



FILIPA ALVITO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E
LOPES A LITERATURA INFANTIL

Relatório de Projeto de Investigação do Mestrado
em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo
do Ensino Básico

Versão Definitiva

Outubro 2019



FILIPA ALVITO
LOPES

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
E A LITERATURA INFANTIL**

JÚRI

Arguente: Professora Doutora Catarina Raquel
Santana Coutinho Alves Delgado

Presidente: Professora Doutora Mariana Abrantes de
Oliveira Pinto Alte da Veiga

Orientador: Professora Doutora Maria de Fátima Pista

Outubro 2019

All our dreams can come true, if we have the courage to pursue them.

Walt Disney

Dedico este trabalho à minha família,
em especial aos meus pais,
que sempre me apoiaram durante esta caminhada.

Resumo

Este estudo, realizado no âmbito da Matemática, mais concretamente, na área da resolução de problemas, tem como principal objetivo compreender o contributo da Literatura Infantil no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de alunos do 3.º ano de escolaridade. Com o estudo, pretende-se caracterizar as estratégias de resolução de problemas que os alunos mais utilizam, identificar as fases de resolução de problemas, propostas por Polya, que os alunos percorrem, bem como entender a sua perceção face à associação da resolução de problemas a histórias infantis.

A revisão da literatura encontra-se dividida em duas secções principais. A primeira secção aborda a resolução de problemas, nomeadamente, o entendimento de tarefa e de problema. Esclarece as fases de resolução de problemas propostas por Polya e algumas das estratégias de resolução mais utilizadas por alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico e, por último, aborda a importância da resolução de problemas na aprendizagem da matemática. A segunda secção da revisão da literatura discute o contributo das histórias infantis na resolução de problemas matemáticos.

O estudo realizado enquadra-se numa abordagem qualitativa, inserida numa investigação sobre a prática. No estudo, estiveram envolvidos doze alunos do terceiro ano de escolaridade. A recolha de dados foi realizada através de observação participante, recolha documental e inquéritos por questionário. O estudo decorreu durante cerca de semanas.

As conclusões do estudo revelam que: (I) o grupo utiliza diversas estratégias para resolver um problema, sendo que a mais utilizada é a adição repetida; (II) na maioria dos problemas, os alunos recorrem apenas às três primeiras fases de resolução propostas por Polya (compreender o problema, pensar numa estratégia de resolução e executar a estratégia); (III) os alunos percecionam que as histórias exploradas contribuíram para a sua capacidade de resolução de problemas.

Palavras-chave: resolução de problemas; estratégias de resolução de problemas; fases de resolução de um problema; literatura infantil

Abstract

This study, carried out in Mathematics, specifically in the area of problem solving, has as its main objective to understand the contribution of Children's Literature in the development of problem solving capacity of students of the 3rd grade. The study aims to characterize the problem solving strategies that students use the most, identify the problem solving phases proposed by Polya that students go through, as well as understand their perception regarding the association of problem solving with children's stories.

The literature review is divided into two main sections. The first section deals with problem solving, namely the understanding of task and problem. It clarifies the problem solving stages proposed by Polya and some of the most commonly used solving strategies by students in elementary school and, finally, refers to the importance of problem solving in mathematics learning. The second section of the literature review discuss to the contribution of children's stories in solving mathematical problems.

The study is part of a qualitative approach, inserted in an research on the practice. In the study, twelve third year students were involved. Data collection was performed through participant observation, document collection and questionnaire surveys. The study ran for about four weeks.

The conclusions of the study reveal that: (I) the class uses several strategies to solve a problem, the most used being the successive addition; (II) in most problems students use only the first three resolution phases proposed by Polya (understanding the problem, thinking of a resolution strategy and executing the strategy); (III) Students realize that the stories explored contributed to their problem-solving ability.

Key words: problems solving; problem solving strategies; problem solving stages; children's literature

Índice

Capítulo I – Introdução.....	1
1.1. Motivações, objetivo e questões em estudo.....	1
1.2. Pertinência do estudo.....	2
1.3. Organização do relatório	4
Capítulo II – Revisão da Literatura.....	7
2.1. Resolução de Problemas.....	7
2.1.1. O que é um problema?.....	8
2.1.2. Fases da resolução de problemas.....	13
2.1.3. Estratégias de resolução de problemas	15
2.1.4. A resolução de problemas na aprendizagem da Matemática.....	24
2.2. As histórias infantis na resolução de problemas matemáticos	26
Capítulo III – Metodologia	29
3.1. Opções metodológicas.....	29
3.1.1. Abordagem qualitativa	29
3.1.2. Investigação sobre a prática.....	31
3.2. Contexto e participantes	32
3.2.1. Caracterização do contexto.....	32
3.2.2. Caracterização dos participantes	33
3.3. Recolha de dados.....	34
3.3.1. Observação participante	34
3.3.2. Recolha documental	35
3.3.3. Inquérito por questionário	36
3.4. Processo de recolha e análise de dados	37
Capítulo IV – Proposta Pedagógica	41
4.1. Preparação e exploração das tarefas propostas.....	41

4.2. Sequência de tarefas realizada.....	43
Tarefa 1 – Lengalenga dos Pares.....	44
Problema 1 (T1-P1).....	45
Problema 2 (T1-P2).....	46
Problema 3 (T1-P3).....	47
Tarefa 2 – Bolinhos Pequenininhos.....	48
Problema 1 (T2-P1).....	49
Problema 2 (T2-P2).....	50
Problema 3 (T2-P3).....	51
Problema 4 (T2-P4).....	51
Tarefa 3 – 365 Pinguins.....	52
Problema 1 (T3-P1).....	53
Problema 2 (T3-P2).....	54
Problema 3 (T3-P3).....	54
Capítulo V – Análise de dados.....	57
5.1. Caracterização das estratégias utilizadas pelos alunos para resolver os problemas	57
5.1.1. Estratégias de resolução identificadas no T1-P1.....	58
5.1.2. Estratégias de resolução identificadas no T1-P2.....	62
5.1.3. Estratégias de resolução identificadas no T1-P3.....	64
5.1.4. Estratégias de resolução identificadas no T2-P1.....	67
5.1.5. Estratégias de resolução identificadas no T2-P2.....	71
5.1.6. Estratégias de resolução identificadas no T2-P3.....	73
5.1.7. Estratégias de resolução identificadas no T2-P4.....	77
5.1.8. Estratégias de resolução identificadas no T3-P1.....	81
5.1.9. Estratégias de resolução identificadas no T3-P2.....	83
5.1.10. Estratégias de resolução identificadas no T3-P3.....	86

5.2. Caracterização das fases de resolução de problemas por que passam os alunos em cada problema.....	89
5.2.1. Fases de resolução percorridas pelos alunos	90
5.2.2. Fases de resolução do T1-P1	92
5.2.3. Fases de resolução identificadas no T3-P3.....	93
5.3. Análise da perceção dos alunos acerca do contributo da literatura infantil na resolução de problemas matemáticos.....	95
Capítulo VI – Conclusão	103
6.1. Síntese da investigação.....	103
6.2. Conclusões da investigação	104
6.2.1. Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas associados às histórias infantis exploradas?	104
6.2.2. Quais as fases de resolução, propostas por Polya, a que os alunos recorrem na resolução de problemas?.....	108
6.2.3. “Qual a perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas?”	109
6.3. Reflexão global do estudo	111
Referências	115
Apêndices.....	121
Anexos.....	137

Índice de Figuras

Figura 1. Problema de cálculo de um passo	10
Figura 2. Problema de cálculo de mais passos	10
Figura 3. Problema de processo.....	11
Figura 4. Problema aberto	13
Figura 5. Problema de exploração da estratégia "Fazer uma simulação/dramatização"	16
Figura 6. Problema de exploração da estratégia "Fazer tentativas".....	17
Figura 7. Problema de exploração da estratégia "Reduzir a um problema mais simples"	18
Figura 8. Problema de exploração da estratégia "Descobrir um padrão"	19
Figura 9. Problema de exploração da estratégia "Fazer uma lista organizada"	20
Figura 10. Problema de exploração da estratégia "Trabalhar do fim para o princípio"	20
Figura 11. Cartaz elaborado com os passos da resolução de problemas de acordo com Polya	48
Figura 12. Página que originou o Problema 1 da Tarefa 3	53
Figura 13. Ilustração apresentada no Problema 1 da Tarefa 3.....	53
Figura 14. Problema 2 da Tarefa 3	54
Figura 15. Problema 3 da Tarefa 3	55
Figura 16. Resolução da Ana do T1-P1.....	58
Figura 17. Resolução do Rodrigo do T1-P1	59
Figura 18. Resolução do Martim do T1-P1	61
Figura 19. Resolução da Liliana do T1-P2	62

Figura 20. Resolução do Brendon do T1-P2	63
Figura 21. Resolução do Brendon do T1-P3	65
Figura 22. Resolução do Martim do T1-P3	66
Figura 23. Resolução do Leonardo e do Martim B. do T2-P1	68
Figura 24. Resolução da Ana e do Nuno do T2-P1	69
Figura 25. Resolução do Brendon e do Vasco do T2-P1.....	70
Figura 26. Resolução da Érica e da Liliana do T2-P2	72
Figura 27. Resolução do Rodrigo e do Tiago do T2-P2.....	73
Figura 28. Resolução do Martim e do Tiago do T2-P3	74
Figura 29. Resolução da Érica e da Liliana do T2-P3	75
Figura 30. Resolução da Ana e do Carlos do T2-P3	76
Figura 31. Resolução do Martim B. e do Nuno do T2-P4.....	78
Figura 32. Resolução do Leonardo e do Vasco para o T2-P4.....	79
Figura 33. Resolução da Ana e do Carlos para o T2-P4.....	80
Figura 34. Resolução da Érica e da Liliana para o T3-P1	82
Figura 35. Resolução do Martim B. e do Leonardo	83
Figura 36. Resolução da Érica e da Liliana para o T3-P2	84
Figura 37. Resolução do Carlos e do Martim para o T3-P2.....	85
Figura 38. Resolução da Ana e do Vasco para o T3-P3	86
Figura 39. Resolução do Leonardo, da Liliana e do Martim B. para o T3-P3	87
Figura 40. Resolução do Nuno e do Rodrigo para o T3-P3	88

Índice de Tabelas

Tabela 1. Calendarização das tarefas.....	43
Tabela 2. Estratégias utilizadas no T1-P1	58
Tabela 3. Estratégias utilizadas no T1-P2	62
Tabela 4. Estratégias utilizadas no T1-P3	64
Tabela 5. Estratégias utilizadas no T2-P1	68
Tabela 6. Estratégias utilizadas no T2-P2	71
Tabela 7. Estratégias utilizadas no T2-P3	74
Tabela 8. Estratégias utilizadas no T2-P4	78
Tabela 9. Estratégias utilizadas no T3-P1	81
Tabela 10. Estratégias utilizadas no T3-P2	84
Tabela 11. Estratégias utilizadas no T3-P3	86
Tabela 12. Fases de resolução percorridas pelos alunos	90
Tabela 13. Fases de resolução no T1-P1	92
Tabela 14. Fases de resolução no T3-P3	93
Tabela 15. Estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos alunos	105

Índice de Gráficos

Gráfico 1. Categorias de respostas para a questão “Gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias infantis?”	95
Gráfico 2. Respostas à questão "Qual a história que gostaste mais de trabalhar?"	96
Gráfico 3. Categorias de resposta para a questão “As histórias ajudaram-te a compreender melhor os problemas?”	97
Gráfico 4. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a construir as estratégias de resolução dos problemas"	98
Gráfico 5. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a aplicar as estratégias em que pensaste para resolver os problemas?"	99
Gráfico 6. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a perceber se os resultados obtidos nos problemas estavam corretos?"	100
Gráfico 7. Categorias de resposta para a questão "O que gostaste mais neste trabalho? Porquê?"	101
Gráfico 8. Análise das respostas para a questão “O que gostaste menos neste trabalho? Porquê?”	102

Índice de Apêndices

Apêndice A. Inquérito por questionário pós resolução de problemas.....	122
Apêndice B. Inquérito por questionário pós resolução de problemas reformulado	123
Apêndice C. Inquérito por questionário final	124
Apêndice D. Tarefa 1 - Problema 1	125
Apêndice E. Tarefa 1 - Problema 2	126
Apêndice F. Tarefa 1 - Problema 3.....	127
Apêndice G. Tarefa 2 - Problema 1	128
Apêndice H. Tarefa 2 – Problema 2	129
Apêndice I. Tarefa 2 - Problema 3	130
Apêndice J. Tarefa 2 - Problema 4	131
Apêndice K. Tarefa 3 - Problema 1	132
Apêndice L. Tarefa 3 - Problema 2	133
Apêndice M. Tarefa 3 - Problema 3	134
Apêndice N. Resolução incorreta do T3 – P2	135

Índice de Anexos

Anexo A. Lengalenga Pares (Neves, 2013).....	138
Anexo B. Lengalenga Bolos Pequenos (Neves, 2013).....	139

Capítulo I – Introdução

A presente investigação é referente a uma proposta pedagógica desenvolvida ao longo do estágio com alunos do terceiro ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, no ano letivo de 2018/2019, no âmbito da Unidade Curricular Estágio IV, inserida no plano de estudos do mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do Primeiro Ciclo do Ensino Básico.

O presente capítulo apresenta as motivações do estudo, o seu objetivo e as questões orientadoras, bem como a pertinência da temática abordada. No final, explicita-se, também, a organização do relatório.

1.1. Motivações, objetivo e questões em estudo

Desde cedo me interessei pela área da Literatura, tendo gosto por ler livros sobre diferentes temas, fazendo-o sempre que possível. Recordo-me também de diversas histórias da literatura infantil que ouvi/li em criança, bem como dos conhecimentos e aprendizagens que, desse modo, fui desenvolvendo. Por isso, enquanto professora estagiária, sempre que possível, tentei integrar uma história nas planificações semanais, de modo a introduzir um novo conteúdo ou proporcionar o desenvolvimento de diferentes competências. Esta opção está associada ao facto de considerar que, através de um livro, se torna possível que os alunos se deparem com uma variedade de conteúdos para trabalhar, desde que o professor se mostre capaz de incentivar a turma nesse sentido, interligando, assim, conteúdos da área do Português com outras áreas disciplinares. Desta forma, cedo decidi que o meu projeto de investigação iria envolver a Literatura Infantil e, em particular, a leitura de histórias para crianças.

A Matemática surgiu em segundo plano, por necessidade de focar o objeto de estudo numa área concreta, contudo, não foi difícil esta escolha, uma vez que esta é uma área que muito me cativa e me interessa, mas em que os alunos tendem a sentir maior desmotivação e desinteresse. Embora se defenda que “a maioria dos alunos passa para o 3.º ano com entusiasmo e interesse pela aprendizagem da matemática” (NCTM, 2007, p. 197), o mesmo vai diminuindo, em parte, pela apresentação de tarefas pouco desafiantes e estimulantes (idem). Assim, decidi estudar a relação da Matemática com a Literatura Infantil, dado que a segunda poderá proporcionar um momento “que abre as portas à

imaginação e à criatividade” (Silva, 2012, p. 3), podendo contribuir para que o mundo seja observado e compreendido de um modo mais aprofundado, possibilitando que os alunos se revelem capazes de desenvolver conteúdos matemáticos de um modo não tradicional. Torna-se, assim, possível quebrar a rotina do manual escolar, apresentando propostas alternativas e aliciantes, com o objetivo de despertar um maior interesse, curiosidade e empenho pela Matemática, proporcionando que, desde cedo, seja estabelecida “uma relação positiva com esta área” (MEC, 2018, p. 2).

Após decidir a temática central do meu projeto de investigação, deparei-me com a possibilidade de trabalhar um determinado conteúdo matemático, no entanto, por ter interesse que este tema seja abrangente, podendo, no futuro, enquadrar-se em diferentes anos de escolaridade e até na educação de infância, optei por focá-lo na resolução de problemas matemáticos. Deste modo, o objetivo do projeto de investigação é “Compreender o contributo da Literatura Infantil no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de alunos do 3.º ano de escolaridade” e, relacionadas com este objetivo, delineei as seguintes questões:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas associados às histórias infantis exploradas?
- Quais as fases de resolução, propostas por Polya, a que os alunos recorrem na resolução de problemas?
- Qual a perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas?

1.2. Pertinência do estudo

A resolução de problemas está presente desde os primeiros anos de vida das crianças, ajudando-as a desenvolver o seu pensamento e capacidade reflexiva, surgindo como a base para a aprendizagem e para o desenvolvimento de competências matemáticas (Boavida et al., 2008; Braddon, Hall, & Taylor, 1993; Fernandes, 2007; NCTM, 2007), dado que ao resolver problemas, “o aluno verifica a validade dos conceitos matemáticos, realiza conjecturas, relaciona os conceitos, generaliza, estimula os procedimentos num contexto significativo, toma uma atitude reflexiva e desenvolve a capacidade de raciocínio e o pensamento matemático” (Serrazina, s.d., p. 1), refletindo e discutindo sobre a sua maneira de pensar, mas também sobre a dos seus colegas (Fernandes, 2007).

Entende-se que a resolução de problemas deve ser trabalhada como uma estratégia para despertar nos alunos um maior gosto, interesse e dedicação pela Matemática, permitindo uma melhor compreensão da mesma (MEC, 2013). Contudo, de acordo com o PISA (2012), a capacidade de resolução de problemas por parte dos alunos portugueses encontra-se aquém das expectativas, uma vez que estes manifestam dificuldade em resolver problemas do quotidiano, estando Portugal abaixo da média da OCDE, nas provas realizadas em 2012, que enfatizam a resolução de problemas.

Não existe uma definição única do que é um problema matemático, no entanto defende-se que um problema requer a presença de “uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e estandardizados” (Boavida et al., 2008, p. 15), exigindo que se descubra “um caminho para chegar à solução” (idem) o que, por sua vez, “envolve a utilização do que se designa por estratégias” (ibidem). Neste sentido, deverá verificar-se a reflexão e a procura de uma estratégia para se alcançar o resultado, refletindo e sintetizando conhecimentos adquiridos anteriormente, analisando e justificando a sua resposta (Fernandes, 2007; NCTM, 2007).

A resolução de problemas poderá ser encarada como uma metodologia de ensino, relacionando-a não só com a disciplina da Matemática, mas também com Português ou Estudo do Meio, por exemplo, dado que, deste modo, o professor permite que os alunos tenham uma participação ativa na sua aprendizagem, compreendendo-a, bem como aos seus conhecimentos, determinando as melhores estratégias para solucionar um problema com que se deparem, não apenas em contexto escolar, mas também no seu quotidiano e, assim, atribui às crianças autonomia na sua aprendizagem (Soares & Pinto, s.d.), dado que “proporcionar oportunidades aos alunos para resolverem, explorarem, investigarem e discutirem problemas, numa larga variedade de situações, é uma ideia-chave para que a aprendizagem da Matemática constitua uma experiência positiva significativa” (Abrantes, 1989, p. 10).

Ao interligar a resolução de problemas com o dia-a-dia dos alunos, proporcionando-lhe a resolução de problemas acerca de um acontecimento concreto ou até mesmo ficcional, o professor possibilita que as crianças entendam a relação e a importância da Matemática nas suas vidas (Abrantes, 1989; Fernandes, 2007). Para que o problema se revele verdadeiramente desafiante, despertando interesse por parte dos alunos para a sua resolução e distinguindo-se de uma questão ou de um exercício, não necessita apenas que as crianças reflitam sobre o melhor caminho para alcançar a solução (Serrazina, s.d.).

Deverá, também, permitir-lhes que sintetizem os seus conhecimentos matemáticos, adaptando as suas capacidades, podendo surgir a partir de diferentes contextos, como as vivências dos alunos ou as suas rotinas, mas também através das histórias infantis (NCTM, 2007).

Ao longo do primeiro ciclo do ensino básico, as crianças interessam-se realmente por ler e ouvir histórias (ME, 2004). Aproveitando este interesse, o professor pode trabalhar com livros infantis, em particular, com conteúdo Matemático, ou seja, livros infantis em que surgem conceitos e conteúdos matemáticos de forma explícita ou não, mas que permitem a associação a esta área disciplinar (Costa & Mendes, 2017b). Deste modo, torna-se possível o estabelecimento de um currículo integrador, que se revela imensamente vantajoso para ser desenvolvido com crianças desta faixa etária, dado que permite o estabelecimento de relações entre as aprendizagens das diferentes áreas, “baseado no princípio de que qualquer aprendizagem envolve sempre a mobilização integrada de capacidades, conhecimentos, estratégias, atitudes, enfim, de competências diversificadas” (Costa & Mendes, 2017b, p. 1).

Dado que a Literatura Infantil pode permitir que as crianças compreendam melhor o que as rodeia, estabelecendo conexões com as suas vivências, ao relacioná-la com a Matemática, possibilita-se também o estabelecimento de novas relações, que incentivam a aprendizagem desta disciplina, enquanto se atribui um novo sentido, tornando a sua aprendizagem mais significativa (Janes & Strong, 2014). O surgimento de histórias para crianças, num contexto “inesperado”, promoverá ainda uma maior motivação e compreensão face à aprendizagem matemática (Costa & Mendes, 2017b; Flevares & Schiff, 2014).

1.3. Organização do relatório

O presente trabalho encontra-se organizado em seis capítulos. No primeiro e presente capítulo apresento as motivações pessoais e profissionais que originaram a investigação realizada, o objetivo do estudo e as questões delineadas. Neste capítulo, apresento ainda a pertinência do projeto.

No segundo capítulo, surge a revisão da literatura, organizada em dois segmentos. No primeiro, é abordada a resolução de problemas, em que caracterizo um problema com base em autores de referência e, recorrendo a Boavida et al. (2008) classifico os três tipos

de problemas: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos. Nesta secção, esclareço ainda o que se entende por tarefa. De seguida, identifico as quatro fases de resolução de problemas propostas por Polya, clarificando cada uma delas. Numa fase posterior, abordo algumas das estratégias mais utilizadas pelas crianças para resolver problemas. Na quarta e última parte desta secção, esclareço a importância da resolução de problemas na aprendizagem da Matemática.

No segundo segmento do segundo capítulo, explico a importância das histórias infantis na resolução de problemas, tendo por base alguns autores de referência, como Costa e Mendes (2017) ou Menezes (2011).

O terceiro capítulo deste trabalho aborda e justifica a metodologia de investigação utilizada ao longo deste estudo, mais concretamente, a abordagem qualitativa e a investigação sobre a prática. Aqui, caracterizo também o contexto e os participantes envolvidos na investigação, bem como todo o processo de recolha e análise dos dados.

No quarto capítulo descrevo a proposta pedagógica, apresentando a sequência das tarefas realizadas, os problemas propostos, a calendarização dos mesmos e os objetivos de aprendizagem inerentes a cada um. Neste capítulo, termino descrevendo o modo como trabalhei as tarefas na sala de aula, referindo a forma como foram apresentadas, dinamizadas e discutidas com os alunos.

O quinto capítulo é referente à análise dos dados recolhidos, de acordo com as questões de estudo formuladas, e encontra-se dividido em três secções. A primeira secção deste capítulo pretende ajudar a dar resposta à primeira questão e, desta forma, analiso as estratégias de resolução de problemas utilizadas pelo grupo de alunos, caracterizando algumas das resoluções elaboradas, com base nas suas resoluções escritas e no diálogo promovido durante as discussões coletivas. A segunda secção foca-se na análise das fases de resolução de problemas, propostas por Polya, incluindo uma comparação entre as fases percorridas pelos alunos no primeiro e no último problema. Na terceira secção, com base nos questionários finais a que os alunos responderam, analiso a sua perceção acerca do contributo da literatura infantil na resolução de problemas matemáticos.

No sexto e último capítulo apresento as conclusões do projeto realizado, fazendo, num primeiro momento, uma breve síntese do mesmo, em que relembro as motivações que originaram este tema, o objetivo e as questões do estudo e a metodologia de investigação adotada. Numa segunda fase, elaboro as conclusões da investigação,

respondendo às questões de investigação formuladas, com base na análise dos dados recolhidos e em autores de referência. Por fim, apresento uma reflexão global sobre o meu projeto de investigação, do percurso realizado, das aprendizagens e das dificuldades sentidas.

Capítulo II – Revisão da Literatura

Neste capítulo surge a revisão da literatura, com o objetivo de esclarecer os conteúdos essenciais da temática em estudo. Primeiramente, apresento uma caracterização do que se considera ser a resolução de problemas, bem como o que se compreende ser um problema e uma tarefa, com base em diferentes autores de referência. De seguida, explicito as fases de resolução de problemas do modelo proposto por Polya, e apresento algumas das estratégias de resolução a que os alunos mais recorrem para realizar problemas. Para terminar, discuto a importância da resolução de problemas para a aprendizagem da Matemática, tal como o contributo das histórias infantis na aprendizagem desta disciplina.

2.1. Resolução de Problemas

Na sala de aula, a aprendizagem da Matemática desenvolve-se com base nas práticas que os professores permitem que sejam vivenciadas pelos alunos, influenciando o modo como estes desenvolvem “os seus conhecimentos matemáticos, a sua capacidade de os utilizar na resolução de problemas, a sua confiança e a sua pré-disposição em relação à Matemática” (NCTM, 2007, p. 17) e, neste sentido, a resolução de problemas deve surgir interligada com os diferentes conteúdos da área, devendo o professor promover estratégias que incentivem a resolução de problemas, dado que esta é essencial para “toda a aprendizagem da Matemática” (idem), por possibilitar que os alunos sintetizem e aumentem os seus conhecimentos (Boavida, 1993; ME, 2001).

A resolução de problemas é uma temática que tem vindo a ser investigada ao longo do tempo em diversos países, sendo que, em Portugal, sobretudo desde a década de 80 do século XX, foi o foco de variados estudos orientados para as “conceções e práticas dos professores sobre resolução de problemas”, mas também para “a forma como os alunos aprendem a resolver problemas” (Boavida & Menezes, 2012, p. 288). No entanto, apesar de ser investigada há muito, o ensino da Matemática continua a não ter a resolução de problemas como centro, permanecendo um ensino que limita o aluno a “memorizar ideias, técnicas e procedimentos, mesmo que não lhes atribua significado nem compreenda a sua razão de ser” (idem), recorrendo-se à resolução de problemas “apenas como um meio de

motivar os alunos ou de lhes permitir aplicar conhecimentos anteriormente aprendidos” (ibidem).

Para Polya (2003), a resolução de problemas é uma competência adquirida e desenvolvida através da prática, necessitando, para tal, que o professor promova momentos que permitam a resolução de problemas por parte dos alunos. De acordo com Lopes et al. (1990), esta é “uma atividade que envolve o recurso sistemático às capacidades básicas do pensamento” (p. 7), nomeadamente, a análise, o resumo, a classificação, a interpretação e a avaliação, sendo durante a resolução de problemas, que poderá ocorrer a aquisição e desenvolvimento destas capacidades (idem).

2.1.1. O que é um problema?

Uma tarefa deve ser considerada como a intenção e organização da atividade proposta, deste modo, tem uma grande importância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, possibilitando que os alunos tenham uma participação ativa (Ponte, 2005; Ponte, Quaresma, Mata-Pereira, & Baptista, 2015), pois, “as tarefas matemáticas nas quais os alunos se envolvem, determinam não apenas o que eles aprendem, mas também como devem pensar, desenvolver, aplicar e entender a matemática” (Stein, Grover, & Henningsen, 1996, p. 462).

Para Ponte (2005), as tarefas podem ser agrupadas em diferentes tipos, com base em alguns fatores, como o nível de complexidade, a relevância da informação contida e o contexto que as origina. Neste sentido, o autor classifica as tarefas em quatro grupos distintos: exercício, problema, investigação e exploração. O exercício e o problema são tarefas fechadas, na medida em que a informação neles contida permite a sua resolução, ainda assim, considera-se que um problema tem um maior nível de exigência (Ponte, 2005). Já a investigação e a exploração são caracterizadas como tarefas abertas, o que não significa que o grau de complexidade das tarefas de exploração seja superior ao dos problemas (idem).

As tarefas fechadas, como os problemas, ajudam os alunos a desenvolver o seu raciocínio matemático, uma vez que apelam ao estabelecimento de uma relação direta entre a informação fornecida e os resultados obtidos (Ponte, 2005). Para Ponte (2005), o professor deve apresentar tarefas que permitam a aquisição de novos conhecimentos, mas também a aplicação dos adquiridos anteriormente, para que os alunos sejam capazes de ampliar os seus conhecimentos, enquanto estabelecem relações dentro da Matemática e

com outras áreas. Neste sentido, devem ser propostos diferentes tipos de tarefas na sala de aula, de entre os quais, os problemas.

A caracterização de problema não é algo consensual, no entanto, o NCTM (1987, citado por Abrantes, 1989) defende que um problema é “uma situação na qual, para o indivíduo ou grupo a que se refere uma ou mais estratégias têm de ser desenvolvidas” (p. 10), sendo necessário o confronto com um obstáculo que se deseja ultrapassar e, desta forma, Kantowski distingue um problema de um exercício, ao afirmar que, ao contrário do que acontece com o exercício, para um problema, o aluno não possui antecipadamente uma estratégia que lhe permite alcançar a solução, indo ao encontro do que é também proposto por Krulik e Rudnik (Serrazina, s.d.). Desta forma, significa que, de acordo com a sua complexidade e os conhecimentos dos alunos, o que para alguns é considerado um problema, para outros não o é, dado que deverá verificar-se a mobilização de conhecimentos anteriormente adquiridos, bem como o uso de raciocínio (Abrantes, 1989; Boavida et al., 2008). Neste sentido, Serrazina (s.d) atribui três características essenciais para que se possa considerar um problema:

- Deve “ser desafiante e interessante de uma perspectiva matemática”;
- Deve “ser adequado”, permitindo a mobilização de conhecimentos anteriores e a utilização de diferentes estratégias de acordo com as capacidades de cada aluno;
- Deve “ser problemático a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível” (p. 3).

O Ministério da Educação, no Currículo Nacional do Ensino Básico (2001), defende que a resolução de problemas é abrangente e deve ser parte integrante das aulas de Matemática, sendo que “um problema implica ativamente o aluno, por constituir um desafio sem resposta imediata e sem estratégias preestabelecidas” (p. 79) e, desta forma, frequentemente, não existe uma única forma de resolução correta, sendo possível a utilização de diferentes estratégias por parte dos alunos.

Existem algumas caracterizações de problema, nomeadamente, de acordo com o seu tipo. Deste modo, Boavida et al. (2008) propuseram uma classificação de problemas que consideram adequada para o 1.º Ciclo do Ensino Básico, ao distingui-los em três tipos diferentes: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos.

Problemas de cálculo

Neste tipo de problemas, de acordo com Boavida et al. (2008), é necessário que os alunos interpretem as informações contidas e identifiquem as operações necessárias para a sua resolução, com base nos dados fornecidos. De acordo com as mesmas autoras, neste tipo de problemas, “podem diferenciar-se problemas de um passo e problemas de mais passos”. (p. 17).

Para resolverem os problemas de um passo, os alunos necessitam de recorrer apenas a uma das quatro operações matemáticas, uma vez que, desta forma, torna-se possível encontrar a solução (Boavida et al., 2008). Por sua vez, nos problemas de cálculo de mais passos, os alunos têm de recorrer a mais do que uma operação aritmética.

Como exemplo de um problema de cálculo de um passo, apresento o seguinte problema, denominado “Vedar o quintal”:

<p>Vedar o quintal</p> <p>O quintal da Sandra é quadrado com 5 metros de lado. Quantos metros de rede são necessários para vedar o quintal?</p> <p style="text-align: right;">(Boavida et al., 2008, p. 17)</p>
--

Figura 1. Problema de cálculo de um passo

Para resolver este problema, encontrando a solução, os alunos necessitam de recorrer apenas a uma operação aritmética, mais concretamente, à adição sucessiva de parcelas iguais (somando cada um dos lados - $5+5+5+5$) ou à multiplicação (multiplicando o número de lados pela sua medida 4×5).

Como exemplo de um problema de cálculo de mais passos, as autoras apresentam o problema “Pintar mesas”:

<p>Pintar mesas</p> <p>O Luís pintou três mesas na segunda-feira e quatro na terça. Na quarta à noite precisa de entregar uma dúzia. Quantas mesas precisa de pintar na quarta-feira?</p> <p style="text-align: right;">(Boavida et al., 2008, p. 17)</p>
--

Figura 2. Problema de cálculo de mais passos

Ao contrário do que acontece com o anterior, para resolver o presente problema, os alunos devem começar por realizar uma adição, de modo a saber qual a quantidade de mesas que já foi pintada e, seguidamente, realizam uma subtração, retirando a quantidade de mesas que já foi pintada, às doze que têm de ser entregues (Boavida et al., 2008).

Este tipo de problemas costuma surgir nos manuais escolares, contribuindo para a aplicação de aprendizagens e conceitos adquiridos anteriormente, permitindo que os alunos os pratiquem (Boavida et al., 2008). Contudo, os problemas de cálculo não deverão ser realizados em exclusivo, dado que podem levar os alunos “a leituras demasiado rápidas, a análises superficiais ou a respostas sem qualquernexo” (Boavida et al., 2008, p. 18).

Problemas de processo

Boavida et al. (2008) descrevem os problemas de processo como sendo mais complexos do que os problemas de cálculo, dado que não é suficiente que os alunos encontrem uma operação que permita encontrar a solução, exigindo um pensamento estruturado e a elaboração de “estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir” (p. 19).

Estes problemas “apelam ao envolvimento dos alunos e proporcionam experiências matemáticas ricas e significativas” (NCTM, 2000 citado por Boavida et al., 2008, p. 19), invocando a utilização de uma ou mais estratégias

O problema que apresento de seguida é considerado, para as autoras anteriormente mencionadas, um problema de processo.

A compra e venda de CD's

A Inês comprou um CD por 3 euros e vendeu-o ao Luís por 5 euros. Mais tarde comprou-o de volta ao Luís por 7 euros e tornou a vendê-lo por 9 euros. Será que a Inês ganhou ou perdeu com esta compra e venda?

(Boavida et al., 2008, p. 19)

Figura 3. Problema de processo

Este é um problema que não apresenta um modo de resolução óbvio, ou seja, ao lê-lo, os alunos não concluem imediatamente qual a operação aritmética que devem

utilizar, uma vez que se verifica um processo de compra e venda do CD, o que pode ser encarado como um fator de motivação (Boavida et al., 2008).

De acordo com Boavida et al. (2008), este problema pode ter duas formas de pensar. Alguns alunos podem pensar que a Inês, ao comprar o CD por 3€, vendendo-o por 5€, obteve um lucro de 2€, dado que $5-3=2$ e, ao comprá-lo novamente, desta feita por 7€, neutraliza o valor, uma vez que pagou a mais o que recebeu anteriormente. No entanto, ao vendê-lo uma segunda vez por 9€, recebeu mais 2€, sendo este o valor total do seu lucro.

Outros alunos podem resolver este problema, considerando as duas vendas feitas pela Inês como dois momentos independentes e, ao fazê-lo, concluem que em cada uma das transações, a Inês ganhou 2€, ou seja, 4€ no total ($2+2=4$) (Boavida et al., 2008). Indo ao encontro desta análise, se suposermos que a Inês tinha 10€, ao comprar o CD por 3, ficou com 7€; ao vendê-lo por 5€, ficou com 12€ ($5+7$); de seguida, ao comprar, mais uma vez, o CD por 7€, ficou com 5€ e, ao vendê-lo novamente, agora por 9€, ficou com um total de 14€ ($10-3+5-7+9=14$), tendo um lucro de 4€, dado que $14-10=4$ (Boavida et al., 2008).

Se considerarmos ainda que, ao invés de vender e comprar o mesmo objeto, a Inês vendeu um CD ao João e comprou um livro ao Luís, verificamos que, na venda do CD, recebeu 2€ ($5-3=2$), bem como na venda do livro, que havia comprado por 7€ e vendido por 9€ (Boavida et al., 2008), verificando que o lucro final seria novamente de 4€ ($2+2=4$), totalizando 14€.

Problemas abertos

Os problemas abertos que, para Boavida et al. (2008), também podem ser designados por investigações, consistem em problemas que contêm mais de uma forma de encontrar a solução podendo, inclusive, ter mais do que uma resposta acertada (Boavida et al., 2008). Para encontrarem a solução, é necessário que os alunos procurem regularidades pensando em conjeturas, “apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão” (Boavida et al., 2008, p. 20).

O problema “Mais guardanapos” que apresento de seguida é um exemplo de um problema aberto.

Mais guardanapos

A Catarina vai pôr a secar guardanapos. Porque é uma rapariga organizada, pendura, todos os guardanapos, usando o mesmo processo. Ajuda a Catarina a descobrir quantas molas são necessárias para pendurar 30 guardanapos.

(Boavida et al., 2008, p. 21)

Figura 4. Problema aberto

Este é um problema aberto, dado permitir que os alunos o explorem através de diferentes abordagens, uma vez que nunca é referida a forma do estendal, nem o modo como a Catarina irá pendurar os 30 guardanapos e, desta forma, os alunos podem encontrar diferentes soluções (Boavida et al., 2008). Os alunos podem propor diferentes organizações dos guardanapos, nomeadamente, pendurando-os 1 a 1 ou 2 a 2 e, conforme o número de molas utilizado em cada proposta, a solução será diferente, isto é, se os guardanapos forem pendurados 1 a 1 com uma mola cada, serão necessárias 30 molas no total, no entanto, se uma mola prender dois guardanapos, já só serão necessárias 15 molas. Porém, ambas as respostas estão corretas, se o processo utilizado for igual para todos os guardanapos. Deste modo, “o professor deve discutir com os alunos se há modos equivalentes quanto ao número de molas antes de analisar cada caso individualmente” (Boavida et al., 2008, p. 21).

De acordo com os seus conhecimentos e capacidades, “poderá haver alunos que fazem uma exploração total da questão e outros que só descobrem algumas possibilidades” (Boavida et al., 2008, p. 22), ainda assim, todos conseguirão explorá-lo e desvendar algumas hipóteses, devendo o professor “acompanhar o trabalho dos alunos e ir fornecendo pistas de modo a que possam ir desenvolvendo, cada vez mais, o seu raciocínio indutivo e dedutivo” (idem), sendo importante a promoção de uma discussão orientada entre os alunos, para que partilhem as suas descobertas (ibidem).

2.1.2. Fases da resolução de problemas

Para que um problema seja corretamente resolvido pelos alunos, revelando-se um verdadeiro momento de aprendizagem, existem algumas etapas que deverão ser realizadas. No entanto, diferentes autores defendem diferentes etapas, tal como Shoenfeld (referido por Matos e Serrazina, 1996) ou Polya (2003). Contudo, o modelo de Polya e as

etapas de resolução que propõe são o mais consensual, pelo que foi também este o modelo a que recorri para desenvolver o projeto, pelo que surge agora explicitado.

Polya (2003) defende que, para ser possível resolver um problema e estruturar o pensamento, deverão ser percorridas quatro fases às quais atribui igual importância. Para este autor, num primeiro momento, o aluno deverá ser capaz de compreender o problema, para de seguida elaborar um plano que lhe permita encontrar a solução. Numa terceira fase, executa o plano de resolução pensado e, finalmente, verifica a solução a que chegou, de modo a compreender se respondeu corretamente à questão inicialmente colocada (idem).

Com base em Polya (2003), passarei a descrever cada uma das fases de resolução de problemas:

Primeiramente, é necessário que o aluno compreenda o problema e se interesse por resolvê-lo, uma vez que, só assim, saberá o que é proposto, pois o autor defende que “é uma tolice responder a uma pergunta que não se tenha compreendido” (p. 28). Desta forma, nesta fase, deverão ser identificadas as informações conhecidas, a incógnita do problema, bem como as condições apresentadas, para que seja então possível delinear um plano de resolução.

O plano é obtido quando o aluno encontra uma estratégia que lhe permita responder ao problema, estabelecendo uma ligação entre a informação fornecida e a incógnita. Desta forma, é encaminhado para a terceira fase proposta por Polya, dado que ao elaborar um plano, o aluno executa-o, verificando os passos percorridos e compreendendo se o mesmo lhe permitirá encontrar a solução, sendo que, no caso de não o permitir, existe um retorno à segunda fase, sendo necessário pensar numa nova estratégia de resolução.

A última fase do modelo de resolução de problemas proposto por Polya consiste na verificação da resposta. Nesta fase, o aluno faz uma análise da sua resolução, de modo a compreender se o seu resultado está correto, com base no problema e no raciocínio efetuado. Ponte et al. (2007) salientam também a importância da quarta etapa, ao afirmarem que “os alunos devem ser, também, incentivados a avaliar a plausibilidade dos resultados obtidos e a rever os dados, caso seja necessário” (p. 32).

Como este modelo foi originalmente proposto para problemas mais avançados, ao ser utilizado no 1.º Ciclo do Ensino Básico, segundo alguns autores, como Boavida et al. (2008), pode ser utilizado com algumas alterações, dado que é possível a junção da segunda e terceira fases, uma vez que “à medida que se estabelece o plano este começa imediatamente a ser desenvolvido” (p. 22)., originando um modelo mais simplificado, composto por três fases: leitura e compreensão do problema, delimitação e execução do plano e verificação da resposta (idem).

2.1.3. Estratégias de resolução de problemas

Como referido anteriormente, para que uma determinada proposta se possa considerar um problema, não deverá existir uma estratégia previamente conhecida para o resolver e, neste sentido, os alunos podem confrontar-se com um conjunto de estratégias que permitam alcançar a solução, enquanto adquirem diferentes competências que lhes permitam aprofundar as suas estratégias, complexificando-as e, desta forma, todas devem ser igualmente valorizadas pelo professor (Boavida et al., 2008; Lopes et al., 1990.). Às estratégias de resolução utilizadas pelos alunos, atribui-se também o nome de estratégias heurísticas, dado que esta expressão surge associada à resolução de problemas, nomeadamente às “operações mentais tipicamente úteis nesse processo” (Polya, 2003, p. 133).

As estratégias de resolução ajudam os alunos a enfrentar o problema, pensando numa forma de encontrar a solução, possibilitando o desenvolvimento de diferentes competências que contribuem para a resolução de novos problemas e, deste modo, as estratégias a que os alunos recorrem têm uma grande importância na resolução de problemas, surgindo diversas vezes associadas “a processos de raciocínio” (Boavida et al., 2008, p. 23).

Uma vez que as estratégias de resolução podem ser entendidas como algo pessoal, na medida que “grande parte dos alunos consegue descobrir os seus próprios processos de resolução” (Boavida et al., 2008, p. 25), cabe ao professor promover a realização de diferentes tarefas que potencializem a utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, pois, a sua “posterior identificação e sistematização irão dotá-los [os alunos] de um repertório de estratégias que lhes permitirá resolver vários problemas diferentes ou o mesmo problema de modos diferentes” (idem). Do mesmo modo que, ao confrontarem-se com uma estratégia que não permitiu alcançar a solução, já conhecem

outra a que podem recorrer, permitindo que ganhem “confiança na sua capacidade para resolver problemas” (ibidem).

As estratégias que os alunos podem utilizar para resolver problemas são diversas, sendo referidas por diferentes autores, tais como Polya (2003), Boavida et al. (2008) ou Lopes et al. (1990). Boavida et al. (2008) referem que algumas das estratégias de resolução a que os alunos do 1.º Ciclo podem recorrer são: “fazer uma simulação/dramatização; fazer tentativas; reduzir a um problema mais simples; descobrir um padrão; fazer uma lista organizada; trabalhar do fim para o princípio” (p. 23). As estratégias mencionadas por estas autoras vão ao encontro das estratégias apresentadas também por Lopes et al. (1990) que, apesar de poderem ter designações algo distintas, são muito semelhantes.

Para uma melhor compreensão acerca das estratégias de resolução de problemas acima mencionadas, considero necessária uma caracterização de cada uma delas, com exemplos representativos das mesmas, lembrando, no entanto, como anteriormente referido, que para o mesmo problema existe mais do que uma estratégia que poderá ser utilizada.

Fazer uma simulação/dramatização

Ao resolverem problemas com recurso a esta estratégia, os alunos representam visualmente o problema, nomeadamente, com recurso à manipulação de objetos, a esquemas, gráficos, tabelas ou representações icónicas, podendo, deste modo, salientar-se “a existência de determinadas relações entre os diferentes dados e condicionantes que, de outro modo, passariam despercebidas” (Lopes et al., 1990, p. 12).

Para o seguinte problema, torna-se possível a sua resolução através da presente estratégia mencionada:

A Rita é muito vaidosa. Para a passagem do ano e pensando que poderia utilizá-la com outras roupas, ela comprou uma saia vermelha e outra azul, uma camisola amarela, uma verde e outra preta.

Depois pensou: Que bom! Agora já posso vestir-me de muitas maneiras diferentes.

De quantas maneiras diferentes se poderá vestir a Rita?

(Serrazina, s.d., p. 5)

Figura 5. Problema de exploração da estratégia "Fazer uma simulação/dramatização"

Para resolver o problema com recurso à estratégia descrita, o aluno pode desenhar cada peça de roupa, ilustrando as diferentes combinações através de linhas, por exemplo, ligando as duas saias às três camisas através de linhas, desenhando uma personagem vestida com os diferentes modelos possíveis de conjugar, ou fazendo um esquema “em árvore”.

Fazer tentativas

Ao confrontarem-se com um problema que não conseguem resolver, as crianças podem recorrer a uma estratégia de “tentativa e erro”, tentando encontrar a solução, de acordo com os dados fornecidos no problema e com a incógnita (Boavida et al., 2008). Esta estratégia permite que os alunos mobilizem os seus conhecimentos matemáticos, nomeadamente, no que concerne aos números e operações, adaptando a sua resposta até que seja encontrada a solução correta (O' Connell, 2007).

De acordo com o referido, torna-se possível resolver o problema seguinte com recurso a diferentes tentativas.

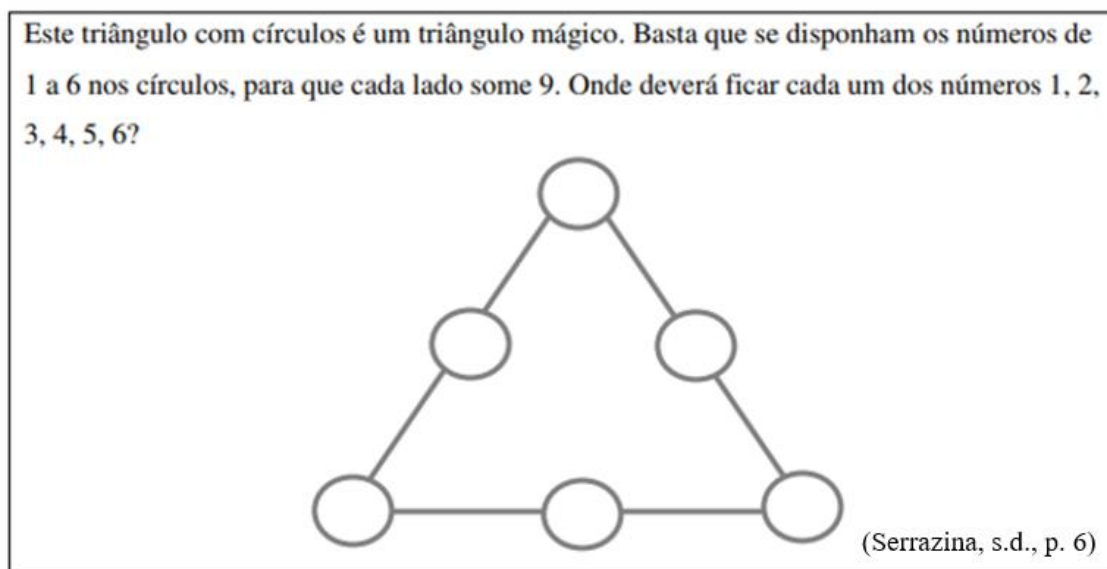


Figura 6. Problema de exploração da estratégia "Fazer tentativas"

Ao serem confrontados com este problema os alunos não encontram uma solução imediata e, deste modo, “atendendo às condições do enunciado” (Boavida et al., 2008, p. 23), deverão pensar numa solução e avaliá-la, para que a soma de cada lado seja igual a 9. Com base nesta avaliação, o aluno deve pensar numa nova resolução, neste caso, alterando os números necessários dentro de cada um dos círculos, até alcançar a solução correta.

Reduzir a um problema mais simples

Esta estratégia consiste em elaborar um problema mais simples, como o próprio nome indica, dado que, deste modo, o aluno poderá compreender melhor o problema inicial e resolvê-lo com maior facilidade (Vieira, Carvalho, & Cadeia, 2007). No caso de problemas numéricos, por exemplo, como os números muito elevados poderão causar algum constrangimento, o alunos poderão alterá-los por outros com que se sintam mais familiarizados (números inteiros ou valores mais baixos, por exemplo), uma vez que, assim, “terá eliminado uma dificuldade suplementar e estará mais liberto para centrar a atenção na compreensão do problema e no estabelecimento do plano” (Lopes et al., 1990, p. 15).

Ao recorrer a esta estratégia de resolução, os alunos podem também pensar num problema semelhante resolvido num momento anterior, possibilitando a mobilização de conhecimentos adquiridos previamente, dado que a solução encontrada, a estratégia de resolução utilizada e as vivências poderão contribuir para a resolução do problema apresentado (Lopes et al., 1990).

Deste modo, apresenta-se um problema possível de explorar com recurso à estratégia aqui apresentada.

Suponha que há um certo número de coelhos e de faisões numa gaiola, totalizando 7 cabeças e 22 patas. Quantos coelhos e faisões estão na gaiola?

(Vieira et al., 2007, p. 14)

Figura 7. Problema de exploração da estratégia “Reduzir a um problema mais simples”

Para resolver este problema, de acordo com Vieira et al. (2007), o aluno pode formular um problema menos complexo, por exemplo, calculando o número total de patas se todos os animais fossem faisões e, dado que, no total, a gaiola tem sete animais, então ter-se-iam apenas catorze patas. Desta forma, uma vez que ficariam a sobrar oito patas, o aluno pode distribuí-las duas a duas por alguns animais, verificando que haveria 4 coelhos e 3 faisões (Vieira et al., 2007).

Descobrir um padrão

Os alunos podem recorrer a esta estratégia quando o problema apresenta uma sucessão ou uma sequência (Lopes et al., 1990) e, neste caso, necessitam de encontrar a

generalização que permita alcançar a solução. Desde cedo que as crianças se deparam com padrões e, num problema deste tipo, ao encontrar o padrão, os alunos sabem como chegar à solução, ou seja, sabem a sequência que tem de ser realizada (O' Connell, 2007). Contudo, apesar de o facto de encontrar o padrão e saber aplicá-lo fornecer os dados que permitem resolver o problema “os alunos necessitam de continuar a utilizar o seu conhecimento acerca das operações [...] e da sua habilidade para representar visualmente as suas ideias [...]” (idem, p. 52).

Exemplifico um problema que, entre outras estratégias, pode ser resolvido com recurso à identificação de um padrão.

Quantas partes se obtém dobrando uma folha 8 vezes?						
Dobragens	0	1	2			
Partes	1	2				

(Serrazina, s.d. p. 6)

Figura 8. Problema de exploração da estratégia "Descobrir um padrão"

Para resolver este problema, os alunos podem identificar que, ao fazer uma nova dobragem, o número de partes será sempre o dobro do anterior, ou seja, se com uma dobragem, obtemos duas partes, com duas dobragens, teremos quatro partes e assim por diante e, desta forma, os alunos conseguem encontrar o valor seguinte da sequência, dado que, assim que o padrão é encontrado, os alunos são capazes de identificar os valores que faltam.

Fazer uma lista organizada

Esta estratégia, utilizada na resolução de alguns problemas, permite que os alunos visualizem as diferentes situações possíveis, através de uma sequência organizada (Vieira et al., 2007), sendo que, para O' Connell (2007), quando os alunos se revelam capazes de analisar os dados, sintetizando-os e organizando-os, encontram-se mais preparados para compreender e interpretar a informação.

Ao serem confrontados com um problema em que devem ser encontradas diferentes combinações, a construção de uma lista organizada é uma estratégia a que os alunos deverão recorrer. Contudo, a construção de uma lista poderá ser considerada “simplesmente para representar, organizar e guardar informação” (Vale et al., 2006, p. 8).

Para resolver o problema apresentado, os alunos podem escrever/representar uma sequência ou lista organizada.

Num número de ginástica as oito participantes devem ficar unidas duas a duas com fitas coloridas. Quantas fitas são necessárias para realizar o número?

(Boavida et al., 2008, p. 24)

Figura 9. Problema de exploração da estratégia “Fazer uma lista organizada”

Neste problema, os alunos devem compreender que, em cada dia, o valor colocado pelo Luís duplica face ao dia anterior e, assim, podem listar a sequência dos dez dias, para resolverem o problema, de modo a considerarem todos os dados presentes, isto é, registam o valor colocado no mealheiro em cada um dos dez dias – no primeiro dia, um cêntimo, no segundo, dois cêntimos, no terceiro, quatro e assim sucessivamente.

Trabalhar do fim para o princípio

Esta estratégia é possível de usar quando o resultado final do problema é conhecido e “onde existem muitos operadores que se aplicam ao estado inicial” (Lopes et al., 1990, p. 19). Para se aplicar esta estratégia, poder-se-á resolver o problema no sentido inverso, recorrendo às operações matemáticas investas, por exemplo, calcular o dobro e não a metade ou retirar um determinado valor ao invés de o acrescentar (idem).

O problema apresentado em seguida pode ser resolvido com recurso a esta estratégia, uma vez que apresenta o valor final, sendo pretendido que o aluno encontre o valor inicial de rebuçados dentro de um saco, antes de o mesmo ser aberto.

O João levou para a escola um saco de rebuçados para dar aos amigos. Aos primeiros que encontrou deu metade dos rebuçados que trazia. Depois encontrou mais amigos e deu metade dos que ainda tinha. E foi assim que chegou à sala dele já só com 20, um para cada colega. Quantos rebuçados tinha o saco antes do João o abrir? (Serrazina, s.d, p. 5)

Figura 10. Problema de exploração da estratégia "Trabalhar do fim para o princípio"

Para resolver este problema, torna-se necessário interpretar todas as informações contidas, ou seja, considerar que, ao chegar à sala, o saco continha apenas vinte rebuçados, mas que, num momento inicial continha ainda os que foram distribuídos ao longo do percurso do João. Deste modo, uma vez que sabemos que sobraram vinte rebuçados, deve ser realizado um raciocínio inverso, acrescentando todos os doces que

foram distribuídos, ou seja, dado que no problema são trabalhadas as metades, devemos recorrer aos dobros para encontrar o valor inicial de doces que o saco continha.

Quando se resolve o problema inversamente, encontramos o valor inicial que nos indica a resposta adequada (Polya, 2003). Para verificar se respondeu adequadamente, o aluno poderá realizar o problema utilizando os valores que foram obtidos, sendo que, se no final, restarem apenas vinte rebuçados, o problema foi resolvido adequadamente.

Estratégias de cálculo associadas às operações aritméticas

No primeiro ciclo, para resolver problemas matemáticos, muitos alunos recorrem ao uso de operações, mais concretamente, da adição, subtração, multiplicação e divisão, sendo fundamental que sejam capazes de as utilizar eficazmente, de acordo com os seus conhecimentos acerca das mesmas (O' Connell, 2007). Para efetuar cálculos associados às operações aritméticas, muitas vezes, os alunos recorrem ao cálculo mental, mesmo que necessitando de um registo escrito para auxiliar o seu pensamento (Mendes, 2012) e, de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) “quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental mais à-vontade se sentirá o aluno no uso de estratégias de cálculo mais convencionais como os algoritmos das quatro operações” (p. 10).

As situações de adição estão associadas aos processos de agrupar, não obrigatoriamente em parcelas iguais (O' Connell, 2007) ou acrescentar. Numa etapa inicial, as crianças começam por resolver problemas de adição, com recurso a métodos de contagem, através do uso de desenhos ou de objetos, contudo, esta estratégia é facilmente condicionada pelo uso de valores numéricos elevados, pelo que os alunos devem progredir para o uso de outras estratégias mais eficazes (Mendes, 2012).

Para adições com números entre 20 e 100, as estratégias aditivas mais utilizadas são as “estratégias de decomposição, por “saltos”, mistas e de compensação” (Mendes, 2012, p. 64). Deste modo, seguidamente caracterizo cada uma delas, baseando-me em Thompson (2003) e Mendes (2012):

1. Nas estratégias de decomposição, adicionam-se as unidades e as dezenas separadamente, isto é, decompõem-se os números. Por exemplo, para calcular $45+57$, calcula-se $40+50=90$ e $5+7=12$. Esta estratégia pode ser igualmente designada como estratégia de partição ou estratégia 1010.

2. As estratégias de “saltos”, também conhecidas como métodos sequenciais ou cumulativos, podem ser representadas mentalmente ou por escrito através de uma reta numérica, em que se inicia num número e se efetuam saltos de modo a encontrar a solução. Por exemplo, para adicionar $45+57$, iniciando a contagem no 45, “saltam-se” 50 unidades, adicionando este valor e, posteriormente, “saltam-se” mais 5 e mais 2, obtendo o 102.
3. Nas estratégias mistas, usam-se ambas as estratégias caracterizadas anteriormente e, assim, para realizar o cálculo apresentado anteriormente, partindo do 40, poder-se dar um “salto” de 50 unidades e, posteriormente, de 5 e de 7 (ou de 5 e de 2).
4. As estratégias de compensação podem ser consideradas como a estratégias aditivas com maior complexidade e, para efetuar o cálculo exemplificado, iniciando no 45, dá-se um “salto” de 60, contudo, como apenas se querem adicionar 57 unidades, “saltam-se” três para trás.

A subtração, por poder ser utilizada a partir de situações distintas, poderá manifestar-se mais difícil de compreender do que a adição (O’ Connell, 2007). Esta operação consiste no processo de retirar, completar ou comparar e, neste sentido, sobretudo quando as crianças estão a estabelecer um primeiro contacto com a mesma, o professor deverá promover a manipulação de objetos, de modo a que o problema se transforme numa situação concreta (idem). Para resolver situações de cálculo associadas a esta operação, as estratégias utilizadas são fundamentalmente as mesmas que na adição, naturalmente, no sentido inverso.

A multiplicação pode ser descoberta pelos alunos, através da exploração de problemas que envolvam adições repetidas (O’ Connell, 2007) e compreende situações de combinar ou de adicionar grupos com o mesmo número de elementos.

De acordo com Mendes (2012), baseando-se em Baek (1998), são quatro as estratégias que os alunos mais utilizam associadas à resolução de situações de multiplicação: “modelação direta, estratégias de número completo, estratégias de partição de números e estratégias de compensação” (p. 84). Com base na autora, de seguida, descrevo cada uma delas:

1. Numa fase inicial da aprendizagem da multiplicação, podem ser usadas “estratégias de modelação direta” (p. 84) através da manipulação de objetos ou da elaboração de desenhos.
2. Nas estratégias de número completo, os alunos facilitam o processo associado às adições repetidas, podendo adicionar de modo sucessivo o multiplicando, ou adicionar os “dobros”.
3. As estratégias de partição de números podem ser utilizadas em apenas um dos fatores do produto ou em ambos, “usando números não múltiplos ou múltiplos de 10” (p. 85) e facilitam a multiplicação. A esta estratégia associa-se “a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição” (idem).
4. Por último, nas estratégias de compensação, o número do multiplicador, do multiplicando ou de ambos é manipulado no sentido de facilitar o cálculo, por exemplo, para resolver o problema “Se tiver cinco sacos com 250 berlindes cada, quantos berlindes tenho no total?” (p. 85), pode-se pensar da seguinte maneira: “Visto que vou multiplicar por cinco posso dividir 250 ao meio e multiplicar por 10. Metade de 250 são 125 e 125 vezes 10 são 1250. É 1250” (Baek, 1998 citada por Mendes, 2012, p. 85), ou seja, relacionando os dobros com as metades.

Por sua vez, os alunos podem reconhecer a divisão associada a problemas de partilhas ou de medida (O’ Connell, 2007). Mendes (2012), baseando-se em Baek (1998), apresenta as categorias de estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver problemas associados a esta operação: “trabalhar com um grupo de cada vez, não decompor o dividendo, decompor o dividendo e estratégias de construção” (p. 89). Baseando-me na autora referida, passarei a caracterizar cada uma das categorias referidas:

1. A estratégia “trabalhar com um grupo de cada vez” está relacionada com subtrações sucessivas do divisor, iniciando no dividendo, ou “à adição sucessiva do número mais pequeno até perfazer o número maior (ou ficar próximo) e à estratégia distributiva” (p. 89). As subtrações e adições sucessivas estão sobretudo relacionadas com situações de medida, enquanto a estratégia distributiva, surge associada à partilha.
2. Considera-se que as estratégias pertencentes à categoria “não decompor o dividendo” são menos concretas e mais evoluídas do que as da categoria anterior, “não envolvem a decomposição do dividendo e correspondem à subtração, de modo eficaz, recorrendo à estrutura decimal e ao uso de múltiplos de dez” (p. 89).

Estas estratégias podem ser utilizadas em problemas de divisão no sentido de partilha ou de medida.

3. As estratégias associadas à categoria “decompor o dividendo” podem ser aplicadas em problemas de medida e de partilha e sugerem a decomposição do dividendo em ordens e divisões parciais. Por exemplo, para dividir 768 por 24, divide-se 700 por 24, depois 60 e por último 8, somando os restos destes cálculos, voltando a dividir através da mesma estratégia, até que deixe de ser possível fazê-lo.

4. Também as estratégias de construção podem ser usadas em problemas de partilha e de medida. Estas estratégias estão associadas ao uso de adições repetidas, dado que, para dividir 544 por 17, pode-se iniciar o cálculo em “170 (10×17), adicionando sucessivamente 170 até ser exequível, de modo a perfazer um número o mais próximo possível de 544 (o número 510)” (p. 90) e, de seguida, adicionar “34 (2×17) para chegar ao total de 544” (idem).

2.1.4. A resolução de problemas na aprendizagem da Matemática

Em Matemática, a resolução de problemas consiste num “contexto universal de aprendizagem [...] associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas atividades” (ME, 2001, p. 68), contudo, permite que os alunos desenvolvam um conjunto de capacidades não focadas apenas na aprendizagem desta disciplina, tais como o desenvolvimento da comunicação, da capacidade de justificação ou o desenvolvimento do raciocínio, favorecendo a existência de uma relação entre diferentes conteúdos matemáticos, mas também o estabelecimento de uma interdisciplinaridade com outras áreas, permitindo que os alunos compreendam a utilidade da Matemática, atribuindo-lhe significado (Boavida et al., 2008). Este facto deve-se, em parte, à capacidade de um problema poder originar outros problemas ou sugerir a abordagem de conteúdos relacionados com diferentes áreas (Boavida et al., 2008; Ponte et al., 2007).

Nas Aprendizagens Essenciais, o Ministério da Educação (2018) defende que a resolução de problemas deve consistir num momento de aprendizagem ativa, favorecendo a mobilização de diferentes conhecimentos e a análise de estratégias e resultados. De acordo com este documento, na Matemática, a capacidade de resolução de problemas é transversal aos diferentes conteúdos de aprendizagem.

Uma vez que a resolução de problemas coloca o aluno no centro da aprendizagem, cabe ao professor “selecionar problemas relacionados com tópicos de Matemática do programa” (Boavida et al., 2008, p. 33), de acordo com os objetivos da tarefa, bem como do seu conhecimento acerca dos alunos, para que seja possível que desenvolvam “o raciocínio e o pensamento sobre ideias e conceitos matemáticos” (idem), mas também a sua autonomia, confiança e capacidade de análise (Ponte et al., 2007). Por exigir que seja encontrada uma estratégia que permita encontrar a solução, a resolução de problemas desenvolve nos alunos a capacidade de pensar e elaborar estratégias, incentivando a criatividade, enquanto torna “as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras” (Marques et al., 2013, p. 3221).

A discussão das estratégias utilizadas pelos alunos para encontrar a solução, bem como a valorização das mesmas por parte do professor, permite que as crianças progredam e desenvolvam a sua capacidade de interpretação dos problemas e a sua capacidade de avaliação dos resultados e processos de resolução, permitindo que, por sua vez, desenvolvam também a sua capacidade de resolução, utilizando métodos cada vez mais complexos (Boavida et al., 2008; Ponte et al., 2007). Através das discussões coletivas, os alunos compreendem que as estratégias utilizadas pelos colegas para resolver os problemas, apesar de mais simples ou mais complexas, podem ser igualmente válidas para encontrar a solução (Smole & Diniz, 2001).

Para Boavida et al. (2008), a resolução de problemas revela-se uma mais-valia para a aprendizagem dos alunos, uma vez que “proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação”, “fomenta o raciocínio e a justificação”, “permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares” e “apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana” (p. 14) e, desta forma, para a UNESCO (1990), na Declaração Mundial sobre Educação para Todos, a resolução de problemas é uma aprendizagem de grande importância, a par “de outros como a leitura, a escrita e o cálculo” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 16).

Ao revelarem-se capazes de resolver problemas, os alunos desenvolvem ainda “modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança perante situações desconhecidas, que lhes serão muito úteis fora da aula de matemática” (NCTM, 2007, p. 57), dado que a resolução de problemas pode-se revelar útil também em momentos do dia-a-dia. Desta forma, de acordo com o Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade

Obrigatória, espera-se que no final do ensino básico, os alunos tenham adquirido competências associadas à resolução de problemas, que lhes permitam “interpretar informação, planejar e conduzir pesquisas; gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas; desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados” (Martins et al., 2017, p. 23).

2.2. As histórias infantis na resolução de problemas matemáticos

Desde cedo que começamos a ter contacto com os livros e com as histórias infantis, tanto em contexto familiar como escolar e, neste sentido, é importante que ao proporcionar momentos em que conta histórias, o educador/professor promova um momento lúdico e não de obrigação, para que esta atividade não seja banalizada, possibilitando que todos os alunos experienciem “momentos de leitura, com um leitor de referência que as ampare na construção do seu autoconceito de leitor” (Costa & Mendes, 2017a, p. 15), independentemente de atividades semelhantes serem desenvolvidas com os familiares, ou não, para que todas as crianças tenham oportunidade de criarem precocemente uma relação com a leitura (idem).

Ainda que no 1.º Ciclo do Ensino Básico, na maioria dos casos, exista apenas um professor responsável por lecionar as disciplinas de Português e Matemática, é comum que não seja estabelecida uma relação entre ambas, dificultando a aprendizagem dos alunos (Menezes, 2011). No entanto, associar estas duas áreas, acarreta diversos benefícios para ambas, pois se, por um lado, a Matemática potencia a “estruturação de pensamento, organização lógica e articulação do discurso”, por outro, “a língua fornece à Matemática capacidades comunicativas, como a leitura e interpretação de texto (escrito e oral) e também capacidades de expressão (escrita e oral, em particular a discussão)” (Menezes, 2011, p. 69).

Porém, nas últimas décadas, sobretudo desde os anos 90, tem existido um particular interesse no ensino da Matemática associado às histórias infantis, sendo que muitos são os autores que têm vindo a defender as vantagens desta interdisciplinaridade, tais como Hong (1996), O’Neill et al. (2004) ou Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, (2012), dado que, os livros infantis permitem que os alunos desenvolvam os seus conhecimentos sobre os processos essenciais da matemática: “comunicação, representação, conexões, resolução de problemas, raciocínio e prova” (Flevaris & Schiff,

2014, p. 3). Deste modo, os livros infantis podem servir de abordagem para a resolução de problemas, ao atribuírem um contexto à atividade, fornecendo as informações necessárias para a sua resolução e podendo, assim, considerar-se como uma motivação para os alunos e para o professor, permitindo que os conceitos sejam associados a “situações do cotidiano ou relevantes” (Flevarés & Schiff, 2014, p. 15), enquanto permite que os alunos adquiram e desenvolvam noções matemáticas (Costa & Mendes, 2017b; Marston, 2014).

Uma vez que as histórias infantis podem atribuir um contexto e um significado ao problema, através de um enredo atrativo, é estabelecida uma relação entre as disciplinas de Português e de Matemática, promovendo um maior interesse pela segunda, possibilitando que os alunos percecionem os conteúdos trabalhados de um modo significativo (McKenney & Foley, 2012; Mendes & Costa, 2018).

Para que a leitura de histórias infantis possa contribuir para a aprendizagem da Matemática, é necessário que o professor realize uma pesquisa aprofundada, de modo a selecionar obras que permitam aos alunos alcançar os objetivos propostos para esta disciplina (Mendes & Costa, 2018). Neste âmbito, para Marston (2014), de acordo com o modo como as ideias matemáticas estão, ou não, incluídas na história, os livros infantis podem ser distinguidos em: livros com “conteúdo percecionado”, em que se observa “a ocorrência não intencional de conteúdos matemáticos”, livros com “conteúdo explícito”, que contêm “referências explícitas a conteúdos matemáticos” e livros com “conteúdo incorporado”, ou seja, “livros escritos com finalidades de fruição literária, mas incluindo, de forma intencional, ideias matemáticas” (Mendes & Costa, 2018, p. 3). No presente estudo, recorreu-se a livros com conteúdo matemático incorporado, ou seja, livros em que o conteúdo matemático (termos, conceitos, cálculos e representações) é retratado explicitamente e com rigor, como parte integrante da história, promovendo a aprendizagem da matemática (Marston, 2014).

Capítulo III – Metodologia

No presente capítulo explicito as opções metodológicas a que recorri para desenvolver o meu projeto, caracterizo o contexto e os participantes do estudo e descrevo as técnicas de recolha de dados usados, bem como os processos de análise de dados.

A primeira secção do presente capítulo designa-se como “Opções metodológicas” e, no mesmo, surge uma caracterização do que se considera ser a abordagem qualitativa e a investigação sobre a prática pedagógica, bem como a sua importância. Na segunda secção, designada como “Contexto e participantes”, como o próprio nome indica e como referido anteriormente, caracteriza o contexto onde o estudo foi desenvolvido e os participantes envolvidos no mesmo. Na secção seguinte, “Recolha de dados”, menciono as técnicas utilizadas para o meu projeto, mais concretamente, a observação participante, a recolha documental e o inquérito por questionário. Na última secção, “Tratamento e análise de dados”, abordo os processos utilizados nesta fase.

3.1. Opções metodológicas

Para se conseguir desenvolver uma boa prática pedagógica, é necessário que exista uma reflexão por parte do professor sobre a sua própria ação, praticando uma pedagogia reflexiva, uma vez que é diariamente confrontado com diferentes problemas, sendo imperativo que o professor compreenda “bem os modos de pensar e as dificuldades próprias dos alunos” (Ponte, 2002, p. 2). Neste sentido, incentiva-se que os docentes surjam como professores investigadores das suas práticas, com o intuito de as melhorar (Afonso, 2005; Ponte, 2002).

Considerando a investigação desenvolvida e retratada no presente trabalho, enquadrada numa abordagem qualitativa, inserida numa investigação sobre a minha prática pedagógica.

3.1.1. Abordagem qualitativa

A nível educacional, a investigação pode ser realizada com características qualitativas ou quantitativas, ou ambas, contudo, considero que a abordagem que melhor se enquadra no meu projeto de investigação é a abordagem qualitativa.

De acordo com Richardson (citado por Carvalho, p. 8) a abordagem quantitativa “é caracterizada pelo emprego da quantificação tanto nas modalidades de recolha de dados, quanto no tratamento destes por meio de técnicas estatísticas, desde a mais simples, às mais complexas”, geralmente, envolvendo números e dados quantificáveis.

O paradigma qualitativo ou interpretativo “procura penetrar no mundo pessoal dos sujeitos” (Coutinho, 2016, p. 6) interpretando e compreendendo o sentido da ação num determinado contexto, justificando-a e atribuindo-lhe significado, com o objetivo de melhorar a prática individual. De acordo com Bogden e Biklen (1994), esta abordagem:

1. É naturalista, dado que o investigador é o “instrumento principal” (p. 47) e a observação e recolha dos dados ocorre no ambiente natural, sem a manipulação da realidade, através do contacto direto, sendo que o investigador se desloca para junto dos participantes, para recolher dados com maior detalhe, inserindo-se no local de investigação, para conhecerem o seu contexto;

2. É descritiva, uma vez que “os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números” (p. 48) e os investigadores procuram analisar a totalidade dos dados, de modo a manterem o máximo dos registos originais, a conter as transcrições de entrevistas e outros dados recolhidos inicialmente.

3. “O significado é de importância vital” (p. 50), uma vez que os investigadores qualitativos procuram compreender o modo como os participantes compreendem encaram o tema da investigação e quais as conceções que têm sobre o mesmo, considerando o “ponto de vista do informador” (idem).

Para Bogdan e Biklen (1994), também o investigador qualitativo tende a ser portador de determinadas características:

1. Foca-se em todo o processo de investigação e não apenas nos resultados, procurando analisar a relação direta entre a ação e o resultado e o modo como a primeira influenciou o segundo;

2. Analisa os dados recolhidos indutivamente, começando a fazer conclusões ao longo deste processo e não durante a recolha de dados. Ao longo da análise de dados, os mesmos vão adquirindo sentido, permitindo a compreensão dos resultados e o estabelecimento de relações.

Uma vez que ao longo da minha investigação estive focada no processo e no desenvolvimento da minha prática, recolhendo dados ao longo do período de investigação e participando ativamente no desenvolvimento da investigação, não analisando apenas os resultados obtidos, considero que a minha investigação se enquadra numa abordagem qualitativa. Com a investigação, pretendia a análise focada nas aprendizagens dos alunos, tendo como foco o processo desenvolvido e não apenas os resultados obtidos. Enquanto investigadora tive uma participação ativa junto dos participantes ao longo de todo o processo, de modo a ser capaz de observar e analisar aprofundadamente a influência do estudo nas aprendizagens do grupo.

3.1.2. Investigação sobre a prática

De acordo com Sanches (2005), a investigação é sobretudo categorizada em investigação fundamental e investigação aplicada. A primeira foca-se no conhecimento geral, enquanto a segunda pressupõe a origem de resultados promotores de uma melhoria, ainda assim, ambas são utilizadas na educação, podendo complementar-se (Sanches, 2005).

Como afirma Ponte (2002), a investigação sobre a prática permite que o professor reflita e avalie a sua própria ação, permitindo que se torne no protagonista da sua prática, “tendo mais meios para enfrentar os problemas emergentes” (p. 3), aumentando o seu conhecimento sobre estas dificuldades. Este tipo de investigação poderá ter origem em diferentes necessidades, nomeadamente, numa mudança de prática ou de algum aspeto proveniente da mesma com que o professor se depare, mas também poderá surgir através da necessidade de o docente compreender algum constrangimento associado à sua ação, procurando uma solução e, assim sendo, Ponte (2002) defende que a investigação poderá estar relacionada com os alunos, com as suas aprendizagens, com as aulas, com o estabelecimento de ensino ou com o desenvolvimento do currículo. No entanto, para que seja considerada como uma investigação, é necessário que esta atividade cumpra alguns requisitos, tais como: “produzir conhecimentos novos”; “ter uma metodologia rigorosa” e “ser pública”, obrigando à existência de uma intencionalidade e “algum planeamento” (Ponte, 2002, pp. 4-5).

A investigação sobre a prática permite que o professor alargue o seu conhecimento sobre o contexto pedagógico em que se insere, desenvolvendo-se profissionalmente, mas permite ainda “um desenvolvimento organizacional” (Ponte, 2002, p. 9) do

estabelecimento de ensino onde trabalha, originando soluções e conhecimento que se poderão revelar úteis para outros profissionais.

Deste modo, o meu projeto insere-se na investigação sobre a prática, uma vez que vai ao encontro das características anteriormente enunciadas, mas também porque esta metodologia investigativa pressupõe o levantamento de questões sobre a prática docente, neste caso, através da associação de histórias infantis à resolução de problemas matemáticos exigindo uma reflexão sobre a prática aplicada, de modo a compreender a sua influência e a tentar melhorá-la, permitindo que o professor se torne autónomo na tomada de decisões (Sanches, 2005).

3.2. Contexto e participantes

3.2.1. Caracterização do contexto

O presente projeto de investigação foi realizado em contexto de estágio (que decorreu ao longo de dez semanas) com um grupo de alunos do 3.º ano de escolaridade, numa Escola Básica de 1.º Ciclo e Jardim-de-Infância, situada numa zona periurbana de uma localidade pertencente ao distrito de Setúbal.

A escola onde o projeto foi realizado pertence à rede de ensino público e delineou os seus objetivos educativos “com base nos valores da Igualdade, Justiça, Solidariedade, Tolerância, Eficiência e Qualidade” (Projeto Educativo, 2014, p. 4), considerando-se como um estabelecimento recetivo a toda a comunidade, representada em Conselho Geral, por diferentes elementos da mesma, de entre os quais os familiares dos alunos, representantes da cultura, do desporto ou outras “com intervenção direta ou indireta no processo educativo dos alunos” (idem).

A zona onde a escola se encontra inserida passou por uma enorme evolução nos últimos anos, tendo-se verificado um acréscimo populacional, sendo que a população residente na área é proveniente de diversas regiões portuguesas ou de outros países e a atividade sócio económica predominante é o pequeno comércio e a pequena e média indústria (Projeto Educativo, 2014).

O agrupamento de escolas é composto por um Jardim-de-Infância, uma Escola Básica de 1.º Ciclo com Jardim-de-Infância e uma Escola Básica de 2.º e 3.º Ciclos, totalizando cerca de 1700 alunos entre todo o agrupamento, maioritariamente portugueses

e com o português como língua materna (Projeto Educativo, 2014). No agrupamento verifica-se uma sobrelotação de alunos, sobretudo no 1.º Ciclo e no ensino secundário, verificando-se a incapacidade de alcançar toda a população da zona e, deste modo, foram criados dois novos agrupamentos, com o objetivo de aliviar a sobrelotação sentida, no entanto, nesta localidade, continua a existir apenas uma instituição de ensino que se destine também a alunos do ensino secundário (idem).

De acordo com o Projeto Educativo do Agrupamento (2014), os pais e encarregados de educação dos alunos inserem-se maioritariamente na faixa etária entre os 36 e os 50 anos de idade, trabalham sobretudo por conta de outrem no setor terciário e apresentam pouco envolvimento com a comunidade escolar, revelando-se ainda pouco assíduos nas atividades escolares, nomeadamente, reuniões de pais, apesar de a sua integração estar prevista nos documentos oficiais.

A população escolar do agrupamento é economicamente carenciada, uma vez que cerca de 30% dos alunos têm subsídios, verificando-se um acréscimo de alunos com necessidades alimentares (Projeto Educativo, 2014). No geral, os alunos pertencentes ao agrupamento têm escassos hábitos de estudo, havendo uma taxa elevada de insucesso escolar, nomeadamente no 1.º Ciclo do Ensino Básico, registando-se ainda o abandono escolar por parte de alguns jovens (idem).

O edifício da escola onde foi realizado o estágio foi construída em 2003 e é composta por dezasseis salas de aula distribuídas por dois pisos, um refeitório, uma sala multiusos/ginásio, uma sala de reuniões, uma biblioteca e um espaço exterior com um campo de jogos, verificando-se ainda que os profissionais tentam ir ao encontro das necessidades das crianças, promovendo um espaço acolhedor e moderno.

3.2.2. Caracterização dos participantes

A turma em que realizei o estágio era uma turma mista de 3.º e 4.º anos de escolaridade, composta por dezanove alunos no total, doze do 3.º ano e sete do 4.º, na sua maioria, com um nível socioeconómico carenciado. Como os alunos do 4.º ano eram acompanhados por uma professora de apoio durante grande parte do horário escolar, deslocando-se para outra sala de aula, o meu projeto foi realizado apenas com os alunos do 3.º ano, os quais passarei a caracterizar.

O grupo do 3.º ano era composto por três raparigas e nove rapazes, com idades compreendidas entre os oito e os doze anos de idade, sendo que nove crianças haviam repetido o 2.º ou o 3.º ano e um aluno era repetente em ambos. A maioria dos alunos era de nacionalidade portuguesa, sendo que apenas um era de nacionalidade brasileira. Dois alunos estavam diagnosticados com NEE (Necessidades Educativas Especiais), tendo acompanhamento semanal especializado.

No geral, esta era uma turma de difícil gestão e com grandes dificuldades de aprendizagem, tal como afirmado pela professora titular. Com o decorrer do estágio, verifiquei que as crianças apresentavam dificuldades na resolução de problemas, nomeadamente, na explicação do procedimento realizado ou na procura de soluções criativas.

Neste estudo, apesar de os problemas associados à primeira tarefa terem sido realizados individualmente, as duas tarefas seguintes foram realizadas em pares e, deste modo, analisei todas as resoluções realizadas pelos alunos, não selecionando nenhum aluno/par específico. A razão desta opção está associada ao número de alunos que realizaram os problemas, não se justificando a seleção de apenas alguns. Desta forma, só após a análise geral, escolhi caracterizar determinadas resoluções de acordo com o problema trabalhado e com os objetivos por mim delineados.

3.3. Recolha de dados

As técnicas de recolha e tratamento de dados são um importante fator para a investigação, dado que influenciam o estudo que se pretende desenvolver (Aires, 2015). De acordo com a investigação que desenvolvi, considero que as técnicas adequadas e a que recorri são: observação participante, recolha documental e inquérito por questionário.

3.3.1. Observação participante

A observação é uma técnica de recolha de dados que não se encontra influenciada por “opiniões ou pontos de vista de sujeitos” (Afonso, 2005, p. 91), o que a torna numa técnica fidedigna, exigindo que o investigador esteja em contacto com o objeto de estudo, delineando “questões de partida e os eixos de análise da investigação” (idem, p. 92).

Ao longo deste período, realizei uma observação participante, dado que estive inserida no grupo em estudo, de forma a conseguir compreender o modo como a literatura

infantil contribuía para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos, mas também porque promovi discussões entre todo o grupo, de modo a que existisse uma partilha das estratégias utilizadas na resolução dos problemas. De acordo com Carmo e Ferreira (2008), nesta técnica de observação, o investigador poderá assumir papéis sociais que lhe permitam uma melhor compreensão do observado, o que aconteceu ao longo deste período, dado que desempenhei a função de professora-investigadora. Esta é uma técnica que permite que o investigador compreenda aprofundadamente o contexto em estudo, desenvolvendo um maior conhecimento sobre a população envolvida (Carmo & Ferreira, 2008).

Ao longo deste período, através da observação e de diálogos estabelecidos com os alunos, criei um “diário de bordo” que me permitiu registar as ocorrências mais relevantes para a investigação, “bem como as ideias e preocupações” que foram ocorrendo (Ponte, 2002, p. 14). Este instrumento foi utilizado enquanto os alunos resolviam os problemas, dado que me deslocava até eles e questionava a estratégia que iriam utilizar, bem como a razão da sua escolha, registando as suas respostas. Realizei ainda gravações áudio, que complementaram a observação realizada, sobretudo das discussões coletivas promovidas acerca da resolução de problemas, mas também de algumas explicações fornecidas pelos alunos durante a sua resolução.

3.3.2. Recolha documental

A recolha documental consiste na recolha de informação de documentos e de conteúdos elaborados ao longo da investigação, limitando a influência do investigador nos seus resultados, sendo possível distinguir três tipos de documentos possíveis de analisar (Afonso, 2005): documentos oficiais, documentos públicos e documentos privados. Para desenvolver o meu projeto de investigação, recorri aos três tipos enunciados:

1. Documentos oficiais: analisei os diferentes documentos disponibilizados pelo Ministério da Educação, como o Programa de Matemática para o Ensino Básico, mas também os documentos oficiais da instituição, nomeadamente o Projeto Educativo e o Projeto Curricular;
2. Documentos públicos: recorri a diferentes estudos e livros que apoiassem e fundamentassem a minha ação;

3. Documentos privados: consistiam nas produções desenvolvidas pelos alunos ao longo da investigação, que se revelaram fundamentais, uma vez que se pretendia uma melhoria no processo de ensino-aprendizagem (Máximo-Esteves, 2008), e também nas planificações de atividades a desenvolver ao longo deste período e que se consideraram relevantes para o estudo.

3.3.3. Inquérito por questionário

Esta técnica de recolha de dados é constituída por um “conjunto de questões escritas a que se responde também por escrito [com o objetivo de obter respostas] pré-formatadas” (Afonso, 2005, p. 101), uma vez que se pretende que alcance um maior número de participantes.

Para que esta técnica se manifeste produtiva na recolha de dados, é necessário que os participantes colaborem, respondendo com o que realmente sentem ou sabem, mas também que as questões sejam elaboradas de forma elucidativa, uma vez que se pretendem respostas autónomas, com a mínima participação do investigador (Afonso, 2005). Como ao propor esta técnica de recolha de dados, que foi aplicada a todo o grupo, pretendia compreender quais as fases de resolução percorridas e qual a perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas, formulei sobretudo questões de resposta curta ou de escolha múltipla, pedindo apenas uma curta justificação para as diferentes respostas.

De modo a conseguir obter respostas para as questões formuladas, no final de cada um dos problemas e respetiva discussão, foi entregue um questionário a cada um dos alunos, sendo que, à medida que o entregavam, se necessário, eu colocava algumas questões para conseguir esclarecer as suas respostas, sobretudo, devido ao facto de estas crianças apresentarem dificuldade na expressão das suas ideias através da escrita. No entanto, o questionário desenvolvido na primeira tarefa (**Apêndice A**), composto por cinco questões – quatro de resposta fechada e uma de resposta aberta –, sofreu algumas adaptações, uma vez que foi alterado de acordo com as questões de estudo, originando um novo questionário (**Apêndice B**), composto, desta feita, por seis questões, sendo que cinco eram de resposta fechada, mas que exigiam uma justificação e apenas uma questão era de resposta aberta. Uma semana depois de ter sido terminada a resolução de todas as tarefas, foi realizado um inquérito por questionário final (**Apêndice C**), igualmente

aplicado a todos os alunos, de modo a compreender como haviam percebido a globalidade do trabalho.

Recorri ao inquérito por questionário uma vez que é uma técnica de recolha de dados que permitiu alcançar todos os alunos, de forma a compreender a sua opinião acerca do trabalho desenvolvido e, assim, consegui ter uma melhor percepção sobre o mesmo.

3.4. Processo de recolha e análise de dados

Como pretendia caracterizar as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos nos problemas, identificar as fases de resolução de problemas de Polya que os alunos percorreram e compreender a percepção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis na resolução de problemas, durante o período de investigação recolhi dados que me ajudassem a responder às minhas questões.

A recolha de dados decorreu ao longo de três semanas, durante o período de estágio, nos meses de abril e de maio e nas datas em que se realizou cada um dos problemas, tanto através das resoluções escritas pelos alunos, como através das suas explicações orais, que gravava e registava no diário de bordo. Durante o processo de recolha de dados realizei uma primeira análise, de modo a entender se fazia sentido propor as tarefas sugeridas. No final, para ter uma perspetiva global do modo como as crianças perceberam o contributo deste projeto, uma semana após a realização do último problema, foi realizado um questionário final (**Apêndice C**).

Após a recolha de dados, é necessário organizá-los e analisá-los, de acordo com os objetivos estabelecidos para a investigação, no entanto, à medida que os dados eram recolhidos, fiz uma primeira análise, de modo a entender como as tarefas propostas haviam sido percebidas pelos alunos, para que pudesse adaptar as seguintes, de acordo com as suas necessidades e capacidades. Para Bogdan e Biklen (1994), é importante que durante este processo de recolha de dados, seja realizada uma primeira análise, pois, caso esta não aconteça, existe o risco de as informações recolhidas não satisfazerem por completo os objetivos de análise.

Num momento posterior, após a recolha de todos os dados, realizei uma análise exaustiva de todo o material, dado que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994):

A análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de [...] materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (p. 205).

A análise dos dados recolhidos consiste numa análise de conteúdo, dado que a análise de conteúdo se refere ao “conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens” (Bardin, 1977, p. 42).

A análise de conteúdo encontra-se dividida em três fases (Bardin, 1977): pré-análise, exploração do material e tratamento/interpretação dos resultados.

Na fase de pré-análise, caracterizada por ser a fase de organização da investigação, realiza-se “a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objectivos e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final” (Bardan, 1977, p. 95) e, neste sentido, nesta fase, organizei os dados recolhidos, seleccionando as diferentes produções e documentos que iria analisar.

De seguida, na fase de exploração do material, que consiste na principal fase de análise, ouvi as gravações áudio realizadas aquando a discussão das estratégias de resolução de problemas, reli o diário de bordo, analisei as produções com as estratégias de resolução dos alunos e os inquéritos respondidos pelos mesmos. Para seleccionar as produções a caracterizar, realizei uma análise global, considerando os dados contidos nas mesmas, nomeadamente as estratégias de resolução e as explicações que os alunos forneceram (oralmente e por escrito) acerca das suas resoluções. As categorias de análise das estratégias foram formuladas de acordo com o observado e com a literatura consultada.

A fase final da análise de conteúdo, que consiste no tratamento e interpretação dos resultados, compreende, como o próprio nome indica, o tratamento dos dados obtidos, de modo a torná-los relevantes para a investigação (Bardan, 1977). Nesta fase, fiz uma interpretação dos dados, para conseguir responder ao objetivo de partida e às questões formuladas. Apesar de ter analisado os questionários relativos a cada um dos problemas,

apenas as respostas aos questionários associados ao primeiro e último problemas e ao questionário final foram interpretadas.

No final, de modo a facilitar a análise e interpretação dos dados, construí grelhas, tabelas e gráficos, de acordo com categorias de análise pré-estabelecidas, mais concretamente, de acordo com as estratégias de resolução utilizadas por cada criança, das fases de resolução de problemas percorridas e da perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas.

Capítulo IV – Proposta Pedagógica

No presente capítulo, apresento a proposta pedagógica que elaborei e implementei ao longo da investigação, de modo a ser possível a concretização do projeto referido. É também apresentado o modo como as tarefas foram planificadas e exploradas com os alunos, bem como são apresentadas as histórias na qual me baseei para a formulação dos problemas e os respetivos problemas formulados.

4.1. Preparação e exploração das tarefas propostas

As tarefas propostas foram dinamizadas ao longo de três semanas, mais concretamente, uma tarefa por cada dois dias de cada semana.

Para que a realização das tarefas se revelasse vantajosa para a aprendizagem das crianças, na sua preparação, preocupei-me em encontrar histórias com conteúdo matemático incorporado (Marston, 2014), para contextualizarem as tarefas a desenvolver, sendo o seu ponto de partida. Seguidamente, foquei-me na criação de bons problemas matemáticos, dado que, de acordo com Boavida et al., 2008:

O professor que proporciona aos alunos tarefas desafiantes e apropriadas ao seu conhecimento está a proporcionar o estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da Matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. (p. 33)

Ao preparar e dinamizar estas tarefas com os alunos, tive em consideração as cinco práticas de preparação e orquestração de discussões coletivas, propostas por Smith e Stein (2011 citados por NCTM, 2018): antecipação de possíveis estratégias de resolução; monitorização das resoluções dos alunos; seleção dos alunos/pares que apresentam a sua estratégia; sequência de apresentação de acordo as estratégias utilizadas e estabelecimento de conexões. Além disso, num primeiro momento, foi necessário identificar o objetivo de cada aula, ou seja, identificar os conteúdos matemáticos que pretendia que os alunos desenvolvessem, bem como o modo como o iria fazer.

Durante a preparação, previ algumas das estratégias que os alunos poderiam utilizar nas suas resoluções, o que se viria a manifestar bastante útil, uma vez que desta

forma, fui capaz de elaborar uma lista com algumas questões a colocar aos alunos, conseguindo compreender mais facilmente as estratégias a que recorreram para resolver cada problema.

Nos problemas associados à primeira tarefa, os alunos trabalharam individualmente e nas restantes trabalharam em pares, dado que considerei que, assim, seria promovida uma maior partilha entre as crianças. Contudo, os pares não foram sempre os mesmos, uma vez que tentei juntar alunos com maiores dificuldades a alunos com menos, para que houvesse uma maior entajada. Ao longo da monitorização circulei pela sala, de modo a perceber o pensamento dos alunos e as estratégias de resolução de problemas utilizadas, anotando estas observações no diário de bordo ou fazendo gravações de áudio. Nestes momentos tentei intervir o mínimo possível, pois é importante que o professor disponibilize tempo para que os alunos possam pensar, compreender o problema e procurar uma maneira de o resolver, devendo o professor assumir “uma postura de orientador e desbloqueador de situações de impasse” (Smole & Diniz, 2001, p. 12). Quando percebi que havia dúvidas, coloquei apenas algumas questões que os ajudassem a compreender melhor o problema (Lopes et al., 1990) e a raciocinar, uma vez “que para a promoção de uma aprendizagem significativa é mais proveitoso fazer perguntas, ou devolver boas perguntas a um aluno, que dar-lhe prontamente respostas” (Boavida et al., 2008, p. 66), como por exemplo: “o que nos diz o problema?” ou “o que queremos saber?”.

Ao longo da monitorização, comecei a delinear a fase seguinte, a seleção das estratégias a apresentar. Neste momento, selecionei todas as estratégias de resolução diferentes que os alunos haviam utilizado para serem apresentadas. Como observei que todos os alunos se mostraram sempre interessados em apresentar e explicar as suas estratégias, tentei que em todas as tarefas, cada aluno/par apresentasse, pelo menos, uma vez a sua resolução.

Na fase de sequenciação das tarefas, considerei sempre iniciar a discussão coletiva pelo problema mais simples, conduzindo a discussão para a mais complexa, dado que “na apropriação de procedimentos de outros que foram reconhecidos como mais eficazes, a comunicação desempenha um papel importante que é o de permitir que um *modelo de pensamento* de um aluno se transforme num *modelo para pensar* dos restantes” (Fosnot & Dolk, 2001, citados por Boavida et al., 2008, p. 62), permitindo que os alunos desenvolvessem a capacidade de trabalhar com problemas mais abstratos. No caso de

haver resoluções incorretas, propus também a sua apresentação, uma vez que ao serem discutidas com os colegas, permiti que todos compreendessem o que estava incorreto e porquê.

A quinta e última prática, o estabelecer conexões, surgiu intercalada com a anterior, dado que, ao ser estabelecida uma sequência pedagógica, no caso de existirem estratégias de resolução semelhantes, as mesmas foram apresentadas de seguida. Deste modo, estabeleceu-se uma conexão entre as mesmas, comparando-as e, no final da discussão de cada tarefa, foi realizada uma pequena síntese sobre as estratégias de resolução utilizadas para resolver os diferentes problemas, bem como acerca das aprendizagens desenvolvidas pelos alunos.

4.2. Sequência de tarefas realizada

Considerando a temática da investigação, escolhi trabalhar com os alunos duas lengalengas e uma história, sendo que foram distribuídas por três tarefas, com três, quatro e novamente três problemas cada uma, respetivamente. Os problemas foram formulados, considerando as aprendizagens das crianças, tentando ainda ir ao encontro dos gostos de alunos desta faixa etária, pois estes são fatores essenciais para que a resolução de problemas seja desenvolvida e se revele vantajosa para a aprendizagem da matemática.

Com a análise das resoluções dos alunos relativas aos problemas, pretendia caracterizar as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos, identificar as fases de resolução de problemas percorridas, mas também entender a perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas.

A tabela seguinte apresenta a calendarização das tarefas propostas:

Tabela 1. Calendarização das tarefas

Tarefa	1 - Pares			2 – Bolos Pequenininos				3 – 365 Pinguins		
Problema	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3
Data	29 de abril	29 de abril	30 de abril	6 de maio	6 de maio	7 de maio	7 de maio	13 de maio	13 de maio	14 de maio

Seguidamente, apresento as três tarefas, bem como os conteúdos matemáticos trabalhados em cada uma, mas também os conteúdos focados, em específico, na resolução de problemas, tendo por base o Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico (2013). Saliento que todos os problemas apresentados estavam associados às operações divisão ou multiplicação e a leitura e interpretação do enunciado, seleção e aplicação da estratégia, revisão e interpretação dos resultados estiveram inerentes às três tarefas.

Cada tarefa é composta por um conjunto de problemas, todos com o mesmo contexto, o da história/lengalenga a partir da qual o trabalho foi desenvolvido.

Tarefa 1 – Lengalenga dos Pares

A primeira tarefa que foi trabalhada com o grupo inclui três problemas e surgiu a partir da lengalenga *Pares*, presente na obra *Tantos animais e outras lengalengas de contar*, de Manuela Castro Neves, ilustrada por Yara Kono (Neves, 2013) (**Anexo A**). Com esta lengalenga, relacionada sobretudo com a divisão no sentido de medida (P1 e P2), foram trabalhados os números pares e ímpares, o conceito de par e a tabuada do “dois”.

Para que os alunos apreendessem melhor o contexto da lengalenga, a mesma foi lida por algumas crianças. Assim, para introduzir a tarefa, comecei por selecionar um aluno para ler a primeira quadra da lengalenga, terminando-a na questão apresentada:

O baile vai começar.

Cada qual que arranje um par.

Seis meninos ali estão.

Quantos pares se formarão? (Neves, 2013)

Esta primeira questão foi respondida em conjunto, pretendendo-se que os alunos relembressem o conceito de par e discutissem algumas estratégias de resolução, incentivando-se a justificação de cada uma: “Porque dizes que são três pares?”, “Porque fizeste três vezes dois?”. Seguidamente, continuou-se a leitura da lengalenga, respondendo à questão apresentada.

Com a estrofe seguinte, trabalhou-se de forma semelhante, terminando novamente com uma questão:

8 Meninos ali estão.

Quantos pares se formarão? (Neves, 2013)

Com a resposta à questão, também trabalhada e discutida em conjunto, prosseguiu-se com a leitura da lengalenga, passando diretamente para a quarta estrofe, uma vez que na anterior não se trabalhava com um número par. A quarta estrofe foi adaptada por mim, para que terminasse novamente com uma questão:

E chegam mais 12 meninos,

Preparados para dançar

12? É tão fácil calcular!

Mas diz-me tu,

Quantos pares se irão formar. (adaptada de Neves, 2013)

Esta questão ainda foi trabalhada em grupo, pretendendo-se que os alunos partilhassem as suas estratégias de resolução, escrevendo-as no quadro e discutindo-as em conjunto. Tentei que as crianças explicassem o seu pensamento através da representação escrita e não apenas oralmente. De acordo com as estratégias apresentadas, coloquei algumas questões, nomeadamente “porque fizeste seis mais seis?”, de modo a promover o desenvolvimento do raciocínio por parte dos alunos, pedindo que justificassem as suas operações.

Problema 1 (T1-P1)

Após a introdução anterior, foi apresentado o primeiro problema (**Apêndice D**), que surgiu com a apresentação de uma nova estrofe (construída por mim):

E se fossem 18 meninos

Preparados para dançar

Quantos pares se podiam formar? (adaptada de Neves, 2013)

Depois da sua leitura, entreguei a estrofe aos alunos, permitindo que a relessem silenciosamente e pedindo que respondessem à questão de forma autónoma.

Enquanto os alunos resolviam o problema, circulei pela sala com a intenção de observar as estratégias utilizadas e, quando terminaram, pedi a alguns que, no quadro, explicassem a sua estratégia de resolução, de modo a promover a análise e discussão de cada uma, colocando diferentes questões que favorecessem a justificação da estratégia e

do resultado obtido e tendo atenção para que todas as diferentes estratégias fossem apresentadas e analisadas.

Para resolver este problema, além do uso da divisão, é possível recorrer a outras estratégias, nomeadamente à dramatização ou simulação, sendo possível desenhar os dançarinos, ligando-os dois a dois, encontrando, deste modo, a solução para o problema apresentado. Os alunos poderiam também resolver este problema com recurso à adição sucessiva de parcelas iguais a dois, uma vez que, sabendo que um par é composto por dois dançarinos, seria possível somar par a par até perfazer os dezoito dançarinos.

Problema 2 (T1-P2)

Terminada a discussão do Problema 1, foi lida a última estrofe da lengalenga:

**Mas ao fundo do jardim,
Vejo o Artur e o Serafim,
O Vítor e Delfim,
A Sandra, o Benjamim e o Joaquim.
Estão bem contentes a rir.
7 meninos. E agora? Alguém vai ficar de fora?
És tu quem vai descobrir.** (Neves, 2013)

Após esta leitura, foi entregue o novo enunciado aos alunos, com o Problema 2 (**Apêndice E**), à semelhança do que aconteceu com o problema anterior, para que as crianças o resolvessem de forma autónoma.

Terminada a resolução, foi igualmente promovida a análise e discussão das diferentes estratégias apresentadas, realçando as várias formas de pensar dos alunos e valorizando cada uma.

Para responder a este problema, seria possível recorrer, não só à divisão, mas também, por exemplo, à simulação/dramatização, desenhando ou esquematizando, à semelhança do problema anterior, os diferentes pares formados, tendo atenção ao dançarino que ficava sozinho. Por outro lado, tornava-se também possível transformar este problema num problema mais simples, imaginando que existiam apenas seis dançarinos e, se assim fosse, seriam três pares. Sabendo que o problema inicial tem mais um menino, este ficaria de fora.

Problema 3 (T1-P3)

O terceiro e último problema pertencente a esta tarefa (**Apêndice F**) encontra-se associado ao sentido combinatório da multiplicação, foi realizado no dia seguinte e resultou da criação de duas novas estrofes, que colocaram duas novas questões, em que se pretendia que os alunos se revelassem capazes de indicar os pares formados ao retirar um dançarino:

O Joaquim teve de parar

Mas os outros meninos

Continuaram a dançar

Então, e agora? Quantos pares se podem formar? (adaptada de Neves, 2013)

Esta questão originou o problema seguinte, inventado por mim:

Os meninos continuam a dançar

Não há forma de os parar.

Ao mesmo amigo não querem voltar.

Quantos pares diferentes se podem formar? (adaptada de Neves, 2013)

À semelhança do que aconteceu com os problemas anteriores, também as estratégias de resolução apresentadas pelos alunos foram analisadas e discutidas em grande grupo.

Este problema poderia ser resolvido com recurso a variadas estratégias, nomeadamente à elaboração de um esquema em árvore, dado que os alunos poderiam listar todos os pares possíveis, contabilizando no final todos os pares diferentes. Uma vez que este problema é mais complexo que os anteriores, previ que alguns alunos poderiam apresentar maiores dificuldades na sua resolução e, portanto, formulei algumas questões, de modo a facilitar a interpretação do enunciado, por exemplo, considerei que as crianças poderiam entender como dois pares diferentes o Artur e o Delfim e o Delfim e o Artur e, deste modo, questionei-os se ambos os pares eram ou não formados pelas mesmas pessoas, para que entendessem que este par deve ser considerado como um único.

Terminada a resolução dos problemas associados à Lengalenga dos Pares, propus aos alunos a elaboração do cartaz que apresento de seguida, com as diferentes etapas percorridas para resolver um problema, de modo a estruturar o pensamento das crianças

e a auxiliar resoluções futuras. Para tal, pedi que as crianças refletissem sobre os problemas trabalhados, bem como sobre o processo de resolução do mesmo, alcançando as quatro etapas definidas por Polya:

- Compreensão/interpretação do problema;
- Delineação de uma estratégia de resolução;
- Execução da estratégia;
- Análise/verificação dos resultados obtidos

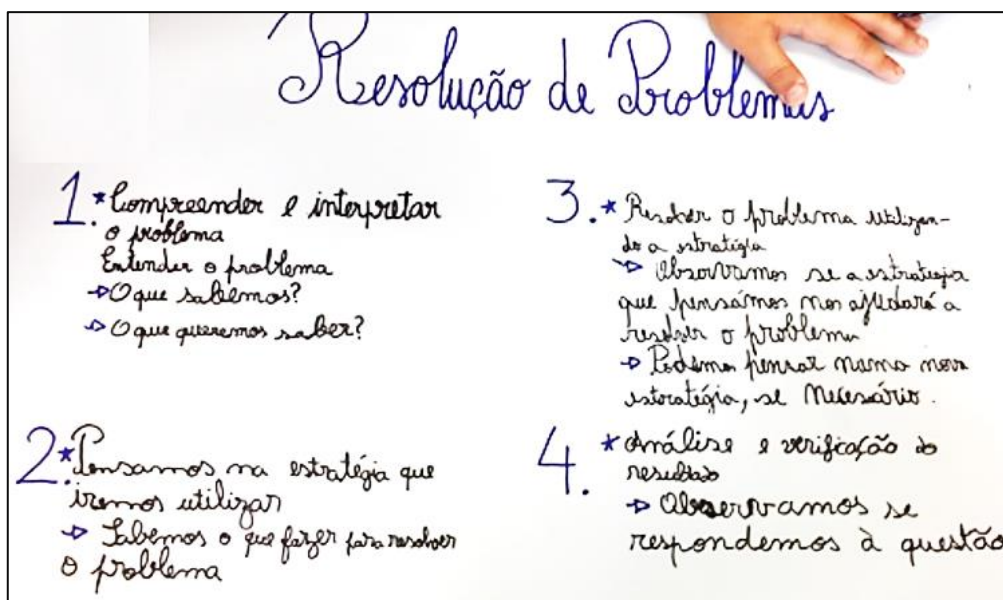


Figura 11. Cartaz elaborado com os passos da resolução de problemas de acordo com Polya

Tarefa 2 – Bolinhos Pequenos

A segunda tarefa trabalhada com os alunos inclui quatro problemas e foi realizada nos dias 6 e 7 de maio. Surgiu a partir da lengalenga *Bolos Pequenos*, presente na obra *Tantos animais e outras lengalengas de contar*, de Manuela Castro Neves e ilustrada por Yara Kono (Neves, 2013) (**Anexo B**). Nesta tarefa, pretendia-se trabalhar essencialmente a divisão no sentido de partilha (T2-P1, T2-P2 e T2-P3) e de medida (T2-P4), bem como os divisores de doze, vinte e quatro e trinta e seis.

Para que as crianças conseguissem ter um maior envolvimento com o contexto trabalhado, à semelhança do que aconteceu na tarefa anterior, a leitura da lengalenga foi feita por alguns alunos, tentando que fosse feita pelos que já apresentavam uma leitura mais fluente, uma vez que considerei que, desta forma, existiria uma maior compreensão da lengalenga.

De modo a introduzir a tarefa, foram lidas as duas primeiras estrofes:

Tenho uma caixa com 12 bolos pequeninos

Que me deu o meu padrinho

Vou comer os 12 bolos

Se os comer todos sozinho.

Se os dividir com o meu irmão

Já seremos dois meninos

Cada um comerá 6

Desses bolos pequeninos. (Neves, 2013)

Para contextualizar os problemas e para entender se as crianças estavam a conseguir compreender a lengalenga, à semelhança do que aconteceu na Tarefa 1, após a leitura das duas primeiras estrofes, questionei o grupo sobre a razão de cada menino comer dois bolinhos, questionando a explicação dos alunos e discutindo as suas estratégias de resolução: “Mas porque é que cada menino come seis bolos?”, “Porque dizes que é doze a dividir por dois?”.

A partir deste ponto, as restantes estrofes apresentadas foram adaptadas por mim, para que terminassem com uma questão e constituíssem um problema. Com a terceira estrofe, trabalhou-se de forma semelhante às anteriores.

Mas se vier o João

Seremos já 3 meninos

Quantos comerei

Desses bolos pequeninos? (adaptada de Neves, 2013)

Este problema foi também trabalhado em conjunto, no entanto, pretendi que os alunos partilhassem as suas estratégias de resolução e as registassem no quadro, para que não explicassem o seu pensamento apenas oralmente (à semelhança do que aconteceu na introdução da Tarefa 1).

Problema 1 (T2-P1)

Depois da leitura das três primeiras estrofes trabalhadas em conjunto, foi apresentado o primeiro problema (**Apêndice G**) com as duas estrofes seguintes que colocaram a primeira questão:

Porém, vem o André

E somos já 4 meninos

Mas o André trouxe mais 12

Desses bolos pequeninos. (adaptada de Neves, 2013)

A estrofe seguinte colocou o problema que os alunos resolveram:

Agora somos 4

E temos 24 bolos pequeninos

Quantos comerá

Cada um dos meninos? (adaptada de Neves, 2013)

Neste momento, entreguei as estrofes aos alunos, permitindo que as relessem silenciosamente e pedi que respondessem à questão com o seu parceiro do lado, incentivando uma discussão entre pares, para promover uma entreaajuda e partilha de ideias.

À semelhança do que aconteceu com a Tarefa 1, enquanto os alunos resolviam os problemas, circulei pela sala de modo a observar as estratégias utilizadas, para mais tarde promover a discussão em grupo com base nas mesmas.

Neste problema, que promovia uma situação de partilha, os alunos poderiam recorrer a estratégias de cálculo, mais concretamente, ao uso de uma divisão com dividendo igual a vinte e quatro e divisor igual a quatro. Seria também possível resolver o problema com o uso de um produto conhecido (multiplicação), identificando, na tabuada do “quatro”, que produto é igual a vinte e quatro ou ainda subtraindo sucessivamente quatro bolinhos até os esgotar.

Problema 2 (T2-P2)

A estrofe seguinte encontrava-se ainda relacionada com a anterior e terminou com uma questão que deu origem ao segundo problema.

Vieram mais 4

E ficámos 8 meninos.

O que comerei

Desses bolos pequeninos? (adaptada de Neves, 2013)

Após a leitura da estrofe, foi entregue o novo problema aos pares (**Apêndice H**) e enquanto os alunos o resolviam, circulei pela sala, para como anteriormente, observar as estratégias de resolução de cada par, para no final promover a análise e discussão, em grupo, de cada uma.

Para encontrar a solução para este problema, era possível estabelecer uma associação com o Problema 1 desta mesma tarefa, dado que, por se tratar do dobro dos meninos, os alunos poderiam concluir que cada um iria receber metade dos bolos que recebeu anteriormente. Além da identificação desta relação, os alunos poderiam utilizar estratégias de relacionadas com as quatro operações de cálculo.

Problema 3 (T2-P3)

Este problema foi realizado no dia seguinte e, após serem lembrados os problemas trabalhados no dia anterior, foi lida a estrofe seguinte da lengalenga:

Agora comprei

Mais 12 bolos pequeninos

Mas ficámos apenas 6 meninos

Quanto comerei dos 36 bolinhos? (adaptada de Neves, 2013)

Após esta leitura, foi entregue o enunciado do Problema 3 (**Apêndice I**), para que as crianças o resolvessem com o seu par.

Neste problema, onde se pretendia partilhar trinta e seis bolos por seis meninos, para além das estratégias já identificadas anteriormente, era possível recorrer a estratégias de tentativa e erro, somando aquela que poderia ser a quantidade de bolinhos de cada menino, por exemplo, somando $5+5+5+5+5+5=30$ e, desta forma, observar-se-ia que ficariam a sobrar seis bolos, distribuindo um por cada menino e verificando que cada criança comeria seis bolos.

Problema 4 (T2-P4)

Após a discussão do Problema 3, prosseguiu-se com a leitura da lengalenga e, para introduzir o quarto problema (**Apêndice J**), leu-se a última estrofe, que pretendia que os alunos organizassem os trinta e seis bolos em caixas de quatro unidades cada:

Agora não queremos mais nenhum dos bolinhos.

Vou guardá-los bem juntinhos

Em cada caixa cabem 4 bolos pequeninos

De quantas caixas preciso para guardar os 36 bolinhos? (adaptada de Neves, 2013)

À semelhança do que aconteceu com os problemas anteriores, também as estratégias de resolução apresentadas pelos pares para resolver este problema foram analisadas e discutidas, pedindo a alguns que as representassem no quadro, explicando o porquê da sua resolução e do resultado obtido.

Para resolver este problema, associado à divisão no sentido de medida, é possível recorrer, mais uma vez, ao uso da divisão, dividindo o número total de bolos, pela quantidade que cabe em cada caixa – $36:4=9$ – ou através da multiplicação, pensando no número que multiplicado por quatro perfaz o produto igual a trinta e seis. É possível encontrar a solução também através da simulação e dramatização, representando as diferentes caixas e distribuindo os trinta e seis bolos pelas mesmas.

Tarefa 3 – 365 Pinguins

A terceira tarefa trabalhada com o grupo foi realizada nos dias 13 e 14 de maio e surgiu a partir da obra infantil *365 Pinguins*, Jean-Luc Fromental e Joelle Jolivet (Fromental & Jolivet, 2013). A tarefa estava associada fundamentalmente às operações multiplicação (T3-P1 e T3-P2) e divisão (T3-P3) de números naturais e ao cálculo mental com múltiplos de dez e de cinco.

Antes de os alunos realizarem esta tarefa em pares, comecei por ler a história até ao momento em que a família organizou os pinguins em quatro “pirâmides” de quinze e, entretanto, surgiram algumas questões que foram discutidas com o grupo, nomeadamente a quantidade de pinguins que já haviam chegado no final de fevereiro: “ $31+28?$?”.

Com a observação da página que apresento na Figura 12, em que a família cria quatro “pirâmides”, surgiu o primeiro problema a ser trabalhado com o grupo.



Figura 12. Página que originou o Problema 1 da Tarefa 3

Problema 1 (T3-P1)

Ao apresentar a página que originou este problema, o texto surgiu tapado, para que as crianças não conseguissem ler a resposta. Foi apenas referido que os pinguins foram arrumados de acordo com a imagem e questionado quantos pinguins tinha a família neste dia.

Nesse momento, entreguei o primeiro problema aos alunos (**Apêndice K**), em que se encontrava a imagem apresentada na Figura 13, para que o resolvessem a pares, explicando que ambos os elementos deveriam participar na sua resolução.



Figura 13. Ilustração apresentada no Problema 1 da Tarefa 3

Para resolver este problema era possível que os alunos recorressem à multiplicação do número de pinguins por pirâmide – 4×15 – ou ao uso de adições sucessivas – $15+15+15+15$. Era também possível que, uma vez que o problema estava ilustrado, alguns alunos utilizassem um raciocínio mais rudimentar, através da contagem termo a termo de cada pinguim.

Problema 2 (T3-P2)

Após a discussão do Problema 1, prosseguiu-se com a leitura da história, até ao momento em que foi entregue o centésimo pinguim. Aqui colocou-se um novo problema associado ao anterior (**Apêndice L**).

Se a família conseguisse organizar os pinguins em 6 pirâmides de 21 cada uma, quantos pinguins teria a família neste dia?

Figura 14. Problema 2 da Tarefa 3

Este problema é semelhante ao anterior, na medida em que a família construiu novamente pirâmides de pinguins e, neste sentido, os alunos poderiam recorrer à dramatização e simulação, tentando seguir a representação anterior, adaptando-a para a quantidade apresentada neste problema, desenhando as seis pirâmides de pinguins. Outros alunos poderiam usar novamente a multiplicação ou a adição, multiplicando o número de pirâmides pelo número de pinguins, ou adicionando os vinte e um pinguins seis vezes, respetivamente.

Problema 3 (T3-P3)

Terminada a discussão do Problema 2, foi proposto o terceiro e último problema, associado à divisão. Para isso, foi acrescentada uma nova parte à história, de modo a contextualizá-lo e a promover a sua resolução.

Entreguei depois o Problema 3 aos alunos (**Apêndice M**), para que o relessem e resolvessem em pares. Atuando como nas tarefas anteriores, circulei pela sala com o intuito de observar as estratégias utilizadas pelos diferentes alunos, para que fosse possível, no final, proporcionar a partilha e discussão de cada uma delas.

No dia 31 de março, a família recebeu o nonagésimo pinguim. Se os quisessem arrumar em caixas de cinco pinguins cada, de quantas caixas precisariam para arrumar os 90 pinguins?

Figura 15. Problema 3 da Tarefa 3

Este problema está relacionado com o Problema 4 da Tarefa 2, uma vez que também se pretendia que os alunos encontrassem o número de caixas necessário para um determinado modo de organização, tratando-se igualmente de um problema de divisão no sentido de medida. Contudo, este problema envolveu valores numéricos mais elevados. Para resolverem este problema, os alunos poderiam, à semelhança do problema mencionado anteriormente, recorrer à simulação e dramatização, ou poderiam ainda elaborar uma lista organizada, associando o número de pinguins ao número de caixas, isto é, uma caixa tem cinco pinguins, duas caixas têm dez pinguins, três têm quinze e assim sucessivamente. Seria também possível resolver este problema com recurso às operações aritméticas, em particular à divisão.

Capítulo V – Análise de dados

No presente capítulo encontra-se a análise dos dados recolhidos ao longo da investigação, que permitem responder ao objetivo principal “Compreender o contributo da Literatura Infantil no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos do 3.º ano de escolaridade”.

Neste capítulo, é feita uma análise das resoluções de alguns alunos, de acordo com as estratégias de resolução utilizadas, bem como da explicação oral e/ou escrita que fornecem ao longo da resolução do problema e da sua posterior discussão, focando-me na análise das resoluções de todos os alunos do 3.º ano. A análise das resoluções apresentadas encontra-se organizada sequencialmente, da menos para a mais formal, sendo que as categorias das estratégias foram formuladas com base na literatura consultada e na observação realizada.

Posteriormente, são analisadas as fases de resolução de problemas, propostas por Polya, percorridas pelos alunos na resolução dos dez problemas, fazendo um confronto entre o que se observa que os alunos percorreram durante as suas resoluções no T1-P1 e no T3-P3 e as que consideram, de facto, realizar através das suas respostas aos questionários. Para que seja possível compreender o modo como os alunos percecionam as fases de resolução de problemas e como essa perceção parece alterar-se ao longo da investigação, analiso as respostas dos questionários referentes ao primeiro e último problemas realizados.

Finalmente, analiso as respostas das crianças aos questionários de cada problema e ao questionário final, para me ser possível entender a sua perceção acerca do contributo das histórias infantis na resolução de problemas matemáticos.

5.1. Caracterização das estratégias utilizadas pelos alunos para resolver os problemas

Nesta secção são caracterizadas as resoluções de alguns alunos ou pares, de acordo com a estratégia de resolução utilizada. Para cada problema, é apresentada uma tabela elaborada com base nas estratégias de resolução apresentadas pelos alunos nas suas

resoluções escritas. Os problemas da Tarefa 1 foram realizados individualmente, porém, a partir da Tarefa 2, todos os problemas foram realizados em pares.

5.1.1. Estratégias de resolução identificadas no T1-P1

No primeiro problema da Tarefa 1, pretende-se que os alunos identifiquem o número de pares possíveis de formar com dezoito bailarinos. A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos alunos na resolução deste problema.

Tabela 2. Estratégias utilizadas no T1-P1

Estratégias utilizadas	Número de alunos
Uso de adição repetida	7
Uso de um produto conhecido	3
Não fez	2

A análise da Tabela 2 revela que apenas dez alunos resolveram o problema, uma vez que dois não estiveram presentes neste dia. Dos alunos que estiveram presentes, a maior parte recorre a uma estratégia aditiva.

Das estratégias aditivas destacam-se as que envolvem parcelas iguais a 2. A figura seguinte apresenta a resolução de Ana, uma das alunas que recorre a este tipo de estratégia para resolver o primeiro problema.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. On the left side, there is a vertical addition of nine 2s, with a plus sign and a horizontal line below the last 2, resulting in the number 18. To the right of this, the equation $2 \times 9 = 18$ is written. Below the equation, there is a handwritten response in Portuguese: "R: São 9 pares que se não formam...".

Figura 16. Resolução da Ana do T1-P1

Evidenciando saber que um par é formado por duas pessoas, Ana efetua uma adição de nove parcelas iguais a 2 e, em seguida, representa o cálculo através da expressão $2 \times 9 = 18$. Embora a expressão que traduz o problema seja $9 \times 2 = 18$, a aluna mostra ter

compreendido o problema e a sua resolução, uma vez que, tal como mostra a Figura 16, apresenta uma resposta correta.

Durante a discussão coletiva, ao ser questionada sobre a sua resolução, regista-se o seguinte diálogo:

Estagiária: Porque decidiste fazer uma adição?

Ana: Porque dois mais dois mais dois (...) é igual a dezoito.

Estagiária: Mas o que queres dizer com dois mais dois mais dois (...)?

Ana: Cada dois é um par, então fui pondo sempre mais um dois, até chegar aos dezoito meninos.

Estagiária: Mas depois, vejo que fizeste uma multiplicação. Podes explicar porquê?

Ana: Porque no final, contei o número de vezes que tinha o dois e vi que tinha nove vezes, então é o mesmo que ter duas vezes o nove.

A análise deste diálogo revela que a aluna começa por utilizar uma estratégia aditiva, adicionando os diferentes pares até alcançar os dezoito bailarinos, associando depois este cálculo a uma multiplicação, conferindo que se formam nove pares. No entanto, é de salientar que, na sua explicação, a aluna inverte os fatores da multiplicação, dado que a forma correta, de acordo com a adição efetuada, seria 9×2 . Este facto poderá estar associado ao modo como estes alunos aprenderam a tabuada, uma vez que, a tabuada do “dois” foi ensinada incluindo os seguintes produtos: 2×1 , 2×2 , 2×3 , e assim sucessivamente, ao invés de 1×2 , 2×2 , 3×2 , ou seja, foi ensinada ao contrário.

A figura seguinte apresenta outra estratégia aditiva, que permite uma conexão com a resolução apresentada por Ana.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. The work consists of three lines of text and mathematical expressions. The first line shows the addition of pairs of ones: $1+1 + 1+1 + 1+1 + 1+1 + 1+1 +$. The second line continues the addition: $1+1 + 1+1 = 1+1 + 1+1 = 18$. The third line is a note in Portuguese: "9 pares podem formar-se." with the word "se" written below "pares".

Figura 17. Resolução do Rodrigo do T1-P1

À semelhança da resolução de Ana, os registos de Rodrigo evidenciam que o aluno recorre a adições sucessivas, porém, efetuando uma adição com dezoito parcelas iguais a 1, agrupando-as depois duas a duas. Embora recorra à adição de parcelas iguais, Rodrigo constrói uma resolução muito próxima de uma estratégia icónica de agrupamento.

Durante a discussão final, ao ser apresentada esta estratégia, alguns alunos afirmam que esta resolução é semelhante à da Ana e, deste modo, propõe-se uma conexão entre ambas:

Estagiária: Porque dizem que esta resolução é parecida com a da Ana?

Alunos: Porque o Rodrigo também somou o número de bailarinos.

Estagiária: Rodrigo, achas que a tua resolução é parecida com a da Ana?

Rodrigo: Um pouco, só que eu fiz $1+1$ e a Ana fez $2+2$.

Estagiária: E o que significam esses valores?

Rodrigo: Eu fiz com cada um dos meninos e a Ana fez com os pares.

Estagiária: Ana, então em que é que as vossas resoluções podem ser parecidas?

Ana: Como o Rodrigo juntou $1+1$ e $1+1$, podia ter feito como eu e ter juntado logo $2+2$.

Comparativamente à resolução de Ana, pode-se considerar que a resolução de Rodrigo é mais elementar, uma vez que o aluno tem a necessidade de representar todos os bailarinos, contudo, ao ser estabelecida uma conexão entre ambas as resoluções, permite-se que os alunos desenvolvam a sua compreensão sobre as mesmas e que, neste caso, Rodrigo compreenda que poderia ter simplificado a sua resolução, através da representação imediata dos pares (grupos de dois).

Apesar da estratégia aditiva com repetição de parcelas iguais ser a mais utilizada na resolução deste problema, como se verifica na Tabela 2, três alunos recorrem a outras estratégias de resolução, tal como a utilização de produtos conhecidos. A figura seguinte apresenta a resolução de Martim, que revela que o aluno recorre à multiplicação.

A photograph of a piece of paper with handwritten work. At the top, there is a vertical multiplication problem: the number 9 is written above a multiplication sign (x), which is above the number 2. A horizontal line is drawn under the 2, and below it is the result 18. Below this calculation, the sentence "Podem se formar 9 pares." is written in cursive handwriting.

Figura 18. Resolução do Martim do T1-P1

Evidenciando saber que um par é formado por dois meninos, Martim aparenta pensar num número que multiplicado por dois seja igual a dezoito. No entanto, o aluno representa verticalmente 2×9 , em vez de 9×2 .

De modo a compreender melhor a resolução do aluno, no momento de discussão coletiva, questiono-o Martim acerca da mesma:

Estagiária: Porque fizeste uma multiplicação?

Martim: Porque sabia que para encontrar o número de pares, podia fazer a tabuada do “dois”.

Estagiária: E como concluíste que se podem formar nove pares?

Martim: Sei que se podem formar nove pares, porque sei de cor a tabuada do “dois” e dois vezes nove é dezoito.

Estagiária: O que significa o dois, o nove e o dezoito?

Martim: Um par é formado por dois meninos e, como nove vezes dois é dezoito, quer dizer que se podem formar nove pares. Então, o nove é o número de pares, o dois é o número de meninos por cada par e o dezoito é o número de bailarinos.

A análise deste diálogo revela que o aluno compreende que para se encontrar o número de pares possível de formar com um determinado número de bailarinos, se pode recorrer à tabuada do “dois”, procurando o produto igual a dezoito. Martim revela também que compreende o significado de cada número da igualdade $2 \times 9 = 18$, justificando corretamente a solução obtida.

5.1.2. Estratégias de resolução identificadas no T1-P2

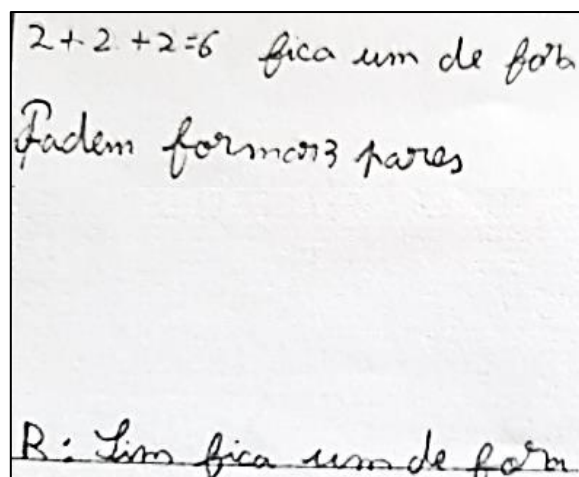
No segundo problema da Tarefa 1, pretende-se que os alunos identifiquem se ao formar pares com sete bailarinos, algum fica sozinho. A tabela seguinte apresenta as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução deste problema.

Tabela 3. Estratégias utilizadas no T1-P2

Estratégias utilizadas	Número de alunos
Uso de adição repetida	7
Uso de subtração	1
Uso de um produto conhecido	2
Não fez	2

A análise da tabela revela que, tal como no problema anterior, apenas dez alunos resolveram o problema, dado que dois não estiveram presentes. Dos alunos que resolveram o problema, a maior parte recorre igualmente a uma estratégia aditiva.

Das estratégias aditivas destacam-se as que envolvem parcelas iguais a 2. A figura seguinte apresenta a resolução de Liliana, uma das alunas que recorre a este tipo de estratégia para resolver o presente problema.



$2+2+2=6$ fica um de fora
Podem formar 3 pares
R: Sim fica um de fora.

Figura 19. Resolução da Liliana do T1-P2

A análise da resolução evidencia que Liliana sabe que um par é formado por duas pessoas e, desta forma, efetua uma adição de três parcelas iguais a 2, calculando o número de pares que se podem formar com sete pessoas, concluindo que algum fica de fora.

Durante a discussão coletiva, questiono a aluna acerca da sua resolução e registro o seguinte diálogo:

Estagiária: O que fizeste para encontrares a resposta?

Liliana: Fiz dois mais dois mais dois e vi que dava seis.

Estagiária: Então porque dizes que fica um menino de fora?

Liliana: Porque um par é formado por dois meninos, então os seis meninos fazem três pares. Seis mais um é igual a sete, então fica um menino de fora, porque não dá para fazer outro par.

A análise deste diálogo revela que a aluna recorre a uma estratégia aditiva, adicionando três pares até perfazer um total de seis bailarinos. Nesta fase, ao referir que $6+1=7$ revela compreender que sobra um bailarino, dado que não é possível formar um novo par.

Apesar de seis alunos recorrerem a uma estratégia aditiva, como se observa na Tabela 3, para resolver o segundo problema, outras estratégias são utilizadas. A figura seguinte apresenta a resolução do único aluno que recorre à subtração.

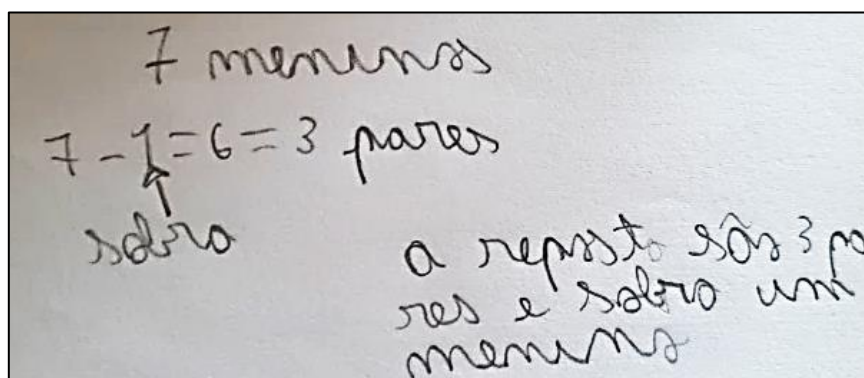


Figura 20. Resolução do Brendon do T1-P2

A análise desta resolução evidencia que o aluno pensa que sete não é um “bom número” para formar pares, subtraindo então um menino e obtendo seis. A sua resolução revela ainda que Brendon relaciona o número seis com três pares, recorrendo, para tal, ao sinal de igualdade, ainda que incorretamente. Não obstante, através da resposta correta ao problema, torna-se possível concluir que o aluno o compreendeu corretamente.

Durante a discussão coletiva, para compreender melhor a resolução do aluno, questiono-o:

Estagiária: Porque fizeste uma subtração?

Brendon: Porque para formar pares, é preciso que o número de meninos seja par e sete é ímpar.

Estagiária: Porque retiraste um menino?

Brendon: Como sete não é par, tira-se um menino para dar um número par. Então dá seis e sobra um.

A análise deste diálogo revela que o aluno compreende que, para que nenhum bailarino fique sozinho, é necessário que o número total seja par. Uma vez que sete é um número ímpar, o aluno procura o número par mais próximo que permita a formação de pares com o número de bailarinos apresentado e conclui que sobra um bailarino.

5.1.3. Estratégias de resolução identificadas no T1-P3

No último problema da Tarefa 1, colocam-se duas questões, uma vez que se pretende que os alunos identifiquem o número de pares possíveis de formar com seis bailarinos, referindo ainda todos os pares diferentes que se podem formar.

A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos alunos na resolução deste problema.

Tabela 4. Estratégias utilizadas no T1-P3

Questão 1		Questão 2	
Estratégias utilizadas	Número de alunos	Estratégias utilizadas	Número de alunos
Uso de adição repetida	5	Uso de uma lista organizada	1
Uso de um produto conhecido	2	Uso de adição	1
Não fez	5	Não fez	10

A análise da Tabela 4 revela que apenas sete alunos responderam à primeira questão e dois à segunda. Quatro alunos não resolveram o problema, uma vez que faltaram, seis alunos responderam apenas à primeira questão e um aluno respondeu apenas à segunda. Dos oito alunos que estiveram presentes, apenas um resolveu o problema na sua totalidade. Para responder à primeira questão, os alunos recorreram a

estratégias de resolução semelhantes às utilizadas para resolver os problemas anteriores (T1-P1 e T1-P2).

Relativamente à segunda questão, em que se pretende identificar o número de pares diferentes que se podem formar com os seis bailarinos, e que apenas dois alunos realizaram, como se verifica na Tabela 4, uma das estratégias utilizadas para a resolver foi a elaboração de uma lista organizada. A figura seguinte apresenta a resolução de Brendon, o aluno que recorre a esta estratégia para o presente problema.

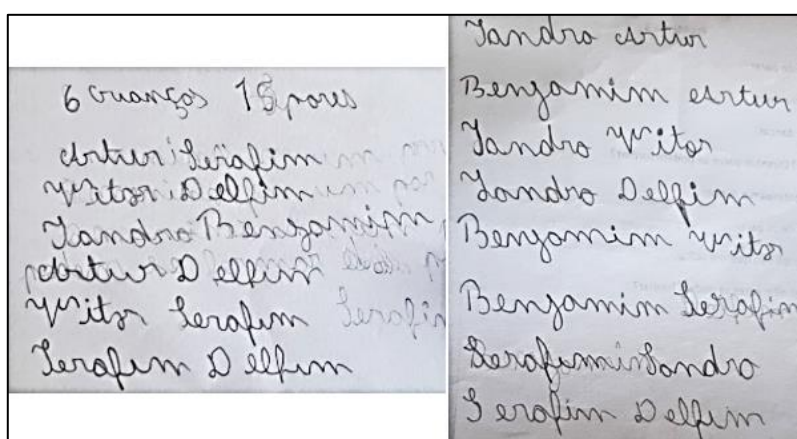


Figura 21. Resolução do Brendon do T1-P3

A análise da resolução de Brendon revela que o aluno responde apenas à segunda questão, recorrendo à elaboração de uma lista organizada para registo de todas as hipóteses, no entanto, observa-se que, apesar de ter respondido que se podem formar quinze pares, apenas registou catorze. Destes, é possível verificar que o aluno repete alguns, tal como Serafim e Delfim.

Para compreender melhor a resolução do aluno, durante a discussão coletiva, coloco-lhe algumas questões:

Estagiária: Quantos pares se podem formar com os seis meninos?

Brendon: Com seis meninos, podem-se formar três pares.

Estagiária: Como sabes?

Brendon: Sei, porque três mais três é igual a seis.

Estagiária: E o que fizeste para saber quantos pares diferentes se podem formar?

Brendon: Eu escrevi todas as formas de que me lembrei.

Estagiária: Mas não escreveste quinze pares. Como sabes que se podem formar quinze pares diferentes?

Brendon: Porque ouvi o Martim e então tentei descobrir quinze pares diferentes.

Estagiária: Mas sabes o que quer dizer que são pares diferentes?

Brendon: Sim, os dois meninos que juntamos num par, não podemos voltar a juntar.

A análise deste diálogo revela que, apesar de não ter respondido por escrito, o aluno consegue responder à primeira questão recorrendo a uma estratégia aditiva. Para responder ao segundo problema, Brendon elabora uma lista, de modo a registar todos os pares diferentes possíveis. Através da análise deste diálogo verifica-se que o aluno compreende o problema, no entanto, tal como revela na sua resolução, sente dificuldade em executar uma estratégia que lhe permita identificar todos os pares diferentes que se podem formar com os seis bailarinos. Contudo, por ter ouvido a resposta ao problema, dada por um colega, tenta registar quinze pares diferentes, embora não o consiga fazer.

A outra estratégia utilizada para responder ao problema apresentado, como se observa na Tabela 4, foi a adição das diferentes hipóteses. A figura seguinte apresenta a resolução de Martim, o aluno que recorreu a esta estratégia para resolver o problema.

Handwritten work showing a vertical addition of numbers 5, 4, 3, 2, 1, resulting in 15. The text above the numbers reads "pode se formar 15 par" and the text below reads "Tudo para formar 15 par".

Figura 22. Resolução do Martim do T1-P3

A análise da resolução de Martim evidencia que o aluno responde a ambas as questões colocadas neste problema. Através da resolução, não há evidências do modo como pensou para responder à primeira questão, contudo, para resolver a segunda questão o aluno recorre a uma adição.

De forma a melhor compreender a resolução do aluno, durante a discussão coletiva, promovo o seguinte diálogo:

Estagiária: Porque dizes que se podem formar três pares com os seis meninos?

Martim: Porque dois vezes três é igual a seis.

Estagiária: E o que fizeste para encontrar o número de pares diferentes que se podem formar?

Martim: Fiz uma adição e vi que se podem formar quinze pares diferentes.

Estagiária: Porque dizes que se podem formar quinze pares diferentes?

Martim: Então, porque é sempre menos um, porque o Serafim já dançou com o Artur, depois, o Vítor já dançou com o Artur e com o Serafim (...).

Estagiária: O que representa então a adição que fizeste?

Martim: Significa que o Artur pode dançar com os cinco meninos, depois, como já dançou com o Artur, o Serafim já só dança com quatro meninos. Fiz sempre assim e vi que ia dar sempre menos um do que antes. Então, fica cinco menos quatro menos três menos dois menos um.

A análise deste diálogo revela que o aluno, para responder à primeira questão colocada, recorre à tabuada do “dois”, indo ao encontro da sua resolução do primeiro problema, indicando que para encontrar o número de pares que se podem formar com seis bailarinos, é possível recorrer a esta tabuada, procurando um produto igual a seis. Para resolver o segundo problema, Martim recorre a uma estratégia aditiva, adicionando os pares diferentes que se podem formar com cada bailarino. O aluno compreende que, uma vez que se tratam de pares diferentes, é necessário que seja sempre reduzida uma hipótese, evitando repetições. Deste modo, apresenta a adição que consta na Figura 22, considerando que, como são seis bailarinos, o primeiro menino poderá dançar com outros cinco, mas o segundo já dança apenas com quatro, e assim sucessivamente.

5.1.4. Estratégias de resolução identificadas no T2-P1

Ao contrário do que ocorreu com a Tarefa 1, todos os problemas da Tarefa 2 foram realizados em pares.

No presente problema, pretende-se que os alunos resolvam uma situação de partilha de vinte e quatro bolos por quatro meninos. A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos diferentes pares de alunos na resolução deste problema.

Tabela 5. Estratégias utilizadas no T2-P1

Estratégias utilizadas	Número de pares
Uso de estratégia icónica de agrupamento	1
Uso de adição repetida	1
Uso de um produto conhecido	2
Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	2

A análise da Tabela 5 revela que o problema foi resolvido por seis pares, ou seja, pelos doze alunos. Destes, um par recorre a uma estratégia icónica de agrupamento, tal como apresenta a figura seguinte, que corresponde à resolução de Leonardo e Martim B.

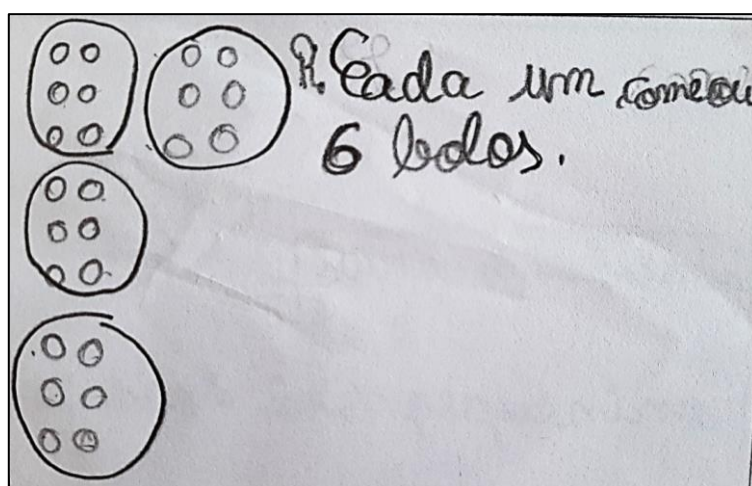


Figura 23. Resolução do Leonardo e do Martim B. do T2-P1

Evidenciando compreender que os bolos devem ser distribuídos igualmente pelos quatro meninos, o par parece ter recorrido a uma estratégia icónica de agrupamento, representado os bolos e agrupando-os em quatro grupos de seis elementos cada.

Para compreender melhor a resolução do Martim B. e do Leonardo, interpelo-os no momento de discussão coletiva.

Estagiária: Como pensaram resolver este problema?

Martim: Tentámos fazer quatro grupos iguais.

Estagiária: Como sabiam que cada grupo teria seis bolos?

Leonardo: Porque fomos fazendo e vendo.

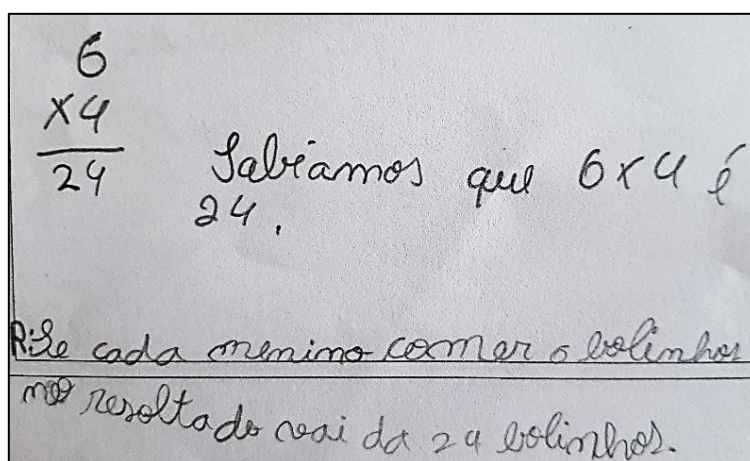
Martim: Começámos por juntar quatro bolos, depois cinco, mas vimos que sobravam outra vez, então depois juntámos os seis e deu.

Estagiária: O que significa então?

Martim: Significa que cada menino recebe seis bolos.

A análise deste diálogo revela que para encontrar o número de bolos que cada menino recebe, o par recorre a tentativa e erro, testando diferentes formas de agrupamento dos vinte e quatro bolos. Embora tenham recorrido a uma estratégia de resolução elementar, os alunos revelam compreender o problema, quer através da sua resposta escrita, quer na explicação oral da sua resolução.

Como indica a Tabela 5, para resolver este problema, dois pares utilizam um produto conhecido. A Figura 24 apresenta a resolução de Ana e Nuno e revela que os alunos recorrem ao produto $6 \times 4 = 24$.



The image shows a piece of paper with handwritten work. On the left, there is a vertical multiplication: 6 multiplied by 4, with a horizontal line under the 4, and the result 24 written below. To the right of this, the text reads 'Sabíamos que 6×4 é 24,'. Below this, there is a line of text: 'Se cada menino comer o bolinhos' followed by a horizontal line, and then 'o resultado vai da 24 bolinhos.'

Figura 24. Resolução da Ana e do Nuno do T2-P1

Evidenciando saber que todos os meninos devem comer a mesma quantidade de bolos, Ana e Nuno aparentam pensar num número que multiplicado por quatro seja igual a vinte e quatro. Os alunos representam verticalmente e de forma correta 4×6 , ainda que, apesar de encontrarem a solução do problema evidenciando a sua compreensão, invertam a ordem dos fatores e escrevam 6×4 .

De modo a compreender melhor a resolução deste par, no momento de discussão coletiva, questiono Ana e Nuno acerca da sua resolução:

Estagiária: Porque apresentaram uma multiplicação?

Nuno: Porque sabíamos que todos os meninos tinham de ter o mesmo número de bolos.

Ana: Sim, e sabíamos que seis vezes quatro é igual a vinte e quatro.

Estagiária: E o que significa que seis vezes quatro é igual a vinte e quatro?

Ana: Quer dizer que, se cada menino comer seis bolos, vai fazer os vinte e quatro bolinhos que têm.

A análise deste diálogo revela que os alunos compreendem que para se encontrar o número de bolos que cada menino come, pode-se procurar um produto igual a 24, revelando também a capacidade de justificar o significado da operação. Apesar de afirmarem que calculam 6×4 , os alunos revelam compreender o significado dos fatores 4 e 6.

Outra estratégia utilizada por dois pares de alunos para resolver este problema foi a divisão, mais concretamente, através da sua relação com a multiplicação. A figura seguinte apresenta a resolução de Brendon e Vasco, um par que recorre a esta estratégia para resolver o problema.

The image shows a piece of paper with handwritten work. On the left, there is a long division problem:
$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 2414} \\ \underline{-246} \\ 00 \end{array}$$
 To the right of this, there is a handwritten note: "sabia a tabuada do 4". Below this, the final answer is written: "R: são 6 bolos pequenos".

Figura 25. Resolução do Brendon e do Vasco do T2-P1

Os alunos evidenciam identificar a situação apresentada como uma situação de partilha, dado que procuram um número que permita dividir os vinte e quatro bolos pelos quatro meninos. Contudo, embora representem os cálculos através da divisão, justificam o quociente obtido através do conhecimento da tabuada do “quatro”, associando a operação de cálculo utilizada para resolver o problema à multiplicação.

Para ser possível compreender melhor a resolução deste par, no momento de discussão coletiva, questiono-os acerca da sua resolução:

Estagiária: O que fizeram para resolver este problema?

Brendon: Fizemos uma conta de vinte e quatro bolinhos dividindo por quatro meninos.

Estagiária: E porque dividiram vinte e quatro por quatro?

Brendon: Porque, para que todos os meninos comessem o mesmo número de bolos, tínhamos de dividir os bolos pelos quatro meninos.

Estagiária: Muito bem! Vasco, então e quantos bolos come cada menino?

Vasco: Seis bolos.

A análise deste diálogo revela que o par compreende a situação como sendo de partilha equitativa e, uma vez que, para se encontrar a quantidade de bolos que cada menino come, é possível recorrer a uma estratégia de divisão, dividindo o número de bolos pelo número de meninos, os alunos concluem que cada menino come seis bolos. Para chegar à resolução, o par recorre a um produto conhecido, evidenciando, ainda que intuitivamente, que reconhece a relação entre a multiplicação e a divisão.

5.1.5. Estratégias de resolução identificadas no T2-P2

No segundo problema da Tarefa 2, pretende-se que os alunos resolvam novamente uma situação de partilha, agora de vinte e quatro bolos por oito meninos.

A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos pares na resolução deste problema.

Tabela 6. Estratégias utilizadas no T2-P2

Estratégias utilizadas	Número de pares
Uso de estratégia icónica de agrupamento	1
Uso de um produto conhecido	3
Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	1
Estabelecimento de relação dobro/metade	1

A análise da Tabela 6 revela que o problema foi resolvido pela totalidade dos alunos, que usaram estratégias muito semelhantes às do problema anterior, ou seja, a estratégia icónica de agrupamento e divisão foram usadas pelos mesmos pares de alunos que as usaram anteriormente. Ainda assim, para resolver este problema, três pares recorrem ao uso de um produto conhecido.

A figura seguinte apresenta a resolução de Érica e Liliana, um dos pares que recorre à multiplicação para resolver o problema.

$8 \times 3 = 24$
R: Cada menino come 3 bolos pequenos.

Figura 26. Resolução da Érica e da Liliana do T2-P2

A análise da resolução deste par revela que as alunas recorrem a uma estratégia multiplicativa para resolver este problema. Evidenciando saber que os bolos devem ser distribuídos igualmente pelos oito meninos, as alunas parecem recorrer à tabuada do “três”, procurando aí o produto que é igual a vinte e quatro.

De modo a ter uma melhor compreensão do modo como o par pensa, durante a discussão coletiva, questiono Érica e Liliana.

Estagiária: O que fizeram para resolver o problema?

Érica: Nós contamos de três em três até chegar ao resultado e vimos que tinha oito [vezes o] três.

Estagiária: Porque decidiram contar de três em três?

Érica: Porque achámos que, se no outro problema, tinha quatro meninos e calhou seis bolos a cada, agora eles iam comer metade.

Estagiária: Muito bem! Então o que significa a vossa conta?

Liliana: Quer dizer que cada um dos meninos come três bolos.

A análise deste diálogo revela que as alunas identificam primeiramente uma relação dobro/metade com o problema anterior. Depois, parecem confirmar recorrendo a uma contagem três a três e, observando que este número se repete oito vezes, representam este cálculo através de uma multiplicação. É de salientar que, de acordo com a explicação das alunas acerca da sua resolução, a multiplicação foi representada corretamente.

Como se observa na Tabela 6, para resolver este problema, um par estabelece apenas uma relação com o problema anterior, sendo que, como a resolução escrita não apresentava quaisquer evidências do modo como os alunos pensaram, esta conclusão teve origem na explicação oral que forneceram. A figura seguinte apresenta a resolução do Rodrigo e do Tiago, o par que resolve o problema, apenas relacionando-o problema anterior.

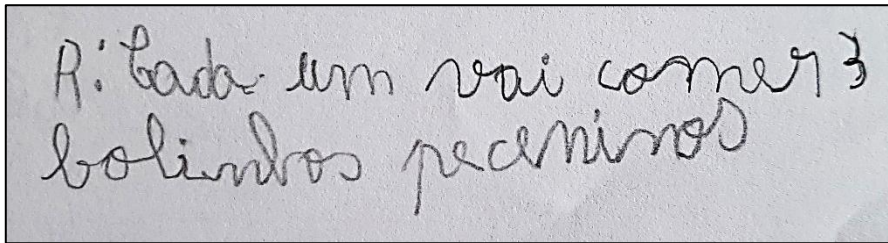


Figura 27. Resolução do Rodrigo e do Tiago do T2-P2

A análise da sua resposta não permite compreender o pensamento dos alunos, apenas sendo possível observar que distribuem corretamente três bolos por cada menino. De modo a compreender o modo como o Rodrigo e o Tiago resolvem o problema, questiono-os acerca da sua resolução.

Estagiária: Como sabem que cada menino come três bolos?

Tiago: Porque no problema anterior eram quatro meninos e cada um comia seis bolos.

Estagiária: O que é que significa?

Rodrigo: Como oito é o dobro de quatro, calhou três bolos porque é metade de seis.

A análise deste diálogo revela que para resolverem o problema apresentado, os alunos recorrem a um facto conhecido, fazendo uma conexão com o problema anterior e estabelecendo uma relação de dobro/metade. Desta forma, estabelecem a relação entre o número de meninos e o número de bolos de cada problema, concluindo que, uma vez que o número de meninos duplica, o número de bolos que cada criança recebe diminui para metade.

5.1.6. Estratégias de resolução identificadas no T2-P3

No terceiro problema da Tarefa 2, pretende-se que os alunos partilhem de modo igualitário, trinta e seis bolos por seis meninos.

A tabela seguinte apresenta as estratégias a que os alunos recorrem na resolução deste problema.

Tabela 7. Estratégias utilizadas no T2-P3

Estratégias utilizadas	Número de pares
Uso de estratégia icónica de agrupamento	1
Uso de contagens sucessivas através de tentativa e erro	1
Uso de um produto conhecido	1
Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	3

A análise da tabela revela que os doze alunos resolveram o problema e que, para o resolver, um par recorre a uma estratégia icónica de agrupamento. A Figura 28 apresenta a resolução do Martim e do Tiago, o par que recorre a esta estratégia.

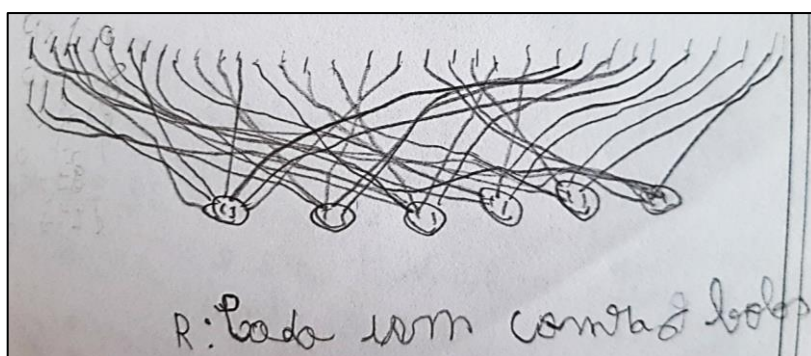


Figura 28. Resolução do Martim e do Tiago do T2-P3

A análise da Figura 28 revela que, aparentemente, os alunos recorrem a uma estratégia icónica de agrupamento para resolver o problema apresentado, representando os bolos com traços e os seis meninos com caras sorridentes. No entanto, contam-se trinta e sete traços e, apesar de a resposta estar correta, a cada cara estão associadas diferentes quantidades de bolos, não sendo possível, desta forma, encontrar a solução para o problema.

De modo a entender a resolução do Martim e do Tiago, questiono-os:

Estagiária: Como sabem que cada menino come seis bolos?

Tiago: Porque nós desenhámos traços, que são os bolos, e desenhámos os meninos e depois contamos quantos bolos recebia cada um.

Estagiária: Mas quantos bolos desenharam?

Tiago: Trinta e seis.

Estagiária: De certeza?

Martim: [contando os traços da resolução] Fizemos trinta e sete.

Estagiária: Então, como sabem que cada menino recebe seis bolos?

Martim: Porque eu sei a tabuada do “seis” e seis vezes seis é trinta e seis.

Estagiária: Mas não é o que mostra a vossa resolução.

Martim: Eu primeiro fiz esta conta, mas o Tiago quis fazer os desenhos [...] e por isso é que sabemos que cada menino come seis bolos.

A análise deste diálogo revela que, num primeiro momento, os alunos pensam num produto conhecido que permita resolver o problema apresentado, recorrendo à tabuada do “seis”. Posteriormente, tendo alcançado o resultado correto, verifica-se que um dos elementos do par sente a necessidade de apresentar uma resolução icónica que, por sua vez, traduz a multiplicação de forma incorreta, não se associando à resposta apresentada. Ou seja, apesar de os registos escritos apontarem para uma estratégia icónica de agrupamento, a estratégia utilizada pelo par para encontrar a solução para o problema foi o uso de um produto conhecido. Esta diferença parece estar associada com o facto de o par não se ter entendido quanto à estratégia a utilizar e, deste modo, o registo escrito corresponde à estratégia do Tiago e a resposta oral, mais elaborada, corresponde à resposta do Martim.

A análise da Tabela 7 revela que outras estratégias de resolução foram usadas. A figura seguinte apresenta a resolução do problema efetuada pela Érica e a Liliana, o par que recorre a contagens sucessivas através de tentativa e erro.

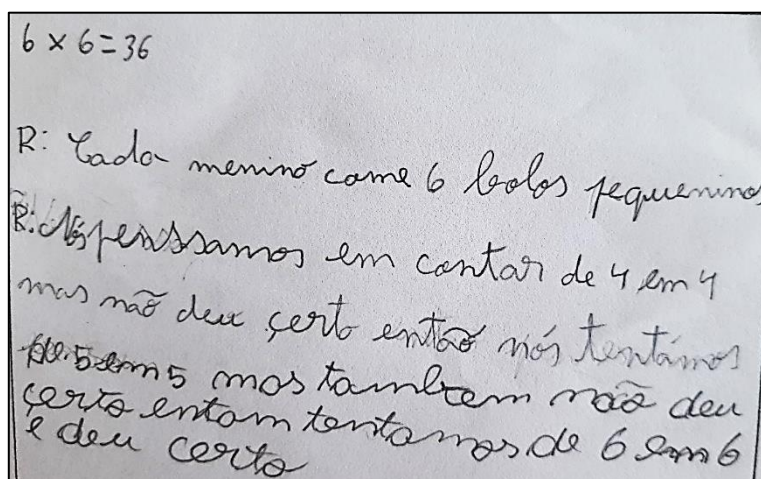


Figura 29. Resolução da Érica e da Liliana do T2-P3

A análise da resolução e a explicação dada pelas alunas revelam que, apesar de reconhecerem o problema como sendo de multiplicação, optam por realizar diversas tentativas de contagens sucessivas, até contarem de 6 em 6, obtendo, assim, a solução do problema.

Apesar de as alunas terem clarificado o seu pensamento, de modo a compreender melhor a sua resolução, regista-se o seguinte diálogo:

Estagiária: Porque é que multiplicaram seis vezes seis?

Liliana: Porque contamos de seis em seis e deu trinta e seis.

Estagiária: E como sabiam que se contassem de seis em seis chegavam à resposta?

Érica: Nós começámos por contar de quatro em quatro, mas nunca deu trinta e seis. Depois, contamos de cinco em cinco, mas também não deu. Depois, tentámos contar de seis em seis e já deu.

Estagiária: Então, mas se contaram de seis em seis, porque fizeram uma multiplicação?

Érica: Porque contamos os seis que juntámos e vimos que tínhamos seis [vezes o número] seis, então é seis vezes seis, que dá trinta e seis.

A análise deste diálogo comprova que as alunas, antes de pensarem na multiplicação, realizam contagens sucessivas e, ao constatarem que com uma contagem sucessiva de seis em seis alcançam o valor pretendido, encontram a solução para o problema e convertem a estratégia utilizada numa multiplicação.

A figura seguinte apresenta a resolução de Ana e Carlos, um par que recorre a um produto conhecido para resolver o problema 3 da Tarefa 2.

Handwritten mathematical work showing the equation $6 \times 6 = 36$. Below it, three different ways to calculate 36 are shown: a simple multiplication $6 \times 6 = 36$, a subtraction $36 \div 6 = 6$, and an addition $12 + 12 + 12 = 36$. Below the calculations, there is a handwritten explanation in Portuguese: "Nós pensamos na tabuada do 6 e 6×6 deu 36, isso o resultado". At the bottom, there is a handwritten response: "R.: Comem 6 bolinhos."

Figura 30. Resolução da Ana e do Carlos do T2-P3

Evidenciando saber que estão perante uma situação de partilha, os alunos parecem pensar que, para encontrar o número de bolos que cabe a cada menino é possível recorrer

à tabuada do “seis” e que nesta tabuada existe uma multiplicação cujo produto é igual a trinta e seis, assim sendo, os alunos efetuam essa mesma multiplicação. Através da sua resolução, parece ainda que o par confirma o seu resultado com a operação inversa, a divisão. Aparentemente, na sua resolução, os alunos calculam ainda o número de bolos total.

Durante a discussão coletiva, ao questionar o par sobre a sua resolução, regista-se o seguinte diálogo:

Estagiária: O que fizeram para resolver o problema?

Carlos: Primeiro vimos o número de bolos e depois fizemos a conta de vezes.

Estagiária: Porque decidiram fazer uma multiplicação?

Ana: Porque fomos à tabuada do “seis” e vimos que seis vezes seis é trinta e seis.

Estagiária: Mas por que razão foram à tabuada do seis?

Carlos: Porque é o número de meninos.

Estagiária: Então o que significa a vossa conta?

Ana: Quer dizer que, como seis vezes seis é trinta e seis, se cada menino comer seis bolos, dá os trinta e seis.

Estagiária: Mas eu vejo que também fizera uma divisão. Porquê?

Ana: A divisão foi para mostrar que a conta estava certa.

A análise deste diálogo revela que os alunos começam por verificar o número de bolos total com que os meninos ficam, recorrendo, de seguida, a uma estratégia multiplicativa, mais concretamente, através da tabuada do “seis”, ou seja, recorrendo ao uso de um produto conhecido. Ao concluírem que 6×6 é igual a trinta e seis, o par representa horizontalmente esta multiplicação, conferindo que cada menino come seis bolos. Posteriormente, os alunos defendem o seu cálculo através da divisão, dividindo trinta e seis por seis, comprovando que cada menino recebe seis bolos. Para tal, recorrem à operação inversa, mostrando compreender a relação entre a multiplicação e a divisão.

5.1.7. Estratégias de resolução identificadas no T2-P4

No quarto problema da Tarefa 2, pretende-se que os alunos identifiquem o número de caixas necessárias para guardar os trinta e seis bolos, quatro a quatro.

A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos alunos na resolução deste problema.

Tabela 8. Estratégias utilizadas no T2-P4

Estratégias utilizadas	Número de pares
Uso de estratégia icónica de agrupamento	2
Uso de adição repetida	2
Uso de um produto conhecido	2

A análise da tabela revela que todos os pares de alunos resolveram o problema e, ou mantiveram as estratégias que tinham usado no problema anterior, ou usaram estratégias muito semelhantes.

Como se observa na Tabela 8, uma das estratégias utilizadas para resolver este problema são as estratégias icónicas de agrupamento. A figura seguinte apresenta a resolução do Martim B. e do Nuno, um dos dois pares que recorre a esta estratégia de resolução para o problema apresentado.

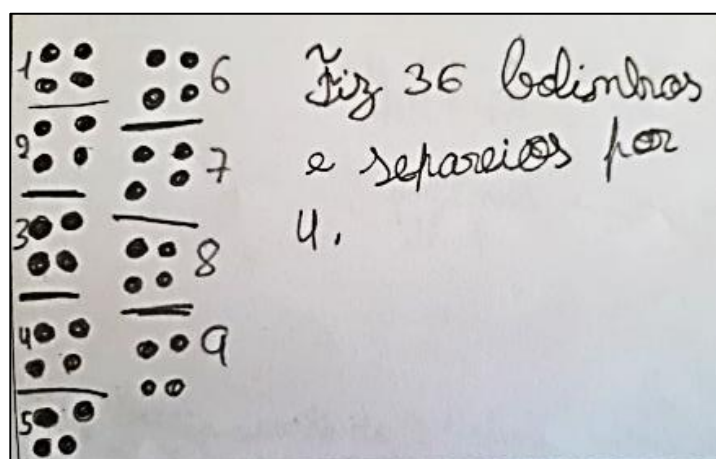


Figura 31. Resolução do Martim B. e do Nuno do T2-P4

A análise desta resolução revela que o par começa por desenhar trinta e seis círculos que parecem representar os bolos e, de seguida, agrupam-nos quatro a quatro, de modo a encontrarem o número de caixas necessário, numerando cada um dos grupos. Embora a resposta fornecida não inclua a solução, mas sim o procedimento, os alunos evidenciam ter compreendido o problema, uma vez que registam ao lado o número de caixas necessário.

Para compreender melhor a resolução do Martim B. e do Nuno, durante a discussão coletiva, questiono os alunos sobre a sua resolução, registando o seguinte diálogo:

Estagiária: Podem-nos explicar como resolveram o problema?

Nuno: O Martim desenhou trinta e seis bolos e depois separámos de quatro em quatro.

Estagiária: Mas porque decidiram usar essa estratégia?

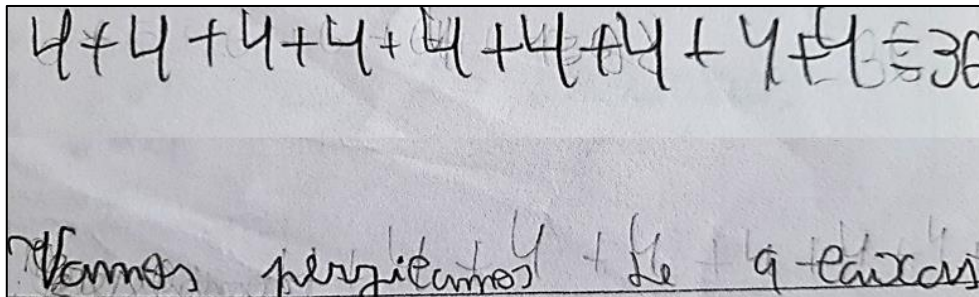
Martim: Porque são trinta e seis bolos arrumados em caixas de quatro. Então, contámos quatro bolos e separámos, mais quatro e separámos, sempre assim.

Estagiária: E como sabem o número de caixas que são precisas?

Martim: Porque contámos os grupos que fizemos e vimos que são nove.

A análise deste diálogo vai ao encontro do registo escrito realizado pelos alunos, revelando que representam os bolos e os separam sucessivamente em grupos de quatro, contando no final o número de grupos formados e concluindo que este valor representa o número de caixas necessárias para guardar os trinta e seis bolos.

Outra estratégia utilizada para resolver este problema é a adição repetida de parcelas iguais a 4. A figura seguinte apresenta a resolução do Leonardo e do Vasco, um dos pares que recorre a este tipo de estratégia para resolver o último problema da Tarefa 2.



The image shows a handwritten mathematical solution on a piece of paper. The top line contains the equation $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 36$. Below the equation, there is a note in Portuguese: "Vamos perguntamos 4 + 4 = 9 caixas".

Figura 32. Resolução do Leonardo e do Vasco para o T2-P4

Evidenciando utilizar a informação de que os bolos estão agrupados quatro a quatro, Leonardo e Vasco efetuam uma adição de nove parcelas iguais a 4, de modo a obter o número total de bolos.

Durante a discussão coletiva, ao serem questionados sobre a sua resolução, regista-se o seguinte diálogo:

Estagiária: De que forma resolveram o problema?

Leonardo: Fizemos quatro mais quatro mais quatro (...).

Estagiária: E qual é o significado dessa conta?

Vasco: Cada caixa tem quatro bolos.

Estagiária: Sim, é verdade. Cada caixa tem quatro bolos, mas porque fizeram quatro mais quatro mais quatro nove vezes?

Leonardo: Porque juntámos sempre mais um quatro até dar trinta e seis.

Estagiária: Então como sabem qual o número de caixas necessário?

Leonardo: Porque é o número de “quatro” que juntámos.

A análise deste diálogo revela que os alunos recorrem a uma estratégia aditiva, adicionando sucessivamente o número de bolos de cada caixa até alcançar o número total, associando o número de parcelas ao número de caixas necessário. Através da explicação do par, verifica-se que à medida que adicionam cada “quatro”, efetuam o cálculo, de modo a observar se devem continuar a adicionar, verificando-se, assim, o recurso a tentativa e erro.

Além das estratégias já analisadas, como se verifica na Tabela 8, dois pares recorrem à utilização de produtos conhecidos. A figura seguinte apresenta a resolução de Ana e Carlos, que revela que os alunos recorrem à estratégia mencionada.

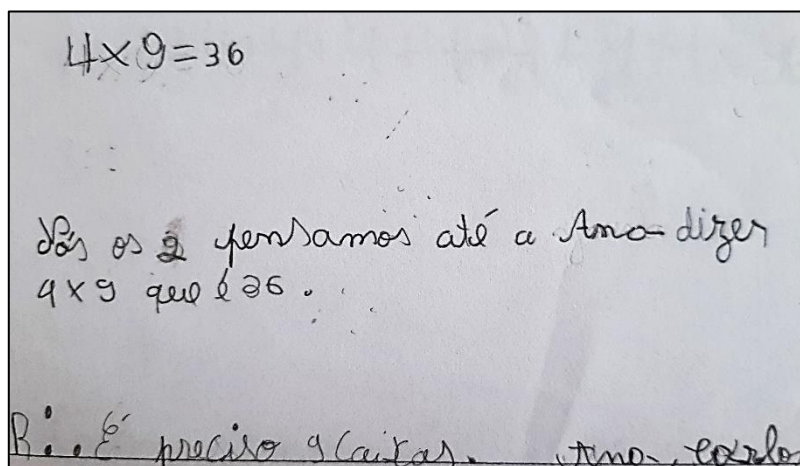


Figura 33. Resolução da Ana e do Carlos para o T2-P4

A análise da resolução dos dois alunos revela que o par recorre a uma estratégia multiplicativa para resolver o problema, procurando na tabuada um produto que seja igual a trinta e seis.

Com a intenção de compreender melhor a sua resolução, no momento de discussão coletiva, questiono estes alunos acerca da sua resolução:

Estagiária: Porque fizeram uma multiplicação?

Carlos: Porque nós pensamos em várias formas que dessem para chegar à solução, mas depois a Ana lembrou-se que podíamos ir à tabuada do “quatro”.

Estagiária: E porque decidiram recorrer à tabuada do “quatro”?

Ana: Porque, como são caixas de quatro, podíamos procurar na tabuada uma conta que fosse trinta e seis e vimos que quatro vezes nove é trinta e seis.

Estagiária: Então o que quer dizer a vossa conta?

Ana: Quer dizer que para arrumar todos os bolos, precisamos de nove caixas.

A análise deste diálogo revela que os alunos compreendem que para se encontrar o número de caixas necessário, pode-se recorrer à tabuada do “quatro”, encontrando o produto igual a trinta e seis. Porém, uma vez que utilizam a tabuada do “quatro” invertida, a sua representação na resolução do problema surge também invertida, pois, a forma correta seria 9×4 . Não obstante, através da resposta apresentada, entende-se que os alunos compreendem o problema trabalhado e resolvem-no corretamente.

5.1.8. Estratégias de resolução identificadas no T3-P1

No primeiro problema da Tarefa 3, pretende-se que os alunos identifiquem o número de pinguins que a família recebeu, de acordo com a imagem fornecida (**Figura 13**).

A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos pares de alunos na resolução deste problema.

Tabela 9. Estratégias utilizadas no T3-P1

Estratégias utilizadas	Número de pares
Uso de contagem termo a termo e adição repetida com algoritmo da adição	3
Uso de contagem termo a termo e algoritmo da multiplicação	3

A análise da tabela revela que todos os alunos resolveram o problema, construindo estratégias aditivas e multiplicativas. Para saber o número de pinguins que estavam presentes nas “pirâmides”, todos os alunos parecem ter recorrido à contagem termo a termo.

Nas estratégias aditivas destacam-se as que envolvem parcelas iguais a quinze. Neste sentido, a figura seguinte apresenta a resolução de Érica e Liliana, duas das alunas que recorrem a este tipo de estratégia para resolver este problema.

$$15 + 15 + 15 + 15 = 60$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ 15 \\ +15 \\ \hline 60 \end{array}$$

R: Agora têm 60 pinguins.

R: Nós contamos numa pirâmide 15 pinguins então fizemos esta conta que deu 60 pinguins.

Figura 34. Resolução da Érica e da Liliana para o T3-P1

Mostrando perceber que todas as pirâmides têm o mesmo número de pinguins, as alunas começam por contar os elementos presentes numa das quatro pirâmides. Seguidamente, recorrem a uma estratégia aditiva com quatro parcelas iguais a quinze, representando este cálculo vertical e horizontalmente.

Para melhor compreender a resolução da Érica e da Liliana, questiono-as sobre a sua resolução:

Estagiária: O que fizeram para resolver este problema?

Érica: Nós contamos os pinguins que tinha uma pirâmide e tinha quinze. Depois, como as pirâmides são todas iguais, fizemos quinze mais quinze mais quinze mais quinze as quatro vezes e deu sessenta.

Estagiária: Mas como sabes que as pirâmides são todas iguais?

Érica: Porque têm todas as “linhas” iguais.

Estagiária: Liliana, como sabem que são sessenta pinguins?

Liliana: Porque nós fizemos esta conta (apontando, no quadro, para a representação vertical) e vimos que dá sessenta.

A análise deste diálogo coincide com o registo escrito das alunas, evidenciando que o par faz a contagem de pinguins numa das pirâmides, presumindo que as quatro pirâmides são iguais. Seguidamente, fazem a adição sucessiva com quatro parcelas iguais a quinze, calculando-a através da sua representação vertical, concluindo, deste modo, que até este dia, a família recebera sessenta pinguins.

Como se observa na Tabela 9, a outra estratégia utilizada pelos alunos para resolver este problema é uma estratégia multiplicativa. A figura seguinte, apresenta a resolução do Martim B. e do Leonardo.

Fig 4x15 e deu 60

60 pinguins.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline 60 \end{array}$$

Figura 35. Resolução do Martim B. e do Leonardo

A análise da resolução revela que os alunos utilizam uma estratégia multiplicativa, multiplicando o número de pirâmides pelo número de pinguins em cada uma e efetuando o algoritmo.

Com o intuito de compreender melhor a resolução dos alunos, no momento de discussão coletiva, questiono-os sobre a mesma:

Estagiária: Porque fizeram uma multiplicação para resolver o problema?

Leonardo: Porque cada pirâmide tem quinze pinguins e são quatro pirâmides.

Estagiária: Mas de que forma a multiplicação representa o que disseste?

Martim: Nós fizemos assim, porque como são quatro pirâmides de quinze pinguins, pode-se fazer quatro vezes quinze, que dá sessenta.

Estagiária: Mas como sabem que quatro vezes quinze é sessenta?

Martim: Então, porque nós fizemos a conta e deu sessenta.

A análise do diálogo revela que os alunos recorrem ao algoritmo da multiplicação para resolver o problema, concluindo no final que estão presentes sessenta pinguins. Para alcançarem o resultado, os alunos efetuam verticalmente a operação, revelando que esta é a representação que lhes fornece a solução do problema. É de salientar que ambas as representações (horizontal e vertical) estão representadas corretamente, de acordo com o problema e com a explicação dada pelos elementos deste par.

5.1.9. Estratégias de resolução identificadas no T3-P2

No segundo problema da Tarefa 3, pretende-se que os alunos identifiquem o número de pinguins que a família teria se organizasse seis “pirâmides” com vinte e um pinguins cada.

A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos alunos na resolução deste problema.

Tabela 10. Estratégias utilizadas no T3-P2

Estratégias utilizadas	Número de alunos
Uso de adição (resolução incorreta)	1
Uso de adição repetida	3
Uso algoritmo da multiplicação	2

A análise da tabela revela que todos os pares realizaram a tarefa, sendo que, destes a maior parte recorreu a uma estratégia aditiva.

Das estratégias aditivas destacam-se as que envolvem parcelas iguais a 21. Neste sentido, a figura seguinte apresenta a resolução de Érica e Liliana, um dos pares que recorre a este tipo de estratégia para resolver o primeiro problema.

Handwritten work by Erica and Liliana. At the top left, the equation $21+21+21+21+21+21=126$ is written. Below it, two responses are given: "R: Neste dia tem 126 pinguins." and "R: Nós contamos 6 pirâmides de 21 e deu 126." To the right of the responses, a vertical addition is shown: 21, 21, 21, 21, 21, 21, followed by a horizontal line and the sum 126.

Figura 36. Resolução da Érica e da Liliana para o T3-P2

A análise da resolução de Érica e Liliana revela que as alunas utilizam uma estratégia aditiva com seis parcelas iguais a vinte e um, recorrendo ao algoritmo para efetuar o cálculo.

Durante a discussão coletiva, ao serem questionadas sobre a sua resolução, regista-se o seguinte diálogo:

Estagiária: Como resolveram o problema?

Liliana: Contámos seis pirâmides de vinte e um pinguins.

Érica: Nós fizemos vinte e um, mais vinte e um (...) porque são seis pirâmides com vinte e um pinguins.

Estagiária: O que significa a vossa adição?

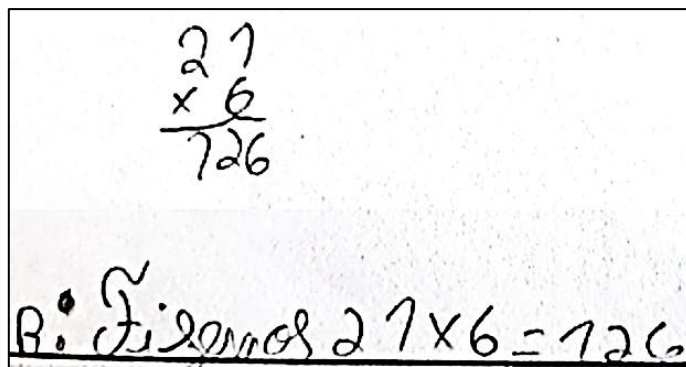
Érica: O vinte e um é o número de pinguins por pirâmide, que fizemos seis vezes porque é o número de pirâmides, que deu cento e vinte e seis pinguins.

Estagiária: Mas como sabem que são cento e vinte e seis pinguins?

Érica: Porque nós fizemos a conta “em pé” e deu cento e vinte e seis.

A análise deste diálogo revela que as alunas pensam adicionar o número de pinguins de cada pirâmide pelo número de pirâmides e, encontrada a estratégia de resolução a utilizar, o par efetua o algoritmo, de modo encontrar a solução para o problema.

Como se observa na Tabela 10, para resolver o presente problema, outras estratégias de resolução são utilizadas, a título de exemplo, dois pares recorrem ao uso do algoritmo da multiplicação. A figura seguinte apresenta a resolução do Carlos e do Martim, dois alunos que recorrem a esta estratégia.



The image shows a handwritten mathematical calculation. At the top, it displays the multiplication of 21 by 6 using a standard algorithm: 21 is written above 6, with a horizontal line below 6. Below the line, the product 126 is written. Below this calculation, there is a handwritten note that reads "R: Fizemos 21 x 6 = 126".

Figura 37. Resolução do Carlos e do Martim para o T3-P2

A resolução dos alunos evidencia o recurso a uma estratégia multiplicativa, usando o algoritmo para resolver o problema apresentado. No entanto, destaca-se que, na sua resposta, os alunos referem que efetuam uma multiplicação de 21×6 , trocando os fatores, contrariamente ao algoritmo que realizam anteriormente e ao problema apresentado.

De modo a compreender melhor a resolução dos alunos, durante a discussão coletiva, questiono o par.

Estagiária: Porque utilizam a multiplicação?

Carlos: Porque são seis pirâmides de vinte e um pinguins.

Estagiária: O que queres dizer?

Martim: Que se nós fizermos vinte e um vezes seis, dá o número de pinguins que queremos descobrir.

A análise deste diálogo revela que os alunos utilizam uma estratégia multiplicativa, pensando no número de pinguins e no número de pirâmides. Posteriormente, o par representa verticalmente a operação (de forma correta), de modo a efetuar o cálculo e encontrar o número de pinguins total. Embora na resposta afirmem que calculam 21×6 , os alunos revelam compreensão do problema, uma vez que apresentam uma estratégia e uma resposta correta para o mesmo.

5.1.10. Estratégias de resolução identificadas no T3-P3

No último problema da Tarefa 3, pretende-se que os alunos identifiquem o número de caixas necessário para guardar noventa pinguins, tendo cada caixa cinco pinguins.

A tabela seguinte apresenta as estratégias usadas pelos alunos na resolução deste problema.

Tabela 11. Estratégias utilizadas no T3-P3

Estratégias utilizadas	Número de pares
Uso de estratégia icónica de agrupamento	1
Uso de contagem 5 a 5	1
Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	3

A análise da Tabela 11 revela que nem todos os alunos resolveram o problema, uma vez que apenas estiveram presentes na aula onze alunos e, deste modo, foram formados quatro pares e um trio.

Como se observa na tabela apresentada, para resolver este problema, um par recorre a uma estratégia icónica de agrupamento. A Figura 38 apresenta a resolução de Ana e Vasco, os alunos que utilizam esta estratégia.

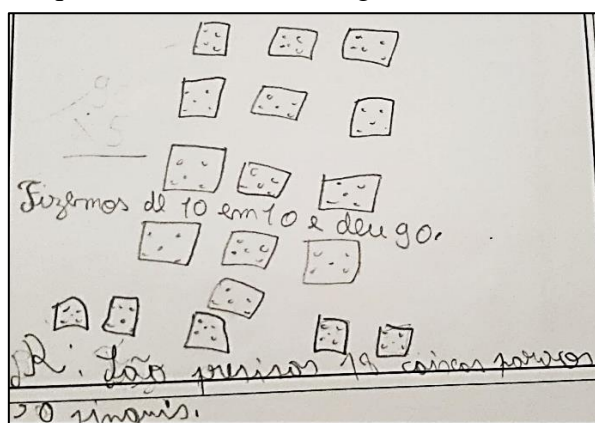


Figura 38. Resolução da Ana e do Vasco para o T3-P3

A análise da figura evidencia que os alunos recorrem a uma estratégia icónica de agrupamento, representando dezoito caixas e contabilizando cinco pinguins em cada uma delas, de modo a concluírem o número de caixas necessárias para guardar os noventa animais.

Para melhor compreender a resolução dos alunos, interpelo-os acerca do que fizeram:

Estagiária: Como encontraram o número de caixas necessárias?

Ana: Nós desenhámos cada caixa com cinco pinguins lá dentro e depois contámos de dez em dez.

Estagiária: O que quer dizer que contaram de dez em dez?

Ana: (Apontando para duas caixas de cada vez na sua resolução) Contámos dez, vinte, trinta (...) até termos os noventa pinguins e vimos que são precisas dezoito caixas.

A análise do diálogo evidencia que os alunos desenharam as caixas e os pinguins, acrescentando mais caixas ao longo da contagem até obterem os noventa animais. Os alunos revelam ainda que efetuaram a contagem, não caixa a caixa, ou seja, de cinco em cinco, mas de dez em dez, agrupando as caixas duas a duas.

Para resolver este problema, como se observa na Tabela 11, outra estratégia utilizada foi a contagem de 5 em 5. A figura seguinte apresenta a resolução de Leonardo, Liliana e Martim B., que revela que os alunos recorrem a esta estratégia.

0	40	85
5	45	90
10	50	
15	55	
20	60	
25	65	
30	70	
35	75	
	80	

R: Vamos precisar de 18 caixas para os noventa pinguins.
Fiz de 5 em 5.

Figura 39. Resolução do Leonardo, da Liliana e do Martim B. para o T3-P3

A análise da Figura 39 revela que os alunos apresentam uma contagem sucessiva de 5 em 5, iniciando-a no zero e terminando-a no noventa, contabilizando os diferentes valores apresentados para concluir o número de caixas que são necessárias para arrumar os pinguins.

Com a intenção de compreender melhor o raciocínio, durante a discussão coletiva, questiono-os acerca da resolução apresentada:

Estagiária: O que fizeram para resolver o problema?

Leonardo: Escrevemos zero, cinco, dez, (...) noventa.

Estagiária: Mas o que representam esses valores?

Martim: Nós contamos de cinco em cinco, porque cada caixa tem cinco pinguins.

Estagiária: Então podem-nos explicar o que significa essa contagem?

Martim: Na primeira caixa estão cinco pinguins, na segunda, como estão mais cinco, ficamos com dez pinguins, depois mais cinco e temos quinze pinguins, sempre assim. Quando temos dezoito caixas, estão os noventa pinguins.

A análise do diálogo revela que os alunos efetuam a contagem de cinco em cinco, de modo a verificar quantas caixas são necessárias para que se possam guardar os noventa pinguins, fazendo mentalmente uma contagem sucessiva. Embora iniciem a sua contagem no zero, não contabilizam esta representação na contabilização do número de caixas, indicando corretamente a solução do problema.

A Tabela 11 revela que a estratégia de resolução mais utilizada para resolver este problema foi o uso de divisão, através da sua relação com a multiplicação. A figura seguinte apresenta a resolução do Nuno e do Rodrigo, dois alunos que resolvem o problema identificando este como um problema de divisão.

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, there is a division problem:
$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 90} \\ - 90 \\ \hline 0 \end{array}$$
 Below this, there is a handwritten note: "R: Nós fizemos $90 : 5 = 18$ deca. 18". At the bottom, there is another handwritten note: "Porque $5 \times 18 = 90$ ".

Figura 40. Resolução do Nuno e do Rodrigo para o T3-P3

A análise da figura revela que o par representa uma divisão com divisor igual a cinco e dividendo igual a noventa. Através da sua resposta, verifica-se que os alunos efetuam uma multiplicação de modo a encontrar o quociente. Os seus registos evidenciam que relacionam a divisão com a multiplicação.

Durante a discussão coletiva, ao serem questionados sobre a sua resolução, prestam os seguintes esclarecimentos:

Estagiária: Podem-nos explicar como resolveram o problema?

Rodrigo: Nós pensámos fazer uma divisão.

Estagiária: Mas porque decidiram fazer uma divisão?

Nuno: Porque são noventa pinguins a dividir por caixas de cinco pinguins.

Estagiária: Está bem. Então e como calcularam a divisão?

Nuno: Nós fizemos a tabuada do “cinco” até ao dezoito e vimos que cinco vezes dezoito é igual a noventa.

Estagiária: Mas como sabem que dezoito vezes cinco é noventa?

Nuno: Porque eu sei que cinco vezes dez é cinquenta, então depois escrevi onze, doze, treze, (...) dezoito (escrevendo estes números no quadro) contei cinquenta e cinco, sessenta, sessenta e cinco, (...) noventa (apontando ordenadamente para os números escritos anteriormente) e assim soubemos que cinco vezes dezoito é noventa.

A análise deste diálogo revela que os alunos identificam este problema como uma situação de divisão. Em seguida, evidenciando conhecer a relação inversa entre a multiplicação e a divisão, procuram o número que multiplicado por cinco é igual a noventa. Para isso, começam no produto 5×10 , continuando sucessivamente até 5×18 . Embora refiram 5×18 e não 18×5 , que seria o modo correto de apresentar o cálculo considerando o problema apresentado, Nuno e Rodrigo revelam compreender o problema, uma vez que constroem uma estratégia correta que os conduz à solução.

5.2. Caracterização das fases de resolução de problemas por que passam os alunos em cada problema

Nesta secção são analisadas as etapas de resolução de problemas, propostas por Polya, que se verifica que os alunos percorreram em cada um dos problemas. Posteriormente são comparadas estas etapas, verificadas no T1-P1 e no T3-P3 com as

suas respostas aos questionários realizados após a resolução e respetiva discussão destes problemas, correspondentes, respetivamente, ao primeiro e último problemas resolvidos pelo grupo, de modo a compreender se se verifica uma alteração na sua perceção acerca das fases de resolução.

5.2.1. Fases de resolução percorridas pelos alunos

De acordo com as resoluções dos problemas realizadas pelos alunos e com as discussões coletivas que foram organizadas, torna-se possível identificar as fases de resolução de problemas a que os alunos parecem ter recorrido. A Tabela 12 apresenta uma síntese das quatro etapas de resolução de problemas, propostas por Polya, pelas quais os alunos evidenciam passar em cada um dos problemas.

Tabela 12. Fases de resolução percorridas pelos alunos

Problema	Fases de resolução percorridas pelos alunos			
	Compreender o problema	Pensar numa estratégia de resolução	Aplicar a estratégia de resolução	Verificar a resposta
T1 – P1	10	10	10	3
T1 – P2	10	10	10	3
T1 – P3	2	2	1	0
T2 – P1	12	12	12	4
T2 – P2	10	12	12	2
T2 – P3	12	12	12	8
T2 – P4	12	12	12	2
T3 – P1	12	12	12	2
T3 – P2	12	12	12	2
T3 – P3	11	11	11	2

Na primeira tarefa realizada, pretendia-se compreender o modo como os alunos encaravam a resolução de problemas matemáticos. Neste momento, os alunos ainda não tinham conhecimento acerca das fases de resolução de problemas, propostas por Polya. Deste modo, após o terceiro problema desta tarefa, foi elaborado o cartaz onde foram registadas as quatro fases de resolução.

Apesar de ainda desconhecerem as fases de resolução de problemas, a análise da Tabela 12 evidencia que já na primeira tarefa, todos os alunos percorrem, no mínimo, as três primeiras etapas, dado que, ao apresentarem uma resolução correta para os problemas, revelam a sua compreensão, pois, apenas é possível apresentar uma estratégia, se o problema for compreendido (Polya, 2003). No entanto, ao analisar o Problema 3 da Tarefa 1, verifica-se que apenas dois alunos revelam a compreensão das duas questões colocadas, sendo que são os únicos a pensar numa estratégia de resolução para a segunda. Ainda que, neste problema, apenas dois alunos o tentem resolver, destes, só um consegue aplicar a estratégia pensada, revelando-se capaz de a apresentar e clarificar. Martim, cuja resolução surge anteriormente caracterizada (**Figura 22**), é o aluno que consegue encontrar a solução do problema.

No Problema 2 da Tarefa 2, verifica-se que o número de alunos que compreendem o problema é menor do que o número de alunos que pensam numa estratégia e a aplicam. Esta situação deve-se ao facto de um par de alunos apresentar uma resposta incorreta, o que não seria o suficiente para afirmar que o problema não foi compreendido, contudo, os dados apresentados nesta resolução (**Apêndice N**) vão contra a informação fornecida no problema, o que impede a sua resolução favorável, pois o par não se revela capaz de “identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condição” (Polya, 2003, p. 28). Todavia, uma vez que estes alunos apresentam uma estratégia de resolução, considero que percorrem a segunda e terceira fases de resolução de problemas propostas por Polya, ainda que indo de encontro ao problema apresentado.

Como se observa na Tabela 12, a etapa de resolução pela qual menos alunos mostram passar é a verificação da resposta. Tal facto não revela que os alunos não a realizem, contudo, com base nas suas resoluções escritas e nas discussões registadas, não existem evidências que sustentem que um maior número de alunos a tenha percorrido. Ainda assim, no terceiro problema da Tarefa 2, verifica-se que mais de metade do grupo conclui com sucesso as quatro etapas de resolução de problemas. Nestas resoluções, observa-se que quatro pares verificam as suas respostas, mais concretamente, recorrendo

a outra estratégia de resolução, como é o caso de Ana e Carlos (**Figura 30**) e que, no problema mencionado, evidenciam recorrer à operação inversa para verificar a plausibilidade do seu resultado.

5.2.2. Fases de resolução do T1-P1

A Tabela 13 apresenta as fases de resolução por que parecem ter passado os alunos no primeiro problema da Tarefa 1, evidenciadas nos seus registos, comparando-as com as suas respostas acerca do uso destas fases, presentes no questionário (**Apêndice A**). O problema foi resolvido apenas por dez alunos, desta forma, ao questionário responderam apenas os mesmos alunos.

Tabela 13. Fases de resolução no T1-P1

	Fases evidenciadas nas suas resoluções	Perceção dos alunos acerca das fases realizadas
Compreender o problema	10	3
Pensar numa estratégia para resolver o problema	10	4
Resolver o problema aplicando a estratégia	10	6
Verificar a resposta	3	4

O questionário analisado é composto por cinco questões, embora nesta secção sejam analisadas apenas as respostas à questão “O que fizeste para resolver o problema?”. Esta questão continha cinco opções de resposta, no entanto, uma vez que é referente às fases de resolução de problemas, propostas por Polya, a sua análise foi reduzida a quatro opções, juntando-se as duas opções iniciais (“reli a pergunta” e “reli a lengalenga”). A análise da tabela revela que, embora resolvam o problema apresentado, os alunos não são capazes de, neste momento, reconhecer as etapas por que passam na sua resolução.

De acordo com a Tabela 13, observa-se que, através dos questionários, três alunos reconhecem que compreendem o problema, contudo, os dez alunos presentes revelaram-se capazes de o resolver, revelando a sua compreensão acerca do mesmo.

Relativamente à fase de pensar numa estratégia para resolver o problema, verifica-se que os dez alunos pensam num modo de resolver o problema, dado que, na sua resolução, todos apresentam uma estratégia. Ainda assim, apenas quatro crianças consideram ter passado por esta fase. No entanto, quando questionados se resolvem o

problema com recurso à estratégia pensada anteriormente, seis alunos consideram fazê-lo, ainda que, apenas quatro revelam ter pensado numa estratégia. É de salientar que, de acordo com os seus registos, apesar de apenas seis alunos o referirem, efetivamente, os dez alunos resolvem o problema.

Como se observa na Tabela 13, quatro alunos afirmam verificar a sua resposta, no entanto, a análise das resoluções apresentadas e da discussão coletiva, permite afirmar apenas que três alunos o fazem, nomeadamente, Ana (**Figura 16**) e Martim (**Figura 18**), cujas estratégias de resolução surgem anteriormente caracterizadas.

Considera-se que Ana verifica a sua resposta, dado que, após efetuar as adições sucessivas, apresenta uma multiplicação que é equivalente ao cálculo anterior, reforçando e clarificando o seu raciocínio. Da mesma forma, apesar de a resolução do Martim não revelar se verifica a resposta, durante a discussão coletiva, o aluno justifica a sua resolução afirmando que “sei que se podem formar nove pares, porque sei de cor a tabuada do ‘dois’ e dois vezes nove é dezoito”, podendo esta afirmação ser considerada como a verificação da resposta.

5.2.3. Fases de resolução identificadas no T3-P3

A Tabela 14 apresenta as fases de resolução por que os alunos aparentam ter passado no terceiro problema da Tarefa 3, evidenciadas nos seus registos, comparando-as com a sua perceção acerca do uso destas mesmas fases, através das suas respostas ao questionário (**Anexo B**). O problema foi resolvido por onze alunos, desta forma, ao questionário responderam os mesmos alunos, ou seja, respondeu mais um aluno do que no questionário do T1-P1, dado que este aluno, o Carlos, faltou no dia em que o problema trabalhado.

Tabela 14. Fases de resolução no T3-P3

	Fases evidenciadas nas suas resoluções	Perceção dos alunos acerca das fases realizadas
Compreender o problema	11	9
Pensar numa estratégia para resolver o problema	11	8
Resolver o problema aplicando a estratégia	11	5
Verificar a resposta	2	5

À semelhança do que aconteceu com o questionário do T1-P1, na tabela é apenas registada a análise das respostas à questão “O que fizeste para resolver o problema?”. A análise da tabela relembra que, neste problema, onze alunos percorrem as três primeiras fases de resolução de problemas (dois pares e um trio). No entanto, apesar de todos os alunos resolverem o problema proposto, mostrando a sua compreensão acerca do mesmo e revelando-se capazes de o resolver corretamente, dois alunos não reconhecem compreender o problema, uma vez que, ao analisar os questionários, contam-se apenas nove respostas associadas a esta fase de resolução de problemas. De modo semelhante, apenas oito elementos consideram passar pela segunda fase e cinco pela terceira.

Como se observa na Tabela 14, cinco alunos afirmam efetuar uma avaliação da sua resolução, porém, através das resoluções apresentadas e da discussão coletiva realizada, torna-se possível apenas afirmar que dois alunos o fazem (um par), mais concretamente, o Nuno e o Rodrigo (**Figura 40**), de quem a estratégia de resolução surge previamente caracterizada.

Considera-se que o Nuno e o Rodrigo verificam a sua resposta, uma vez que, após efetuarem uma divisão que resolve o problema apresentado, os alunos justificam-na com recurso à operação inversa, a multiplicação e, através desta associação, revelam que “Nós fizemos a tabuada do “cinco” até ao dezoito e vimos que cinco vezes dezoito é igual a noventa”, podendo esta afirmação ser observada como uma verificação da sua resposta.

Apesar de apenas conseguir identificar um par que realize uma avaliação da sua resolução, é possível que mais alunos o façam, ainda que intuitivamente e, deste modo, esta etapa não é observável através da resolução escrita dos diferentes pares.

Ao comparar as respostas dos alunos ao questionário realizado após o primeiro problema da Tarefa 1, com o questionário realizado posteriormente, associado ao terceiro problema da Tarefa 3, pode-se afirmar que a compreensão dos alunos acerca das fases de resolução de problemas parece ter evoluído, uma vez que, se no primeiro dia, mais de metade dos alunos não reconhece percorrer duas ou mais fases de resolução, no questionário relativo ao último problema, verifica-se que, cerca de metade do grupo reconhece ter passado por cada uma das fases propostas por Polya, registando-se um maior equilíbrio entre a sua noção acerca das etapas de resolução percorridas e o meu registo das resoluções dos alunos. Apesar de nos registos não se verificarem diferenças entre as fases dois e três, essas diferenças são assinaladas pelos alunos nas respostas aos

questionários, ainda que, por vezes, os alunos não consigam distinguir claramente ambas as fases.

5.3. Análise da perceção dos alunos acerca do contributo da literatura infantil na resolução de problemas matemáticos

Para se tornar possível compreender a perceção dos alunos acerca da temática trabalhada, uma semana após ser realizado o último problema, é aplicado um questionário final aos alunos (**Apêndice C**).

À primeira questão colocada, “Gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias infantis?”, doze alunos respondem “sim”, sendo que estes alunos correspondem à totalidade do grupo.

Quando questionados acerca da razão de terem ou não gostado de trabalhar matemática através de histórias infantis, identificaram-se as seguintes categorias de respostas que se apresentam no Gráfico de barras 1.



Gráfico 1. Categorias de respostas para a questão “Gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias infantis?”

A análise do gráfico revela que se identificam treze respostas, uma vez que um dos alunos justifica a sua resposta através de dois aspetos distintos. Observa-se que, entre as respostas obtidas, a maioria dos alunos explica ter gostado de realizar estas tarefas, uma vez que ajudam a aprender ou a compreender melhor os problemas

trabalhados, esclarecendo, nomeadamente, que “ajuda-nos a compreender melhor as contas”. A segunda categoria mais registada associa estas tarefas a um aspeto lúdico, dado que as crianças afirmam que “é divertido” ou que “é giro as histórias terem problemas de matemática”. Por fim, um aluno refere ter gostado de trabalhar matemática a partir de histórias infantis por gostar de histórias e outro por gostar de trabalhar em equipa.

Para a segunda pergunta, que questiona “Qual a história que gostaste mais de trabalhar?”, registaram-se as respostas presentes no Gráfico 2.

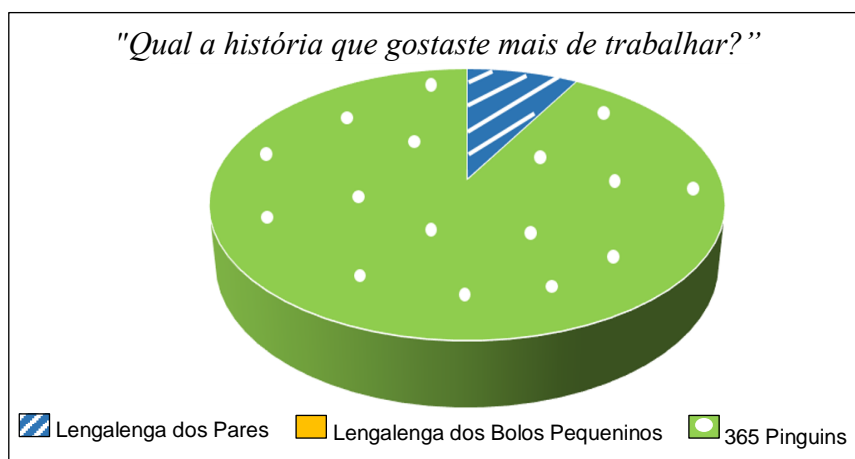


Gráfico 2. Respostas à questão "Qual a história que gostaste mais de trabalhar?"

Ao analisar esta questão, entende-se que a mesma não é referente a um único problema, mas sim à tarefa associada a cada história. Neste sentido, a análise do gráfico evidencia que onze dos alunos preferem os problemas referentes à história “365 Pinguins”, esclarecendo, por exemplo, que a história “foi divertida”, que “gostei mais destas contas” ou que “gosto de pinguins”. Um aluno evidencia a sua preferência pela “Lengalenga dos Pares”, afirmando que “foi interessante”. Como se observa através da leitura do Gráfico 2, nenhum dos alunos refere a “Lengalenga dos Bolos Pequenininos”.

As quatro questões seguintes (terceira, quarta, quinta e sexta questões do questionário) pretendem obter uma perspetiva geral acerca do modo como os alunos percecionaram o contributo das histórias infantis para a compreensão da resolução de problemas matemáticos por parte dos alunos, de acordo com as fases de resolução propostas por Polya.

Na terceira questão – “As histórias ajudaram-te a compreender melhor os problemas?”, verifica-se que todos os alunos respondem “sim”.

Como justificação para esta questão, obtêm-se as categorias de resposta que o Gráfico de barras 3 apresenta:

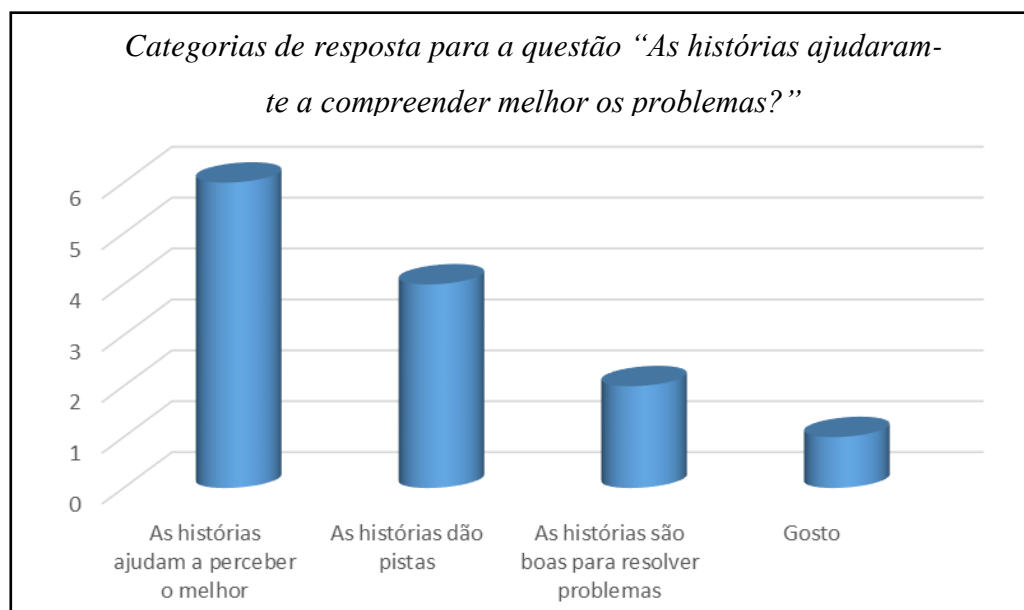


Gráfico 3. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a compreender melhor os problemas?"

O Gráfico 3 evidencia que um aluno atribuiu duas justificações para a questão colocada, obtendo-se, novamente, treze justificações. Destas, verifica-se que seis alunos afirmam que as histórias ajudam numa melhor compreensão dos problemas, nomeadamente "porque é nas histórias que está a pergunta e assim facilmente conseguimos fazer". Quatro alunos justificam que as histórias "dão pistas" que ajudam na compreensão do problema, dado que, por exemplo, "dizem o que tem e não tem" ou o que é necessário fazer. Como revela o Gráfico 3, dois alunos afirmam que "as histórias são boas para resolver problemas" e uma criança afirma apenas que gosta deste projeto, não estando esta resposta devidamente enquadrada com a questão colocada.

Na quarta questão, "As histórias ajudaram-te a construir as estratégias de resolução dos problemas", também os doze alunos responderam "sim", sendo que as suas justificações se encontram no Gráfico de barras 4.

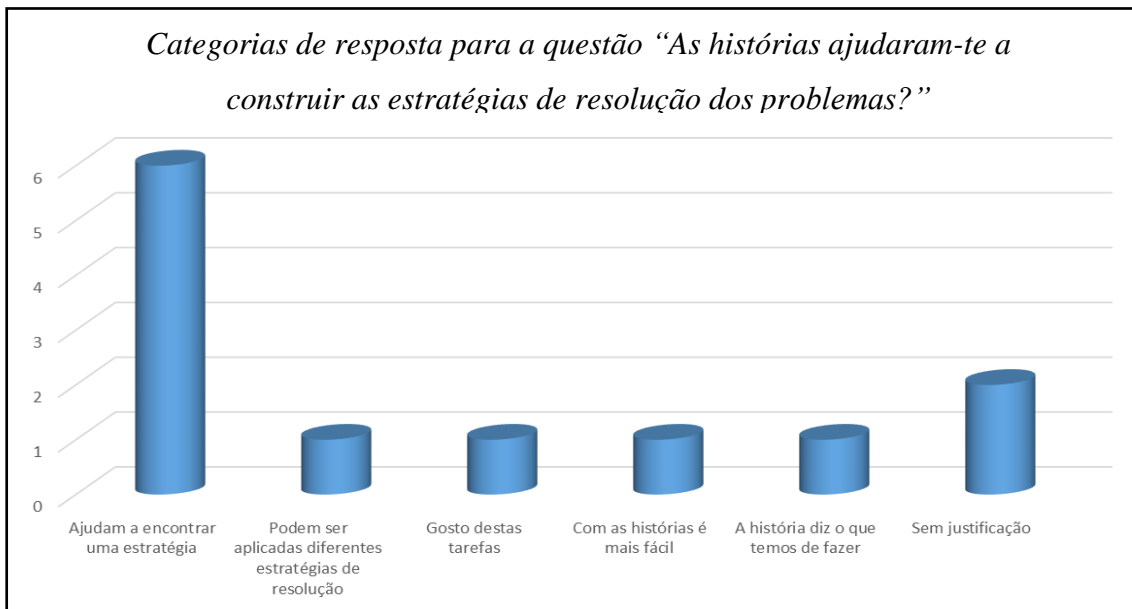


Gráfico 4. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a construir as estratégias de resolução dos problemas"

A análise do Gráfico 4 revela que seis alunos consideram que as histórias contribuem para a construção de estratégias de resolução, uma vez que “ajudam a encontrar uma estratégia”, dado que “é sempre nos problemas que conseguimos retirar as estratégias” ou porque os problemas “dão ideias de novas estratégias” a utilizar. Para esta questão, registam-se ainda outras respostas, nomeadamente, “temos várias formas de fazer os problemas”, “com as histórias é mais fácil”, ou a história “diz o que temos de fazer”. Como se observa no Gráfico 4, dois alunos não justificam a sua resposta e um aluno justifica novamente referindo somente que gosta de realizar estas tarefas.

De modo semelhante á questão anterior, também na quinta questão, "As histórias ajudaram-te a aplicar as estratégias em que pensaste para resolver os problemas?", se contabilizam doze respostas afirmativas, ou seja, todos os alunos consideram que as histórias contribuem positivamente para a execução das estratégias de resolução de problemas delineadas. No Gráfico de barras 5, observam-se as justificações dos alunos para esta questão.

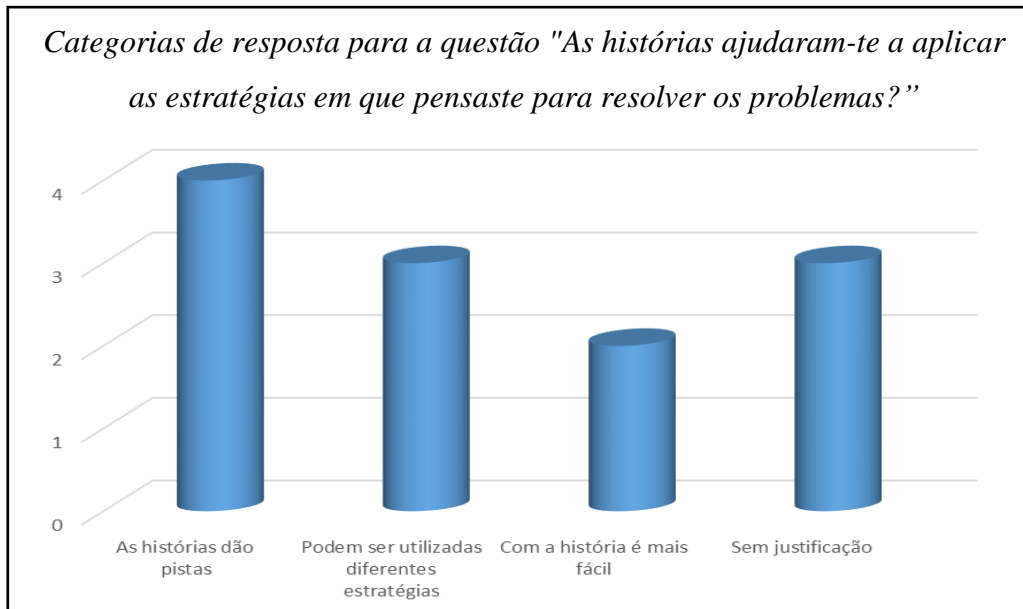


Gráfico 5. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a aplicar as estratégias em que pensaste para resolver os problemas?"

Como se observa através da análise do Gráfico 5, apenas nove alunos apresentam uma justificação para a sua resposta. Destes, quatro alunos consideram que as histórias trabalhadas fornecem “pistas” que contribuem para a resolução dos problemas, sendo que, uma criança justifica que “as estratégias às vezes estão na história”. Outras categorias de resposta são registadas na análise desta questão e, dentro destas, verifica-se que três alunos justificam a sua resposta, afirmando que para resolver um problema podem ser utilizadas diferentes estratégias de resolução e, desta forma, um aluno refere que “posso fazer o problema com outra estratégia, que é desenhando”, revelando que é possível resolver os problemas apresentados através de estratégias informais. Finalmente, os dois outros alunos que justificam a sua resposta explicam que com a história é mais fácil resolver os problemas.

Ao analisar a sexta questão, “As histórias ajudaram-te a perceber se os resultados obtidos nos problemas estavam corretos?”, verifica-se que onze alunos afirmam que as histórias ajudam a compreender se os resultados obtidos estão corretos. Contudo, um dos alunos fornece uma resposta negativa para esta questão.

As justificações apresentadas nesta questão surgem, agrupadas por categorias, no Gráfico de barras 6.

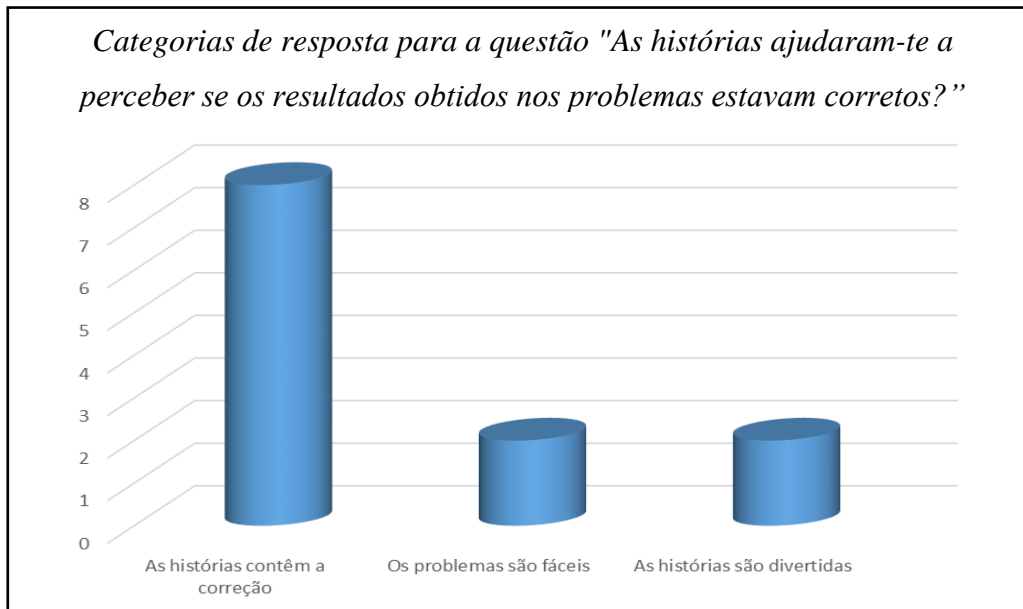


Gráfico 6. Categorias de resposta para a questão "As histórias ajudaram-te a perceber se os resultados obtidos nos problemas estavam corretos?"

A análise do Gráfico 6 evidencia que todos os alunos apresentam uma justificação para a sua resposta, mesmo o aluno que respondeu negativamente. Oito alunos afirmam que a resposta para o problema surge quando a lengalenga ou a história continua a ser lida/trabalhada. Destes alunos, um justifica que “a história diz tudo” e outro revela que “quando acabamos vamos ver os problemas e nem sempre está errado”. Outros dois alunos justificam apenas que “os problemas são fáceis”, não indo inteiramente ao encontro da questão colocada, de modo semelhante aos dois alunos que referem que “as histórias são divertidas”, uma vez que não justificam a razão de as histórias contribuírem para a avaliação dos resultados obtidos. O aluno que responde negativamente a esta questão apresenta uma justificação contraditória, uma vez que afirma que as histórias “dizem um *tipo* de correção”.

Na sétima questão colocada, "O que gostaste mais neste trabalho? Porquê?", questionam-se os alunos acerca do que mais gostaram na realização deste projeto. O Gráfico de barras 7 revela as categorias de respostas dos alunos para esta questão.

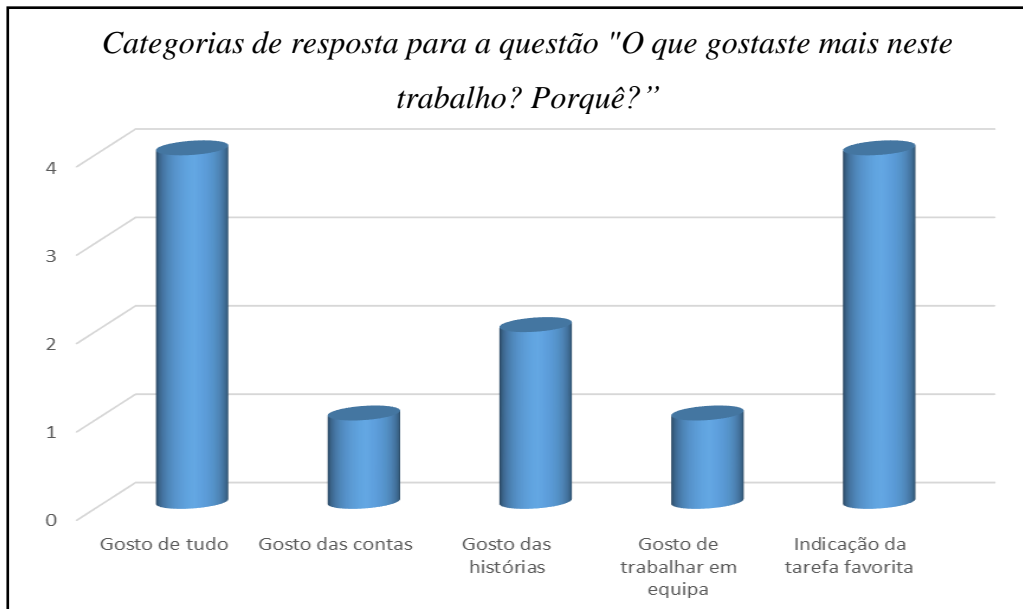


Gráfico 7. Categorias de resposta para a questão "O que gostaste mais neste trabalho? Porquê?"

A análise do gráfico evidencia que quatro alunos afirmam que gostaram de tudo, sendo que, destes alunos um esclarece que “gosto de tudo porque me ajuda a resolver problemas”. Outro aluno refere que o que mais gostou é das contas “porque são *fixes*”. Dentro das categorias de respostas apresentadas, observa-se ainda que dois alunos afirmaram gostar mais das histórias, “porque são divertidas” e um outro aluno revela que o que gostou mais foi de trabalhar em equipa. Por fim, o Gráfico 7 revela que quatro alunos referem as suas histórias favoritas, apresentando, assim, justificações que vão ao encontro das que apresentam na questão dois deste questionário.

Na última questão, “O que gostaste menos neste trabalho? Porquê?”, os alunos são questionados sobre o que menos gostaram neste projeto. O Gráfico de barras 8 apresenta as categorias das respostas dos alunos para esta questão.

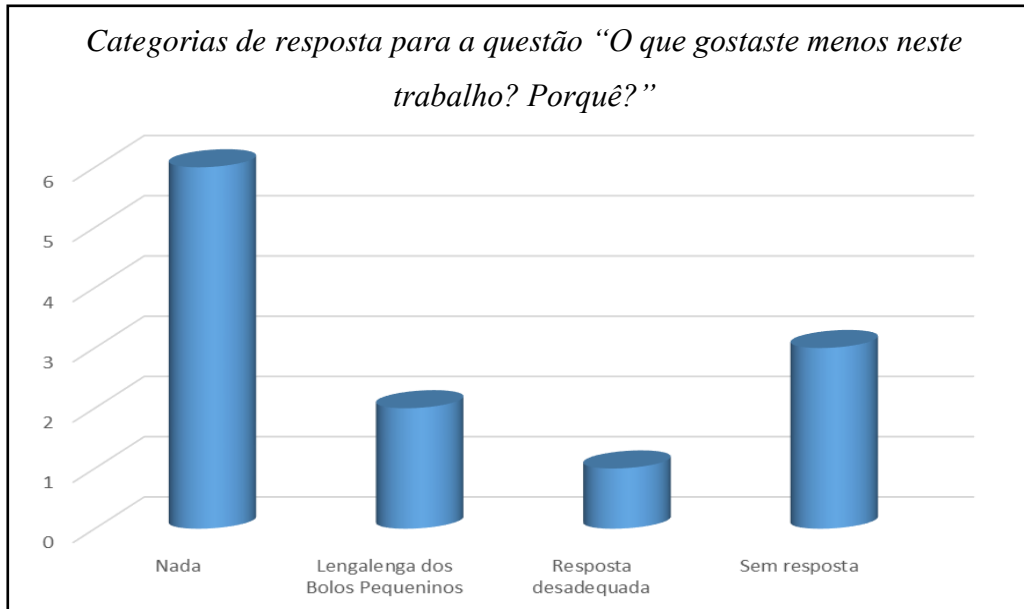


Gráfico 8. Análise das respostas para a questão “O que gostaste menos neste trabalho? Porquê?”

Como se observa no Gráfico 8, seis alunos afirmam que não há nada de que não gostem, sendo que, destes, um esclarece que “nada, porque gostei de tudo”. Dois alunos referem que o que menos gostam é da *Lengalenga dos Bolos Pequenos*, outro não apresenta uma justificação adequada para a questão e outros três não apresentam qualquer resposta.

Através da análise dos gráficos presentes nesta secção, verifica-se que os alunos, apesar de reconhecerem as quatro fases de resolução de problemas, propostas por Polya, não fazem uma distinção clara entre as fases dois e três, “pensar numa estratégia para resolver o problema” e “resolver o problema aplicando a estratégia pensada”, uma vez que se registam categorias de resposta muito idênticas, nomeadamente, “podem ser aplicadas diferentes estratégias” ou “com a história é mais fácil”. No entanto, no processo de resolução de problemas, é natural que a distinção entre estas duas fases não seja clara, uma vez que estas estão interligadas, pois, ao pensar numa estratégia, a mesma começa a ser imediatamente aplicada. Ainda assim, a análise das respostas aos questionários revelam que os alunos percecionam que as histórias infantis exploradas tiveram um contributo positivo em cada uma das fases da resolução de problemas.

Capítulo VI – Conclusão

No presente capítulo apresento uma síntese da investigação realizada, bem como as conclusões obtidas, para que seja possível responder às questões em estudo. Aqui, reflito sobre o percurso realizado ao longo deste projeto, nomeadamente, sobre as aprendizagens adquiridas e as maiores dificuldades sentidas. Na primeira secção do capítulo, apresento uma síntese da investigação, esclarecendo o objetivo e as questões em estudo. Na segunda, surgem as conclusões da investigação, organizadas de acordo com cada uma das questões em estudo. Finalmente, na terceira e última secção, reflito acerca da globalidade do estudo realizado.

6.1. Síntese da investigação

A investigação desenvolvida decorreu ao longo do período de estágio, realizado com alunos do 3.º ano do Primeiro Ciclo, de uma turma com 3.º e 4.º anos de escolaridade, num estabelecimento de ensino localizado no distrito de Setúbal.

A temática deste estudo deriva da vontade de investigar o contributo da literatura infantil na aprendizagem dos alunos, dado que considero que esta é uma temática cada vez mais distante do quotidiano das crianças, que tendem a evidenciar reduzidos hábitos de leitura e interesses associados aos mesmos. Surgindo a possibilidade de me focar numa temática concreta, optei por trabalhar com os alunos a resolução de problemas matemáticos, uma vez que esta possibilita uma aprendizagem ativa, contribuindo para a aquisição e consolidação de diferentes conhecimentos inseridos em áreas distintas (Boavida et al., 2008). Observando que os alunos do grupo tendem a ter pouco interesse pela matemática, procurei colocar em prática uma investigação que contornasse esta barreira, associando a literatura infantil à resolução de problemas, pois, “o gosto pela matemática [...] constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas” (MEC, 2013, p. 2). Desta forma, delinee o seguinte objetivo do estudo: “Compreender o contributo da Literatura Infantil no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de alunos do 3.º ano de escolaridade”.

Relacionadas com o objetivo de estudo, criei três questões de investigação:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas associados às histórias infantis exploradas?
- Quais as fases de resolução, propostas por Polya, a que os alunos recorrem na resolução de problemas?
- Qual a percepção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas?

De acordo com o objetivo e com as questões delineadas, ao longo desta investigação adotei uma metodologia qualitativa, inserida numa investigação sobre a prática. Os dados recolhidos correspondem às resoluções dos problemas, aos registos escritos, às discussões coletivas e aos questionários realizados, sendo estes relativos aos doze alunos de 3.º ano da turma.

6.2. Conclusões da investigação

A análise dos dados recolhidos permite, em conjunto com a literatura consultada, responder às questões orientadoras da investigação e, deste modo, uma vez que foram formuladas três questões, a presente secção encontra-se organizada em três partes, cada uma correspondente a uma questão de investigação.

6.2.1. Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas associados às histórias infantis exploradas?

Com a análise das resoluções realizadas pelos alunos, observa-se que em cada um dos problemas trabalhados foram utilizadas diferentes estratégias de resolução. A Tabela 15 apresenta, desta forma, uma síntese das diferentes estratégias a que os alunos recorreram na resolução de cada um dos problemas propostos. Saliento que os problemas da Tarefa 1 foram realizados individualmente e os restantes em pares. Contudo, nem sempre o número total de resoluções corresponde a doze (ou a seis, nos problemas realizados em pares), pois houve alguns alunos que faltaram nestes dias.

Tabela 15. Estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos alunos

Tarefa	Problema	Estratégia	Número de resoluções em que a estratégia é utilizada	
T1	P1	Uso de adição repetida	7	
		Uso de um produto conhecido	3	
	P2	Uso de adição repetida	7	
		Uso de subtração	1	
		Uso de um produto conhecido	2	
	P3	Q1	Uso de adição repetida	5
			Uso de um produto conhecido	2
		Q2	Uso de uma lista organizada	1
Uso de adição			1	
T2	P1	Uso de estratégia icónica de agrupamento	1	
		Uso de adição repetida	1	
		Uso de um produto conhecido	2	
		Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	2	
	P2	Uso de estratégia icónica de agrupamento	1	
		Uso de um produto conhecido	3	
		Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	1	
		Estabelecimento de relação dobro/metade	1	
	P3	Uso de estratégia icónica de agrupamento	1	
		Uso de contagens sucessivas através de tentativa e erro	1	
		Uso de um produto conhecido	1	
		Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	3	
	P4	Uso de estratégia icónica de agrupamento	2	
		Uso de adição repetida	2	
		Uso de um produto conhecido	2	
	T3	P1	Uso de contagem termo a termo e adição repetida com algoritmo da adição	3
Uso de contagem termo a termo e algoritmo da multiplicação			3	
P2		Uso de adição (resolução incorreta)	1	
		Uso de adição repetida	3	

		Uso algoritmo da multiplicação	2
	P3	Uso de estratégia icónica de agrupamento	1
		Uso de contagem 5 a 5	1
		Uso de divisão e sua relação com a multiplicação	3

Os problemas propostos aos alunos estavam associados às operações multiplicação e divisão, uma vez que estas operações têm especial destaque no terceiro ano de escolaridade (MEC, 2013). Contudo, a tabela 15 revela que, apenas alguns alunos utilizam a multiplicação ou a divisão nas suas resoluções.

Nas estratégias de multiplicação destaca-se o uso de um produto conhecido, usado em seis dos dez problemas. Estas estratégias estão frequentemente associadas ao uso da tabuada, no entanto, verifica-se que, ao fazê-lo, alguns alunos/pares representam a multiplicação invertida, trocando o multiplicador com o multiplicando, dado que, nesta turma, a tabuada foi ensinada ao contrário. Por sua vez, há cinco problemas de divisão (T2-P1 a T2-P4 e T3-P3), em que menos de metade do grupo constrói, na sua resolução, estratégias associadas a esta operação, sendo que no T2-P4, nenhum par resolve o problema utilizando uma estratégia de divisão.

Tanto nos problemas de multiplicação como de divisão, aparece, frequentemente, o uso de uma estratégia de adição repetida, sendo esta a estratégia que mais alunos utilizaram. Este facto está de acordo com os resultados da investigação realizada por Mendes (2012) sobre a aprendizagem da multiplicação. Efetivamente, quando os alunos constroem o seu conhecimento sobre a multiplicação, numa fase inicial, usam estratégias aditivas de parcelas iguais. Assim, alguns alunos revelaram relacionar, ainda que intuitivamente, estas duas operações, nomeadamente, no Problema 1 da Tarefa 1, quando Ana realiza uma adição sucessiva de nove parcelas iguais a dois, representando, de seguida, esta adição através de uma multiplicação. Desta forma, a aluna revelou o entendimento acerca da relação entre ambas as operações de cálculo. Por vezes, foi também estabelecida uma relação entre a multiplicação e a divisão, por exemplo, no T2-P3, em que Ana e Carlos verificam a sua resposta com recurso à operação inversa.

Para resolver os problemas da Tarefa 2 e o T3-P3, ou seja, os problemas associados à divisão, alguns alunos com maiores dificuldades recorreram a estratégias icónicas de agrupamento, que, de acordo com Boavida et al. (2008), são inspiradas “na

organização visual, no uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles” (p. 71), transformando uma situação abstrata em algo concreto, com recurso à informação obtida e à interpretação do problema.

No quarto problema da Tarefa 1 observou-se que os alunos manifestaram uma grande dificuldade na sua resolução, uma vez que apenas um aluno se revelou capaz de o resolver completamente e outro iniciou uma possível estratégia de resolução para a segunda questão, ainda que não a tenha conseguido terminar. Ao observar que os alunos estavam com dificuldade em resolver a segunda questão colocada, tentei fornecer algumas informações ao grupo, para que conseguissem desenvolver a sua compreensão acerca do enunciado do problema (Boavida et al., 2008), mais concretamente, alertando que deveriam ter em atenção que um par diferente exigia que os dois meninos não se juntassem novamente independentemente da ordem, dando um exemplo concreto. Apenas dois alunos resolveram o problema, sendo que recorreram a duas estratégias diferentes, originando as resoluções caracterizadas anteriormente: lista organizada e adição. Os restantes alunos não conseguiram progredir com a resolução do problema. Considero que a dificuldade manifestada poderá estar associada ao facto de os alunos não estarem acostumados a resolver problemas deste género, uma vez que realizam sobretudo problemas de cálculo e, ao depararem-se com uma situação diferente, não souberam interpretar devidamente o enunciado e, por conseguinte, delinear uma estratégia de resolução eficaz.

Ao longo das discussões coletivas, verificou-se que em determinadas situações os alunos defenderam as suas resoluções com recurso a raciocínios mais elaborados do que os que registaram por escrito, revelando o entendimento das relações entre as diferentes operações, não só entre a adição e a multiplicação, mas também, por exemplo, entre a multiplicação e a divisão. Nos momentos de discussão coletiva, foram promovidas também conexões entre diferentes estratégias, como no Problema 1 da Tarefa 3, em que se associou a resolução da Ana à resolução do Rodrigo.

Para responder à questão “Quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas associados às histórias infantis exploradas?”, pode-se concluir que:

- Para resolver um mesmo problema identificam-se duas ou mais estratégias de resolução;
- Os alunos utilizam, sobretudo, estratégias de cálculo associadas à adição ou a multiplicação;
- A estratégia mais utilizada pelos alunos é a aditiva, mais concretamente, envolvendo a adição repetida;
- Por vezes, os alunos utilizam a mesma estratégia de resolução para diferentes problemas;
- Regista-se, em muitos dos problemas, o uso de estratégias de resolução informais, nomeadamente, estratégias icónicas de agrupamento.

6.2.2. Quais as fases de resolução, propostas por Polya, a que os alunos recorrem na resolução de problemas?

Através da análise das resoluções dos alunos, pode-se concluir que, desde o primeiro problema, a maioria evidenciou recorrer às três primeiras fases de resolução de problemas, propostas por Polya: compreender o problema, encontrar uma estratégia de resolução e aplicar a estratégia de resolução. Contudo, pareceram fazê-lo de um modo intuitivo, dado que não se verificou um reconhecimento das mesmas por parte de muitas crianças, nas respostas aos questionários referentes aos problemas da primeira tarefa.

A fase de resolução que menos alunos parecem ter percorrido é a quarta, verificar a resposta, mas tal facto não significa que esta fase não tenha sido também realizada, no entanto, através das resoluções escritas e das discussões coletivas, não é possível retirar evidências que comprovem que a mesma foi percorrida por mais alunos. Ainda assim, no T2-P3 verifica-se que oito crianças, ou seja, quatro pares, realizaram com sucesso as quatro fases de resolução de problemas, apresentando dados que comprovam também a verificação do resultado, nomeadamente, através do uso de operações de cálculo inversas.

Gradualmente, os alunos parecem ter-se habituado a pensar, de facto, nas fases de resolução e a aplicá-las conscientemente. De acordo com as tabelas 13 e 14 presentes neste trabalho, torna-se possível observar que ao longo desta investigação, o conhecimento dos alunos acerca das quatro fases de resolução de problemas propostas

por Polya parece ter evoluído, uma vez que as suas respostas acerca desta questão, no último problema, encontram-se mais próximas do que registei com a análise das suas resoluções e das discussões coletivas, quando comparadas com as respostas fornecidas no primeiro problema da Tarefa 1. Ainda assim, verifica-se que os alunos não distinguem claramente a segunda e terceira fases, “encontrar uma estratégia de resolução” e “aplicar uma estratégia de resolução”, o que, de acordo com Boavida et al. (2008), poderá estar relacionado com o facto de estas fases estarem muito ligadas, pois a estratégia começa a ser elaborada, assim que o plano é delineado.

De modo a responder à questão “Quais as fases de resolução, propostas por Polya, a que os alunos recorrem na resolução de problemas?”, concluo que:

- As três primeiras fases de resolução de problemas propostas por Polya – compreender o problema, pensar numa estratégia de resolução e aplicar a estratégia de resolução – são as que mais alunos evidenciam percorrer;
- A quarta fase, verificar a resposta, é a que menos alunos parecem realizar;
- Quando verifica a sua resposta, a maior parte dos alunos esclarece a sua resolução por escrito, sobretudo, com recurso ao uso de outra operação de cálculo;
- Através das respostas aos questionários, pode-se afirmar que a noção dos alunos acerca das fases de resolução parece evoluir ao longo da investigação realizada.

6.2.3. “Qual a perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas?”

A resposta a esta questão está associada à análise dos gráficos presentes na secção da análise da perceção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas na resolução de problemas matemáticos, referentes aos questionários finais preenchidos pelos alunos e que remetem para a sua apreciação acerca do projeto realizado.

Desde que foi explicado ao grupo que iríamos trabalhar matemática a partir de histórias infantis, que as crianças manifestaram um grande interesse por esta abordagem, destacando o seu gosto pelas histórias e revelando que nunca haviam realizado tarefas semelhantes. Ao analisar os questionários finais, os alunos evidenciaram ter mantido o interesse pela metodologia adotada, afirmando que gostaram de trabalhar a resolução de

problemas através da literatura infantil, uma vez que “é divertido” e “ajudou a perceber melhor os problemas”. Estas respostas salientam o carácter lúdico da investigação proposta, associado à compreensão da resolução de problemas. As histórias seleccionadas parecem também ter sido do interesse da maioria das crianças, sobretudo a história “365 Pinguins”, de Jean-Luc Fromental e Joelle Jolivet, tal como evidencia a análise do questionário final (**Gráfico 2**).

Como se observa nos gráficos 5 a 8, os alunos consideraram que as histórias infantis contribuíram positivamente para a compreensão e aplicação das quatro fases de resolução de problemas, propostas por Polya, pois, à exceção de um aluno, que na questão “As histórias infantis ajudaram-te a perceber se os resultados obtidos nos problemas estavam corretos?”, respondeu negativamente, em todas as outras questões relacionadas com as fases de resolução de problemas (questões 3 à 6), a totalidade das respostas foi afirmativa. Os alunos não só manifestaram o gosto pelo trabalho, como também foi visível o seu entusiasmo ao longo das tarefas, bem como a sua vontade de participar e partilhar as suas estratégias, revelando também um maior interesse e facilidade em resolver estes problemas, do que os propostos em situações distintas, sobretudo, porque ao encontrarem a solução para o problema, completavam a lengalenga ou a história trabalhada.

Com base no mencionado nesta secção e de modo a responder à questão “Qual a percepção dos alunos acerca do contributo das histórias infantis exploradas para a resolução de problemas?”, torna-se possível afirmar que:

- Os alunos evidenciam ter gostado de trabalhar a resolução de problemas matemáticos a partir de histórias infantis;
- As obras seleccionadas aparentam ser do agrado dos alunos, destacando-se “365 Pinguins”;
- Os alunos consideram que trabalhar a resolução de problemas com histórias infantis é divertido e contribui para uma melhor compreensão dos problemas trabalhados;
- Embora não existam evidências de que a partir de histórias infantis os alunos desenvolveram melhor a resolução de problemas do que se tivessem realizado apenas problemas, o interesse manifestado, leva-me a afirmar que os alunos evidenciam considerar que as histórias contribuem favoravelmente para o desenvolvimento das fases de resolução de problemas.

6.3. Reflexão global do estudo

Uma vez terminado este trabalho, torna-se possível analisar a investigação realizada e refletir acerca da mesma, nomeadamente, acerca das aprendizagens adquiridas e das dificuldades sentidas.

O tema deste trabalho foi escolhido desde cedo, pois, desde o início do mestrado, que soube que queria realizar a dissertação focada no contributo da literatura infantil em aprendizagens diversas. Ao confrontar-me com a necessidade de optar por uma área específica, facilmente a escolhi, dado que a matemática é uma área que muito interesse me desperta, mas em que os alunos tendem a ter mais dificuldade e a sentir menos motivação. Assim, surgiu o objetivo do estudo – “Compreender o contributo da Literatura Infantil no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de alunos do 3.º ano de escolaridade”.

Apesar de a professora cooperante se ter revelado receptiva à temática da investigação, referindo que poderia ser uma abordagem motivadora para os alunos, ao iniciar o estágio com a turma em que o projeto foi realizado, surgiram-me alguns receios, uma vez que se tratava de uma turma mista, ou seja, com terceiro e quarto anos de escolaridade, e por, de acordo com a professora, se tratarem de alunos com grandes dificuldades de aprendizagem.

Ao contrário do que esperava, o facto de ser uma turma mista não se revelou um constrangimento, uma vez que os alunos do quarto ano eram acompanhados por uma professora auxiliar, que geria grande parte do horário destas crianças e, deste modo, foquei-me em realizar o projeto apenas com os alunos do terceiro ano. Relativamente às dificuldades de aprendizagem de muitos dos alunos, considero que foram sendo contornadas ao longo da investigação, quer através do modo como era feita a introdução das tarefas, em que se resolviam em grupo pequenos problemas, quer através das discussões coletivas, em que se partilharam as estratégias de resolução utilizadas, promovendo um ambiente de aprendizagem ativa, em que se atribuía ao aluno um papel central. As discussões coletivas que foram realizadas constituíram também importantes momentos de aprendizagem, dado que promoveram a reflexão sobre as diferentes estratégias utilizadas, bem como uma conexão entre as mesmas, observando como estratégias de resolução com diferentes níveis de complexidade podem ser igualmente eficazes.

Considero importante referir que, desde o primeiro problema proposto, fiquei surpreendida com o verdadeiro interesse manifestado pelo grupo. Nuno é uma criança que demonstrava pouco interesse nas atividades desenvolvidas em sala de aula, bem como dificuldade e desmotivação na realização das mesmas. Logo no primeiro problema da primeira tarefa, este aluno revelou um grande empenho e vontade de participar nas discussões coletivas, evidenciando a sua compressão acerca dos conceitos trabalhados e o gosto pelas tarefas, refletindo o contributo das mesmas para a sua aprendizagem.

O facto de as tarefas 2 e 3 terem sido realizadas em pares revelou também ser positivo, pois possibilitou uma melhor compreensão dos problemas por parte dos alunos, promovendo uma partilha de conhecimentos e uma participação mais ativa na discussão coletiva por parte das crianças mais inibidas ou com maiores dificuldades, uma vez que tentei sempre que ambos os elementos do par clarificassem a sua resolução. Ana é uma menina que realizou a maioria dos problemas com relativa facilidade, recorrendo a diversas estratégias de resolução, revelando os seus conhecimentos e as potencialidades das mesmas. Contudo, no momento de partilhar as resoluções, algo que tentei que cada aluno fizesse pelo menos uma vez em cada tarefa, a menina revelava-se pouco à vontade para fazê-lo, por ser uma criança tímida. Ao resolver os problemas com um colega, revelou sempre um grande empenho e, com as discussões coletivas a tornarem-se parte da rotina, a aluna começou a evidenciar uma maior vontade de participar, revelando que o que mais gostou neste projeto foi de trabalhar em equipa. Outras crianças manifestaram pouca vontade de ceder à opinião do colega, recusando-se a utilizar uma estratégia de resolução diferente da que haviam escolhido, como é o caso do par formado por Martim e Tiago, que no T2-P3 não se entenderam relativamente à estratégia a usar.

Dois dos alunos com maiores dificuldades mostraram uma menor vontade de participar na resolução dos problemas, uma vez que os seus parceiros os iriam resolver. Para colmatar este constrangimento, a partir do momento em que os problemas começaram a ser resolvidos em pares, antes de dar início à leitura das lengalengas ou da história, procurei formar pares equilibrados, no sentido em que, apesar de dar liberdade aos alunos para decidirem com quem queriam trabalhar, em alguns casos tentei juntar alunos que sabia que iriam incentivar e ajudar os colegas com mais dificuldades.

Durante a realização do estudo, por vezes, senti dificuldade em saber quando intervir durante a realização dos problemas, pois é importante que seja disponibilizado tempo aos alunos para compreender o problema e procurar uma maneira de o resolver. Quando observei que alguma criança estava com dúvidas que a impediavam de resolver o problema, tentei apenas colocar algumas questões que a ajudassem a compreender melhor o enunciado, ou, ao ver que a maioria dos alunos tinha a mesma questão, esclarecia-a para todo o grupo, podendo pedir a algum aluno que a soubesse clarificar que o fizesse, sem nunca revelar uma estratégia ou a solução.

O terceiro problema da Tarefa 1 foi o problema em que mais alunos manifestaram dificuldades na sua resolução, neste sentido, em conjunto, esclareci o que se considerava um par diferente, ou seja, não se podiam juntar os mesmos dois meninos mais do que uma vez, independentemente da ordem em que surgissem. Ainda assim, e pedindo que algumas crianças dessem exemplos de pares, questionando-as se o Artur e o Serafim e o Serafim e o Artur seriam o mesmo par e questionando, a título de exemplo, “se o Rodrigo e a Ana formarem um par, o par será diferente se for formado pela Ana e o Rodrigo?”, a maior parte dos alunos revelou não compreender o problema apresentado.

Considero que o Problema 3 da Tarefa 1 foi aquele em que os alunos sentiram mais dificuldades, mas também aquele em que eu, enquanto professora, senti maiores constrangimentos, uma vez que observei que, apesar de tentar esclarecer o problema de diferentes maneiras, pedindo a alguns alunos que o relessem em voz alta e enumerassem diferentes pares, a maioria das crianças não o conseguiu resolver.

Globalmente, apesar de terem sido registadas algumas dificuldades, como a acima mencionada, considero que este projeto contribuiu de forma positiva para a aprendizagem das crianças, sobretudo relativamente à resolução de problemas, indo ao encontro das conclusões dos estudos de Sousa (2015) e Ribeiro (2018), que salientam o contributo da literatura infantil no desenvolvimento desta capacidade. Nesta investigação é possível afirmá-lo, quer pelo interesse manifestado, quer pela vontade dos alunos em participar nas discussões coletivas, verificando-se um maior empenho nestas tarefas do que em outras que não tinham uma história associada.

Ao longo deste trabalho, também eu aprendi muito, tanto através da sua implementação, como através da literatura consultada, acerca de um tema que sempre me interessou, o que contribuiu para uma maior motivação durante o seu desenvolvimento e

realização junto dos alunos, promovendo um ambiente favorável para uma maior aprendizagem de ambas as partes. Assim, concluo que este projeto de investigação, que marca o terminar de um ciclo, foi uma mais-valia para a minha formação, permitindo-me desenvolver conhecimentos que me serão bastante úteis enquanto profissional na área da educação.

Referências

- Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, pp. 7-10 e 35.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: ME-DEB.
- Afonso, N. (2005). *A investigação naturalista em Educação: um guia prático e crítico*. Porto: ASA.
- Agrupamento de Escolas Michel Giacometti. (2014). *Projeto Educativo*. Quinta do Conde.
- Aires, L. (2015). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Boavida, A. M. (1993). *Resolução de Problemas em Educação Matemática - Contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores* (Vol. I). Lisboa: Universidade Nova de Lisboa - Faculdade de Ciências e Tecnologias.
- Boavida, A. M., & Menezes, L. (2012). Ensinar Matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e racionar: contornos e desafios. *Investigação em Educação Matemática — Práticas de ensino da Matemática*, pp. 287-295.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J., Mendes, F., Delgado, C., & Rocha, I. (2005). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e Exigências Curriculares* (1 ed., Vol. 1). Associação de Professores de Matemática.

- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da Investigação—Guia para Auto-aprendizagem* (2ª ed.). Lisboa: Universidade Aberta.
- Carvalho, L. C. (s.d.). *Metodologias e Técnicas de Investigação*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Costa, A. L., & Mendes, F. (2017a). Investigação na sala do Jardim-de-Infância - uma história infantil com Matemática. *VIII seminari internacional L'aula com a àmbit d'investigació sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de llengües*. Vic: Universitat de Vic.
- Costa, A. L., & Mendes, F. (2017b). Leitura e matemática em diálogo. *Língua e literatura na escola do século XXI*. Lisboa: APP.
- Coutinho, C. P. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. R. (2009). Investigação-acção : metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revista Psicologia, Educação e Cultura*, XIII(2), 455-479.
- Fernandes, S. M. (2007). *Actividades de Investigação Matemática no 1º ciclo do Ensino Básico: O contributo dos ambientes de aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Flevaris, L. M., & Schiff, J. R. (2014). Learning mathematics in two dimensions: a review and look ahead at teaching and learning earlychildhood mathematics with children's literature. *Frontiers in Psychology*(459).
- Fromental, J. L., & Jolivet, J. (2013). *365 Pinguins*. Lisboa: Orfeu Negro.
- Graue, M. E., & Walsh, D. (2003). *Investigação etnográfica com crianças: teorias, métodos e ética*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos (ProjAVI). (2013). *PISA 2012, Portugal - Primeiros Resultados*. Lisboa: ProjAVI Grupo de Projeto para a Avaliação Internacional de Alunos.
- ISCAP. (s.d.). *Processos de Recolha de Informação em RH*. Porto: Instituto Superior de Contabilidade e Administração do Porto. Obtido em 10 de março de 2019, de <http://www.aeiscap.com/wp-content/uploads/2018/01/Processos-de-Recolha-de-informa%C3%A7%C3%A3o-em-RH-Apontamentos.pdf>

- Janes, R. C., & Strong, E. L. (2014). *Numbers and Stories: Using Children's Literature to Teach Young Children Number Sense*. Thousand Oaks: Corwin.
- Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J. M., Oliveira, M. J., Delgado, M. J., . . . Graça, T. (1990). *Actividades Matemáticas na Sala de Aula*. Lisboa: Texto Editora.
- Marques, A. B., Oliveira, H. A., Santana, F. D., & Chagas, W. d. (16 a 20 de setembro de 2013). O lugar das aulas de Matemática na Resolução de Problemas. *VII CIBEM*, (pp. 3221-3228). Montevideo, Uruguai. Obtido em 30 de junho de 2019, de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/821.pdf>
- Marston, J. (2014). Identifying and using picture books with quality mathematical content. *Australian Primary Mathematics Classroom*, pp. 14-23.
- Martins, G. d., Gomes, C. S., Brocardo, J. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L., Ucha, L. M., . . . Rodrigues, S. V. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: ME-DGE.
- Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.
- McKeny, T. S., & Foley, G. D. (2012). *Tales, Tasks, Tools and Talk* (Vols. 5, nº2). NCTM.
- Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número : um estudo com alunos do 1.º ciclo*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa - Instituto de Educação).
- Mendes, F., & Costa, A. L. (2018). Para uma bibliografia comentada de livros infantis "com matemática". *Educação e Matemática*, 147, pp. 3-8.
- Menezes, L. (2011). Matemática, Literatura & Aulas. *Educação e Matemática*, 115, pp. 67-71.
- Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.

- Ministério da Educação. (2004). *Organização Curricular e Programas: Ensino Básico — 1.º Ciclo* (4.ª ed.). (D. d. Básica, Ed.) Lisboa: ME-DEB.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: MEC.
- Ministério da Educação e Ciência. (2018). *Aprendizagens essenciais de Matemática - 3º ano*. Lisboa: ME-DGE.
- Nabb, K., Hofacker, E. B., Ernie, K. T., & Ahrendt, S. (março de 2018). Using the 5 Practices in Mathematics Teaching. *Mathematics Teacher*, 11, pp. 366-373.
- NCTM. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Neves, M. C. (2013). *Tantos Animais e Outras Lengalengas de Contar*. Lisboa: Planeta Tangerina.
- O'Connell, S. (2007). *Introduction to Problem Solving, Grades PreK-2*. Portsmouth: Heinemann.
- Polya, G. (2003). *How to Solve It - A New Aspect of Mathematical Method*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. *Refletir e investigar sobre a prática profissional*, pp. 5-28.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em *O professor e o desenvolvimento* (GTI ed., pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática: implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2015). Exercícios, problemas e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante*, 2, pp. 111-134.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., . . . Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Ribeiro, B. (2018). *Histórias com desafios matemáticos - A literatura infantil como meio potenciador da resolução de problemas matemáticos* (dissertação de mestrado). Escola Superior de Educação, Setúbal.

Sanches, I. (2005). Compreender, Agir, Mudar, Incluir: Da investigação-acção à educação inclusiva. *Revista Lusófona de Educação*, 5, pp. 127-142.

Serrazina, L. (s.d.). *Resolução de Problemas*. Viseu: Escola Superior de Educação de Viseu. Obtido em 09 de março de 2019, de http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Problemas_texto_Coord.pdf

Silva, P. A. (2012). *Influência da Literatura Infantil na Motivação para a Leitura*. Coimbra: Instituto Politécnico de Coimbra - esec. Obtido em 9 de dezembro de 2018, de https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/12570/1/PAULA_SILVA.pdf

Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). *Ler, Escrever e Resolver Problemas: Habilidades Básicas para Aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora.

Soares, M. T., & Pinto, N. B. (s.d.). *Metodologia de Resolução de Problemas*. Obtido de Secretaria da Educação.

Sousa, C. (2015). *Aprender a resolver problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade* (dissertação de mestrado). Escola Superior de Educação, Setúbal.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, pp. 455-488.

Thompson, I. (2010). Getting your head around mental calculation. Em I. Thompson, *Issues in teaching* (2ª ed., pp. 161-173). UK: Open University Press - McGraw-Hill Education.

Usiskin, Z. (November de 1995). Paper-and-Pencil Skills in a Calculator/Computer Age. *UCSMP Newsletter*. Obtido em 31 de julho de 2019, de <http://d75gtjwn62jkj.cloudfront.net/16.pdf>


Vale, I., Fão, A., Portela, F., Geraldês, F., Fonseca, L., Gigante, M., . . . Pimentel, T. (2006). *Matemática no 1º Ciclo: Propostas para a sala de aula*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo .

Vieira, L., Carvalho, P., & Cadeia, C. (2007). Resolução de Problemas. Em A. Gomes, *Mat1C – Desafio à Matemática*. Braga: Universidade do Minho - Instituto de Estudos da Criança.


Apêndices

Apêndice A. Inquérito por questionário pós resolução de problemas

Questionário


 **Onde tiveste mais dificuldade?**

- Compreender a lengalenga
- Compreender a pergunta
- Encontrar uma forma de chegar à resposta
- Encontrar a resposta
- Outra. Qual? _____

 **A história ajudou-te a compreender o problema?**


- Sim
- Não

Porquê? _____


 **A lengalenga ajudou-te a encontrar uma maneira de resolveres o problema?**

- Sim
- Não







Porquê? _____

 **O que fizeste para resolver o problema?**

- Reli a lengalenga
- Reli a pergunta
- Procurei uma maneira de encontrar a resposta
- Resolvi o problema com a estratégia que encontrei
- Verifiquei se a resposta estava certa

 **O que aprendeste?**

Apêndice B. Inquérito por questionário pós resolução de problemas reformulado

Questionário	
 A história ajudou-te a compreender o problema?	
<input type="checkbox"/> Sim	
<input type="checkbox"/> Não	
Porquê?	_____
 A história ajudou-te a encontrar uma maneira de resolveres o problema?	
<input type="checkbox"/> Sim	
<input type="checkbox"/> Não	
Porquê?	_____
 O que fizeste para resolver o problema?	
<input type="checkbox"/> Reli o problema	
<input type="checkbox"/> Procurei uma maneira de encontrar a resposta	
<input type="checkbox"/> Resolvi o problema com a estratégia que encontrei	
<input type="checkbox"/> Verifiquei se a resposta estava certa	
 Onde tiveste mais facilidade?	
<input type="checkbox"/> Compreender a lengalenga	
<input type="checkbox"/> Compreender a pergunta	
<input type="checkbox"/> Encontrar uma forma de chegar à resposta	
<input type="checkbox"/> Encontrar a resposta	
<input type="checkbox"/> Outra. Qual? _____	
Porquê?	_____
 Onde tiveste mais dificuldade?	
<input type="checkbox"/> Compreender a lengalenga	
<input type="checkbox"/> Compreender a pergunta	
<input type="checkbox"/> Encontrar uma forma de chegar à resposta	
<input type="checkbox"/> Encontrar a resposta	
<input type="checkbox"/> Outra. Qual? _____	
Porquê?	_____
 O que aprendeste?	

Apêndice C. Inquérito por questionário final

Questionário “Resolução de Problemas através de histórias infantis”

Neste período, resolvemos alguns problemas que surgiram através da leitura de algumas histórias. Ao responderes a este questionário, ajudas-me a saber a tua opinião sobre a utilização de histórias infantis na resolução de problemas matemáticos.

 **Gostaste de trabalhar matemática a partir de histórias?**

Sim Não

Porquê? _____

 **Qual a história que gostaste mais de trabalhar?**


Lengalenga dos Pares Lengalenga dos Bolos Pequenininos 365 Pinguins

Porquê? _____

 **As histórias ajudaram-te a compreender melhor os problemas?**


Sim Não

Porquê? _____

 **As histórias ajudaram-te a construir as estratégias de resolução dos problemas?**


Sim Não

Porquê? _____

 **As histórias ajudaram-te a aplicar as estratégias em que pensaste para resolver os problemas?**


Sim Não

Porquê? _____

 **As histórias ajudaram-te a perceber se os resultados obtidos nos problemas estavam corretos?**

Sim Não

Porquê? _____

 **O que gostaste mais neste trabalho? Porquê?**

 **O que gostaste menos neste trabalho? Porquê?**

Problema 1

E se fossem 18 meninos

Preparados para dançar

Quantos pares se podiam formar?

Preparados para dançar

Quantos pares se podiam formar?

Problema 2

Mas ao fundo do jardim,

Vejo o Artur e o Serafim,

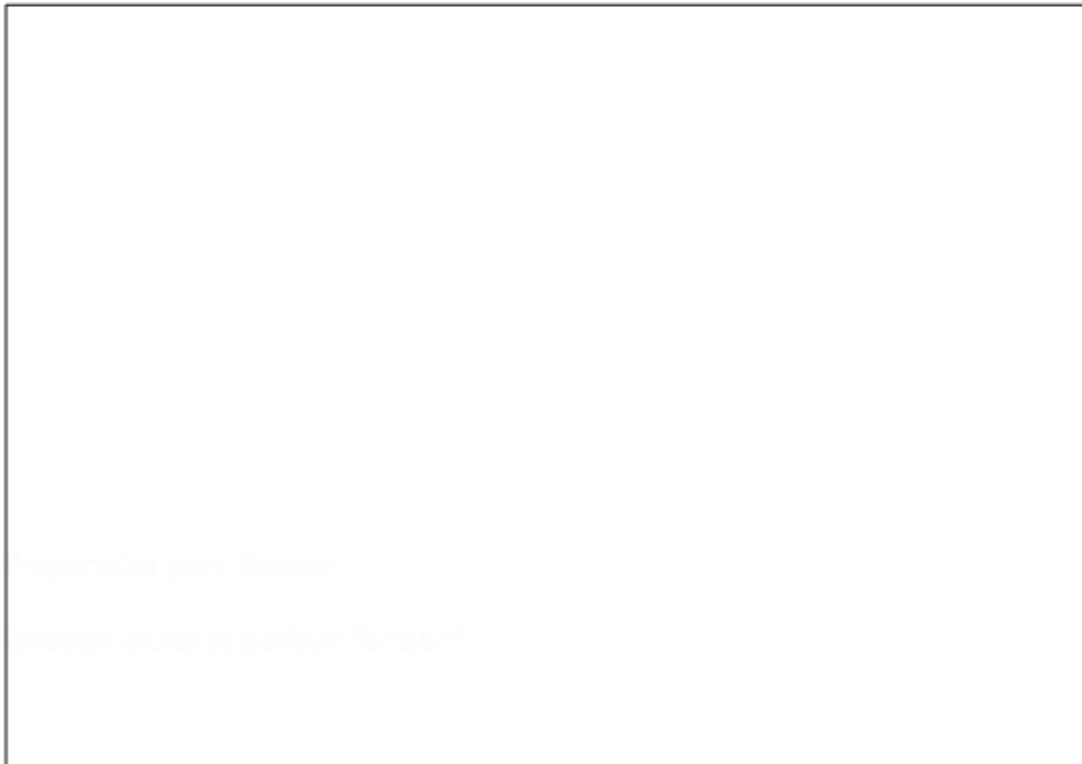
O Vitor e Delfim,

A Sandra, o Benjamim e o Joaquim.

Estão bem contentes a rir.

7 meninos. E agora? Alguém vai ficar de fora?

És tu quem vai descobrir.



Problema 3

O Joaquim teve de parar

Mas os outros meninos

Continuaram a dançar

Então, e agora? Quantos pares se podem formar?

Os meninos continuam a dançar

Não há forma de os parar.

Ao mesmo amigo não querem voltar.

Quantos pares diferentes se podem formar?

A large empty rectangular box with a thin black border, intended for a student to draw or write their solution to the problem. The box is positioned below the text of the problem.

Problema 1

Agora somos 4

E temos 24 bolos pequeninos

Quantos comerá

Cada um dos meninos?

Explica como pensaste



Apêndice H. Tarefa 2 – Problema 2

Problema 2

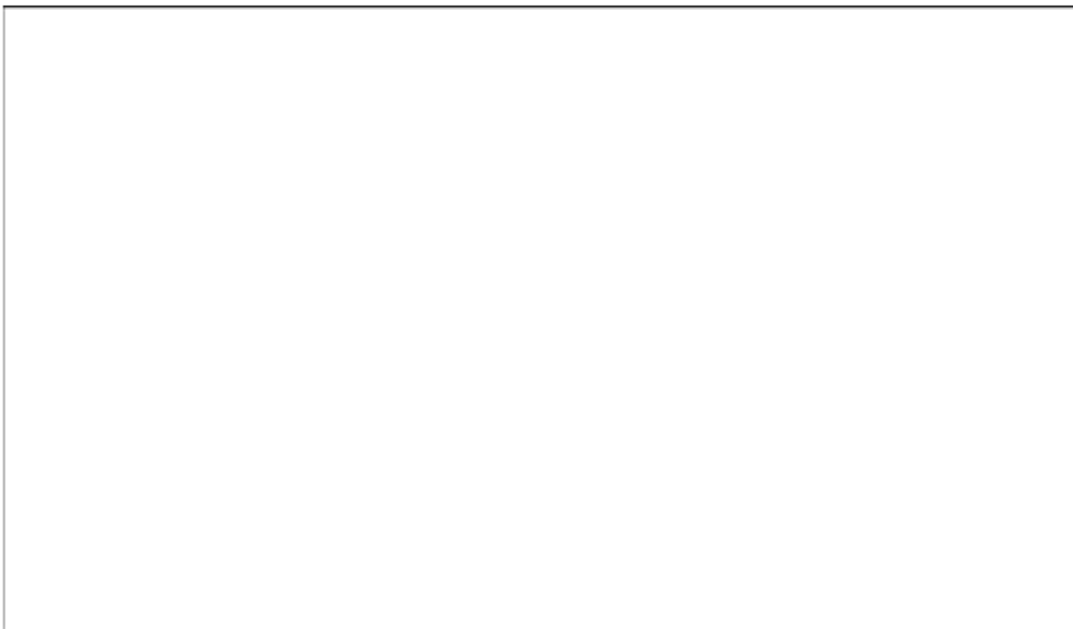
Vieram mais 4

E ficámos 8 meninos.

O que comerei

Desses bolos pequeninos?

Explica como pensaste



Problema 3

Agora comprei

Mais 12 bolos pequeninos

Mas ficámos apenas 6 meninos

Quanto comerei dos 36 bolinhos?

Explica como pensaste



Problema 4

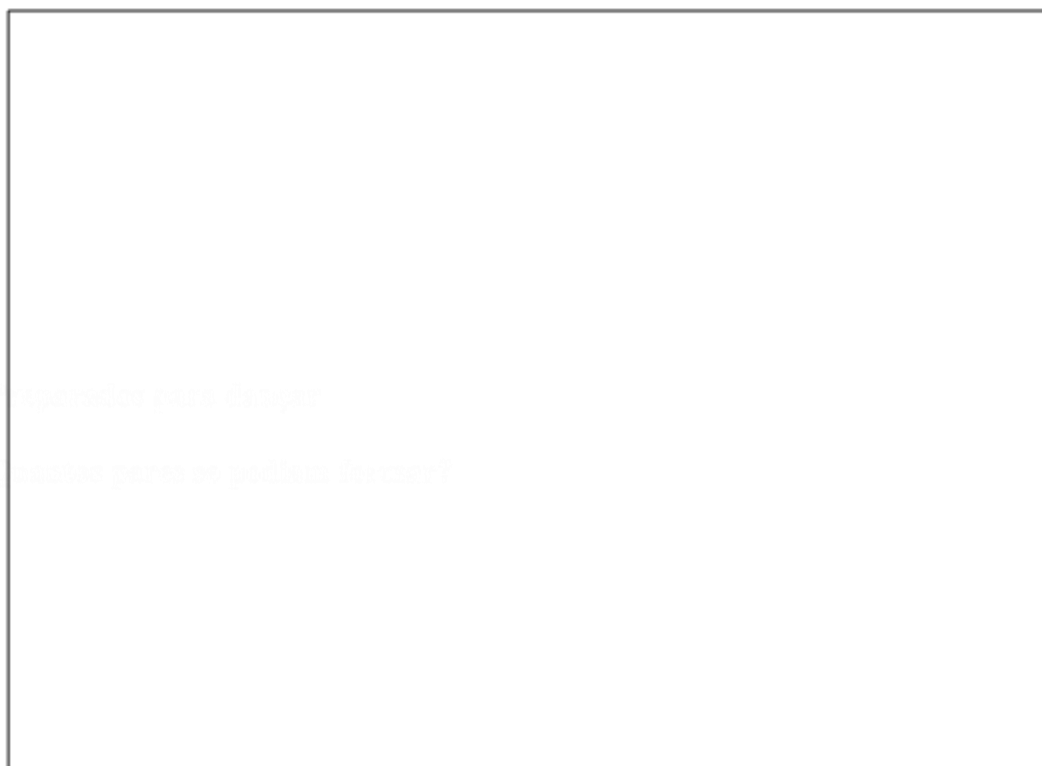
Agora não queremos mais nenhum dos bolinhos.

Vou guardá-los bem juntinhos

Em cada caixa cabem 4 bolos pequeninos

De quantas caixas preciso para guardar os 36 bolinhos?

Explica como pensaste



Problema 1

A família decidiu organizar os pinguins de acordo com a imagem.
Quantos pinguins tem a família neste dia?

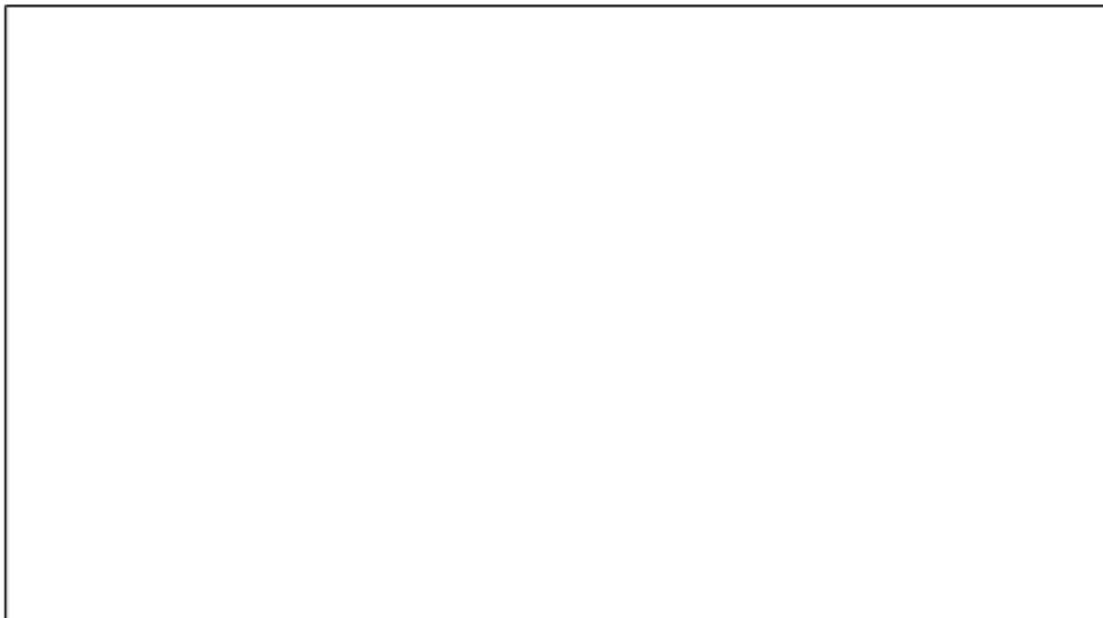
Explica como pensaste



Problema 2

Se a família conseguisse organizar os pinguins em 6 pirâmides de 21 cada uma, quantos pinguins teria a família neste dia?

Explica como pensaste



Problema 3


No dia 31 de março, a família recebeu o nonagésimo pinguim. Se os quisessem arrumar em caixas de cinco pinguins cada, de quantas caixas precisariam para arrumar os 90 pinguins.

Explica como pensaste

Apêndice N. Resolução incorreta do T3 – P2

$$30 + 30 + 40 = 100$$

Anexos



PaRes


O baile vai começar.
Cada qual que arranje par.
6 meninos ali estão.
Quantos pares se formarão?
Ora vamos lá a ver:
A Maria e o João.
A Carminho e o Tristão.
A Inês e o Romão.
3 pares. Tens toda a razão.

8 meninos ali estão.
Quantos pares se formarão?
Ora vamos lá a ver:
A Cátia e a Mariana.
A Tónia e a Susana.
O Vítor e a Joana.
O António e a Alberta.
4 pares. — Resposta certa.

5 meninos ali estão.
Quantos pares se formarão?
A Sara e o Miguel.
O Chico e o Joel.
Oh! Mas pobre do Manuel!
Acho que ele está a chorar.
Não consegue arranjar par.

E chegam mais 12 meninos.
preparados p'ra dançar.
12? É tão fácil calcular!
6 pares se irão formar.

Mas, ao fundo do jardim,
vejo o Artur e o Serafim,
o Vítor e o Delfim,
a Sandra, o Benjamim e o Joaquim.
Estão bem contentes, a rir.
7 meninos. E agora? Alguém vai ficar de fora?
És tu quem vai descobrir.



27

Anexo B. Lengalenga Bolos Pequenos (Neves, 2013)

bolos pequenos

Tenho uma caixa com 12 bolos pequenos que me deu o meu padrinho. Vou comer os 12 bolos se os comer todos sozinho.

Se os dividir com o meu irmão já seremos 2 meninos: cada um comerá 6 desses bolos pequenos.




Mas, se vier o João seremos já 3 meninos: cada um comerá 4 desses bolos pequenos.

Porém, se vem o André, seremos já 4 meninos: e cada um comerá 3 desses bolos pequenos.

Se chegarem os meus primos, seremos pois 6 meninos: cada um comerá 2 desses bolos pequenos.

E se aparecerem mais 6, seremos 12 meninos: cada qual comerá 1 desses bolos pequenos.

Pois... quanto mais forem os meninos, por quem eu vá dividir os bolos que recebi, menos come cada um. Isso já eu percebi.



38