



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Resolução e Formulação de Problemas: uma experiência de ensino envolvendo frações no 4.º ano do 1.º CEB

Departamento de Formação de Educadores e Professores

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Vanessa Alexandra Domingues Mateus

Resolução e Formulação de Problemas: uma experiência de ensino envolvendo frações no 4.º
ano do 1.º CEB

Relatório Final de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e
Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, apresentada ao Departamento de Formação de
Educadores e Professores da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau
de Mestre

Trabalho realizado sob a orientação da Professora Doutora Ana Elisa Esteves Santiago e
coorientação do Professor Doutor Nuno Lopes Martins

Julho de 2024

Agradecimentos

Aos meus pais, Fernando e Lurdes, por terem acreditado em mim desde o primeiro minuto. Por terem sido o meu apoio ao longo destes cinco anos. Agradeço-vos também por todo o amor e carinho. Só cheguei aqui graças a vocês, devo-vos o mundo.

À minha irmã, Bruna, pelo apoio incondicional e pelo amor que cresce com o passar do tempo. À minha avó, Sofia, por ser a segunda mãe e a minha alma gémea. Obrigada por todos os ensinamentos e momentos felizes e inesquecíveis.

Ao João, o meu porto de abrigo e a minha casa. Agradeço a força, o carinho e por acreditar sempre em mim. Por tornar tudo mais simples e bonito. Obrigada pela paz e amor que me dás.

A toda a minha família, por ter sempre uma palavra de incentivo e de amizade. Em especial, às minhas três estrelinhas, que sei que estão sempre a acompanhar-me. Espero que estejam orgulhosas de mim.

À minha orientadora, Professora Doutora Ana Santiago, e ao meu coorientador, Professor Doutor Nuno Martins, pelo apoio, orientação, disponibilidade e dedicação pelo trabalho colaborativo. O vosso profissionalismo foi essencial.

À amiga de infância, Maria João, por ter sempre uma palavra doce e amiga. À Joana Cerdeira, pela amizade, cumplicidade e por me ter acompanhado todos os dias em Castelo Branco. Às minhas meninas de Coimbra, Andreia, Beatriz e Maria, por me terem acolhido e por, em tão pouco tempo, se terem tornado tanto. A todos os meus amigos, agradeço-vos todas as memórias e sorrisos.

A todos os professores que se cruzaram na minha vida e que me trouxeram ensinamentos e a todos os alunos que já tive, por me ensinarem tanto e por ter a oportunidade de fazer mais e melhor.

À família da Academia, em especial, à Natércia, por acreditar em mim, mesmo quando não o faço. Obrigada por todas as palavras amigas e sinceras. Obrigada a todos os meninos que se cruzaram comigo, tem sido uma desafiante, mas bonita aventura.

A todos os que passaram nesta jornada, o meu sincero obrigada!

Resolução e Formulação de Problemas: uma experiência de ensino envolvendo frações no 4.º ano do 1.º CEB

Resumo: O presente relatório final foi elaborado a partir de uma investigação realizada na prática supervisionada, no ano letivo 2021/2022, numa turma do 4.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do ensino Básico (CEB), no âmbito do Mestrado de Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. O estudo, de cariz qualitativo, descritivo e interpretativo, visa apresentar uma experiência de ensino que envolveu a resolução e a formulação de problemas com números fracionários, tendo como objetivo identificar as estratégias e as fragilidades manifestadas pelos estudantes.

O documento aqui exposto está estruturado em 3 partes principais: (i) *Componente Investigativa*; (ii) *Componente Reflexiva* e (iii) *Considerações Finais*.

A primeira parte, *Componente Investigativa*, expõe a investigação concretizada no referido estágio, partindo da questão-problema: *De que forma se pode promover o desenvolvimento das capacidades de resolução e formulação de problemas envolvendo números fracionários?*, com vista a alcançar os seguintes objetivos: (i) mapear as estratégias de resolução e formulação de problemas utilizadas pelos alunos; (ii) reconhecer as suas fragilidades e (iii) analisar a influência da resolução e formulação de problemas na compreensão da adição e subtração de números fracionários e da multiplicação de números fracionários com números naturais. Para isso, elaborou-se uma revisão de literatura e implementaram-se 3 tarefas, que integraram a resolução e a formulação de problemas, com vista à verificação das estratégias utilizadas e das dificuldades manifestadas nas resoluções, bem como as dificuldades no domínio da adição e subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário com um número natural. Os dados da investigação foram recolhidos através das produções dos alunos, registos vídeo, áudio e fotográfico e notas de campo. Os resultados revelam que os alunos desenvolveram as suas capacidades de resolução, utilizando como estratégia apenas o cálculo, apenas o desenho ou o desenho e o cálculo. Quanto à formulação de problemas, foram formulados pelos estudantes problemas de um passo ou dois ou mais passos. Os problemas propostos para resolução e para formulação

envolvem o uso de números fracionários e de algumas operações, nomeadamente a adição e subtração de frações e a multiplicação de um número fracionário por um número natural.

A segunda parte, a *Componente Reflexiva*, relata, de forma sucinta, o percurso pela prática educativa em 1.º CEB e uma reflexão crítica da sua relevância ao nível pessoal e profissional.

Por último, nas *Considerações Finais*, apresenta-se uma reflexão crítica acerca do percurso pelos estágios realizados durante a Licenciatura e o Mestrado e a sua influência do ponto de vista pessoal e profissional.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, Formulação de Problemas, Matemática, Números Racionais, 1.º Ciclo do Ensino Básico

Problem Solving and Formulation: a teaching experience involving fractions in the 4th year of the 1st CEB

Abstract: This final report is based on an investigation carried out during supervised practice, in the 2021/2022 school year, in a 4th grade class in the 1st Cycle of Basic Education (CEB), as part of the Master's Degree in Teaching in the 1st CEB and Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CEB. This qualitative, descriptive and interpretative study aims to present a teaching experience that involved solving and formulating problems with fractional numbers, with the aim of identifying the strategies and weaknesses shown by the students.

The document presented here is structured in 3 main parts: (i) Investigative Component; (ii) Reflective Component and (iii) Final Considerations.

The first part, the Investigative Component, presents the research carried out during the internship, based on the problem question: How can we promote the development of problem solving and formulation skills involving fractional numbers? in order to achieve the following objectives: (i) to map the problem solving and formulation strategies used by the students; (ii) to recognize their weaknesses and (iii) to analyze the influence of problem solving and formulation on understanding the addition and subtraction of fractional numbers and the multiplication of fractional numbers with natural numbers. To do this, a literature review was carried out and 3 tasks were implemented, which included problem solving and formulation, to verify the strategies used and the difficulties expressed in the solutions, as well as the difficulties in the field of addition and subtraction of fractional numbers and multiplication of a fractional number with a natural number. The research data was collected through the students' productions, video, audio and photographic records and field notes. The results show that the students developed their problem-solving skills, using only calculation, only drawing or drawing and calculation as strategies. As for problem formulation, the students formulated one-step problems or two or more steps. The problems proposed for resolution and formulation involve the use of fractional numbers and some operations, namely the addition and subtraction of fractions and the multiplication of a fractional number by a natural number.

The second part, the Reflective Component, briefly recounts the journey through practice in 1st CEB and a critical reflection on its relevance at a personal and professional level.

Finally, in the Final Considerations, we present a critical reflection on the school journey through the internships carried out during the Bachelor's and Master's degrees and their influence from a personal and professional point of view.

Keywords: Problem solving, Problem formulation, Mathematics, Rational Numbers, Primary education.

Sumário

INTRODUÇÃO.....	1
PARTE I – COMPONENTE INVESTIGATIVA.....	4
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	5
I.1. Motivação e formulação do problema	6
I.2. Objetivos e questão de investigação	7
I.3. Pertinência do estudo	7
CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA	10
II.1. Resolução e formulação de problemas	11
II.1.1. Resolução de problemas	11
II.1.2. Formulação de problemas	13
II.2. Os números racionais.....	15
II.2.2. O ensino e a aprendizagem dos números racionais	15
II.3. Os documentos curriculares	17
II.3.1. A resolução e a formulação de problemas nos documentos curriculares.....	17
II.3.2. Os números racionais nos documentos curriculares	19
CAPÍTULO III – METODOLOGIA E RECOLHA DE DADOS	21
III.1. Contexto do estudo.....	22
III.2. Descrição da metodologia de investigação	23
III.3. Recolha de dados	28
CAPÍTULO IV – ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	29
IV.1. Análise dos dados	30
IV.2. Discussão dos resultados	71
CAPÍTULO V – CONCLUSÕES	79
PARTE II – COMPONENTE REFLEXIVA	82
CAPÍTULO VI – CONTEXTUALIZAÇÃO E PERCURSO DE ESTÁGIO	83
VI.1. Contextualização: do agrupamento à sala de aula	84
VI.2. Percurso do estágio.....	87
CAPÍTULO VII – ANÁLISE REFLEXIVA DA CONTEXTUALIZAÇÃO E DO PERCURSO DE ESTÁGIO EM 1.º CEB	97
PARTE III - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	101

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104
APÊNDICES.....	113
Apêndice 1 – Tarefa A.....	114
Apêndice 1.1. Enunciado da tarefa A1 “A leitura de um livro”	114
Apêndice 1.2. Resoluções dos alunos da tarefa A1 discutidas em sala de aula...	114
Apêndice 1.3. Transcrição da discussão da tarefa A1 em sala de aula.....	117
Apêndice 1.4. Enunciado da Tarefa A2	143
Apêndice 1.5. Transcrição da discussão da tarefa A2 em sala de aula.....	143
Apêndice 2 – Tarefa B	153
Apêndice 2.1. Enunciado da tarefa B1 “As bolachas de chocolate”	153
Apêndice 2.2. Resoluções dos alunos da tarefa B1 discutidas em sala de aula...	153
Apêndice 2.3. Transcrição da discussão da tarefa B1 em sala de aula.....	157
Apêndice 2.4. Enunciado da tarefa B2.....	189
Apêndice 3 – Tarefa C	190
Apêndice 3.1. Enunciado da tarefa C1 “As férias da Débora”	190
Apêndice 3.2. Resoluções dos alunos da tarefa C1 discutidas em sala de aula ...	190
Apêndice 3.3. Enunciado da tarefa C2	192
Apêndice 3.4. Transcrição da discussão da tarefa C2 em sala de aula.....	192

Lista de abreviaturas

AE – Aprendizagens Essenciais

AEC – Atividades de Enriquecimento Curricular

ATL – Centros de Atividades de Tempos Livres

CEB – Ciclo do Ensino Básico

ESEC – Escola Superior de Educação de Coimbra

IPSS – Instituição Particular de solidariedade Social

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PE – Professora Estagiária

PISA – Programme for International Student Assessment

Lista de figuras

FIGURA 1	33
FIGURA 2	34
FIGURA 3	34
FIGURA 4	35
FIGURA 5	35
FIGURA 6	35
FIGURA 7	37
FIGURA 8	38
FIGURA 9	39
FIGURA 10	39
FIGURA 11	40
FIGURA 12	41
FIGURA 13	43
FIGURA 14	44
FIGURA 15	45
FIGURA 16	46
FIGURA 17	47
FIGURA 18	48
FIGURA 19	50
FIGURA 20	50
FIGURA 21	51
FIGURA 22	52
FIGURA 23	53
FIGURA 24	53
FIGURA 25	54
FIGURA 26	55
FIGURA 27	55
FIGURA 28	56
FIGURA 29	57
FIGURA 30	58
FIGURA 31	59
FIGURA 32	59
FIGURA 33	60
FIGURA 34	61
FIGURA 35	61
FIGURA 36	62
FIGURA 37	62
FIGURA 38	63
FIGURA 39	64
FIGURA 40	64
FIGURA 41	65
FIGURA 42	66
FIGURA 43	66
FIGURA 44	67
FIGURA 45	68
FIGURA 46	69
FIGURA 47	86

FIGURA 48	91
FIGURA 49	91
FIGURA 50	93
FIGURA 51	93
FIGURA 52	94
FIGURA 53	95
FIGURA 54	96
FIGURA 55	96

Lista de Tabelas

TABELA 1	23
TABELA 2	25
TABELA 3	30
TABELA 4	31
TABELA 5	71
TABELA 6	72
TABELA 7	72
TABELA 8	73
TABELA 9	73
TABELA 10	74
TABELA 11	74
TABELA 12	75
TABELA 13	75
TABELA 14	76
TABELA 15	76
TABELA 16	77
TABELA 17	92

INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi realizado com o intuito de se concluir o Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Este documento enquadra-se no quadro normativo que regulamenta o regime jurídico de habilitação para a docência (Decreto – Lei n.º 79/2014 de 14 de maio), mais especificamente o n.º 2 do artigo 11, que determina que o estágio de natureza profissional (Prática de Ensino Supervisionada) seja objeto de um relatório final.

O estágio curricular em 1.º CEB foi realizado numa turma do 4.º ano do 1.º CEB de uma escola de Coimbra. Esta turma integrava 23 alunos, sendo constituída por 11 raparigas e 12 rapazes, com 19 alunos de nacionalidade portuguesa e uma aluna proveniente de França. Existiam 2 alunos referenciados com Necessidades Educativas Específicas (NEE), aos quais se encontravam a serem instruídos conteúdos de anos letivos anteriores. Destes alunos, 6 pertenciam a famílias monoparentais, verificando-se apenas um caso onde existiam problemas familiares, que condicionavam a estudante no plano escolar. Esta turma era geralmente muito participativa e interessada em aprender relevando, por isso, um comportamento calmo e silencioso em sala de aula. Neste sentido, a turma era empenhada e revelava bons resultados ao nível do aproveitamento escolar, ainda que se identificassem diferentes ritmos de aprendizagens em alguns dos alunos.

O estágio do 1.º CEB realizou-se em articulação com uma Professora Cooperante e titular da turma de estágio e um Professor Supervisor da Escola Superior de Educação de Coimbra (ESEC). Este incluiu ainda duas colegas estagiárias. As interações com diferentes entidades permitem a realização de uma avaliação contínua sobre as práticas em sala de aula, o que proporciona uma melhoria destas de forma contínua (Santos et al., 2020).

A Prática Supervisionada, marcada por 3 momentos – observação, intervenção e de reflexão – é um momento marcante na formação de um professor, visto que os estágios possibilitam a observação de uma profissional ciente dos seus métodos de ensino e de diferentes dinâmicas de turma (Clarke & Mena, 2020).

Neste sentido, o momento inicial de estágio teve como objetivo o conhecimento das dinâmicas da turma, incluindo as rotinas do dia-a-dia, a organização do espaço da sala de aula e da relação entre professor e aluno (Clarke & Mena, 2020). O segundo momento, de intervenção, torna-se necessário para o professor criar estratégias, compreender as

dinâmicas de uma turma e adquirir um papel orientador. Esta orientação interliga-se com as diferentes estratégias a adotar para que os alunos sejam estimulados e se tornem participativos, ativos e autónomos no seu processo de autorregulação de aprendizagem (Santos & Alliprandini, 2023). Nesta ótica, o momento de intervenção possibilita ao professor adquirir competências capazes de promover a autorregulação dos alunos e a compreender as diferentes situações que surgem em sala de aula. Esta etapa é importante para dar respostas aos problemas que surgem em sala de aula no momento, tendo consciência que as situações nunca são as mesmas, nem as práticas resultam com a mesma eficácia para e com todos os alunos (Dignath & Sprenger, 2020). Nesta Prática, a reflexão transporta outro pilar importante na formação, recorrendo a oportunidades de questionamento relativamente às aprendizagens que vão sendo realizadas em contexto de prática profissional (Orland-Barak, 2021).

A superação das dificuldades e a evolução enquanto profissional muito se devem à orientação e indicações obtidas no decorrer dos estágios e na formação, desde a licenciatura até ao mestrado, com a finalidade da professora estagiária evoluir e tornar-se cada vez mais reflexiva nas suas práticas. Nesta ótica, um bom profissional é aquele que reflete, não só diariamente com os seus comportamentos em sala de aula, como também com os métodos e estratégias de aprendizagem que tenciona implementar futuramente e em aulas seguintes (Lidoio et al., 2020).

No que respeita à estrutura deste Relatório Final definiu-se uma organização em três partes. Na primeira, *Componente Investigativa*, espelha-se a introdução acerca da investigação desenvolvida na turma de estágio do 4.º ano do 1.º CEB, integrando a investigação desenvolvida, relacionada com a resolução e a formulação de problemas envolvendo números fracionários. Na segunda parte, *Componente Reflexiva*, apresenta-se uma contextualização da turma de estágio, uma descrição do trabalho desenvolvido e uma reflexão sobre o decurso do estágio em 1.º CEB. Por último, a terceira parte, as *Considerações Finais*, integra uma reflexão crítica acerca do trabalho realizado em relação ao percurso escolar, bem como à investigação realizada, do ponto de vista pessoal e profissional da mestranda.

PARTE I – COMPONENTE INVESTIGATIVA

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

No presente capítulo apresenta-se uma introdução ao estudo que foi realizado, focando a motivação e a formulação do problema, os objetivos e a questão de investigação e, por último, a pertinência do estudo.

I.1. Motivação e formulação do problema

A resolução e a formulação de problemas são consideradas como um dos tópicos principais do Ensino da Matemática sendo transversal a todo o programa e a todos os anos de escolaridade. O ensino português, ainda que se tenha transformado, tem sido confrontado com os resultados desmotivantes dos alunos, uma vez que o seu desempenho nas provas, exames e estudos internacionais tem vindo a decair (Santos et al., 2023).

Esta evidência já tinha sido realçada pelo *Programme for International Student Assessment* (PISA) que, nos resultados de 2012, identificou várias lacunas na resolução de problemas matemáticos nos jovens, tanto em Portugal como no resto do mundo. Nesta linha de pensamento, mencionam a importância da resolução de problemas para o desenvolvimento pessoal e profissional, sendo esta capaz de estimular o desenvolvimento de estratégias para ultrapassar a resolução de variados problemas, para além do domínio e da aplicação direta dos conhecimentos (OCDE, 2014). Mais recentemente, a Sociedade Portuguesa de Matemática (2023) referiu que os resultados do PISA 2022 evidenciam uma queda significativa nos resultados positivos e que se assemelham muito às pontuações obtidas em 2006, revelando um retrocesso muito preocupante.

As dificuldades identificadas pelos estudos internacionais são igualmente referidas nacionalmente pelos Relatórios de Testes Intermédios (Sousa, 2015), notado no parâmetro da resolução de problemas uma carência no que respeita à leitura e interpretação do enunciado, na utilização de contextos e estratégias diferenciadas, na confirmação dos resultados obtidos e na discussão das estratégias e dos próprios resultados. Estes itens tornam-se essenciais à apropriação de conceitos matemáticos e, consequentemente, ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas.

A realização da Prática Educativa Supervisionada em 1.º CEB, concretizada no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, numa turma do 4.º ano de escolaridade, possibilitou a identificação, nos alunos, de algumas

dessas dificuldades em relação à resolução e formulação de problemas. Estas dificuldades revelavam-se essencialmente na leitura e interpretação do enunciado, na utilização de estratégias diversificadas e na confirmação de resultados obtidos, observando-se que os alunos da turma resolviam as tarefas inconscientemente, sem compreender realmente o significado de cada uma, em particular quando estavam envolvidas operações com números racionais, motivo pelo qual se selecionou a temática a abordar no estudo.

I.2. Objetivos e questão de investigação

Considerando e refletindo sobre os aspetos anteriormente referidos e observando as dificuldades dos alunos na resolução de situações problemáticas durante o percurso escolar, definiram-se alguns objetivos:

- (i) Mapear as estratégias de resolução e de formulação de problemas utilizados pelos alunos;
- (ii) Reconhecer as limitações dos alunos nas resoluções e formulações de problemas;
- (iii) Analisar a influência da resolução e formulação de problemas na compreensão da adição e subtração de números fracionários e da multiplicação de números fracionários por números naturais.

Atendendo a estes objetivos, formulou-se a seguinte questão de investigação: “De que forma se pode promover o desenvolvimento das capacidades de resolução e formulação de problemas envolvendo números fracionários?”.

I.3. Pertinência do estudo

A abordagem dos Números Racionais é um dos tópicos importantes da Matemática introduzido a partir do 1.º CEB (Pinto, 2011; Ventura, 2013; Vale & Barbosa, 2019). A literatura menciona que este tema curricular é complexo, devido à grande dificuldade dos conteúdos, uma vez que os alunos devem vivenciar a aprendizagem de situações concretas, a construção do conceito de fração e a conexão entre esses conteúdos e conceitos teóricos (Pinto, 2011). É, efetivamente, um domínio necessário ao ensino da Matemática, uma vez que promove o desenvolvimento do raciocínio matemático (Pinto,

2011; Ventura, 2013; Vale & Barbosa, 2019). No entanto, por ser um conteúdo onde os alunos sentem dificuldades durante a sua aprendizagem, esta deve realizar-se de uma forma progressiva, para que se garanta a sua compreensão (Pinto, 2011; Ventura, 2013; Vale & Barbosa, 2019).

Nas Aprendizagens Essenciais (AE) (Ministério da Educação, 2018; Ministério da Educação, 2021), os números racionais surgem no 1.º CEB referindo a relação entre frações e as suas representações. É expectável que os alunos compreendam a representação de números racionais e que associem um significado à relação entre ambas, compreendendo as operações aritméticas da adição e subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural.

No 4.º ano de escolaridade do 1.º CEB o programa oficial (Ministério da Educação, 2018; Ministério da Educação, 2021) refere que é expectável que os alunos tenham a oportunidade de resolver problemas que envolvam a adição e a subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural.

O Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatório (PASEO) (Ministério da Educação, 2017) refere a importância da competência na resolução de problemas, sugerindo a sua abordagem contínua, incentivando que cada aluno dê resposta a novos desafios do dia-a-dia e tenha a capacidade de utilizar estratégias distintas (Ministério da Educação, 2017).

Na ótica de Bivar et al. (2013), a resolução de problemas desenvolve o interesse pela disciplina de Matemática, visto que estes relacionam as conjecturas matemáticas com os conteúdos que aprendem. No entanto, os conteúdos matemáticos não podem ser abordados, segundo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) como “um conjunto de temas ou normas soltas, muito embora seja frequentemente dividida e apresentada dessa forma” (NCTM, 2018, p. 71). Neste sentido, a resolução de problemas assenta numa atividade matemática dinâmica capaz de relacionar conteúdos.

No entanto, a resolução de problemas não é suficiente, sendo igualmente necessário saber formulá-los e, para isso, os alunos deveriam ser incentivados a formular problemas segundo situações matemáticas e não matemáticas, revelando uma das dimensões mais importantes na disciplina (Ponte et al., 2007). Esta evidência é também referida pelo NCTM (2008) que considera a formulação de problemas como uma atividade

indispensável que envolve os alunos, na sua forma de pensar, de interrogar e de discutir ideias (NCTM, 2008).

Este processo torna-se mais acessível quando os alunos contactam regularmente com a resolução de problemas, visto que lhes permite conhecer realidades semelhantes, compreender enunciados e utilizar mais rapidamente uma estratégia para os resolver. A formulação de problemas é ainda uma atividade que envolve ativamente o aluno, uma vez que são incentivados a criar o problema e a solucioná-lo. Este fator transporta uma grande motivação para o aluno, facilitando a aprendizagem da Matemática e a importância de a utilizar em situações do seu quotidiano (NCTM, 2008).

Considerando os aspetos referidos, este estudo e a temática consideram-se pertinentes, na medida em que tem como preocupação a aprendizagem e sistematização dos conhecimentos dos alunos, bem como a superação das suas dificuldades e a identificação das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução e formulação de problemas.

CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA

II.1. Resolução e formulação de problemas

A resolução de problemas e a formulação de problemas são dois domínios matemáticos indissociáveis (Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). Os estudos defendem a interligação entre os dois destacando, assim, a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de aplicar a Matemática no quotidiano (Silver, 2013). Apesar disso, o ensino focaliza a aprendizagem da resolução de problemas e secundariza a formulação de problemas (Liljedahl et al., 2016).

Kontorovich et al. (2011) referem que a formulação de problemas é dotada de benefício no processo de ensino e de aprendizagem na Matemática, para que esta seja e se torne criativa. Desta forma, estipula-se uma ligação entre a formulação e a resolução de problemas e a criatividade (Sriraman, 2004). Esta capacidade possibilita a criação de produções originais possíveis de serem avaliadas e categorizadas por Almeida et al. (2008): (i) *Fluência* (número de resoluções corretas e diferentes de um problema); (ii) *Flexibilidade* (número de resoluções para retratar diferentes formas de pensamento); (iii) *Originalidade* (produções novas e diferentes das habitualmente comuns); e (iv) *Elaboração* (capacidade de adicionar detalhes).

II.1.1. Resolução de problemas

A noção de resolução de problemas tem vindo a ser definida por vários autores, tendo em conta o seu interesse no âmbito da educação. A sua definição é, no entanto, difícil de estabelecer, uma vez que existem fatores intrínsecos ao indivíduo que resolve o problema ou à própria tarefa (Palhares, 2004). Apesar da sua complexidade, a resolução de problemas ocupa um lugar central no ensino da Matemática, visto que é contemplado nas orientações curriculares durante todos os anos de escolaridade (Canavarro et al., 2021).

As tarefas, envolvidas no processo de ensino e de aprendizagem, devem ser propostas com intencionalidade, a fim de ser apresentados, em sala de aula, bons problemas (NCTM (2000). Neste sentido, na ótica de Boavida et al. (2008), um bom problema deve assumir três características: (i) *ser problemático* (o problema deve possuir um contexto e não deve ser de solução imediata); (ii) *ser desafiante, interessante e intelectualmente estimulante*

(na perspetiva da Matemática); (iii) *ser adequado* (relacionando os conhecimentos prévios dos alunos com novos conhecimentos); e (iv) *possuir mais do que um processo de resolução*.

Charles e Lester (1986), apresentam uma proposta de classificação para os problemas, distribuída por cinco categorias: (i) *problemas de um passo*; (ii) *problemas de dois ou mais passos*; (iii) *problemas de processo*; (iv) *problemas de aplicação*; (v) *problemas tipo puzzle*. Estas designações têm como objetivo facilitar a resolução a quem se destina, bem como a quem ensina (Vale & Pimentel, 2004). Mais tarde, Boavida et al. (2008) simplificaram estas classificações, tendo-as adaptado apenas a três tipos de problemas: (i) *Problemas de cálculo* (problemas que exigem tomada de decisão perante a operação a utilizar e possibilitam a aplicação dos conhecimentos previamente apreendidos); (ii) *Problemas de processo* (problemas que exigem compreensão da Matemática, como as estratégias, o pensamento e a organização, visto que não se resolvem apenas com a seleção das operações); e (iii) *Problemas abertos* (os problemas apresentam várias estratégias de resolução e com a possibilidade de existirem várias respostas corretas).

Na resolução de problemas não existe um modelo único para ensinar e/ou resolvê-los. Todavia, Pólya (1973), na sua obra *How to Solve it*, apresenta um método, atualmente ainda utilizado, que permite resolver um problema em quatro fases: (i) *Compreender o enunciado*; (ii) *Delinear um plano*; (iii) *Executar o plano*; e (iv) *Verificar a solução do problema*.

Importa ainda mencionar que as estratégias de resolução devem ser uma das ferramentas matemáticas que os alunos devem ter adquiridas e que irão coadjuvar a resolução de um problema (NCTM, 1989). Aliada a esta ideia, Cavalcanti (2001), refere que o desenho e a utilização de cálculos são possíveis recursos para solucionar o problema. Vale e Pimentel (2004), realçam também outras cinco estratégias pertinentes para serem abordadas em sala de aula: (i) *Fazer tentativas*; (ii) *Descoberta de padrões ou leis de formação*; (iii) *Reduzir a um problema mais simples*; (iv) *Trabalhar do fim para o princípio*; e (v) *Fazer uma simulação*.

Gervázio (2019) defende que a resolução de problemas pelos alunos envolve o domínio de várias etapas, nomeadamente a leitura e a interpretação de enunciados, a mobilização

de conhecimentos e conceitos, a escolha e a aplicação correta dos procedimentos e a interpretação dos resultados. O professor, por sua vez, tem um papel essencial para que as propostas resultem na aprendizagem e que, futuramente, os alunos tenham a capacidade de aplicar noutros contextos. Assim, a tarefa do professor não é acessível, visto que existe uma preparação e domínio sobre o tema, por forma a que os alunos desenvolvam capacidades e competências cruciais, como o raciocínio matemático, a comunicação, a criatividade, o sentido crítico e a argumentação matemática (Gervázio, 2019).

II.1.2. Formulação de problemas

A formulação de problemas tem sido compreendida como a criação de novos problemas, no entanto, torna-se complicado definir o que é a formulação de problemas (Kitchings, 2014). O NCTM (2000), defende que é uma atividade bastante importante e que deve ser incluída nas aulas de matemática “a par da resolução de problemas” (Vale & Pimentel, 2004, p. 39). Ernest (1991) relaciona o conceito com a criação de conhecimentos e é o professor que tem o papel de reconhecer, evidenciar e confrontar as potencialidades dos problemas, para os transformar em situações desafiantes matematicamente. Neste sentido, Silver (1994) destaca que a formulação de um problema pode surgir *antes* (partindo de uma situação que gera um problema); *durante* (quando se modifica o objetivo do problema) e *depois* (modificando a resolução do problema).

Ernest (1996) destaca que a formulação de problemas é uma componente fundamental na aquisição das aprendizagens matemáticas e, partindo desta caracterização, surgem por Stoyanova e Ellerton (1996), três categorias de situação: *Livre* – a tarefa é formulada partindo de uma determinada situação em qualquer restrição ou condição; *Semiestruturada* – a tarefa é formulada tendo por base cálculos, imagens ou tabelas que são apresentadas; *Estruturada* – a tarefa é formulada partindo de um problema já determinado.

Pela visão de Christou et al. (2005), com uma ideologia escalpelizada das duas classificações anteriormente referidas, de Silver (1995) e Stoyanova e Ellerton (1996), foi reorganizado a classificação para a formulação de problemas. Neste sentido, atribuíram 5

classificações: (i) *Formular um problema através de uma situação livre*; (ii) *Formular um problema para uma resposta descrita*; (iii) *Formular um problema, partindo de informações*; (iv) *Formular questões para situações problemáticas* e (v) *Formular problemas, partindo de uma expressão de cálculo*.

Atendendo a estes critérios, estes autores desenvolveram um modelo, com o intuito de analisar as resoluções dos alunos e identificar os 4 processos associados à formulação de problemas. Estas ideologias, com níveis de exigência crescentes de dificuldade baseiam-se em (i) *Compreender* – a formulação de problemas para cálculos exige que o aluno compreenda e reconheça o seu significado; (ii) *Traduzir* – formular problemas através de gráficos ou tabelas, carece da compreensão das diferentes relações matemáticas; (iii) *Editar* – formular um problema, partindo dos dados fornecidos sem qualquer restrição; e (iv) *Selecionar* – formular problemas, de forma restrita, para dar resposta aos dados fornecidos.

Singer e Voica (2013) defendem ainda um modelo de fases de resolução de problemas, que se centra nas resoluções dos alunos e que, por sua vez, permitem ao docente analisar as respetivas resoluções e verificar os pontos chave que devem incluir a resolução e a formulação de problemas. Este modelo agrupa 4 categorias: (i) *Descodificar* o enunciado; (ii) *Representar* o enunciado para realizar uma construção do enunciado num modelo mental; (iii) *Processar*, a partir do modelo mental, um modelo matemático e (iv) *Aplicar* o modelo matemático na resolução do problema.

É ainda de realçar a denominação de Singer e Voica (2013) que é compartilhada com a de Christou et al. (2005), no entanto, são destacadas diferenças nos objetivos, na medida em que a classificação elaborada mais recentemente foi idealizada para identificar e classificar os processos e hierarquizar o desempenho dos alunos. A respeito disto, Silver e Voica (2013), mencionam que, para resolver um problema, não é fulcral as evidências de todos os processos, visto que está dependente do tipo de problema e da capacidade do indivíduo que o resolve.

II.2. Os números racionais

Os números racionais, usualmente representados por Q , surgiram da necessidade de efetuar medições e de realizar a sua correta comparação. Caraça (2003) evidencia que este novo conjunto numérico integra os números inteiros, Z , e os números fracionários representados por fração, F .

Veloso (2017) ressalva que um número racional pode ser apresentado por um número fracionário, incorporando números inteiros como elementos do numerador e denominador. Desta forma, classifica qualquer número inteiro como um número racional.

II.2.2. O ensino e a aprendizagem dos números racionais

Gaviraghi (2013) reconhece que a aprendizagem de um número racional possibilita aos alunos compreender e manipular situações reais e ampliar “estruturas mentais necessárias para o desenvolvimento intelectual” (p. 10) a próximas aprendizagens. Por este motivo, o ensino dos números racionais não pode ser abordado “de forma superficial e passageira” (p. 13).

A aprendizagem dos números racionais apresenta-se como um conteúdo essencial e de extrema importância no 1.º CEB em 3 perspetivas: (i) *Prática* – “ao nível do sistema monetário, nas percentagens utilizadas em cálculos diversos, artigos e gráficos apresentados em revistas, jornais, televisão, calculadores e computadores” (Meireles, 2015, p. 24); (ii) *Psicológica* – “possibilita a expansão de estruturas mentais que são necessárias ao desenvolvimento intelectual” (Nascimento, 2008, p. 199); e (iii) *Matemática* – “a compreensão destes conceitos proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares” (Pinto, 2011, p. 8).

No entanto, a temática é considerada como uma das mais complexas, revelando grande dificuldade para os alunos do 1.º CEB (Mamede, 2011). As dificuldades evidenciam-se na representação de frações por envolverem dois números (Monteiro & Pinto, 2005; Tavares et al., 2017); na compreensão do conjunto denso de números racionais (Monteiro & Pinto, 2005); na interpretação de significados de frações, como o da relação parte-todo e das

suas relações (Morais et al., 2014); na definição de unidade em problemas ou no envolvimento de números racionais (Lamon, 2007; Monteiro & Pinto, 2007; Mamede, 2011).

Pinto e Mamede (2019) mencionam que o conceito de número racional apenas é assimilado com a exploração e o controlo de todos os significados de uma fração, nomeadamente: *parte-todo*; *operador*; *medida* e *razão*.

Monteiro e Pinto (2005) destacam a resolução deste tipo de problemas recorrendo a símbolos matemáticos, mas, sobretudo, com representações por assumirem uma importante ferramenta de comunicação, interpretação e desenvolvimento do raciocínio matemático (NCTM, 2007). Estas representações podem assegurar-se com a utilização de símbolos, desenhos, tabelas ou gráficos a fim de se facilitar a compreensão de um problema e, consequentemente, a tradução mais concreta das ideias matemáticas (Ventura, 2013).

Nesta ótica, os alunos do 1.º CEB devem ser incentivados a construir representações (i) *ativas*, com a manipulação de recursos, pois “o conhecimento surge através da ação” (Bruner, 1966); (ii) *icónicas*, com a utilização de esquemas ou figuras explicativas dos conteúdos; e (iii) *simbólicas*, com a inclusão de regras e simbologia matemática (Bruner, 1966). As diferentes representações devem ser utilizadas alternativamente ou de forma simultânea com o uso de diversas combinações e nunca de forma isolada (Bruner, 1966), para que compreendam e atribuam um significado aos termos de uma fração, à sua relação, às diferentes representações, à equivalência, à ordenação e às operações com frações. Lamon (2007) acrescenta ainda que os alunos não se devem apoderar de uma única interpretação, pois pode condicionar o raciocínio quando se lhes apresenta uma nova situação problemática.

II.3. Os documentos curriculares

II.3.1. A resolução e a formulação de problemas nos documentos curriculares

O NCTM (2014), na publicação *Princípios Para a Ação*, menciona que “um ensino eficaz da matemática envolve todos os alunos na resolução e discussão de tarefas que promovem o raciocínio matemático e a resolução de problemas, além de permitirem diferentes abordagens e estratégias” (p.17). Neste sentido, a resolução de problemas é caracterizada como uma atividade essencial na aprendizagem da Matemática e que, a formulação de problemas, ainda que menos utilizada, é uma prática que permite um maior desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas (NCTM, 2014).

As AE de Matemática expressam, nos quatro anos do 1.º CEB, a importância da resolução e formulação de problemas inserindo-as no tema *Resolução de problemas, Raciocínio e Comunicação* (Ministério da Educação, 2018). No 4.º ano de escolaridade, em particular, é expectável que os alunos:

- (i) desenvolvam a capacidade de resolver problemas em situações que convocam a mobilidade das aprendizagens nos diversos domínios, e de analisar as estratégias e os resultados obtidos;
- (ii) desenvolvam a capacidade de raciocinar matematicamente, bem como a capacidade de analisar os raciocínios de outros;
- (iii) desenvolvam a capacidade de comunicar em matemática, oralmente e por escrito, e de utilizar a linguagem matemática própria de diversos conteúdos estudados na expressão e discussão das suas ideias, procedimentos e raciocínios. (Ministério da Educação, 2018, p. 5)

As AE de Matemática (Ministério da Educação, 2018) articulam-se com o documento PASEO (Martins et al., 2017) em todas as suas áreas de competências. Das 10 áreas de competências evidencia-se o *Raciocínio e resolução de problemas*, que se relaciona com

os processos para solucionar uma reposta de uma nova situação, “mobilizando o raciocínio com vista à tomada de decisão, à construção e uso de estratégias e à eventual formulação de novas questões” (Martins et al., 2017, p. 23). Assim sendo, é plausível que os alunos sejam capazes de “interpretar informação, planejar e conduzir pesquisas”; “gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas” e “desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados” (Martins et al., 2017, p. 23).

O documento curricular referido das AE de Matemática (2018) sofreu alterações, tendo sido elaborada outra versão, homologada para os 1.º, 2.º e 2.º ciclos e admitidos para vigorar a partir do ano letivo de 2022/2023, pelo Despacho n.º 8209/2021, de 18 de agosto. Por este motivo e, visto que o estudo desta investigação foi realizado no ano letivo anterior a esta alteração, importa enquadrá-lo nas novas AE de Matemática.

Sublinha-se que os objetivos deste estudo se enquadram na secção *Capacidades matemáticas*, onde a “resolução de problemas deve ser uma constante e apoiar tanto a abordagem aos conhecimentos matemáticos como oferecer oportunidades para a sua aplicação” (Ministério da Educação, 2021, p.1), explicitando diferentes estratégias de resolução de problemas que devem ser mobilizadas.

Assim, atendendo ao ano de escolaridade referido e ao mencionado anteriormente, a resolução e a formulação de problemas propõem que os alunos alcancem os seguintes objetivos de aprendizagem:

- (i) Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- (ii) Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos);
- (iii) Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- (iv) Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema. (Ministério da Educação, 2021, p.14)

II.3.2. Os números racionais nos documentos curriculares

As AE de Matemática, ao longo dos quatro anos do 1.º CEB, mencionam a importância da abordagem dos números racionais, abrangido o tema *Números e Operações*. Os alunos do 4.º ano de escolaridade devem:

- (i) Desenvolver o sentido do número e a compreensão dos números e das operações, bem como da fluência do cálculo mental e escrito;
- (ii) Estudar os números naturais e o sistema de numeração decimal, bem como os números racionais não negativos na sua representação decimal, sendo também introduzida a representação na forma de fração. (Ministério da Educação, 2018, p. 4)

Como referido anteriormente, a articulação das AE de Matemática (Ministério da Educação, 2018) com o documento PASEO (Martins et al., 2017) procede-se nas 10 áreas de competências. Os números racionais evidenciam-se através do *Pensamento crítico e pensamento criativo*, que se relaciona com a observação, identificação, análise de premissas partindo de diferentes informações. Na área do *Pensamento crítico*, é mencionado o desenho de algoritmos, a conclusão fundamentada da informação e da avaliação dos resultados, para a construção do pensamento racional (Martins et al., 2017). Na área do *Pensamento criativo*, é expectável que os alunos apliquem novas ideias e interpretem novas perspetivas (Martins et al., 2017).

Assim, é esperado que os alunos sejam capazes de “pensar de forma abrangente, lógica, observando, analisando a informação, experiências ou ideias, argumentando com recurso a critérios implícitos ou explícitos”; “convocar diferentes conhecimentos, de matriz científica e humanística, utilizando diferentes metodologias e ferramentas para pensarem criticamente”; “prever e avaliar o impacto das suas ações” e “desenvolver novas ideias e soluções, de forma imaginativa e inovadora (...) aplicando-as a diferentes contextos e áreas de aprendizagem” (Martins et al., 2017, p. 24).

As novas AE surgiram após a realização desta investigação, tendo sido admitidas em vigor no ano letivo de 2022/2023, pelo Despacho n.º 8209/2021, de 18 de agosto. Ainda assim, considera-se pertinente o enquadramento do estudo nas novas AE de Matemática.

Este estudo está também enquadrado na secção *Números*, onde os alunos devem compreender o “sentido do número (...) e o das operações para resolver problemas que envolvam a ideia de quantidade em contextos diversos”, reconhecendo as diferentes representações dos números racionais não negativos (Ministério da Educação, 2021, p.9).

Assim, atendendo ao mencionado anteriormente e que este estudo foi realizado com o 4.º ano de escolaridade, propõe-se que os alunos alcancem os seguintes objetivos de aprendizagem em relação aos números racionais:

- (i) Comparar e ordenar frações com o mesmo numerador, em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas;
- (ii) Reconhecer o numeral decimal como possibilidade de representar uma quantidade não inteira e associar $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{1}{100} = 0,01$ e $\frac{1}{1000} = 0,001$ no contexto de situações reais;
- (iii) Ler, representar, comparar e ordenar decimais, em contextos variados e resolver problemas associados;
- (iv) Usar de forma fluente diferentes representações simbólicas de valores de referência envolvendo decimais, nomeadamente $0,50$, $\frac{1}{2}$ e 50%; $0,25$, $\frac{1}{4}$ e 25%; $0,75$, $\frac{3}{4}$ e 75%; $0,1$, $\frac{1}{10}$ e 10%; $0,01$, $\frac{1}{100}$ e 1%. (Ministério da Educação, 2021, p. 23-24)

Em síntese, é esperado que os alunos do 1.º CEB, segundo as AE, iniciem o estudo dos números racionais não negativos por base da representação de uma fração, com significado *parte-todo* e *quociente* para, posteriormente, representar-se uma fração decimal e abordar a notação de percentagem.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA E RECOLHA DE DADOS

III.1. Contexto do estudo

Este estudo foi desenvolvido numa turma do 4.º ano de escolaridade do 1.º CEB numa escola da região de Coimbra. A turma era composta por 20 alunos, sendo que existiam 11 raparigas e 9 rapazes. Relativamente às idades, 8 alunos tinham 10 anos e os restantes elementos da turma tinham 11 anos. Na turma existiam seis alunos com família monoparental e a grande maioria dos alunos tinha nacionalidade portuguesa, à exceção de uma aluna com nacionalidade francesa, que apresenta algumas dificuldades na comunicação e compreensão da língua portuguesa. É de salientar que integrava dois alunos retidos, aos quais lhes estavam a ser instruídos conteúdos dos 1.º e 2.º anos, por estarem identificados como alunos que têm NEE, uma vez que as suas capacidades cognitivas são inferiores ao suposto para as suas idades. Estes alunos encontravam-se inseridos neste ano de escolaridade, por não existirem vagas nas respetivas salas de aula.

De uma forma geral, os alunos desta turma tinham um bom aproveitamento em todas as áreas curriculares, revelando facilidade de aprendizagem, ainda que tenham sido identificadas fragilidades, em alguns alunos, no domínio da leitura e interpretação de enunciados no domínio da disciplina de Português e, no domínio da Matemática, no conteúdo dos *Números Racionais*. Durante a realização da prática educativa, estas dificuldades foram identificadas com a realização de tarefas matemáticas e da resolução de problemas.

Atendendo a estas dificuldades importa ainda realçar os diferentes ritmos de aprendizagem que dificultavam, de certa forma, a compreensão e o objetivo das tarefas. Por este motivo, optou-se por solicitar a realização individual das tarefas implementadas para a realização do estudo, por forma a identificar e avaliar essas dificuldades e, por outro lado, reconhecer as respetivas evoluções.

A turma estava familiarizada, com o acompanhamento da Professora Cooperante, em realizar tarefas envolvendo a resolução de problemas, utilizando um único método: a utilização de cálculos, sendo exigido o registo dos dados, das operações e das indicações. Até à data da minha intervenção para o estudo, os alunos resolviam os problemas encontrados no manual da disciplina, embora poucos estivessem relacionados com a adição e subtração de números fracionários com o mesmo denominador e com a

multiplicação de um número fracionário com um número natural. Neste sentido, os alunos resolviam na sua grande maioria situações problemáticas envolvendo os números naturais.

III.2. Descrição da metodologia de investigação

A intervenção no âmbito deste estudo, realizada entre janeiro e junho de 2022, foi planificada, implementada e analisada seguindo uma metodologia de natureza qualitativa, descritiva e interpretativa (Bodgan & Biklen, 2007), baseada na perspetiva de Cheng e Ling (2013) em três momentos fulcrais: *Planear*; *Executar* e *Analisar* (tabela 1).

Tabela 1

Metodologia da Investigação

Planear	Executar	Analisar
- Reconhecimento das dificuldades dos alunos: Resolução e Formulação de problemas e operações com números racionais; - Elaboração de 3 tarefas, englobando a resolução de 3 problemas e a formulação de 3 problemas.	- Implementação das tarefas em sala de aula; - Recolha dos dados através da observação, trabalho dos alunos e registos fotográficos e de áudio.	-Análise, interpretação e reflexão dos dados da investigação.

Nesta ótica, no primeiro momento da metodologia, *Planear*, foram identificadas dificuldades no desempenho dos alunos durante a resolução de tarefas, que envolviam a adição e subtração de números fracionários (Ministério da Educação, 2021) e a multiplicação de números fracionários por um número natural (Ministério da Educação, 2021). Relativamente à adição e subtração de frações, os alunos sentiam dificuldade em compreender os diferentes significados das frações, na representação de frações e ideias matemáticas associadas aos problemas, na representação gráfica e na transformação dos números inteiros e decimais para representações em fração. Em relação à multiplicação de frações, a maioria dos alunos sentia dificuldades em reconhecer os diferentes

significados das frações, através da conceção da unidade e em identificar a própria unidade. Assim, foram elaboradas 3 tarefas que englobaram a resolução de 3 problemas e a formulação de 3 problemas, que foram aplicados em momentos distintos.

No segundo momento da metodologia, *Executar*, os alunos executaram as tarefas individualmente e, as suas resoluções, posteriormente foram exploradas em sala de aula. Durante as implementações, realizou-se a recolha dos dados através da observação, do trabalho dos alunos e dos registos fotográficos e de áudio.

No terceiro e último momento, *Analisar*, os dados resultantes das intervenções foram submetidos a análise, interpretação e reflexão.

A experiência de ensino foi constituída por três intervenções (A, B e C), realizadas em 9 momentos (tabela 2). Em cada intervenção existiu um primeiro momento de resolução e formulação de um problema, um segundo momento de discussão da resolução do problema e um terceiro momento de discussão das formulações dos problemas. As intervenções integraram conteúdos abordados ao longo do ano, como a adição e subtração de números fracionários não negativos e a multiplicação de um número fracionário não negativo por um número natural.

Tabela 2*Tarefas implementadas na investigação*

Intervenção		Data	Duração (minutos)	Estratégia
1.ª	Realização da tarefa A: Resolução e formulação de problemas	18/01/2022	30	Trabalho individual
	Discussão da tarefa A1	24/01/2022	90	Análise das resoluções corretas e incorretas
	Discussão da tarefa A2	25/01/2022	90	Análise de uma formulação e resolução de um aluno
2.ª	Realização da tarefa B: Resolução e formulação de problemas	21/02/2022	30	Trabalho individual
	Discussão da tarefa B1	22/02/2022	90	Análise das resoluções incorretas e corretas
	Discussão da tarefa B2	28/02/2022	90	Formulação de um problema coletivo
3.ª	Realização da tarefa C: Resolução e formulação de problemas	14/06/2022	30	Trabalho individual
	Discussão da tarefa C1	20/06/2022	90	Análise das resoluções corretas e incorretas
	Discussão da tarefa C2	28/06/2022	90	Formulação de um problema coletivo

1.ª Intervenção

O primeiro momento consistiu na realização da tarefa A: a resolução de um problema (A1), intitulado de “A leitura de um livro” (apêndice 1.1.), envolvendo a adição e subtração de números fracionários, e a formulação de um problema (A2) que, segundo Stoyanova e Ellerton (1996), categorizamos como situação *Semiestruturada* (apêndice 1.4.). Nesta sessão, com a duração de 30 minutos, foi distribuída uma folha com a tarefa para que os alunos a realizassem individualmente e de forma autónoma. No término do período estipulado para a concretização da tarefa, as folhas foram recolhidas para uma posterior análise em aula.

O segundo momento, com a duração de 90 minutos, procurou explorar as produções dos alunos na tarefa A1, relativa à resolução do problema “A leitura de um livro”, com o objetivo de retificar algumas incorreções encontradas. Para isso, a investigadora compilou algumas das resoluções dos alunos (apêndice 1.2.), que foram projetadas, contendo diferentes estratégias de resoluções corretas e terminou com algumas resoluções parcialmente corretas, a fim de serem identificadas as gralhas e corrigidas.

O terceiro, e último momento da primeira intervenção, teve como finalidade a análise da formulação e respetiva resolução de um aluno (tarefa A2), para que, em grande grupo, fosse explorado, corrigido e resolvido de uma forma distinta da previamente projetada (apêndice 1.5.).

2.ª Intervenção

O primeiro momento, da segunda intervenção, consistiu na realização da tarefa B: a resolução de um problema (B1), intitulado de “As bolachas de chocolate” (apêndice 2.1.), envolvendo a adição e a subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural, e a formulação de um problema (B2) de situação *Semiestruturada* (apêndice 2.4.) tendo por base a categorização de Stoyanova e Ellerton (1996). No início da sessão, a investigadora entregou uma folha com a tarefa, para que fosse resolvida individual e autonomamente, durante 30 minutos. No final do momento, as folhas foram recolhidas para posterior análise em aula.

No segundo momento, realizado em 90 minutos, exploraram-se as produções dos alunos da tarefa B1, relativa à resolução do problema “As bolachas de chocolate”, para retificar incorreções detetadas. Para isso, a investigadora organizou algumas das resoluções dos alunos (apêndice 2.2.), tendo estas sido projetadas para discussão das diferentes estratégias de resolução parcialmente corretas, a fim de serem retificadas e corrigidas, terminando com a análise de resoluções corretas.

O terceiro, e último momento da primeira intervenção, teve como finalidade a formulação de um problema em grande grupo e a sua respetiva resolução, partindo dos dados apresentados pela tarefa B2 (apêndice 2.4.).

3.ª Intervenção

O primeiro momento da última intervenção cumpriu o mesmo objetivo das anteriores, consistindo na realização da tarefa C: a resolução de um problema (C1) de “As férias da Débora” (apêndice 3.1.), envolvendo a adição e subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural, e a formulação de um problema (C2) de situação *Semiestruturada* (apêndice 3.3.), segundo Stoyanova e Ellerton (1996). A sessão iniciou com a entrega de uma folha com a tarefa, para que fosse resolvida individual e autonomamente, durante 30 minutos. No término do período estipulado para a concretização da tarefa, as folhas foram recolhidas para uma posterior análise.

O segundo momento, realizado em 90 minutos, procurou explorar as produções dos alunos na tarefa C1, relativa à resolução do problema “As férias da Débora”, com o objetivo de retificar algumas incorreções encontradas. Para isso, a investigadora agrupou algumas das resoluções dos alunos (apêndice 3.2.), que foram projetadas contendo diferentes estratégias de resoluções corretas e terminado com algumas resoluções parcialmente corretas, a fim de serem identificadas e corrigidas em aula.

O terceiro, e último momento da intervenção, teve como objetivo a formulação de um problema coletivo, partindo dos dados disponibilizados pela tarefa C2 (apêndice 3.3.).

III.3. Recolha de dados

A recolha de dados foi realizada no segundo momento referido na metodologia, *Executar*, na perspetiva de Bodgan e Biklen (2007). Como instrumentos de recolha de dados foram utilizados: observação direta do trabalho dos alunos, a partir da qual se realizaram notas de campo, registos fotográficos, registos áudio e as produções dos alunos.

A partir dos dados obtidos, foram elaboradas as transcrições das sessões (apêndice 1.3.; apêndice 1.5.; apêndice 2.3.; apêndice 3.4.). Contudo, do total das tarefas exploradas, apenas quatro foram transcritas (tarefa A1, tarefa A2, tarefa B1 e tarefa C2), uma vez que os áudios relativos aos outros momentos ficaram danificados, não tendo sido possível efetuar a sua recuperação.

CAPÍTULO IV – ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

IV.1. Análise dos dados

A análise dos dados foi sustentada no processo de Hesse-Biber e Leavy (2011), que a descrevem em quatro etapas: I – *Preparação dos dados*; II – *Exploração dos dados*; III – *Redução dos dados* e IV – *Interpretação dos dados*.

A primeira etapa, *preparação dos dados*, consistiu na seleção das informações recolhidas, nomeadamente a partir da observação das sessões, dos registos fotográficos e das gravações áudio, e que assume uma perspetiva mais interpretativa. As duas etapas seguintes, *exploração e redução dos dados*, associam-se, uma vez que foram realizadas leituras das informações recolhidas e uma posterior codificação. Foi, através destas etapas, que se realizaram a integração de ideias e a relação entre todos os dados, de forma mais analítica. A última etapa, *interpretação dos dados*, completou as anteriores, visto que possibilitou à investigadora compreender a pertinência sobre os dados recolhidos, a fim de os avaliar.

Para a interpretação dos dados, analisaram-se as resoluções dos alunos segundo as classificações de Cavalcanti (2001). A seguinte tabela 3 sintetiza as categorizações selecionadas, evidenciando as classificações atribuídas pelos autores bem como uma breve definição sobre as mesmas.

Tabela 3

Síntese sobre as classificações utilizadas nas resoluções dos alunos

Categorização	Classificação	Definição
Cavalcanti (2001)	<i>Cálculos</i>	Utilização de operações aritméticas
	<i>Desenho</i>	Utilização de representações gráficas

Relativamente às formulações dos alunos, considerou-se a categorização de Stoyanova e Ellerton (1996) e de Boavida et al. (2008), onde através da tabela 4 conseguimos analisar as classificações utilizadas pelos autores.

Tabela 4*Síntese sobre as classificações utilizadas nas formulações dos alunos*

Categorização	Classificação/Definição	
Christou et al. (2005)	<i>Formular um problema através de uma situação livre</i>	
	<i>Formular um problema, partindo de informações</i>	
	<i>Formular questões para situações problemáticas</i>	
	<i>Formular problemas, partindo de uma expressão de cálculo.</i>	
	<i>Formular um problema para uma resposta descrita</i>	
Boavida et al. (2008)	<i>Ser problemático</i>	O problema deve possuir um contexto e não deve ser de solução imediata
	<i>Ser desafiante</i>	Na perspetiva da Matemática, o problema deve ser intelectualmente estimulante e interessante
	<i>Ser adequado</i>	Relacionar os conhecimentos prévios dos alunos com novos conhecimentos
	<i>Mais do que um processo de resolução</i>	Possibilidade de existir mais do que uma estratégia de resolução

Com os dados obtidos durante a investigação realizam-se transcrições dos diálogos, mais prudente para a análise dos respetivos conteúdos. O facto de o estudo ter sido realizado durante o período pandémico da Covid-19 trouxe alguns constrangimentos, uma vez que os alunos estavam frequentemente ausentes das aulas. Por este motivo, não foi possível implementar as tarefas e obter os respetivos dados de todos os alunos da turma. Assim, para a elaboração deste estudo foi necessário realizar uma prévia seleção dos dados recolhidos.

É ainda de realçar que a professora titular da turma (e Professora Cooperante da investigadora) utilizava habitualmente como estratégia de resolução de problemas o registo dos “dados”, da “indicação” e da “operação”. Por este motivo, ao longo das resoluções dos alunos é perceptível a utilização destas indicações como proposta de resolução dos problemas, visto que eram frequentemente utilizadas pelos alunos.

IV.1.1. Análise da tarefa A

A tarefa A, proposta aos alunos, envolve a Resolução de problemas, Raciocínio e Comunicação, no domínio Números e Álgebra, nomeadamente a adição e subtração de números fracionários não negativos (Ministério da Educação, 2021). Esta tarefa tem duas partes: A primeira (A1) é referente à resolução de problemas (figura 1; apêndice 1.1.) e a segunda (A2) à formulação de um problema e à sua respetiva resolução (figura 7; apêndice 1.4.).

IV.1.1.1 Análise da tarefa A – parte 1

A parte 1 da tarefa A (figura 1; apêndice 1.1.) representa um *problema de dois ou mais passos*, segundo a classificação de Charles e Lester (1986). Este problema envolve o domínio Números e Álgebra, mais especificamente a adição e a subtração de números fracionários não negativos (Ministério da Educação, 2021).

Figura 1

Enunciado da tarefa A – parte 1

Tarefa A (Parte 1) - A leitura de um livro Nas férias de Natal, a Paula começou a ler o livro “A maior flor do mundo” de José Saramago. Durante as férias, leu $\frac{2}{5}$ do livro e, desde que as aulas começaram, leu $\frac{1}{5}$. A professora pretende que os alunos leiam $\frac{4}{5}$ do livro até ao final do 2º período. Que fração do livro falta ler à Paula para cumprir a pretensão da professora? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.
--

Na realização deste problema (figura 1; apêndice 1.1.), 14 alunos aplicaram, segundo Cavalcanti (2001), como *estratégias de resolução a utilização de cálculo* (figura 2, figura 3, figura 5 e figura 6) e 1 aluno a *resolução através do desenho e de cálculo* (figura 4).

Figura 2

Resolução da tarefa A1 pelo Aluno Q

Dados	Indicação	Operação
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$	
$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$	
$\frac{4}{5}$		

R: Falta ler ~~na~~ $\frac{1}{5}$ do livro.

Figura 3

Resolução da tarefa A1 pelo Aluno P

R: Falta ler $\frac{1}{5}$, porque ~~já~~ ~~foi~~ ~~leu~~ $\frac{3}{5}$

~~Perceber que um pouco mais rápido não.~~

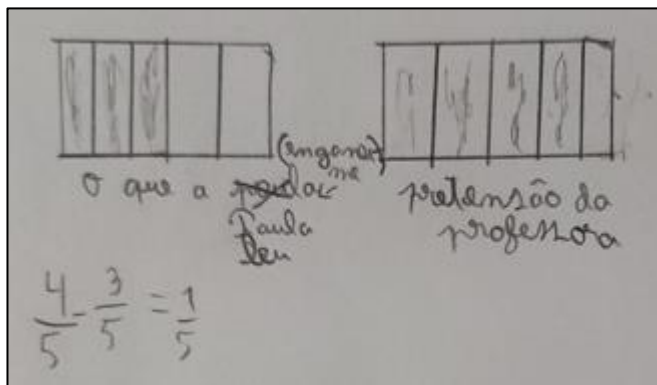
$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

As duas figuras anteriores (figura 2 e 3) revelam que os alunos não demonstraram dificuldades na resolução do problema. Os dois alunos compreenderam o enunciado do problema, tendo interpretado corretamente o significado das frações na sua relação *parte-todo* e identificado o conceito de unidade em cada um dos problemas.

Na utilização de um desenho (figura 4), apenas por um aluno, evidencia-se a compreensão do conceito de unidade, conseguindo repartir a unidade em partes iguais. Além disso, representa corretamente o número fracionário correspondente a cada desenho construído. Conclui o seu raciocínio recorrendo ao cálculo a fim de dar resposta ao problema.

Figura 4

Resolução da tarefa A1 pelo Aluno K



Em duas resoluções (figura 5 e figura 6), através da *utilização do cálculo*, surgiram algumas dificuldades de resolução, não operando corretamente com o valor $\frac{4}{5}$.

Figura 5

Resolução da tarefa A1 pelo Aluno G

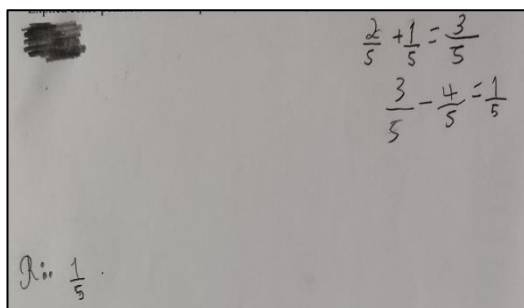
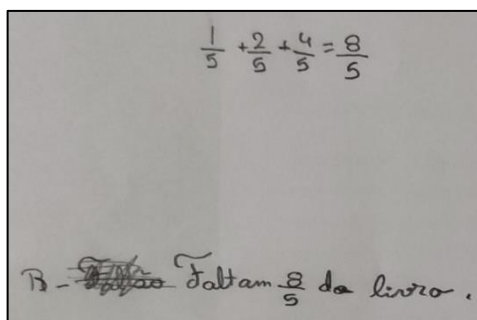


Figura 6

Resolução da tarefa A1 pelo Aluno D



Na figura 5, o aluno troca o aditivo com o subtrativo, não conseguindo verificar qual a maior fração, quando regista a operação. No entanto, efetua a operação ao contrário, chegando ao resultado correto, a partir dos valores considerados o aditivo e o subtrativo. Durante a discussão em sala de aula, foi possível verificar que os alunos têm consciência da impossibilidade de efetuar a operação quando o subtrativo é superior ao aditivo:

Alguns alunos: Está mal.

Professora estagiária: Está mal....

Aluno F: É impossível de resolver isso.

Professora estagiária: Aluno A, o que é que me tens a dizer?

Aluno A: Que é impossível...

Professora estagiária: É impossível porquê? Então vem aqui ao quadro explicar-me como tu farias. (O Aluno A dirigiu-se ao quadro)

Aluno F: Então porque qué que...

Professora estagiária: Aluno K, porque é que... também concordas que está mal?

Aluno K: Sim.

Professora estagiária: E então?

Aluno K: O aditivo tem mais que o subtrativo.

(Transcrição da discussão da tarefa A1 em sala de aula - Apêndice 1.3.)

Na figura 6, o aluno revela dificuldades na compreensão do enunciado, uma vez que não interpreta o significado dos números fracionários lá mencionados. Além disso, o aluno não compreende a definição de unidade retratada pelo problema. Na discussão em sala de aula, constatou-se que os alunos da turma não evidenciam dificuldades em identificar o número fracionário que representa a unidade, mencionando a impossibilidade desta resolução:

Aluno E: Ele não... ele não percebeu que nós tínhamos de subtrair e não adicionar...

Professora estagiária: Mas há uma coisa muito importante, que este aluno não conseguiu perceber. Que eu falei há bocadinho. Aluno C.

Aluno C: Como.... Qual é que era a pergunta que lá estava em cima...

Professora estagiária: Ok, certo. Mas não era bem isso que não queria chegar, não era bem aí que eu queria chegar. Vocês acham que oito quintos é possível neste contexto do problema?

Alguns alunos: Pois, não.

(...)

Professora estagiária: Aluno N.

Aluno N: Isso é mais de um livro.

Professora estagiária: Aii... e o que é isso de mais de um livro? Era aqui que eu queria chegar.

Aluno N: Porque... um livro são cinco quintos...

Professora estagiária: Certo, boa. E então?

Aluno N: E depois oito quintos já já é mais do do que um livro.

(Transcrição da discussão da tarefa A1 em sala de aula - Apêndice 1.3.)

IV.1.1.2. Análise da tarefa A – Parte 2

A parte 2 da tarefa A (figura 7; apêndice 1.4.) é caracterizado por Stoyanova e Ellerton (1996) como uma *situação semiestrutura*. A grande maioria dos alunos revelou dificuldades na formulação do problema, não tendo conseguido produzir um enunciado com os dados fornecidos. Em relação à resolução dessas formulações, não se identificaram dificuldades no domínio dos números racionais.

Figura 7

Enunciado da tarefa A – Parte 2

Tarefa A (Parte 2) –

Inventa um problema utilizando os valores apresentados a seguir: $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{6}$.

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Este enunciado classifica-se, de acordo com Charles e Lester (1986), como *problemas de um passo e problemas de dois ou mais passos*. Na resolução dos problemas formulados pelos alunos, pela perspetiva de Cavalcanti (2001), identificou-se apenas a *utilização de cálculo como estratégia de resolução*.

Os problemas propostos pelo Alunos P (figura 8), Aluno D (figura 9) e Aluno Q (figura 10) classificam-se como *problemas de um passo* (Charles & Lester, 1986), uma vez que podem ser resolvidos pela utilização de uma única operação aritmética: subtração ou adição.

O Aluno P formulou um problema (figura 8) *pouco problemático e desafiante* (Boavida, 2008). Este aluno demonstrou alguma dificuldade em se expressar aquando da formulação da questão. Isto é, o aluno provavelmente queria referir-se à fração de livros usados e não ao número exato de livros utilizados. E é, por este motivo, que a sua resolução ficou comprometida. O Aluno P regista corretamente as três frações no domínio da operação, no entanto obteve uma soma incorreta, ao ter apresentado como resultado apenas a soma dos numeradores, não colocando nenhum valor como denominador. Assim, o Aluno P não interpretou os significados de fração na relação parte-todo e das suas relações.

Figura 8

Formulação e resolução da tarefa A2 pelo Aluno P

Se peguemos - fizemos usámos $\frac{2}{6}$ dos livros, na terça $\frac{5}{6}$ e na quarta $\frac{1}{6}$
Quantos livros usaram ao todo na segunda, terça e quarta feiras?

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 8$$

Usaram -> ao todo 8 livros.

O Aluno D formulou um problema (figura 9) *pouco problemático e desafiante* (Boavida, 2008), utilizando pouca informação por forma a elaborar um problema mais adequado. A

resolução apresentada pelo Aluno D revela algumas dificuldades no domínio das operações com números racionais, nomeadamente na adição de números racionais.

Figura 9

Formulação e resolução da tarefa A2 pelo Aluno D

Os chapéus de chuva
 duma fábrica de chapéus de chuva ~~receberam~~ na segunda $\frac{1}{6}$
 na terça $\frac{5}{6}$ e na quarta $\frac{2}{6}$.
 - Quantos chapéus recebeu ao todo?

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6}$$

 R: ~~Receberam~~ recebeu ao todo $\frac{8}{6}$.

O Aluno Q formulou um problema idêntico ao apresentado na figura 1, tendo utilizado premissas semelhantes. Ainda assim, a Figura 10 ilustra uma *situação problemática e adequada* (Boavida, 2008). Este aluno conseguiu resolver corretamente o problema que formulou, revelando compreender o conceito de unidade e em interpretar o significado das frações.

Figura 10

Formulação e resolução da tarefa A2 pelo Aluno Q

Nas férias de Carnaval, o Rodrigo recebeu uma caixa com
 bolachos. Até ao final das férias comeu $\frac{2}{6}$ da caixa e a mãe
 disse para ele deixar ~~uma~~ $\frac{1}{6}$ para o pai. ~~Ele tinha de comer~~
 Sabendo que ele só ia comer $\frac{5}{6}$ da caixa, quanto restou e
 que ele tinha de comer?

Dados	Indicação	Operação
$\frac{2}{6}$	$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$	
$\frac{1}{6}$		
$\frac{5}{6}$		

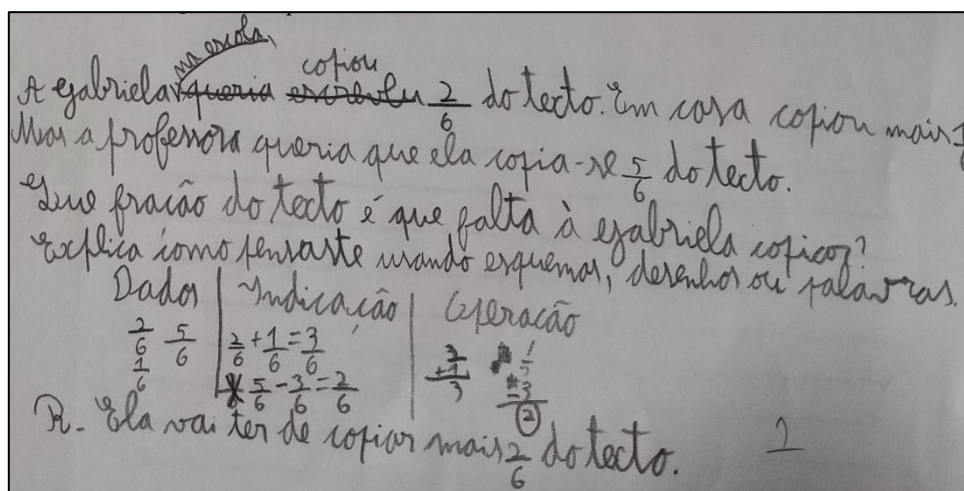
 R: Ele tinha de comer mais $\frac{3}{6}$.

Os problemas propostos pelo Aluno G (figura 11) e pelo Aluno B (figura 12) classificam-se como *problemas de dois ou mais passos* (Charles e Lester, 1986), uma vez que, para serem resolvidos, é necessário recorrer a mais do que uma operação aritmética.

O Aluno G formulou um problema idêntico ao apresentado pela tarefa A1 (figura 1), tendo utilizado premissas semelhantes. Ainda assim, a figura 11 ilustra um *problema formulação problemática e adequada* (Boavida, 2008). Este aluno conseguiu resolver o problema formulado revelando compreender o conceito de unidade no contexto do problema e em interpretar o significado das frações.

Figura 11

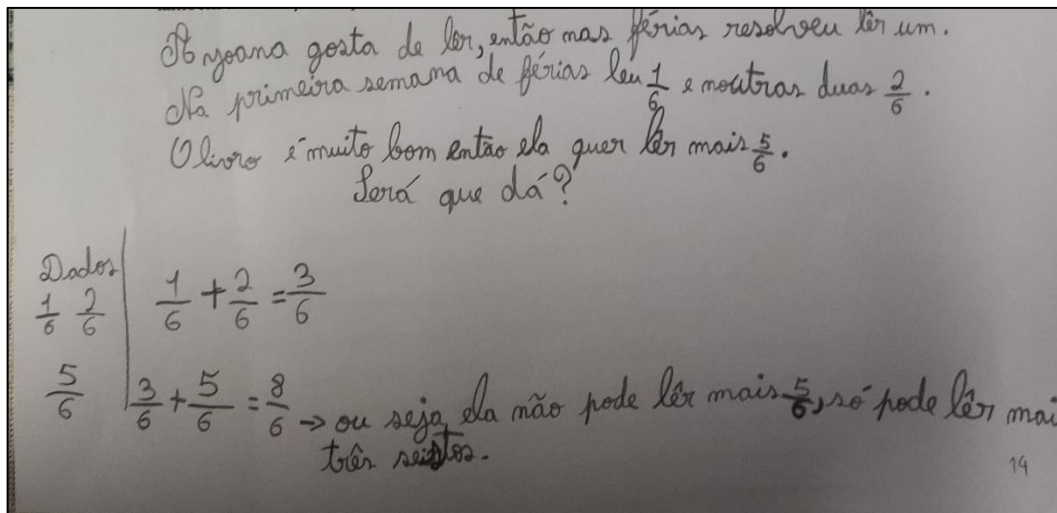
Formulação e resolução da tarefa A2 pelo Aluno G



O Aluno B formulou um *problema desafiante e adequado* (Boavida, 2008). Neste sentido, a estruturação do problema proposta pelo Aluno B (figura 12) evidencia a consciência da definição de unidade no problema e da interpretação das frações na relação *parte-todo*. Através da figura 12, o Aluno B demonstra esse domínio.

Figura 12

Formulação e resolução da tarefa A2 pelo Aluno B



Na discussão em sala de aula explorou-se a resolução do Aluno Q (figura 10), com o objetivo de, primeiro, analisar a resolução proposta por esse aluno e, de seguida, utilizar uma estratégia de resolução do problema diferente envolvendo a *utilização de esquemas ou desenhos*.

No primeiro momento de discussão em sala de aula relativo à exploração do enunciado do Aluno Q, foi possível identificar as dificuldades que os alunos apresentam no domínio do significado das frações que constam na formulação proposta pelo Aluno Q:

Professora estagiária: Os cinco sextos corresponde ao quê?

Aluno B: Pois, eu não percebi isso.

Professora estagiária: Exatamente. Um sexto é para o pai. Aluno H, continua lá a ler.

Aluno H: Sabendo que ele só ia comer cinco sextos, da caixa. Quantoos... sextos, é que ele... tiii... tinha de comer?

Professora estagiária: Então o que representa estes cinco sextos? Aluno I.

Aluno I: O que o pai tinha de comer.

(Transcrição da discussão da tarefa A2 em sala de aula - Apêndice 1.5.)

Estas dificuldades foram colmatadas através da análise da resolução do Aluno Q, uma vez que foi possível verificar que os alunos conseguiram interpretar o significado dos números fracionários e, além disso, verificar que os alunos têm consciência da importância de efetuar a operação sendo aditivo maior do que o subtrativo:

Professora estagiária: Como é que este aluno resolveu o seu problema? Aluno K. O que é que ele fez? Identificou os dados, muito bem. E depois?

Aluno K: Pôs como aditivo cinco sextos... e subtrativo dois sextos...

Professora estagiária: Então os cinco sextos representam o quê? Vamos lá por partes.

Aluno K: O que ele queria comer.

(Transcrição da discussão da tarefa A2 em sala de aula - Apêndice 1.5.)

A estratégia utilizada para resolver a situação problemática, a *utilização de esquema ou desenho* (Cavalcanti, 2001), revelou-se muito positiva, uma vez se verificou a compreensão do problema tanto no domínio do significado dos números racionais, quanto à identificação do resultado apenas com os esquemas/desenhos:

Professora estagiária: Aluno I, explica lá então.

Aluno D: O que é o laranja?

Professora estagiária: Este é a parte que o Rodrigo já comeu. E a parte que pai... irá comer.

Aluno H: Vai comer.

Professora estagiária: Então o Rodrigo poderá comer quantos? Quantos sobram? Quantas... que parte da fração... hum... falta?

Alunos em coro: Três sextos!

Aluno L: Mas pelo desenho já podemos chegar à solução.

(Transcrição da discussão da tarefa A2 em sala de aula - Apêndice 1.5.)

IV.1.2. Análise da tarefa B

A tarefa B proposta aos alunos envolve a Resolução de problemas, Raciocínio e Comunicação, no domínio Números e Álgebra, nomeadamente a adição e subtração de números fracionários não negativos e a multiplicação de um número fracionário com um número inteiro (Ministério da Educação, 2021). Esta tarefa engloba duas partes: A primeira (B1) é referente à resolução de problemas (figura 13; apêndice 2.1.) e a segunda (B2) à formulação de um problema e à sua respetiva resolução (figura 20; apêndice 2.4.).

IV.1.2.1 Análise da tarefa B – parte 1

A parte 1 da tarefa B (figura 13; apêndice 2.1.) representa um *problema de dois ou mais passos*, segundo a classificação de Charles e Lester (1986). Este problema envolve o domínio Números e Álgebra, abrangendo a adição e a subtração de números fracionários não negativos e da multiplicação de um número fracionário por um número inteiro (Ministério da Educação, 2021).

Figura 13

Enunciado da tarefa B – parte 1

A Francisca confeccionou, com a sua mãe, 125 bolachas de chocolate. Decidiu oferecer $\frac{3}{5}$ dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago. Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Na resolução deste problema (figura 13; apêndice 2.1.), 9 alunos aplicaram, segundo Cavalcanti (2001), como estratégias de resolução a *utilização de cálculo* (figura 14, figura 15, figura 16, figura 17) e 2 alunos a resolução através do *desenho e de cálculo* (figura 18 e figura 19).

O Aluno Q (figura 14) não demonstrou dificuldades na resolução do problema. Compreendeu o enunciado, tendo interpretado corretamente o significado das frações na sua relação parte-todo e o sentido da fração enquanto operador e identificado a unidade

discreta composta por 125 bolachas e, posteriormente, a unidade discreta composta por 50 bolachas no problema.

Figura 14

Resolução da tarefa B1 pelo Aluno Q

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

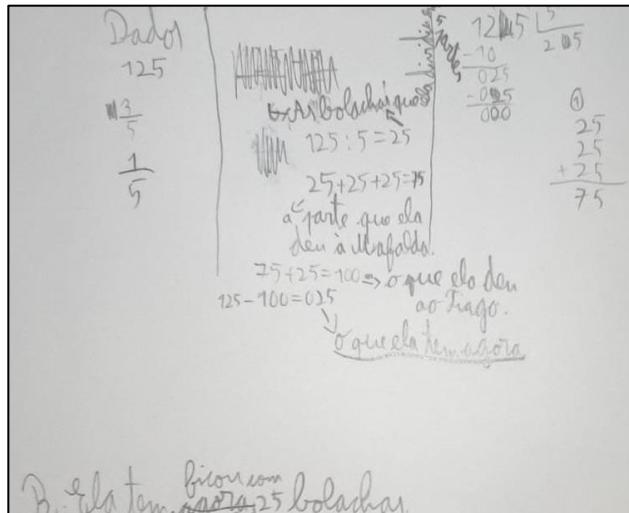
Dados	Indicação	Operação
125 $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5}$	125 : 5 = 25 → para saber qual é a quinta parte das bolachas. 3 x 25 = 75 → para saber quantas bolachas a Francisca deu à bafalda.	$\begin{array}{r} 125 \\ -10 \\ \hline 025 \\ -25 \\ \hline 00 \end{array}$
	125 - 75 = 50 → saber quantas bolachas sobraram. 50 : 5 = 10 → saber quantas bolachas ela deu ao Tizago.	$\begin{array}{r} 125 \\ -75 \\ \hline 050 \end{array}$
	50 - 10 = 40 → saber quantas bolachas restaram.	$\begin{array}{r} 50 \\ -10 \\ \hline 40 \end{array}$

PB - A Francisca ficou com 40 bolachas.

O Aluno G (figura 15) evidenciou algumas dificuldades na compreensão do enunciado. Conseguiu identificar o número de bolachas a que corresponde cada número fracionário, ainda que não tenha recorrido à multiplicação, no entanto não compreendeu o significado da expressão “das restantes” do enunciado do problema, uma vez que utilizou nos diferentes cálculos a referência do valor inicial de bolachas, mesmo que já tivesse distribuído parte dessas bolachas.

Figura 15

Resolução da tarefa B1 pelo Aluno G



No momento de discussão em sala de aula, esta foi uma das resoluções utilizada, tendo a turma identificado que o erro nesta resolução se devia ao facto de o aluno não ter compreendido uma premissa do enunciado:

Professora estagiária: Pois... Porquê? Porque este aluno não leu uma parte muito importante do problema.

Alunos em coro: Das restantes.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno J: Deu a quinta parte das restantes.

Professora estagiária: O que é que este aluno fez? Utilizou os três quintos das bolachas... Foi isso? (Direcionando-se para o Aluno B).

Aluno B: Sim.

Professora estagiária: Foi? Percebem?

Alunos em coro: Sim.

Aluno D: Ele fez... Ele conseguiu chegar ao número de bolachas que a Francisca deu à Mafalda, mas depois não fez com as restantes, nem a dividir, ele deu logo mais vinte e cinco.

Professora estagiária: Exatamente (...).

(Transcrição da discussão da tarefa B1 em sala de aula - Apêndice 2.3.)

O Aluno K (figura 16) evidenciou na sua resolução alguma compreensão do enunciado, na medida em que associa corretamente o número de bolachas ao número fracionário que lhe corresponde, ainda que não tenha recorrido à multiplicação. No entanto, não compreende uma premissa do enunciado que lhe confere uma resolução posteriormente incorreta. O Aluno K realiza corretamente a adição e subtração de números fracionários, mencionando o número de bolachas a que correspondem a soma e a diferença. Este aluno compreende ainda qual é a fração que representa a unidade e utiliza-a, na sua resolução, corretamente.

Figura 16

Resolução da tarefa B1 pelo Aluno K

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. On the left, there is a vertical list of fractions: $\frac{5}{5} = 125$, $\frac{3}{5}$, and $\frac{1}{5}$. To the right of this list, there is a horizontal line. Above the line, there is a calculation: $\frac{125}{10} \div \frac{5}{25}$. Below the line, there is a calculation: $25 = \frac{1}{5}$. To the right of this, there is a calculation: $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 100$. Further to the right, there is a calculation: $\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 25$. At the bottom, there is a conclusion: "R: a Francisca ficou com 25 bolachas."

Em sala de aula, esta resolução foi analisada e os alunos conseguiram compreender a resolução do Aluno K e qual o seu erro:

Aluno D: Pronto. Ele adicionou a fração de bolachas que ofereceu à Mafalda e ao Tomááss...

Professora estagiária: Ao Tiago, sim. E obteve...

Aluno D: E depois obteve quatro quintos.

Professora estagiária: Certo. E aquele cem representa o quê?

Aluno D: Equivale... Porque se fosse cinco quintos equivalia a cento e vinte e cinco, mas como é só quatro quintos, é menos vinte e cinco.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno D: E por isso dá cem.

Professora estagiária: Depois o aluno... Aluno B, depois o que é que o aluno fez?

Aluno B: Subtraiu o número de bolachas que receberam ao total de bolachas.

Professora estagiária: Certo. Neste caso chegou também às vinte e cinco bolachas.

Então qual foi o erro deste aluno?

Aluno J: Foi ter não lido... as restantes.

Professora estagiária: Das restantes.

Alunos em coro: Das restantes.

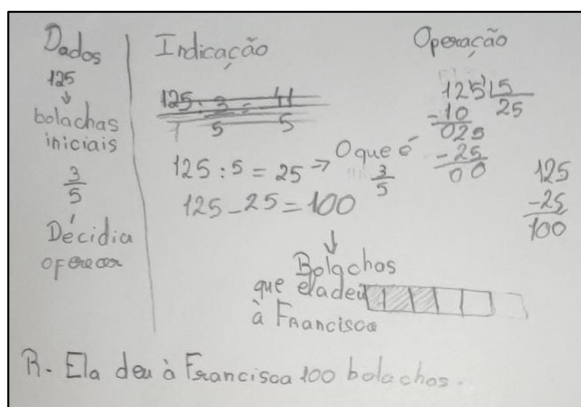
Professora estagiária: Exatamente.

(Transcrição da discussão da tarefa B1 em sala de aula - Apêndice 2.3.)

O Aluno D (figura 17) evidencia uma resolução semelhante à do Aluno K, na medida em que inicia o seu processo de resolução com a identificação e associação do número de bolachas ao número fracionário, ainda que não tenha recorrido à multiplicação. Este aluno realiza uma correta representação gráfica, tendo em consideração a unidade e a sua divisão em partes iguais. Por outro lado, não se compreende o seu objetivo por não estar identificado, suscitando dúvidas se representa a parte oferecida pela Francisca ou o número de bolachas oferecidas. Assim, se a pequena representação gráfica corresponder ao número de bolachas oferecidas, a representação encontra-se incorreta. O Aluno D demonstra uma resolução incorreta por ter efetuado má interpretação do enunciado.

Figura 17

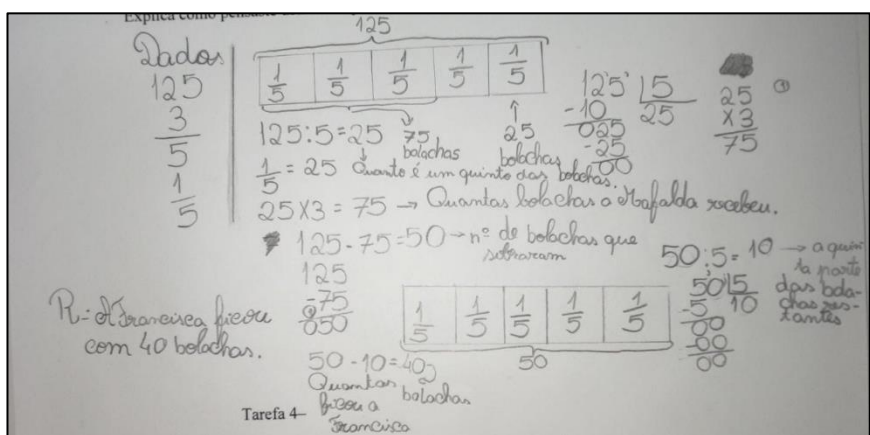
Resolução da tarefa B1 pelo Aluno D



Na utilização mista entre *cálculos e desenhos* (figura 18), o Aluno C evidencia compreensão da definição de unidade no problema, conseguindo repartir as partes de forma equitativa. Além disso, representa corretamente o significado dos números fracionários em cada desenho construído. O Aluno C necessita de recorrer ao cálculo, a fim de verificar o número de bolachas a que corresponde cada número fracionário e para dar resposta ao problema.

Figura 18

Resolução da tarefa B1 pelo Aluno C



A resolução do Aluno C foi também explorada em sala de aula e foi possível verificar que a grande maioria dos alunos não conseguiu compreender o significado das “restantes bolachas” no contexto do problema. Esta compressão só foi evidenciada quando se reproduziu a resolução utilizando apenas a *estratégia de desenho* (Cavalcanti, 2001):

Professora estagiária: Então, por exemplo, estas bolachas (apontando para os três primeiros retângulos do esquema do quadro) e depois vou tirar das que eu te dei para dar aos outros meninos.

Aluno J: Não.

Professora estagiária: Então? O que é que se faz?

Aluno K: Ela tem de subtrair a cento e vinte e cinco setenta e cinco.

Professora estagiária: Por exemplo, é um caminho. Então aponta-me aí (referindo-se ao esquema do quadro) qual é a parte... que corresponde às restantes.

Aluno K: Ah... (Apontando para os dois últimos retângulos do esquema)

Professora estagiária: (...) Então eu tenho cinco quintos, que são cento e vinte e cinco bolachas. Já descobrimos que a Francisca deu setenta e cinco à... à Mafalda. Quantas é que sobraram? Quantas é que são as bolachas restantes?

Alguns alunos: Ahhhh!

Professora estagiária: Aluno P.

Aluno P: Dois das bolachas...

Professora estagiária: Dois quê?

Aluno P: Dois quintos das bolachas.

Professora estagiária: E dois quintos é o quê?

Aluno F: É a parte...

Professora estagiária: Ahh?

Aluno F: É a parte restante.

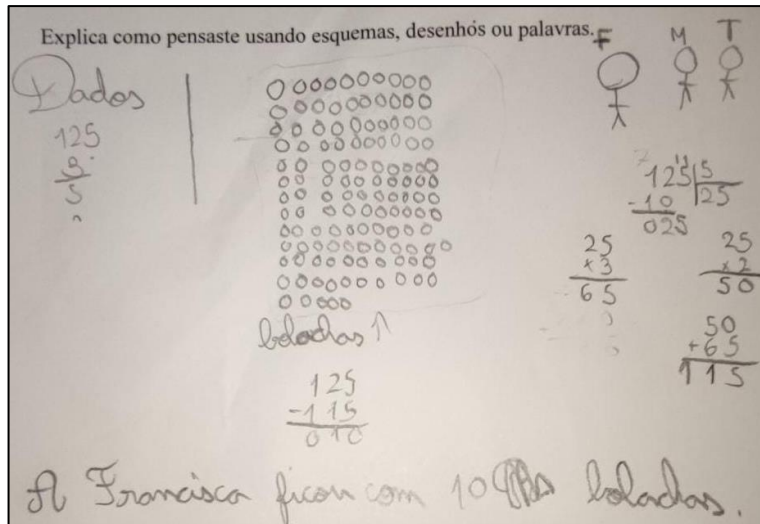
Professora estagiária: A parte restante.

(Transcrição da discussão da tarefa B1 em sala de aula - Apêndice 2.3.)

O Aluno P (figura 19) optou por representar as 125 bolachas, tendo ainda necessidade de utilizar cálculos. Este aluno identificou o número de bolachas, ainda que não tenha recorrido à multiplicação para o descobrir. No entanto, o aluno não compreende o enunciado e obtém um resultado incorreto.

Figura 19

Resolução da tarefa B1 pelo Aluno P



IV.1.2.2. Análise da tarefa B – parte 2

A parte 2 da tarefa B (figura 20; apêndice 2.4.), relacionada com a formulação de problemas, é caracterizado por Stoyanova e Ellerton (1996) como uma *situação semiestrutura*. A grande maioria dos alunos revelou dificuldades na formulação do problema, não tendo conseguido produzir um enunciado a partir dos dados. Na resolução dessas formulações, não se identificaram dificuldades no domínio dos números racionais.

Figura 20

Enunciado da tarefa B – Parte 2

Cria um enunciado de um problema utilizando os dados: 2 ; $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Na formulação de problemas, a partir deste enunciado encontram-se, de acordo com as classificações de Charles e Lester (1986), *problemas de um passo* e *problemas de dois ou mais passos*. Na resolução das formulações efetuadas pelos alunos, pela perspetiva de Cavalcanti (2001), identificou-se maioritariamente a utilização de *cálculo* como estratégia de resolução e apenas numa resolução *híbrida* entre o *desenho* e a *utilização de cálculos*.

O problema proposto pelo Aluno G (figura 21) e pelo Aluno D (figura 22) classificam-se como *problemas de um passo* (Charles e Lester, 1986), uma vez que podem ser resolvidos pela utilização de uma única operação aritmética: subtração ou adição.

O Aluno G elaborou um problema (figura 21) pouco *problemático e desafiante* (Boavida, 2008). Este aluno não demonstrou dificuldades de expressão na formulação da questão. Isto é, o aluno conseguiu elaborar um enunciado coerente e explícito. Por este motivo, o Aluno G apresenta uma resolução correta. O Aluno G regista corretamente a adição realizada, compreendendo como se realiza. Assim, o Aluno G interpretou os significados de fração na relação *parte-todo* e das suas relações, bem como identifica corretamente o número fracionários a que corresponde uma unidade.

Figura 21

Formulação e resolução da tarefa B2 pelo Aluno G

O Guilherme tinha duas maçãs. Ele deu ao seu amigo, Francisco, $\frac{2}{4}$.
 O avô do Francisco deu-lhe a ele mais $\frac{3}{4}$ de uma maçã.
 Que porção de maçã ficou agora o Francisco?
 $\frac{2}{4} - \frac{2}{4} = \frac{0}{4}$ ~~$\frac{2}{4} - \frac{2}{4} = \frac{0}{4}$~~ $\frac{3}{4} \rightarrow$ o que o Guilherme tem agora
 $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \rightarrow$ o que o Francisco tem agora
 R: O Francisco tem agora $\frac{5}{4}$ de maçãs.

O Aluno D (figura 22) produziu um *problema pouco problemático e desafiante* (Boavida, 2008). O aluno evidencia não ter dificuldades com a adição de dois números fracionários com o mesmo denominador, uma vez que realiza essa operação corretamente. No

entanto, o resultado que propôs do problema torna-se incoerente relativamente à questão redigida, visto que, na resolução, não é referida a quantidade de pães, mas sim a fração a que lhe corresponde.

Figura 22

Formulação e resolução da tarefa B2 pelo Aluno D

A.D. Lurdes tem uma Pastelaria.

Num dia vendeu $\frac{2}{4}$ pães e no dia seguinte vendeu $\frac{3}{4}$.

Quantos pães vendeu ao todo?

Dados	Indicação
$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$
$\frac{3}{4}$	

$\Rightarrow$ Para saber quantos pães vendeu

B.A.D. Lurdes vendeu $\frac{5}{4}$ pães.

Os problemas propostos pelo Aluno Q (figura 23), pelo Aluno K (figura 24) e pelo Aluno P (figura 25) classificam-se como problemas de dois ou mais passos (Charles e Lester, 1986), uma vez que, para serem resolvidos, é necessário recorrer a mais do que uma operação aritmética.

O Aluno Q estruturou um problema (figura 23) *problemático e um pouco desafiante* (Boavida, 2008), uma vez que menciona dados do problema importantes para o solucionar. Este aluno não revela dificuldades na construção do enunciado do seu problema, nem na sua resolução. Assim, o Aluno Q consegue responder corretamente à sua formulação, utilizando apenas os dados necessários ao processo.

Figura 23

Formulação e resolução da tarefa B2 pelo Aluno Q

O Gustavo comprou 2 dúzias de bombons.
 Deu $\frac{3}{4}$ a um amigo e ficou com $\frac{1}{4}$.
 Quantos bombons deu ao amigo?

Dados	Indicação	Operação
2×12	$2 \times 12 = 24 \rightarrow$ quantidade de bombons	$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$
$\frac{3}{4}$	$24 : 4 = 6 \rightarrow$ quarta parte dos bombons	$\begin{array}{r} 24 \overline{) 144} \\ \underline{-24} \\ 00 \end{array}$
$\frac{1}{4}$	$3 \times 6 = 18 \rightarrow$ bombons que ele deu ao amigo	$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$

Resposta: Gustavo deu 18 bombons ao amigo.

O Aluno K não sentiu dificuldades na formulação do problema (figura 24) construindo um *desafiante* (Boavida, 2008). Este aluno revela conhecimento matemático, ao realizar as adições e subtrações de dois números fracionários com o mesmo denominador de forma correta.

Figura 24

Formulação e resolução da tarefa B2 pelo Aluno K

também a resolução do problema que inventaste.

Exemplo: Francisco, com 25 bolachas fez 2 bolos. O irmão dele comeu $\frac{1}{4}$ e o irmão dele deu $\frac{1}{4}$ do bolo $\frac{1}{4}$ que o irmão dele comeu. Quantas bolachas deu ao irmão dele?

Resolução:

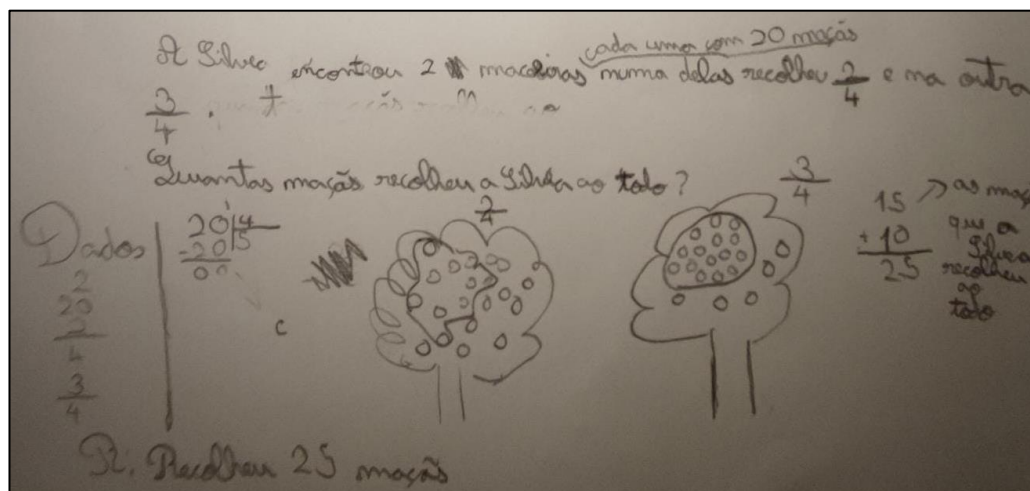
$\begin{array}{r} 2 \\ - \frac{2}{4} \\ \hline \end{array}$	$2 = \frac{8}{4}$	$\frac{4}{4} - \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$
$\begin{array}{r} - \frac{3}{4} \\ \hline \end{array}$	$1 = \frac{4}{4}$	$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
$\begin{array}{r} - \frac{1}{4} \\ \hline \end{array}$		$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$

Resposta: Francisco deu $\frac{2}{4}$ bolachas ao irmão dele.

O Aluno P formulou um problema (figura 25) *adequado e desafiante* (Boavida, 2008). O aluno optou por utilizar um esquema e alguns cálculos para o resolver. O seu problema envolve a multiplicação de um número natural por um número fracionário, recorre a desenhos representativos da situação, apresentando neles o resultado dessas operações aritméticas.

Figura 25

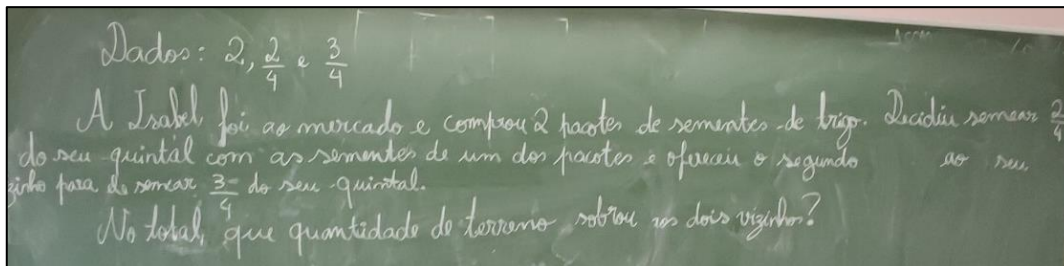
Formulação e resolução da tarefa B2 pelo Aluno P



Em sala de aula realizou-se ainda, em grande grupo, a formulação de um problema (figura 26), partindo do enunciado da tarefa B2. O problema formulado é *pouco desafiante* (Boavida, 2008). Importa referir que esta etapa ocorreu num momento posterior à discussão das formulações e resoluções dos alunos. O enunciado produzido foi sendo registado pela investigadora no quadro, à medida que, através dos momentos de discussão, as ideias iam sendo concluídas pelos alunos quando chegavam a um consenso.

Figura 26

Formulação de um problema em grande grupo



Este problema foi resolvido (figura 27) através de um *desenho* (Cavalcanti, 2001), pela indicação e sugestão dos alunos. Uma vez que o tempo para a conclusão da resolução do problema proposto pela turma era escasso, a investigadora optou por registar a resolução no quadro, ainda que só o tivesse feito com o consentimento de todos os alunos após os momentos de discussão, nomeadamente a exploração do conceito de unidade e a sua divisão em partes iguais. Desta forma, através desta estratégia de resolução, os alunos da turma não evidenciaram dificuldades em adicionar as partes do terreno que sobraram, não necessitando de realizar cálculos.

Figura 27

Resolução do problema formulado em grande grupo

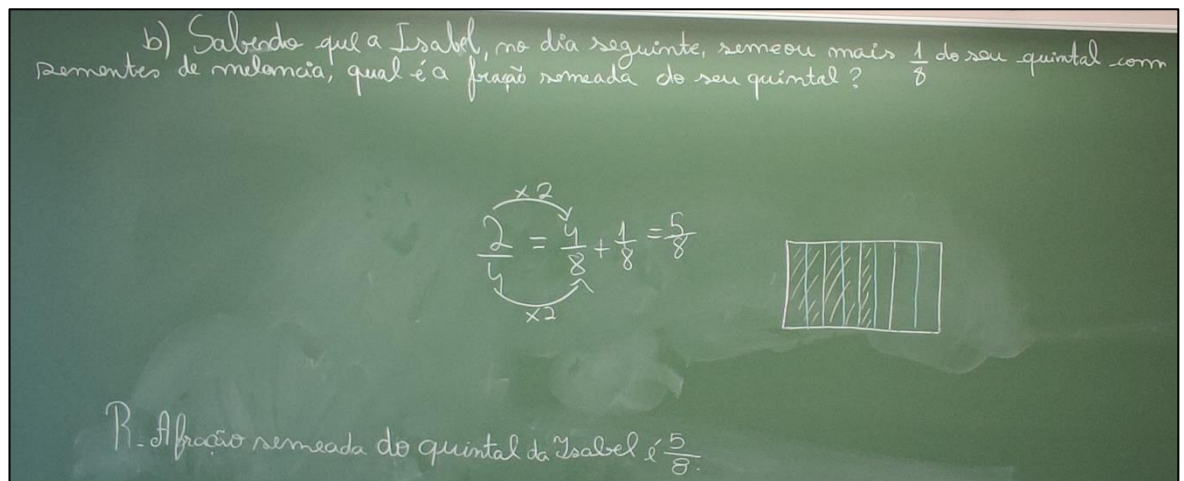


Nota. Nos esquemas está registado na legenda “parte que sobrou” e na resposta “No total sobraram $\frac{3}{4}$ dos seus terrenos”.

Com o registo da resposta e perante a facilidade em resolver o problema formulado, os alunos sentiram a necessidade de produzir uma segunda questão (figura 28). Neste sentido, os alunos optaram por introduzir um número fracionário com um denominador diferente. Assim, para resolver o problema os alunos compreenderam que, para adicionar números fracionários, com denominadores diferentes, seria necessário torná-los iguais. Neste processo, os elementos da turma utilizaram o conceito de números fracionários equivalentes, convertendo-os em números fracionários com o mesmo denominador, multiplicando o numerador e o denominador, pelo mesmo número. Além disso, também se realizou um desenho para representar a situação, a fim de se compreender a unidade nesta situação.

Figura 28

Formulação uma nova questão à formulação em grande grupo



IV.1.3. Análise da tarefa C

A tarefa C proposta aos alunos envolve a Resolução de problemas, Raciocínio e Comunicação, no domínio Números e Álgebra, nomeadamente a adição e subtração de números fracionários não negativos e a multiplicação de um número natural por um número fracionário (Ministério da Educação, 2021). Esta tarefa engloba duas partes: A primeira (C1) é referente à resolução de problemas (figura 29; apêndice 3.1.) e a segunda (C2) à formulação de um problema e à sua respetiva resolução (figura 38; apêndice 3.3.).

IV.1.3.1. Análise da tarefa C – parte 1

A parte 1 da tarefa C (figura 29; apêndice 3.1.) representa um *problema de dois ou mais passos*, segundo a classificação de Charles e Lester (1986). Este problema envolve o domínio Números e Álgebra, abrangendo a adição e a subtração de números fracionários não negativos e a multiplicação de um número natural por um número fracionário (Ministério da Educação, 2021).

Figura 29

Enunciado da tarefa C – parte 1

As férias da Débora A Débora terá férias no mês de setembro e, por isso, decidiu agendar $\frac{1}{2}$ do mês para ir para o Algarve e $\frac{1}{4}$ para o Gerês. Sabendo que pretende ficar $\frac{1}{10}$ das férias na piscina da sua casa, quantos dias ainda terá para ir visitar a sua madrinha a Espanha? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Na resolução deste problema (figura 29; apêndice 3.1.), 8 alunos aplicaram, segundo Cavalcanti (2001), como estratégias de resolução a utilização de *cálculo* (figura 30, figura 31, figura 32 e figura 33), 4 alunos a resolução através do *desenho* e de *cálculo* (figura 34 e figura 35) e 2 alunos aplicaram a resolução do problema através de um *desenho* (figura 36 e figura 37).

O Aluno G revela, através da sua resolução (figura 30), compreender o enunciado e aplicar a multiplicação de um número fracionário por um número natural de forma correta. Neste sentido, consegue associar cada número fracionário ao correspondente número de dias do mês de setembro e, assim, adicionar os dias de férias já programados e subtrair os restantes, a fim de chegar à solução do problema.

Figura 30

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno G

The image shows a handwritten solution on a piece of paper. At the top left, it says "mês de setembro = 30 dias" and "quando ela quer ir para a praia". Below this, there are several calculations: $\frac{1}{4} \times 30 = 7,5$, $\frac{1}{2} \times 30 = 15$, and $\frac{1}{10} \times 30 = 3$. There are also some corrections and additional calculations: $30,0 - 7,5 = 22,5$, $22,5 - 15 = 7,5$, and $7,5 - 3 = 4,5$. On the right side, there is a calculation: $\frac{1}{10} \times 30 = 3$ and $30,0 - 25,5 = 4,5$. At the bottom, it says "Bela ainda tem 4,5 dias para ir visitar a sua madrinha." There are some other notes and corrections throughout the page, such as "marcar quantos dias ela tem para visitar a madrinha" and "4,5 dias".

As evidências identificadas na resolução anterior (figura 30) são igualmente identificadas na resolução do Aluno K (figura 31), uma vez que este aluno utiliza a mesma estratégia. Todavia, o Aluno K não necessita de realizar tantos algoritmos, visto que utiliza cálculo mental para adicionar os números decimais.

Figura 31

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno K

Handwritten student work for Figure 31:

Calculations:

$$\frac{1}{2} \times 30 = 15$$

$$\frac{1}{4} \times 30 = 7,5$$

$$\frac{1}{10} \times 30 = 3$$

Summation:

$$15 + 7,5 + 3 = 25,5$$

Subtraction:

$$30,0 - 25,5 = 4,5$$

Text annotations:

15 dias que foi ao visitar a sua mãe.

7,5 dias que foi ao visitar a sua avó.

3 dias que foi ao visitar a sua madrinha.

Resposta: Ela terá 4 dias e meio para visitar a sua madrinha.

O Aluno P apresenta uma resolução (figura 32) semelhante às anteriores (figura 30 e figura 31), uma vez que também associa os números de dias a cada número fracionário correspondente. No entanto, o Aluno G não utiliza a multiplicação de um número natural por um número fracionário. Assim, para a correspondência dos dias ao número fracionário, o aluno recorre à divisão do número de dias do mês de setembro pelo denominador de cada número fracionário, correspondente à parte do mês.

Figura 32

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno P

Handwritten student work for Figure 32:

Dados:

Setembro
30 dias

Calculations:

$$30 : 2 = 15$$

$$\frac{1}{4} = 7,5$$

$$\frac{1}{10} = 3$$

Summation:

$$15 + 7,5 + 3 = 25,5$$

Subtraction:

$$30,0 - 25,5 = 4,5$$

Text annotations:

15 dias

7,5 dias

3 dias

Resposta: 4,5 dias para visitar a madrinha.

O Aluno D evidencia dificuldades na resolução deste problema (figura 33), não interpretando corretamente o enunciado. Ou seja, o Aluno D adiciona o valor do denominador de cada número fracionário, ignorando a conversão para os respetivos dias

do mês de setembro. Assim, o Aluno D demonstra não compreender o significado das frações na sua relação parte-todo e apresenta dificuldades em definir a unidade no problema.

Figura 33

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno D

The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. It is divided into two columns by a vertical line. The left column is headed 'Pados' and contains the fractions $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$, and $\frac{1}{4}$ arranged vertically. The right column is headed 'Indicação' and contains the following work:

$$\frac{2+4+10}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

Below this, it says 'quantos dias tem ocupados' with a vertical ellipsis. To the right of this is a subtraction problem:

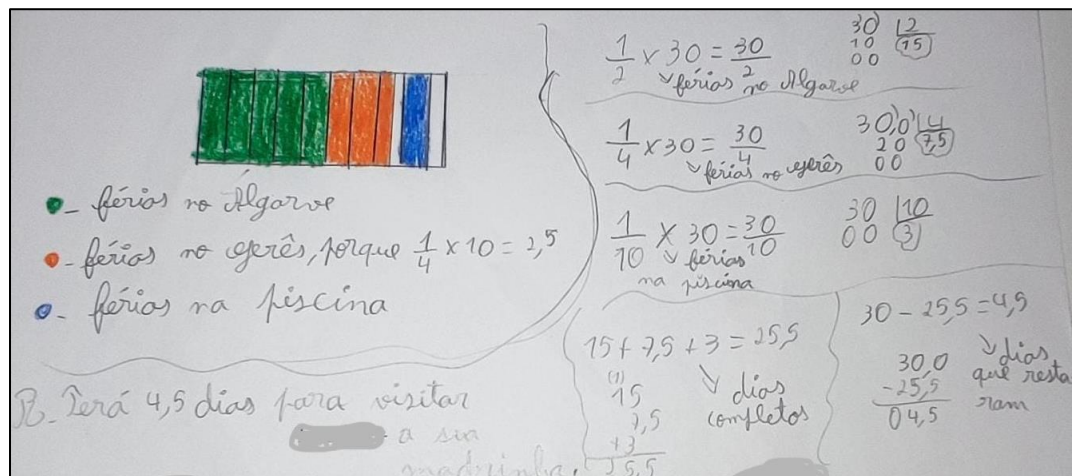
$$\begin{array}{r} 31 \\ -16 \\ \hline 25 \end{array}$$

Below the subtraction, it says 'quantos dias tem para visitar a madrinha'. At the bottom left, there is a red 'R:' followed by 'Sobram 25 dias.'

O Aluno Q utiliza uma estratégia de resolução (figura 34) que integra o *desenho* e a *utilização de cálculos*. Este aluno demonstra compreensão do enunciado, aplicando corretamente a multiplicação do número fracionário pelo número natural. Além disso, realiza corretamente a adição e subtração dos números fracionários. Em relação ao esquema realizado, este apresenta uma divisão correta e equitativa de cada retângulo, sendo que cada um deles corresponde a três dias do mês de setembro. Por este motivo, o Aluno Q admite compreender a unidade e a sua definição no contexto do problema.

Figura 34

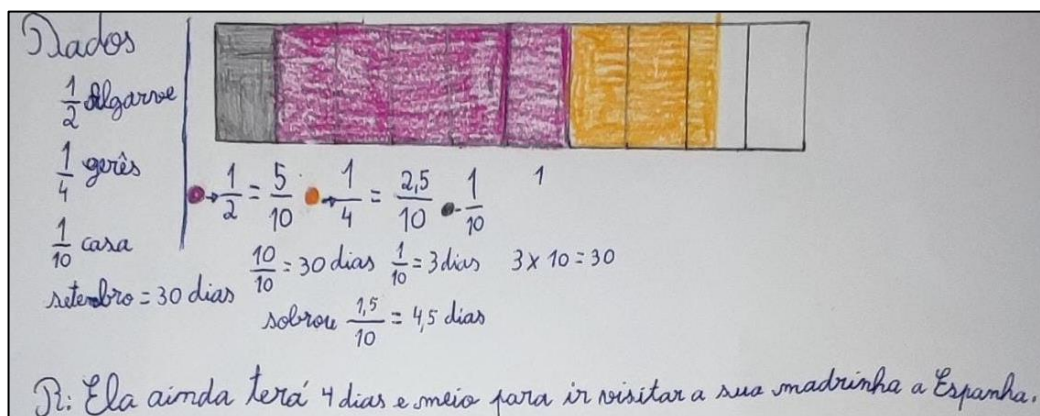
Resolução da tarefa C1 pelo Aluno Q



O Aluno O propõe uma resolução (figura 35) muito semelhante à anterior (figura 34), visto que recorre igualmente a uma divisão equitativa do retângulo em partes iguais, correspondendo cada retângulo a três dias do mês de setembro. No entanto, este aluno realiza a grande maioria dos cálculos mentalmente e a partir da representação, não necessitando de efetuar todas as operações. Em relação aos números racionais, o Aluno O demonstra compreender o processo da multiplicação de um número fracionário por um número natural e o conceito e a definição da unidade no problema, através do desenho.

Figura 35

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno O



As resoluções dos Alunos E (figura 36) e Aluno C (figura 37) são muito semelhantes, uma vez que recorreram ao *desenho* para resolver o problema proposto, utilizando como referência um calendário com os dias do mês de setembro. Através desta estratégia, os alunos demonstram compreender a definição e o significado de unidade no contexto do problema e interpretar o significado de fração.

Figura 36

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno E

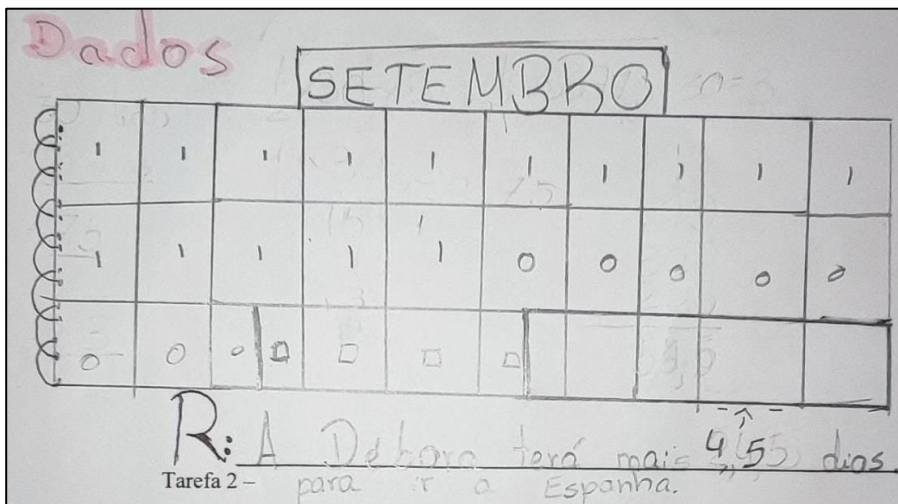
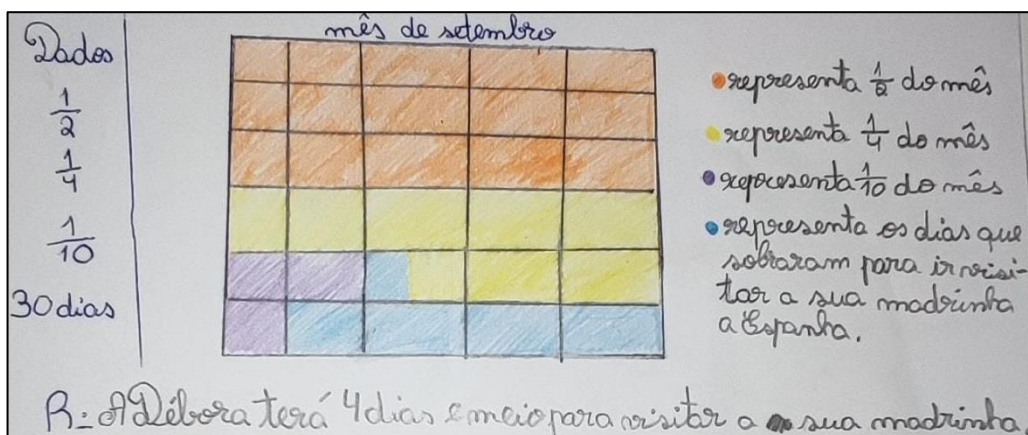


Figura 37

Resolução da tarefa C1 pelo Aluno C

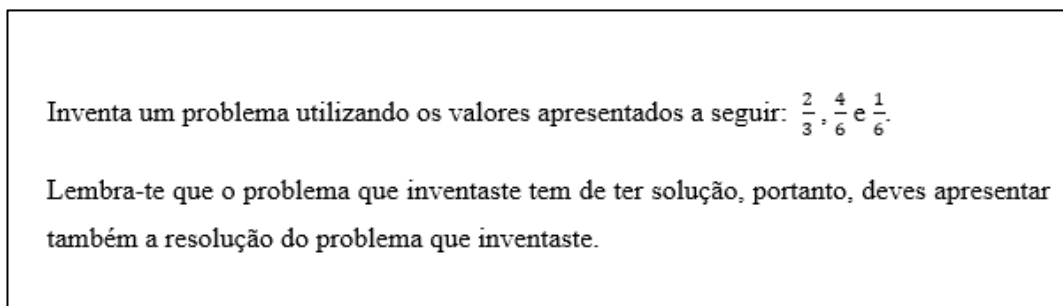


IV.1.3.2. Análise da tarefa C – parte 2

A parte 2 da tarefa C (figura 38; apêndice 3.3.) é caracterizado por Stoyanova e Ellerton (1996) como uma *situação Semiestrutura*. A grande maioria dos alunos revelou dificuldades na formulação do problema, não tendo conseguido produzir um enunciado com os dados. Relativamente às resoluções dessas formulações, não se identificaram dificuldades no domínio dos números racionais.

Figura 38

Enunciado da tarefa C2



Na formulação deste enunciado encontram-se, de acordo com as classificações de Charles e Lester (1986), *problemas de um passo* e *problemas de dois ou mais passos*. Para a resolução das formulações realizadas pelos alunos, pela perspectiva de Cavalcanti (2001), identificou-se maioritariamente a utilização de *cálculo* como estratégia de resolução, ainda que tenham sido utilizados desenhos por 2 alunos apenas numa resolução *híbrida* entre o *desenho* e a *utilização de cálculos*.

Os problemas propostos pelo Aluno Q (figura 39) e pelo Aluno D (figura 40) classificam-se como *problemas de um passo* (Charles e Lester, 1986), uma vez que podem ser resolvidos pela utilização de uma única operação aritmética: subtração ou adição.

O Aluno Q apresenta um problema (figura 39) pouco *desafiante* (Boavida, 2008), pela sua simplicidade de resolução. Este aluno não revela dificuldades na construção do enunciado do seu problema, nem em resolvê-lo. Assim, o Aluno Q consegue responder corretamente à sua formulação, utilizando a multiplicação de um número fracionário por um número natural.

Figura 39

Formulação e resolução da tarefa C2 pelo Aluno Q

O agricultor António tem um pomar e em $\frac{2}{3}$ dele foram plantadas macieiras. As maçãs foram encaixotadas. $\frac{4}{6}$ das maçãs são vermelhas e $\frac{1}{6}$ são verdes.

Sabendo que eram 120 maçãs, quantas maçãs eram vermelhas?

Dados	Indicação	Operação
$\frac{4}{6}$	$120 : 6 = 20$ → quanto era $\frac{1}{6}$	$120 \cdot \frac{4}{6}$
120	$4 \times 20 = 80$ maçãs vermelhas	$000 \quad 20$

R. Haviām 80 maçãs vermelhas.

O Aluno D (figura 40) realiza um problema *pouco adequado e desafiante* (Boavida, 2008). No entanto, o Aluno D resolve-o de forma correta, uma vez que realiza a adição de números fracionários adequadamente.

Figura 40

Formulação e resolução da tarefa C2 pelo Aluno D

A Madalena tem $\frac{2}{3}$ de queques e cozinhou no dia seguinte $\frac{4}{6}$.

A S. Carla (vizinha) deu-lhe mais $\frac{1}{6}$.

Com quantos queques ficou?

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{9}{6}$$

R. Ela ficou com $\frac{9}{6}$.

Os problemas propostos pelo Aluno G (figura 41), pelo Aluno O (figura 42), pelo Aluno B (figura 43) e pelo Aluno K (figura 44) classificam-se como *problemas de dois ou mais passos*

(Charles e Lester, 1986), uma vez que podem ser resolvidos pela utilização de mais do que uma única operação aritmética.

O Aluno G propõe um problema (figura 41) *desafiante* (Boavida, 2008), uma vez que envolve vários conceitos acerca dos números racionais. Assim, através da sua resolução, o Aluno G evidencia compreensão sobre o conceito de unidade e a interpretação dos diferentes significados das frações na sua relação *parte-todo*.

Figura 41

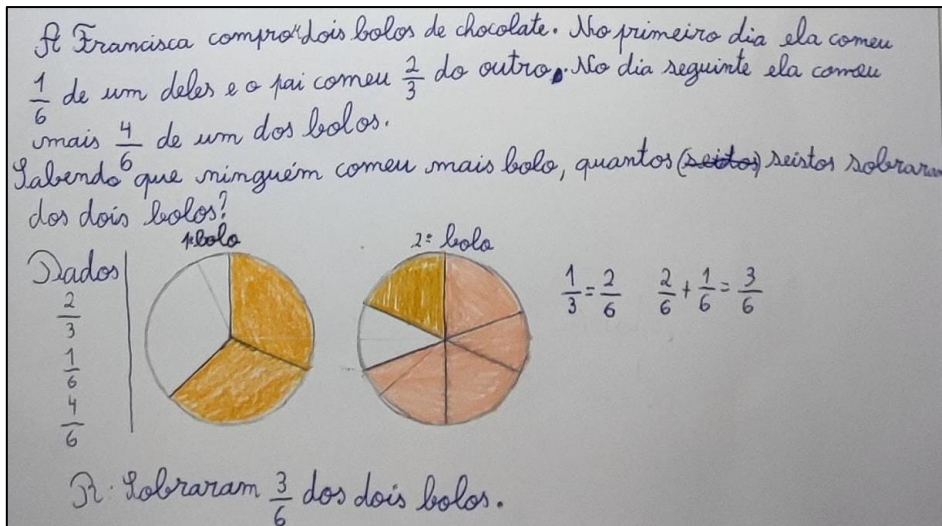
Formulação e resolução da tarefa C2 pelo Aluno G

A Mãe quer ~~um~~ livros com 600 páginas menos de abril.
Na primeira semana ela ler $\frac{1}{6}$
Na segunda semana ela ler $\frac{2}{3}$
Será que ela ainda precisa de ler mais $\frac{1}{6}$? *grindicaros*
 $600 : 3 = 200$
 $200 \times \frac{1}{6} = 33 \frac{1}{3}$
 $200 \times \frac{2}{3} = 133 \frac{1}{3}$
 $33 \frac{1}{3} + 133 \frac{1}{3} = 166 \frac{2}{3}$
 $600 - 166 \frac{2}{3} = 433 \frac{1}{3}$
 $433 \frac{1}{3} > 200$
Resposta: Não, não precisa.

O Aluno O elabora um problema (figura 42) *desafiante* (Boavida, 2008). Este aluno não revela dificuldades na construção do enunciado do seu problema, nem em resolvê-lo. O Aluno O opta por realizar um desenho para facilitar a visualização da resolução do seu problema. Através dele, compreendemos que o aluno utiliza corretamente o conceito da unidade, por realizar a divisão do setor circular em partes iguais. Para além disso, através da utilização dos cálculos, o Aluno O evidencia compreensão no conceito de frações equivalentes, bem como na adição de números fracionários.

Figura 42

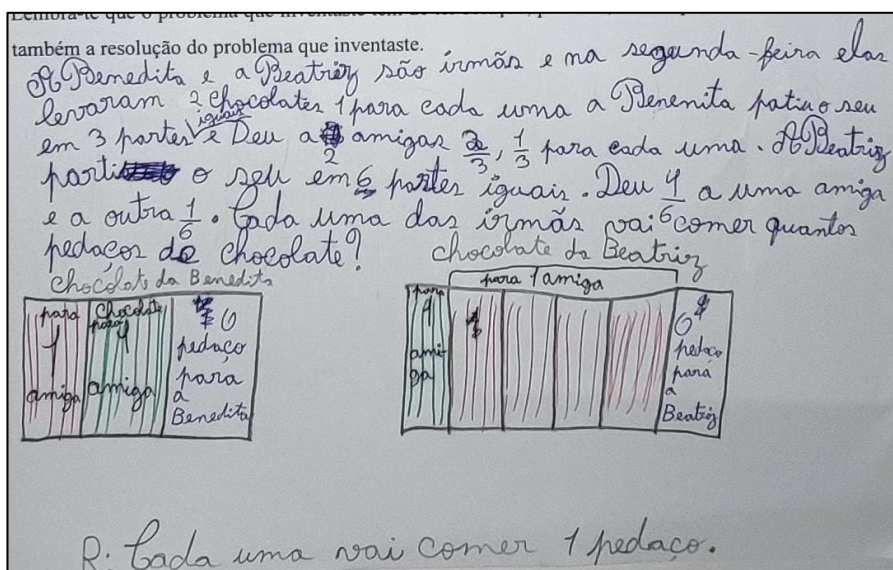
Formulação e resolução da tarefa C2 pelo Aluno O



O Aluno B apresenta um problema (figura 43) *desafiante* (Boavida, 2008). Este aluno não revela dificuldades na construção do enunciado do seu problema, nem em resolvê-lo. O Aluno B realiza um *desenho* para a resolução do seu problema. Através dele, compreendemos que o aluno utiliza corretamente o conceito da unidade, por realizar a divisão da representação retangular em partes iguais.

Figura 43

Formulação e resolução da tarefa C2 pelo Aluno B



O Aluno K apresenta uma formulação (figura 44) *desafiante* (Boavida, 2008). Este não revela dificuldades na construção do enunciado do seu problema, nem em resolvê-lo. O Aluno K utiliza *cálculos* para a resolução do seu problema. Através dele, observamos que o aluno compreende o conceito de unidade e realiza adequadamente a multiplicação de um número fracionário por um número natural.

Figura 44

Formulação e resolução da tarefa C2 pelo Aluno K

O senhor Miguel comprou 2 pacotes de sementes de trigo.
 Ele vai dar ao seu vizinho $\frac{1}{2}$ de um e $\frac{1}{3}$ do outro pacote
 vai usar para semear $\frac{1}{6}$ da sua quinta?
 Sabendo que cada pacote tem 60 sementes, Com quantas
 sementes ficou?

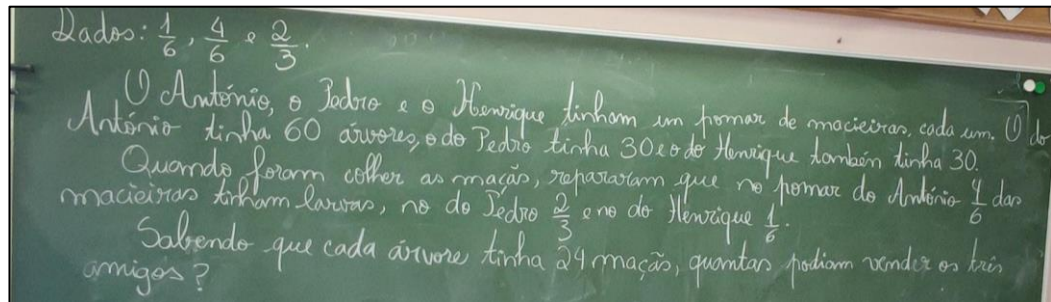
60	$\frac{1}{2} \times 60 = 30$	$\frac{1}{3} \times 60 = 20$	$\frac{1}{6} \times 60 = 10$ $30 + 20 + 10 = 60$ $60 - 60 = 0$ $20 + 10 = 30$
2	$\frac{2}{3} \times 60 = 40$	$\frac{1}{6} \times 60 = 10$	
$\frac{2}{3}$			
4			
$\frac{1}{6}$			

R: Ele ficou com 30 sementes.

Em contexto de sala de aula, em grande grupo, realizou-se a formulação de um problema (figura 45), partindo do enunciado da tarefa C2. A elaboração do enunciado do problema teve como ponto de partida uma formulação de um aluno, sendo que esta foi melhorada tornando-se mais completa. Ainda assim, todos os elementos da turma opinaram na produção escrita do enunciado e, aquando da conclusão das ideias, a investigadora registou-as no quadro. O problema formulado é *problemático e desafiante* (Boavida, 2008).

Figura 45

Formulação do problema em grande grupo



Este problema foi resolvido através de um *desenho* (Cavalcanti, 2001), pois, em grande grupo decidiu-se que essa seria a estratégia mais viável. Esta etapa foi realizada pelos alunos que, a pedido da investigadora, iam ao quadro resolver a situação problemática. A par da decisão da estratégia de resolução os alunos da turma concordaram ainda em utilizar um quadrado representativo de 10 macieiras por terreno:

Professora estagiária: Já pensaram como podemos resolver?

Alguns alunos: Sim.

Professora estagiária: Uma estratégia para resolver?

Aluno O: Desenhooo.

Professora estagiária: Desenho? Então e vamos ter de desenhar tantas árvores?

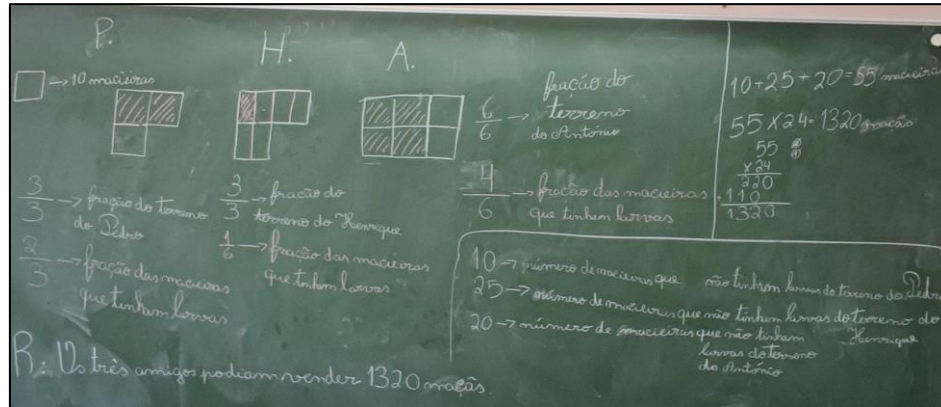
Aluno A: Não, professora. Por exemplo, trinta... imagina se for desenhar trinta e sessenta é muito. Mas um quadradinho... a... uma parte, representava dez.

(Transcrição da discussão da tarefa C2 em sala de aula - Apêndice 3.4.)

Através da realização do *desenho* (figura 46), explorou-se o conceito de unidade, a sua divisão em partes iguais e a representação de números fracionários nos desenhos.

Figura 46

Resolução do problema formulado em grande grupo



Nesta etapa os alunos não evidenciaram dificuldades em identificar a unidade, mesmo quando se tratava de números fracionários com denominadores diferentes:

Professora estagiária: Aqueles quatro sextos (Apontando para o quadro) é referente a quê? O que é que representam o quatro sextos?

Aluno F: Representa o... o terreno que tem... as maçãs que têm larvas.

Professora estagiária: (...) Mas depois vais ter de explicar porque é que fizeste esses cortes e não usaste a unidade inteira. (...)

Aluno D: Porque... uma unidade inteira daquelas são dez macieiras, que naquele caso era um terço. Ahh...

Professora estagiária: Dez macieiras? Dez macieiras corresponde a que fração?
(O Aluno D respondeu, mas não é perceptível no áudio).

Professora estagiária: No... no do António?

Aluno D: No do António dez macieiras corresponde a um sexto.

Professora estagiária: A um sexto. Exatamente.

Aluno D: Agora no Henrique, dez maçãs correspondem a um terço.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno A: Dividi esta unidade.

Professora estagiária: Dividiste.

Aluno A: Eu dividi um terço em duas partes iguais (...)

Professora estagiária: Sim? Ok. Então no terreno do Pedro...

Aluno A: No terreno do Pedro dois terços.

Professora estagiária: Dois terços. E então?

Aluno A: (Pintando o esquema do Pedro) Um terço. Doois terços.

Professora estagiária: Boa! E representam quantas macieiras, Aluno P?

Aluno P: Não é vinte macieiras?

Professora estagiária: Vinte macieiras. Muito bem.

(Transcrição da discussão da tarefa C2 em sala de aula - Apêndice 3.4.)

Para a conclusão da resolução do problema (figura 46), os alunos sentiram necessidade de utilizar um algoritmo, de forma a facilitar a multiplicação final:

Professora estagiária: Então agora o que é que nos falta fazer?

Aluno A: Temos que ver... quantas maçãs ao todo....

Professora estagiária: Existem.

Aluno A: Existem.

Professora estagiária: E então? Como é que eu faço?

Aluno A: Multiplicar.

Professora estagiária: Multiplicar o quê?

Aluno A: Cinquenta e cinco por vinte e quatro. Não. Sim, vinte e quatro.

Professora estagiária: Exatamente. Muito bem. Então vamos lá fazer essa continha.
'Bora. Quero todos a fazer.

Aluno A: Vou fazer com o algoritmo.

(Transcrição da discussão da tarefa C2 em sala de aula - Apêndice 3.4.)

A resolução desta formulação possibilitou o envolvimento de vários conteúdos relacionados com os números racionais, nomeadamente o conceito de unidade, a representação de números fracionários, o conceito de números fracionários equivalentes e a multiplicação de um número fracionário por um número racional.

IV.2. Discussão dos resultados

O estudo desenvolvido tinha por objetivo (i) mapear as estratégias de resolução e de formulação de problemas utilizados pelos alunos; (ii) reconhecer as limitações dos alunos nas resoluções e formulações de problemas e (iii) analisar a influência da resolução e formulação de problemas na compreensão da adição e subtração de números fracionários e da multiplicação de números fracionários por números naturais, numa turma do 4.º ano do 1.º CEB.

Neste subcapítulo, será apresentada a discussão dos resultados a partir de uma síntese das produções dos alunos. Na tabela, “x” representa as evidências observadas nos alunos; o “+/-” representa as evidências parcialmente observadas; e o “-” representa as evidências não observadas.

Estratégias de resolução das tarefas A1, B1 e C1

No que diz respeito à resolução de problemas, verificamos que na tarefa A1 (tabela 5) utilizaram com maior frequência o *cálculo* como estratégia de resolução. Apenas um aluno utilizou a resolução do problema através de *desenho e cálculo* (Cavalcanti, 2001).

Tabela 5

Estratégias de resolução (Cavalcanti, 2001) identificadas na tarefa A1

	Aluno				
	Q	K	G	D	P
Utilização de cálculo	X		X	X	X
Utilização de desenho e cálculo		X			

Na tarefa B1, verificamos que os alunos utilizaram 3 estratégias diferentes para a resolução do problema (tabela 6). A mais utilizada corresponde à utilização de *cálculo*, pois apenas se evidencia uma resolução através de *desenho* e outras duas utilizando o *desenho e o cálculo* (Cavalcanti, 2001).

Tabela 6

Estratégias de resolução (Cavalcanti, 2001) identificadas na tarefa B1

	Aluno					
	Q	K	G	D	P	C
Utilização de cálculo	X	X	X			
Utilização de desenho e cálculo				X		X
Utilização de desenho					X	

Na resolução da tarefa C1, verificamos que os alunos utilizaram 3 estratégias diferentes para a resolução do problema (tabela 7). A mais utilizada foi o *cálculo*, embora se identifique uma resolução que evidencie o uso de *desenho* e de *cálculo* e 3 a utilização única do *desenho* (Cavalcanti, 2001).

Tabela 7

Estratégias de resolução (Cavalcanti, 2001) identificadas na tarefa C1

	Aluno							
	Q	K	G	D	P	C	O	E
Utilização de cálculo		X	X	X	X			
Utilização de desenho e cálculo	X							
Utilização de desenho						X	X	X

Conteúdos matemáticos nas tarefas A1, B1 e C1

A tarefa A1 envolvia a adição e a subtração de números fracionários (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). Através da tabela 8, observamos que as duas operações aritméticas foram realizadas corretamente pelos Alunos Q, Aluno K e Aluno P. O Aluno G conseguiu realizar apenas a adição de números fracionários corretamente, uma vez que realizou a subtração de números fracionários utilizando um aditivo e um subtrativo incorreto. Apenas um aluno não conseguiu realizar a adição e a subtração de números fracionários corretamente.

Tabela 8

Conteúdos matemáticos (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005) trabalhados com a tarefa A1

	Aluno				
	Q	K	G	D	P
Adição de números fracionários	X	X	X	—	X
Subtração de números fracionários	X	X	+/-	—	X

A tarefa B1 envolvia a adição e a subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). Com a tabela 9, observamos que as 3 operações foram realizadas corretamente pelos Aluno Q, Aluno K e Aluno C. Dois alunos, Aluno D e Aluno P, evidenciam dificuldades nas 3 operações aritméticas. No caso do Aluno G, não existe a aplicação da multiplicação na resolução e, por esse motivo, não se consegue realizar uma avaliação.

Tabela 9

Conteúdos matemáticos (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005) trabalhados com a tarefa B1

	Aluno					
	Q	K	G	D	P	C
Adição de números fracionários	X	X	X	—	—	X
Subtração de números fracionários	X	X	+/-	—	—	X
Multiplicação de um número fracionário por um número natural	X	X		+/-	X	X

A tarefa C1 envolvia a adição e a subtração de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). Com a tabela 10, observamos que as 3 operações aritméticas foram realizadas corretamente pela grande maioria dos alunos, verificando-se apenas um caso, o Aluno D, que não conseguiu realizá-las.

Tabela 10

Conteúdos matemáticos (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005) trabalhados com a tarefa C1

	Aluno							
	Q	K	G	D	P	C	O	E
Adição de números fracionários	X	X	X	—	X	X	X	X
Subtração de números fracionários	X	X	X	—	X	X	X	X
Multiplicação de um número fracionário por um número natural	X	X	X	—	X	X	X	X

Formulações dos alunos nas tarefas A2, B2 e C2

Em relação à formulação de problemas da tarefa A2, e de acordo com a tabela 11, os alunos formularam problemas de *um passo ou de dois ou mais passos* (Charles e Lester, 1986). Em relação às características dos problemas, estes identificam-se e enquadram-se maioritariamente como *parcialmente problemáticos* e *desafiantes* (Boavida, 2008).

Tabela 11

Formulações (Charles e Lester, 1986; Boavida, 2008) realizadas pelos alunos da tarefa A2

	Aluno				
	Q	G	D	P	B
Problemas de um passo	X		X	X	
Problemas de dois ou mais passos		X		X	X
Problema problemático	+/-	X	+/-	+/-	X
Problema desafiante	+/-	X	+/-	+/-	X

A tabela 12 evidencia que para a realização da tarefa B2 os alunos formularam problemas de *um passo ou de dois ou mais passos* (Charles e Lester, 1986), tendo sido identificada apenas uma formulação de um *problema de um passo*. Em relação às características dos

problemas, estes identificam-se e enquadram-se maioritariamente como parcialmente *problemáticos e desafiantes* (Boavida, 2008).

Tabela 12

Formulações (Charles e Lester, 1986; Boavida, 2008) realizadas pelos alunos da tarefa B2

	Aluno				
	Q	G	D	P	K
Problemas de um passo			X		
Problemas de dois ou mais passos	X	X		X	X
Problema problemático	+/-	+/-	+/-	X	+/-
Problema desafiante	+/-	—	—	+/-	X

A tabela 13 evidencia que para a realização da tarefa C2 os alunos formularam *problemas de um passo ou de dois ou mais passos* (Charles e Lester, 1986), tendo sido identificada apenas 2 formulações de um *problema de um passo*. Em relação às características dos problemas, estes identificam-se e enquadram-se maioritariamente como *problemáticos e desafiantes* (Boavida, 2008).

Tabela 13

Formulações (Charles e Lester, 1986; Boavida, 2008) realizadas pelos alunos da tarefa C2

	Aluno					
	Q	G	D	K	O	B
Problemas de um passo	X		X			
Problemas de dois ou mais passos		X		X	X	X
Problema problemático	+/-	X	+/-	+/-	X	X
Problema desafiante	+/-	X	+/-	X	+/-	X

Conteúdos matemáticos nas tarefas A2, B2 e C2

Em relação às resoluções utilizadas nas formulações na tarefa A1, os alunos utilizam apenas a estratégia de *cálculo* (Cavalcanti, 2001). As formulações dos alunos propõem a

utilização de adições e subtrações de números fracionários (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). É, através da tabela 14, que se evidencia que os alunos realizam as operações que elaboraram corretamente. No caso do Aluno D e Aluno P os conteúdos denotaram-se parcialmente corretos, uma vez que se identificaram fragilidades pela má interpretação do significado das frações na relação *parte-todo*. O Aluno D releva ainda dificuldade em interpretar o conceito da unidade.

Tabela 14

Conteúdos matemáticos (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005) trabalhados com a tarefa A2

	Aluno				
	Q	G	D	P	B
Adição de números fracionários	X	X	+/-	+/-	X
Subtração de números fracionários		X			X

Relativamente às resoluções utilizadas nas formulações na tarefa B1, os alunos utilizam maioritariamente a estratégia de *cálculo* (Cavalcanti, 2001), uma vez que apenas um aluno utilizou o *desenho* como estratégia de resolução (Cavalcanti, 2001). As formulações dos alunos propõem a utilização de adições e subtrações de números fracionários e a multiplicação de um número fracionário por um número natural (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). É, através da tabela 15, que se evidencia que os alunos realizam as operações que elaboraram corretamente, tendo compreendido o significado das frações na relação *parte-todo* e interpretado corretamente o conceito da unidade.

Tabela 15

Conteúdos matemáticos (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005) trabalhados com a tarefa B2

	Aluno				
	Q	G	D	P	K
Adição de números fracionários		X	X	X	
Subtração de números fracionários	X	X		X	X
Multiplicação de um número fracionário por um número natural		X		X	

Em relação às resoluções utilizadas nas formulações na tarefa B1, os alunos utilizam maioritariamente a estratégia de *cálculo* (Cavalcanti, 2001), uma vez que apenas um aluno utilizou o *desenho* como estratégia de resolução e outro aluno o *desenho* (Cavalcanti, 2001). As formulações dos alunos propõem a utilização de adições e subtrações de números fracionários e a multiplicação de números fracionários e um número natural (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). É, através da tabela 16, que se evidencia que os alunos realizam as operações que elaboraram corretamente. Além disso, denotou-se que os alunos compreendem o significado das frações na relação *parte-todo* e o conceito de unidade.

Tabela 16

Conteúdos matemáticos (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005) trabalhados com a tarefa C2

	Aluno					
	Q	G	D	K	O	B
Adição de números fracionários	X	X	X	X	X	X
Subtração de números fracionários		X		X		X
Multiplicação de um número fracionário por um número natural	X	X		X	X	X

Em síntese, os resultados relativamente às estratégias de resolução dos problemas de tarefa para tarefa implementada (tabelas 5, 6 e 7) denotam uma evolução, uma vez que os alunos diversificam as estratégias utilizadas. Inicialmente a tendência correspondia à resolução através de *cálculo* (Cavalcanti, 2001), e, com as tarefas B1 e C1, verificamos a utilização com mais frequência dos *desenhos* e da estratégia de *cálculos com desenhos* (Cavalcanti, 2001). Estes resultados podem ser justificados pela exploração e discussão das resoluções em sala de aula, uma vez que as tarefas propostas eram resolvidas sempre por estratégias distintas e/ou pouco frequentes das dos alunos.

Relativamente aos conteúdos matemáticos (tabelas 8, 9 e 10), observou-se uma melhoria na realização das três operações aritméticas envolvidas no estudo, uma vez que os alunos superaram as suas dificuldades principalmente no âmbito das representações de números fracionários; da compreensão do significado de números fracionários na relação *parte-*

todo e da identificação e definição do conceito de unidade nos problemas (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). Esta evolução pode ter sido motivada pela abordagem em sala de aula que foi realizada, visto que nas sessões de discussão e de reflexão eram abordadas as operações envolvendo os números fracionários. Para além disto, sempre que se analisava em grande grupo uma resolução parcialmente correta, os alunos tinham a oportunidade de refletir e de reconstruir o raciocínio matemático.

Em relação às formulações (tabelas 11, 12 e 13), os alunos primeiramente utilizavam com mais frequência *problemas com um passo* (Charles e Lester, 1986), mas concluíram as implementações a utilizar maioritariamente *problemas de dois ou mais passos* (Charles e Lester, 1986). Ainda em relação às formulações, os problemas eram mais problemáticos e desafiantes com o avanço das implementações. Também aqui consideramos que a realização de formulações em grande grupo auxiliou os alunos na compreensão do objetivo de uma formulação de um problema.

Por fim, relativamente aos conteúdos matemáticos (tabelas 14, 15 e 16) explorados com as formulações elaboradas pelos alunos, evidencia-se um aumento na complexidade, uma vez que os alunos no final da implementação utilizavam as três operações aritméticas, contrariamente ao início das sessões, onde apenas ou trabalhavam a adição ou a subtração de números fracionários com o mesmo denominador. Este progresso é visível pelo domínio que os alunos foram adquirindo em relação à formulação e à construção de enunciados cada vez mais complexos, capazes de serem resolvidos com mais do que uma operação aritmética.

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES

O presente estudo tinha como objetivo responder à questão de investigação: *De que forma se pode promover o desenvolvimento das capacidades de resolução e formulação de problemas envolvendo números fracionários?*. Para isso, pretendia-se cumprir os seguintes objetivos: (i) mapear as estratégias de resolução e formulação de problemas utilizados pelos alunos; (ii) reconhecer as suas limitações e (iii) analisar a influência da resolução e formulação de problemas na compreensão da adição e subtração de números fracionários e da multiplicação de números fracionários por números naturais.

Os objetivos anteriormente referidos e os resultados obtidos pela análise e interpretação das tarefas realizadas permitiram verificar que os alunos do 4.º ano de escolaridade do 1.º CEB desenvolveram as suas capacidades de resolução e formulação de problemas, bem como a compreensão dos números fracionários.

De uma forma geral, os alunos utilizaram como estratégia de resolução principal o uso de *cálculo* (Cavalcanti, 2001). Ainda assim, com a exploração das tarefas foram-se identificando o uso de *desenho* ou de *desenho* e de *cálculo* (Cavalcanti, 2001). Em relação à formulação de problemas, os alunos estruturaram *problemas de um passo* e de *dois ou mais passos* (Charles e Lester, 1986). Nestas formulações, evidenciam-se problemas *adequados* e *parcialmente desafiantes* (Boavida, 2008). Durante o estudo constatou-se também que os alunos apresentavam dificuldades em interpretar o enunciado, em comunicar matematicamente e em redigir os enunciados dos problemas.

Durante o estudo, desenvolveram-se competências matemáticas no domínio dos números racionais. Através das resoluções dos alunos e das transcrições das aulas é possível verificar que existiram melhorias na adição e da subtração de números fracionários e da multiplicação de um número fracionário por um número natural (Caraça, 2003; Vale e Pimentel, 2005). No entanto, alguns alunos evidenciam ainda dificuldade em interpretar os diferentes significados de fração na relação parte-todo e das suas relações e em definir a unidade do problema.

As discussões realizadas em sala de aula tornaram-se cruciais para identificar e colmatar todas as dificuldades dos alunos, assim como para analisar e explorar os conteúdos matemáticos que estavam associados a cada tarefa.

Assim, é possível afirmar que existiu um desenvolvimento das capacidades de resolução e formulação de problemas aquando do uso de números fracionários, uma vez que se exploraram novas estratégias de resolução e diferentes resoluções, bem como a formulação de problemas desafiantes e adequados. Para além disto, é importante destacar que os alunos melhoraram o domínio das operações aritméticas que estão associadas aos números racionais.

Com a realização deste estudo identificaram-se limitações e, por esse motivo, nos estudos futuros desta temática sugere-se a realização das discussões das sessões mais regulares, para que os alunos tenham presente os problemas que resolveram e formularam e, consequentemente, consigam mais facilmente explicar as suas resoluções e os pensamentos. Para isso, sugere-se um melhor domínio do tema, com o objetivo de ser colocadas questões mais orientadoras, capazes de orientar os alunos e de os levar a pensar e a construir o seu próprio conhecimento. É proposto ainda uma inclusão e realização de um maior número de tarefas ou um trabalho contínuo, a fim de os alunos trabalharem a resolução e a formulação de problemas com maior frequência, dada a sua importância e complexidade para os jovens.

PARTE II – COMPONENTE REFLEXIVA

CAPÍTULO VI – CONTEXTUALIZAÇÃO E PERCURSO DE ESTÁGIO

VI.1. Contextualização: do agrupamento à sala de aula

O Estágio no 1.º CEB realizou-se no ano letivo 2021/2022 numa turma do 4.º ano de escolaridade de uma escola do concelho de Coimbra. O Agrupamento a que pertence esta escola integra outras instituições que abrangem vários níveis de ensino, desde Jardins de Infância até ao 3.º CEB, nomeadamente 4 escolas do Jardim de Infância contabilizando 639 alunos, no 1.º CEB possui 8 escolas com 639 crianças e, com um total de 785 alunos, duas escolas pertencentes aos 2.º e 3.º CEB.

A Escola onde realizei estágio apresenta dois níveis de ensino – Jardim de Infância e Escola de 1.º CEB. O Jardim de Infância é frequentado por 45 crianças, sendo estas distribuídas por dois grupos. A equipa educativa é constituída por duas educadoras de infância, uma assistente técnica e três assistentes operacionais. A Escola do 1.º CEB tem noventa alunos, distribuídos por quatro salas. A equipa educativa é formada por 4 professores titulares de turma, 1 docente de educação especial, 4 professores de Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC) e 3 assistentes operacionais.

O edifício desta Escola, onde se concretizou o estágio, integrava 4 turmas que agregavam 90 alunos e era composto por um edifício principal, com dois andares. No rés do chão existiam duas salas de aula, cada uma com uma arrecadação, três casas de banho, duas para as crianças (uma para o sexo masculino e outra para o sexo feminino) e uma para os adultos, um refeitório onde as crianças almoçam e, por fim, uma pequena arrecadação que as auxiliares de educação utilizavam como gabinete de apoio. No primeiro andar localizavam-se as restantes salas de aula e um pequeno gabinete de apoio aos professores.

As referidas salas apresentavam um bom estado de conservação, sendo amplas e com boa iluminação, eram dotadas de um quadro interativo, um projetor, um computador e *internet*. Detinham ainda uma área com bancadas de mármore e água canalizada, destinada à realização de trabalhos manuais. Estes equipamentos constituíam uma mais-valia para os processos de ensino e de aprendizagem dos alunos, uma vez que foi possível levar para dentro da sala de aula materiais didáticos diferentes e que promoviam o interesse e empenho dos alunos para o relacionamento dos diferentes conteúdos programáticos.

Na parte exterior, a escola dispunha de um espaço comum bastante agradável, espaçoso, murado e vedado. Possuía um campo de jogos, um parque infantil e outros espaços livres de que as crianças podiam disfrutar, não só no intervalo, como também nas aulas de Expressão Físico Motora.

Dadas as contingências vividas pela Covid-19, esta instituição organizou-se, segundo um plano de contingência em duas “bolhas”, desfasando os horários das atividades letivas, intervalos e hora de almoço, diminuindo o contacto entre os alunos e assim um possível contágio por covid-19.

Esta escola não era dotada de uma Biblioteca Escolar e, por isso, os alunos, uma vez por semana, podiam requisitar livros na bibliomóvel - uma biblioteca móvel da Câmara Municipal de Coimbra, que percorre Jardins de Infância, Escolas do 1.º CEB, Centros de Atividades de Tempos Livres (ATL) e Instituição Particular de Solidariedade Social (IPSS) das freguesias do concelho, para que todos tenham acesso à leitura.

A turma onde foi realizado estágio era constituída por vinte e três alunos, sendo 11 raparigas e 12 rapazes, com idades compreendidas entre os 10 e 11 anos. Os alunos da turma possuíam todos nacionalidade portuguesa à exceção de uma aluna oriunda de França, que apresentava dificuldades em comunicar e interpretar a informação em Português. Para além disso, existiam dois alunos retidos, aos quais estão a ser instruídos conteúdos dos 2.º e 3.º anos de escolaridade, por estarem identificados como alunos que têm NEE, uma vez que as suas capacidades cognitivas são inferiores ao suposto para as suas idades. Estes alunos encontravam-se inseridos nesta turma, por não existirem vagas para as referidas salas de aula. Nesta turma existiam ainda seis crianças com famílias monoparentais, verificando-se um caso onde existiam problemas familiares, que condicionavam a estudante ao nível escolar.

Relativamente ao nível socioeconómico, a turma apresentava um nível médio-alto, na medida em que a grande maioria dos pais tinha como habilitações literárias a licenciatura, existindo uma figura materna com o 6.º ano e uma segunda com o 9.º ano de escolaridade e, no caso das figuras paternas, existia apenas uma com o 6.º ano de escolaridade.

Nesta turma, existiam 10 alunos, 2 do sexo masculino e 8 do feminino, que frequentavam as AEC, nomeadamente Expressão Plástica, Atividade Física e Desportiva e Atividade Criar e Descobrir, quando findava o horário letivo.

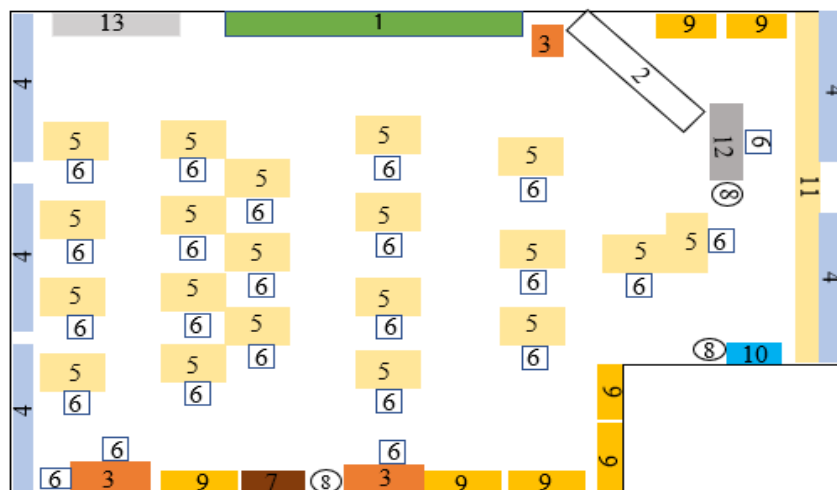
Em relação ao comportamento, este era satisfatório, visto que existiam poucos alunos perturbadores, que condicionavam e agitavam o ritmo da turma. A alteração do comportamento habitual do grupo também era verificada no final das aulas, por se encontrarem mais cansados.

As aprendizagens da turma eram positivas, na medida em que, à ressalva dos alunos anteriormente referidos, encontravam-se poucas dificuldades de aprendizagem, particularmente na compreensão e posterior memorização da informação, nas diferentes disciplinas. Por outro lado, a turma apresentava fatores que favoreciam o processo de ensino na aprendizagem, como o facto de serem autónomos, responsáveis e motivados.

No concerne à organização do espaço da sala do 4.º ano de escolaridade (figura 47) a sala situava-se no 2.º andar do edifício principal, era colorida e muito iluminada, contendo cinco grandes janelas, que quase sempre se encontravam com os estores abertos.

Figura 47

Organização do espaço da sala de aula



Nota. Legenda da figura: 1 - Quadro de giz; 2 - Quadro interativo com o projetor; 3 - Mesa de apoio; 4 - Janela; 5 - Mesa; 6 - Cadeira; 7 - Porta; 8 - Caixote do lixo; 9 - Armário/ estante de arrumação; 10 - Lavatório; 11 - Bancada com recursos; 12 - Secretária da professora; 13 - Placar com recursos didáticos.

A sala continha vários recursos que facilitam o decorrer das aulas como, por exemplo, o quadro, um projetor, um quadro interativo, um computador com acesso à *internet*, que funcionava razoavelmente bem, colunas, recursos didáticos (relógio de papel e mapas) e várias estantes e armários para o armazenamento de materiais, tanto da professora como dos alunos.

As mesas e cadeiras encontravam-se em bom estado e estavam dispostas em fila para facilitar a visualização para o quadro e para o quadro interativo, existindo ainda algumas mesas de apoio no fundo da sala. Nas paredes da sala encontravam-se alguns quadros de cortiça, onde os alunos tinham a oportunidade de expor os seus trabalhos.

VI.2. Percurso do estágio

O estágio curricular no 1.º CEB realizou-se numa turma de 4.º ano de escolaridade, numa Escola de Coimbra, entre outubro de 2021 e maio de 2022. A prática educativa decorreu durante um período de 26 semanas, perfazendo um total de 300 horas, durante dois dias da semana, segunda-feira e terça-feira. A equipa de estágio era composta por 3 Estagiárias, a Professora Cooperante e Titular da Turma e o Professor Orientador desta prática pela ESEC.

Os objetivos do estágio curricular integraram a observação crítica e desenvolvimento de atividades de iniciação à prática profissional em contextos de prática supervisionada; a identificação de quadro teóricos para fundamentar a intervenção através das Aprendizagens Essenciais e consciencializar quanto ao processo de construção e desenvolvimento de competências profissionais e pessoais em contextos reais, tendo sido atingidos em três fases.

A primeira fase, *observação*, abrangia a observação do contexto educativo e da abordagem à leção da aula da Professora Orientada e das colegas de estágio; a segunda fase, *lecionamento de aulas*, envolvendo a sua planificação atempada e a última fase, *reflexão*, que se efetuava antes, durante e no término de uma implementação.

As aulas lecionadas pela Professora Estagiária (PE) na turma do 4.º ano do 1.º CEB compreenderam vários conteúdos estipulados pelas AE nas disciplinas de Estudo do Meio, Português e Matemática.

Na disciplina de Estudo do Meio, exploraram-se os conteúdos no domínio “sociedade”: História de Portugal (friso cronológicos, formação de Portugal, Muçulmanos, Implantação da República e o 25 de abril). No domínio da “natureza” exploraram-se os conteúdos: Sistema Solar (localização e representação); relevo os rios em Portugal. No domínio da “tecnologia” explorou-se o conteúdo de identificação de objetos tecnológicos no passado e no presente (analógicos e digitais). No último domínio, “sociedade/natureza/tecnologia”, exploraram-se os conteúdos: património natural e cultural (sítios geográficos, vestígios do passado, costumes, tradições e símbolos) e colocação de questões, levantamento de hipóteses e inferências.

Na disciplina de Português, exploraram-se os conteúdos dos domínios de “Oralidade”: seleção de informação relevante (audição e o registo seletivo da informação); distinção da informação (informação implícita e explícita); comunicação com contacto visual (postura corporal, expressão facial e olhar); planeamento, produção e avaliação de discursos orais (tom de voz, articulação e ritmo) e participação em atividades de expressão oral. No domínio da “leitura” exploraram-se os conteúdos: leitura de textos narrativos, descritivos, enciclopédicos, da entrada de dicionário e de aviso (estruturação e finalidade); leitura de textos (silenciosa e autónoma); explicitar ideias-chave do texto e identificação do tema e assunto de um texto. No domínio da “educação literária” exploraram-se os conteúdos: leitura de narrativas, poemas e textos dramáticos; antecipação de temas (textos visuais e paratexto) e dramatizar textos com expressividade. No domínio da “escrita” exploraram-se os conteúdos: representação gráfica (grafia, pontuação, translineação, sinais auxiliares da escrita e configuração gráfica); pesquisa fidedigna da informação; planificação, produção e revisão de textos (com situações iniciais, peripécias e conclusão) com descrições e discurso de personagens. Por último, no domínio da “gramática” exploraram-se os conteúdos: classes de palavras (pronomes e determinantes); verbos (irregulares e irregulares no modo indicativo); expansão e redução de frases; estrutura interna (base, radical e afixos); significados conotativos e famílias de palavras.

Na disciplina da Matemática, exploraram-se os conteúdos do domínio de “números e operações”: números naturais (leitura, representação, comparação, estimativa e reta numérica); adição, subtração, multiplicação e divisão (cálculos, relações numéricas e propriedades das operações); Números racionais não negativos (cálculo mental, algoritmo, representações de frações, decimais e percentagem); resolução de problemas (estratégias de resolução com números racionais não negativos, plausibilidade dos resultados, regularidades em sequências, simbologia, aplicação de conteúdos, explicação de raciocínios, procedimentos e conclusões). No domínio “Geometria e Medida” exploraram-se os conteúdos: figuras geométricas (figuras planas e sólidos geométricos) e Medida (comprimento, área e tempo). No domínio da “organização e tratamento de dados”, exploraram-se os conteúdos representação e interpretação de dados (análise e interpretação estatística, gráfico de barras, tabela de frequência relativa e gráfico circular) e raciocínio matemático (formular questões, métodos de recolha de dados, seleção da informação, representação de dados e a sua análise).

Na área de Expressão Plástica, exploraram-se os conteúdos no domínio de “experimentação e criação”: técnicas de expressão (pintura e desenho) e experimentação de materiais (rolos, molas, rolas de plástico, madeira e cartão) e apreciação dos trabalhos (critérios de argumentação).

Estes conteúdos foram implementados com a utilização de diferentes recursos e com várias atividades, utilizando materiais distintos, com o objetivo de introduzir, rever e sistematizar as aprendizagens dos alunos. Assim, realçam-se algumas atividades dinamizadas: (i) *De Quizz em Quizz, aprendo mais um bocadinho!*; (ii) *Quadrados às Janeiras*; (iii) *O pomar do António*; (iv) *Na descoberta da superfície terrestre* e (v) *Aprender no exterior*.

(i) *De Quizz em Quizz, aprendo mais um bocadinho!*

A dinâmica *De Quizz a Quizz, aprendo mais um bocadinho!*, realizada uma vez por semana, foi idealizada com objetivo de sistematizar os conteúdos que iam sendo abordados, variando entre as disciplinas de Estudo do Meio, Português e Matemática. Para isso, a PE elaborou os grupos, construía apresentações *PowerPoint* com o questionário e folhas de resposta para cada grupo.

Na primeira sessão, a PE explicou as regras do jogo mencionando aspetos importantes como a colaboração de todos os elementos o grupo, o respeito pelo tempo estipulado da pergunta para a resposta do grupo e a acumulação de pontos para, no final do ano, ser atribuído um grupo vencedor do *Quizz*.

No início de cada *Quizz*, a PE distribuiu uma folha de respostas que continham as perguntas e um espaço para a respetiva resposta. De seguida, os grupos teriam de dar uma resposta, após a leitura da questão por parte da PE. O tempo de resposta poderia variar consoante a dificuldade da pergunta, podendo variar entre 30 segundos e 60 segundos. Este processo repetiu-se até o final das perguntas, considerando que todos os alunos registaram a resposta, sendo esta uma condição para o trabalho de grupo. De salientar que com a conclusão do tempo de resposta, solicitou-se a leitura da resposta de todos os grupos para, posteriormente, projetar-se a resposta correta. Caso a resposta do grupo fosse incorreta, estes teriam de a registar na folha de respostas. No término da dinâmica, as folhas de respostas eram recolhidas pela PE e colocadas no dossiê destinado apenas para a dinâmica. Além disso, a PE colocava capas para separar cada *Quizz* e documentos com todas as perguntas e respostas, com a finalidade dos alunos as consultarem sempre que necessitassem de estudar ou de retirar dúvidas sobre os conteúdos das diferentes disciplinas.

No final do ano letivo, contabilizaram-se as pontuações de todas as folhas de resposta e criou-se uma apresentação *PowerPoint* para revelar as pontuações dos grupos e atribuir medalhas aos vencedores.

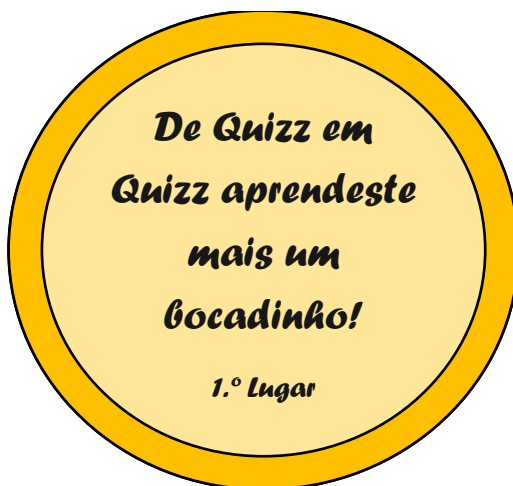
Figura 48

Excerto de uma folha de resposta

Nome de Equipa _____	
<u>QUIZZ 1</u>	
1 - A que século corresponde o ano de 1155?	
R: _____	
2 - A que século corresponde o ano de 1800?	
R: _____	
3 - Os povos que habitavam a Península Ibérica, que viviam da caça e da pesca e que mudavam de lugar quando os recursos acabavam eram povos...	
R: _____	

Figura 49

Medalha atribuída



(ii) Quadras às Janeiras

O texto “Chegaram as janeiras como manda a tradição!” tornou-se o indutor para a exploração do texto poético. A PE começou por distribuir o texto impresso e solicitar uma

leitura silenciosa e autónomas. Posteriormente, realizou-se uma leitura em voz alta e um diálogo de exploração do conteúdo do texto. Nesta etapa, trabalhou-se o sinónimo de palavras e introduziu-se conteúdos gramaticais, como a identificação de classes de palavras, a classificação de palavras quanto à acentuação, quanto ao género e número. De seguida, realizou-se uma ficha de sistematização e, simultaneamente, a PE circulava pela sala de aula de forma a auxiliar os alunos e a corrigir o que considerasse necessário. Após isto, solicitou-se a escrita de uma quadra referente às janeiras. A PE dirigiu-se a cada mesa para analisar a quadra, corrigi-la e dar *feedback*. Quando todas foram verificadas, cada aluno dirigiu-se ao computador da sala de aula e registou a sua quadra. Neste momento, denotou-se uma introdução à utilização de recursos tecnológicos. Com o registo completo das quadras no documento *Word*, estas projetaram-se para serem lidas e ensaiadas, com o objetivo de serem, no final da aula, cantadas em todas as salas de aulas da escola. Para isso, a PE imprimiu as quadras e entregou uma folha a cada aluno para conseguirem visualizar a letra e, para dar ritmo às quadras, uma PE que sabe tocar guitarra, acompanhou-nos.

Tabela 17

Exemplo de algumas das quadras elaboradas pelos alunos

Vamos cantar as janeiras À porta das vizinhas porreiras. Dar-lhes um abracinho, Ter um serão divertido.	Vamos cantar as janeiras, Sorrisos em todos os rostos, Um bom ano desejar, Música p'ra todos os gostos.
Vamos cantar as janeiras, Bater de porta em porta, Um bom ano desejar, E sorrisos partilhar.	Vamos cantar as janeiras, Às casas de boas gentes, Desejar um bom novo ano, Deixá-los todos contentes.

Figura 50

Cantiga das Janeiras à turma do 1.º ano



Figura 51

Cantiga das Janeiras ao Jardim de Infância



(iii) O pomar do António

A dinâmica “O pomar do António” teve como objetivo a introdução do conteúdo matemático adição e subtração de números racionais na forma de fração, utilizando denominadores iguais. A PE iniciou a atividade com uma sistematização da aula anterior, uma vez que foi introduzido a noção de fração, frações equivalente e simplificadas, tendo-se utilizado a aplicação *Hypatiamat*, nomeadamente a *applet* “Frações equivalentes”. Nesta etapa, a PE entregou guiões de exploração para os alunos acompanharem as resoluções que se resolviam no quadro interativo, por outros alunos. De seguida, apresentou-se o recurso didático e a PE questionou todos os alunos para que compreendessem como adicionar e subtrair frações, partindo do exemplo do pomar do António. Depois de alguns minutos, realizaram-se exercícios de sistematização no quadro, partindo do recurso didático. Além disso, solicitou-se aos alunos que criassem questões hipotéticas e que as conseguissem resolver através do recurso colado no quadro.

Figura 52

Recurso didático “O pomar do António”



(iv) Na descoberta da superfície terrestre

A atividade “Na descoberta da superfície terrestre” desenvolveu-se com o intuito de introduzir o conceito de relevo e explorar os conteúdos que se lhe associam: montanha, planície, planalto e vale. A PE iniciou-a com a projeção de um mapa online com a cartografia digital de Portugal, com a finalidade de identificar as diferenças e as semelhantes do território, a fim de se definirem as várias formas de relevo. Este recurso proporcionou a aprendizagem relativa aos elementos de um mapa. Com a introdução ao tema, apresentou-se uma maquete para identificar as formas de relevo, com a finalidade de as tornar mais acessíveis e visuais, permitindo facilitar a explicação do significado de cada elemento. Devido a esta exploração, os alunos conseguiram colocar as etiquetas com os nomes dos vários relevos nas posições corretas, a pedido da PE. Esta estratégia foi eficiente, revelando sistematização aquando da colocação das bandeiras nos espaços adequados.

Figura 53

Maquete “Na descoberta da superfície terrestre”



(v) Aprender no exterior.

A atividade “Aprender no exterior” teve como objetivo a abordagem de alguns conteúdos que foram desenvolvidos ao longo do ano letivo nas disciplinas de Estudo do Meio (relevo, rios de Portugal e Sistema Solar), Português (leitura de obras) e Matemática (operações e cálculo mental), por meio de jogo didáticos: jogo da glória, jogos de tabuleiros, livros e jogos de cartas. A PE agrupou os alunos nos grupos habituais de trabalho e distribuiu-os pelas várias secções elaboradas, uma para cada conteúdo. Durante a tarde, os alunos tiveram a oportunidade de circular pelas secções e a PE percorrer todos os grupos e auxiliá-los na construção e sistematização das aprendizagens.

Figura 54

Grupo na secção de cálculo mental

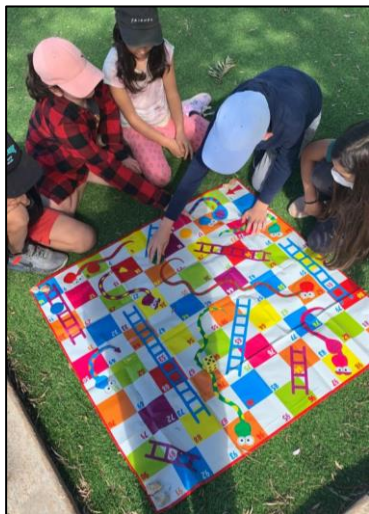


Figura 55

Grupo na secção de leitura



CAPÍTULO VII – ANÁLISE REFLEXIVA DA CONTEXTUALIZAÇÃO E DO PECURSO DE ESTÁGIO EM 1.º CEB

O primeiro estágio, realizado no ano letivo 2021/2022 e no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, sucedeu numa turma de 4.º ano do 1.º CEB, turma onde se realizou o estudo apresentado neste documento. O estágio foi estruturado em três fases: *observação*, *intervenção* e *reflexão* (Decreto-Lei n.º 79, 2014).

A primeira fase, *observação*, desenrolou-se ao longo de três semanas e marcou o início da minha prática em sala de aula (Rodrigues et al., 2018), tendo presenciado aulas lecionadas pela Professora Cooperante, cruciais para reconhecer as estratégias e experiências de intervenção, e das minhas colegas de estágio, necessárias para compreender como melhorar a minha intervenção. Neste sentido, esta etapa tornou-se importante para a elaboração da consciência das práticas, devendo estas ser equilibradas e adequadas a cada aluno. Por outro lado, nesta fase desenvolveu-se um conhecimento sobre a gestão das áreas de currículo, a escola e a turma, a fim de analisar e compreender as particularidades de cada aluno (Ponte, 2012).

A segunda fase, *a intervenção*, concretizou-se com base nos resultados e aprendizagens da primeira fase e realizou-se em três momentos: implementação de uma disciplina por dia, implementação de um dia inteiro de aulas e implementação de dois dias completos de aulas.

A primeira fase da intervenção, onde lecionei uma aula por dia, permitiu-me compreender como reagir perante as reações dos alunos, tanto ao nível dos conteúdos como à estrutura que elaborava das minhas aulas. Contudo, na minha ótica, foi na segunda fase da minha intervenção, a leção de um dia inteiro de aulas, que surgiu o grande desafio. Quando lecionei dias completos, tinha a liberdade de gerir a ordem dos conteúdos a apresentar propostos para o dia, tendo por base as necessidades dos alunos ou a exploração do que acontecia em cada parte da aula, devido à interdisciplinaridade que me era permitida concretizar. Além disto, nesta etapa do estágio tive a experiência aproximada de um dia habitual de um professor titular de turma, pois assumi a responsabilidade pela turma e a organização e gestão de todas as componentes intrínsecas de uma aula. É de salientar a evolução e o progresso gradual durante a minha intervenção, sentindo a necessidade de diversificar e elaborar materiais e artefactos

motivadores e orientadores das aprendizagens, necessários para satisfazer as necessidades e colmatar as dificuldades de cada aluno, com a finalidade de tornar as minhas aulas menos expositivas (Pires et al., 2012). Nesta etapa, desenvolvi competências e conhecimentos para incentivar os alunos a possuir um papel mais ativo e de destaque em sala de aula, introduzindo-se momentos de aprendizagem colaborativa e de discussão coletiva (Ferreira, 2017; Huang, 2021; Ponte, 2017).

A terceira fase, *reflexão*, concretizou-se durante todo o período de estágio. Muraro (2017) enfatiza que uma prática só é reflexiva quando se alcança uma “formação consistente num processo contínuo, portanto o professor está em contínua formação, e pode fazer deste processo também fonte de reflexão e aprendizagem na medida em que a problematiza” (p. 58). Nesta fase, a consciencialização das minhas fragilidades e inquietações, enquanto professora, foram sendo identificadas durante a minha atuação na prática educativa (Corrêa, 2021). Estas centraram-se no término das planificações, dado que não dominava a gestão do tempo em aulas com mais dinâmicas; na minha oratória, uma vez que existiram algumas aulas onde não projetava a voz ou não articulava corretamente as palavras, provocando algumas dificuldades na compreensão dos vocábulos por parte dos alunos e, por último, na realização de aulas mais dinâmicas, pois a escola não possuía muitos recursos, sobretudo tecnológicos, não existindo oportunidade de variar os recursos possíveis de aplicar. As dificuldades foram sendo ultrapassadas, diminuindo o número de tarefas por aulas, comunicando de forma mais pausada e articuladamente e elaborando vários recursos, sempre que possível. Esta superação surgiu muito graças aos momentos de reflexão e de *feedback*.

Os momentos de reflexão com a Professora Cooperante, com o Professor Supervisor da ESEC e com as minhas colegas de estágio permitiram a troca de ideias e de metodologias relacionadas com a introdução ou a sistematização de conteúdos a ser planificados. Assim, destaco os *feedbacks* construtivos que me foram fornecidos durante a prática educativa (Wiggins, 2012), onde foram mencionados aspetos a melhorar, metodologias e novas estratégias a utilizar, quer na interação com a turma, como para a implementação do currículo, problemas que surgiam no dia-a-dia e organização do trabalho desenvolvido pela escola e turma.

Por outro lado, este estágio permitiu-me desenvolver competências profissionais muito distintas das adquiridas no 1.º CEB, aquando da prática educativa realizada na licenciatura, uma vez que teve a duração de um mês e apenas lecionei dois dias. Assim, o facto de o estágio ser contínuo permite-nos um trabalho semanal nas planificações e o conhecimento para implementar e reconhecer quais as melhores estratégias para a turma, com a finalidade de captar a atenção dos alunos, para que consigam adquirir os conhecimentos planificados (Scalabrin e Molinari, 2013).

Em suma, considero que esta Unidade Curricular teve uma grande importância, na medida em que é crucial para a nossa formação enquanto professores e nos permite adquirir competências e perspetivas de intervenções essenciais, perante as limitações ou imprevistos que nos surgem diariamente. Desta forma, verifico potencialidade na prática supervisionada devido à importância na formação e construção do conhecimento profissional, que nunca estará completo ou concluído, devendo avaliar, desenvolver e aprofundar sempre os seus conhecimentos.

PARTE III - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Aproxima-se o término do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB e é necessário avaliar e refletir sobre todo o percurso realizado e a elaboração deste Relatório Final, abrangente, em particular, no contexto do 1.º CEB.

No papel de professora estagiária, durante a Licenciatura realizada na Escola Superior de Castelo Branco e do referido Mestrado desta instituição aprendi, pesquisei, experienciei (Dias et al., 2017) e tentei introduzir todos os conhecimentos adquiridos durante estes 5 anos. Além disto, absorvi várias competências, conhecimentos, saberes e atitudes à medida que fui contactando com os diferentes alunos e professores que foram cruzando o meu percurso. Durante este período, fui identificando fragilidades, imprevistos, inseguranças e dificuldades, que procurei ultrapassar sempre que consegui.

O estágio desenvolvido no 1.º CEB com uma turma do 4.º ano, encaminhou vários desafios, por ter sido o meu primeiro grande contacto com tantas crianças e durante tanto tempo. Neste sentido, as primeiras semanas foram muito difíceis, pois a falta de confiança empoderou-se e, nem sempre, a consegui ultrapassar. Por ter realizado a minha intervenção com esta faixa etária, considero que a minha investigação foi parcialmente afetada pela minha dificuldade em controlar a ansiedade. Assim, a avaliação e a reflexão são dois procedimentos a ter em consideração, na medida em que são importantes para quem trabalha na área educacional e que, por consequente, são chaves para a evolução e superação.

O estágio realizado no 2.º CEB foi igualmente desafiante e motivador. O contacto com as crianças desta faixa etária durante o ano letivo 2022/2023 foi crucial para desenvolver o meu interesse profissional, na medida em que desenrolou um aperfeiçoamento e um trabalho contínuo da minha prática (Vilelas, 2020). Semelhante à prática do 1.º CEB, a avaliação e a reflexão foram os procedimentos essenciais para esta profissão, atendendo à contínua construção de um olhar crítico às minhas práticas.

Este Relatório Final consistiu na minha primeira investigação e, neste sentido, como Investigadora Principiante, o processo de elaboração deste trabalho escrito revelou-se um verdadeiro desafio, pelo seu grau de exigência. Contudo, disseminou numa experiência gratificante, por ter ultrapassado as dificuldades e ter conseguido chegar à sua conclusão e conquistar competências de análise e, especialmente, de reflexão.

Com a realização desta investigação surgiu ainda a oportunidade de realizar uma comunicação no 7.º Encontro de Investigação e Práticas em Educação e de publicar um capítulo do livro *Percursos Convergentes e Divergentes em Educação* no ano letivo 2022/2023. Esta experiência revelou-se uma mais-valia à construção do meu saber investigativo, uma vez que permitiu a partilha do meu trabalho aos profissionais de educação e a primeira abordagem na investigação em público.

Nesta ótica, terminou uma das fases mais desafiantes e importantes da minha vida profissional, onde todo o trabalho desenvolvido e aperfeiçoado durante os últimos 5 anos, teve como finalidade a minha construção pessoal e, sobretudo, profissional, sempre aliada a profissionais e crianças que me transformaram de forma positiva.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, L. S., Prieto, L. P., Ferrando, M., Oliveira, E., & Ferrándiz, C. (2008). Torrance test of creative thinking: The question of its construct validity. *Thinking Skills and Creativity*, 3(1), p. 53–58.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no ensino básico*. DGIDC.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2007). *Quality research for education: An introduction to theory and methods*. (5th ed.). Pearson.
- Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. University of Harvard.
- Canavarro, A. P. (2017). O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões - ideias da teoria ilustradas com exemplos. *Educação e Matemática*, 144-145, 38-42.
- Caraça, B. (1941/2003). *Conceitos fundamentais da matemática*. (5.ª ed.). Gradiva.
- Cavalcanti, C. (2001). Diferentes formas de resolver problemas. In K, Smole, *Ler, Escrever e Resolver Problemas* (pp. 121 – 149). Artmed Editora.
https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7389408/mod_resource/content/4/Cap.%207%20-%20Diferentes%20formas%20de.pdf
- Charles, R., & Lester, F. (1986). *Mathematical problem solving*. Learning Institute.
- Cheng, E., & Ling, L. (2013). *The Approach of Learning Study: Its Origin and Implications*. *OECD Education Working Papers* (94), 1-28.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 37(3), 149–158.
- Clarke, A. & Mena, J. (2020). An international comparative study of practicum mentors: Learning about ourselves by learning about others. *Teaching and Teacher Education*, 90, 103026. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103026>

Corrêa, C. (2021). Formação de professores e o estágio supervisionado: tecendo diálogos, mediando a aprendizagem. *Educação em Revista*, 37, 1–15.
<http://dx.doi.org/10.1590/0102-469829817>

Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio. Diário da República n.º 92/2014, Série I. Ministério da Educação e Ciência.

Despacho n.º 8209/2021 do Gabinete do Secretário de Estado Adjunto e da Educação. (2021). Diário da República: II série, n.º 161.
<https://files.diariodarepublica.pt/2s/2021/08/161000000/0011500116.pdf>

Dias, S., Santiago, A., & Martins, F. (2017). Ensino do algoritmo “usual” da subtração: uma proposta didática sem mnemónicas. In M. V. Pires, C. Mesquita, R. P. Lopes, G. Santos, M. Cardoso, J. Sousa, E. Silva, & C. Teixeira (Eds.), *Atas do II Encontro Internacional de Formação na Docência* (pp. 294-302). Instituto Politécnico de Bragança.

Dignath, C. e Sprenger, L. (2020). Você só pode diagnosticar o que sabe? A relação entre a autorregulação dos conceitos de aprendizagem dos professores e a avaliação da autorregulação dos alunos. *Fronteiras na Educação*, 5.
<https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/feduc.2020.585683/full>

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Falmer.

Ernest, P. (1996). *Investigações, resolução de problemas e pedagogia*. In P. Abrantes, L.

Ferreira, E. (2017). O contributo da discussão de sala de aula na promoção do desenvolvimento do sentido de número em alunos do 2.º ano de escolaridade. In GTI (Org.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 139–172). Associação de Professores de Matemática.

Gaviraghi, A. (2013). *Alguns entendimentos do número racional na representação fracionária produzidos por alunos no início do 6º ano*. [Tese de Mestrado]. Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul de Ijuí
<http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/1620>.

- Gervázio, N. (2019). *A Heurística Matemática: uma aliada aos processos de ensino e aprendizagem*. [Tese de doutoramento] Universidade de São Paulo.
- Hesse-Biber, S. N., & Leavy, P. (2011). *The Practice of Qualitative Research* (2ª ed.). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Huang, H. (2021). Effects of smartphone-based collaborative vlog projects on EFL learners' speaking performance and learning engagement. *Australasian Journal of Educational Technology*, 37(6), 18–40. <https://doi.org/10.14742/ajet.6623>
- Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulation: Where Do Good Problems Come From? In A. Schoenfeld (Ed), *Cognitive Science and Mathematics Education*, (pp. 123–147). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kitchings, C. N. (2014). *Problem posing in middle-grades mathematics classes*. [Teste de Doutoramento] University of Georgia.
- Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they? In Avotina, M., Bonka, D., Meissner, H., Sheffield, L., & Velikova, E. (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students*. Latvia: Latvia University, p. 120–125.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-668). NC: Information Age Publishing.
- Lidoio, A., Santos, D., & Reis, G. (2020). Reflexões sobre a formação continuada de professores na contemporaneidade. *Research, Society and Development*, 9(9), 1-12.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*, ICME-13 Topical Surveys. Springer Cham.
- Mamede, E. (2011). *Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino*. Actas do ProfMat 2011 - Encontro Nacional de Professores de Matemática. APM.

- Mamede, E., Pinto, H., & Monteiro, C. (2020). *Contributos para o desenvolvimento do sentido de número racional*. Associação de Professores de Matemática.
- Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação. https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf
- Meireles, S. A. A. F. (2015). *Uma abordagem aos numerais mistos com recurso aos Blocos Padrão: Um Estudo de Caso com alunos do 5º ano de escolaridade*. [Teste de Mestrado]. Instituto Politécnico do Porto. <http://hdl.handle.net/10400.22/11357>
- Menezes, L. (2011). (Números Racionais). In P. Palhares, A. Gomes, & E. Amaral, *Complementos da Matemática para professores do ensino básico* (pp. 3-17). Lidel.
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens essenciais de Matemática – 4.º*. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_4.o_ano.pdf
- Ministério da Educação. (2018). *Aprendizagens Essenciais de Matemática – 4.º ano*. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_4.o_ano.pdf
- Monteiro, C & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Associação de Professores de Matemática, Lisboa.
- Monteiro, C. & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-107. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22785>.
- Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Associação de Professores de Matemática.
- Morais, C., Cerca, R., Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2014). Os números racionais no 2.º ano: um estudo diagnóstico. In M. Martinho, H., Tomás Ferreira, R. A., A. M. Boavida, & L. Menezes (Eds.), *Atlas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 91-109). APM.

- Muraro (2017) Muraro, D. N. (2017). *A prática reflexiva e professor em formação. Filosofia e Educação*, 9(2), 48-70.
- Nascimento, J. (2008). Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais. *Revista de Iniciação Científica da FFC*, 8(2), 196-208. <https://doi.org/10.36311/1415-8612.2008.v8n2.212>.
- National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Principios e Normas para a Matemática Escolar*, (2.ªed.). Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM [Tradução portuguesa: *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa. APM/IIIE. 1991].
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2014). *Principles to Action*. NCTM.
- National council of teachers of mathematics [NCTM]. (2007). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. APM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2018). *Catalyzing Change in High School Mathematics: Initiating Critical Conversations*. NCTM.
- OECD (2014) *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science*. OECD Publishing.
- Orland-Barak, L. (2021). “Breaking Good”: Mentoring for Teacher Induction at the Workplace. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación del Profesorado*, 25(2), 27-51.
- Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lidel.
- Pinto, H. & Monteiro, C. (2008). A divisão de números racionais. In Brocardo, J.; Serrazina, L. & Rocha, I. (Org.) *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 201-219). Escolar Editora.

- Pinto, H. G. (2011). *O Desenvolvimento do Sentido da Multiplicação e da Divisão de Números Racionais*. [Tese de Doutoramento]. Universidade de Lisboa.
- Pinto, H., Mamede, E. (2019). Números racionais nos primeiros anos: Abordagem pela partilha equitativa. *Educação e Matemática*, 151 (19-21). <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2541>
- Pires, F., Araujo-Jorge, T., & Trajano, V. (2012). Avaliação sobre o uso do programa PowerPoint em sala de aula por estudantes da educação básica na rede pública. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5(1), 39–53.
- Pólya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton University Press [Tradução portuguesa, *Como resolver problemas*. Gradiva. 2003].
- Ponte, J. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83–98). Graó.
- Ponte, J. (2017). Discussões coletivas no ensino-aprendizagem da Matemática. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 33–56). APM.
- Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério de Educação.
- Rodrigues, M., Serrazina, L., & Caseiro, A. (2018). Estabelecendo Relações Numéricas: Um estudo com alunos de 2.º ano. In A. Rodrigues, A. Barbosa, A. Santiago, A. Domingos, C. Carvalho, C. Ventura, C. Costa, H. Rocha, J. M. Matos, L. Serrazina, M. Almeida, P. Teixeira, R. Carvalho, R. Machado, & S. Carreira (Eds.), *Livro de Atas do ETEM – Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 533–545). Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra.
- Santos, D.A., & Alliprandini, P.M.Z. (2023). *Estratégias de Aprendizagem*
- Santos, L. (2020). A avaliação pedagógica em Matemática: um desafio e uma inevitabilidade? *Educação e Matemática*, 158, 3–11.

- Santos, L.; Serrão, A.; Duarte, A.; Nunes, A.; Vasconcelos, A.; Mota, M.; Cabral, M., & Rodrigues, M. (2023). *Pisa 2022 – Portugal. Relatório Nacional*. IAVE. <https://iave.pt/wp-content/uploads/2019/08/Relatorio-Final.pdf>
- Scalabrin, I. C.; Molinari, A. M. C. (2020). A importância da prática do Estágio Supervisionado nas licenciaturas. *UNAR – Revista Científica do Centro Universitário de Araras “Dr. Edmundo Ulson”*, 7 (1).
- Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. *For The Learning of Mathematics*, 14(1), 19– 28.
- Silver, E. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. *International Reviews on Mathematical Education*, 27(2), 67– 72.
- Silver, E. (2013). Problem-posing research in mathematics education: looking back, looking around, and looking ahead. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 157– 162.
- Singer, F. M., & Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 9–26.
- Sousa, H. (2015). *Relatório Projeto Testes Intermédios 1.º Ciclo do Ensino Básico*. IAVE. https://iave.pt/wp-content/uploads/2020/02/Relat_TI2_2014_com_anexos.pdf
- Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The mathematics educator*, 14(1), p. 19-34.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. (1996). A framework for research into Students’ problem posing in school mathematics. In P., Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education (Proceedings of the 19th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (pp. 518– 525). MERGA.
- Tavares, D., Menino, H. L., Pinto, H. G., Rainho, N. & Rodrigues, M. (2017). O conhecimento matemático de futuros professores dos primeiros anos: o caso dos números racionais. In D. Alves, H. G. Pinto, I. S. Dias, M. O. Abreu, R. G. Muñoz. (Orgs.) *Atas da VI Conferência Internacional Investigação, Práticas e Contextos em*

Educação: Investigação, Práticas e Contextos em Educação, pp. 303-315.
<http://hdl.handle.net/10400.8/3527>.

Vale, I., & Barbosa, A. (2019). A resolução de problemas com frações - uma abordagem visual. In E. Mamede, C. Monteiro, & C. Monteiro (Orgs.), *Contributos para o Desenvolvimento do sentido de número racional* (pp.233-260). APM.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). In P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7– 51). Lidel.

Vale, I.; Pimentel, T. (2005). Dos inteiros aos reais. In Palhares, P. (Coord.) *Elementos de matemática para professores do ensino básico*. LIDEL.

Veloso, G. (2017). O modelo retangular na compreensão de algoritmos operatórios com números racionais representados em fração. *Educação e Matemática*, 143, 5 – 9.

Ventura, H. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através de conexões entre as suas representações: Uma experiência de ensino no 2o ciclo do ensino básico*. (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa.

Vilelas, J. (2020). *Investigação – O processo de construção de conhecimento* (3ª ed.). Edições Sílabo.

Wiggins, G. (2012). Seven keys to effective feedback. *Feedback for learning*, 70(1), 10- 16.

Wu, H. (2017). *Compreender os números na matemática escolar*. Porto Editora.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Tarefa A

Apêndice 1.1. Enunciado da tarefa A1 “A leitura de um livro”

Tarefa A (Parte 1) - A leitura de um livro

Nas férias de Natal, a Paula começou a ler o livro “A maior flor do mundo” de José Saramago. Durante as férias, leu $\frac{2}{5}$ do livro e, desde que as aulas começaram, leu $\frac{1}{5}$. A professora pretende que os alunos leiam $\frac{4}{5}$ do livro até ao final do 2º período. Que fração do livro falta ler à Paula para cumprir a pretensão da professora?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Apêndice 1.2. Resoluções dos alunos da tarefa A1 discutidas em sala de aula

The image shows three separate pieces of paper with handwritten mathematical work. The top piece shows the equation $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$. The middle piece shows the text "R - ~~Paula~~ Faltam $\frac{2}{5}$ do livro." with a large blacked-out area below it. The bottom piece shows two equations: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ and $\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$, followed by the final answer "R: $\frac{1}{5}$ ".

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$$

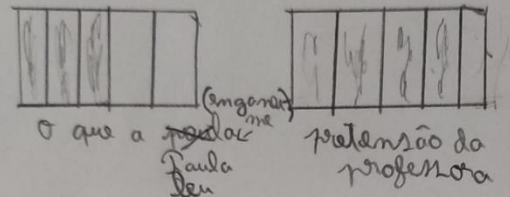
R - ~~Paula~~ Faltam $\frac{2}{5}$ do livro.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$
$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

R: $\frac{1}{5}$

Dados	Indicação	Operação
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$	
$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$	
$\frac{4}{5}$		

R: Falta ler ~~na~~ $\frac{1}{5}$ do livro.



$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

Os chapéus de chuva ~~receberam-se~~ na segunda $\frac{1}{6}$ na terça $\frac{5}{6}$ e na quarta $\frac{2}{6}$.

Quantos chapéus ~~receberam~~ ao todo?

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6}$$

R: ~~Receberam~~ ao todo $\frac{8}{6}$.

A Sofia comprou 3 laranjas, e ~~ela~~ dividiu-as por 4 amigos. Cada um ficou com $\frac{5}{6}$ das laranjas; o pai da Sofia ficou com $\frac{2}{6}$ e a mãe dela ficou com $\frac{1}{6}$.

Com $\frac{1}{6}$ que parte das laranjas ficou cada um dos amigos?

R:.

Nas férias de Carnaval, o Rodrigo recebeu uma caixa com bolachas. Até ao final das férias comeu $\frac{2}{6}$ da caixa e a mãe disse para ele deixar $\frac{1}{6}$ para o pai. ~~Sabendo que ele só ia comer $\frac{5}{6}$ da caixa, quanto restou que ele tinha de comer?~~

Dados	Indicação	Operação
$\frac{2}{6}$	$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$	
$\frac{1}{6}$		
$\frac{5}{6}$		

R: Ele tinha de comer mais $\frac{3}{6}$.

(diferença)
 (mais qual tem números)

Elmanuel tem $\frac{5}{6}$ das cartas do Eltonio.
 O João tem $\frac{1}{6}$ das cartas do Elmanuel e o Carlos deu ~~um~~ ao João.
 Quantas cartas têm os dois a mais que o Eltonio.

$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$	$\frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} - \frac{6}{6} = \frac{2}{6}$
$\frac{5}{6}$		
$\frac{2}{6} + \frac{1}{6}$		

R: Eles têm a mais dois sectores.

Apêndice 1.3. Transcrição da discussão da tarefa A1 em sala de aula

Professora estagiária: Então vamos abrir o caderno de Matemática e vão colar esta folhinha que eu vou distribuir que são... que são os problemas que fizemos há um.... Há um tempo atrás.

Figura 1

Enunciado distribuído

Tarefa 1 - A leitura de um livro

Nas férias de Natal, a Paula começou a ler o livro “A maior flor do mundo” de José Saramago. Durante as férias, leu $\frac{2}{5}$ do livro e, desde que as aulas começaram, leu $\frac{1}{5}$. A professora pretende que os alunos leiam $\frac{4}{5}$ do livro até ao final do 2º período. Que fração do livro falta ler à Paula para cumprir a pretensão da professora?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Tarefa 2 –

Inventa um problema utilizando os valores apresentados a seguir: $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{6}$.

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Professora estagiária: Aluna A! Lê! Em voz alta. Vamos todos ouvir.

Aluno A: Nas férias de Natal, a Paula começou a ler um livro “A maior flor do mundo”.

Professora estagiária: Lê mais alto. Começa de novo.

Aluno A: A maior flor do mundo.

Professora estagiária: Começa de novo e lê mais alto.

Aluno A: Nas férias de Natal, a Paula começou a ler um livro “A maior flor do mundo” de José Saramago. Durante as férias leu... dois quintos do livro e desde que as aulas começaram leu um quinto. A professora pretende que os alunos leiam quatro quintos... do livro até ao final do segundo período. Que fração do livro falta ler à Paula para cumprir

a preten... a pretensão da professora? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Professora estagiária: Então o que é isto de pretensão? Alguém me consegue dizer um sinónimo? Aluno B! (O Aluno B não responde) Pretensão!

Aluno B: Ela pretende...

Professora estagiária: Sim... Aluno C!

(O Aluno C responde, mas o áudio é impercetível)

Professora estagiária: É o objetivo da professora ou a professora quer... que os alunos leiam quatro quintos do... do livro. Então o Aluno D vem aqui ao quadro colocar os dados que considera ahh... relevantes para a resolução deste problema.

(O Aluno D dirige-se para o quadro).

Professora estagiária: Então Aluno E, diz lá quais são os dados, deste problema.

Aluno E: dois quintos.

Professora estagiária: E os dois quintos corresponde a quê?

Aluno E: Corresponde à parte que ela leu nas férias de Natal.

Professora estagiária: Exatamente. E mais? Aluno F.

Aluno F: um quinto.

Professora estagiária: Um quinto corresponde a quê?

Aluno F: Ao...ao...à parte que...leu desde que as aulas começaram.

Professora estagiária: Boa... Aluno G, mais algum dado?

Aluno G: Existe.

Professora estagiária: Qual?

Aluno G: Quatro quintos.

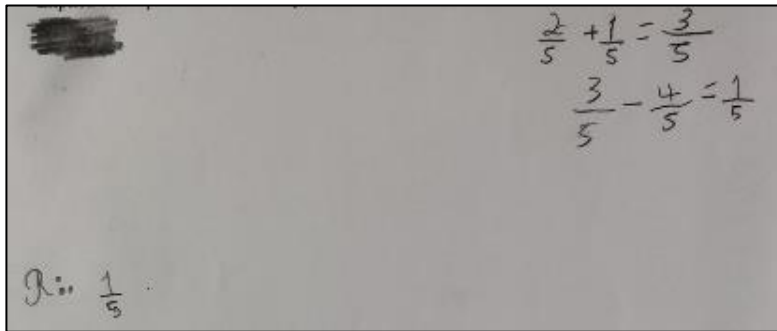
Professora estagiária: Corresponde a quê, Aluno H? Quatro quintos!

Aluno G: Corresponde... ao que...ao que... ao que a professora pediu que os alunos lessem.

Professora estagiária: Exatamente, muito bem! (Dirigindo-se para o Aluno D que estava a registar as informações) Podes sentar. Então eu agora tenho aqui projetado (apontando para a tela de projeção) ... uma resolução de um aluno (figura 2) e vamos analisá-la. Ok?

Figura 2

Primeira resolução do primeiro problema


$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$
$$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$$

R.: $\frac{1}{5}$

Professora estagiária: Então vamos analisar, Aluno I. Como é que este aluno resolveu este problema?

Aluno I: Ahhh...por esquemas.

Professora estagiária: Esquemas?

Aluno I: Ahhh... contas.

Professora estagiária: Operações, certo. E o que qu'o... este aluno fez? Consegues perceber?

Aluno I: Ahhh...

Professora estagiária: Aluno C.

Aluno C: Ele... somou... ele somou... o quanto o... a... a Paula leu durante as férias...

Professora estagiária: A fração que a Paula leu durante as férias com...

Aluno C: Com o que ela leu quando voltou das férias.

Professora estagiária: Exatamente. O que leu depois de as aulas começarem. E obteve então... três quintos. E depois? Ahhh, aiii Aluno G, ahhh Aluno J? (o aluno não respondeu)
O que é que este aluno fez de seguida?

Aluno J: Subtraiu...

Professora estagiária: Subtraiu...

Aluno J: Três quintos... por quatro quintos...

Professora estagiária: Três quintos por quatro quintos... e obteve?

Aluno J: Um quinto.

Professora estagiária: Um quinto. E agora eu quero saber o que é que vocês têm a dizer sobre esta resolução.

Alguns alunos: Está mal.

Professora estagiária: Está mal....

Aluno F: É impossível de resolver isso.

Professora estagiária: Aluno A, o que é que me tens a dizer?

Aluno A: Que é impossível...

Professora estagiária: É impossível porquê? Então vem aqui ao quadro explicar-me como tu farias. (O Aluno A dirigiu-se ao quadro)

Aluno F: Então porque que que...

Professora estagiária: Aluno K, porque é que... também concordas que está mal?

Aluno K: Sim.

Professora estagiária: E então?

Aluno K: O aditivo tem mais que o subtrativo.

Professora estagiária: E o que é isso do aditivo? Vem-me cá apontar. (Enquanto o Aluno K se dirige para a tela de projeção, a Professora estagiária comunica com o Aluno A que se encontra junto ao quadro) Vamos lá, como é que tu farias? Segundo o que 'tá ali, o que é que tu colocarias de diferente?

(O aluno A começa a escrever no quadro e a professora estagiária direciona-se para a indicação do Aluno K, junto à tela de projeção, acerca do aditivo três quintos).

Professora estagiária: Então aquilo corresponde a quê, Aluno L? Po... aquele valor qu'ó... qu'ó... Aluno K está a apontar representa o quê?

Aluno L: Três quintos.

Professora estagiária: Mas a nível de quê? Que operação é aquela? (O Aluno L não responde) E este resultado corresponde ao quê? (A aluna não responde) Aluno C.

Aluno C: À diferença.

Professora estagiária: À diferença. Então e como é que se chamam estes... estes Algarismos? Aluno J? Este aqui (apontando para a tela de projeção) que o Aluno G... aí que o Aluno K apontou.

Aluno J: Aditivo.

Professora estagiária: O... Diz, sem medo.

Aluno J: Aditivo.

Professora estagiária: Aditivo. E este Aluno E?

Aluno E: Subtrativo.

Professora estagiária: Subtrativo. Muito bem. (dirigindo-se para o quadro) Então o Aluno A faria assim. Todos concordam?

Aluno D: Sim.

Professora estagiária: E o que é que isto representa? Um quinto? Ahhh... Aluno H? (o Aluno H não responde) um quinto representa o quê?

Aluno H: A diferença dessa conta.

Professora estagiária: O quê?

Aluno H: A diferença dessa conta.

Professora estagiária: Pois, é a diferença desta conta. Certo. Mas no... nooo contexto deste problema, um quinto representa o quê? Vê lá.

Aluno H: Um quinto representa... a parte que a Paula leu desde que as aulas começaram? (A professora estagiária solicita que o Aluno A se dirija para o respetivo lugar)

Professora estagiária: Será que este quinto representa a parte que a Paula leu depois das aulas começarem? Aluno B?

(O Aluno B não responde, mas abana a cabeça em sinal de negação).

Professora estagiária: Não? Então?

(O Aluno B responde, mas o áudio é impercetível)

Professora estagiária: O que falta ler? Aluno C.

Aluno C: Quanto el.. quanto ela ... (A restante resposta do Aluno C não é percetível)

Professora estagiária: Um quinto?

Aluno C: Ah! É o que falta ler.

Professora estagiária: Falta ler para quê? Completa lá a tua ideia.

Aluno C: É o que falta ler para... para a Paula cumprir a pretensão da professora.

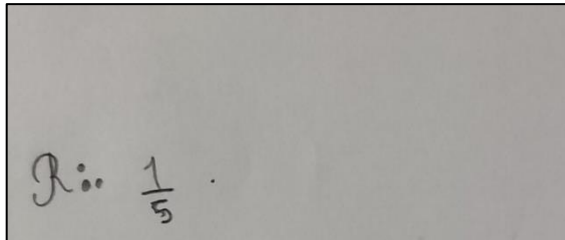
Professora estagiária: Exatamente! É o que falta ler para a..a Paula chegar à pretensão da professora, ao objetivo. Diz.

Aluno C: Pensava que a professora estava a falar dos quatro quintos.

Professora estagiária: Ai não... 'Tou a falar da diferença (apontando para a projeção). Muito bem. Então e o que é que me têm a dizer desta resposta (apontando para a resposta projetada (figura 3)).

Figura 3

Resposta do primeiro problema da primeira resolução



Professora estagiária: Está correta?

Aluno F: Sim.

Professora estagiária: Sim, mas está... muito incompleta. E porque é que eu digo isto?

Alguns alunos: Um quinto de...

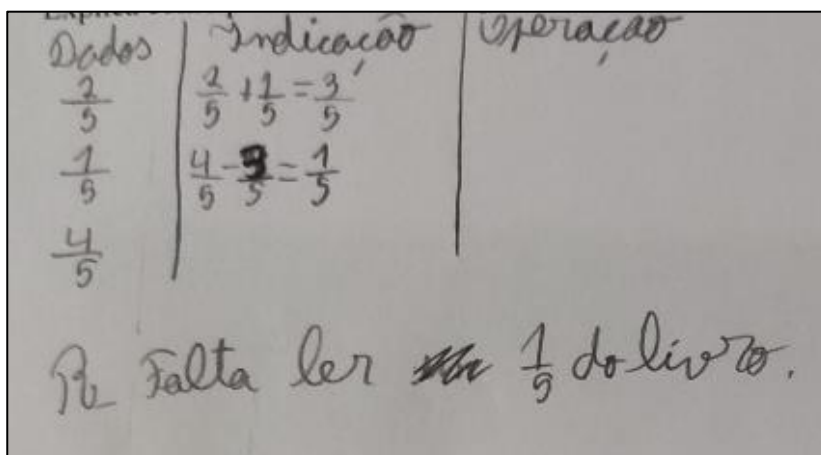
Professora estagiária: Um quinto, mas pode ser de feijões, de batatas... Aluno L, O que é que aqui está incompleto? O que é que temos de fazer nas respostas dos problemas? (O Aluno L não responde). Aluno J? (O aluno não responde e a Professora estagiária dirige-se à turma) Como é que vocês responderam aos vossos problemas?

Alguns alunos: Falta ler um quinto do livro para a Paula cumprir a pre...

Professora estagiária: Ou seja, nos problemas tens sempre que ter respostas Completas. Ok? (Os alunos acenam) Então vamos aqui passar à frente (dirigindo-se para o computador para mudar o diapositivo) e vamos analisar... esta... proposta (figura 4), ok? Um minutinho para olharem, para observar.

Figura 4

Segunda resolução do primeiro problema



Professora estagiária: E vai começar o Aluno I... a dizer-me alguma coisa sobre este problema... sobre esta resolução, aliás. Então, Aluno I? (Não existe resposta). Diz, o que é que este aluno fez? (Não existe resposta novamente) Aluno E?

Aluno E: Ele tirou os dados do problema e depois ele somou dois quiiintos mais um quinto que é igual a três quintos.

Professora estagiária: E os três quintos corresponde a quê? Ah... Aluno J? (O aluno não responde). Estes três quintos representa o quê? Aluno A? Três quintos.

Aluno A: O que a professora já leu.

Professora estagiária: O que a professora já leu. Aluno M!

Aluno M: O que a Paula já leu.

Professora estagiária: O que a Paula já leu, exatamente. E de seguida fez o quê, Aluno H? (O Aluno H sente dificuldade em ler o que está projetado). Não se... Dá para perceber? O que 'tá escrito? (Dirigindo-se para a turma).

Alguns alunos: Não.

Aluno E: Mais ou menos.

Professora estagiária: Então eu vou dizer: está quatro quintos menos três quintos que é igual a um quinto. E isto corresponde a quê, Aluno C? Um quinto?

Aluno C: Aquilo que falta ler.... falta ler... para cumprir...

Professora estagiária: Para cumprir...

Aluno C: A pretensão da professora.

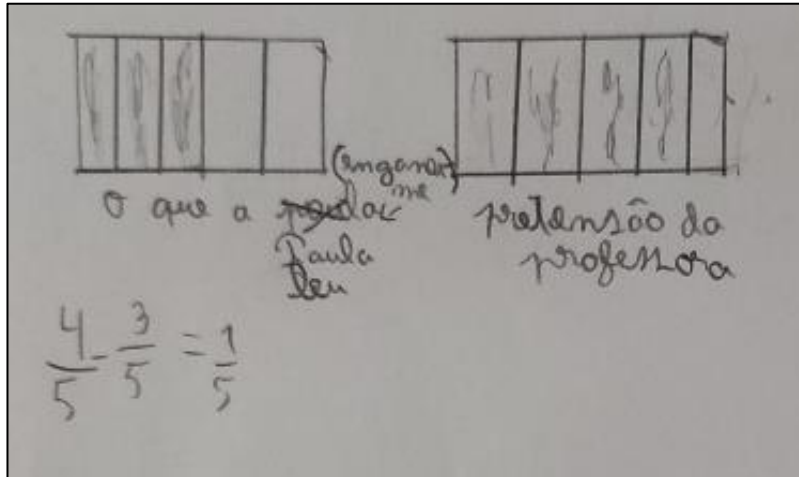
Professora estagiária: A pretensão da professora... exatamente. Aqui. (Apontando para a resposta).

Professora estagiária: Ahhh... Já'stemos uma resposta mais completa., mas mesmo assim ainda não está completa, completa, ok? Vão comparando com as vossas resoluções, para se tiverem alguma dúvida, nós esclarecermos.

(A professora estagiária dirige-se para o computador e projeta uma nova resolução (figura 5))

Figura 5

Terceira resolução do primeiro problema



Professora estagiária: Aluno L, como é que este aluno resolveu este problema? O que é que lá está? (apontando para a tela de projeção). São operações? Aluno L? Isto é uma operação? Isto aqui? (Contornando a resolução. O Aluno L não responde). Aluno L? Isto são operações? São? São como fizemos ali? (Apontando para o quadro)

Aluno L: Não...

Professora estagiária: Então? Através de quê?

Aluno L: De um esquema...

Professora estagiária: De um esquema, exatamente. Então... Aluno N, tenta lá ver o que é que este aluno fez.

Aluno N: Eu?

Professora estagiária: Sim. O que é que representará esta parte do esquema (apontando para a resolução projetada).

Aluno N: O livro que foi lido dividido em cinco partes iguais.

Professora estagiária: Então e porque é o... ele dividiu o livro em cinco partes e não dividiu em seis, Aluno F? Ouviste a pergunta? Ou estavas aaa brincar? Ouviste? (O aluno consente com a cabeça) Então diz lá.

Aluno F: Ahhh... porque o livro tinha de ... em quatro.... Quatro quintos.

Professora estagiária: Ainda bem que ouviste a pergunta, porque não foi nada disso que eu perguntei. O que é que eu perguntei, Aluno J?

Aluno J: Porque é que este aluno dividiu em cinco partes iguais e não em seis partes iguais...

Professora estagiária: Exatamente. Porque é que este aluno dividiu ahnn... este retângulo em cinco partes e não em seis, Aluno B?

Aluno B: Porque...

Professora estagiária: Mais alto. Pa' todos ouvirmos.

Aluno B: Porque o livro...

Professora estagiária: O livro tem... Aluno k, ajuda lá.

Aluno K: Porque o livro tem cinco quintos.

Professora estagiária: Não ouvi. O livro tem?

Aluno K: Cinco quintos.

Professora estagiária: Cinco quintos... E cinco quintos representa o quê, Aluno E?

Aluno E: O todo.

Professora estagiária: O todo. É uma unidade, ou seja, o livro na sua totalidade, certo? Alguma dúvida em relação a isto?

Alguns alunos: Não...

Professora estagiária: Identificar o total? Não? Certo. (Dirigindo-se para a resolução projetada). E aqui? Este segundo esquema, este segundo retângulo, corresponde a quê? Aluno H? Consegues perceber? Este aluno até fez uma coisa muito boa que todos devem fazer, que é identificar o que estão a calcular. Neste caso, o que está desenhado.

Aluno H: Pre...pretensão da professora.

Professora estagiária: E esta pretensão significava o quê? Corresponhia a quê, Aluno O? Qual era a pretensão da professora?

Aluno O: Ahhh... é que eles lessem quatro quintos.

Professora estagiária: Quatro quintos do livro, exatamente. E de seguida? O que é que este aluno fez? Ficou-se por aqui? Ele concluiu aqui a sua resolução, Aluno M?

Aluno M: Sim...

Professora estagiária: Sim?

Aluno M: Ele depois fez uma subtração...

Professora estagiária: Sim... E o que é que... o que é que esse aluno ahnn... terá pensado para...para para fazer esta operação, Aluno F? Quatro quintos menos três quintos é igual a um quinto. Sim... O que é que será? Porque é que será que este aluno fez esta operação?

Esta subtração... Aluno A? Porque é que este aluno não se ficou só pelo esquema? Aluno C.

Aluno C: Ahhh... ele... ahh... ela... a Paula leu...

Professora estagiária: Não, não foi isso que perguntei. Eu perguntei o porquê deste aluno não ter ficado por aqui (apontando para os esquemas) e ter... feito esta operação.

Aluno C: Para saber quantoos... para saber quantos quintos faltavam para ela ler...

Professora estagiária: Exatamente, muito bem. Então e já analisámos esta... vários... vários problemas, aliás dois, e falta aqui (apontando para o final da resolução) qualquer coisa. O que é que um problema deve ter sempre?

Aluno F: A resposta....

Professora estagiária: Rhhh, eu disse Aluno F? E a resposta deve ser quê?

Alguns alunos: Completa.

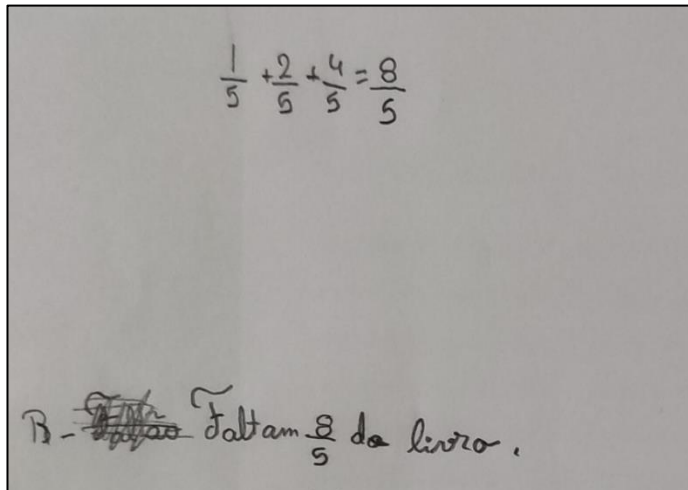
Professora estagiária: Compleeeta, exatamente. Então este aluno...

Aluno N: Não deu resposta completa.

Professora estagiária: Não deu resposta... Eee, quando vocês forem para o quinto ano e não derem resposta nos problemas, sabem o que é que acontece? Zero. Os cálculos podem estar muito bons, mas.... Vamos analisar uma última proposta que vocês fizeram, que um de vocês fez. (A professora estagiária dirige-se para o computador e avança para o diapositivo seguinte). Um bocadinho para ler, aii... aiii enganei-me, já passei. Ninguém olha, ninguém olha. (A professora estagiária coloca o diapositivo correto). Vamos analisar esta proposta de resolução... um bocadinho para observarem... Não quero comentários secundários e vamos ver o que é que este aluno fez. Vamos ver só a resolução deste aluno (figura 6) ... E então, Aluno P, o que é que me tens a dizer, desta resolução?

Figura 6

Quarta resolução do primeiro problema


$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$$

~~B - 1/5~~ Faltam $\frac{8}{5}$ do livro.

Aluno P: Que... está mal...

Professora estagiária: Não! Não quero se está mal ou bem. Eu quero saber... eu quero que te metas no... no lugar dessa pessoa, da pessoa que resolveu este problema, e que me digas o que achas que esta pessoa pensou. Para resolver o problema assim desta maneira. Então porque é que será que este aluno se confundiu e errou a a resolução?

(Os alunos respondem em coro)

Professora estagiária: Exatamente. E o que é que este aluno não percebeu? Aluno E?

Aluno E: Ele não... ele não percebeu que nós tínhamos de subtrair e não adicionar...

Professora estagiária: Mas há uma coisa muito importante, que este aluno não conseguiu perceber. Que eu falei há bocadinho. Aluno C.

Aluno C: Como.... Qual é que era a pergunta que lá estava em cima...

Professora estagiária: Ok, certo. Mas não era bem isso que não queria chegar, não era bem aí que eu queria chegar. Vocês acham que oito quintos é possível neste contexto do problema?

Alguns alunos: Pois, não.

Professora estagiária: Aluno N.

Aluno N: Isso é mais de um livro.

Professora estagiária: Aii... e o que é isso de mais de um livro? Era aqui que eu queria chegar.

Aluno N: Porque... um livro são cinco quintos...

Professora estagiária: Certo, boa. E então?

Aluno N: E depois oito quintos já já é mais do do que um livro.

Professora estagiária: Quanto é que é mais, Aluno L? Isto passa a mais do que quanto?

Professora estagiária: Certo. Mas um livro tem... tem... que fração corresponde ao ao livro?

Aluno N: um quinto.

Professora estagiária: À totalidade do livro. Aluno J?

Aluno J: Cinco quintos.

Professora estagiária: Cinco quintos. Ou seja, quantos sobram? Vem aqui fazer esta subtração (Apontando para o quadro). Diz lá (Dirigindo-se para o Aluno N)

Aluno N: Três quintos.

Professora estagiária: Três quintos. É isso, é isso. 'Tá certo. Sim, vai lá fazer esta subtração. (Dirigindo-se para o Aluno). Qual é o aditivo desta subtração? Aluno B?

Aluno B: Eu não sei...

Professora estagiária: O aditivo... Eu eu disse que eram oito quintos menos a totalidade do livro, e queria saber quanto é que isso daria. Qual é o aditivo desta operação?

Aluno B: Oito quintos.

Professora estagiária: Então Aluno H, explica-me lá o porquê deste resultado não ser possível? E agora o que é que eu perguntei? Vá, vamos lá. (Dirigindo-se para o Aluno J que se encontrava no quadro) Qual é a totalidade do livro? Que fração corresponde? (Dirigindo-se para o Aluno H) Aluno B, ajuda lá. Que fração corresponde a totalidade do livro. Aluno L, pensa por ti. Ouviste, ao menos? Ouviste? Então, pensa... Totalidade do livro... já falámos há bocado e já já repetimos outra vez.

Aluno H: Porque oito quintos já é mais do que um livro.

Professora estagiária: Exatamente. Então acham que este aluno pensou... depois de fazer a resolução. Então o que é que vocês têm que fazer quando acabam de resolver um problema? Vocês olham...

Alguns alunos: Verificar...

Professora estagiária: Diz lá.

Aluno C: Ah... o aluno devia ir à pergunta... e ver a perguntar, e depois ahh, via via que oito quintos era mais do que um livro e não era possível.

Professora estagiária: Exatamente. Os alunos devem confrontar os resultados com a pergunta que é pedida. Certo? E este aluno falhou, nisso. E esta resposta? Qual é a totalidade do livro, Aluno L? Quanto é que é?

Aluno L: Um quinto.

Professora estagiária: A totalidade do livro? Achas que é? Tu tens um livro completo... faz-me aqui um livro, desenha ali um retângulo. (Apontando para o quadro, enquanto o Aluno L se dirige para lá) E 'tamos a falar o denominador cinco. Qual é que será a totalidade do livro? Divide lá o livro. (O Aluno L realiza o desenho no quadro) Como é que é esta resposta, Aluno F? (Apontando para a projeção) O que é que tens a dizer desta resposta? E então, qual é o todo? (O Aluno L não responde e a professora estagiária pega num giz) Eu vou ler... vou ler uma página, depois leio outra, depois leio outra, depois leio outra e depois leio outra. Li o livro todo. Qual é a fração?

Aluno L: Cinco quintos.

Professora estagiária: Vês... que tu sabes.

Professora estagiária: Diz. (Dirigindo-se para o Aluno F que estava a falar)

Aluno F: A pessoa que fez esta resposta não verificou...

Professora estagiária: Sim... mas e a resposta está completa, está 'tá certa..., está incompleta...

Aluno F: Está errada...

Professora estagiária: Não estamos a falar agora de de resultados.

Aluno F: Está errada.

Professora estagiária: Se aqui estivesse um quinto (Apontando para resposta projetada) ... Eu não estou a falar de de resultados. Qual é a subtração? (Dirigindo-se para o Aluno L que se encontra no quadro)

Aluno F: Se ali 'tivesse um quinto, estava certo...

Professora estagiária: Mas eu não estou a falar de resultados, imagina que estava ali, falta um quinto do livro. Como é que estava esta resposta?

Aluno N: Incompleta...

Professora estagiária: Diz lá...

Aluno N: Para ser...

Professora estagiária: Como é que completavas? Oh oh está está completa?

Aluno N: Eu acho que não 'tá.

Professora estagiária: E o resultado? (Dirigindo-se para o Aluno L que se encontra no quadro de diz)

Aluno N: Para... para ser completa pode ser, falta ler ...

Alguns alunos: Falta-lhe ler...

Professora estagiária: E começamos por um verbo?

Alguns alunos: Falta...

Aluno G: Ohhh.

Aluno N: Na Matemática sim...

Professora estagiária: É??

Aluno N: Na Matemática sim...

Professora estagiária: Diz lá.

Aluno C: Eu co... eu começaria assim... falta-lhe ler...

Professora estagiária: Ok. Pronto. Já estááá mais completa, mas mesmo assiiim. Já vamos ver como fazemos. Então vamos recapitular. Quais foram as indicações e as alterações... que estivemos aqui a ver, para resolver um problema? (Dirigindo-se para o computador)

Aluno N: Não percebi...

Professora estagiária: Já vão... já vão perceber... Aii, este foi o primeiro (A professora estagiária coloca o diapositivo o enunciado do primeiro problema (figura 7)). Esperem aí. Boa, Aluno L. Podes sentar.

Figura 7

Enunciado do primeiro problema

Tarefa 1 - A leitura de um livro

Nas férias de Natal, a Paula começou a ler o livro “A maior flor do mundo” de José Saramago. Durante as férias, leu $\frac{2}{5}$ do livro e, desde que as aulas começaram, leu $\frac{1}{5}$. A professora pretende que os alunos leiam $\frac{4}{5}$ do livro até ao final do 2º período. Que fração do livro falta ler à Paula para cumprir a pretensão da professora?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Professora estagiária: Então vamos lá ver... para... para resolvermos um problema o que é que começamos a fazer? E agora vou resolver no quadro e vocês depois passam... e agora

vamos estar atentos ao... ao que vamos fazer, ok? Vou apagar isto.... (A professora estagiária apaga os cálculos realizados anteriormente pelo Aluno L) Então vamos lá. Como lemos o enunciado, começamos por onde? Aluno H? Começamos por onde?

Aluno H: Hm...

Professora estagiária: Estamos a ler as premissas da... deste problema. E o que é que vamos retirar?

Aluno H: Os dados...

Professora estagiária: Os dados, muito bem. Então começamos sempre por indicar os dados. (A professora estagiária vai registando os valores apresentados no enunciado) Então... e quais são os dados deste problema, Aluno J?

Aluno J: Dois quintos.

Professora estagiária: Dois quintos... e estes dois quintos corresponde a quê, Aluno B?

Aluno B: Ao...ao... ao que a Paula leu nas férias... durante as férias.

Professora estagiária: Não ouvi, não ouvi.

Aluno B: Uhh... o que a Paula leu nas férias...

Professora estagiária: O que a Paula leu nas férias, então vá. (A professora estagiária realiza o registo no quadro) Leitura.... Leitura da Paula nas férias... E há outro dado, Aluno I?

Aluno I: Temos... um quinto?

Professora estagiária: Um quinto... e um quinto corresponde a quê?

Aluno I: Ahhh... o que a Paula leu desde que as aulas começaram.

Professora estagiária: Ok... (A professora estagiária regista no quadro) Então foi a leitura da Paula depois das aulas, ou depois das férias. Aluno O, mais dados, existem?

Aluno O: Sim...

Professora estagiária: E então?

Aluno O: Quatro quintos.

Professora estagiária: Quatro quintos. Corresponde a quê, quatro quintos?

Aluno O: É o que a professora quer... que eles leiam do livro.

Professora estagiária: Ou seja... é a pretensão ou o objetivo, ok?

Aluno O: Sim.

Professora estagiária: Então vou colocar o objetivo da professora. (A professora estagiária realiza o registo no quadro) E agora? Existirá mais algum dado?

Aluno C: Os necessários são esses... também podias colocar o do livro...

Professora estagiária: Ok, mas esse é secundário.... Então estes são os dados que nós conhecemos. Existe algu...algun dado que nós não conhecemos? Que é o que nós queremos saber? Qual é o objetivo deste deste problema? O que é que queremos saber?
Aluno E.

Aluno E: Há dois dados que nós não conhecemos... três quintos e...

Professora estagiária: Três quintos?

Alguns alunos: sim...

Aluno C: Ah, eu já sei porque é que ela disse três quintos (referindo-se a uma resolução anteriormente projetada).

Professora estagiária: Estás a...

Aluno C: Ela quer dizer...

Professora estagiária: Isso é, faz parte do...do... do... da discussão do problema. Certo?

Aluno C: Sim.

Professora estagiária: Pronto. Isso não é, não é, não é um dado. Qual é o objetivo?

Aluno C: Quantos quintos é que faltam.

Professora estagiária: Exatamente. Então eu vou por aqui um ponto de interrogação, que é o que nós queremos... descobrir. E queremos descobrir o quê, Aluno E?

Aluno E: Anhhh... quanto falta ler.

Professora estagiária: Quanto falta... (A professora estagiária regista no quadro) Ou a fração... a fração que a Paula terá de ler para cumprir... o quê?

Alguns alunos: A pretensão da professora...

Aluno E: A pretensão da professora.

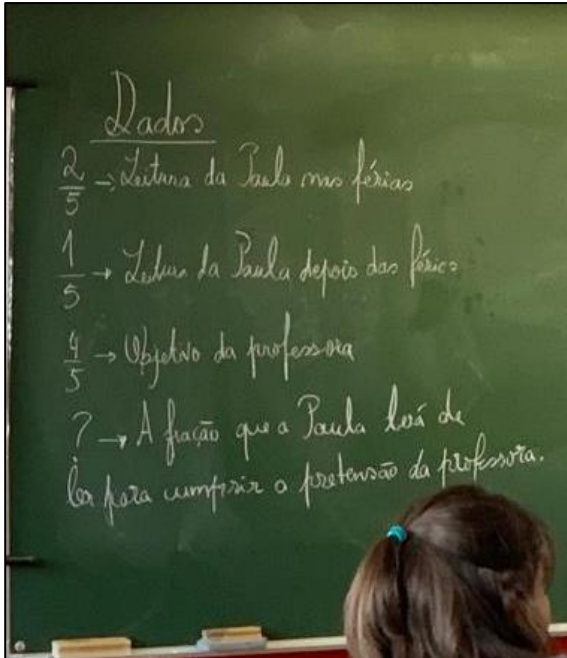
Professora estagiária: A pretensão da professora.

Aluno M: Professora, nós passamos no caderno ou na folha mesmo?

Professora estagiária: Eu já digo. Agora é pa' 'tarem com atenção, ok? Já vamos todos copiar a seguir. (A professora termina de fazer o registo dos dados (figura 8)).

Figura 8

Registo dos dados do primeiro problema no quadro



Professora estagiária: Então o que é que eu vou querer fazer a seguir? Já tenho os dados, já, já, já conheço o o o que corresponde os dados das frações, certo? E agora? Vimos dois tipos de resolução, quais foram, Aluno J?

Professora estagiária: Não consegui ouvir.

Aluno J: Operação...

Professora estagiária: Através de operações.... Aluno B? A segunda? Aluno A.... Então? Só vimos uma? Aluno I? Ai...Aluno A, aiii, Aluno D.

Aluno D: Ahhhhh...hum...

Professora estagiária: Aii não acredito. Aluno J, diz lá.

Aluno J: Por desenho.

Professora estagiária: Através de um desenho, de um esquema, muito bem. Então eu vou dividir aqui o meu quadro em dois, porque vamos fazer... a resolução deste deste problema das duas formas corretamente, ok? Então e querem começar por qual?

Aluno N: Peloooo....

Aluno F: Por um qualquer.

Aluno N: Contas.

Professora estagiária: Operações?

Alguns alunos: Sim...

Professora estagiária: Então... Aluno F, vem então ao quadro. Aluno G, o que é que eu poderei fazer agora? Já tenho aqui os dados, já sei o que são.... E então?

Aluno G: Temos de adicionar dois quintos...

Professora estagiária: Dois quintos? Mas queremos saber o quê?

Aluno G: Quanto falta...

Professora estagiária: Então vamos indicar. Vamos indicar o quê? O que é que queremos saber?

Aluno C: Ahhhh... quanto falta à Paula pra..pra pra...

Professora estagiária: É isso que queremos saber, mas temos de fazer um cálculo intermédio... Não vamos fazer um cálculo intermédio? Então nós conseguimos... olhem esta resolução (Dirigindo-se para a segunda resolução projetada no quadro) nós conseguimos chegar logo aqui aos três quintos?

Alguns alunos: Nãoooo.

Aluno C: Temos que ver...

Professora estagiária: O que é que tivemos de fazer antes?

Aluno C: A operação. Temos que ver ao todo quanto ela já leu.

Professora estagiária: Exatamente. Então... (Dirigindo-se novamente para o quadro) o que é que iremos escrever? Vamos 'crer saber o quê agora? Aluno H. Já vamos querer saber quanto é que falta ler? Ou o que é que vamos querer saber? Aluno C.

Aluno C: Falta quanto quanto ela já leu.

Professora estagiária: Quanto a Paula já leu, exatamente. Então vá, vamos lá. (Dirigindo-se para o Aluno F que se encontra no quadro) Então vamos aqui aos nossos dados e vamos ver aqui o que ela já leu, dois quintos mais um quinto. Olha 'pra já... isto (Referindo-se ao traço de fração e ao sinal de diferença que não estava alinhados) vais colocar isto direito... de forma correta, tudo alinhadinho. Dois quintos... então isto dá quanto Aluno L?

(O Aluno L não responde e a professora estagiária dirige-se para o Aluno F)

Professora estagiária: O traço de fração tem que estar alinhado com o traço de fração, tens um apagador. E o sinal também é para estar alinhado. Quanto é que dá esta operação, Aluno L? Então? Dois quintos mais um quinto. Aluno J.

Aluno J: Três quintos.

Professora estagiária: Três quintos, muito bem. E é uma fração decimal, Aluno L?

Aluno L: Não...

Professora estagiária: Porquê?

Aluno L: Porque o denominador não é 10, 100 ou 1000...

Professora estagiária: Muito bem, muito bem. Então e agora vamos aqui indicar (apontando para a soma escrita no quadro) o que corresponde esta operação, como fizemos aqui nos dados para sabermos o que estamos a calcular, ok? Isto corresponde a quê, Aluno P?

Aluno P: Ahh...

Professora estagiária: Aquela operação...

Aluno P: Ah, ahhh...quanto ela leu.

Professora estagiária: Quanto a Paula já leu ou a leitura total da Paula até ao momento, por exemplo. Aluno A, e então? Já chegámos ao resultado final?

Aluno A: Não.

Professora estagiária: E então? O que é que podemos fazer ou o temos que fazer a seguir?

Aluno A: Temos de subtrair...

Professora estagiária: Subtrair o quê? O que é que queremos saber agora?

Aluno A: Quanto falta para a Paula ler para chegar à pretensão da professora.

Professora estagiária: Exatamente. Quanto a Paula tem que ler para chegar à pretensão da professora. Quando ele terminar (Dirigindo-se para o Aluno F), podes vir ao quadro. Podes vir (Dirigindo-se para o Aluno A). E então Aluno K, o que é que vamos fazer? Aluno K! O que é que se segue? Qual é a operação que vamos fazer a seguir? (O Aluno K não responde) Então, Aluno K, diz.

Aluno K: Subtração...

Professora estagiária: Sim. Do quê, de batatas?

Aluno K: De... Subtração da pretensão da professora e do que ela já leu.

Professora estagiária: Exatamente, muito bem. Vamos subtrair a pretensão da professora que é o aditivo com o subtrativo daa do que é o que a Paula já leu, que obtemos um quinto. E então vamos escrever o que o Aluno K disse, que é para sabermos o que estamos a calcular. Ouviste o que ele disse? (Dirigindo-se para o Aluno F)

Aluno F: Não...

Professora estagiária: Repete lá! (Dirigindo-se para o Aluno K) Esta operação corresponde a quê?

Aluno K: Ao que a Paula já leu e à pretensão da professora.

Professora estagiária: Isso é o quê?

Aluno K: Uma subtração.

Professora estagiária: Sim, mas neste contexto est... esta operação corresponde a quê? Aluno C.

Aluno C: O que falta à Paula ler.

Professora estagiária: Exatamente. Vamos lá então. (Dirigindo-se para o Aluno F que estava a registar no quadro) Então e o que nos falta? Aluno H, já concluímos? Já chegámos ao objetivo da pergunta? Já encontramos a resposta para a nossa pergunta ou não?

Aluno H: Sim...

Professora estagiária: Sim? E então? Então, Aluno H? Já conseguimos responder à pergunta do problema?

Aluno H: Sim.

Professora estagiária: Sim? E então qual será a resposta?

Aluno H: Do livro... do livro...

Professora estagiária: Respondeste à pergunta? O que é que respondeste?

Aluno H: Um quinto...

Professora estagiária: Ok... então, mas uma resposta completa para esta pergunta.

Um aluno: Falta ler...

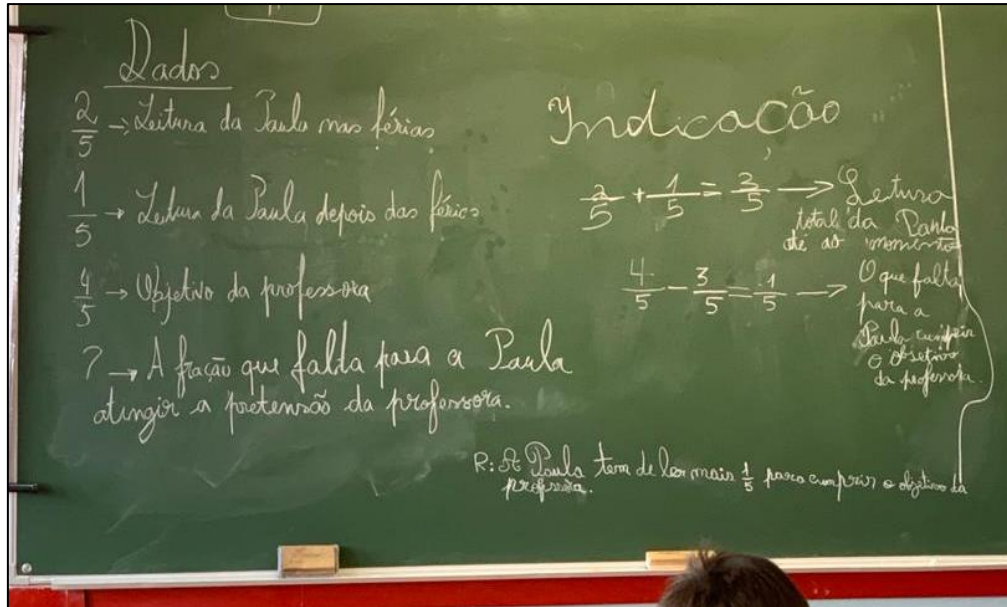
Professora estagiária: (Dirigindo-se para o Aluno F) Vai-te sentar. Aluno B, sugere lá uma resposta pa para responder o problema.

Aluno B: A Paula tem de ler mais um quinto do livro.

Professora estagiária: Boa, podes vir ao quadro. Podem começar a passar esta resolução (figura 9).

Figura 9

Primeira resolução do primeiro problema realizada em grande grupo



Um aluno: É para passar onde? **Professora estagiária:** Então agora pergunto: a Paula leu a totalidade deste livro?

Alunos em coro: Não....

Aluno D: Não sabemos.

Aluno P: Quer dizer...

Professora estagiária: Até este mês.

Alunos em coro: Não.

Professora estagiária: E então quanto é que falta ler, Aluno E?

Aluno E: Um quinto.

Professora estagiária: Um quinto, muito bem.

(Os alunos estão a registar as informações do quadro nos respetivos cadernos diários, a professora estagiária completa a resposta do problema e depois circula pela sala para verificar os registos dos alunos).

Professora estagiária: Então Aluno J qual foi a outra resolução que vimos?

Aluno J: Desenho.

Professora estagiária: Desenho ou esquema, exatamente. Então vamos utilizar os mesmos dados ou dados diferentes?

Um aluno: Os mesmos...

Professora estagiária: Aluno J? Os mesmos dados ou vamos alterar dados?

Aluno J: É os mesmos dadoos....

Professora estagiária: E é porquê os mesmos? Estás a falar com medo, estás em dúvida?
(O aluno J nega com a cabeça) Então porquê?

Um aluno: É o mesmo problema....

Professora estagiária: Então? Ai... Então Aluno C, porque é que vamos utilizar os mesmos dados?

Aluno C: Porque o problema é o mesmo.

Professora estagiária: Exatamente! É o mesmo problema.

Aluno C: Mas ali... eu não sei, mas...

Professora estagiária: Diz.

Aluno C: Imagina nós podemos também colocar onde é que nós chegámos porque o aluno não colocou como é que ela chegou assim a três...

Professora estagiária: É isso... é isso que vamos fazer. Então podes começar por vir ao quadro tu. Vamos fazer através de esquema...

(Existe uma pausa de 6 segundos porque o Aluno C se dirige ao quadro)

Professora estagiária: E então? Qual é o primeiro dado que vamos colocar em esquema?

Aluno C: Dois quintos...

Professora estagiária: Certo. Ou então podemos seguir ali aquele aluno que também está correto. (Dirigindo-se para a terceira resolução, anteriormente projetada, que se encontrava projetada) O modelo deste aluno também está correto (Referindo-se à utilização das barras). Este primeiro esquema, corresponde a quê?

Professora estagiária: Ou seja... começa lá a fazer. Vamos dividir o livro em quantas partes, Aluno L?

Aluno L: Ah... cinco.

Professora estagiária: Cinco, porquê em cinco?

(Enquanto o Aluno L não responde, a professora estagiária solicita ao Aluno C que realize a divisão do esquema em partes iguais)

Professora estagiária: Aluno L, responde-me lá à pergunta.

Aluno L: Porque os denominadores são todos iguais.

Professora estagiária: Não é bem isso... Aluno F, porque é que é dividido em cinco partes? Já dissemos isso (referindo-se à resposta). Não falámos disso hoje? (O aluno F não responde) Aluno D? (O aluno D não responde) É novo o que estou a dizer? Ai eu não acredito... Aluno P.

Aluno P: Sim...

Professora estagiária: Porque é que dividimos em cinco partes e não em seis?

Aluno P: Porque... cinco quintos... é um livro.

Professora estagiária: Exatamente. É a totalidade do livro. Então vamos lá ver. O que é que podemos fazer aqui no primeiro esquema? (Referindo-se ao retângulo dividido em cinco partes iguais realizado pelo aluno C). Explica lá o que farias (Dirigindo-se para o aluno C que está no quadro).

Aluno C: Então eu pintaria dois quintos de uma cor.

Professora estagiária: Ok.

Aluno C: Posso pintar?

Professora estagiária: Podes (O aluno C pinta os dois quintos na sua representação). Vamos agora todos estar atentos, Aluno G, depois passamos.

Aluno C: E depois um quinto, porque foi o que ela leu nas férias.

Professora estagiária: Exatamente (O aluno C muda de cor e pinta um quinto na representação). E então isto (referindo-se ao significado do pintando) significa o quê? Temos sempre de ter atenção no que estamos a fazer.

Aluno C: Então...

Professora estagiária: Colocamos uma setinha e escrevemos. Que é para nos guiarmos, se não às tantas perdemos o raciocínio. Corresponde a quê, Aluno I?

Aluno I: O que a Paula leu.

Professora estagiária: A parte que a Paula já leu. Muito bem. Então e depois? (Verificando que o aluno C já tinha registado o significado no quadro). Aluno O. Já chegámos óóó... ao resultado?

Aluno O: Não. Porque aquilo representa só o que ela já leu e nós queremos saber quanto é que lhe falta ler.

Professora estagiária: Boa. Mas antes de sabermos quanto falta ler, há aqui um dado muito importante, qual é?

Aluno O: Quatro quintos.

Professora estagiária: Quatro quintos. Que representa o quê? Aluno P.

Aluno P: Quatro quintos é.... O que é para ler.

Professora estagiária: O objetivo da professora, muito bem. Então vem cá representar (O aluno P vai ao quadro representar o dado). Aluno B, o que é que temos de fazer a seguir? Já sabemos qual é ... o... o esquema que representa.... a leitura da Paula.

Aluno B: Vamos... saber o objetivo da professora.

Professora estagiária: O objetivo da professora, certo. Então... (Virando-se para o quadro para verificar a resolução do Aluno P) quatro quintos, muito bem (O aluno P dirige-se para o seu lugar). Aluno L, quantas partes do livro não vão ser sublinhadas? Então? Se... se o objetivo da professora é... é que os alunos leiam quatro quintos, qual é a fração que não vai ser lida?

Aluno L: Um quinto.

Professora estagiária: Um quinto, exatamente. E agora vamos identificar esta fração (O aluno C regista no quadro). Vamos identificar este esquema (referindo-se à segunda representação feita pelo aluno P). Aluno C?

Aluno C: O objetivo da professora.

Professora estagiária: Exatamente. Objetivo ou pretensão. Já chegámos ao resultado, Aluno A? Já é a resposta ao problema?

Aluno A: Ahhhh... não.

Professora estagiária: Então?

Aluno A: Temos de fazer uma conta para saber quanto do livro.

Professora estagiária: Mas estamos a utilizar esquemas. Não conseguimos fazer através do esquema?

Aluno L: Observando os esquemas...

Aluno A: Mas nós podemos utilizar contas.

Professora estagiária: Então vá, Aluno J, podes vir ao quadro. Pode sentar, Aluno C. O que é que nós queremos saber? (Dirigindo-se para o aluno F que se encontra a falar com um colega). Estás só a conversar, não deve estar a perceber.

Aluno F: 'Tou.

Professora estagiária: Então diz-me.

Aluno F: Quanto falta ler... a Paula ler... para cumprir.... Cumprir a pretensão da professora.

Professora estagiária: Muito bem. Diz lá, Aluno E.

Aluno E: Então, é... nós agora temos de subtrair o que a Paula leu com o objetivo que a professora queria.

Professora estagiária: Então o Aluno J vai subtrair a parte que ela leu....

Aluno N: Não...

Professora estagiária: Ai não, porquê?

Aluno N: Porque ia...

Professora estagiária: Ia colocar o três quintos como aditivo?

Aluno F: Ya.

Professora estagiária: Não é ya (Referindo-se à forma de falar do aluno F). Então temos que fazer que operação, Aluno E? Diz-me oralmente.

Aluno E: Ahh... quatro quintos menos três quintos...

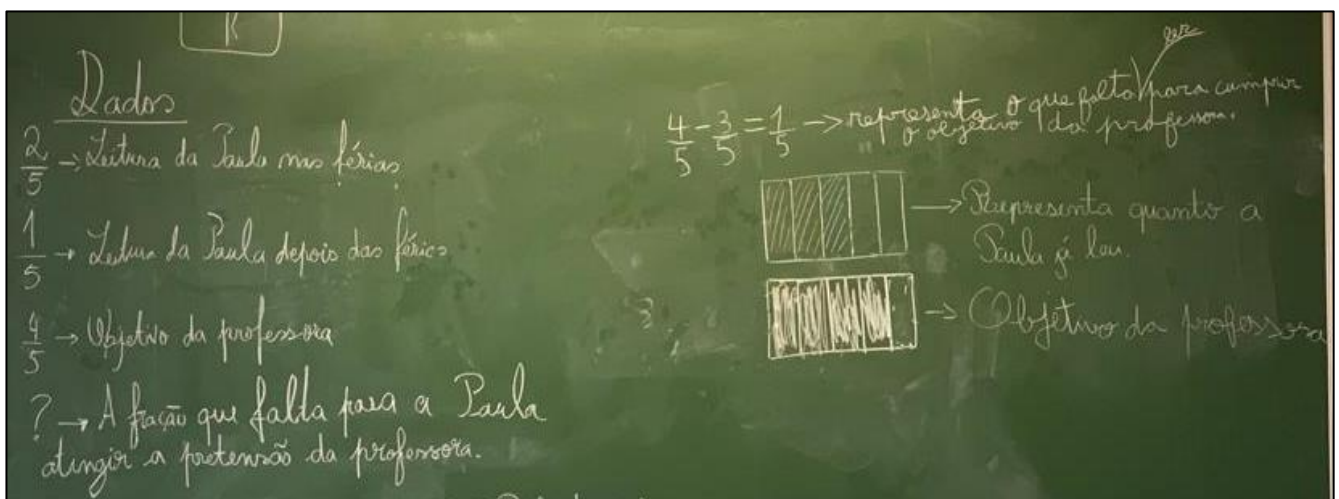
Professora estagiária: Que dá?

Aluno E: Que dá um quinto (O aluno J regista no quadro a operação).

Professora estagiária: Boa. E vamos identificar esta operação, o que representa (O aluno J regista no quadro o significado da subtração). Podem começar a passar (figura 10). E podem usar cores diferentes, para perceberem o que foi feito.

Figura 10

Segunda resolução realizada em grande grupo do primeiro problema



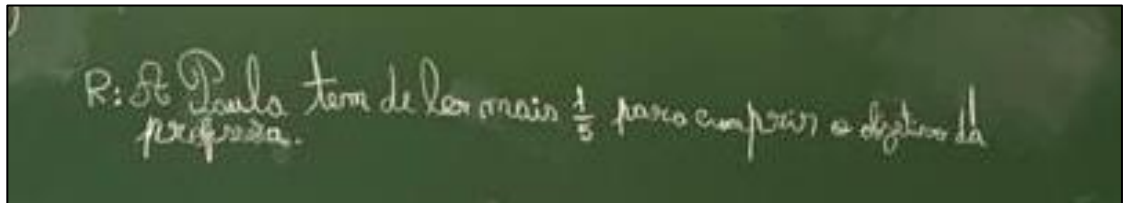
Professora estagiária: O problema já está resolvido na sua totalidade? Aluno G.

Aluno G: Falta a resposta.

Professora estagiária: Falta a resposta, exatamente. E a resposta tem de ser sempre completa! Vamos aproveitar a mesma resposta, que já fizemos anteriormente, porque a resposta vai ser igual (figura 11). O problema é igual, mas resolvemos por outra estratégia.

Figura 11

Resposta do primeiro problema



Professora estagiária: Ficou alguma dúvida?

Alguns alunos: Não.

Professora estagiária: De certeza? Perceberam onde erraram? Porque é que temos de copiar aquela operação só depois do esquema?

Aluno C: Porque nós... nós não... Como é que a gente sabia o que falta ler? Os esquemas estão a mostrar como é que nós chegámos, para obter... ahh... o que falta.

Professora estagiária: Exatamente. Perceberam? Não podemos começar pelo cálculo, porque se não, não faz sentido. Podemos prosseguir? (Os alunos dizem que não, porque estão a terminar de copiar a resposta do quadro). Mais um minuto. Deixem de conversar e copiem.

(Os alunos terminam de copiar e a professora estagiária projeta uma formulação de um problema de um aluno).

Apêndice 1.4. Enunciado da Tarefa A2

Tarefa A (Parte 2) –

Inventa um problema utilizando os valores apresentados a seguir: $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{6}$.

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Apêndice 1.5. Transcrição da discussão da tarefa A2 em sala de aula

Professora estagiária: Quem já terminou de passar (Referindo-se à segunda resolução do primeiro problema resolvido no quadro em grande grupo) pode começar a ler aquele problema que foi criado por um colega vosso (figura 1).

Figura 1

Formulação de um problema por um aluno da turma

Tarefa 2 – A caixa de bolachas

Inventa um problema utilizando os valores apresentados a seguir: $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{6}$.

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Nas férias de Carnaval, o Rodrigo recebeu uma caixa com bolachas. Até ao final das férias comeu $\frac{2}{6}$ da caixa e a mãe disse para ele deixar $\frac{1}{6}$ para o pai. Sabendo que ele só ia comer $\frac{5}{6}$ da caixa, quanto restou e que ele tinha de comer?

Professora estagiária: Então, Aluno P. O que é que este aluno fez?

Aluno P: Este aluno fez um problema, sobre bolachinhas do Carnaval... ele comeu dois sextos.

Professora estagiária: Sim.

Aluno P: E a mãe pediu para ele deixar um sexto para o pai comer.

Professora estagiária: Certo. Mais alguma coisa de relevante?

Aluno P: Ahhh... cinco sextos.

Professora estagiária: Os cinco sextos corresponde ao quê?

Aluno N: Pois, eu não percebi isso.

Professora estagiária: Então vamos lá ler outra vez. Aluno I. Vamos lá ler.

Aluno I: Nas férias de Carna...

Professora estagiária: Alto.

Aluno I: Nas férias de Carnaval, o Rodrigo recebeu uma caixa com bolachas. Até ao final das férias comeu dois sextos da.... Da caixa e a mãe disse para ele deixar um sexto para o pai.

Professora estagiária: Espera. Então quantas bolachas o...o Rodrigo já comeu? Até ao final das férias comeu quantas?

Aluno F: O Rodrigo é comilão.

Aluno O: Dois sextos.

Professora estagiária: Dois sextos. Certo. E um sexto representa o quê neste problema?

Aluno J: Um sexto? Representa uma parte... da caixa de bolachas.

Professora estagiária: Sim, mas foi... foi guardada para quem? Diz no enunciado ou não? É-nos dito para quem é esse um sexto ou não, Aluno H?

Aluno H: Sim.

Professora estagiária: Então?

Aluno H: Para o pai...

Professora estagiária: Exatamente. Um sexto é para o pai. Aluno H, continua lá a ler.

Aluno H: Sabendo que ele só ia comer cinco sextos, da caixa. Quantoos... sextos, é que ele... tiii...tinha de comer?

Professora estagiária: Então o que representa estes cinco sextos? Aluno I.

Aluno I: O que o pai tinha de comer.

Professora estagiária: Será? Aluno K. (O Aluno K não responde).

Professora estagiária: Vamos ler outra vez, a partir do sabendo. Lê em voz alta, Aluno I.

Aluno I: Sabendo que ele só ia comer cinco quintos da caixa, quantos sextos é que ele tinha de comer?

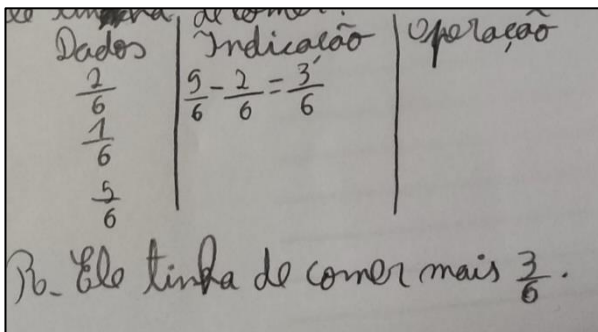
Professora estagiária: E então? Conseguem perceber?

Alunos em coro: Não...

Professora estagiária: Porque é que não conseguem perceber, qual é a vossa dúvida? Vamos ver a resolução (figura 2).

Figura 2

Resolução da formulação de um problema por um aluno da turma



Dados	Indicação	Operação
$\frac{2}{6}$	$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$	
$\frac{1}{6}$		
$\frac{5}{6}$		

R. Ele tinha de comer mais $\frac{3}{6}$.

Professora estagiária: Como é que este aluno resolveu o seu problema? Aluno C. O que é que ele fez? Identificou os dados, muito bem. E depois?

Aluno C: Pôs como aditivo cinco sextos... e subtrativo dois sextos...

Professora estagiária: Então os cinco sextos representam o quê? Vamos lá por partes.

Aluno C: O que ele queria comer.

Professora estagiária: O que ele queria comer. Mas vocês atrás disseram-me que não tinham percebido o que representava os cinco sextos....

Aluno C: Mas aí (Referindo-se à resolução projetada) se está o que ele só ia comer...

Professora estagiária: Então, porque é que não me disseram há bocadinho?

Um aluno: Eu não sabia se estava certo.

Professora estagiária: Mas podes sempre dizer. Então o cinco sextos representa o quê? A parte que o Rodrigo queria comer.

Aluno C: Que ele só ia comer.

Professora estagiária: Que ele só ia comer. Que ele queria comer, pronto. Então e dois sextos?

Aluno C: Representa... o que ele comeu até ao final das férias.

Professora estagiária: Exato. E sobrou quanto?

Aluno C: Três sextos.

Professora estagiária: Três sextos. E o que é que este aluno respondeu (Referindo-se à resolução projetada)?

Aluno E: Que ele tinha de comer mais três sextos.

Professora estagiária: Será que está bem?

Um aluno: Não sei...

Professora estagiária: Aluno O.

Aluno O: Está errado.

Professora estagiária: Porquê? Porque é que achas que está errado?

Aluno E: Porque lá em cima (Referindo-se à formulação projetada) diz que ele... deixou um sexto para o seu pai.

Professora estagiária: Exatamente. Então o que é que este aluno se esqueceu, Aluno N?

Aluno N: De um sexto.

Professora estagiária: Isso, exatamente. Entãooo... Aluno I, vem cá resolver então (Solicitando que o Aluno I vá ao quadro). Vamos lá pensar todos juntos. Vamos identificar os dados. Quais são os dados, Aluno G?

Aluno G: Dois sextos...

Professora estagiária: Dois sextos. Mas dois sextos quê? Corresponde a quê?

Aluno G: Corresponde ao que ele comeu.

Professora estagiária: À fração que ele comeu. Certo. Então... (Referindo-se à Aluna I para que registre no quadro). Representa o que ele comeu até ao final das férias. Outro dado, Aluno F?

Aluno F: Um sexto.

Professora estagiária: Um sexto, que representa o quê?

Aluno F: Uma parte de seis partes.

Professora estagiária: Uma parte de seis partes... Organiza lá esse raciocínio.

Aluno F: Anhh...

Professora estagiária: Dois sextos correspondem à parte que o Rodrigo comeu até às férias. Um sexto... Aluno M.

Aluno M: O que ele deixou para o pai.

Professora estagiária: Exatamente. A parte que o pai iria comer. Aluno I, mais rápido (Solicitando que registasse os dados no quadro mais rápido). Aluno A, vais deixar de brincar e vais-me dizer outro dado. Ou não existe mais nenhum? (O Aluno A não responde) Então não existe mais nenhum dado? Aluno M?

Aluno M: Cinco sextos.

Professora estagiária: Cinco sextos... E representa o quê? (O Aluno M não responde) Vocês só me estão a dizer os valores e não sabem o que representa. Aluno B.

Aluno B: Cinco sextos.

Professora estagiária: Cinco sextos, sim.

Aluno B: Que representa o que ele tem de comer.

Professora estagiária: Representa o que ele tem de comer? Será?

Aluno G: O que ele só pode comer.

Professora estagiária: É o que ele queria comer.

Vários alunos: Só!

Professora estagiária: Só pode comer isso, porquê?

Aluno B: Porque isso é o que ele come, porque um quinto é para o pai.

Professora estagiária: Mas não é isso que diz aqui (Referindo-se para o enunciado projetado).

Aluno C: Eu não sei se ele colocou (Referindo-se à resolução projetada) cinco sextos porque pôs assim, porque, pronto. Pôs assim. Ou se ele colocou cinco sextos porque ali em cima já estava entendido um sexto. 'Atão esse cinco sextos, pode ser... já pode 'tar subtraído... já pode ter retirado um sexto.

Professora estagiária: Exatamente. Ele aqui confundiu essa mesma parte.

Aluno D: É que eu não tinha entendido aí.

Professora estagiária: Porque, imaginem. Esta parte, vai ser igual a cinco sextos. Imaginem... (Dirigindo-se para o quadro para escrever) Ele comeu dois sextos. Certo?

Aluno I: Professora, eu....

Professora estagiária: Já completamos. Podes sentar. (O Aluno I desloca-se para o seu lugar). Aluno B, está certo o que eu disse? (O aluno B acenou com a cabeça) O que é que eu disse?

Aluno B: Que ele comeu dois sextos.

Professora estagiária: Sim, dois sextos. Tens de estar atenta Aluno B... Então ele comeu dois sextos. E em primeiro lugar, quanto é que vai.. qual é a fração que vai representar esta caixa de bolachas? (Referindo-se a um retângulo representado no quadro). Aluno L. (O Aluno L não respondeu).

Professora estagiária: Ai eu não acrediito... Aluno A.

Aluno A: Seis sextos...

Professora estagiária: Seis sextos. Porquê?

Aluno A: Porque os seis sextos corresponde à unidade.

Professora estagiária: Exatamente (Registando o dado no quadro). Então... já sabemos qual é a unidade. O que representa a totalidade da caixa. Então ele comeu dois sextos quando... acabou as férias... quando acabaram as férias. E, guardou um sexto para a sua mãe. Certo?

Aluno N: Sim.

Aluno O: Para o pai.

Professora estagiária: Sim, para o pai. Então que fração da caixa... ficou ocupada?

Aluno C: Então ele tinha...

Professora estagiária: Perceberam o que eu perguntei? Quem é que não percebeu? (Ninguém respondeu nem levantou o braço) Toda a gente percebeu?

Aluno N: Hum hum.

Aluno C: Ficou um sexto.

Professora estagiária: Ele comeu dois sextos e a mãe pediu para ele guardar um sexto para o seu pai.

Aluno N: Sim.

Professora estagiária: Qual era a fração que... que será que ele poderia comer?

Aluno N: Três sextos. Um sexto.

Aluno C: Ah sim!

Professora estagiária: Um sexto.

Aluno N: Um sexto que era para guardar para o seu pai.

Professora estagiária: Então vou colorir... Então ele comeu dois sextos (Pintando a azul). E o seu pai... iria comer (Pintando a laranja).

Aluno C e M: Um sexto.

Professora estagiária: Ou seja, na caixa de chocolate.... De bolachas. Sabendo que ele só ia comer cinco sextos, o que é que isto significa?

Aluno C: Ele sabia que ele só ia comer cinco sextos... Já estava uma parte guardada para o pai.

Aluno N: Sabemos que havia seis sextos.

Aluno M: Se ele não tivesse deixado nada para o pai, podia ter comido seis sextos..., mas como ele deixou 'pó pai só podia ser cinco sextos.

Professora estagiária: É isso.

Aluno N: É seis sextos menos um sexto.

Professora estagiária: É isso. Pelo menos eu também interpreto assim, este aluno (Referindo-se à projeção) pode ter pensado de outra forma. Então vem cá completar (Solicitando que o Aluno C fosse ao quadro escrever). Pode ser com operações, ou com o que tu quiseses. O que achares mais fácil. (O Aluno C desloca-se para o quadro para resolver o problema). Então e através deste esquema, Aluno A, que fração que este aluno... Ai que este aluno... que o Rodrigo pode comer.

Aluno A: Cinco sextos...

Professora estagiária: Mas do que falta. Já sabemos que no total a fração é essa. Mas quanto falta da caixa de bolachas?

Aluno A: Três sextos.

Professora estagiária: Todos perceberam os três sextos?

Aluno E: Sim.

Aluno F: Hum... não...

Professora estagiária: Aluno A, explica lá então.

Aluno F: O que é o laranja?

Professora estagiária: Este é a parte que o rodrigo já comeu. E a parte que pai... irá comer.

Aluno E: Vai comer.

Professora estagiária: Então o Rodrigo poderá comer quantos? Quantos sobram? Quantas... que parte da fração... hum... falta?

Alunos em coro: Três sextos!

Aluno G: Mas pelo desenho já podemos chegar à solução.

Professora estagiária: Exatamente. Por desenho até já é possível chegar à solução. Então e através da operação? Isto representa o quê? Vamos identificar (Referindo-se para o Aluno C que estava a escrever no quadro).

Aluno C: Quanto ele ainda tem para comer.

Professora estagiária: Mas lá está...

Aluno C: Pois...

Professora estagiária: Tem de ser. Tem de ser ao contrário. Dois sextos mais um sexto, que é a parte que o Rodrigo e o pai comem. Porque foi esse o raciocínio que nós tivemos (O aluno C regista no quadro). Aluno J, vamos ajudar o Aluno C.

Aluno J: Vamos adicionar um sexto.

Professora estagiária: Certo. Vamos fazer a leitura do esquema. Dois sextos mais um sextos, vamos obter.

Aluno C: Três sextos.

Professora estagiária: Três sextos. Sabemos que a caixa de bolachas tem uma fração de quanto?

Aluno C: Seis... seis sextos (O aluno C regista no quadro).

Professora estagiária: Seis sextos. E queremos saber quanto é que ele ainda pode comer. E agora vamos ver. Sabendo que ele só ia comer cinco sextos. Será que representa isso?

Aluno C: Isto aqui...

Professora estagiária: Está confuso (Referindo-se à escrita no quadro).

Aluno C: Pois.

Professora estagiária: Esta é a parte... três sextos é a parte que falta comer. Então agora vamos ver que parte é que o Rodrigo comeu na totalidade. Quanto sobra? Estes três sextos representa o quê? Aluno O.

Aluno C: Quanto ela...

Aluno O: O que lhe falta comer.

Aluno C: Essa é a pergunta.

Professora estagiária: E ele já tinha comido quantos?

Aluno O: Dois sextos.

Professora estagiária: Dois sextos. Então será que corresponde àquela premissa? Dos cinco sextos?

Aluno A: Não.

Professora estagiária: Que ele só ia comer... Não?

Aluno C e M: Sim.

Professora estagiária: Porquê?

Aluno C: Porque ele já comeu dois sextos...

Aluno F: E faltam-lhe três sextos.

Professora estagiária: Exatamente. Vamos lá escrever (O Aluno C regista no quadro).

Aluno F: É para passar?

Professora estagiária: Não, que temos de ir para o almocinho. Mas vamos... vamos só concluir rapidamente.

Aluno C: Mas a operação já está aqui.

Professora estagiária: Do que nós tínhamos. Do que ele irá comer. Ele já comeu isto e vai comer isto (Apontando para o esquema). Ele comeu isto e vai comer mais isto, vai obter quanto? Quanto é que ele queria comer? Cinco sextos. É só para verificar, porque a pergunta é o quê? Aluno I.

Aluno I: Ahh... Sabendo que ele.... Sabendo que ele só iria comer cinco sextos da caixa, quantos sextos é que ele podia comer?

Professora estagiária: Exatamente. Então ele já comeu dois sextos (Acompanhando a escrita do Aluno C no quadro) ... dois sextos. Ainda tem de comer quantos, para completar os cinco sextos? Aluno K. (O Aluno K não respondeu). Então a caixa está dividida em quantas partes iguais?

Aluno K: Seis.

Professora estagiária: Seis. Ele comeu inicialmente quantas?

Aluno K: Três.

Professora estagiária: Não! Estás a brincar? Ele comeu quantas? Inicialmente da caixa.

Aluno K: Dois sextos.

Professora estagiária: Dois sextos. Quanto é que ele tem de guardar para o pai?

Aluno K: Um sexto.

Professora estagiária: Um sexto. Quantos sextos ficaram?

Aluno K: Três.

Professora estagiária: Não percebi.

Aluno K: Três.

Professora estagiária: Três quê? Batatas? Três é diferente de três sextos.

Professora cooperante: Dois sextos mais três sextos são cinco sextos. Pronto. Agora sabe-se que... seis sextos é a caixa toda. É assim tão difícil?

Professora estagiária: Através daqui (Referindo-se ao esquema) poderíamos logo ter chegado ao resultado.

Professora cooperante: Exato.

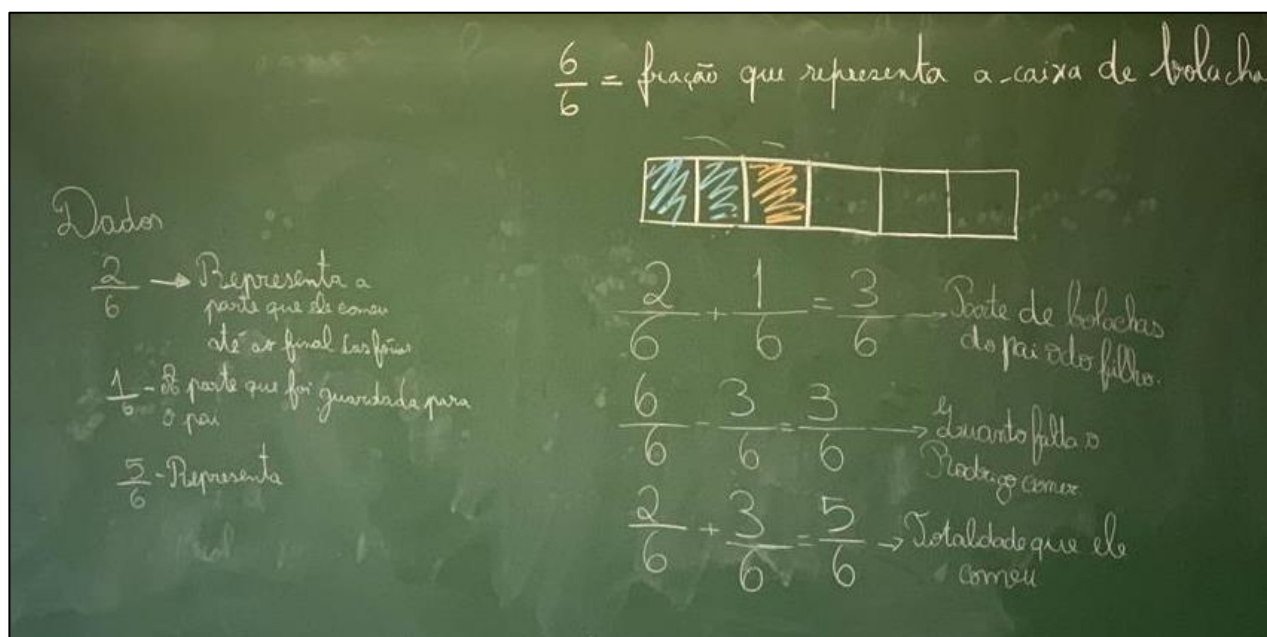
Professora estagiária: Já sabíamos que o...o Rodrigo tinha comido dois sextos, o pai iria comer um sexto, sobrava isto (Apontando para os três sextos do esquema).

(O Aluno C termina de registar as operações no quadro (figura 3). Os alunos saem para a hora de almoço. Após o término da hora de almoço, a professora estagiária concluiu a

resolução escrevendo a resposta do problema, enquanto os alunos a registaram no caderno diário).

Figura 3

Resolução em grupo da formulação do problema no quadro



Apêndice 2 – Tarefa B

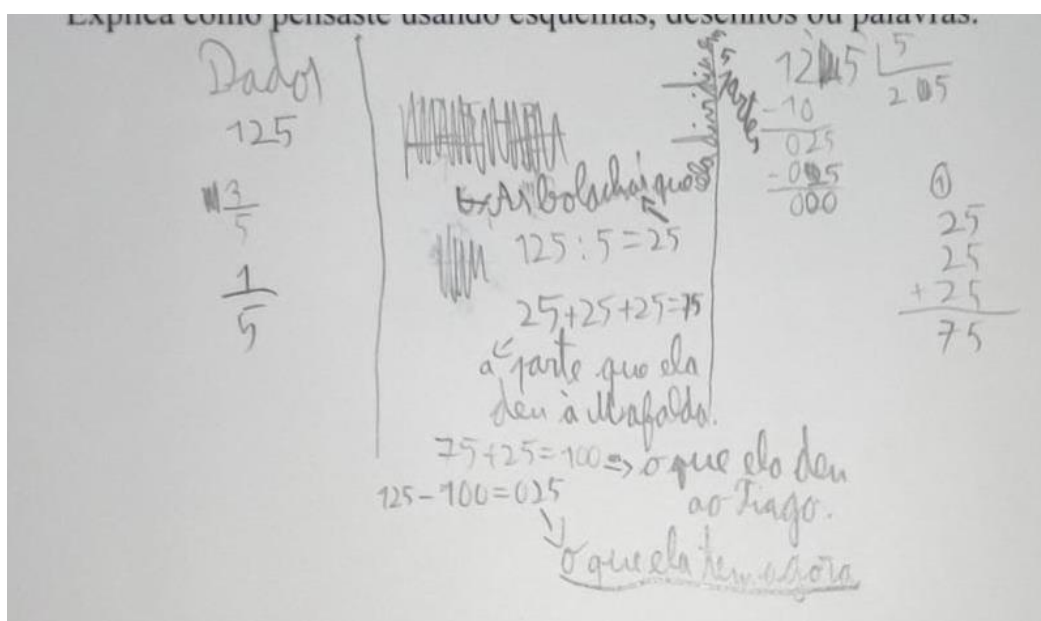
Apêndice 2.1. Enunciado da tarefa B1 “As bolachas de chocolate”

Tarefa B1 – As bolachas de chocolate

A Francisca confeccionou, com a sua mãe, 125 bolachas de chocolate. Decidiu oferecer $\frac{3}{5}$ dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago. Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Apêndice 2.2. Resoluções dos alunos da tarefa B1 discutidas em sala de aula



Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Dados

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

bolachas



Operação

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 10 \\ \hline 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 2 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 65 \\ \hline 115 \end{array}$$

A Francisca ficou com 10 bolachas.

Dados

$$\begin{array}{r} 125 \\ \downarrow \\ \text{bolachas} \\ \text{iniciais} \\ \frac{3}{5} \\ \downarrow \\ \text{Decidia} \\ \text{operações} \end{array}$$

Indicação

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 3 \\ \hline 122 \\ - 3 \\ \hline 119 \\ - 3 \\ \hline 116 \\ - 3 \\ \hline 113 \\ - 3 \\ \hline 110 \\ - 3 \\ \hline 107 \\ - 3 \\ \hline 104 \\ - 3 \\ \hline 101 \\ - 3 \\ \hline 98 \\ - 3 \\ \hline 95 \\ - 3 \\ \hline 92 \\ - 3 \\ \hline 89 \\ - 3 \\ \hline 86 \\ - 3 \\ \hline 83 \\ - 3 \\ \hline 80 \\ - 3 \\ \hline 77 \\ - 3 \\ \hline 74 \\ - 3 \\ \hline 71 \\ - 3 \\ \hline 68 \\ - 3 \\ \hline 65 \\ - 3 \\ \hline 62 \\ - 3 \\ \hline 59 \\ - 3 \\ \hline 56 \\ - 3 \\ \hline 53 \\ - 3 \\ \hline 50 \\ - 3 \\ \hline 47 \\ - 3 \\ \hline 44 \\ - 3 \\ \hline 41 \\ - 3 \\ \hline 38 \\ - 3 \\ \hline 35 \\ - 3 \\ \hline 32 \\ - 3 \\ \hline 29 \\ - 3 \\ \hline 26 \\ - 3 \\ \hline 23 \\ - 3 \\ \hline 20 \\ - 3 \\ \hline 17 \\ - 3 \\ \hline 14 \\ - 3 \\ \hline 11 \\ - 3 \\ \hline 8 \\ - 3 \\ \hline 5 \\ - 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$125 : 5 = 25 \rightarrow$ O que é $\frac{3}{5}$

$125 - 25 = 100$

Operação

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 10 \\ \hline 115 \\ - 25 \\ \hline 90 \\ - 25 \\ \hline 65 \\ - 25 \\ \hline 40 \\ - 25 \\ \hline 15 \end{array}$$

Bolachas que ela deu à Francisca



R. Ela deu à Francisca 100 bolachos.

$$\frac{5}{5} = 125$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{125}{10} \frac{15}{25}$$

$$\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 25$$

$$25 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 100$$

R: eb Francisco ficou com 25 bolachas.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Dados: 125, 3, 5, 1, 5

125 : 5 = 25

1/5 = 25

25 x 3 = 75 → Quantas bolachas a Bafalda recebeu.

125 - 75 = 50 → n° de bolachas que sobraram

50 : 5 = 10 → a quinta parte das bolachas restantes

50 - 10 = 40

Quantas bolachas ficou a Francisco

Tarefa 4- Francisco

R: A Francisco ficou com 40 bolachas.

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Dados: 125, 3, 5, 1, 5

Indicação: 125 : 5 = 25 → para saber qual é a quinta parte das bolachas.

3 x 25 = 75 → para saber quantas bolachas a Francisco deu à Bafalda.

125 - 75 = 50 → saber quantas bolachas sobraram.

50 : 5 = 10 → saber quantas bolachas ela deu ao Tiago

50 - 10 = 40 → saber quantas bolachas restaram

Operação: 125 : 5 = 25, 25 x 3 = 75, 125 - 75 = 50, 50 : 5 = 10, 50 - 10 = 40

R: A Francisco ficou com 40 bolachas.

A Francisca tem 2 bolos de chocolate, deu à mãe $\frac{2}{4}$ mas o pai quer $\frac{3}{4}$.
 Quantos bolos a Francisca precisa?
 Dados: 2 bolos de chocolate
 $\frac{2}{4}$ deu à mãe
 $\frac{3}{4}$ o pai quer
 Indicação:
 $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$ unidade

Pai: & precisa 3 bolos.

O Gilvo encontrou 2 macieiras cada uma com 20 maçãs numa das recolheu $\frac{2}{4}$ e na outra $\frac{3}{4}$.
 Quantas maçãs recolheu o Gilvo ao todo?

Dados: $\frac{20}{4} = 5$

15 $\rightarrow$ as maçãs que o Gilvo recolheu ao todo

R. Recolheu 25 maçãs

Apêndice 2.3. Transcrição da discussão da tarefa B1 em sala de aula

(Antes de iniciar o diálogo, a professora estagiária entregou os enunciados aos alunos e projetou uma apresentação *powerpoint* com o enunciado).

Professora estagiária: Podemos começar?

Professora cooperante: Quem está está, quem não está não está.

Professora estagiária: Então vão ler o enunciado primeiro.

Professora estagiária: Já leram? (Alunos acenam com a cabeça). Sim? Então lê lá em voz alta, Aluno D.

Aluno A: Tarefa 1, as bolachas de chocolate. A Francisca confeccionou com a sua mãe 125 bolachas de chocolate. Decidiu oferecer três quintos dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago. Com quantas bolachas ficou a Francisca? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Professora estagiária: Aluno F, consegues ler daí, o que está projetado aqui? (projetando para o enunciado projetado).

Aluno F: Não.

Professora estagiária: Não? Lê lá outra vez (Dirigindo-se para o Aluno D) para o Aluno F ouvir como deve ser.

Aluno D: A Francisca confeccionou com a sua mãe...

Professora estagiária: Mais alto!

Aluno D: ...125 bolachas de chocolate. Decidiu oferecer três quintos dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago. Com quantas bolachas ficou a Francisca? Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Professora estagiária: Então Aluno F, o que é que entendeste com este enunciado?

Aluno F: Entendi que...

Professora estagiária: Mais alto que ninguém está a ouvir-te.

Aluno G: Entendi que a Francisca deu bolachas de chocolate.

Professora estagiária: Sim.

Aluno G: E distribuiu distribuir pelos seus melhores amigos.

Professora estagiária: Sim e como é que foi essa distribuição?

Aluno G: Não foi muito justa não.

Professora estagiária: Certo, mas a nível de valores.

Aluno G: À Mafalda deu três quintos e ao Tiago deu a quinta parte.

Professora estagiária: Deu a quinta parte do quê?

Aluno G: Das bolachas.

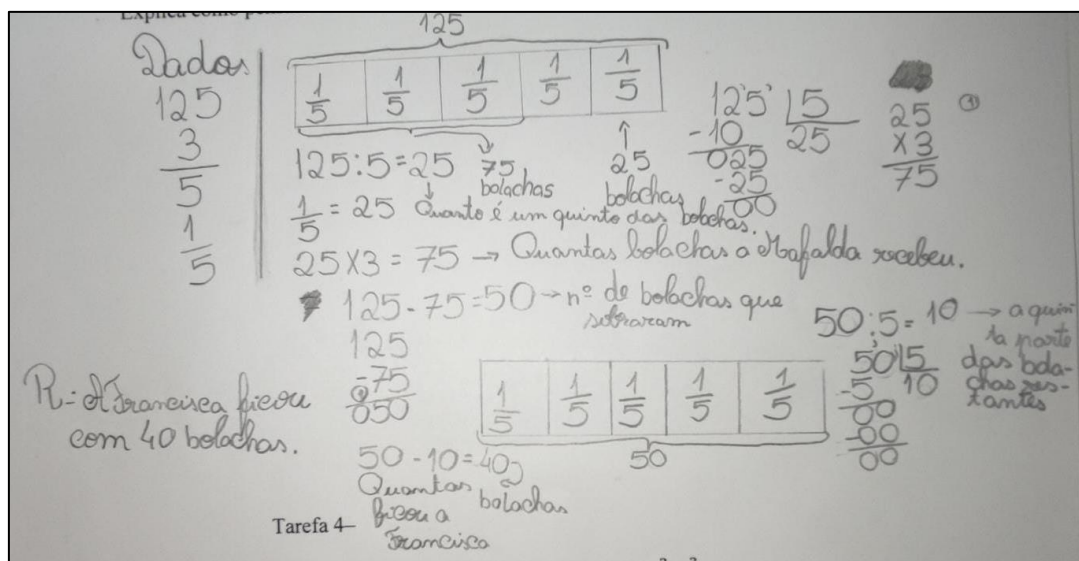
Professora estagiária: Mas das que deu... das que deu à Mafalda ou das que tinha?

Aluno G: Das que tinha.

Professora estagiária: Vamos ver então. Então eu tenho aqui (apontando para a projeção) uma resolução de um de vocês (figura 1), não interessa quem, ahhhhh e o aluno ou o aluno, começou por utilizar as representações gráficas. Neste caso, fez aqui um esquema. Alguém consegue compreender o porquê de ter feito este esquema? O que é que isto representa?

Figura 1

Resolução de um aluno do segundo problema



Um aluno: A bolacha.

Professora estagiária: Ahnhhh, Aluno E!

Aluno E: Representa o momento em que ela tinha cento e vinte e cinco bolachas e ela dividiu em cinco partes e depois deu três quintos dessas bolachas à Mafalda.

Professora estagiária: E porque é que dividiu por cinco partes e não dividiu por seis ou sete partes?

Aluno E: Porque ela queria dar três quintos à Mafalda.

Professora estagiária: Ela... que parte é que ela ofereceu à Mafalda?

Aluno E: Três quintos de cento e vinte e cinco.

Professora estagiária: Iriam sobrar quantos, Aluno L? (O Aluno E não responde) Então? Aluno L? A Francisca ofereceu três quintos, sobraram quantos? Quantas bolachas, qual é a fração que sobrou, Aluno J?

Aluno J: Dois quintos.

Professora estagiária: Dois quintos, exatamente... então e... e esta esta representação diz respeito a que premissa do texto? Que parte do texto representa esta esta este esquema? Aluno Q.

Aluno Q: Hum... ela ofereceu três quintos dessas bolachas à Mafalda.

Professora estagiária: Três quintos à Mafalda... exatamente. E só?

Aluno Q: ahhnn...

Professora estagiária: É só isto?

Aluno Q: Acho que sim.

Professora estagiária: Então este aluno (apontando para a projeção) fez o quê a seguir? Conseguem ler o que está aqui escrito? Aluno B, consegues ler? (o Aluno B não responde) Consegues ler, sim ou não? (O Aluno B acena com a cabeça). Então aqui está escrito (apontando para o quadro interativo) ... O aluno fez o esquema, depois fez cento e vinte e cinco a dividir por cinco que deu.... Dá quanto cento e vinte e cinco a dividir por cinco?

Alguns alunos da turma: Vinte e cinco.

Professora estagiária: Vinte e cinco. E escreveu: quanto é a quinta parte das bolachas. Ou seja, o que é que este aluno descobriu? O vinte e cinco representa o quê? Aluno O?

Aluno O: A quinta parte das bolachas.

Professora estagiária: A quinta parte das bolachas, boa. Depois fez aqui... Isto não se usa na Matemática, depois já vou explicar (dirigindo-se para a seguinte parte da resolução: $\frac{1}{5} = 25$). E depois fez, vinte e cinco vezes três que é igual a.... Aluno D?

Aluno D: Vinte e cinco vezes três... é igual... a setenta e cinco.

Professora estagiária: Setenta e cinco, muito bem, e que representa as bolachas que a Francisca deu à Mafalda. De seguida, subtraiu os cento e vinte e cinco por setenta e cinco que dá, Aluno F.

Aluno F: Cinquenta.

Professora estagiária: Cinquenta, que corresponde ao número de bolachas que sobraram.

Depois, o que é que este aluno pensou? Que... Quantas bolachas sobraram?

Um aluno: Cinquenta.

Professora estagiária: Cinquenta e o que é que a aluna fez?

Aluno N: Dividiu por cinco ...

Professora estagiária: Mais alto, para todos ouvirmos.

Aluno N: Dividiu por cinco que era a quinta parte dos três quintos, para dar ao Tiago.

Professora estagiária: Exatamente. Então, como é que nós descobrimos quanto equivale cada um quinto?

Aluno N: Com uma divisão.

Professora estagiária: Que divisão é essa? (Nenhum aluno respondeu) Nós temos um total...

Aluno N: Sim.

Professora estagiária: Cinquenta, certo? E queremos descobrir a quinta parte porque ela foi dar, quantas bolachas?

Um aluno: Um quinto.

Professora estagiária: Deu a quinta parte, certo?

Aluno N: Sim.

Professora estagiária: Então... como é que eu descubro quanto é a quinta parte?

Aluno N: Cinquenta a dividir por cinco.

Professora estagiária: Que vai dar...

Aluno N: Hum...

Professora estagiária: Ai esse cálculo mental!!

Aluno N: Dez!

Professora estagiária: Dez, exatamente. Então cada quinta parte iria representar dez bolachas. Então a resposta final será 10?

Um aluno: Não...

Professora estagiária: Porquê?

Aluno N: Porque perguntam quantas bolachas ficou ...

Professora estagiária: Então o que é que nós temos de fazer?

Aluno I: A Francisca.

Aluno N: Não, o Tiago.

Professora estagiária: Ou seja, o que é que temos de fazer no final?

Aluno N: Temos que...

Professora estagiária: Aluno C.

Aluno C: Subtrair.

Professora estagiária: Subtrair o quê?

Aluno C: Temos que subtrair as bolachas que sobraram com as ela deu.

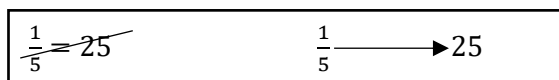
Professora estagiária: Exatamente, as que sobraram e as que a Francisca decidiu dar ao Tiago. E vamos obter...

Aluno C: Quarenta bolachas.

Professora estagiária: Quarenta bolachas, exatamente. Anhhh... isto aqui, isto não se pode representar (referindo-se à expressão $\frac{1}{5} = 25$), porque um quinto não é igual a vinte e cinco, o que nós queremos dizer é assim (escrevendo no quadro) (figura 2), uma correspondência. E nós já sabemos que neste contexto corresponde a vinte e cinco bolachas. Pronto, certo?

Figura 2

Explicação da professora estagiária no quadro


$$\frac{1}{5} = 25 \quad \quad \quad \frac{1}{5} \longrightarrow 25$$

Professora estagiária: Então agora vamos partir desta resolução que está correta e vamos fazer uma apenas utilizando esquemas. Porque... e agora que nós já aprendemos a... já trabalhamos as percentagens, não precisamos de estar a fazer os algoritmos. E vocês fazem muitos algoritmos. Vocês fazem cinquenta menos dez... já nem sei quem é que foi, que fez em algoritmo... quando isto já devia ser cálculo mental. Pronto. Estão a perceber? Há operações que vocês podem fazer utilizando o cálculo mental, não precisam de... fazer o algoritmo. Estão só a perder tempo e vocês já sabem fazer. Então vá, primeira parte, Aluno J, do enunciado lê lá outra vez.

Aluno J: A Francisca confeccionou com a sua mãe cento e vinte e cinco bolachas de chocolate.

Professora estagiária: (registando no quadro o dado) Então nós sabemos que o total de bolachas são cento e vinte e cinco. Ok, pode continuar.

Aluno J: Decidiu oferecer três quintos dessas bolachas à Mafalda...

Professora estagiária: Três quintos representa o quê, Aluno D?

Aluno D: Representa a quantidade de bolachas que ela deu.

Professora estagiária: Que deu a quem? (Registando no quadro o dado)

Aluno D: Que deu... à Mafalda.

Professora estagiária: Continua, Aluno D. Ai... Aluno G. Aluno Q.

Aluno Q: e deu a quinta parte das restantes ao Tiago.

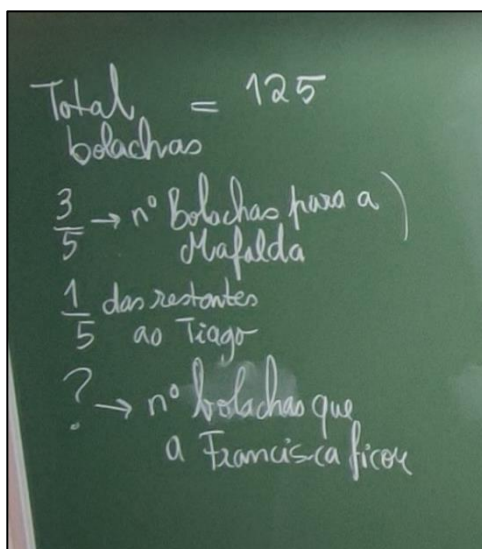
Professora estagiária: (Registando no quadro o dado) Então deu a quinta parte... das restantes ao Tiago. Aluno F, continua. (O Aluno F não respondeu) Aluno E, continua. (O aluno F não respondeu). Aluno O, continua. Não estejam atentos que não é preciso, está bem?

Aluno O: Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Professora estagiária: Então nós queremos saber... (registando no quadro o dado) o número de bolachas que a...a Francisca ficou. Ah. (Apaga uma palavra no quadro e corrige-a) (figura 3). Então pode vir o Aluno B ao quadro.

Figura 3

Registo dos dados no quadro



(O Aluno B dirige-se ao quadro e enquanto isso a professora estagiária solicita que os alunos não copiem nada para os cadernos)

Professora estagiária: Qual é a fração que corresponde ao número total de bolachas? O Aluno A é que nos vai dizer. Anh?

Aluno A: Cento e vinte e cinco sobre um.

Professora estagiária: Concordam? Cento e vinte e cinco sobre um?

Alguns alunos: Sim, sim.

Professora estagiária: Sim? Então vá (Dirigindo-se para o Aluno B registar no quadro), cento e vinte e cinco sobre um. E agora representa isso num esquema daqueles (Referindo-se ao realizado na resolução projetada anteriormente). Tudo a pensar... não é só o Aluno B. É possível?

Aluno B: Não...

Professora estagiária: Então? E é possível chegar a outra fração, que represente os cento e vinte e cinco? (O Aluno B acena em afirmação) Então, qual? Não é uma fração que dê cento e vinte e cinco, é uma fração que represente esse valor.

Um aluno: É uma fração equivalente...

Professora estagiária: Não é uma fração equivalente. Quando nós temos isto... (Desenhando no quadro uma circunferência e dividindo-a em quatro partes iguais) quantas frações eu posso tirar daqui? Se eu fizer isto? (Pintando a azul uma fração da circunferência).

Um aluno: Um quarto...

Professora estagiária: E isto?

Outro aluno: Dois quartos.

Aluno N: Ou um meio.

Professora estagiária: Sim. (Pintando com giz uma terceira parte)

Alguns alunos: Três quartos.

Professora estagiária: Sim. (Pintando a última parte da circunferência)

Vários alunos: Quatro quartos.

Professora estagiária: Se eu disser que isto (apontando para a circunferência) representa sete fatias de pizza, qual é a fração que corresponde?

Aluno N: Anh?

Professora estagiária: Se eu disser que aqui tenho sete fatias de pizza qual é a fração que corresponde ao sete?

Aluno V: Quatro sétimos.

Professora estagiária: Ai.

Aluno O: Quatro sétimos.

Professora estagiária: Não. Aqui tenho quatro fatias (Apontando para a representação feita anteriormente no quadro) e tenho uma fatia aqui, certo? (Apontando para um setor da circunferência) um quarto. Tenho outra fatia aqui (Apontando para um segundo setor) vou ter..

Vários alunos: Dois quartos.

Professora estagiária: E aqui vou ter?

Vários alunos: Três quartos.

Professora estagiária: E aqui vou ter?

Vários alunos: Quatro quartos.

Professora estagiária: Então as quatro fatias vão dar...

Aluno I: Quatro quartos.

Aluno R: Uma unidade.

Professora estagiária: Uma unidade que é igual ...

Aluno R: Quatro quartos.

Professora estagiária: Quatro quartos... Então agora aqui neste contexto, eu tenho cento e vinte e cinco bolachas e nós sabemos que vamos dar... nós vamos dar quantas à Mafalda?

Um aluno: Três quintos.

Professora estagiária: Três quintos. Então não é possível converter estes cento e vinte e cinco numa fração deste tipo? Aluno R, como é que vai ser? (O aluno R não responde) Então se ela vai dar três quintos com quantas bolachas é que a Mafal....a a Francisca vai ficar? Que parte da fração falta, para esta...esta... esta... (apontando para o esquema repartido em cinco partes iguais) ser uma unidade?

Aluno R: Ela vai ficar com dois quintos.

Professora estagiária: Dois quintos. Então e qual é que será a fração a que corresponde a cento e vinte e cinco? Qual é a totalidade, o conjunto?

Professora cooperante: Não está muito claro.

Professora estagiária: Aluno Q, explica lá.

Aluno Q: Cinco quintos.

Professora estagiária: E porquê cinco quintos?

Aluno Q: Porque é a unidade.

Professora estagiária: Exatamente.

Professora cooperante: Mas porque é que tem haver com os cento e vinte e cinco? É que... que disse uma fração... não percebi.

Professora estagiária: Uma fração que represente os cento e vinte e cinco neste contexto. É os cinco quintos. Eu não quero uma fração equivalente.

Professora cooperante: O todo.

Professora estagiária: O todo é cento e vinte e cinco, que neste caso corresponde aos... a cinco quintos.

Professora cooperante: E quer saber quanto da fração é dos três quintos.

Professora estagiária: Sim.

Professora cooperante: Pois... não é assim. Três quintos de cento e vinte e cinco.

Professora estagiária: Não, mas eu ainda não cheguei aí. Ainda não cheguei aí.

Professora cooperante: Pois, é que os três quintos daquela quantidade...

Outra professora estagiária: Acho que ela não está a fazer assim...

Professora cooperante: Mas a pergunta foi sugerida assim. Por isso é que eu...

Outra professora estagiária: Ela quer chegar ao esquema, professora.

Professora cooperante: Certo, mas a pergunta não é assim. Por isso é que eu não estava a perceber os cento e vinte e cinco.

Outra professora estagiária: ahh, ok.

Professora estagiária: Então vamos representar aqui no esquema, esta fração (Solicitando ao aluno B que representasse os três quintos no esquema desenhado no quadro)

Professora cooperante: Qual é a fração que representa a unidade? Ou qual é a fração que falta para fazer a unidade aos três quintos?

Professora estagiária: Então, Aluno L, isto aqui representa quanto? (O aluno L não responde) Aluno J? (O aluno J não responde) Aluno H? Que quantidade de bolachas representa isto (Apontando para a totalidade do esquema)? (O aluno H não responde) Aluno K. Cinco quinto representa quantas bolachas?

Aluno K: Cento e vinte e cinco.

Professora estagiária: Cento e vinte e cinco, exatamente. E nós... a seguir dizemos que três quintos foram para a Mafalda. Quero que me representes os três quintos (Dirigindo-se para o aluno B que se encontrava junto ao quadro). Coloca com uma cor diferente. (O aluno B representa os três quintos, pintando a azul) Aluno L, estão representados os três quintos?

Aluno L: Sim...

Professora estagiária: E agora como é que o número de bolachas representa isto? (Apontando para os três quintos no esquema) Aluno I.

Aluno I: Tenho de... ver a cento e vinte e cinco as três partes, temos que multiplicar...

Professora estagiária: Sim.

Aluno I: Multiplicar...

Professora estagiária: Multiplicar.

Aluno I: A cento e vinte e cinco as três partes.

Professora estagiária: E como é que eu faço isso?

Aluno I: Anhhh... Tenho de dividir os cento e vinte e cinco por três.

Professora estagiária: Unh, será? Será isso, dividir por três? Aluno C.

Aluno C: Podemos descobrir o número de bolachas que representa um quinto.

Professora estagiária: Exatamente. E como é que eu sei o número de bolachas que representa um quinto?

Aluno R: Divido ... cento e vinte e cinco a dividir por cinco.

Professora estagiária: Será? Cento e vinte e cinco a dividir por cinco?

Professora cooperante: (Dirigindo-se para o aluno R) Tu queres saber o número de bolachas que a Francisca recebe.

Professora estagiária: O número de bolachas.

Professora cooperante: De bolachas. É isto que vocês falharam todos no problema das percentagens. E eu vou-vos mostrar que fizemos problemas na aula. Vocês estão-se borrifando para aquilo que os professores dizem, três quintos de. Três quintos de. E falham nisto! Desde o ano passado que falamos no dobro de, o triplo de e mais de oitenta por cento da turma falha nisto. Foram subtrair euros com percentagem. Porque vocês não estão atentos e neste momento não sabem. Que é a coisa mais fácil. Vocês têm andando todos a dormir...

Professora estagiária: Já se lembram o que representa o de?

Alguns alunos: Multiplicar...

Professora estagiária: Ahh!

Professora cooperante: E agora colocar a expressão! Pode estar lá outra operação, porque nós agora estamos a trabalhar com números racionais. Ok?

Professora estagiária: E então? Então vamos lá.

Professora cooperante: E o que é que representa um quinto? Não percebi nada. O que é um quinto nessa figura? (O aluno B não responde) O problema é que vocês estão a fazer as figuras e não estão a perceber. O que é um quinto? É que se vocês não entenderem os problemas, vocês não os conseguem resolver. E resolvem de uma maneira... que a pessoa até fica... Pois, não sabem explicar.

Professora estagiária: Aluno B, faz lá.

Professora cooperante: Ela já lhe explicou o que era um quinto?

Professora estagiária: Oh Aluno B, tu ouviste alguma coisa do que foi dito aqui? (O aluno B estava a registar no quadro a divisão entre cento e vinte e cinco e três quartos).

Professora cooperante: Não. Não ouvi o que está a fazer... está a fazer asneira sobre asneira.

Professora estagiária: Foi isso que nós dissemos? (O aluno B acena em negação com a cabeça) Então porque é que escreveste? Aluno O, ajuda lá.

Aluno O: Cento e vinte e cinco vezes três quintos.

Professora estagiária: Ouviste? (O aluno B regista no quadro a operação) E agora?

Professora cooperante: Aluno B, porque é que tu vais fazer... anh... porque é que tu escreveste essa expressão? Explica. Para saberes o quê?

Professora estagiária: Alto, responde alto.

Aluno B: Para saber quanto é que o Tiago recebeu. Para saber quanto é que a Francisca...

Professora cooperante: Ai... Isso é para saber quanto é que Francisca recebeu? Quantas bolachas? Não? Pois, tu não estás a perceber. Ela recebeu um quinto, das bolachas? (O aluno B nega com a cabeça).

Professora estagiária: Então recebeu quanto?

Professora cooperante: Tu estás a brincar! Faz favor de pegar no enunciado e ler alto. Ela nem deve ter conhecimento do enunciado, porque nós estamos a ler e... só pode. É que só pode! Lê alto.

Aluno B: A Francisca confec...

Professora cooperante: Olha... Há colegas que querem ouvir, Aluno B.

Aluno B: A Francisca confeccionou com a sua mãe cento e vinte e cinco bolachas.

Professora cooperante: Não foi vinte e cinco bolachas.

Aluno B: Cento e vinte e cinco bolachas. (O aluno B começa a chorar)

Professora estagiária: Oh aluno B.

Professora cooperante: Aluno B, não é a chorar que a gente resolve a situação. Estás numa escola, tens que ler alto e temos que compreender que tens... nós temos que ver se estás a compreender e não entendeste. Portanto, vais ler o enunciado. Vamos lá, não resolvemos as coisas a chorar. O chorar às vezes é para desanuviar a nossa pressão. Vá, anda lá. Faz bem chorar... Mas agora... não. Não... não é o momento. Agora é para entenderes, vá lá.

Aluno B: A Francisca confeccionou com a sua mãe cento e vinte e cinco bolachas de chocolate. Decidiu oferecer três quintos dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago. Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Professora cooperante: Depois de dar... aaa três quintos à Mafalda e deu as restantes, com quantas bolachas ficou a Francisca?

Professora estagiária: E então? Quantas bolachas é que ofereceu à Mafalda?

Professora cooperante: À Mafalda.... É que vocês, podem ir para um sítio onde são prejudicados. Dizemos assim: Olha recebes aaa... desta quantidade aqui de.. desta fruta três quintos. Não sabem resolver!! E não pode seeer. Porque se não, levam aaa aa vocês são enganados. Então o que é que tu tens de fazer em primeiro lugar? Primeiro têm que saber o caminho que vão tomar. Primeira situação. Já estão a ver que os denominadores assim dividem aquele conjunto em cinco grandes partes. Certo? Pronto. Então... aaaa... a Mafalda ficou com três quintos. O que é que têm de saber? Neste momento. Interessa em saber um quinto quantas bolachas são? Nãoooo. Só estamos a perder tempo. O que é que vamos fazer? É quantas bolachas a Mafalda recebeu, certo? Pronto. Então e para saber quantas ... Estás a perceber agora, Aluno B? Quantas bolachas é que a Mafalda recebeu, qual é a operação que tens de fazer? Ela recebeu... diz-me. O que é que diz aí? Ela recebeu... (O aluno B não responde) Vamos seguir o problema. Ela recebeu... Lê, lê, lê o dado. Ela recebeu?

Professora estagiária: Qual é o valor? (O aluno B aponta para o enunciado) É isso diz.

Professora cooperante: Ela recebeu... A Mafalda recebeu...

Aluno B: Três quintos.

Professora cooperante: Três quintos!! Porque é que vocês não começam por aqui? Três quintos! Já é alguma coisa, três quintos de quê? Dá-me agora dados, números.

Aluno B: De cento e vinte e cinco...

Professora cooperante: De cento e vinte e cinco... Três quintos de. Ou três quintos das. Ou dos. Está lá sempre o de. O que é o das? Já vos tinha dito. É a contração da proposição de com o artigo quê? As? É o de mais as. Definido, feminino e plural. De, dos. Está lá o de. Perceberam? Então é aquilo que tu tens de fazer, falta-te ali um sinal de operação. Percebeste, aluno B? E vais lá colocá-lo, eu não andei a divagar. Porque essas divagações, dão mau resultado. E, portanto, deram, que estão à vista. (O aluno B apaga o que estava no quadro) Põe lá o sinal que falta. É que vocês sabem se pensarem um bocadinho. É que eu já nem vou... Nesta altura eu escrevia a expressão o que representa isto. Anda! Qual é o sinal? Para saberes quantas é que a Ma... Mafalda recebeu? Ela recebeu... Aluno A. Põe-te a brincar! Põe-te aí a brincar, pensas que eu daqui não vejo! Aluno A, qual é o sinal que falta ali.

(O aluno A não responde)

Professora cooperante: Então nós estamos a pregar para os peixinhos... Para as pedras! Os peixinhos ainda eram capaz de ouvir. Aluno B! Qual é o sinal que falta ali para sabermos quantas... vamos transformar aquela fração em que quantidade de bolachas? Qual é o sinal que falta? (O aluno B não responde) Pois... acho muito bem. Olha, só tenho pena de no ano passado facilitar a vinda para o quarto ano. Porque vocês... havia aqui chumbaria nesta turma... que vocês não imaginam.

Professora estagiária e professora cooperante: Aluno J.

Professora cooperante: Qual é o sinal que falta lá para saber quantas bolachas é que a Mafalda recebeu? Isto é aflitivo.

Aluno J: O sinal de divisão.

Professora estagiária: Ai...

Professora cooperante: Oh. O dobro de! O triplo de!! Opah!! Esta gente vai para o quinto ano! Vai no ar. O dobro de, o triplo de. É a dividir? Estamos a brincar? Ela recebeu três quintos de. Ou das! Ai... e ainda querem os pontos com cruzinhas, os testes. Vem aí... testes com cruzinhas. Vamos ter um lindo enterro vamos... Ahhhh....

Professora estagiária: Aluno K. (O aluno K não responde)

Professora cooperante: Ai opah... eu por mim já nem sei.

Professora estagiária: Então, Aluno K. Diz.

Aluno K: Multiplicar.

Professora estagiária: Ah. Estava a ver.

Professora cooperante: É uma vergonha autêntica.

Professora estagiária: Façam lá este cálculo nos vossos cadernos. (Referindo à multiplicação de cento e vinte e cinco por três quintos).

Professora cooperante: É que se vamos a ver, mais de oitenta por cento da turma... não sabe. Não sabe. Oh, e agora não vai saber fazer isso. (Referindo-se à multiplicação)

Professora estagiária: Cálculos auxiliares se não consegues fazer direto.

(O aluno B realiza o algoritmo da multiplicação no quadro. Enquanto o aluno resolve o algoritmo no quadro, a professora estagiária circula pela sala de aula para auxiliar e verificar as resoluções dos alunos)

Professora cooperante: Acabou? (Referindo-se para o aluno B que estava a resolver a multiplicação no quadro) Que operação está aí presente? Tens aí uma fração, qual é a operação que está aí presente?

Aluno B: A adição.

Professora cooperante: A adição. Fazes muito bem. Numa fração está presente a adição. Vejam lá se isto...se isto... se isto se pode admitir uma coisa destas.

Professora estagiária: Pensa lá (Referindo-se para o Aluno B)

Professora cooperante: Andaste aonde? Andaste na conchichina? Quem foi a professora maluca que te disse que a fração representa uma adição? Bonito.

Professora estagiária: Aluno B, então a fração é o quê?

Professora cooperante: Bonito.

Professora estagiária: Uma fração é o quê? Aluno D?

Aluno D: A fração...

Professora cooperante: A fração é uma fração.

Professora estagiária: Que operação é?

Aluno D: É uma divisão.

Professora estagiária e professora cooperante: Ahh!

Professora estagiária: Quais são os símbolos que representam a divisão? Escreve aí, Aluno B. (O aluno B não consegue escrever) Aluno M, vem cá ao quadro escrever quais os símbolos que representam a divisão.

(O aluno B regista o sinal de divisão $\div$).

Professora estagiária: Só há esse? Falta um, muito difícil. Olha para o quadro.

Aluno C: O traço de fração.

Professora estagiária: Claro.

(O aluno M vai para o seu lugar)

Aluno N: Mas... está ali ...

Professora estagiária: Nós podemos... (Dirigindo-se para o quadro) escrever isto, cinco a dividir por um. Isto representa a mesma coisa. Isto não é um traço de fração (Referindo-se para o sinal $\div$ escrito anteriormente no quadro pelo aluno M).

Aluno N: Mas não é isso. Ali em baixo...

Professora estagiária: Sim.

Aluno N: Mas ali em baixo (Referindo-se ao traço de fração feito pelo aluno M no quadro) isso não é subtrair?

Professora estagiária: Não, é um traço de fração. Pronto, vou estendê-lo.

Professora cooperante: Oh, Aluno B temos que despachar. Qual é a operação que está aqui representada, mulher? É uma...

Aluno B: Multiplicação.

Professora cooperante: Então vamos lá. Vamos a despachar, vá.

Professora estagiária: Diz lá oralmente. O que é que fizeste?

Professora cooperante: aaa, diz alto.

Professora estagiária: Aqui aqui... (Apontando para a multiplicação)

Professora cooperante: Numerador com numerador. São frações. Fala alto. Três vezes....

Aluno B: Três vezes cinco, quinze.

Professora cooperante: Sim.

Aluno B: Fica o cinco e vai um.

Professora estagiária: Sim.

Aluno B: Três vezes dois, seis. Mais um...

Professora estagiária: Mais um....

Aluno B: Sete.

Professora estagiária: Sete! Porque é que escreveste o seis?

Professora cooperante: Já nos testes está isso assim...

Professora estagiária: Vá, aluno B, temos de avançar, se não tenho de chamar outro aluno... (O aluno B não continua) e então? Como é que saímos daqui...agora? Consegues fazer mentalmente? Como é que podemos fazer? Aluno I, como é que eu saio daqui agora?

Aluno I: Ahh... podemos fazer o algoritmo da divisão.

Professora estagiária: Se não sabemos fazer mentalmente, fazemos o algoritmo da divisão. Já fizeram? (Referindo-se para a restante turma)

Alguns alunos: Sim.

Professora estagiária: Ohhhh... O algoritmo da divisão. É assim? É assim que nós fazemos nas aulas?

Professora cooperante: Isto tem sido um suplício desde o primeiro ano... (Dirigindo-se para o aluno B) Fala alto. Ahh... baixo dois algarismos anda... pa.... pa.... para ser mais rápido. Em trinta e ... seteee,

Aluno B: Quantas vezes cabem o cinco...

Professora cooperante: O cinco. Tabuada do cinco. Vamos a despachar.

Aluno B: Sete vezes cinco, trinta e cinco.

Professora estagiária: Mas eu já faço mentalmente. Trinta e cinco para..

Aluno B: Trinta e sete, dois.

Professora estagiária: Sim, dois.

Aluno B: E baixo o cinco.

Professora estagiária: Muito bem. Em... em vinte e cinco...

Aluno B: Em vinte e cinco...

Professora estagiária: Quantas vezes cabo o cinco... Quantas?

Aluno B: Cinco. Cinco vezes cinco, vinte e cinco.

Professora estagiária: Vinte e cinco.

Aluno B: Para vinte e cinco, zero.

Professora cooperante: Vá, zero. É aqui nas unidades. Pronto, então a menina Mafaldinha recebeu quanto de bolo? De bolo ou de bolachas?

Aluno B: Setenta e cinco bolachas.

Professora estagiária: Então vá.

Professora cooperante: E agora... e agora temos que ver qual é o outro passo a seguir. O que é que nos estão a pedir???

Professora estagiária: Aí é igual... Não estiveste a fazer uma simplificação? Fizeste uma divisão, simplificaste.

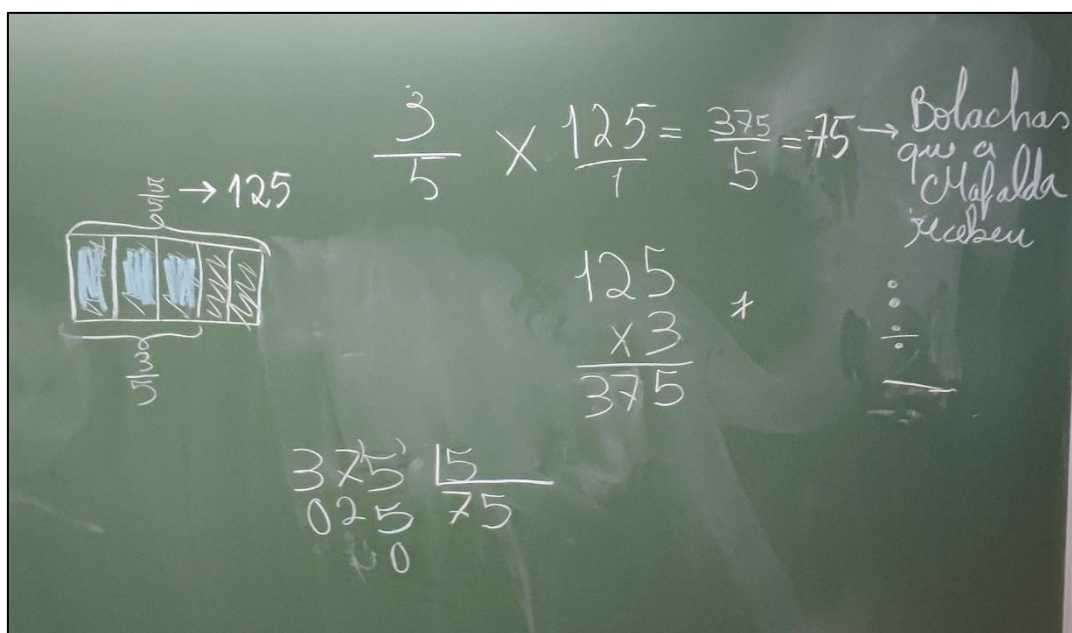
Professora cooperante: Ufff... daqui a bocado dá-me uma coisinha má.

Professora estagiária: Isto representa o quê? (Referindo-se ao valor setenta e cinco) Aluno I, isto representa o quê?

Aluno I: As bolachas que a Mafalda recebeu. (A professora estagiária regista o significado no quadro) (figura4).

Figura 4

Resolução da primeira etapa do problema



Professora estagiária: Podes sentar. (Dirigindo-se para o aluno B). Então podem copiar estes esquemas, rapidamente. Depois vem o Aluno I, fazer a seguir.

(Enquanto os alunos registam nos cadernos diários, a professora estagiária circula pela sala de aula para verificar se todos registaram de forma correta)

Professora estagiária: Já está? (Dirigindo-se para o Aluno I) Podes ir, leva a fichinha. O que é que vamos fazer a seguir?

Aluno I: Descobrir quantas bolachas é que o Tiago recebeu.

Professora estagiária: E como é que nós sabemos isso?

Aluno I: Ahhh... fazemos um esquema.

Professora estagiária: Calma, calma. Antes do esquema.

Aluno I: Ahh... Temos que dividir setenta e cinco em cinco partes.

Professora estagiária: Porquê setenta e cinco?

Aluno I: Porque é... porque diz que a...a... a Francisca deu a quinta parte das restantes ao Tiago.

Professora estagiária: Então e o que é isso das restantes? O que é que o setenta e cinco representa?

Aluno I: As bolachas que... a Mafalda recebeu.

Professora estagiária: Então e as bolachas que a Mafalda recebeu são o mesmo que as restantes?

Aluno I: Não.

Professora estagiária: Não? De certeza? Aluno D, o que é que tu achas?

Aluno D: Ahhh... eu acho... que... está bem.

Professora estagiária: Está bem o quê?

Aluno D: O que ela está a dizer.

Professora estagiária: E o que é que ela está a dizer?

Aluno D: Que temos de fazer setenta e cinco a... a dividir por cinco.

Professora estagiária: Aluno G. Também concordas?

Aluno G: Sim.

Professora estagiária: Pois. E o Aluno K também concorda...

Aluno K: Sim.

Professora estagiária: Sim? Lê lá o enunciado outra vez, Aluno K. A parte... a parte seguinte. Desde... decidiu.

Aluno K: Decidiu ofere....

Professora estagiária: Alto!

Aluno K: Decidiu oferecer três quintos dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago.

Professora estagiária: Ok. Das restantes. Aponta-me aí as restantes das bolachas (Referindo-se ao esquema representado no quadro anteriormente).

(O aluno K não consegue indicar qual a parte do esquema que corresponde às bolachas que sobraram)

Professora estagiária: Então, por exemplo, estas bolachas (Apontando para os três primeiros retângulos do esquema do quadro) e depois vou tirar das que eu te dei para dar aos outros meninos.

Aluno N: Não.

Professora estagiária: Então? O que é que se faz?

Aluno I: Ela tem de subtrair a cento e vinte e cinco setenta e cinco.

Professora estagiária: Por exemplo, é um caminho. Então aponta-me aí (Referindo-se ao esquema do quadro) qual é a parte... que corresponde às restantes.

Aluno I: Ah... (Apontando para os dois últimos retângulos do esquema)

Professora estagiária: Exatamente. Que fração é que representa as bolachas restantes, Aluno F? (O aluno B não respondeu)

Aluno F: Um quinto.

Professora estagiária: Então a...a Francisca ofereceu quantas? (Referindo-se às bolachas)

Aluno F: Três quintos à...

Professora estagiária: Ofereceu três quintos. E quanto... é que sobraram? Quantas é que foram as bolachas restantes?

Aluno F: Dois quintos.

Professora estagiária: Dois quintos. Então e estavas-me a dizer um quinto porquê?

Aluno F: Porque já estava a pensar na resposta depois.

Professora estagiária: Oh. Quem é que não compreendeu? Aluno J? O que é que são as restantes? (O aluno J não respondeu) Aluno G? Vocês não estão cá?? Aluno D. Então eu tenho cinco quintos, que são cento e vinte e cinco bolachas. Já descobrimos que a Francisca deu setenta e cinco à... à Mafalda. Quantas é que sobraram? Quantas é que são as bolachas restantes?

Alguns alunos: Ahhhh!

Professora estagiária: Aluno K.

Aluno K: Dois das bolachas...

Professora estagiária: Dois quê?

Aluno K: Dois quintos das bolachas.

Professora estagiária: Concordas, Aluno H? O que é que ele disse? (O aluno H não respondeu) Vocês estão a brincar, não estão? É que só pode... Aluno H, o que é que ele disse? Aluno J, ouviste o que o Aluno H disse?

Aluno J: Eu só ouvi dois quintos...

Professora estagiária: E dois quintos é o quê?

Aluno J: É a parte...

Professora estagiária: Anh?

Aluno J: É a parte restante.

Professora estagiária: A parte restante. Então lê lá outra vez o enunciado (Dirigindo-se para o Aluno I).

Aluno I: A Francisca confeccionou com a sua mãe cento e vinte e cinco bolachas de chocolate. Decidiu oferecer três quintos dessas bolachas à Mafalda e deu a quinta parte das restantes ao Tiago. Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Professora estagiária: E então? Diz-me o que é que estás a pensar fazer.

Aluno I: Ahnn, dois quintos corresponde a cinquenta bolachas.

Professora estagiária: Certo.

Aluno I: E agora... e... e agora temos de dividir as cinquenta em cinco partes e descobrir quanto é que ela deu ao Tiago.

Professora estagiária: Sim. E que fração de bolachas é que ela deu ao Tiago, conseguimos saber?

Aluno I: Dois quintos.

Professora estagiária: Deu ao Tiago dois quintos? Quanto é que ela deu ao Tiago, Aluno E?

Aluno E: Deu ao Tiago um quinto das bolachas restantes.

Professora estagiária: E então? Vamos utilizar que valor. Quantas bolachas é que nós temos, Aluno F?

Aluno F: Nós temos... dois..

Professora estagiária: Diz, diz.

Aluno F: Dois quintos...

Professora estagiária: Dois quintos, que correspondem a quantas bolachas? (O aluno F não respondeu) Aluno A?

Aluno A: Cinquenta.

Professora estagiária: Porquê cinquenta? Como é que dizes que é cinquenta? Justifica-me. (O aluno A não conseguiu justificar a sua resposta e não respondeu à professora estagiária) Aluno J, dois quintos equivale a cinquenta bolachas?

Aluno J: Sim.

Professora estagiária: Porquê?

Aluno J: Porqueeee... eee... cento e vinte e cinco menos... setenta e cinco...dá cinquenta.

Professora estagiária: Ah bom!! Ouviste, Aluno A? (O aluno A acena em aprovação) O que é o valor cinquenta?

Aluno A: Porque cento e vinte e cinco menos setenta e cinco.

Professora estagiária: E que fração é que corresponde?

Aluno A: Dois quintos.

Professora estagiária: Isso mesmo. Compreenderam?

Todos: Sim.

Professora estagiária: Então explica-nos lá o que estás a fazer, Aluno I.

Aluno I: ahhh... então são as bolachas.... cinquenta.

Professora estagiária: Annnn....

Aluno I: Corresponde a dois quintos.

Professora estagiária: Eu não sei se concordo com esse dois quintos, pensa lá um bocadinho... (Ao analisar que uma barra dividia em cinco partes iguais correspondia a dois quintos).

Aluno I: Cinquenta bolachas.

Professora estagiária: Porque é que não pode ser dois quintos?

Aluno I: Porque....

Professora estagiária: Ela tinha ali dois quintos... (Referindo-se à barra dividida em cinco partes, sinalada como dois quintos). Aluno J, concordas com a fração dois quintos?

Aluno N: Não.

Professora estagiária: Então?

Aluno N: Porque....

Professora estagiária: Aluno Q.

Aluno Q: Porque no total pode ser uma fração, mas tem de ser uma unidade completa.

Professora estagiária: E neste caso a unidade vai ser quanto? (Referindo-se para o aluno I que não responde) Isto aqui equivale a quanto? (Apontando para uma parte das cinco desenhadas pelo aluno).

Aluno I: Annn...

Professora estagiária: Isto representa o quê?

Aluno I: Um quinto de cinquenta.

Professora estagiária: Boa. E representa o quê no contexto do problema? Aluno C.

Aluno C: As bolachas que o Tiago recebeu...

Professora estagiária: As bolachas que o Tiago recebeu é isso?

Aluno R: Sim.

Professora estagiária: Exatamente. Ele recebeu a quinta parte. Então escreve aqui a quinta parte, só para nós sabermos. Faz uma setinha para baixo e escreve a fração. (O aluno R fez o registo no quadro) Agora como é sei quantas bolachas foram, Aluno H? Como é que eu sei quantas bolachas representam um quinto? (O aluno H não respondeu) Lê lá o enunciado, alto e bom som. A partir daqui (Apontando para o enunciado do aluno)

Aluno H: Com a sua mãe.

Professora estagiária: Eu disse a partir daqui (Voltando a apontar para o enunciado do problema) E deu...

Aluno H: E deu a quinta parte das restantes ao Tiago.

Professora estagiária: Das! Das restantes ao Tiago. Então, Aluno L? Depois do das, já sabemos, certo? Ou não? O das, indicamos que... qual operação? (O aluno L não respondeu) Aluno G, diz lá.

Professora estagiária: Anh?

Aluno G: Multiplicação.

Professora estagiária: A multiplicação... Então o que é que nós temos de fazer?

Aluno I: Nós temos de multiplicar... um quinto vezes cinquenta.

Professora estagiária: Dificil... Muito bem. Têm de estar atentos. E então, como fazemos isso?

Aluno H: Ahh... um vezes cinquenta, cinquenta.

Professora estagiária: Ok.

Aluno H: Cinco é a mesma coisa que estar sobre um... cinco vezes um cinco.

Professora estagiária: Boa. E a agora? Uma simplificação. Consegues fazer mentalmente?

Aluno H: Sim.

Professora estagiária: Vai dar quanto?

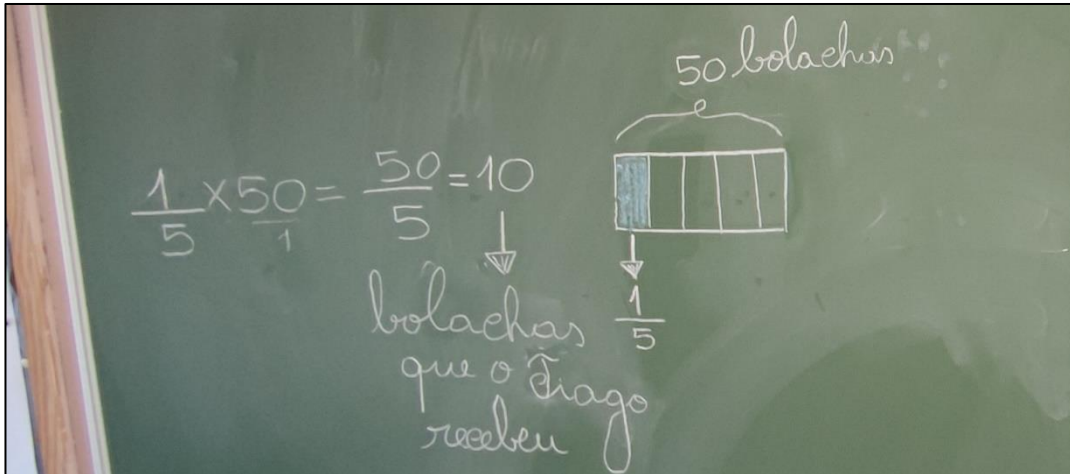
Aluno H: Dá dez.

Professora estagiária: Dá dez. Exatamente. Isso representa o quê?

Aluno H: O que o Tiago recebeu. (registrando no quadro) (figura 5)

Figura 5

Resolução da segunda etapa do problema



Professora estagiária: Já está resolvido o problema, certo, Aluno D? Já descobrimos que sobraram dez bolachas, correto?

Aluno D: Sim...

Professora estagiária: Pois... eu acho que achas mal. Aluno I.

Aluno O: Não.

Professora estagiária: Então?

Aluno O: Dez bolachas é o que o Tiago recebeu. Agora temos de subtrair as bolachas que o Tiago recebeu às bolachas que restaram.

Professora estagiária: Porque o que é que diz a pergunta?

Aluno O: Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Professora estagiária: Exatamente. Ai Aluno D, ai Aluno D...

Aluno I: Então agora vamos ter de subtrair cinquenta por dez.

Professora estagiária: Aluno K, e isto representa o quê então?

Aluno K: As bolachas que sobraram à Francisca.

Professora estagiária: Muito bem. Concordas, Aluno J?

Aluno J: Sim, são as bolachas que restaram.

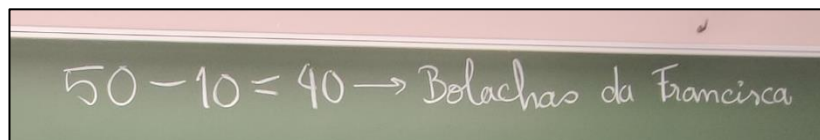
Professora estagiária: Mas restaram a quem?

Aluno J: À Francisca.

Professora estagiária: À Francisca, muito bem (Registando o significado da subtração no quadro e a resposta do problema) (figura 6).

Figura 6

Resolução da última etapa do problema


$$50 - 10 = 40 \rightarrow \text{Bolachas da Francisca}$$

Professora estagiária: Então passem lá. Aluno G, lê lá a pergunta.

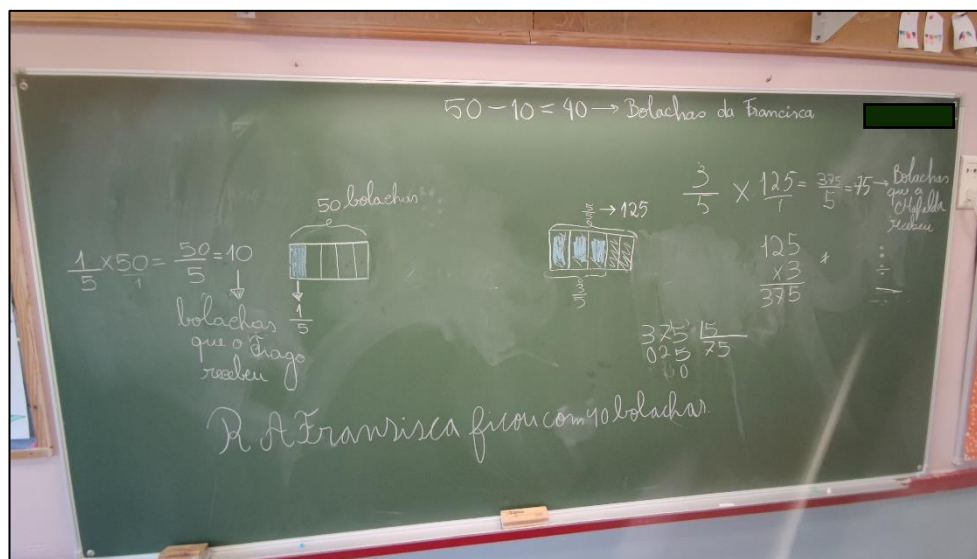
Aluno G: Com quantas bolachas ficou a Francisca?

Professora estagiária: E então, resposta.

Aluno G: A Francisca ficou com quarenta bolachas (figura 7).

Figura 7

Conclusão da resolução do problema



50 - 10 = 40 → Bolachas da Francisca

$\frac{1}{5} \times 50 = \frac{50}{5} = 10$

bolachas que o Frago recebeu

50 bolachas

$\frac{3}{5} \times 125 = \frac{375}{5} = 75$

bolachas que a Francisca recebeu

125

$\frac{3}{5} \times 125 = 75$

375

025 15

000 75

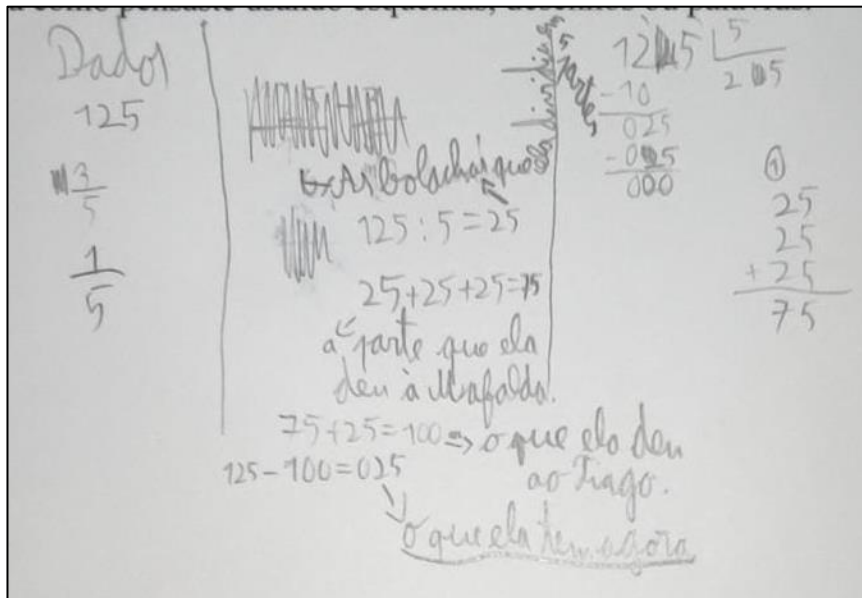
A Francisca ficou com 40 bolachas.

(Os alunos copiam a resolução do problema para os respetivos cadernos diários e, enquanto isso, a professora estagiária projeta uma resolução feita por um dos alunos da turma. Os alunos têm a oportunidade de a analisar assim que concluem de copiar).

Professora estagiária: Podemos começar a discutir esta proposta de resolução (figura 8)?

Figura 8

Resolução incorreta de um aluno



Alunos: Sim.

Professora estagiária: Menina Aluno N.

Aluno N: Eu.

Professora estagiária: O que é achas que este aluno fez?

Aluno N: Ahhh...

Professora estagiária: Aqui diz: as bolachas que... que ela dividiu em cinco partes (Apontando para a primeira etapa da resolução).

Aluno N: E são vinte e cinco.

Professora estagiária: Então o que é que este aluno começou por fazer?

Aluno N: Começou a dividir cento e vinte e cinco... que foi o nós fizemos ali (Referindo-se à resolução do quadro) e depois...

Professora estagiária: Para que é que dividimos por cinco? Consegues perceber?

Aluno N: Para saber quanto era um quinto.

Professora estagiária: Um quinto. E depois?

Aluno N: Pronto, e depois... fez vinte e cinco, mais vinte e cinco mais vinte e cinco, que deu... setenta e cinco. Que foi o que nós fizemos, três quintos vezes cento e vinte e cinco.

Professora estagiária: E este vinte e cinco mais vinte e cinco mais vinte e cinco representa o quê, Aluno K?

Aluno K: Os três quintos que deu à Mafalda.

Professora estagiária: Boa. Ok. O que a Francisca deu à Mafalda, exatamente. E depois, Aluno N?

Aluno N: Ahnnn... Depois adicionou setenta e cinco com vinte e cinco... isto é que eu não percebi.

Professora estagiária: Alguém percebeu? Eu vou pedir ao aluno para explicar, porque eu não percebi mesmo.

Aluno F: Porque cem bolachas... (O aluno F não conseguiu responder)

Professora estagiária: Eu acho que sei o porquê de ter errado, mas...

Aluno N: Pois, ele adicionou...

Professora estagiária: Sabem qual foi o erro? Que... praticamente todos cometeram? Interpretação do problema.

Alguns alunos: Pois.

Professora estagiária: Pois... Porquê? Porque este aluno não leu uma parte muito importante do problema.

Alunos em coro: Das restantes.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno N: Deu a quinta parte das restantes.

Professora estagiária: O que é que este aluno fez? Utilizou os três quintos das bolachas... Foi isso? (Direcionando-se para o Aluno F).

Aluno F: Sim.

Professora estagiária: Foi? Percebem?

Alunos em coro: Sim.

Aluno E: Ele fez... Ele conseguiu chegar ao número de bolachas que a Francisca deu à Mafalda, mas depois não fez com as restantes, nem a dividir, ele deu logo mais vinte e cinco.

Professora estagiária: Exatamente. Ele descobriu que a Francisca deu setenta e cinco, e até aí está tudo muito bem. Mas depois, um quinto... foi a parte que ele deu à Mafalda. À Mafalda?? Não! Ao Tiago, ao Tiago. Foi um quinto. Então o que é que o aluno pensou? Vou subtrair... vou adicionar a... os setenta e cinco mais os vinte e cinco... ou seja, eu se fosse a Francisca, iria dar aquela bolachas e iria ficar só com um quinto para mim. E aqui, a má interpretação está onde?

Aluno N: Das restantes.

Aluno G: Ahhh!!

Professora estagiária: Das restantes, ou seja, ele não podia mexer já neste setenta e cinco. Ele só tinha que... utilizar os dois quintos.

Um aluno: Por isso é que ele chegou aos vinte e cinco...

Professora estagiária: Exatamente. E depois... esta esta operação dos cento e vinte e cinco menos os cem, ou seja, ele tinha... a Francisca tinha cento e vinte e cinco bolachas, mas ela deu cem bolachas à Mafalda e ao Tiago. E sobrou... ficou com quantas?

Aluno C: Ali? (Apontando para a resolução projetada).

Professora estagiária: Sim. Se ela tinha cento e vinte e cinco e deu setenta e cinco e ao Tomás (Querendo dizer Tiago), que faz cem bolachas. Ela vai ficar com... as vinte e cinco.

Aluno N: Por isso é que eu meti sempre...

Professora estagiária: Exatamente. O aluno pensou: ah, a Francisca deu x bolachas, neste caso, setenta e cinco ààà... ai esqueci-me dos nomes... à Mafalda e mais vinte... vinte cinco ao Tiago. Só que o aluno não leu, das restantes. Perceberam este erro? (Os alunos respondem que sim) Vamos aqui ver outro (figura 9).

Figura 9

Resolução incorreta de outro aluno

Handwritten mathematical work showing an incorrect calculation. The work includes several steps and a final conclusion:

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ \hline 725 \\ 5 \\ \hline 720 \\ 5 \\ \hline 715 \\ 5 \\ \hline 710 \\ 5 \\ \hline 705 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 70 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$25 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{100}{25}$$

$$\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 25$$

R: a Francisca ficou com 25 bolachas.

Professora estagiária: Dificil compreender?

Aluno P: Temos de explicar o que é que ele fez?

Professora estagiária: O que é... Qual foi o erro deste aluno.

Aluno O: Ele.. ele ou ela, fez a mesma coisa que o outro (Referindo-se à resolução projetada anteriormente) só que em frações.

Aluno N: Ya', sim!

Professora estagiária: Eeextamente. Diz lá, Aluno E.

Aluno E: Ele disse que cinco quintos eram cento e vinte e cinco. Ele ali fez os dados. Ponto. E depois dividiu cento e vinte e cinco por cinco, 'queraaa... basicamente o que nós fizemos.

Professora estagiária: Para descobrir o quê?

Aluno E: Para descobrir como é que nós chegávamos ao... Para ele saber quanto era um quinto.

Professora estagiária: Um quinto, exatamente.

Aluno E: E ele viu que dava para vinte e cinco.

Professora estagiária: Certo.

Aluno E: Ahh... e depois ele subt... não.

Professora estagiária: Ele começou aqui, isto começa aqui (Apontando e explicando a ordem de resolução do aluno).

Aluno E: Pronto. Ele adicionou a fração de bolachas que ofereceu à Mafalda e ao Tomás...

Professora estagiária: Ao Tiago, sim. E obteve...

Aluno E: E depois obteve quatro quintos.

Professora estagiária: Certo. E aquele cem representa o quê?

Aluno E: Equivale... Porque se fosse cinco quintos equivalia a cento e vinte e cinco, mas como é só quatro quintos, é menos vinte e cinco.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno E: E por isso dá cem.

Professora estagiária: Depois o aluno... Aluno B, depois o que é que o aluno fez?

Aluno F: Subtraiu o número de bolachas que receberam ao total de bolachas.

Professora estagiária: Certo. Neste caso chegou também às vinte e cinco bolachas. Então qual foi o erro deste aluno?

Aluno N: Foi ter não lido... as restantes.

Professora estagiária: Das restantes.

Alunos em coro: Das restantes.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno N: Em vez de somar em número...

Professora estagiária: Quer dizer... foi igual...

Aluno N: Sim. É a mesma coisa só que...

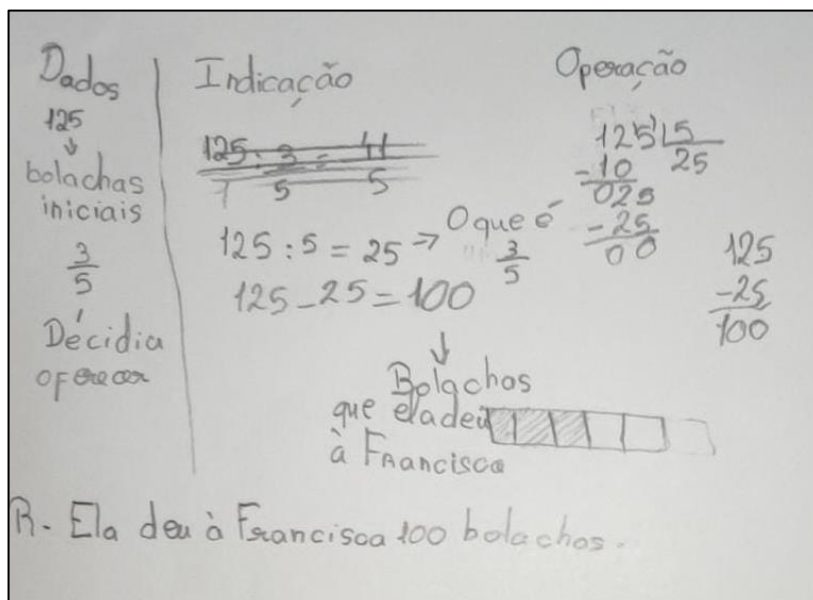
Professora estagiária: Um aluno usou as frações, o outro chegou às... às...ao valor exato das bolachas.

Aluno C: Eles pensaram igual.

Professora estagiária: Exatamente, mas utilizaram processos diferentes para resolver. Errados, por causa da má interpretação do texxto. Vamos ver aqui outro. O último (figura 10).

Figura 10

Resolução incorreta de um terceiro aluno



Professora estagiária: E então Aluno R?

Aluno R: Eu não entendi.

Professora estagiária: O que é que tu não entendes?

Aluno R: O problema.

Professora estagiária: A resolução do problema?

Aluno R: A resolução do problema.

Professora estagiária: Então o que é que este aluno começou por fazer? Então, Aluno R?

Aluno R: Eu não sei...

Professora estagiária: Não consegues interpretar este valor? Os cento e vinte e cinco a dividir por cinco, que dá os vinte e cinco? Isto tem sido comum a todos. (O aluno R não responde) Aluno F! O que é que isto representa?

Aluno F: Representa...

Professora estagiária: Aluno J. (O aluno J não responde) Não estão cá. Aluno G.

Aluno G: Representa o que é os três quintos... representa as... representa o que é um quinto.

Professora estagiária: Exatamente! Representa o que é um quinto. Pronto. Isto tem sido comum a todos, não sei porque é que vocês não conseguiram acompanhar.

Aluno O: Não...

Professora estagiária: Não, ele disse um quinto.

Aluno N: Não, está ali três quintos. O que é três quintos.

Professora estagiária: Ahh, pois está. Este aluno é que...

Aluno O: Sim.

Professora estagiária: E depois?

Aluno N e Aluno C: Subtraiu.

Aluno C: Subtraiu cento e vinte e cinco menos...

Aluno N e Aluno C: Um quinto...

Aluno C: que é vinte e cinco. Porque ele pensou que...

Professora estagiária: O que é que ele pensou?

Aluno C: Que o vinte e cinco... calma.

Professora estagiária: ele descobriu quanto é que era um quinto. Vinte e cinco bolachas. No entanto, identificou mal porque devia estar distraído... Identificou como três quintos. Ok? Depois... cento e vinte e cinco menos vinte e cinco, que deu cem bolachas. E aqui diz que são as bolachas que ela deu à Francisca. No entanto.

Aluno N: Ninguém deu nada à Francisca...

Professora estagiária: Este aluno estava tota...

Aluno N: Totalmente.

Professora estagiária: Muitíssimo distraído. Porque...

Aluno C: Porque ninguém deu nada à Francisca.

Professora estagiária: A Francisca é que ofereceu.

Aluno M: Pois, e a Francisca tinha menos de cem bolachas.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno M: Era impossível.

Professora estagiária: Ela não podia dar... dar à Francisca. Esta...olhem, só para terminar. (Deslocando-se para a resolução do quadro) Isto aqui representa as bolachas que a Francisca deu à Mafalda, que foram...

Alguns alunos: Setenta e cinco.

Professora estagiária: Setenta e cinco. E as bolachas que ela deu ao Tiago, que foram...

Alguns alunos: Dez.

Professora estagiária: Dez. neste caso.

Aluno N: Sim.

Professora estagiária: Porque este aluno (Referindo-se à resolução projetada) não percebeu o que eram as bolachas restantes. E o que é que este aluno fez? Adicionou... as bolachas da Francisca... aiiii da Francisca. As bolachas daaa... do Tiago e da Mafalda. E obteve as cem bolachas, sobrando só as vinte e cinco. Depois este aluno... lá está, muitíssimo distraído, representou mal aqui neste gráfico. O que é que neste gráfico está mal?

Aluno G: Porque a Francisca não se podia dar a si própria.

Professora estagiária: Por um lado sim, mas por outro...

Aluno C: Porque...

Professora estagiária: Esta frações estão bem representadas?

Alguns alunos: Não.

Professora estagiária: Então? Aluno K.

Aluno K: Porque não.

Professora estagiária: Oh, isso é justificação?

Aluno C: No gráfico?

Professora estagiária: Ela quer representar as bolachas que sobraram. O que ela queria representar era as bolachas que a Francisca tinha no final. Então 'tá mal representado. Três quintos representa o quê?

Aluno N: O que ela deu à Mafalda.

Professora estagiária: O que ela deu à Mafalda. No contexto deste problema, desta resolução, sabendo que o aluno adicionou as bolachas da Mafalda e as bolachas dooo.. do Tiago... e sabendo que sobrou apenas vinte e cinco... falta pintar...

Aluno N: Dois.

Aluno C: Doi...

Professora estagiária: Um quadradinho...

Aluno N: Hum?? Os...

Professora estagiária: Porque a aluna chegou às cem bolachas, mas estas bolachas doi as que ofereceu. Este aluno não percebeu o problema, porque estava distraído. Primeiro, não compreendeu a parte das restantes e depois não leu a pergunta sequer.

Alguns alunos: Pois...

Aluno N: Pois, ela não deu à Francisca.

Professora estagiária: Ela provavelmente confundiu a Mafalda com a Francisca. E ela depois, pronto, não leu a pergunta. Imaginando que esta interpretação estava bem, que não está mas pronto, sabendo que no total haviam cento e vinte e cinco bolachas, qual seria a resposta?

Aluno C: Ela deu...

Professora estagiária: Ela ofereceu cem bolachas, com quantas ficou a Francisca?

Alguns alunos: Vinte e cinco.

Professora estagiária: Exatamente. Percebem os erros que vocês cometem? Primeiro é a má interpretação do problema e segundo... vocês resolvem, estão desatentos, não leem, vão fazer a resposta, dão a resposta e não pensam... se aquilo está correto. Vocês têm de confirmar se aqueles valores fazem... fazem... fazem lógica no contexto. Percebem?

Aluno N: Eu não percebi ali uma coisa... Foi aa... bolachas que ela deu à Francisca. Ela deu à Francisca cem bolachas. Isso... eu...

Professora estagiária: Sim, este alunos não percebeu.

Aluno N: Sim, ele não percebeu nada disso.

Professora estagiária: Este aluno estava muito distraído. Mas não foi só este aluno, porque praticamente todos erraram, só dois alunos acertaram. Portanto, estejam atentos e confirmam os valores... para ver se faz lógica. Porque não é só chegar à resposta e só escrever o que nos dá. Aquilo pode estar mal. Vão lá para o intervalo, vá.

Apêndice 2.4. Enunciado da tarefa B2

Tarefa B2 –

Cria um enunciado de um problema utilizando os dados: 2 ; $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Apêndice 3 – Tarefa C

Apêndice 3.1. Enunciado da tarefa C1 “As férias da Débora”

Tarefa C1 – As férias da Débora

A Débora terá férias no mês de setembro e, por isso, decidiu agendar $\frac{1}{2}$ do mês para ir para o Algarve e $\frac{1}{4}$ para o Gerês. Sabendo que pretende ficar $\frac{1}{10}$ das férias na piscina da sua casa, quantos dias ainda terá para ir visitar a sua madrinha a Espanha?

Explica como pensaste usando esquemas, desenhos ou palavras.

Apêndice 3.2. Resoluções dos alunos da tarefa C1 discutidas em sala de aula

Dados
 Setembro
 30 dias
 $30 : 2 = 15$
 $\frac{1}{4} = 7,5$ dias
 $\frac{1}{10} = 3$

$15 : 2 = 7,5 = \frac{1}{4}$
 $30 : 10 = 3 = \frac{1}{10}$
 $30 : 2 = 15 = \frac{1}{2}$

$30 - 15 - 7,5 - 3 = 4,5$

$30 - 15 = 15$
 $15 - 7,5 = 7,5$
 $7,5 - 3 = 4,5$

P: Terá 4,5 dias para ir visitar a madrinha

Dados	Indicação	Resultado
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$	
$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{10}$	$16 - 3 = 13$	

Terá 13 dias para a visita.

Dados	Indicação	Resultado
$\frac{1}{2}$	$2 + 4 + 10 = 16 = 1$	
$\frac{1}{4}$	quantos dias tem ocupados	31
$\frac{1}{10}$	$31 - 16 = 25$	$\frac{31}{25}$

↓
quantos dias tem para visitar a madrinha

R: Sobram 25 dias.

Apêndice 3.3. Enunciado da tarefa C2

Tarefa C2 –

Inventa um problema utilizando os valores apresentados a seguir: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{1}{6}$.

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

Apêndice 3.4. Transcrição da discussão da tarefa C2 em sala de aula

A professora estagiária solicitou ao Aluno C a leitura do problema formulado (figura 1) por um aluno da turma, projetado para a turma.

Figura 1

Problema formulado por um aluno da turma

Tarefa 2 –

Inventa um problema utilizando os valores apresentados a seguir: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{1}{6}$.

Lembra-te que o problema que inventaste tem de ter solução, portanto, deves apresentar também a resolução do problema que inventaste.

O António, o Pedro e o Henrique, cada um tinha um pomar só com macieiras. O do Pedro tinha trinta, o do António sessenta e o Henrique trinta... também. Mas o Henrique tinha um sexto com larvas, o António tinha $\frac{1}{6}$ e o Pedro $\frac{2}{3}$.

Quantas maçãs há somando os pomares dos três?

Aluno C: O António, o Pedro e o Henrique... cada um tinha um pomar só com macieiras. O do Pedro tinha trinta, o do António sessenta e o Henrique trinta... também. Mas o Henrique tinha um sexto com larvas, o António tinha um sexto e o Pedro tinha dois terços. Quantas maçãs há somando os pomares dos três?

Professora estagiária: E então, Aluno N? Diz lá. Porque é que estás com essa cara?

Aluno N: Eu não percebi uma coisa.

Professora estagiária: Diz.

Aluno N: As macieiras são as mesmas. Só que... só que há partes com larvas...

Professora estagiária: Exatamente. Mas o que é que há com larvas? Não está muito claro aqui neste enunciado.

Aluno C: As maçãs.

Professora estagiária: As maçãs. Exatamente. Então o objetivo é pegarmos neste... neste enunciado deste aluno e transformá-lo num enunciado nosso. Com base nos dados, que estão muito bem... reformulando o português e depois resolvendo. Para vermos se existe lógica, para vermos se faz sentido. Então, como é que eu posso estruturar este enunciado? Aluno Q.

Aluno Q: Ahhh.... Transformando o trinta em sessenta e o trinta em maçãs?

Professora estagiária: Será maçãs que o aluno ahhh... quer dizer?

Aluno N: Mas é mais fácil...

Aluno O: Eu acho que ele quer dizer...

Professora estagiária: Tens de dizer... falar mais alto.

Aluno O: Eu acho que ele quis dizer o pomar do Pedro tinha... trinta árvores. Trinta macieiras.

Professora estagiária: Neste caso macieiras, exatamente.

Aluno O: E o António tinha sessenta macieiras e o Henrique tinha trinta macieiras.

Professora estagiária: Muito bem! Mais alguém interpretou assim? Também interpretaste assim (Referindo-se para o Aluno P que estava a acenar afirmativamente com a cabeça)?

Aluno P: Sim, eu também, só que eu acho que era mais fácil...

Professora estagiária: Como?

Aluno P: Tinha mais sentido não falando em maçãs...

Aluno N: Pois.

Professora estagiária: Então, mas podemos fazer assim. Podemos fazer como vocês quiserem.

Aluno N: Assim como é que se sabe o número de maçãs?

Professora estagiária: Então não sabes?

Vários alunos: Não!

Professora estagiária: Então? Não conseguimos saber quantas maçãs tenho?

Aluno G: Da árvore não.

Aluno O: Não.

Professora estagiária: Exatamente., muito bem.

Aluno O: Precisávamos que ele dissesse quantas maçãs há em cada árvore.

Professora estagiária: Exato. É isso, muito bem. Podemos formar dessa forma. Fazemos como vocês quiserem. Querem fazer com o número de maçãs então?

Vários alunos: Sim.

Professora estagiária: Sim? Ideias para estruturar... o enunciado. Aluno E. (O Aluno E não respondeu) Então?

Aluno E: Eu não sei.

Professora estagiária: Aluno H, alguma sugestão? (O Aluno H responde, mas não se percebe) Tens de falar alto, não consegui ouvir. Mas no enunciado, tens alguma sugestão para mudar? Pensa lá um bocadinho. Aluno N.

Aluno N: Hum. O António, o Pedro e o Henrique...

Professora estagiária: Podemos começar assim. (Registando no quadro) Depois passam.

Aluno N: Tinham... cada um tinha...

Professora estagiária: Tinham.

Aluno N: Tinham um pomar cada um.

Aluno C: Podemos meter de macieiras.

Aluno N: De macieiras cada um.

(A professora estagiária regista no quadro as sugestões dos alunos).

Aluno N: Vírgula.

Professora estagiária: Boa, continuem. Aluno O, sugestões.

Aluno O: O...o...

Professora estagiária: Quero todos a pensar.

Aluno O: O Pedro tinha trinta árvores.

Professora estagiária: Trinta árvores?

Aluno N: Mas... íamos fazer com maçãs.

Professora estagiária: Mas podemos fazer também com árvores. E podemos utilizar, por exemplo...

Aluno N: Colocar sabendo que, por exemplo, cinquenta árvores...

Professora estagiária: Exato, e este um sexto pode ser referido a quê (Apontando para a projeção)?

Aluno P: Às árvores que têm... larvas.

Professora estagiária: Não são as árvores, o que é que tem larvas?

Aluno N: Os frutos!

Professora estagiária: O que é que pode ser este um sexto (Apontando para a projeção)?

Aluno C: Em vez de ser ao número de maçãs, Aluno C.

Aluno C: Era... um sexto... a de... dá para colocar depois agora.

Professora estagiária: Exatamente. Então, se nós soubermos quantas macieiras existem em cada terreno, não conseguimos saber quantas maçãs é que existem estragadas, por exemplo... que estão com larvas?

Aluno G: Não.

Aluno N: Sim. Um sexto... sabemos que... cinco sextos.

Aluno G: Ah sim.

Aluno P: Não percebi.

Professora estagiária: Já vamos ver. O que é que disseste, repete lá para o Aluno P ouvir.

Aluno P: Eu? (A professora estagiária acena em afirmação com a cabeça) Ah, é assim. Um sexto... eh, cinco sextos do resto das maçãs.

Professora estagiária: E porquê? Qual é a unidade?

Aluno C: Cinco sextos não estão com larva.

Professora estagiária: Porque a unidade é quanto?

Aluno N: Seis sextos.

Vários alunos: Seis...

Professora estagiária: Em fração...

Aluno C: Seis sextos.

Professora estagiária: Exatamente. Percebeste Aluno O? (O Aluno O acena positivamente com a cabeça) Sim? Então como é que continuamos a estrutura (Referindo-se à construção do enunciado em grande grupo)?

Aluno N: O António tinha... não sei quantas árvores.

Professora estagiária: Quantas é que lá estão? (Referindo-se ao enunciado projetado)

Aluno F: Sessenta.

Professora estagiária: O António tem sessenta. Vamos especificar, que é para o que são os sessenta.

Aluno C: Ah pois, sim.

Professora estagiária: Árvores... ou macieiras.

Aluno C: Macieiras.

Aluno N: Sessenta macieiras. Então não precisamos de meter árvores.

Professora estagiária: Sim, não é preciso. Também acho. (Registando no quadro) Mais? Eu não quero ouvir sempre os mesmos!

Aluno N: Então, mas os outros não falam.

Professora estagiária: Têm que falar. Mais, como podemos continuar?

Aluno F: Eu não sei.

Professora estagiária: Aluno J, alguma sugestão?

Aluno J: O Pedro... e o Pedro tinha trinta árvores.

Professora estagiária: O Pedro tinha quantas?

Aluno J: Ele tinha trinta e o Henrique...

Professora estagiária: E o Henrique....

Aluno J: Tinha também trinta.

Professora estagiária: Também tinha trinta. Será que fica bem assim?

Alguns alunos: Sim.

Aluno N: Não.

Aluno P: Não ache que fique bem.

Professora estagiária: Então? Dá lá uma sugestão.

Aluno P: O Pedro tinha trinta...

Professora estagiária: Anh?

Aluno P: O Pedro tem trinta quilos.

Aluno M: Mas são macieiras...

Professora estagiária: Aluno Q.

Aluno Q: O Pedro tinha trinta e o Henrique também tinha trinta. Mas eu tirava o tinha.

Aluno N: Pois.

Professora estagiária: Como é que estás a dizer?

Aluno C: O Pedro tinha... Calma. O António tinha sessenta, o Pedro tinha trinta e o Henrique também. Ai não... tem de ter,

Aluno N: Não... O António tinha sessenta árvores. O Pedro tinha trinta e o Henrique também... também trinta árvores. Ou trinta macieiras.

Aluno Q: Mas assim utilizamos o também.

Professora estagiária: Só ficava o valor?

Aluno N: Sim.

Professora estagiária: Então, o António, o Pedro e o Henrique tinham um pomar com macieiras, cada um. O António tinha sessenta árvores, o Pedro tinha trinta...

Aluno C: O Pedro trinta e o Henrique...

Professora estagiária: E então? (Os alunos começam a murmurar entre si) Partilhem alto, para todos ouvirmos.

Aluno N: Professora, eu vi... nós vimos mais um erro. Quer dizer, eu não vi.

Aluno C: Não, não, não. Não estou a dizer que é erro. Só que ele tem (Referindo-se à resolução projetada) ...

Aluno N: Tinha, tinha tinha. E depois...

Aluno C: E depois quantas árvores há.

Aluno N: Quantas há!

Professora estagiária: Pronto, a estrutura está mal. Mas o que é que podemos fazer? Ou... metemos no presente, ou alteramos a pergunta.

Aluno C: Alteramos a perguntar.

Aluno N: Acho que é melhor alterar a pergunta. Fica melhor.

Professora estagiária: Pronto, ok. E como é que é? Mantemos assim ou alteramos?

Aluno C: Falta o do António.

Professora estagiária: Está além (Referindo-se ao canto superior direito do quadro).

Aluno M: Acho que não era preciso árvores. O António tinha sessenta árvores. O Pedro trinta e o Henrique trinta.

Professora estagiária: Ficamos então assim?

Aluno N: E o Henrique trinta também

Professora estagiária: Então mantemos assim. (Os alunos dialogam entre si) Pronto. Fica assim. Pronto. Então qual é a próxima informação, Aluno M?

Aluno M: Que... temos de descobrir... não. Temos de saber quantas... quantas maçãs há... há nos três pomares.

Professora estagiária: Será que é preciso saber isso? Aluno O.

Aluno O: Quantas maçãs há... por árvore.

Professora estagiária: Será que é preciso saber? Com esta informação que... que este aluno nos diz (Referindo-se à formulação projetada) que um sexto tinham larvas, que quatro sextos também e dois terços também. Será que podemos incluir aqui?

Aluno C: Agora é preciso ver, calma.

Professora estagiária: Vamos lá a pensar. Aluno E. Podemos por exemplo... fazer uma situação hipotética e acrescentar aqui informação. Por exemplo, podemos dizer assim... Decidiram... vou dizer por alto, por depois temos de formular uma...uma uma frase mais coerente. Por exemplo, os três amigos poderiam ter-se juntado, queriam vender as maçãs, mas quando foram para as colher, repararam eu um sexto tinham larvas, no terreno do António quatro sextos do terreno tinham larvas, por exemplo.

Aluno N: Sim.

Aluno G: Sim! É uma boa ideia.

Professora estagiária: Então como é que podemos reformular... escrever melhor a ideia que eu disse.

Aluno C: Então podemos usar a ideia da professora.

Professora estagiária: Anh?

Aluno N: Acho que a ideia da professora está boa.

Aluno C: Só que...

Professora estagiária: Mas temos que agora reformular melhor.

Aluno C: Em vez de terreno, era árvores.

Professora estagiária: As árvores, sim pomar. Como é que podemos começar então? (Nenhum aluno respondeu) Ninguém?

Aluno C: Quando foram para....

Aluno N: Colher.

Professora estagiária: Eu vou escrever e depois se ...

Aluno C: Ah ya', quando foram escolher.

Vários alunos: Colher!

Aluno G: Escolher.

Aluno O: Colher. Escolher ou colher?

Professora estagiária: Depende da ideia. O que é que queres dizer? (Referindo-se para o Aluno O)

Aluno O: Quando foram colher as maçãs para vender...

Aluno N: Escolher!!

Professora estagiária: Mas geralmente elas (Referindo-se às maçãs) primeiro são colhidas para depois serem escolhidas.

Aluno P: Sim, mas primeiro... mas ela está a dizer quando se escolhem, não é quando...

Professora estagiária: Mas isso nós podemos acrescentar depois.

Aluno C: Metemos formam colhar.

Professora estagiária: Colhar?

Aluno C: Colher. Oh, professora, enganei-me.

Professora estagiária: Foram colher. Então podemos escrever assim e depois seguimos com a ideia do Aluno O. Ok? (Registando no quadro) Então vá, quando foram colher as maçãs...

Aluno C: Repa... vírgula, repararam que.

Professora estagiária: Que. Então, repararam que...

Aluno N: Ahhhhh....

Aluno C: Pois, é um pouco difícil.

Aluno N: O Henrique reparou que um sexto eheee... do seu...

Professora estagiária: Por exemplo, repararam que no pomar do... do do Henrique haviam...

Aluno N: Um sexto... um sexto de maçãs com larvas, de maçãs ou de árvores?

Aluno F: Um sexto com árvores.

Aluno C: Um sexto das árvores com larvas.

Professora estagiária: Seguimos a ordem (Referindo-se aos nomes- António, Pedro e Henrique - registados no quadro anteriormente).

Vários alunos: Sim.

Professora estagiária: Repararam que no pomar o António...

Aluno E: Um sexto das macieiras tinham larvas (A professora estagiária regista no quadro).

Aluno N: Só parasitas.

Professora estagiária: O que é que é um parasita?

Aluno E: É um bicho que come...

Aluno N: Que se aproveita das coisas dos outros bichos.

Professora estagiária: Então e outro parasita que conheçam?

Aluno N: O piolho.

Professora estagiária: Ok. (Começando a ler o texto escrito no quadro) Repararam que no pomar do António um sexto das macieiras tinham larvas. Como é que continuamos?

Aluno M: No do Pedro dois terços.

Professora estagiária: Muito bem.

Aluno N: No do Pedro, dois terços.

Aluno K: E no do António. Não. E no do Henrique um sexto.

Aluno C: Então professora, mas o António já é um sexto. O António pode ser quatro sextos.

Professora estagiária: O António, sim. (Corrigindo o valor) Pronto. Eu estava a seguir a ordem dos dados no quadro. Pronto. Vamos ler para ver se faz sentido. Aluno D.

Aluno D: O António, o Pedro e o Henrique tinham um pomar de macieiras cada um. O António tinha sessenta árvores e o Pedro tinha trinta e o Henrique também tinha trinta.

Professora estagiária: Se calhar... O do António... Não fica melhor? O do António tinha sessenta árvores.

Aluno M: O do Pedro tinha trinta e o do Henrique tinha trinta.

Professora estagiária: Sim.

Aluno G: E o do.

Aluno Q: E o do Henrique trinta.

Professora estagiária: Não, tem de ficar assim. Mas tem de ficar com o do, que é para fazer referência ao pomar.

Aluno C: Mas o Aluno M estava a dizer o do no do Pedro.

Professora estagiária: Sim. É isso mesmo. Obrigada (Registando no quadro). Continuando, continua a ler (Referindo-se para o Aluno D).

Aluno D: Quando foram colher as maçãs repararam que no pomar do António quatro sextos das macieiras tinham larvas. No do Pedro dois terços e no do Henrique um sexto.

Professora estagiária: Pronto. E agora? Qual pode ser a nossa pergunta?

Aluno O: Quantas maçãs haviam...

Aluno N: Quantas boas.

Aluno O: Quantas maçãs restantes haviam para vender no pomar dos três?

Professora estagiária: Ok.

Aluno M: Mas com ou sem larvas?

Aluno G: Sem larvas.

Professora estagiária: Podemos acrescentar...

Aluno C: Professora, mas não entendi como é que...

Aluno N: Como é que isso é possível saber quantas... quantas maçãs?

Professora estagiária: Ora. Era aí que eu queria chegar.

Aluno C: Como é que sabemos quantas maçãs... que que... que cada árvore tem?

Aluno M: Pois.

Aluno G: Trinta.

Aluno C: Sabendo.

Aluno O: Sabendo que cada árvore (A professora estagiária regista no quadro).

Professora estagiária: Que cada árvore tinha... quantas maçãs?

Aluno C: Quantas maçãs?

Aluno B: Quinze.

Aluno N: Normalmente, quantas tem?

Professora estagiária: Oh, isso depende.

Aluno F: Vinte e cinco.

Professora estagiária: Não se esqueçam que tem de ser possível (Apontando para o os dados do quadro).

Aluno C: Eish. Pois é.

Aluno M: Pois.

Professora estagiária: Que número podemos arranjar aqui?

Aluno F: Trinta e seis.

Aluno N: Trinta e seis?

(Os alunos começam a dizer vários números simultaneamente)

Aluno C: Vinte e quatro. Ai não, não dá.

Professora estagiária: Não dá?

Aluno F: Professora!! Vinte e quatro.

Professora estagiária: Vinte e quatro?

Vários alunos: Sim, vinte e quatro.

Professora estagiária: Já vamos ver se dá.

Aluno N: Seis vezes quatro, vinte e quatro.

Professora estagiária: Sabendo que cada árvores tinha vinte e quatro maçãs...

Aluno C: Quantas maçãs... ai não, calma.

Aluno M: Quantas maçãs.

Aluno O: Oh, professora. Nós ainda temos de meter sabendo que cada árvore tinha vinte e quatro maçãs e eles mandaram fora as que tinham larvas....

Aluno G: Isso.

Aluno N: Nãoo....

Aluno G: Sim.

Aluno N: Podemos só perguntar agora quais é que não tinham larvas.

Aluno G: Então para que é que é a informação das larvas?

Aluno C: Sabendo que cada árvores tinha vinte e quatro maçãs quantaaas maçãs podiam aproveitar.

Professora estagiária: Ou podem vender.

Aluno O: Poderiam vender.

Aluno G: Podiam.

Professora estagiária: Sabendo que cada árvores tinha vinte e quatro maçãs... quantas os três amigos podiam vender (Registando no quadro). E a concordância dos verbos, está correta?

Aluno G: Acho que sim.

Aluno N: Não. Porque tem de estar no futuro.

Aluno C: Pois.

Aluno O: Sabendo que cada árvore tinha 24 maçãs, quantas poderiam...

Professora estagiária: Então, mas atrás disseste que eles tinham. Estás a perceber? Tem que fazer concordância. Então vamos lá ler. Aluno I. O Aluno I não que já leu. Ali a nossa Aluno A.

Aluno A: O António, o Pedro e o Henrique tinham um pomar de macieiras... cada um. O do António tinha sessenta árvores. O do...do Pedro tinha trinta e o dooo Henrique também tinha trinta. Quando foram colher as maçãs repararam que no pomar do António quatro sextos das macieiras tiinham larvas. No do Pedro fois terços e no do Henrique um sexto. Sabendo que cada árvores tinha vinte e quatro maçãs.... Quantas... os três amigos podiam...vender?

Professora estagiária: Então? Acham que está? Tem lógica?

Aluno E: Professora. Eu acho que sim.

Aluno C: Também acho, mas não tenho a certeza.

Professora estagiária: Rapidamente, passar. Têm três minutos. Todos.

(A professora estagiária circula pela sala de aula para verificar o registo dos alunos. Além disso, solicita que resolvam o problema nos cadernos diários à medida que vão terminando de copiar o enunciado do quadro).

Aluno O: Professora, eu acho que fica melhor, sabendo que cada árvore tinha vinte e quatro maçãs, quantas maçãs podiam vender os três amigos.

Aluno C: Outra vez maçãs?

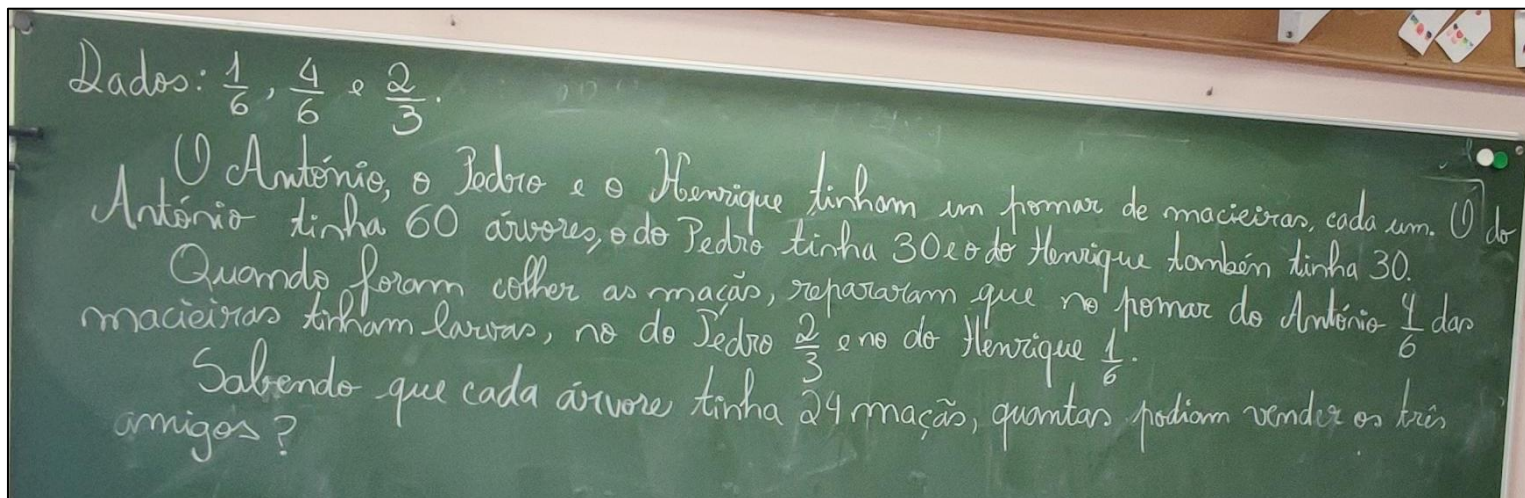
Professora estagiária: Podemos não repetir. Quantas é referente a quê?

Aluno N: Quantas podiam vender os três amigos.

Professora estagiária: (Alterando a estrutura da questão do problema) Pronto, a estrutura final pode ser alterada (figura 2).

Figura 2

Enunciado elaborado em grande grupo



(Os alunos corrigem nos cadernos diários).

Professora estagiária: Já pensaram como podemos resolver?

Alguns alunos: Sim.

Professora estagiária: Uma estratégia para resolver?

Aluno A: Desenhooo.

Professora estagiária: Desenho? Então e vamos ter de desenhar tantas árvores?

Aluno C: Não, professora. Por exemplo, trinta... imagina se for desenhar trinta e sessenta é muito. Mas um quadradinho... a... uma parte, representava dez.

Professora estagiária: Ok. É uma boa ideia. Mas temos que referir isso então. Ok? Posso apagar já (Referindo-se ao enunciado escrito no quadro)?

Alunos em coro: Sim.

Professora estagiária: Vou apagar (Enquanto apaga o quadro, solicita ao Aluno P que se dirija ao quadro). Então, como é que o Aluno P pode começar? Vamos estruturar as ideias. Calma. O que é que nós queremos saber? Aluno I.

Aluno I: Queremos saber a... quantas maçãs ao todo podiam vender os três amigos.

Professora estagiária: Exatamente. Então e para sabermos quantas maçãs podiam vender, o que é que temos de saber? Aluno K. (O Aluno K não respondeu) Então? O que temos de saber? Conseguimos logo saber quantas maçãs são olhando para o enunciado? Pensa lá um bocado. Aluno C, ajuda lá.

Aluno C: Primeiro precisamos de saber quantas maçãs... quantas macieiras não não estavam com larvas.

Professora estagiária: Diz.

Aluno C: Quantas maçãs macieiras não estavam com larvas.

Professora estagiária: E antes de sabermos isso, o que é que temos de saber?

Aluno C: Quantas...

Professora estagiária: Pensem lá. Sabemos que queremos vender o total de maçãs saudáveis, sem larvas. Para isso temos de saber quantas maçãs... tinham larvas ou as que não tinham. E o que é que temos de saber antes disso?

Aluno G: Quantas macieiras havia.

Professora estagiária: Quantas macieiras havia já sabemos. Então que dado é que nos falta? Pensem lá. Nós sabemos quantas macieiras existem... Onde é que está esse dado?

Aluno E: Sabendo que cada árvore tem vinte e quatro macieiras.

Professora estagiária: Tem vinte e quatro maçãs.

Aluno E: Ahh sim, maçãs!

Professora estagiária: Sim. Então a partir daqui já sabes quantas... quantas maçãs há?

Aluno C: Ah! Temos que ver quantas maçãs há em cada... não.

Um aluno: Sim.

Professora estagiária: Sim, porquê?

Aluno C: Mas nós, nós aqui pusemos que quando foram recolher as maçãs repararam que no pomar do António quatro sextos...das macieiras tinh... tinham larvas.

Professora estagiária: Certo.

Aluno C: Então é das macieiras.

Professora estagiária: É de quê?

Aluno C: Das macieiras.

Aluno N: Sim, as frações são em relação às macieiras.

Professora estagiária: Exatamente. Então vamos lá. Agora não tiveste atento e não sabes o que é para fazer (Dirigindo-se para o Aluno P que se encontra no quadro). Vais-te sentar e estar atento e vem o Aluno C.

Aluno C: Mas faço aquela ideia que eu tive?

Professora estagiária: Podes fazer. E já vamos ver se está certo.

(O Aluno C inicia a resolução no quadro e a professora estagiária circula pela sala de aula para tirar algumas dúvidas dos alunos).

Professora estagiária: Isso representa o quê? (Referindo-se para o desenho feito no quadro).

Aluno C: Cada quadrado representa dez.

Professora estagiária: Dez macieiras? Ok. Mas podemos... para não estar a haver tanta confusão, podes fazer aqui a legenda (Apontando para o quadro). Escreves a legenda e dizes que cada quadradinho representa dez maçãs, correto?

Aluno P: Sim.

Aluno N: Não. Macieiras.

Professora estagiária: Ah... Ele disse que sim... Estás muito atento (Referindo-se para o Aluno P).

Aluno C: Digo de quem é o pomar?

Professora estagiária: Tens de identificar. Podes escrever só em cima o nome.

Aluno N: Ou a inicial (O Aluno C identifica no quadro os desenhos).

Professora estagiária: Ou a inicial. São todos diferentes.

Aluno N: Por acaso.

Professora estagiária: Por acaso são todos diferentes.

Aluno C: Pode ser assim?

Professora estagiária: Sim. Eu quero todos a pensar. Então e agora? Já temos identificado o... o pomar dos três certo?

Aluno C: Hum hum. Agora vamos ver quanto é que é dois terços... quanto é que é quatro sextos das sessenta macieiras.

Professora estagiária: Ok. Pode ser por aí, sim. É uma estratégia. Então o António... qual é a fração de macieiras estragadas. Olhem. Vamos fazer uma coisa primeiro. Vamos dizer qual é a fração... aliás... que corresponde ao total do pomar do António.

Aluno C: Do António...

Aluno G: Seis sextos.

Professora estagiária: Seis sextos. Exatamente. Então vamos identificar. Seis sextos, uma setinha, é é a fração que... que corresponde ao terreno do António. (O Aluno C começa a desenhar) Vais desenhar?

Aluno C: Ah, pois.

Professora estagiária: Porque depois vais identificar quais estavam estragas, certo?

Aluno C: Aqui? (Apontando para o quadro).

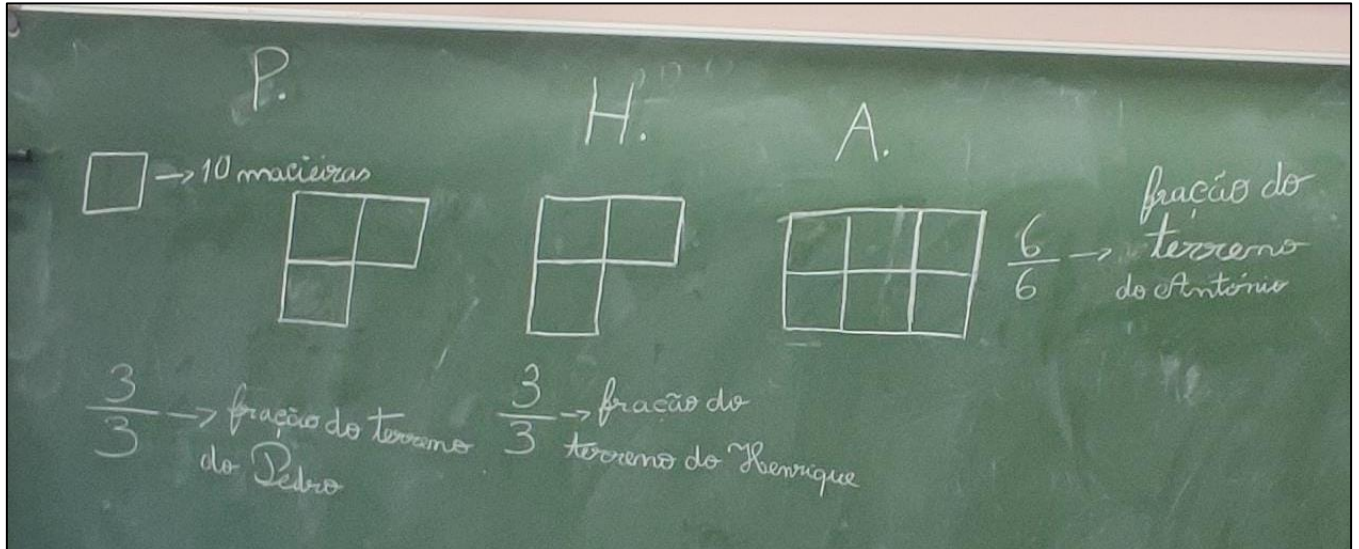
Professora estagiária: Pode ser.

Aluno N: Quatro sextos é o que corresponde às macieiras estragadas.

Professora estagiária: Eu quero o... o total do terreno. A fração que corresponde ao total do terreno do António, do pomar aliás. Mete (Dirigindo-se para o Aluno C) por cima... não precisas de apagar. Fração do terreno do António. Boa. E vais ter de fazer o mesmo para o Henrique e po' Pedro (figura 3). Tens é de ser mais rápida, se não, não temos tempo Aluno C.

Figura 3

Primeira parte da resolução do problema: identificação dos terrenos



Professora estagiária: Agora, o que é que temos de descobrir?

Aluno C: Tenho de descobrir quantas...

Professora estagiária: Qual é a informação que se segue? Aluno O. Lê lá.

Aluno O: Quando foram colher as maçãs...

Professora estagiária: Está toda a gente a ouvir o Aluno O?

Aluno O: Quando foram colher as maçãs repararam que no pomar do António quatro sextos das maçãs tinham larvas, no do Pedro dois terços e no do Henrique um sexto.

Professora estagiária: Muito bem, então o que o Aluno C está a pintar, corresponde ao quê? Aluno R.

Aluno R: Quatro sextos.

Professora estagiária: E quatro sextos representa o quê?

Aluno R: Ahhhh... o terreno?

Professora estagiária: Nãoooo.... Quatro sextos representa o quê?

Aluno R: Ah.... Não sei.

Professora estagiária: Aluno G. (O aluno G não responde) Então? Ninguém está a acompanhar? Não acredito....

Aluno G: Professora, eu não percebi a pergunta.

Professora estagiária: Aqueles quatro sextos (Apontando para o quadro) é referente a quê? O que é que representam o quatro sextos?

Aluno G: Representa o... o terreno que tem... as maçãs que têm larvas.

Professora estagiária: Exatamente. É assim tão difícil? Boa. No terreno do Henrique, Aluno M.

Aluno M: Um sexto.

Professora estagiária: Então vamos lá identificar um sexto. E um sexto representa o quê?

Aluno M: O terreno que tem larvas.

Professora estagiária: As macieiras. A fração que contém larvas.

Aluno C: Não, calma. Um dois três quatro cinco e seis.

Professora estagiária: Exatamente. Porque é que ela aqui tem de dividir? (Apontando para o terreno do Henrique).

Aluno N: Porque se não era um terço.

Aluno C: Porque a unidade.

Professora estagiária: Exatamente. Então vais ter (Dirigindo-se para o Aluno C) explicar isso, consegues?

Aluno C: Ahh... digo...

Professora estagiária: Escreves um sexto.

Aluno C: E escrevo a mesma coisa?

Professora estagiária: Sim. Mas depois vais ter de explicar porque é que fizeste esses cortes e não usaste a unidade inteira. Porque é que ela não usou, Aluno O?

Aluno O: Porque... uma unidade inteira daquelas são dez macieiras, que naquele caso era um terço. Ahh...

Professora estagiária: Dez macieiras? Dez macieiras corresponde a que fração? (O Aluno O respondeu, mas não é perceptível no áudio).

Professora estagiária: No... no do António?

Aluno O: No do António dez macieiras corresponde a um sexto.

Professora estagiária: A um sexto. Exatamente.

Aluno O: Agora no Henrique, dez maçãs correspondem a um terço.

Professora estagiária: Exatamente.

Aluno C: Dividi esta unidade.

Professora estagiária: Dividiste.

Aluno C: Eu dividi um terço em duas partes iguais, porque...

Professora estagiária: Então para ajudar o raciocínio vamos dividir tudo. (O Aluno C divide o terreno do Henrique em seis partes) Isso. Todos concordam?

Aluno N: Sim.

Professora estagiária: Aluno Q.

Aluno Q: Sim.

Professora estagiária: Sim? Ok. Então no terreno do Pedro...

Aluno C: No terreno do Pedro dois terços.

Professora estagiária: Dois terços. E então?

Aluno C: (Pintando o esquema do Pedro) Um terço. Doois terços.

Professora estagiária: Boa! E representam quantas macieiras, Aluno K?

Aluno K: Não é vinte macieiras?

Professora estagiária: Vinte macieiras. Muito bem. Então, já agora Aluno R, quantas macieiras o terreno do António tem com larvas?

Aluno R: O quê?

Professora estagiária: Quantas macieiras o senhor António tem com lavas?

Aluno R: Anhh... quatro sextos.

Professora estagiária: Quanto é que representa cada quadradinho? É só ler a legenda.

Aluno R: Quantas...

Professora estagiária: Aquele quadradinho (Apontando para o quadro) representa o quê?

Aluno R: Ah!! Dez.

Professora estagiária: Dez quê? Batatas?

Aluno R: Macieiras.

Professora estagiária: Macieiras. Então quanto... quanto quanto... quantas macieiras tem o senhor António com larvas?

Aluno R: Anh?

Professora estagiária: Quantas macieiras tem o senhor António com larvas? Quantas macieiras são?

Aluno R: Quarenta macieiras.

Professora estagiária: Ah! Boa, quarenta macieiras. E agora, o que é que se segue? Já está resolvido?

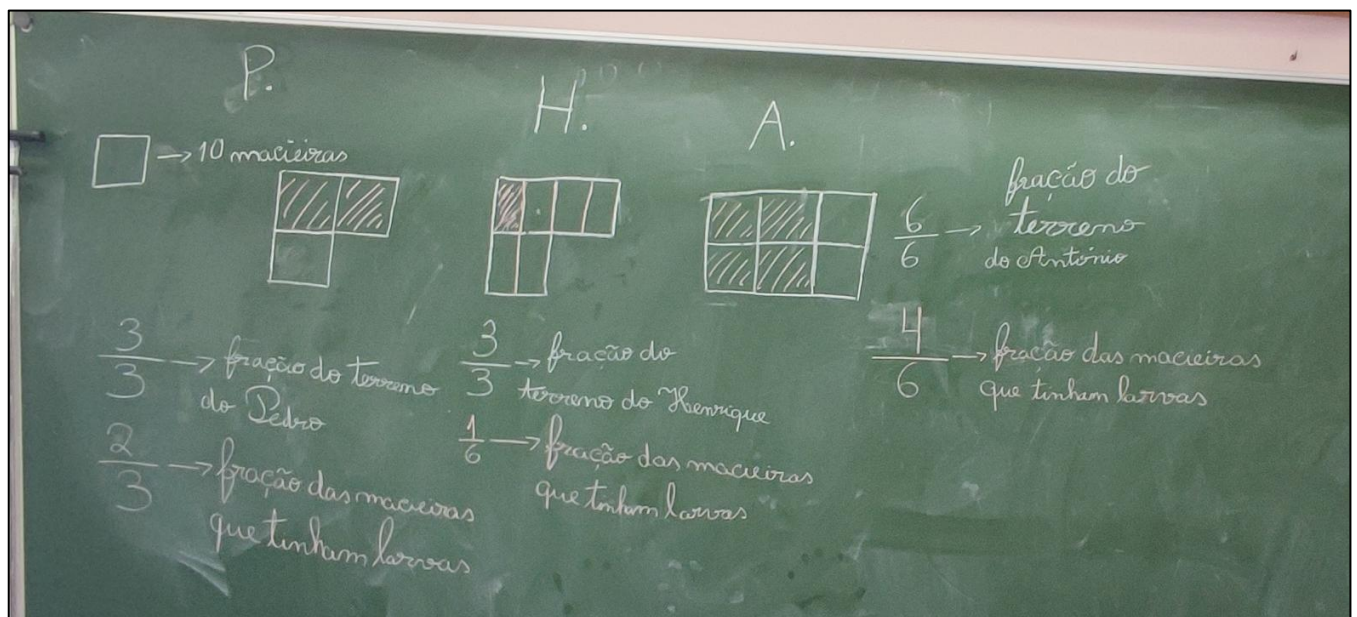
Aluno P: Não.

Professora estagiária: Então? O que é que falta?

Aluno C: Nós agora ainda só temos quantas maçãs... quantas macieiras... quantas macieiras é que tinham larva (figura 4).

Figura 4

Segunda etapa da resolução do problema: identificação das macieiras que tinham larvas



Professora estagiária: Então o que é que temos de fazer agora? Aluno Q. (O Aluno Q não respondeu) Qual é a nossa pergunta?

Aluno Q: Quantas maçãs podiam ser vendidas.

Professora estagiária: Ok. E então? Que informação é que nós temos ali que podemos utilizar?

Aluno Q: Que cada macieira tem vinte e quatro maçãs.

Professora estagiária: Cada macieira tem vinte e quatro maçãs, exatamente.

Aluno E: Temos de transformar as frações que colocámos em branco em número.

Professora estagiária: Será preciso?

Aluno C: Não. Só é preciso fazer estas (Apontando para as frações destacadas a laranja).

Professora estagiária: Qual é a pergunta?

Aluno Q: Sabendo que cada árvore tinha vinte e quatro maçãs, quantas podiam vender os três amigos?

Professora estagiária: Então acham que eles iam vender maçãs que tinham larvas?

Aluno M: Não. Nós temos que ver quantas macieiras é que têm larvas. Dez. Dez mais dez, vinte.

Professora estagiária: Sim.

Aluno M: Aqui...

Professora estagiária: Mas podemos fazer ao contrário. Não é mais fácil ao contrário? Então se nós sabemos que eles só vão vender das macieiras que não têm larvas... Porque é que não calculamos o número de macieiras... de maçãs em cada terreno saudável?

Aluno C: (Apontando os terrenos do Pedro, Henrique e António, respetivamente) Dez. Aqui vinte e cinco macieiras. E aqui vinte.

Professora estagiária: Perceberam o que é que ela vai fazer?

Aluno F: Não....

Professora estagiária: O que é que não percebeste? O Aluno B vai explicar.

Aluno B: Então...

Professora estagiária: Alto, para todos ouvirmos.

Aluno B: Ela vai somar... o que não tem larvas.

Professora estagiária: A parte... ela vai somar a parte que não tem larvas. Certo. (Dirigindo-se para o Aluno C que se encontra no quadro) Olha vais fazer assim primeiro, vais fazer por tópicos. Antes de... de adicionares. Eu percebo (Referindo-se à resolução que o Aluno C estava a realizar no quadro) e acho que muitos também compreenderam, mas pode haver pessoas que não compreenderam e vamos fazer tudo por tópicos. O dez... (O Aluno C continua a resolução). O dez representa o quê então, Aluno D?

Aluno D: Anh... representa aquela parte que não tinha larvas.

Professora estagiária: A parte... as macieiras que não tinham larvas.

Aluno C: (Referindo-se ao que estava a registar no quadro) Que sobraram ou que não tinham?

Professora estagiária: O que é que achas?

Aluno C: Que não tinham.

Professora estagiária: Que não tinham larvas. E vais dizer de quem era o terreno. Alguma dúvida? Alguém está com dúvidas? Aluno R.

Aluno R: Não.

Professora estagiária: Disseste que sim. Então qual é a parte do terreno do António que não tem larvas?

Aluno R: Anh... O terreno do António...

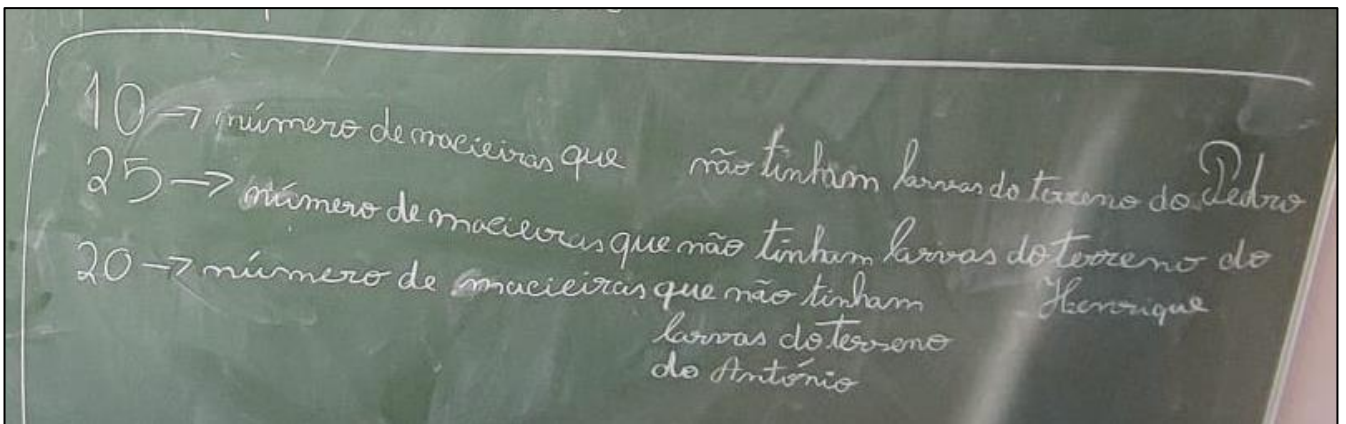
Professora estagiária: Quantas... maci... macieiras são?

(Os alunos da turma começam a falar uns com os outros e o Aluno R não consegue responder).

Professora estagiária: Olhem podem começar a passar (figura 5).

Figura 5

Terceira parte da resolução do problema: identificação das macieiras que não tinham larvas



Professora estagiária: Aluno R. Não me respondeste. Qual é... qual é o número de maçãs... de macieiras do senhor António que não tinham larvas? Quantas macieiras são?

Aluno R: Quarenta.

Professora estagiária: Que não têm larvas.

Aluno R: Que não têm larvas? São dois.

Professora estagiária: Dois bocadinhos de terreno. No total, são quantas macieiras?

Aluno R: Vinte.

Professora estagiária: Vinte macieiras. Muito bem.

Aluno C: Agora...

Professora estagiária: Agora o que temos de fazer?

Aluno C: A conta. Somar quantas maçãs não tinham larvas nos três terrenos.

Professora estagiária: Exatamente. Então vá. Então, qual é o resultado daquela adição?

Aluno C: Assim, acho eu.

Aluno B: Cinquenta e cinco.

Professora estagiária: Cinquenta e cinco quê?

Aluno D: Macieiras.

Professora estagiária: Muito bem. Temos de dizer sempre ao que nos referimos. E agora, já conseguimos responder à questão? Aluno E. Já temos resposta à nossa questão?

Aluno E: Ainda falta ah....

Professora estagiária: Vamos lá ler a nossa questão outra vez. Aluno H, tens aí? Qual era a nossa pergunta?

Aluno H: Sabendo que cada árvore tinha vinte e quatro maçãs...

Professora estagiária: Não, a seguir. Ah não!! Sim, sim, sim. É aí, desculpa.

Aluno H: Sabendo que cada árvore tinha vinte e quatro maçãs, quantas podiam vender os três amigos?

Professora estagiária: Então agora o que é que nos falta fazer?

Aluno C: Temos que ver... quantas maçãs ao todo....

Professora estagiária: Existem.

Aluno C: Existem.

Professora estagiária: E então? Como é que eu faço?

Aluno C: Multiplicar.

Professora estagiária: Multiplicar o quê?

Aluno C: Cinquenta e cinco por vinte e quatro. Não. Sim, vinte e quatro.

Professora estagiária: Exatamente. Muito bem. Então vamos lá fazer essa continha. 'Bora. Quero todos a fazer.

Aluno C: Vou fazer com o algoritmo.

Professora estagiária: Não consegues sem o algoritmo? (O Aluno C nega com a cabeça) Mas pode ser.

Aluno F: Mas porque é que multiplicamos?

Professora estagiária: Então porque é que temos de fazer? Não está atento! Aluno B.

Aluno B: É porque saber quais ações é que podemos vender.

Professora estagiária: É que podemos vender... Exatamente. Vamos lá todos a fazer o algoritmo.

(O Aluno C resolve o algoritmo no quadro).

Aluno C: Maçãs?

Professora estagiária: Maçãs. Então? Já chegámos a algum resultado? Já temos resposta à nossa pergunta?

Aluno N: Sim!

Professora estagiária: Já? Então vamos aqui escrever. Podes escrever aqui (Referindo-se para o Aluno C que se encontra no quadro).

Aluno O: Agora podíamos fazer um ponto B.

Professora estagiária: Diz.

Aluno O: Agora podíamos fazer o B.

Professora estagiária: Como assim?

Aluno O: Sabendo que cada maçã custa tal tal, quanto é que ganharam.

Professora estagiária: Olha, muito bem.

Alguns alunos: Não... não...

Professora estagiária: Mas esperem aí. Vamos terminar esta primeiro. Então digam lá uma resposta para o Aluno C escrever. Aluno L, queres ajudar? Lê lá a pergunta.

Aluno L: Sabendo que cada árvore tinha vinte e quatro maçãs, quantas podiam vender os três amigos?

Professora estagiária: Então... como é que eu posso responder? Os três amigos....

Aluno L: Podiam vender...

Professora estagiária: Quantas maçãs?

Aluno L: Mil trezentas e vinte.

Professora estagiária: Quê? Batatas?

Aluno L: Maçãs.

Professora estagiária: Maçãs. Exatamente. Então vamos lá. Repete a resposta, Aluno L.

Aluno L: Os três amigos podiam vender...

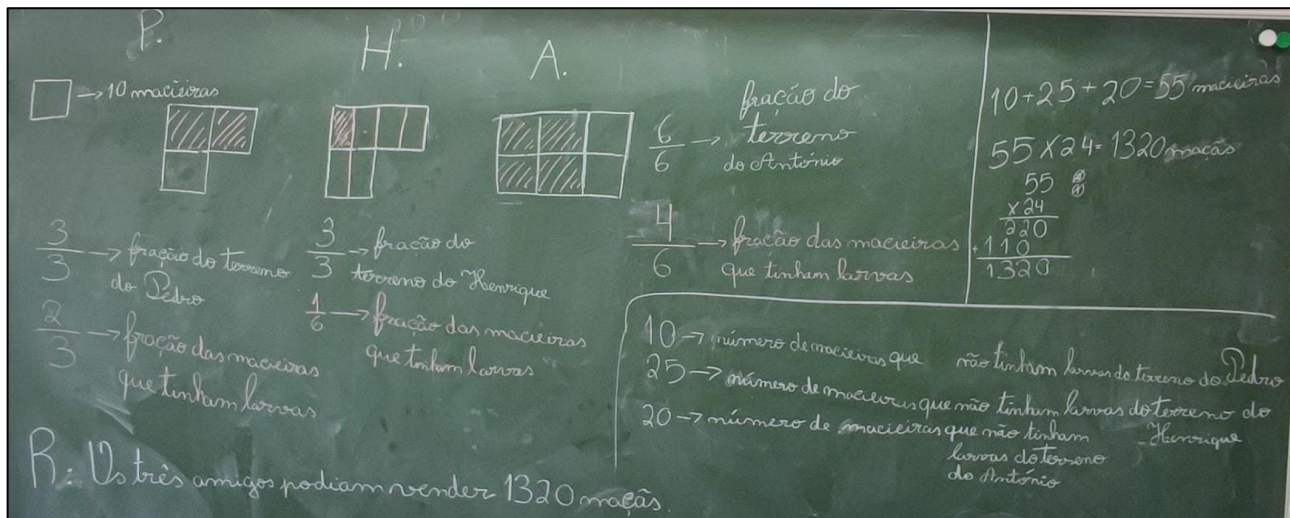
Professora estagiária: Podiam vender, quantas maçãs, Aluno L?

Aluno L: Mil trezentas e vinte maçãs.

Professora estagiária: Exatamente. Vá vamos lá, comecem lá a copiar (figura 6).

Figura 6

Conclusão da resolução do problema



Aluno C: Terminei (Referindo-se à conclusão da escrita da resposta).

(Os alunos continuam a copiar a resolução e a resposta do problema, enquanto a professora estagiária circula pela sala de aula para verificar se os alunos registam corretamente. Posteriormente, quando os alunos terminaram, a professora cooperante interveio solicitando que concluísse, uma vez que precisava de entregar fichas de avaliação).

