

Instituto Politécnico de Coimbra  
Instituto Superior de Contabilidade  
e Administração de Coimbra

Licínio Manuel Fernandes Castelão

Performance dos *Exchange Traded Funds* do setor energético dos EUA

Performance dos *Exchange Traded Funds* do setor energético dos EUA

Licínio Manuel Fernandes Castelão

ISCAC | 2019

Coimbra, Outubro de 2019





Instituto Politécnico de Coimbra  
Instituto Superior de Contabilidade  
e Administração de Coimbra

Licínio Manuel Fernandes Castelão

Performance dos *Exchange Traded Funds* do setor  
energético dos EUA

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Coimbra para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Análise Financeira, realizada sob a orientação da Professora Doutora Carla Margarida Saraiva de Oliveira Henriques e da Professora Doutora Maria Elisabete Duarte Neves.

Coimbra, Outubro de 2019

## **TERMO DE RESPONSABILIDADE**

Declaro ser o autor desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido a outra Instituição de ensino superior para obtenção de um grau acadêmico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas e que tenho consciência de que o plágio constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

## **PENSAMENTO**

*Markets are constantly in a state of uncertainty and flux and money is made by discounting the obvious and betting on the unexpected.*

George Soros

## **AGRADECIMENTOS**

À Professora Doutora Carla Margarida Saraiva de Oliveira Henriques pela orientação científica, sugerindo e cooperando com modelos de avaliação de performance de portfólios, bem como na revisão do texto da presente dissertação.

À Professora Doutora Maria Elisabete Duarte Neves pela importante cooperação e partilha de conhecimentos relativamente ao tema deste trabalho.

Aos meus pais, irmã, cunhado e restante família pelo apoio e motivação tornando possível a concretização da dissertação.

Aos meus amigos, em particular ao Renato e à Vanessa pelo apoio contínuo no desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

A seleção de portfólios eficientes pressupõe a adoção de processos de tomada de decisão assentes em abordagens multiobjetivo. Neste âmbito, Markowitz (1952) foi o precursor da teoria de portfólio moderna, considerando como funções objetivo deste tipo de problemas a maximização do retorno e a minimização do risco.

No que se refere aos modelos de portfólio, estes descuram, geralmente, a incerteza inerente aos dados necessários à sua instanciação. Por outro lado, a complexidade computacional exigida para a obtenção de soluções destes problemas, em particular, se houver restrições de cardinalidade, faz ressaltar a necessidade de utilizar um método inicial que permita efetuar uma pré-seleção dos títulos a contemplar nos portfólios de partida.

Neste contexto, a presente dissertação propõe a aplicação de uma abordagem assente em duas etapas para construir modelos de portfólio. A primeira, consiste na utilização da metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA) para selecionar um conjunto de títulos que apresentam melhor performance financeira, de acordo com os indicadores utilizados como *inputs* (a minimizar) e como *outputs* (a maximizar). A segunda, faz recurso aos modelos de portfólio multiobjetivo intervalares para apresentar as carteiras de títulos eficientes, de acordo com as preferências do investidor (i.e. assumindo estratégias mais agressivas, conservadoras e/ou combinadas). A utilidade prática da metodologia proposta é finalmente ilustrada com base num conjunto de *Exchange Traded Funds* (ETF) do setor energético dos Estados Unidos da América (EUA).

Os resultados obtidos evidenciam que o setor energético é pouco atrativo para os investidores, uma vez que foram poucos os ETFs considerados eficientes atendendo à metodologia DEA. De uma forma geral, foi ainda possível observar que o ETF considerado sempre eficiente e mais vezes escolhido como *benchmark* em todos os modelos e horizontes temporais é o NLR, que pertence ao setor nuclear. Adicionalmente, foi possível verificar que em nenhum dos modelos considerados (e horizontes temporais) existem ETFs pertencentes ao setor das energias renováveis. De facto, os setores do gás natural e do petróleo bruto são os setores mais presentes nas carteiras de ETFs eficientes.

No que diz respeito à composição das carteiras, verificamos que estratégias mais agressivas permitem obter um maior retorno e um maior risco; por outro lado,

estratégias conservadoras e equilibradas conduzem a um menor retorno, mas a um menor risco.

Palavras-chave: *Exchange Traded Funds*, *Data Envelopment Analysis*, Modelos de portfólio multiobjectivo com coeficientes intervalares

## **ABSTRACT**

The selection of efficient portfolios requires the adoption of decision-making processes based on multi-objective approaches. In this context, Markowitz (1952) was the precursor of the modern portfolio theory, by considering two objective functions for these sort of problems: the maximization of return and the minimization of risk.

Portfolio models usually neglect the uncertainty inherently involved in the data required for their instantiation. On the other hand, the computational complexity required for obtaining solutions to these models, in particular, if there are cardinality constraints, highlights the need of using methods that provide a filtering procedure for selecting the assets that should be considered as the starting portfolios under assessment.

In this context, this dissertation proposes a two-step approach in order to build portfolio models. The first step consists of using the Data Envelopment Analysis (DEA) methodology to select a set of assets with higher financial performance according to the indicators used as inputs (to minimize) and as outputs (to maximize). The second step, makes use of interval multi-objective portfolio models to obtain efficient portfolios, according to the investor preferences (e.g. an aggressive strategy, a conservative strategy and a combined strategy). The usefulness of the proposed methodology is finally illustrated by means of a set of Exchange Traded Funds of the energy sector of the United States of America (USA).

Our findings suggest that the energy sector is not attractive to investors, since only a few Exchange Traded Funds (ETF) were classified as efficient according to the DEA methodology. In general, it is possible to observe that the ETF always considered as efficient and most often chosen as a benchmark according to all models and time horizons is NLR, which belongs to the nuclear sector. Additionally, it is possible to verify that in all the models considered (and time horizons) there are no ETFs belonging to the renewable energy sector. In fact, the sectors more frequently present in the portfolio of efficient ETFs belong to natural gas and oil. With regard to the efficient portfolio composition, we found that more aggressive strategies lead to higher returns and greater risk, while conservative and balanced strategies lead to lower returns but lower risk.

Keywords: Exchange Traded Funds, Data Envelopment Analysis, multi-objective portfolio models with interval coefficients

# ÍNDICE GERAL

INTRODUÇÃO .....	1
1 Revisão de literatura .....	5
1.1 ETFs .....	5
1.1.1 Enquadramento teórico .....	5
1.1.2 Performance dos ETFs.....	9
1.1.3 Estudo dos ETFs aplicados ao setor da energia.....	11
1.2 Avaliação de carteiras de investimento.....	14
1.2.1 Avaliação do risco .....	14
1.2.2 Seleção de portfólios eficientes .....	16
1.2.3 DEA num contexto financeiro .....	20
2 Abordagem metodológica.....	24
2.1 DEA.....	24
2.1.1 Modelo DEA assente na função de distância direcional.....	25
2.1.2 <i>Abordagem da função de distância direcional na presença de dados negativos</i> .....	27
2.1.2.1 Range directional model (RDM +).....	28
2.2 Modelos de PLMO .....	29
2.2.1 Modelos de PLMO com coeficientes intervalares .....	31
2.2.2 Modelo de portfólio multiobjectivo intervalar.....	34
2.2.2.1 Funções objetivo.....	34
2.2.2.2 Restrições .....	36
2.2.2.3 O problema de seleção de portfólio multiobjectivo intervalar .....	36
2.2.2.4 Método utilizado para obtenção de soluções.....	37
3 Aplicação empírica .....	40

3.1	Dados.....	40
3.2	Seleção de <i>inputs</i> e <i>outputs</i> .....	44
3.3	Modelos DEA.....	46
3.4	Pressupostos inerentes à construção de modelos de portfólio multiobjetivo intervalar .....	50
4	Discussão dos resultados obtidos.....	51
4.1	O modelo DEA 1.....	51
4.2	O modelo DEA 2.....	55
4.3	O modelo DEA 3.....	58
4.4	Portfólios eficientes obtidos a partir do modelo DEA 1 .....	61
4.5	Portfólios eficientes obtidos a partir do modelo DEA 2 .....	63
4.6	Portfólios eficientes obtidos a partir do modelo DEA 3 .....	65
	CONCLUSÃO .....	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	70
	APÊNDICES .....	77
	APÊNDICE 1. <i>Inputs</i> e <i>outputs</i> positivos.....	78
	APÊNDICE 2 – Retorno e risco mensal médio – Títulos eficientes .....	81
	APÊNDICE 3 – Retorno e risco das carteiras .....	82

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Distribuição geográfica do mercado dos ETFs .....	6
--	---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 - Total dos ativos líquidos (em bilhões de dólares - 2009 a 2018) e número de ETFs.....	7
Tabela 1.2 - Estudos com base em DEA efetuados num contexto financeiro .....	21
Tabela 3.1 - Descrição dos ETFs. ....	40
Tabela 3.2 - Dados respeitantes aos <i>inputs</i> . ....	46
Tabela 3.3 - Dados respeitantes aos <i>outputs</i> . ....	47
Tabela 4.1 - <i>Scores</i> de eficiência obtidos com o modelo DEA 1 .....	51
Tabela 4.2 - DMUs eficientes (3 anos).....	53
Tabela 4.3 - DMUs eficientes (5 anos).....	53
Tabela 4.4 - <i>Scores</i> de eficiência obtidos com o modelo DEA 2 .....	55
Tabela 4.5 - DMUs eficientes (1 ano).....	56
Tabela 4.6 - DMUs eficientes (3 anos).....	57
Tabela 4.7 - DMUs eficientes (5 anos).....	57
Tabela 4.8 - <i>Scores</i> de eficiência obtidos com o modelo DEA 3 .....	58
Tabela 4.9 - DMUs eficientes (1 ano).....	59
Tabela 4.10 - DMUs eficientes (3 anos).....	60
Tabela 4.11 - DMUs eficientes (5 anos).....	60
Tabela 4.12 - Resumo das DMUs eficientes.....	61
Tabela 4.13 - Carteiras eficientes – DEA 1 (a 3 anos) .....	61
Tabela 4.14 - Carteiras eficientes - DEA 1 (a 5 anos).....	62
Tabela 4.15 - Carteiras eficientes - DEA 2 (a 1 ano).....	63
Tabela 4.16 - Carteiras eficientes - DEA 2 (a 5 anos).....	64

Tabela 4.17 - Carteiras eficientes - DEA 3 (1 ano) .....	65
Tabela 4.18 - Carteiras eficientes - DEA 3 (a 5 anos) .....	66

## **Lista de abreviaturas, acrónimos e siglas**

ADCC – *Asymmetric Dynamic Conditional Correlations*

AMEX – *American Stock Exchange*

APT – *Arbitrage Pricing Theory*

BCC – *Banker, Charnes & Cooper*

BEKK – *Baba-Engle-Kraft-Kroner*

CAPM – *Capital Asset Pricing model*

CCR – *Charnes, Cooper & Rhodes*

CFTC – *Commodity Futures Trading Commission*

CMVM – *Comissão de Mercado de Valores Mobiliários*

CRS – *Constant Returns Scale*

CTA – *Commodity Trading Advisor*

CVaR – *Conditional Value-at-Risk*

DEA – *Data Envelopment Analysis*

DMUs – *Decision making units*

ETF – *Exchange Traded Fund*

GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

GPDF – *Generalized Proportional Distance Function*

ICI – *Investment Company Institute*

NAV – *Net Asset Value*

P/B – *Price/book ratio*

P/CF – *Price/cash flow ratio*

P/E – *Price/earnings ratio*

PLMO – *Programação Linear Multiobjetivo*

RAM – *Range Adjusted Measure*

RDM – *Range directional model*

*SEC – Security Exchange Commission*

*SPDR – Standard & Poor’s Depository Receipt*

*TIPs – Toronto Index Participation units*

*VaR – Value-at-Risk*

*VRS – Variable Returns Scale*

*WRDDM – Weighted Russell Directional Distance Model*

## **Glossário**

*Average assets* – valor médio do total dos ativos registados no balanço entre dois períodos consecutivos.

*Average equity* – valor médio do total do capital próprio registado no balanço entre dois períodos consecutivos.

*Cash* – o termo *cash* diz respeito a investimentos seguros e de curto prazo. É também designado como o valor dos ativos que imediatamente poderiam ser convertidos em dinheiro.

*Downside risk* – representa a perda potencial que pode surgir como medida de risco contra um retorno mínimo aceitável, isolando a parte negativa da volatilidade.

*Expense ratio* – este rácio representa a taxa anual que os fundos cobram aos seus acionistas. É expresso pela percentagem dos ativos deduzidos pelas despesas do fundo.

*Incentive fee* – diz respeito à compensação paga aos consultores de *commodities* ou a qualquer profissional que alcance retornos acima da média.

*Loads* – este termo representa a taxa ou comissão de vendas cobrada a um investidor no momento da compra ou resgate das ações de um fundo.

*Management fee* – corresponde ao valor pago por um fundo ao consultor de investimentos pelos seus serviços.

*Margin-to-equity ratio* – este rácio representa o uso médio da margem de um *commoditie trading adviser* (CTA) (profissional ou empresa que presta consultoria relativamente à compra ou venda de contratos futuros, opções, entre outros ativos), com base num investimento mínimo. A margem diz respeito ao capital mínimo necessário para deter uma posição aberta num contrato de futuros ou opções.

*Maximum drawdown* – este termo diz respeito a um indicador de risco de um portfólio que tem como objetivo medir o maior pico de descida no valor de um portfólio (antes que um novo pico seja alcançado).

*Price/book ratio* (P/B) – o rácio P/B compara o valor de mercado de uma empresa com o seu valor contabilístico. Resulta da relação entre o preço por ação e o valor contabilístico.

*Price/cash flow ratio (P/CF)* – o rácio P/CF representa o valor que o investidor está disposto a pagar por um dólar gerado a partir das operações de uma empresa em particular. O rácio é calculado através do valor do preço de uma ação em relação ao fluxo de caixa operacional.

*Price/earnings ratio (P/E)* – o rácio P/E avalia uma empresa através da relação entre o preço atual das ações face ao lucro por ação.

*Rollover* – é o evento que ocorre quando um investidor prolonga a sua posição do contrato do mês anterior, dando lugar a um novo contrato de futuro.

*Round turn* – corresponde a um procedimento na qual a posição longa (compra de um ativo) ou curta (venda de um ativo) de um indivíduo no mercado, é recompensada através da transação oposta ou aceitação da entrega de um instrumento financeiro ou mercadoria física.

*Spot price* – este termo considera o preço atual de um ativo que pode ser comprado ou vendido num local e hora especificados.

*Stocks* – os stocks correspondem às diferentes alocações básicas dos ativos como ações, obrigações, entre outros.

*Ticker* – Designado como símbolo de negociação, corresponde ao sistema de letras usado para identificar uma ação, um ETF ou qualquer outro ativo numa bolsa de valores.

*Tracking error* – é uma medida de desempenho ajustada ao risco, e indica em que medida é que a performance de um fundo se desvia da performance do seu índice de referência.

*Turnover ratio* – este rácio diz respeito a uma medida de atividade de negociação de um fundo e representa a rotatividade com que um gestor de fundo consegue vender todas as suas ações num determinado ano.

## **INTRODUÇÃO**

O modelo de portfólio sugerido por Markowitz (1952) baseia-se numa perspetiva de recompensa e risco, onde a recompensa é medida pelo retorno esperado e a variância do retorno é usada para aferir o nível de risco e de diversificação da carteira. A menor variância corresponde, assim, a níveis mais elevados de diversificação e a níveis de risco mais baixos. Portanto, este tipo de modelos tem como objetivo obter as carteiras de títulos que maximizam o retorno e que minimizam o risco em simultâneo.

Na tentativa de quantificar o risco, a abordagem clássica de Markowitz sugere a utilização da variância como uma medida de volatilidade, descurando o facto de que, muitas vezes, a posição do investidor face ao risco não é coincidente com a simetria ou a distribuição normal. Desta forma, uma pequena perda pode ser suficiente para tornar um investidor não propenso ao risco pouco satisfeito, podendo o oposto também ser verdade (Henriques & Neves, 2019). Neste sentido, os pressupostos assumidos no modelo clássico proposto por Markowitz são apenas válidos desde que o retorno esperado seja multivariado e normalmente distribuído e que o investidor seja avesso ao risco (Papahristodoulou & Dotzauer, 2004). Por este motivo, Markowitz (1968) sugeriu, posteriormente, como medida alternativa para mensurar o risco, a semi-variância. A principal diferença desta medida face à apresentada inicialmente assenta no facto de apenas considerar os desvios negativos face a um determinado nível de retorno.

No entanto, uma vez que a formulação dos problemas originalmente propostos por Markowitz é quadrática, a complexidade computacional requerida para a obtenção de soluções pode tornar-se facilmente incomportável (*NP-hard*), particularmente se o número de ativos for elevado e se houver restrições de cardinalidade - i.e. um limite ao número de ativos a considerar na carteira eficiente, como forma de limitar o custo de posse da carteira (Escudero, Torrubiano & Suárez, 2006).

Por este motivo, vários autores propuseram formulações matemáticas alternativas, de modo a melhorar o esforço computacional na obtenção de carteiras eficientes. Neste contexto, Biglova, Ortobelli, Rachev e Stoyanov (2004) e Ortobelli, Rachev, Stoyanov, Fabozzi e Biglova (2005), apresentam uma revisão extensa da literatura relativamente às medidas de risco e modelos que poderão ser aplicados na seleção de portfólios.

Apesar da evolução das formulações propostas na literatura, no sentido da linearização das medidas de risco consideradas nos modelos de portfólio, a presença de restrições de

cardinalidade e o número de títulos a considerar nos portfólios de partida, podem conduzir a um esforço computacional considerável na obtenção das carteiras de títulos eficientes. De modo a colmatar este problema, um dos objetivos da presente dissertação consiste na proposta de uma abordagem que segue duas etapas, combinando duas metodologias de programação matemática distintas. A primeira, utiliza a metodologia *Data Envelopment Analysis* (DEA) para efetuar uma seleção do conjunto de títulos que possuem melhor performance financeira, com base nos indicadores usados como *inputs* (a minimizar) e como *outputs* (a maximizar). A segunda, aplica os modelos de portfólio multiobjetivo intervalares para escolher as possíveis composições eficientes da carteira de títulos, considerando explicitamente as preferências do investidor (i.e. assumindo estratégias mais agressivas, conservadoras e/ou combinadas).

A metodologia DEA foi proposta por Charnes, Cooper e Rhodes (CCR) (1978), como uma generalização do conceito de eficiência técnica<sup>1</sup> proposta por Farrell (1957). Esta abordagem caracteriza-se por ser um método não paramétrico baseado em programação linear que é computacionalmente simples, permitindo considerar vários recursos (*inputs*) e produtos (*outputs*) medidos em diferentes escalas (Cooper, Seiford & Zhu, 2011).

O objetivo desta ferramenta de análise é medir a eficiência de unidades de decisão - *decision making units* (DMUs) – unidades de produção com características homogêneas, sendo possível estabelecer quais destas operam de modo eficiente. Uma das vantagens desta metodologia consiste na identificação das fontes de ineficiência, permitindo contrastar o desempenho de cada DMU ineficiente com as DMUs que constituem referenciais de *benchmarking* (ou seja, DMUs eficientes que servem de referência em termos de melhores práticas) (Cooper, Seiford & Tone, 2007).

No que se refere aos problemas de seleção de portfólios, é possível constatar que a maioria dos modelos convencionais considera o retorno e o risco médios como sendo os fatores que mais contribuem para influenciar as decisões de investimento. Contudo, a utilização de valores médios nos coeficientes destes modelos não permite captar a incerteza que lhes é intrínseca. Na realidade, num contexto de seleção de portfólios, a informação exata e completa relacionada com vários parâmetros que o decisor necessita

---

<sup>1</sup> Segundo Farrell (1957), a eficiência técnica avalia a capacidade de uma determinada unidade de decisão (unidade de produção com características homogêneas), garantir um dado nível de produção através da utilização da menor quantidade de recursos.

de obter nem sempre está disponível (Henriques & Neves, 2019). Neste sentido, a inexatidão, as variações dos dados que instanciam os modelos, a subjetividade subjacente ao Ser Humano, e a imprecisão existente na modelação da realidade, são alguns fatores que podem dar origem à incerteza presente em modelos de portfólio (Gupta, Mehlawat, Inuiguchi & Chandra, 2014).

O tratamento de incerteza pode ser efetuado, nomeadamente, recorrendo a técnicas de programação estocástica, difusa ou intervalar. Na programação estocástica, os coeficientes do problema de otimização são encarados como imprecisos, sendo conhecidas as suas distribuições de probabilidade. Na programação *fuzzy* ou difusa, os coeficientes do problema são dados como números difusos, com funções de pertença conhecidas. No entanto, a quantidade de informação necessária para obter este tipo de funções pode não existir e ser muito dispendiosa. Neste contexto, a programação intervalar pode ser útil para o tratamento da incerteza (Oliveira & Antunes, 2007). Assim, a abordagem intervalar possui algumas características atrativas, sendo apenas necessário dispor de informação acerca da gama de variação dos coeficientes necessários para construir o modelo, podendo ser preferível para o decisor na prática (Oliveira & Antunes, 2007). Neste âmbito, será proposto, neste trabalho, um modelo de portfólio multiobjetivo, onde o tratamento de incerteza é efetuado através da abordagem intervalar.

Uma vez que o setor energético merece particular destaque devido ao seu tamanho e impacto na economia e ambiente globais, a utilidade da abordagem seguida será validada através da respetiva aplicação a um conjunto de *Exchange Traded Funds* (ETFs) do setor energético transacionados nos EUA.

O interesse no estudo dos ETFs, reside no facto de ser um produto financeiro ainda relativamente recente e com um crescimento notável no mercado. Por outro lado, a abordagem proposta para a presente dissertação, surge como um contributo interessante na construção de portfólios, uma vez que a composição das carteiras que pretendemos selecionar, será constituída por fundos que, por natureza, já são diversificados. A escolha do mercado dos ETFs nos EUA está relacionada com o facto deste mercado ser o mais representativo em todo o mundo, correspondendo, em 2018, a 72% dos 4.7 trilhões em ativos de ETFs transacionados mundialmente (ICI, 2019).

De uma forma resumida, a presente dissertação encontra-se estruturada da seguinte forma:

- Neste capítulo, é feita uma breve introdução, sendo referidos os principais contributos deste trabalho. Por outro lado, são apresentadas as motivações para o estudo dos ETFs do setor energético transacionados nos EUA. Finalmente, os capítulos desta dissertação são apresentados de uma forma resumida.
- No capítulo 1, “Revisão de literatura”, faz-se um breve enquadramento teórico relativamente aos ETFs, sendo analisados alguns estudos relativamente a este produto financeiro. Por último, são também abordadas algumas publicações relacionadas com a seleção do portfólios eficientes.
- O capítulo 2, “Abordagem metodológica”, tem como principal objetivo descrever detalhadamente as duas metodologias aplicadas na componente prática da dissertação.
- No capítulo 3, “Análise empírica”, referem-se os pressupostos considerados para a obtenção da base de dados utilizada no presente trabalho, bem como inerentes à construção do portfólio de partida.
- O capítulo 4, “Discussão dos resultados obtidos”, apresenta uma análise de alguns resultados obtidos com a aplicação das metodologias sugeridas.
- Por último, são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, bem como algumas limitações deste estudo, sendo propostas pistas de investigação futura.

## **1 Revisão de literatura**

### **1.1 ETFs**

#### **1.1.1 Enquadramento teórico**

Segundo a Comissão de Mercado de Valores Mobiliários (CMVM), um fundo de investimento é um instrumento financeiro que tem como objetivo distribuir a riqueza dos investidores por um conjunto de ativos diversificados, que são geridos por entidades gestoras de fundos.

Os fundos de investimento podem ainda desagregar-se em fundos abertos e fechados. No primeiro caso, os investidores subscrevem e resgatam as unidades de participação sempre que quiserem. No segundo caso, a subscrição apenas é possível mediante um período definido e o resgate apenas ocorre na data de liquidação do fundo.

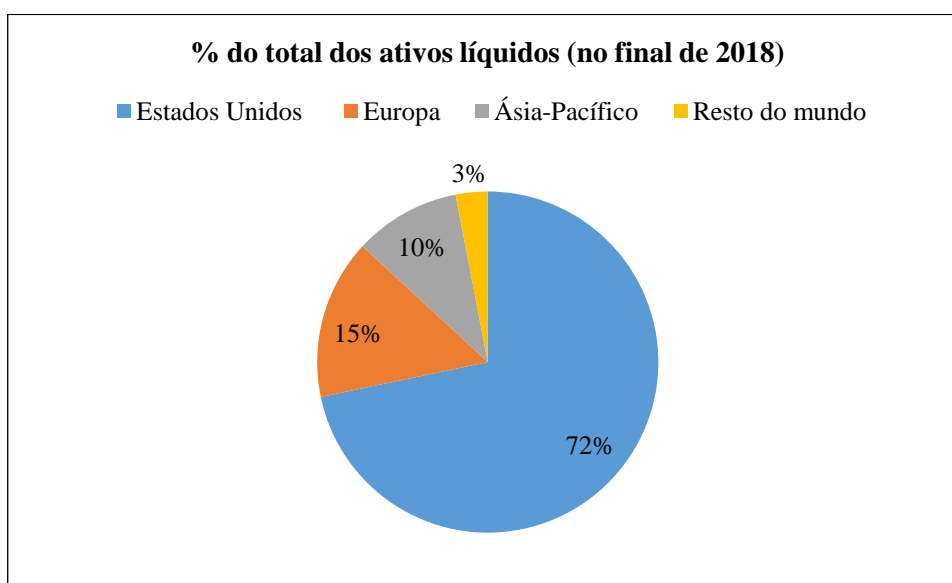
Atendendo à definição proposta pela CMVM, um ETF enquadra-se num fundo de investimento aberto, admitido à negociação numa bolsa de valores, com o objetivo de alcançar uma performance atendendo ao comportamento do seu indicador de referência.

No estudo do *Investment Company Institute* (ICI), os ETFs são distinguidos em quatro categorias: ETFs baseados num índice que é projetado para acompanhar o desempenho de um índice específico ou um inverso dele e, em alguns casos, um inverso múltiplo ou múltiplo de índice; ETFs com o objetivo de criar uma combinação única de investimentos para atender a objetivos e políticas de investimento específicas; *physical commodities* ETFs (i.e. ETFs que investem em *commodities* físicas); e *derivatives-based commodities* ETFs (i.e. ETFs que investem em produtos derivados para aceder a *commodities*). Por último, existem ainda ETFs que investem em setores específicos.

De acordo com Ben-David, Franzoni e Moussawi (2017), os ETFs são veículos de investimento que emitem valores mobiliários negociados continuamente em bolsas públicas. Para estes autores, existem dois tipos principais de ETFs que diferem da maneira como replicam o índice subjacente, *physical* ETFs e *synthetic* ETFs. Os *physical* ETFs tentam acompanhar de perto o retorno do seu índice de referência, mantendo a amostra total ou uma parte que representa as ações do índice, com pesos muito similares aos deste. Por outro lado, os *synthetic* ETFs seguem o seu índice de referência; no entanto, em vez de manterem fisicamente cada um dos títulos que o compõem, recorrem a produtos derivados.

Segundo Deville (2008), o primeiro ETF, o *Toronto Index Participation units* (TIPs), foi introduzido na Bolsa de Valores de Toronto em 9 de Março de 1990, tendo como principal objetivo acompanhar o Toronto 35. Este fundo, negociado na bolsa de valores, era caracterizado por ter taxas de administração extremamente baixas. Em 1993, a Bolsa de Valores Americana (AMEX) começou a negociar o *Standard & Poor's 500 Depositary Receipt* (SPDR), popularmente conhecido como “*Spider*”, com o *ticker* (SPY), designado muitas vezes como o primeiro ETF do mundo. Dada a sua estrutura específica e o seu mecanismo de negociação começaram a surgir outros ETFs no mercado, sendo os mais reconhecidos os SPDRs da MidCap, *Diamonds* (*ticker*, DIA), baseados no *Dow Jones Industrial Average*, ou *Select SPDRs* do setor. No entanto, foi a partir de 1999, através do lançamento do *Nasdaq-100 Index Tracking Stock*, popularmente conhecido como *Cubes* ou *Qubes*, em referência ao seu *ticker* inicial, QQQ, que os ETFs se assumiram como um investimento atrativo.

Atendendo ao relatório apresentado pelo ICI (2019), o mercado dos ETFs nos EUA apresentava cerca de 1,988 fundos, com um valor a rondar os 3.4 triliões de dólares em ativos líquidos no final de 2018, tornando este mercado como o mais representativo em todo o mundo, correspondendo a 72% dos 4.7 triliões em ativos de ETFs transacionados mundialmente (Fig.1.1 e Tabela 1.1).



**Figura 1.1 - Distribuição geográfica do mercado dos ETFs; Fonte ICI (2019)**

**Tabela 1.1 - Total dos ativos líquidos (em bilhões de dólares - 2009 a 2018) e número de ETFs; Fonte ICI (2019)**

Ano	Non-1940 Act ETFs <sup>1</sup>	1940 Act ETFs <sup>2</sup>	Total	Número de ETFs
2009	75	703	777	797
2010	101	891	992	923
2011	109	939	1048	1135
2012	120	1217	1337	1195
2013	64	1611	1675	1295
2014	57	1918	1975	1412
2015	48	2052	2101	1595
2016	62	2463	2524	1716
2017	67	3333	3401	1835
2018	62	3308	3371	1988

1) Os fundos nesta categoria não estão registrados de acordo com o *Investment Company Act* de 1940 e investem principalmente em *Commodities*, moedas e futuros.

2) Os fundos nesta categoria são registrados de acordo com o *Investment Company Act* de 1940.

A grande parte dos ativos de ETFs dos EUA encontra-se aplicada em fundos registrados e regulamentados pela *Security Exchange Commission* (SEC) de acordo com o *Investment Company Act* de 1940 (Tabela 1.1). No final do ano de 2018, foi possível constatar que aproximadamente 2% dos ativos líquidos eram mantidos em ETFs que não faziam parte do *Investment Company Act* de 1940. Esses ETFs investem essencialmente em *commodities*, moedas e futuros. Os *Non-1940 Act* ETFs que investem em *commodities*, ou moeda de futuros são regulados pela *Commodity Futures Trading Commission* (CFTC) nos termos do *Commodity Exchange Act* e pela SEC de acordo com o *Securities Act* de 1933. Aqueles que investem apenas em *commodities* físicas ou moedas são regulados pela SEC sob o *securities Act* de 1933. No final de 2018 foi possível observar que 69 desses fundos possuíam 62 bilhões de dólares em ativos líquidos.

Sendo um veículo de investimento relativamente recente nos mercados financeiros, o relatório do ICI (2019) aponta como principais causas para o crescimento deste tipo de

ativos, as características inerentes dos fundos, consideradas atrativas para os investidores. Deville (2008) afirma que os ETFs são instrumentos híbridos, combinando a vantagem de ambos os fundos de investimento (abertos e fechados). Como fundos de índice, pretendem replicar o desempenho dos seus índices de referência. Por outro lado, em termos de funcionamento são parecidos com as ações. Para Chiodi, Mansini e Speranza (2003), os ETFs são similares a fundos mútuos. No entanto, os primeiros apresentam a particularidade de fornecerem aos investidores uma alta liquidez uma vez que, os investidores podem negociar títulos no mercado sempre que quiserem (negociação *intraday*). No caso dos fundos mútuos, estes são a preço de custo (*forward priced*), i.e. são negociados apenas no fecho do mercado. Outro aspeto que os torna atrativos relaciona-se, com o facto de quem os emite (bolsa e outros emitentes), estabelecerem oportunidades de diversificação proporcionando a todos os investidores baixos custos, eficiência tributária, transparência e baixas taxas de administração. O processo de aquisição de um ETF é mais barato do que comprar individualmente todos os títulos que compõem a carteira. Por outro lado, o investidor em vez de receber de imediato ganhos de capital, tem a opção de os trocar por blocos de ativos. Haslem (2003), refere que os ETFs utilizam um sistema designado por *redemption-in-kind*, significando que quando um investidor efetua um resgate não recebe os ganhos em dinheiro como aconteceria nos fundos de investimento. Contrariamente, é oferecido ao investidor uma carteira de ativos de igual proporção às unidades de participação que este detinha. Neste sentido destaca-se a sua eficiência tributária dado que os investidores não incorrem em impostos sobre ganhos de capital até venderem os seus ETFs. Um último aspeto, relaciona-se com o facto de as participações serem transparentes, uma vez que a composição das carteiras é sempre divulgada no final do dia de negociação.

Tendo em conta o crescimento constante dos ETFs, e o facto de ser um produto financeiro relativamente recente no mercado, o estudo que propomos, pretende explorar os seus benefícios, de forma a construir modelos de portfólios. Os diversos ETFs do setor energético que serão contemplados neste estudo, baseiam-se em *physical* ETFs e *synthetic* ETFs. Por um lado, teremos ETFs, que serão compostos por ações, com participações semelhantes àquelas apresentadas pelo indicador de referência e, por outro lado, utilizaremos ETFs baseados em *commodities* que utilizam essencialmente contratos de futuros e *swaps* de modo a acompanhar o seu índice. A utilização destes

dois tipos de ETFs permite ao investidor aceder a diversas estratégias de investimento (i.e. fundos compostos por ações, obrigações, produtos derivados, entre outros).

### **1.1.2 Performance dos ETFs**

Após um breve enquadramento teórico relativamente aos ETFs, fazemos referência a alguns estudos que se dedicaram a avaliar este produto financeiro, evidenciando, de alguma forma, a respetiva performance, bem como o seu desempenho face a outros fundos de investimento. Neste contexto, o trabalho de Elton, Guber, Comer e Li (2000), surge como um dos primeiros a analisar o desempenho do SPDR, comparativamente com o S&P 500 e com o *Vanguard Index 500*, durante o período entre 1993 a 1998. Numa primeira fase e, ignorando o impacto das comissões de gestão e o reinvestimento de dividendos, os autores verificam que os SPDRs acompanham de muito perto o índice de referência. No entanto, atendendo a um cenário já com comissões, os autores verificam que os SPDRs têm um desempenho inferior ao *benchmark*, em 28.4 pontos base, concluindo que se deve essencialmente à inclusão das comissões de gestão e ao não reinvestimento dos dividendos obtidos. No entanto, apesar do desempenho inferior, os autores apontam que a popularidade dos SPDRs se deve essencialmente à elevada liquidez, podendo estes ser utilizados como mecanismo de controlo de risco e como um investimento de curto prazo.

Poterba e Shoven (2002) compararam os retornos antes de impostos e depois de impostos em relação ao SPDR, que investe no S&P 500, face ao *Vanguard Index 500*. Os resultados permitem concluir que os retornos antes e depois de impostos sobre o fundo SPDR são muito semelhantes àqueles apresentados pelo fundo mútuo *Vanguard Index 500*. No entanto, tanto o retorno após impostos como o retorno antes de impostos foram ligeiramente maiores do que aqueles obtidos pelos ETFs. Ainda assim, os autores destacam os ETFs dada a sua eficiência tributária em manter uma carteira de títulos proporcionando retornos comparáveis aos dos fundos a um custo mais baixo.

Kostovetsky (2003), desenvolveu um modelo simples para examinar as principais diferenças entre ETFs e *index funds*. De acordo com o autor, as principais diferenças residem nas taxas de comissão, transação e eficiência de tributação.

Gastineau (2004) e Elton e Gruber (2011) analisaram a performance dos ETFs relativamente aos fundos tradicionais. Os autores identificaram que um dos grandes problemas com que os ETFs se deparam, e que os impossibilita de terem uma

performance superior à dos fundos tradicionais, é o facto de não reinvestirem os seus dividendos.

Harper, Madura e Schnusenberg (2006) avaliaram o desempenho entre ETFs e fundos fechados para 14 países, durante o período de 1996 a 2001. Tendo por base o retorno médio e o índice de Sharpe como *proxies* de desempenho, os resultados comprovam que os ETFs apresentam resultados superiores face aos fundos estrangeiros fechados, obtendo resultados superiores, tanto para o retorno médio como para o índice de Sharpe.

Kou e Mateus (2007) testaram o desempenho de 20 *iShares* comparativamente com o índice S&P 500, com base no índice de Sharpe, Treynor e Sortino. Os autores concluíram que os ETFs apresentavam retornos mais altos do que o S&P 500.

Guedj e Huang (2009) desenvolveram um modelo de equilíbrio para investigar se um ETF é um veículo de investimento mais eficiente do que os fundos de investimento abertos. Os resultados não são conclusivos, uma vez que existirão sempre diferentes tipos de investidores para cada um dos instrumentos financeiros. Por outro lado, constataram que os investidores com maiores necessidades de liquidez e com maior aversão ao risco, preferem investir em fundos abertos. Por sua vez, os ETFs, são melhores para índices mais concentrados, com menor liquidez e, portanto, para investidores com horizontes temporais de investimento mais longos.

Meric, Ratner e Meric (2008) estudaram o efeito da diversificação de portfólios em diversos países em *bull* e *bear market*. Os autores afirmam que em *bull market*, os investidores podem obter mais benefícios com a diversificação global do que com a diversificação dentro do mesmo país. Relativamente ao *bear market*, os autores afirmam que os setores de diferentes países tendem a estar mais estreitamente correlacionados e as oportunidades de diversificação dos países são limitadas.

Wong e Shum (2010) também compararam o desempenho de ETFs de diferentes países em *bull* e *bear market*. Os autores concluíram, recorrendo ao índice de Sharpe, que os ETFs proporcionam retornos mais altos no *bull market* do que no *bear market*. Além disso, afirmavam que o facto de o desempenho ser superior no *bull market* se deve essencialmente ao *tracking error* ser sempre positivo.

Neves, Fernandes e Martins (2019) avaliaram os efeitos da diversificação, risco e desempenho para ETFs de diversos países, usando uma amostra de *iShares* durante o período da crise global. Para tal, os autores analisaram o desempenho e a diversificação

do investimento em fundos negociados em bolsa, antes, durante e depois da crise financeira. Os autores concluíram que os benefícios da diversificação através deste veículo de investimento são limitados, particularmente em períodos de crise.

Os estudos aqui apresentados mostram que existe alguma preocupação por parte dos autores em demonstrar se este tipo de ativos consegue realmente um desempenho superior em relação a outros fundos de investimento. Por outro lado, os autores tentaram também provar se os ETFs conseguem superar ou não os respectivos indicadores de referência. Neste contexto, não é nossa pretensão provar se os ETFs superam este tipo de indicadores ou quaisquer outros índices, mas avaliar as vantagens inerentes à manutenção de carteiras diversificadas somente compostas por ETFs e aconselhar o investidor acerca da sua composição.

### **1.1.3 Estudo dos ETFs aplicados ao setor da energia**

No âmbito dos ETFs do setor da energia, Murphy e Wright (2010) estudaram a capacidade que 12 *leveraged* ETFs<sup>2</sup>, baseados em *commodities* (incluindo petróleo e gás), tinham para atingir os seus objetivos de investimento. Os resultados deste estudo indicam que estes apresentam um baixo desempenho desde a sua existência, considerando a respetiva exposição (longo vs curto prazo), alavancagem desejada e *expense ratios*, principalmente devido à volatilidade dos preços das *commodities* e dos índices. No entanto, apesar do fraco desempenho, os autores verificaram que 1/3 dos ETFs superaram as expectativas desde o seu lançamento, em 2007/2008.

Guedj, Li e McCann (2011) estudaram três tipos de ETFs de petróleo com o objetivo de avaliar os possíveis desvios entre os retornos de ETFs de *commodities*, que usam essencialmente contratos de futuros como estratégia de investimento e a alteração no preço das *commodities*. Os autores afirmam que os retornos dos ETFs apresentam desvios face à mudança no preço das *commodities* devido à variação do *spot price* do petróleo. Os autores afirmam ainda que essa divergência se deve essencialmente à prática da renovação (*rollover*) dos contratos futuros quando estes se aproximam da data de vencimento. Nesse sentido, os autores não aconselham o investimento a investidores

---

<sup>2</sup> Os *leveraged* ETFs são utilizados para obter um desempenho ampliado de uma determinada ação, título ou índice de *commodity*. Por norma, este tipo de ETFs proporciona ao investidor amplitudes de variação duas ou três vezes aquela registada pelo ativo subjacente.

desinformados e a investidores que desejem manter ETFs de *commodities* baseados em futuros durante o longo prazo.

Sabbaghi (2011a) estudou o comportamento dos retornos e a volatilidade de uma amostra de *green* ETFs (i.e. ETFs que têm por base empresas que se dedicam diretamente ou de forma indireta à investigação, desenvolvimento, produção e fornecimento de energia alternativa), através da metodologia *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). Os retornos acumulados para os *green* ETFs apresentaram valores positivos para o período de 2005 a 2008. Adicionalmente, o autor encontrou fortes evidências de persistência de volatilidade para os ETFs em estudo.

Sabbaghi (2011b) teve como objetivo construir um portfólio baseado em *green* ETFs e comparar o seu desempenho em termos de retorno com o índice de ações S&P 500. Os resultados deste estudo sugerem que, até ao colapso do mercado financeiro de 2008, o portfólio composto por *green* ETFs superava o S&P 500. No entanto, numa data posterior ao referido colapso financeiro, estudos demonstraram que os *green* ETFs apresentavam alta volatilidade, tendo gerado um desempenho inferior face ao S&P 500.

Chang, McAleer e Wang (2016) avaliaram os efeitos de *spillover* (i.e., o evento económico que ocorre por causa de outro evento aparentemente não relacionado) entre mercados *spot*, futuros e ETFs de gás natural através do modelo BEKK (Baba-Engle-Kraft-Kroner). A amostra incide essencialmente sobre preços *spot* e retornos de futuros de gás natural para o mercado NYMEX (EUA) e ICE (Reino Unido - UK), bem como dados referentes a ETFs de empresas de gás natural dos EUA e UK. Os resultados indicam que os efeitos de *spillover* são significativos nos mercados de gás natural, futuros e ETFs para os dois mercados. Além disso, os autores concluíram que, tanto o investimento em futuros de gás natural como os ETFs, podem ser boas estratégias de cobertura de risco face aos preços *spot* do gás natural.

Fei, Gao, Hardin e Dharmasena (2016) avaliaram 21 ETFs de petróleo e gás natural. Os autores estimaram a utilidade de usar o volume de um ETF como *proxy* para a procura e o preço como a variável independente para determinar se existem relações de procura entre as duas medidas. Através de modelos de regressão, os autores verificaram que o gás natural e o petróleo são substitutos, confirmando aquilo que é observado nos

mercados de energia. Além disso, os autores destacam o potencial deste tipo de instrumento financeiro, considerando-o como bastante promissor.

Alexopoulos (2018) estudou o desempenho de portfólios baseados em ETFs de energia, para períodos de *bear* e *bull market*, usando conjuntos de ETFs de energia renovável e convencional. O autor avaliou o desempenho destes títulos com base em medidas de retorno e risco, tendo concluído que uma carteira agregando todos os ETFs supera dois portfólios desagregados proporcionando retornos mais elevados e um menor risco.

La Monaca, Assereto e Byrne (2018) seguiram a abordagem clássica de Markowitz, para testar se a inclusão de ETFs de energia renovável num portfólio proporciona benefícios de diversificação durante um período de 2, 7 e 9 anos, respetivamente. Por outro lado, os autores avaliaram os benefícios de investir em *yieldcos* (i.e., companhias caracterizados por deter ativos operacionais de energia renovável). Os autores concluíram que os ETFs de energia renovável fornecem apenas benefícios mínimos de diversificação enquanto que os *yieldcos* não fornecem qualquer benefício de diversificação. Não obstante, após a avaliação do desempenho de *yieldcos* fora dos EUA, estes autores obtiveram resultados superiores para o índice de Sharpe. Neste contexto, os autores concluíram que investir em *yieldcos* fora dos EUA apresenta melhor desempenho.

Miralles-Quirós e Miralles-Quirós (2019) avaliaram o desempenho de ETFs de energia renovável comparativamente com ETFs de energia convencional, tendo por base os respetivos retornos e volatilidade, utilizando a metodologia *Asymmetric Dynamic Conditional Correlations – GARCH* (ADCC-GARCH). Através da construção de portfólios separados de acordo com dois tipos de energia, os resultados obtidos neste estudo, apontam que os ETFs de energia renovável revelaram ser melhor alternativa de investimento que os ETFs de energia convencional. Os autores afirmam ainda que os resultados superiores se devem essencialmente ao aumento constante do preço do petróleo e do gás natural.

Como foi possível observar, foram apresentados alguns estudos relacionados com os ETFs do setor energético. No contexto de construção de carteiras, destacamos os trabalhos de Alexopoulos (2018) e Miralles-Quirós e Miralles-Quirós (2019), onde é demonstrado o potencial em compor carteiras com fundos negociados em bolsa do setor energético. Contudo, nesses trabalhos é descuidada uma metodologia para selecionar os

ETFs com o melhor desempenho ajustado ao risco que irão instanciar o modelo de portfólio de partida. Por outro lado, estes estudos não permitem explorar estratégias para os diferentes tipos de investidores, de acordo com o seu grau de aversão ao risco. Neste sentido, apesar de o trabalho proposto não ser uma novidade no estudo de carteiras deste setor, propõe como inovação a combinação de metodologias distintas, permitindo escolher os ETFs com melhor performance ajustada ao risco, por um lado, e, por outro, avaliar o impacto de diferentes estratégias de investimento, de acordo com as preferências do investidor, na construção de uma carteira de ETFs.

## **1.2 Avaliação de carteiras de investimento**

### **1.2.1 Avaliação do risco**

Esta secção apresenta alguns contributos propostos na literatura, com o intuito de medir o risco inerente ao investimento em ativos financeiros ou em portfólios<sup>3</sup>.

Markowitz (1952) foi dos primeiros autores a estudar o problema da seleção de portfólios, através do modelo da média-variância. Neste contexto, a estrutura de dependência representada pela matriz de variância-covariância tem como objetivo quantificar o impacto de cada ativo no risco da carteira, evidenciando a importância da diversificação. Ainda que a variância possa ser usada como medida de risco, um aspeto menos positivo em relação à sua aplicação, baseia-se no facto de poder penalizar os ganhos em detrimento das perdas. Desta forma, quando a distribuição de probabilidade do retorno dos ativos assume uma forma assimétrica, a variância pode tornar-se numa medida pouco representativa para mensurar o risco, podendo o portfólio selecionado descurar maiores retornos esperados (Chunhachinda, Dandapani, Hamid & Prakash, 1997).

Posteriormente, Markowitz (1968) sugeriu a semi-variância, como medida alternativa para medir o risco, na tentativa de ultrapassar as limitações inerentes à medida anteriormente proposta. Esta última, considera apenas os desvios negativos face a um determinado nível de retorno. Portanto, não encara a obtenção de ganhos como um risco, destinando-se aos investidores que procuram evitar o desempenho insuficiente do portfólio e não o seu desempenho excessivo. Contudo, como já foi referido

---

<sup>3</sup> Este subcapítulo assenta essencialmente no trabalho desenvolvido por Biglova et al. (2004) e Ortobelli et al. (2005). Adicionalmente, considera-se também como referência o trabalho desenvolvido por Henriques & Neves (2019).

anteriormente, a aplicação desta medida pode tornar-se facilmente complexa em termos de esforço computacional, sobretudo se a carteira contiver um número elevado de ativos e se o problema possuir restrições de cardinalidade.

Na tentativa de superar as limitações anteriormente referidas, diversos autores têm proposto medidas de risco alternativas para a avaliação de portfólios. Konno (1990) e Konno e Yamazaki (1991) propuseram a utilização da função de desvio absoluto como medida de risco, de modo a substituir a formulação clássica proposta por Markowitz. O desvio absoluto de uma variável aleatória corresponde ao valor absoluto esperado da diferença entre a variável aleatória e a sua média. Para Konno e Yamazaki (1991), esta formulação matemática como medida de risco apresenta algumas vantagens em relação à medida de risco de Markowitz dado que, não exige o cálculo da matriz da variância/covariância, e, apresenta menor complexidade computacional, uma vez que recorre à resolução de um problema de programação linear em substituição da formulação quadrática de Markowitz. Adicionalmente, os autores referem que, se o retorno for normalmente distribuído, os resultados desta medida são muito similares à formulação clássica de Markowitz.

Posteriormente ao trabalho de Konno (1990) e Konno & Yamazaki (1991), Speranza (1993) sugeriu o desvio médio semi-absoluto como alternativa para mensurar o risco e concluiu que, atendendo à função de risco como uma combinação linear dos desvios médios semi-absolutos (ou seja, os desvios médios que estão acima ou abaixo do retorno da carteira), é possível obter um modelo equiparado ao modelo de desvio médio absoluto, desde que a soma dos coeficientes da combinação linear seja positiva. Contudo, em relação ao modelo de desvio médio absoluto, este modelo permite reduzir o número de restrições a considerar no modelo de portfólio para metade.

Em 1994, a JP Morgan sugeriu outra medida de risco, denominada *Value-at-Risk* (VaR) (Longerstaey & Spencer, 1996). Esta medida caracteriza-se por sintetizar, num único valor, as possíveis perdas que podem ocorrer com uma determinada probabilidade, num determinado horizonte temporal. No entanto, esta medida apresenta algumas desvantagens uma vez que, conduz à resolução de um problema de otimização que não é convexo e, por outro lado, o VaR não possibilita explorar os benefícios da diversificação (Cesarone, Scozzari & Tardella, 2011).

Posteriormente, surgiu o *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), também designado como *Mean Excess Loss*, *Mean Shortfall* ou *Tail Var* (Rockafellar & Uryasev, 2000) como uma extensão à medida inicial VaR. A vantagem desta medida de risco face à apresentada inicialmente, consiste em corrigir a curva de distribuição das perdas tendo em conta o peso relativo da amplitude dos desvios das amostras. Como principal vantagem face ao VaR, refere-se que o CVaR é uma medida de risco coerente<sup>4</sup>.

Young (1998) sugeriu a medida de risco *mini-max* para a seleção de portfólios. Esta medida pressupõe a maximização do retorno mínimo (perda máxima). O autor argumentou que esta medida de risco é útil, nomeadamente, quando o problema de otimização de portfólio engloba uma grande multiplicidade de variáveis de decisão, ou adicionalmente, quando o investidor é mais avesso ao risco. Contudo, a utilização desta poderá conduzir a uma solução não admissível, particularmente se os ativos exibirem um retorno negativo.

De entre as medidas consideradas, optámos por seleccionar o desvio médio semi-absoluto para efeitos de avaliação de portfólios, uma vez que esta medida de risco permite reduzir o número de restrições a considerar no modelo de portfólio para metade em comparação com o modelo de desvio médio absoluto.

### **1.2.2 Seleção de portfólios eficientes**

Para Hsu (2014), um portfólio é construído e mantido como parte de uma estratégia de investimento e, para fins de diversificação, uma vez que vários ativos incluídos num portfólio podem reduzir muito o seu risco, sem prejudicar, necessariamente, o respetivo desempenho.

É evidente que, qualquer investidor racional tem por objetivo maximizar a rentabilidade da sua carteira de investimentos; e (simultaneamente) minimizar o risco, isto é, a volatilidade ou grau de variabilidade da taxa de rentabilidade da sua carteira de investimentos (Mota et al. 2012).

A maioria dos modelos convencionais, relativos à seleção de portfólios, pondera o retorno e o risco como fatores decisivos na escolha de uma carteira eficiente. Contudo,

---

<sup>4</sup> Artzner, Delbaen, Eber & Heath (1999) definiram um conjunto de propriedades que conduzem a medidas de risco coerentes, tais como: sensatez, homogeneidade positiva, invariância a translações e sub-aditividade.

no mundo real, a informação exata e completa associada aos vários parâmetros que o decisor necessita de obter para tomar as suas decisões de investimento nem sempre está disponível. Assim, a incerteza é uma característica associada aos problemas de seleção de portfólios que os investidores devem ter em consideração (Serban, Costea & Ferrara, 2015).

Desta forma, diversos autores avaliaram o problema de seleção de portfólios tratando os respetivos coeficientes como números intervalares, de modo a lidar com a incerteza inerente a este tipo de problemas. Em seguida, fazemos alusão a alguns estudos que utilizaram a abordagem intervalar em modelos de seleção de portfólios.

Lai, Wang, Xu, Zhu e Fang (2002), propuseram um modelo de seleção de portfólios baseado na medida de risco de desvio médio semi-absoluto. Os autores definiram o retorno esperado intervalar, sugerindo como função objetivo a maximização do retorno. O estudo foi aplicado a seis ações da bolsa de valores de Shanghai.

Ida (2003) propôs um problema de seleção de portfólios assente na média-variância, onde os coeficientes das funções objetivo são apresentados como intervalos. Nesse sentido, o autor propôs como funções objetivo a maximização do retorno e a minimização do risco. É de referir que este trabalho não foi alvo de uma aplicação empírica.

Fang e Wang (2006) propuseram a utilização da função de risco de desvio médio semi-absoluto, tendo optado pela abordagem intervalar. Os autores definiram o retorno esperado através de coeficientes intervalares e sugeriram a maximização do retorno após subtrair os custos de transação como função objetivo. Além disso, consideraram a restrição orçamental (i.e., a verba máxima no conjunto dos ativos que constituem a carteira não deve ser superior a 100%) e impuseram um limite máximo de tolerância ao risco como restrições para o problema. O estudo foi aplicado a um conjunto de dados a partir do índice Shanghai 30.

Giove, Funari e Nardelli (2006) consideraram um problema de seleção de portfólios, onde os preços dos títulos são tratados como coeficientes intervalares. Neste âmbito, os autores adotaram uma abordagem baseada numa função de arrependimento do tipo minimax. Tendo por base o preço dos títulos, os autores procuraram minimizar o pior arrependimento. No entanto, este trabalho corresponde apenas a uma abordagem teórica, não tendo sido aplicada num contexto real.

Gioia (2009) estendeu o modelo de seleção de portfólios de Markowitz e o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), considerando os retornos de qualquer ativo representados por números intervalares. O autor assumiu como funções objetivo a maximização do retorno esperado e a minimização do risco. Este trabalho constituiu também apenas uma abordagem teórica, sem aplicação prática num contexto real.

Liu (2011) abordou o tratamento de incerteza inerente ao problema de seleção de portfólios, onde o retorno dos ativos é apresentado como intervalos. Considerando a função de desvio médio absoluto, o autor propôs como função objetivo a minimização do risco. Adicionalmente, o autor considerou a restrição orçamental e a fração máxima de capital a ser investida num único ativo como restrições para o problema. A abordagem de seleção de portfólios foi testada num conjunto de 3 ações.

Jong (2012), estudou um problema de seleção de portfólios intervalares com retornos incertos e introduziu o conceito de limiar de satisfação para as desigualdades intervalares. O autor definiu o retorno esperado com base em coeficientes intervalares como função objetivo a maximizar. Em termos de restrições, admitiu restrições orçamentais, impôs um determinado risco máximo e um limite superior à proporção do investimento total aplicada exclusivamente a um ativo. O estudo do caso foi aplicado a um conjunto de seis ações e a um ativo sem risco.

Liu, Zhang e Zhang (2013), estudaram um problema de seleção de portfólios, considerando o retorno, o risco e a liquidez como coeficientes intervalares. Desta forma, propuseram um modelo de otimização de portfólios, definindo a maximização da riqueza como função objetivo. Em termos de restrições, consideraram a restrição orçamental, e definiram que os níveis de retorno, liquidez e diversificação deveriam ser igual ou superiores aos níveis intervalares esperados. A abordagem proposta foi aplicada a um conjunto de 4 ações da bolsa de valores de Shanghai.

Gupta et al. (2014) propuseram um modelo de portfólio com coeficientes intervalares, onde o retorno esperado, o risco e a liquidez dos ativos possuem coeficientes intervalares. As funções objetivo são a maximização do retorno, a minimização do risco e a maximização da liquidez. Além disso, os autores consideraram também restrições de cardinalidade, restrições orçamentais e frações mínimas e máximas a investir num único ativo. O estudo proposto pelos autores incidiu sobre uma pequena amostra de ações do mercado Indiano.

Serban, Costea e Ferrara (2015) desenvolveram um algoritmo para obter soluções para problemas de seleção de portfólios com coeficientes intervalares, quer nas funções objetivo quer nas restrições do problema. Os coeficientes intervalares considerados foram o retorno e o risco, tendo este sido medido pelo desvio médio absoluto. Relativamente às funções objetivo, os autores propuseram apenas a maximização do retorno. Em termos de restrições, consideraram a restrição orçamental, impuseram um limite máximo ao risco e definiram uma fração máxima de capital a ser investida num único ativo. Posteriormente, os problemas intervalares são convertidos em dois problemas de programação linear, que podem ser resolvidos recorrendo a um algoritmo *simplex*. A abordagem proposta incidiu sobre dois ativos da bolsa de valores de Bucareste.

Zhang (2016) propôs um modelo de desvio médio absoluto para a seleção de portfólio multiperíodo. O autor estabeleceu como coeficientes intervalares o retorno e o risco, tendo definido como função objetivo a maximização da riqueza ao longo do período de investimento. O estudo foi aplicado a 30 ações da bolsa de Shanghai.

Kumar, Panda e Gupta (2018), apresentaram um modelo multiobjectivo de seleção de portfólios onde o retorno, o risco e as variáveis de decisão, variam em intervalos. Os autores consideraram a maximização do retorno e da liquidez como funções objetivo e admitiram um nível mínimo de risco como restrição. A abordagem proposta incidiu sobre uma amostra de ações da bolsa de valores de Bombaim-30.

Henriques & Neves (2019) consideram diferentes medidas de risco (o desvio médio absoluto e desvio médio semi-absoluto). Em termos das funções objetivo, estes autores optaram pela maximização do retorno e pela minimização do risco dos ativos, ambas com coeficientes intervalares. Neste estudo foram sugeridos modelos de otimização distintos para a seleção de portfólios atendendo a três tipos de estratégias de investimento (conservadora, agressiva e combinada).

Atendendo aos estudos aqui apresentados, verificamos que a maioria assume que um investidor aplica a sua riqueza a um pequeno número de ativos, considerando a incerteza associada aos seus retornos e níveis de risco. Além disso, grande parte dos estudos define como funções objetivo a maximização do retorno e a minimização do risco, não tendo em consideração a incerteza inerente à especificação das restrições do modelo. Deste modo, a abordagem que propomos considera a incerteza presente tanto

nas funções objetivo como nas restrições do modelo (admitindo também a incerteza relativamente ao máximo percentual de investimento a repartir em cada ativo, de modo a garantir um nível mínimo de diversificação). Adicionalmente, exploramos diferentes estratégias de investimento, de acordo com as preferências de um investidor hipotético na seleção de carteiras eficientes, ou seja, uma estratégia conservadora, uma estratégia agressiva e uma estratégia combinada. A abordagem proposta será testada num determinado número de ETFs do setor energético dos EUA, que serão resultado de uma triagem inicial através da metodologia DEA.

### **1.2.3 DEA num contexto financeiro**

No que se refere à avaliação de desempenho de instrumentos financeiros, existe uma panóplia de estudos baseada em medidas de desempenho ajustadas ao risco. Nesse âmbito, há duas medidas que se destacam das demais: o índice de Sharpe e o alfa de Jensen. O índice de Sharpe tem como objetivo calcular o prémio de risco (diferença entre o retorno da carteira e o retorno do ativo sem risco) de um portfólio por unidade de risco total (desvio padrão). O alfa de Jensen é usado para determinar o retorno anormal de um portfólio em relação ao retorno teórico esperado. Por outras palavras, o alfa de Jensen tenta explicar se um investimento teve um desempenho melhor ou pior do que o seu valor beta<sup>5</sup> sugeriria.

No entanto, estas medidas descurem diversos aspetos, nomeadamente a possibilidade de identificar *benchmarks*, que podem ser usados para comparação em termos de melhores práticas, e o papel do *market timing* (i.e. o ato de entrar e sair de um mercado financeiro ou, por outro lado, variar entre classes de ativos com base em métodos preditivos – como, por exemplo, análise técnica e/ou análise de indicadores económicos, de modo a prever o comportamento de um título). Atendendo ao alfa de Jensen, a sua principal limitação, relaciona-se com a seleção do *benchmark* que poderia basear-se no modelo CAPM ou no modelo APT (*Arbitrage Pricing Theory*). Basicamente, o CAPM demonstra que, sob certas condições de mercado, o retorno esperado de um ativo/portfólio é determinado apenas pelo beta, também conhecido por risco sistemático ou risco de mercado. Por seu turno, o modelo APT pressupõe que a rendibilidade de um ativo/portfólio é determinada por um conjunto de  $k$  fatores e não exclusivamente pelo

---

<sup>5</sup> O beta é uma medida de sensibilidade de um fundo aos movimentos do mercado.

fator beta. Assim, o CAPM possui apenas um fator e um beta enquanto que o APT considera fatores que não são da empresa, o que requer um beta associado a cada fator separado. Deste modo, e atendendo a que, para obter o alfa de Jensen é necessário estimar o parâmetro beta, Roll (1978), Green (1986), Lehmann e Modest (1987), Elton, Gruber, Das e Hlavka (1993) e Choi (1995), afirmam que o alfa de Jensen é sensível à escolha do modelo de *benchmark* selecionado para comparação. Desta forma, é possível obter diferentes índices com base no facto de eles selecionarem o CAPM ou o modelo APT como referência. Além disso, diversos autores argumentaram ainda que a estimativa do alfa de Jensen pode ser tendenciosa devido ao *market timing* (Jensen, 1972; Admati & Ross, 1985; Dybvig & Ross, 1985).

Relativamente ao índice de Sharpe, este índice é muito mais robusto uma vez que usa o desvio padrão como medida de risco e não o beta, contornando o problema de especificação do modelo de *benchmark*. Contudo, o índice de Sharpe de uma carteira é comparado com o índice de mercado (Roll, 1978).

Na tentativa de superar algumas das limitações apresentadas pela simples utilização de medidas tradicionais de desempenho, diversos autores apoiaram os seus estudos na metodologia DEA.

A Tabela 1.2, apresenta alguns contributos que, num contexto financeiro adotaram a metodologia DEA.

**Tabela 1.2 - Estudos com base em DEA efetuados num contexto financeiro**

<b>Autores</b>	<b>Ano</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Modelo DEA</b>	<b>Inputs</b>	<b>Outputs</b>
Murthi, Choi & Desai	1997	Avaliar a eficiência de fundos mútuos	CCR	Desvio padrão, <i>expense ratio</i> , <i>turnover</i> e <i>loads</i>	Retorno
Powers & McMullen	2000	Avaliar a eficiência de 185 ações de empresas com grande capitalização de mercado	O artigo não especifica o modelo utilizado	P/E, beta e desvio padrão	Retorno
Choi & Murthi	2001	Calcular a performance de 6 categorias de fundos mútuos	CCR e BCC	Desvio padrão, <i>expense ratio</i> , <i>loads</i> e <i>turnover</i>	Retorno
Haslem & Scheraga	2003	Estimar a eficiência de 80 fundos mútuos	CCR	<i>Cash</i> , <i>stocks</i> , P/E, P/B e ativos totais do fundo	Índice de Sharpe
Daraio & Simar	2006	Estimar a performance de	CCR e BCC	Desvio padrão, <i>expense ratio</i> , <i>loads</i>	Retorno

<b>Autores</b>	<b>Ano</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Modelo DEA</b>	<b>Inputs</b>	<b>Outputs</b>
		fundos mútuos		e <i>turnover</i>	
Chen	2008	Adotar DEA para construir portfólios de ações	CCR e BCC	<i>Average equity, average assets</i> e custo das vendas	Receitas, lucro operacional, resultado líquido
Dia	2009	Aplicar DEA para criar portfólios de ações	CCR e BCC	Beta	Retorno e <i>Exchange flow ratio</i>
Chu, Chen & Leung	2010	Avaliar o desempenho de ETFs	RDM	<i>Downside risk</i> e <i>expense ratio</i>	Retorno e desvio superior
Tsolas	2011	Medir o desempenho de ETFs de recursos naturais	GPDF	P/CF, P/B e <i>expense ratio</i>	Índice de Sharpe e alfa de Jensen
Prasanna	2012	Avaliar ETFs de vários temas	CCR orientado para as entradas	Desvio padrão, <i>maximum drawdown</i> e <i>downside risk</i>	Porcentagem lucrativa e retorno
Hsu	2014	Aplicar DEA para gerar uma carteira de ações	CCR orientado para as entradas	Total dos ativos, total do capital próprio, custo das vendas e despesas operacionais	Vendas líquidas, resultado líquido
Acharya, Dwivedi & Panchal	2015	Investigar a eficiência de 5 ETFs de ouro	CCR e BCC (ambos orientados para as entradas e saídas)	Desvio padrão, <i>maximum drawdown</i> e valor total de mercado dos ativos financeiros sob gestão	Retorno e índice de Sharpe
Gregoriou & Henry	2015	Medir a eficiência de <i>commodities trading advisers</i> (CTAs)	BCC orientado para as saídas	<i>Margin-to-equity, round turn, incentive fee</i> e <i>management fee</i>	<u>Indesejáveis:</u> desvio padrão, assimetria, <i>maximum drawdown</i> , semi-variância <u>Desejáveis:</u> retorno e índice de Sharpe
Huang, Chiou, Wu & Yang	2015	Avaliar a eficiência de ações e otimização de portfólios	BCC	<i>Downside risk</i> e beta	Retorno e índice de Sharpe
Tsolas & Charles	2015	Avaliar o desempenho de <i>Green</i> ETFs	RAM-BCC	P/CF e P/B	Índice de Sharpe e alfa de Jensen
Choi & Min	2017	Avaliar a eficiência de um índice, 8 ETFs e 200 ações	RDM	Desvio padrão e beta	Retorno
Zhang & Chen	2018	Avaliar a eficiência de portfólios compostos por futuros de petróleo, gás natural e carvão	RDM	Desvio padrão e VaR	Retorno
Isakov	2019	Medir a eficiência de ETFs negociados na plataforma Xetra (Alemanha)	CCR	<i>Expense ratio</i> e <i>downside risk</i>	Retorno e desvio superior

Relativamente à utilização da metodologia DEA, existem poucas publicações dedicadas à avaliação de ETFs. O trabalho de Choi e Min (2017) mostra o potencial de utilização da abordagem DEA comparativamente com as medidas convencionais, tais como o índice de Sharpe e o índice de Treynor. Os autores conseguiram provar através da metodologia DEA que as carteiras bem diversificadas apresentam bom desempenho, ao contrário da análise com base nas medidas convencionais.

Relativamente à construção de portfólios tendo por base a metodologia DEA, não existe uma grande oferta na literatura financeira. No entanto, os estudos de Hsu (2014) e Huang et al. (2015) merecem particular destaque. O primeiro, aplica DEA numa primeira fase, para selecionar ações com o melhor potencial para gerar lucro. Numa segunda fase, são selecionadas as proporções de investimento afetas a cada ação. No segundo estudo, os autores fazem, numa primeira fase, uma triagem das ações, com base em determinados critérios obtidos a partir das demonstrações financeiras das empresas. Numa segunda etapa, calculam a eficiência das ações recorrendo ao modelo DEA. Finalmente, os autores determinam a proporção de investimento aplicada a cada ação.

Com base neste tipo de abordagem, propomos avaliar a eficiência de um conjunto de ETFs do setor energético, considerando *inputs* e *outputs* de acordo com a literatura científica apresentada na Tabela 1.2. É de realçar que esta metodologia, tem como propósito uma triagem inicial dos ETFs que poderão compor as carteiras eficientes, resultando deste modo num menor esforço em termos computacionais.

## **2 Abordagem metodológica**

O Capítulo 2 é essencialmente composto por duas secções. A secção 2.1 descreve a metodologia DEA especificamente utilizada neste trabalho, enquanto a secção 2.2 descreve a metodologia utilizada na construção de portfólios de ETFs, baseada num modelo de programação linear multiobjectivo (PLMO) com coeficientes intervalares.

### **2.1 DEA**

A metodologia DEA foi desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) como uma generalização do conceito de eficiência técnica sugerido por Farrell (1957). Esta ferramenta matemática tem como principal objetivo, comparar os *inputs* (recursos) e *outputs* (resultados) de todas as DMUs (*decision making units*) determinando uma fronteira eficiente, comparando a eficiência das DMUs de forma individual face a essa fronteira (Dia, 2009). A aplicação desta técnica resulta na conversão de múltiplos *inputs* e *outputs* numa única medida de eficiência, determinada pela relação entre o valor total ponderado dos *outputs* e o valor total ponderado dos *inputs* (Huang et al. 2015).

Relativamente aos estudos apresentados na revisão de literatura referentes à metodologia DEA, é possível constatar que diversos autores aplicam o modelo CCR (Charnes, Cooper e Rhodes) e BCC (Banker, Charnes e Cooper). Estes dois tipos de modelos assumem que os *inputs* e os *outputs* têm de ser não negativos. Contudo, é possível que, diversos fatores de avaliação tipicamente utilizados para avaliar os investimentos, nomeadamente o retorno, apresentem valores negativos durante diferentes horizontes de investimento. Diversos autores tentaram ultrapassar esta limitação, eliminando as DMUs da amostra que apresentavam valores negativos. Não obstante, esta opção pode reduzir de forma significativa o número de DMUs a contemplar na análise. Os trabalhos publicados por Chu, Chen e Leung (2010), Tsolas (2011), Tsolas e Charles (2015) e Choi e Min (2017) são alguns exemplos de trabalhos aplicados a ETFs que se basearam em modelos DEA com a possibilidade de lidar com a presença de dados negativos.

Relativamente ao nosso estudo, e tendo em vista a avaliação da eficiência de cada ETF, a técnica que utilizamos assenta na abordagem de função de distância direcional, que seguidamente será detalhada, fazendo recurso a uma abordagem inspirada no *Range Directional Model* (RDM +) (Portela, Thanassoulis & Simpson, 2004) para efetuar o tratamento de dados negativos.

### 2.1.1 Modelo DEA assente na função de distância direcional

A função de distância direcional tem como objetivo aumentar os *outputs* e diminuir os *inputs* direccionalmente e pode ser definida como:

$$\sup\{\rho: (\mathbf{x} - \beta\mathbf{g}_x, \mathbf{y} + \beta\mathbf{g}_y) \in T\} \quad (1.1)$$

onde o vetor  $\mathbf{g} = (-\mathbf{g}_x, \mathbf{g}_y)$  é diferente de zero e estabelece as “direções” de acordo com as quais os *inputs* e *outputs* são escalados e  $T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}): \mathbf{x} \text{ pode produzir } \mathbf{y}\}$ , com retornos constantes à escala (CRS), assumindo uma forte disponibilidade de *inputs* e *outputs* (Chen, Yu, Chang, Hsu & Managi, 2015).

Um processo de produção mostra forte disponibilidade de *inputs/outputs*, se os *inputs/outputs* puderem ser diminuídos/aumentados de modo independente (Zofio & Prieto, 2001).

Dados dois vetores  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$  e  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$ , a tecnologia de referência pode ser obtida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}): \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_r, r = 1, \dots, s, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq x_i, i = 1, \dots, m, \\ \lambda_j &\geq 0, j = 1, \dots, n\}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

No que diz respeito à tecnologia de referência dada em (1.2), tradicionalmente, para cada DMU sob avaliação,  $DMU_o$ , a função distância direcional pode ser obtida resolvendo-se o seguinte problema LP<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} \max \beta_o \\ \text{s.a. } \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{ro} + \beta_o g_{yr}, r = 1, \dots, s, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq x_{io} - \beta_o g_{xi}, i = 1, \dots, m, \\ \lambda_j &\geq 0 (\forall_j) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Onde  $\beta_o$  mede simultaneamente a expansão de *outputs* e a redução de *inputs* que permanecem tecnicamente viáveis, podendo servir como uma medida de ineficiência técnica. Se  $\beta_o = 0$ , então a  $DMU_o$  opera na fronteira de T com eficiência técnica.

---

<sup>6</sup> Segundo Kuosmanen (2005), sob o pressuposto da tecnologia fracamente disponível, a avaliação da eficiência considerando retornos variáveis à escala (VRS) vai para além da imposição da restrição adicional  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  em (1.3).

Se  $\beta^o > 0$ , então a  $DMU_o$  opera dentro da fronteira de T e é ineficiente. Por fim, o parâmetro  $\beta_o g_{xi}$  indica quanto a  $DMU_o$  deve reduzir o seu  $i$ -ésimo *input* para se tornar eficiente. Analogamente, o parâmetro  $\beta_o g_{yr}$  fornece informações sobre quanto a  $DMU_o$  necessita de aumentar o seu  $r$ -ésimo *output* para se tornar eficiente.

A medida de eficiência obtida em (1.3) expande todos os *outputs* e *inputs* de acordo com a mesma taxa,  $\beta_o$ . No entanto, não há garantia de que as taxas de contração dos *inputs* e de expansão dos *outputs* devam ser iguais. Portanto, consideramos o *Weighted Russell directional distance model* (WRDDM) que além de permitir avaliar a ineficiência técnica, permite considerar diferentes taxas de contração e de expansão dos *inputs* e *outputs*, respetivamente. A formulação de (1.3) pode, portanto, ser generalizada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max \beta_o^R &= \max (w_y (\sum_r \varpi_{yg}^r \alpha_o^r) + w_x (\sum_i \varpi_x^i \zeta_o^i)) \\ \text{s.a. } \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{ro}^c + \alpha_o^r g_{yr}, \quad r = 1, \dots, s, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq x_{io} - \zeta_o^i g_{xi}, \quad i = 1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\ \lambda_j &\geq 0 \quad (\forall_j), \end{aligned} \tag{1.4}$$

onde os vetores de *inputs* e *outputs* da  $DMU_o$  são dados por  $\mathbf{x}_o$  e  $\mathbf{y}_o$ , respetivamente; os parâmetros  $\alpha_o^r$  e  $\zeta_o^i$  são as medidas de ineficiência individuais para cada *output* e *input*, respetivamente, e todas as variáveis são não-negativas exceto  $\beta_o$ . Os valores  $w_y$  e  $w_x$  podem ser vistos como as prioridades dadas aos *outputs* e *inputs* e a sua soma deve ser um. Por outro lado, podem ser atribuídas prioridades distintas aos fatores de avaliação, i.e.:  $\sum_r \varpi_{yg}^r = 1$ ,  $\sum_i \varpi_x^i = 1$ .

Se a medida de ineficiência for zero ( $\beta_o^R = 0$ ), a  $DMU$  será totalmente eficiente. Outros desenvolvimentos em relação à abordagem WRDDM podem ser encontrados em Chen et al. (2015).

O conjunto de  $DMUs$  de referência da  $DMU_o$  ineficiente é obtido resolvendo-se o seguinte problema LP, assumindo que  $\alpha_o^{r*}$  e  $\zeta_o^{i*}$  são obtidos na solução ótima de (1.4):

$$\begin{aligned} \max \sum_r s_r^+ + \sum_i s_i^-, \\ \text{s.a. } \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{ro} + \alpha_o^{r*} g_{yr}, \quad r = 1, \dots, s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= x_{io} - \zeta_o^{i*} g_{xi}, i = 1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \lambda_j \geq 0 (\forall_j), \\ s_r^+ &\geq 0 (\forall_r), \\ s_i^- &\geq 0 (\forall_i) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Seja  $(\alpha_o^{r*}, \zeta_o^{i*}, s_r^{+*}, s_i^{-*}, \lambda_j^*)$  a solução ótima de (1.5). O conjunto de DMUs eficientes que servem de referência (em termos de melhores práticas) para a DMU<sub>o</sub> ineficiente é obtido da seguinte forma:

$$E_o = \{ j: \lambda_j^* > 0, j=1, \dots, n \}.$$

O ponto da fronteira eficiente que pode ser visto como uma combinação linear dos *inputs* e *outputs* das DMUs de referência é dado por:

$$(\hat{x}_o, \hat{y}_o) = (\sum_{j \in E_o} \lambda_j^* x_j, \sum_{j \in E_o} \lambda_j^* y_j).$$

Neste caso, é necessário que os vetores direcionais sejam medidos de acordo com as mesmas unidades de medida dos vetores originais de *inputs* e *outputs*. Se os vetores direcionais não tiverem as mesmas unidades de medida que os vetores originais de *inputs* e *outputs*, podemos considerar, alternativamente, os pesos  $\bar{\omega}_y^r$  e  $\bar{\omega}_x^i$  como valores que podem normalizar os vetores de direção, usando os desvios padrão da amostra de *outputs* e *inputs* (ver, por exemplo, Chen et al. (2015)).

### 2.1.2 Abordagem da função de distância direcional na presença de dados negativos<sup>7</sup>

O modelo que permite obter a região de máxima melhoria possível para a DMU<sub>o</sub>, obtém-se da seguinte forma (Portela, Thanassoulis & Simpson, 2004):

$$R_{ro} = \max\{y_{rj}\} - y_{ro}, r = 1, \dots, s \text{ e } R_{io} = x_{io} - \min\{x_{ij}\}, i = 1, \dots, m \quad (1.6)$$

Os valores obtidos desta forma são sempre não negativos. Neste âmbito, Portela, Thanassoulis & Simpson (2004) definiram duas direções de melhoria a serem aplicadas ao modelo de função de distância direcional (RDM + e RDM -). O tratamento dos nossos dados irá basear-se no *Range Directional Model* (RDM +) que será descrito na próxima secção.

<sup>7</sup> Esta secção baseia-se no trabalho desenvolvido por Portela, Thanassoulis & Simpson (2004).

### 2.1.2.1 Range directional model (RDM +)

O modelo RDM + é descrito da seguinte forma:

$$\max \beta_o$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} + \beta_o R_{ro} \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} - \beta_o R_{io} \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \quad (1.7)$$

O RDM +, proposto por Portela, Thanassoulis & Simpson (2004), possui duas características importantes, ou seja, é *translation invariant*<sup>8</sup> – no pressuposto que se assume retornos variáveis à escala (VRS) e *units invariant*<sup>9</sup>.

A região de melhoria pode ser nula para alguns fatores, significando que a DMU alcançou o fator máximo (*outputs*) ou o mínimo (*inputs*) possível e, desta forma, não se consegue especificar qualquer melhoria nesse fator.

Na solução ótima de (1.7) pelo menos uma das restrições está ativa, ou seja,  $\beta_o$  será igual a  $\frac{y_r^* - y_{ro}}{R_{ro}}$  ou  $\frac{x_{io} - x_i^*}{R_{io}}$ , onde “\*” corresponde ao valor ideal. Desta forma,  $\beta_o$  é considerado uma medida de ineficiência. Então a eficiência de RDM+, é dada por  $1 - \beta_o$ , sendo definida como  $\frac{\text{Max}_j\{y_{rj}\} - y_r^*}{\text{Max}_j\{y_{rj}\} - y_{ro}}$ , se a restrição ativa corresponder ao *output* r, ou  $\frac{x_i^* - \text{Min}_j\{x_{ij}\}}{x_{io} - \text{Min}_j\{x_{ij}\}}$ , se a restrição ativa corresponder ao *input* i. Uma vez que os *outputs* ideais (*inputs* ideais) nunca podem ser menores (maiores) que os *outputs* observados (*inputs* observados) então, o numerador de  $1 - \beta_o$  nunca pode ser maior que o denominador, o que significa que o limite superior de  $1 - \beta_o$  é igual a 1. Assim, a

<sup>8</sup> Suponhamos que é adicionado um montante  $K_r$  a cada output e  $V_i$  para cada input. As restrições apresentadas em (1.7) podem transformar-se em :  $\sum_{j=1}^n \lambda_j (y_{rj} + K_r) \geq (y_{ro} + K_r) + \beta_o R_{ro}$  e  $\sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} + V_i) \leq (x_{io} + V_i) - \beta_o R_{io}$ . Note que o intervalo de melhoria não se altera com a adição de uma constante a cada *input* e *output*. A parte esquerda das restrições associadas aos *outputs* ( $\sum_{j=1}^n \lambda_j (y_{rj} + K_r)$ ) equivale a  $\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + K_r \sum_{j=1}^n \lambda_j$ . Como o  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ , então as restrições alteradas com  $K_r$  reduzem-se às restrições dadas em (1.7). O mesmo se sucede com as restrições associadas aos *inputs* alteradas por  $V_i$ .

<sup>9</sup> A solução não se altera com a unidade de medida dos fatores.

eficiência de 1 apenas será alcançada quando os valores observados coincidirem com os valores ideais para os *inputs* e *outputs* da DMU<sub>o</sub>.

As unidades eficientes dadas pelo modelo RDM+ possuem um  $1 - \beta_o$  igual a 1. No entanto, um  $\beta_o = 0$  não é condição suficiente para garantir a eficiência de uma DMU. Para que uma DMU seja eficiente é necessário que se verifiquem duas condições em simultâneo: 1)  $\beta_o = 0$ , e 2) todas as restrições do modelo (1.7) são satisfeitas como igualdade, i.e. todas as variáveis de folga são zero.

O modelo (1.7) é útil não apenas para fins de definição de metas, mas também para classificar unidades, uma vez que,  $1 - \beta_o$  é uma medida de eficiência. De salientar que, após determinar um valor ótimo de  $\beta_o$ , podem existir fontes adicionais de ineficiência devido à presença de variáveis de folga. Desta forma, o modelo proposto pelos autores é útil na medida em que distingue unidades eficientes de unidades ineficientes.

## 2.2 Modelos de PLMO<sup>10</sup>

Um modelo de PLMO consiste, sem perda de generalidade<sup>11</sup>, na otimização de  $p$  funções objetivo lineares, estando sujeitas a um certo conjunto de restrições que também são lineares<sup>12</sup>:

$$\text{Max } z_1(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_1\mathbf{x},$$

$$\text{Max } z_2(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_2\mathbf{x},$$

...

$$\text{Max } z_p(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_p\mathbf{x},$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n: \mathbf{x} \geq 0, A\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \in \mathfrak{R}^m\}. \quad (2.1)$$

ou, de forma matricial,

$$\text{Max } \mathbf{z}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}\mathbf{x},$$

$$\text{s.a: } \mathbf{x} \in X. \quad (2.2)$$

---

<sup>10</sup> Esta secção baseia-se em Henriques (2009).

<sup>11</sup> Para as funções objetivo a minimizar e para as restrições do tipo “ $\geq$ ” e “ $=$ ” deverão ser efetuadas as conversões pertinentes.

<sup>12</sup> Para um melhor entendimento relativo a modelos de PLMO, consideram-se como referências, as obras de Steuer (1986), o livro escrito de Clímaco, Antunes e Alves (2003) e Antunes, Alves e Clímaco (2016).

onde  $p$  representa o número de funções objetivo;  $n$  diz respeito ao número de variáveis de decisão;  $m$  corresponde ao número de restrições;  $\mathbf{x}$  é o vetor das variáveis de decisão;  $\mathbf{c}_k$  é o vetor dos coeficientes da função objetivo  $z_k$ , com  $K = 1, \dots, p$ ;  $X$  é a região admissível do espaço das variáveis de decisão;  $A$  é a matriz dos coeficientes tecnológicos (de característica  $m$ );  $\mathbf{b}$  é o vetor dos termos independentes;  $C$  é a matriz dos coeficientes das funções objetivo, de dimensão  $(p \times n)$ , atendendo que as linhas são os vetores  $\mathbf{c}_k$ ; “Max” representa a operação que permite determinar as soluções eficientes, considerando-as, sem perda de generalidade, que as funções objetivo são todas a maximizar.

Em modelos com um objetivo, o valor ótimo da função objetivo é único, mesmo que existam soluções ótimas alternativas. Na presença de múltiplas funções objetivo, não existe, em geral, uma solução admissível,  $\mathbf{x} \in X$ , que otimize simultaneamente todas as funções objetivo. Assim, a noção de solução ótima dá lugar à noção de solução eficiente, ou também designada por solução ótima de Pareto. Uma solução admissível para um modelo de PLMO é eficiente se, e só se, não aparecer outra solução admissível que melhore o valor de uma função objetivo, sem piorar o valor de, pelo menos, outra função objetivo.

O conjunto das soluções eficientes pode apresentar-se da seguinte forma:

$$X_E = \{\mathbf{x} \in X: \nexists \mathbf{x}' \in X: \mathbf{z}(\mathbf{x}') \geq \mathbf{z}(\mathbf{x}) \text{ e } \mathbf{z}(\mathbf{x}') \neq \mathbf{z}(\mathbf{x})\}, \quad (2.3)$$

Isto é,  $\mathbf{x} \in X$  é eficiente se, e só se, não existir outro  $\mathbf{x}' \in X$ , de tal forma que  $z_k(\mathbf{x}') \geq z_k(\mathbf{x})$  para todo o  $k$  e  $z_k(\mathbf{x}') > z_k(\mathbf{x})$  para pelo menos um  $k$  ( $k = 1, \dots, p$ ).

O conjunto das soluções fracamente eficientes é definido da seguinte forma:

$$X_{FE} = \{\mathbf{x} \in X: \nexists \mathbf{x}' \in X: \mathbf{z}(\mathbf{x}') > \mathbf{z}(\mathbf{x})\}. \quad (2.4)$$

Deste modo, uma solução  $\mathbf{x}^* \in X$  é fracamente eficiente no que diz respeito à matriz  $C$  do modelo (2.2) (ou seja,  $\mathbf{x}^* \in X_{FE}$ ) se e só se não existir outra solução  $\mathbf{x} \in X$  tal que  $C\mathbf{x} > C\mathbf{x}^*$ , isto é, se, e só se, não existir outra solução  $\mathbf{x} \in X$  tal que  $\mathbf{z}(\mathbf{x}) > \mathbf{z}(\mathbf{x}^*)$  (ou seja, se, e só se, não existir outra solução  $\mathbf{x}$  que melhore estritamente o valor de todas as funções objetivo).

O processo de determinação de uma solução eficiente do modelo de PLMO pode ser estabelecido a partir da resolução de um modelo de programação linear com uma função escalar substitua, que associa parâmetros que representam as preferências do decisor,

cuja solução ótima é eficiente do modelo multiobjetivo original. A função substituta usada para traçar um equivalente escalar do modelo de PLMO é usualmente designada por função escalarizante.

Uma forma de escalarização que tem sido bastante utilizada<sup>13</sup> corresponde à otimização da soma ponderada das funções objetivo. Assim, cada função objetivo é afetada por um coeficiente de ponderação  $\lambda_k$ , de modo a modelar uma função objetivo escalar que equivale à soma ponderada das  $p$  funções objetivo:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{k=1}^p \lambda_k z_k(\mathbf{x}), \\ & \text{s.a: } \mathbf{x} \in X, \\ & \lambda \in \Lambda, \end{aligned} \tag{2.5}$$

Onde  $\Lambda$  diz respeito ao conjunto de todos os vetores de pesos  $\Lambda = \{\lambda: \lambda \in \mathfrak{R}^p, \lambda_k \geq 0, k=1, \dots, p, \sum_{k=1}^p \lambda_k = 1\}$ .

A otimização de uma função escalar soma ponderada com algum  $\lambda_k = 0$  pode levar a soluções fracamente eficientes do modelo multiobjetivo se o modelo escalar contiver ótimos alternativos. Neste caso, a eficiência (estrita) da solução gerada só é garantida se todos os pesos,  $\lambda_k (k = 1, \dots, p)$ , forem estritamente positivos.

### **2.2.1 Modelos de PLMO com coeficientes intervalares<sup>14</sup>**

Geralmente, os modelos de PLMO tradicionais consideram problemas onde todos parâmetros são dados *a-priori*. Contudo, num contexto de decisão real, a informação exata e completa associada aos vários parâmetros que o decisor necessita de obter para tomar decisões nem sempre está disponível.

Neste contexto, a abordagem intervalar faculta algumas características atrativas, uma vez que não exige o conhecimento da distribuição probabilística dos coeficientes, como no caso da programação estocástica, ou o conhecimento das respetivas funções de pertença, como no caso da abordagem difusa (Henriques, 2009). Para tal, a aplicação da

---

<sup>13</sup> Consideram-se ainda outras formas de escalarização que podem ser consultadas em qualquer obra de referência da PLMO (Steuer, 1986; Roy, 1985, 1990; Clímaco, Antunes & Alves, 2003; Antunes, Alves & Clímaco, 2016).

<sup>14</sup> Esta seção assenta basicamente em Henriques (2009). Adicionalmente, propõe-se também como referência Oliveira e Antunes (2007) para uma melhor compreensão sobre questões relacionadas com a PLMO com coeficientes intervalares.

abordagem intervalar, apenas exige dispor da informação relativa à gama de variação dos coeficientes necessários para instanciar o modelo, sendo, portanto, menos onerosa do ponto de vista da informação necessária (Oliveira & Antunes, 2007).

A programação intervalar tem sido frequentemente aplicada para efetuar o tratamento da incerteza em casos particulares da PLMO (Oliveira & Antunes, 2007). Neste contexto, o tratamento da incerteza pode ser aplicado somente nas funções objetivo (Bitran, 1980; Steuer, 1981; Inuiguchi & Kume, 1991; Inuiguchi, Higashitani & Tanino, 1999; Antunes & Clímaco, 2000; Ida, 1999, 2000a, 2000b, 2005; Wang & Wang, 2001a; Oliveira, Antunes & Barrico, 2014), nas funções objetivo e nos termos independentes das restrições (Wang & Wang, 2001b) ou em todos os coeficientes do modelo (Urli & Nadeau, 1992; Oliveira & Antunes, 2007; Henriques & Neves, 2019).

Os modelos de PLMO com coeficientes intervalares podem ser descritos matematicamente, sem perda de generalidade, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z_k(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n \left[ c_{kj}^L, c_{kj}^U \right] x_j, k = 1, \dots, p, \\ \text{s.a: } \sum_{j=1}^n \left[ a_{ij}^L, a_{ij}^U \right] x_j &\leq \left[ b_i^L, b_i^U \right], i = 1, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, j = 1, \dots, n, \end{aligned} \tag{2.6}$$

onde  $\left[ c_{kj}^L, c_{kj}^U \right], \left[ a_{ij}^L, a_{ij}^U \right] \in \left[ b_i^L, b_i^U \right], k = 1, \dots, p, j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ , são intervalos fechados.

Considere-se, sem perda de generalidade, o seguinte modelo de programação linear com coeficientes intervalares aplicados na função objetivo e nas restrições:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n \left[ c_j^L, c_j^U \right] x_j, \\ \text{s.a: } \sum_{j=1}^n \left[ a_{ij}^L, a_{ij}^U \right] x_j &\geq \left[ b_i^L, b_i^U \right], i = 1, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{2.7}$$

onde  $\left[ c_j^L, c_j^U \right], \left[ a_{ij}^L, a_{ij}^U \right] \in \left[ b_i^L, b_i^U \right], j = 1, \dots, n$  e  $i = 1, \dots, m$ , pertencem a  $I(\mathfrak{R})$ , onde  $I(\mathfrak{R})$  é o conjunto de todos os números intervalares em  $\mathfrak{R}$  e  $x_j \in \mathfrak{R}$ .

De seguida, serão apresentados os algoritmos que permitem obter o melhor valor ótimo e o pior valor ótimo<sup>15</sup>:

Passo 1: Obtenção do melhor valor ótimo

Resolve-se o modelo de programação linear I:

$$\text{Min } Z^L(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n c'_j x_j, \text{ onde } c'_j = \begin{cases} c_j^L, & \text{se } x_j \geq 0, \\ c_j^U, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n a'_{ij} x_j \geq b_i^L, i = 1, \dots, m, \text{ onde } a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij}^U, & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_{ij}^L, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

Passo 2: Obtenção do pior valor ótimo

Resolve-se o modelo de programação linear II:

$$\text{Min } Z^U(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n c''_j x_j, \text{ onde } c''_j = \begin{cases} c_j^U, & \text{se } x_j \geq 0, \\ c_j^L, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n a''_{ij} x_j \geq b_i^U, i = 1, \dots, m, \text{ onde } a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij}^L, & \text{se } x_j \geq 0, \\ a_{ij}^U, & \text{se } x_j \leq 0. \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

Considere-se que  $\underline{\mathbf{x}} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$  é a solução ótima do modelo de programação linear I, sendo  $Z^L$  o valor ótimo, e que  $\bar{\mathbf{x}} = (x''_1, x''_2, \dots, x''_n)^T$  é a solução ótima do modelo de programação linear II, sendo  $Z^U$  o valor ótimo.

A melhor solução é  $\underline{\mathbf{x}} = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$ , com o valor ótimo  $Z^L$  e o cenário de coeficientes  $c'_j, a'_{ij}$  e  $b_i^L, i = 1, \dots, m$ .

---

<sup>15</sup> Para melhor compreensão relativamente a questões relacionadas com o melhor valor ótimo e o pior valor ótimo, sugere-se a consulta dos trabalhos de Ramadan (1997), Chinneck e Ramadan (2000) e Henriques (2009).

A pior solução é  $\bar{x} = (x''_1, x''_2, \dots, x''_n)^T$ , com o valor ótimo  $Z^U$  e o cenário de coeficientes  $c''_j, a''_{ij}$  e  $b_i^U, i = 1, \dots, m$ .

Desta forma,  $Z = [Z^L, Z^U]$ , isto é, o valor ótimo do modelo situa-se entre  $Z^L$  (no melhor cenário) e  $Z^U$  (no pior cenário), derivando dos cenários considerados para os coeficientes intervalares.

## **2.2.2 Modelo de portfólio multiobjectivo intervalar**

As secções seguintes evidenciam os pressupostos inerentes à construção do modelo de portfólio multiobjectivo intervalar, com particular destaque para as funções objetivo e restrições do problema. Por último, descrevemos a abordagem seguida para a obtenção de soluções para o problema de seleção de portfólios<sup>16</sup>.

### **2.2.2.1 Funções objetivo**

Segundo Neves e Quelhas (2013), uma carteira de investimentos corresponde a um conjunto de ativos, pertencentes a um certo investidor, podendo este ser uma pessoa física ou uma pessoa jurídica.

Portanto, uma carteira de investimentos, também designada como portfólio, é composta por pelo menos 2 ativos, representados por  $\Theta = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , onde  $x_i$  corresponde à proporção investida no  $i^{\text{ésimo}}$  ativo.

#### ➤ Retorno:

Atendendo a um determinado período  $t$ , o retorno do ativo ou a taxa de retorno, pode ser dada por:

$$r_{it} = \frac{(p_{it}) - (p_{it-1}) + (d_{it})}{(p_{it-1})} \quad (2.8)$$

onde  $p_{it}$  corresponde ao preço de fecho do  $i^{\text{ésimo}}$  ativo durante o período  $t$ ,  $p_{it-1}$  diz respeito ao preço de fecho do  $i^{\text{ésimo}}$  ativo durante o período  $t-1$  e  $d_{it}$  diz respeito ao dividendo do  $i^{\text{ésimo}}$  ativo durante o período  $t$ .

---

<sup>16</sup> As secções inerentes à construção do portfólio multiobjectivo com coeficientes intervalares, têm por base o trabalho desenvolvido por Henriques e Neves (2019).

Relativamente ao valor esperado ( $E[\cdot]$ ) da taxa de retorno,  $R_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , este equivale a uma variável aleatória, ponderada aproximadamente pela média dos retornos históricos, isto é,

$$r_i = E[R_i] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it}. \quad (2.9)$$

Por norma, é usual fazer uso da média aritmética dos retornos passados, como uma referência do retorno esperado do ativo. Contudo, a utilização de retornos passados não é garantia de retornos futuros. Além disso, num contexto real, os preços dos ativos, assim como os retornos, estão sujeitos a fatores incontroláveis que não podem ser somente mensurados com base em dados históricos (Gupta et al., 2014). Neste sentido, reescrevemos a expressão dada em (2.9) considerando valores intervalares, a fim de efetuar o tratamento da incerteza inerente. Dessa forma, o retorno do portfólio pode ser descrito como:

$$\sum_{i=1}^n [r_i^L, r_i^U] x_i = \left[ \sum_{i=1}^n r_i^L x_i, \sum_{i=1}^n r_i^U x_i \right], \quad (2.10)$$

onde  $[r_i^L, r_i^U]$  descreve o retorno intervalar

➤ Risco:

Ao contrário do retorno, onde o investidor procura obter o máximo valor possível, espera-se que o risco tenha o menor valor possível.

Na tentativa de quantificar o risco, considerámos a medida de risco proposta por Speranza (1993).

O desvio médio semi-absoluto pode ser representado por:

$$\sum_{t=1}^T \frac{|\sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^L) x_i| + \sum_{i=1}^n (r_i^L - r_{it}) x_i}{2T} \quad (2.11)$$

Se os retornos esperados dos ativos forem apresentados como números intervalares, então o desvio médio semi-absoluto também é tratado como um número intervalar.

Assim, temos:

$$\left[ \sum_{t=1}^T \frac{|\sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^L) x_i| + \sum_{i=1}^n (r_i^L - r_{it}) x_i}{2T}, \sum_{t=1}^T \frac{|\sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^U) x_i| + \sum_{i=1}^n (r_i^U - r_{it}) x_i}{2T} \right] \quad (2.12)$$

### 2.2.2.2 Restrições

Ao nível das restrições intrínsecas à construção do modelo de portfólio, consideramos as seguintes:

#### 1. Restrição orçamental

Dado que  $x_i$  é a percentagem de riqueza aplicada no ativo  $i$ , então esta restrição exige que a verba máxima aplicada em ativos não supere os 100% da riqueza investida:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (2.13)$$

#### 2. Proporção máxima de capital a investir nos ativos

A proporção máxima de investimento aplicada nos ativos de uma carteira deriva de diversos fatores. Com vista a obter um certo nível de diversificação, assume-se o limite superior desta restrição compreendida no intervalo  $[u_i^L, u_i^U]$ , do seguinte modo:

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq [u_i^L, u_i^U], \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.14)$$

#### 3. Não são permitidas vendas a descoberto

Num contexto financeiro, um investidor tem a possibilidade de vender um ativo mesmo que não o possua na sua carteira de investimento. No entanto, num contexto matemático, a venda a descoberto não é possível, uma vez que implica que o número de ativos na posse do investidor seja negativo e, portanto, matematicamente não é possível que os valores de  $x_i$  assumam valores negativos. Desta forma, temos a seguinte restrição:

$$x_i \geq 0, \text{ para } i(i = 1, 2, \dots, n). \quad (2.15)$$

### 2.2.2.3 O problema de seleção de portfólio multiobjetivo intervalar

O modelo obtido corresponde a:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \left[ \sum_{t=1}^T \frac{|\sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^L) x_i| + \sum_{i=1}^n (r_i^L - r_{it}) x_i}{2T}, \sum_{t=1}^T \frac{|\sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^U) x_i| + \sum_{i=1}^n (r_i^U - r_{it}) x_i}{2T} \right], \\ & \text{Max} \left[ \sum_{i=1}^n r_i^L x_i, \sum_{i=1}^n r_i^U x_i \right], \\ & \text{s.t. } x_i \in X, i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde  $X$  é a região admissível do problema.

O modelo (2.16) tem a seguinte formulação alternativa:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \left[ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t^1, \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t^2 \right], \\
 & \text{Max} \left[ \sum_{i=1}^n r_i^L x_i, \sum_{i=1}^n r_i^U x_i \right], \\
 & \text{s.a.} \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\
 & x_i \leq \left[ u_i^L, U_i^U \right], i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 + \sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^L) x_i \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & P_t^2 + \sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^U) x_i \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & x_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & P_t^2 \geq 0, t = 1, \dots, T.
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

#### **2.2.2.4 Método utilizado para obtenção de soluções**

Esta subsecção apresenta três modelos matemáticos baseados na abordagem proposta por Henriques e Neves (2019), que permitem explorar três estratégias distintas: uma conservadora, outra agressiva e, por último, uma combinação das duas estratégias.

Dado que, o problema (2.17) é um problema de PLMO intervalar, o cálculo das soluções eficientes pode ser obtido atendendo à resolução de um modelo de programação linear, com base na otimização da soma ponderada das funções objetivo.

##### 1. Estratégia conservadora

Neste tipo de estratégia, o investidor é mais avesso ao risco, estando mais preocupado com o risco inerente ao investimento do que propriamente com o retorno que irá obter.

Desta forma, perante o pior cenário possível, o investidor pretende maximizar o retorno e minimizar o risco, obtendo-se o seguinte modelo:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \left( \varphi \sum_{i=1}^n r_i^L x_i - \tau \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t^2 \right), \\
 & \text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\
 & x_i \leq u_i^L, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 + \sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^U) x_i \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & x_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 \geq 0, t = 1, \dots, T,
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Onde  $\varphi$  e  $\tau$  são os pesos que o investidor afeta a cada função objetivo, que variam entre zero a um.

### 2. Estratégia agressiva

Este tipo de estratégia está associado a um investidor que é mais propenso ao risco. Desta forma, o investidor concentra-se mais no retorno do que propriamente no risco associado ao investimento, obtendo-se o seguinte modelo:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \left( \varphi \sum_{i=1}^n r_i^U x_i - \tau \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t^1 \right), \\
 & \text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\
 & x_i \leq u_i^U, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 + \sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i^L) x_i \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & x_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 \geq 0, t = 1, \dots, T.
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

### 3. Estratégia combinada

Este tipo de estratégia permite ao investidor adotar uma abordagem mais equilibrada em relação ao retorno e ao risco, obtendo-se a seguinte formulação matemática:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \rho \left( \varphi \sum_{i=1}^n r_i^L x_i - \tau \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t^2 \right) + (1 - \rho) \left( \varphi \sum_{i=1}^n r_i^U x_i - \tau \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P_t^1 \right) \\
 & \text{s. t. } \sum_{i=1}^n x_i = 1, \\
 & x_i + \left( -u_i^U + \delta_i \left( -u_i^L + u_i^U \right) \right) \leq 0, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 + \sum_{i=1}^n \left( r_{it} - r_i^L \right) x_i \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & P_t^2 + \sum_{i=1}^n \left( r_{it} - r_i^U \right) x_i \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & x_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \\
 & P_t^1 \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & P_t^2 \geq 0, t = 1, \dots, T. \tag{2.20}
 \end{aligned}$$

onde  $\rho$  e  $\delta_i, i = 1, \dots, n$ , são índices de pessimismo que oscilam numa escala ente 0 (estratégia agressiva) a 1 (estratégia conservadora).

### 3 Aplicação empírica

Este capítulo descreve os fundos que iremos analisar, bem como todos os dados necessários para a utilização das metodologias propostas no capítulo anterior.

#### 3.1 Dados

Numa primeira fase, procedeu-se à identificação de uma amostra de ETFs ligados ao setor da energia. A identificação dos ETFs foi possível, recorrendo ao site ETFDB.com, tendo sido identificados 60 fundos<sup>17</sup> (Tabela 3.1). De referir que, para além dos ETFs selecionados, existiam outros, mas que não apresentavam dados suficientes para o período selecionado. O objetivo, numa primeira fase, será então, avaliar a eficiência de cada fundo em períodos de 1 ano (2018), 3 anos (de 2016 a 2018) e 5 anos (de 2014 a 2018) à data de 31/12/2018.

**Tabela 3.1 - Descrição dos ETFs. Fonte: ETFDB/Financial Times**

Ticker	Nome	Categoria	Classe do ativo	Benchmark	Portfólio
BNO	United States Brent Oil Fund	Oil & Gas	Commodity	Oil Price Brent Crude Pr	Cash, US bond, future contract
BOIL	Proshares Ultra Bloomberg Natural Gas	Leveraged Commodities	Commodity	Bloomberg Sub Natural Gas TR USD	Cash, future contract
CHIE	Global X MSCI China Energy ETF	China Equities	Equity	China Region	Non US stock, cash
DBE	Invesco DB Energy Fund	Oil & Gas	Commodity	DBIQ Optimum Yield Energy TR USD	Cash, US bond, future contract
DBO	Invesco DB Oil Fund	Oil & Gas	Commodity	DBIQ Optimum Yield Crude Oil TR USD	US bond, cash, future contract
DDG	Proshares Short Oil & Gas	Inverse Equities	Equity	Dow Jones US Oil & Gas TR USD	Cash, swap contract
DGAZ	Velocityshares 3x Inverse Natural Gas ETN	Leveraged Commodities	Commodity	S&P GSCI Natural Gas ER USD	Future contract
DIG	Proshares Ultra Oil & Gas	Leveraged Equities	Equity	Dow Jones US Oil & Gas TR USD	US stock, cash, swap contract
DTO	DB Crude Oil Double Short ETN	Leveraged Commodities	Commodity	Trading-Inverse Commodities	Future contract
DUG	Proshares Ultra short Oil & Gas	Leveraged Equities	Equity	Dow Jones US Oil & Gas TR USD	Cash, US bond, US

<sup>17</sup> Para efeitos de avaliação foram apenas considerados 57 ETFs, uma vez que, os ETFs DDG, DUG e ERY apresentavam valores de beta excessivamente negativos, tendo sido, portanto, excluídos.

*Performance dos Exchange Traded Funds do setor energético dos EUA*

<b>Ticker</b>	<b>Nome</b>	<b>Categoria</b>	<b>Classe do ativo</b>	<b>Benchmark</b>	<b>Portfólio</b>
					stock, non US stock, swap contract
ENY	Invesco Canadian Energy Income ETF	Energy Equities	Equity	S&P/TSX Composite Index	
ERX	Direxion Daily Energy Bull 3x Shares	Leveraged Equities	Equity	S&P Energy Select Sector TR USD	US stock, cash, non US stock
ERY	Direxion Daily Energy Bear 3x Shares	Leveraged Equities	Equity	S&P Energy Select Sector TR USD	Cash, US stock
FAN	First Trust ISE Global Wind Energy Index Fund	Alternative Energy Equities	Equity	ISE Clean Edge Global Wind Energy TR USD	Non US stock, US stock, cash
FCG	First Trust ISE Revere Natural Gas Index Fund	Energy Equities	Equity	ISE Revere Natural GAS PR USD	US stock, non US stock, cash
FENY	Fidelity MSCI Energy Index ETF	Energy Equities	Equity	MSCI USA IMI/Energy GR USD	US stock, non US stock, cash
FILL	Ishares MSCI Global Energy Producers ETF	Energy Equities	Equity	MSCI ACWI Select Energy Prod IMI NR USD	Non US stock, US stock
FRAK	VanEck Vectors Unconventional Oil & Gas ETF	Energy Equities	Equity	MVIS GLB Unconventional Oil & Gas NR USD	US stock, non US stock, cash
FXN	First Trust Energy Alphasdex Fund	Energy Equities	Equity	StrataQuant Energy TR USD	US stock, non US stock, cash
GASL	Direxion Daily Natural Gas Related Bull 3x Shares	Leveraged Equities	Equity	ISE Revere Natural Gas PR USD	Cash, US stock, non US stock
GEX	VanEck Vectors Global Alternative Energy ETF	Alternative Energy Equities	Equity	Ardour Global Extra Liquid TR USD	US stock, non US stock, cash
GRID	First Trust Nasdaq Clean Edge Smart Grid Infrastructure Index Fund	Alternative Energy Equities	Equity	Nasdaq OMX Clnedge SmartgridinfraTR USD	US stock, non US stock, cash
ICLN	Ishares Global Clean Energy ETF	Alternative Energy Equities	Equity	S&P Global Clean Energy NR USD	Non US stock, US stock, cash
IEO	Ishares U.S. Oil & Gas Exploration & Production ETF	Energy Equities	Equity	Dow Jones US Select Oil Explor&Prodtn TR USD	US stock, non US stock, cash
IEZ	Ishares U.S. Oil Equipment & Services ETF	Energy Equities	Equity	Dow Jones US Select Oil Equip&Svcs TR USD	US stock, non US stock, cash
IGE	Ishares North American Natural Resources ETF	Energy Equities	Equity	S&P North American Natural Resources TR	US stock, non US stock, cash
IXC	Ishares Global Energy ETF	Energy Equities	Equity	S&P Global 1200 Energy Sector NR USD	US stock, non US stock, cash
IYE	Ishares U.S. Energy ETF	Energy Equities	Equity	Dow Jones US Oil & Gas TR USD	US stock, non US stock, cash

*Performance dos Exchange Traded Funds do setor energético dos EUA*

<b>Ticker</b>	<b>Nome</b>	<b>Categoria</b>	<b>Classe do ativo</b>	<b>Benchmark</b>	<b>Portfólio</b>
KOL	VanEck Vectors Coal ETF	Energy Equities	Equity	MVIS Global Coal NR USD	Non US stock, US stock, cash
KOLD	Proshares Ultrashort Bloomberg Natural Gas	Leveraged Commodities	Commodity	Bloomberg Sub Natural Gas TR USD	Cash, future contract
NLR	VanEck Vectors Uranium + Nuclear Energy ETF	Alternative Energy Equities	Equity	MVIS GLB Uranium & Nuclear Energy NR USD	US stock, non US stock, cash
OIH	VanEck Vectors Oil Services ETF	Energy Equities	Equity	MVIS US Listed Oil Services 25 NR USD	US stock, non US stock, cash
OLEM	IPath Pure Beta Crude Oil ETN	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Future contract
OLO	DB Crude Oil Long ETN	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Future contract
PBD	Invesco Global Clean Energy ETF	Alternative Energy Equities	Equity	Wilderhill Newenergy GLB Innovate TR USD	Non US stock, US stock, cash
PBW	Invesco Wilderhill Clean Energy ETF	Alternative Energy Equities	Equity	Wilderhill Clean Energy TR USD	US stock, non US stock, cash
PSCE	Invesco S&P Smallcap Energy ETF	Energy Equities	Equity	Equity Energy	US stock, cash
PUW	Invesco Wilderhill Progressive Energy ETF	Alternative Energy Equities	Equity	Wilderhill Progressive Energy TR USD	
PXE	Invesco Dynamic Energy Exploration & Production ETF	Energy Equities	Equity	Dynamic Enr Explo&Prod Intellidex TR USD	US stock, non US stock, cash
PXI	Invesco DWA Energy Momentum ETF	Energy Equities	Equity	Dorsey Wright Engy Tech Ldrs TR USD	US stock, non US stock, cash
PXJ	Invesco Dynamic Oil & Gas Services ETF	Energy Equities	Equity	Dynamic Oil Services Intellidex TR USD	US stock, non US stock, cash
PZD	Invesco Cleantech ETF	Alternative Energy Equities	Equity	Miscellaneous Sector	US stock, non US stock, cash
QCLN	First Trust Nasdaq Clean Edge Green Energy Index Fund	Alternative Energy Equities	Equity	Nasdaq Clean Edge Green Energy TR USD	US stock, non US stock, cash
RJN	Elements Rogers International Commodity Index-Energy TR ETN	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Future contract
RYE	Invesco S&P 500 Equal Weight Energy ETF	Energy Equities	Equity	S&P 500 Equal Weighted Energy TR USD	US stock, non US stock, cash
SCO	Proshares Ultrashort Bloomberg Crude Oil	Leveraged Commodities	Commodity	Bloomberg Sub WTI Crude Oil TR USD	Cash, future contract
SZO	DB Crude Oil Short ETN	Inverse Commodities	Commodity	Trading-Inverse Commodities	Future contract
TAN	Invesco Solar ETF	Alternative	Equity	MAC Global Solar	US stock, non

Ticker	Nome	Categoria	Classe do ativo	Benchmark	Portfólio
		Energy Equities		Energy TR USD	US stock
UCO	Proshares Ultra Bloomberg Crude Oil	Leveraged Commodities	Commodity	Bloomberg Sub WTI Crude Oil TR USD	Cash, future contract
UGA	United States Gasoline Fund	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Cash, US bond, future contract
UGAZ	VelocityShares 3x Long Natural Gas	Leveraged Commodities	Commodity	S&P GSCI Natural Gas ER USD	Future contract
UNG	United States Natural Gas Fund	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Cash, US bond, future contract
UNL	United States 12 Month Natural Gas Fund	Oil & Gas	Commodity	Henry Hub Natural Gas Spot Price	Cash, US bond, future contract
URA	Global X Uranium ETF	Global Equities	Equity	Natural Resources	Non US stock, US stock
USL	United States 12 Month Oil Fund	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Cash, US bond, future contract
USO	United States Oil Fund	Oil & Gas	Commodity	Commodities Energy	Cash, US bond, future contract
VDE	Vanguard Energy ETF	Energy Equities	Equity	MSCI US IMI/Energy 25-50 GR USD	US stock, cash, non US stock
XES	SPDR S&P Oil & Gas Equipment & Services ETF	Energy Equities	Equity	S&P Oil & Gas Equip&Svcs Sel Indust TR USD	US stock, non US stock
XLE	Energy Select Sector SPDR Fund	Energy Equities	Equity	S&P Energy Select Sector TR USD	US stock, non US stock
XOP	SPDR S&P Oil & Gas Exploration & Production ETF	Energy Equities	Equity	S&P Oil & Gas Explor&Pro Sel Indust TR USD	US stock, non US stock

A Tabela 3.1, evidencia 60 ETFs do setor energético transacionados nos EUA, o respetivo índice de referência e a composição de cada fundo. A amostra diz respeito a ETFs de petróleo, gás natural e energia alternativa, que representam diversas categorias, tais como: *alternative energy equities*, *China equities*, *energy equities*, *global equities*, *inverse Commodities*, *leveraged Commodities*, *leveraged equities* e *oil & gas*. Este tipo de ETFs, oferece aos investidores uma vasta gama de opções para aceder ao setor de energia, quer seja por exposição direta de *commodities* ou por exposição indireta, através da aquisição de ações de empresas fornecedoras de energia. Ao analisar a composição de cada fundo, verificamos que estes são essencialmente compostos por ações de empresas pertencentes e não pertencentes aos EUA, obrigações, caixa e equivalentes de caixa e ainda produtos derivados, tais como, contratos futuros e

contratos *swap*. No que diz respeito ao *benchmark* e, perante uma grande multiplicidade de índices que poderiam servir como referência, os descritos neste estudo são os mesmos utilizados pelo Financial Times.

### **3.2 Seleção de *inputs* e *outputs***<sup>18</sup>

No que diz respeito à seleção de *inputs* e *outputs*, não existe consenso na literatura sobre quais os fatores a serem considerados nos modelos DEA. Relativamente à nossa análise, optámos por incluir, com base na literatura científica (ver Tabela 1.2), os parâmetros beta e o desvio padrão a minimizar (*inputs*) e os parâmetros alfa de Jensen, índice de Sharpe, *mean annual return* e *trailing total return* a maximizar (*outputs*).

O parâmetro beta avalia a sensibilidade de um determinado fundo face aos movimentos do mercado. Um beta de um indica que o preço de um determinado ativo ou uma carteira move-se com o mercado. Os valores obtidos relativamente ao beta foram calculados comparando o excesso de retorno de um fundo sobre os bilhetes do tesouro com o excesso de retorno do mercado sobre os bilhetes do tesouro. Um beta maior que um indica que um título/portfólio é mais volátil que o mercado. Por exemplo, um beta de 1.10 indica que um fundo teve um desempenho 10% acima que o seu índice de referência em períodos de *bull market* e 10% abaixo em períodos de *bear market*. Um valor de beta menor que um, aponta que o título/portfólio é menos volátil que o mercado. Um beta de 0.85 indica que o retorno excedente de um fundo provavelmente terá um desempenho 15% pior que o excesso de retorno do mercado em períodos de *bull market* e 15% melhor nos períodos de *bear market*.

Relativamente ao desvio padrão, este corresponde a uma medida estatística de dispersão sobre uma média e mostra a volatilidade com que os retornos de um fundo variam durante um certo horizonte temporal. Por norma, os investidores utilizam o desvio padrão com base no desempenho histórico como forma de prever a volatilidade do retorno de um determinado fundo. Quando um fundo apresenta um desvio padrão elevado, a volatilidade do retorno previsto é ampla, indicando que o fundo é mais volátil. Os dados obtidos relativamente ao desvio padrão foram calculados através dos

---

<sup>18</sup> As definições propostas e o método de cálculo para obter os valores dos *inputs* e *outputs* têm por base a metodologia usada pela fonte dos nossos dados.

retornos totais mensais para os respectivos períodos de avaliação. Todos os desvios padrão mensais são anualizados.

Quanto ao índice de Sharpe, também designado como *reward-to-variability measure*, indica a recompensa por unidade de risco. Quanto maior for o índice de Sharpe, melhor será o desempenho histórico ajustado pelo risco do fundo. Os valores obtidos relativamente ao índice de Sharpe foram calculados com base nos últimos 36 meses, dividindo os retornos excedentes anualizados de um fundo sobre a taxa de retorno do ativo sem risco pelo desvio padrão anualizado dos retornos do fundo. O índice de Sharpe é uma medida útil na medida em que indica qual o nível de risco que um fundo terá que suportar para obter um retorno excedente em relação à taxa de retorno de um ativo sem risco.

No que diz respeito ao alfa de Jensen, este parâmetro avalia o excesso de retorno que um título ou portfólio gera sobre o retorno esperado. Este indicador mede qual a taxa de retorno que é capaz de fornecer retornos acima da média, ajustados pelo risco de mercado. Um alfa mais elevado indica melhores retornos ajustados ao risco. Os valores obtidos em relação ao alfa de Jensen foram calculados através da diferença entre o retorno do título e o retorno do índice de referência. Neste caso, o retorno do índice de referência (CAPM) é dado pela taxa de retorno do ativo sem risco mais o beta (resultando este da diferença entre o retorno do mercado e a taxa de retorno do ativo sem risco).

O *trailing total return* avalia o retorno dos ativos para períodos específicos passados. Desta forma, é possível verificar numa data específica, por exemplo, qual foi o desempenho do fundo numa base a 1 ano, 3 anos, 5 anos, etc. Os valores obtidos em relação ao *trailing total return* foram calculados efetuando a alteração no *net asset value* (NAV)<sup>19</sup> de um fundo, assumindo o reinvestimento de todas as distribuições de receita e ganhos de capital (na data real de reinvestimento usada pelo fundo), durante o período, dividida pelo NAV inicial.

O *mean annual return* corresponde a uma percentagem que é usada para relatar retornos históricos, como retornos médios de 3, 5 e 10 anos de um fundo. As fontes de retornos podem incluir dividendos, retornos de capital e valorização do capital. Por sua vez, o

---

<sup>19</sup> O NAV de um fundo é calculado dividindo o valor total dos ativos do fundo menos o total dos passivos pelo número de ações em circulação.

retorno médio anual é calculado líquido do *expense ratio* do fundo. Além disso, não inclui encargos de vendas, nem comissões de corretagem de transações de investimento.

### 3.3 Modelos DEA

De modo a analisar a eficiência de cada DMU (no nosso caso, os ETFs), propomos 3 modelos DEA. No primeiro modelo, o beta e o desvio padrão são usados como *inputs*, e o *trailing total return* e o *mean annual return* são usados como *outputs*. No segundo modelo são utilizados os mesmos *inputs*, e as variáveis *trailing total return* e o índice de Sharpe são utilizadas como *outputs*. No terceiro modelo consideramos novamente os mesmos *inputs*, e o *trailing total return* e o alfa Jensen como *outputs*.

Os valores respeitantes aos *inputs* e *outputs* utilizados nos modelos DEA analisados são apresentados nas Tabelas 3.2 e 3.3.

**Tabela 3.2 - Dados respeitantes aos *inputs*. Fonte: *Financial Times***

ETFs/Inputs	Beta			Desvio padrão		
	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
DMU						
BNO	2.31	1.93	1.88	31.47	26.53	31.14
BOIL	0.78	1.06	1.44	103.93	80.08	72.22
CHIE	1.23	1.11	1.23	18.67	16.46	18.74
DBE	1.9	1.56	1.5	25.99	21.45	24.46
DBO	2.2	1.71	1.63	31.16	24.67	27.77
DGAZ	6.72	3.57	3.16	189.43	148.16	140.23
DIG	2.23	2.16	2.22	47.29	38.64	39.34
DTO	4.57	3.78	3.34	66.64	56.34	61.55
ENY	0.93	0.93	1.19	19.4	17.94	22.41
ERX	3.17	3.17	3.27	68.01	56.88	57.92
FAN	1	1.05	1.05	18.12	15.12	15.27
FCG	1.4	1.63	1.65	26.91	30.91	35.16
FENY	1.42	1.13	1.2	24.57	19.79	20.07
FILL	1.14	0.98	1.18	20.46	16.73	18.79
FRAK	1.57	1.49	1.49	30.67	28.59	28.88
FXN	1.4	1.45	1.5	29.61	26.82	26.99
GASL	3.21	4.36	3.98	73.58	87.79	97.12
GEX	0.92	1.03	1.16	16.56	13.98	16.79
GRID	1.01	1.14	1	16.12	14.81	13.67
ICLN	0.82	1.06	1.13	18.68	17.11	18.47
IEO	1.49	1.45	1.42	28.42	25.71	24.93
IEZ	1.98	1.64	1.57	35.68	31.24	29.94
IGE	1.25	1.13	1.21	21.62	18.59	19.53
IXC	1.14	0.95	1.14	20.4	16.42	18.23
IYE	1.4	1.11	1.18	24.12	19.29	19.62
KOL	0.93	1.14	1.25	22.08	26.01	26.73
KOLD	3.39	2.05	1.9	122.76	91.77	85.76
NLR	0.3	0.32	0.41	7.96	9.75	10.14
OIH	1.93	1.6	1.53	34.97	30.81	29.66
OLEM	2.14	1.83	1.69	31.52	25.88	28.45

ETFs/Inputs	Beta			Desvio padrão		
	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
DMU						
OLO	2.2	1.71	1.61	31.15	24.67	27.36
PBD	1	1.18	1.18	15.93	14.16	16.04
PBW	0.78	1	1.13	17.48	16.44	20.16
PSCE	2.12	2.06	1.95	39.41	39.02	38.38
PUW	0.98	1.24	1.4	16.75	17.8	19.46
PXE	1.6	1.61	1.52	34.65	30.28	28.43
PXI	1.46	1.39	1.38	29.10	28.26	27.08
PXJ	1.91	1.62	1.62	35.73	32	31.43
PZD	1.21	1.2	1.24	17.66	14.38	15.11
QCLN	0.82	1.03	1.13	14.77	14.01	18.29
RJN	1.88	1.79	1.7	25.13	25.63	28.3
RYE	1.51	1.38	1.37	27.11	24.83	24.18
SCO	4.82	3.83	3.62	72.27	57.7	65.72
SZO	2.28	1.89	1.67	33.35	28.19	30.77
TAN	0.97	1.23	1.41	22.47	23	29.37
UCO	4.19	3.79	3.45	62.63	54.27	59.17
UGA	1.99	1.69	1.5	29.13	29.65	29.36
UGAZ	1.45	1.48	2.06	139.18	115.63	104.06
UNG	0.82	0.63	0.85	58.98	44.66	40.35
UNL	0.13	0.44	0.6	23.13	23.07	22.57
URA	0.83	1.35	1.4	20.68	33.27	32.20
USL	2.03	1.66	1.55	30.06	23.73	26.22
USO	2.13	1.95	1.79	33.27	28.35	30.94
VDE	1.42	1.15	1.21	24.6	20.18	20.34
XES	2.09	1.9	1.84	39.52	37.05	35.82
XLE	1.39	1.11	1.17	23.64	18.96	19.27
XOP	1.54	1.63	1.64	33.16	32.33	32.65
<b>Mínimo</b>	<b>0.13</b>	<b>0.32</b>	<b>0.41</b>	<b>7.96</b>	<b>9.75</b>	<b>10.14</b>
<b>Máximo</b>	<b>6.72</b>	<b>4.36</b>	<b>3.98</b>	<b>189.43</b>	<b>148.16</b>	<b>140.23</b>
<b>Média</b>	<b>1.78</b>	<b>1.62</b>	<b>1.62</b>	<b>38.21</b>	<b>33.43</b>	<b>34.26</b>

Tabela 3.3 - Dados respeitantes aos outputs. Fonte: Yahoo Finance/Financial Times

ETFs/ Outputs	Mean annual return		Trailing total return			Índice de Sharpe			Alfa de Jensen		
	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
DMU											
BNO	0.9	-1.34	-16.51	7.5	-19.1	-0.48	0.36	-0.54	14.71	8.56	3.24
BOIL	-0.83	-3.26	-22.54	-	-	0.24	-0.14	-0.55	35.08	-	-
				35.18	49.59					11.65	24.52
CHIE	0.51	-0.20	-3.04	4.88	-4.08	-0.18	0.3	-0.17	16.86	0.61	-3.97
DBE	0.52	-1.14	-14.06	3.99	-	-0.53	0.24	-0.59	10.73	4.22	1.5
					15.53						
DBO	0.09	-1.61	-16.48	-2.04	-	-0.48	0	-0.72	13.36	-1.02	-2.64
					20.99						
DGAZ	1.75	3.68	-77.58	-53.6	-	0.09	0.13	0.31	-4.71	34.37	16.44
					32.74						
DIG	0.07	-1.05	-40.04	-6.45	-	-0.86	-0.01	-0.34	-	-	-
					18.56				28.93	18.41	31.24
DTO	0.03	3.31	19.31	-13.6	23.62	0.52	-0.01	0.63	-9.4	14.56	10.47
ENY	0.02	-1.05	-27.92	-1.29	-	-1.67	-0.05	-0.59	-	-6.28	-18.1
					14.07				22.26		
ERX	0.21	-1.47	-55.84	-	-	-0.84	0.03	-0.32	-	-	-
				12.84	29.59				40.12	25.14	44.85

*Performance dos Exchange Traded Funds do setor energético dos EUA*

ETFs/ Outputs	Mean annual return		Trailing total return			Índice de Sharpe			Alfa de Jensen		
	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
DMU											
FAN	0.43	0.39	-11.13	4.18	3.63	-0.67	0.27	0.26	-1.26	-2.05	-0.26
FCG	-0.64	-2.44	-34.76	- 11.62	- 30.38	-1.5	-0.28	-0.85	- 24.98	- 18.32	- 36.71
FENY	0.14	-0.45	-19.95	-0.26	-7.18	-0.86	0.03	-0.3	-5.54	-6.07	-11
FILL	0.69	-0.18	-11.64	7.19	-3.85	-0.6	0.43	-0.15	0.2	1.46	-7.69
FRAK	-0.15	-1.14	-29.94	-5.59	- 16.42	-1.06	-0.1	-0.5	- 15.27	-11.6	- 20.42
FXN	-0.12	-0.89	-24.65	-4.85	- 13.33	-0.87	-0.1	-0.42	- 10.36	- 11.09	- 17.41
GASL	-3.33	-8.08	-79.74	- 56.37	- 80.21	-1.64	-0.47	-1	- 103.5 5	- 77.57	- 129.8 1
GEX	0.22	0.17	-9.02	1.66	0.66	-0.61	0.11	0.08	-0.01	-4.53	-3.38
GRID	0.7	0.31	-22.3	7.51	2.81	-1.59	0.49	0.22	- 14.64	0.55	-1.05
ICLN	-0.1	-0.01	-8.62	-2.55	-1.79	-0.5	-0.13	-0.04	-0.35	-8.47	-5.41
IEO	0.3	-0.41	-19.36	0.39	-7.72	-0.68	0.1	-0.23	-3.06	-6.01	-11.4
IEZ	-0.99	-1.39	-42.49	- 15.48	- 19.21	-1.4	-0.41	-0.58	- 28.06	- 22.62	- 23.78
IGE	0.22	-0.44	-21.45	0.97	-6.95	-1.09	0.08	-0.3	-9.89	-5.07	-10.9
IXC	0.51	-0.25	-14.59	4.86	-4.51	-0.77	0.3	-0.2	-3.17	-0.58	-8.3
IYE	0.14	-0.44	-19.2	-0.16	-6.9	-0.84	0.03	-0.3	-4.95	-5.92	- 10.71
KOL	2.54	-0.13	-16.05	31.05	-4.91	-0.78	1.13	-0.08	-6.94	22.76	-7.34
KOLD	1.16	2.68	-45.27	- 22.56	-1.51	0.06	0.14	0.37	- 24.69	21.08	15.23
NLR	0.63	0.39	5.15	7.36	4.26	0.42	0.66	0.4	6.58	4.58	2.33
OIH	-1.18	-1.49	-44.92	- 17.34	-20.1	-1.55	-0.5	-0.62	- 32.96	- 24.72	- 24.78
OLEM	0.18	-1.43	-19.25	-1.24	- 19.32	-0.58	0.04	-0.63	9.3	0.01	0.17
OLO	0.1	-1.56	-16.34	-1.96	- 20.39	-0.48	0	-0.71	13.55	-0.94	-2.3
PBD	-0.01	0	-19.02	-1.11	-1.32	-1.36	-0.09	-0.04	- 10.76	-8.15	-5.55
PBW	-0.01	-0.33	-13.71	-1.49	-5.84	-0.87	-0.07	-0.23	-6.65	-7.07	-9.27
PSCE	-0.93	-2.10	-42.98	- 16.96	- 28.11	-1.25	-0.31	-0.67	- 26.03	- 24.26	- 33.85
PUW	0.48	-0.42	-19.37	4.35	-6.7	-1.31	0.26	-0.29	- 11.22	-2.57	- 11.44
PXE	0.02	-0.57	-23.17	-4.18	- 10.33	-0.64	-0.03	-0.26	-4.71	- 10.33	- 13.74
PXI	-0.06	-0.72	-27.35	-4.48	- 11.59	-1.01	-0.07	-0.34	- 13.35	-10	- 14.94
PXJ	-1.45	-1.95	-39.76	- 20.25	- 24.92	-1.27	-0.58	-0.77	- 24.31	- 27.97	- 30.69
PZD	0.79	0.42	-12.35	8.82	3.97	-0.77	0.58	0.29	-0.33	1.37	-0.73
QCLN	0.43	0.18	-12.24	4.21	0.53	-0.94	0.28	0.08	-4.96	-2.07	-3.13
RJN	0.48	-1.38	-11.95	2.57	- 18.76	-0.46	0.18	-0.61	12.58	3.61	0.8
RYE	0.17	-0.64	-24.46	-0.94	- 10.02	-0.96	0.04	-0.34	-9.61	-7.13	-13.9
SCO	-0.97	2.67	22.52	- 23.53	13.43	0.54	-0.22	0.48	-7.43	2.73	0.35
SZO	0.03	1.65	14.87	-3.38	16.37	0.5	-0.03	0.62	-5.09	6.89	4.85

ETFs/ Outputs	Mean annual return		Trailing total return			Índice de Sharpe			Alfa de Jensen		
	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
DMU											
TAN	-0.95	-0.53	-25.16	- 13.15	- 10.03	-1.26	-0.54	-0.24	- 17.66	-19.7	- 12.75
UCO	-0.5	-3.64	-44.82	- 19.63	- 47.29	-0.62	-0.13	-0.75	14.9	-9.33	-7.63
UGA	-0.34	-1.24	-29.02	-8.11	- 17.61	-1.08	-0.17	-0.53	-5.95	-6.14	0.39
UGAZ	-1.28	-5.17	-47.13	- 60.31	- 72.87	0.33	-0.14	-0.6	65.29	- 17.27	- 40.88
UNG	-0.16	-1.32	4.35	- 11.18	- 21.63	0.32	-0.07	-0.41	29.2	-3.34	-7.46
UNL	0.36	-0.75	10.79	1.81	- 10.95	0.46	0.14	-0.43	12.35	3.02	-3.27
URA	0.2	-0.9	-20.16	-2.57	- 14.57	-1.08	0.04	-0.36	- 13.18	-6.69	- 17.18
USL	0.37	-1.16	-15.31	1.6	- 16.08	-0.46	0.14	-0.56	12.17	2.4	1.93
USO	-0.05	-1.74	-20.64	-4.56	- 22.92	-0.58	-0.06	-0.7	8.04	-2.82	-2.55
VDE	0.19	-0.43	-19.91	0.26	-6.96	-0.86	0.06	-0.29	-5.44	-5.59	- 10.78
XES	-1.19	-1.96	-47.05	- 19.05	- 26.13	-1.42	-0.41	-0.68	- 33.27	-26.5	- 31.74
XLE	0.25	-0.34	-18.11	1.23	-5.73	-0.81	0.1	-0.24	-3.82	-4.65	-9.52
XOP	0.13	-1.04	-28.22	-3.44	- 16.41	-0.88	0.01	-0.4	- 12.39	-9.18	- 19.88
<b>Mínimo</b>	<b>-3.33</b>	<b>-8.08</b>	<b>-79.74</b>	- <b>60.31</b>	- <b>80.21</b>	<b>-1.67</b>	<b>-0.58</b>	<b>-1</b>	- <b>103.55</b>	- <b>77.57</b>	- <b>129.81</b>
<b>Máximo</b>	<b>2.54</b>	<b>3.68</b>	<b>22.52</b>	<b>31.05</b>	<b>23.62</b>	<b>0.54</b>	<b>1.13</b>	<b>0.63</b>	<b>65.29</b>	<b>34.37</b>	<b>16.44</b>
<b>Média</b>	<b>0.01</b>	<b>-0.78</b>	<b>-22.27</b>	<b>-6.61</b>	- <b>14.15</b>	<b>-0.69</b>	<b>0.03</b>	<b>-0.29</b>	<b>-5.9</b>	<b>-6.07</b>	<b>-12.3</b>

As Tabelas 3.2 e 3.3 evidenciam os valores de cada DMU para os diferentes fatores de avaliação de performance e risco. Uma vez que os ativos financeiros atravessam diferentes períodos (*bull market* e *bear market*), as variáveis de performance e risco apresentam valores negativos para os diferentes períodos de análise. Tendo em conta esse aspeto, houve a necessidade de transformar todos os fatores em valores positivos para efeitos de avaliação da eficiência de cada DMU (de acordo com a metodologia descrita anteriormente). Os valores assim obtidos são apresentados no Apêndice 1. Deste modo, com a aplicação da metodologia DEA é possível converter as diversas variáveis de performance e risco num único valor distinguindo DMUs eficientes de DMUs ineficientes. Os resultados dos modelos DEA foram obtidos através do *software* gratuito *open solver*, tendo sido necessário programar duas macros em linguagem *visual*

*basic*, uma vez que não existe *software* gratuito que permita efetuar o tratamento de dados negativos em DEA.

### **3.4 Pressupostos inerentes à construção de modelos de portfólio multiobjetivo intervalar**

Após uma primeira fase, onde o objetivo é fazer uma triagem de títulos que podem fazer parte das carteiras eficientes através do modelo DEA, a fase seguinte tem como objetivo determinar a proporção a investir em cada ativo, recorrendo a modelos de portfólio multiobjetivo com coeficientes intervalares. Desta forma, houve a necessidade de calcular os retornos para os títulos classificados como eficientes. A informação relativa às cotações dos ETFs foi retirada do *Yahoo Finance*. Os retornos logarítmicos foram calculados sobre o preço ajustado a *stock splits*<sup>20</sup>, através da seguinte forma:

$$r_{it} = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1}) \quad (3.1)$$

Posteriormente, tendo em conta os retornos médios foi necessário fazer a eliminação dos *outliers*, tendo, posteriormente, sido construídos intervalos de confiança, assumindo um nível de confiança de 95%. Os resultados desses intervalos de confiança foram considerados como os limites superiores e inferiores dos retornos logarítmicos.

Para efeitos do modelo de portfólio multiobjetivo com coeficientes intervalares definimos como funções objetivo a maximização do retorno e a minimização do risco. Os valores médios mensais relativos aos coeficientes intervalares que permitem instanciar as funções de maximização do retorno e minimização do risco são apresentados no Apêndice 2. De modo a garantir um certo nível de diversificação da carteira considerou-se o intervalo  $[u_i^L, u_i^U] = [20\%, 60\%]$ .

A obtenção das carteiras eficientes foi efetuada com recurso ao solver do Excel.

---

<sup>20</sup> O *stock splits* corresponde ao aumento do número de ações de uma empresa, com o intuito de reduzir o preço bolsista das ações.

## 4 Discussão dos resultados obtidos

Numa primeira fase são apresentados os *scores* de eficiência atendendo aos diferentes horizontes temporais, i.e. 1 ano, 3 anos e 5 anos para os modelos DEA 1, 2 e 3<sup>21</sup>. Posteriormente, são apresentadas as carteiras eficientes onde evidenciamos a proporção a investir em cada ativo atendendo a estratégias do estilo agressivo, conservadoras e combinadas que variam de acordo com o perfil de risco de cada investidor.

### 4.1 O modelo DEA 1

Tabela 4.1 - *Scores* de eficiência obtidos com o modelo DEA 1

DMU	<i>Scores</i> de eficiência (3 anos)	<i>Scores</i> de eficiência (5 anos)
BNO	0.67	0.38
BOIL	0.35	0.27
CHIE	0.92	0.69
DBE	0.67	0.48
DBO	0.55	0.41
DGAZ	-0.51	1
DIG	0.41	0.34
DTO	0.32	1
ENY	1	0.55
ERX	0.34	0.26
FAN	1	1
FCG	0.44	0.34
FENY	0.71	0.63
FILL	1	0.70
FRAK	0.50	0.43
FXN	0.52	0.46
GASL	0.17	0.14
GEX	0.97	0.83
GRID	1	0.99
ICLN	0.80	0.74
IEO	0.58	0.52
IEZ	0.41	0.41
IGE	0.75	0.65
IXC	0.98	0.72
IYE	0.73	0.65
KOL	1	0.54
KOLD	0.28	1
NLR	1	1
OIH	0.41	0.41
OLEM	0.53	0.41
OLO	0.55	0.42

---

<sup>21</sup> Excepcionalmente, o modelo DEA 1 apresenta valores apenas para os períodos de 3 e 5 anos, dado que, não obtivemos informação relativamente ao período de 1 ano para a variável *mean annual return*.

DMU	Scores de eficiência (3 anos)	Scores de eficiência (5 anos)
PBD	1	0.86
PBW	0.91	0.65
PSCE	0.35	0.32
PUW	0.81	0.63
PXE	0.49	0.46
PXI	0.52	0.48
PXJ	0.39	0.37
PZD	1	1
QCLN	1	0.76
RJN	0.58	0.41
RYE	0.58	0.52
SCO	0.26	0.65
SZO	0.49	1
TAN	0.54	0.47
UCO	0.29	0.21
UGA	0.46	0.42
UGAZ	0.25	0.19
UNG	1	1
UNL	0.99	1
URA	0.51	0.43
USL	0.60	0.45
USO	0.48	0.37
VDE	0.70	0.63
XES	0.36	0.34
XLE	0.75	0.67
XOP	0.48	0.40

A Tabela 4.1 mostra os *scores* de eficiência do primeiro modelo DEA para os períodos de 3 e 5 anos, com o beta e desvio padrão como *inputs* (a minimizar) e o *trailing total return* e *mean annual return* como *outputs* (a maximizar). No primeiro período de análise verificamos que existem 10 DMUs (ENY, FAN, FILL, GRID, KOL, NLR, PBD, PZD, QCLN e UNG) com um *score* de eficiência de 1. No segundo período de análise o número de DMUs com o *score* de eficiência de 1 baixa para 9 (DGAZ, DTO, FAN, KOLD, NLR, PZD, SZO, UNG e UNL). No entanto, como já vimos anteriormente, a pontuação de 1 não garante a eficiência das DMUs. Deste modo, necessitamos de avaliar se existe a necessidade de cada DMU ter de efetuar melhorias para se tornar eficiente.

**Tabela 4.2 - DMUs eficientes (3 anos)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Mean annual return
KOL	29	31.05	1.14	26.01	2.54
NLR	54	7.36	0.32	9.75	0.63

A Tabela 4.2 permite-nos concluir que relativamente ao modelo DEA 1, para o período de 3 anos, apenas existem dois ETFs eficientes (KOL e NLR). O ETF KOL pertence à categoria das *Energy Equities* e tem como objetivo seguir o mais próximo possível, antes de taxas e despesas, o preço e o desempenho do seu índice subjacente. Este fundo investe normalmente 80% dos seus ativos em títulos que compõem o índice. De um modo geral o índice subjacente é composto por empresas do setor global de carvão. No que diz respeito ao ETF NLR, este fundo corresponde à categoria *Alternative Energy Equities*, investindo cerca de 80% dos seus ativos totais em títulos que compõem o índice subjacente, com o propósito de o acompanhar o mais próximo possível. O índice subjacente investe essencialmente em empresas envolvidas em urânio e energia nuclear. É de realçar que o ETF KOL se distingue dos demais, apresentando o maior valor relativo ao *trailing total return* e ao *mean annual return* no respetivo período analisado. Segundo um relatório do ETF.com, o ETF KOL destacou-se no setor energético registando um forte aumento a partir de 2016. Relativamente ao NLR, este ETF apresentou o menor valor referente ao beta e ao desvio padrão. Deste modo, o ETF KOL foi indicado como ETF de referência 29 vezes, enquanto que o ETF NLR foi considerado 54 vezes como um *benchmark* para as restantes DMUs.

**Tabela 4.3 - DMUs eficientes (5 anos)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Mean annual return
DGAZ	1	-32.74	3.16	140.23	3.68
DTO	4	23.62	3.34	61.55	3.31
KOLD	2	-1.51	1.90	85.76	2.68
NLR	52	4.26	0.41	10.14	0.39
SZO	4	16.37	1.67	30.77	1.65

Através da análise da Tabela 4.3 é possível verificar que no modelo DEA 1, para o período de 5 anos, 5 DMUs (DGAZ, DTO, KOLD, NLR e SZO) são eficientes. Deste modo, estes fundos foram considerados como ETFs de referência em relação aos demais ETFs ineficientes, 1, 4, 2, 52 e 4 vezes respetivamente. O ETF DGAZ corresponde à categoria dos *leveraged commodities*, e oferece uma alavancagem diária de -3x nos preços do gás natural, sendo normalmente utilizado para expressar uma perspectiva de *bear market* no setor de energia. O ETF DTO pertence à mesma categoria do ETF anterior e procura oferecer uma alavancagem de 2x em relação ao índice subjacente, tornando-o um bom investimento para expressar períodos de *bear market* de futuros de petróleo bruto. O ETF KOLD corresponde também à categoria dos *leveraged Commodities* e oferece 2x a exposição inversa alavancada diariamente ao gás natural. Assim, este ETF procura obter retornos ampliados de um índice composto por contratos futuros de gás natural. Quanto ao ETF SZO, corresponde à categoria *Inverse Commodities* e procura seguir o índice subjacente, que é composto por contratos futuros de petróleo bruto. Este ETF procura obter retornos desejados, apostando na desvalorização do petróleo bruto. De realçar que os ETFs descritos apresentam uma alta volatilidade. como é possível verificar na Tabela 4.3 através dos valores obtidos pelo desvio padrão. Por outro lado, é ainda possível verificar um valor negativo bastante elevado para o *trailing total return* do ETF DGAZ, sendo justificado com o aumento do número de ações, de modo a diminuir a cotação desse ativo. Deste modo, a cotação desse ETF no final de 2018 era bastante inferior à analisada há 5 anos atrás, devido ao efeito do *stock split*. Ainda assim, esse ETF obteve o valor máximo para o output *mean annual return* tornando-o eficiente. Ao analisar os ETFs com base num prazo mais dilatado, verificamos um aumento do número de ETFs eficientes comparativamente com o período anterior. Deste modo, assistimos a uma melhor performance dos ETFs DGAZ, DTO, KOLD e SZO que beneficiaram com a queda dos preços dos contratos futuros de petróleo e gás natural verificada em 2014 e 2015 (ETF.com). Ainda relativamente ao modelo DEA 1 verificámos, nos dois períodos de análise, que o NLR é considerado o ETF indicado como referência o maior número de vezes, i.e. 54 e 52 vezes, respetivamente.

## 4.2 O modelo DEA 2

Tabela 4.4 - Scores de eficiência obtidos com o modelo DEA 2

DMU	Scores de eficiência (1 ano)	Scores de eficiência (3 anos)	Scores de eficiência (5 anos)
BNO	0.54	0.60	0.33
BOIL	1	0.35	0.24
CHIE	1	0.91	0.63
DBE	0.63	0.65	0.41
DBO	0.55	0.53	0.35
DGAZ	-2.18	-0.37	-0.50
DIG	0.38	0.39	0.29
DTO	-14.77	0.28	0.90
ENY	1	1	0.48
ERX	0.29	0.29	0.22
FAN	1	1	1
FCG	0.56	0.42	0.29
FENY	0.65	0.69	0.57
FILL	0.86	1	0.64
FRAK	0.52	0.48	0.37
FXN	0.57	0.51	0.40
GASL	0.24	0.14	0.13
GEX	1	0.96	0.79
GRID	1	1	1
ICLN	1	0.78	0.68
IEO	0.60	0.56	0.46
IEZ	0.42	0.41	0.35
IGE	0.73	0.74	0.58
IXC	0.83	0.99	0.66
IYE	0.66	0.71	0.58
KOL	0.99	1	0.49
KOLD	-0.44	0.15	0.12
NLR	1	1	1
OIH	0.42	0.40	0.35
OLEM	0.53	0.52	0.35
OLO	0.55	0.53	0.36
PBD	1	1	0.80
PBW	1	0.88	0.59
PSCE	0.39	0.35	0.27
PUW	1	0.80	0.56
PXE	0.52	0.47	0.40
PXI	0.55	0.50	0.42
PXJ	0.43	0.39	0.32
PZD	0.99	1	1
QCLN	0.98	1	0.72
RJN	0.66	0.56	0.35
RYE	0.58	0.56	0.46
SCO	0.99	0.26	-1.18
SZO	1	0.48	1
TAN	0.83	0.52	0.41
UCO	0.31	0.28	0.18
UGA	0.51	0.45	0.37
UGAZ	-0.17	0.25	0.18

DMU	Scores de eficiência (1 ano)	Scores de eficiência (3 anos)	Scores de eficiência (5 anos)
UNG	1	1	1
UNL	1	1	1
URA	1	0.48	0.37
USL	0.57	0.58	0.39
USO	0.51	0.46	0.32
VDE	0.65	0.68	0.56
XES	0.39	0.35	0.29
XLE	0.68	0.73	0.61
XOP	0.51	0.46	0.34

A Tabela 4.4 mostra os *scores* de eficiência do modelo DEA 2, para os períodos a 1, 3 e 5 anos, com o beta e o desvio padrão considerados como *inputs* (a minimizar) e o *trailing total return* e o índice de Sharpe tidos como *outputs* (a maximizar). Para o primeiro período de análise, existem 15 ETFs com um *score* de eficiência de 1; no segundo período de análise, 11 ETFs obtiveram uma pontuação de 1 e, para o último período de análise, apenas 7 ETFs garantiram um *score* de eficiência de 1. Contudo, como já foi possível observar, uma pontuação de 1 não garante a eficiência dos ETFs em estudo. Nesse caso, tal como anteriormente, analisámos a presença de folgas para obter os ETFs eficientes.

**Tabela 4.5 - DMUs eficientes (1 ano)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Índice de Sharpe
NLR	52	5.15	0.30	7.96	0.42
SZO	5	14.87	2.28	33.35	0.50
UNL	5	10.79	0.13	23.13	0.46

De acordo com a Tabela 4.5, verificamos que com o modelo DEA 2, para o período de 1 ano, apenas 3 ETFs são considerados eficientes, uma vez que não necessitam de efetuar melhorias nos seus *inputs* e *outputs*. Podemos ainda observar que, tal como no modelo anterior, o ETF NLR foi indicado como referência para os restantes ETFs 52 vezes, enquanto que os ETFs SZO e UNL são apontados como referência para os restantes ETFs 5 vezes. O ETF UNL ainda não considerado eficiente em modelos anteriores, corresponde à categoria *Oil & Gas* e oferece exposição a uma das *Commodities* mais importantes dos EUA, o gás natural, e é usado como proteção para a inflação. Este ETF

diversifica-se em vários vencimentos, com o intuito de mitigar o impacto adverso do efeito de *contango* (i.e. situação que ocorre quando o preço futuro de uma *commodity* é superior ao *spot price* antecipado no vencimento do contrato). O fundo é essencialmente composto por futuros de gás natural. De destacar que o ETF UNL foi considerado o fundo menos sensível aos movimentos do mercado para o período de um ano, tendo apresentado o valor mais baixo relativamente ao parâmetro beta.

**Tabela 4.6 - DMUs eficientes (3 anos)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Índice de Sharpe
KOL	41	31.05	1.14	26.01	1.13
NLR	51	7.36	0.32	9.75	0.66

Através da Tabela 4.6 é possível verificar que com o modelo DEA 2, para o período de 3 anos, apenas 2 ETFs são considerados eficientes. Mais uma vez, os ETFs KOL e NLR são classificados como eficientes, à semelhança do que já se tinha verificado com o modelo DEA 1, para 3 anos. Neste caso, o ETF KOL é considerado um *benchmark* para os restantes ETFs 41 vezes e o ETF NLR é considerado *benchmark* 51 vezes.

**Tabela 4.7 - DMUs eficientes (5 anos)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Índice de Sharpe
NLR	54	4.26	0.41	10.14	0.40
SZO	6	16.37	1.67	30.77	0.62

A tabela 4.7 indica o número de ETFs eficientes, com base no modelo DEA 2 para o período de 5 anos. Desta forma, mais uma vez os ETFs NLR e SZO são considerados *benchmarks*, 54 e 6 vezes, respetivamente. O ETF NLR obteve o menor valor relativamente aos *inputs* beta e desvio padrão, sendo considerado o menos volátil e o menos sensível aos movimentos do mercado para o respetivo período analisado. Por outro lado, o ETF SZO apresentou um dos melhores valores relativos ao excesso de retorno por unidade de risco assumido. Destacamos ainda que o ETF NLR atinge a

eficiência para os 3 períodos analisados, enquanto que o ETF SZO volta a ser eficiente depois de já o ter sido no período de análise de 1 ano.

### **4.3 O modelo DEA 3**

**Tabela 4.8 - Scores de eficiência obtidos com o modelo DEA 3**

<b>DMU</b>	<b>Score de eficiência (1 ano)</b>	<b>Score de eficiência (3 anos)</b>	<b>Score de eficiência (5 anos)</b>
BNO	0.58	0.82	0.85
BOIL	1	0.38	0.26
CHIE	1	0.96	0.68
DBE	0.66	0.83	0.83
DBO	0.58	0.58	0.45
DGAZ	0.22	0.45	0.78
DIG	0.38	0.39	0.28
DTO	0.34	0.49	1
ENY	1	1	0.51
ERX	0.28	0.30	0.20
FAN	1	1	1
FCG	0.59	0.44	0.30
FENY	0.68	0.71	0.60
FILL	0.87	1	0.67
FRAK	0.54	0.50	0.39
FXN	0.59	0.52	0.42
GASL	0.23	0.17	0.11
GEX	1	0.99	0.81
GRID	1	0.99	1
ICLN	1	0.80	0.71
IEO	0.62	0.57	0.49
IEZ	0.44	0.42	0.37
IGE	0.76	0.76	0.62
IXC	0.85	0.99	0.69
IYE	0.69	0.73	0.62
KOL	1	1	0.52
KOLD	0.26	0.49	1
NLR	1	1	1
OIH	0.45	0.42	0.37
OLEM	0.56	0.57	0.53
OLO	0.59	0.58	0.46
PBD	1	1	0.83
PBW	1	0.92	0.63
PSCE	0.42	0.36	0.28
PUW	1	0.80	0.59
PXE	0.53	0.49	0.43
PXI	0.58	0.52	0.44
PXJ	0.45	0.40	0.34
PZD	1	0.99	1
QCLN	0.99	1	0.75
RJN	0.69	0.67	0.61
RYE	0.61	0.58	0.48
SCO	0.99	0.36	0.61
SZO	1	0.70	1

DMU	Score de eficiência (1 ano)	Score de eficiência (3 anos)	Score de eficiência (5 anos)
TAN	0.83	0.55	0.43
UCO	0.37	0.31	0.25
UGA	0.55	0.49	0.57
UGAZ	0.81	0.28	0.18
UNG	0.99	1	1
UNL	1	0.98	1
URA	1	0.51	0.39
USL	0.60	0.67	0.84
USO	0.54	0.51	0.42
VDE	0.68	0.70	0.60
XES	0.41	0.36	0.30
XLE	0.71	0.75	0.64
XOP	0.53	0.48	0.36

A Tabela 4.8 faculta os *scores* de eficiência do modelo DEA 3 para os períodos de análise de 1, 3 e 5 anos, onde o beta e o desvio padrão foram utilizados como *inputs* e o *trailing total return* e o alfa de Jensen foram usados como *outputs*. Relativamente ao primeiro período de análise é possível verificar que 16 ETFs alcançaram um *score* de eficiência de 1; no segundo período, apenas 8 alcançaram essa pontuação, e, no terceiro período, 9 obtiveram uma pontuação de 1. As tabelas seguintes evidenciam os ETFs que são considerados eficientes, uma vez que não apresentam a necessidade de ter de alterar nenhum fator.

**Tabela 4.9 - DMUs eficientes (1 ano)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Alfa de Jensen
CHIE	11	-3.04	1.23	18.67	16.86
NLR	46	5.15	0.30	7.96	6.58
SZO	2	14.87	2.28	33.35	-5.09
UNL	11	10.79	0.13	23.13	12.35

A Tabela 4.9 contém informação sobre os ETFs eficientes, considerando o período de um ano. Nestas circunstâncias, apenas 4 ETFs foram considerados eficientes, em particular: CHIE, NLR, SZO e UNL. De realçar que o ETF NLR aparece novamente como o ETF mais vezes indicado como referência para os demais ETFs (46 vezes). Relativamente ao modelo anterior, para o mesmo período de análise, verificamos apenas que o ETF CHIE passa a fazer parte dos ETFs eficientes, sendo indicado como

referência para os restantes ETFs (11 vezes). Este ETF não tendo ainda sido considerado eficiente em modelos anteriores, corresponde à categoria *China Equities* e oferece exposição ao setor de energia investindo principalmente em ações de empresas do mercado asiático.

**Tabela 4.10 - DMUs eficientes (3 anos)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Alfa de Jensen
KOL	34	31.05	1.14	26.01	22.76
NLR	53	7.36	0.32	9.75	4.58

A Tabela 4.10 evidencia as DMUs que são consideradas eficientes com o modelo DEA 3, para o período de 3 anos. Desta forma, os ETFs KOL e NLR foram os dois indicados como referência. O primeiro é apontado como *benchmark* 34 vezes e o segundo 53 vezes.

**Tabela 4.11 - DMUs eficientes (5 anos)**

DMU	Benchmark	Trailing total return	Beta	Desvio padrão	Alfa de Jensen
DTO	2	23.62	3.34	61.55	10.47
KOLD	2	-1.51	1.90	85.76	15.23
NLR	55	4.26	0.41	10.14	2.33
SZO	4	16.37	1.67	30.77	4.85

Ao analisar a Tabela 4.11, é possível verificar que apenas 4 ETFs são considerados *benchmarks* para os restantes ETFs. Neste caso, os ETFs DTO, KOLD, NLR e SZO são indicados como referência 2, 2, 55 e 4 vezes, respetivamente. A Tabela 4.11 evidencia ainda alguma informação relativamente aos fatores escolhidos para avaliar os ETFs eficientes. É então possível observar que o ETF NLR apresenta a menor volatilidade em relação aos restantes ETFs eficientes. Além disso, verificamos que o ETF KOLD obteve um dos maiores valores relativamente ao parâmetro alfa, onde a sua eficiência se deve essencialmente à expansão relativamente a esse output, mesmo considerando um valor negativo para o *trailing total return*.

Por último, apresentámos na Tabela 4.12 um resumo relativamente aos 3 modelos DEA e aos diferentes períodos de análise.

**Tabela 4.12 - Resumo das DMUs eficientes**

Modelos DEA	Período analisado	Inputs	Outputs	DMUs eficientes
DEA 1	3 anos	Beta e desvio padrão	Trailing total return e mean annual return	KOL e NLR
	5 anos			DGAZ, DTO, KOLD, NLR e SZO
DEA 2	1 ano	Beta e desvio padrão	Trailing total return e índice de Sharpe	NLR, SZO e UNL
	3 anos			KOL e NLR
	5 anos			NLR e SZO
DEA 3	1 ano	Beta e desvio padrão	Trailing total return e alfa de Jensen	CHIE, NLR, SZO e UNL
	3 anos			KOL e NLR
	5 anos			DTO, KOLD, NLR e SZO

A Tabela 4.12 resume a eficiência de cada fundo, atendendo aos diferentes modelos DEA e aos vários períodos de análise. Deste modo, é possível verificar que o ETF NLR é eficiente para todos os modelos DEA e para todos os períodos analisados. Relativamente a este ETF, Tsolas (2015) já o havia classificado como eficiente para o período entre 2008 e 2010.

De seguida são apresentadas as carteiras eficientes onde evidenciamos a proporção a investir em cada ETF, considerando os vários modelos DEA e os respetivos períodos analisados (a informação relativa ao retorno e ao risco das carteiras encontra-se disponível no Apêndice 3).

#### 4.4 Portfólios eficientes obtidos a partir do modelo DEA 1

**Tabela 4.13 - Carteiras eficientes – DEA 1 (a 3 anos)<sup>22</sup>**

Portfólio	1	2	3	4	5	6	7
Estratégia	Agressiva	Agressiva	Conservadora	Conservadora	Equilibrada	Equilibrada	Equilibrada
Postura de risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Neutro	Propenso ao risco	Avesso ao risco
ETFs	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 0.5$ $T = 0.5$	$\Phi = 0.7$ $T = 0.3$	$\Phi = 0.3$ $T = 0.7$
KOL	0.6	0.6	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
NLR	0.4	0.4	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6

<sup>22</sup> As soluções eficientes apresentadas para o DEA 1 (a 3 anos), são as mesmas que as obtidas para os modelos DEA 2 e 3 com base no mesmo período, dado que os ETFs eficientes foram os mesmos.

A Tabela 4.13 fornece informações acerca das carteiras possivelmente eficientes atendendo a diferentes níveis de risco e a estratégias de investimento distintas, para os ETFs considerados eficientes de acordo com o modelo DEA 1 (a 3 anos). As carteiras 1 e 2 são obtidas de acordo com uma abordagem mais agressiva (com um cenário de coeficientes mais favorável, com um índice de pessimismo nulo), procurando obter o valor máximo do limite superior do retorno e valor mínimo do limite inferior do risco, com uma região admissível definida com coeficientes mais favoráveis (i.e. obtendo-se uma região admissível mais abrangente). Relativamente às carteiras 3 e 4, estas são obtidas de acordo com uma estratégia mais conservadora (com um cenário de coeficientes mais desfavorável, com um índice de pessimismo igual a um), procurando obter o valor máximo do limite inferior do retorno e o valor mínimo do limite superior do risco, com uma região admissível definida com coeficientes menos favoráveis (i.e. obtendo-se uma região admissível menos abrangente). As restantes carteiras, foram obtidas atendendo a uma estratégia combinada, atribuindo um índice pessimista de 0.5 a todas as funções objetivo e restrições do problema. Os resultados sugerem que através de uma estratégia do estilo mais agressivo (*vide* portfólios 1 e 2), a carteira deveria ser composta por 60% dos ETF KOL e 40% do ETF NLR. Relativamente às restantes carteiras, verifica-se o oposto com uma maior proporção da carteira a ser composto pelo ETF NLR. Por outro lado, é possível verificar, atendendo a este modelo, que estratégias mais agressivas (portfólios 1 e 2) conduzem a um maior retorno, atingindo o intervalo de valores  $([-0.018898, 0.020110])$ . Por sua vez, a um maior retorno está também implícito um maior risco.

**Tabela 4.14 - Carteiras eficientes - DEA 1 (a 5 anos)**

Portfólio	1	2	3	4	5	6	7
Estratégia	<i>Agressiva</i>	<i>Agressiva</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>
Postura de risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Neutro	Propenso ao risco	Avesso ao risco
ETFs	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 0.5$ $T = 0.5$	$\Phi = 0.7$ $T = 0.3$	$\Phi = 0.3$ $T = 0.7$
DGAZ	0.4	0.4	0	0	0	0	0
DTO	0.2	0.4	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
KOLD	0.4	0.2	0	0	0	0	0
NLR	0	0	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
SZO	0	0	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

A Tabela 4.14 apresenta as carteiras possivelmente eficientes de acordo com os títulos obtidos com o modelo DEA 1 (a5 anos). As carteiras 1 e 2 pressupõem uma abordagem

mais agressiva. Por sua vez, as carteiras 3 e 4 são obtidas com uma estratégia mais conservadora. Finalmente, as carteiras 5, 6, e 7 são obtidas atendendo a uma estratégia mais equilibrada. Atendendo aos resultados obtidos, verificamos que no portfólio 1, com um maior peso atribuído ao retorno, a carteira é composta por 60% do ETF DGAZ, 20% do ETF DTO e 40% do ETF KOLD. No entanto, atendendo a uma estratégia agressiva, mas com maior peso atribuído ao risco, a composição da carteira passa a deter 40% do ETF DGAZ, 40% do ETF DTO e 20% do ETF KOLD. É interessante verificar que numa estratégia voltada para um cenário otimista, mas com uma maior preocupação voltada para o risco (portfólio 2), a carteira representa um menor retorno comparativamente com aquele observado numa estratégia otimista mas com uma maior preocupação em torno do retorno (portfólio 1). As restantes carteiras, apresentam todas a mesma composição. Perante títulos considerados com alta volatilidade (DGAZ, DTO, KOLD) como já foi possível verificar anteriormente, as carteiras sugerem uma maior proporção atribuída a ativos menos voláteis (NLR e SZO). Como seria de esperar, o retorno e o risco dessas carteiras é bastante inferior ao apresentado pelas carteiras 1 e 2.

#### **4.5 Portfólios eficientes obtidos a partir do modelo DEA 2**

**Tabela 4.15 - Carteiras eficientes - DEA 2 (a 1 ano)<sup>23</sup>**

<b>Portfólio</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>Estratégia</b>	<i>Agressiva</i>	<i>Agressiva</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>
<b>Postura de risco</b>	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Neutro	Propenso ao risco	Avesso ao risco
<b>ETFs</b>	$\phi = 1$ $T = 0$	$\phi = 0$ $T = 1$	$\phi = 1$ $T = 0$	$\phi = 0$ $T = 1$	$\phi = 0.5$ $T = 0.5$	$\phi = 0.7$ $T = 0.3$	$\phi = 0.3$ $T = 0.7$
<b>NLR</b>	0.4	0.4	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
<b>UNL</b>	0.6	0.6	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

A Tabela 4.15 apresenta informação acerca das carteiras que podem ser consideradas eficientes atendendo aos diferentes perfis de risco de cada investidor e a diferentes estratégias de investimento, com base no modelo DEA 2 (a 1 ano). As duas primeiras carteiras são obtidas de acordo com estratégias mais agressivas, as carteiras 3 e 4 são obtidas de acordo com uma estratégia mais conservadora e as restantes carteiras são obtidas de acordo com uma estratégia combinada. Através da análise da Tabela 4.15 é

---

<sup>23</sup> Embora o ETF SZO tenha sido considerado eficiente no modelo DEA, não foi considerado como candidato na carteira dado ter sido considerado um *outlier*.

possível observar que perante um cenário otimista (portfólios 1 e 2) a carteira é na sua maioria composta pelo ETF UNL (60%). Relativamente aos restantes portfólios, verifica-se o aposto com uma maior proporção atribuída ao ETF NLR. Os portfólios 1 e 2 que apresentam a mesma composição apresentam um retorno que atinge um intervalo de valores  $([-0.015653, 0.016250])$ , ligeiramente superior ao apresentado nas restantes carteiras  $([-0.014792, 0.015218])$ .

**Tabela 4.16 - Carteiras eficientes - DEA 2 (a 5 anos)**

<b>Portfólio</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<i>Estratégia</i>	<i>Agressiva</i>	<i>Agressiva</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>
Postura de risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Neutro	Propenso ao risco	Avesso ao risco
ETFs	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 0.5$ $T = 0.5$	$\Phi = 0.7$ $T = 0.3$	$\Phi = 0.3$ $T = 0.7$
NLR	0.6	0.6	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
SZO	0.4	0.4	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6

Tal como anteriormente, a Tabela 4.16 apresenta informações relativamente às carteiras que poderão ser consideradas eficientes de acordo com diferentes perfis de risco de cada investidor e estratégias de investimentos distintas. As soluções foram obtidas com recurso ao modelo de desvio médio semi-absoluto. para os ETFs considerados eficientes de acordo com o modelo DEA 2 (a 5 anos). As carteiras 1 e 2 são obtidas de acordo com uma abordagem mais agressiva, as carteiras 3 e 4, são obtidas de acordo com uma estratégia mais conservadora e as restantes carteiras foram obtidas atendendo a uma estratégia combinada. Atendendo às carteiras 1 e 2, o ETF NLR apresenta o maior peso (60%) face aos 40% do ETF SZO. Neste caso, o ETF que apresenta o maior retorno acaba por ter um impacto superior na carteira comparativamente com aquele que obteve o menor retorno. Relativamente às restantes carteiras, o ETF com menor risco representa uma maior proporção na carteira. Neste caso temos os portfólios 1 e 2 com o maior retorno e maior risco e os restantes com o menor retorno, mas com um menor risco associado.

## 4.6 Portfólios eficientes obtidos a partir do modelo DEA 3

Tabela 4.17 - Carteiras eficientes - DEA 3 (1 ano)

Portfólio	1	2	3	4	5	6	7
Estratégia	<i>Agressiva</i>	<i>Agressiva</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>
Postura de risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Neutro	Propenso ao risco	Avesso ao risco
ETFs	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 0.5$ $T = 0.5$	$\Phi = 0.7$ $T = 0.3$	$\Phi = 0.3$ $T = 0.7$
CHIE	0.4	0.2	0.2	0.4	0.2	0.2	0.4
NLR	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
UNL	0.4	0.4	0.4	0.2	0.4	0.4	0.2

A tabela 4.17 apresenta as carteiras possivelmente eficientes de acordo com os títulos obtidos com o modelo DEA 3 (a 1 ano). As carteiras 1 e 2 pressupõem uma abordagem mais agressiva, as carteiras 3 e 4 são obtidas com uma estratégia mais conservadora, e as carteiras 5, 6, e 7 são obtidas atendendo a uma estratégia mais equilibrada. Atendendo a cenários otimistas pressupõe-se que ativos que exibam um maior retorno representem uma maior proporção na carteira. Assim, verificamos que os ETFs CHIE e UNL são os que apresentam um maior retorno, representando um maior peso no portfólio 1 (40% cada). Em relação ao portfólio 2, ainda atendendo a um cenário otimista, mas com a atribuição de um maior peso ao risco, verificamos que a composição da carteira se altera em relação à anterior. Desta forma, o ETF CHIE passa a ter um menor peso na carteira e o ETF NLR um maior peso. Por outro lado, é possível verificar que o retorno das duas carteiras é diferente. O retorno para a primeira carteira atinge o intervalo de valores  $([-0.016724, 0.016949])$  e o portfólio 2 obteve um retorno que varia no intervalo de  $([-0.015758, 0.016083])$ . Relativamente a uma estratégia mais pessimista, mas com maior peso atribuído ao retorno (portfólio 3), a carteira é composta na maioria pelo ETF NLR (40%) e pelo ETF UNL (40%). Ainda num cenário pessimista, mas com maior peso atribuído ao risco (portfólio 4), a carteira é composta na maioria pelo ETF NLR (40%) e pelo CHIE (40%), sugerindo deste modo que o ETF CHIE é menos arriscado que o ETF UNL. O portfólio 5 adota uma estratégia equilibrada com igual proporção para o retorno e risco, sugerindo investir uma maior proporção no ETF menos arriscado, ou seja, no NLR e no que exhibe maior retorno, o UNL. Os portfólios 6 e 7, sugerem as mesmas proporções que os portfólios 3 e 4, respetivamente.

**Tabela 4.18 - Carteiras eficientes - DEA 3 (a 5 anos)**

Portfólio	1	2	3	4	5	6	7
Estratégia	<i>Agressiva</i>	<i>Agressiva</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Conservadora</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>	<i>Equilibrada</i>
Postura de risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Propenso ao risco	Avesso ao risco	Neutro	Propenso ao risco	Avesso ao risco
ETFs	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 1$ $T = 0$	$\Phi = 0$ $T = 1$	$\Phi = 0.5$ $T = 0.5$	$\Phi = 0.7$ $T = 0.3$	$\Phi = 0.3$ $T = 0.7$
DTO	0.4	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
KOLD	0.4	0.4	0	0	0	0	0
NLR	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
SZO	0	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

A Tabela 4.18 fornece informações acerca das carteiras possivelmente eficientes obtidas com base no modelo DEA 3 (a 5 anos). As carteiras 1 e 2 seguem uma abordagem mais agressiva, as carteiras 3 e 4, são obtidas de acordo com uma estratégia mais conservadora e as restantes carteiras, foram obtidas atendendo a uma estratégia combinada. Como seria de esperar, ETFs que exibem maior retorno em estratégias agressivas devem ter um maior peso na carteira. Deste modo, considerando uma estratégia otimista com maior peso atribuído ao retorno, os ETFs DTO e KOLD apresentam o maior peso na carteira (40% cada). Se considerarmos novamente uma estratégia otimista, mas agora ponderando maior peso atribuído ao risco, verifica-se que o ETF DTO deixa de fazer parte da carteira. Assim, a carteira continua a ser composta pelo ETF KOLD (40%) que apresenta o maior retorno comparativamente com o demais ETFs, considerando agora uma maior proporção atribuída ao ETF NLR (40%) e SZO (20%). Deste modo verificamos que nos portfólios 1 e 2 o ETF com maior retorno deverá ter o maior peso na carteira. Por outro lado, é ainda possível verificar que os dois portfólios obtidos com uma estratégia mais agressiva apresentam um retorno diferente. Neste caso, o portfólio 1 apresenta um retorno que varia no intervalo de  $[-0.05850, 0.059111]$  enquanto que o portfólio 2 varia no intervalo  $[-0.039203, 0.039434]$ . Relativamente às carteiras 3, 4, 5, 6 e 7, a maior proporção recai sobre ETFs menos arriscados, neste caso o NLR (40%) e o SZO (40%). Por sua vez, dado que estes ETFs apresentam o menor risco também apresentam o menor retorno.

## CONCLUSÃO

Tendo em conta o crescimento sustentado dos ETFs e o facto de ser um produto financeiro relativamente recente no mercado, o estudo que apresentamos, propôs-se a avaliar a performance destes fundos através da utilização da metodologia DEA.

Em geral, os estudos que avaliam a performance deste tipo de ativos revelam alguma preocupação em demonstrar se estes ativos conseguem obter efetivamente um desempenho superior em relação a outros fundos de investimento. Por outro lado, outros estudos têm também tentado avaliar se os ETFs conseguem superar, em termos de performance, os respetivos indicadores de referência. Neste contexto, foi nossa pretensão avaliar apenas as vantagens inerentes à manutenção de carteiras diversificadas somente compostas por ETFs e aconselhar o investidor acerca da sua composição.

Relativamente à utilização da metodologia DEA, existem poucas publicações dedicadas à avaliação de ETFs, pelo que o nosso estudo procura trazer novos contributos para a avaliação da performance destes fundos, em particular no setor energético.

Este trabalho utiliza uma abordagem assente em duas etapas para construir modelos de portfólio. A primeira etapa resultou da aplicação da metodologia DEA, de modo a obter um conjunto de títulos que apresentavam melhor performance financeira, de acordo com um conjunto de indicadores utilizados como *inputs* e *outputs*. A segunda etapa, fez recurso aos modelos de portfólio multiobjetivo intervalares para obter carteiras de portfólio eficientes. Neste âmbito, consideraram-se três tipos de estratégias de investimento, ou seja, estratégias agressivas, conservadoras e combinadas.

A utilidade prática da metodologia proposta foi testada num conjunto de 60 ETFs do setor energético dos EUA.

Atendendo à primeira metodologia, foram considerados 3 modelos DEA, analisando os períodos de 1 ano (2018), 3 anos (2016, 2017 e 2018) e 5 anos (2014, 2015, 2016, 2017 e 2018), respetivamente. De modo a obter os títulos eficientes de partida (que posteriormente são utilizados para instanciar os modelos de portfólio), foram considerados como *inputs* o beta e o desvio padrão e, como *outputs*, o *trailing total return*, o *mean annual return*, o índice de Sharpe e o alfa de Jensen.

Por outro lado, verificámos que nenhum ETF de energia renovável foi considerado como eficiente, sendo os setores do gás natural e do petróleo bruto os que se encontram mais presentes nas carteiras de ETFs eficientes.

No que se refere aos ETFs eficientes, podemos verificar que o ETF NLR foi considerado sempre como eficiente em todos os modelos DEA e períodos de análise, sendo escolhido como *benchmark* o maior número de vezes em comparação com os restantes ETFs eficientes. Destacamos, deste modo, a eficiência deste ETF, que já tinha sido também considerado eficiente por Tsolas (2015) no período entre 2008 e 2010. Outras conclusões interessantes, apontam para uma boa performance do ETF KOL, quando se contempla o período de 3 anos, beneficiando de uma boa rentabilidade, obtida, essencialmente, em 2016. No que diz respeito ao período de 5 anos, destacamos a boa performance dos ETFs DGAZ, DTO e KOLD. Estes ativos, considerados alavancados com alto risco, e que apostam em períodos de *bear market*, acabaram por beneficiar da queda dos preços futuros do petróleo bruto e gás natural em 2014 e 2015.

Em termos de composição de carteiras, optámos por efetuar o tratamento de incerteza com base em coeficientes intervalares, tanto nas funções objetivo como nas restrições. As funções objetivo consideradas nos modelos foram a maximização do retorno e a minimização do risco (medido através do desvio médio semi-absoluto). Para além das restrições de coerência (restrições orçamentais), foram ainda impostas restrições que admitiam um determinado nível de diversificação.

As carteiras de partida que permitiram instanciar os modelos de portfólio intervalares foram obtidas tendo por base os títulos escolhidos como eficientes pelos diferentes modelos DEA, nos diferentes horizontes temporais.

Os resultados obtidos permitem constatar que estratégias mais agressivas atribuem maior peso a ETFs que exibem retornos mais elevados, mas com maior risco; enquanto que estratégias conservadoras e equilibradas são na maioria compostas por ETFs com menor risco associado, mas com menor retorno associado.

Relativamente a algumas limitações no desenvolvimento desta dissertação, aponta-se o facto de não terem sido encontrados estudos que contemplem a aplicação destas duas metodologias, de modo a avaliar a performance dos ETFs. O trabalho de Tsolas (2015), abordando os Green ETFs através da metodologia DEA, acabou por ser o único estudo que serviu em termos de comparação para esse efeito, embora com um número de ETFs muito restrito.

Em termos de perspetivas futuras, consideramos interessante continuar a estudar este ativo financeiro, que é considerado relativamente recente; no entanto, pretendemos

considerar uma abordagem diferente onde propomos prever comportamentos futuros dos preços dos nossos ativos através da análise técnica, em vez de consideramos dados históricos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acharya, S. R., Dwivedi, A. K., & Panchal, B. D. (2015). Application of data envelopment analysis on Indian gold ETFs. *International Journal of Business Continuity and Risk Management*, 6(2), 147-161.
- Admati, A. R., & Ross, S. A. (1985). Measuring investment performance in a rational expectations equilibrium model. *Journal of Business*, 1-26.
- Alexopoulos, T. A. (2018). To trust or not to trust? A comparative study of conventional and clean energy exchange-traded funds. *Energy Economics*, 72, 97-107.
- Antunes, C. A., & Clímaco, J. (2000). Decision aid in the optimization of the interval objective function. In *Decision making: Recent developments and worldwide applications* (pp. 251-261). Springer, Boston, MA.
- Antunes, C. H., Alves, M. J., & Clímaco, J. (2016). Multiobjective linear and integer programming. Cham: Springer.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.
- Ben-David, I., Franzoni, F., & Moussawi, R. (2017). Exchange-traded funds. *Annual Review of Financial Economics*, 9, 169-189.
- Biglova, A., Ortobelli, S., Rachev, S. T., & Stoyanov, S. (2004). Different approaches to risk estimation in portfolio theory. *The Journal of Portfolio Management*, 31(1), 103-112.
- Bitran, G. R. (1980). Linear multiple objective problems with interval coefficients. *Management science*, 26(7), 694-706.
- Cesarone, F., Scozzari, A., & Tardella, F. (2011). Portfolio selection problems in practice: a comparison between linear and quadratic optimization models. *arXiv preprint arXiv:1105.3594*.
- Chang, C. L., McAleer, M., & Wang, Y. (2018). Testing Co-Volatility spillovers for natural gas spot, futures and ETF spot using dynamic conditional covariances. *Energy*, 151, 984-997.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Chen, P. C., Yu, M. M., Chang, C. C., Hsu, S. H., & Managi, S. (2015). Nonradial directional performance measurement with undesirable outputs: An application to OECD and non-OECD countries. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 14(03), 481-520.
- Chen, H. H. (2008). Stock selection using data envelopment analysis. *Industrial Management & Data Systems*, 108(9), 1255-1268.
- Chinneck, J. W., & Ramadan, K. (2000). Linear programming with interval coefficients. *Journal of the operational research society*, 51(2), 209-220.
- Chiodi, L., Mansini, R., & Speranza, M. G. (2003). Semi-absolute deviation rule for mutual funds portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 124(1-4), 245-265.
- Choi, H. S., & Min, D. (2017). Efficiency of well-diversified portfolios: Evidence from data envelopment analysis. *Omega*, 73, 104-113.

- Choi, Y. K. (1995). The sensitivity in tests of the efficiency of a portfolio and portfolio performance measurement. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 35(2), 187-206.
- Choi, Y. K., & Murthi, B. P. S. (2001). Relative performance evaluation of mutual funds: A non-parametric approach. *Journal of Business Finance & Accounting*, 28(7-8), 853-876.
- Chu, J., Chen, F., & Leung, P. (2010, June). ETF performance measurement—data envelopment analysis. In *2010 7th International Conference on Service Systems and Service Management* (pp. 1-6). IEEE.
- Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., & Prakash, A. J. (1997). Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets. *Journal of Banking & Finance*, 21(2), 143-167.
- Clímaco, J. N., Antunes, C. H., & Alves, M. J. G. (2003). *Programação linear multiobjetivo: do modelo de programação linear clássico à consideração explícita de várias funções objetivo*. Imprensa da Universidade de Coimbra/Coimbra University Press.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). Efficiency change over time. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, 323-347.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (Eds.). (2011). *Handbook on data envelopment analysis* (Vol. 164). Springer Science & Business Media.
- Daraio, C., & Simar, L. (2006). A robust nonparametric approach to evaluate and explain the performance of mutual funds. *European Journal of Operational Research*, 175(1), 516-542.
- Deville, L. (2008). Exchange traded funds: History, trading, and research. In *Handbook of Financial Engineering* (pp. 67-98). Springer, Boston, MA.
- Dia, M. (2009). A portfolio selection methodology based on data envelopment analysis. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 47(1), 71-79.
- Dybvig, P. H., & Ross, S. A. (1985). Differential information and performance measurement using a security market line. *The Journal of finance*, 40(2), 383-399.
- Elton, E. J., & Gruber, M. J. (2011). *Investments and portfolio performance*. World Scientific.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Das, S., & Hlavka, M. (1993). Efficiency with costly information: A reinterpretation of evidence from managed portfolios. *The review of financial studies*, 6(1), 1-22.
- Elton, E. Gruber, M. Comer, G. & Li, K. (2000). “Spiders: Where are the Bugs?”. *Journal of Business*, 75(3), 453-472.
- Fang, Y., & Wang, S. (2006, September). An interval semi-absolute deviation model for portfolio selection. In *International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery* (pp. 766-775). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, 120(3), 253-281.

- Fei, C., Gao, C., Hardin, E. M., & Dharmasena, S. (2016). *Application of Demand Analysis Framework to Understand the Price and Volume Movements of Exchange Traded Funds (ETFs)* (No. 1376-2016-109593).
- Gastineau, G. L. (2004). The benchmark index ETF performance problem. *The Journal of Portfolio Management*, 30(2), 96-103.
- Gioia, F. (2009). Portfolio selection model with interval data. *Statistica Applicata*, 21(1), 1-31.
- Giove, S., Funari, S., & Nardelli, C. (2006). An interval portfolio selection problem based on regret function. *European Journal of Operational Research*, 170(1), 253-264.
- Green, R. C. (1986). Benchmark portfolio inefficiency and deviations from the security market line. *The Journal of finance*, 41(2), 295-312.
- Gregoriou, G. N., & Henry, S. C. (2015). Undesirable outputs in commodities trading advisers: a data envelopment analysis approach. *The Journal of Wealth Management*, 17(4), 85-92.
- Guedj, I., & Huang, J. (2009, March). Are ETFs replacing index mutual funds. In *19th Annual Conference on Financial Economics and Accounting [Working Paper]*. American Finance Association annual meeting.
- Guedj, I., Li, G., & McCann, C. (2011). Futures-Based Commodity ETFs. *The Journal of Index Investing*, 2(1), 14-24.
- Gupta, P., Mehlawat, M. K., Inuiguchi, M., & Chandra, S. (2014). Fuzzy portfolio optimization. *Studies in fuzziness and soft computing*, 316.
- Harper, J. T., Madura, J., & Schnusenberg, O. (2006). Performance comparison between exchange-traded funds and closed-end country funds. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 16(2), 104-122.
- Haslem, J. A. (2003). Exchange-Traded Funds: Nature, Developments, and Implications. *Exchange-Traded Funds II: New Approaches and Global Outreach*. New York, NY, *Institutional Investor*, 116-126.
- Haslem, J. A., & Scheraga, C. A. (2003). Data envelopment analysis of Morningstar's large-cap mutual funds. *The journal of Investing*, 12(4), 41-48.
- Henriques, C. M. S. D. O. (2009). *Modelos input-output multiobjetivo com coeficientes intervalares para o estudo das interações economia-energia-ambiente* (Doctoral dissertation).
- Henriques, C. O., & Neves, M. E. D. (2019). A multiobjective interval portfolio framework for supporting investor's preferences under different risk assumptions. *Journal of the Operational Research Society*, 1-18.
- Hsu, C. M. (2014). An integrated portfolio optimisation procedure based on data envelopment analysis, artificial bee colony algorithm and genetic programming. *International Journal of Systems Science*, 45(12), 2645-2664.
- Huang, C. Y., Chiou, C. C., Wu, T. H., & Yang, S. C. (2015). An integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization. *Operational Research*, 15(1), 115-136.
- Ida, M. (1999). Necessary efficient test in interval multiobjective linear programming. In *Proceedings of the eighth international fuzzy systems association world congress* (pp. 500-504).

- Ida, M. (2000a). Efficient solution generation for multiple objective linear programming and uncertain coefficients. *Proceedings of the 8th Bellman Continuum*, 132-136.
- Ida, M. (2000b). Interval multiobjective programming and mobile robot path planning. *New Frontier in Computational Intelligence and its Applications*.
- Ida, M. (2003). Portfolio selection problem with interval coefficients. *Applied Mathematics Letters*, 16(5), 709-713.
- Ida, M. (2005). Efficient solution generation for multiple objective linear programming based on extreme ray generation method. *European Journal of Operational Research*, 160(1), 242-251.
- Inuiguchi, M., & Kume, Y. (1991). Goal programming problems with interval coefficients and target intervals. *European Journal of Operational Research*, 52(3), 345-360.
- Inuiguchi, M., Higashitani, H., & Tanino, T. (1999). On enumeration of possibly optimal extreme points in linear programming problems with interactive possibilistic variables. In *Proceedings of 7th European congress on intelligent techniques and soft computing. Aachen, Germany. CD Rom, CC5-312852\_P. pdf*.
- Isakov, V. (2019). Performance appraisal of exchange-traded funds using clustering and data envelopment analysis (XETRA, Germany).
- Jensen, M. C. (1972). Optimal utilization of market forecasts and the evaluation of investment performance.
- Jong, Y. (2012). Optimization method for interval portfolio selection based on satisfaction index of interval inequality relation. *arXiv preprint arXiv:1207.1932*.
- Konno, H. (1990). Piecewise linear risk function and portfolio optimization. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 33(2), 139-156.
- Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management science*, 37(5), 519-531.
- Kostovetsky, L. (2003). Index mutual funds and exchange-traded funds. *The Journal of Portfolio Management*, 29(4), 80-92.
- Kuo, T. W., & Mateus, C. (2007, June). The performance and persistence of exchange-traded funds: Evidence for iShares MSCI country-specific ETFs. In *European Financial Management Association 2007 Annual Meetings*.
- Kumar, P., Panda, G., & Gupta, U. C. (2018). Multiobjective Efficient Portfolio Selection with Bounded Parameters. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 43(6), 3311-3325.
- Kuosmanen, T. (2005). Weak disposability in nonparametric production analysis with undesirable outputs. *American Journal of Agricultural Economics*, 87(4), 1077-1082.
- La Monaca, S., Assereto, M., & Byrne, J. (2018). Clean energy investing in public capital markets: Portfolio benefits of yieldcos. *Energy policy*, 121, 383-393.
- Lai, K. K., Wang, S. Y., Xu, J. P., Zhu, S. S., & Fang, Y. (2002). A class of linear interval programming problems and its application to portfolio selection. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(6), 698-704.

- Lehmann, B. N., & Modest, D. M. (1987). Mutual fund performance evaluation: A comparison of benchmarks and benchmark comparisons. *The journal of finance*, 42(2), 233-265.
- Liu, S. T. (2011). The mean-absolute deviation portfolio selection problem with interval-valued returns. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 235(14), 4149-4157.
- Liu, Y. J., Zhang, W. G., & Zhang, P. (2013). A multi-period portfolio selection optimization model by using interval analysis. *Economic Modelling*, 33, 113-119.
- Longerstaey, J., & Spencer, M. (1996). Riskmetricstm—technical document. *Morgan Guaranty Trust Company of New York: New York*, 51, 54.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1968). Portfolio selection: efficient diversification of investments (Vol. 16). Yale university press.
- Meric, G., Ratner, M., & Meric, I. (2008). Portfolio diversification with country index funds. *Global Business and Finance Review*, 13, 1-9.
- Miralles-Quirós, J. L., & Miralles-Quirós, M. M. (2019). Are alternative energies a real alternative for investors?. *Energy Economics*, 78, 535-545.
- Moral-Escudero, R., Ruiz-Torrubiano, R., & Suárez, A. (2006, July). Selection of optimal investment portfolios with cardinality constraints. In *2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation* (pp. 2382-2388). IEEE.
- Mota, A. G., Barroso, C. D., Pimentel, D., Lourenço, J., Nunes, J., Oliveira, L., Ferreira, M. A. & Apalhão, R. (2012). Investimentos Financeiros: Teoria e Prática. 2ª edição. Lisboa: Edições Sílabo.
- Murphy, R., & Wright, C. (2010). An Empirical Investigation of the Performance of Commodity-Based Leveraged ETFs. *The Journal of Index Investing*, 1(3), 14-23.
- Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98(2), 408-418.
- Neves, M. E., & Quelhas, A. P. (2013). Carteiras de Investimento—Gestão e Avaliação do Desempenho. *Almedina, Coimbra*.
- Neves, M. E. D., Fernandes, C. M., & Martins, P. C. (2019). Are ETFs good vehicles for diversification? New evidence for critical investment periods. *Borsa Istanbul Review*, 19(2), 149-157.
- Oliveira, C., & Antunes, C. H. (2007). Multiple objective linear programming models with interval coefficients—an illustrated overview. *European journal of operational Research*, 181(3), 1434-1463.
- Oliveira, C., Antunes, C. H., & Barrico, C. (2014). An enumerative algorithm for computing all possibly optimal solutions to an interval LP. *Top*, 22(2), 530-542.
- Ortobelli, S., Rachev, S. T., Stoyanov, S., Fabozzi, F. J., & Biglova, A. (2005). The proper use of risk measures in portfolio theory. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 8(08), 1107-1133.
- Papahristodoulou, C., & Dotzauer, E. (2004). Optimal portfolios using linear programming models. *Journal of the Operational research Society*, 55(11), 1169-1177.

- Portela, M. C. A. S., Thanassoulis, E., & Simpson, G. (2004). A directional distance approach to deal with negative data in DEA: an application to bank branches. *Journal of Operational Research Society*, 55(10), 1111-1121.
- Poterba, J. M., & Shoven, J. B. (2002). Exchange-traded funds: A new investment option for taxable investors. *American Economic Review*, 92(2), 422-427.
- Powers, J., & McMullen, P. (2000). Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities. *Journal of Business and Management*, 7(2), 31-42.
- Prasanna, P. K. (2012). Performance of exchange-traded funds in india. *International Journal of Business and Management*, 7(23), 122.
- Ramadan, K. (1997). *Linear programming with interval coefficients* (Doctoral dissertation, Carleton University).
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21-42.
- Roll, R. (1978). Ambiguity when performance is measured by the securities market line. *The Journal of finance*, 33(4), 1051-1069.
- Roy, B. (1985). *Méthodologie multicritère d'aide à la décision* (No. BOOK). Economica.
- Roy, B. (1990). Decision-aid and decision-making. *European Journal of Operational Research*, 45(2-3), 324-331.
- Sabbaghi, O. (2011b). Do Green Exchange-Traded Funds Outperform the S&P500. *Journal of Accounting and Finance*, 11(1), 50-59.
- Sabbaghi, O. (2011a). The behavior of green exchange-traded funds. *Managerial Finance*, 37(5), 426-441.
- Șerban, F., Costea, A., & Ferrara, M. (2015). Portfolio optimization using interval analysis. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research, ASE Publishing*, 48(1), 125-137.
- Speranza, M. G. (1993). *Linear programming models for portfolio optimization*.
- Steuer, R. E. (1981). Algorithms for linear programming problems with interval objective function coefficients. *Mathematics of Operations Research*, 6(3), 333-348.
- Steuer, R. E., & Steuer, R. E. (1986). *Multiple criteria optimization: theory, computation, and application* (Vol. 233). New York: Wiley.
- Tsolas, I. E. (2011). Natural resources exchange traded funds: performance appraisal using DEA modeling. *Journal of CENTRUM Cathedra: The Business and Economics Research Journal*, 4(2), 250-259.
- Tsolas, I. E., & Charles, V. (2015). Green exchange-traded fund performance appraisal using slacks-based DEA models. *Operational Research*, 15(1), 51-77.
- Urli, B., & Nadeau, R. (1992). An interactive method to multiobjective linear programming problems with interval coefficients. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 30(2), 127-137.
- Wang, H. F., & Wang, M. L. (2001a). Decision analysis of the interval-valued multiobjective linear programming problems. In *Multiple criteria decision making in the new millennium* (pp. 210-218). Springer, Berlin, Heidelberg.

- Wang, M. L., & Wang, H. F. (2001b). Interval Analysis of a Fuzzy Multiobjective Linear Program. *International Journal of Fuzzy Systems*, 3(4), 558-568.
- Wong, K. H., & Shum, W. C. (2010). Exchange-traded funds in bullish and bearish markets. *Applied Economics Letters*, 17(16), 1615-1624.
- Young, M. R. (1998). A minimax portfolio selection rule with linear programming solution. *Management science*, 44(5), 673-683.
- Zhang, P. (2016). An interval mean–average absolute deviation model for multiperiod portfolio selection with risk control and cardinality constraints. *Soft Computing*, 20(3), 1203-1212.
- Zhang, Y. J., & Chen, M. Y. (2018). Evaluating the dynamic performance of energy portfolios: Empirical evidence from the DEA directional distance function. *European Journal of Operational Research*, 269(1), 64-78.
- Zofío, J. L., & Prieto, A. M. (2001). Environmental efficiency and regulatory standards: the case of CO2 emissions from OECD industries. *Resource and Energy Economics*, 23(1), 63-83.

## **WEBGRAFIA**

<https://www.cmvm.pt/pt/EstatisticasEstudosEPublicacoes/Brochuras/Documents/Fundos%20de%20Investimento.pdf>

<https://www.cmvm.pt/pt/AreadoInvestidor/Informa%C3%A7%C3%A3oInvestidor/Pages/Gloss%C3%A1riodetermosrelativaInstrumentosFinanceiros.aspx>

<https://etfdb.com/etfs/sector/energy/>

<https://www.etfguide.com/etf-glossary/>

<https://www.etf.com/sections/features-and-news/oil-etfs-ride-price-rebound-different-heights-lows>

<https://finance.yahoo.com/etfs>

[https://www.ici.org/pdf/2019\\_factbook.pdf](https://www.ici.org/pdf/2019_factbook.pdf)

<https://www.isotranslations.com/resources/Bloomberg%20Financial%20Glossary.pdf>

<https://markets.ft.com/data/search?query=bno>

<https://www.morningstar.com/InvGlossary/>

<https://www.oreilly.com/library/view/caia-level-ii/9781118447284/OEBPS/c29-sec1-0008.htm>

<https://www.themix.org/glossary>

<https://ycharts.com/glossary>

## **APÊNDICES**

**APÊNDICE 1. Inputs e outputs positivos**

ETFs/Inputs	Beta			Desvio padrão		
	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
BNO	2.18	1.61	1.47	23.51	16.78	21
BOIL	0.65	0.74	1.03	95.97	70.33	62.08
CHIE	1.10	0.79	0.82	10.71	6.71	8.60
DBE	1.77	1.24	1.09	18.03	11.70	14.32
DBO	2.07	1.39	1.22	23.20	14.92	17.63
DGAZ	6.59	3.25	2.75	181.47	138.41	130.09
DIG	2.10	1.84	1.81	39.33	28.89	29.20
DTO	4.44	3.46	2.93	58.68	46.59	51.41
ENY	0.80	0.61	0.78	11.44	8.19	12.27
ERX	3.04	2.85	2.86	60.05	47.13	47.78
FAN	0.87	0.73	0.64	10.16	5.37	5.13
FCG	1.27	1.31	1.24	18.95	21.16	25.02
FENY	1.29	0.81	0.79	16.61	10.04	9.93
FILL	1.01	0.66	0.77	12.50	6.98	8.65
FRAK	1.44	1.17	1.08	22.71	18.84	18.74
FXN	1.27	1.13	1.09	21.65	17.07	16.85
GASL	3.08	4.04	3.57	65.62	78.04	86.98
GEX	0.79	0.71	0.75	8.60	4.23	6.65
GRID	0.88	0.82	0.59	8.16	5.06	3.53
ICLN	0.69	0.74	0.72	10.72	7.36	8.33
IEO	1.36	1.13	1.01	20.46	15.96	14.79
IEZ	1.85	1.32	1.16	27.72	21.49	19.80
IGE	1.12	0.81	0.80	13.66	8.84	9.39
IXC	1.01	0.63	0.73	12.44	6.67	8.09
IYE	1.27	0.79	0.77	16.16	9.54	9.48
KOL	0.80	0.82	0.84	14.12	16.26	16.59
KOLD	3.26	1.73	1.49	114.8	82.02	75.62
NLR	0.17	0	0	0	0	0
OIH	1.80	1.28	1.12	27.01	21.06	19.52
OLEM	2.01	1.51	1.28	23.56	16.13	18.31
OLO	2.07	1.39	1.20	23.19	14.92	17.22
PBD	0.87	0.86	0.77	7.97	4.41	5.90
PBW	0.65	0.68	0.72	9.52	6.69	10.02
PSCE	1.99	1.74	1.54	31.45	29.27	28.24
PUW	0.85	0.92	0.99	8.79	8.05	9.32
PXE	1.47	1.29	1.11	26.69	20.53	18.29
PXI	1.33	1.07	0.97	21.14	18.51	16.94
PXJ	1.78	1.30	1.21	27.77	22.25	21.29
PZD	1.08	0.88	0.83	9.70	4.63	4.97
QCLN	0.69	0.71	0.72	6.81	4.26	8.15
RJN	1.75	1.47	1.29	17.17	15.88	18.16
RYE	1.38	1.06	0.96	19.15	15.08	14.04
SCO	4.69	3.51	3.21	64.31	47.95	55.58
SZO	2.15	1.57	1.26	25.39	18.44	20.63
TAN	0.84	0.91	1	14.51	13.25	19.23
UCO	4.06	3.47	3.04	54.67	44.52	49.03
UGA	1.86	1.37	1.09	21.17	19.90	19.22
UGAZ	1.32	1.16	1.65	131.22	105.88	93.92
UNG	0.69	0.31	0.44	51.02	34.91	30.21
UNL	0	0.12	0.19	15.17	13.32	12.43
URA	0.70	1.03	0.99	12.72	23.52	22.06
USL	1.90	1.34	1.14	22.10	13.98	16.08
USO	2	1.63	1.38	25.31	18.60	20.80

Performance dos Exchange Traded Funds do setor energético dos EUA

ETFs/Inputs	Beta			Desvio padrão			
	DMUs	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
VDE		1.29	0.83	0.80	16.64	10.43	10.20
XES		1.96	1.58	1.43	31.56	27.30	25.68
XLE		1.26	0.79	0.76	15.68	9.21	9.13
XOP		1.41	1.31	1.23	25.20	22.58	22.51

ETFs/ Outputs	Mean annual return		Trailing total return (NAV)			Índice Sharpe			Alfa			
	DMUs	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
BNO		1.64	5.02	39.03	23.55	42.72	1.02	0.77	1.17	50.58	25.81	13.20
BOIL		3.37	6.94	45.06	66.23	73.21	0.30	1.27	1.18	30.21	46.02	40.96
CHIE		2.03	3.88	25.56	26.17	27.70	0.72	0.83	0.80	48.43	33.76	20.41
DBE		2.02	4.82	36.58	27.06	39.15	1.07	0.89	1.22	54.56	30.15	14.94
DBO		2.45	5.29	39	33.09	44.61	1.02	1.13	1.35	51.93	35.39	19.08
DGAZ		0.79	0	100.10	84.65	56.36	0.45	1.00	0.32	70.00	0	0
DIG		2.47	4.73	62.56	37.50	42.18	1.40	1.14	0.97	94.22	52.78	47.68
DTO		2.51	0.37	3.21	44.65	0	0.02	1.14	0.00	74.69	19.81	5.97
ENY		2.52	4.73	50.44	32.34	37.69	2.21	1.18	1.22	87.55	40.65	34.54
ERX		2.33	5.15	78.36	43.89	53.21	1.38	1.10	0.95	105.41	59.51	61.29
FAN		2.11	3.29	33.65	26.87	19.99	1.21	0.86	0.37	66.55	36.42	16.70
FCG		3.18	6.12	57.28	42.67	54.00	2.04	1.41	1.48	90.27	52.69	53.15
FENY		2.40	4.13	42.47	31.31	30.80	1.40	1.10	0.93	70.83	40.44	27.44
FILL		1.85	3.86	34.16	23.86	27.47	1.14	0.70	0.78	65.09	32.91	24.13
FRAK		2.69	4.82	52.46	36.64	40.04	1.60	1.23	1.13	80.56	45.97	36.86
FXN		2.66	4.57	47.17	35.90	36.95	1.41	1.23	1.05	75.65	45.46	33.85
GASL		5.87	11.76	102.26	87.42	103.83	2.18	1.60	1.63	168.84	111.94	146.25
GEX		2.32	3.51	31.54	29.39	22.96	1.15	1.02	0.55	65.30	38.90	19.82
GRID		1.84	3.37	44.82	23.54	20.81	2.13	0.64	0.41	79.93	33.82	17.49
ICLN		2.64	3.69	31.14	33.60	25.41	1.04	1.26	0.67	65.64	42.84	21.85
IEO		2.24	4.09	41.88	30.66	31.34	1.22	1.03	0.86	68.35	40.38	27.84
IEZ		3.53	5.07	65.01	46.53	42.83	1.94	1.54	1.21	93.35	56.99	40.22
IGE		2.32	4.12	43.97	30.08	30.57	1.63	1.05	0.93	75.18	39.44	27.34
IXC		2.03	3.93	37.11	26.19	28.13	1.31	0.83	0.83	68.46	34.95	24.74
IYE		2.40	4.12	41.72	31.21	30.52	1.38	1.10	0.93	70.24	40.29	27.15
KOL		0	3.81	38.57	0	28.53	1.32	0.00	0.71	72.23	11.61	23.78
KOLD		1.38	1	67.79	53.61	25.13	0.48	0.99	0.26	89.98	13.29	1.21
NLR		1.91	3.29	17.37	23.69	19.36	0.12	0.47	0.23	58.71	29.79	14.11
OIH		3.72	5.17	67.44	48.39	43.72	2.09	1.63	1.25	98.25	59.09	41.22
OLEM		2.36	5.11	41.77	32.29	42.94	1.12	1.09	1.26	55.99	34.36	16.27
OLO		2.44	5.24	38.86	33.01	44.01	1.02	1.13	1.34	51.74	35.31	18.74
PBD		2.55	3.68	41.54	32.16	24.94	1.90	1.22	0.67	76.05	42.52	21.99
PBW		2.55	4.01	36.23	32.54	29.46	1.41	1.20	0.86	71.94	41.44	25.71
PSCE		3.47	5.78	65.50	48.01	51.73	1.79	1.44	1.30	91.32	58.63	50.29
PUW		2.06	4.10	41.89	26.70	30.32	1.85	0.87	0.92	76.51	36.94	27.88
PXE		2.52	4.25	45.69	35.23	33.95	1.18	1.16	0.89	70.00	44.70	30.18
PXI		2.60	4.40	49.87	35.53	35.21	1.55	1.20	0.97	78.64	44.37	31.38
PXJ		3.99	5.63	62.28	51.30	48.54	1.81	1.71	1.40	89.60	62.34	47.13
PZD		1.75	3.26	34.87	22.23	19.65	1.31	0.55	0.34	65.62	33.00	17.17
QCLN		2.11	3.50	34.76	26.84	23.09	1.48	0.85	0.55	70.25	36.44	19.57
RJN		2.06	5.06	34.47	28.48	42.38	1.00	0.95	1.24	52.71	30.76	15.64
RYE		2.37	4.32	46.98	31.99	33.64	1.50	1.09	0.97	74.90	41.50	30.34
SCO		3.51	1.01	0	54.58	10.19	0	1.35	0.15	72.72	31.64	16.09
SZO		2.51	2.03	7.65	34.43	7.25	0.04	1.16	0.01	70.38	27.48	11.59
TAN		3.49	4.21	47.68	44.20	33.65	1.80	1.67	0.87	82.95	54.07	29.19

*Performance dos Exchange Traded Funds do setor energético dos EUA*

---

ETFs/ Outputs	Mean annual return		Trailing total return (NAV)			Índice de Sharpe			Alfa de Jensen		
	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos	1 ano	3 anos	5 anos
UCO	3.04	7.32	67.34	50.68	70.91	1.16	1.26	1.38	50.39	43.70	24.07
UGA	2.88	4.92	51.54	39.16	41.23	1.62	1.30	1.16	71.24	40.51	16.05
UGAZ	3.82	8.85	69.65	91.36	96.49	0.21	1.27	1.23	0.00	51.64	57.32
UNG	2.70	5	18.17	42.23	45.25	0.22	1.20	1.04	36.09	37.71	23.90
UNL	2.18	4.43	11.73	29.24	34.57	0.08	0.99	1.06	52.94	31.35	19.71
URA	2.34	4.58	42.68	33.62	38.19	1.62	1.09	0.99	78.47	41.06	33.62
USL	2.17	4.84	37.83	29.45	39.70	1.00	0.99	1.19	53.12	31.97	14.51
USO	2.59	5.42	43.16	35.61	46.54	1.12	1.19	1.33	57.25	37.19	18.99
VDE	2.35	4.11	42.43	30.79	30.58	1.40	1.07	0.92	70.73	39.96	27.22
XES	3.73	5.64	69.57	50.10	49.75	1.96	1.54	1.31	98.56	60.87	48.18
XLE	2.29	4.02	40.63	29.82	29.35	1.35	1.03	0.87	69.11	39.02	25.96
XOP	2.41	4.72	50.74	34.49	40.03	1.42	1.12	1.03	77.68	43.55	36.32

**APÊNDICE 2 – Retorno e risco mensal médio – Títulos eficientes**

(Consultar CD anexo)

### **APÊNDICE 3 – Retorno e risco das carteiras**

(consultar CD anexo)