto de múltiplos de 10**

Figura 19. 1.ª parte da 5.ª Sessão

2.ª Parte	**A Teresa pensou no número 9. Multiplicou por 80 unidades.** **Multiplicou o resultado por 2 e subtraiu 50 unidades.** **Que número obteve?**	$9 \times 80 = 9 \times (8 \times 10)$ $9 \times 8 = 72 \times 10 = 720$ $720 \times 2 = 1440$ $1440 - 50 = 1440 - (40 + 10)$ $1440 - 40 = 1400 - 10 = 1390$	**Produto de múltiplos de 10** **Dobro** **Decomposição**

Figura 20. 2.ª parte da 5.ª Sessão

De uma forma geral, esta sessão foi muito semelhante à anterior. Apenas diferiu o tempo para a realização da situação problemática que, devido à dificuldade, lhes foi dado 1 minuto e meio. Os alunos continuam a revelar alguns progressos, o que nesta fase é bastante importante pois o ano letivo está quase a terminar.

Os alunos continuam a revelar mais dificuldades nas multiplicações mas apresentam muitas melhorias relativamente às primeiras sessões.

Os casos

O João, mais uma vez, apresentou todos os cálculos corretos e soube comunicá-los muito bem.

A Francisca cometeu o mesmo erro da sessão anterior, na expressão 71 + 58 + 9 pois tentou recorrer à decomposição mas não respeitou as ordens, o que fez com que o seu resultado estivesse incorreto. Ao ser questionada quanto à realização do mesmo e quando lhe foi pedido que explicasse como tinha resolvido, a aluna, que já tinha ouvido outros colegas a expor as suas estratégias, apercebeu-se de que o seu resultado estava errado e não o quis comunicar, referindo, mais uma vez que não tinha feito porque não sabia.

A Maria não foi capaz de realizar a expressão 44 x 19 e, quando questionada, afirmou que não tinha tido tempo. Foi-lhe pedido que, já com algumas estratégias expostas, tentasse resolver e, com algum tempo para poder pensar nos cálculos, e com algum auxílio por parte dos colegas, conseguiu resolver a expressão, multiplicando 44 por 2, depois por 10 para, no fim, adicionar 44.

O problema apresentado foi um desafio. Apenas o João conseguiu resolver e referiu que "achei que era mais fácil ir registando tudo e enquanto escrevia pensava… as contas não eram difíceis, o que era difícil era perceber tudo e fazer tudo no tempo". A Maria e a

Francisca não conseguiram resolver, embora a Francisca tenha tido todos os raciocínios corretos, apenas não teve tempo para concluir, enquanto que a Maria apenas conseguiu resolver o primeiro cálculo (9 x 80).

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental VII – 6ª Sessão (13/05/2014)

Esta sessão foi composta apenas por uma parte que continha 4 expressões. Tendo em conta a proximidade com os Exames Nacionais, o tempo para a realização das sessões de cálculo mental não é muito pois os alunos encontram-se em constante preparação.

530 + 270 =	500 + 200 = 700 30 + 70 = 100 700 + 100 = 800	**Adicionar por ordens**
99 – 25 =	(99 + 1) - 25 100 – 25 = 75 75 – 1 =74	**Compensação**
96 x 50 =	96 x 50 = 96 x (100:2) 96 x 100 = 9600 9600 : 2 = 4800	**Compensar para obter a centena**
42 x 21 =	42 x 21 = 42 x (20 + 1) 42 x 20 = 840 840 + 42 =882	**Decompor um dos fatores**

Figura 21. 6.ª Sessão

De uma forma geral esta sessão correu muito bem. Os alunos apresentam, na grande maioria, progressos relevantes, os erros apresentados são muito poucos e apenas, na grande maioria da turma, nas operações de multiplicação.

Como tem vindo a acontecer, todas as estratégias são exploradas no quadro e todos os alunos têm tempo para as perceber e tirar todas as dúvidas que possam surgir.

Os casos

A Maria começa a revelar muitos progressos, o que nos deixa bastante satisfeitos pois a aluna tem-se esforçado e tem trabalhado bastante, embora ainda tenha manifestado dificuldades nas multiplicações pois continua a tentar resolvê-las através da, como ela afirma, "conta deitada".

A Francisca continua a recorrer às mesmas estratégias mas já as consegue concretizar, em alguns casos, no tempo previsto. A sua insistência pela mesma estratégia, a decomposição, não querendo aceitar novas estratégias, leva-nos a considerar que a aluna apenas se sente confortável com aquela estratégia, mesmo já tendo percebido que nem sempre é a melhor alternativa, que há melhores, consoante o contexto.

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental VIII – 7ª Sessão (14/05/2014)

Esta última sessão foi composta apenas por uma parte que continha 4 expressões e por um problema.

Foi dito aos alunos que, como nas sessões anteriores, não poderiam recorrer ao algoritmo e que teriam 40 segundos para a realização de cada uma das expressões e 2 minutos para a resolução do problema.

1.ª Parte	75 + 48 + 2 =	75 + (48 + 2) 75 + 50 = 125	**Formar dezenas**
	45562 – 532 =	562 – 532 = 30 45562 – 532 = 45030	**Subtrair por partes**
	58 x 19 =	58 x 19 = 58 x (20 – 1) 58 x 20 = 1160 1160 – 58 = 1102	**Decompor um dos fatores**
	30 x 90 =	30 = 3 x 10 e 90 = 4 x 10 3 x 9 = 27 10 x 10 = 100 27 x 100 = 2700	**Produto de múltiplos de 10**

Figura 22. 1.ª parte da 7ª Sessão

2.ª Parte	**A Teresa pensou no número 6. Multiplicou por 20 unidades.** **Multiplicou o resultado por 2 e subtraiu 40 unidades.** **Que número obteve?**	6 x 20 = 120 120 x 2 = 240 240 – 40 = 200	**Produto de múltiplos de 10**

Figura 23. 2.ª parte da 7.ª Sessão

A turma já começa a mostrar cansaço, o que leva a uma maior desmotivação e desinteresse e, consequentemente, mais erros e distrações. Os alunos sentem-se também muito pressionados com os exames e querem trabalhar o mais possível para os mesmos, especialmente para o exame de português.

Os casos

O João, embora se sinta um pouco desmotivado, continua a resolver todas as expressões de forma correta.

A Francisca continua a apresentar, por vezes, os mesmos erros por continuar a recorrer sempre à estratégia da decomposição. Por esse motivo não conseguiu resolver 2 das 4 operações, uma subtração e uma multiplicação. Na operação 45562 – 532, recorreu à decomposição e explicou, em plenário que "eu vi que era 40000, 5000, 500, 60 e 2 e que o outro era 500, 30 e 2 e depois fiz a conta na cabeça". Demonstra o seu sentido de número mas a escolha da estratégia não foi a mais acertada. Mesmo quando é confrontada com este facto, confirma que a estratégia não foi bem escolhida mas que é a que ela "mais gosta de usar".

A Maria continua a apresentar algumas dificuldades, especialmente na multiplicação. Na expressão 58 x 19, a aluna já foi capaz de começar o raciocínio e de o comunicar em plenário, embora o tempo não tenha sido suficiente para a sua conclusão.

Quanto ao problema, os três alunos não revelaram grande dificuldade na sua execução. Todos os alunos conseguiram resolver no tempo previsto.

Descrição e Análise da Rotina de Cálculo Mental X – Pós-teste (27/05/2014)

Entre a realização da última sessão e o pós-teste, houve uma semana de interrupção devido aos exames nacionais.

O pós-teste foi em tudo igual ao pré-teste, desde as expressões apresentadas ao tempo de realização das mesmas. Optou-se por fazer um pós-teste exatamente igual ao pré-teste, visto que todas as sessões seguiram a mesma estrutura.

Esta sessão tinha como principal objetivo perceber a evolução dos alunos e quais as estratégias que mais evidenciavam aprendizagem.

Os resultados foram bastante positivos, o que nos deixou bastante surpresos.

56 + 30 =	50 + 30 = 80 80 + 6 = 86	**Decomposição**
153 – 80 =	153 = 150 + 3 150 – 80 = 150 – (50+30) 150 – 50 = 100 – 30 = 70 70 + 3 = 73	**Decomposição**
300 + 101 =	300 + 100 + 1 400 + 1 = 401	**Decomposição**
151 + 299 =	151 = 150 + 1 e 299 = 300 - 1 150 + 300 = 450 450 + 1 – 1 = 450	**Compensação**
14 x 19 =	14 x 19 = 14 x (20 – 1) 14 x 20 = 280 280 – 14 = 266	**Decompor um dos fatores**
27 x 21 =	27 x 21 = 27 x (20 + 1) 27 x 20 = 540 540 + 27 =567	**Decompor um dos fatores**
60 x 40 =	60 = 6 x 10 e 40 = 4 x 10 6 x 4 = 24 10 x 10 = 100 24 x 100 = 2400	**Produto de múltiplos de 10**
10000 – 6500 =	10000 – 6500 = 10000 – (6000 + 500) 10000 – 6000 = 4000 4000 – 500 = 3500	**Decomposição**
28 x 50 =	28 x 50 = 28 x (100:2) 28 x 100 = 2800 2800 : 2 = 1400	**Compensar para obter a centena**

Figura 24. Pós-teste

Tal como já foi referido, os resultados apresentados pela turma foram bastante positivos, manifestando evolução a nível de cálculo mental e de sentido de número. De uma forma geral, é visível que os alunos estão também mais à vontade com a exposição oral, tendo maiores capacidades para comunicar o seu raciocínio e as suas estratégias.

Os casos

O João foi o aluno que demonstrou menos evolução, comparativamente ao pré-teste pois é um aluno que já apresentava um bom sentido de número, com fluência de cálculo e com boa comunicação. Ao longo do tempo evoluiu pois teve conhecimento de novas estratégias e teve a capacidade de adequar os novos conhecimentos a diferentes situações.

A Francisca foi uma aluna "de altos e baixos". Esta aluna, como já foi referido, é uma aluna que está habituada a não falhar, tem sempre bons resultados nas diferentes áreas e embora tenha dificuldades consegue ultrapassá-las. Neste caso, o cálculo mental revelou-se algo muito complicado para ela pois os resultados que começou a apresentar não lhe foram satisfatórios, o que fez com que, por vezes, mostrasse alguma resistência às tarefas. Além de ter questionado muitas vezes a investigadora quanto ao facto do porquê de ter que fazer aquilo se com o algoritmo ela conseguia resolver todas as operações. Por muito que lhe fosse explicada a importância do cálculo mental, a aluna não se encontrou disponível para todas as novas aprendizagens. No entanto, também evoluiu na sua rapidez de cálculo. Devido à escolha de estratégias, a Francisca sentiu necessidade de "acelerar" o raciocínio, de forma a conseguir utilizar a sua estratégia de eleição em todos os contextos, respeitando o tempo estipulado para a realização das expressões.

A Maria foi a grande surpresa desta investigação. No pré-teste, a Maria confirmou ser um caso de uma aluna com muitas dificuldades tanto ao nível do raciocínio matemático, como do conhecimento de estratégias e sua aplicação, sem sentido de número, sem fluência de cálculo e com muitas dificuldades na comunicação. Na análise do pós-teste, os progressos são notórios e muito satisfatórios. A Maria apresenta sentido de número e, muito embora não tenha conseguido resolver todas as operações (das 9 realizou corretamente 7 e no pré-teste realizou corretamente 2 das 9 operações) os seus registos demonstram diferentes estratégias. Em plenário, quando questionada sobre as estratégias utilizadas, a Maria conseguiu exprimir-se bem e comunicar as suas estratégias e resultados.

As maiores dificuldades da Maria prendiam-se com as operações de subtração e multiplicação e, no pós-teste, a Maria resolve facilmente as expressões 60 x 40 e 28 x 50, justificando-as com muita certeza, convicção e entusiasmo.

É também visível que a aluna passa a utilizar corretamente a estratégia da decomposição e da compensação e deixa de ver os números como algarismos isolados.

4.6. Avaliação do Plano de Ação

Neste ponto será avaliado todo o plano de ação desenvolvido nesta investigação, ao qual faremos uma análise e sua respetiva discussão de resultados, tentando triangulá-los. Para

isso, tivemos em consideração a entrevista realizada à professora cooperante, as tarefas executadas pelos alunos e os resultados do pré-teste e do pós-teste.

4.6.1. Análise e Discussão dos Resultados

Pré-teste: O pré-teste foi o primeiro momento da investigação e teve como objetivo verificar as dificuldades dos alunos detetadas na observação e indicadas pela PTT. Apesar da PTT na entrevista ter referido que existia um trabalho no cálculo mental, ao referir que a rotina de cálculo deve ser realizada "Diariamente (…) Em qualquer disciplina (…)", na análise feita ao pré-teste, as dificuldades dos alunos foram percetíveis pois, a grande maioria da turma, apresentou grandes dificuldades de cálculo, com pouca fluência de cálculo, sem sentido de número e com o recurso apenas à decomposição como estratégia de cálculo.

Tendo em conta os resultados do pré-teste, todas as sessões de cálculo mental foram pensadas e planeadas de forma a reduzirem as dificuldades da turma, desenvolver estratégias de cálculo e também o sentido de número.

Operação da adição: A operação da adição não se revelou uma dificuldade para os alunos. Os resultados apresentados estavam maioritariamente corretos e, quando não o estavam, seria apenas por falta de tempo. Embora os alunos não apresentassem dificuldades aparentes nestas operações, as mesmas continuaram a ser apresentadas pois seriam boas oportunidades para trabalhar diferentes estratégias, a fluência de cálculo e, consequentemente o sentido de número, visto que os alunos não apresentavam dificuldades no cálculo.

Os alunos recorriam maioritariamente à decomposição e, de uma forma gradual foram recorrendo a outras estratégias como a compensação, a utilização de "números amigos" e ainda os dobros e metades. Na 1.ª sessão de cálculo, a rotina de cálculo mental II, a Maria afirma "comecei a somar o 9 mais 5, e depois o 9 mais o 0 e depois o 3 mais o 2 e ia juntar …", o que demonstrou falta de sentido de número mas uma tentativa de utilização da estratégia de decomposição. Já na 7.ª sessão, a rotina de cálculo mental VIII, a mesma aluna, para a expressão 75 + 48 + 2 afirma que "eu somei logo o 2 e o 48 para ser mais

fácil, porque assim fica 50 e depois é só somar o 75…", o que demonstra a sua evolução na fluência de cálculo e no sentido de número. Tanto a Francisca com o João não apresentavam dificuldades nas operações de adição.

Operação da subtração: A operação da subtração, tal como na adição, não se mostrou um desafio mas, como nas operações da adição, considerámos que seria importante incluí-las pois, embora os alunos não demonstrassem muitas dificuldades no cálculo seriam operações importantes para trabalhar todos os outros aspetos como a fluência, estratégias, sentido de número e ainda a comunicação oral. A Maria, mais uma vez, foi quem demonstrou mais dificuldades

Operação da multiplicação: A operação da multiplicação foi a operação onde os alunos demonstraram mais dificuldades, sem recurso a estratégias de cálculo. Como não podiam recorrer ao algoritmo escrito, a grande maioria dos alunos tentou realizar o algoritmo de cabeça, o que proporcionou muitos erros, especialmente devido aos transportes.

A Maria foi o caso que mais dificuldades encontrou nestas operações. Na 1.ª sessão, rotina de cálculo mental II, a aluna não foi capaz de resolver nenhumas das expressões (48 x 50 e 31 x 19). Quando questionada, e depois de alguma persistência e explicações, a aluna conseguiu, para a operação 48 x 50, multiplicar por 100 mas não foi capaz de calcular a metade e, sem esta persistência, a aluna, ao olhar para a expressão, não foi capaz de identificar a relação entre 50 e 100, revelando a sua falta de sentido de número mas, já na 7.ª sessão, rotina de cálculo VIII, embora não tenha conseguido resolver a expressão por falta de tempo, iniciou o raciocínio correto e foi capaz de comunicar a sua estratégia afirmando "Eu não consegui acabar mas fiz 58 x 10 (…) e depois ia multiplicar por 2 (…) era a mesma coisa que fazer vezes 20 e depois tinha que tirar uma vez o 58 (…)", demonstrando assim muita evolução tanto na utilização de estratégias, como no desenvolvimento do sentido de número e da comunicação oral.

A Francisca, no pré-teste, para a expressão 60 x 40, apresenta o resultado 240 e, quando questionada refere que "(…) o resultado tem que ser 240 porque é 6 x o 4 que dá 24 e depois é 0 x 0 que dá 0 (…) 24 + 0 dá 240 (…)" revelando também a sua falta de sentido de número pois não foi capaz de compreender que os algarismo 6 e 4 não seriam os

número 6 e 4 mas sim 60 e 40. Já nos pós-teste, a aluna apresentou um resultado correto, resolveu a operação de forma mais rápida e, quando questionada, afirmou que “ (…) era só pensar em 6 x 4, que dá 24 e depois ver que é 10 x 10 porque ao 6 falta uma dezena e ao 4 falta outra (…) multiplicas o 24 por 100 e dá 2400 (…)”, revelando assim a sua evolução pois, além de ter realizado o cálculo de forma mais rápida, recorreu a uma estratégia com a qual se sente à vontade, a decomposição, mas soube ser capaz de identificar os números e não os algarismos.

O João relativamente à multiplicação, melhorou na fluência de cálculo pois, nas primeiras sessões não foi capaz de resolver algumas das expressões de multiplicação devido ao tempo e, para o fim das sessões, já as resolvia facilmente no tempo estipulando. Em termos de estratégias, o João já evidenciava, no início, boas estratégias de cálculo para a multiplicação.

Problemas: Os problemas não foram um grande desafio para os alunos pois demonstraram estar acostumados a este tipo de tarefa, tal como a PTT refere na entrevista “Todas as vezes que se resolvem (…) situações problemáticas ou ainda o problema da semana” – atividade a que os alunos mostram muito empenho e gosto (…)” Ainda assim foram notórias algumas dificuldades a nível da interpretação e também relativamente ao tempo de realização as mesmas. A grande maioria dos alunos gastava quase todo o tempo a ler e interpretar a situação, não sobrando muito para a realização, visto que o tempo era cronometrado.

Tendo em conta que os alunos mostraram estar familiarizados com este tipo de tarefa, e tendo também em consideração as dificuldades apresentadas e o tempo possível para a realização da investigação, não se apostou muito nos problemas mas mais nas expressões pois permitiam ser realizadas num tempo menor, deixando mais espaço para as discussões em plenário.

Pós-teste: O pós-teste foi a última fase desta investigação e tinha como objetivo perceber a evolução dos alunos, a nível da aprendizagem de estratégias, fluência de cálculo e no desenvolvimento do sentido de número.

A evolução foi muito significativa pois o número de respostas erradas diminuiu significativamente. De uma forma geral, os alunos passaram a olhar para os números como números e não como algarismos isolados, adquirindo assim sentido de número. Em termos de recurso a estratégias, deixaram de utilizar apenas a decomposição para utilizar outras estratégias de cálculo, recorrendo a "números amigos", dobros e metades. A compensação era também uma estratégia não utilizada pelos alunos e, de uma forma geral, passaram a utilizá-la.

Consideramos que estes alunos ainda terão que trabalhar bastante até porque este trabalho deverá ser rotineiro e sistemático.

Quanto aos casos de estudo foram também observadas evoluções. O João foi o aluno que apresentou menos evolução pois já era um aluno com muito boa fluência de cálculo, com sentido de número bem definido e com utilização de estratégias diversificadas. Embora seja um aluno de sucesso, através das discussões em plenário, pôde partilhar as suas estratégias, evoluindo assim na comunicação, embora a mesma já fosse boa também, mas teve, igualmente, a oportunidade de conhecer novas estratégias, partilhadas pelos colegas. O João procurava sempre a estratégia mais adequada para a situação e nem sempre o conseguia fazer, embora não errasse os cálculos e, durante as discussões em plenário, ouvia atentamente os colegas de forma a perceber qual seria a estratégia mais adequada, a sua ou uma de um dos colegas. Consideramos que é esta confiança e o facto de não ter medo de errar, que fazem com que este aluno seja um aluno de sucesso.

A Francisca foi a aluna que durante a investigação se mostrou menos interessada e motivada. Tal como foi sendo referido ao longo das descrições e análises das diversas sessões, a Francisca é uma aluna que não está habituada a errar e consideramos que o facto de ter descoberto uma fragilidade, fez com que se desmotivasse, adotando, por vezes, uma postura de resistência ao invés de fazer, errar e aprender com o erro. Como se sentia confortável com a estratégia da decomposição, foi para si um pouco difícil recorrer a outras estratégias pois a probabilidade de erro numa estratégia diferente seria maior. Mesmo admitindo que aquela não seria a melhor estratégia a adotar para as diferentes expressões, não conseguiu enveredar por outro caminho. Mesmo com todos estes obstáculos, a Francisca demonstrou alguns progressos especialmente no desenvolvimento do sentido de número e na fluência de cálculo pois, como também já foi referido, o facto

de querer utilizar sempre a estratégia da decomposição fez com que tivesse a necessidade de realizar os cálculos de uma forma mais rápida.

A Maria foi a aluna que, sem dúvida, demonstrou mais evolução. Até ao meio da investigação, os progressos apresentados foram muito poucos mas, muito perto do fim, a aluna revelou-se e obteve resultados muito positivos no pós-teste. Embora tenha ainda que trabalhar bastante, os resultados demonstraram que a aluna adquiriu sentido de número, conhecimento e aplicação de novas estratégias como a compensação, a utilização dos "números amigos", dobros e metades e ainda a decomposição de um dos fatores na multiplicação e também a fluência de cálculo.

Com a aplicação do pós-teste foi fácil verificar que as sessões de cálculo mental, de uma forma rotineira permitiram "trabalhar com os números e não com os algarismos; (…) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares" (Ribeiro *et al*, 2009, p. 7, 8).

4.6.2. Conclusões

Esta investigação permitiu-nos retirar conclusões sobre o trabalho com cálculo mental, em contexto rotineiro e qual a sua importância para o desenvolvimento do sentido de número. Neste ponto, pretendemos dar resposta às questões de investigação, indo ao encontro do objetivo geral do estudo: desenvolver a proficiência no cálculo mental de modo a promover o desenvolvimento do sentido de número, em contexto rotineiro e de resolução de problemas envolvendo as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais.

Passamos então às questões de investigação.

- Que estratégias de cálculo mental são usadas nas rotinas de cálculo, que envolvam as operações da adição, subtração e multiplicação com números naturais e como evoluem ao longo do trabalho nas diferentes sessões de cálculo mental?

Este estudo foi trabalhado de modo a "desenvolver um progressivo repertório de estratégias de cálculo mental para que os alunos possam escolher uma, de acordo com o tipo de problema e da sua própria referência" (Ribeiro *et al*, 2009, p.8) Assim sendo todo o trabalho foi desenvolvido de modo a que os alunos conhecessem o maior número possível de estratégias para que, consoante a situação, pudessem escolher e adequar a estratégia.

Quando iniciámos o estudo, a maioria dos alunos apenas demonstrava conhecer a estratégia da decomposição e, a maioria, usava-a de forma incorreta, recorrendo sempre a um pensamento algorítmico. Alguns alunos demonstraram não recorrer a estratégias de cálculo.

O João apresentava já um vasto repertório de estratégias de cálculo, incluídas a decomposição, a compensação e os múltiplos de 10. Este aluno soube adequar bem as estratégias de cálculo às operações em questão (adições, subtrações e multiplicações). A Francisca apenas recorria à decomposição para todas as operações. Com o desenvolvimento deste estudo, a aluna continuou a demonstrar uma preferência pela estratégia de decomposição levando assim, como já referido, ao desenvolvimento da fluência de cálculo mas demonstrou também ter apreendido novas estratégias. A Maria que não recorria a estratégias de cálculo no início da investigação pois considerava sempre o algoritmo, realizando a operação algarismo a algarismo, ao longo do estudo desenvolveu estratégias de cálculo para as diferentes operações. Quanto às operações de adição, a aluna passou a utilizar corretamente a decomposição e a compensação; para as operações de subtração, as estratégias de decomposição e a subtração por partes e para a multiplicação as estratégias de produtos de múltiplos de 10, a compensação e a decomposição de um dos fatores.

O trabalho com cálculo permitiu que os alunos evoluíssem quanto à utilização de estratégias. Tendo em conta as dificuldades dos alunos, o facto de não apresentarem sentido de número nem fluência de cálculo, além de não recorrerem a estratégias de cálculo, exceto, em alguns casos, a decomposição, apoiámos o nosso trabalho na proposta de Ribeiro *et al.* (2009) que afirmam que "a realização sistemática dessas tarefas ajuda a memorização dos factos numéricos básicos que são ferramentas essenciais no desenvolvimento do cálculo" (p. 8) trabalhando "um progressivo repertório de estratégias de cálculo mental para que os alunos possam escolher uma, de acordo com o tipo de problema e da sua própria referência" (p. 8). Os autores afirmam ainda que "É essencial para a aquisição de competências de cálculo, que haja um processo de exploração de números dentro de diferentes domínios, e um desenvolvimento de estratégias com as quais as formas básicas vão sendo exploradas e ensinadas…" (p. 10). Com base nesta proposta, iniciámos o nosso trabalho com o objetivo de desenvolver a estratégia da decomposição e ainda de dar a conhecer novas estratégias de cálculo, indo assim ao encontro do

desenvolvimento do sentido de número. À medida que os alunos avançavam nas sessões, foram demonstrando mais compreensão e confiança com os números e consigo próprios. Os alunos desenvolveram ainda fluência de cálculo, que é essencial. No pré-teste, a turma referiu que o tempo para a realização das expressões era insuficiente (35 segundos) mas no pós-teste, depois de concluído e discutido, foram questionados quanto ao tempo de realização, se tinha sido suficiente e todos afirmaram que tinha sido mais que suficiente pois, pelo menos para as operações de adição e subtração, "o tempo tinha sido demasiado". Foram informados que aquela sessão era exatamente igual à primeira, sessão onde se mostraram tão reticentes com o tempo. Demonstraram muito espanto e sentiram-se extremamente confiantes e satisfeitos pois aperceberam-se da sua evolução e da importância do treino sistemático e rotineiro.

Os momentos de discussão previamente preparados pela investigadora em função de cada tarefa apresentada, antecipando possíveis respostas e estratégias, erros, dificuldades e ainda questões a colocar de forma a auxiliar a exposição dos alunos, foram um fator de extrema importância para esta evolução pois foi nesses momentos que os alunos puderam trabalhar a comunicação e o raciocínio matemático, além de ser um momento de partilha de extrema importância de erros, dificuldades e sucessos, sempre composto de muitas aprendizagens (PMEB, 2007).

Foi então percetível que os alunos foram evoluindo quanto à utilização de estratégias, passando apenas da decomposição para outras estratégias como a compensação, múltiplos de 10, "números amigos", dobros e metades, e consequentemente desenvolvendo o sentido de número.

Quanto aos três alunos, o João apresentava já um vasto repertório de estratégias de cálculo, a Francisca que apenas utilizava a decomposição e, por vezes, de forma errada, passou a utilizá-la corretamente e, embora tenha sido persistente quanto a esta estratégia, no fim da investigação já se mostrava um pouco mais à vontade com a estratégia da compensação e dobros e metades. A Maria foi quem mais evoluiu, como já foi referido, pois não apresentava sentido de número nem fluência de cálculo e não recorria a estratégias de cálculo. Passou a recorrer corretamente a estratégias de cálculo como a decomposição, "números amigos", dobros e metades e ainda produtos de 10. O Exame Nacional de Matemática foi corrigido em sala de aula e alguns alunos expressaram que tinham tido alguma dificuldade na realização da 13.ª questão "Sabe-se que 340 x 10 = 3400. Usa esta

relação para calcular 340 x 9. Que valor obtiveste? Explica como chegaste à tua resposta." A aluna Maria, expressou, até com alguma indignação, que aquela questão era fácil pois era exatamente igual às que tínhamos trabalhado em sala de aula, apenas com números diferentes. Referiu que " (…) é exatamente igual aos exercícios de cálculo que fizemos com a Ana. Basta multiplicar por 10, que até já lá tá o resultado e subtrair uma vez o 340 (…) porque eles querem vezes 9 (…)." Este comentário foi bastante gratificante pois, num contexto diferente, foi notório que a aluna conseguiu mobilizar os conhecimentos e concretizar, através do cálculo mental, a operação que lhe tinha sido proposta.

- Que aprendizagens foram realizadas, durante o estudo, pelos alunos e pela professora estagiária?

Relativamente às aprendizagens realizadas pelos alunos, o trabalho com cálculo mental de forma sistemática e rotineira permitiu que os alunos trabalhassem "com os números e não com os algarismos" que usassem "as propriedades elementares de cálculo e as relações entre números" (Ribeiro *et al.*, 2009, p.7,8).

De acordo com o que foi citado, com o desenvolvimento deste estudo, os alunos da turma, de uma forma geral, puderam trabalhar novas estratégias, demonstrando assim evolução no desenvolvimento do sentido de número e na fluência de cálculo.

Quanto aos alunos que foram os casos desta investigação, o João foi o aluno que demonstrou menos evolução pois verificou-se ser um aluno de sucesso, com muito bom recurso de estratégias de cálculo, com boa fluência de cálculo e com o sentido de número muito desenvolvido. Embora este aluno já tivesse boa comunicação matemática, é neste aspeto que sentimos que ele evoluiu. A Francisca desenvolveu o sentido de número pois passou a pensar em números e não em algarismos. Esta aluna evoluiu também na fluência de cálculo pois, como já foi referido, sentiu essa necessidade devido ao facto de querer usar sempre a estratégia onde se sentia mais confortável, a estratégia da decomposição. Tendo em conta as características desta aluna, talvez não tenha sido a melhor escolha, de acordo com o perfil definido, pois a sua desmotivação foi notória, o que fez com que nem sempre desse o seu melhor. O seu medo de errar foi muito, não lhe permitindo participar ativamente nas discussões. A Maria foi a aluna que mais evoluiu pois, quando se iniciou o estudo, esta aluna era muita fraca no cálculo mental, não recorria a estratégias de cálculo e

não demonstrava qualquer sentido de número, além de não ser capaz de comunicar as suas estratégias e raciocínios. Com todo o trabalho desenvolvido nas sessões de cálculo mental, a aluna revelou ter desenvolvido sentido de número e ter apreendido novas estratégias de cálculo. Quanto à fluência de cálculo ainda terá que trabalhar pois os seus raciocínios são corretos mas nem sempre são rápidos e instintivos. As rotinas de cálculo mental, para terem impacto nos alunos, deverão ser feitas de forma sistemática e rotineira, de forma a criar uma boa relação com os números (PMEB, 2007).

Consideramos que estas aprendizagens deveriam ter acontecido ainda de forma mais rotineira e sistemática mas, devido ao fator tempo, tal não foi possível. Nesse sentido, pensamos que seria necessário um tempo mais alargado do que o tempo disponível para este estudo para que as aprendizagens se tornem significativas e permanentes. Assim sendo, concluímos que os alunos desenvolveram o sentido de número, tendo por base as rotinas de cálculo mental, revelando-se o mesmo de extrema importância.

Relativamente à professora estagiária, apreendeu também a verdadeira importância do cálculo mental para o desenvolvimento do sentido de número e compreendeu melhor este trabalho num contexto rotineiro. Este estudo contribuiu também para um aumento do conhecimento do domínio dos números, domínio esse que permitiu a planificação e realização das tarefas a implementar, de forma a que os alunos evoluíssem nas suas aprendizagens.

5. Reflexões finais

5.1. Implicações do Plano de Ação para a Prática Profissional Futura

A presente investigação tornou-se um excelente contributo para a prática profissional futura da professora estagiária pois foram vivenciadas novas experiências e muitas aprendizagens.

Ao realizar o enquadramento teórico houve a necessidade de refletir sobre a mesmo, de forma a encontrar qual o melhor percurso para estes alunos, com as suas dificuldades, tornando-se assim um grande desafio pois era necessário ir ao encontro das mesmas e proporcionar-lhes momentos ricos de aprendizagem. O professor tem um papel fundamental na evolução das aprendizagens das crianças pois é o responsável pela organização do tempo e da escolha de tarefas (PMEB, 2007). Tal como também tem que

proporcionar um ambiente em sala de aula que valorize a comunicação, a partilha de ideias e a discussão de estratégias, proporcionando assim um aumento de autoestima e de confiança dos seus alunos.

A realização desta investigação também tornou ainda mais evidente a importância de trabalhar o cálculo mental desde o início do 1.º CEB, de uma forma transversal. Esta prática deverá acompanhar o professor e os alunos ao longo de toda a escolaridade básica, de uma forma rotineira. Só assim, os alunos terão proficiência de cálculo significativo e relevante para a sua vida no dia-a-dia.

Desta forma, ao realizar este estudo, a professora estagiária pode fortalecer os seus conhecimentos em cálculo mental, essencial para que o trabalho com os alunos seja positivo. Permitiu ainda que a professora se tornasse investigativa e reflexiva sobre a sua própria prática pois teve a necessidade de questionar constantemente as suas práticas e refletir sobre as mesmas (Ponte, 2002).

5.2. Potencialidades e Limites do Estágio na Promoção do Desenvolvimento Profissional

Esta investigação, como foi referido, baseou-se numa metodologia sobre a própria prática. Esta metodologia foi uma mais-valia pois foi necessário refletir sobre os alunos, sobre as suas dificuldades, sobre as tarefas a aplicar para que pudessem promover a evolução dos alunos e ainda sobre todo o trabalho da professora estagiária. Além disso foi uma excelente oportunidade para transferir os conhecimentos teóricos sobre o cálculo mental para a prática, na sala de aula.

As conclusões deste estudo levaram-nos a refletir sobre a importância do cálculo mental no 1.º ciclo pois pudemos confirmar que se o trabalho com cálculo mental for realizado de forma rotineira e sistemática, os alunos apreendem novas estratégias e desenvolvem não só o cálculo como também o sentido de número. Nesse sentido, o professor assume um papel de extrema importância pois é da sua responsabilidade proporcionar um bom ambiente de aprendizagem, além de ter também que selecionar tarefas que proporcionem a evolução os alunos.

Este estudo foi então uma mais-valia para o desenvolvimento profissional da professora estagiária, fazendo-a refletir sobre as suas práticas além de ter fortalecido os seus conhecimentos matemáticos, em especial o cálculo mental.

Quanto a limitações, a disponibilidade por parte dos alunos terá sido a única pois o tempo possível para o desenvolvimento desta investigação limitou o número de sessões a realizar. Esta limitação deveu-se essencialmente ao facto dos alunos se encontrarem em ano de exame nacional, revelando-se o tempo disponível insuficiente para que as aprendizagens se tornassem mais alargadas, permanentes e significativas.

6. Referências Bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). A Matemática na Educação Básica. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora.

Brocardo, J. & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática (pp. 97–115). Lisboa: Escolar Editora.

Brocardo, J. (2011). Uma linha de desenvolvimento do cálculo mental: Começando no 1º ano e continuando até ao 12º ano. Setúbal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal.

Buys, K. (2008). Mental Arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School (pp. 121-146) Netherlands: Sense Publishers. (Obra original publicada em 2001).

Carvalho, R. (2011). Calcular de cabeça ou com a cabeça?. Actas do ProfMat2011, Portugal.

Carvalho, R., Ponte, J. P. (2012). Práticas de Ensino com Cálculo Mental. Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática (p.361 – 370). Lisboa: SPIEM

Matos, J. M. e Serrazina, M. L. (1996). Didáctica da Matemática. Lisboa: Universidade Aberta.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2-8. British Columbia: Canada.

Ministério da Educação (2001). Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.

Morais, C. M., (2011). O Cálculo Mental na Resolução de Problemas: Um estudo no 1.º ano de escolaridade. (Tese de mestrado). ESE: Lisboa.

NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa: APM.(Trabalho original publicado em inglês em 2000).

Noteboom, A., Bokhove, J. & Nelissen, J. (2008). Glossary Part I. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School (pp. 89-91) Netherlands: Sense Publishers.(Obra original publicada em 2001)

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). Didáctica da Matemática do 1º Ciclo. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. Reflectir e investigar sobre a prática profissional (pp. 5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.

Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º Ciclo – ESE Castelo Branco. (2006/2007). Acedido em:

http://educamat.ese.ipcb.pt/0607/images/PDF/Mater_1C/calculo_mental.pdf

Ribeiro, D., Valério, N. & Gomes, J. T. (2009). Cálculo Mental – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos. Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.

Taton, R. (1969). O cálculo mental (trad. M. A. Videira). Lisboa: Arcádia.

Thompson, I. (2009). Getting your head around mental calculation. In I. Thompson (Ed.), Issues in Teaching Numeracy in Primary schools, pp. 145–156. Open University Press.(Reimpressão de 1999)

Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Buys, K. (2008). Big lines. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School (pp. 95-99) Netherlands: Sense Publishers.(Obra original publicada em 2001).

Anexos

Anexo A

Planificação Anual de Matemática da Professora Cooperante

Planificação Anual/ Trimestral

Ano de escolaridade:4º

Disciplina: Matemática

Ano letivo:2013/2014

1º Período	2º Período	3º Período
Números e Operações com Números Naturais • Compreender várias utilizações do número em contextos do quotidiano. • Representar números na reta numérica. • Compreender o valor posicional de um algarismo no sistema de numeração decimal. - o milhão • Ler, compor e decompor números. • Compreender e realizar os algoritmos das quatro operações. • Compreender que os divisores de um número são divisores dos seus múltiplos e vice-versa. • Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações. • Explorar tabelas da multiplicação. • Compreender o significado do quociente e do resto numa divisão. • Compreender e usar a regra para calcular o produto de um número por 10, 100 e 1000. • Identificar e dar exemplos de múltiplos e divisores de um número natural. • Resolver problemas envolvendo as quatro operações. • Resolver problemas tirando partido da relação entre a multiplicação e a divisão. • Compreender os efeitos das operações sobre os números. • Compreender e usar a regra para calcular o quociente de um número por 10, 100 e 1000.	**Comprimento e Area** • Resolver problemas respeitantes a perímetros, utilizando e relacionando as unidades de medida de comprimento. • Resolver problemas respeitantes a áreas, utilizando e relacionando as unidades de medida de área. **Regularidades** • Investigar regularidades numéricas. • Explorar regularidades em tabelas numéricas e tabuadas. • Identificar múltiplos de um número (3,6,...). • Resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional. • Usar tabelas na resolução de problemas que envolvam o raciocínio proporcional. **Números Racionais Não Negativos** • Compreender que com a divisão de um número por 0,1/0,01 e 0,001 se obtém o mesmo resultado do que com a respetiva multiplicação por 10, 100 e 1000. • Compreender que com a multiplicação de um número por 0,1/0,01 e 0,001 se obtém o mesmo resultado do que com a respetiva divisão por 10, 100 e 1000. • Dividir com números racionais não negativos na sua representação decimal.	**Figuras no Plano e Sólidos Geométricos** • Construir figuras simétricas através de dobragens e recortes. • Identificar no plano eixos de simetria (eixo de reflexão) de figuras. • Utilizar espelhos na exploração da reflexão. • Desenhar no plano figuras simétricas relativas a um eixo horizontal ou vertical. • Construir frisos e identificar simetrias. • Explorar frisos, identificando simetrias de translação e de reflexão. **Representação e Interpretação de Dados** • Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos e responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada. • Formular questões, recolher e organizar dados utilizando tabelas de frequência e tirar conclusões. • Interpretar gráficos de barras, de pontos e circulares. • Construir gráficos de barras. • Identificar a moda num conjunto dado e usá-la para interpretar ou comparar informação. • Utilizar outras representações gráficas como o diagrama de caule-e-folhas.

Planificação Anual/ Trimestral

Ano de escolaridade:4º

Ano letivo:2013/2014

Disciplina: Matemática

1º Período	2º Período	3º Período
Números Racionais Não Negativos • Identificar partes da unidade reconstruindo-a a partir das suas partes. • Localizar e posicionar números racionais na reta numérica. • Identificar e relacionar a metade, a quarta parte e a oitava parte representá-las na forma de fração. • Identificar e relacionar a terça parte e a sexta parte e representá-las na forma de fração. • Identificar e relacionar a quinta parte e a décima parte e representá-las na forma de fração. • Ler e escrever números na representação decimal até à milésima. • Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos (0,5, ½, 50%). • Comparar e ordenar números representados na forma decimal e relacionar com números representados na forma de fração. • Utilizar modelos (circular e retangular) na representação da décima, da centésima e milésima e estabelecer a relação entre elas. • Adicionar, subtrair e multiplicar com números racionais não negativos na sua representação decimal.	**Massa** • Realizar medições de massa, usando instrumentos de medida, balanças. • Reconhecer que a medida do peso depende da unidade escolhida. • Relacionar o quilograma com os seus múltiplos e submúltiplos. • Resolver problemas respeitantes a grandezas, utilizando e relacionando as unidades de medida de massa. **Volume** • Explorar volumes de objetos, colocando-os em volumes graduados com líquido; • Compreender a noção de volume. • Realizar preenchimento de volumes por empilhamento de objetos de igual volume, contando as unidades necessárias. • Determinar o volume de um cubo de forma experimental; • Realizar medições de grandeza em unidades de volume (dm^3 e cm^3). • Projetar a construção do m^3relacionando-o com o dm^3 e o cm^3. • Comparar e ordenar medidas de volume e realizar estimativas.	

Planificação Anual/ Trimestral

Ano de escolaridade:4º

Ano letivo:2013/2014

Disciplina: Matemática		
1º Período	**2º Período**	**3º Período**
Comprimento e Área • Realizar medições de grandezas usando o metro e os seus submúltiplos. • Comparar e ordenar comprimentos. • Relacionar o metro com os seus múltiplos e submúltiplos. • Construir a unidade de medida: decâmetro. • Resolver problemas respeitantes à grandeza comprimento, utilizando as unidades de medida de comprimento. • Calcular o perímetro. • Comparar e ordenar medidas de área. • Construir o decímetro quadrado, o centímetro quadrado e o metro quadrado. • Compreender e utilizar as fórmulas para calcular a área do quadrado e do retângulo. • Resolver problemas respeitantes a áreas, utilizando e relacionando as unidades de medida de área.	**Volume e Capacidade** • Comparar e ordenar medidas de capacidade • Resolver problemas utilizando as unidades de medida de capacidade • Estabelecer relações entre o litro e os seus múltiplos e submúltiplos. • Compreender que a medida de volume depende da unidade escolhida. • Relacionar as unidades de medida de capacidade com as unidades de medida de volumes. • Resolver problemas de contexto familiar recorrendo a unidades convencionais de capacidade. **Figuras no Plano e Sólidos Geométricos** • Comparar e descrever sólidos geométricos identificando semelhanças e diferenças. • Construir sólidos geométricos analisando as suas propriedades • Investigar várias planificações do cubo a partir de uma planificação dada. • Identificar polígonos e não polígonos. • Identificar linhas retas e curvas a partir da observação de objetos e de figuras geométricas e representá-las. • Representar retas paralelas e perpendiculares. • Distinguir círculo de circunferência e relacionar o raio com o diâmetro. • Recorrer à utilização do compasso. • Compreender a noção de ângulo. • Comparar e classificar ângulos (reto, agudo, obtuso e raso. • Identificar ângulos em figuras geométricas.	

Apêndices

Apêndice A

Guião da 1ª entrevista realizada à Professora Cooperante

Muito boa tarde!

Antes de mais, muito obrigada pela sua disponibilidade para esta entrevista, de forma a contribuir para este processo de formação.

Agradeço desde já toda a sua disponibilidade para esta entrevista que tem como objetivo recolher informações acerca do desenvolvimento do cálculo mental em sala de aula de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico, e espero não ocupar mais do que 20 minutos do seu tempo.

Importa-se que esta entrevista seja gravada?

1. Na sua opinião, qual é a importância do desenvolvimento da fluência no cálculo com os alunos de 1.º Ciclo do Ensino Básico?

2. Considera que deva existir, em sala de aula, um tempo dedicado apenas para o desenvolvimento do cálculo mental? Porquê?
3. E com que frequência considera que esta rotina deva ser realizada?
4. Na sua sala de aula, como organiza o tempo definido para este tipo de trabalho em sala de aula?

5. Considera que a discussão e a partilha de estratégias utilizadas pelos alunos seja uma mais-valia? De que forma promove esses momentos?

Muito obrigada pela sua colaboração!

Apêndice B

Transcrição da 1ª entrevista realizada à Professora Cooperante (1ªEPC)

Investigadora: Na sua opinião, qual é a importância do desenvolvimento da fluência no cálculo com os alunos de 1.º Ciclo do Ensino Básico?

Professora cooperante: O cálculo é de extrema importância, no 1.º ciclo, dado que permite a "abertura" de caminhos para o dia-a-dia das crianças, possibilitando-lhes, em situações práticas, efetuar as mais diversificadas relações entre grandezas e/ou equivalências dispensando os algoritmos. O cálculo mental é um trabalho que deve ser diário, contínuo e sistemático, pois possibilita o aumento da compreensão, a descoberta de padrões que aliada à resolução de problemas estimula a comunicação. O cálculo deve ser essencialmente mental, para que os alunos desenvolvam a capacidade de ver padrões, reconhecer estruturas numéricas e lidar com as propriedades nos números.

Investigadora: Considera que deva existir, em sala de aula, um tempo dedicado apenas para o desenvolvimento do cálculo mental? Porquê?

Professora cooperante: Pode haver ou não. Que o cálculo mental deve ser trabalhado de forma exaustiva, é um facto, mas não necessariamente como uma atividade espartilhada. O cálculo mental deve fazer-se transversalmente ao longo do dia nas mais diversas atividades escolares.

Investigadora: E com que frequência considera que esta rotina deva ser realizada?

Professora cooperante: Diariamente. Em qualquer disciplina, no 1.º ciclo se podem introduzir ou trabalhar situações que envolvam cálculo mental. Por exemplo, se estivermos a trabalhar em Estudo do Meio o tema História de Portugal, poderemos trabalhar as datas dos reinados e daí surgirem imensos exercícios de cálculo mental.

Investigadora: Na sua sala de aula, como organiza o tempo definido para este tipo de trabalho em sala de aula?

Professora cooperante: No 1.º e 2.º ano de escolaridade, tenho por hábito fazer jogos com exercícios de cálculo mental, que envolvam e estimulem a competição entre pequenos grupos. Planifico as minhas tarefas diárias contemplando sempre 20 a 30 minutos para este tipo de tarefas. No 3.º e 4.º ano de escolaridade já o faço maioritariamente de forma transversal às várias disciplinas. No entanto, também, apresento momentos em que se arrumam os materiais e apenas são feitos exercícios de cálculo mental.

Percorrendo a turma com adições, subtrações, multiplicações, divisões, envolvendo números inteiros e decimais ou resolvendo situações problemáticas, os alunos ficam muito atentos e a maioria efetua os cálculos dos colegas para ver se algum se engana, detetando sempre as falhas quando estas ocorrem. Nunca é uma tarefa exclusivamente direcionada, dado que surge a discussão face a determinados resultados apresentados e é necessário verificar se determinado cálculo está correto, escamoteando as estratégias que foram utilizadas pelos alunos envolvidos na discussão dos resultados apresentados.

Investigadora: Considera que a discussão e a partilha de estratégias utilizadas pelos alunos seja uma mais-valia? De que forma promove esses momentos?

Professora cooperante: A troca de experiências é sempre uma mais-valia. Uma das situações que qualquer professor deve considerar fundamental é a troca de estratégias para chegar a determinado resultado. Quer no que toca ao cálculo mental simples, quer em relação às situações problemáticas sempre estimulei e explorei as estratégias apresentadas pelos alunos. Discutem-se as estratégias de resolução que cada aluno apresenta e discute-se qual o caminho que foi mais fácil e o mais difícil para determinada resolução. Os alunos têm de ter confiança em si próprios e descobrir que, embora fazendo diferente do colega do lado, não quer dizer que o seu percurso esteja errado, - é apenas diferente. Todas as vezes que se resolvem exercícios dos manuais, ou situações problemáticas ou ainda o "problema da semana" – atividade que os alunos mostravam muito empenho e gosto, porque envolvia a família e possibilitava um tempo considerável para a discussão - surgiam estratégias

novas de resolução e os alunos empolgavam-se muito em ver quem resolvia corretamente, mas com uma estratégia diferente das já apresentadas.

Estas são algumas das formas de trabalhar e estimular o cálculo mental em sala de aula que proporcionam discussão e estimulam os alunos para desenvolverem a capacidade de ver padrões, reconhecer estruturas numéricas e lidar com as propriedades nos números como anteriormente referi.

Apêndice C

Análise de conteúdo da entrevista realizada à Professora Cooperante

Categoria	**Subcategorias**	**Evidências**
Importância do cálculo mental	O cálculo mental no quotidiano	"O cálculo é de extrema importância (…) dado que permite a "abertura" de caminhos para o dia-a-dia (…), possibilitando-lhes, em situações práticas, efetuar as mais diversificadas relações entre grandezas e/ou equivalência (…)"
	Interdisciplinaridade	" (…) deve fazer-se transversalmente ao longo do dia nas mais diversas atividades escolares." Em qualquer disciplina, (…) se podem introduzir ou trabalhar situações que envolvam cálculo mental (…)se estivermos a trabalhar (…) História de Portugal, poderemos trabalhar as datas dos reinados e daí surgirem imensos exercícios de cálculo mental." "(…) maioritariamente de forma transversal às várias disciplinas."
	Rotinas de cálculo mental	"Diariamente (…)" "O cálculo mental é um trabalho que deve ser diário, contínuo e sistemático (...)"
	Tarefas de cálculo mental	"No 1.º e 2.º ano de escolaridade, tenho por hábito fazer jogos com exercícios de cálculo mental, que envolvam e estimulem a competição entre pequenos grupos." "Percorrendo a turma com adições, subtrações, multiplicações, divisões, envolvendo números inteiros e decimais ou resolvendo situações problemáticas, (…)"

	Discussões em plenário	"A troca de experiências é sempre uma mais-valia. Uma das situações que qualquer professor deve considerar fundamental é a troca de estratégias para chegar a determinado resultado. (…) Discutem-se as estratégias de resolução que cada aluno apresenta e discute-se qual o caminho que foi mais fácil e o mais difícil para determinada resolução."

Apêndice D

Folhas de registo das diferentes sessões de cálculo dos 3 casos

Folhas de resposta do João

Pré-teste

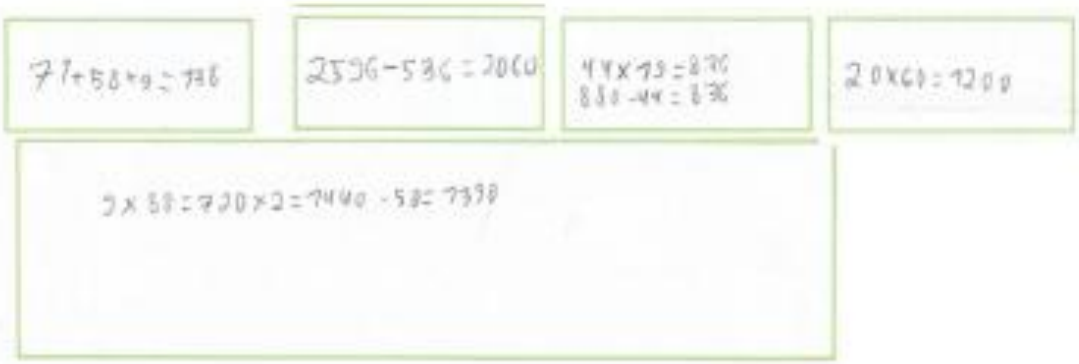
1.ª Sessão - FALTOU

2.ª Sessão

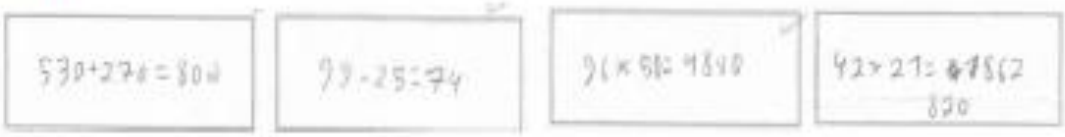
3.ª Sessão

4.ª Sessão

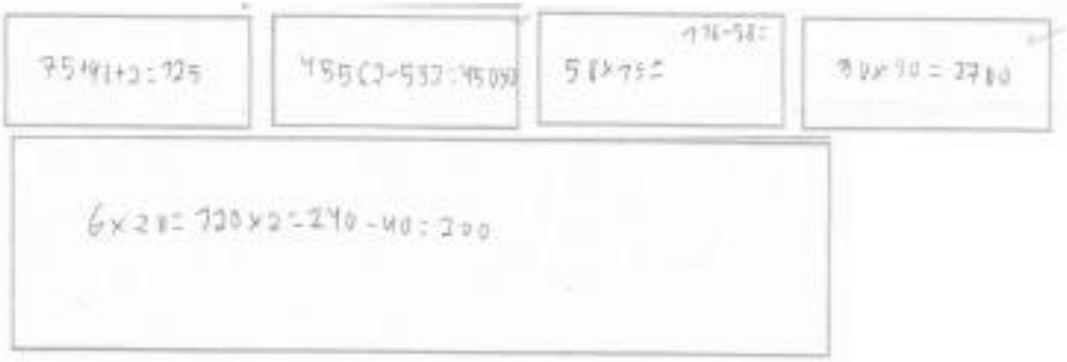
5.ª Sessão



6.ª Sessão



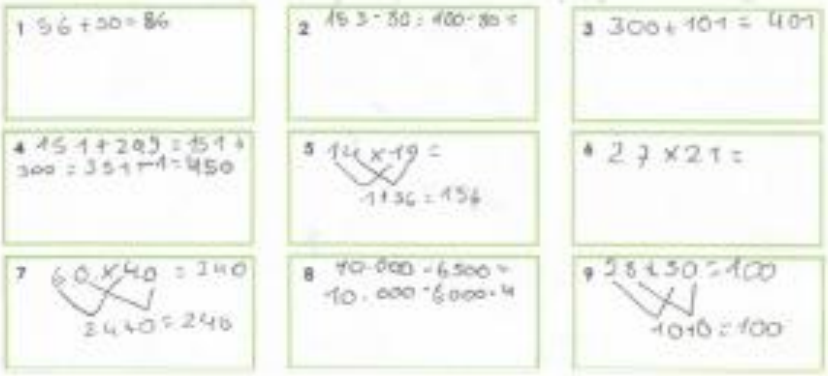
7.ª Sessão



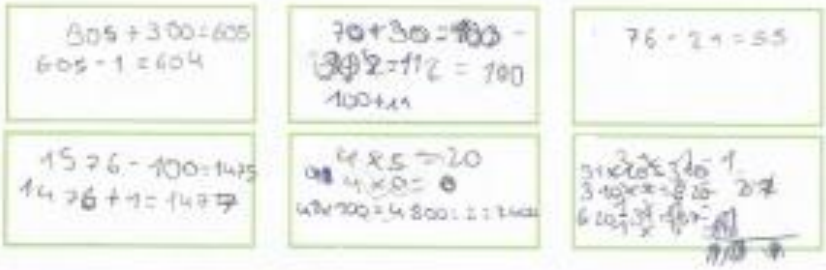
Pós-teste

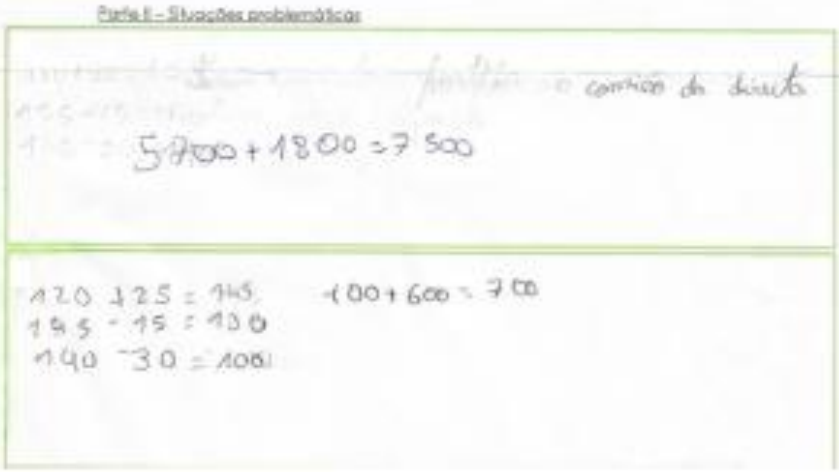
Folhas de resposta da Francisca

Pré-teste



1.ª Sessão

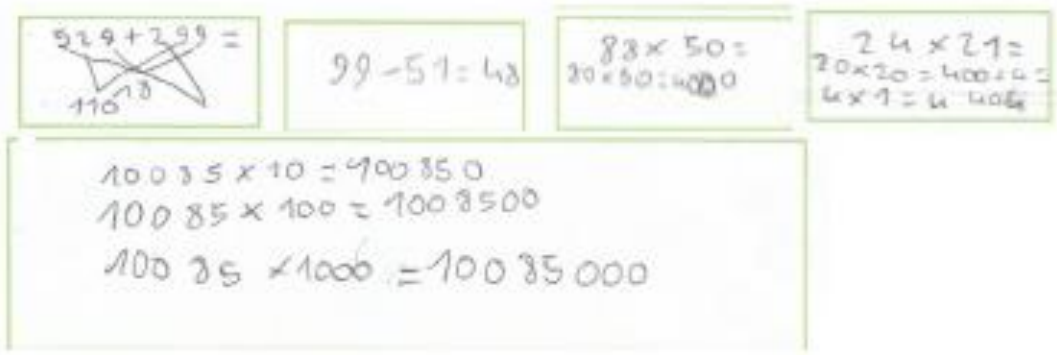




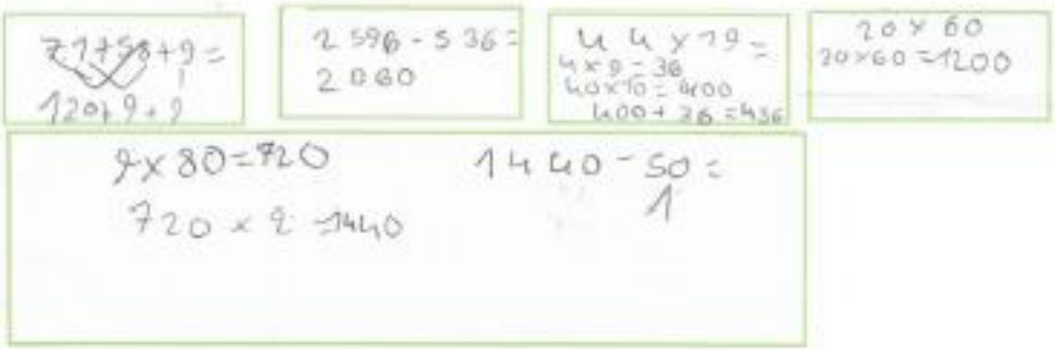
2.ª Sessão

3.ª Sessão

4.ª Sessão

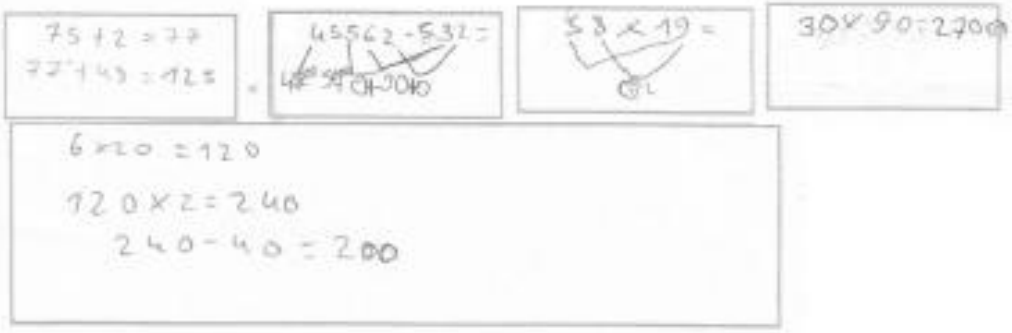


5.ª Sessão



6.ª Sessão

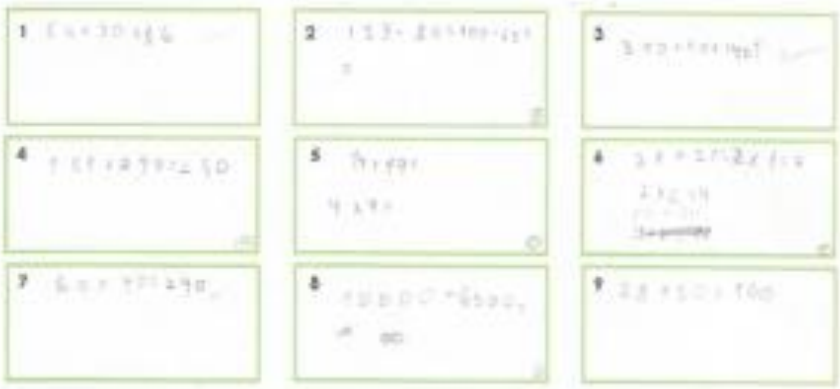
7.ª Sessão



Pós-teste

Folhas de resposta da Maria

Pré-teste



1.ª Sessão

Parte II – Situações problemáticas

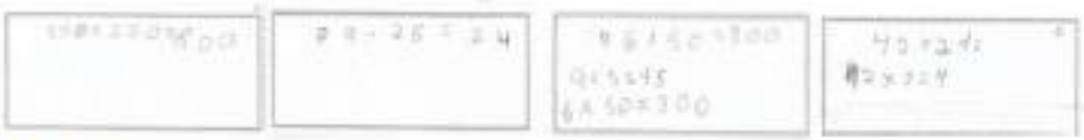
2.ª Sessão

3.ª Sessão

4.ª Sessão

5.ª Sessão

6.ª Sessão



7.ª Sessão

Pós-teste

Apêndice E

Informação aos Encarregados de Educação

Odivelas, 25 de março de 2014

Exmo. (a) Sr. (a) Encarregado (a) de Educação,

No âmbito da realização de um trabalho de investigação de Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico, onde procuro compreender de que forma se desenvolve o cálculo mental no 4.º ano de escolaridade e qual a sua importância para o desenvolvimento do sentido de número, em contexto rotineiro e de resolução de problemas, pretendo realizar a recolha de dados na nossa turma.

Para, e apenas, o desenvolvimento do estudo será necessário registar em áudio o trabalho realizado ao longo da experiência de ensino, pelo que solicito e agradeço desde já a sua compreensão.

Grata pela atenção, com os melhores cumprimentos,

Ana Passos

(Destacar)

Eu _____, encarregado de educação do aluno _____ da turma A do 4.º ano, autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) o registo áudio das atividades desenvolvidas pelo meu educando.

Tomei conhecimento,

(Assinatura do encarregado de educação)

Apêndice F

Folhas de registo dos alunos

Nome: _____

Data: ____/____/_____

Nos retângulos seguintes, calcula as operações que te são propostas.

Podes fazer todos os registos que considerares necessários.

Terás apenas 30 segundos para resolver cada operação.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Apêndice G

Exemplo de Planificação de Aula

Área Curricular	Programa			Subdomínio	Metas		Tarefas/ Atividades	Recursos/ Materiais	Avaliação	Tempo
	Domínios	Tópicos	Objetivos específicos		Objetivos gerais	Descritores				
Matemática	**N O**	•Operações com números naturais	• Compreender o sistema de numeração decimal; •Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades; •Compreender os efeitos das operações sobre os números; •Realizar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo; •Compreender e usar a regra para calcular o produto e o quociente de um número por 10, 100 e 1000;	Números naturais	**3.** Resolver problemas;	**3.1.** Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações;	**1.** Rotina de cálculo mental: **1.1. –** Realização das expressões; **1.2. –** Discussão dos resultados.	•Folha de registo; •Apresentação Power Point; •Computador e vídeo projetor; •Lápis e borracha.	•Análise do trabalho realizado •Observação direta; •Análise da participação dos alunos na discussão	**1.** 60min: **1.1.** – 10min **1.2.** – 50min

Planificação Descritiva – aula de matemática

Pequeno Resumo

• Iniciarei a aula escrevendo a data e o sumário e pedindo aos alunos que passem para o caderno.

• Direi aos alunos que iremos realizar uma sessão de cálculo mental e que terão 30 segundos para a concretização de cada expressão. Pedirei também aos alunos que evitem a utilização do algoritmo e que tentem resolver as expressões de outra forma.

• Após a realização de todas as expressões, seguir-se-á um momento de discussão sobre as diferentes estratégias utilizadas para a resolução de cada uma das expressões.

Questões para debate com os alunos

- Qual a melhor forma para resolver as operações?
- Qual a estratégia a adotar em cada caso?

Dificuldades Previstas

Os alunos poderão ter dificuldades:

Na resolução das expressões dentro do tempo estipulado;

Na utilização de diferentes estratégias;

Na comunicação das suas estratégias e resultados.

Perante as dificuldades apresentadas, irei orientar os alunos de modo a que atingam os objetivos propostos através da discussão em plenário, partilhando estratégias, erros e dificuldades.

Antecipação da rotina de cálculo I – Pré-teste

56 + 30 =	50 + 30 = 80 80 + 6 = 86	Decomposição
153 – 80 =	153 = 150 + 3 150 – 80 = 150 – (50 + 30) 150 – 50 = 100 – 30 = 70 70 + 3 = 73	Decomposição
300 + 101 =	300 + 100 + 1 = 400 + 1 = 401	Decomposição
151 + 299 =	151 = 150 + 1 e 299 = 300 – 1 150 + 300 = 450 450 + 1 – 1 = 450	Compensação
14 x 19 =	14 x 19 = 14 x (20 – 1) 14 x 20 = 280 280 – 14 = 266	Decompor um dos fatores
27 x 21 =	27 x 21 = 27 x (20 + 1) 27 x 20 = 540 540 + 27 = 567	Decompor um dos fatores
60 x 40 =	60 = 6 x 10 e 40 = 4 x 10 6 x 4 = 24 10 x 10 = 100 24 x 100 = 2400	Produto de múltiplos de 10
10000 – 6500 =	10000 – 6500 = 10000 – (6000 + 500) 10000 – 6000 = 4000 4000 – 500 = 3500	Decomposição
28 x 50 =	28 x 50 = 28 x (100 : 2) 28 x 100 = 2800 2800 : 2 = 1400	Compensar para obter a centena