EDUCAÇÃO

ESCOLA SUPERIOR
POLITÉCNICO SETÚBAL

DANIELA SOFIA DOS SANTOS NEVES

A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES NO 3.º ANO DE ESCOLARIDADE

Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

ORIENTADORA Professora Doutora Célia Maria Martins Vitorino Mestre

dezembro de 2024

DANIELA SOFIA DOS SANTOS NEVES

A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES NO 3.º ANO DE ESCOLARIDADE

JÚRI

Presidente: Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes, Escola Superior de Educação,Instituto Politécnico de Setúbal.
Arguente: Professora Doutora Joana Filipa Oliveira Cabral, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal
Orientador (a): Professora Doutora Célia Maria Martins Vitorino Mestre, Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal

dezembro de 2024

Dedico este trabalho ao meu querido pai, que, infelizmente, não pôde presenciar a conclusão da minha licenciatura nem a realização do meu mestrado. Ofereço-lhe este trabalho com todo o meu amor e carinho.

AGRADECIMENTOS

"Aqueles que passam por nós, nunca vão sós, deixam um pouco de si e levam um pouco de nós".

Antoine de Saint-Exupéry

A presente dissertação marca o encerramento de mais uma etapa do meu percurso académico. No decorrer desta jornada cheia de desafios, foi necessário muito esforço e dedicação para adquirir conhecimentos e aperfeiçoar as minhas competências pedagógicas. Para isso, contei com o apoio de várias pessoas às quais quero expressar a minha gratidão:

À minha mãe, por todos os conselhos, carinho e pelas palavras de conforto. Por nunca me deixares desistir, mesmo nos momentos em que estive perto de o fazer. Obrigada por todo o teu apoio, por me ensinares a trilhar o caminho da vida e por me permitires a seguir sempre os meus próprios passos. Obrigada pela paciência nos dias em que chegava a casa stressada e por todas as lágrimas que limpaste, muitas vezes sem eu conseguir explicar o motivo. Finalmente podemos dizer "Já está!".

À minha irmã e ao meu sobrinho, pelos "docinhos" nos dias mais difíceis, por me ouvirem e animarem, e por suportarem o meu mau humor nas alturas mais complicadas. Nuno, cuidado, tens uma tia professora!!

Ao meu namorado, por estares sempre ao meu lado, pelo carinho e compreensão. Por seres o meu braço direito em tudo. Obrigada por me ouvires sempre que precisava, por me acalmares e por todo o auxílio que me deste nos trabalhos. Agradeço a Deus por teres entrado na minha vida, na fase mais complicada. Quando a vida parecia negra e sem esperança, tu vieste e ajudaste-me a torná-la colorida. Agradeço também pelos passeios revigorantes, pelos "nuggets", pelos "Chilly Bites" e, principalmente, pelos teus abraços calmantes. Obrigada por caminhares comigo nesta jornada.

À minha primeira estrela, o meu avô, que dizia com orgulho: "A minha neta é uma senhora professora."

À minha maior saudade, ao meu anjo da guarda, ao meu melhor amigo, o meu querido pai. Sei o quanto te orgulhavas de mim e também sei o quanto te orgulharias se pudesses ver até onde cheguei. Sei que todo este percurso foi feito contigo ao meu lado, sempre a olhar por mim e a proteger-me do céu. Consegui, Pai! E muito do que alcancei devo a ti.

À Filipa e à Mónica, por termos percorrido este caminho juntas. Agradeço por todas as lágrimas partilhadas, o apoio constante e a paciência. Obrigada pelos momentos de incentivo.

A todos os professores que cruzaram o meu percurso académico, mas em especial à professora Célia Mestre, que me acompanhou como orientadora de estágios e do Projeto Investigativo. Agradeço por aguentar os meus momentos de ansiedade e stress e por estar sempre pronta com uma palavra amiga e de incentivo.

Hoje, posso afirmar que estou a iniciar uma nova etapa da minha vida, uma fase que sonhei ao longo dos cinco anos de curso. É o início de um novo caminho, repleto de desafios, mas também de realizações, que me levará a aplicar tudo o que aprendi e a continuar a crescer pessoal e profissionalmente.

RESUMO

Este estudo foi conduzido durante o IV estágio do curso de Mestrado em Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, realizado em um contexto de 1.º Ciclo. Neste sentido, foi desenvolvida uma investigação que tinha como objetivo geral o seguinte: Compreender como os materiais manipuláveis podem contribuir para a aprendizagem das frações no 3.º ano de escolaridade. No decurso deste objetivo foram definidas duas questões de investigação, a saber: i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis pode promover a aprendizagem das frações? e ii) Quais as dificuldades reveladas pelos alunos na aprendizagem das frações e como é que os materiais manipuláveis ajudaram a ultrapassar essas dificuldades?

A metodologia adotada caracterizou-se pela sua natureza qualitativa enquadrando-se numa investigação sobre a prática. Para a recolha de dados, foram utilizados a observação participante não-estruturada, com registos em áudio e fotografias, e a recolha documental. A análise de dados foi feita a partir da análise de conteúdo, com categorias de análise.

Os resultados do estudo mostram que o uso de materiais manipuláveis foi importante para a aprendizagem das frações, tornando conceitos abstratos mais concretos e acessíveis aos alunos. Durante o meu projeto investigativo, os alunos partilharam estratégias, corrigiram erros e desenvolveram competências sociais e de autonomia. No entanto, também foram identificados alguns desafios, nomeadamente, na compreensão da equivalência de frações e na divisão da unidade em partes iguais. Mesmo com suporte visual, a transição entre o raciocínio concreto e o abstrato exigiu tempo e prática.

Palavras-Chave: Materiais Manipuláveis, Aprendizagem das Frações, Ensino Exploratório

ABSTRACT

This study was conducted during the “Estágio IV”, a curricular unit of the Masters’ Degree in Preschool and Primary Education, within a Primary Education context. In this regard, a research project was developed with the general aim of understanding how manipulatives can contribute to the learning of fractions in the 3rd grade. To achieve this goal, two research questions were defined: (i) How can the use of manipulatives promote the learning of fractions?, and (ii) What difficulties do students encounter in learning fractions and how can manipulatives help overcome these challenges?

The methodology adopted was characterised by its qualitative nature, fitting within the framework of practice-based research. Data collection methods included unstructured participant observation, supported by audio recordings and photographs, and document collection. Data were analysed was carried out through content analysis using predefined analytical categories.

The study's findings indicate that the use of manipulatives was significant for learning fractions, as it made abstract concepts more concrete and accessible to students. Throughout my research project, students shared strategies, corrected mistakes, and developed social and autonomy skills. However, certain challenges were identified, particularly in understanding fraction equivalence and dividing the whole into equal parts. Despite the visual support, the transition from concrete to abstract reasoning requires time and practice.

Keywords: Manipulatives, Fraction Learning, Exploratory Teaching

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS ____ V

RESUMO ____ VII

ABSTRACT ____ IX

Índice de anexos ____ XII

Índice de figuras ____ XII

Índice de tabelas ____ XIV

INTRODUÇÃO ____ 17

Motivação, pertinência, objetivo e questões do estudo ____ 17

Organização do relatório ____ 23

CAPÍTULO I ____ 25

ENQUADRAMENTO TEÓRICO ____ 25

1-Os números racionais ____ 25

2-Desafios na aprendizagem das frações ____ 27

3-Estratégias didáticas para o ensino das frações ____ 31

4-Os materiais manipuláveis e as frações ____ 36

4.1BLOCOS PADRÃO ____ 40

4.2CÍRCULOS DE FRAÇÕES ____ 43

CAPÍTULO II ____ 46

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO ____ 46

1-Opções Metodológicas ____ 46

1.1Natureza da investigação ____ 46

1.2A investigação sobre a prática ____ 50

1.3Ética com as crianças ____ 52

2-Recolha e Tratamento de dados 53
2.1Recolha de dados 53
3-Técnicas de análise de dados 57
4-Categorias de análise 58
CAPÍTULO III 60
INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA 60
1-O contexto e os participantes 60
2-A intervenção pedagógica 62
1.ª Sessão- Tarefa "O gato da joana" 64
2.ª Sessão- Tarefa "Família dos blocos padrão" 67
3.ª Sessão – Tarefa "Dobrar uma folha de papel" 70
4.ª Sessão- Tarefa "Os pizzaiolos das frações" 73
5.ªSessão- Tarefa "Dominó das frações" 76
CAPÍTULO IV 78
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS/RESULTADOS 78
1.ª Sessão- "O gato da joana" 78
2.ª Sessão- "Família dos blocos padrão" 83
3.ª Sessão- "Dobrar uma folha de papel" 88
4.ª Sessão- "Pizzaiolos das frações" 94
5.ªSessão" Dominó das frações" 104
CAPÍTULO V 110
CONSIDERAÇÕES FINAIS 110
BIBLIOGRAFIA 120
ANEXOS 124

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1-Quadro de categorias de análise ____________________ 124

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1- As seis peças dos Blocos Padrão 41
Figura 2-Círculos de Frações 43
Figura 3-Manual de Matemática Zupi 44
Figura 4- Contorno do gato da Joana que foi projetado 64
Figura 5- Manipulação dos Blocos padrão 65
Figura 6-Construção do Gato da Joana, com a silhueta 65
Figura 7- Contorno das peças utilizadas 66
Figura 8-Figura construída com o menor número de peças 66
Figura 9-Figura construída com o maior número de peças 67
Figura 10-Perguntas projetadas ao longo da tarefa 68
Figura 11-Folha de resolução da tarefa 69
Figura 12-Dobragem das folhas utilizando duas dobras 70
Figura 13-Pintura de ½ de azul e ¼ de cor de rosa 71
Figura 14- Estratégias de resolução para obter 4 partes iguais 72
Figura 15-Estratégias de resolução para obter 6 partes iguais 72
Figura 16-Base da Pizza 73
Figura 17-Folha para a escrita do anúncio publicitário 74
Figura 18-Círculos de frações utilizados na tarefa 75
Figura 19-Apresentação dos anúncios das pizzas 75
Figura 20-Folha de registo do dominó 76
Figura 21-Aprendizagens adquiridas escritas na cartolina 77

Figura 22-“Gato da Joana”utilizando trapézios e outras peças........79
Figura 23-“Gato da Joana”utilizando triângulo e outras peças........79
Figura 24-Exemplo de resolução da tarefa(maior e menor)............ 80
Figura 25-Contorno das peças utilizadas 80
Figura 26- Exemplo de quadro das aprendizagens adquiridas.........82
Figura 27- Relação entre o losango e trapézio 84
Figura 28-Relação do triângulo e do trapézio 85
Figura 29-Relação entre o hexágono e os trapézios.........................85
Figura 30-Relação entre o triângulo com o hexagono e losango 86
Figura 31-Estratégia de dobrar a folha em 4 partes iguais...............88
Figura 32-Outra estratégia de dobrar a folha em 4 partes................89
Figura 33-Pintura de ½ azul e ¼ cor de rosa....................................90
Figura 34-Explicação de como dobrar em 6 partes iguais 91
Figura 35- Pintura de 1/3 de verde, 1/3 amarelo e 1/6 laranja 92
Figura 36-Base da pizza dividida em 8 partes iguais.......................95
Figura 37-Pizza completa e dividida em 8 partes iguais..................95
Figura 38-Equivalência das frações 2/8 e 1/4 97
Figura 39-Fração simplificada em 1/4 99
Figura 40-Fração 2/8 não simplificada...100
Figura 41-Dificuldade na equivalência de frações.........................101
Figura 42-Equivalência de frações (2/6 e 1/3) 105
Figura 43-Equivalência de várias frações no dominó 106
Figura 44-Aprendizagem das frações escrita pelos alunos 108

INDICE DE TABELAS

Tabela 1 ____ 42

Tabela 2 ____ 58

Tabela 3 ____ 64

Tabela 4 ____ 83

Tabela 5 ____ 87

Tabela 6 ____ 94

Tabela 7 ____ 103

Tabela 8 ____ 109

INTRODUÇÃO

Este relatório apresenta uma investigação centrada no tópico Frações, realizada no âmbito da unidade curricular de Estágio IV do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Neste relatório apresenta-se todo o trabalho realizado ao longo de aproximadamente 10 semanas, entre 18 de março e 5 de junho de 2024, período correspondente ao estágio decorrido numa turma de 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa escola localizada no concelho de Almada.

MOTIVAÇÃO, PERTINÊNCIA, OBJETIVO E QUESTÕES DO ESTUDO

As minhas motivações para o desenvolvimento de um projeto de investigação inserido na área curricular da matemática estão intrinsecamente ligadas à minha experiência académica. Durante o ensino básico, perdi o entusiasmo pela disciplina da matemática, uma vez que o nível de dificuldade aumentava progressivamente ao longo dos anos e os meus professores não pareciam valorizar a utilização de diferentes estratégias de ensino. Assim, era difícil cativar o interesse dos alunos ou fomentar neles o gosto pela aprendizagem da matemática. Além do mencionado, durante a realização dos estágios passados, foi notória a falta de interesse dos alunos pela Matemática. Este aspeto revelou-se de extrema importância no meu percurso, pois comecei a observar atentamente, sempre que possível, a forma como os professores lecionavam esta disciplina. Tornei-me cada vez mais consciente do meu interesse, determinação e "necessidade" de abordar este tema no meu projeto de investigação.

Além do exposto, ao examinar diversos artigos sobre a área da Matemática, constatei que existiam poucos estudos sobre a aprendizagem das frações no 1.º ciclo. Considerando que as Aprendizagens Essenciais de 2021, atualmente em vigor, introduzem no 2.º ano de escolaridade, no tema "Números", o tópico "Frações", com os subtópicos "Significado de fração" e "Relações entre frações", e que estes tópicos continuam no 3.º ano de escolaridade, optei por este tema como foco para o meu projeto, com o intuito de melhor compreender a sua aprendizagem e formas de ultrapassar as dificuldades manifestadas pelos alunos.

A afirmação "Tenho verdadeira aversão à Matemática!" (Fragoso, 2001, p. 96), é secular e "são muitos os que expressam aversão, medo e pavor à Matemática, decorrente de experiências passadas, seja com professores ou com algum conteúdo dos diversos existentes na área" (Reis, 2005, p. 2, citado por Meireles, 2015, p.17). Este *insight* motivou-me a desenvolver um projeto investigativo, onde implementei tarefas que pretendiam permitir aos alunos aprender de forma divertida e sem medos. O meu objetivo era experimentar uma abordagem ao ensino da matemática utilizando métodos que não só facilitassem a compreensão dos conceitos, mas também que promovessem um ambiente de aprendizagem positiva e envolvente. Defendo que, ao promover atividades lúdicas e interativas, é possível diminuir a ansiedade e o receio que muitos alunos sentem perante esta disciplina, fomentando assim um maior gosto e interesse pela matemática.

Para além dos motivos pessoais mencionados, defendo ainda que é de extrema importância que os alunos compreendam as frações, sendo isso fundamental não só para a matemática como para vida quotidiana. Se compreender frações é essencial para a formação matemática dos alunos, as suas numerosas aplicações práticas, desde medições em culinária até à gestão financeira, são cruciais para a resolução de problemas do dia-a-dia. O estudo das frações também desenvolve o pensamento crítico e a capacidade de resolver problemas, pois assumem uma relevância extrema no "desenvolvimento de estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual dos alunos" (Monteiro & Pinto, 2007, p.16). Dada a sua centralidade no currículo escolar e a frequente dificuldade associada a este tópico, uma abordagem eficaz e envolvente das frações é vital para superar barreiras e fomentar um interesse duradouro na matemática.

Na minha opinião, é importante que o professor utilize estratégias de ensino que façam com que os alunos se sintam motivados e interessados pelos conteúdos matemáticos, tal como refere Eric Mazur (2014), um professor deve "[tentar] transformar a [sua] sala de aula numa sala de infantário (…) porque os miúdos pequenos tomam as rédeas da sua própria aprendizagem quando lhes despertamos curiosidade" (p. 9). O professor não é o único responsável pela dinâmica matemática que acontece na sala de aula, os alunos também têm um papel ativo, influenciando o desenvolvimento da aula através das suas intervenções e contribuições sobre o conteúdo em estudo. Apesar de preparar as aulas com elevado rigor e detalhe, o professor não consegue antecipar todos os problemas que possam surgir (Ponte, 2002). Muitas vezes, esses problemas são resolvidos com base no bom senso do professor, que, sem uma fórmula infalível, age conforme o que considera ser a melhor solução no momento. No entanto, uma abordagem que se baseia exclusivamente no bom senso nem sempre resulta em soluções adequadas, tanto do ponto de vista pessoal do professor quanto na melhoria das aprendizagens dos alunos. Como refere Ponte (2002), "o ensino é algo mais do que uma atividade rotineira onde se aplicam simplesmente metodologias pré-determinadas" (p. 5).

O motivo que me faz querer adotar uma metodologia de ensino que envolva a utilização de materiais manipuláveis no ensino da matemática deve-se ao facto de desejar proporcionar aos meus futuros alunos formas mais eficazes que permitam a compreensão dos conceitos matemáticos. Tenho ainda como desejo fomentar o gosto dos alunos pela matemática e de desconstruir a ideia de que fracassar é sinonimo de algo negativo, permitindo que percebam que é possível que aprender com os nossos erros, uma vez que “[todos] os alunos passam por momentos de insucesso enquanto não alcançam os objectivos definidos. Como tal, o insucesso não passa de um estado transitório e circunscrito ao tipo de aprendizagem que se ambiciona” (Alves & Leite, 2005, p.2).

Deste modo, defendo com afinco a utilização de materiais manipuláveis na matemática uma vez que “estes permitem que as crianças aprendam a partir dos seus próprios erros e a partir dos erros dos outros, possibilita o respeito pela diversidade, a aprendizagem de novos conteúdos matemáticos sem medo de fracassarem e desenvolve os processos psicológicos básicos necessários à aprendizagem dos conceitos matemáticos como a atenção, concentração, perceção, memória, resolução de problemas [e] procura de estratégias”(Alves & Brito, s.d., p. 1)

Na minha opinião, os materiais manipuláveis são essenciais para superar as dificuldades e o medo que muitos estudantes sentem em relação à temática das frações. Na minha experiência enquanto estudante do ensino básico, recordo-me de sentir medo e dificuldades nesta temática e acredito que, caso os meus professores tivessem adotado esta estratégia de ensino, teria ultrapassado os meus medos.

Assim sendo, os alunos de hoje, devem estar consciencializados pelo gosto da área da matemática, para que posteriormente consigam estimular aos seus próprios alunos o interesse e gosto por esta disciplina, de acordo com Shuard e Cooney (citado por Serrazina, 2002, p. 10), "os professores ensinam como eles próprios foram ensinados". Por isso, é imperativo apostar na sua formação enquanto docentes.

Ao analisar as Aprendizagens Essenciais de Matemática (Canavarro et al., 2021), implementadas no ano letivo de 2022/2023 no 3.º ano de escolaridade, verifica-se que o tema das Frações está integrado no tema dos Números. Este tema está organizado em seis tópicos, destacados a seguir, com os respetivos subtópicos:

- **Números naturais**: Usos do número natural

- Sistema de numeração decimal: Valor posicional.

- **Relações numéricas**: Composição e decomposição e Factos básicos da multiplicação e sua relação com a divisão.

- Frações: Significado de fração e Relações entre frações.

- **Cálculo mental**: Estratégias de cálculo mental e Estimativas de cálculo.

- **Operações**: Significado e usos das operações; Algoritmo da adição e Algoritmo da subtração.

Dos tópicos apresentados, o único que será abordado neste estudo, será o das **Frações**.

Considero que a realização deste projeto de investigação é particularmente pertinente pelos seguintes motivos: (i) o estudo aprofundado das frações é fundamental para a base matemática dos alunos e para a compreensão de conceitos mais complexos; (ii) a presente investigação permitirá desenvolver competências cruciais como o pensamento critico e a resolução de problemas; (iii) o estudo das frações tem aplicações práticas no quotidiano, e abordar este tema ajudará os alunos a reconhecerem a relevância da matemática em situações reais; (iv) além disso, devido a observações realizadas em estágios anteriores, este projeto visa contribuir com estratégias pedagógicas que minimizem o medo e aumentem a confiança dos alunos na matemática, alinhando-se com as Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2021.

Monteiro (2005, citado por Meireles, 2015), "as frações são um dos temas do ensino básico em que os alunos apresentam mais dificuldades" (p. 18). Neste sentido, este estudo foi desenvolvido tendo o objetivo seguinte: Compreender como os materiais manipuláveis podem contribuir para a aprendizagem das frações no 3.º ano de escolaridade. Tendo em conta este objetivo, formulei como questões de investigação as seguintes:

i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis pode promover a aprendizagem das frações?
ii) Quais as dificuldades reveladas pelos alunos na aprendizagem das frações e como é que os materiais manipuláveis ajudaram a ultrapassar essas dificuldades?

No decurso da minha intervenção pedagógica, promovi a implementação de cinco tarefas com a turma, para exploração do tópico escolhido, as frações, envolvendo todas elas o recurso a materiais manipuláveis, estruturados ou não. Apesar de todas as tarefas terem como principais objetivos a exploração de conceitos relacionados com as frações, envolveram igualmente outros conceitos e até outros temas matemáticos, como a Geometria e a Medida. A primeira tarefa, *O Gato da Joana* (Mestre & Carvalho, 2022), foi centrada na exploração das frações a partir de conceitos geométricos como a composição e decomposição de figuras planas. A segunda tarefa, da minha autoria, *A Família dos Blocos Padrão,* também trabalhou conceitos geométricos, permitindo que os alunos investigassem as relações entre diferentes figuras planas e usassem as frações para traduzir essas relações. Nestas duas tarefas os materiais manipuláveis usados foram os blocos padrão. Na terceira tarefa,” Dobrar uma folha”, criada por mim, os alunos trabalharam com folhas de papel A4 para realizar dobragens que permitissem obter partes iguais, promovendo a aplicação da noção parte-todo e incentivando os alunos a experimentarem diversas técnicas de dobragem e a usarem igualmente conceitos geométricos. A quarta tarefa, *Os Pizzaiolos das Frações,* também criada por mim, envolveu a utilização de círculos de frações. Nesta tarefa, os alunos, foram desafiados a construir a sua própria pizza, assegurando que esta estivesse dividida em partes iguais. Finalmente, na quinta tarefa, *O Dominó das Frações*, também de minha autoria, os alunos usaram os círculos de frações para construir um dominó. Esta tarefa seguiu as regras do dominó tradicional, onde as peças só podiam ser unidas por valores iguais, levando os alunos a trabalhar de forma intuitiva conceitos relacionados com a equivalência de frações.

A forma como foram exploradas todas estas tarefas em sala de aula seguiu uma abordagem do ensino exploratório, onde se procurou promover o envolvimento ativo dos alunos, incentivando a descoberta e a reflexão crítica sobre os conceitos matemáticos em estudo. As fases do ensino exploratório podem ser as quatro fases seguintes: apresentação da tarefa, trabalho autónomo dos alunos, discussão coletiva e sistematização das aprendizagens. Considero que esta abordagem didática de exploração dos conceitos pode contribuir para o processo de aprendizagem dos alunos, pois acredito que

> o processo de aprendizagem não é apenas aceder a ou reproduzir um conjunto de termos e conceitos transmitidos pelo professor, é sim, estimular o contacto e a comunicação entre todos, a autonomia dos alunos, a autoestima e as relações afetivas e sociais entre alunos e entre estes e o professor. (Matos, 2011, p. 22)

ORGANIZAÇÃO DO RELATÓRIO

Este estudo está estruturado em cinco capítulos. Anteriormente, foi apresentada esta introdução, que tem como objetivo apresentar a questão de investigação, os objetivos do estudo e a relevância do tema abordado.

O **Capítulo I** será dedicado ao enquadramento teórico e encontra-se dividido em quatro subcapítulos:

-Os números racionais;

-Desafios na aprendizagem das frações;

-Estratégias didáticas para o ensino das frações;

-Os materiais manipuláveis e as frações.

No **Capítulo II,** será descrita a metodologia de investigação adotada, com a apresentação das técnicas de recolha e de tratamento de dados utilizadas neste estudo com a respetiva justificação da utilização de cada uma.

O **Capítulo III** focar-se-á na intervenção pedagógica, incluindo a caracterização do contexto e dos participantes, seguida de uma descrição detalhada das ações pedagógicas desenvolvidas.

O **Capítulo IV** será dedicado à análise e discussão de dados.

Finalmente, no **Capítulo V**, serão apresentas as conclusões finais do estudo.

CAPÍTULO I

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

No capítulo I, apresento e contextualizo os temas que fundamentam o meu projeto de investigação. O mesmo está organizado em quatro subcapítulos:

- Os números racionais: enquadramento da fração enquanto representação dos números racionais e explicitação dos seus significados**.**

- **Desafios na aprendizagem das frações**: apresentação das dificuldades comuns que os alunos enfrentaram ao aprender frações;

-**Estratégias didáticas para o ensino das frações:** discussão das opções didáticas mais eficazes para a aprendizagem dos alunos, no que respeita às frações.

- **Os materiais manipuláveis e as frações:** explanação da importância dos materiais manipuláveis como ferramentas pedagógicas que tornam o ensino mais concreto e acessível, proporcionando aos alunos experiências de aprendizagens mais significativas.

1- Os números racionais

Os números racionais são definidos como todos os números que podem ser expressos como o quociente de dois inteiros, na forma $\frac{a}{b}$, onde $b \neq 0$. O conceito de fração, como representação dos números racionais, tem diversos significados. Um dos significados, o significado parte-todo, refere-se à ideia de que as frações são uma maneira de expressar uma relação entre duas quantidades numéricas. Assim, as frações representam uma ou mais parte iguais presentes num todo. Outro dos significados, o significado quociente, assume a fração como uma forma de expressar uma divisão de números inteiros onde existe um numerador e um denominador:

$$\frac{numerador}{denominador}$$

O numerador indica quantas partes do todo são consideradas e o denominador indica em quantas parte o todo foi dividido. Por exemplo, “[o] sujeito poderá dar como significado à fração $\frac{1}{4}$, uma relação parte-todo, ou seja, uma pizza dividida em quatro partes congruentes sendo [que] uma parte [foi] tomada.” (Santos., 2005, p. 49). Ou então, “uma pizza dividida igualmente para quatro pessoas, isto é, $\frac{1}{4}$ “ (Santos, 2005, p. 49). Os significados parte-todo e quociente são aqueles que são trabalhados no 1.º ciclo e por isso serão aqueles que são abordados neste relatório. De notar, no entanto, que uma fração também pode apresentar dois outros significados: medida e razão (Cardoso, 2016, p. 10).

É importante que os alunos ao longo dos anos, compreendam e representem as frações em contextos diversos do dia a dia. Por exemplo, usar frações em situações como as apresentadas nas Aprendizagens Essenciais: “[p]artilha do bolo de aniversário por uma turma com 24 alunos. A cada aluno caberá uma de 24 partes iguais, ou $\frac{1}{24}$” (Canavarro et al., 2021, p. 25).

Em concordância com Magina et al. (2009, citados por Sousa, 2014), “a multiplicidade de conceitos inerentes aos números racionais transforma este tópico num dos mais difíceis de ensino e aprendizagem” (p. 15). Como já foi referido, o facto de as frações poderem apresentar diferentes significados faz com que sejam um dos tópicos de aprendizagem mais desafiante para os alunos. Neste sentido, Ponte et al. (2002) afirmam que “A aprendizagem das frações envolve múltiplas representações que nem sempre são facilmente compreendidas pelos alunos. Esta dificuldade é uma constante ao longo do ensino básico.” (p. 35).

2- Desafios na aprendizagem das frações

O ensino e a aprendizagem das frações, no 1.º ciclo do Ensino Básico, representa um desafio significativo, tanto para os professores como para os alunos. Este tópico é crucial, dado que o entendimento das frações forma a base para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados, incluindo a álgebra e a geometria.

O atual documento oficial das Aprendizagens Essenciais da Matemática apresenta quatro grandes temas matemáticos, Geometria e Medida, Dados e Probabilidades, Álgebra e Números, sendo que é neste último domínio que se insere o tópico das frações. Neste tópico são apresentados cinco objetivos de aprendizagem para o 2.º ano de escolaridade, enquadrando os dois primeiros objetivos no subtópico "Significado de fração" e os restantes no subtópico "Relações entre frações", a saber:

- Reconhecer a fração como possibilidade de representar uma quantidade não inteira relativa a uma relação parte-todo, sendo o todo uma unidade contínua, e explicar o significado do numerador e do denominador, no contexto da resolução de problemas;
- Representar uma fração de diversas formas, transitando de forma fluente entre as diferentes representações;
- Reconhecer frações que representam a metade e quartos da unidade, no contexto de problemas de partilha equitativa;
- Reconhecer que uma fração cujo numerador e denominador são iguais corresponde a uma unidade;
- Comparar e ordenar frações unitárias em contextos diversos e recorrendo a representações múltiplas. (Canavarro et al., p. 24-25).

O atual programa indica ainda que as diferentes representações dos números racionais não negativos são introduzidas de forma gradual, com o estudo das frações a começar no 2.º ano e o dos números decimais no 4.º ano, quando também se apresenta a notação de percentagem em conexão com as representações já trabalhadas da fração e do numeral decimal. Diante disso, o estudo das frações desde o início do 1.º ciclo torna-se essencial, exigindo que os alunos compreendam os seus conceitos com precisão (Canavarro et al., 2021, p. 10). Destaca-se ainda a importância de uma introdução gradual e bem estruturada das frações no ensino básico, e das suas conexões com as restantes representações dos números racionais não negativos, os números decimais e as percentagens. Na minha opinião, a forma como o currículo assume esta apropriação progressiva dos conceitos reflete uma opção didática que visa garantir que os alunos tenham tempo e oportunidades para desenvolver uma compreensão sólida dos conceitos, nomeadamente das frações, começando desde cedo com abordagens mais simples e evoluindo para representações mais complexas.

Frações simples como "um meio" ou "um quarto" representando partes da unidade de modo a explorar o significado parte-todo iniciam-se logo no 2.º ano de escolaridade. No final do 3.º ano, segundo as Aprendizagens Essenciais, espera-se que os alunos continuem essa trajetória e que reconheçam já o significado de quociente. Isso significa compreender que uma fração não indica apenas uma parte de um todo, mas também uma divisão entre dois números. Além disso, os alunos precisam de ser capazes de representar frações de diversas formas e de transitar de forma fluente entre essas diferentes representações. Esta fluência é crucial para a resolução de problemas e para uma compreensão mais profunda do conceito.

Outro objetivo importante prende-se com a capacidade de comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em diferentes contextos, possibilitando que os alunos sejam capazes de identificar qual é a fração maior ou menor de um conjunto de frações unitárias. No desenvolvimento deste trabalho progressivo em torno da compreensão do conceito, os alunos devem ser capazes de reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representam quantidades comuns, como a metade, a quarta parte e a terça parte. Isto implica entender que frações diferentes podem representar a mesma quantidade. “Este desenvolvimento gradual e consolidado permite que os alunos adquiram um entendimento sólido das frações, essencial para o seu progresso em matemática nos anos seguintes” (Canavarro et al., 2021, p. 24-25).

Em suma, os objetivos de aprendizagem relativos ao tópico frações, no 3.º ano de escolaridade, são os seguintes:

- Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas.
- Representar uma fração de diversas formas, transitando de forma fluente entre as diferentes representações.
- Comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas.
- Reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte.
- Os dois primeiros objetivos enquadram-se no subtópico “Significado de fração” e os dois últimos no subtópico “Relações entre frações” (Canavarro et al, 2021, p. 24-25).

Nunes et al. (2009) argumentam que a compreensão das frações envolve uma complexidade cognitiva considerável, pois requer que os alunos mudem da compreensão de números inteiros para a noção de partes de um todo. De facto, a aprendizagem das frações “é uma área particularmente difícil para muitas crianças porque exige que elas compreensão números como expressões de partes de um todo, em vez de quantidade inteiras.” (Nunes et al., 2009, p. 135).

Contudo, as dificuldades sentidas no processo de aprendizagem das frações não se devem exclusivamente à complexidade intrínseca deste tópico, mas também podem prender-se com a metodologia de ensino adotada. Por exemplo, Moss e Case (1999, citados por Sousa, 2014), depois de examinarem um conjunto de estudos realizados, identificaram quatro aspetos fundamentais que dizem respeito às dificuldades que os alunos experienciam na aprendizagem dos números racionais, as quais são intrinsecamente ligadas ao tipo de ensino adotado:

> 1) O ensino coloca a ênfase na sintaxe em detrimento da semântica, ou seja, é dedicado mais tempo ao treino de procedimentos do que ao desenvolvimento dos conceitos; 2) O ensino não ancora nos processos informais de resolução de tarefas utilizados pelos alunos; 3) Nas representações dos números racionais não se valoriza a diferenciação entre os números inteiros e não inteiros; 4) Os programas tratam as notações dos números racionais como algo que pode ser dado por definição (p.15).

As dificuldades que os alunos enfrentam no ensino das frações são variadas e complexas e podem aplicar-se desde a compreensão da natureza das frações, até à sua aplicação em contextos reais. É essencial que os professores estejam cientes dessas dificuldades e utilizem estratégias didáticas eficazes, que apoiem os alunos na superação dessas barreiras. Concludentemente, isto leva-me à introdução do próximo subcapítulo, que se debruça sobre as estratégias de ensino das frações.

3- Estratégias didáticas para o ensino das frações

Se ouço, esqueço, se vejo, lembro, se faço, compreendo.
(Lorenzato, 2006, p.5).

O ensino das frações no 1.º Ciclo do Ensino Básico é essencial na formação matemática dos alunos. Dada a complexidade das frações e as dificuldades que os alunos frequentemente encontram, a implementação de estratégias de ensino eficazes é crucial para garantir que todos os alunos desenvolvem uma compreensão sólida e duradoura das frações (Sousa, 2014, p. 31)

É importante que o professor adote estratégias de ensino que incorporem atividades práticas e interativas, de modo que os alunos se sintam envolvidos e motivados. Os usos de materiais manipuláveis, de jogos ou de tarefas práticas, podem ajudar a que aprendizagem das frações seja mais dinâmica e significativa para os alunos. Este tipo de aprendizagem, mais ativa, encoraja os alunos a participarem de forma mais significativa e a assumirem um papel ativo no seu próprio processo de aprendizagem. De acordo com Vale (2002)

> As imagens mentais e as ideias abstratas dos alunos são baseadas nas suas experiências. Assim os alunos que veem e manipulam vários tipos de objetos têm imagens mentais mais claras e podem representar ideias abstratas mais completamente do que aqueles cujas experiências são mais pobres (p. 14).

Uma aprendizagem lúdica está muitas vezes associada ao uso de materiais manipuláveis, pois os materiais manipuláveis, quando integrados no ensino da matemática, facilitam a compreensão dos conceitos de forma mais intuitiva e envolvente, para além de estimularem o pensamento critico e a resolução de problemas. Esta abordagem não só reforça a motivação dos alunos, mas também promove o seu envolvimento ativo nas tarefas, podendo criar uma experiência de aprendizagem significativa.

A utilização dos materiais manipuláveis pode proporcionar aos alunos oportunidades de explorar conceitos matemáticos de forma interativa e dinâmica. Segundo Reys (1971, citado por Meireles, 2015) “Os materiais manipuláveis são objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos reais que são usados para representar uma ideia” (p. 193). Os mesmos ajudam a concretizar conceitos abstratos, permitindo que os alunos, através da manipulação física, explorem esses conceitos. Caldeira (2009) realizou uma investigação sobre os materiais manipuláveis onde conclui que “o material manipulativo, através de diversas atividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite à criança realizar a aprendizagem” (p. 15). Ainda, Ponte e Serrazinha (2000) defendem que o uso de recursos, tais como os materiais manipuláveis, é fundamental no processo de aprendizagem da matemática. Os mesmos autores afirmam que,

> [o]s conceitos e as relações matemáticas são entes abstratos, mas podem encontrar ilustrações, representações e modelos em diversos tipos de suportes físicos. Convenientemente orientada, a manipulação de material pelos alunos pode facilitar a construção de certos conceitos. Pode também servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e atividades, permitindo assim a sua melhor estruturação (Ponte & Serrazina, 2000, p. 116).

De modo geral, diversos autores referem grandes benefícios na utilização dos materiais manipuláveis na matemática. No entanto, é importante salientar que, apesar de serem evidentes as vantagens deste tipo de material, também existem algumas desvantagens, limitações ou situações em que a sua utilização não resulta como previsto. Willingham (2020, citado por Barata, 2021), questiona até que ponto os materiais manipuláveis são realmente vantajosos para o processo de aprendizagem dos alunos. O autor defende que estes materiais não beneficiam a aprendizagem se os alunos não conseguirem concentrar a atenção no que é importante. Por exemplo, quando os materiais manipuláveis possuem características que acabam por distrair as crianças, os mesmos deixam de ajudar na compreensão dos conceitos. Willingham (2020, citado por Barata, 2021), refere ainda que,

> no Cuisenaire, se forem colocadas imagens de super-heróis nas barras é natural que os alunos se distraiam com as ilustrações e não foquem a sua atenção nos diferentes comprimentos das barras, que é a característica principal do objeto em si e que o professor provavelmente pretendia explorar. Assim, o material manipulável deve ajudar os alunos a concentrarem-se no conceito que se pretende que aprendam e não favorecer a distração (p. 14).

Para evitar que tal ocorra, vários autores destacam a importância de se investir na formação de professores, pois, tal como indica Vale (2002), apenas manusear o material não garante uma aprendizagem significativa. O que realmente importa é a experiência vivida pelos alunos, pois é através desta que a aprendizagem significativa pode acontecer. Por outro lado, é da responsabilidade do professor selecionar os materiais apropriados, mas também decidir como utilizá-los. Vale (2002) enfatiza que os materiais manipuláveis podem ser um recurso valioso, desde que o professor saiba como e quando usá-los, o que requer conhecimentos e formação específicos para alcançar os objetivos desejados.

Com este propósito, para que com a minha intervenção pedagógica se proporcionassem aprendizagens significativas para os alunos e para que estes se envolvessem plenamente nas tarefas, as compreendessem e aplicassem os conceitos de forma significativa, de acordo com os objetivos definidos nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 3.º ano de escolaridade (Canavarro et al., 2021), optei por adotar um modelo de aula baseado no ensino exploratório. O ensino exploratório é um modelo pedagógico que se estrutura em três ou quatro fases distintas, proporcionando uma abordagem mais ativa e participativa na aprendizagem. Ponte et al. (2020) apresentam a organização da aula de natureza exploratória de acordo com as seguintes fases:

> -Lançamento da tarefa, com uma pequena discussão para promover o envolvimento dos alunos.
>
> -Trabalho autónomo dos alunos, realizado em pares, em grupos, ou em modo individual.
>
> -Discussão coletiva, com apresentação e confronto de resoluções e síntese final. (p. 8).

Na minha opinião, este modelo promove uma apropriação das tarefas pelos alunos e investe significativamente nas interações entre o professor e os alunos, bem como entre os próprios alunos. Através dessas interações, os alunos desenvolvem e constroem o seu conhecimento de forma ativa e colaborativa. Tal como afirma Canavarro (2011),

> O ensino exploratório da Matemática, defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas

> que são sistematizadas em discussão colectiva. Os alunos têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (p. 11).

Neste sentido, também Sousa (2014) refere que "o ensino exploratório assume uma importância extrema no ensino da matemática, em que os alunos trabalham a partir de situações, com frequência, realistas, propostas pelo professor. Os alunos têm de descobrir estratégias para resolver as tarefas propostas" (p. 30). A fase da discussão coletiva é extremamente vantajosa para o processo de aprendizagem dos alunos, pois promove a troca de ideia e o confronto de diferentes perspetivas. Também Sousa (2014), afirma que durante esta fase, os alunos são incentivados a partilhar as suas soluções, raciocínios e estratégias, o que os ajuda a consolidar o seu conhecimento. Além disso, ao discutir em grupo, eles têm a oportunidade de refletir sobre os seus próprios erros e acertos, aprendendo uns com os outros. Esta constitui a razão primordial que me levou a adotar este modelo pedagógico de aula na implementação do meu projeto de investigação (p. 32).

As estratégias que se pretendem usar devem ser eficazes no sentido de promover uma aprendizagem rica e significativa e também ajudar os alunos a superarem as dificuldades que possam apresentar na aprendizagem do conceito de fração. Ao adotar abordagens que tornem o ensino mais acessível, envolvente e adaptado às necessidades dos alunos, os professores têm maior garantia de que estes desenvolvem uma compreensão sólida e duradoura deste conteúdo fundamental. Tal como referem Silvestre e Mercê (2012), "não basta selecionar boas tarefas, é preciso ter atenção ao modo de as propor e à sua condução em sala de aula" (p. 23). Na minha opinião, a afirmação anterior destaca que, para que as tarefas educativas sejam realmente eficazes, não é suficiente escolher boas tarefas. É igualmente importante considerar como é que essas tarefas serão apresentadas aos alunos e como serão conduzidas durante as aulas. A forma como se propõem as tarefas pode influenciar a motivação e o interesse dos alunos, bem como a sua capacidade de compreender e envolver-se com os conteúdos. Uma boa condução em sala de aula implica orientar a discussão, promover a colaboração entre os alunos e oferecer feedback continuo criando um ambiente de aprendizagem positivo. Isso envolve também a adaptação dos alunos, garantindo que todos tenham a oportunidade de participar ativamente. Portanto, tanto a seleção das tarefas quanto a forma como estas são introduzidas e geridas na sala de aula são cruciais para o sucesso do processo educativo (Sousa, 2014, p. 33).

4- Os materiais manipuláveis e as frações

Grealls (2000, citado por Barata, 2021) define material didático como "todo o material que é elaborado como meio facilitador do ensino e aprendizagem dos alunos e defende que estes se podem classificar em três tipos diferentes: materiais convencionais, materiais audiovisuais e novas tecnologias" (p. 12). Sendo que dentro dos "materiais convencionais" mencionados pelo autor, encontram-se os materiais manipuláveis como algo que os alunos podem manipular de forma física.

Seguindo o trabalho de Marques (2013), é possível afirmar que, embora existam vários autores que apresentem uma definição de "materiais manipuláveis", as diferentes designações acabam por ser bastante semelhantes. Ilustro, em seguida, esse facto, através da definição de materiais manipuláveis apresentada por diversos autores:

- São" qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem" (Caldeira (2009, p. 224)

- Devem ter “subjacente algum fim educativo” (Caldeira, 2009, p. 224).
- “costumam designar-se por materiais, objetos, instrumentos ou outros media que podem ajudar os alunos a descobrir, entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases da aprendizagem.” (Maques, 2013, p. 11).
- Os materiais manipuláveis englobam dois grandes tipos de materiais, o material manipulável estruturado e o material manipulável não estruturado. O material manipulável estruturado “apresenta ideias Matemáticas definidas” (Ferreira, 2011, p. 27) e os materiais manipuláveis não estruturado são aqueles que “ajuda[m] na compreensão de conceitos matemáticos” (Ferreira, 2011, p. 27).

Botas e Moreira (2013) afirmam que os materiais manipuláveis “possibilitam ao professor desenvolver um ensino centrado no aluno e na sala de aula e que auxiliam a aprendizagem, desenvolvendo uma atitude positiva dos alunos face à Matemática” (p. 262). Contudo, não existem materiais manipuláveis, por mais eficazes que sejam, que substituam o papel do professor e a sua prática pedagógica. Pois, segundo o Ministério da Educação (ME, 1990, p. 130).

> o uso de materiais é fundamental quer na aprendizagem da matemática como em qualquer outra área, na medida em que as crianças estão normalmente dependentes do ambiente e dos materiais à sua disposição. Neles, a criança deverá encontrar necessidade de exploração, experimentação e manipulação (p. 30).

De acordo com Caldeira (2009), os materiais manipuláveis, “[constituem] um instrumento para o desenvolvimento da Matemática, que permitem à criança realizar aprendizagens diversas" (p. 223). Estes, caso o ensino da matemática seja bem orientado, permitem que os alunos desenvolvam conhecimentos e capacidades de raciocínio lógico, de forma clara e rigorosa (Damas et al., 2010). Para corroborar esta ideia, Rodrigues e Gazire (2012) acrescentam que as aulas de matemática com materiais manipuláveis tornam-se mais interessantes e dinâmicas, dado que os alunos compreendem melhor os conceitos uma vez que estes "permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa" (p. 188). Tal como menciona Marques (2013), "Todo o professor sabe que os materiais manipuláveis são um forte instrumento nas suas aulas, mas não se pode esquecer que os materiais manipuláveis nunca vão substituir o professor, vão é completando as suas aulas" (p. 24). Segundo Damas et al. (2010), todas as experiências com os materiais manipuláveis despertam nos alunos um grande entusiasmo pelos conhecimentos matemáticos, permitindo que sejam ativos, questionadores e imaginativos. Marques (2013), defende ainda que "No ensino da Matemática a utilização de materiais manipuláveis proporciona aos alunos a construção dos conceitos" (p. 25).

Quando os alunos conseguem resolver problemas com a ajuda de materiais manipuláveis, a sua autoestima aumenta, pois percebem que são capazes de entender os conceitos mais complexos. Caldeira (2009), afirma que é importante que o aluno vivencie, manipulando os materiais, fazendo-o aprender e a formar o seu próprio conhecimento. Aquando desta manipulação de objetos, a mesma autora afirma que

> as crianças num processo de manipulação-ação e posteriormente de representação-conceptualização, interagem com o meio, com os adultos e com outras crianças, em que o educador e o professor fazem

> emergir e desenvolver o sentido de número, o significado das operações e a resolução de situações problemáticas (p. 21).

Assim, é legítimo afirmar que um ambiente de sala de aula que integra materiais manipuláveis tende a ser mais estimulante e inclusivo, promovendo uma atmosfera onde os alunos se sentem encorajados a expressar dúvidas e a explorar novas ideias com confiança. Ao associar o uso de materiais manipuláveis ao desenvolvimento cognitivo e emocional dos alunos dentro do modelo de ensino exploratório, podemos concluir, segundo Lopes et al. (2012) citado por Heitor (2018) que

> no ensino da Matemática, a realização de tarefas abertas, de carácter exploratório e investigativo é um elemento marcante, assumindo momentos de discussão em que os alunos apresentam o seu trabalho, relatam as suas conjeturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros e que o professor aproveita para procurar que se clarifiquem os conceitos e procedimentos, se avalie o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática. Tarefas que promovam o espírito crítico e a capacidade de desenvolver o pensamento e rigor matemático fazem dos alunos gestores do seu próprio conhecimento, aprendendo pelos seus próprios meios e conjeturas (p. 31)

Nos materiais manipuláveis, podem encontrar-se dois tipos: materiais estruturados e materiais não-estruturados. Segundo Barata (2021), os materiais estruturados são aqueles que foram realizados especificamente com uma intencionalidade, ou seja, são materiais que apresentam ideias matemáticas definidas (p. 16). Em contrapartida, os materiais não estruturados, “são aqueles que, na sua conceção, não inclui estruturas matemáticas e, portanto, não têm como função trabalhar um conceito matemático, estando o seu uso dependente do que o professor idealiza para os mesmos (Barata, 2021, p. 16).

Existem diversos materiais manipuláveis, cada um com diferentes propósitos na matemática. Seguidamente, serão apresentados dois destes materiais que foram utilizados durante a intervenção, os Blocos Padrão e os Círculos de Frações, juntamente com as suas características e intencionalidade pedagógica.

4.1 Blocos Padrão

Segundo Meireles (2015) “Os blocos padrão são um recurso manipulável que foi desenvolvido nos anos 60 e especialmente usado pelos professores para auxiliar os alunos a compreenderem conceitos abstratos” (p. 50). Caracterizam-se por ferramentas didáticas utilizadas para explorar conceitos matemáticos e geométricos de forma visual e tangível. Estes blocos facilitam a aprendizagem de conceitos relacionados com as frações, geometria, simetria, padrões, entre outros. Tal como afirma Meireles (2015), trata-se de um material versátil para a sala de aula de matemática pois, as formas básicas desta coleção colorida de blocos padrão criam oportunidades para os alunos resolverem situações problemáticas e explorarem as relações matemáticas subjacentes.

Os blocos padrão possuem diversas formas geométricas, cores e tamanhos, o que permite que os alunos os manipulem para criar, decompor e reconstruir figuras, tornando todo o processo de aprendizagem mais interativo e prático. Como é possível observar na Figura 1, são constituídos por seis figuras geométricas com cinco cores diferentes: hexágono amarelo, trapézio vermelho, losango azul; triângulo verde; losango castanho-claro e quadrado laranja.

Figura 1

As seis peças dos Blocos Padrão

Nota: Retirado https://www.brainingcamp.com/blog/posts/pattern-blocks

Cada peça dos blocos padrão apresenta a característica de possuir lados congruentes, excetuando-se o trapézio, em que um dos lados paralelos (base maior) tem o dobro da medida de comprimento de qualquer um dos outros lados. Para diferenciarmos os dois losangos presentes nos blocos padrão, é importante perceber que "[a] medida de amplitude dos ângulos internos do losango azul é de 60° e 120° e do losango castanho-claro 30° e 150°" (Meireles, 2015, p. 51).

Independentemente do tema que este recurso pretende apoiar, é fundamental que cada aluno tenha a oportunidade de se familiarizar com as peças, de modo a perceber as propriedades e relações que elas possuem. Isso permitirá que os alunos construam inúmeras combinações e desenvolvam um entendimento mais profundo dos conceitos envolvidos (Swan & White, 2013). Uma dessas relações está relacionada com o fato da medida de área do hexágono, do trapézio e do losango azul serem múltiplos da medida de área do triângulo verde, sendo, respetivamente, o seu sêxtuplo, triplo e dobro (Meireles, 2015). Contudo, o mesmo não acontece com o quadrado e o losango castanho-claro, e por não reunirem as características das restantes peças, estes não serão usados neste estudo. É possível usar o conceito de fração para representar as relações entre as peças, como se mostra na Tabela 1.

Tabela 1

Relação entre as peças dos blocos padrão representada com frações.

	Noção parte-todo			
Unidade de medida				
	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{6}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$

A relação existente entre cada peça, tal como afirma Meireles (2015), “constitui uma importante e fundamental particularidade no estudo das frações” (p. 52). No entanto, conforme referem Champion e Wheeler (2014, citados por Meireles, 2015), “embora as relações proporcionais entre as diferentes peças dos blocos padrão possam ser simples para o professor, a sua compreensão representa um desafio para os alunos, pelo que se deverá proporcionar tempo para que os alunos manipulem as peças de modo a compreendê-las" (p. 52).

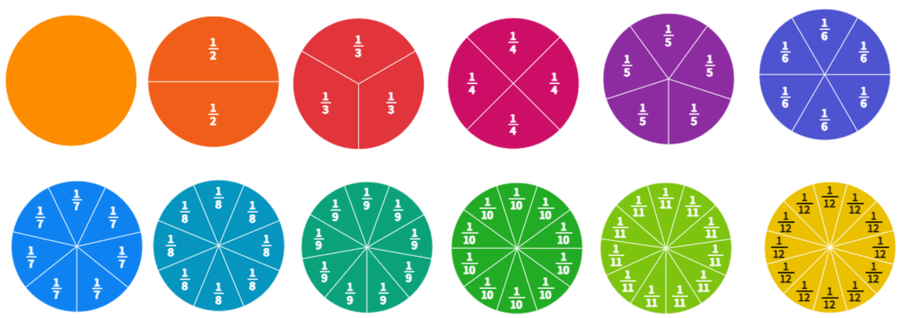
Considerando que os blocos padrão podem ser uma ferramenta importante para enriquecer a aprendizagem da Matemática em vários tópicos, estes foram usados no estudo que se apresenta neste relatório. Ao oferecer uma abordagem prática e visual dos conceitos matemáticos, os alunos podem desenvolver uma compreensão mais profunda e duradoura de conceitos complexos, como é o caso do conceito de fração.

4.2 Círculos de Frações

Os círculos de frações são uma ferramenta pedagógica valiosa usada no ensino da matemática. Caracterizam-se por discos divididos em diferentes partes iguais, podendo ter a representação de cada parte usando frações, tal como se pode observar na Figura 2.

Figura 2

Círculos de Frações



Nota: Retirado de https://www.shutterstock.com/es/image-vector/set-fraction-circles-same-size-pie-2290535995

Os círculos de frações proporcionam uma representação clara e tangível das frações, facilitando a compreensão desse conceito. Este tipo de material manipulável permite aos alunos manipularem as representações físicas da relação parte todo, tornando o processo de aprendizagem mais interativo e envolvente. Usando este material é ainda possível explorar o conceito de frações equivalentes e as operações com frações, de forma intuitiva.

Segundo Heitor (2018) "os círculos de frações exercem um papel importante na aprendizagem. Facilitam a observação e a análise, desenvolvem o raciocínio lógico, crítico e científico, e são fundamentais para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos" (p. 78). Nas escolas, os círculos de frações são utilizados nas aulas de matemática para introduzir e consolidar o tópico das frações. Em alguns conjuntos de manuais escolares de matemática são disponibilizados os círculos de frações, representando a unidade e todas as partes até $\frac{1}{10}$, como materiais para os alunos. No caso, no desenvolvimento do meu projeto, os círculos de frações que utilizei foram os do manual *Zupi* da Porto Editora, apresentado na Figura 3, por ser este o manual adotado na escola.

Figura 3

Manual de Matemática Zupi

Nota: Retirado de https://www.portoeditora.pt/produtos/ficha/missao-zupi-matematica-3-ano/19741813

Os círculos de frações podem ser uma ferramenta didática poderosa que facilita o processo de aprendizagem das frações, tornando-o mais visual e interativo. Eles não ajudam apenas na compreensão de conceitos matemáticos básicos, mas também incentivam o desenvolvimento das capacidades analíticas e críticas dos alunos. A sua utilização em sala de aula pode contribuir para um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e inclusivo, adaptado às necessidades dos alunos. As conclusões de um estudo conduzido por Behr et al. (1984, citados por Caldeira, 2009) mostram que "os alunos que utilizaram ajudas [dos círculos de frações] na aprendizagem dos números racionais, aparentemente, conseguiram desenvolver um pensamento sobre as frações baseado em imagens internas" (p. 33). De acordo com esta ideia, quando os alunos usam ferramentas como os círculos de frações na aprendizagem dos números racionais, constroem "imagens internas", ou seja, representações mentais do conceito, conseguindo desenvolver uma compreensão mais visual e concreta das frações, perdurando essas representações mesmo quando deixam de usar esses materiais.

CAPÍTULO II

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Este capítulo aborda as opções metodológicas e os passos seguidos na investigação, como a recolha, tratamento e análise dos dados. Como mencionado na introdução, este projeto de investigação tem como objetivo compreender como os materiais manipuláveis podem contribuir para a aprendizagem das frações no 3.º ano de escolaridade. Desta forma, responderei às questões de investigação formuladas: i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis pode promover a aprendizagem das frações? e ii) Quais as dificuldades reveladas pelos alunos na aprendizagem das frações e como é que os materiais manipuláveis ajudaram a ultrapassar essas dificuldades?

Neste capítulo, iniciarei com a descrição do tipo de investigação realizada, destacando a sua importância para a fundamentação e adequação ao estudo, as questões de investigação e aos objetivos estabelecidos. Em seguida, apresento informações relativas à ética no trabalho com crianças. Posteriormente, detalho as técnicas e os recursos empregados para a recolha e análise dos dados. E, por fim, descrevo o método utilizado para a análise dos dados obtidos.

1- Opções Metodológicas

1.1 Natureza da investigação

Considero essencial justificar porque é que este estudo é classificado como uma investigação. Jacky Beillerot (2001, citado por Ponte, 2002) destaca três critérios fundamentais para que um trabalho seja considerado uma investigação: "(i) produzir conhecimentos novos, (ii) ter uma metodologia rigorosa, e (iii) ser pública." (p. 4). Posto isto, este estudo atende a todas estas condições e seguiu uma metodologia qualitativa. Considerando que (i) produzi novos conhecimentos através da utilização de materiais manipuláveis numa turma de 3.º ano nas tarefas relacionadas com frações; (ii) segui uma metodologia de investigação fundamentada no ensino exploratório e (iii) irei apresentar e defender o meu projeto investigativo. Relativamente ao que considero ser a produção de conhecimento novo, alicerço as minhas ideias em Ponte (2002) quando refere que

> Se me ocupo de um problema semelhante a outro já trabalhado por outras pessoas, mas cujo trabalho eu desconheço, e produzo soluções (para mim) originais, estou certamente a realizar um trabalho de investigação. Se me limito a seguir conscientemente caminhos já traçados por outros investigadores, poderei estar a realizar um trabalho muito meritório, mas não estou a fazer verdadeira investigação. (p. 4)

De acordo com Martins (2006), a investigação qualitativa é um método de pesquisa muito utilizado nas ciências sociais, na educação, na saúde, entre outras áreas, que se foca na compreensão aprofundada dos fenómenos humanos. Ao contrário da investigação quantitativa que procura quantificar dados, a investigação qualitativa utiliza dados não numéricos, como observações, vídeos, textos, entre outros. São aplicadas técnicas de análise de dados que permitem interpretar subjetivamente e de forma holística os significados e descrições dos fenómenos estudados (Martins, 2006).

Segundo Aires (2015), a investigação qualitativa caracteriza-se por um processo que envolve a criação de um conjunto de ideias (domínio ontológico) desenvolvidas pelo investigador sobre o mundo e sobre si mesmo. Estas ideias são específicas para um conjunto de questões e formas de conhecimento (domínio epistemológico), que por sua vez são explorados através de métodos específicos (domínio metodológico). Desta forma, tal como defendem Bogdan e Biklen (1994), "Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal" (p. 47). Ou seja, a metodologia qualitativa relaciona-se com o estudo de fenómenos do contexto natural, caracterizando-se por um processo interativo.

Bogdan e Biklen (1994) destacam cinco aspetos cruciais para a compreensão da metodologia de investigação qualitativa:

a. A forma direta dos dados é o ambiente natural e tendem a ser analisados de forma indutiva, constituindo o investigador o instrumento principal.
b. Os dados recolhidos são descritivos (palavras, imagens…);
c. O interesse é mais pelos processos do que apenas pelos resultados ou produtos.
d. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva.
e. O seu significado é central: os investigadores qualitativos devem interessar-se pelo sentido que as pessoas atribuem aos que está a ser estudado. Ou seja, é dada especial importância ao ponto de vista dos participantes; (p. 47).

Para integrar os pontos mencionados anteriormente com o meu projeto de investigação, que se caracteriza como uma investigação qualitativa, posso afirmar que a minha pesquisa se enquadra nos aspetos que destaco em seguida:

a) A recolha de dados ocorre num ambiente natural de educação formal, isto é , na sala de aula. Ao investigar o uso dos materiais manipuláveis neste contexto, torna-se possível examinar como o ambiente escolar, a dinâmica da turma e a interseção entre os alunos e o professor afetam o processo de aprendizagem das frações.

b) Os dados foram recolhidos a partir das produções dos alunos e envolvem registos fotográficos das suas resoluções, transcrição dos seus diálogos e explicações.

c) O interesse é maioritariamente centrado no processo que conduziu às aprendizagens, uma vez que “os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados. (Bogdan & Biklen, 1994, p.3).

d) Os investigadores qualitativos costumam analisar os dados de forma indutiva, ou seja, partem das observações e dos dados recolhidos para identificar padrões, tendências e temas emergentes, em vez de testar hipóteses previamente definidas. Ao invés de se basearem em teorias estabelecidas para guiar a analise, os investigadores constroem interpretações a partir dos dados que obtêm diretamente. Este processo permite que a compreensão dos fenómenos investigados surja de forma mais natural e contextualizada refletindo a complexidade e a riqueza das experiências dos participantes.

e) O significado é central, pois ao aplicar uma abordagem interpretativa, com o intuito de entender os significados que os alunos atribuem, neste caso, ao uso dos materiais manipuláveis, o investigador qualitativo pode explorar como é que diferentes alunos percebem e interpretam o conceito de fração usando os materiais.

Considerando que esta investigação se centrou na utilização dos materiais manipuláveis e na forma como estes podem ajudar a tornar conceitos abstratos em experiências concretas, mais concretamente, conceitos relacionados com a aprendizagem das frações, tendo em vista facilitar a compreensão dos alunos, é crucial que o investigador observe como os alunos interagem com os materiais manipuláveis, de modo a entender melhor as suas dificuldades e progressos na aprendizagem. Desta forma, o investigador integra-se no ambiente natural, a sala de aula, interage com os alunos e observa as suas ações para compreender os significados dessas ações. No meu caso, as aulas foram lecionadas por mim e por elas fui a responsável.

A pesquisa é, predominantemente, sustentada na observação direta dos fenómenos em estudo, que vão sucedendo e apresenta, como já foi referido anteriormente, os aspetos enumerados por Bogdan e Biklen (1994). Ao aplicar os princípios da investigação qualitativa na utilização dos materiais manipuláveis no processo de aprendizagens das frações, os investigadores podem adquirir conhecimentos que contribuirão para melhorar as estratégias pedagógicas e para que os processos de aprendizagens dos alunos sobre as frações sejam mais significativos.

1.2 A Investigação sobre a prática

Segundo Silva (2014), na investigação sobre a prática "os saberes teóricos são importantes e úteis para compreender e analisar as práticas, mas que no que diz respeito a docentes, a produção de um "saber profissional específico" que articule fundamentos teóricos e processos de ação, tem de ser construído com base numa investigação sobre a prática." (Silva, 2014, p. 83). Na perspetiva de Ponte (2002), todos os bons docentes devem ser igualmente bons investigadores, de forma a estabelecerem uma relação íntima entre a sua função enquanto docente e a prática de investigação. Neste sentido, Isabel Alarcão (2001), clarifica dizendo que:

> realmente não posso conceber um professor que não se questione sobre as razões subjacentes às suas decisões educativas, que não se questione perante o insucesso de alguns alunos, que não faça planos

> (...), que não leia [documentos orientadores à sua prática], que não se questione sobre [o tudo o que envolve o contexto escolar] (Alarcão, 2001, p. 5).

É importante que exista, reiteradamente, uma reflexão crítica por parte do profissional de educação, relativamente à sua prática. Desta forma poderá aprimorar as suas estratégias de ensino-aprendizagem, pois, segundo Azevedo (2010) uma investigação carece de "trabalhar em constante tensão entre a busca de uma abordagem holística dos fenómenos e a necessidade de garantir a precisão e a fundamentação de diversas perspetivas" (p. 2).

A investigação desempenha um papel crucial no processo de aquisição de conhecimento, "a investigação é um processo privilegiado de construção de conhecimento" (Ponte, 2002, p. 3), que envolve "um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente" (Ponte, 2002, p. 3). Surgindo assim a investigação sobre a prática que, segundo Ponte (2002) baseia-se em dois objetivos:

- A compreensão que concerne na "natureza dos problemas que afectam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de acção" (p. 4)
- A mudança que envolve todas as alterações realizadas na prática após a investigação.

No que diz respeito à investigação sobre a prática em decurso, esta inclui: (i) o surgimento do problema, das questões e/ou dos objetivos do estudo; (ii) a elaboração de planos de intervenção pedagógica articulados com plano/estratégia para a resolução do problema; (iii) recolha de elementos que permitam refletir sobre a prática; (iv) observação orientada e análise dos dados; e ainda, (v) comunicação (Silva, 2013, p. 301).

Nesta investigação respeitam-se estes aspetos. No primeiro aspecto relativo ao surgimento de um problema, de questões e de objetivos de investigação, foi identificado o problema definindo-se como objetivo: compreender de que modo os materiais manipuláveis podem contribuir para a aprendizagem das frações no 3.º ano de escolaridade e, de acordo com esse objetivo, foram definidas as questões de investigação as seguintes: i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis pode promover a aprendizagem das frações?, e ii) Quais as dificuldades reveladas pelos alunos na aprendizagem das frações e como é que os materiais manipuláveis ajudaram a ultrapassar essas dificuldades?

Já no que concerne ao segundo aspeto foram elaborados planos de intervenção pedagógica que envolveram a criação de tarefas planificadas de acordo com uma metodologia de sala de aula de ensino exploratório, constituída pelas três fases seguintes: apresentação da tarefa, trabalho autónomo dos alunos, discussão coletiva e sistematização das aprendizagens. Naturalmente que estes planos da intervenção pedagógica envolveram a construção de tarefas que mobilizavam o recurso aos materiais manipuláveis.

Relativamente ao terceiro ponto, os elementos para reflexão foram recolhidos através da observação participante e registados através de notas de campo, fotografias, áudios e também com a recolha documental. Estes dados serão analisados, respeitando o quarto aspeto, e esta investigação será comunicada e divulgada no meio académico.

Em suma, pode caracterizar-se a investigação sobre a prática como "uma predisposição para examinar a sua própria prática de uma forma crítica e sistemática" (Alarcão, 2001, p. 11).

1.3 Ética com as crianças

Considerando que esta investigação envolveu crianças, que desempenharam um papel ativo como participantes, era fundamental garantir que elas estivessem devidamente informadas sobre os objetivos do estudo, os procedimentos de pesquisa e o conceito de consentimento informado. Fernandes (2016) refere que quando uma investigação envolve crianças, o investigador deve valorizar as suas opiniões e respeitá-las. A mesma autora acredita que se deve considerar o texto da Convenção sobre os Direitos da Crianças, ou seja, deve-se valorizar o "respeito pela criança e pelas especificidades que a caracterizam ontologicamente."; "considerar as opiniões e perspetivas das crianças em pesquisas que as envolvam e que lhes digam respeito" e "salvaguardar que as crianças não devem ser prejudicadas ou exploradas por sua participação na pesquisa" (p. 193). A vontade do investigador não deve sobrepor-se à vontade das crianças. (Fernandes, 2016).

Na minha investigação, no meu papel de professora estagiária, tive sempre o cuidado de respeitar a autonomia e a vontade das crianças. Um dos meus objetivos também foi criar um ambiente respeitador, onde as crianças pudessem explorar e descobrir por si mesmas, sem impor a minha própria perspetiva e a preocupação foi a construção de conhecimento por parte dos alunos, permitindo que expressassem as suas ideias e soluções de forma independente. Procurei garantir que as crianças se sentissem motivadas e envolvidas nas atividades, sem que a minha vontade ou expectativa se sobrepusessem às suas necessidades e ritmos de aprendizagem. Desta forma, a investigação respeitou a individualidade dos alunos e valorizou a sua participação ativa no processo, garantindo que o foco estivesse no seu desenvolvimento e nas suas próprias descobertas.

2- Recolha e Tratamento de dados

2.1 Recolha de dados

Segundo Ponte (2002), a observação e a recolha documental são técnicas de recolha de dados de uma investigação qualitativa.

A observação participante permitiu-me, enquanto investigadora, observar de perto as idiossincrasias e atitudes dos alunos no contexto natural (sala de aula) e, assim, obter uma boa perspetiva sobre as aprendizagens realizadas por eles durante as tarefas. A recolha documental contribuiu para fornecer uma base sólida de dados que complementou as observações que realizei durante a investigação. Esses documentos permitiram uma análise mais detalhada e profunda das práticas em sala de aula, fornecendo evidencias adicionais que enriqueceram a compreensão do processo de ensino-aprendizagem e as conclusões do estudo.

2.1.1 Observação participante não estruturada

Uma das técnicas de recolha de dados mais amplamente utilizadas nesta investigação foi a observação participante. Isto deve-se ao facto de, enquanto investigadora, ter estado diretamente envolvida nas tarefas e interagir com os participantes, o que me permitiu uma compreensão mais profunda e imediata das dinâmicas em sala de aula e dos comportamentos dos alunos. Através desta técnica, pude recolher dados de forma direta e contextualizada, assegurando que as informações obtidas refletem de maneiras mais fiel à realidade observada. A observação participante num contexto educativo tem como principal objetivo a pesquisa de problemas e de respostas para auxiliar na compreensão do processo pedagógico e nas respostas face à problemática apresentada. (Sousa, 2005, p. 109).

Desta forma, a minha observação enquanto investigadora, tal como já mencionei anteriormente, centra-se nos momentos de discussão coletiva. Segundo Bogdan e Biklen (1994), este tipo de observação proporciona “um contacto pessoal e estreito com o fenómeno a ser investigado, sem exercer influência sobre ele” (p. 12). O investigador participante deve adotar por uma postura de envolvimento ativo, ou seja, deve interagir continuamente com os alunos e ter conversas informais com a professora cooperante. Considero este ponto bastante importante pois, "(…) passei a valorizar mais a comunicação, encarando-a de forma mais consciente como um processo de interação social. Desta forma, passei a organizar as minhas práticas de sala de aula, tentando favorecer mais a interação entre os alunos, fomentando "conversas produtivas", nomeadamente momento de discussão coletiva." (Menezes, 2012, p. 375).

Neste contexto, os registos de áudios dos momentos de discussão coletiva, os registos fotográficos e as notas de campo são considerados instrumentos de observação que viabilizam o processo de reflexão sobre a prática. Segundo Bogdan e Biklen (1994), as notas de campo são o "relato daquilo que o investigador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha de dados de um estudo (...)" (p. 150). Os registos fotográficos "fornecem-nos imagens para uma inspeção intensa posterior que procura pistas sobre relações e atividades" (p. 189). Assim, verifica-se uma complementaridade entre ambos os instrumentos de recolha de dados.

Por último, importa realçar que esta observação participante assume um caracter não estruturado, uma vez que não implicou a elaboração de um plano mais detalhado traduzido, por exemplo, através de um guião de observação. Com esta observação participante procurei, primordialmente, enfatizar a interação entre os participantes e o ambiente circundante.

2.1.2 Recolha documental

A recolha documental distingue-se como uma técnica de obtenção de dados que viabiliza a reflexão abrangente acerca de todo o processo de aprendizagem dos alunos. Além disso, possibilita a análise da forma como os alunos assimilam o conhecimento e identifica as medidas necessárias para aprimorar a prática pedagógica, visando otimizar o processo de ensino-aprendizagem e fomentar uma resposta mais favorável por parte dos alunos (Cunha, 2021).

É crucial mencionar que existem três tipos de documentos: os privados, os públicos e os oficiais, sendo que para o estudo em questão foram utilizados os documentos oficiais e privados. De acordo com Afonso (2014), todos os documentos que foram elaborados por outras entidades, como por exemplo o *Projeto Educativo do Agrupamento* são os documentos oficiais. Os documentos pessoais são, por exemplo, as "(...) planificações de aulas de professores, (...) cadernos diários e trabalhos escolares dos alunos e formando, etc." (Afonso, 2014, p. 97).

A recolha documental pode ser entendida como uma atividade voltada para o estudo de um ou mais documentos, com o objetivo de identificar e reunir informações pertinentes para a investigação (Junior, 2021). É crucial que haja uma interpretação dos dados recolhidos por meio das técnicas (Afonso, 2014). No presente projeto de investigação, fez-se recolha dos documentos produzidos pelos alunos com as produções que estes realizaram ao longo das tarefas. Estes documentos tiveram especial importância para o meu projeto de investigação, pois permitiram-me perceber a utilização que os alunos faziam dos materiais manipuláveis, ao longo das diferentes tarefas. Além disso, possibilitou-me observar as dificuldades que os alunos encontravam, a maneira como as superavam e a forma como resolveram as tarefas propostas. Corroboro, assim, a afirmação de que esta "é indispensável quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos" (Máximo-Esteve, 2008, p. 92).

No decorrer do meu projeto de investigação, os alunos criaram uma diversidade de documentos que se relacionaram com o uso de materiais manipuláveis no ensino das frações. Entre as tarefas realizadas, destacam-se a construção de figuras utilizando peças dos blocos padrão, o contorno das peças, a elaboração de pizzas respeitando as frações e a criação de dominós.

3- Técnicas de análise de dados

3.1 Análise de conteúdo

Para realizar uma análise aprofundada dos dados recolhidos por meio da observação participante e da recolha documental, optei por utilizar a análise de conteúdo. Esta técnica de análise permite desmontar e interpretar os dados recolhidos, identificando padrões e significados subjacentes. Segundo Bogdan e Biklen (1994) esta técnica pode ser vista como uma estratégia de organização dos dados recolhidos, com o intuito de compreender os seus conhecimentos e conteúdos.

Ao realizar a análise de conteúdo, foi-me possível sistematizar e categorizar a informação de maneira rigorosa. Facilitou-me identificar relaçõ e discrepâncias, enriquecendo a compreensão da problemática em estudo e garantindo a interpretação mais profunda e fundamentada das evidencias recolhidas. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) a análise de conteúdo "é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de notas de campo e de outros materiais (...) com o objetivo de aumentar a compreensão desses mesmos materiais" (p. 205). A mesma ocorre ao longo de toda a investigação, embora seja frequente que os dados sejam analisados de forma sistemática nas fases finais (Bogdan & Biklen, 1994).

A análise de conteúdo foi feita aos dados recolhidos nas diferentes fontes e ocorreu em dois momentos. Num primeiro momento foi feita uma análise menos profunda e esta foi ocorrendo ao longo de todo o processo, permitindo desenhar a intervenção pedagógica à medida que esta se ia desenvolvendo, partindo dos resultados de uma tarefa para delinear as tarefas seguintes. O segundo momento foi feito numa fase posterior, após a recolha de dados, com uma análise mais sistemática e cuidada dos dados recolhido. Nesta fase considerei todos os dados, desde o início da intervenção pedagógica e procurei compreender como se desenvolveu esse processo, revivendo-o e procurando atribuir-lhe sentido.

4- Categorias de análise

Como categorias de análise foram consideradas as seguintes:

Tabela 2

Categorias de Análise

Categorias de análise:
Equivalência de frações
Noção de unidade
Relação parte-todo

A equivalência de frações refere-se ao conceito de que diferentes frações podem representar a mesma quantidade. Por exemplo, as frações ½, 2/4 e 4/8 são todas equivalentes, pois representam a mesma parte de um todo. Matos e Serrazina (2007) destacam que

> A equivalência de frações implica a compreensão de que frações com diferentes numeradores e denominadores podem representar a mesma quantidade. Este conceito é crucial no desenvolvimento do raciocínio proporcional e na manipulação de frações em cálculos mais avançados (p.40).

A noção de unidade e a noção de parte-todo referem-se à fração como uma parte de uma unidade. Por exemplo, quando falamos de ¼ de uma pizza, significa que a pizza inteira representa a unidade, e ¼ representa uma parte dessa unidade. Se mudarmos o todo, a fração também muda de significado. A unidade não é um valor fixo, pode variar conforme o contexto. Para que uma fração faça sentido, é necessário que a unidade seja dividida em partes iguais. A noção de fração implica que as partes têm o mesmo tamanho ou valor. Esta ideia de igualdade das partes é essencial para trabalhar com frações corretamente. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) afirmam,

> A fração pode ser interpretada como uma parte de um todo, sendo que este todo deve estar bem definido e dividido em partes iguais. A compreensão desta relação parte-todo é essencial para a construção do conceito de fração (p.83).

A relação dos materiais manipuláveis está intimamente ligada à noção de fração, pois os materiais manipuláveis podem ajudar os alunos a visualizar e a entender como é que as frações representam partes de um todo. Os materiais manipuláveis que usei no meu projeto foram os blocos padrão e os círculos de fração.

CAPÍTULO III

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Este capítulo foca-se na intervenção pedagógica em que desenvolvi o meu projeto de investigação intitulado "A utilização de materiais manipuláveis na aprendizagem das frações no 3.º ano de escolaridade". O estudo foi realizado numa escola pública situada no concelho de Almada, no contexto de um estágio curricular numa turma do 3.º ano do 1.º Ciclo. O estágio decorreu ao longo de dez semanas, com a investigação a ser implementada entre março e junho de 2024.

Este capítulo está organizado em dois subcapítulos. No primeiro subcapítulo apresento contexto e os participantes, através de uma breve contextualização da escola e caracterização da turma participante na investigação. No segundo subcapítulo, apresenta-se a intervenção pedagógica realizada, descrevendo cada uma das sessões desenvolvidas.

1- O contexto e os participantes

A escola onde implementei o meu projeto de investigação é uma instituição pública situada no concelho de Almada. As turmas funcionam num horário regular, das 9h00 às 15h30, e a escola acolhe cerca de 295 alunos. Assume como principal objetivo proporcionar um ambiente de aprendizagem inclusivo onde "todas as crianças e jovens devem ser encorajados, nas atividades escolares, a desenvolver e a pôr em prática os valores por que se deve pautar a cultura de escola" (Projeto Educativo do Agrupamento).

A escola é composta por duas salas destinadas ao pré-escolar, oito salas destinadas ao 1.º Ciclo, uma sala multiusos onde funcionava o CAF, uma sala destinada à Biblioteca, uma cozinha com o respetivo refeitório, uma sala polivalente que servia de ginásio, uma sala de professores, um gabinete para terapias, uma sala para a associação de pais, um gabinete para as assistentes operacionais, um gabinete da coordenação, dois balneários, cinco casas de banho. No espaço exterior, a escola dispõe de uma horta pedagógica com uma zona de árvores de frutos, um campo de futebol e um parque infantil.

Em relação à sala de aula onde decorreu o estágio, as paredes estão decoradas com trabalhos realizados pelos alunos e recursos de apoio. As mesas e cadeiras estão organizadas em semicírculos formando um "U", uma disposição adotada pela professora cooperante para garantir que todos os alunos consigam ver o professor e o quadro, facilitando a interação e promovendo a discussão e o diálogo entre alunos e professor. Munsberg e Felicetti (s.d., citados por Teixeira, 2016) afirmam que

A disposição em "U" tem possibilidade tanto de atividades em grupos como atividades individualizadas. Ao mesmo tempo essa organização facilita a circulação do professor e o contato direto com cada estudante sempre que necessário, além de proporcionar melhor gestão da classe em termos de acompanhamento do processo ensino-aprendizagem e de organização disciplinar (p. 44).

No que diz respeito à caracterização dos alunos, a turma é constituída por 14 rapazes e 11 raparigas, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos. Uma criança usufruía de medidas seletivas ao abrigo do Decreto-Lei 54/2018 e, em termos de nacionalidades, todos os alunos tinham nacionalidade portuguesa, à exceção de uma criança de nacionalidade moçambicana.

Os alunos, no geral, eram carinhosos e afetuosos. No início do estágio, enfrentei algumas dificuldades na gestão do grupo, uma vez que se tratava de uma turma bastante ativa e entusiasta, que demonstrava dificuldades em distinguir os momentos de escuta dos momentos de intervenção. No entanto, mostraram-se sempre interessados em participar nas atividades propostas ao longo de todo o período de estágio.

Embora fossem alunos empenhados, confiantes, participativos e trabalhadores, apresentavam algumas dificuldades na resolução de pequenos conflitos. Para lidar com esta questão, a professora cooperante introduziu a prática do conselho de turma às sextas-feiras. Durante a semana, os delegados registavam no caderno situações de conflitos para serem discutidas e resolvidas em grupo no final da semana.

A professora cooperante planeava as suas atividades em colaboração com as restantes professoras do 3.º ano do agrupamento. Em conversa com a professora, foi-me informado que as crianças provêm, na sua maioria, de famílias de classe média-alta. Logo no primeiro dia de estágio, nas informações que partilhou sobre a turma, a professora cooperante destacou que três alunos praticavam ginástica acrobática em alta competição e que muitos outros realizavam atividades físicas fora do horário escolar.

Relativamente à interação da professora com os alunos, esta baseava-se em respeito, empatia, amor, dedicação e incentivo. Quando um aluno superava uma dificuldade, a professora celebrava o sucesso com uma salva de palmas da turma, um autocolante motivacional no caderno ou no manual do aluno, um abraço e palavras de encorajamento.

Em relação à área da Matemática, a professora titular da turma informou que, de forma geral, os alunos mostravam interesse pelos conteúdos. No que diz respeito ao tópico Frações, os alunos, neste ano letivo, ainda não tinham trabalhado qualquer conteúdo. Desta forma, pude iniciar o trabalho no tópico e observar o processo de aprendizagem dos alunos, utilizando os materiais manipuláveis.

2- A intervenção pedagógica

A intervenção pedagógica foi organizada em 5 sessões, cada uma correspondeu a uma aula com uma duração média de 90 minutos. Em cada uma dessas aulas foi implementado o modelo de aula de ensino exploratório, tal como já foi referido. Ao implementar as tarefas com base neste modelo, procurei promover a participação ativa dos alunos, incentivando-os a comparar resultados, partilhar conhecimentos e a aprender uns com os outros, num ambiente de aprendizagem cooperativa. Como defendem Ponte et al. (2020), um modelo de aula que favorece o desenvolvimento do raciocínio é a aula estruturada em três fases. Esta abordagem organiza-se da seguinte forma:

> Apresentação da tarefa, com uma pequena discussão para promover a adesão dos alunos à tarefa.
>
> Trabalho autónomo dos alunos, realizado em pares, em grupos, ou em modo individual.
>
> Discussão coletiva, com apresentação e confronto de resoluções e síntese final (Ponte el al., 2020, p. 8).

De acordo com os autores supracitados, este modelo de aula permite que os alunos sejam parte ativa no seu processo de aprendizagem, promovendo o pensamento crítico e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Para o projeto de investigação foi igualmente importante a seleção ou construção das tarefas a implementar na intervenção pedagógica, com particular pertinência a seleção do material manipulável a usar em cada uma dessas tarefas. Tendo como objetivo tornar mais acessíveis e concretos os conceitos relacionados com as frações, optei por recorrer à utilização de representações visuais e à manipulação de materiais didáticos, de modo a permitir que os alunos visualizassem representações das frações e que interagissem diretamente com objetos que ilustrassem relações parte-todo.

Tendo em conta estes pressupostos, apresento, em seguida, na Tabela 3, a calendarização das aulas e a identificação do material manipulável usado.

Tabela 3

Calendarização das sessões da intervenção pedagógica e identificação do material manipulável usado

Sessões	Data de realização	Tarefa explorada	Material manipulável
1.ª	16 de Abril	O gato da Joana	Blocos Padrão
2.ª	23 de Abril	A Família dos Blocos Padrão	
3.ª	30 de Abril	Dobrar uma folha de papel	Folha de Papel
4.ª	07 de Maio	Os Pizzaiolos das frações	Círculos de Fração
5.ª	14 de Maio	Dominó das Frações	

Em seguida, descrevo pormenorizadamente cada uma das sessões realizadas no âmbito da intervenção pedagógica.

1.ª Sessão- Tarefa "O gato da Joana"

Comecei a apresentação da tarefa projetando o contorno do "gato da Joana " (Figura 4) e por referir o seguinte: "Preciso da vossa ajuda. Tenho uma amiga que é extremamente teimosa! Ela afirma que só há uma maneira de construirmos o gato que está projetado. Será que vocês conseguem encontrar outra maneira de construir, usando as peças dos blocos padrão?".

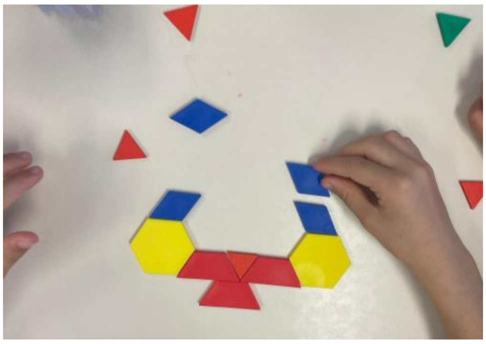
Figura 4

Contorno do gato da Joana que foi projetado

A partir deste desafio, os alunos começaram a tentar reproduzir o gato que estava projetado, tal como é possível observar na Figura 5.

Figura 5

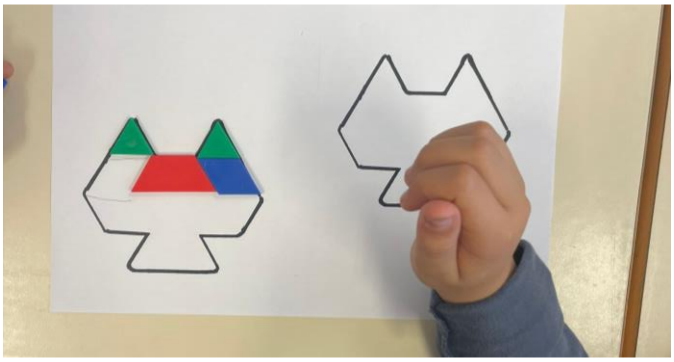
Manipulação dos blocos padrão



À medida que os alunos estavam a tentar reproduzir a figura do gato a partir da projeção, fui distribuindo o contorno em papel para que pudessem confirmar se tinham feito a construção ou construir o gato nos casos em que não conseguiam a partir da projeção, tal como é possível observar na Figura 6.

Figura 6

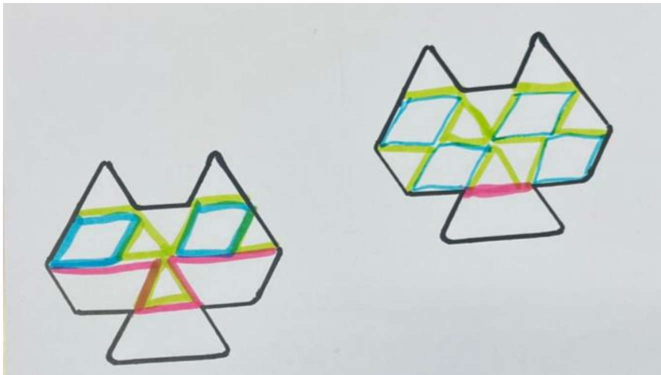
Construção do Gato da Joana, com a silhueta



Após os alunos terem construído "O Gato da Joana" com o auxílio do contorno, passámos então para a fase do trabalho autónomo, a qual foi dividida em três etapas. Numa primeira etapa, foi solicitado aos alunos que contornassem as peças que utilizaram anteriormente, tal como apresenta a Figura 7.

Figura 7

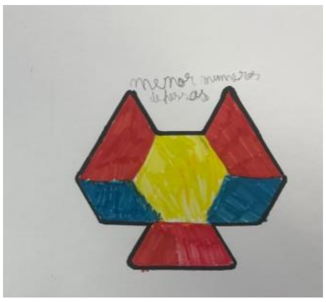
Contorno das peças utilizadas



Numa segunda etapa, foi-lhes pedido que construíssem o "Gato da Joana" com o menor número possível de peças. Sendo possível verificar que o menor número de peças seria 6, como é possível verificar na Figura 8.

Figura 8

Figura construída com o menor número de peças



Numa terceira etapa, foi-lhe pedido que construíssem o "Gato da Joana" com o maior número de peças possíveis. Sendo 19 peças., tal como é possível verificar na Figura 9.

Figura 9

Figura construída com o maior número de peças

Após todos os alunos terem construído o "Gato da Joana" com o menor e o maior número de peças possíveis, avançámos para a última fase da tarefa, a discussão e sistematização. Para esta fase, escolhi um ou dois pares de alunos que tinham utilizado estratégias de resolução diferentes. Pedi a cada par que apresentasse as suas construções e que explicasse as relações que encontraram entre as peças. Durante a discussão e sistematização, orientei a conversa de forma que os alunos descobrissem uma ligação entre as peças e a noção de fração. Quando todos chegaram a essa conclusão, construímos em grande grupo um quadro síntese que reunia todas essas relações.

2.ª Sessão- Tarefa "Família dos Blocos Padrão"

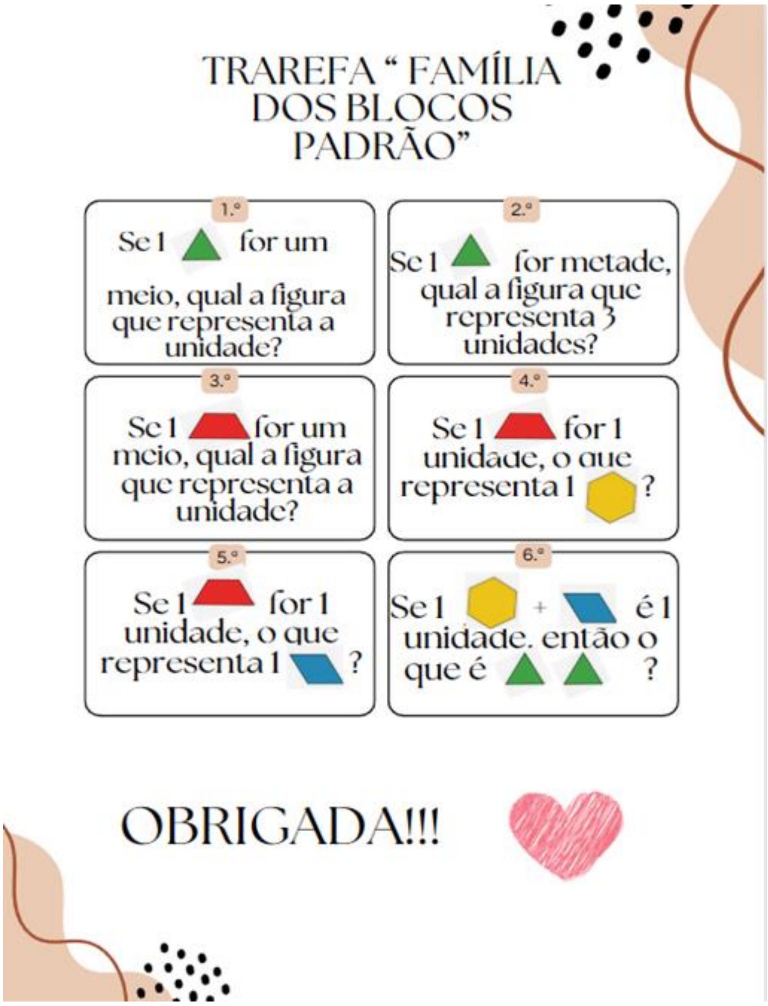
Na segunda sessão, comecei por apresentar a tarefa dizendo: "Depois de termos realizado a tarefa do Gato da Joana, fiquei com uma dúvida. Será que conseguimos identificar outras relações entre os blocos padrão?". A partir dessa questão, incentivei os alunos a recordar as relações entre as peças dos blocos padrão que haviam utilizado na tarefa anterior.

Depois, pedi aos alunos que se organizassem em pares e distribui as peças dos blocos padrão por cada par. Antes de começarem, recordei as regras para o trabalho a pares, enfatizando a importância da colaboração, da escuta ativa e do respeito pelas ideias dos colegas.

Posteriormente, na fase do trabalho autónomo, projetei um conjunto de perguntas, tal como é apresentado na Figura 10, uma de cada vez, com o objetivo de que as crianças as resolvessem utilizando as peças dos blocos padrão como apoio.

Figura 10

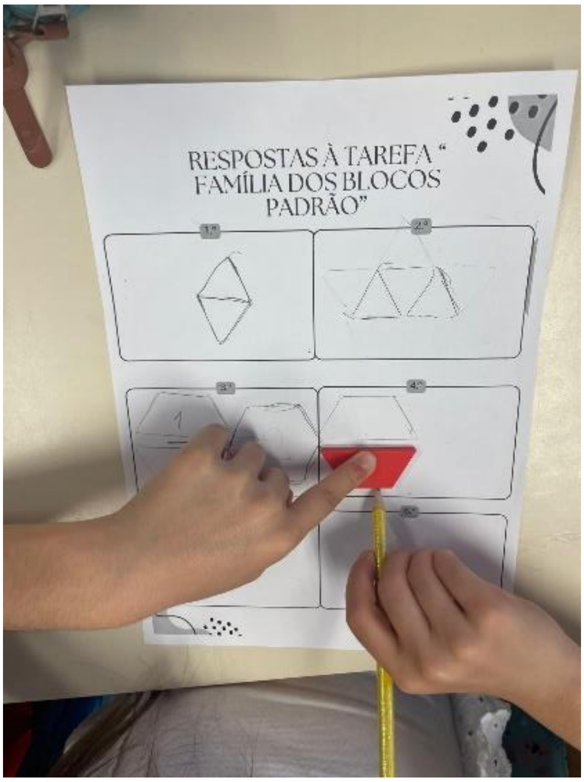
Perguntas projetadas ao longo da tarefa



Solicitei ainda que, à medida que as questões iam sendo apresentadas, respondessem numa folha e que contornassem as peças que utilizavam na sua resolução, como é possível observar na Figura 11.

Figura 11

Folha de resolução da tarefa



Na fase final da tarefa, durante a discussão coletiva e a sistematização, escolhi um ou dois pares de alunos que utilizaram diferentes estratégias de resolução para a partilha com a turma. Cada aluno apresentou as suas construções e explicou as relações que identificou entre as peças, bem como o seu raciocínio para chegar à solução. Após as apresentações, perguntei se algum outro aluno tinha encontrado uma nova relação entre as peças que ainda não tivesse sido mencionada, ou se alguém utilizou outra estratégia de resolução para determinar as frações representadas nos blocos padrão. Com esta pergunta, o meu objetivo era que, em pares, os alunos conseguissem estruturar as aprendizagens desta tarefa e partilhassem o que construíram com os colegas. Por fim, em grande grupo, cada aluno escreveu numa cartolina A5 algo que aprendeu ou assimilou com a tarefa.

.

3.ª Sessão – Tarefa "Dobrar uma Folha de Papel"

Na apresentação da tarefa referi que: "Uma amiga minha está com uma dúvida. Ela acredita que só existe uma forma de dobrar uma folha A4 em partes iguais. Mas eu acredito que existem mais maneiras de o fazer. Preciso da vossa ajuda para descobrir quem tem razão." Depois desta introdução, pedi que se organizassem em grupos de dois e distribui três folhas A4 a cada par.

Numa segunda parte da tarefa, destinada ao trabalho autónomo dos alunos, iniciei com uma abordagem focada na dobragem das folhas. Esperava-se, como é possível observar na Figura 12, que cada par conseguisse encontrar uma forma de dobrar uma folha A4 utilizando apenas duas dobras, de modo a obter 4 partes iguais.

Figura 12

Dobragem das folhas utilizando duas dobras

Quando todos os alunos encontraram uma forma de dobrar a folha obtendo 4 partes iguais, pedi, conforme é possível observar na Figura 13, que pintassem de azul 1/2 e de cor-de-rosa 1/4 da folha.

Figura 13

Pintura de 1/2 de azul e 1/4 de cor-de-rosa

Em seguida, entreguei uma nova folha A4 a cada par e pedi que encontrassem uma maneira de dobrar a folha de forma a obter 6 partes iguais. Quando todos os alunos encontraram uma forma de dobrar a folha, pedi que pintassem de verde o $\frac{1}{3}$, de amarelo outro $\frac{1}{3}$ e de laranja $\frac{1}{6}$ da folha.

Na última fase da tarefa, Discussão e sistematização coletiva, selecionei dois pares, como é possível observar na Figura 14 e na Figura 15, aqueles que tinham estratégias de resolução diferente e pedi que apresentassem as suas resoluções. Pedi ainda que mencionassem que relações encontraram entre as dobragens e como é que pensaram para chegar à resposta.

Figura 14

Estratégia de resolução para obter 4 partes iguais

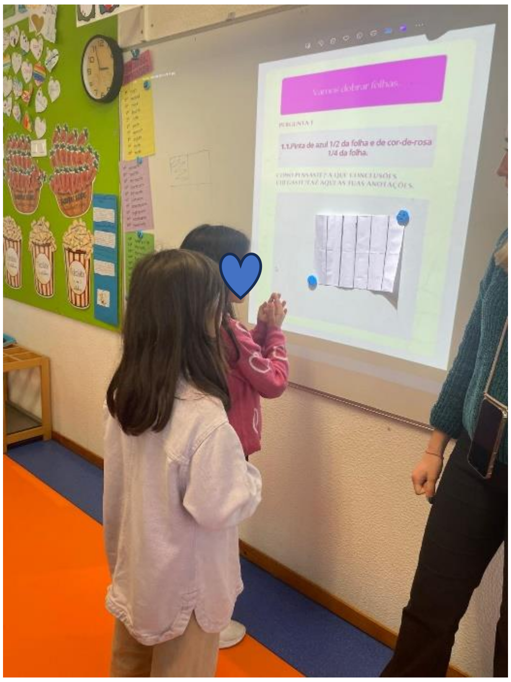
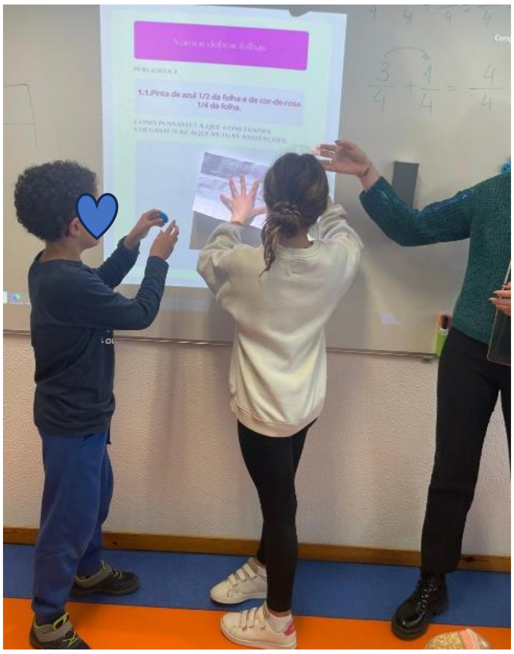


Figura 15

Estratégia de resolução para obter 6 partes iguais



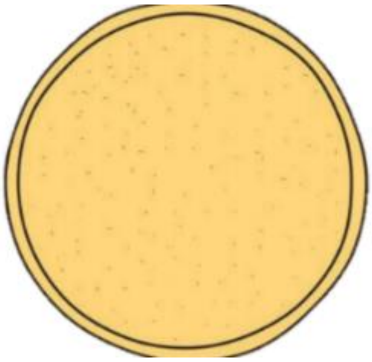
4.ª Sessão- Tarefa "Os Pizzaiolos das Frações"

Na apresentação da tarefa, comecei por contextualizar dizendo: "Vocês, comigo, têm vindo a trabalhar as frações e com a professora Filipa os conteúdos da dieta mediterrânica. Então o que é que vocês me dizem de serem pizzaiolos durante uma tarde, onde teriam de criar as vossas pizzas com ingredientes que pertençam à dieta mediterrânica, a quantidade dos ingredientes nas vossas pizzas tem de estar relacionada com a noção de fração e no fim têm de realizar um anúncio publicitário sobre a vossa pizza?". Depois desta explicação, informei os alunos que a tarefa seria dividida em duas partes.

Para a primeira parte, pedi aos alunos que se agrupassem em pares e entreguei uma base de pizza a cada par (Figura 16). Expliquei que a escolha dos ingredientes ficaria ao critério de cada par, desde que fossem da dieta mediterrânica1.

Figura 16

Base da Pizza



1 Uma vez que o projeto da minha colega de estágio incidia sobre a alimentação saudável baseada na dieta mediterrânica, achei por bem respeitar o seu projeto e pedir aos alunos que construíssem as pizzas com ingredientes dessa mesma dieta.

De seguida, pedi aos alunos que após concluírem a construção das suas pizzas, fizessem uma descrição da pizza com se fosse um anúncio publicitário. Para isso, entreguei-lhes uma folha onde poderiam escrever o seu anúncio da pizza, Figura 17 e os círculos de frações (Figura 18).

Figura 17

Folha para a escrita do anúncio publicitário

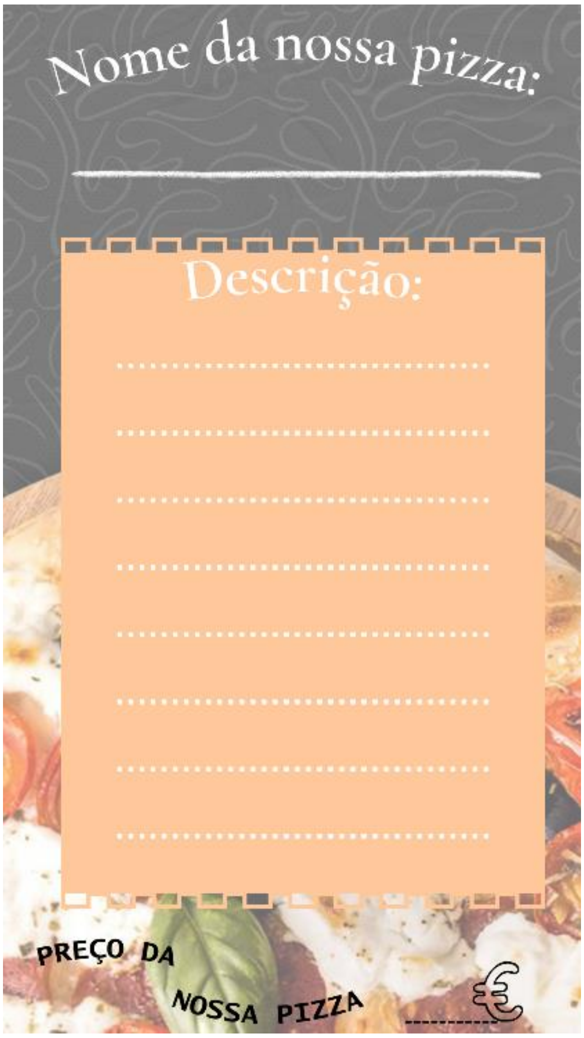


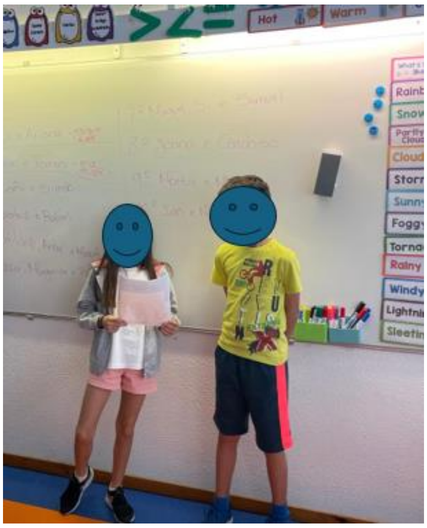
Figura 18

Círculos de frações utilizados na tarefa

Na fase da discussão coletiva e da sistematização, os alunos tiveram a oportunidade de partilhar e refletir sobre o trabalho realizado., como é possível observar na Figura 19.

Figura 19

Apresentação dos anúncios das pizzas



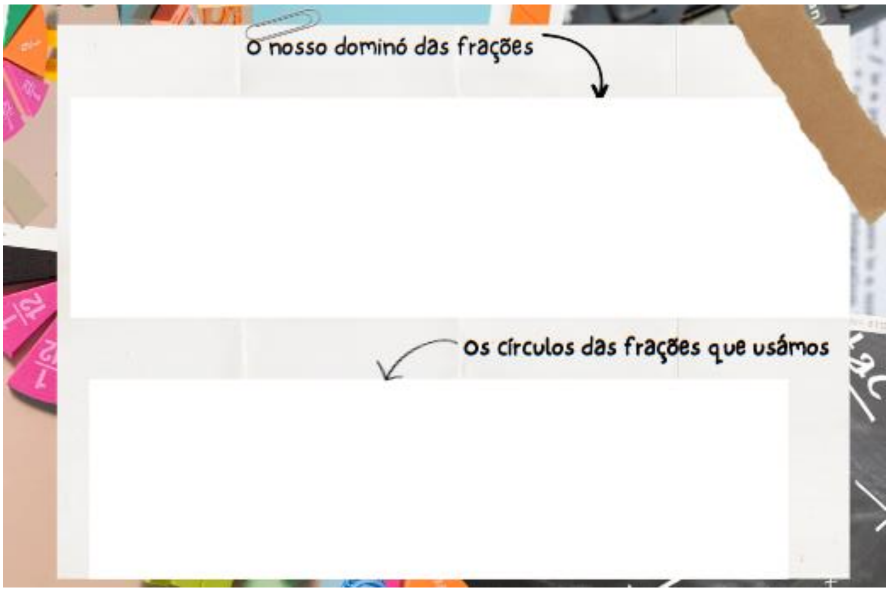
5.ªSessão- Tarefa "Dominó das Frações"

Na apresentação da tarefa comecei por referir o seguinte: "Como já construíram as pizzas das frações e tiveram de prestar atenção às equivalências entre frações, agora vou pedir-vos que se organizem em trios para criarem um jogo de dominó das frações. Para isso, terão de usar os círculos de frações para reconhecer as equivalências. Lembrem-se que, num jogo de dominó, as peças têm de ser ligadas pelas extremidades que representem o mesmo valor."

Em seguida, distribuí a folha de registo da tarefa (Figura 20), os moldes das peças do dominó e os círculos de frações. Expliquei que tinham de construir um dominó de frações e que cada grupo podia decidir o número de peças que queria utilizar no jogo.

Figura 20

Folha de registo do dominó



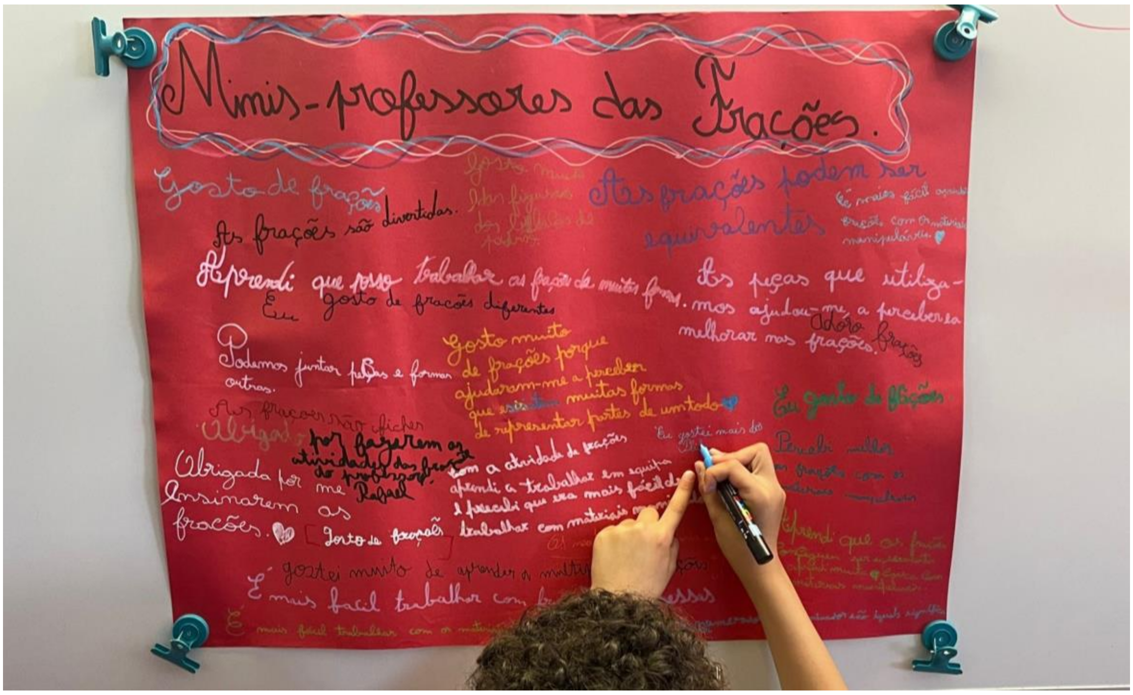
Quando os grupos acabavam de construir os dominós, colavam as peças na folha de registo e tinham de desenhar os círculos de frações que usaram na equivalência das frações.

Na fase da discussão coletiva e sistematização, pedi aos grupos que apresentassem os seus dominós e que mostrassem que era possível “jogar” aquele dominó. Deviam mostrar que respeitavam as regras do dominó tradicional, ou seja, as peças que representavam a mesma quantidade tinham de estar ligadas.

No final desta tarefa, foi pedido a cada aluno que escrevesse o que tinha aprendido com esta tarefa, como é possível observar na Figura 21.

Figura 21

Aprendizagens adquiridas escritas na cartolina



CAPÍTULO IV

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS/RESULTADOS

Este capítulo tem como objetivo analisar e discutir os resultados do estudo, tendo em conta o seu objetivo geral e as questões de investigação. Realizarei uma análise das cinco tarefas que implementei num contexto de ensino exploratório: "O Gato da Joana", "A família dos blocos padrão", "Dobrar uma folhas", "Os pizzaiolos das frações" e "Dominó das frações. Destacarei as dificuldades encontradas e as estratégias utilizadas pelos alunos durante a sua execução.

1.ª Sessão- "O Gato da Joana"

Ao realizar a análise da tarefa "O Gato da Joana" percebi o quanto esta permitiu a exploração da noção de unidade, da relação parte-todo e da equivalência das frações.

Na fase do trabalho autónomo, os alunos foram capazes de identificar os triângulos, hexágonos, losangos e trapézios dos blocos padrão na silhueta do "Gato da Joana" e de reconhecer que cada uma dessas peças podia representar uma relação entre uma parte com o todo. De facto, a utilização dos blocos padrão na tarefa do gato ajudou os alunos a visualizarem como é que um todo pode ser dividido em partes iguais. Por exemplo, ao usar um hexágono como unidade, os alunos perceberam que o mesmo pode ser decomposto em trapézios (Figura 22) e triângulos (Figura 23), cada um representando uma parte do hexágono. Por outro lado, ao decomporem cada uma das peças mobilizaram ainda o conceito de unidade, reconhecendo que as partes só poderiam ser consideradas de acordo com a unidade que estava a ser usada como referência. Por exemplo, reconheceram que o trapézio poderia ser considerado como metade do hexágono, mas que ao considerar o losango azul, o triângulo representaria a metade dessa peça. Desta forma, reconheceram que metade de uma unidade dependeria dessa unidade.

Figura 22

"Gato da Joana" utilizando trapézios e outras peças

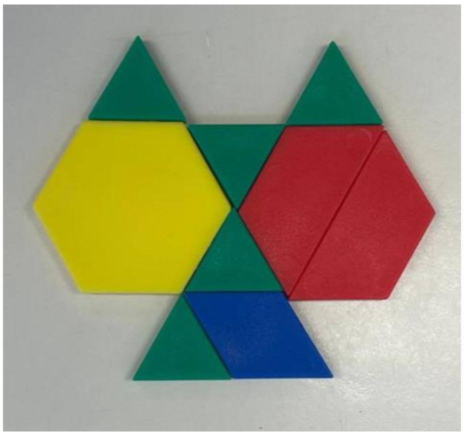
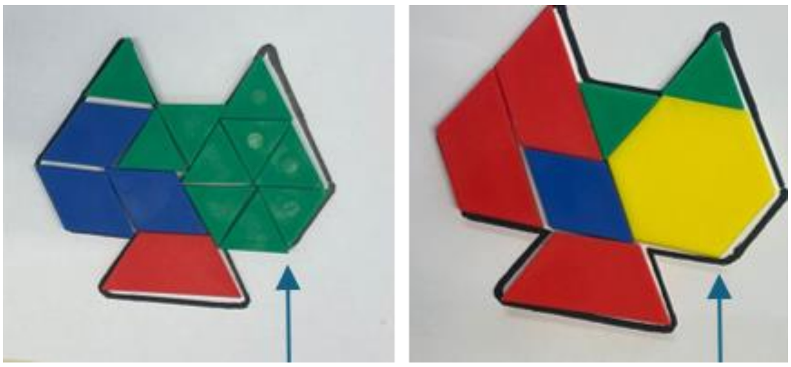


Figura 23

"Gato da Joana" utilizando triângulos e com outras peças



À medida que realizavam a tarefa, os alunos começaram a formular diferentes conjeturas. Observaram que o gato podia ser construído com peças dos blocos padrão que se inter-relacionavam, como, por exemplo, um losango podia ser formado com dois triângulos, dois trapézios formariam um hexágono, seis triângulos formariam um hexágono, concluindo ainda que o triangulo é a peça mais pequena e o hexágono é a peça maior, de entre as peças dos blocos padrão. Descobriram ainda que um losango e um triângulo juntos formariam um trapézio, e que todas as peças usadas para formar o gato estavam relacionadas entre si. Desta forma, os alunos exploraram a decomposição das figuras.

Como se pode observar na Figura 24, os alunos encontraram diferentes formas de compor "O Gato da Joana" estabelecendo relações entre as várias peças utilizadas. Na Figura 25, é possível observar que os alunos construíram o gato utilizando tanto o maior número de peças possíveis, optando pelos triângulos por serem as peças mais pequenas, como também o menor número de peças, escolhendo as peças de maior dimensão, mobilizando o conceito de área.

Figura 24

Exemplo de resolução da tarefa (maior e menor)

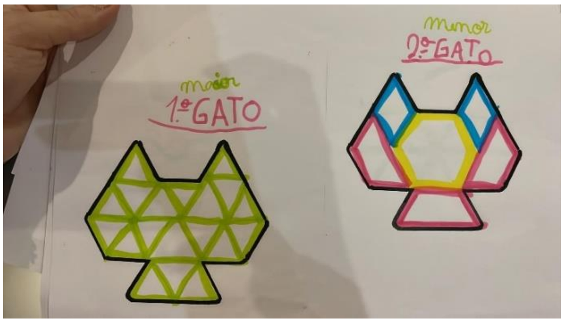
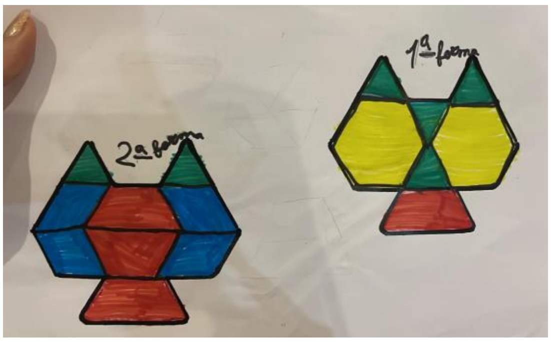


Figura 25

Contorno das peças utilizadas



Quando pedi que contornassem as peças que usaram na construção do gato, os alunos puderam reconhecer a relação entre o que construíram e a representação do todo, permitindo ainda que reconhecessem, mais uma vez, a relação entre as peças dos blocos padrão.

Para além disso, na fase final da tarefa, na discussão e sistematização, os alunos conseguiram associar a relação entre as peças à noção de fração. Nessa altura questionei: "Será que não existe uma forma de representar as relações entre as peças?". Como os alunos não manifestaram qualquer reação, acrescentei: "E se as relações entre as peças estiverem ligadas à noção de fração?" De imediato, surgiram as seguintes partilhas,

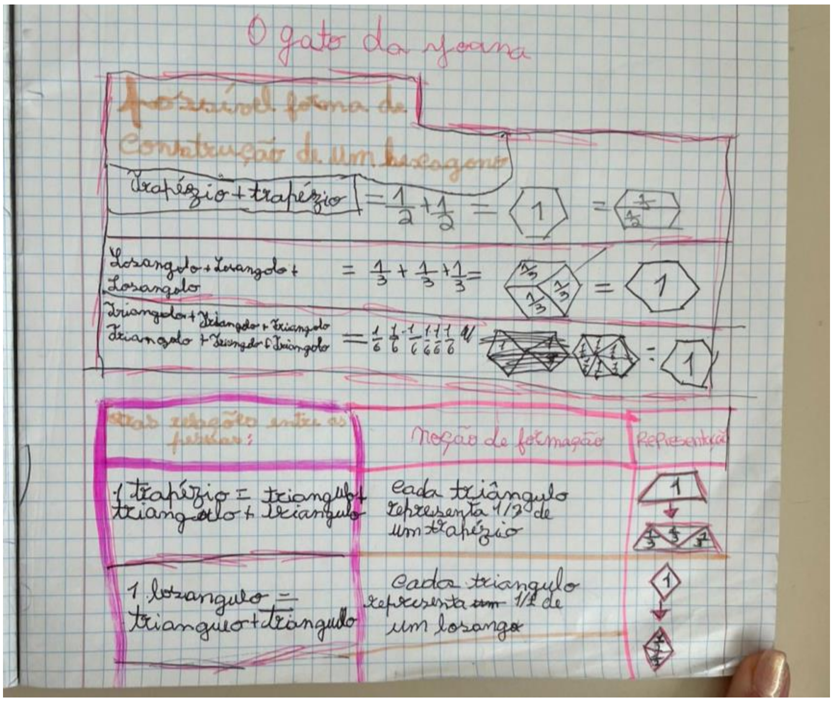
Aluno R: "A metade do hexágono é o trapézio. O trapézio é equivalente a um meio do hexágono."

Aluno I: "Um meio do hexágono é o trapézio. Porque se dividires o hexágono ao meio, ficas com dois trapézios. Em cada trapézio cabem três triângulos. E agora se juntares estes três triângulos com os outros três triângulos, dá um hexágono. Então, cada triângulo representa 1/6 do hexágono."

A partir desta observação, solicitei que aplicassem o mesmo raciocínio às restantes peças. Assim, os alunos, em grande grupo, construíram o esquema apresentado na Figura 26. Na figura é possível observar que como resultado, os alunos em grande grupo, concluíram que: cada trapézio corresponde a ½ de um hexágono, cada losango representa ⅓ de um hexágono, cada triangulo equivale a ⅙ de um hexágono, cada triangulo representa ⅓ de um trapézio e cada triângulo representa ½ de um losango. Achei bastante pertinente esta partilha de ideias em grande grupo, pois ajudou a consolidar as ideias e a definir noções matemáticas. Na minha opinião e em concordância com Martins e Ponte (2010), "O trabalho realizado em grupo é usualmente muito mais criativo, completo e estimulante do que o realizado individualmente" (p.16).

Figura 26

Exemplo de quadro das aprendizagens adquiridas



Relativamente às dificuldades sentidas pelos alunos na tarefa “O Gato da Joana”, estas podem definir-se como a dificuldade em passar do concreto para o abstrato. Embora conseguissem construir o gato com as peças dos blocos padrão, tiveram dificuldades em sistematizar e generalizar as relações entre as peças e as frações, ou seja, em sair do concreto da tarefa para representar formalmente e matematicamente as relações que identificavam. A transição da manipulação física das peças para a compreensão de conceitos como “um trapézio é metade de um hexágono” ou “um triangulo representa 1/6 de um hexágono” foi desafiante. Além disso, muitos alunos não estavam familiarizados com o vocabulário matemático adequado, o que complicou a expressão das ideias. Para ajudar os alunos a ultrapassarem esta dificuldade, sugeri construir em grande grupo um quadro síntese. Com este quadro, organizámos as ideias dos alunos e sistematizamos as aprendizagens, ajudando os alunos a visualizarem de forma clara as relações entre as peças e as frações.

Em suma, com a tarefa "O gato da Joana", foi possível perceber as evidências de como os alunos mobilizaram aprendizagens e dificuldades, considerando as categorias descritas, da forma como se apresenta na Tabela 4.

Tabela 4

Sistematização da mobilização de conceitos na 1.ª tarefa com evidências das aprendizagens e de dificuldades dos alunos

Categorias	Evidências de aprendizagens	Evidências de dificuldades
Noção de unidade	Decomposição das peças	(não se observaram)
Relação parte-todo	Compreender partes da unidade	Representar simbolicamente
Equivalência de frações	Relacionar as peças	Compreender que frações diferentes representam a mesma quantidade

2.ª Sessão- "A Família dos Blocos Padrão"

Ao realizar a análise da tarefa "A Família dos Blocos Padrão" percebi o quanto esta permitiu a exploração da noção de unidade, da relação parte-todo e da equivalência das frações.

Na fase do trabalho autónomo, projetei um conjunto de perguntas. Era esperado que os alunos conseguissem responder às questões apresentadas e identificar padrões e relações semelhantes às que já tinham explorado na tarefa anterior. Por exemplo, a primeira pergunta: "Se o triângulo representar metade (1/2), que figura representará a unidade?".

A intenção era que os alunos fossem capazes de reconhecer e identificar as relações entre as diferentes peças. Por exemplo, se considerarmos o trapézio como uma unidade, então um hexágono representa duas unidades.

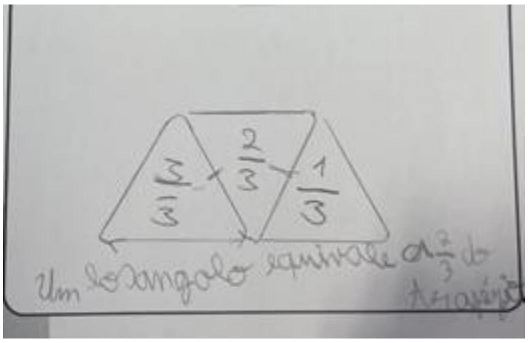
Ao longo da resolução da tarefa, caso alguns alunos tivessem dificuldade em reconhecer essas relações, eu fornecia algumas pistas adicionais:

- Se o triangulo representa metade do losango azul, que fração representa o losango azul, considerando o trapézio como unidade?
- E o triangulo, que fração representa?
- Se o trapézio for a unidade, que fração representa um hexágono?
- E se o hexágono e o trapézio representarem cada um uma unidade, que fração representam dois triângulos? Sendo assim, um triangulo representa que parte do losango?

Obtive diversas respostas dos alunos, tais como: “O losango azul representa 2/3 do trapézio”. Como é possível observar na Figura 27 os alunos compreenderam que, se o trapézio for a unidade, o losango azul, que é formado por 2 triângulos, representa 2/3 do trapézio. Isto porque o trapézio pode ser dividido em 3 triângulos, e o losango azul é composto por dois desses triângulos.

Figura 27

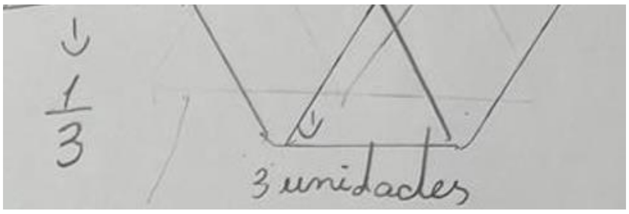
Relação entre o losango e trapézio



Outra resposta que surgiu foi “o triangulo representa 1/3 do trapézio”. De facto, como podemos observar na Figura 28, cada triangulo representa 1/3, pois são necessários 3 triângulos para completar o trapézio.

Figura 28

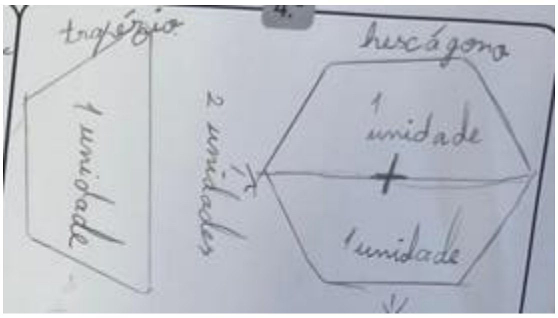
Relação do triangulo e do trapézio



Outra afirmação proferida pelos alunos foi “o hexágono pode ser construído com 6 triângulos”, evidenciando que os alunos perceberam que um hexágono representa duas unidades, se o trapézio for considerado uma unidade, como é possível observar na Figura 29.

Figura 29

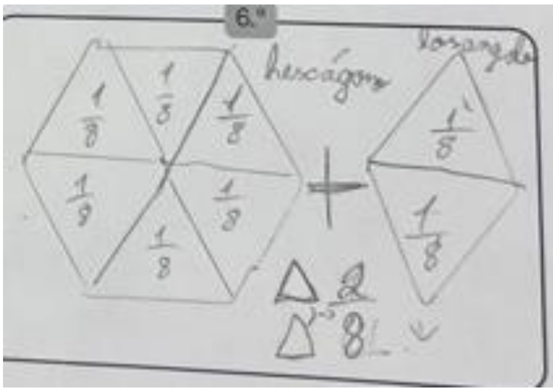
Relação entre o hexágono e os trapézios



Outra afirmação foi “dois triângulos representam 2/8 da unidade. Um triangulo representa ½ do losango azul.” Assim, na Figura 30 é possível observar que alunos concluíram que, se o hexágono e o losango representarem uma unidade, então um triangulo representa 1/6 do hexágono (pois são necessários 6 triângulos para formá-lo). Também compreenderam que, como o losango azul é composto por dois triângulos, cada triangulo representa metade ½ do losango. Por conseguinte, dois triângulos representam 2/8 da unidade total.

Figura 30

Relação entre o triângulo com o hexágono e losango



Na minha opinião, esta tarefa permitiu que os alunos explorassem, de forma prática e visual, as relações fracionárias entre diferentes formas geométricas, reforçando conceitos matemáticos essenciais, como a equivalência e a decomposição de figuras, de forma lúdica e interativa. Em concordância com o que mencionei anteriormente, ocorreu o seguinte diálogo:

Aluno I: Nesta tarefa tínhamos de encontrar peças equivalentes. Por exemplo, um hexágono é equivalente a dois trapézios.

Aluna S: E também tínhamos de descobrir a figura que representavam a unidade. Como foi quando a professora Daniela projetou a pergunta, "Se o triangulo for um meio, qual é a figura que representa a unidade". Eu consegui acertar, era o losango.

Professora- Estagiária Daniela: Muito bem! Então, o que significa o que a S. disse?

Aluno R: Que o triangulo representa metade do losango.

Na fase final, discussão e sistematização coletiva, cada aluno apresentou as suas respostas às questões, de modo a reforçar as aprendizagens dos conceitos.

A principal dificuldade que notei ao longo desta tarefa, foi o trabalho a pares. Os alunos não estavam habituados a trabalhar em conjunto, sendo que alguns tinham dificuldade em ouvir e integrar as ideias dos colegas. Ao longo da tarefa, fui reforçando o valor da participação de cada membro do grupo, promovendo assim a discussão ativa e incentivando a que cada aluno partilhasse as suas ideias.

Em síntese, a tarefa "Família dos Blocos Padrão" teve como objetivo explorar frações e a relação parte-todo, utilizando peças geométricas (Bloco Padrão). Fui introduzindo questões relacionadas com a equivalência das frações, como ½, 1/3 e 1/6 do hexágono, incentivando os alunos a identificar relações entre as peças, como "dois trapézios formam um hexágono". Durante o trabalho a pares, os alunos experimentaram combinações de peças e discutiam as suas ideias e descobertas.

Na tarefa "Família dos blocos padrão", foi possível observar evidencias de como os alunos mobilizaram aprendizagens e enfrentaram as dificuldades, considerando as categorias descritas, tal como se encontra apresentado na Tabela 5.

Tabela 5

Sistematização da mobilização de conceitos na 2.ª tarefa com evidências das aprendizagens e de dificuldades dos alunos

Categorias	Evidências de aprendizagens	Evidências de dificuldades
Noção de unidade	Compreender a noção de unidade composta por duas peças	Perceber unidades formadas por diferentes peças
Relação parte-todo	Compreender parte de uma unidade	(não se observaram)
Equivalência de frações	Relacionar as peças	(não se observaram)

3.ª Sessão- "Dobrar uma Folha de Papel"

A tarefa de dobrar uma folha de papel para obter partes iguais foi uma tarefa que proporcionou uma oportunidade rica para a exploração e compreensão das frações. Primeiramente, a tarefa permitiu que os alunos aplicassem e adaptassem diversas estratégias de resolução de problemas em contextos variados "os alunos devem ser submetidos a um ensino que lhes dê oportunidade de praticar um número significativo de estratégias através da resolução de vários problemas" (Palhares, 2004, p. 25).

Na fase da apresentação da tarefa, depois dos alunos se organizarem em pares e de eu distribuir três folhas A4 por cada par, comecei a questionar os alunos, incentivando-os a experimentar diferentes formas de dobrar as folhas: " Será que conseguem encontrar uma forma de dobrar a folha?"; "Será que conseguem dobrar de outra forma?"; "Que relação é possível encontrar entre as partes das folhas?".

O meu objetivo era que os alunos fossem capazes de dobrar a folha de maneira a obter 4 partes iguais, reconhecendo que existem várias formas de o fazer. Também esperava que percebessem que cada uma das partes da folha dobrada era equivalente às outras. Os alunos conseguiram dobrar em 4 partes iguais como se pode ver na Figura 31e na Figura 32

Figura 31

Estratégia de dobrar a folha em 4 partes iguais

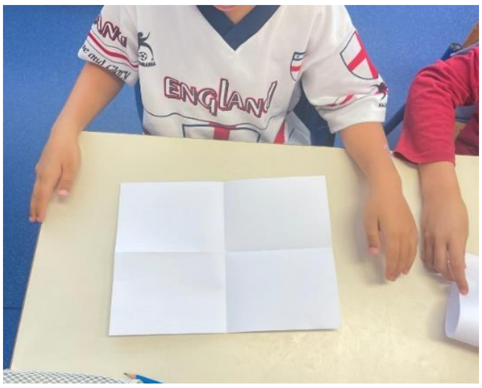


Figura 32

Outra estratégia de dobrar a folha em 4 partes iguais

Na fase do trabalho autónomo dos alunos, esperava-se que cada par descobrisse que existem várias maneiras de dobrar a folha com apenas duas dobras, resultando em partes iguais.

Desta forma, os alunos foram capazes de formular algumas conjeturas, tais como:

-Identificar qual parte da dobragem corresponde a metade (1/2) da folha;

-Identificar qual parte representa um quarto (1/4) da folha.

Para facilitar este processo, fui fazendo algumas perguntas ao longo da tarefa para estimular o pensamento dos alunos, como por exemplo: “Será que existe outra maneira de dobra a folha? Ou serão apenas estas duas possibilidades?”. Num primeiro momento, pensei que poderiam surgir algumas dificuldades, como não conseguirem encontrar diferentes maneiras de dobrar a folha em partes iguais ou não conseguirem obter partes iguais através das dobragens. No entanto, esta primeira fase do trabalho autónomo correu muito bem e não surgiram quaisquer dúvidas. Desta forma, pedi aos alunos que pintassem metade de azul 1/2 e de cor-de-rosa 1/4 da mesma folha e foram estes os resultados obtidos presentes na Figura 33.

Figura 33

Pintura de 1/2 azul e 1/4 cor-de-rosa

Numa segunda fase do trabalho autónomo dos alunos, entreguei a cada par uma nova folha A4 e pedi que encontrassem uma forma de dobrar a folha, obtendo 6 partes iguais. Durante esta fase, os alunos demonstraram-se bastante motivados, quando faziam novas descobertas e observavam as partes iguais, era percetível uma sensação de satisfação e realização. No entanto, também observei o sentimento de frustração, embora seja um sentimento desconfortável, este torna-se uma parte importante no processo de aprendizagem, pois motiva os alunos a perseverar e encontrarem soluções melhores.

Aluno E: "Não consigo dobrar a folha para ter as seis partes iguais".

Daniela (para a turma): "Existem colegas que estão com alguma dificuldade a dobrar a folha para terem seis partes iguais. Alguém consegue ajudar?". Após o aluno expor a sua dificuldade, decidi fomentar o trabalho em equipa, pedindo a outro aluno que explicitasse, pois, "(…) a interação entre pares e sua socialização podem ser melhoradas por meio de diferentes estratégias utilizadas na metodologia de aprendizagem cooperativa, que se pressupõe ser uma das formas de adquirir habilidades sociais e alcançar o sucesso académico." (Lopes & Silva, 2008, p. 26). Contudo "o professor tem que estar perto do aluno, com uma relação de reciprocidade, de equidade para haver a troca. Caminhar junto com o aluno" (Hickmann et al, 2015, p. 138).

A aluna R ofereceu-se para ir ao quadro e reproduzir passo a passo cada dobra, de modo a obter as seis partes iguais, Figura 34.

Aluna R: Nós dividimos a folha ao meio. Depois abrimos a folha e percebemos que tínhamos de fazer 3 partes em cada metade da folha. Então voltámos a fechar e depois dobrámos em 6.

Figura 34

Explicação de como dobrar a folha em 6 partes iguais

Decidi pedir a um dos alunos que tinha conseguido dobrar a folha para explicar à restante turma, pois como Fatman e Kessler (1993, citados por Lopes & Silva, 2009), mencionam, "a aprendizagem cooperativa define-se como "trabalho em grupo que se estrutura cuidadosamente para que todos os alunos interajam, troquem informações e possam ser avaliados de forma individual pelo seu trabalho" (p. 3). Na minha opinião, é importante que exista aprendizagem cooperativa dentro de uma sala de aula, pois o sucesso de um aluno contribui para o sucesso de toda a turma. De acordo Niza (1998)," Este mecanismo de facilitação social adquire tanto maior eficácia quanto mais conscientes forem os membros cooperantes desta regra estrutural que os une. É a consciência das vantagens multiplicadoras da interajuda que determina a superioridade das suas realizações" (p. 4).

Após a explicação da Aluna R, pedi aos pares que pintassem de verde o $\frac{1}{3}$, de amarelo outro $\frac{1}{3}$ e de laranja $\frac{1}{6}$ da folha, tal como é possível observar na figura 35

Figura 35

Pintura de 1/3 de verde, 1/3 de amarelo e de laranja 1/6

Na parte final da tarefa, discussão e sistematização, cada par apresentou as suas resoluções.

Esta tarefa não correu como eu esperava, pois na parte em que pedi que dobrassem a folha em 6 partes iguais, alguns pares não conseguiram chegar ao resultado. Contudo, depois de um dos pares que tinha conseguido dobrar em 6 partes iguais ter explicado, todos os outros alunos conseguiram chegar ao resultado esperado. Para comprovar o que acabei de mencionar, existiu o seguinte diálogo.

Aluno R: Eu não estava a conseguir dobrar em 6 partes iguais.

Aluna S: Só depois de ver como é que os colegas dobraram é que percebi. Tinhas de dobrar em S. Então dobrei ao meio e depois em S.

Aluno R: Só consegui fazer depois, mas quando fiz com o A. não consegui. Só depois de explicarem.

Em síntese, esta tarefa foi estruturada para ajudar os alunos a entenderem a relação entre a unidade e as suas partes. Através da dobragem de folhas, os alunos dividiram a unidade (a folha inteira) em partes iguais, como em quatro ou seis partes, e identificaram cada parte como uma fração de um todo. Ao questionar os alunos "Que relação é possível encontrar entre as partes das folhas?", tinha como objetivo conduzir os alunos a reconhecerem que todas as partes obtidas através das dobras são equivalentes, estabelecendo uma base para entender as frações de forma prática e visual. A tarefa também levou os alunos a explorarem a equivalência das frações de forma intuitiva e prática. Quando pedi que pintassem partes da folha (por exemplo, ½ folha de azul e ¼ de cor-de-rosa), os alunos observaram visualmente que duas partes de ¼ equivale a ½ da unidade. A tarefa utilizou uma abordagem prática e colaborativa, permitiu que os alunos manipulassem materiais concretos para explorar os conceitos de parte todo e equivalência de frações. Através das dobras e da pintura de partes da folha, os alunos desenvolveram uma compreensão visual das frações e da equivalência entre elas. A discussão coletiva no final, permitiu que os alunos consolidassem e organizassem as suas aprendizagens, reforçando o trabalho em grupo e a construção conjunta do conhecimento.

Através da tarefa "Dobra uma Folha de Papel", foi possível observar indícios de como os alunos aplicaram as suas aprendizagens e enfrentaram dificuldades, tendo em conta as categorias descritas, tal como se apresenta na Tabela 6.

Tabela 6

Sistematização da mobilização de conceitos na 3.ª tarefa com evidências das aprendizagens e de dificuldades dos alunos

Categorias	Evidências de aprendizagens	Evidências de dificuldades
Noção de unidade	Reconhecer a unidade	(não se observaram)
Relação parte-todo	Dividir em partes iguais a mesma unidade	Dobrar a folha em 6 partes iguais
Equivalência de frações	Reconhecer que todas as partes obtidas através das dobras são equivalentes	(não se observaram)

4.ª Sessão- "Pizzaiolos das Frações"

A quarta tarefa "Os Pizzaiolos das Frações", foi dividida em duas partes. Numa primeira parte realizei a apresentação da tarefa e o trabalho autónomo dos alunos. Na segunda parte, os alunos fizeram a discussão e sistematização da tarefa.

4.1 1.ª Parte da Tarefa

Na 1ª parte da tarefa, os alunos agruparam-se em pares e entreguei uma base de pizza a cada par. Durante a primeira fase da tarefa, fiz várias perguntas aos alunos para estimular o seu pensamento. Perguntei:" Conseguem encontrar uma maneira de dividir a base da pizza em partes iguais?" e "Existirá apenas uma única forma de dividir a base da pizza?". O objetivo era que os alunos reconhecessem as técnicas de dobragem utilizadas na tarefa anterior e as aplicassem nesta, explorando diferentes maneiras de dividir a pizza, como em 2, 4 ou 8 partes iguais, como é possível observar na Figura 36. Depois dos alunos dobrarem as bases das pizzas, quem quisesse podia sublinhar com caneta as respetivas dobras.

Figura 36

Base da pizza dividida em 8 partes iguais

Na fase em que os alunos trabalharam de forma autónoma em pares, expliquei que deveriam criar as suas próprias pizzas utilizando ingredientes que fizessem parte da dieta mediterrânica. Enfatizei que tinham de distribuir os ingredientes de acordo com as frações em que estavam divididas as pizzas. Por exemplo, na Figura 37 os alunos dividiram a base da pizza em 8 partes iguais, logo cada parte (1/8) foi preenchida com ingredientes da dieta mediterrânica.

Figura 37

Pizza completa e dividida em 8 partes iguais

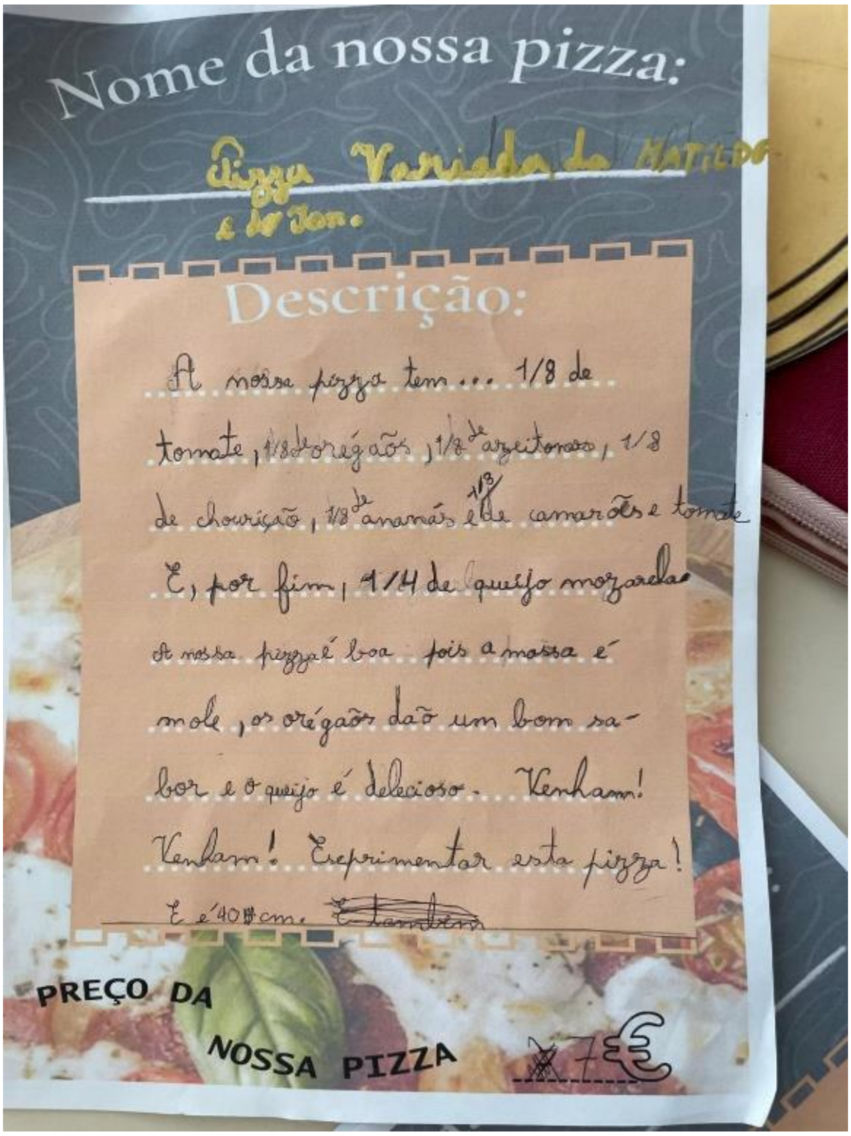
De seguida, pedi aos alunos que descrevessem as suas pizzas relacionando-a com o conceito de fração, de forma criativa, com se fosse um anúncio publicitário. Ao longo deste processo, coloquei várias questões aos alunos, tais como se conseguiam obter as frações apenas com aquele denominador específico ou se existiam outras formas de representar as diferentes partes da pizza utilizando frações. O meu objetivo era que refletissem sobre a flexibilidade e a equivalência na representação das frações e na forma como isso se aplicava na tarefa. Caso os alunos demonstrassem dúvidas, eu aconselhava que utilizassem os círculos de frações para poderem comprovar se determinadas frações eram equivalentes. Tal como uma aluna explicou,

> **Aluna M**: Temos de pensar na parte e no todo. A nossa pizza está dividida em 8 partes e metemos 2 partes com queijo, então o queijo representa 2/8 da pizza. Eu coloquei umas peças por cima de outras e vi que se juntarmos 1/8 com 1/8 dá ¼.

À medida que os alunos iam avançando na tarefa, fui colocando algumas questões, como: "Conseguem descrever a vossa pizza utilizando frações?", "Será que existe mais do que uma maneira de representar essa parte da pizza?"." Porque é que é importante que todas as fatias tenham o mesmo tamanho?". O objetivo era que os alunos descrevessem as suas pizzas utilizando corretamente a noção de fração. Por exemplo, "Somos os chefs de um restaurante e a nossa pizza tem ½ de queijo e ½ de ananás." Se algum par escrevesse "A nossa pizza tem 2/4 de queijo", deveria ser capaz de reconhecer que 2/4 é equivalente a ½. Era fundamental que os alunos percebessem a importância de dividir a pizza em parte iguais, pois isso facilitava a compreensão do conceito de fração e ajudava-os a identificar as equivalências entre frações. Tal como é possível observar na Figura 38, os alunos dividiram a pizza em 8 partes iguais e colocaram queijo em 2/8, no entanto em vez de escreverem na descrição da pizza “2/8 de queijo mozarela” conseguiram realizar a equivalência e escreveram “1/4 de queijo mozarela”.

Figura 38

Equivalência das frações 2/8 e 1/4



4.2 2.ª Parte da Tarefa

Nesta segunda parte da tarefa, discussão e sistematização, cada par apresentou o seu anúncio publicitário, descrevendo a pizza que construíram, utilizando a noção de fração para explicar a divisão das partes e dos ingredientes escolhidos. A maioria dos alunos conseguiu relacionar corretamente a construção da pizza com o conceito de fração, demonstrando uma boa compreensão da ideia de que a pizza representava uma unidade dividida em partes iguais.

No entanto, dos 11 pares, apenas dois foram capazes de aplicar o conceito de equivalência de frações de forma correta. Decidi selecionar duas pizzas que me chamaram a atenção. Ambos dividiram as suas pizzas em 8 partes iguais, mas houve uma diferença na forma como apresentaram as frações. O primeiro grupo (Figura 39) conseguiu simplificar uma das frações (2/8), escrevendo uma fração equivalente (1/4), enquanto o segundo grupo (Figura 40) manteve a fração original de 2/8. Apesar disso, ambas as soluções estavam corretas.

Figura 39

Fração 2/8 simplificada em 1/4

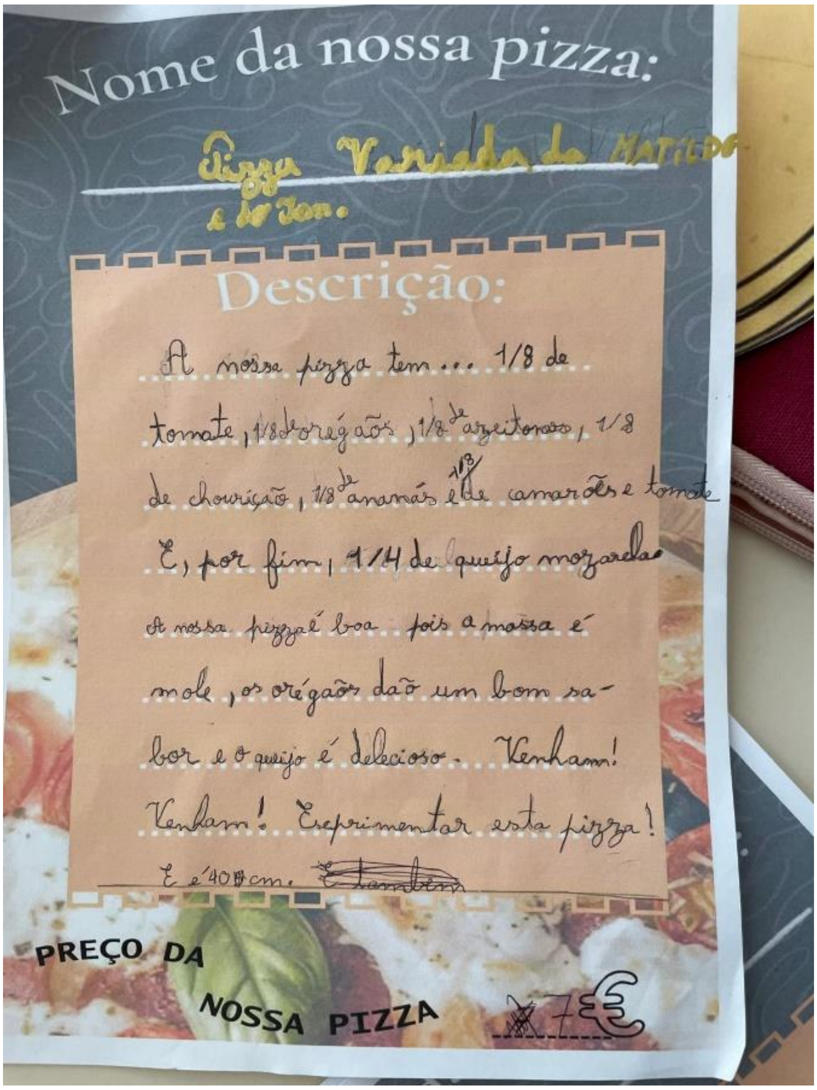


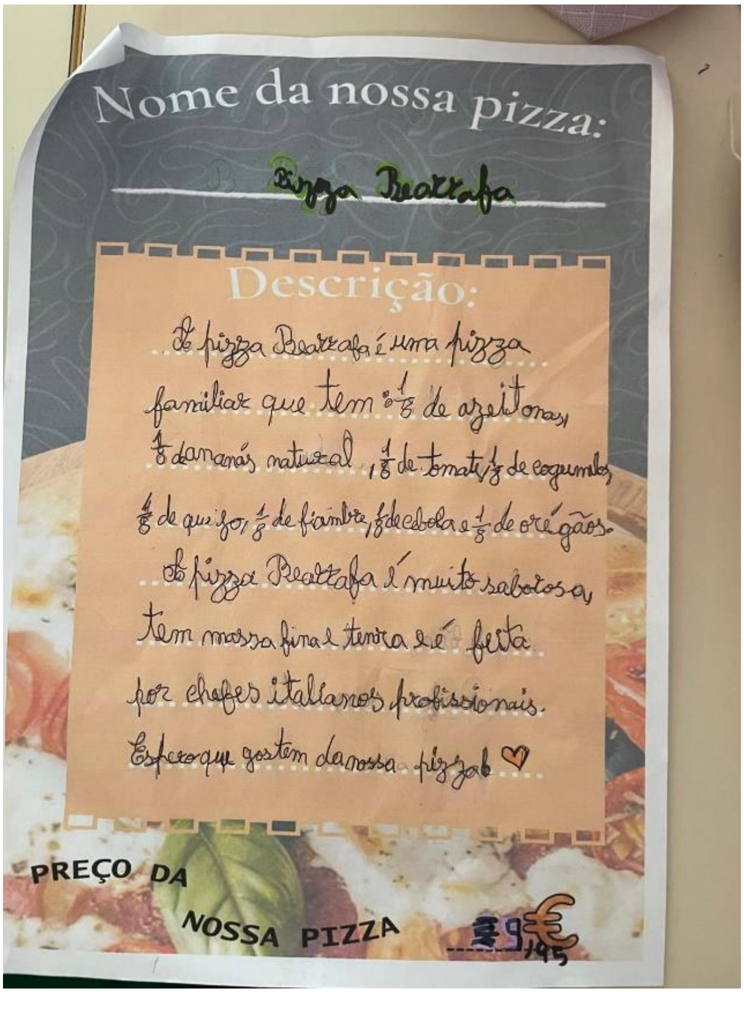
Figura 40

Fração 2/8 não simplificada

Durante a discussão, coloquei algumas questões para guiar o raciocínio dos alunos, como: "Será que existe alguma relação entre estas duas pizzas?", esperando que mencionem que ambas estavam divididas em 8 partes iguais. A seguir, perguntei: "Reconhecem alguma diferença?", sugerindo que notassem que numa pizza foi utilizado ¼ e na outra 2/8. Por fim, questionei: "Será que estas frações são equivalentes?", com a expectativa de que respondessem afirmativamente, reconhecendo que ¼ e 2/8. Pois isso revelaria que compreenderam a divisão da unidade em frações, bem como a noção de equivalência de frações. No entanto, a noção de equivalência de frações, nesta tarefa, foi uma dificuldade para a maioria dos alunos, como é possível observar na Figura 41.

Figura 41

Dificuldade na equivalência de frações



O par mencionou que a pizza continha 4/8 de queijo, no entanto não utilizou o conceito de equivalência, pois poderiam mencionar que a pizza continha 2/4 ou ½ de queijo.

Como alguns alunos tinham dificuldades em compreender a equivalência entre frações, recorri a materiais visuais como os círculos de frações e à aplicação "*Polypad.amplify*[2]" para ilustrar a relação entre as frações de forma mais clara e visual, ajudando-os a perceber a equivalência entre as mesmas.

Este momento de partilha foi importante não só para consolidar o que os alunos aprenderam, mas também para identificar onde surgiram dificuldades, nomeadamente na equivalência de frações. Foi também uma oportunidade para reforçar que, numa fração, partes iguais são essenciais e que diferentes frações podem representar a mesma quantidade, como por exemplo de 1/4 e 2/8 ou 4/8 e 2/4 e 1/2. De modo a mostrar o que acabei de mencionar, apresento as seguintes partilhas dos alunos.

Aluna J: Vamos imaginar que a nossa pizza estava dividida em oito partes iguais. Podia dizer que, um quarto da pizza tem tomate, noutro quarto da pizza pus queijo, outro quarto de cogumelos e outro quarto de ananás. Porque um quarto é equivalente a dois oitavos. Então a minha pizza estava completa.

Aluno I: A nossa pizza é dividida em 8 partes iguais e tem 1/8 de queijo, 2/8 orégão, 1/8 azeitona, 1/8 fiambre, 1/8 ananas, 1/8 banana e 1/8 tomate. Mas podemos simplificar o 2/8 por ¼.

Em síntese, a tarefa "Os Pizzaiolos das Frações", foi uma tarefa que promoveu o entendimento dos conceitos das frações, de equivalência e da relação parte-todo de forma visual e interativa. Caso algum aluno/par não conseguisse representar as frações da sua pizza, poderia utilizar o material manipulável Círculos de Frações. Contudo, os mesmos não foram

[2] https://polypad.amplify.com/p

mencionados ao longo da análise da tarefa, pois nenhum par necessitou de utilizar os materiais manipuláveis para representar as frações. No entanto, como já mencionei, dos 11 pares apenas 2 conseguiram aplicar o conceito de equivalência de frações. Acredito que se os restantes pares tivessem utilizado, também aplicariam o conceito de equivalência.

A tarefa estimulou a compreensão da relação parte-todo uma vez que os alunos dividiram as bases das pizzas em partes iguais. Ao longo da tarefa encorajei os alunos a aplicarem técnicas de dobragem, revisitando a tarefa anterior, e a experimentarem divisões (metade, quartos, oitavos) para formarem frações. No final, ao apresentarem os seus anúncios publicitários, consolidaram o que aprenderam, fortalecendo o entendimento e as competências na representação e descrição de frações.

Na tarefa “Os Pizzaiolos das Frações”, foi possível observar evidencias de como os alunos aplicaram aprendizagens e enfrentaram dificuldades, tendo em conta as categorias descritas, conforme é apresentado Tabela 7.

Tabela 7

Sistematização da mobilização de conceitos na 4.ª tarefa com evidências das aprendizagens e de dificuldades dos alunos

Categorias	Evidências de aprendizagens	Evidências de dificuldades
Noção de unidade	Reconhecer a unidade	(não se observaram)
Relação parte-todo	Dividir em partes iguais a mesma unidade	(não se observaram)
Equivalência de frações	Compreender que frações diferentes podem representar a mesma quantidade	Reconhecer e escrever que frações diferentes podem representam a mesma quantidade

5.ª Sessão” Dominó das Frações”

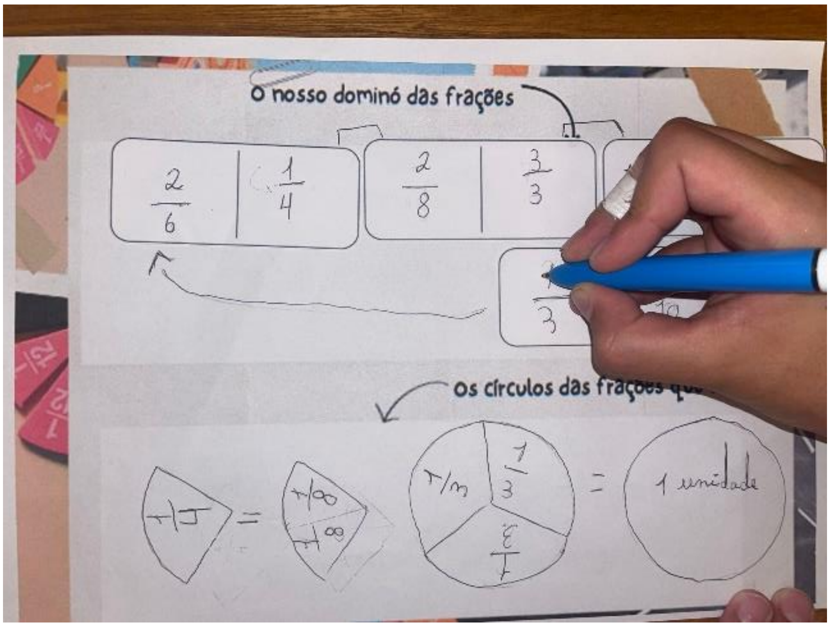
Para a apresentação da tarefa comecei por contextualizar as crianças, dizendo: “Como já construíram as pizzas das frações e tiveram de prestar atenção às equivalências entre frações, agora vou pedir-vos que se organizem em trios para criarem um jogo de dominó das frações. Para isso, terão de usar os círculos de frações para reconhecer as equivalências. Lembrem-se que, num jogo de dominó, as peças têm de ser ligadas pelas extremidades que representem o mesmo valor."

Antes de iniciar a fase de trabalho autónomo dos alunos, coloquei algumas perguntas para orientar o pensamento dos mesmos, como por exemplo: “Conseguem dar-me exemplos de frações equivalentes?” e “Será que cada fração só tem uma equivalência?”. O objetivo era que os alunos mencionassem exemplos em que frações diferentes representam o mesmo valor. Também esperava que identificassem várias equivalências, como no caso de ½ que pode ser representado por 2/4 ou 4/8.

Durante a fase de trabalho autónomo, expliquei aos alunos que a tarefa consistia em construir dominós de frações. Reforcei que teriam de utilizar as equivalências entre frações e coloquei algumas questões para orientar o raciocínio: "Como conseguem identificar se duas frações são equivalentes?" e "De que forma utilizam os círculos de frações?". Esperava que, para responderem, sobrepusessem os círculos de frações, facilitando a identificação da equivalência entre duas frações. Também lhes perguntei: Que frações vão escolher para as peças do dominó?", esperando que optassem por frações comuns e equivalentes, como 1/3 e 2/6, presente na Figura 42.

Figura 42

Equivalência de frações (2/6 e 1/3)



Finalmente, questionei: "Como acham que o jogo do dominó nos pode ajudar a compreender as frações equivalentes?", sendo que a resposta esperada seria o reconhecimento de que precisam de ligar as peças com base na equivalência das frações.

Durante toda a tarefa, estive disponível para apoiar os alunos. Sempre que algum deles tinha dificuldades em reconhecer que duas frações eram equivalentes, utilizava recursos visuais, como a aplicação Polypad[3] ou os círculos de frações, para ajudar na explicação. Incentivei os alunos a trabalharem em conjuntos e a discutirem as suas estratégias e ideias.

Aluna E: 1/3 é equivalente a 4/8.

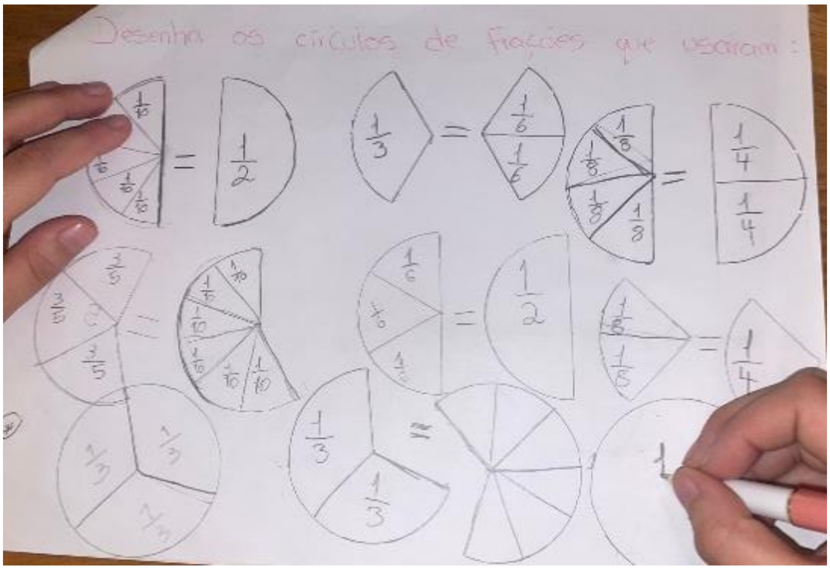
A aluna depois utilizou os círculos e comprovou que a sua ideia estava errada. E percebeu que uma possível equivalência seria 2/4 e 4/8.

[3] https://polypad.amplify.com/p

Quando terminaram, instruí os grupos a colar o dominó que criaram na folha de registos, e a desenharem os círculos de frações que usaram para as equivalências. Como é possível observar na Figura 43, este grupo ao utilizar as peças dos círculos de frações percebeu que ½ é equivalente a 5/10 e que 1/3 é equivalente a 2/6, 4/8 é equivalente a 2/4,3/5 é equivalente a 6/10, 3/6 é equivalente a ½, 2/8 é equivalente a ¼, entre outras equivalências.

Figura 43

Equivalência de várias frações no dominó



Quando todos os grupos finalizaram os seus registos, passámos para a fase de Discussão coletiva e a sistematização. Pedi a cada grupo que apresentasse o seu dominó e as respetivas equivalências que era possível "jogar" com o dominó que construíram.

Os grupos tinham de provar que respeitaram as regras do dominó tradicional, em que as peças se uniam por valores iguais, e que encontraram frações equivalentes.

Aluno I: O nosso dominó tem 4 peças e 3 equivalências. Que são 3/9 é equivalente a 1/3, 1/2 é equivalente a 2/4 e 2/10 é equivalente a 1/5.

O grupo explicou que 2/4 é equivalente a ½, o que estava correto, mas perguntei:

Professora- Estagiária: Será que estas são as únicas equivalências? Por exemplo, ½ é apenas equivalente a 2/4 nos círculos de frações?

Aluno R: Não! 4/8 também é outra equivalência.

Depois de todos os grupos apresentarem os seus dominós e explicarem as suas estratégias, perguntei à turma:

Professora- Estagiária: De que forma acham que o jogo do dominó vos pode ajudar a entender melhor as frações equivalentes?

Os alunos destacaram que, ao jogarem, precisam de encontrar peças que se liguem com base nas equivalências, o que facilita a compreensão desta relação. Ainda questionei:

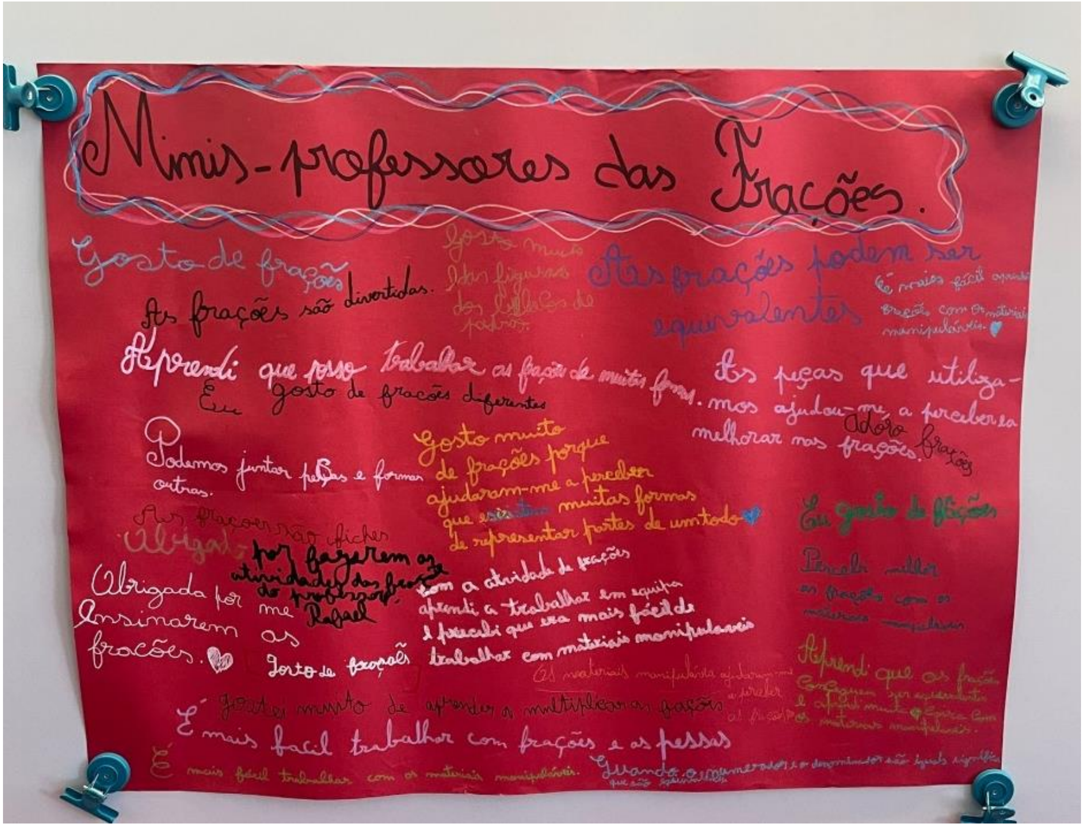
Professora- Estagiária: Que aprendizagens fizeram ao construir o dominó das frações equivalentes?

Os alunos responderam que aprenderam a reconhecer e a usar frações equivalentes de uma forma prática e a perceberam que frações diferentes podem representar o mesmo valor.

Por fim, perguntei como é que eles achavam que podíamos organizar tudo o que trabalhámos na aula?" Os alunos sugeriram que, em grande grupo, criássemos um cartaz em cartolina A5, onde cada um poderia escrever ou esquematizar algo que aprendeu sobre as equivalências de frações Figura 44.

Figura 44

Aprendizagem das frações escrita pelos alunos



Em síntese, a tarefa “Dominó das Frações” proporcionou uma atividade lúdica e colaborativa focada na compreensão da equivalência entre frações, aprofundando conceitos fundamentais, como a relação parte-todo, equivalência de frações e relação entre as peças.

A tarefa de criar dominós de frações incentivou os alunos a perceberem a fração como uma representação de parte de uma unidade completa, explorando a relação entre partes e o todo. Os círculos de frações foram instrumentos essenciais nesta compreensão, pois ofereceram uma representação visual e prática da divisão de uma unidade em partes iguais e da relação entre diferentes frações da mesma unidade. Os círculos de frações forneceram também uma base visual e facilitaram a comparação entre frações.

Na tarefa “Dominó das frações”, foi possível identificar as evidências de como os alunos mobilizaram aprendizagens e dificuldades, tendo em conta as categorias descritas, da forma como se apresenta na Tabela 8.

Tabela 8

Sistematização da mobilização de conceitos na 5.ª tarefa com evidências das aprendizagens e de dificuldades dos alunos

Categorias	Evidências de aprendizagens	Evidências de dificuldades
Noção de unidade	Decomposição das peças	(não se observaram)
Relação parte-todo	Compreender partes da unidade	(não se observaram)
Equivalência de frações	Relacionar as peças	(não se observaram)

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para apresentar a conclusão deste estudo, é essencial retomar o objetivo inicialmente delineado: Compreender de que modo os materiais manipuláveis podem contribuir para a aprendizagem das frações no 3.º ano de escolaridade. Com base neste objetivo, foram definidas duas questões de investigações à quais se procura dar resposta:

i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis promoveu a aprendizagem das frações?

ii) Quais as dificuldades reveladas pelos alunos na aprendizagem das frações e como é que os materiais manipuláveis ajudaram a ultrapassar essas dificuldades?

A investigação realizada permitiu responder às questões previamente formuladas, destacando as perceções dos alunos durante a realização das tarefas e as dificuldades que enfrentaram. O estudo centrou-se na aplicação de cinco tarefas, realizadas na turma, sempre em contextos de trabalho em grupo. Na aplicação das tarefas em sala de aula, segui uma metodologia de ensino exploratório, que incluiu a fase de apresentação da tarefa, a fase de trabalho autónomo e a fase de discussão e sistematização coletiva.

Durante todo o projeto, os alunos assumiram um papel muito ativo em sala de aula. Colocar os alunos no centro do processo de aprendizagem fomentou o interesse pelo projeto e incentivou o seu empenho ao longo das diferentes atividades propostas.

Deste modo, em seguida apresento as conclusões do estudo respondendo às questões de investigação formuladas.

i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis promoveu a aprendizagem das frações?

A utilização de materiais manipuláveis foi fundamental para promover a aprendizagem das frações, uma vez que possibilitou aos alunos interagir diretamente com os conceitos, tornando-os mais concretos e acessíveis. Pois segundo Reys (1971, citado por Meireles, 2015) "Os materiais manipuláveis são, objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar." (p. 193). Durante o projeto, os alunos demonstraram que, ao manipularem os materiais, conseguiam criar uma representação das frações mais concreta, tornando o conceito tangível, facilitando a compreensão de ideias mais abstratas, como, por exemplo, a equivalências de frações.

A utilização dos materiais manipuláveis nas tarefas promoveu a aprendizagem das frações ao proporcionar experiências concretas que facilitaram a compreensão dos conceitos mais abstratos relacionados com esse tópico. Assim, na 1.ª tarefa, "O Gato da Joana", com a utilização dos Blocos Padrão, os alunos exploraram a noção de unidade, considerando-a em diferentes peças e através da sua decomposição; exploraram a relação parte-todo, através da divisão do todo em partes iguais; e relacionaram as peças de modo a compreender como a mesma quantidade pode ter representações equivalentes. Na 2.ª tarefa, "A Família dos Blocos Padrão", também com recurso aos Blocos Padrão, reforçou-se a noção de unidade pela composição de duas peças; voltou-se a explorar a relação parte-todo a partir das peças que compunham a unidade e permitiu perceber como as peças podem formar frações equivalentes através da relação entre as mesmas. Na 3.ª tarefa, "Dobrar uma folha de papel", os alunos visualizaram a divisão de um todo em partes iguais usando dobragens na folha; exploraram as equivalências ao perceber que diferentes dobragens podiam representar frações equivalentes, como ¼ e 2/8. Na 4.ª tarefa, "Os Pizzaiolos das Frações", recorrendo aos círculos de fração, os alunos mobilizaram a noção de unidade; reforçaram a relação parte-todo ao dividir em partes iguais a mesma unidade e, relativamente à equivalência de frações, compreenderam que frações diferentes podem representar a mesma quantidade. Por fim, na 5.ª tarefa "Dominó das Frações", através da construção do jogo, os alunos identificaram e registaram frações; representaram frações equivalentes e relacionaram diferentes representações de frações.

Ao trabalharem em grupos ao longo das tarefas e ao utilizarem os materiais manipuláveis, os alunos aprenderam colaborativamente. Os alunos eram incentivados a partilhar ideias, discutir estratégias e tinham de chegar, em conjunto, às respostas, o que fomentou o diálogo e o desenvolvimento de competências sociais. O uso interativo dos materiais manipuláveis despertou o interesse e o entusiasmo dos alunos, mantendo-os focados e participativos. Esta abordagem contribuiu para uma aprendizagem mais significativa, pois permitiu que os alunos fossem o centro do seu processo de aprendizagem, explorando e descobrindo por si mesmos, onde o papel de professora que assumi teve muito presente o papel de mediadora.

Os materiais manipuláveis também se mostraram eficazes na adaptação às necessidades individuais dos alunos. Botas e Moreira (2013) afirmam que os materiais manipuláveis "possibilitam ao professor desenvolver um ensino centrado no aluno e na sala de aula e que auxiliam a aprendizagem, desenvolvendo uma atitude positiva dos alunos face à Matemática" (p. 262). Cada aluno pôde explorar os conceitos ao seu próprio ritmo, utilizando os materiais manipuláveis para reforçar as suas aprendizagens. Tal como é referido por Caldeira (2009), "o material manipulável, através de diversas atividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite à criança realizar a aprendizagem" (p. 15). Alunos que sentiram mais dificuldades beneficiaram do suporte visual e tátil proporcionado pelos materiais, para superarem as suas dificuldades. Os materiais manipuláveis não facilitaram apenas a compreensão dos conceitos de frações, mas também promoveram uma experiência de aprendizagem mais dinâmica, inclusiva e eficaz. Num momento de partilhas de aprendizagens, um aluno mencionou:

Aluno: Eu prefiro aprender com os materiais, porque eu não sabia nada e ajudaram-me a perceber as coisas. Ajudaram-me a aprender as frações equivalentes, ajudaram-me a trabalhar com as frações no geral. Prefiro muito mais com os materiais do que ter apenas um exercício no papel.

Por fim, o uso de materiais manipuláveis contribuiu para a construção de aprendizagens significativas, permitindo que os alunos não só compreendessem os conceitos, mas também que os aplicassem em situações práticas. Este método ajudou-os a interiorizar os conhecimentos e a relacioná-los com o mundo real. Segundo o Ministério da Educação (ME, 1990, p.130),

> o uso de materiais é fundamental quer na aprendizagem da matemática como em qualquer outra área, na medida em que as crianças estão normalmente dependentes do ambiente e dos materiais à sua disposição. Neles, a criança deverá encontrar necessidade de exploração, experimentação e manipulação (p. 30).

A utilização de materiais manipuláveis promoveu a aprendizagem das frações ao facilitar a compreensão, desenvolver a autonomia, fomentar a cooperação entre os pares, superar dificuldades e tornar a experiência educativa mais motivadora.

ii) Quais as dificuldades reveladas pelos alunos na aprendizagem das frações e como é que os materiais manipuláveis ajudaram a ultrapassar essas dificuldades?

Embora os materiais manipuláveis tenham facilitado o processo de aprendizagem de conceitos, também surgiram desafios que merecem ser analisados para compreender melhor como apoiar os alunos nesses momentos.

Uma das dificuldades mais frequentes foi a compreensão de equivalência de frações. Tal como é mencionado por Nunes et al. (2009), "A aprendizagem das frações é uma área particularmente difícil para muitas crianças porque exige que elas compreendam números como expressões de partes de um todo, em vez de quantidades inteiras" (p. 14). Apesar dos materiais manipuláveis fornecerem uma representação visual que ajudou a demonstrar que frações diferentes podem representar a mesma quantidade, alguns alunos mostraram dificuldades em reconhecer essa equivalência. Por exemplo, na tarefa "Dominó das frações" ao manipularem as peças dos círculos de frações que representavam frações equivalentes (como ½ e 2/4), alguns alunos não conseguiam reconhecer imediatamente que ambas representavam a mesma parte de um todo. Este desafio deve-se, em parte, à necessidade de relacionar o raciocínio visual com o abstrato, o que requer tempo e prática para consolidar. Como referia um aluno no momento da discussão e sistematização da tarefa 5:

Aluno: Também achei os círculos de frações confusos. Porque às vezes eu sobrepunha as peças e pensava que eram equivalentes, mas não eram. Tinha de estar mesmo bem colocadas em cima um da outra.

Os alunos, por vezes, tiveram dificuldades em compreender como combinar diferentes peças para formar a representação de uma fração específica ou como comparar frações. Por exemplo, na tarefa "Os pizzaiolos das frações", ao trabalharem com os círculos de frações, alguns alunos hesitaram ao tentar comparar frações como 2/10 e 1/5 mesmo tendo as peças à sua frente. Esta dificuldade sugere que, embora os materiais manipuláveis ajudem a tornar os conceitos mais concretos, os alunos necessitam de orientação para perceber as relações entre diferentes frações e como os materiais as representam.

Adicionalmente, a noção de parte-todo também apresentou desafios para alguns alunos. Embora os materiais manipuláveis tenham sido vantajosos para ilustrar este conceito, nem todos os alunos compreenderam logo que o "todo" precisa de ser dividido em partes iguais para que as frações sejam corretamente representadas. Esta dificuldade foi especialmente evidente nas primeiras tarefas, antes de os alunos se familiarizarem completamente com os materiais e com o conceito em si.

No entanto, é importante destacar que estas dificuldades relacionadas com a relação entre as peças, a compreensão de parte-todo e da equivalência de frações, foram relativamente limitadas e, com prática e apoio, os alunos conseguiram superá-las ao longo do projeto. Através das tarefas, do trabalho autónomo, das discussões coletivas e da utilização continua dos materiais manipuláveis, os alunos começaram a compreender melhor os conceitos e a ganhar confiança ao utilizá-los. Além disso, o trabalho em grupo desempenhou um papel importante na superação destas dificuldades. A tarefa "Dobrar uma Folha", foi aquela em que os alunos manifestaram mais dificuldades. Dos onze pares de alunos, apenas dois conseguiram chegar ao resultado esperado. De modo a ultrapassar a dificuldade, um dos pares que conseguiu realizar a tarefa, ofereceu-se para explicar aos restantes grupos. No fim, um aluno partilhou o seguinte:

Aluno: Nós não estávamos a conseguir dobrar a folha em seis partes iguais sozinhos. Só quando as colegas fizeram connosco é que comecei a perceber.

A troca de ideias e a partilha de estratégias entre os colegas permitiram que os alunos se apoiassem mutuamente na resolução de problemas. O meu papel como mediadora também foi crucial para orientar os alunos nos momentos de maior dúvida, ajudando-os a explorar os materiais manipuláveis de forma mais eficaz e a perceber os conceitos subjacentes. Tal como refere Marques (2013), citado por Silva (2015), "Todo o professor sabe que os materiais manipuláveis são um forte instrumento nas suas aulas, mas não se pode esquecer que os materiais manipuláveis nunca vão substituir o professor, vão é completando as suas aulas" (p. 24). Neste sentido, Mesquita (2014) menciona que "ser professor é ser um guia, é ser um orientador» que «tem de apoiar as crianças em todos os aspetos»." (p. 86)

Apesar das dificuldades, a experiência foi bastante positiva, e os desafios encontrados serviram como oportunidades para reforçar as aprendizagens. O uso de materiais manipuláveis mostrou-se uma estratégia valiosa, mesmo nos momentos de dificuldades, pois proporcionou aos alunos um suporte visual e prático que lhes permitiu compreender conceitos que, de outra forma, poderiam parecer demasiado abstratos. Assim, estas dificuldades não comprometeram o processo de aprendizagem dos alunos, pelo contrário, enriqueceu-o mostrando como os materiais manipuláveis podem atender às necessidades dos alunos.

REFLEXÕES SOBRE O ESTUDO

Em primeiro lugar, devo referir que ao realizar uma reflexão, estou a desenvolver as minhas competências de análise crítica, essenciais para o meu futuro enquanto futura profissional da educação. Segundo Formosinho e Formosinho (2015), o docente

> (…) dirige a sua reflexão aos saberes que o constituem como profissional (…) passa, com frequência, de uma reflexão na acção

> dirigida para o seu êxito, para uma reflexão sobre as práticas, fazendo uma releitura da experiência e a sua transformação em conhecimento (p. 10).

No decorrer do meu projeto de investigação, procurei envolver os alunos, questionando-os sobre as suas aprendizagens e ações nas dinâmicas propostas. Posteriormente, realizei uma reflexão fundamentada na informação recolhida. Este processo reforça a importância de o professor adotar uma postura reflexiva, questionando tanto os ambientes de aprendizagem com as suas próprias práticas pedagógicas. Só assim será possível estabelecer uma dialética de reflexão continua e sistemática, que contribua para a melhoria constante do ensino (Sanches 2005).

Ao longo do desenvolvimento do projeto de investigação, utilizei diversas gravações de áudio na recolha de dados, e estas revelaram-se extremamente úteis para a análise dos resultados. Enquanto professora e investigadora, nem sempre foi possível realizar registos detalhados nas notas de campo durante a implementação das tarefas, pelo que essas gravações foram uma ferramenta essencial. Os diários de bordo, na minha perspetiva, destacaram-se como excelentes instrumentos de recolha de dados por permitirem registar as etapas do processo. Ao rever esses registos, posteriormente, consegui identificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos, bem como as tarefas em que o processo não decorreu de forma tão eficiente.

Na minha perspetiva, desenvolver uma investigação onde os alunos assumem o centro da sua aprendizagem e trabalham ao seu próprio ritmo nem sempre é uma tarefa simples. Trata-se de um processo que exige tempo e dedicação, além de uma gestão cuidadosa da turma e uma mediação atenta para garantir que todo o percurso decorra de uma eficiente e produtiva. Na minha opinião, se um docente utilizar materiais manipuláveis desde os primeiros anos de escolaridade pode proporcionar inúmeros benefícios para a aprendizagem e desenvolvimentos dos alunos. Estes materiais, ao proporcionarem uma experiência prática e concreta, ajudam os alunos a construir uma base sólida de conceitos matemáticos e a desenvolver competências essenciais.

Na minha opinião, é possível encontrar semelhança clara entre as dificuldades sentidas pelos alunos ao longo das tarefas e as dificuldades sentidas por mim ao longo da investigação que desenvolvi. Tal como os alunos enfrentaram algumas dificuldades na utilização dos materiais manipuláveis e na formulação das suas conclusões, também eu senti desafios semelhantes. No início, tive a perceção de que não possuía dados suficientes para realizar uma análise aprofundada. No entanto, ao iniciar a análise, deparei-me com uma grande quantidade de informações recolhidas, muitas das quais acabaram por não serem incluídas neste relatório final, por não acrescentarem nenhum contributo aos dados apresentados. Este processo reflete a complexidade e os desafios inerentes tanto à aprendizagem dos alunos como à prática investigativa, exigindo organização e discernimento em ambas as situações.

Outra dificuldade enfrentada foi a recolha de dados sobre as aprendizagens dos alunos. Durante a realização das tarefas, tornou-se desafiante identificar claramente as aprendizagens que estavam a ser adquiridas. Por isso, esta recolha aconteceu, sobretudo, na fase de discussão e sistematização coletiva, onde os alunos partilhavam as suas ideias e reflexões.

Adicionalmente, foi desafiante manter o meu papel de mediadora em sala de aula, uma vez que permiti que os alunos conduzissem as tarefas com as suas próprias decisões. Seguindo a abordagem do ensino exploratório, não podia influenciar as ideias dos alunos, mesmo quando me colocaram questões diretamente. O meu papel era apenas o de orientar o pensamento, oferecendo "pistas" sem dar respostas concretas ou interferir no raciocínio.

Atualmente, ao refletir sobre o desenvolvimento do estudo realizado, reconheço que, com a experiência adquirida, faria algumas coisas de forma diferente. Com base nas aprendizagens deste projeto, percebo que poderia ter explorado melhor algumas tarefas, em particular a terceira tarefa ("Dobrar uma folha de papel"), que considero ter sido a menos bem-sucedida e que me causou alguma inquietação. Teria sido útil poder repetir essa tarefa com os alunos, mas o tempo limitado para a implementação do projeto não permitiu repetir tarefas. No entanto, é importante lembrar que, sendo este um estudo de investigação sobre a prática, nem sempre é possível concretizar tudo o que foi inicialmente planeado. Além disso, o papel do investigador, neste caso, o meu, está em constante evolução e aprendizagem profissional, o que faz parte do próprio processo de investigação.

Ao longo do meu percurso académico, fui construindo o meu perfil como profissional da educação, ciente de que este é um processo continuo e em constante transformação, moldado pelas diversas experiências vividas. Hoje, considero-me uma docente mais capaz de orientar os alunos no caminho do conhecimento, de refletir sobre a própria prática e de saber que o caminho será sempre de procurar aprimorar as competências profissionais. Sinto-me capaz de valorizar as qualidades individuais de cada aluno, promovendo o sucesso através de aprendizagens enriquecedoras.

Em suma, acredito que ensinar vai muito além da transmissão de conteúdos. Acredito que seja incentivar a criatividade, fomentar a autonomia e, sobretudo, ajudar os alunos a contruírem pontes entre os seus sonhos e a realidade. Como educadora e como professora, espero contribuir para um ensino que forma não só alunos, mas sim seres capazes de enfrentar qualquer desafio da vida com confiança e sem medo.

BIBLIOGRAFIA

Barata, M. (2021) *Os materiais manipuláveis e a tecnologia na aprendizagem da matemática: uma experiência de ensino numa turma de 1.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico*. [Dissertação de Mestrado] Escola de Educação e Desenvolvimento Humano. Instituto Superior de Educação e Ciências de Lisboa.

Bivar, A., Grosso,C., Oliveira, F. e Timóteo, M., (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico.* Editorial do Ministério da Educação e Ciência.

Botas, D., & Moreira, D. (2013). *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1.º Ciclo*. Revista Portuguesa de Educação, *26*(1), 253.

Caldeira, M. F. (2009). *Aprender a matemática de uma forma lúdica*. Escola Superior de Educação João de Deus

Caldeira, M.F. (2009). *A importância dos Materiais para uma Aprendizagem Significativa da Matemática.* [Dissertação de Doutoramento] Universidade de Málaga.

Calvinho, J. (2018). *Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico: Conceções Alternativas em Ciência*. [Dissertação de Mestrado] Repositório da Universidade de Évora.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17. https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4265/1/APCanavarro%202011%20EM115%20pp11-17%20Ensino%20Explorat%C3%B3rio.pdf

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino

Básico. ME-DGE.https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica

Chainho, A.P. (2015). *A Aprendizagem dos Números Racionais no Ensino Básico Um estudo no 3º ano do 1º ciclo.* [Dissertação de Mestrado]. Repositório da Escola Superior de Educação de Beja.

Damas, E. et al. (2010). *Alicerces da* Matemática*. Guia Prático para Professores e Educadores*. Areal Editora.

Filomena, R., & Matos, P. (2011). *Aprender a Cooperar, Cooperar para Aprender O método Jigsaw em trabalhos de pares e/ou de grupo nas aulas de Língua Inglesa*. [Dissertação de Mestrado]. Faculdade de Letras da Universidade do Porto.

Heitor, B. (2018). *A utilização de materiais manipuláveis na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração.* [Dissertação de Mestrado]. Repositório da Escola Superior de Educação de Lisboa.

Lopes, J. B., et al. (2012). *Instrumentos de Ajuda à Mediação do Professor Para Promover a Aprendizagem dos Alunos e o Desenvolvimento Profissional dos Professores*. Revista do Centro de Investigação e Inovação em Educação. https://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/6298/1/Sensos%203%20%20Instrumentos%20de%20ajuda%20%C3%A0%20media%C3%A7%C3%A3o%20do%20professor%20para%20promover%20aprendizagem%20dos%20alunos.pdf

Lorenzato, S. (2009). O Laboratório de Ensino de Matemática. *Formação de Professores Campina*s. Editora Autores Associados, 3-38.

Mamede, E. (2011*). Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino*. Associação de Professores de Matemática. Universidade do Minho.

Marques, T.I.N. (2013). *A implementação de materiais pedagógicos no 1.º Ciclo*. [Dissertação de Mestrado]. Escola Superior de Educação João de Deus.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Editorial do Ministério da Educação.

Monteiro, C., Pinto, H. & Mamede,E. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. APM

Ponte, J. P., & Serrazinha, L. (2000*). Didática da Matemática no 1.º Ciclo*. Universidade Aberta

Reys, R. (1972). Considerations for Teaching using manipulative materials*. Em S. SMITH E. C. BADEMAN (eds),* Teacher-made aids for elementary school mathematics.

Santos, A. (2005). *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental*. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Católica de São Paulo.

Silva, S. (2015). *A utilização dos Materiais Manipuláveis no Ensino da Matemática no 1.º Ciclo*. [Dissertação de Mestrado]. Repositório do Instituto Superior de Ciências Educativas do Douro.

Silveira, A., Orientador, T., & Perez, G. (2004). *Laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.* [Dissertação de Mestrado]. Universidade estadual paulista instituto de geociências e ciências exatas campus de rio claro. https://repositorio.unesp.br /server/api/core/bitstreams/8065737c-b131-4bfc-9115-b79c187f09d2/content

Silvestre, A. & Mercê, C. (2012) O papel do professor na aula de Matemática*. Educação e Matemática.* http://hdl.handle.net/10451/4085

Sousa, A. (2014). *O ensino e a aprendizagem das frações no 2.º ano de escolaridade num contexto de ensino exploratório*. [Dissertação de Mestrado]. Repositório da Escola Superior de Educação e Ciências Sociais.

Swan, P., & White, G. (2013). *Developing Mathematics with Pattern Blocks.* Perth: RIC Publications. Hands Math.

Vale, I. (2002). *Materiais manipuláveis*. [Dissertação de Mestrado] Repositório da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Willingham, D. (2020) *Os materiais manipuláveis favorecem a aprendizagem dos alunos?* Iniciativa Educação.com. https://www.iniciativaeducacao.org/pt/ed-on/artigos/ciencia/os-materiais-manipulaveis-favorecem-a-aprendizagem-dos-alunos

ANEXOS

Anexo 1-Quadro de categorias de análise

Legenda:

	Os alunos reconhecem a relação entre as peças.
	Os alunos reconhecem a noção de fração nos materiais manipuláveis, tendo em conta a unidade em questão.
	Dificuldades sentidas pelos alunos para resolver as tarefas (observadas pela Professora Estagiária).
	Estratégias utilizadas pelos alunos para resolver as tarefas.

Blocos temáticos	Material Manipulável	Aprendizagens	Unidade de Registo	
		Os alunos…	Comunicação durante as tarefas	Discussão Coletiva e Sistematização das aprendizagens
Ciclo Investigativo	Blocos Padrão	-Exploraram os Blocos Padrão; -Compreenderam a sua importância na	R: Podemos substituir o hexágono por duas peças vermelhas (trapézio).	R: Utilizámos para o 1.º gato dois triângulos, um para cada orelha, losango, triangulo, triangulo, losango triangulo. Para o 2.º gato utilizámos um trapézio, triangulo, trapézio e trapézio. Trocamos as peças pequenas que são iguais por peças maiores.

		resolução das tarefas; -Conseguiram relacionar com a noção de fração.	R: Primeiro ia usar dois losangos para as orelhas, mas assim só ia contar 2 peças então se substituímos cada losango por dois triângulos já conta 4.	R: Primeiro tínhamos um trapézio e um losango, mas queríamos ter mais peças. Então dividimos os losangos e os trapézios só com os triângulos e percebemos que é possível construir todas estas peças só com os triângulos. E assim deu 19 peças.	
			R: Também podemos construir um hexágono com 3 losangos.	R: Se juntarmos as peças podemos formar outros gatos. Por exemplo, posso usar duas peças vermelhas para fazer uma peça amarela.	

			R: Conseguimos construir vários gatos diferentes se substituirmos as peças.	R: Podemos fazer todas as peças que temos na mesa só com os triângulos porque são as peças mais pequeninas.	
			R: Posso utilizar dois triângulos para substituir um losango. Porque os triângulos são um meio dos losangos.	R: Um losango corresponde a um terço.	
				R: Cada trapézio representa metade do hexágono e precisamos de dois para construir o hexágono.	
				R: No hexágono 1 triangulo representa 1 de 6, mas no trapézio representa 1 de 3	

				R: Então um meio do hexágono é o trapézio. Porque se dividires o hexágono ao meio, ficas com dois trapézios. Em cada trapézio cabem 3 triângulos.	
				R: Nós dividimos um losango ao meio e deu um triangulo. E se um triangulo é um meio de um losango, o losango é a unidade.	
				R: Um trapézio representa 3 triângulos e cada triangulo vale 1/3	
				R: Um triangulo é metade do losango, então é uma unidade e 3 losangos formam um hexágono.	
				R: Se um trapézio for um meio, o hexágono é a unidade.	

				R: Se nós tivermos um hexágono e construirmos por cima com os trapézios, conseguimos ver que o trapézio é um meio do hexágono.	
				R: Nós juntámos dois trapézios e deu um hexágono e percebemos que o trapézio era ½ do hexágono e que o hexágono era a unidade.	
				R: O hexágono é o dobro de um trapézio. Se um trapézio é uma unidade e se o hexágono são dois trapézios, então são duas unidades.	
				Um grupo não estava a perceber se o trapézio é a 1 unidade, o hexágono representa 2 unidades.	
				R: Como diz no início, um trapézio é uma unidade e dois trapézios formam um hexágono, então é 1+1 e o hexágono vale duas unidades.	
				R: Eu construí um trapézio com um losango e um triângulo, depois dividi o losango ao meio. Então o meu trapézio fico com três triângulos, então o losango, como são dois triângulos, representa 2/3.	
				R: Eu adicionei um triangulo ao losango e assim formou um trapézio. Mas assim ainda não tinha percebido quanto é que o losango valia, então dividimos ao meio e ficámos com dois triângulos. Assim tínhamos 3 triângulos no trapézio e o losango representa 2/3.	
				Existiu, em alguns grupos, a dificuldade em relacionar as peças. Não estavam a entender que um trapézio é equivalente a 3 triângulos. E que um losango é equivalente a dois triângulos, logo um losango representa 2/3 do trapézio.	

				R: Nós dividimos o hexágono em 3 losangos. Depois dividimos tudo por triângulos. Depois ficámos com 6 triângulos mais 2, então tínhamos 8. Eram 2 do losango em 8 do total.	
				R: Dividimos o losango e o hexágono por triângulos. No hexágono o triangulo representa 1/6 e no losango representa ½. Depois vimos os triângulos todos, que são 8 e nós precisávamos de 2, então nesta unidade os 2 triângulos representam 2/8.	
				R: Primeiro desenhámos o hexágono e dividimos em triângulos. Depois dividimos o losango em triângulos. Depois foi contar quantos triângulos temos, são 8. E precisamos de 2, então fica 2 em 8.	
				Demorou algum tempo, para que todos os alunos conseguissem visualizar a unidade total, composta por diferentes formas geométricas.	
	Folha de papel A4	-Conseguem utilizar diversas estratégias de resolução; -Reconhecem a fração como noção de parte-todo; -Conseguiam dobrar as folhas		R: Fiz duas dobras. Uma na horizontal e outra na vertical.	
				Muitos pares fizeram a mesma dobragem duas vez. Apesar da ordem de dobragem não ser “a mesma” (vertical-horizontal/horizontal-vertical), o resultado era o mesmo.	
				R: Eu não sabia se ia ficar com 4 partes iguais se eu fizesse 4 dobras logo de seguida. Então eu dobrei a folha ao meio, abri e depois dividi uma da parte até ao meio e fiz igual na outra parte.	

		obtendo, numa fase inicial, 4 partes iguais e, posteriormente, 6 partes iguais.		R: Eu pensei da mesma forma que a C. mas diferente. Eu peguei na folha e dividi ao meio, mas a folha estava na horizontal e depois abri e dobrei uma parte até ao meio e depois fiz o mesmo com a outra parte.	
				R: Primeiro peguei na caneta azul e percebi que ½ são dois quadrados, ou seja, metade da folha. Depois, peguei na caneta rosa e depois pintei ¼ da unidade, que é metade do ½.	
				R: Dois quadrados representam 2/4 da folha, que é equivalente a ½.	
				R: A folha é a nossa unidade, então nós tínhamos dividido a folha em quatro parte iguais e vimos que dois quadrados formavam um meio. Então pintámos dois quadrados de azul. Depois só tínhamos mais 2 quadrados e se tínhamos de pintar ¼ de rosa, pensámos que era 1 em 4, então pintámos só um quadrado.	

				R: A folha tem 4 quadrados e eu quero pintar ½ de azul, tal como o nome diz é pintar metade. Então, para pintar de rosa ¼ era pintar 1 quadrado em 4. Se tivesse 1/6, tinha de pintar 1 quadrado em seis.	
				A maior parte dos alunos não estava a conseguir dobrar a folha de modo a obter 6 partes iguais. A maioria dobrava a folha e obtinha 8 partes iguais.	
				R: Nós dividimos a folha ao meio. Depois abrimos a folha e percebemos que tínhamos de fazer 3 partes em cada metade da folha. Então voltámos a fechar e depois dobrámos em S.	
	Círculos de Frações	- Reconhecem as equivalências entre as frações. - Reconhecem a fração como noção de parte-todo.	R: Eu já tenho 1/8 de azeitona. Posso meter outro 1/8 de azeitona e fico com 2/8.	R: Eu coloquei umas peças por cima de outras e vi que se juntarmos 1/8 com 1/8 dá ¼	
			R: A minha pizza está dividida em 4 partes, então só podemos utilizar ¼ de um	R: Meti duas peças de 1/8 por cima de uma peça ¼ e percebi que 1/8 é metade de ¼.	

			alimento que seja processado.		
			R: Temos de pensar na parte e no todo. A nossa pizza está dividida em 8 partes e metemos 2 partes com queijo, então o queijo representa 2/8 da pizza.	R: A nossa pizza é dividida em 8 partes iguais e tem 1/8 de queijo, 2/8 orégão, 1/8 azeitona, 1/8 fiambre, 1/8 ananás, 1/8 banana e 1/8 tomate. Mas podemos simplificar o 2/8 por ¼.	

			R: Se uma pizza tiver 2/4 de queijo é o mesmo que dizer que metade da pizza tem queijo.	R: A nossa pizza tem ¼ de queijo da ilha dos Açores, ¼ de chourição, ¼ de tomate e ¼ cogumelos. E se a fosse representar com os círculos de frações, era com os de cor verde	
			R:2/4 mais 2/5 e 1/10 dão uma unidade. (A aluna utilizou os círculos de frações para comprovar o que estava a dizer) **R**: A não!!! Porque não são equivalentes…	R: Eu meti os círculos e 3/9 é equivalente a 1/3	

			R: Numa parte da peça do dominó posso meter 4/6 e na outra peça meto 2/3.	R: O nosso dominó tem 4 peças e 3 equivalências. Que são 3/9 é equivalente a 1/3, 2/6 é equivalente a 1/3 e 2/10 é equivalente a 1/5.	
			R: Posso meter 3/3 e 1 unidade, porque são equivalentes.	R: Nós temos 4/8 é equivalente a 2/4, 1/3 é equivalente a 2/6 e 2/5 é equivalente 4/10.	

			R: 1/3 é equivalente a 4/8 (errado) O aluno despois utilizou os círculos e comprovou que a sua ideia estava errada. E percebeu que uma possível equivalência seria 2/4 e 4/8.	R: Nós fizemos assim, 2/2 é equivalente a 1 unidade, 2/3 é igual a 4/6, 2/6 é igual 1/3, ¼ é igual a 2/8, 5/10 é equivalente a ½ e 1/3 é igual a 3/9.	