



EDUCAÇÃO

ESCOLA SUPERIOR
POLITÉCNICO SETÚBAL

MARIA INÊS DE
SOUSA
MOURINHO
SORDO

**AS ESTRATÉGIAS USADAS PELOS
ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE
TAREFAS DE MULTIPLICAÇÃO**

Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado
em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo
do Ensino Básico

ORIENTADORA

Professora Doutora Maria de Fátima Pista
Calado Mendes

Dezembro de 2024

Resumo

A presente investigação tem como propósito compreender o modo como os alunos resolvem tarefas matemáticas relacionadas com a operação multiplicação. Para dar resposta ao objetivo da investigação foram formuladas duas questões: (i) Quais as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação? (ii) Quais as dificuldades que os alunos manifestam na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação?

A revisão da literatura recai sobre a temática da multiplicação, aprofundando tópicos tais como: a aprendizagem da multiplicação; a operação multiplicação nas orientações curriculares; o que é cálculo mental e como se desenvolve; as estratégias de cálculo mental mais usadas na resolução de tarefas de multiplicação; as dificuldades dos alunos nas tarefas de multiplicação e o ensino exploratório.

No que concerne à metodologia adotada nesta investigação esta incide sobre uma investigação sobre a prática, que segue uma abordagem qualitativa. Relativamente às técnicas e procedimentos de recolha e tratamento de dados foram utilizadas a observação participante e a recolha documental, bem como a análise de conteúdo na análise de dados.

O estudo decorreu numa turma do 3.º ano de escolaridade, sendo a intervenção pedagógica composta por quatro tarefas que envolvem a multiplicação que foram realizadas pelos alunos da turma. No que respeita à análise foram selecionadas as resoluções de três pares de alunos.

A análise dos dados evidencia que os alunos recorreram a várias estratégias de resolução das tarefas. Para além disso, é possível constatar que os alunos nas tarefas 3 e 4, ao contrário do que aconteceu nas tarefas anteriores, recorreram apenas à utilização de estratégias multiplicativas, tendo-as utilizado de modo eficiente.

No que concerne às dificuldades dos alunos, a que mais se evidenciou foi a interpretação dos enunciados que, por sua vez, influenciou a seleção dos dados para a resolução da tarefa.

Palavras-chave: 1.º Ciclo do Ensino Básico; cálculo mental; multiplicação; ensino exploratório.

Abstract

The purpose of this research is to understand how students solve mathematical tasks related to the multiplication operation. To address the research objective, two questions were raised: (i) What was the mental calculation strategies that students use to solve tasks involving multiplication? (ii) What difficulties do students face in solving tasks involving multiplication?

The literature review focuses on the theme of multiplication, delving into topics such as: the learning of multiplication; the multiplication operation in curriculum guidelines; what mental calculation is and how it develops; the most common mental calculation strategies in solving multiplication tasks; students' difficulties in multiplication tasks; and exploratory teaching.

Regarding the methodology selected for this research, it focuses on practice-based research, following a qualitative approach. Regarding the techniques and procedures for data collection and treatment, participant observation and document collection were used, as well as data analysis.

The study was conducted in a 3rd-grade class, with the pedagogical intervention consisting of four tasks involving multiplication, which were carried out by the students in the class. For the analysis, the resolutions of three pairs of students were selected.

Data analysis shows that students used various strategies to solve the tasks. Furthermore, it is possible to observe that in tasks 3 and 4, in contrast to what happened in the previous tasks, students only used multiplicative strategies in an efficiently way.

Regarding the students' difficulties, the most prominent one was related to the interpretation of the statements, which in turn influenced the selection of data for task resolution.

Keywords: 1st Cycle of Basic Education; mental calculation; multiplication; exploratory teaching.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	12
1. Tema, objetivo e questões do estudo	12
2. Motivação Pessoal	12
3. Pertinência do tema	13
4. Organização do relatório	16
CAPÍTULO 1.....	17
REVISÃO DA LITERATURA.....	17
1. A aprendizagem da multiplicação	17
2. A operação multiplicação nas orientações curriculares.....	21
3. O que é cálculo mental e como se desenvolve	31
4. As estratégias de cálculo mental mais usadas na multiplicação.	34
5. As dificuldades dos alunos nas tarefas de multiplicação	39
6. O ensino exploratório	42
CAPÍTULO 2.....	44
METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO.....	44
1. Abordagem qualitativa	44
2. Investigação sobre a prática.....	45
3. Técnicas e processos de recolha de dados	49
3.1. Observação participante	49
3.2. Recolha documental	50
4. Procedimentos de análise de dados	51
5. Caracterização do contexto e dos participantes	52
CAPÍTULO 3.....	55
INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA.....	55
1. Preparação e descrição das aulas	55
2. As tarefas exploradas pelos alunos.....	57
2.1. 1.ª tarefa – Preparar sandes.....	57
2.2. 2.ª tarefa – Preparar menus.....	59
2.3. 3.ª tarefa – Garrafas de água (1.ª parte).....	61
2.4. 3.ª tarefa – Garrafas de água (2º parte).....	64
2.5. 4.ª tarefa – Caixas de maçãs	66
CAPÍTULO 4.....	69
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	69
1. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 1	69
Par A.....	69
Par B.....	71
Par C.....	72

2.	As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 2	74
	Par A.....	74
	Par B.....	76
	Par C.....	77
3.	As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 3 (1. ^a Parte).....	79
	Par A.....	79
	Par B.....	81
	Par C.....	83
3.1.	As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 3 (2. ^a Parte).....	85
	Par A.....	85
	Par B.....	87
	Par C.....	90
4.	As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 4 (1. ^a parte).....	93
	Par A.....	93
	Par B.....	96
	Par C.....	99
4.2.	As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 4 (2. ^a parte)...	102
	Par B.....	102
	Par C.....	103
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....		105
1.	Síntese do estudo	105
2.	Conclusões do estudo	106
2.1.	As estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação.....	106
2.2.	As dificuldades que os alunos manifestaram na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação.....	110
3.	Reflexão sobre o estudo e aprendizagens realizadas	111
REFERÊNCIAS		115
ANEXOS		119

Lista de abreviaturas/ Siglas

AE – Aprendizagens essenciais

PASEO - Perfil dos alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1	58
FIGURA 2	60
FIGURA 3	62
FIGURA 4	64
FIGURA 5	67
FIGURA 6	70
FIGURA 7	72
FIGURA 8	73
FIGURA 9	75
FIGURA 10	76
FIGURA 11	78
FIGURA 12	80
FIGURA 13	81
FIGURA 14	82
FIGURA 15	83
FIGURA 16	83
FIGURA 17	84
FIGURA 18	86
FIGURA 19	87
FIGURA 20	88
FIGURA 21	89
FIGURA 22	91
FIGURA 23	92
FIGURA 24	94
FIGURA 25	96
FIGURA 26	97
FIGURA 27	99
FIGURA 28	100
FIGURA 29	101
FIGURA 30	103
FIGURA 31	104

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1	36
TABELA 2	55

ÍNDICE DE QUADROS

QUADRO 1.....	22
QUADRO 2.....	24
QUADRO 3.....	25
QUADRO 4.....	26
QUADRO 5.....	27
QUADRO 6.....	29
QUADRO 7.....	30

INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o tema da investigação, assim como o seu objetivo e as questões do estudo. São ainda apresentadas as motivações pessoais para a sua realização e a pertinência do mesmo. Por fim, é descrita a organização do presente relatório.

1. Tema, objetivo e questões do estudo

O tema do presente relatório de investigação é a aprendizagem da multiplicação, em particular as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem esta operação aritmética. Deste modo, pretende-se compreender o modo como os alunos de uma turma do 3.º ano resolvem tarefas matemáticas relacionadas com a operação da multiplicação.

Com o propósito de orientar a investigação foram estabelecidas duas questões que irão orientar todo o processo de investigação, e que são as seguintes:

- Quais as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação?
- Quais as dificuldades que os alunos manifestam na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação?

2. Motivação Pessoal

No decorrer de toda a minha escolarização fui desenvolvendo um gosto pessoal pela área da matemática e por tudo o que esta envolve, desde cálculos numéricos, organização de dados, diferentes tipos de raciocínios e, em particular, o cálculo mental. Efetivamente, o tema que mais me suscita curiosidade e interesse nesta área curricular, é o cálculo mental, mais especificamente as estratégias que podem ser desenvolvidas para que as crianças consigam desenvolver e utilizar o cálculo mental no seu dia-a-dia.

Ao longo de toda a minha infância sempre fui incentivada a mobilizar o cálculo mental no meu dia-a-dia. Uma das “brincadeiras” que originava o

uso de cálculo mental era realizada no decorrer das compras semanais. Os meus pais lançavam-me o desafio de ir calculando o preço dos produtos e no fim comparávamos entre todos quem mais se aproximava do resultado. Através desta pequena brincadeira fui desenvolvendo o meu cálculo mental e algumas estratégias a ele associadas. À medida que ia crescendo, os desafios começaram a ser mais elaborados, e em vez de serem só cálculos associados à operação adição, começaram a surgir gradualmente também cálculos relacionados com a operação multiplicação. Atualmente, considero que o facto de ter tido esta experiência no contexto familiar me proporcionou o desenvolvimento do meu cálculo mental e, por isso, consigo com facilidade calcular mentalmente, bem como ser crítica em relação ao resultado obtido.

Tendo em consideração o que foi acima descrito, considero que quando as crianças são expostas à realização de problemas relacionados com o cálculo mental, passam a desenvolver e a aplicar estratégias que possibilitam a obtenção de um resultado correto. Além deste aspeto pretendi que os alunos desenvolvam uma aprendizagem que lhes seja útil para o futuro, e que compreendam que o cálculo mental é uma ajuda na resolução de diversos problemas tanto no contexto escolar, como no quotidiano.

Por esse motivo desenvolvi uma intervenção pedagógica que deu oportunidade aos alunos para desenvolverem estratégias diversificadas na resolução de tarefas que envolvem o cálculo mental, mais especificamente associado à operação da multiplicação. Considero também importante a análise das suas dificuldades, no sentido de lhes propor outras tarefas que permitam ultrapassar essas dificuldades.

3. Pertinência do tema

De acordo com Brocardo e Carrillo (2019), no contexto escolar, os conteúdos matemáticos têm vindo a ser explorados de forma individual, através de procedimentos rotineiros e com um baixo nível de utilidade para o quotidiano dos alunos. Estes autores salientam que é importante alterar estes

procedimentos de modo a dar uma resposta às necessidades dos alunos e, em simultâneo, promover uma melhor compreensão matemática (Brocardo & Carrillo, 2019). Enquanto futura educadora de infância e professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico, considero que o cálculo mental deve ser explorado de modo que os alunos consigam retirar daí uma aprendizagem útil para o seu quotidiano.

Para além disso, um professor deve ter em consideração que quando se ensina um determinado conteúdo, deve criar condições que proporcionem a sua aprendizagem (Douady, 1994). Por isso, esta investigação foi realizada considerando uma perspetiva de ensino exploratório (Canavarro, 2011). De acordo com Canavarro (2011), o ensino exploratório baseia-se no facto de os alunos aprenderem a partir da realização de tarefas seleccionadas criteriosamente. Assim, os alunos têm a possibilidade de construir novos conceitos, utilizar propriedades e definições com o propósito de chegarem a uma conclusão (Ponte, 2020).

As aulas que se regem por uma metodologia de ensino exploratório têm três fases distintas: 1.ª fase, lançamento da tarefa; 2.ª fase, exploração da tarefa, e por fim, uma 3.ª fase, discussão e sistematização da tarefa (Canavarro, et al., 2012).

Na 1.ª fase, lançamento da tarefa, o professor apresenta a tarefa aos alunos, e desafia-os a resolver, ainda deve garantir que todos compreendam a tarefa (Canavarro et al., 2012).

Na 2.ª fase, exploração da tarefa, enquanto os alunos realizam a tarefa, o professor deve circular com o intuito de garantir que os alunos estão a conseguir concretizar a mesma. Para além disso, o professor deve assegurar que os alunos preparam a apresentação para o momento seguinte (Canavarro et al., 2012).

Por último, a 3.ª fase, discussão da tarefa, o professor promove uma discussão coletiva com as resoluções pré-seleccionadas, com o propósito de os

alunos partilharem as suas resoluções e realiza uma sistematização das aprendizagens (Canavarro et al., 2012).

De modo a tornar possível uma aprendizagem da multiplicação com compreensão é necessário que os alunos vão adquirindo algumas aprendizagens essenciais, tais como, a passagem da adição sucessiva para o conceito de multiplicação, para tal é necessário que lhes sejam propostas tarefas com diferentes sentidos, tais como o sentido combinatório e o sentido aditivo da multiplicação, e que compreendam e memorizem factos associados a esta operação, nomeadamente o estudo da tabuada (Mendes et al., 2011). No mesmo sentido, Rocha e Menino (2009) referem que a aprendizagem da multiplicação está interligada com o desenvolvimento do sentido do número, que inclui um conjunto de competências numéricas que os alunos devem desenvolver ao longo da sua escolaridade.

De acordo com Carvalho e Ponte (2019), o cálculo mental está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número. Ou seja, para conseguirem resolver problemas matemáticos através de uma estratégia de cálculo mental os alunos necessitam de desenvolver, também, o sentido do número (Carvalho & Ponte, 2019).

No que respeita à operação multiplicação e ao cálculo mental, analisando as antigas AE de Matemática (DGE, 2018) e comparando-as com o novo documento das AE de Matemática (Canavarro et al., 2021), que entraram em vigor no ano letivo 2022/2023, é possível constatar que existem algumas diferenças relativamente à operação da multiplicação, assim como à importância dada ao cálculo mental. No que respeita à operação multiplicação, passaram a existir dois subtemas, sendo estes os seguintes: 1- o significado e uso da multiplicação; 2- relação entre a multiplicação e a divisão (Canavarro et al., 2012). No que concerne à temática do cálculo mental, nas AE de Matemática (DGE, 2018), esta não era considerada um conteúdo, apenas aparecia pontualmente, ao contrário das novas AE, em que

esta temática passa a ser incorporada como conteúdo em todos os anos de escolaridade (Canavarro et al., 2012).

4. Organização do relatório

O presente relatório está organizado tendo, primeiramente a introdução, onde é descrito e apresentada a questão do estudo, os objetivos do mesmo e a pertinência do tema, assim como a motivação pessoal.

De seguida são apresentados os diversos capítulos que constam no relatório, mais especificamente, no capítulo I, é apresentada a revisão da literatura relativamente aos temas relativos ao projeto de investigação desenvolvido. O capítulo II, a metodologia de investigação, é referente às opções metodológicas do estudo, incluindo também os procedimentos de recolha e análise dos dados, bem como uma breve caracterização do contexto educativo onde foi realizada a intervenção pedagógica, e dos participantes. No capítulo III, é descrita a intervenção pedagógica através da planificação e descrição das tarefas propostas aos alunos. O capítulo IV diz respeito à análise e discussão dos dados, em que é feita a análise às resoluções dos alunos tarefa a tarefa. Por fim, são apresentadas as considerações finais do relatório, que incidem sobre as respostas às questões em estudo, uma síntese do mesmo, e ainda uma breve reflexão sobre todo o processo de intervenção e de investigação

CAPÍTULO 1

REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo corresponde à revisão da literatura referente à temática investigada, e tem como propósito fundamentar com autores de referência, assim como com documentos reguladores os tópicos essenciais à mesma. O capítulo encontra-se organizado em diferentes secções: 1. A aprendizagem da multiplicação; 2. A aprendizagem da multiplicação nas orientações curriculares; 3. O que é o cálculo mental e como se desenvolve; 4. As estratégias de cálculo mental associadas à multiplicação; 5. As dificuldades dos alunos nas tarefas de multiplicação; 6. O ensino exploratório.

1. A aprendizagem da multiplicação

Planear e organizar a aprendizagem da multiplicação envolve muito mais do que estruturas e ideias matemáticas que englobam a operação em si. Este processo passa por pensar como é que os alunos poderão aprender, quais as estratégias que podem ser utilizadas para a sua progressão na aprendizagem da multiplicação e, acima de tudo, perceber que nem todos os alunos aprendem ao mesmo ritmo e de forma igual (Mendes et al., 2011).

No decorrer da aprendizagem da multiplicação, o professor deve elaborar um plano inicial, que lhe permita organizar e planear um conjunto de tarefas com o propósito de alcançar um determinado objetivo. Contudo, este plano pode sofrer alterações consoante o ritmo dos alunos e as suas aprendizagens. Relativamente às tarefas propostas pelo professor, estas devem ser organizadas com base em critérios definidos previamente pelo mesmo (Mendes et al., 2011).

Para que seja possível uma aprendizagem da multiplicação com compreensão é necessário que os alunos vão adquirindo algumas aprendizagens essenciais, tais como, a passagem da adição sucessiva para o conceito de multiplicação, que lhes sejam propostas tarefas com diferentes sentidos, tais como o sentido combinatório e o sentido aditivo d

multiplicação e que compreendam e memorizem factos associados a esta operação, nomeadamente o estudo da tabuada (Mendes et al.,2011).

Rocha e Menino (2009) referem que a aprendizagem da multiplicação está interligada com o desenvolvimento do sentido do número. Segundo os mesmos autores, o sentido de número é um conjunto de competências numéricas que os alunos devem desenvolver ao longo da sua escolaridade. Mais especificamente, e de acordo com McIntosh et al. (1992), o sentido do número envolve alguns aspetos fundamentais e essenciais, tais como:

- O conhecimento e a destreza com números, sendo que estes incluem diversas representações (McIntosh et al., 1992);
- O conhecimento das operações, as suas propriedades e as suas relações (McIntosh et al., 1992);
- O conhecimento dos números e das operações em situação de cálculo, incluindo a sua compreensão, relacionar com diversos contextos e consciencialização das diferentes estratégias possíveis a serem utilizadas, assim como das diferentes representações (McIntosh et al., 1992).

Relativamente ao primeiro aspeto, para McIntosh et al. (1992), o conhecimento e destreza dos números engloba diversas componentes, tais como, a ordenação dos números, o sentido de grandeza relativa e absoluta, a composição e decomposição de números, e o saber selecionar e utilizar referências. Relativamente às diferentes representações é importante os alunos saberem utilizá-las de acordo com o contexto do problema, podendo recorrer à composição e decomposição adequada de números de modo a alcançarem uma resposta à tarefa (Mendes et al.,2013).

Estes autores ainda afirmam que para compreender as operações é necessário que os alunos tenham adquirido destreza com as operações, ou seja, compreendam o efeito das operações, das propriedades matemáticas e ainda as relações entre as diversas operações (Mendes et al., 2013).

No que se refere ao terceiro aspeto, a aplicação do conhecimento sobre os números e as operações, os alunos devem ser capazes de compreender qual é o contexto dos problemas e selecionar os cálculos necessários a serem utilizados. Estes devem ter a consciência que um problema pode ser resolvido de várias formas, ou seja, que existem múltiplas estratégias de resolução. Para além disso, devem ainda ter aptidão para a representação de um método eficaz e para revisão do resultado obtido (Mendes et al., 2013).

Segundo Carvalho e Ponte (2019), o cálculo mental está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número. Para conseguirem resolver problemas matemáticos através de uma estratégia os alunos necessitam de já ter desenvolvido o sentido de número. Deste modo, os alunos conseguirão calcular e manipular mentalmente os números e obter o resultado pretendido para dar resposta a um determinado problema. Por esse motivo, o conhecimento que os alunos têm acerca dos números é essencial e fulcral para que seja possível desenvolver estratégias de cálculo mental (Carvalho & Ponte, 2019).

Mendes (2012) destaca o que se denomina por “grandes ideias” (big ideas), a progressão que os alunos vão realizando em termos do raciocínio multiplicativo. Perceber as grandes ideias associadas à multiplicação envolve a compressão da “estrutura multiplicativa entre si e as relações entre as partes e o todo da própria estrutura” (Mendes, 2012, p. 189). Relativamente à multiplicação são consideradas como “grandes ideias”:

O entendimento de um grupo como unidade (unitizing) - que consiste na capacidade de os alunos serem capazes de perceber que um grupo corresponde a um determinado número de unidades e começar a operar de acordo com os grupos (Mendes, 2012).

A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração - implica a compreensão de que numa multiplicação a “decomposição dos fatores e a consequente adição ou subtração dos produtos

parciais que se obtêm, não altera o resultado do produto dos fatores iniciais” (Mendes, 2012, p.190), sendo esta ideia uma das mais importantes relacionadas com o conceito da multiplicação.

A propriedade comutativa da multiplicação - que envolve a compreensão de que a ordem dos fatores não altera o produto final, ou seja, estes podem ser alterados (Mendes, 2012).

Os padrões de valor de posição associados à multiplicação por dez - esta ideia está interligada com a propriedade comutativa e com a multiplicação por dez, uma vez que os alunos identificam rapidamente o padrão, como por exemplo $6 \times 10 = 60$, basta acrescentar o 0 ao número 6. Esta regularidade está relacionada com o fato de a multiplicação ser comutativa, $10 \times 6 = 6 \times 10$, o resultado desta multiplicação é o mesmo. Esta ideia permite ainda que os alunos consigam compreender melhor a estrutura do sistema numérico (Mendes, 2012).

A propriedade associativa da multiplicação - diz respeito à ideia de que na multiplicação não importa o modo como os fatores estão agrupados, uma vez que não irá alterar o produto final (Mendes, 2012).

Para além do que foi mencionado acima, o processo de aprendizagem da multiplicação tem ainda dois aspetos fundamentais a ele associados: os contextos das tarefas propostas e os níveis de progressão dos alunos. O primeiro diz respeito à intencionalidade dos contextos a serem explorados pelos alunos, isto é, estes devem promover e favorecer a exploração de conteúdos matemáticos. O segundo aspeto está relacionado com os níveis de progressão dos alunos que embora não sejam estanques, são meros indicadores que orientam a aprendizagem relacionada com a operação multiplicação (Rocha & Menino, 2009). Estes dois aspetos devem ser levados em consideração, no sentido de despertar nos alunos motivação de forma a criar novos desafios (Rocha & Menino, 2009).

No que diz respeito aos contextos das tarefas, Mendes et al., (2011), salientam que quando estes são apropriados proporcionam aspetos cruciais para o desenvolvimento do cálculo multiplicativo. Os contextos devem permitir que os alunos usem modelos, que realizem aprendizagens significativas e que ainda sejam criados momentos de surpresa.

Para tal, as tarefas propostas pelo professor devem ter em consideração o quotidiano dos alunos, ou conter situações que os alunos facilmente consigam compreender. O facto de ser proporcionado um momento surpresa suscita interesse nos alunos e promove a vontade de querer encontrar e descobrir uma resposta para questões que vão surgindo (Mendes et al., 2011).

Relativamente à aprendizagem da multiplicação (Mendes et al., 2013), considera-se que entre o 3.º e o 5.º ano de escolaridade deve ser realizado um trabalho de modo que os alunos consigam compreender e aprofundar a multiplicação, para que seja possível ao longo dos anos alargar o universo numérico, isto é, depois dos números naturais os alunos comecem a utilizar números racionais não negativos na sua representação decimal. Para tal, é necessário que os alunos desenvolvam ideias e procedimentos que lhes permitam compreender os vários significados da operação, ou seja, os sentidos da multiplicação (Mendes et al., 2013). É através da compreensão dos diversos sentidos da multiplicação que se pretende que os alunos sejam capazes de resolver tarefas que envolvam diferentes estratégias de cálculo e vários tipos de cálculo: cálculo exato, aproximado e estimativas aceitáveis (Mendes et al., 2013).

2. A operação multiplicação nas orientações curriculares

No que concerne às orientações curriculares, mais especificamente às Aprendizagens Essenciais (AE) de Matemática (Canavarro et al., 2021), estas entraram em vigor no dia 19 de agosto de 2021 para os seguintes anos de escolaridade: 1.º, 3.º, 5.º e 7.º

É de destacar que as novas AE estão em articulação com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017), e estes documentos têm como propósito proporcionar aos alunos uma aprendizagem da Matemática com compreensão, bem como proporcionar a utilização da mesma por parte dos alunos em contextos matemáticos e não matemáticos, ao longo da sua vida académica e pessoal (Canavarro et al., 2021).

Ao analisar as anteriores AE de Matemática (DGE, 2018) e comparando-as com o novo documento das AE de Matemática (Canavarro et al., 2021), é possível constatar que existem algumas diferenças relativamente à operação da multiplicação.

Estas diferenças são notórias, a partir do documento orientador destinado ao 2.º ano de escolaridade. No que se refere às novas AE que entraram em vigor no ano letivo 2022/2023, é notório uma abordagem com maior aprofundamento e detalhe relativamente aos vários temas matemáticos. Exemplo disso é o tema da multiplicação/divisão, onde existem dois subtemas, o significado e uso da multiplicação e divisão, e a relação entre a multiplicação e a divisão, sendo que para cada um destes subtemas existem ainda objetivos específicos. Estes objetivos têm como propósito guiar os professores no que diz respeito ao que os alunos devem conseguir atingir ao longo do ano letivo (Canavarro et al., 2021). O quadro seguinte compara os objetivos de aprendizagem das AE de 2018 com os das AE 2021.

Quadro 1

Comparação das AE 2018 e AE 2021 – 2.º ano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
2.º ano	Números e Operações	“Reconhecer e memorizar factos	Cálculo mental	“Compreender e automatizar os factos

		básicos das operações e calcular com os números não negativos recorrendo à representação horizontal do cálculo, em diferentes situações e usando diversas estratégias que mobilizem relações numéricas e propriedades das operações” (p.7); “Conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas com números naturais, em contextos matemáticos e não matemáticos, e avaliar a		básicos da multiplicação (tabuadas do 2, 4, 5, 10 e 3) e sua relação com a divisão” (p.26); “Mobilizar os factos básicos da adição/subtração e da multiplicação/divisão e as propriedades das operações para realizar cálculo mental.” (p.26)
			Multiplicação/divisão	“Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo, e resolver problemas associados” (p.27)

		plausibilidade dos resultados” (p.8)		
--	--	--------------------------------------	--	--

Através deste quadro é possível observar que nas AE de Matemática (DGE, 2018), não existem conteúdos específicos sobre o cálculo mental. Apenas é apresentado que devem ser utilizadas diferentes estratégias de cálculo. No novo documento das AE de Matemática (Canavarro et al., 2021), o cálculo mental já é um conteúdo apresentado e está interligado com os factos básicos da multiplicação e da divisão, incluindo a construção das tabuadas e da sua relação com a multiplicação e divisão.

Quadro 2

Comparação entre as AE 2018 e as AE 2021 - 3.ºano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
3.º ano	Números e Operações	Reconhecer e memorizar factos básicos da multiplicação e da divisão” (p. 7)	Cálculo Mental	“Mobilizar os factos básicos da adição/subtração e da multiplicação/divisão, e as propriedades das operações para realizar cálculo mental”. (p.25 e 26)
			Operações	“Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.” (p.27)

Relativamente ao 3.º de escolaridade as AE de Matemática (DGE, 2018), no que respeita à operação multiplicação e divisão, estas apenas mencionam que os alunos devem reconhecer e memorizar factos básicos da multiplicação e divisão. O novo documento das AE de Matemática (Canavarro et al., 2021), menciona que os alunos devem de reconhecer e memorizar factos básicos da multiplicação e divisão e ainda reconhecer as propriedades das operações com o intuito de realizar cálculo mental.

Quadro 3

Comparação entre as AE 2018 e as AE 2021 - 4.º ano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
4.º ano	Adição e subtração e divisão	“Reconhecer e memorizar factos básicos da multiplicação e da divisão” (p.7)	Cálculo Mental	“Mobilizar os factos básicos da adição/subtração e da multiplicação/divisão e as propriedades das operações, para realizar cálculo mental que envolva decimais.” (p.25).
			Operações	“Compreender e usar o algoritmo da multiplicação e aplicá-lo com números até três algarismos no multiplicando e dois algarismos no multiplicador, e discutir a

				razoabilidade do resultado obtido” (p. 27).
--	--	--	--	---

Por fim, no 4.º de escolaridade nas AE de Matemática (DGE, 2018), não existe qualquer alteração nos objetivos de aprendizagem relativamente ao ano anterior, ou seja, é indicado que os alunos devem reconhecer e memorizar factos básicos da multiplicação e divisão. Ao contrário do novo documento das AE de Matemática (Canavarro et al. 2021), que salienta que os alunos devem usar e compreender os algarismos da multiplicação.

É importante ainda salientar, que a temática do cálculo mental nas AE de Matemática (DGE, 2018), não é considerada um conteúdo de aprendizagem, apenas é referida brevemente ao longo das AE, como é possível verificar nos três quadros que se seguem. Porém nas AE de matemática 2021 (Canavarro et al., 2021), o cálculo mental é considerado um tópico a ser trabalhado logo desde o 1.º ano de escolaridade.

Quadro 4

Comparação entre as AE 2018 e AE 2021, relativamente ao cálculo mental - 1.º ano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
1.º ano	Números e Operações	“Realizar cálculos recorrendo a diferentes estratégias de cálculo mental, em contextos diversos” (p. 8)	Cálculo Mental	“Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental diversificadas para obter o resultado de adições/subtrações”. (p.25);

				“Mobilizar os factos básicos da adição/subtração e as propriedades da adição e da subtração para realizar cálculo mental.” (p. 25); “Aplicar estratégias de cálculo mental de modo formal e registar os raciocínios realizados, usando as representações simbólicas da matemática.” (p.26)
--	--	--	--	--

Como é possível verificar no quadro acima, nas AE de Matemática (DGE, 2018), apenas é referido que os alunos devem recorrer a diferentes estratégias de cálculo mental. As novas AE de Matemática (Canavarro et al., 2021), já incluem o cálculo mental como conteúdo de aprendizagem e ainda definem três objetivos de aprendizagem essenciais.

Quadro 5

Comparação entre as AE 2018 e AE 2021, relativamente ao cálculo mental - 2.º ano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
---------------------	-----------	--------------------------------	-----------	--------------------------------

2.º ano	Números e Operações	“Realizar cálculos recorrendo a diferentes estratégias de cálculo mental, em contextos diversos.” (p. 8)	Cálculo Mental	Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental diversificadas para produzir o resultado de um cálculo.” (p.26); “Mobilizar os factos básicos da adição/subtração e da multiplicação/divisão e as propriedades das operações para realizar cálculo mental.” (p. 26); “Representar, de forma eficaz, as estratégias de cálculo mental usadas, transitando entre as diferentes representações.” (p.26); Descrever oralmente, os processos de cálculo mental usados por si e pelos colegas, explicando as suas ideias” (p.27); “Comparar e apreciar, em situações concretas, a eficácia de diferentes estratégias de cálculo mental”. (p.27).
---------	---------------------	--	----------------	--

O mesmo acontece com as AE do 2.º ano, no documento AE de Matemática (DGE, 2018), não existe nenhuma especificidade relativamente à temática do cálculo mental. Contudo, nas AE de Matemática (Canavarro et Al., 2021), é pedido que os alunos sejam capazes descrever oralmente os processos de cálculo, assim como comparar diferentes estratégias de cálculo mental.

Quadro 6

Comparação entre as AE 2018 e AE 2021, relativamente ao cálculo mental
- 3.º ano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
3.º ano	Números e Operações	“Calcular com números racionais não negativos na representação decimal, recorrendo ao cálculo mental e a algoritmos” (p. 7).	Cálculo Mental	“Aplicar estratégias de cálculo mental de modo formal e registar os raciocínios realizados, usando as representações simbólicas da matemática.” (p.26); “Comparar e apreciar, em situações concretas, a eficácia de diferentes estratégias de cálculo mental, explicando as suas ideias.” (p.26); Produzir estimativas através do cálculo mental, adequadas à situação em contexto.” (p.27).

No 3.º ano, nas AE de Matemática (DGE, 2018), os alunos devem calcular números racionais não negativos recorrendo ao cálculo mental. As

AE de Matemática (Canavarro et al., 2021), propõem que os alunos consigam produzir estimativas através de cálculo mental.

Quadro 7

Comparação entre as AE 2018 e AE 2021, relativamente ao cálculo mental - 4.º ano

Ano de escolaridade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2018	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais, 2021
4.º ano	Adição e subtração e divisão	“Calcular com números racionais não negativos na representação decimal, recorrendo ao cálculo mental e a algoritmos” (p.7).	Cálculo Mental	“Descrever oralmente, com confiança, os processos de cálculo mental usados por si e pelos colegas, comparando e apreciando a eficácia de diferentes estratégias.” (p.26);

Por fim, no 4.º ano AE de Matemática (DGE, 2018), as aprendizagens essenciais mantêm-se iguais relativamente ao 3.º ano. No entanto, as AE de Matemática (Canavarro et al. 2021), acrescentam que os alunos devem conseguir descrever oralmente e com confiança os processos de cálculo mental que utilizam.

Através desta análise é possível constatar que as novas AE estabeleceram mais objetivos de aprendizagem relacionados com as temáticas da multiplicação e do cálculo mental. Para além disso, o facto de o novo documento das AE (Canavarro et al., 2021) incluir ações estratégicas de ensino para o professor e, ainda, áreas de competência do perfil dos alunos, possibilita que os docentes consigam estabelecer uma ligação entre os objetivos de aprendizagem e modos de os alcançar em sala de aula, bem como

relacionar as aprendizagens matemáticas e as áreas de competências transversais definidas no Perfil dos alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) (Martins et al., 2017). Algumas das ações estratégicas de ensino evidenciadas pelas novas AE para o 2.º ano são a construção de tabuadas, em grupo, a partir da adição sucessiva do mesmo número, iniciando-se este processo pela tabuada do 2 e de seguida pela tabuada do 4, com a qual existe uma relação de dobro. Relativamente ao 3.º ano de escolaridade, as ações estratégias sugeridas são: representações mais eficazes e propor aos alunos tarefas de investigação, para que estes descubram regras de cálculo para multiplicar por 10, 100 e por 1000. Por fim, as ações estratégicas do professor, sugeridas para o trabalho com os alunos do 4.º ano incluem orquestrar discussões com a turma envolvendo a resolução de tarefas de multiplicação e solicitar aos alunos que estes manifestem as suas ideias, apresentando e discutindo as suas estratégias de resolução.

3. O que é cálculo mental e como se desenvolve

De acordo com a perspetiva de Mendes (2012), existe mais do que uma caracterização de cálculo mental. Estas diferenças estão por vezes relacionadas com as conceções distintas sobre o ensino e a aprendizagem relacionadas com as operações aritméticas, reforçando o que é importante e necessário os alunos aprenderem numa determinada época.

Um dos entendimentos de cálculo mental é este ser reconhecido como cálculo relativamente rápido e realizado mentalmente, recorrendo a representações mentais dos números, regras memorizadas e relações entre os próprios números e as operações que são possíveis de realizar (Carvalho & Ponte, 2019). Por vezes, esta caracterização está apenas interligada ao calcular de “cabeça”, sem auxílio de papel e lápis (Mendes, 2012). Atualmente, é assumido que uma característica do cálculo mental é a sua flexibilidade e variabilidade, uma vez que este é baseado no conhecimento que o aluno tem sobre relações numéricas e no conhecimento dos próprios números (Mendes, 2012).

De acordo com Buys (2008), o cálculo mental inclui as seguintes características:

1. Operar com os números e não com os dígitos;
2. Usar propriedades das operações, relações numéricas e combinações entre elas;
3. Ser suportado por um bom conhecimento sobre os números e os factos numéricos elementares (até vinte e, depois, até cem);
4. Ser possível recorrer a registos intermédios em papel, apesar de se realizar, sobretudo, mentalmente (Buys, 2008).

No que diz respeito à utilização do cálculo mental na resolução de problemas, não existe uma estratégia considerada como a melhor, mas sim a existência de várias estratégias disponíveis e ajustáveis para a resolução do mesmo problema (Brocardo et al., 2005). Segundo Mendes (2012), as estratégias de cálculo mental, são “aplicações de factos numéricos conhecidos ou rapidamente calculados em combinação com propriedades específicas do sistema numérico para encontrar a solução para um cálculo cuja resposta não é conhecida” (Mendes, 2012, p. 102). Além disso, a mesma autora refere que no uso do cálculo mental, está quase sempre implícita a ideia da escolha de uma estratégia a utilizar de acordo com os números envolvidos no cálculo.

Relativamente aos alunos, estes devem sentir-se confiantes na estratégia utilizada ao resolverem os problemas que são propostos. É ainda importante destacar que as estratégias de cálculo mental não são apenas efetuadas de cabeça, mas podem ser apoiadas em representações dos cálculos por escrito (Brocardo et al., 2005). Mendes (2012) realça que a utilização do papel e do lápis como auxílio da memória a curto prazo, não significa que os alunos estejam a recorrer a estratégias de cálculo algorítmico. Threfall (2002) indica que as respostas dadas aos problemas que envolvem cálculo mental podem ser alcançadas de diferentes formas:

Através do recordar ou “apenas saber” um facto numérico;

Através de um simples procedimento de contagem, no qual uma sequência numérica é recitada (em privado);

Fazendo uma representação mental de um método de ‘papel e lápis’ na vertical e efetuando os procedimentos mentalmente;

Construindo uma sequência de transformações dos números do problema para chegar à solução. (Threfall 2002, p. 30);

O professor por sua vez, deve ouvir as explicações dos alunos, a forma como estes explicam o seu raciocínio aos restantes colegas e, ainda, questionar-se acerca do tipo de pensamento utilizado pelo aluno, ou seja, o porquê de este ter utilizado determinada estratégia e não outra. Este processo é importante não só pelo facto de permitir que o aluno desenvolva competências de comunicação, mas também é essencial para o professor conseguir descodificar o pensamento da criança e a ajude a progredir na sua aprendizagem (Brocardo et al.,2005).

Para que seja possível desenvolver o cálculo mental, é necessário que o professor planeie cuidadosamente diversas tarefas que envolvam as propriedades dos números, assim como a identificação de relações numéricas, isto é, tarefas relacionadas com o desenvolvimento do sentido de número (Brocardo, 2010).

De acordo com Mendes et al. (2013), as cadeias numéricas são um tipo de tarefas que permite aos alunos desenvolverem estratégias de cálculo mental eficiente, promovendo determinadas ideias e procedimentos que envolvem as propriedades dos números e das operações. A estrutura de uma cadeia numérica é construída a partir de cálculos em sequência e encadeados, que por sua vez influenciam os procedimentos dos alunos, visto que, o cálculo de um determinado produto baseia-se num cálculo realizado noutra(s) linha(s) (Mendes et al.,2011). A utilização de cadeias numéricas permite que os alunos identifiquem e utilizem relações numéricas e posteriormente consigam recorrer às mesmas para resolverem novos problemas, deste modo encontram-se a caminhar progressivamente para o uso de procedimentos

flexíveis recorrendo às propriedades da multiplicação. Através da resolução de cadeias numéricas, os alunos vão construindo teias de relações numéricas, cujo significado lhes é familiar, o que lhes permite utilizarem-no de modo flexível através dos procedimentos de cálculo mental (Mendes, 2012).

Mendes et al. (2010) salientam que o professor ao recorrer à utilização de cadeias numéricas tem de pensar previamente numa sequência de cálculos que pretende efetuar e agrupá-los entre si. Para além disso, estas autoras referem que estas sequências devem ser apresentadas uma a uma aos alunos. No que diz respeito às estratégias utilizadas pelos alunos quando resolvem cálculos numéricos em cadeia, por norma recorrem ao conhecimento prévio que têm acerca dos números, das relações entre os mesmos e das propriedades das operações (Mendes et al., 2010). O professor deve questionar os alunos sobre os procedimentos utilizados, com o intuito de estes justificarem as estratégias utilizadas, e se possível permitir que partilhem entre si as diferentes resoluções, cujo resultado seja o mesmo. Desta forma, os alunos têm acesso a mais do que uma resolução, mais que uma forma de pensar e raciocinar (Mendes et al., 2010). Para além disso, Cascalho et al. (2014), afirmam que os alunos devem associar a língua materna, à linguagem matemática. Para que tal aconteça, os professores devem estimular os seus alunos a falar acerca das tarefas que realizaram, o que estimula e promove o desenvolvimento do raciocínio matemático (Cascalho et al., 2014). No mesmo sentido, Ponte e Serrazina (2000), salientam que “compreendemos mais facilmente as nossas ideias e argumentos matemáticos quando as articulamos oralmente ou por escrito” (p. 60).

4. As estratégias de cálculo mental mais usadas na multiplicação.

Relativamente à progressão de cálculo referente à multiplicação, de acordo com Rocha e Menino (2009), esta passa por diversos níveis, o cálculo

por contagem, o cálculo estruturado, e por fim o cálculo mental. O cálculo por contagem diz respeito à repetição formal de adições. Ou seja, o aluno recorre à adição de parcelas iguais para conseguir resolver um problema multiplicativo (Rocha & Menino, 2009). O segundo nível é o cálculo estruturado, que corresponde à ideia de quantas vezes, sendo a transição do primeiro nível para o segundo nível estimulada através da exploração de problemas cujo contexto é de disposição retangular. Esta disposição promove e favorece a descoberta da operação da multiplicação (Rocha & Menino, 2009). Por último, o terceiro nível corresponde ao cálculo formal, que representa “o cálculo de produtos entre dois números, recorrendo a produtos conhecidos, propriedades da operação e a relações numéricas” (Rocha & Menino, 2009, p. 111).

É importante salientar que os alunos não evoluem e progridem de um nível para outro todos da mesma forma, e que nem todos percorrem estes três níveis em simultâneo, isto é, na mesma tarefa os alunos podem utilizar e recorrer a diferentes estratégias, que por sua vez traduzem diferentes níveis da aprendizagem relativamente à operação da multiplicação (Rocha & Menino, 2009). Compete ao professor analisar os diferentes níveis de aprendizagem evidenciados na realização das várias tarefas, para que possa ajustar as tarefas, assim como propor a partilha de cálculos, o que permite auxiliar os alunos na transição para níveis superiores (Rocha & Menino, 2009).

No decorrer do desenvolvimento de uma tarefa matemática é possível identificar diferentes procedimentos para a resolução da mesma, porém a escolha da estratégia tem como base o conhecimento do aluno acerca do sentido da operação, ou, o tipo de estratégia que o aluno se sente mais confortável em utilizar (Brocard et al., 2005).

De acordo com Mendes (2012), existem quatro grandes categorias de procedimentos que os alunos podem utilizar para resolverem tarefas numéricas: procedimentos de contagem, procedimentos aditivos,

procedimentos subtrativos e por último os procedimentos multiplicativos. Para cada uma destas categorias foram ainda destacados alguns procedimentos específicos, utilizados pelos alunos na resolução de tarefas numéricas. Estes procedimentos podem ser observados na tabela 1 (Mendes, 2012).

Tabela 1

Procedimentos usados pelos alunos na resolução de tarefas numéricas de multiplicação (Mendes, 2012)

Categorias de procedimentos	Procedimentos específicos
Procedimentos de contagem	Contar por saltos
Procedimentos aditivos	Adicionar sucessivamente
	Adicionar dois a dois
	Adicionar em coluna
Procedimentos subtrativos	Subtrair sucessivamente
Procedimentos multiplicativos	Usar produtos conhecidos
	Usar relações de dobro
	Usar múltiplos de cinco e de dez
	Usar uma decomposição não decimal de um dos fatores
	Usar a decomposição decimal de um dos fatores
	Ajustar e compensar
	Usar relações de dobro e de metade
	Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência
	Multiplicar em coluna

O presente trabalho tem como foco a operação da multiplicação, e embora os alunos possam usar outro tipo de procedimentos na resolução de tarefas, irei caracterizar com maior profundidade os procedimentos multiplicativos. De acordo com a tabela apresentada acima, os alunos podem recorrer a nove procedimentos específicos da multiplicação, são eles:

1. Usar produtos conhecidos - Os alunos utilizam produtos e fatores conhecidos para conseguirem efetuar os cálculos necessários para a resolução de um determinado problema. Dá-se o nome de produtos conhecidos às tabuadas já exploradas e trabalhadas pelos alunos. Alguns alunos na resolução de problemas escrevem

apenas a igualdade multiplicativa, sem realizarem quaisquer cálculos, visto que já automatizaram diversos produtos a partir da exploração e memorização da tabuada (Mendes, 2012).

2. Usar relações de dobro-Os alunos utilizam o dobro de um número para a resolução de um cálculo. Por exemplo: $2 \times 9 = 18$; $2 \times 18 = 36$ (Mendes, 2012).
3. Usar múltiplos de cinco e de dez - Os alunos utilizam múltiplos de cinco e/ou de dez para realizarem o cálculo do produto (Mendes, 2012). Por exemplo: para calcularem o produto 2×6 , os alunos utilizam $2 \times 5 + 2 \times 1$ (Batista, 2016).
4. Usar a decomposição não decimal de um dos fatores - Os alunos tendem a substituir um número por uma adição de duas parcelas iguais de modo a facilitarem o cálculo a realizar. A utilização da decomposição não decimal tem subentendida a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (Mendes, 2012). Por exemplo: Para calcular o produto 30×2 os alunos decompõem 30 em $15 + 15$ e calculam $15 \times 2 + 15 \times 2$, que por sua vez é igual a 30×2 (Batista, 2016).
5. Usar a decomposição decimal de um dos fatores - Os alunos utilizam os produtos parciais, baseados na decomposição decimal, para conseguirem calcular um produto. “Os produtos parciais surgem ao efetuar a decomposição decimal (separando centenas, dezenas e unidades, no caso dos números naturais, e décimas e centésimas no caso de números na representação decimal) de um dos fatores do produto” (Mendes, 2012). A utilização da decomposição decimal de um dos fatores tem subentendida a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (Mendes, 2012). Por exemplo: Os alunos para calcularem o produto de 15×2 decompõe o número 15 em $10 + 5$ (Batista, 2016).

6. Ajustar e compensar - Os alunos recorrem à substituição de um produto por outro, recorrendo ao factor de ser próximo de um dos números do produto que é necessário calcular, mas que por sua vez é mais fácil de realizar o cálculo. De seguida, é realizada a compensação através da operação de subtração. Os alunos quando realizam este tipo de procedimento com números naturais, por vezes, substituem o produto inicial por um outro múltiplo de 10, ou seja, um número considerado como número de referência (Mendes, 2012). Por exemplo: para realizarem o cálculo 19×5 os alunos podem fazer a seguinte operação $20 \times 5 - 5$ (Batista, 2016).
7. Usar relações de dobro e de metade - Os alunos utilizam os seus conhecimentos e estabelecem relações de dobro e de metade entre os fatores do mesmo produto. A utilização da relação de dobro e de metade consiste no uso da propriedade associativa da multiplicação (Mendes, 2012). Por exemplo: para realizarem o cálculo 30×4 , os alunos podem efetuar a seguinte operação 15×8 , uma vez que 15 é metade de 30 e 8 é o dobro de 4 (Batista, 2016).
8. Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência - Os alunos utilizam um produto de referência, e multiplicam-no sucessivamente a partir deste, mantendo um dos fatores e aumentando uma unidade no outro fator (Mendes, 2012). Por exemplo: os alunos para calcularem 13×2 , começam por calcular, 10×2 , se seguida 11×2 e por fim o 13×2 (Batista, 2016).
9. Multiplicar em coluna-Os alunos realizam os cálculos na forma vertical e atendendo à decomposição decimal dos números envolvidos na operação. Os cálculos por sua vez, são efetuados da esquerda para a direita. Nesta forma de operar trabalha-se com os números e não com os dígitos, ao inverso do que acontece no cálculo algorítmico (Mendes, 2012).

Relativamente às estratégias de cálculo, por norma os alunos utilizam com mais frequência os procedimentos de adicionar sucessivamente, ou os de multiplicar com base nos produtos e fatores conhecidos (Batista, 2016). Por sua vez, os procedimentos menos utilizados pelos alunos são os que envolvem a relação de dobro e metade (Batista, 2016). Por vezes, a escolha da utilização dos procedimentos de adicionar sucessivamente está relacionada com tarefas que contêm números baixos, e por esse motivo este procedimento continua a ser eficaz (Batista, 2016). Além de que os alunos se sentem mais seguros na utilização deste (Batista, 2016).

Para Mendes (2012), existem dois aspetos importantes no que diz respeito às estratégias utilizadas pelos alunos, o primeiro aspeto menciona o facto de os alunos por vezes utilizarem mais do que uma estratégia numa mesma tarefa, ou seja os alunos repetem a resolução da tarefa para terem a certeza de que esta está bem resolvida, acabando por demonstrar que os alunos não se sentem confiantes na resolução da mesma. O segundo aspeto está relacionado com a existência de estratégias utilizadas com mais frequência pelos alunos (Mendes, 2012). Os alunos ao longo do tempo tendem a utilizar apenas uma estratégia que consideram ser a melhor para resolver uma determinada tarefa, ou seja, adequam a estratégia à tarefa que lhes é apresentada (Batista, 2016).

5. As dificuldades dos alunos nas tarefas de multiplicação

Mendes (2012) no estudo que realizou sobre a multiplicação considera que as dificuldades sentidas pelos alunos podem ser agrupadas e organizadas em 4 tópicos: 1.º- associadas ao contexto das tarefas, 2.º- relacionadas com os números que envolvem a tarefa, 3.º- associadas aos registos escritos e, finalmente, 4.º- dificuldades de compreensão do raciocínio dos colegas (Mendes, 2012).

As dificuldades associadas ao contexto da tarefa estão relacionadas com diversos aspetos, tais como, a compreensão semântica, a compreensão associada à visualização espacial e, ainda lidar com várias características em

simultâneo (Mendes, 2012). Relativamente às dificuldades que envolvem a compreensão semântica, algumas tarefas contêm palavras/expressões desconhecidas por parte dos alunos. Por vezes, as próprias tarefas abrangem afirmações e perguntas que os alunos não conseguem decifrar e torna-se uma dificuldade acrescida à resolução da tarefa (Mendes, 2012). Quanto às dificuldades associadas à visualização espacial estas estão interligadas com a figura que acompanha a tarefa. Os alunos sentem algum constrangimento a interpretar uma determinada figura, por exemplo, uma figura a duas dimensões, os alunos não conseguem interpretar o que há para lá do que aquilo que conseguem observar. Ou seja, os alunos não interpretam o que não aparece na imagem (objetos), acabando por não os contar (Mendes, 2012). Por último, os alunos tendem a ter dificuldades em lidar com várias características em simultâneo, com diferentes valores, por exemplo, ao trabalhar-se com moedas e com o seu valor associado. Por vezes os alunos, neste tipo de tarefas apresentam apenas uma resolução, ao invés das diversas resoluções possíveis (Mendes, 2012).

No que concerne às dificuldades relativas aos números utilizados nas resoluções de tarefas, estas estão relacionadas com dois aspetos. O primeiro aspeto é os alunos terem dificuldades em lidar com números grandes, números estes que ainda não foram trabalhados e explorados através da operação da multiplicação (Mendes, 2012). A outra dificuldade é os números em contexto versus números nas cadeias numéricas, os alunos sentem maior facilidade em realizar cálculos em cadeia, recorrendo às propriedades numéricas da operação da multiplicação (Mendes, 2012). No entanto, os alunos sentem dificuldades em resolver problemas cujo números envolvidos até já foram explorados em cadeias numéricas anteriores (Mendes, 2012).

A terceira dificuldade mencionada por Mendes (2012) é referente à realização dos registos escritos. Os alunos têm dificuldades em utilizar o uso rigoroso da simbologia matemática nos registos escritos, esta encontra-se relacionada com o percurso da aprendizagem da multiplicação e com a

introdução de um símbolo novo (Mendes, 2012). À medida que os alunos vão progredindo na sua aprendizagem na multiplicação, vão aprofundado os seus conhecimentos e em simultâneo aperfeiçoando os seus registos escritos (Mendes, 2012). Outra dificuldade é a apresentação e organização dos registos escritos. Por vezes os alunos só apresentam o resultado, embora muitas vezes seja pedido para estes explicarem como pensaram. O facto de os alunos não realizarem um registo escrito pode prejudicá-los quando confrontados oralmente, visto que podem já não se lembrar do processo que realizaram para obter determinado resultado (Mendes, 2012).

Por fim, o último tópico associado à dificuldade dos alunos está relacionado com a compreensão do raciocínio dos outros colegas e este subdivide-se em duas dificuldades. A primeira dificuldade apresentada por Mendes (2012), diz respeito à compreensão da explicação oral do raciocínio dos colegas, os alunos revelam dificuldades em compreender os processos usados pelos colegas. Estas dificuldades podem estar associadas ao facto de os alunos utilizarem processos mais informais na resolução das tarefas (Mendes, 2012). Por esse motivo não são capazes de entender processos mais elaborados, ou seja, modos de pensar cujo nível é superior ao seu (Mendes, 2012). Estas dificuldades são evidenciadas no decorrer das discussões coletivas (Mendes, 2012).

Para além da dificuldade na compreensão oral dos registos escritos, os alunos também tendem a sentir dificuldade em compreender os registos escritos dos outros, devido ao facto de os procedimentos utilizados para resolver uma determinada tarefa serem diferentes dos seus, sendo, por vezes, procedimentos mais complexos (Mendes, 2012).

Para ultrapassar algumas dificuldades mencionadas acima, o professor, quando apresenta uma nova tarefa aos alunos, deve ter em atenção esses aspetos e tentar antecipar as dificuldades dos alunos, explicando e clarificando a mesma (Mendes, 2012).

6. O ensino exploratório

As tarefas propostas aos alunos em sala de aula tiveram como metodologia de ensino o ensino exploratório. Segundo Canavarro (2012), o ensino exploratório baseia-se no facto de que os alunos aprendem de acordo com as tarefas que realizam. Através destas tarefas, os alunos têm a possibilidade de construir novos conceitos, utilizar definições, e propriedades com o intuito de chegar a uma conclusão (Ponte, 2020).

Para Canavarro et al. (2012), a prática de um ensino exploratório exige que o professor selecione uma tarefa adequada e valiosa, que permita que os alunos tenham a oportunidade de aprendizagem. É também essencial que o professor tenha em consideração como explorar as potencialidades da tarefa com os alunos, ou seja, exige uma preparação prévia para exploração em sala. A realização/ exploração das tarefas pode ser feita em coletivo, em trabalho de grupo, ou em pares, com o objetivo de proporcionar aos alunos um ambiente propício à comunicação, ao diálogo e à partilha de ideias (Ponte, 2020).

Uma aula que segue uma metodologia de ensino exploratório, geralmente é estruturada em três fases distintas, sendo estas:

1. “Lançamento” da tarefa – O professor apresenta a tarefa matemática aos alunos, e desafia os alunos a resolvê-la. Nesta fase, o professor deve garantir que todos entenderam e conseguiram interpretar a tarefa. Para além disso, o professor deve organizar a turma e estabelecer um tempo para as diferentes fases da exploração da tarefa (Canavarro, et al., 2012).
2. “Exploração” da tarefa – O professor deve circular pelos alunos com o intuito de garantir que todos estão a realizar a tarefa, se esta for explorada em pequenos grupos ou pares o professor deve verificar se todos os elementos estão a participar de forma produtiva. É importante salientar, que o professor ao esclarecer eventuais dúvidas não condicione as estratégias de resolução.

Ainda nesta fase, o professor tem de assegurar que os alunos preparam a sua apresentação. Enquanto isso, o professor tem de escolher quais são as resoluções que considera benéficas para a discussão coletiva. Por sua vez, esta escolha deve estabelecer uma sequência que faça sentido para os alunos (Canavarro et al., 2012).

3. “Discussão” da tarefa – Por fim, é realizada uma discussão coletiva com as resoluções pré-selecionadas pelo professor. No decorrer desta discussão o professor tem um papel fundamental, no que diz respeito à gestão de intervenções e interações dos diferentes alunos. Para além disso, tem de garantir que os alunos conseguem explicar e argumentar as suas resoluções (Canavarro, et al., 2012).

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Este capítulo diz respeito à metodologia de investigação utilizada no desenvolvimento do projeto de investigação. São apresentadas as opções metodológicas, as técnicas de recolha e de tratamento de dados. Para além disso, é realizada uma breve apresentação do contexto e dos participantes que integraram o presente estudo.

1. Abordagem qualitativa

Com o intuito de compreender as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas numéricas que envolvem a multiplicação, o paradigma utilizado nesta investigação será fenomenológico-interpretativo. De acordo com Amado (2014), o paradigma fenomenológico-interpretativo foca-se na procura de respostas em torno da experiência social, ou seja, a compreensão das interações e significações. O investigador por sua vez deve procurar compreender a realidade em que os participantes se encontram inseridos, para que consiga adequar a sua investigação de acordo com os mesmos. Contudo o investigador deve ter em consideração que ele próprio é um sujeito que tem as suas próprias crenças, características, entre outras, por esse motivo deve de tentar não influenciar os resultados obtidos na sua investigação (Amado, 2014). No entanto, é importante salientar que o ser humano, tanto o investigado como o investigador, são criadores de significados, ou seja, são em simultâneo um produto e produtores de cultura, e em conjunto dão respostas às questões que vão surgindo ao longo de uma investigação (Amado, 2014). Esta abordagem fenomenológico-interpretativo, rege-se pelos significados atribuídos às ações que se desenvolvem, o investigador e o investigado partilham entre si os diversos significados que foram desenvolvendo e construindo ao longo da investigação (Amado, 2014). Segundo Amado (2014), o principal interesse de um investigador interpretativo é de individualizar, isto é, baseia-se em critérios de

compreensão de um determinado dado, a sua preocupação não é generalizar o dado observado, mas sim compreendê-lo.

Este projeto de investigação inclui uma metodologia com características qualitativas. Coutinho (2016) afirma que numa investigação deste carácter não se aceita a uniformização de comportamentos, mas sim, riqueza da diversidade individual. A perspetiva qualitativa compromete-se em investigar ideias, descobrir significado nas ações de cada indivíduo, assim como nas interações com o meio social (Coutinho, 2016). Esta investigação baseia-se num método indutivo, uma vez que o investigador pretende compreender uma situação sem antes realizar expectativas em relação ao fenómeno em estudo (Coutinho, 2016). De modo que seja possível o investigador chegar a uma teoria, este deve recolher os dados, colocar uma questão, formar categorias de dados, encontrar padrões e por fim a construção de uma teoria (Coutinho, 2016).

Para Alves e Azevedo (2010), uma abordagem qualitativa permite construir propostas fundamentadas que dispõem de explicações de fenómenos, assim como a tomada de decisões no que diz respeito a ação educativa, com o propósito de contribuir para a teoria, assim como para a prática. A investigação qualitativa assenta numa atividade intelectual, organizada, disciplinada e rigorosa (Alves & Azevedo, 2010). Por fim, esta abordagem qualitativa oferece diversas técnicas que devem ser escolhidas de acordo com o intuito da investigação, os objetivos da mesma, as condições, assim como interesse e a experiência do próprio investigador (Alves & Azevedo, 2010).

2. Investigação sobre a prática

A estratégia que foi utilizada e que tem como propósito dar uma resposta à questão problema do projeto tem ainda características de uma investigação sobre a prática.

Segundo a perspetiva de Ponte (2002), um professor ao longo do seu percurso depara-se com situações problemáticas, às quais nem sempre

consegue dar uma resposta satisfatória. Por esse motivo, este sente a necessidade de investigar a sua própria prática com o objetivo de o ajudar a lidar e a solucionar determinados problemas. Para que tal aconteça é necessário que o professor avalie a sua prática e que a reformule. O ato de investigar sobre a nossa prática é um processo de construção de conhecimento acerca da prática educativa que implementamos, dando origem a uma identidade profissional (Ponte, 2002).

O autor mencionado acima ainda refere que uma boa investigação tem três requisitos, o primeiro de todos consiste em produzir novos conhecimentos. O investigador não deve limitar-se a reproduzir o que já foi explorado/ desenvolvido anteriormente, ou seja, tem de existir pelo menos uma novidade (Ponte, 2002). O segundo requisito para Ponte (2002), está relacionado com a utilização de uma metodologia rigorosa “tem de assumir uma natureza minimamente metódica e sistemática, permitindo, desse modo, a sua possível reprodução.” (p. 4). Por último, uma investigação deve ser publicada e avaliada, para que esta esteja acessível a toda a comunidade (Ponte, 2002).

Por sua vez, estes três requisitos aplicam-se a uma investigação sobre a prática feita por um professor (Ponte, 2002). De acordo com Silva (2013), a prática profissional não envolve somente o saber fazer, implica que exista uma articulação entre a teoria/fundamentação e a prática, que posteriormente dá origem a uma atitude reflexiva e crítica, ou seja, uma atitude de investigação face à prática. A investigação sobre a prática segundo Ponte (2002) é um processo essencial para construção de novos saberes no que diz respeito à própria prática, e por esse motivo, é considerada uma atividade que promove o desenvolvimento profissional dos professores. Para além disso, as instituições de ensino que contêm professores que se preocupam em investigar em torno da sua prática, acabam por sair beneficiadas (Ponte, 2002).

Existem ainda alguns aspetos a referir acerca da investigação sobre a prática, tais como, esta não pretender formar leis gerais acerca de um determinado tema relacionado com a prática educacional (Ponte, 2002), e ainda contribuir com novas formas de olhar para um determinado assunto, proporcionando mudanças benéficas que podem vir a modificar a prática profissional de modo que esta se torne uma prática de qualidade (Ponte, 2002).

Para Silva (2013), o docente deve desenvolver uma atitude de investigação sobre a sua prática, atitude esta que deve passar por recolher e organizar informação, com propósito de tomar decisões para a realização de uma prática de qualidade. De seguida o docente deve analisar e interpretar a informação recolhida para que esta possa ser avaliada (Silva, 2013). Posteriormente, o docente deve fundamentar as opções que tomou no decorrer da sua investigação. Por fim, o docente deve comunicar e conhecer novas práticas, uma vez que partilhar com outros docentes permite uma reflexão conjunta (Silva, 2013).

É importante ainda salientar, que uma investigação se realiza num contexto específico, que só o professor que se encontra inserido neste é que o conhece em profundidade (Alarcão, 2001). Além de que é necessário ter em consideração o tempo que o professor tem para a realização da investigação, visto que esta exige dedicação e avaliação de todo o processo, mais concretamente, avaliação dos resultados (Alarcão, 2001).

Por fim, esta investigação sobre a prática é de carácter académico uma vez que é realizado por uma estudante de mestrado. Para Ponte (2002), uma investigação sobre a prática a nível académico tem como intencionalidade aumentar o conhecimento académico, em determinadas áreas e disciplinas determinadas pela comunidade académica.

Para Ponte (2002) todas as investigações passam por fases, a primeira fase é a formulação da questão que se encontra em estudo, neste caso em particular, a questão é: compreender as estratégias usadas pelos alunos na

resolução de tarefas numéricas que envolvem a multiplicação. A segunda fase é a recolha de dados que permitem dar uma resposta à questão problema que advém de uma preparação previa e de um plano de investigação, ou seja, uma metodologia de trabalho (Ponte, 2002). A fase seguinte destina-se à análise e interpretação dos dados recolhidos com o propósito de retirar conclusões (Ponte, 2002). E por fim, a fase de divulgação dos resultados obtidos, ou seja, a apresentação da investigação (Ponte, 2002).

O presente projeto foi desenvolvido numa escola do 1.º ciclo do ensino básico, mais especificamente numa sala do 3.º ano de escolaridade, e foram apenas recolhidas informações acerca de três pares. É importante referir que cada instituição tem características específicas, assim como, experiências sociais diferentes, isto quer dizer que, cada aluno é um ser único. Para o desenvolvimento do projeto, a professora estagiária explicou inicialmente aos alunos o que iria acontecer ao longo das aulas destinadas à sua investigação, com o objetivo de estes ficarem a conhecer qual o tema da sua investigação e acima de tudo qual a finalidade da mesma. Neste projeto em concreto, o investigador foi a professora estagiária que teve como propósito dar resposta à questão problema, compreender as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas numéricas que envolvem a multiplicação, tendo sido esta a primeira fase desta investigação sobre a prática.

A segunda fase refere-se à recolha de dados, para tal a professora estagiária elaborou diversas tarefas, assim como a apresentação dos resultados obtidos através de uma discussão coletiva. No decorrer da elaboração e da apresentação foram recolhidos dados para posteriormente serem analisados com o propósito de retirar conclusões acerca das estratégias utilizadas pelos alunos.

Em último lugar, a investigação é apresentada e discutida, tendo como foco a apresentação dos resultados obtidos, assim como uma breve reflexão acerca da minha prática pedagógica adotada no desenvolvimento da mesma.

3. Técnicas e processos de recolha de dados

Como referido acima, todas as investigações passam pelo processo de recolha e tratamento de dados. De acordo com Ponte (2002) as técnicas mais utilizadas para uma investigação de carácter qualitativo são a observação, a entrevista e a análise de documentos. Este autor ainda refere que o uso do diário de bordo tem sido uma ferramenta que tem vindo a ser generalizada, ou seja, cada vez mais utilizada neste tipo de investigação.

Segundo Ponte (2002), no que diz respeito à recolha de dados não é necessário recolher muitos dados, mas sim recolher dados que permitem dar uma resposta à questão problema, ou seja, dados adequados. Para além disso, é necessário que os dados sejam todos recolhidos da mesma forma utilizando sempre estratégias bem definidas e claras, de modo que a sua interpretação se torne possível (Ponte, 2002).

Para a realização deste projeto usei as seguintes técnicas de recolha de dados: observação participante e recolha documental.

3.1. Observação participante

No que diz respeito à observação participante, Afonso (2005) afirma que esta técnica de recolha de dados é considerada fidedigna e útil, uma vez que não se encontra condicionada por opiniões e diferentes pontos de vista do investigador. A observação dá origem a produtos, tais como registos escritos ou vídeos (Afonso, 2005).

O autor mencionado no parágrafo acima refere que existem dois tipos de observação, a estruturada, que consiste na utilização de fichas ou grelhas previamente elaboradas pelo investigador que permitem quantificar. A observação não estruturada permite ao investigador descrever e compreender os investigados. Para este tipo de observação há diversas formas de registar, como por exemplo as notas de campo e os diários de bordo (Afonso, 2005). Para Bogdan e Biklen (1994), as notas de campo devem ser detalhadas, precisas, extensivas e descritivas, permitindo assim que através das palavras

seja possível perceber o local, ações e conversas observadas. Ponte (2002) ainda refere que as utilizações de notas de campo permitem que o investigador registre acontecimentos que considere pertinentes para a sua investigação, assim como ideias e preocupações que vão surgindo.

Durante todo o processo de resolução das tarefas propostas, foi utilizada uma observação não estruturada com o propósito de a professora estagiária circular pela sala livremente. Esta circulação teve como objetivo a professora estagiária conseguir deslocar-se a todos os pares de trabalho e acompanhar o processo de pensamento dos alunos, assim como de esclarecer eventuais dúvidas. Para além disso, sempre que pertinente foram registados pequenos diálogos através de notas de campos, assim como a descrição do ambiente educativo. A descrição do ambiente educativo teve como principal foco: a concentração dos alunos na resolução das tarefas; o trabalho colaborativo entre pares ou não, e por fim se foi criado um ambiente propício à aquisição de novas aprendizagens.

3.2. Recolha documental

Para além da técnica de observação, foi utilizada a técnica de recolha documental. De acordo com Afonso (2005), existem três tipos de documentos que podem ser utilizados numa investigação, os documentos oficiais, os públicos e os privados. Porém na investigação que se segue só foram utilizados os documentos oficiais e os privados. No que diz respeito aos documentos oficiais (aprendizagens essenciais), estes encontram-se disponíveis no Ministério da Educação (Afonso, 2005). Por sua vez, a utilização destes documentos teve como objetivo apoiar os objetivos definidos, as atividades e ainda contribuir para a realização da caracterização da turma. Em relação aos documentos privados, Afonso (2005) afirma que estes documentos têm um carácter pessoal e que são utilizados com alguma regularidade em estudos. Estes

documentos podem ser planificações elaboradas pelos professores, cadernos diários e fichas de trabalho que os alunos realizaram (Afonso, 2005).

No decorrer das sessões destinadas à intervenção do projeto, a professora estagiária proporcionou aos alunos momentos destinados ao trabalho em pares. Neste período de tempo, os alunos tiveram a oportunidade de realizarem determinadas tarefas previamente escolhidas pela professora estagiária. Ainda antes de os alunos iniciarem a resolução das tarefas, a professora estagiária distribuiu a cada par a tarefa destinada àquela sessão. Estas tarefas foram impressas em folhas A3, de modo que os alunos tivessem espaço suficiente para a resolução da mesma, e posteriormente apresentarem na discussão coletiva os seus resultados. Para dar início à resolução das tarefas, estas foram lidas em voz alta para que todo o grupo tomasse conhecimento do que estava a ser pedido. Após a leitura os alunos resolveram livremente a tarefa proposta.

Estas tarefas tiveram como objetivo recolher informação acerca do que os alunos foram ou não capazes de fazer em relação às mesmas. Como referido acima, estas tarefas são consideradas documentos privados, uma vez que foram construídos e adaptados para esta investigação.

Para além da realização formal das tarefas, no final de cada sessão foi dinamizada uma discussão coletiva com o propósito de os alunos apresentarem as suas resoluções e em conjunto descobrirem novas estratégias de cálculo mental para a concretização da mesma tarefa. Através desta discussão pretendeu-se que os alunos adquirissem novas estratégias de cálculo mental, e que as mobilizassem nas tarefas que seguintes.

4. Procedimentos de análise de dados

Após as intervenções da professora estagiária, esta recorreu à análise de conteúdo, isto é, observou a resolução das tarefas propostas ao longo do estágio e analisou o modo como os alunos resolveram as tarefas propostas, bem como as suas dificuldades. É importante referir que é através desta

análise que é possível detetar e observar as dificuldades que os alunos manifestam na utilização do cálculo mental, no que se refere à utilização da multiplicação.

Esta análise implica que o investigador mantenha uma distância no decorrer da mesma, ou seja, que este não interfira nos resultados através da sua opinião, de forma a conseguir analisar a partir de critérios definidos pelo próprio (Quivy, 1992).

Em suma, através desta análise de conteúdo a investigadora retirou as suas conclusões no que diz respeito ao modo como os alunos desenvolveram estratégias de cálculo mental na multiplicação. E ainda, quais as estratégias mais utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas numéricas que envolvem a multiplicação.

5. Caracterização do contexto e dos participantes

Como foi referido anteriormente o presente estudo foi realizado em contexto estágio numa turma do 3.º ano de escolaridade do 1.º CEB. Este estágio teve a duração de 10 semanas, foi realizado a pares, isto é, em parceria com uma colega.

A escola básica onde ocorreu o presente estudo localiza-se em Lisboa, mais especificamente na Freguesia de Santa Maria Maior. A EB1/JI pertence à rede pública, com cerca de cento e vinte crianças, sendo constituída por cinco salas, uma de pré-escolar e as restantes do 1.º ciclo (do 1º ao 4º ano). O facto de a dimensão da escola ser pequena possibilita uma interação muito próxima entre adultos-crianças, crianças-crianças e adultos- adultos.

O Agrupamento de Escolas, ao qual pertence a escola referida, de acordo com o Projeto Pedagógico 2018-2021 (o documento mais recente de livre acesso no site do agrupamento), inclui alunos de cerca de 34 nacionalidades, sendo que na EB1/JI existem cerca de 15 nacionalidades. Esta diversidade de nacionalidades é observada através de

diferentes formas de comunicação, nomeadamente a língua, sendo, possivelmente, uma barreira ao diálogo entre pares. Este fator é verificado nas salas de aula, no recreio e nas interações, requerendo, por parte do adulto, algum cuidado e sensibilidade perante este aspeto.

A instituição disponibiliza diversos apoios aos alunos, dando resposta às suas necessidades. Estes apoios são prestados por profissionais coadjuvantes da área da terapia da fala, da psicologia, da psicomotricidade, do ensino especial, do português língua não materna, entre outros. Os apoios são disponibilizados em tempo letivo, num espaço exterior à sala de aula, não sobrecarregando a criança com apoios após as aulas.

Para além destes apoios, a escola ainda disponibiliza atividades inseridas no tempo letivo, como a Educação Física e a Capoeira (professores coadjuvantes), que acontecem semanalmente num horário fixo para cada turma. A EB1/JI incentiva a participação dos alunos e docentes em diversos projetos estabelecidos em parceria com instituições de diferentes áreas, tais como a Vitaminos (saúde), a Ciência Viva (interdisciplinaridade), Academia C. V. (interculturalidade) e teatro (educação artística). O agrupamento providencia ainda atividades extracurriculares, no horário das 16h às 17h.

Em relação a aspetos mais específicos do estágio, este realizou-se numa turma do 3.º ano de escolaridade, com vinte e dois alunos, onze do género feminino e onze do género masculino. Tendo em consideração o que foi acima descrito relativamente à diversidade de nacionalidades, existem apenas 2 alunos com apoio de português língua não materna.

Tendo em conta a composição da turma, 22 crianças, esta apresenta, naturalmente, heterogeneidade. Esta heterogeneidade verificou-se de forma mais acentuada quanto aos processos de ensino-aprendizagem e aos ritmos de trabalho.

De acordo com o que foi observado/trabalhado durante o período de estágio, a turma não evidenciou ter fragilidades a uma área específica.

No que diz respeito à relação com os outros, o grupo é atencioso e respeitador, quer entre os próprios alunos, quer com os adultos de referência e, ainda, com pessoas exteriores à escola. A turma é unida entre si, ou seja, os alunos ajudam-se mutuamente, tanto em momentos de brincadeira como no processo de aprendizagem formal. Quanto aos interesses e potencialidades da turma, os alunos envolvem-se facilmente e com curiosidade em tarefas propostas, sendo uma turma bastante participativa.

No que concerne à realização do projeto de investigação é importante referir que as tarefas foram realizadas em pares, e que a formação dos mesmos teve em consideração o nível de aprendizagens dos alunos. Apenas serão analisadas as tarefas de três pares, sendo que o nível de aprendizagem dos alunos não é o mesmo, ou seja, são três pares heterógenos. Além da diversidade em termos da aprendizagem e dos conhecimentos dos alunos, a seleção dos pares teve também em consideração o facto de estes serem bons informantes e com boas capacidades comunicativas, para que fosse possível realizar recolha de dados adequada e, posteriormente, a análise dos mesmos.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Este capítulo tem como intencionalidade apresentar as quatro tarefas que foram implementadas em contexto de estágio numa turma de 3.º ano. São apresentadas a preparação e a descrição das tarefas exploradas pelos alunos.

1. Preparação e descrição das aulas

No decorrer das dez semanas do estágio, no período de 21 de março de 2022 a 1 de junho de 2022, foram realizadas com a turma em estudo, 4 tarefas de multiplicação. A planificação das tarefas teve como intuito a realização de apenas uma por semana, à exceção da terceira tarefa que foi explorada em dois dias diferentes, na mesma semana, conforme apresentado na tabela 2.

Tabela 2

Planificação das tarefas

20/04/ 2022	26/04/2022	02/05/2022	04/05/2022	10/05/2022
Tarefa 1: Preparar sandes.	Tarefa 2: Preparar menus.	Tarefa 3: Garrafas de água.	Tarefa 3: Continuação da tarefa Garrafas de água.	Tarefa 4: Caixas de maçãs.

As tarefas propostas em sala de aula tiveram como propósito que os alunos desenvolvessem diversas estratégias que envolvessem a multiplicação, uma vez que o objetivo central da investigação é compreender as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas matemáticas que envolvem a multiplicação. Por esse motivo, as tarefas foram exploradas e dinamizadas de

acordo com uma perspectiva de ensino exploratório. Quanto à realização das tarefas em sala de aula, estas tinham a durabilidade de cerca de 1h30min, sendo organizada a aula em 3 momentos distintos, seguindo uma abordagem de ensino exploratório:

1.º - Apresentação da tarefa aos alunos, leitura do enunciado (cerca 20 minutos);

2.º - Exploração da tarefa em pares previamente organizados (cerca de 35 minutos);

3.º - Discussão coletiva e sistematização das aprendizagens (cerca de 25 minutos);

Antes de dar início à concretização da primeira tarefa, foi explicado aos alunos como é que as aulas iam decorrer, quais os pares de trabalho e ainda que existiam 3 pares com gravadores na mesa.

No decorrer de todas as aulas o primeiro momento foi sempre dedicado à distribuição dos enunciados e a leitura conjunta dos mesmos. Após esta leitura foi sempre questionado às crianças se estas tinham alguma dúvida relativamente aos conteúdos do enunciado e se todas tinham compreendido o que estava a ser pedido.

No segundo momento, que diz respeito à exploração das tarefas, os alunos tiveram a oportunidade de explorarem a tarefa livremente, discutindo e registando as suas resoluções. Foi solicitado ainda, que os alunos não apagassem os registos que realizassem no decorrer da exploração, mesmo que estes não estivessem corretas. Este pedido foi feito com o propósito de verificar se os alunos tinham conseguido chegar a uma resolução correta através da primeira tentativa, ou se necessitaram de realizar novas operações. A professora estagiária neste período de tempo esteve a circular pela sala com o intuito de observar as resoluções e pré-selecionar as que vão ser posteriormente discutidas em turma, para além disso, e caso seja necessário esclarecer alguma dúvida aos pares fê-lo, sem condicionar a resolução da tarefa.

O terceiro e último momento é destinado à discussão das tarefas, através da apresentação das resoluções dos alunos. Para a concretização destas discussões, foi solicitado que os alunos se dirigissem para a frente do quadro, explicassem oralmente e mostrassem à turma as suas resoluções, para complementar esta explicação os alunos podiam utilizar o quadro para escreverem as resoluções. Após a apresentação das diferentes resoluções obtidas, foi dinamizada uma breve conversa com o objetivo de analisar as diferentes estratégias e de as relacionar entre si, realçando os vários tipos de representações que utilizaram fazendo uma conclusão sobre as mesmas.

2. As tarefas exploradas pelos alunos

2.1. 1.ª tarefa – Preparar sandes

A primeira tarefa teve como título *Preparar sandes*, e o principal objetivo foi a construção de vários tipos de sandes, sendo que todas teriam de ser diferentes. Esta tarefa envolve a multiplicação no seu sentido combinatório. Os recursos utilizados para a realização da tarefa foram o enunciado da tarefa (um por par) (figura 1), diversas folhas A3, o quadro e o giz para a realização da discussão final. A planificação detalhada da tarefa encontra-se no Anexo A.

Figura 1

Enunciado da 1.ª Tarefa, retirado de Mendes (2012)

Preparar sandes

A Joana vai organizar um lanche para a equipa de futebol e comprou pão de trigo, pão de centeio e pão de sementes. Para acompanhar o pão optou por comprar fiambre, queijo, chouriço e manteiga. Quantos tipos de sandes consegue a Joana fazer?

Nota que, em cada sandes, há apenas um ingrediente.



Os objetivos de aprendizagem relacionados com a tarefa 1 foram seguintes (ver planificação, anexo A):

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.

Resolução de problemas

- ▶ Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

○ Questões a colocar para apoiar as aprendizagens:

- ⇒ Quantas sandes diferentes conseguiste fazer?
- ⇒ Com o pão de trigo consegues fazer quantas sandes diferentes?
- ⇒ Como é que chegaste a esse resultado?
- ⇒ Como é que pensaste?
- ⇒ Que estratégia utilizaste?
- ⇒ Será que o problema pode ser resolvido de outra forma? Qual?

A planificação da tarefa (anexo A) inclui as estratégias previstas, tais como: esquemas com a utilização de desenhos, listas de palavras, diagramas de árvore, tabelas e cálculos que envolvam multiplicação.

Tal como planificado, durante a exploração da tarefa, foi realizada uma pequena discussão e foram apresentadas as resoluções efetuadas pelos alunos.

2.2. 2.^a tarefa – Preparar menus

A segunda tarefa teve como título *Preparar menus*, e o principal objetivo foi a construção de vários tipos de menus, sendo que todos teriam de ser diferentes. Esta tarefa envolve a multiplicação no seu sentido combinatório e vem no seguimento da primeira. Na planificação foi previsto que os alunos utilizem estratégias aprendidas após a discussão coletiva sobre as resoluções da tarefa *Preparar sandes*. Os recursos utilizados para a realização da tarefa foram os enunciados (um por par) figura 2 diversas folhas

A3, o quadro e o giz para a realização da discussão final. A planificação detalhada da tarefa encontra-se no Anexo B.

Figura 2

Enunciado da 2.ª Tarefa, retirado de Mendes (2012)

Preparar menus

A Joana decidiu acrescentar ao seu lanche uma bebida, fazendo menus que incluem uma sandes e uma bebida. As bebidas podem ser escolhidas entre sumo laranja e sumo de maçã. Quantos menus diferentes consegue fazer?



Os objetivos de aprendizagem relacionados com a tarefa 2 foram seguintes (ver planificação, anexo B):

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.
- Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.

Resolução de problemas

- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas.

Factos básicos da multiplicação

- Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

- Questões a colocar para apoiar as aprendizagens:

- Quantas menus diferentes conseguiste fazer?
- Com o sumo de laranja consegues fazer quantos menus diferentes?
- Como é que chegaste a esse resultado?
- Como é que pensaste?
- Que estratégia utilizaste?
- Será que o problema pode ser resolvido de outra forma? Qual?

A planificação da tarefa (anexo B) inclui as estratégias previstas, tais como: esquemas com a utilização de desenhos, listas de palavras, diagramas de árvore, diagrama de Venn, tabelas e cálculos que envolvam multiplicação.

Tal como planificado, durante a exploração da tarefa, foi realizada uma pequena discussão e foram apresentadas as resoluções efetuadas pelos alunos.

2.3. 3.ª tarefa – Garrafas de água (1.ª parte)

A terceira tarefa teve como título *Garrafas de água*, e foi dinamizada em dois momentos distintos. O principal objetivo era os alunos construírem uma estratégia para calcularem quantas garrafas de água tinham sido oferecidas, a partir da imagem disponibilizada. Os recursos utilizados para a realização da tarefa foram os enunciados (um por par) figura 3, diversas

folhas A3, o quadro e o giz para a realização da discussão final. A planificação detalhada da tarefa encontra-se no Anexo C.

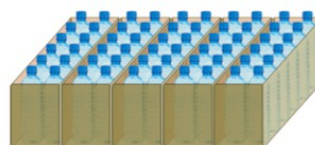
Figura 3

Enunciado da 3.ª Tarefa (1ª parte), retirado de Mendes (2012)

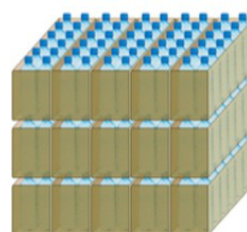
Garrafas de água

Na semana desportiva do bairro do Castelo foram realizados jogos de diferentes modalidades. A organização dos jogos disponibilizou aos atletas embalagens com 12 garrafas de água cada, como a figura.

1. Aos jogadores de ténis foram oferecidas as embalagens representadas na figura ao lado. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



2. Aos jogadores de futebol foram oferecidas as embalagens de água representadas na figura seguinte. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



Os objetivos de aprendizagem relacionados com a tarefa 3 foram seguintes (ver planificação, anexo C):

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo.

- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.
- ▶ Resolver problemas que mobilizem a compreensão no sentido aditivo da multiplicação, evidenciando a relação entre a multiplicação e a adição através da representação em arranjos retangulares.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

○ Questões a colocar para apoiar as resoluções dos alunos:

- Quantas embalagens estão na figura?
- Quantas garrafas contém cada embalagem?
- Quantas “camadas” tem a figura?
- Como é que podemos calcular o número total de garrafas?
- Observa bem o modo como estão embaladas as garrafas. Será que essa organização nos pode ajudar a resolver o problema? (colunas ou linhas).

A planificação da tarefa (anexo C) inclui as estratégias previstas, tais como: adição sucessiva, adição de parcelas duas a duas, adição por linhas, adição em colunas, decomposição decimal do 12.

Tal como planificado, durante a exploração da tarefa, foi realizada uma pequena discussão e foram apresentadas as resoluções efetuadas pelos alunos, e por fim foi realizada uma sistematização das aprendizagens.

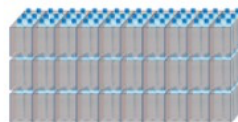
2.4. 3.^a tarefa – Garrafas de água (2.^o parte)

A terceira tarefa teve como título *garrafas de água*, e foi dinamizada em dois momentos distintos. O principal objetivo era os alunos construírem uma estratégia para calcularem quantas garrafas de água tinham sido oferecidas, a partir da imagem disponibilizada. Neste segundo momento, as imagens já contêm dois tipos de embalagens. Os recursos utilizados para a realização da tarefa foram os enunciados (um por par) figura 4, diversas folhas A3, o quadro e o giz para a realização da discussão final. A planificação detalhada da tarefa encontra-se no Anexo D.

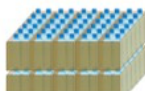
Figura 4

Enunciado da 3.^a Tarefa (2.^a parte), retirado de Mendes (2012)

3. Como as embalagens de 12 esgotaram, as águas oferecidas, aos jogadores de xadrez vinham em embalagens de 6 garrafas. Foram oferecidas 30 embalagens. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



4. À equipa de andebol foram oferecidas 10 embalagens de 12 garrafas e 20 embalagens de 6 garrafas. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste



Os objetivos de aprendizagem relacionados com a tarefa 3 foram seguintes (ver planificação, anexo D):

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.
- ▶ Resolver problemas que mobilizem a compreensão no sentido aditivo da multiplicação, evidenciando a relação entre a multiplicação e a adição através da representação em arranjos retangulares.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.
- Questões a colocar para apoiar as aprendizagens:
 - Quantas embalagens estão na figura?
 - Quantas garrafas contém cada embalagem?
 - Quantas “camadas” tem a figura?
 - Como é que podemos calcular o número total de garrafas?
 - Como é que podemos dividir a imagem para conseguirmos resolver o problema? (colunas ou linhas).
 - Na tarefa 4, as embalagens contêm o mesmo número de garrafas?

A planificação da tarefa (anexo D) inclui as estratégias previstas, tais como: multiplicação por linhas e multiplicação em colunas.

Tal como planificado, durante a exploração da tarefa, foi realizada uma pequena discussão e foram apresentadas as resoluções efetuadas pelos alunos, bem como uma sistematização das aprendizagens efetuadas.

2.5. 4.^a tarefa – Caixas de maçãs

A quarta tarefa teve como título *Caixas de maçãs*. O principal objetivo era os alunos arranjam uma estratégia para calcularem quantas maçãs haviam nas caixas, e ou quantas caixas haviam no supermercado. Os recursos utilizados para a realização da tarefa foram os enunciados (um por par) figura 5, diversas folhas A3, o quadro e o giz para a realização da discussão final. A planificação detalhada da tarefa encontra-se no Anexo E.

Figura 5

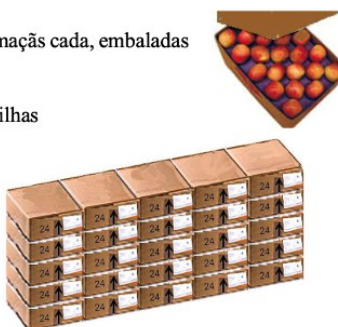
Enunciado da 4.ª Tarefa, retirado de Mendes (2012)

Caixas de maçãs

1. Na mercearia da Madalena chegaram caixas de 24 maçãs cada, embaladas como mostra a imagem.

As 25 caixas que chegaram foram arrumadas em pilhas como é indicado na figura.

No total das caixas, quantas maçãs há?



2. No supermercado do Bairro do Castelo também há uma pilha de 25 caixas de maçãs. Estas caixas são maiores, cada uma tem 48 maçãs.

Neste supermercado, quantas maçãs estão guardadas nas caixas?



3. No supermercado Girassol há, no total, o mesmo número de maçãs que no supermercado do Bairro do Castelo, mas em cada caixa estão embaladas apenas 24 maçãs.

No total, quantas caixas de 24 maçãs há no supermercado Girassol?



Os objetivos de aprendizagem relacionados com a tarefa 4 foram os seguintes (ver planificação, anexo E):

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo.
- Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.

- ▶ Resolver problemas que mobilizem a compreensão no sentido aditivo da multiplicação, evidenciando a relação entre a multiplicação e a adição através da representação em arranjos retangulares.

Raciocínio matemático

- ▶ Justificar que uma conjectura é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.
- ▶ Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.
- Questões a colocar para apoiar as resoluções dos alunos:
 - Quantas caixas estão na figura?
 - Quantas maçãs contém cada caixa?
 - Como é que chegaste a esse resultado?
 - Como é que pensaste?
 - Que estratégia utilizaste?
 - Será que o problema pode ser resolvido de outra forma? Qual?

A planificação da tarefa (anexo E) inclui as estratégias previstas, tais como: adição de duas parcelas duas a duas, adição/multiplicação por linhas, adição/multiplicação por coluna, ainda foi previsto que os alunos recorressem às resoluções das alíneas anteriores.

Tal como planificado, durante a exploração da tarefa, foi realizada uma pequena discussão e foram apresentadas as resoluções efetuadas pelos alunos.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

O presente capítulo diz respeito à análise e discussão dos dados obtidos durante a resolução das tarefas implementadas na intervenção pedagógica no decorrer do estágio. Os dados são analisados tarefa a tarefa, tendo em consideração o objetivo e as questões do estudo. Como já foi mencionado anteriormente, são analisadas as resoluções das tarefas de três pares de alunos.

1. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 1

A primeira tarefa tem como propósito que os alunos organizem diferentes tipos de sandes, através de uma ou mais estratégias à sua escolha. Uma vez que esta foi a primeira tarefa realizada para o estudo em questão, os alunos evidenciaram inicialmente pouco à vontade com o facto de estarem colocados alguns gravadores em cima da mesa. Foi-lhes explicado o motivo e dito para não se preocuparem com o gravador, uma vez que a gravação seria só utilizada para o estudo.

Par A:

O par A composto pelos alunos M. e V., mostrou alguma dificuldade na compreensão da tarefa, acabando por solicitar a minha ajuda. No decorrer do esclarecimento das dúvidas foi necessário reforçar a ideia de que cada sandes incluía apenas um ingrediente, e que este podia ser utilizado em todos os pães disponíveis. Nesse sentido, questionei os alunos através do seguinte diálogo:

E- Uma sandes pode ter vários tipos de sabor, ou não? Eu posso ter uma sandes de queijo e tu uma de doce certo? E fica diferente não fica?

M- Nós já tentamos meter queijo num pão e a V. disse que só podemos meter um.

E- Só podem meter uma vez queijo em cada pão.

V- Há mais pessoas que querem comer queijo.

E - Podem fazer um desenho se quiserem (retirei-me).

V- Podemos fazer $3 + 4$, porque temos 3 pães mais 4 ingredientes.

M- Dá 7.

V- Agora temos 2 pães e 4 ingredientes, dá 6

M- Tiramos mais um Pão, e fica 1 pão mais 4 ingredientes, que dá 5.

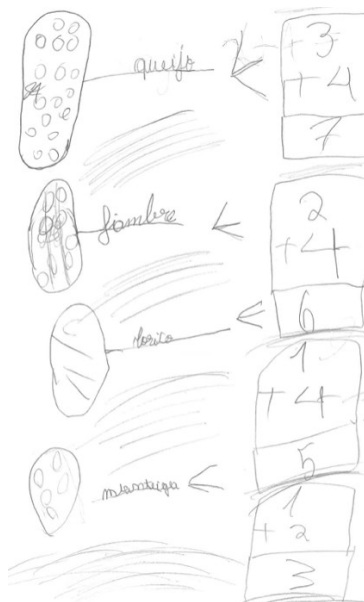
V- Agora falta um ingrediente, vamos meter noutro pão, que dá 3.

A análise deste diálogo permite perceber que os alunos compreenderam que para cada sandes só podiam utilizar um ingrediente. Contudo, não conseguiram compreender que existiam mais ingredientes do que pães, tendo os alunos contado duas vezes o mesmo pão.

Para resolver a tarefa o par realizou o seguinte registo representado na figura 6.

Figura 6

Resolução da M. e V. à 1.ª tarefa (Par A)



A figura 6 mostra que embora os alunos tenham tentado resolver a tarefa através de desenhos e esquemas não conseguiram resolvê-la

corretamente. É possível observar que o par desenhou corretamente os 4 ingredientes, tendo ainda escrito as palavras que os designam, contudo não desenharam os tipos de pães que existiam, ou seja, três, acabando assim por contabilizar um pão a mais.

A análise da resolução apresentada e do diálogo transcrito, evidência que os alunos não conseguiram alcançar o objetivo da tarefa.

Globalmente estes alunos mostraram dificuldades tanto na compreensão da tarefa, como na construção de uma estratégia eficaz de a resolver.

Par B

O par B, composto pelos alunos H. e G., inicialmente mostrou-se agitado, uma vez que os alunos estavam a ser gravados. Antes de os alunos iniciarem a tarefa propriamente dita, dirigi-me ao grupo com o intuito de confirmar que tinham compreendido o enunciado. Quando me ausentei, foi registado o seguinte o diálogo:

G- Podemos fazer 4×3 .

H- Sim, eu faço.

G- É 12.

H- Então são 12 sandes.

G- Agora podíamos fazer em desenho, vou fazer três pães e os 4 ingredientes que vai dar 12.

A análise deste diálogo permite perceber que os alunos compreenderam a tarefa proposta, assim como arranjam uma estratégia multiplicativa eficaz para a sua resolução.

Na sua folha o par realizou o seguinte registo (figura. 7)

Figura 7

Resolução da G. e H. à 1.ª tarefa (Par B)



A figura 7 mostra que os alunos conseguiram compreender que existiam três tipos de pães e quatro ingredientes diferentes, e que usaram a multiplicação para determinar o número de sandes possíveis de fazer. Tal como referem no diálogo, optam também por realizar um registo icónico para representar a estratégia usada, embora a estratégia multiplicativa seja a primeira em que pensaram.

Em síntese, os alunos do par B evidenciaram facilidade tanto na compreensão do enunciado da tarefa como na sua resolução, tendo conseguido chegar ao resultado, sem qualquer dificuldade.

Par C

O par C, composto pelos alunos Z. e J., mostrou-se logo interessado pela resolução da tarefa. Quando me dirigi junto deles, no início da mesma, estes já tinham delineado como a iam resolver, não sendo necessário esclarecer qualquer dúvida.

Z- Vamos escrever cada tipo de pão e cada ingrediente.

J- E depois vamos ligar cada pão a um ingrediente.

Z- Agora junta o trigo a cada ingrediente.

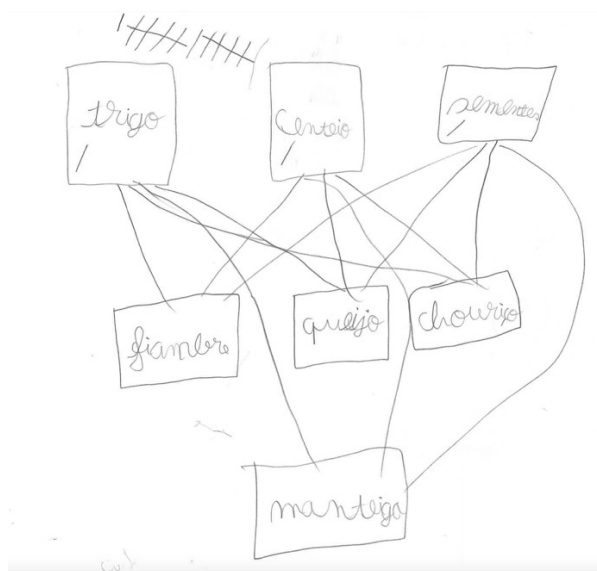
J- E vamos metendo aqueles pauzinhos para contar.

Z- Dá para fazer 12 pães diferentes.

A análise deste diálogo permite perceber que os alunos compreenderam a tarefa proposta, e que definiram em conjunto qual a estratégia que iam utilizar para a resolver, tendo optado por realizar um diagrama em árvore, recorrendo a uma representação icónica, como é possível observar na figura 8.

Figura 8

Resolução de J. e Z. à 1.ª tarefa (Par C)



Os alunos começam por desenhar ‘caixas’ com o nome de cada tipo de pão e, em baixo, fazem o mesmo no que respeita aos ingredientes. De seguida os alunos foram ligando cada tipo de pão a cada ingrediente. À medida que iam realizando estas ligações, parecem ter usado um esquema de contagem (ver parte superior da figura 8). Nesta contagem agrupam os traços 5 a 5, deixando depois um 6.º traço de fora, embora o diálogo mostre que fizeram o cálculo corretamente.

Tal como evidencia a análise tanto do diálogo como da resolução em papel, este par consegue compreender o enunciado da tarefa proposta, assim como construir uma estratégia de resolução da mesma, sem qualquer constrangimento.

Através da análise dos três episódios, bem como dos registos dos alunos, é possível concluir que o par A sentiu mais dificuldades na compreensão e na resolução da tarefa proposta, não tendo conseguido chegar ao resultado pretendido. Já os restantes pares conseguiram rapidamente estratégias para resolver a tarefa, assim como explicar o seu raciocínio, tendo o par B optado por usar uma estratégia multiplicativa, complementada com um registo icónico e o par C recorre a um diagrama em árvore para chegar ao resultado. No final da exploração da tarefa foi realizada uma pequena discussão com os diferentes resultados obtidos. No decorrer desta discussão o par A mostrou ter compreendido como é que os colegas conseguiram resolver a tarefa.

2. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 2

A segunda tarefa é a continuação da primeira tarefa, o propósito da mesma é que os alunos organizem diferentes menus, constituídos por um pão e uma bebida, utilizando uma ou mais estratégias diferentes. Uma vez que esta tarefa está interligada com a anterior foi-lhes explicado que podiam recorrer à mesma estratégia utilizada anteriormente, ou a outra, ficando ao critério de cada par.

Par A:

O par A, não demonstrou dificuldades na compreensão da tarefa, ao contrário da tarefa anterior. Contudo, estes alunos ficaram à espera que me dirigisse a eles para darem início à resolução da tarefa. No decorrer da resolução, a M. e a V. estabeleceram o seguinte diálogo:

V- Podemos fazer o pão mais os acompanhamentos e depois acrescentamos os sumos.

M- Boa ideia, depois vamos retirando sempre um pão.

V- O primeiro fica, $3+4+2$, que dá 9.

M- Então o outro vai ser $2+4+2$.

V- M. nós sabemos que no outro dia as sandes eram 12.

M- Sim, eram 12, mas agora temos mais dois sumos, que antes não tínhamos.

V- Cada menu tem sempre um sumo.

M- E há dois sumos.

V- Podemos fazer 12×2 , 12 são as sandes e 2 são os sumos

M- Dá 24.

A análise deste diálogo mostra que os alunos inicialmente iam resolver a tarefa utilizando adição sucessiva, mas optaram por recorrer ao resultado da tarefa realizada anteriormente, tal como é evidenciado na figura 9.

Figura 9

Resolução de M. e V. à 2.ª tarefa (Par A)

Preparar menus

A Joana decidiu acrescentar ao seu lanche uma bebida, fazendo menus que incluem uma sande e uma bebida. As bebidas podem ser escolhidas entre sumo laranja e sumo de maçã. Quantos menus diferentes consegue fazer?

$3 + 4 + 2 = 9$
 $2 + 4 + 2 =$

$\begin{array}{r} 12 \text{ sandes.} \\ \times 2 \text{ sumos.} \\ \hline 24 \end{array}$

Tipo de pães
Pão de trigo
Pão de canteio
Pão de sementes

Acompanhamento
Fiambre
Queijo
Chouriço
manteiga

Bebida
Sumo de laranja
Sumo de Maçã

Em suma, é possível observar através do diálogo transcrito e da resolução apresentada que os alunos conseguiram resolver a tarefa proposta, ao contrário da tarefa 1, mobilizando o resultado da tarefa anterior e recorrendo a uma estratégia multiplicativa.

Par B

O par B, assim que a tarefa foi explicada oralmente, começou de imediato a resolvê-la, não sendo necessária à minha intervenção.

H- Vou fazer 12×2 que dá 24.

G- Ou então podemos fazer $3 \times 4 \times 2$

H- Agora vamos fazer a conta $3 \times 4 = 12$

G- Agora é o resultado é $\times 2$.

H- Dá 24.

G- Então é possível fazer 24 menus.

Através da análise deste diálogo é possível perceber que os alunos compreenderam a tarefa proposta e, tal como aconteceu na 1.ª tarefa, o par arranjou uma estratégia multiplicativa eficiente para a resolver. É de notar que estes alunos recorreram a duas estratégias multiplicativas, usando, ou não, o resultado obtido na tarefa 1.

Figura 10

Resolução de G. e H. à 2.ª tarefa (Par B)

Preparar menus

A Joana decidiu acrescentar ao seu lanche uma bebida, fazendo menus que incluem uma sandes e uma bebida. As bebidas podem ser escolhidas entre sumo laranja e sumo de maçã. Quantos menus diferentes consegue fazer?

Tipo de pães

- Pão de trigo
- Pão de centeio
- Pão de sementes

Acompanhamento

- Fiambre
- Queijo
- Chouriço
- manteiga

Bebida

- Sumo de laranja
- Sumo de Maçã

$12 \times 2 = 24$ ou $3 \times 4 \times 2 =$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$$

$3 \times 4 = 12 \times 2 = 24 \text{ menus}$

A figura 10 mostra que os alunos G. e H. conseguiram resolver a tarefa através da multiplicação, usando duas estratégias diferentes, tal como referido a propósito da análise do diálogo anterior, e que ao contrário da primeira tarefa, já não recorreram a uma representação icónica. Os alunos usaram o algoritmo da multiplicação, embora os números envolvidos não o justificassem. Além disso, usam incorretamente o sinal de igual, uma vez que escrevem $3 \times 4 = 12 \times 2$. Esta incorreção parece decorrer do facto de escreverem à medida que vão pensando.

Par C

O par C, antes de dar início à sua resolução perguntou-me se podiam usar a mesma estratégia que usaram para resolver a tarefa anterior, tendo-lhe respondido que podiam usar a estratégia que mais lhes fosse conveniente. O par teve o seguinte diálogo.

Z- Podemos fazer como no outro, começamos por desenhar os pães.

J – E a seguir desenhámos os ingredientes e a acrescentamos em baixo os sumos.

Z- Agora só falta ligar todos.

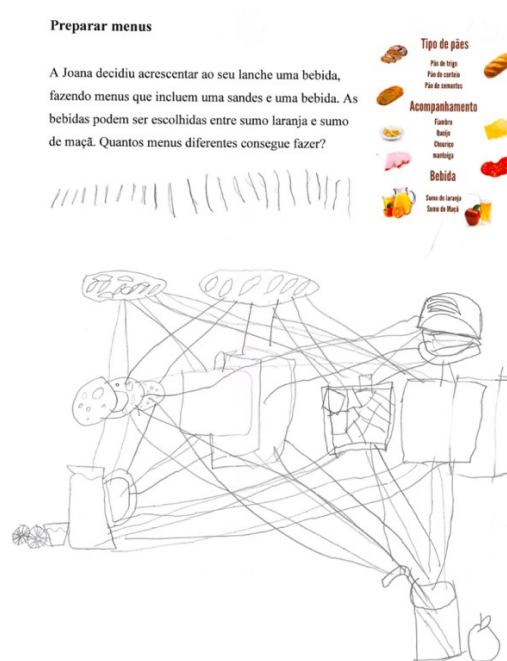
J- Fazemos pão, ingrediente e sumo, que vai dar um menu.

Z- Depois de juntares os 3 podemos fazer logo um risco em cima.

A análise do diálogo mostra que os alunos optam por um esquema em árvore (figura 11), tal como haviam feito na tarefa anterior (Figura 8).

Figura 11

Resolução de J. e Z. à 2.ª tarefa (Par C)



Os alunos optaram por realizar uma representação icônica para a resolução da tarefa. O par estabeleceu diversas ligações entre a representação dos diversos pães, ingredientes e sumos. À medida que iam realizando estas ligações colocavam um traço na parte de cima da folha, como forma de contagem, sendo possível contar 24 traços no total, ou seja, o total de menus diferentes que realizaram.

A análise das resoluções escritas dos três pares, bem como dos diálogos que existiram entre os alunos, evidência que os três pares conseguiram compreender esta tarefa, e resolvê-la sem dificuldades, uma vez que era muito semelhante à anterior. É de destacar a evolução da estratégia usada pelo par A, que conseguiu resolver a tarefa, tendo como base a discussão final associada à tarefa anterior. Os pares A e B optaram por recorrer a uma estratégia multiplicativa, enquanto o par C usou de novo um

diagrama em árvore associado a um sistema de contagem, estratégia mais demorosa, suscetível de enganos e não tão eficiente como as anteriores.

3. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 3 (1.^a Parte)

A tarefa 3 tem como propósito que os alunos calculem diferentes quantidades de garrafas de água, organizadas em filas e colunas, que foram oferecidas em cada situação descrita. Esta tarefa foi realizada em dois momentos diferentes, o primeiro momento destinou-se à realização da 1.^a parte da tarefa, que é composta por duas questões. O segundo momento diz respeito à resolução da 2.^a parte da tarefa, sendo esta também composta por duas questões. Estes dois momentos aconteceram em dias diferentes.

Par A

Esta tarefa foi realizada apenas pelo aluno M., uma vez que o aluno V. não conseguiu estar presente na aula. Foi-lhe explicado que tinha de explicitar oralmente o modo como estava a pensar resolver a tarefa, uma vez que era importante para a investigadora ficar com a gravação.

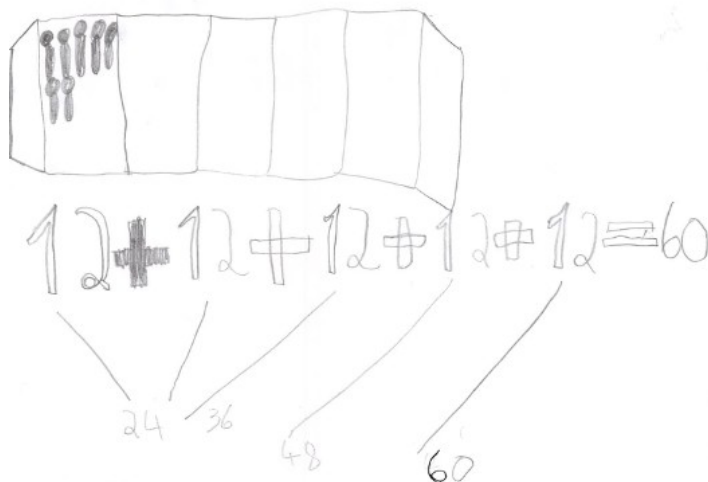
Antes de resolver a questão 1, M. explicou o seguinte:

M. - Vou começar por desenhar as embalagens, são 5, e agora vou desenhar as garrafas dentro de cada embalagem (compasso de espera). ah, mas eu sei que são 12 não vale a pena estar a desenhar. Posso fazer $12+12+12+12+12$, 12 mais 12 (conta 1 a 1) é igual a 24, agora mais 12 (conta 1 a 1), igual a 36, 36 mais 12 (conta 1 a 1) igual a 48 (conta 1 a 1) e mais 12, igual a 60. Há 60 garrafas.

À medida que vai falando, o M. vai registando os cálculos na folha, tal como mostra a figura 12.

Figura 12

Resolução da M. à 3.ª tarefa - 1ª questão (Par A)



Como é possível observar na figura 12, o M. começou por realizar uma representação icónica, que abandona logo a seguir, ao perceber que poderá efetuar o cálculo através da adição sucessiva de 12. Assim, adiciona cinco vezes o número 12, obtendo um total de 60 garrafas.

Tal como na questão 1, o M. realizou esta segunda questão sozinho, tendo explicitado oralmente o seguinte:

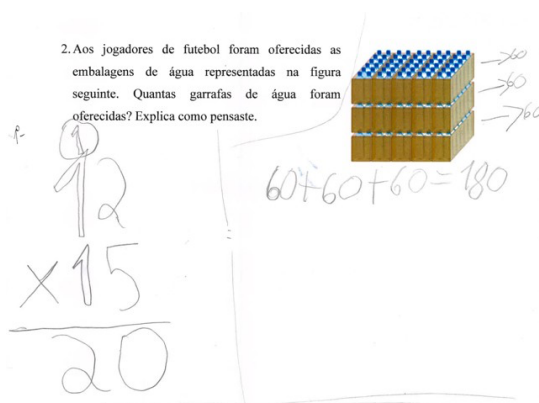
M. - Primeiro vou contar as garrafas que estão em cada embalagem, são 12 e agora vou contar quantas embalagens são, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15 (conta um a um). Posso fazer o número de garrafas vezes o número de embalagens (compasso de espera) 12 x 15 está-me a dar 20 (compasso de espera). Ah, mas não pode ser, porque há bocado deu-me 60 (compasso de espera). Eu sei que a parte de cima tem 60 garrafas, então a do meio também tem de ter 60 e a última também. Posso fazer 60 da primeira mais 60 da segunda e mais 60 da terceira, então $60 + 60 + 60 = 180$. Então há 180 garrafas de água.

A explicitação oral do raciocínio de M. evidência que, inicialmente, o aluno pensou em realizar o cálculo através de 12×15 . Contudo, identificou

que este estava incorreto, e muda de estratégia. Através da observação da figura que acompanha o enunciado da tarefa, percebeu que em cada camada de garrafas havia um total de 60 garrafas (obtido na questão 1). Uma vez que há três camadas de garrafas abandona o cálculo 12×15 e opta por efetuar uma adição sucessiva de 60, três vezes, chegando ao total de 180 garrafas. A figura 13 mostra os registos associados à estratégia multiplicativa, que se encontra incorreta, e à estratégia aditiva, através da qual o M. resolveu a tarefa.

Figura 13

Resolução da M. à 3.ª tarefa - 2.ª questão (Par A)



Par B

Depois de ter compreendido a questão 1 da tarefa, o par B, tem o seguinte diálogo.

H. – É fácil. É só meter 12 vezes 5 que dá 60.

G. Também podemos fazer $12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$.

H. Então a resposta é 60.

A análise deste diálogo permite perceber que os alunos compreenderam a tarefa proposta, e que conseguiram resolvê-la com eficácia e com rapidez. Ainda assim, é de notar que referem, incorretamente, 12 vezes 5 embora a seguir tenham falado em adicionar 5 vezes o 12.

Figura 14

Resolução de H. e G à 3.ª tarefa - 1.ª questão (Par B)

Handwritten student work showing two methods for calculating 12×5 . At the top left, $12 \times 5 = 60$ is written horizontally. Below it, two vertical calculations are shown. The left one is a multiplication: 12 is written vertically, followed by a circled 1, then 5, a horizontal line, and 60 below. The right one is an addition: 12 is written vertically, followed by a circled 1, then four more 12s, a horizontal line, and 60 below.

A figura 14 mostra que os alunos representaram tanto o cálculo multiplicativo como o cálculo aditivo, evidenciando ter a capacidade de resolver a tarefa de duas formas diferentes. É de destacar que, tal como no diálogo, escrevem horizontalmente 12×5 e na vertical efetuam 5×12 , evidenciando, ainda que informalmente, o uso da propriedade comutativa da multiplicação.

O par B, assim que acabou a primeira questão começou logo a realizar a segunda, e o diálogo entre eles é o seguinte:

H- Primeiro contamos as embalagens que são...

G- São 15.

H- Então podemos fazer $12 + 12$ 15 vezes.
 $(12+12+12+12+12+12+12+12+12+12+12+12+12+12+12 = 180)$.
Deu um total de 180 garrafas.

Figura 15

Resolução de H. e G à 3.ª tarefa - 2.ª questão (Par B)

$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 180$$

3
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
12
+ 12

180

igual a 180 garrafas de água

Tanto o diálogo entre os alunos do par, como a figura 15 que inclui os seus registos, mostram que os alunos conseguiram resolver a tarefa através da adição sucessiva, repetindo 15 vezes o número 12. Embora no diálogo os alunos verbalizem que vão fazer repetir 15 vezes o número 12 não optaram por utilizar a operação multiplicação para a resolução do problema. Para tal, efetuaram a adição sucessiva e recorrem ao algoritmo, como mostra a figura.

Par C

O par C, não esperou que o enunciado da tarefa acabasse de ser lido por outro aluno, e começou logo a realizar autonomamente a questão 1 da tarefa 3. O diálogo entre o par foi o seguinte:

Z- Cada caixa tinha 12 garrafas de água e são 5 caixas, então fazemos 12 que são as garrafas que existem vezes 5.

J- É 60.

Figura 16

Resolução de J. e Z. à 3.ª tarefa - 1.ª questão (Par C)

$$12 \times 5 = 60$$

A figura 16 mostra que o par C usa a multiplicação, e que conseguiu efetuar o cálculo sem dificuldades, embora tenha efetuado 12×5 e não 5×12 . Embora seja evidente a facilidade no cálculo, não é evidente o modo como este foi realizado.

Assim que terminou a primeira questão, o par C iniciou de imediato a segunda questão, tendo estabelecido o seguinte diálogo:

J- Já sabemos que estas garrafas todas são 60, porque no outro exercício deu 60 e a imagem é igual.

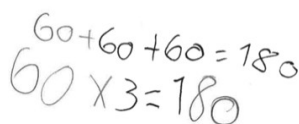
Z- Sim, então podemos fazer 60 daqui, mais 60 daqui e 60 daqui.

J- Então vou escrever $60 + 60 + 60 = 180$.

Z- Que é o mesmo que $60 \times 3 = 180$.

Figura 17

Resolução de J. e Z. à 3.ª tarefa - 2.ª questão (Par C)


$$\begin{array}{l} 60 + 60 + 60 = 180 \\ 60 \times 3 = 180 \end{array}$$

Em suma, é possível observar através do diálogo transcrito e da resolução apresentada (figura 17) que os alunos conseguiram resolver a tarefa proposta, recorrendo à adição sucessiva e estabelecendo uma relação entre esta tarefa e a anterior. Além disso, conseguem relacionar a adição com a multiplicação, embora tenham registado 60×3 e não 3×60 .

Através da análise dos diálogos e das resoluções dos três pares é possível evidenciar que os mesmos utilizaram diversas estratégias para resolver as questões apresentadas. No que concerne à resolução da primeira questão, o par A recorreu a utilização de uma representação icónica, e a adição sucessiva, o par B optou por utilizar uma estratégia multiplicativa,

contudo quis confirmar o resultado através de uma adição sucessiva, cujo resultado obtido foi o mesmo, já o par C utilizou somente uma estratégia multiplicativa. No que diz respeito às resoluções efetuadas na questão 2, o par A recorreu a uma estratégia multiplicativa, contudo uma vez que acharam que o resultado obtido estava incorreto recorreram posteriormente à figura apresentada no enunciado e optaram por realizar uma adição com base na figura. O par B nesta questão optou por usar a adição sucessiva. Por fim, o par C recorreu utilização de uma adição e posteriormente a uma operação multiplicativa.

3.1. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 3 (2.^a Parte)

Como referido acima a terceira tarefa é composta por dois momentos diferentes, sendo esta a segunda parte da mesma, composta por duas questões. Tal como na primeira parte da tarefa, o objetivo é que os alunos calculem diferentes quantidades de garrafas de água, organizadas em filas e colunas, que foram oferecidas em cada situação descrita.

Par A

A segunda parte da tarefa já contou com a presença do aluno V. para a sua resolução.

O M. antes de dar início à resolução da questão 1 explicou ao V. que no dia em que este faltou estiveram a resolver duas questões sobre garrafas de água, e que tinham de descobrir quantas garrafas tinham sido oferecidas. De seguida, o par teve o seguinte diálogo:

M- V. eu da última vez contei primeiro as embalagens.

V- Vou contar (compasso de espera), são 30.

M- E são 6 garrafas em cada embalagem. Podemos fazer 30 vezes 6.

V- Deu 180 garrafas.

M- Deu o mesmo número de garrafas que o da última vez.

Através da análise deste diálogo é possível perceber que os alunos compreenderam a tarefa proposta, e que o M. recordou a primeira parte da tarefa, explicando ao V. como é que a resolveu. Para além disso, ainda é possível retirar que os alunos conseguiram explicar o seu raciocínio através de palavras, explicando o que era o número 30 e o número 6.

Figura 18

Resolução de M. e V. à 3.ª tarefa - 3.ª questão (Par A)

Handwritten work showing the multiplication $30 \times 6 = 180$. The work includes a horizontal equation, a vertical multiplication layout, and a handwritten note in Portuguese explaining the numbers.

Horizontal equation: $30 \times 6 = 180$

Vertical multiplication:

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 6 \\ \hline 180 \end{array}$$

Handwritten note: "Eu sei 30×6 , porque são 30 embalagens e 6 garrafas." Below the note, there are two horizontal lines with double slashes at the ends, indicating a continuation or a separate section.

A figura 18 mostra que os alunos conseguiram resolver a tarefa através da multiplicação, é importante destacar que tal como no diálogo, o par escreve na horizontal 30×6 , e na vertical efetuam 6×30 , embora os alunos não se apercebam evidenciam informalmente o uso da propriedade comutativa da multiplicação.

O par A, assim que acabou a primeira questão começou logo a realizar a segunda, e o diálogo entre este foi o seguinte:

M- Olha V. desta vez temos embalagens diferentes.

V- Vamos contar quantas são de cada (compasso de espera), as castanhas são 10, e as cinzentas são 20.

M- Então podemos fazer 20 mais 10.

V- Sim, podemos fazer isso.

M- Dá 30. E sabemos também que são 12 garrafas.

Através deste diálogo é possível constatar que o par A não conseguiu compreender qual era o objetivo da tarefa, uma vez que o par apenas tentou descobrir qual o número total de embalagens, ao invés de descobrir qual a quantidade de garrafas que foram oferecidas.

Figura 19

Resolução de M. e V. à 3.ª tarefa - 4.ª questão (Par A)

The image shows handwritten work on a piece of paper. At the top, the equation $10 + 20 = 30$ is written. Below it, a vertical addition is shown: $\begin{array}{r} 10 \\ + 20 \\ \hline 30 \end{array}$. To the right of the addition, there are two vertical lines with horizontal bars at the top and bottom, resembling a bracket. Below the addition, there is a handwritten note in Portuguese: "Eu fiz 10 + 20, porque as embalagens são 12 garrafas".

A figura 19 mostra que o par A tentou resolver a tarefa através de uma adição, e que apenas adicionou o número de embalagens, deixando de parte o número de garrafas que cada embalagem continha. Contudo, quando deram uma resposta à tarefa mencionaram que existiam apenas 12 garrafas de água. Em suma, é possível constatar que o par A não conseguiu compreender o que era pretendido nesta questão.

Par B

O par B, assim que as explicações das duas questões foram concluídas iniciou a resolução da primeira questão, tenho estabelecido o seguinte diálogo:

H- Sabemos que temos embalagens com 12 garrafas.

G- Sim, e também temos agora embalagens com 6 garrafas.

H- Então temos de fazer 12 vezes 6. Porque são as garrafas que tínhamos e as garrafas que temos agora.

G- Deu 72.

H- Agora temos de fazer vezes 3, porque são três linhas.

G- O total de garrafas é 216.

A análise deste diálogo permite perceber que os alunos não conseguiram interpretar corretamente a questão, e que multiplicaram o número de garrafas que existia numa embalagem vezes a quantidade de garrafas que existia na outra embalagem, ao invés de multiplicarem a quantidade de garrafas que existiam nas novas embalagens. Para além disso, ainda é possível retirar que os alunos não observaram com detalhe a imagem que acompanhava a questão, uma vez que nesta era possível observar que as embalagens continham 6 garrafas de água.

Figura 20

Resolução de H. e G. à 3.ª tarefa - 3.ª questão (Par B)

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline 72 \\ \times 3 \\ \hline 216 \end{array}$$

A figura 20 mostra que embora os alunos não tenham consigo resolver corretamente a tarefa, estes recorreram a uma estratégia multiplicativa. É ainda importante referir que os alunos realizam os seus cálculos na horizontal, e que aproveitaram o resultado da primeira multiplicação para dar continuidade à segunda multiplicação, multiplicado 72×3 que deu o total de 216 garrafas de água.

O par B, tal como par A, assim que acabaram a primeira questão iniciaram de imediato a resolução da segunda, o diálogo entre o par foi o seguinte:

G- Temos de descobrir quantas garrafas há aqui e aqui (aponta para as imagens).

H- Sim, e há umas embalagens que têm 6 garrafas e outras têm 12.

G- (compasso de espera) As castanhas têm 12 garrafas e as cinzentas têm 6.

H- Podemos fazer o que temos feito sempre, o número de garrafas vezes o número de embalagens,

G- Então é 12 vezes 10, e 6 vezes 20

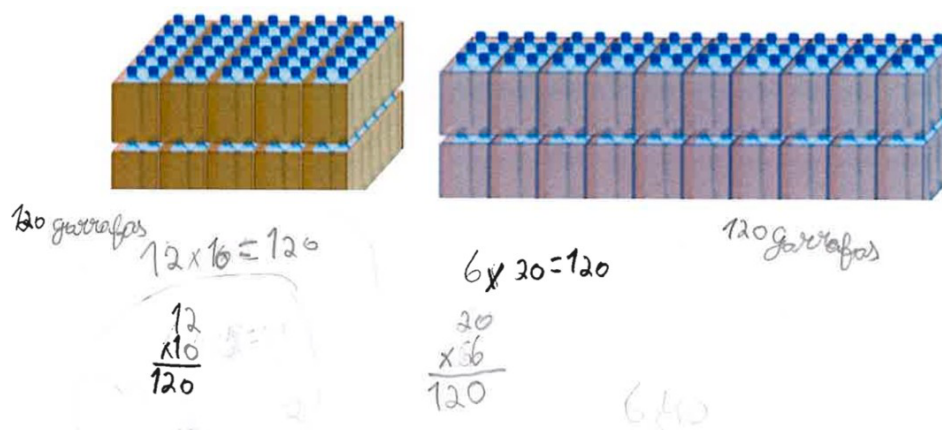
H- 12 vezes 10 é igual a 120, nestas embalagens há 120 garrafas. E 6 vezes 20 dá 120, aqui também há 120 garrafas.

G- Existe o mesmo número de garrafas.

Com a análise deste diálogo é possível verificarmos que os alunos compreenderam que tinham de descobrir a quantidade de garrafas que existia nos dois conjuntos diferentes e realizaram-no corretamente. Contudo o par B não chegou à resposta final da questão, uma vez que não adicionaram a quantidade de garrafas de água que existia nos dois conjuntos em simultâneo, apenas ficam pela quantidade individual.

Figura 21

Resolução de H. e G. à 3.ª tarefa - 4.ª questão (Par B)



Os alunos optaram por realizar duas multiplicações como é possível observar na figura 21. A primeira multiplicação é referente às embalagens

que contêm 12 garrafas de água. Os alunos tal como evidenciado no diálogo escreveram na vertical 12×10 , porém quando foram resolver a operação na vertical escreveram 10×12 , ou seja, os alunos usaram a propriedade comutativa da multiplicação inconscientemente. Quanto à segunda multiplicação referente às embalagens que contêm 6 garrafas de água, os alunos no diálogo mencionam que vão multiplicar 6×20 , e ao contrário do que tinha acontecido com as embalagens de 12 unidades, efetuam o cálculo na horizontal e na vertical tal como mencionam no diálogo 6×20 .

No entanto, os alunos não acabaram de resolver a questão, uma vez que estes não adicionaram o total de garrafas que existia nos dois conjuntos.

Par C

O par C, tal como nas tarefas anteriores iniciou de imediato a resolução da mesma, não sendo necessário esclarecer qualquer dúvida. O diálogo entre o par foi seguinte:

J- Podemos escrever a informação que conseguimos retirar para ser mais fácil.

H- Ok, sabemos que cada embalagem tem 6 garrafas.

J- Então vou escrever 1 embalagem tem 6, e sabemos que são 30 embalagens.

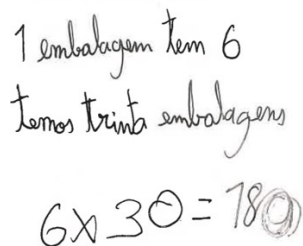
Z- Agora é só fazermos 6×30 .

J- Dá 180.

Z- Está resolvido, são 180 garrafas.

Figura 22

Resolução de J. e Z. à 3.ª tarefa - 3.ª questão (Par C)



Handwritten text in Portuguese: "1 embalagem tem 6", "temos trinta embalagens", and the calculation "6 x 30 = 180". The calculation is written with "6" and "30" crossed out and "180" circled.

A figura 22 mostra que os alunos conseguiram resolver a questão através da multiplicação, embora seja evidente a facilidade no cálculo, não é evidente o modo como este foi realizado. Para além disso, o par C pela primeira vez teve o cuidado de retirar e de organizar os dados da tarefa, antes de a realizar. Ainda assim, realizaram o cálculo 6×30 e não 30×3 .

Após terminado a questão anterior, o par C iniciou de imediato a que se seguia, e estabeleceram o seguinte diálogo:

J- Este exercício é como o outro, temos de ver quantas garrafas de água há em cada monte.

Z- Sim, e fazemos as embalagens vezes a quantidade de água que cada uma têm.

J- O primeiro monte tem 6 garrafas em cada embalagem, e são (compasso de espera) 20.

Z- 6 vezes 20 que dá 120.

J- O outro cada embalagem tem 12 garrafas e são só 10 embalagens.

Z- Então é 12 vezes 10.

J- Sim, e dá 120 garrafas.

Z- Mas eles querem saber o total de garrafas.

J- Não é fácil, fazemos 120 mais 120, deu 240

Z- A resposta é que há 240 garrafas no total. Está feito.

Figura 23

Resolução de J. e Z. à 3.ª tarefa - 4.ª questão (Par C)

$$6 \times 20 = 120$$

$$12 \times 10 = 120$$

$$120 + 120 = 240$$

O par C recorreu à multiplicação para descobrir quantas garrafas existiam. Primeiro descobriram quantas garrafas existia num conjunto e depois procederam à descoberta do outro. Quando obtiveram os dois resultados adicionaram-nos dando origem ao resultado, ou seja, o total de garrafas que foram oferecidas (figura 23 e diálogo anterior). Tal como na questão anterior é evidente que o par C conseguiu compreender a mesma e resolvê-la sem qualquer dificuldade, contudo não é evidente o modo como o cálculo foi realizado, embora possa ter sido efetuado mentalmente, considerando os números de referência envolvidos.

Em suma, através da análise destes 6 episódios é possível verificar que, de modo geral, os pares conseguiram compreender as duas tarefas propostas. Contudo houve algumas dificuldades na execução das mesmas. Na primeira questão, os pares A e C recorreram a uma estratégia multiplicativa, e conseguiram resolvê-la sem qualquer dificuldade, o par B também recorreu a uma estratégia multiplicativa, no entanto não conseguiu compreender que tinha de multiplicar apenas as embalagens que continham 6 garrafas, uma vez que as embalagens de 12 já tinham esgotado. Relativamente à segunda questão, apenas o par C conseguiu resolvê-la corretamente utilizando a multiplicação e a adição. O par A não conseguiu compreender que tinha de calcular o total de garrafas e não o total de embalagens, e por esse motivo

recorreu a uma adição, não conseguindo chegar à resolução correta da questão. Já o par B compreendeu que tinha de multiplicar o número de embalagens pelo número de garrafas que tinha cada embalagem, no entanto esqueceram-se de adicionar o número total de garrafas de cada conjunto. Deste modo não conseguiram chegar ao resultado pretendido, ou seja, ao número total de garrafas que existia em todas as embalagens.

4. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 4 (1.^a parte)

A quarta tarefa tem como propósito que os alunos calculem diferentes quantidades de maçãs que se encontram guardadas em dois tipos caixas diferentes. A realização desta tarefa não foi possível ser feita toda no mesmo dia como previsto. Por esse motivo, a primeira e a segunda questão foram resolvidas num dia e a terceira questão foi resolvida no dia seguinte. No que concerne à terceira questão, o par A nesse dia não compareceu na escola e, por essa razão, não existem dados possíveis de serem analisados.

Par A

O par A esperou que a questão fosse explicada na sua totalidade e depois prosseguiu para a sua concretização. O diálogo entre o par foi o seguinte:

M- Sabemos que cada caixa tem 24 maçãs.

V- E uma pilha tem 5 caixas.

M- Podemos fazer $24+24+24+24+24 = 120$.

V- Isso é o que tem uma pilha, vou escrever por cima.

M- Então agora é $120+120+120+120+120 = 600$. Porque 120 é o que há em cada pilha.

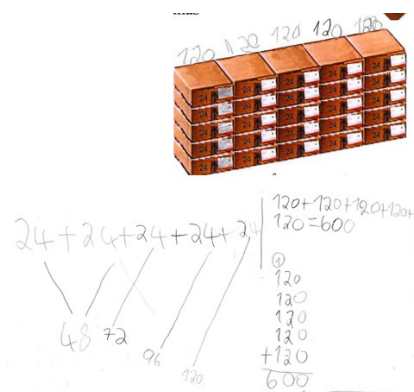
V- Há 600 maçãs nestas caixas todas.

Com a análise deste diálogo é possível verificar que os alunos compreenderam que tinham de calcular a quantidade de maçãs que existia no total das caixas. Para além disso, é possível verificar que os alunos organizaram as caixas em pilhas e que identificaram que cada pilha continha

cinco caixas. De seguida adicionaram $24+24+24+24+24$ obtendo um total de 120. Com o resultado obtido da primeira pilha, os alunos adicionaram o total de todas as pilhas, ou seja $120+120+120+120+120$, tendo chegado ao total de 600. Desta forma os alunos concluíram que o número total de maçãs que existia nas caixas era 600 maçãs.

Figura 24

Resolução de M. e V. à 4.ª tarefa - 1.ª questão (Par A)



Para a resolução da primeira questão os alunos optaram inicialmente por realizar uma adição sucessiva, adicionando sucessivamente cinco vezes o número 24, tendo obtido um total de 120, sendo este o número total de maçãs que existe em cada pilha. Através da figura 24, podemos observar que, tal como é referido no diálogo, os alunos escreveram 120 por cima das 5 pilhas. Com o resultado obtido da primeira adição, realizaram de novo outra adição sucessiva, mas agora recorrendo a um cálculo em coluna (algoritmo) adicionando 5 (o número de pilhas) vezes o número 120 (número de maçãs que existe em cada pilha), o que deu o resultado de 600, ou seja, o número total de maçãs.

O par A quando terminou a primeira questão da tarefa iniciou logo a resolução da segunda, e o diálogo foi o seguinte:

M- Podemos resolver através de uma multiplicação, como fizemos com o exercício das garrafas.

V- Sim. (permanece em silêncio).

M- Primeiro vemos quantas caixas temos.

V- São 25.

M- E no problema diz que cada uma tem 48 maçãs.

V- São muitas maçãs.

M- Temos de escrever 25 vezes 48.

V- É melhor meter a conta em pé.

M- Sim, vou meter. Dá 200 mais 1000 que no total dá 1200.

V- É melhor confirmares ao lado, se a conta está bem.

M (compasso de espera), sim dá o mesmo.

A análise deste diálogo mostra que embora o par tenha resolvido a questão em conjunto, o aluno M. acabou por ter um papel mais ativo na resolução da mesma. Uma vez que foi o M. que referiu qual era a melhor estratégia para solucionar a questão (no seu entender), escreveu no papel o seu raciocínio e ainda confirmou se o resultado da soma estava correto, a pedido do V (Figura 25).

Figura 25

Resolução de M. e V à 4.ª tarefa - 2.ª questão (Par A)

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 48 \\ \hline 200 \\ + 1000 \\ \hline 1200 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 48 \\ \hline 200 \\ + 1000 \\ \hline 1200 \end{array}$$

A figura 25 mostra que os alunos recorreram ao uso de uma multiplicação, recorrendo a um cálculo em coluna, quase algoritmo, pois compreenderam que esta estratégia iria dar-lhes uma resposta mais rápida, ao contrário da estratégia que realizaram na questão anterior. É ainda de destacar que, tal como no diálogo o par escreve na horizontal 25×48 , e na vertical efetua 48×25 , deste modo evidenciam informalmente o uso da propriedade comutativa da multiplicação.

Par B

O par B iniciou a primeira questão assim que esta acabou de ser lida por um colega e explicada para o grande grupo, tendo estabelecido o seguinte diálogo:

G- É fácil, temos de fazer o número de maçãs que há em cada caixa vezes o número de caixas.

H- São 25 caixas.

G- E cada uma tem 24 maçãs.

H- Então é 24×25

G- Sim, vamos resolver

H- Acho que o resultado está mal G.

G- Sim, não faz muito sentido dar tão pouco.

H-Vamos

fazer

24+24+24+24+24+24+24+24+24+24+24+24+24+24+24.

24+24+24+24+24+24+24+24+24 (compasso de espera).

G- O total deu 600.

H- Que estranho a conta de vezes não ter dado bem.

G- Podemos voltar a fazer.

H- Sim, mas desta vez mete 25x24.

G- Então primeiro vamos fazer 5 vezes o 4 que dá 20 e vão 2. E agora 5 vezes o 2 que dá 10, mais aqueles 2 dá 12. Agora vamos fazer o 2, 2 vezes 4 dá 8.

H- Temos de deixar uma casinha vazia por baixo do zero.

G- Sim, e 2 vezes 2 é 4.

H- Agora é somar o 120 mais o 48.

G- Deu 600.

H- Agora sim, a conta está bem feita, e temos a certeza que há 600 maçãs.

Figura 26

Resolução de H. e G. à 4.ª tarefa - 1.ª questão (Par B)

The image shows handwritten mathematical work. On the left, a multiplication problem is circled and labeled 'ERRO' (Error) with an arrow pointing to it. The problem is $\begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 60 \end{array}$. To the right of this is a vertical list of 24 '24's, with a horizontal line at the bottom and the number '600' written below it. To the right of the list is another multiplication problem: $\begin{array}{r} 24 \\ \times 25 \\ \hline 120 \\ + 48 \\ \hline 600 \end{array}$.

Através da análise deste diálogo é possível constatar que o par B compreendeu o objetivo da questão, e que inicialmente tentou resolvê-la através de uma multiplicação. Contudo, o par B não ficou satisfeito com o resultado obtido e quis confirmar o mesmo através de uma adição sucessiva como é possível observar na figura 26. Após esta confirmação o par B verificou que o resultado da multiplicação e da adição não era o mesmo e quis refazer a multiplicação. No entanto, o H. pede para o G. escrever 25×24 em vez de 24×25 e à medida que vão resolvendo a multiplicação vão conversando sobre todos os passos que estão a realizar, tendo conseguido realizá-la corretamente. No final, o par B circundou a primeira multiplicação que realizou e escreveu erro, tal como mostra a figura 26. É ainda importante referir que o par B teve a capacidade de olhar para o primeiro resultado obtido e ter sentido crítico (sentido de número) para conseguir perceber que era impossível através do cálculo 24×25 se obter apenas 60 maçãs.

O par B tal como o par A, assim que terminou a primeira questão iniciou de imediato a resolução da segunda, tendo estabelecido o seguinte diálogo:

G- Desta vez temos a mesma quantidade de caixas, o que muda é a quantidade de maçãs.

H- Sim, as caixas são 25 como no outro exercício, e maçãs são 48.

G- Podemos fazer as caixas vezes o número de maçãs

H- Então escreve 25×48 (compasso de espera)

G- Deu 1200.

Com a análise deste diálogo é possível verificarmos que os alunos compararam esta questão à questão anterior, e que associaram que o número de caixas era o mesmo e que apenas mudava a quantidade de maçãs que existia em cada uma. Para além disso, o par B explicita que vai resolver a questão através de uma multiplicação.

Figura 27

Resolução de H. e G. à 4.ª tarefa - 1.ª questão (Par B)

The image shows a handwritten vertical multiplication. At the top, the number 25 is written with a circled 4 above it. Below it, 24 is written with a circled 2 to its left. A horizontal line separates this from the next row, which contains 200. Another horizontal line follows, and below it is the number 1200. The final result, 600, is written at the bottom. This represents the calculation 25 × 24 = 600, but the vertical steps show 25 × 20 = 500 and 25 × 4 = 100, which are then added to get 600. The handwritten work illustrates a commutative error in the standard algorithm.

A figura 27 mostra que os alunos para resolverem a questão recorreram ao algoritmo da multiplicação e que mais uma vez utilizaram, informalmente, a propriedade comutativa da multiplicação. No diálogo transcrito os alunos mencionam que vão multiplicar a quantidade de caixas pelo número de maçãs, mas quando realizam o algoritmo na vertical, fazem o número de maçãs vezes o número de caixas. Ainda assim, obtêm um resultado correto.

Par C

O par C, tal como nas tarefas anteriores, começou logo a realizar a primeira questão sem acabar de ouvir a explicação da mesma. O diálogo entre o par foi o seguinte:

Z- Então temos, caixas e maçãs neste exercício.

J- Aqui diz que são 24 maçãs por caixa. E que chegaram 25 caixas.

Z- É fácil, temos de fazer as maçãs vezes o número de caixas.

J- Então vou escrever 25 vezes 24.

J- 4 vezes 5 dá 0, e vão 2. 4 vezes 2 dá 8 mais 2 é 10.

J- Agora, 2 vezes 5 dá 10 e vai 1, 2 vezes 2, 4 mais 1 dá 5.

Z- Dá 600.

Figura 28

Resolução de J. e Z. à 4.ª tarefa - 1.ª questão (Par C)

A handwritten vertical multiplication calculation. At the top, the numbers 25 and 24 are written with a multiplication sign between them. A horizontal line is drawn below. Below the line, the number 100 is written. Another horizontal line is drawn below 100. Below that line, the number 500 is written with a plus sign to its left. A final horizontal line is drawn below 500, and the number 600 is written below that line.

Com a análise deste diálogo e da figura 28 acima apresentada é possível verificar que o par C compreendeu a questão proposta e que não demonstrou dificuldade em resolvê-la, tendo usado o algoritmo da multiplicação de forma correta. Contudo, é de destacar o facto de o par C no diálogo, dizer que vai escrever 25×24 , e depois quando escrevem a operação na vertical colocam 24×25 , mais uma vez os alunos apropriaram-se da propriedade comutativa da multiplicação inconscientemente.

Após o término da primeira questão o par C prosseguiu para a resolução da segunda, e estabeleceu o seguinte diálogo:

J- Este é igual ao outro, só que as caixas têm 48 maçãs.

Z- Temos 25 caixas de 48 maçãs.

J- Podemos fazer 25×48 (compasso de espera). Deu 1200.

Z- Olha é o primeiro exercício vezes dois.

Através da análise do diálogo é possível constatar que o par C compreendeu a questão, tendo efetuado os cálculos corretamente, e que ainda estabeleceu uma relação com a questão anterior, mencionando que a única diferença era a quantidade de maçãs que existia em cada caixa. Por fim, ainda mencionaram que o resultado obtido era o dobro da questão anterior, ou seja, referiram 600×2 .

Figura 29

Resolução de J. e Z. à 4.ª tarefa - 2.ª questão (Par C)

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 48 \\ \hline 200 \\ 1000 \\ \hline 1200 \end{array}$$

primeira 1200 x 2 = 1200

tinha 25 caixas de 48 maçãs, então só temos de fazer 25 x 48 = 1200

A figura 29 permite perceber que o par C realizou o algoritmo da multiplicação, e tal como na questão anterior utilizaram a propriedade comutativa da multiplicação. Para além disso, o par C escreve o mesmo que é referido no diálogo anterior, que se tivessem feito o primeiro exercício vezes 2, daria à mesma 1200 maçãs. Por fim, elaboram uma resposta que contém a explicação do raciocínio utilizado “tínhamos 24 caixas de 48 maçãs, então só temos de fazer $25 \times 48 = 1200$ ”.

Em síntese, as resoluções escritas pelos pares, bem como dos diálogos que existiram entre os alunos, permitem evidenciar as estratégias usadas pelos alunos na resolução da primeira questão. O par A recorreu à adição, adicionaram primeiro a quantidade de maçãs que existia em cada pilha e posteriormente adicionaram o total de maçãs de acordo com o número de pilhas que existia. O par B inicialmente optou por realizar uma multiplicação, contudo considerou que o resultado poderia estar errado, e, por esse motivo, realizou uma adição sucessiva cujo resultado já lhes pareceu correto, no entanto voltaram a repetir a operação multiplicativa cujo o cálculo através do algoritmo (com os fatores trocados) tendo obtido um resultado igual ao do cálculo anterior. O par C optou por realizar o algoritmo da multiplicação, não demonstrando qualquer dificuldade na resolução da tarefa.

Relativamente à segunda questão todos os pares realizaram uma multiplicação, e não existiu algum constrangimento na resolução da mesma.

4.2. As estratégias usadas pelos alunos na tarefa 4 (2.^a parte)

A segunda parte da tarefa “caixas de maçãs” tal como mencionado acima foi realizada noutro dia devido à falta de tempo para a execução da mesma. Por esse motivo, foi realizada uma breve revisão das duas questões que tinham sido resolvidas no dia anterior, de modo que os alunos se conseguissem recordar do contexto e conseguissem realizar a questão apresentada. Uma vez que a data para a realização desta questão sofreu uma alteração, não foi possível contar com a presença dos alunos do par A, e por esse motivo não existem dados para serem analisados.

Par B

O par B esperou que a questão fosse lida em grande grupo e explicada, de seguida deu início à sua resolução.

H- Sabemos que nas caixas do Castelo estão embaladas 24 maçãs, por caixa.

G- E queremos saber quantas caixas de 24 há no supermercado Girassol.

H- Então fazemos 24×24 e vamos ter o número de caixas que existe no supermercado Girassol. Vou escrever.

G- 4×4 , 16 e vai um; 2×2 , dá 8 com mais 1 é 9. O primeiro número já está agora vou passar para o segundo. 2×4 é 8, e 2×2 é 4. Agora é só somar (silêncio).

H- Dá 576.

G- Existem 576 caixas no supermercado.

Figura 30

Resolução de H. e G. à 4.ª tarefa - 3.ª questão (Par B)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

Com a análise deste diálogo e da figura 30 é possível verificar que o par B compreendeu o que era pedido na tarefa, ou seja, calcular quantas caixas de 24 maçãs existem no supermercado Girassol. Contudo, embora tenham sabido recorrer ao algoritmo da multiplicação, não conseguiram resolver corretamente a tarefa uma vez que não usaram os dados adequados que lhes iria permitir descobrir a quantidade de caixas.

Par C

O par C desta vez não iniciou a resolução da tarefa sem ouvir explicação da mesma até ao fim. Quando a explicação terminou o par estabeleceu o seguinte diálogo.

J- Este exercício parece mais difícil.

Z- Sim também achei mais confuso.

J- Temos de descobrir quantas caixas de 24 há no supermercado Girassol.

Z- No supermercado do Castelo há 25 caixas.

J- Fazemos 24 que são as caixas que há no supermercado do castelo vezes 25 que são as caixas que há no supermercado Girassol.

Z- 4×5 é 20 e vai 2; $4 \times 2 = 8$ mais 2 dá 10.

J- 2×5 é 10 e vai 1; 2×2 é 4 mais 1 dá 5.

Z- 0 com nada é 0; $0+0$ é 0; e $1 + 5$ é 6.

J- Deu 600.

Z- Isso quer dizer que existem 600 caixas de maçãs no supermercado Girassol.

Figura 31

Resolução de J. e Z. à 4.ª tarefa - 3.ª questão (Par C)

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 24 \\ \hline 100 \\ + 50 \\ \hline 600 \end{array}$$

Através da análise deste diálogo e da figura 31 é possível verificar que o par C compreendeu o que era pedido na tarefa, embora tenham identificado dificuldades iniciais, no entanto não conseguiram resolvê-la corretamente. Porém, conseguiram estabelecer uma ligação à tarefa anterior, recorrendo ao facto de existirem 25 caixas de maçãs no supermercado do Bairro do Castelo. Contudo, não conseguiram compreender que para calcularem o número total de caixas precisavam de utilizar o número de maçãs que existia dentro das caixas do supermercado do Bairro do Castelo.

A análise das resoluções escritas dos dois pares, bem como dos diálogos que existiram entre os alunos, evidência que ambos compreenderam o que lhes era pedido nesta tarefa, contudo não conseguiram resolvê-la, não tendo conseguido arranjar uma estratégia que os conduzisse à resposta correta da mesma. Tanto o par B, como o par C optaram por recorrer a uma estratégia multiplicativa (algoritmo), sendo que o par B apenas utilizou os dados fornecidos nesta questão e o par C recorreu a dados da questão anterior.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo encontra-se organizado em quatro secções. Na primeira secção, apresento uma síntese de investigação, o seu objetivo e as questões de estudo. Na segunda secção, apresento as conclusões do estudo de acordo com as questões de investigação. Por fim, reflito sobre o processo de realização da investigação, as aprendizagens que realizei ao longo da mesma e o contributo que esta teve para o meu futuro enquanto profissional.

1. Síntese do estudo

A presente investigação foi realizada ao longo do período de estágio, e foi desenvolvida numa turma do 3.º ano de escolaridade do Ensino Básico, numa escola localizada no distrito de Lisboa.

A escolha da temática estudada decorre do meu percurso pessoal, uma vez que quando era pequena os meus pais incentivam-me a realizar operações numéricas no meu dia-a-dia, especialmente nas compras semanais. Através desta “brincadeira” pude compreender que é importante conseguir realizar operações numéricas através do cálculo mental.

Tendo em conta o que foi acima mencionado, emergiu a vontade de proporcionar aos alunos uma aprendizagem matemática com o objetivo destes conseguirem compreender que a matemática pode ser utilizada no dia-a-dia de cada um. Por esse motivo, formulei o seguinte objetivo de estudo: “Compreender o modo como os alunos resolvem tarefas matemáticas relacionadas com a operação multiplicação”.

Com o propósito de orientar a investigação foram estabelecidas duas questões, às quais procurei dar resposta, através da análise dos dados recolhidos no decorrer da mesma, sendo estas as seguintes:

- Quais as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação?
- Quais as dificuldades que os alunos manifestaram na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação?

Para dar resposta ao objetivo e às questões do estudo que foram apresentadas anteriormente, ao longo desta investigação utilizei uma metodologia qualitativa, que por sua vez está associada a uma investigação sobre a prática. De acordo com Ponte (2002), a investigação sobre a prática permite uma construção de novos saberes, para além de que esta promove o desenvolvimento profissional dos professores.

No decorrer da investigação, foram exploradas quatro tarefas matemáticas, sendo que algumas incluíram mais do que uma questão. As tarefas apresentadas foram exploradas em pares e tinham como propósito promover o desenvolvimento de estratégias multiplicativas. Para efeitos de investigação, analisei apenas as respostas de três pares de alunos, que designei por par A, B e C. Para dar resposta ao objetivo e questões do estudo utilizei as seguintes técnicas de recolha de dados: a observação participante, que por sua vez foi complementada através de áudios, e a recolha documental que incidiu sobre os registos escritos dos alunos no âmbito da resolução das tarefas propostas. Para analisar os dados recolhidos recorri à análise de conteúdo.

2. Conclusões do estudo

No que diz respeito às conclusões do estudo, estas resultaram da análise dos dados recolhidos ao longo da investigação e da articulação com a revisão da literatura sobre a temática em estudo. As subsecções seguintes estão organizadas de acordo com as duas questões de investigação.

2.1. As estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação

No que diz respeito às estratégias de cálculo mental na resolução de tarefas numéricas, de acordo com Brocardo et al. (2005), não existe uma estratégia considerada como a melhor, mas sim a existência de diversas estratégias ajustáveis e disponíveis para a resolução da mesma tarefa. No

decorrer do estudo, foi possível constatar essa evidência nas diferentes tarefas apresentadas e exploradas.

A tarefa 1 (*Preparar sandes*) teve como propósito os alunos construírem diferentes tipos de sandes através dos ingredientes disponibilizados. Sendo esta a primeira tarefa realizada, o contexto da mesma foi pensado para que os alunos conseguissem relacioná-la com o seu quotidiano, de modo que a resolução da mesma lhes fosse mais fácil. Segundo Mendes et al. (2011), o professor deve ter em consideração o quotidiano dos alunos, de forma que estes consigam facilmente compreender as tarefas, contudo é importante proporcionar um momento surpresa. No que concerne à resolução desta tarefa, os alunos optaram por diferentes estratégias de cálculo mental, tendo também sentido necessidade de recorrer ao registo escrito. De acordo com Brocardo et al. (2005), as crianças devem sentir-se confiantes na resolução de tarefas, e podem apoiar estas resoluções em representações escritas.

De modo a dar uma resposta à tarefa *Preparar sandes* os alunos optaram por diferentes estratégias, o par A recorreu a esquemas e a desenhos, ou seja, a representações icónicas, o par B também utilizou representações icónicas, porém também recorreu a uma estratégia multiplicativa, por fim o par C preferiu recorrer à construção de um diagrama de árvore.

A tarefa 2 (*Preparar menus*) dá seguimento à tarefa 1 (*Preparar sandes*), na resolução desta tarefa foi possível verificar que os alunos recorreram à tarefa anterior para resolver esta segunda. Para Threfall (2002), existem diferentes formas de dar respostas às questões através da utilização do cálculo mental, sendo que alguns alunos utilizaram a estratégia de saber um facto numérico.

Para dar resposta à tarefa *Preparar menus*, o par A destacou-se relativamente ao par B e C uma vez que recorreu ao resultado da tarefa anterior (*Preparar sandes*), e ainda recorreu a uma estratégia multiplicativa. O par B utilizou também uma estratégia multiplicativa. Já o

par C, voltou a recorrer à utilização do diagrama de árvore, sendo esta uma estratégia demorosa, e suscetível a enganos.

A tarefa 3 (*Garrafas de água*) teve como propósito os alunos calcularem diferentes quantidades de garrafas de águas que foram distribuídas. No decorrer da resolução da tarefa, os alunos poderiam relacionar os resultados obtidos em questões anteriores de modo a conseguir obter um resultado de forma mais rápida ou mais eficiente. Nesta tarefa, também foi evidente a importância de sequências de tarefas, uma vez que os alunos conseguiram construir teias numéricas e relacionar as questões entre si. Na resolução desta tarefa foi possível verificar que os alunos recorreram a procedimentos aditivos - adicionar sucessivamente, e a procedimentos multiplicativos, bem como usar produtos conhecidos (Mendes, 2012). Para além disso, é importante referir que os alunos nesta tarefa recorreram à utilização da propriedade comutativa da multiplicação, uma vez que a ordem dos fatores não influencia o produto final (Mendes, 2012). Este facto foi evidente ao analisar os diálogos, uma vez que os alunos nos áudios mencionavam uma determinada ordem dos fatores para resolverem o problema, contudo quando passavam para o registo escrito invertiam a ordem dos produtos frequentemente.

A tarefa 4 (*Caixas de maçãs*) é semelhante à tarefa 3 (*Garrafas de água*), sendo que o objetivo desta era os alunos calcularem a quantidade de maçãs que existia em cada supermercado, e as caixas que seriam necessárias para guardar as maçãs. É ainda importante referir que esta tarefa foi realizada em duas partes distintas, sendo que na primeira parte os três pares selecionados participaram ativamente na resolução da tarefa, no entanto na segunda parte apenas participou o par B e C, uma vez que o par A não se encontrava presente. Na resolução da primeira parte desta tarefa os alunos recorreram à multiplicação e a adição sucessiva. O par A utilizou apenas a adição sucessiva, primeiramente para descobrir a quantidade de maçãs que exista em cada pilha e posteriormente adicionou o

resultado obtido cinco vezes (número total de pilhas). O par B inicialmente utilizou uma estratégia multiplicativa, porém o resultado não lhe pareceu ser o correto optando por recorrer a uma adição sucessiva. Após esta soma o par B voltou a recorrer a uma estratégia multiplicativa, desta vez o resultado obtido foi o correto e foi ao encontro ao resultado da adição realizada. De acordo com Mendes (2016) os alunos quando não se sentem confiantes com a estratégia que utilizaram acabam por realizar mais que uma estratégia de resolução com o objetivo de confirmarem que esta está bem resolvida, o que é observado na tarefa resolução acima descrita. O par C, recorreu a uma estratégia multiplicativa e não demonstrou dificuldade na resolução da tarefa. Como referido acima, apenas o par B e C é que realizaram a segunda parte da tarefa, ambos os pares recorrem a uma estratégia multiplicativa, contudo não conseguiram resolvê-la com sucesso. O par B recorreu a uma estratégia multiplicativa, no entanto não retirou corretamente os dados no enunciado. O par C, por sua vez recorreu à resolução do exercido anterior, contudo não compreendeu que necessitava de saber o total de maçãs que existia e não o número de caixas.

Relativamente à execução das tarefas foi notório que os alunos foram aperfeiçoando os seus registos escritos e que estes também progrediram. Esta progressão foi notória da 1.^a tarefa para a 2.^a tarefa, uma vez que os alunos na primeira optaram por registos icónicos e na segunda por registos recorrendo à simbologia matemática. Para além disso, na 3.^a e na 4.^a tarefa é de destacar que os alunos foram-se apropriando da operação da multiplicação, à medida que iam resolvendo novas questões recorriam à multiplicação, o que inicialmente não acontecia uma vez que recorriam a uma adição sucessiva.

É de destacar que os alunos progrediram no que respeita às estratégias utilizadas para resolver as tarefas de multiplicação e que conseguiram adequar e escolher quais as melhores estratégias a utilizar para a resolução de determinada tarefa.

De acordo com Batista (2016), os alunos tendem a utilizar apenas uma estratégia, estratégia esta que consideram ser a melhor para resolver determinadas tarefas, no caso deste estudo o uso da multiplicação. Contudo é ainda importante referir que os alunos recorreram frequentemente ao uso da adição sucessiva, para Mendes (2016), o facto de isto ter acontecido está intrinsecamente ligado ao facto de os alunos se sentirem mais seguros e confiantes ao usarem esta operação aritmética.

Todas as tarefas tiveram como metodologia de trabalho em sala de aula, o ensino exploratório, sendo que, de acordo com Carvalho et al. (2012), esta metodologia de ensino baseia-se na apresentação da tarefa, exploração da tarefa e por fim a discussão. A discussão foi um momento muito importante no final de cada tarefa, uma vez que foi evidente que os alunos ao partilharem o que tinham realizado e ao escutarem o que os outros grupos desenvolveram, conseguiram utilizar novas estratégias para a realização das tarefas posteriores.

2.2. As dificuldades que os alunos manifestaram na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação.

Relativamente às dificuldades que os alunos manifestaram na resolução de tarefas que envolvem a multiplicação, estas foram ao encontro do que Mendes (2012) refere no que concerne ao contexto das tarefas, os números que estas envolvem e aos registos escritos elaborados pelos alunos.

Na tarefa 1 (*Preparar menus*), houve dois pares que sentiram dificuldades na resolução da mesma, relacionadas, sobretudo, com a compreensão do contexto da tarefa. O par A não conseguiu compreender corretamente o que era pretendido na tarefa apresentada, ou seja, não perceberam que cada pão só podia conter um único ingrediente. Esta dificuldade, de acordo com Mendes (2012), está relacionada com a compreensão semântica, ou seja, os alunos não conseguem compreender e decifrar afirmações e perguntas. O par C evidenciou dificuldades na

construção do seu diagrama, sendo esta dificuldade associada à organização dos registos escritos, uma vez que oralmente conseguiram dar resposta à tarefa apresentada.

No que concerne à tarefa 2 (*Preparar menus*) nenhum par apresentou dificuldades na sua resolução, o que parece evidenciar a importância da discussão coletiva no final de cada tarefa.

No que respeita à tarefa 3 (*Garrafas de água*), mais uma vez o par A não conseguiu interpretar corretamente uma das questões da tarefa, acabando por não a realizar corretamente. O par B teve dificuldades na identificação de uma estratégia de cálculo, bem como nos registos escritos, tendo remetido para o uso de uma adição sucessiva, contudo, oralmente explicitam a utilização da multiplicação. Provavelmente tiveram dificuldades na concretização da estratégia multiplicativa e na utilização da simbologia matemática.

Por último, na resolução da 4 tarefa (*Caixas de maçãs*), o par B evidenciou dificuldades na compreensão semântica do enunciado de uma das questões, o que originou a utilização incorreta dos dados apresentados na tarefa. Para além disso, nesta questão, tanto o par B como o C apresentaram dificuldades em operar com números grandes que por sua vez ainda não tinham sido explorados.

3. Reflexão sobre o estudo e aprendizagens realizadas

Uma vez finalizado este estudo, é possível analisar todo o processo em que me envolvi e evidenciar as aprendizagens e as dificuldades que foram surgindo ao longo do mesmo.

Ao longo de todo o meu percurso académico e ao longo da minha vida pessoal, a área da matemática sempre teve um papel importante e, por esse motivo, quando surgiu a possibilidade de realizar um estudo soube logo que este tinha de ser relacionado com matemática.

No decorrer de todos os estágios, fui observando que a matemática era quase exclusivamente lecionada através dos manuais adotados pelas escolas

e que se restringiam a exercícios que pouco ou nada estavam relacionados com o contexto daquelas crianças. Para além disso, ainda constatei que o cálculo mental era pouco estimulado, e que quando o era, era relacionado com a adição e subtração, raramente associado à multiplicação. A partir destes aspetos apresentados surgiu a ideia de realizar um estudo cujo principal objetivo era compreender o modo como os alunos resolvem tarefas matemáticas relacionadas com a operação multiplicação.

No que concerne à aplicação das tarefas a turma mostrou-se sempre muito empenhada e predisposta a ajudar com tudo o que fosse necessário para que este estudo corresse conforme o planeado. Relativamente à professora cooperante, esta disponibilizou-se sempre para me ajudar e inicialmente explicou-me que o grupo era muito heterogéneo no que respeitava à aprendizagem da matemática.

No decorrer da intervenção pedagógica considero que o facto da turma se ter empenhado na realização das tarefas propostas foi uma mais-valia para mim, pois pude ter a liberdade que necessitava para conseguir chegar a todos os pares, de modo a auxiliar a realização das tarefas e retirar eventuais dúvidas que iam sempre surgindo ao longo do momento de resolução.

No que diz respeito às dificuldades que fui tendo ao longo da minha intervenção pedagógica, foram duas, a primeira está relacionada com o esclarecimento de dúvidas individuais, uma vez que tinha sempre receio de estar a influenciar o pensamento dos alunos e de lhes estar a dar a solução à questão. A outra dificuldade que senti foi a gestão de tempo, nem sempre foi fácil corresponder ao tempo que tinha estabelecido na planificação e todas as tarefas excederam no tempo previsto para a realização das mesmas.

Com a realização desta investigação pude aprender e aprofundar mais sobre a temática da multiplicação, e como esta pode ser explorada numa sala de 3.º ano. Pela primeira vez coloquei em prática o ensino exploratório, algo que me assustava, visto que todas as aulas teriam de seguir uma determinada estrutura, sendo esta a seguinte: 1º- lançamento da tarefa; 2º- exploração da

tarefa; 3º- discussão da tarefa (Carvalho et al., 2012). Contudo, todas as etapas correram conforme o planeado, e à medida que ia apresentado novas tarefas esta metodologia tornou-se automática, tanto para mim como para os alunos que foram confrontados com a mesma pela primeira vez. À medida que as questões e as tarefas iam sendo exploradas deixou de ser necessário o meu reforço sobre o que iria acontecer durante o período de resolução. Através desta experiência pude compreender que os alunos facilmente se adaptam a novas formas de ensino.

Para além disso, ao longo da investigação pude constatar que os resultados foram ao encontro literatura que fui lendo e aprofundando. No que concerne às estratégias usadas pelos alunos, estes foram progredindo e conseguido adequar as estratégia a cada tarefa. Deste modo, posso refletir que embora não lhes tenha sido imposto qualquer tipo de estratégias os alunos foram capazes de se adaptar, e de conseguirem autonomamente escolher o que era melhor para cada uma das situações.

No que concerne ao meu desenvolvimento pessoal, considero que houve aprendizagens significativas que pude começar a construir o meu perfil enquanto futura docente. Compreendi o quanto é importante a planificação, desde o prever eventuais dúvidas que possam surgir ao longo de toda a tarefa, assim como o facto de saber quais são os procedimentos a realizar. Planear deixou-me mais confiante e com a certeza de que o que estava a fazer era o correto. Percebi que é importante existir uma partilha constante e de interajuda entre professores, que é através desta partilha de fragilidades e de conquistas que conseguimos ajudarmo-nos mutuamente a sermos melhores profissionais e a conseguirmos dar uma resposta mais eficaz às necessidades de cada aluno.

Por último, e olhando para todo o caminho percorrido considero que todas as etapas desta investigação foram importantes, tanto a nível pessoal como académico. Que os medos, as incertezas, as dúvidas, são possíveis de serem ultrapassadas, e quando temos profissionais disponíveis à nossa volta é tudo mais fácil.

REFERÊNCIAS

- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação: Um guia prático e crítico*. 1ª ed. Edições ASA.
- Alarcão, I. (2001). *Professor-investigador: Que sentido? Que formação? Em Cadernos de Formação de Professores (pp. 21-30)*. INAFOP.
- Alves, M. G. & Azevedo, N. R. (2010). *Investigar em Educação: Desafios da construção de conhecimento e da formação de investigadores num campo multi-referenciado*. Várzea da Rainha Impressores.S.A.
- Amado, J. & Vieira, C. C. (2014). *A validação da investigação qualitativa*. In J. Amado (Ed.). *Manual de investigação qualitativa em educação* (pp. 357-377). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Batista, R. (2016). *Construindo uma sequência de tarefas de multiplicação* [Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal]. Repositório Comum do Instituto Politécnico de Setúbal. <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/16782>.
- Bogdan, R. C & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.
- Brocardo, J. & Carrilo, J.(2019). Ensino e aprendizagem dos números e das operações. *Quadrante*, 28,1-5.
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I., Castro, J., Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2005). Desenvolvendo o sentido do número. Desenvolvendo o sentido do número: perspetivas e

orientações curriculares-Materiais para o educador e para o professor do 1º ciclo, 7-27.

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, R.G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>

Cascalho, J., Ferreira, R., & Teixeira, R. (2014). *Cálculo mental na aula de matemática: Explorações no 1.º ciclo do ensino básico*. Associação para a Educação Matemática Elementar. *Jornal das primeiras matemáticas*, Nº2, 52-64

Carvalho, R., & Ponte, J. (2018) Estratégias dos alunos no cálculo mental com percentagem. In Livro de Atas do EIEM 2018 Encontro de Investigação em Educação Matemática - A Aula de Matemática Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.

Carvalho, R., & Ponte, J. (2019). Cálculo mental com números racionais e desenvolvimento do sentido de número. *Quadrante*, 28(2), 53-71.

Coutinho, C. P. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humana: teoria e prática*. Almeida

Direção-Geral da Educação (2018). *Aprendizagens Essenciais: Matemática 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação. <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>

Douady, R. (1994). *Evolução da relação com o saber em matemática na escola primária: uma crónica sobre o Cálculo mental*. In Órgão de

divulgação do ministério da Educação e do Desporto. Tendências na Educação matemática.

Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação. http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo* <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/5893>.

Mendes, F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2011). La multiplicación: Construyendo oportunidades para su aprendizaje. In M. Isoda & R. Olfo (Orgs.), *Enseñanza de la multiplicación: Desde el estudio de clases japonés a las propuestas iberoamericanas* (pp. 321-350). Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Mendes, F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2013). A evolução dos procedimentos usados pelos alunos: contributo de uma experiência de ensino centrada na multiplicação. *Quadrante*, 22.

Mendes, F., Oliveira, H., & Brocardo, J. (2011). *As potencialidades de sequências de tarefas na aprendizagem da multiplicação*. Actas do XXII SIEM: Seminário de Investigação em Educação Matemática, 1-16.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). APM.

- Ponte, J. P. (2005). O professor e o desenvolvimento curricular. *Gestão curricular em Matemática*, 11-34.
- Ponte, P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Universidade Aberta.
- Quivy, R. (1992). *Manual de investigação em ciências sociais*. Gradiva.
- Rocha, M., & Menino, A. (2009). Desenvolvimento do sentido do número na multiplicação: Um estudo de caso com crianças de 7/8 anos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 12(1), 103-134.
- Silva, C. (2015). *A aprendizagem da multiplicação: Um estudo no 2.º ano de escolaridade*. [Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal]. Repositório Comum do Instituto Politécnico de Setúbal. <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/9810>.
- Silva, M. I. L. (2013). *Prática educativa, teoria e investigação*. Interações, 27, 283-304.
- Teixeira, C., Cascalho, M., & Ferreira, M. (2014). Cálculo mental na aula de matemática: explorações no 1.º ciclo do Ensino Básico. *Jornal das Primeiras Matemáticas*, 2, 52-64.
- Threlfall, J. (2002). Flexible mental calculation. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 29-47.

ANEXOS

Anexo A

1.ª tarefa

Designação da tarefa:

Preparar sandes

• **Objetivos de aprendizagem visados:**

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.

Resolução de problemas

- ▶ Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

• **Recursos:**

- ▶ Enunciado do problema;
- ▶ Quadro;
- ▶ Giz;
- ▶ Folha A3.

- **Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem:**

- ▶ Apresentação da tarefa/sequência

É distribuída uma ficha a cada um dos alunos e é solicitado a um voluntário a leitura da mesma. Após a leitura podem surgir algumas questões, tais como:

- ⇒ Todos compreenderam o problema? Solução - Caso exista algum aluno que tenha ficado com alguma dúvida relativamente ao problema é pedido um voluntário para explicar. No entanto, se a dúvida persistir a estagiária deve explicar de novo, e se for necessário exemplificar.
- ⇒ Quantos ingredientes pode ter cada sandes? Solução – Explicar que cada sandes só pode conter um ingrediente.
- ⇒ Quantos tipos de pães existem? Solução – Rer o problema em conjunto.
- ⇒ Quantos ingredientes podem ser escolhidos? Solução – Rer o problema em conjunto.

- ▶ Exploração da tarefa
 - Organização dos alunos:

Os alunos realizam a tarefa a pares.

- Propostas de trabalho e atividade esperada:

Após a leitura integral da proposta é dado tempo aos alunos para que estes resolvam o problema relativamente à preparação de um lanche, de modo que

consigam identificar diversas combinações possíveis, sem repetições. Porém a resolução de toda a tarefa é realizada em pares estrategicamente escolhidos pela estagiária.

- Exploração autónoma da tarefa:

No decorrer de toda a tarefa os alunos, em pares, explorarão autonomamente a tarefa, ou seja, estes terão tempo para pensarem e arranjam uma resolução que considerem adequada. No decurso desta exploração a estagiária irá percorrer os diversos pares com o intuito de auxiliar os alunos caso necessário. As respostas dos alunos devem ser escritas numa folha A3.

- Questões a colocar para apoiar as aprendizagens:

- Quantas sandes diferentes conseguiste fazer?
- Com o pão de trigo consegues fazer quantas sandes diferentes?
- Como é que chegaste a esse resultado?
- Como é que pensaste?
- Que estratégia utilizaste?
- Será que o problema pode ser resolvido de outra forma? Qual?

- **Discussão e sistematização:**

Para sistematizar a tarefa é realizada uma discussão coletiva, com o intuito de que todos os alunos acompanhem as diversas resoluções apresentadas pelos colegas e visualizem e retirem eventuais dúvidas.

- **Partilha de diferentes resoluções**

Para a realização da discussão coletiva é solicitado aos diversos pares, cuja a resolução seja diferente, que estes se dirijam ao quadro e que apresentem as suas resoluções, para que toda a turma se envolva neste momento (escritas

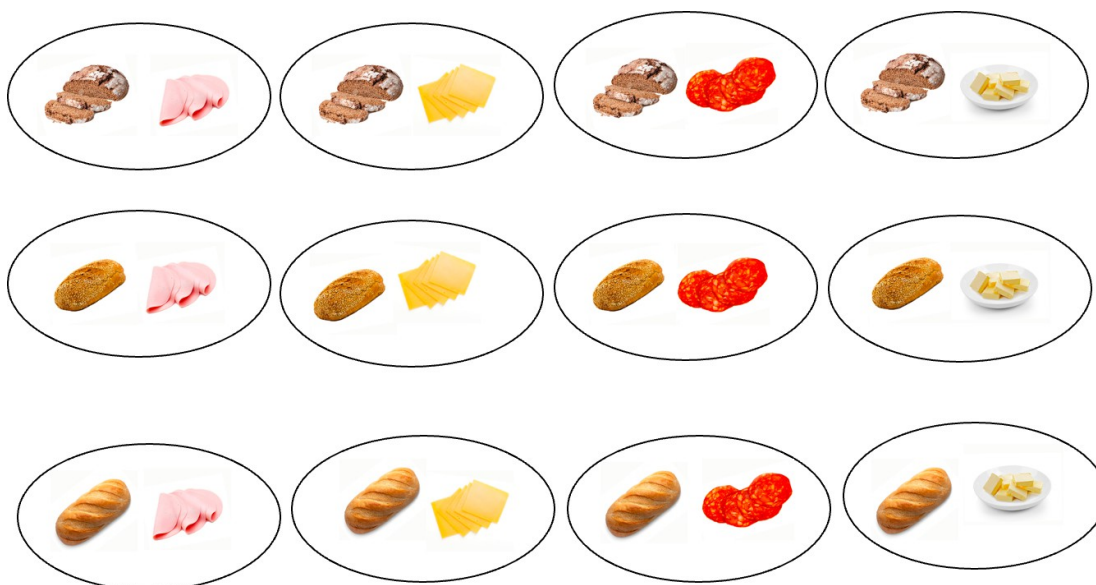
numa folha A3). Na realização desta dinâmica, a estagiária irá chamar estrategicamente os pares ao quadro, ou seja, da resolução mais informal (desenhos, diagramas de árvore) até a resolução mais formal (operações com multiplicação).

Após a apresentação das diferentes resoluções obtidas, será dinamizada uma breve conversa com o objetivo de analisar as diferentes estratégias e de as relacionar entre si, realçando que os vários tipos de representações que utilizaram podem ser relacionados com a operação multiplicação.

- **Resolução da tarefa:**

Os alunos para resolverem esta tarefa podem optar pelas seguintes resoluções: esquemas com a utilização de desenhos, listas de palavras, diagramas de árvore, tabelas e cálculos que envolvam multiplicação.

1.ª resolução: utilização de desenhos e diagramas de Venn



Concluído o desenho de todas as opções os alunos podem efetuar a contagem das sandes que conseguem fazer. Assim, como somarem, $3+3+3+3 = 12$, ou, $4+4+4 = 12$

2.^a resolução: utilização de uma lista de palavras

Pão de trigo com fiambre;

Pão de trigo com queijo;

Pão de trigo com chouriço;

Pão de trigo com manteiga;

Pão de centeio com fiambre;

Pão de centeio com queijo;

Pão de centeio com chouriço;

Pão de centeio com manteiga;

Pão de sementes com fiambre;

Pão de sementes com queijo;

Pão de sementes com chouriço;

Pão de sementes com manteiga.

Concluída esta listagem os alunos conseguirão contar quantas sandes diferentes conseguem realizar.

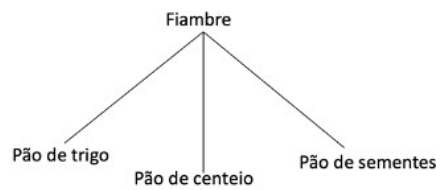
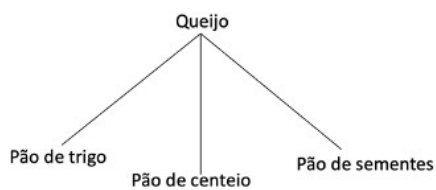
3.^a resolução: diagrama de árvore

1.^a opção – Começar pelos tipos de pães



Através deste diagrama de árvore os alunos podem contar $4+4+4=12$ ou $3 \times 4=12$.

2.^a opção – Começar pelos ingredientes



Através deste diagrama de árvore os alunos podem contar $3+3+3+3=12$ ou $4 \times 3 = 12$

4.ª resolução: tabela

1.ª opção – Começar pelos tipos de pães

Ingredientes	Fiambre	Queijo	Chouriço	Manteiga
Pão				
Pão de trigo	x	x	x	x
Pão de centeio	x	x	x	x
Pão de sementes	x	x	x	x

Manteiga	x	x	x
-----------------	---	---	---

2.ª opção – Começar pelos tipos de pães

Os alunos podem analisar ambas as tabelas de duas formas, a primeira contando todos os x que colocaram e a segunda realizando as seguintes operações $3 \times 4 = 12$ ou $4 \times 3 = 12$

- Dificuldades dos alunos:

Repetição de sandes – Solução: A estagiária irá relembrar os alunos que as sandes não se podem repetir.

Transição dos desenhos/ esquemas para operações com a multiplicação – Solução: Será explicado a correspondência entre os desenhos e os números da operação.

Compreender os registos escritos dos outros colegas – Solução: A estagiária irá pedir ao aluno para voltar a explicar com o objetivo de os restantes perceberem o raciocínio do mesmo. Caso seja necessário a estagiária irá intervir de modo que os alunos não fiquem com dúvidas.

- **Possíveis estratégias de avaliação das aprendizagens (caráter formativo):**

Feedback relacionado com os conteúdos formais presentes na atividade;

Feedback relacionado com a entajuda, colaboração e interação com os outros.

Anexo – Ficha de apoio.

Preparar sandes

A Joana vai organizar um lanche para a equipa de futebol e comprou pão de trigo, pão de centeio e pão de sementes. Para acompanhar o pão optou por comprar fiambre, queijo, chouriço e manteiga. Quantos tipos de sandes consegue a Joana fazer?

Nota que, em cada sandes, há apenas um ingrediente.



Anexo B

2.ª tarefa

Designação da tarefa:

Preparar menus

- **Objetivos de aprendizagem visados:**

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.

Resolução de problemas

- ▶ Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

- **Recursos:**

- ▶ Enunciado do problema numa folha A3;

- ▶ Quadro;
- ▶ Giz.

- **Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem:**

- ▶ Apresentação da tarefa/sequência

É distribuída uma ficha a cada um dos alunos e é solicitado a um voluntário a leitura da mesma. Após a leitura podem surgir algumas questões, tais como:

- ⇒ Todos compreenderam o problema? Solução - Caso exista algum aluno que tenha ficado com alguma dúvida relativamente ao problema é pedido um voluntário para explicar. No entanto, se a dúvida persistir a estagiária deve explicar de novo, e se for necessário exemplificar.
- ⇒ Lembram-se do problema das sandes? Solução – Relembrar o problema referindo que existam diversas resoluções possíveis.
- ⇒ Quantos ingredientes pode ter cada sandes? Solução – Explicar que cada sandes só pode conter um ingrediente.
- ⇒ Quantos tipos de pães existem? Solução – Rer o problema em conjunto.
- ⇒ Quantos ingredientes podem ser escolhidos? Solução – Rer o problema em conjunto.
- ⇒ Quantas bebidas podem ser escolhidas? Solução – Rer o problema em conjunto.
- ⇒ O que é preciso ter no menu? Solução – Explicar que o menu tem de ter obrigatoriamente, uma sandes e uma bebida.

- ▶ Exploração da tarefa
 - Organização dos alunos:

Os alunos realizam a tarefa a pares.

- Propostas de trabalho e atividade esperada:

Após a leitura integral da proposta é dado tempo aos alunos para que estes resolvam o problema relativamente à preparação de um menu, de modo que consigam identificar diversas combinações possíveis, sem repetições. Porém a resolução de toda a tarefa é realizada em pares estrategicamente escolhidos pela estagiária.

- Exploração autónoma da tarefa:

No decorrer de toda a tarefa os alunos, em pares, explorarão autonomamente a tarefa, ou seja, estes terão tempo para pensarem e arranjam uma resolução que considerem adequada. No decurso desta exploração a estagiária irá percorrer os diversos pares com o intuito de auxiliar os alunos caso necessário. As respostas dos alunos devem ser escritas na folha do enunciado (A3).

- Questões a colocar para apoiar as aprendizagens:

- Quantas menus diferentes conseguiste fazer?
- Com o sumo de laranja consegues fazer quantos menus diferentes?
- Como é que chegaste a esse resultado?
- Como é que pensaste?
- Que estratégia utilizaste?
- Será que o problema pode ser resolvido de outra forma? Qual?

- **Discussão e sistematização:**

Para sistematizar a tarefa é realizada uma discussão coletiva, com o intuito de que todos os alunos acompanhem as diversas resoluções apresentadas pelos colegas e visualizem e retirem eventuais dúvidas.

- **Partilha de diferentes resoluções**

Para a realização da discussão coletiva é solicitado aos diversos pares, cerca de 6 cuja a resolução seja diferente, que estes se dirijam ao quadro e que apresentem as suas resoluções, para que toda a turma se envolva neste momento (escritas numa folha A3). Na realização desta dinâmica, a estagiária irá chamar estrategicamente os pares ao quadro, ou seja, da resolução mais informal (desenhos, diagramas de árvore) até a resolução mais formal (operações com multiplicação).

Após a apresentação das diferentes resoluções obtidas, será dinamizada uma breve conversa com o objetivo de analisar as diferentes estratégias e de as relacionar entre si, realçando que os vários tipos de representações que utilizaram podem ser relacionados com a operação multiplicação.

- **Resolução da tarefa:**

Os alunos para resolverem esta tarefa podem optar pelas seguintes resoluções: esquemas com a utilização de desenhos, listas de palavras, diagramas de árvore, tabelas e cálculos que envolvam multiplicação.

1.^a resolução: utilização de desenhos e diagramas de Venn



Concluído o desenho de todas as opções os alunos podem efetuar a contagem dos menus que conseguem fazer. Assim, como somarem, $4+4+4+4+4+4 = 24$, ou, $6+6+6+6 = 24$.

2.ª resolução: utilização de uma lista de palavras

Pão de trigo com fiambre e sumo de laranja;

Pão de trigo com queijo e sumo de laranja;

Pão de trigo com chouriço e sumo de laranja;

Pão de trigo com manteiga e sumo de laranja;

Pão de trigo com fiambre e sumo de maçã;

Pão de trigo com queijo e sumo de maçã;

Pão de trigo com chouriço e sumo de maçã;

Pão de trigo com manteiga e sumo de maçã;

Pão de centeio com fiambre e sumo de laranja;

Pão de centeio com queijo e sumo de laranja;

Pão de centeio com chouriço e sumo de laranja;

Pão de centeio com manteiga e sumo de laranja;

Pão de centeio com fiambre e sumo de maçã;

Pão de centeio com queijo e sumo de maçã;

Pão de centeio com chouriço e sumo de maçã;

Pão de centeio com manteiga e sumo de maçã;

Pão de sementes com fiambre e sumo de laranja;

Pão de sementes com queijo e sumo de laranja;

Pão de sementes com chouriço e sumo de laranja;

Pão de sementes com manteiga e sumo de laranja;

Pão de sementes com fiambre e sumo de maçã;

Pão de sementes com queijo e sumo de maçã;

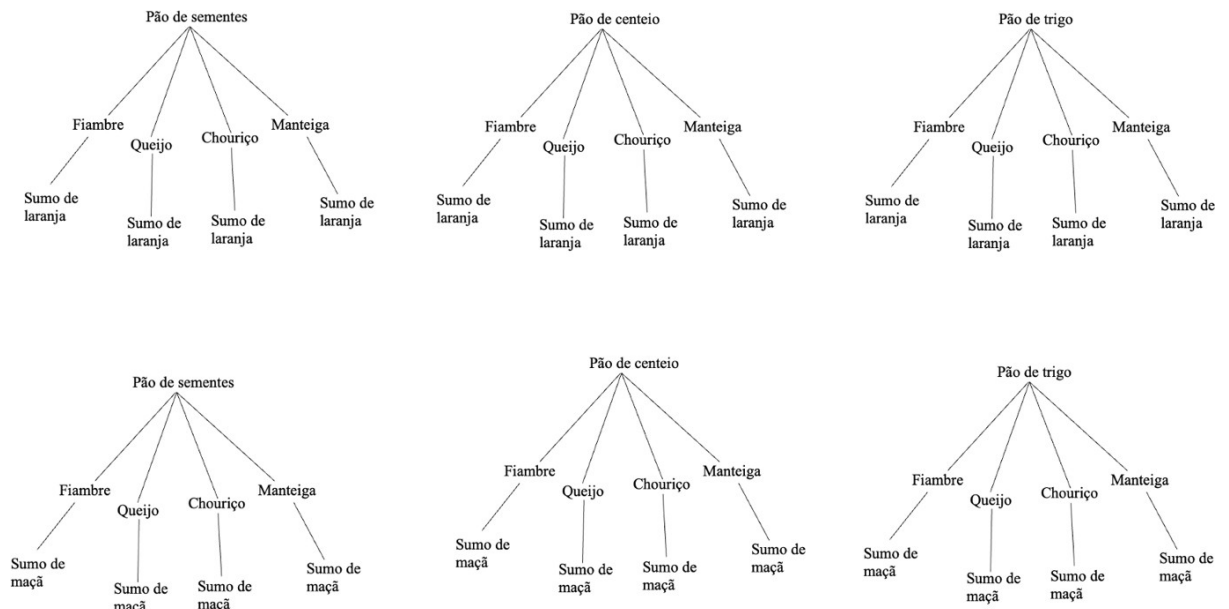
Pão de sementes com chouriço e sumo de maçã;

Pão de sementes com manteiga e sumo de maçã.

Concluída esta listagem os alunos conseguirão contar quantos menus diferentes conseguem realizar.

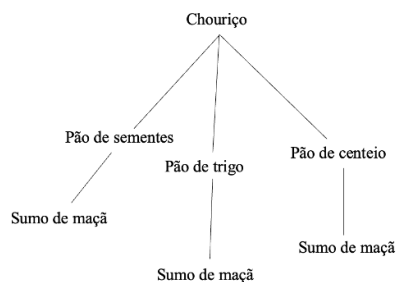
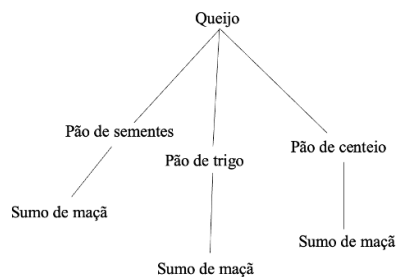
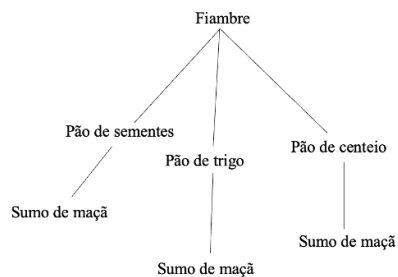
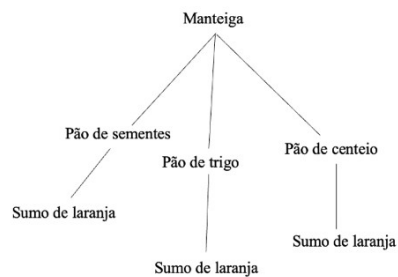
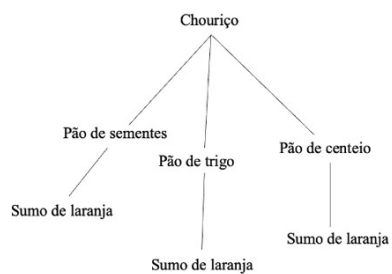
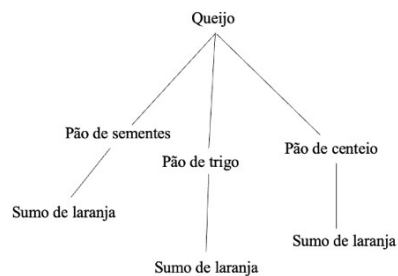
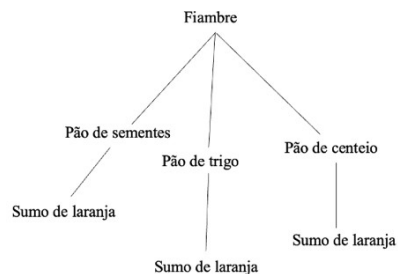
3.^a resolução: diagrama de árvore

1.^a opção – Começar pelos tipos de pães



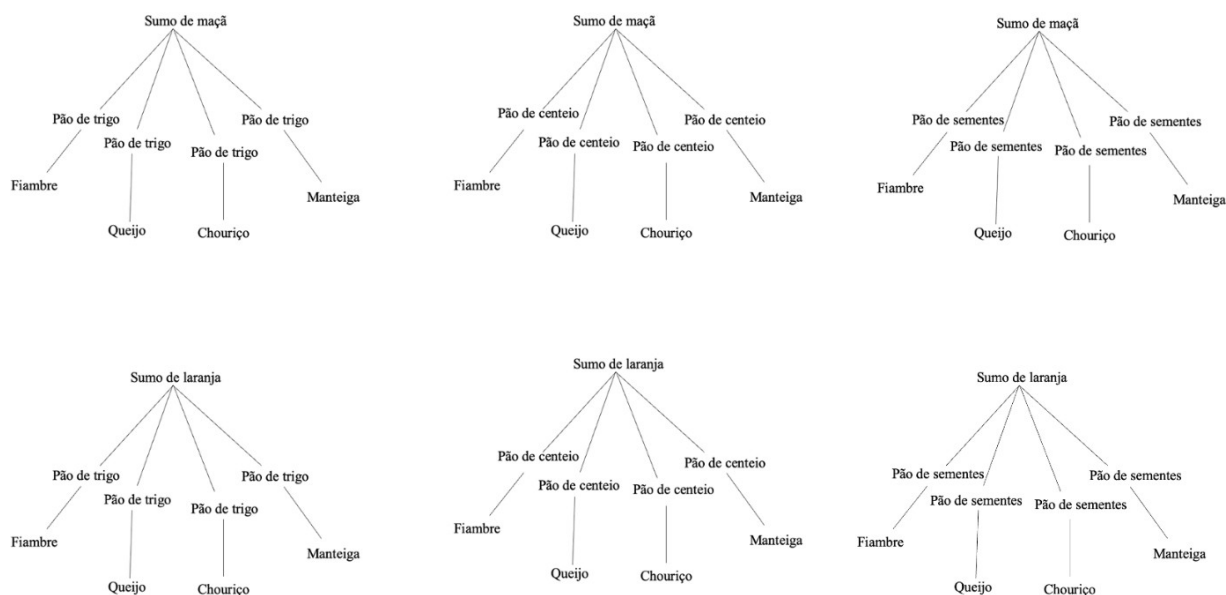
Através deste diagrama de árvore os alunos podem contar $4+4+4+4+4+4 = 24$ ou $6 \times 4 = 24$.

2.^a opção – Começar pelos ingredientes



Através deste diagrama de árvore os alunos podem contar $3+3+3+3+3+3+3+3=24$ ou $8 \times 3=24$.

3ª opção – Começar pelos sumos



Através deste diagrama de árvore os alunos podem contar $4+4+4+4+4+4=24$ ou $6 \times 4=24$.

4.ª resolução: tabela

1.ª opção – Sumo de laranja

Ingredientes	Fiambre	Queijo	Chouriço	Manteiga
Pão				
Pão de trigo	X	X	X	X
Pão de centeio	X	X	X	X
Pão de sementes	X	X	X	X

2.^a opção – Sumo de Maçã

Ingredientes	Fiambre	Queijo	Chouriço	Manteiga
Pão				
Pão de trigo	x	x	x	x
Pão de centeio	x	x	x	x
Pão de sementes	x	x	x	x

Os alunos têm de analisar ambas as tabelas, uma vez que, a primeira dá resposta aos menus com sumo de laranja e aos menus que incluem sumo de maçã. Os alunos podem analisar ambas as tabelas de duas formas, a primeira contando todos os x que colocaram e a segunda realizando as seguintes operações $12 + 12 = 24$, ou efetuar 2 vezes 4×3 / 3×4 .

○ Dificuldades dos alunos:

Repetição de menus– Solução: A estagiária irá relembrar os alunos que não se pode repetir menus.

Transição dos desenhos/ esquemas para operações com a multiplicação – Solução: Será explicado a correspondência entre os desenhos e os números da operação.

Compreender os registos escritos dos outros colegas – Solução: A estagiária irá pedir ao aluno para voltar a explicar com o objetivo de os restantes perceberem o raciocínio do mesmo. Caso seja necessário a estagiária irá intervir de modo que os alunos não fiquem com dúvidas.

Relacionar o problema preparar sandes, com o problema preparar menus – Solução: Relembrar o problema preparar a sandes através de diálogo em grande grupo.

- **Possíveis estratégias de avaliação das aprendizagens (caráter formativo):**

Feedback relacionado com os conteúdos formais presentes na atividade;

Feedback relacionado com a entreajuda, colaboração e interação com os outros.

Anexo C

3.ª tarefa

Designação da tarefa:

Garrafas de água.

• **Objetivos de aprendizagem visados:**

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.
- ▶ Resolver problemas que mobilizem a compreensão no sentido aditivo da multiplicação, evidenciando a relação entre a multiplicação e a adição através da representação em arranjos retangulares.

Raciocínio matemático

- ▶ Justificar que uma conjectura é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.
- ▶ Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

- **Recursos:**

- ▶ Enunciado do problema numa folha A3;
- ▶ Quadro;
- ▶ Giz.

- **Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem:**

- ▶ Apresentação da tarefa/sequência

É distribuída uma ficha a cada um dos alunos e é solicitado a um voluntário a leitura da mesma. Após a leitura podem surgir algumas questões, tais como:

- ⇒ Todos compreenderam o problema? Solução - Caso exista algum aluno que tenha ficado com alguma dúvida relativamente ao problema é pedido um voluntário para explicar. No entanto, se a dúvida persistir a estagiária deve explicar de novo, e se for necessário exemplificar.
- ⇒ Cada embalagem tem quantas garrafas? Solução – Pedir a um voluntário para responder a esta questão. Se necessário será relido o problema em conjunto.
- ⇒ Todos sabem quantas embalagens de água foram oferecidas? Solução – Encaminhar os alunos para a observação da ilustração do problema.

- ▶ Exploração da tarefa
- Organização dos alunos:

Os alunos realizam a tarefa a pares.

- Propostas de trabalho e atividade esperada:

Após a leitura integral da proposta é dado tempo aos alunos para que estes resolvam o problema relativamente à quantidade de garrafas de água que foram oferecidas. A resolução de toda a tarefa é realizada em pares estrategicamente escolhidos pela estagiária. O critério de seleção dos pares teve com base o nível de desenvolvimento matemático dos alunos, assim como o à-vontade para falar. Contudo, uma vez que a estagiária pretende observar com mais foco alunos 6 alunos da turma, esta teve em consideração os seguintes parâmetros: com dificuldades, médios e bons no que diz respeito a aptidão para a matemática. A escolha deste 6 aluno tem como principal objetivo observar a diferença de resoluções e entre os pares com mais e menos aptidão para resolução de problemas matemático. Para além disso, ainda foi tido em consideração a opinião da Professora titular.

- Exploração autónoma da tarefa:

No decorrer de toda a tarefa os alunos, em pares, explorarão autonomamente a tarefa, ou seja, estes terão tempo para pensarem e arranjam uma resolução que considerem adequada. No decurso desta exploração a estagiária irá observar o trabalho dos diversos pares com o intuito de auxiliar os alunos caso necessário. As resoluções dos alunos devem ser registadas na folha do enunciado (A3).

- Questões a colocar para apoiar as resoluções dos alunos:

- Quantas embalagens estão na figura?
- Quantas garrafas contém cada embalagem?
- Quantas “camadas” tem a figura?
- Como é que podemos calcular o número total de garrafas?
- Observa bem o modo como estão embaladas as garrafas. Será que essa organização nos pode ajudar a resolver o problema? (colunas ou linhas).

- **Discussão e sistematização:**

Para discutir as diferentes estratégias de resolução e sistematizar as aprendizagens decorrentes da resolução da tarefa é realizada uma discussão coletiva, com o intuito de que todos os alunos acompanhem e possam discutir as diversas resoluções apresentadas pelos colegas e esclareçam eventuais dúvidas.

- **Partilha de diferentes resoluções**

Para a realização da discussão coletiva é solicitado aos diversos pares, cerca de 4 cuja resolução seja diferente, que estes se dirijam ao quadro e que apresentem as suas resoluções, para que toda a turma se envolva neste momento (escritas numa folha A3). Na realização desta dinâmica, a estagiária irá chamar estrategicamente os pares ao quadro, ou seja, da resolução mais informal (desenhos, diagramas de árvore) até à resolução mais formal (estratégias de multiplicação).

Após a apresentação das diferentes resoluções obtidas, será dinamizada uma breve conversa com o objetivo de analisar as diferentes estratégias e de as relacionar entre si, realçando que as várias estratégias e representações que utilizaram estão relacionados com a operação multiplicação.

- **Resolução da tarefa:**

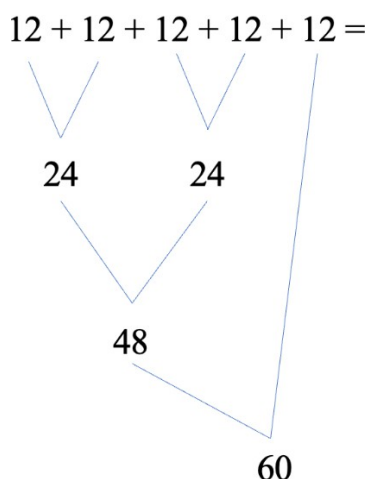
1.ª Tarefa

Os alunos para resolverem a 1.ª tarefa podem optar pelas seguintes resoluções: adição sucessiva, adição de parcelas duas a duas, adição por linhas, adição em colunas, decomposição decimal do 12, multiplicação.

1.ª resolução: adição sucessiva

Os alunos podem somar: $12+12=24$; $24+12=36$; $36+12=48$; $48+12=60$.

2.ª resolução: adição de duas parcelas duas a duas



3.ª resolução: adição por linhas

Os alunos podem adicionar o número de garrafas de água por linhas, ou seja, efetuando adições sucessivas do número 10: $10+10+10+10+10+10 = 60$.

4.ª resolução: adição em colunas

Os alunos podem adicionar o número de garrafas de água em colunas, ou seja, adicionando sucessivamente 6: $6+6+6+6+6+6+6+6+6+6 = 60$.

5.ª resolução: decomposição decimal do 12

Os alunos podem realizar operação os seguintes cálculos: $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2 = 50 + 10 = 60$. (usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, também é recorrendo à multiplicação)

6.ª resolução: multiplicação por 10

Os alunos podem utilizar a multiplicação por 10, fazendo os seguintes cálculos:

6×10 – 6 linhas de 10 garrafas;

10×6 – 10 colunas de 6 garrafas.

2.º Tarefa

Os alunos para resolverem a 2.ª tarefa podem optar pelas seguintes estratégias: relacionar com a tarefa anterior, a partir da observação da imagem, sem relacionar a tarefa com a anterior.

1.ª resolução: relacionar com a tarefa anterior

3×60 – porque são 3 “camadas” de embalagens;

3×60 – porque é o mesmo do que $3 \times 6 \times 10 = 18 \times 10 = 180$ (usando múltiplos de 10)

ou $3 \times 50 + 3 \times 10 = 150 + 30 = 180$ (decomposição decimal, usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição).

Os alunos podem recorrer ao resultado obtido na tarefa anterior e partir desse chegar ao resultado pretendido.

2.ª resolução: a partir da observação da imagem

$3 \times (6 \times 10)$ ou $3 \times (10 \times 6)$ – os alunos pensam no triplo do número de garrafas, ou seja, multiplicam por “camadas”.

$6 \times 10 + 6 \times 10 + 6 \times 10$ ou $10 \times 6 + 10 \times 6 + 10 \times 6$ – os alunos adicionam o número de garrafas por “camadas”.

3.ª resolução: sem relacionar com tarefa anterior

$15 \times 12 = 15 \times 10 + 15 \times 2 = 150 + 30$ – os alunos recorrem à decomposição decimal do 12.

$15 \times 12 = 10 \times 12 + 5 \times 12 = 120 + 60$ – os alunos recorrem à decomposição decimal do 15.

$15 \times 12 = 3 \times 5 \times 12 = 3 \times 5 \times 12 = 3 \times 60$ – os alunos transformam o 15 em 3×5 .

○ Dificuldades dos alunos:

Identificação das “camadas” de garrafas – Ação para que os alunos ultrapassem as suas dificuldades: A estagiária deve encaminhar os alunos de forma que estes percebam que as camadas contêm o mesmo número de garrafas de água.

Compreender os registos escritos dos outros colegas – Solução: A estagiária irá pedir ao aluno para voltar a explicar com o objetivo de os restantes perceberem o raciocínio do mesmo. Caso seja necessário a estagiária irá intervir de modo que os alunos não fiquem com dúvidas.

- **Possíveis estratégias de avaliação das aprendizagens (caráter formativo):**

Feedback relacionado com os conteúdos formais presentes na atividade (estratégias utilizadas para a resolução das tarefas, utilização adequada da adição e da multiplicação);

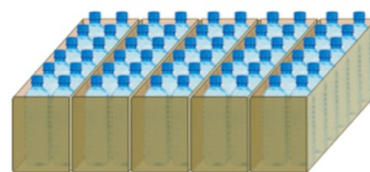
Feedback relacionado com a entreajuda, colaboração e interação com os outros (reforçar que o facto de os alunos trabalharem em conjunto então a ajudar-se mutuamente, salientar que durante a apresentação dos colegas se pode aprender uma nova estratégia de resolução).

Anexos: enunciados das tarefas:

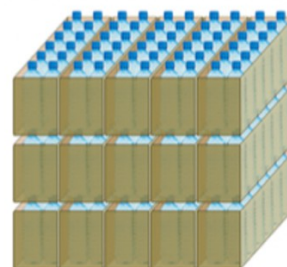
Garrafas de água

Na semana desportiva do bairro do Castelo foram realizados jogos de diferentes modalidades. A organização dos jogos disponibilizou aos atletas embalagens com 12 garrafas de água cada, como a figura.

1. Aos jogadores de ténis foram oferecidas as embalagens representadas na figura ao lado. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



2. Aos jogadores de futebol foram oferecidas as embalagens de água representadas na figura seguinte. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



Anexo D

2.ª Parte

Designação da tarefa:

Garrafas de água.

- **Objetivos de aprendizagem visados:**

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.
- ▶ Resolver problemas que mobilizem a compreensão no sentido aditivo da multiplicação, evidenciando a relação entre a multiplicação e a adição através da representação em arranjos retangulares.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

Raciocínio e resolução de problemas

- ▶ Desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados.
- ▶ Interpretar informação.

- **Recursos:**

- ▶ Enunciado do problema numa folha A3;
- ▶ Quadro;

► Giz.

• **Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem:**

► Apresentação da tarefa/sequência

É distribuída uma ficha a cada um dos alunos e é solicitado a um voluntário a leitura da mesma. Após a leitura podem surgir algumas questões, tais como:

- ⇒ Todos compreenderam o problema? Solução - Caso exista algum aluno que tenha ficado com alguma dúvida relativamente ao problema é pedido um voluntário para explicar. No entanto, se a dúvida persistir a estagiária deve explicar de novo, e se for necessário exemplificar.
- ⇒ Cada embalagem tem quantas garrafas? Solução – Pedir a um voluntário para responder a esta questão. Se necessário será relido o problema em conjunto.
- ⇒ Todos sabem quantas embalagens de foram oferecidas? Solução – Encaminhar os alunos para a ilustração do problema.

► Exploração da tarefa

○ Organização dos alunos:

Os alunos realizam a tarefa a pares.

○ Propostas de trabalho e atividade esperada:

Após a leitura integral da proposta é dado tempo aos alunos para que estes resolvam o problema relativamente à quantidade de garrafas de água que foram oferecidas. Porém a resolução de toda a tarefa é realizada em pares estrategicamente escolhidos pela estagiária.

○ Exploração autónoma da tarefa:

No decorrer de toda a tarefa os alunos, em pares, explorarão autonomamente a tarefa, ou seja, estes terão tempo para pensarem e arranjarão uma resolução que considerem adequada. No decurso desta exploração a estagiária irá percorrer os diversos pares com o intuito de auxiliar os alunos caso necessário. As respostas dos alunos devem ser escritas na folha do enunciado (A3).

- Questões a colocar para apoiar as aprendizagens:
 - Quantas embalagens estão na figura?
 - Quantas garrafas contém cada embalagem?
 - Quantas “camadas” tem a figura?
 - Como é que podemos calcular o número total de garrafas?
 - Como é que podemos dividir a imagem para conseguirmos resolver o problema? (colunas ou linhas).
 - Na tarefa 4, as embalagens contêm o mesmo número de garrafas?

- **Discussão e sistematização:**

Para sistematizar a tarefa é realizada uma discussão coletiva, com o intuito de que todos os alunos acompanhem as diversas resoluções apresentadas pelos colegas e visualizem e retirem eventuais dúvidas.

- **Partilha de diferentes resoluções**

Para a realização da discussão coletiva é solicitado aos diversos pares, cerca de 4 cuja a resolução seja diferente, que estes se dirijam ao quadro e que apresentem as suas resoluções, para que toda a turma se envolva neste momento (escritas numa folha A3). Na realização desta dinâmica, a estagiária irá chamar estrategicamente os pares ao quadro, ou seja, da resolução mais informal (desenhos, diagramas de árvore) até a resolução mais formal (operações com multiplicação).

Após a apresentação das diferentes resoluções obtidas, será dinamizada uma breve conversa com o objetivo de analisar as diferentes estratégias e de as relacionar entre si, realçando que os vários tipos de representações que utilizaram podem ser relacionados com a operação multiplicação.

- **Resolução da tarefa:**

3.ª Tarefa

Os alunos para resolverem a 1.ª tarefa podem optar pelas seguintes resoluções: multiplicação por linhas, multiplicação em colunas, multiplicação, relacionar a tarefa com as anteriores.

1.ª resolução: multiplicação por linhas

Os alunos podem multiplicar por “camadas”, ou seja, têm 3 linhas com 20 garrafas

$$3 \times 3 \times 20 = 3 \times 60 \text{ ou } 3 \times 20 + 3 \times 20 + 3 \times 20 = 60 + 60 + 60 = 180$$

Ou cada “camada” é composta por 10 embalagens que contém 6 garrafas de água

$$3 \times 10 \times 6, \text{ isto é, } 3 \times 60 \text{ ou } 30 \times 6 = 180$$

2.ª resolução: multiplicação em colunas

Os alunos identificam 10 colunas com 3 embalagens sobrepostas, sendo que cada uma contém 6 garrafas de água.

$$10 \times 3 \times 6 = 10 \times 18 = 180$$

3.ª resolução: multiplicação

Os alunos identificam que existe 30 embalagens, e que cada uma contém 6 garrafas.

$$30 \times 6 = 3 \times 10 \times 6 = 3 \times 60 = 180$$

4.ª resolução: Relacionar com as tarefas anteriores

Os alunos associam que se 15 embalagens de 12 dá um total de 180 garrafas de água, então 30 embalagens de 6 garrafas de água dá também um total de 180 garrafas. Os alunos conseguem perceber que 30 é o dobro de 15, e que 6 é metade de 12, ou seja, $15 \times 12 = 30 \times 6$.

4.ª Tarefa

Os alunos para resolverem a 4.ª tarefa podem optar pelas seguintes resoluções: relacionar as tarefas com as anteriores/ partir da observação da imagem, sem relacionar a tarefa com o anterior.

1.ª resolução: relacionar com tarefa anterior/ partir da observação da imagem

Os alunos podem calcular separadamente as embalagens por categorias, isto é:

Cada camada” de embalagens de 12 contém 60 garrafas

$12 \times 5 = 60$ e de seguida multiplicarem por 2, ou seja, por duas camadas.

$60 \times 2 = 120$ ou $12 \times 5 + 12 \times 5 = 120$

e de seguida calculam as embalagens de 6 garrafas

$6 \times 10 = 60$ e de seguida multiplicarem porem por 2, ou seja, por duas camadas.

$60 \times 2 = 120$ ou $6 \times 10 + 6 \times 10 = 120$

Por fim, os alunos devem somar o total de garrafas

$120 + 120 = 240$

2.ª resolução: sem relacionar com tarefa anterior

Os alunos multiplicam as embalagens de 12 garrafas e as embalagens de 6.

$$12 \times 5 + 12 \times 5 + 6 \times 10 + 6 \times 10 = 240$$

ou

$$12 \times 5 = 60 \times 2 = 120 + 6 \times 10 = 180 + 6 \times 10 = 240$$

○ Dificuldades dos alunos:

Identificação das “camadas” – Solução: A estagiária deve encaminhar os alunos de forma que estes percebam que as camadas contêm o mesmo número de garrafas de água.

Identificação das diferentes embalagens – Solução: A estagiária pedir aos alunos para relerem o problema e caso necessário contarem as garrafas de uma das embalagens.

Compreensão do dobro/ triplo das garrafas de água – Solução: A estagiária deve encaminhar os alunos a desconstruírem o problema e a perceberem que este pode ser dividido em linhas ou colunas.

Compreender os registos escritos dos outros colegas – Solução: A estagiária irá pedir ao aluno para voltar a explicar com o objetivo de os restantes perceberem o raciocínio do mesmo. Caso seja necessário a estagiária irá intervir de modo que os alunos não fiquem com dúvidas.

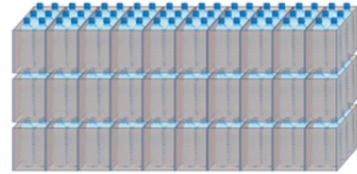
- **Possíveis estratégias de avaliação das aprendizagens (caráter formativo):**

Feedback relacionado com os conteúdos formais presentes na atividade (estratégias utilizadas para a resolução das tarefas, utilização adequada da adição e da multiplicação);

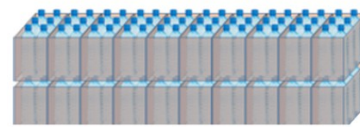
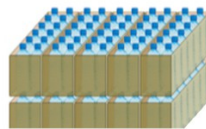
Feedback relacionado com a entajuda, colaboração e interação com os outros (reforçar que o facto de os alunos trabalharem em conjunto então a ajudar-se mutuamente, salientar que durante a apresentação dos colegas se pode aprender uma nova estratégia de resolução).

Anexos: enunciados das tarefas:

3. Como as embalagens de 12 esgotaram, as águas oferecidas, aos jogadores de xadrez vinham em embalagens de 6 garrafas. Foram oferecidas 30 embalagens. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



4. À equipa de andebol foram oferecidas 10 embalagens de 12 garrafas e 20 embalagens de 6 garrafas. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste



Anexo E

4ª tarefa

- **Designação da tarefa:**

Caixas de maçãs

- **Objetivos de aprendizagem visados:**

Aprendizagens Essenciais de Matemática (2021):

Significado e usos das operações

- ▶ Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido aditivo.
- ▶ Decidir qual a estratégia mais adequada para produzir o resultado de uma operação e explicar as suas ideias.
- ▶ Resolver problemas que mobilizem a compreensão no sentido aditivo da multiplicação, evidenciando a relação entre a multiplicação e a adição através da representação em arranjos retangulares.

Raciocínio matemático

- ▶ Justificar que uma conjectura é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.
- ▶ Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura.

Factos básicos da multiplicação

- ▶ Compreender e automatizar os factos básicos da multiplicação.

Perfil do Aluno à saída da escolaridade obrigatória (2017):

Desenvolvimento pessoal e autonomia:

- ▶ Concretizar tarefas e respetivos objetivos com sentido de responsabilidade e autonomia.

- **Recursos:**

- ▶ Enunciados dos problemas numa folha A3;

- ▶ Quadro;
- ▶ Giz;
- **Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem:**
- ▶ Apresentação da tarefa/sequência

É distribuída uma ficha a cada um dos alunos e é solicitado a um voluntário a leitura da mesma. Após a leitura podem surgir algumas questões, tais como:

- ▶ Todos compreenderam o problema? Solução - Caso exista algum aluno que tenha ficado com alguma dúvida relativamente ao problema é pedido um voluntário para explicar. No entanto, se a dúvida persistir a estagiária deve explicar de novo, e se for necessário exemplificar.
- ▶ Cada caixa tem quantas maçãs? Solução – Pedir a um voluntário para responder a esta questão. Se necessário será relido o problema em conjunto.
- ▶ Todos sabem quantas caixas são? Solução – Encaminhar os alunos para a observação da ilustração do problema.

- ▶ Exploração da tarefa
 - Organização dos alunos:

Os alunos realizam a tarefa a pares.

- Propostas de trabalho e atividade esperada:

Após a leitura integral da proposta é dado tempo aos alunos para que estes resolvam o problema relativamente às caixas de maçãs. A resolução de toda a tarefa é realizada em pares estrategicamente escolhidos pela estagiária. O critério de seleção dos pares teve com base o nível de desenvolvimento matemático dos alunos, assim como o à-vontade para falar. Contudo, uma vez que a estagiária pretende observar com mais foco alunos 6 alunos da turma, esta teve em consideração os seguintes parâmetros: alunos que revelassem dificuldades, alunos médios e alunos que demonstrem ter um bom

desenvolvimento matemático. A escolha destes 6 alunos tem como principal objetivo observar a diferença de resoluções. Para além disso, ainda foi tido em consideração a opinião da Professora titular.

- Exploração autónoma da tarefa:

No decorrer de toda a tarefa os alunos, em pares, explorarão autonomamente a tarefa, ou seja, estes terão tempo para pensarem e arranjar uma resolução que considerem adequada. No decurso desta exploração a estagiária irá observar o trabalho dos diversos pares com o intuito de auxiliar os alunos caso necessário. As resoluções dos alunos devem ser registadas na folha do enunciado (A3).

- Questões a colocar para apoiar as resoluções dos alunos:

- Quantas caixas estão na figura?
- Quantas maçãs contém cada caixa?
- Como é que chegaste a esse resultado?
- Como é que pensaste?
- Que estratégia utilizaste?
- Será que o problema pode ser resolvido de outra forma? Qual?

- **Discussão e sistematização:**

Para discutir as diferentes estratégias de resolução e sistematizar as aprendizagens decorrentes da resolução da tarefa é realizada uma discussão coletiva, com o intuito de que todos os alunos acompanhem e possam discutir as diversas resoluções apresentadas pelos colegas e esclareçam eventuais dúvidas.

- **Partilha de diferentes resoluções**

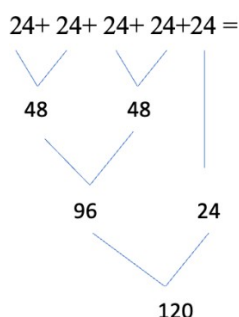
Para a realização da discussão coletiva é solicitado aos diversos pares, cerca de 4 cuja resolução seja diferente, que estes se dirijam ao quadro e que apresentem as suas resoluções, para que toda a turma se envolva neste momento (escritas numa folha A3). Na realização desta dinâmica, a estagiária irá chamar estrategicamente os pares ao quadro, ou seja, da resolução mais informal (desenhos, diagramas de árvore) até à resolução mais formal (estratégias de multiplicação).

Após a apresentação das diferentes resoluções obtidas, será dinamizada uma breve conversa com o objetivo de analisar as diferentes estratégias e de as relacionar entre si, realçando que as várias estratégias e representações que utilizaram estão relacionados com a operação multiplicação.

- **Resolução da tarefa:**

1.ª Tarefa

1.ª resolução: adição de duas parcelas duas a duas



$$120 + 120 + 120 + 120 + 120 = 600$$

2.ª resolução: adição/ multiplicação por linhas

$$24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$$

$$120 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 240$$

$$240 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 360$$

$$360 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 480$$

$$480 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 600$$

Ou

$$5 \times 24 = 120$$

$$5 \times 120 = 600$$

3ª resolução: adição/ multiplicação em colunas

$$24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$$

$$120 + 24 + 24 + 24 + 24 = 240$$

$$240 + 24 + 24 + 24 + 24 = 360$$

$$360 + 24 + 24 + 24 + 24 = 480$$

$$480 + 24 + 24 + 24 + 24 = 600$$

Ou

$$5 \times 24 = 120$$

$$5 \times 120 = 600$$

2.ª Tarefa

1.ª resolução: multiplicação por linhas

$$3 \times 48 = 144$$

$$5 \times 48 = 240$$

$$5 \times 48 = 240$$

$$6 \times 48 = 288$$

$$6 \times 48 = 288$$

$$144 + 240 + 240 + 288 + 288 = 1200$$

2.ª resolução: multiplicação por colunas

$$4 \times 48 = 192$$

$$4 \times 48 = 192$$

$$5 \times 48 = 240$$

$$5 \times 48 = 240$$

$$5 \times 48 = 240$$

$$2 \times 48 = 96$$

$$192 + 192 + 240 + 240 + 240 + 96 = 1200$$

3.ª resolução: relacionar com tarefa anterior

$$25 \times 24 = 600$$

E 48 é o dobro de 24 logo,

$$2 \times 600 = 1200$$

3.ª Tarefa

1.ª resolução: relacionar com tarefa anterior

Os alunos podem pensar, há 1200 maçãs para distribuir por caixas de 24.

Em 25 caixas de 24 maçãs cabem no total 600 maçãs, e se 1200 é o dobro de 600, é possível dividir 1200 por 50 caixas que é o dobro de 25.

- Dificuldades dos alunos:

Multiplicação de números com dois algarismos - Solução: exemplificação de diversas estratégias de resolução para os cálculos na multiplicação (sempre que possível esta exemplificação deve ser realizada por um aluno, promovendo a entreajuda).

Identificação das “camadas” de caixas de maçãs – Ação para que os alunos ultrapassem as suas dificuldades: A estagiária deve encaminhar os alunos de forma que estes percebam que as camadas contêm o mesmo número de maçãs, ou não (2.ª tarefa).

Compreender os registos escritos dos outros colegas – Solução: A estagiária irá pedir ao aluno para voltar a explicar com o objetivo de os restantes perceberem o raciocínio do mesmo. Caso seja necessário a estagiária irá intervir de modo que os alunos não fiquem com dúvidas.

- **Possíveis estratégias de avaliação das aprendizagens (caráter formativo):**

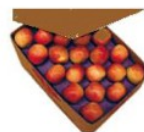
Feedback relacionado com os conteúdos formais presentes na atividade (estratégias utilizadas para a resolução das tarefas, utilização adequada da adição e da multiplicação);

Feedback relacionado com a entreajuda, colaboração e interação com os outros (reforçar que o facto de os alunos trabalharem em conjunto então a ajudar-se mutuamente, salientar que durante a apresentação dos colegas se pode aprender uma nova estratégia de resolução).

Anexos: enunciamos das tarefas:

Caixas de maçãs

1. Na mercearia da Madalena chegaram caixas de 24 maçãs cada, embaladas como mostra a imagem.



As 25 caixas que chegaram foram arrumadas em pilhas como é indicado na figura.

No total das caixas, quantas maçãs há?



2. No supermercado do Bairro do Castelo também há uma pilha de 25 caixas de maçãs. Estas caixas são maiores, cada uma tem 48 maçãs.

Neste supermercado, quantas maçãs estão guardadas nas caixas?



3. No supermercado Girassol há, no total, o mesmo número de maçãs que no supermercado do Bairro do Castelo, mas em cada caixa estão embaladas apenas 24 maçãs.



No total, quantas caixas de 24 maçãs há no supermercado Girassol?