Escola Superior de Educação
Politécnico de Coimbra

Representações Matemáticas na Resolução de Problemas: Uma Experiência no 2.º CEB

Departamento de Formação de Educadores e Professores

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2025, Maria Alexandra Oliveira Santos

Escola Superior de Educação
Politécnico de Coimbra

Maria Alexandra Oliveira Santos

REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA NO 2.º CEB

Relatório Final em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, apresentado ao Departamento de Formação de Educadores e Professores da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Trabalho realizado sob a orientação da Professora Doutora Ana Elisa Esteves Santiago e sob a coorientação da Professora Doutora Catarina Maria Neto da Cruz

Novembro, 2025

Dedicatória

À minha filha **Maria Inês**, o maior amor da minha vida; és o meu sonho tornado realidade, a minha inspiração, a razão pela qual quero ser sempre melhor. Cada sorriso teu lembra-me que a vida é feita de amor, coragem e esperança.

Ao meu marido **Marco**, o meu companheiro de vida, o meu porto seguro e o meu apoio incondicional. Obrigada por acreditares em mim mesmo quando eu duvidava, por me dares força quando eu mais preciso e por caminhares sempre ao meu lado.

Esta conquista é tanto minha como vossa porque, como diz a frase que sempre me guiou:

"If you can dream it, you can do it."; juntos sonhámos… e **conseguimos**!

Agradecimentos

Um profundo agradecimento ao meu Pai e à minha Mãe, pelo amor, apoio e incentivo. A vossa paciência, confiança e dedicação foram fundamentais para nunca desistir. São, e serão sempre, os meus heróis.

Ao meu sobrinho Vasco e ao meu irmão, agradeço o carinho, a força por me inspirarem diariamente.

À minha avó, o melhor ser humano que tive o privilégio de conhecer, que já partiu e a quem devo muito do que sou hoje. O seu amor, sabedoria e exemplo de vida continuam a guiar-me em cada passo do meu percurso.

À minha sogra, pelo apoio e disponibilidade.

Às minhas melhores amigas, vocês sabem quem são, agradeço por estarem sempre presentes, por me ouvirem, por me encorajarem nos momentos de cansaço e por celebrarem comigo todas as conquistas. Ter-vos ao meu lado é essencial.

Um carinho especial à Carolina Abreu, amiga e colega de curso, pelo companheirismo, pela entreajuda e partilha ao longo desta caminhada académica.

Agradeço igualmente aos docentes da Escola Superior de Educação de Coimbra, pela compreensão demonstrada face à minha condição, trabalhadora-estudante, mãe e esposa; tal como pela orientação, dedicação e por todo o conhecimento transmitido. Aos professores cooperantes, expresso o meu reconhecimento pela confiança, disponibilidade e por me terem proporcionado oportunidades de aprendizagem e crescimento profissional.

Por fim, um especial e sentido agradecimento às minhas orientadoras, Doutora Ana Elisa Esteves Santiago e Doutora Catarina Maria Neto da Cruz, pela orientação rigorosa, dedicação constante, disponibilidade e incentivo para a realização deste trabalho, contribuindo para o meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Representações Matemáticas na Resolução de Problemas: Uma Experiência no 2.º CEB.

Resumo: Este estudo, realizado no contexto de um estágio pedagógico no 2.º Ciclo do Ensino Básico, envolvendo alunos do 6.º ano de escolaridade, analisa o papel das representações matemáticas na resolução de problemas, nomeadamente na promoção de aprendizagens significativas, bem como na estruturação e comunicação dos raciocínios. Através da implementação de tarefas matemáticas distintas quanto ao contexto e às representações matemáticas presentes no enunciado, bem como ao tipo de atividade matemática envolvida e nível de exigência cognitivo, tentou-se compreender o contributo do uso de diferentes representações matemáticas na sua resolução e compreensão dos conceitos envolvidos.

Os resultados indicam um predomínio das representações simbólicas, visuais e contextuais, contribuindo a diversidade e fluência representacional na estruturação do raciocínio matemático, bem como no desenvolvimento conceptual, e para o envolvimento ativo dos alunos durante a resolução de problemas.

Este relatório integra também uma contextualização do estágio pedagógico decorrido no âmbito da Prática Educativa II, no qual decorreu a investigação, assim como uma reflexão crítica sobre a prática docente e o potencial formativo da investigação na construção da identidade profissional.

Palavras-chave: Resolução de problemas, Representações matemáticas, Geometria, Dados e Probabilidades, 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Mathematical Representations in Problem Solving: An Experience in the 2nd Cycle of Basic Education

Abstract: This Study, conducted in the context of a teaching internship in the 2nd Cycle of Basic Education, involving 6th-grade students, analyzes the role of mathematical representations in problem solving, particularly in promoting meaningful learning, as well as in structuring and communicating reasoning. Through the implementation of mathematical tasks differing in context and the mathematical representations present in the statement, as well as in the type of mathematical activity involved and cognitive demand level, the study aimed to understand the contribution of using different mathematical representations to problem solving and to the understanding of the concepts involved.

The results indicate a predominance of symbolic, visual, and contextual representations, contributing to diversity and representational fluency in structuring mathematical reasoning, as well as in conceptual development, and for the active involvement of students during problem solving. This report also includes a contextualization of the teaching internship carried out within the scope of Educational Practice II, during which the research took place, as well as a critical reflection on teaching practice and the formative potential of research in the construction of professional identity.

Keywords: Problem Solving, Mathematical Representations, Geometry, Data and Probability, 2nd Cycle of Basic Education.

Índice

Lista de abreviaturas

1. CEB: Ciclo do Ensino Básico
2. ESEC: Escola Superior de Educação de Coimbra
3. NCTM: *National Council of Teachers of Mathematics*

Lista de figuras

Lista de Quadros

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

O presente Relatório Final foi desenvolvido no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação de Coimbra, no contexto da unidade curricular Prática Educativa II. Este trabalho estrutura-se em três partes encadeadas: a Componente Investigativa, a Componente Reflexiva e, por fim, as Considerações Finais.

Na primeira parte, é descrita a Componente Investigativa, centrada na análise do contributo das representações matemáticas na promoção de aprendizagens significativas durante a resolução de problemas, em alunos do 2.º ciclo de Ensino Básico. Esta investigação foi desenvolvida em contexto de estágio, numa turma do 6.º ano de escolaridade, através da implementação de tarefas matemáticas com características distintas quanto às representações envolvidas nos enunciados, assim como à atividade matemática envolvida e nível de exigência cognitiva, tendo sido concebidas com o intuito de mobilizar diferentes tipos de representações matemáticas (Duval, 1995, 2006; Lesh et al., 2003. A partir deste enquadramento, definiu-se como problema de investigação: "D*e que forma a utilização de múltiplas representações matemáticas contribui para a compreensão e aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos por alunos do 6.º ano de escolaridade?*"

A segunda parte, assume uma dimensão reflexiva, focando-se no percurso formativo e na análise crítica da intervenção pedagógica ao longo do estágio. São discutidos os processos de observação, planificação, implementação e reflexão, articulando as práticas desenvolvidas com os referenciais curriculares, os princípios pedagógicos e os desafios concretos do contexto educativo.

Por fim, nas Considerações Finais, apresentam-se sintetizadas, as principais aprendizagens decorrentes da experiência de estágio e da investigação realizada.

Este relatório pretende, assim, ser um testemunho do percurso desenvolvido, unindo a dimensão prática à componente investigativa, e assumindo-se como uma expressão da identidade docente em construção. Identidade profissional pautada pela intencionalidade pedagógica, pela fundamentação didática e pelo compromisso com uma educação significativa, inclusiva e humanista.

PARTE I - COMPONENTE INVESTIGATIVA

CAPÍTULO I. INTRODUÇÃO À COMPONENTE INVESTIGATIVA

A aprendizagem da Matemática no 2.º Ciclo do Ensino Básico coloca múltiplos desafios aos alunos, exigindo-lhes a mobilização de diferentes competências cognitivas, tais como o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a capacidade de comunicar matematicamente. Neste contexto, o recurso a diferentes formas de representação de ideias matemáticas – física, visual, simbólica, verbal e contextual –, conforme a tipologia proposta por Lesh et al. (2003) –, assume uma importância crescente no processo de construção de significados, de desenvolvimento da compreensão conceptual e na estruturação e expressão do raciocínio.

A investigação tem vindo a reconhecer que as representações não constituem apenas produtos do pensamento matemático, mas também instrumentos fundamentais na sua construção, uma vez que permitem aos alunos explorar, relacionar, comunicar e consolidar ideias matemáticas por meio de múltiplas linguagens e registos. A promoção da articulação e da conversão entre diferentes tipos de representações revela-se, desta forma, essencial para o desenvolvimento de aprendizagens matemáticas significativas, permitindo ultrapassar dificuldades conceptuais e favorecer a generalização do conhecimento em contextos diversificados.

I.1. Motivação e formulação do problema

Este estudo emergiu da prática letiva desenvolvida no âmbito do estágio pedagógico realizado numa turma do 6.º ano de escolaridade. Ao longo dessa experiência, foi possível observar que os alunos revelavam maior envolvimento, iniciativa e clareza de pensamento quando confrontados com tarefas que promoviam a utilização de múltiplas formas de representação. A articulação entre a manipulação de materiais concretos, a produção de esquemas, a utilização de linguagem simbólica, a verbalização de raciocínios e a contextualização de problemas contribui para uma aprendizagem mais significativa e para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos abordados. Assim, o estudo aqui presente foi motivado pela exploração de tarefas e análise de possíveis abordagens destas, por parte dos alunos, com recurso a diferentes tipos de representações.

A escolha desta temática fundamenta-se na convicção de que a diversidade representacional pode ser um catalisador de processos cognitivos relevantes, favorecendo não apenas a retenção de conhecimentos, mas, sobretudo, a sua apropriação crítica e criativa pelos alunos. Assim, esta constatação conduziu à formulação do seguinte problema de investigação, que orienta o presente trabalho: *de que forma a utilização de múltiplas representações matemáticas contribui para a compreensão e aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos por alunos do 6.º ano de escolaridade?*

I.2. Objetivos de investigação

Para dar resposta ao problema de investigação, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- selecionar um conjunto de problemas com caraterísticas estruturais e cognitivas distintas, a aplicar numa turma do 6.º ano de escolaridade;
- analisar os tipos de representações matemáticas mobilizadas pelos alunos na resolução das tarefas, segundo a tipologia proposta por Lesh et al. (2003) e por Duval (1995, 2006);
- descrever padrões de uso das representações nas produções dos alunos, identificando eventuais tendências associadas às caraterísticas das tarefas propostas.

I.3. Pertinência do estudo

As Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 2.º Ciclo do Ensino Básico destacam explicitamente a capacidade de os alunos utilizarem diferentes formas de representação como uma competência a desenvolver, essencial à construção de conhecimento matemático e à resolução de problemas. Neste enquadramento, a investigação em Educação Matemática tem procurado valorizar práticas pedagógicas centradas no aluno e orientadas para a promoção de competências transversais, como a flexibilidade cognitiva, o pensamento crítico e a comunicação matemática.

As representações matemáticas são essenciais no desenvolvimento dessas competências, sendo a sua pertinência recomenda há anos da, designadamente nas orientações do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), que destacam o papel central das representações no desenvolvimento da literacia matemática. Esta investigação pretende ter um carácter formativo, uma vez que, ao ser desenvolvida num contexto real de sala de aula, possibilitará a análise de dados autênticos e a produção de conhecimento aplicável à melhoria das práticas de ensino. Com este trabalho procura-se também contribuir para uma reflexão sobre o potencial das diferentes representações matemáticas como elementos estruturantes da aprendizagem, tanto ao nível das aprendizagens dos alunos como da consciência e planeamento de ações pedagógicas por parte do professor.

CAPÍTULO II. REVISÃO DE LITERATURA

II.1. Tarefas Matemáticas

II.1.1. CLASSIFICAÇÃO DE TAREFAS

A classificação das tarefas matemáticas constitui um instrumento essencial para a compreensão da dinâmica de ensino-aprendizagem, visto que, permite identificar o tipo de envolvimento cognitivo que se espera dos alunos e o potencial de cada tarefa para promover aprendizagens significativas (Stein et al., 2000). A literatura especializada tem vindo a enfatizar que as tarefas não são neutras: a sua estrutura, o seu grau de desafio e a forma como são exploradas em sala de aula influenciam decisivamente os processos de pensamento dos alunos (Watson & Mason, 2007).

Stein e Smith (1998), numa das classificações mais influentes, distinguem entre tarefas de baixa e de alta exigência cognitiva. As tarefas de baixa exigência cognitiva centram-se em procedimentos memorizados, frequentemente associados a algoritmos automáticos e à aplicação mecânica de regras. Estas tarefas, ainda que possam ter um papel na consolidação de técnicas básicas, não promovem, por si só, o desenvolvimento da compreensão conceptual nem incentivam o raciocínio matemático. Já as tarefas de alta exigência cognitiva requerem dos alunos a mobilização de estratégias, o recurso a diferentes formas de representação, a argumentação e a justificação dos seus processos, fomentando assim uma aprendizagem mais profunda e autónoma (Boaler & Staples, 2008). Complementando esta perspetiva, Lithner (2008) propõe a distinção entre tarefas que promovam raciocínio imitativo e tarefas que exigem raciocínio criativo e adaptativo. As primeiras são resolvidas com base em padrões previamente aprendidos, enquanto as segundas exigem que o aluno construa ou adapte estratégias de resolução em contextos novos ou imprevistos. Esta tipologia reforça a necessidade de propor tarefas que desafiem os alunos a pensar criticamente e a transferir conhecimentos para novas situações.

Outra abordagem relevante é a que distingue as tarefas segundo o seu grau de estruturação. Ponte et al. (2009) sugerem que as tarefas matemáticas podem variar entre **fechadas**, **semiabertas** e **abertas**. As tarefas **fechadas** apresentam uma única solução esperada e um caminho de resolução geralmente previsto pelo professor; as tarefas

semiabertas admitem alguma flexibilidade na escolha das estratégias ou na forma de apresentar a solução, mas mantêm, geralmente, um resultado esperado ou um conjunto restrito de soluções possíveis; por sua vez, as tarefas **abertas** admitem múltiplas estratégias de resolução e soluções, promovendo a criatividade e a capacidade de decisão. Esta classificação aproxima-se do conceito de tarefas originais (Herrington et al., 2010), que visam representar situações do mundo real e envolver os alunos em problemas contextualizados e relevantes.

Neste enquadramento, Ponte (2005) propõe uma tipologia particularmente útil para fins didáticos, distinguindo as tarefas entre exercícios, problemas, explorações e investigações, com base no grau de estruturação e no tipo de desafio cognitivo envolvido (Figura 1). Os exercícios são tarefas altamente estruturadas, com dados completos e uma solução única, nas quais se pretende essencialmente a prática de procedimentos previamente aprendidos. Caracterizam-se por uma exigência cognitiva reduzida e foco no domínio técnico. Por contraste, os problemas envolvem uma situação em que, embora os conceitos relevantes sejam familiares, o aluno não dispõe de um procedimento imediato, sendo necessário planear, justificar e tomar decisões. Estes favorecem o desenvolvimento do raciocínio e da compreensão conceptual. Já as explorações desafiam os alunos a identificar regularidades, formular opiniões e validar padrões com base em exemplos ou representações. Reforçam o raciocínio indutivo e fomentam uma compreensão relacional da matemática. Por fim, as investigações apresentam-se como tarefas complexas, abertas e pouco estruturadas, que exigem formulação de questões, recolha de dados e argumentação sustentada. Este tipo de tarefa aproxima-se do trabalho matemático autêntico, incentivando a autonomia, a persistência e a criatividade.

Figura 1 – Classificação das tarefas matemáticas em função do grau de estruturação e do nível de desafio cognitivo (Ponte, 2005).

Do ponto de vista didático, diferentes autores salientam ainda o papel das tarefas de exploração, de formalização e de aplicação. Ponte et al. (2007) defendem que as tarefas de exploração são importantes para estimular a curiosidade e permitir a construção de ideias; as de formalização consolidam conceitos e propriedades; e as de aplicação promovem a transferência do conhecimento para novas situações, muitas vezes contextualizadas.

Esta organização articula-se com os processos matemáticos valorizados nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 2.º Ciclo do Ensino Básico e no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, nomeadamente: resolução de problemas, raciocínio, comunicação e conexões.

A seleção e análise das tarefas devem, assim, considerar não só os conteúdos matemáticos visados, mas também o tipo de raciocínio e de competências transversais que se pretende desenvolver. A natureza das tarefas condiciona fortemente as representações que os alunos mobilizam (Duval, 2006) e a profundidade da compreensão que constroem. Como tal, a classificação das tarefas é um recurso fundamental para alinhar as intenções pedagógicas com práticas que promovam a aprendizagem com compreensão.

Para a análise das tarefas implementadas, recorreu-se ao referencial analítico proposto por Berisha e Bytyqi (2020), que define cinco dimensões fundamentais na caraterização de tarefas matemáticas:

- **Contexto da tarefa:** *não-aplicação* - tarefa puramente matemática, sem ligação a contextos reais; *aplicação fictícia* - tarefa situada num contexto verosímil, mas construído para fins didáticos; *aplicação autêntica* - tarefa baseada em dados reais, recolhidos ou observados pelos alunos;
- **Forma de apresentação**: *simbólica* - uso exclusivo de notação matemática formal; *textual* - enunciado em linguagem natural; *visual* - recurso a imagens, esquemas ou gráficos; *combinada* - articulação de duas ou mais formas de apresentação;
- **Tipo de resposta exigida**: *fechada* - resposta única e prevista; *aberta* - múltiplas respostas possíveis, incluindo justificações ou representações; escolha múltipla - seleção entre várias opções pré-definidas;
- **Atividade matemática envolvida**: *representação e modelação* - organização e expressão de ideias matemáticas em diferentes registos; *cálculo e operações* - aplicação de procedimentos matemáticos; *interpretação* - leitura e análise de dados, condições e significados; *argumentação e raciocínio* - justificação e explicitação de processos e decisões;
- **Nível de exigência cognitiva**: *memorização* - recordação de factos ou definições; *procedimentos sem conexão conceptual* - aplicação mecânica de algoritmos; *procedimentos com ligação conceptual* - compreensão do processo e sua relação com conceitos matemáticos; *resolução de tarefas mais complexas* - formulação e resolução de situações novas, que exigem análise, planeamento e adaptação.

Este modelo permite considerar, de forma articulada, aspetos como o grau de estruturação da tarefa, o tipo de raciocínio envolvido, a natureza da resposta esperada e o nível de desafio cognitivo.

II.1.2. Resolução de problemas

A resolução de problemas constitui uma dimensão estruturante do ensino e aprendizagem da Matemática, sendo amplamente reconhecida como um meio privilegiado para desenvolver competências matemáticas fundamentais e promover aprendizagens significativas. Desde os primeiros contributos de Polya (1957), que definiu a resolução de problemas como uma atividade intelectual rica, baseada em quatro etapas fundamentais: compreensão do enunciado, planificação, execução e verificação, a abordagem da resolução de problemas tem vindo a consolidar-se como um eixo central no ensino da Matemática. As fases propostas por Polya continuam a ser consideradas uma referência na resolução de tarefas que desafiam o pensamento matemático dos alunos e fomentam a autonomia na construção de soluções.

Kilpatrick et al. (2001), aprofundando esta perspetiva, identificam cinco competências matemáticas essenciais, cuja articulação está intrinsecamente ligada ao processo de resolução de problemas: a compreensão conceptual, a fluência procedimental, o raciocínio matemático, a competência estratégica e a disposição produtiva. Estas dimensões, articuladas entre si, traduzem-se na capacidade de o aluno compreender os conceitos matemáticos e as suas inter-relações, aplicar procedimentos de forma flexível e precisa, justificar e avaliar argumentos, formular e resolver problemas com recurso a diferentes estratégias e, também, adotar uma atitude positiva, persistente e significativa face à Matemática.

A investigação reforça também a importância de integrar múltiplas formas de representação no contexto da resolução de problemas. De facto, a capacidade de transitar entre representações simbólicas, visuais, verbais, gráficas ou contextuais tem sido apontada como determinante para a construção de significados e para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos (Goldin & Shteingold, 2001; Duval, 1995, 1999). A utilização coordenada de diferentes representações permite não só atribuir significado aos conceitos matemáticos, mas também, comunicar eficazmente ideias e estratégias de resolução.

Segundo Duval (1995), o verdadeiro obstáculo à compreensão matemática não reside na abstração dos conceitos, mas antes na dificuldade em coordenar e converter representações entre diferentes registos. Neste sentido, a resolução de problemas surge como um contexto pedagógico privilegiado para a mobilização e interligação de diversos sistemas de representação, sendo, por isso, essencial que os alunos desenvolvam competências de conversão e tradução entre representações (Duval, 1998; Helingo et al., 2019). Estas competências implicam processos cognitivos complexos, que envolvem a decomposição da representação de origem, a planificação da conversão, a construção da representação de destino e a verificação da equivalência semântica entre ambas.

A articulação entre resolução de problemas e representação matemática é ainda enfatizada nos estudos de Cuoco e Curcio (2001), que salientam o papel das representações como ferramentas cognitivas para explorar, estruturar e comunicar o pensamento matemático. Neste enquadramento, a resolução de problemas deixa de ser apenas um objetivo do ensino, passando a ser um meio fundamental para aceder aos conceitos e desenvolver competências cognitivas de ordem superior. Assim, a prática de resolução de problemas deve assumir um papel transversal e sistemático no currículo, sendo orientada para promover o raciocínio, a criatividade, a argumentação e a autonomia dos alunos na construção de conhecimento matemático.

II.2. Representações Matemáticas

II.2.1. Definição e Importância

Segundo Goldin (2008), uma representação corresponde a qualquer configuração que represente uma entidade de alguma forma. De acordo com o NTCM (2007), o termo representação refere-se tanto ao processo como ao resultado, isto é, diz respeito tanto à aquisição de um conceito ou de uma relação matemática expressa numa determinada forma, como à forma em si mesma. Trata-se, portanto, de um fenómeno que abrange os processos e produtos cognitivos, tanto os observáveis externamente (diagramas, gráficos ou expressões simbólicas), como os que ocorrem internamente, nas mentes dos alunos.

Assim, longe de serem meros auxiliares, as representações matemáticas são estruturas cognitivas fundamentais, permitindo aos alunos explorar, construir, justificar e comunicar raciocínios e conceitos matemáticos. A sua utilização eficaz está diretamente associada à compreensão conceptual, à resolução de problemas e ao desenvolvimento do pensamento matemático.

II.2.2. Tipos de Representações

A literatura na área da Educação Matemática reconhece a importância da fluência representacional no desenvolvimento de aprendizagens por parte dos alunos, entendida como a capacidade de mobilizar, compreender e articular diferentes tipos de representações na construção de significados matemáticos. Esta competência é essencial para o desenvolvimento do raciocínio, da resolução de problemas e da comunicação matemática. Diversos autores propuseram diferentes modelos para categorizar a diversidade e a função didática das representações.

Segundo Goldin e Shteingold (2001), é importante distinguir entre **sistemas de representações externas** e **sistemas de representações internas**. As **representações externas** incluem todos os modos observáveis de expressar conhecimento matemático, como símbolos, diagramas, gráficos, objetos manipuláveis, simulações digitais, entre outros. Já as **representações internas** dizem respeito aos processos mentais dos indivíduos, como imagens visuais, construções simbólicas pessoais, linguagem interior ou estratégias cognitivas associadas à resolução de problemas. A articulação entre os dois sistemas é essencial, na medida em que permite aos alunos transformar, reorganizar e dar sentido às ideias matemáticas que constroem.

Numa perspetiva psicológica do desenvolvimento, Bruner (1966) propõe uma tipologia que identifica três modos de representação:

- A **representação ativa**, que se baseia na ação direta e na manipulação de objetos. O conhecimento é construído através da experiência física e sensorial com materiais ou situações concretas.
- A **representação icónica**, em que o conhecimento é expresso por meio de imagens visuais, esquemas ou figuras que permitem representar mentalmente objetos ou relações.
- A **representação simbólica**, que utiliza sistemas abstratos de símbolos, como a linguagem verbal e matemática, permitindo níveis mais elevados de generalização e formalização.

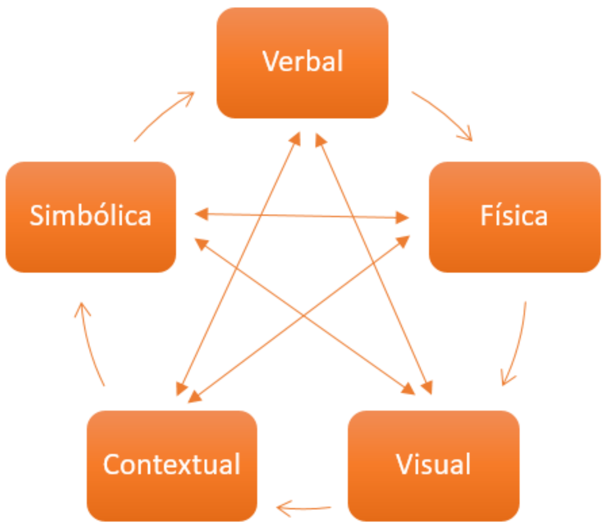
Esta sequência, do físico ao simbólico, traduz uma progressiva complexificação cognitiva, sendo cada forma relevante para diferentes fases do desenvolvimento e da aprendizagem.

Lesh et al. (2003) propõem uma categorização que distingue cinco tipos de representações: **física, visual, simbólica, verbal** e **contextual**. Cada uma destas formas desempenha funções distintas no processo de ensino e aprendizagem. A representação **física** envolve o uso de materiais manipuláveis e objetos concretos, como cubos unitários, réguas, recipientes, geoplano, sólidos geométricos ou outros artefactos, e permite aos alunos explorar propriedades matemáticas através da ação, facilitando a construção de imagens mentais. De acordo com Palhares et al. (2020), a manipulação de objetos é especialmente relevante nos primeiros anos de escolaridade, por favorecer a transição do pensamento concreto para o pensamento abstrato. A representação **visual** inclui gráficos, diagramas, modelos, esquemas e figuras. Esta forma de representar favorece a organização da informação, a identificação de padrões, a análise de regularidades e o desenvolvimento do raciocínio espacial. Duval (1998) destaca que a visualização não se limita à perceção visual, mas implica uma reorganização cognitiva da informação com vista à construção de significados e à inferência de propriedades. A representação **simbólica** refere-se à linguagem formal da Matemática, incluindo algarismos, variáveis, expressões algébricas, equações, fórmulas, entre outros. Este registo é fundamental para a sistematização e generalização do conhecimento. No entanto, quando usado de forma isolada ou descontextualizada, pode ser fonte de dificuldades. Duval (1995) salienta que a aprendizagem significativa dos símbolos matemáticos exige a articulação com outros registos, sendo a conversão entre visual e simbólico um dos principais desafios cognitivos. A representação **verbal** abrange a linguagem oral e escrita utilizada pelos alunos para descrever, explicar, justificar ou questionar conceitos e procedimentos matemáticos. Para Goldin e Shteingold (2001), a verbalização é essencial para a estruturação do pensamento, a explicitação das estratégias e a partilha de raciocínios com os outros. Por último, a representação **contextual** estabelece uma ponte entre a Matemática e o mundo real, através de situações do quotidiano, dados reais ou contextos interdisciplinares. Esta forma de representação contribui para dar significado às aprendizagens e aumentar a motivação dos alunos. Singer (2016) defende que o uso de contextos reais estimula o raciocínio crítico, o envolvimento ativo e favorece a emergência espontânea de outras representações.

Cada tipo de representação apresenta potencialidades específicas e, quando articuladas intencionalmente, favorecem a compreensão profunda dos conceitos, é sugerido por Lesh et al. (2003) ao apresentarem o **Modelo de translação de Lesh** para realçar a importância de representar ideias matemáticas de múltiplas formas.

A Figura 2 que se segue ilustra, de forma esquemática, os cinco tipos de representação matemática segundo o modelo de Lesh et al. (2003), destacando a sua articulação potencial no desenvolvimento da compreensão matemática ao longo das tarefas didáticas implementadas.

Figura 2 – Os cinco tipos de representação matemática segundo o modelo de Lesh et al. (2003)



II.2.3. Representações múltiplas no ensino e aprendizagem da Matemática: modelos teóricos, obstáculos e potencial didático

A utilização de múltiplas representações no ensino da Matemática tem sido amplamente estudada por diferentes autores, que convergem na ideia de que a capacidade de mobilizar, articular e converter representações é uma competência essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático significativo. Representar não é apenas expressar o conhecimento adquirido, mas constitui um processo ativo de construção de significados. A representação de ideias matemáticas permite aos alunos aceder a diferentes perspetivas, estabelecer conexões, justificar procedimentos e desenvolver autonomia na resolução de problemas. Neste sentido, é desejável que os alunos desenvolvam a **fluência representacional**, que consiste em usar diferentes representações e ser capaz de alternar entre diferentes tipos de registos com eficácia e intencionalidade na resolução de problemas, na comunicação de ideias e na construção de significados matemáticos (Suh et al., 2008). Esta competência é considerada estruturante para a aprendizagem da Matemática, pois potencia a autonomia dos alunos, o raciocínio flexível e a construção de uma compreensão mais rica e interligada do conhecimento matemático (Ainsworth, 2006; Lesh et al., 2003).

Raymond Duval (1995, 1998, 2006) é um dos principais teóricos nesta área, com a sua teoria dos registos de representação semiótica. O autor distingue dois tipos de fundamentais de transformação entre representações: o **tratamento**, que corresponde às operações realizadas num mesmo tipo de representação (por exemplo, simplificar uma expressão algébrica); a **conversão**, que implica a transposição de informação entre diferentes tipos de representação (como passar de um gráfico para uma expressão simbólica). A conversão é cognitivamente mais exigente, pois requer a reorganização da informação e a atribuição de novos significados. Duval sustenta que a compreensão matemática profunda depende da capacidade de coordenar diferentes registos (simbólico, gráfico, geométrico, verbal), sendo a dificuldade nessa conversão uma das principais causas dos obstáculos à aprendizagem.

Numa abordagem explicativa, centrada nas condições de aprendizagem, Ainsworth (2006) propõe o *modelo DeFT* (*Design*, *Functions*, *Tasks*), no qual identifica três funções principais das representações múltiplas: a **complementaridade**, isto é, cada representação fornece uma perspetiva distinta sobre o mesmo conceito; o *constrangimento,* na medida em que uma representação pode ajudar a evitar interpretações erradas de outra; e a **construção**, uma vez que as representações complementam-se mutuamente, promovendo a construção do conhecimento. Este modelo mostra que a simples presença de diferentes representações numa tarefa não garante a sua eficácia didática, é necessário que estas sejam intencionalmente articuladas com os objetivos de aprendizagem e com a estrutura da tarefa.

Singer (2016) introduz o conceito de **mudança representacional**, entendido como um processo dinâmico em que o aluno adapta, reconfigura ou reformula representações previamente adquiridas para responder a novos desafios. Esta capacidade está intimamente associada à criatividade matemática, à flexibilidade cognitiva e à autonomia na resolução de problemas. Segundo o autor, promover este tipo de reestruturação representacional deve ser um objetivo pedagógico fundamental.

Apesar do potencial didático do uso de múltiplas representações ser reconhecido, diversos estudos identificam dificuldades frequentes na articulação de diferentes representações. Muitos alunos tendem a privilegiar o registo simbólico em detrimento de outras formas – visual, verbal, contextual – o que pode levar a abordagens mecanicistas, desprovidas de significado. Esta preferência pode estar associada a práticas pedagógicas que promovem a formalização precoce, sem a devida valorização da exploração e conversão entre diferentes registos. Goldin (2000) alerta ainda para o risco de os alunos desenvolverem uma visão fragmentada da Matemática quando não lhes é proporcionada a oportunidade de articular diversos modos de representar. Por outro lado, quando as tarefas matemáticas são concebidas com a intencionalidade de promover o uso de representações múltiplas de forma equilibrada e articulada, estas favorecem a diferenciação pedagógica, o raciocínio relacional e o desenvolvimento metacognitivo. Como demonstram Gafanhoto e Canavarro (2012), tarefas que exigem aos alunos que justifiquem verbalmente, que desenhem esquemas, ou que relacionem contextos reais com expressões formais, promovem a construção de significados mais profundos e duradouros.

Em suma, o potencial didático das representações múltiplas reside não apenas na sua diversidade, mas na forma como são mobilizadas, articuladas e transformadas em processos de aprendizagem. O sucesso na utilização destas representações está profundamente ligado à intencionalidade pedagógica, ao *design* das tarefas e à criação de ambientes que valorizem o erro como oportunidade de aprendizagem. Fomentar a fluência representacional implica, assim, promover nos alunos a capacidade para transitar entre diferentes registos, reinterpretar significados e construir redes de conhecimento matemático coerentes e funcionais.

CAPÍTULO III. METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

III.1 Contexto do estudo

O presente estudo foi desenvolvido no âmbito do estágio pedagógico integrado na unidade curricular de Prática Educativa II, do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. A investigação decorreu numa turma de uma escola básica do 2.º ciclo, pertencente a um agrupamento de escolas situado na cidade de Coimbra, caracterizado por uma considerável diversidade socioeconómica e cultural. Este contexto exigiu a implementação de práticas pedagógicas diferenciadas e metodologias ajustadas às necessidades específicas dos alunos, criando um ambiente propício à implementação de uma investigação centrada na aprendizagem matemática.

A turma participante no estudo era constituída por 25 alunos do 6.º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os 11 e os 13 anos. Esta heterogeneidade manifestava-se não apenas ao nível dos desempenhos académicos, mas também nos estilos e perfis de aprendizagem, bem como nas atitudes face à Matemática. Tal diversidade revelou-se um elemento relevante na planificação, seleção e análise das tarefas implementadas, exigindo uma abordagem flexível, sensível às necessidades dos alunos e promotora de envolvimento ativo.

A investigadora, sendo professora estagiária, assumiu responsabilidades na planificação, dinamização e avaliação das atividades letivas, no âmbito de uma prática supervisionada e formativa. A intervenção incidiu particularmente na lecionação de conteúdos dos domínios da Geometria, Álgebra e Dados e Probabilidades, com especial ênfase no tema da Geometria e Medida, nomeadamente os conceitos de volume, capacidade e área. A abordagem destes tópicos exigiu a articulação entre manipulação concreta, através do uso de materiais manipuláveis e recipientes, e o recurso a representações visuais e simbólicas. Tal articulação visou facilitar a compreensão dos conceitos a abordar, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e contextualizada (Palhares et al., 2020).

Importa referir que, antes da intervenção específica inserida neste estudo, os alunos tinham familiaridade com propostas de trabalho mais abertas, mas a reflexão em torno das estratégias de resolução mobilizadas e das representações utilizadas pelos alunos não era, até aquele momento, um foco sistemático de análise e discussão em sala de aula. Neste sentido, o presente estudo introduziu uma dimensão inovadora, ao privilegiar a observação intencional e a análise estruturada das representações matemáticas usadas pelos alunos na resolução de problemas, tal como a sua valorização como elementos centrais no processo de aprendizagem.

Este trabalho preliminar permitiu recolher informação diagnóstica relevante sobre as dificuldades e estratégias dos alunos, o que constituiu uma base importante para a definição do foco investigativo.

III.2 Descrição da metodologia de investigação

A investigação desenvolvida no âmbito do presente estudo enquadra-se numa abordagem metodológica de natureza mista, com predominância qualitativa. Esta opção metodológica justifica-se pela necessidade de compreender em profundidade os processos cognitivos e as dinâmicas interativas que emergem na sala de aula quando os alunos se envolvem em tarefas matemáticas ricas em representações (Creswell & Plano Clark, 2018). A componente qualitativa assume um papel central na análise interpretativa das interações, das estratégias de resolução e das formas de mobilização das representações por parte dos alunos, permitindo captar a complexidade do fenómeno educativo em estudo. Em complemento, a componente quantitativa sustenta-se na recolha de dados observáveis e sistematizáveis, como a frequência de utilização de diferentes tipos de representação e os níveis de desempenho registados nas tarefas propostas.

O estudo segue um desenho de estudo de caso descritivo e interpretativo, centrado em episódios reais de ensino-aprendizagem ocorridos durante a prática de estágio supervisionado. Esta abordagem, tal como definida por Yin (2014), permite uma análise intensiva, contextualizada e holística de um fenómeno educativo num ambiente natural, tornando-se especialmente útil quando se pretende compreender como e por que certos processos ocorrem. A investigação foi desenvolvida ao longo de várias semanas de trabalho letivo, durante as quais foram planificadas e implementadas tarefas matemáticas centradas no uso de múltiplas representações e na promoção da compreensão conceptual.

O quadro teórico que sustenta esta investigação apoia-se nos contributos de Duval (1995, 2006), particularmente na distinção entre tratamento e conversão de registos de representação semiótica, bem como no modelo de representações múltiplas de Lesh et al. (2003), que reconhece cinco tipos fundamentais de representação: física, visual, simbólica, verbal e contextual. A este referencial teórico articula-se ainda o contributo de Berisha e Bytyqi (2020), cuja grelha categorial permitiu estruturar a análise qualitativa dos dados recolhidos. Esta combinação de quadros teóricos forneceu uma base sólida para a interpretação dos dados, respeitando a complexidade das práticas educativas.

A análise qualitativa seguiu uma abordagem categorial com base nas dimensões propostas por Berisha e Bytyqi (2020), articuladas com os princípios de análise temática descritos por Braun e Clarke (2006). Foram consideradas dimensões como as características contextuais das tarefas, a forma como estas eram apresentadas, o tipo de resposta exigida, a atividade matemática envolvida e o nível de exigência cognitiva. Paralelamente, foi realizada uma análise quantitativa descritiva simples, com o objetivo de identificar a frequência e diversidade das representações utilizadas pelos alunos nas diferentes tarefas.

Esta articulação entre abordagens qualitativa e quantitativa visa assegurar uma compreensão mais ampla e rigorosa do fenómeno em estudo (Creswell, 2012).

No que respeita às representações mobilizadas pelos alunos, foram observadas produções que ilustram a utilização dos cinco registos identificados por Lesh et al. (2003). As **representações físicas** manifestaram-se na manipulação de **materiais concretos**, como, cubos unitários, velas cilíndricas, recipientes, modelos tridimensionais; as **visuais**, em esquemas e representações espaciais; as **simbólicas**, na utilização de expressões numéricas e fórmulas; as **verbais**, na comunicação oral e escrita de raciocínios; e as **contextuais**, em tarefas ancoradas em situações da vida quotidiana. A transição entre estes registos – designada por Duval (1998) como conversão – revelou-se essencial para a construção de significados e para a compreensão profunda dos conceitos matemáticos trabalhados.

Quanto às estratégias pedagógicas implementadas, destacam-se a utilização de materiais manipuláveis, a promoção de discussão coletiva, a reformulação verbal das estratégias e a valorização da representação múltipla nas tarefas. Estas estratégias, segundo Shulman (1987), integram o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) e visam apoiar os alunos na construção de significados e no desenvolvimento de competências transversais, como a comunicação matemática e a autonomia. A mediação da professora estagiária procurou promover a flexibilidade representacional (Ainsworth, 2006), criando condições para que os alunos transitassem entre diferentes representações e compreendessem a matemática para além da sua formalização simbólica.

Em síntese, a metodologia adotada permitiu articular uma análise interpretativa rica, assente na observação próxima da realidade da sala de aula, com uma componente quantitativa de apoio que conferiu rigor à identificação de padrões. Esta abordagem foi determinante para aprofundar a compreensão sobre o papel das representações na aprendizagem matemática e para identificar práticas pedagógicas que favorecem a sua utilização eficaz e consciente em contexto de sala de aula.

A intervenção pedagógica desenvolvida no âmbito desta investigação foi estruturada segundo as quatro fases identificadas por Cheng e Ling (2013): planear, implementar, avaliar e refletir**.** A fase de planificação envolveu a conceção de tarefas matemáticas centradas na mobilização de múltiplas representações, articuladas com os objetivos curriculares e os princípios teóricos da investigação. Na fase de implementação, as tarefas foram dinamizadas em contexto de sala de aula, privilegiando a observação sistemática e a recolha de dados em momentos-chave da prática letiva.

Seguiu-se a fase de avaliação, com análise das produções dos alunos, dos registos de observação e da evolução das competências mobilizadas. Por fim, a fase de reflexão permitiu interpretar os dados à luz dos referenciais teóricos acima referidos, reajustar estratégias e sistematizar os contributos do estudo.

PLANEAR

No âmbito deste estudo foram planificadas três sessões de trabalho, desenvolvidas ao longo do mês de maio, com o objetivo de explorar o conceito de promover a mobilização e a análise de diferentes tipos de representações matemáticas em contextos problemáticos.

A primeira sessão, Apêndice 1, realizada a 3 de maio, teve como foco a exploração do conceito de volume, através da tarefa "As compras da Maria II". Previu-se, para esse efeito, o uso de materiais manipuláveis, imagens e situações-problema contextualizada, bem como momentos de medição, cálculo e representação gráfica, com ênfase na articulação entre os registos simbólicos e os visuais.

A segunda sessão, Apêndice 2, desenvolvida a 14 de maio, centrou-se na tarefa "Um problema de Fatos", com o propósito de desenvolver o raciocínio combinatório. A planificação contemplou o uso de representações visuais e simbólicas, integrando ainda momentos de discussão coletiva sobre diferentes estratégias de resolução.

Por fim, na terceira sessão, Apêndice 3, realizada a 28 de maio, foi implementada a tarefa "Gelataria Sabores", igualmente orientada para o desenvolvimento do pensamento combinatório. Para tal previu-se o uso de imagens, esquemas e apoio verbal, incentivando os alunos a recorrer a diferentes formas de representação na estruturação das suas respostas.

IMPLEMENTAR

As três sessões de implementação decorreram durante o mês de maio e permitiram observar a mobilização de diferentes tipos de representações por parte dos alunos.

Na primeira sessão, Apêndice 1, os alunos realizaram medições, calcularam volumes e representaram graficamente disposições espaciais, com o apoio de materiais manipuláveis, desenho e escrita simbólica. A interação entre pares e a discussão coletiva foram incentivadas ao longo da tarefa.

Na segunda sessão, Apêndice 2 dedicada ao raciocínio combinatório, os alunos recorreram a estratégias como esquemas e tabelas, tendo revelado abordagens diversificadas. A partilha de estratégias foi promovida pela professora estagiária, favorecendo a explicitação verbal dos processos de resolução.

Na terceira sessão, Apêndice 3 a tarefa foi apresentada de forma acessível e visualmente apelativa, estimulando o envolvimento dos alunos. Estes utilizaram representações escritas e esquemáticas para organizar as possibilidades, evidenciando o uso articulado de diferentes registos representacionais.

AVALIAR E REFLETIR

A avaliação do trabalho desenvolvido ao longo das três sessões baseou-se na análise das produções escritas dos alunos, na observação direta dos seus processos de resolução e nas interações em grande grupo. A recolha de dados foi sistematizada com o apoio de grelhas de registo e notas de campo, permitindo observar a diversidade de estratégias e representações mobilizadas.

Para além da avaliação das respostas produzidas – quanto à sua exatidão, organização, clareza e adequação representacional – foi igualmente promovida uma reflexão crítica sobre as escolhas dos alunos, as dificuldades detetadas e os padrões de raciocínio. A análise dos dados será orientada pelos referenciais teóricos de Lesh, et al. (2003), no que respeita à tipologia das representações matemáticas, bem como Duval (1995, 2006), que enfatiza os processos de conversão e coordenação entre registos de representação.

Estas perspetivas permitirão interpretar o modo como os alunos mobilizam e articulam diferentes representações na resolução de problemas matemáticos, contribuindo para uma compreensão mais aprofundada das suas estratégias de raciocínio.

III.2.1 ANÁLISE DO REFERENCIAL ANALÍTICO

Pretendia-se que as tarefas propostas aos alunos se distinguissem em termos das suas características estruturais e cognitivas, de modo a inferir, com base nos dados recolhidos, que tipos de representações essas tarefas suscitam. Para esse efeito, as tarefas foram previamente categorizadas com base num referencial analítico multidimensional proposto por Berisha e Bytyqi (2020), que contempla cinco dimensões fundamentais na análise de tarefas matemáticas:

Quadro 1 – Dimensões fundamentais segundo Berisha e Bytyqi (2020)

Categorias	Descrição
Dimensão analítica: Características contextuais	
Tarefas de não aplicação	Sem conexão com contextos relacionados à realidade.
Tarefas de aplicação fictícia	Contêm contextos relacionados à realidade criados pelo(s) autor(es).
Tarefas de aplicação autêntica	Contêm dados reais ou dados coletados por alunos de suas vidas quotidianas.
Dimensão analítica: Formas de apresentação	
Simbólica	Tarefas apresentadas em forma simbólica.
Textual	Tarefas apresentados em forma textual.
Visual	Tarefas apresentados em forma visual.
Combinada	Tarefas apresentadas em modos combinados de duas ou três formas de apresentação.
Dimensão analítica: Formas de resposta exigidas	
Tarefas de resposta fechada	Têm apenas uma resposta correta.
Tarefas de resposta aberta	Têm várias ou muitas respostas corretas.
Tarefas de escolha múltipla	Os respondentes selecionam apenas respostas corretas entre as opções oferecidas.
Dimensão analítica: Atividade matemática envolvida	
Tarefas de representação e modelação	Exigem a apresentação de dados matemáticos em diferentes formas; tradução de dados matemáticos de uma representação para outra.
Tarefas de cálculo e operação	Exigem a realização de operações matemáticas, cálculos, transformações, construções geométricas, etc.

Tarefas de interpretação	Exigem reconhecimento, leitura e interpretação contextual de relações matemáticas ou dados apresentados em diferentes formas.
Dimensão analítica: Nível de exigência cognitiva	
Tarefas de argumentação e raciocínio	Exigem elaborações, descrições e encadeamento de argumentos que levem a uma conclusão.
Tarefas de memorização	Envolvem a reprodução de regras, fatos, fórmulas ou definições previamente aprendidas.
Procedimentos sem conexão conceptual	Envolvem a execução de procedimento gerais e algoritmos sem qualquer conexão com conceitos ou significados subjacentes.
Procedimentos com conexão conceptual	Envolvem a execução de procedimentos gerais e algoritmos com conexões aos conceitos ou significados subjacentes.
Realização de tarefas matemáticas complexas	Envolvem pensamento complexo e não algorítmico, exploração e compreensão de conceitos, processos ou relações matemáticas.

III.3. Recolha de dados

A recolha de dados constituiu uma etapa fundamental do processo investigativo, permitindo aceder a múltiplas evidências sobre as práticas e aprendizagens ocorridas ao longo da intervenção. De forma a garantir uma perspetiva rica, multifacetada e metodologicamente consistente, foram utilizados diversos instrumentos de recolha, organizados de acordo com os princípios da triangulação metodológica. Segundo Flick (2004), a triangulação permite combinar diferentes fontes e métodos para melhorar a validade dos resultados e captar a complexidade dos fenómenos educativos.

Em primeiro lugar, recorreu-se à observação participante, realizada de forma sistemática durante todas as sessões de ensino. Segundo Bodgan e Biklen (1994), este tipo de observação permite ao investigador mergulhar no contexto e recolher dados reais, relevantes para compreender os processos em ação. Na qualidade de professora estagiária, registei em notas de campo diversas dimensões da dinâmica da aula, com especial atenção às interações dos alunos entre si e com a tarefa, as reações às tarefas propostas de trabalho, às estratégias de resolução mobilizadas, às dificuldades manifestadas e às formas como os alunos representavam e estruturavam o seu raciocínio matemático. Estes registos, como refere Zabalza (2004), são essenciais para documentar o ambiente educativo e analisar o contexto da prática educativa.

Paralelamente, foi efetuada a recolha de produções escritas dos alunos, abrangendo tanto as resoluções das tarefas propostas como outras expressões de pensamento matemático, tais como esquemas, desenhos explicativos e justificações escritas. Segundo Bardin (2011), este tipo de dado constitui uma fonte valiosa para a análise qualitativa, permitindo aceder aos significados atribuídos pelos alunos aos conteúdos escolares.

Durante os momentos-chave da intervenção, sobretudo nas fases de resolução de tarefas e discussão coletiva, foram realizados registos áudio e fotográficos, com o devido consentimento prévio da escola e dos encarregados de educação. Cohen et al. (2018) destacam que estes registos são úteis para captar elementos da comunicação verbal e não verbal que escapam à observação direta ou à memoria do investigador. A investigadora participante elaborou também um diário de reflexão, no qual registou as suas perceções, dúvidas, decisões pedagógicas e interpretações preliminares dos acontecimentos observados. O diário reflexivo, segundo Alarcão (2010), constitui um dispositivo privilegiado de autorreflexão e desenvolvimento profissional, permitindo ao investigador tornar explicita a sua tomada de decisão pedagógica e as aprendizagens feitas.

Por fim, foram construídas e preenchidas tabelas de registo de produções dos alunos, nas quais se sistematizou informação relativa à participação dos alunos, à qualidade das suas respostas, ao tipo e número de representações utilizadas e à forma como abordaram as tarefas. Segundo Miles et al. (2014), este tipo de registo analítico auxilia na organização dos dados qualitativos e quantitativos, facilitando a triangulação e interpretação dos resultados.

A articulação entre estes diferentes instrumentos de recolha garantiu uma visão global e integrada do fenómeno em estudo, respeitando a complexidade do contexto educativo e contribuindo para uma análise metodologicamente rigorosa. Yin (2005) salienta que a convergência entre diferentes fontes de evidência fortalece a validade interna e a credibilidade das conclusões em estudos.

CAPÍTULO IV. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

IV.1. Análise de Resultados

Neste tópico são apresentadas e analisadas as dimensões fundamentais dos problemas propostos, segundo Berisha e Bytyqi (2020), bem como os dados recolhidos, de acordo com a categorização de representações matemáticas de Lesh et al. (2003).

TAREFA – AS COMPRAS DA MARIA II

Esta tarefa é composta por seis questões. A seguir será apresentada a análise de cada uma delas (Apêndice 1 – Sessão 1 – Planificação da sessão 1).

Análise da tarefa quanto às suas características

A primeira dimensão considerada corresponde às características contextuais da tarefa, analisada como um todo de acordo com a tipologia de Berisha e Bytyqi (2020), esta tarefa enquadra-se numa aplicação fictícia em contexto realista, na medida em que apresenta uma situação próxima do quotidiano dos alunos, embora construída para fins didáticos e sem recurso a dados efetivamente recolhidos da realidade. Esta aproximação a situações familiares e plausíveis favorece, segundo Lesh et al. (2003), a ativação de representações contextuais, o que pode contribuir para uma aprendizagem funcional e mais integrada, promovendo conexões entre o pensamento matemático e o mundo vivido dos alunos.

A segunda dimensão refere-se às formas de apresentação da tarefa, tendo-se observado a utilização predominante de representação das tarefas combinadas, nomeadamente textual e visual (T+V) – tarefas 1.1. e 1.3., bem como simbólica e textual (S+T) – tarefas 1.2., 1.4., 1.5. e 1.6.. Esta diversidade de modos de apresentação, complementada com a possibilidade de manipular objetos relacionados com a situação problemática, reflete uma intencionalidade didática orientada para a promoção da articulação entre diferentes tipos de representações matemáticas, o que, na ótica de Duval (2006), é essencial para o desenvolvimento da competência de conversão, a capacidade de transitar entre diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Esta competência é considerada uma das principais condições de acesso à compreensão conceptual e à construção de significado matemático (Duval, 1995).

No que diz respeito às formas de resposta exigida, verifica-se um predomínio de **questões de resposta fechada**, presentes em cinco das seis questões analisadas, sendo apenas uma questão de resposta aberta, a questão 1.3.. Este dado revela uma orientação mais dirigida da ação dos alunos.

No que se refere à atividade matemática envolvida, a tarefa analisada revela uma predominância de competências associadas ao **cálculo e operação**, embora coexistam elementos de **representação**, **modelação** e de **interpretação de dados**. A análise detalhada de cada questão permite observar que a questão 1.1. exige a quantificação de grandezas relacionadas com uma vela, o que implica a reorganização e apresentação de dados matemáticos numa outra forma – podendo, por isso, ser classificada como uma tarefa de **representação e modelação**.

As questões 1.2., 1.5. e 1.6. incidem sobretudo na realização de **cálculos e operações matemáticas**, com objetivos mais procedimentais. A questão 1.3. requer o reconhecimento, leitura e interpretação contextual de dados, tratando-se de uma tarefa de **representação e modelação**, com foco na leitura da situação e na seleção de informações relevantes. A questão 1.4., por sua vez, envolve simultaneamente **leitura e interpretação de dados** apresentados em diferentes formas, a representação de grandezas espaciais sob a forma de medidas, e a aplicação de **fórmulas e realização de cálculos**, sendo assim uma questão que articula vários tipos de atividade matemática: **representação e modelação, interpretação e cálculo**.

Esta diversidade e exigência, ainda que com predominância de aspetos procedimentais, contribui para o envolvimento dos alunos em diferentes registos representacionais (Duval, 2006; Lesh et al., 2003), potenciando a articulação entre **operações, interpretação e representação**. Neste sentido, Ponte (2005) sublinha a importância de conceber tarefas matemáticas que mobilizem conceitos em contextos variados, promovendo a construção de raciocínios matemáticos significativos.

A dimensão relativa ao nível de exigência cognitiva evidencia a presença de questões que requerem argumentação e raciocínio matemático em várias situações, bem como tarefas de memorização e de procedimentos com conexão. Estas últimas, de acordo com Stein et al. (1996) são fundamentais para promover a compreensão matemática, uma vez que implicam a articulação entre procedimentos e conceitos. Tal articulação só é efetivamente possível se fomentar nas tarefas propostas, a coordenação entre registos distintos de representação, aspeto repetido por Duval (2006) como condição indispensável à construção de significados.

Tarefa 1.1.

Figura 3 - Enunciado da tarefa 1.1.

1- A Maria comprou velas, como as da figura seguinte.

1.1 – Cada vela tem a forma cilíndrica. Com a ajuda da régua, regista as medidas na figura seguinte.

A grande maioria dos alunos recorreu às representações física, simbólicas e contextuais (Figuras 4, 5 e 6), revelando uma tendência clara para o uso de registos convencionais associados a procedimentos matemáticos e à interpretação do enunciado (Figura 3). Verificou-se uma predominância clara do uso de representações físicas e simbólicas. Das vinte resoluções recolhidas, dezasseis apresentaram evidências do uso da simbologia matemática, sendo esse, o registo dominante. Como o material foi manipulado em pares, três alunos não efetuaram o registo e o Aluno L (Figura 7) só indicou a altura.

Figura 4 – Resolução da tarefa 1.1 do Aluno B

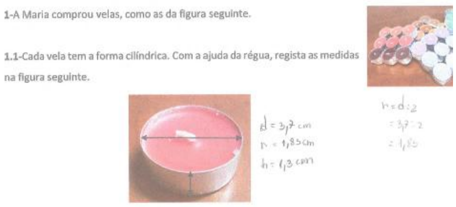


Figura 5 – Resolução da tarefa 1.1 do Aluno H

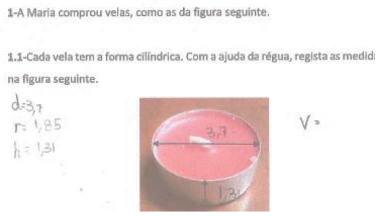


Figura 6 – Resolução da tarefa 1.1. do Aluno M

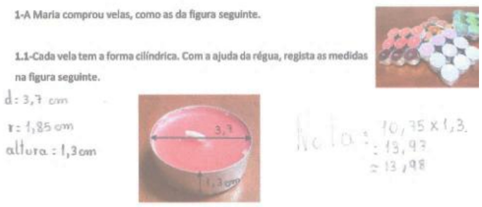
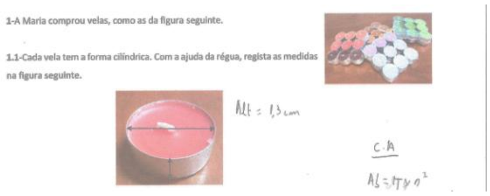


Figura 7 - Resolução da tarefa 1.1. do Aluno L



As representações físicas (os alunos procederam à medição de grandezas de um objeto do seu quotidiano) e contextuais acompanharam esta expressividade simbólica, sendo muitas vezes usadas para explicar o raciocínio seguido ou relacionar os dados do problema com situações reais. A presença destas representações revela um bom nível de compreensão por parte dos alunos e uma articulação entre o pensamento matemático e a linguagem natural ou situações do quotidiano, permitindo-lhes justificar as suas escolhas e decisões ao longo da resolução.

Figura 8 – Resolução da tarefa 1.1. do Aluno O

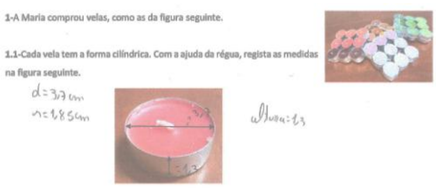
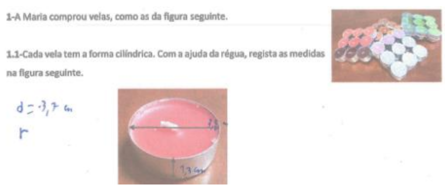


Figura 9 - Resolução da tarefa 1.1. do Aluno P



Por outro lado, é de notar a ausência total de representações visuais. Nenhum aluno recorreu a desenhos, esquemas, diagramas ou manipulações de materiais para representar ou resolver o problema e aponta para a necessidade de reforçar, em sala de aula, o incentivo à diversidade representacional como meio de potenciar o raciocínio e a flexibilidade cognitiva (Duval, 2006).

Quadro 2 – Tipos de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa 1.1.

Tipo de representação	Número de observações
Física	17
Visual	0
Simbólica	17
Verbal	0
Contextual	17

<u>Tarefa 1.2.</u>

Figura 10 - Enunciado da tarefa 1.2.

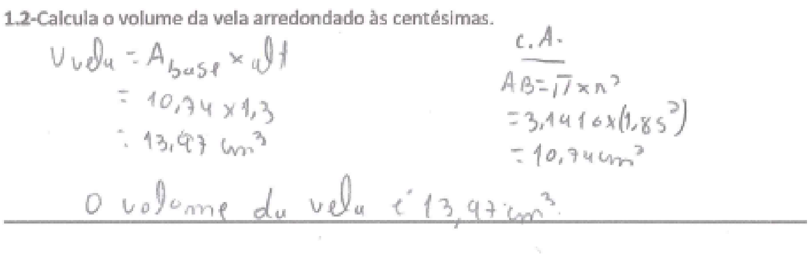
Na tarefa 1.2., observou-se uma predominância clara do uso de representações simbólicas e contextuais. A totalidade dos alunos que realizou a tarefa recorreu ao registo simbólico, com exceção dos alunos I e P, que não apresentaram qualquer tipo de representação registada, por falta de tempo. Este dado confirma uma forte tendência para a utilização de simbologia matemática formal (expressões, cálculos, fórmulas), que surge como a forma dominante de exteriorização do raciocínio matemático.

A presença simultânea das representações simbólicas e contextual indica que, para a maioria dos alunos, o raciocínio matemático foi acompanhado por um esforço de ligação entre os dados do enunciado e a sua aplicação prática, denotando compreensão do contexto.

Por outro lado, tal como na tarefa 1.1., as representações visuais voltaram a não estar presentes. Tal facto pode dever-se ao conhecimento por parte dos alunos de uma fórmula que lhes permite, a partir dos dados obtidos na tarefa 1.1, calcular diretamente o volume de cada vela, não sentindo necessidade de recorrer a qualquer outra estratégia para o fazer, estando as resoluções dos alunos centradas numa abordagem fortemente sustentada no recurso à simbologia matemática, em detrimento de uma exploração mais diversificada e multimodal do problema.

Também se verificou dois alunos, o “Aluno O” e o “Aluno S” apresentaram o resultado com o arredondamento errado.

Figura 11 - Resolução da tarefa 1.2. do Aluno O


1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

$V_{vela} = A_{base} \times alt$

$= 10,74 \times 1,3$

$= 13,97\ cm^3$

c.A.

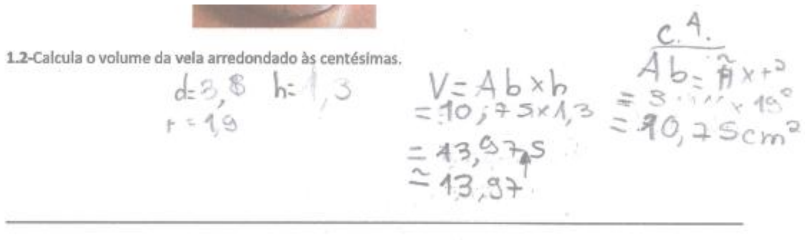
$AB = \pi \times r^2$

$= 3,1416 \times (1,85^2)$

$= 10,74\ cm^2$

O volume da vela é 13,97 cm³.

Figura 12 - Resolução da tarefa 1.2. do Aluno S



Quadro 3 – Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa 1.2.

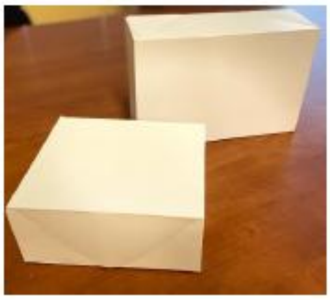
Tipo de representação	Número de observações
Física	0
Visual	0
Simbólica	18
Verbal	0
Contextual	18

<u>Tarefa 1.3.</u>

Figura 13 - Enunciado da tarefa 1.3.

1.3 – A Maria pretende arrumar as velas numa determina embalagem, como as da figura seguinte.

Faz um esquema ou desenho que exemplifique a forma como a pode arrumar.



A análise dos dados da tarefa 1.3. revelou uma significativa ampliação no leque de representações mobilizadas pelos alunos, evidenciando um cenário contrastante em relação às tarefas anteriores. Nesta atividade, observou-se uma presença mais expressiva de representações físicas e visuais.

Foram distribuídas cinco velas pelos grupos que tinham a caixa pequena e seis velas para os grupos que tinham caixa grande, para que, pudessem manipular de forma a representarem através de esquemas ou desenhos o solicitado.

A representação visual foi igualmente bastante presente, tendo sido utilizada por todos os alunos que recorreram à representação física. Este facto era expetável, uma vez que, no enunciado era pedido explicitamente a realização de um esquema ou desenho. Este padrão sugere que os alunos articularam as ações com o material concreto, com o uso de esquemas, desenhos ou diagramas, o que indica um esforço na organização visual do pensamento matemático decorrente da manipulação dos objetos. Esta relação entre as representações físicas e visuais vai ao encontro do que é defendido por autores como Lesh et al. (2003), ao apontarem a importância das representações multimodais para a construção de significados.

Figura 14 - Resolução da tarefa 1.3. do Aluno A

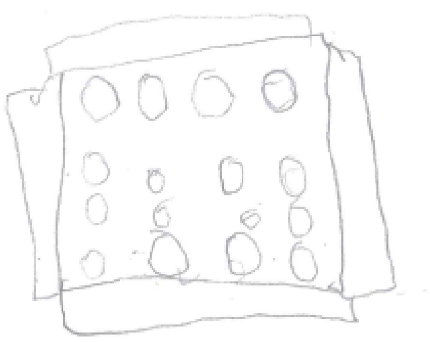


Figura 15 – Resolução da tarefa 1.3. do Aluno B

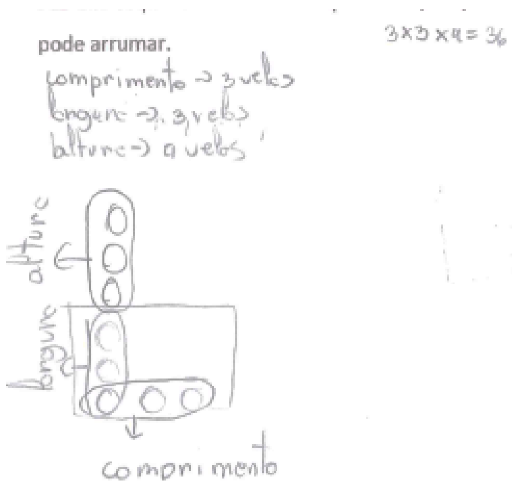


Figura 16 - Resolução da tarefa 1.3. do Aluno C

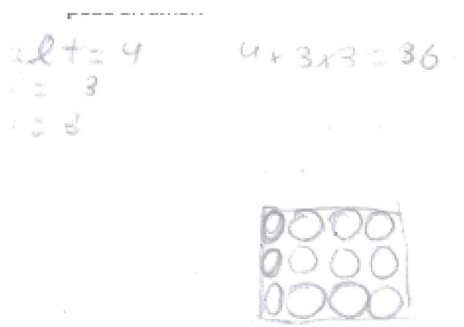


Figura 17 - Resolução da tarefa 1.3. do Aluno F

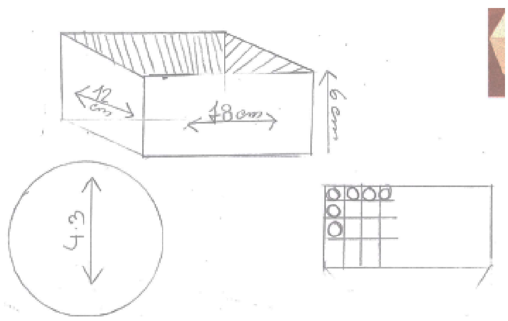


Figura 18 - Resolução da tarefa 1.3. do Aluno H

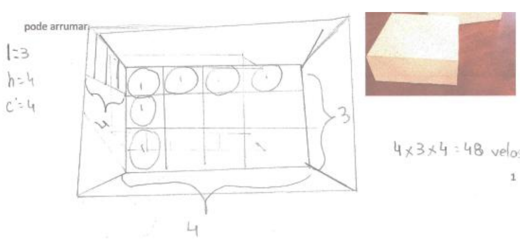
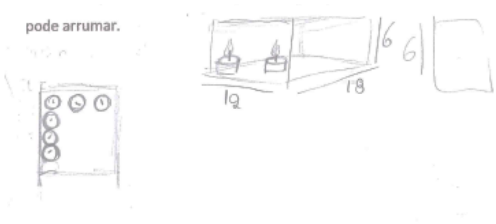


Figura 19 - Resolução da tarefa 1.3. do Aluno I



Esta tarefa despertou a atenção e a motivação dos alunos demonstrando empenho e colaboração entre os pares.

As representações verbais não surgiram nesta tarefa. Já as representações contextuais mantiveram-se bastante presentes, com mais de metade dos alunos a articularem os dados do problema num contexto real, no qual tinham a possibilidade de manipular as velas (objetos do quotidiano) e simular a situação problemática, reforçando a sua compreensão.

Em síntese, a tarefa 1.3. destacou-se por promover o uso de representações físicas, visuais, simbólicas e contextuais. Os dados analisados revelam a importância de propor tarefas com uma forte componente prática e visual, que desafiem os alunos a recorrerem a múltiplas representações para expressarem os seus raciocínios e a articularem diferentes formas de pensar e comunicar matematicamente.

Quadro 4 - Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa 1.3.

Tipo de representação	Número de observações
Física	14
Visual	14
Simbólica	10
Verbal	0
Contextual	15

Tarefa 1.4.

Figura 20 - Enunciado da tarefa 1.4.

1.4 – Calcula o volume da caixa do teu grupo.

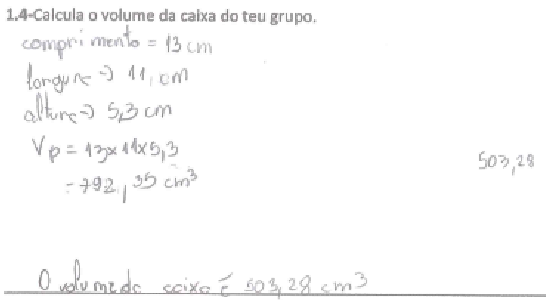
A análise dos resultados da tarefa 1.4. evidencia uma continuidade nos padrões observados em tarefas anteriores, com predomínio claro das representações físicas, simbólicas e contextuais. Nesta atividade, foi solicitado aos alunos que determinassem o volume da caixa real que lhes havia sido entregue no contexto prático da tarefa 1.3., com recurso à régua para obterem as medidas e não de uma caixa hipotética contruída a partir do empacotamento das velas. Esta distinção é essencial para uma correta leitura dos dados, uma vez que, sem essa clarificação, o leitor poderá interpretar que se trata da mesma caixa referida na tarefa anterior, o que não corresponde à intenção da atividade. Todos os alunos que realizaram a tarefa recorreram à representação simbólica, demonstrando competência na aplicação de fórmulas matemáticas para resolver o problema proposto.

A quase totalidade dos alunos que realizou a tarefa recorreu à representação simbólica, aplicando corretamente a fórmula do volume do paralelepípedo (V = C x L x A). Este tipo de representação, centrado em expressões numéricas e em procedimentos algorítmicos, demonstrou competência no uso de linguagem matemática formal para a resolução do problema.

Este domínio foi especialmente evidente nos alunos cujas resoluções foram rigorosas e completas. Por exemplo, os alunos E e H, que mediram a caixa grande.

O mesmo rigor foi encontrado nas resoluções de alguns alunos que tinham a caixa pequena, por exemplo o aluno B.

Figura 21 - Resolução da tarefa 1.4. do Aluno B



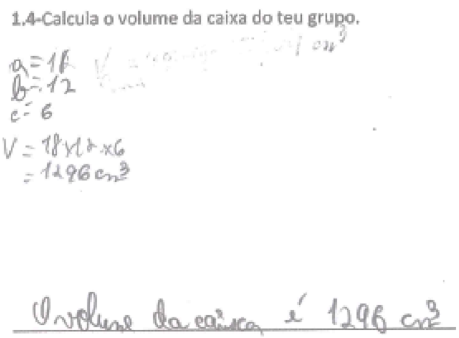
1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

comprimento = 13 cm
largura → 11, cm
altura → 5,3 cm
Vp = 13x11x5,3
= 792,35 cm³

503,28

O volume da caixa é 503,28 cm³

Figura 22 - Resolução da tarefa 1.4. do Aluno E

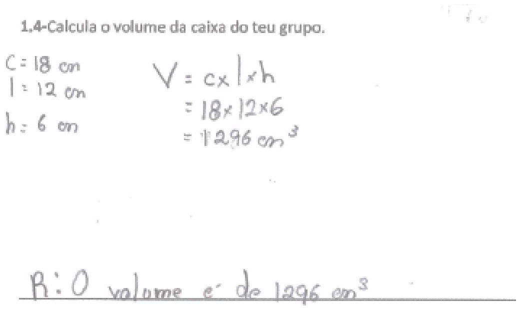


1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

a = 18
b = 12
c = 6
V = 18x12x6
= 1296 cm³

O volume da caixa é 1296 cm³

Figura 23 - Resolução da tarefa 1.4. do Aluno H



1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

C = 18 cm
l = 12 cm
h: 6 cm

V = c x l x h
= 18x12x6
= 1296 cm³

R: O volume é de 1296 cm³

A representação contextual esteve igualmente presente, uma vez que era requerida a determinação do volume de uma caixa, a partir da medição das grandezas comprimento e largura da base, bem como a sua altura, estando o conhecimento matemático a ser aplicado num contexto da realidade dos alunos, permitindo-lhes desenvolver aprendizagens com significado.

Contudo, também, se verificaram alguns erros, por exemplo o aluno I indicou a unidade errada, o aluno M efetuou incorretamente a largura.

Figura 24 - Resolução da tarefa 1.4. do Aluno I

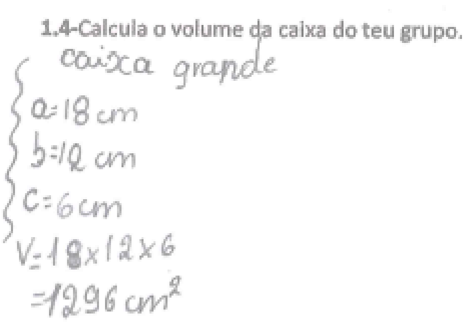
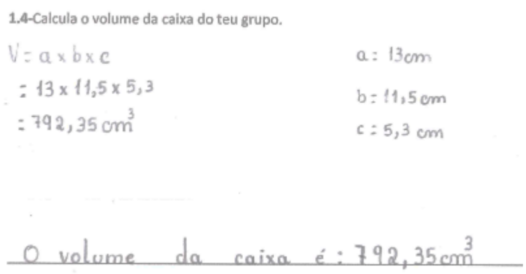
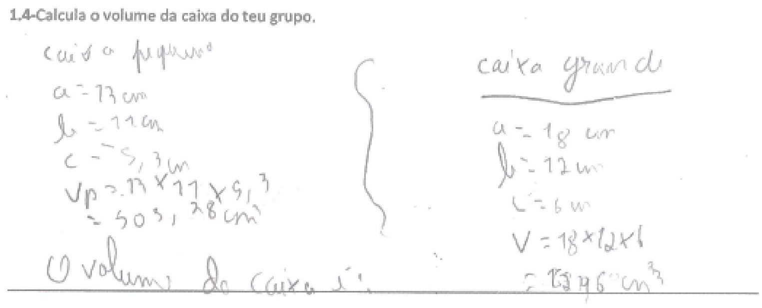


Figura 25 - Resolução da tarefa 1.4. do Aluno M



Verificou-se, também, erro no produto final nas resoluções onde as medidas haviam sido corretamente registadas, como exemplo, o aluno N.

Figura 26 - Resolução da tarefa 1.4. do Aluno N



Quadro 5 – Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa 1.4.

Tipo de representação	Número de observações
Física	20
Visual	0
Simbólica	20
Verbal	0
Contextual	20

Tarefa 1.5.

Figura 27 - Enunciado da tarefa 1.5.

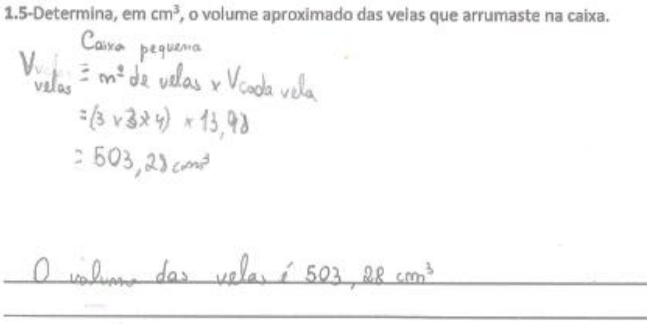
1.5 - Determina, em cm^3, o volume aproximado das velas que arrumaste em cada caixa.

A análise dos resultados da tarefa 1.5. revela um padrão fortemente consistente com as tarefas anteriores, sobretudo no que se refere ao predomínio das representações simbólicas e contextuais. Quase todos os alunos que realizaram a tarefa recorreram à representação simbólica, o que evidencia uma consolidação no uso de procedimentos formais e no domínio da simbologia matemática convencional.

Esta tarefa quando apresentada aos alunos, criou algumas dúvidas sobre a quantidade de velas a ser considerada. Expliquei que o número de velas a ter em conta, seria o número máximo de velas que cada caixa poderia conter. Assim, os alunos deveriam considerar que na caixa grande caberia quarenta e oito velas e na pequena trinta e seis velas.

A maioria dos alunos apresentou resolução e resultado correto, por exemplo, o aluno L e N apresentaram o volume das velas correspondente à caixa pequena. E da caixa grande temos, como exemplos, o aluno H e I. No entanto, alguns alunos apresentaram resolução incorreta, por exemplo, o aluno T.

Figura 28 - Resolução da tarefa 1.5. do Aluno L


1.5-Determina, em cm^3, o volume aproximado das velas que arrumaste na caixa.

Caixa pequena

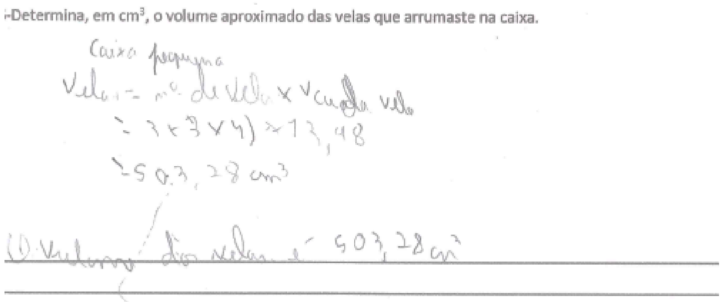
V_{velas} = nº de velas × $V_{cada\ vela}$

=(3×3×4) × 13,98

= 503,28 cm^3

O volume das velas é 503,28 cm^3

Figura 29 - Resolução da tarefa 1.5. do Aluno N


-Determina, em cm^3, o volume aproximado das velas que arrumaste na caixa.

Caixa pequena

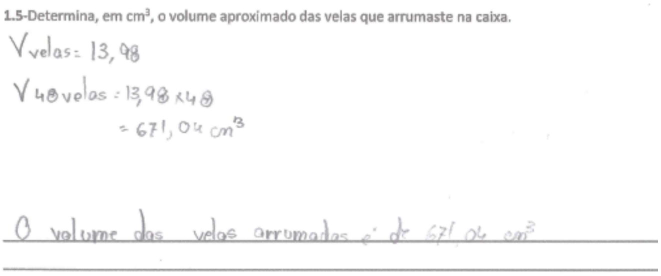
Velas = nº de velas × $V_{cada\ vela}$

= 3×3×4) × 13,98

= 503,28 cm^3

O volume das velas é 503,28 cm^3

Figura 30 - Resolução da tarefa 1.5. do Aluno H


1.5-Determina, em cm^3, o volume aproximado das velas que arrumaste na caixa.

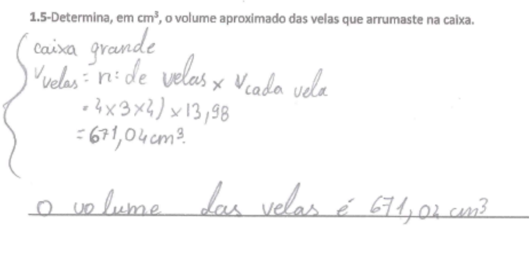
V_{velas} = 13,98

$V_{48\ velas}$ = 13,98 × 48

= 671,04 cm^3

O volume das velas arrumadas é de 671,04 cm^3

Figura 31 - Resolução da tarefa 1.5. do Aluno I


1.5-Determina, em cm^3, o volume aproximado das velas que arrumaste na caixa.

caixa grande

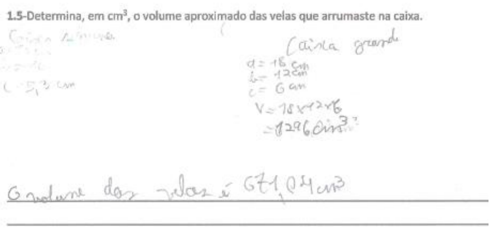
V_{velas} = n: de velas × $V_{cada\ vela}$

= 4×3×4) × 13,98

= 671,04 cm^3

O volume das velas é 671,04 cm^3

Figura 32 - Resolução da tarefa 1.5. do Aluno T



Quadro 6 - Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa 1.5.

Tipo de representação	Número de observações
Física	0
Visual	0
Simbólica	19
Verbal	0
Contextual	19

Tarefa 1.6.

Figura 33 - Enunciado da tarefa 1.6.

1.6 – Calcula o volume total não ocupado pelas velas.

A tarefa 1.6., foi a última da sequência da intervenção “As compras da Maria II”. Nesta tarefa, continuou a observar-se o predomínio das representações simbólicas e contextuais, sendo estas mobilizadas pela maioria dos alunos de forma consistente.

Todos os alunos que resolveram a questão usaram representações simbólicas e três alunos não resolveram a questão. Alguns alunos apresentam a sua resolução, todo o raciocínio, indicam o que representam os valores que estão a utilizar nos cálculos, por exemplo, o aluno L, por outro lado, outros alunos indicam simplesmente o cálculo, por exemplo o aluno P.

Figura 34 - Resolução da tarefa 1.6. do Aluno L

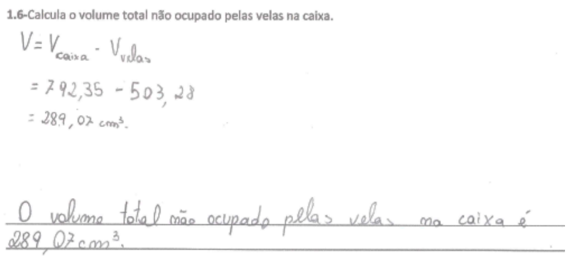
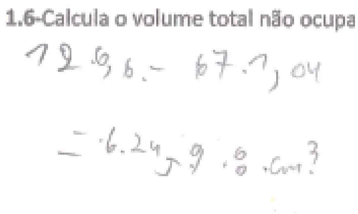


Figura 35 - Resolução da tarefa 1.6. do Aluno P



Esta tarefa, dependia da resolução das tarefas anteriores, desta forma, é natural que alguns erros cometidos se devam, não ao raciocínio aplicado, mas sim a erros cometidos nas tarefas anteriores.

As representações contextuais, isto é, a proposta de um problema contextualizado, no qual os alunos poderiam recorrer a objetos para simular a situação em questão, auxiliou os alunos no seu raciocínio, ao estabelecerem conexões entre os processos matemáticos implicados na resolução do problema e o seu senso comum numa situação do quotidiano semelhante à que era proposta, reforçando um ensino orientado para a resolução de problemas significativos e ancorados na realidade.

Quadro 7 - Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa 1.6.

Tipo de representação	Número de observações
Física	0
Visual	0
Simbólica	17
Verbal	0
Contextual	17

TAREFA – UM PROBLEMA DE FATOS

Análise da tarefa quanto às suas características

A analise da dimensão Características Contextuais permite classificar a tarefa como uma aplicação fictícia, na medida em que, apesar de apresentar um cenário matemático próximo do quotidiano dos alunos, mas não autêntico no sentido estrito do termo, pois os dados não são reais nem recolhidos diretamente pelos alunos (Berisha & Bytyqi, 2020). Ainda assim, esta aproximação ao universo experiencial dos alunos contribui para a compreensão da tarefa, promovendo a mobilização de conhecimentos previamente adquiridos e potenciando a construção de pontes entre o formalismo matemático e o mundo vivido (Lesh et al., 2003; Ponte et al., 2007). No que respeita à forma de apresentação, a tarefa combina representações textuais e visuais (T+V), recorrendo a linguagem natural e elementos gráficos que facilitam a interpretação da situação. Esta conjugação de representações contribui para apoiar a compreensão do enunciado e estimula a ativação de diferentes tipos de raciocínio, em linha com a valorização da diversidade representacional defendida por Duval (2006).

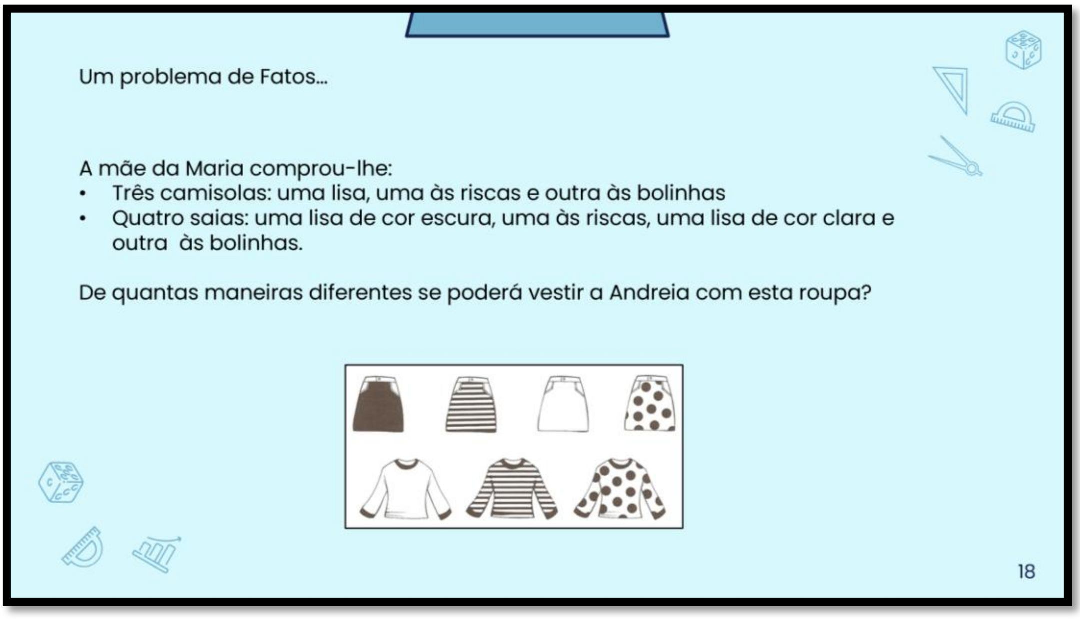
Relativamente à atividade matemática envolvida, a tarefa "Um problema de Fatos" mobiliza três dimensões fundamentais, segundo a categorização proposta por Berisha e Bytyqi (2020): **representação e modelação**, **cálculo e operação e interpretação**. Classifica-se como uma tarefa de **representação e modelação** porque os alunos são desafiados a organizar e estruturar, com base em dados contextuais, todas as combinações possíveis entre camisolas e saias, o que exige a construção de um modelo representacional da situação. Mobiliza **cálculo e operação** na medida em que os alunos aplicam estratégias combinatórias e efetuam contagens sistemáticas para determinar o número total de combinações possíveis. Enquadra-se também na **dimensão de interpretação**, uma vez que requer a leitura atenta do enunciado, a identificação de restrições e relações implícitas, e a análise do que é pedido. Esta articulação de dimensões revela uma proposta que articula competências procedimentais, compreensivas e representacionais, coerente com o quadro de Lesh et al. (2003) e Duval (2006).

A análise do nível de exigência cognitiva, permite concluir que a tarefa envolve raciocínio e argumentação, bem como a realização de procedimentos com conexão.

À luz da teoria de Duval (1995, 2006), esta tarefa demonstra potencial para promover processos de conversão entre registos de representação, nomeadamente entre o visual e o simbólico, bem como entre o textual e o matemático-formal, condição necessária para que se desenvolva uma compreensão matemática sólida. Por sua vez, a coexistência de diferentes representações e atividades cognitivamente exigentes está de acordo com os pressupostos defendidos por Ponte (2005), que defende tarefas desafiantes, ricas e abertas à mobilização de múltiplas competências matemáticas.

Em síntese, a tarefa em análise revela-se coerente com os princípios metodológicos orientadores deste estudo, evidenciando um perfil favorável à promoção de aprendizagens matemáticas significativas, com potencial para desenvolver a competência de conversão entre representações, a articulação entre procedimentos e conceitos, e o raciocínio matemático dos alunos.

Figura 36 - Enunciado da tarefa "Um problema de Fatos"



A tarefa “Um problema de Fatos” apresentada no Apêndice 2 – Sessão 2 – Planificação 2, revelou uma utilização bastante homogénea das representações visuais e contextuais. Alguns alunos recorreram a mais do que uma representação, por exemplo, os alunos A e D. A representação visual esteve presente nas resoluções de todos os alunos, o que, dada a natureza da tarefa, simplificava o reconhecimento do número de possibilidade de combinar a partir de esquemas ou estratégias que lhes permitiam identificar as 12 possibilidade de combinar de camisolas e saias, ao invés da aplicação da operação aritmética, regra do produto, 3×4. Na resolução da tarefa, os alunos recorreram a diagramas de árvore (Aluno F), tabelas de dupla entrada (Aluno B) e desenhos (Aluno L) para sistematizar as possibilidades, sendo a tabela de dupla entrada e o diagrama de árvore as estratégias mais frequentes. Este uso generalizado de representações visuais reforça a importância deste tipo de expressão na resolução de problemas combinatórios e na organização do raciocínio (Duval, 2006).

Figura 37 - Resolução do Aluno A

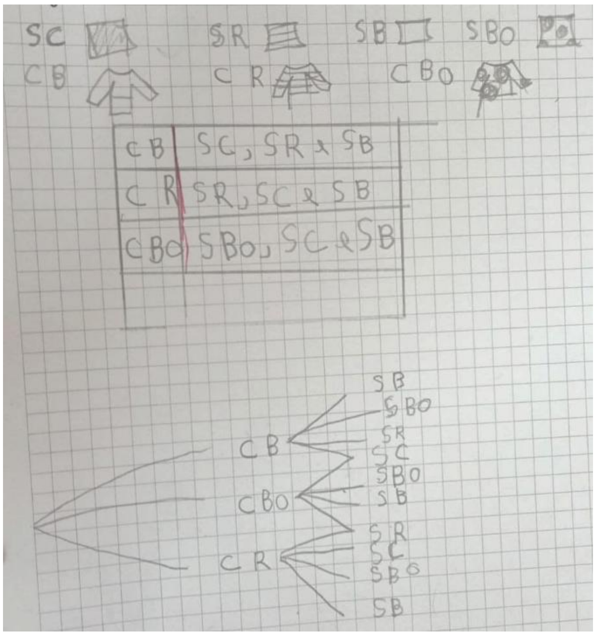


Figura 38 - Resolução do Aluno B

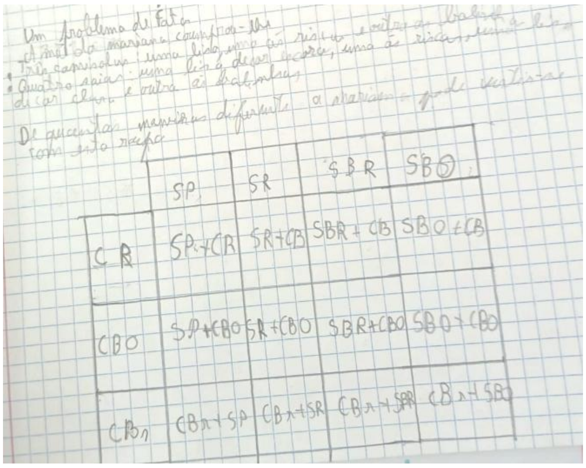


Figura 39 - Resolução do Aluno D

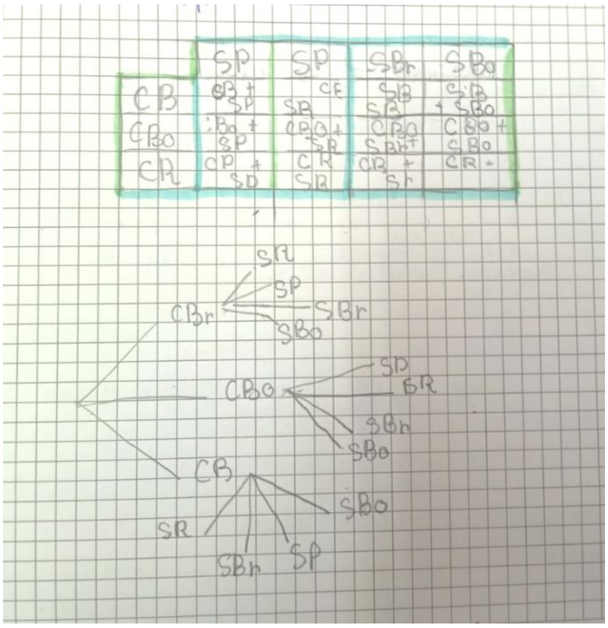


Figura 40 - Resolução do Aluno F

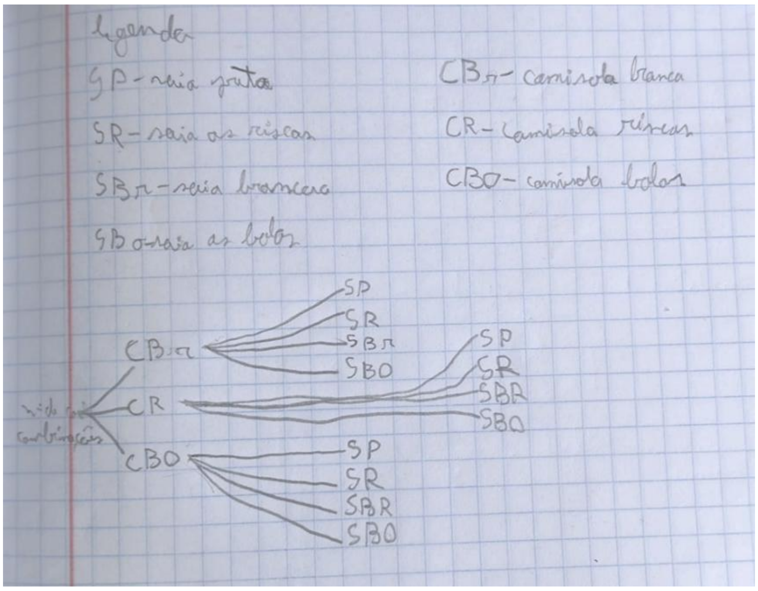
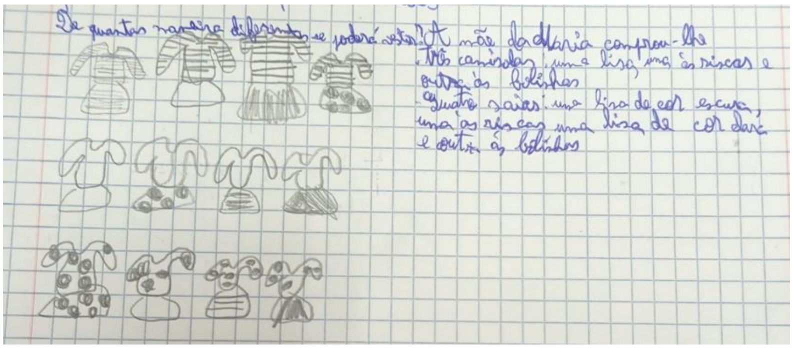


Figura 41 - Resolução do Aluno L



A representação contextual foi também mobilizada, tendo os alunos demonstrado compreender a situação descrita no enunciado, relacionando-a com desafios que podem ocorrer no seu quotidiano. Esta representação emergiu de forma natural, à medida que os alunos combinavam as roupas, denotando envolvimento com a situação proposta e capacidade para operar com significado num contexto da realidade.

A representação física não foi observada nas resoluções dos alunos. Apesar de não terem sido facultados materiais aos alunos estes poderiam recorrer a objetos que simulassem as camisolas e saias, mas tal não aconteceu.

Quadro 8 – Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa "Um problema de Fatos"

Tipo de representação	Número de observações
Física	0
Visual	13
Simbólica	0
Verbal	0
Contextual	13

TAREFA – GELATARIA SABORES

Análise da tarefa quanto às suas características

A análise da dimensão Características Contextuais permite classificar a tarefa como uma aplicação fictícia, dado que, está situada num cenário próximo do quotidiano dos alunos, mas não autêntico no sentido estrito, já que os dados não foram recolhidos diretamente pelos alunos (Berisha & Bytyqi, 2020). A aproximação ao universo experiencial dos alunos contribui para a interpretação da tarefa, promovendo a mobilização de conhecimentos prévios e a articulação entre o formalismo matemático e o mundo vivido (Lesh et al., 2003; Ponte et al., 2007). No que respeita à forma de apresentação, a tarefa conjuga representações textuais e visuais (T+V), recorrendo a linguagem natural e elementos gráficos que apoiam a compreensão do enunciado. Esta diversidade de registos estimula a ativação de diferentes formas de raciocínio, favorecendo a conversão entre representações, como proposto por Duval (2006).

Quanto à forma de resposta exigida, a tarefa integra tanto questões de resposta fechada, que orientam os alunos para soluções especificas, como momentos de resposta mais aberta, onde se espera a representação ou justificação de estratégias. Esta articulação permite a combinação entre procedimentos mais estruturados e abordagens mais flexíveis e autónomas. Tal como defendem Gafanhoto e Canavarro (2012), a alternância entre tarefas fechadas e abertas contribui para diversificar os processos envolvidos, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

No que se refere à atividade matemática envolvida, a tarefa mobiliza três dimensões principais: **representação e modelação**, **cálculo e operação**, e **interpretação**. A **representação e modelação** está presente quando os alunos têm de organizar e estruturar as diferentes combinações de sabores e bases possíveis, a partir de dados contextuais. O **cálculo e operação** emerge nas contagens sistemáticas ou estratégias combinatórias utilizadas. A **interpretação** manifesta-se na leitura do enunciado e na análise das condições impostas, exigindo a compreensão de relações e restrições. Esta diversidade revela uma proposta que articula competências procedimentais, compreensivas e representacionais, coerente com o quadro de Lesh et al. (2003) e Duval (2006).

A análise do nível de exigência cognitiva, com base em Stein et al. (1996), permite identificar um predomínio de procedimentos com conexão, uma vez que os alunos precisam de compreender o contexto, aplicar raciocínio sistemático e representar as possibilidades de forma estruturada. Algumas questões envolvem também momentos de raciocínio e argumentação, sobretudo quando exigem a explicação ou justificação das soluções apresentadas. Este tipo de tarefas promove uma matemática significativa, em que os procedimentos estão articulados com a compreensão conceptual, potenciando aprendizagens mais profundas e duradouras.

À luz da teoria de Duval (1995, 2006), a tarefa evidencia potencial para desenvolver a competência de conversão entre registos de representação, nomeadamente entre o visual, o textual e o matemático-formal. A diversidade representacional e o nível de desafio cognitivo aproximam esta tarefa dos princípios propostos por Ponte (2005), que defende a importância de tarefas ricas, desafiantes e orientadas para a mobilização de múltiplas competências matemáticas.

Em síntese, a tarefa “Gelataria Sabores” revela-se coerente com os princípios metodológicos deste estudo, apresentando um perfil didático favorável à promoção de aprendizagens matemáticas significativas, à articulação entre procedimentos e conceitos, e ao desenvolvimento do raciocínio e da flexibilidade representacional dos alunos.

Figura 42 - Enunciado da tarefa "Gelataria Sabores"

1.7- A turma combinou ir à ***Gelataria Sabores***.

Na gelataria existem duas possibilidades de bases, cones e copos, e quatro sabores possíveis, morango, baunilha, limão e chocolate. Com estas opções quantos gelados diferentes conseguem fazer? Explica como pensaste.

(considerando a combinação de uma base e uma bola)

A análise dos dados da tarefa "Gelataria Sabores" (Apêndice 3 – Sessão 3 – Planificação da sessão 3) revelou uma mobilização de diferentes formas de representar, particularmente no conjunto das representações visuais. A representação visual foi constante, tendo a maioria dos alunos recorrido a tabelas de dupla entrada (Aluno H e Aluno N), diagramas de árvore (Aluno D e Aluno E), desenhos (Aluno A e Aluno O) e esquemas (Aluno F e Aluno R) para identificar ou organizar as combinações possíveis. Assim, a natureza desta tarefa revela potencial para promover uma abordagem representacional alternativa à simbólica.

Figura 43 - Resolução do Aluno A

Figura 44 - Resolução do Aluno D

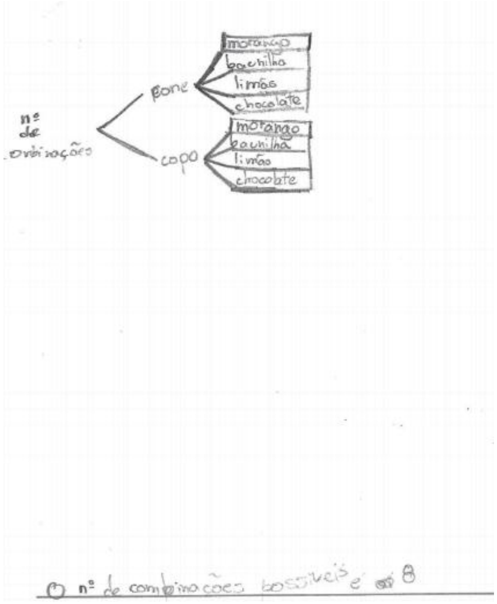


Figura 45 - Resolução do Aluno E

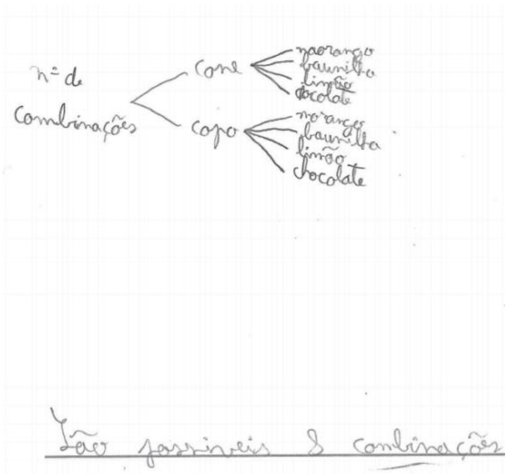


Figura 46 - Resolução do Aluno F

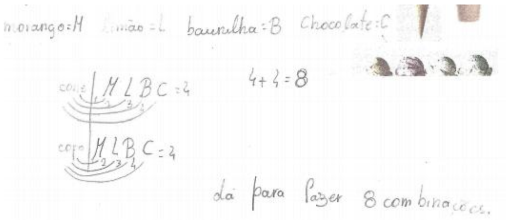


Figura 47 - Resolução do Aluno H

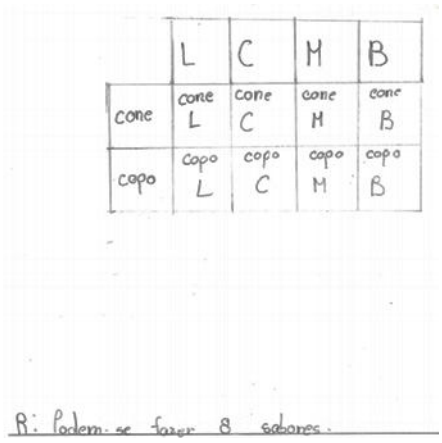


Figura 48 - Resolução do Aluno N

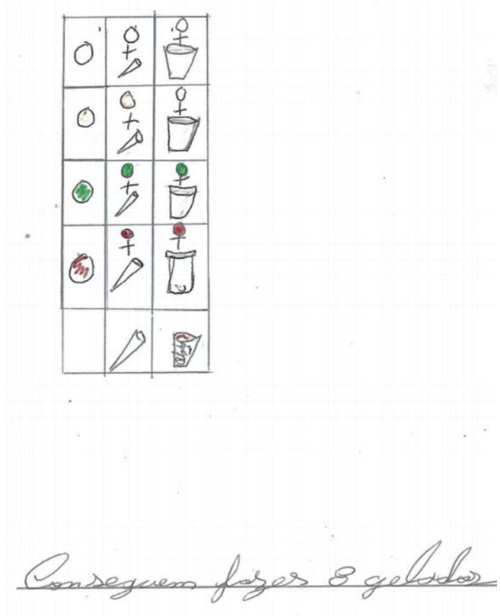


Figura 49 - Resolução do Aluno O

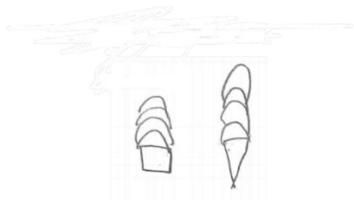
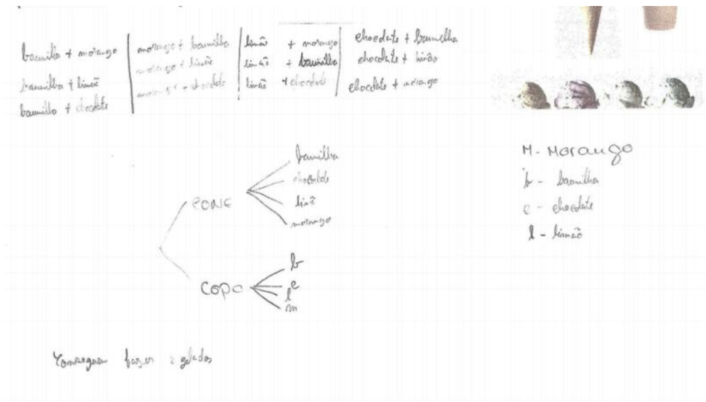


Figura 50 - Resolução do Aluno R



A representação simbólica esteve presente sobretudo no cálculo da totalidade de combinações possíveis, tendo como exemplo o aluno A.

As representações contextuais estiveram igualmente muito presentes, uma vez que a tarefa assentava num cenário concreto e próximo do quotidiano dos alunos – a escolha de sabores e bases de gelado numa gelataria. A referência explícita aos elementos do contexto (cones, copos, sabores) foi frequentemente mantida ao longo das resoluções, correspondente refletindo o enraizamento da atividade numa situação realista. Esta ancoragem contextual facilitou o envolvimento dos alunos e promoveu diferentes estratégias de resolução.

Quanto à representação física, não se registaram ocorrências. Apesar de não serem facultados quaisquer materiais aos alunos, estes também não sentiram necessidade de recorrer a materiais para simular a situação proposta. Ainda assim, as diferentes estratégias apresentadas pelos alunos demonstraram um elevado nível de envolvimento cognitivo.

Em síntese, a tarefa “Gelataria Sabores” revelou-se altamente eficaz na promoção de múltiplas representações matemáticas, especialmente nos domínios visual e contextual, sendo que quatro alunos, recorreram também ao domínio simbólico. Os dados mostram que a maioria dos alunos articulou diferentes registos com sucesso, o que demonstra não apenas a compreensão dos conteúdos explorados, mas também a capacidade de os expressar por múltiplas vias, conforme defendido por Duval (2006) e Lesh et al. (2003).

Quadro 9 - Tipo de representações matemáticas envolvidas nas respostas dos alunos à tarefa " Gelataria Sabores"

Tipo de representação	Número de observações
Física	0
Visual	17
Simbólica	4
Verbal	0

Contextual	17

IV.2. Discussão dos Resultados

A discussão dos resultados obtidos ao longo da intervenção didática visa confrontar os dados recolhidos com os pressupostos teóricos e os objetivos definidos na planificação inicial, com o intuito de compreender em profundidade o papel das representações matemáticas no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Esta análise procurou manter-se fiel à natureza mista da investigação, valorizando a dimensão interpretativa e a leitura compreensiva dos fenómenos educativos.

Ao planear-se a sequência das tarefas, assumiu-se como objetivo central promover a mobilização de múltiplas representações matemáticas (segundo a tipologia de Lesh et al., 2003) e fomentar a capacidade dos alunos para transitar entre diferentes representações, conforme defendido por Duval (2006). Esperava-se, por isso, que os alunos recorressem de forma equilibrada e articulada a representações simbólicas, visuais, verbais, contextuais e, quando adequado, físicas.

Contudo, a análise das tarefas revelou tendências assimétricas na distribuição das representações utilizadas. Nas tarefas da sequência "As compras da Maria II" (tarefa 1.1. a 1.6.), foi notória a predominância das representações simbólicas, muitas vezes acompanhadas de verbalização e contextualização, mas com ausência persistente de representações físicas e uso irregular das representações visuais. A planificação previa um maior envolvimento com materiais manipuláveis e esquemas ilustrativos, mas os resultados demonstraram que os alunos tendem a privilegiar o código matemático formal, talvez por percecionarem esse registo como o mais "esperado" em contexto escolar. Por exemplo, na tarefa 1.1., que implicava medições e cálculos com sólidos, era expectável que os alunos recorressem a representações visuais ou físicas, como desenhos ou esquemas espaciais. No entanto, verificou-se que a maioria optou por expressões algébricas e cálculo direto, com mínima representação gráfica. Esta tendência manteve-se nas tarefas subsequentes, ainda que com ligeiras melhorias na tarefa 1.3., onde o carácter mais prático da atividade favoreceu o surgimento de representações visuais e físicas.

Na tarefa 1.5., observou-se um avanço considerável na utilização de representações visuais, combinadas com as simbólicas e verbais. Esta evolução parece indicar um efeito cumulativo da intervenção, em que a exposição progressiva a tarefas representacionalmente ricas promoveu uma maior abertura dos alunos à diversidade de registos.

Relativamente à tarefa "Um problema de Fatos", planeada com a intencionalidade de explorar o raciocínio combinatório através de organizações visuais, os resultados foram muito positivos. Todos os alunos mobilizaram representações visuais e contextuais, como esquemas, listas e associações, confirmando a adequação da tarefa aos objetivos representacionais. Contudo, a fraca presença de representações simbólicas e verbais evidencia que, mesmo quando bem contextualizados, os alunos necessitam de mediação didática mais intencional para articular diferentes registos.

A tarefa "Gelataria Sabores", em especial no ponto 1.7., foi particularmente eficaz na mobilização simultânea de representações visuais, simbólicas, verbais e contextuais. Os alunos demonstraram autonomia na construção de listas, esquemas e representações organizadas das possibilidades, tendo sido esta a tarefa com maior diversidade e articulação de registos. Tal confirma que as tarefas combinatórias e exploratórias, inseridas em contextos significativos, são particularmente eficazes na promoção de representações múltiplas.

Globalmente, os resultados permitiram confirmar que as representações simbólica, verbal e contextual são as mais familiares e frequentes entre os alunos, ao passo que as representações visuais surgem de forma mais irregular e as físicas estão praticamente ausentes. Este desequilíbrio aponta para a necessidade de promover mais explicitamente, no contexto letivo, atividades que desafiem a transição entre registos, reforcem a diversidade representacional e incentivem a utilização de materiais concretos, desenhos e esquemas.

A experiência revelou, assim, que os alunos têm tendência para utilizar diferentes representações matemáticas, mas que a articulação entre registos necessita de ser promovida intencionalmente pelo professor. A diversidade de tarefas contribuiu para ampliar essas possibilidades, mas a sua apropriação foi desigual. Estas conclusões apontam para a importância de integrar na prática letiva uma abordagem didática que valorize sistematicamente o uso de representações múltiplas como instrumento de aprendizagem e compreensão em Matemática.

A análise global dos dados recolhidos ao longo da intervenção permitiu identificar padrões conscientes na mobilização das representações matemáticas pelos alunos, bem como algumas assimetrias que importa reconhecer. As tarefas implementadas, concebidas com base numa intencionalidade representacional clara, fomentaram sobretudo o uso das representações simbólicas, verbais e contextuais, que se revelaram como as mais frequentes e familiares para os alunos. A representação simbólica, em particular, foi dominante em quase todas as tarefas, sendo muitas vezes acompanhada de verbalizações e contextualização.

Apesar das expectativas de maior diversidade representacional, as representações visuais surgiram de forma irregular, ainda que com progressos ao longo de intervenção, especialmente em tarefas que envolviam organização combinatória ou leitura de dados. A representação física, por sua vez, esteve ausente em todas as tarefas, o que aponta para uma área de possível desenvolvimento em práticas futuras.

Verificou-se que as três tarefas implementadas e analisadas, As compras da Maria II, Um Problema de Fatos e Gelataria Sabores, embora distintas na sua estrutura e exigência cognitiva, revelaram coerência quanto às dimensões apresentadas por Berisha e BytYqi (2020) e quanto à diversidade de representações usadas. De acordo com estes autores, a análise das tarefas deve contemplar as características contextuais, a forma de apresentação, a atividade matemática envolvida e o nível de exigência cognitiva, dimensões que, quando articuladas, permitem compreender o potencial didático de cada tarefa proposta.

A tarefa *As compras da Maria II*, enquadrada num contexto real (ou próximo da realidade), evidenciou as representações contextuais, simbólicas e físicas, estabelecendo relação entre operações, situações do quotidiano e operações. Segundo Lesh et al. (2003). este tipo de contexto favorece a integração entre o pensamento matemático em situações do quotidiano, potenciando aprendizagens significativas e funcionais. Observou-se também articulação/transição entre diferentes tipos de representações:

textuais, visuais e simbólicas (T+V, S+T), que é, de acordo com Duval (1999, 2006), essencial para o desenvolvimento da conversão entre diferentes tipos de representações, fundamental na construção do conhecimento matemático.

As tarefas *Um problema de Fatos* e *Gelataria Sabores*, tal como a anterior, envolvem contextos reais (ou próximos da realidade), o foco deslocou-se para a exploração combinatória, tarefas classificadas nas dimensões de representação e modelação, interpretação, operação e cálculo (Berisha & Bytyqi, 2020). As representações visuais, textuais e contextuais promoveram o raciocínio simbólico e a representação visual, de acordo com Duval (1995, 2006) e Singer (2016), relativamente à flexibilidade na transição entre representações.

Na tarefa *Gelataria Sabores* existiu equilíbrio entre as questões de resposta aberta e fechada, favorecendo processos de raciocínio e argumentação (Gafanhoto & Canavarro, 2012). Enquanto, a tarefa *Um problema de Fatos* implicou uma maior coordenação entre diferentes registos de representação, concretizando o príncipio da conversão não congruente por Duval (1999).

Em síntese, as três tarefas complementaram-se: As Compras da Maria II, focou-se na fluência representacional entre as representações contextuais e simbólicas; Um Problema de Fatos, centrou-se na estruturação e na modelação combinatória e a Gelataria Sabores reforçou a integração de múltiplas formas de raciocínio. Este conjunto de tarefas evidenciam a relevância de criar propostas diversificadas quanto à sua natureza, reforçando que a compreensão matemática emerge da coordenação entre diferentes tipos de registos e da articulação entre procedimentos e significados (Duval, 2006; Lesh et al., 2003; Berisha & BYtyqi, 2020; Ponte, 2005).

Em termos gerais, a intervenção permitiu constatar que, embora os alunos tenham demonstrado competências para utilizar diferentes registos representacionais, estas competências necessitam de ser trabalhadas de forma intencional e sistemática, por forma a potenciar a compreensão e a flexibilidade do pensamento matemático. A articulação entre representações continua a construir um desafio didático relevante, mas também uma oportunidade formativa essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

CAPÍTULO V. CONCLUSÕES

O presente estudo teve como finalidade compreender de que forma as representações matemáticas contribuem para a promoção de aprendizagens significativas em Matemática, através da análise da resolução de tarefas no contexto de uma intervenção pedagógica. Sustentando teoricamente nos contributos de Duval (1995, 2006) e Lesh et al. (2003), o estudo centrou-se na mobilização de cinco tipos de representação (simbólica, visual, verbal, física e contextual) e na capacidade dos alunos para as articular no decurso da atividade matemática.

A análise das tarefas revelou que os alunos utilizam predominantemente representações simbólicas, físicas e contextuais, demonstrando uma certa estabilidade nestes registos. Contudo, a utilização das representações contextuais foi mais regular, e as representações verbais foram residuais. Estes dados evidenciam a necessidade de uma planificação intencional, por parte do professor, entre diferentes registos como condição para o desenvolvimento de uma compreensão matemática mais sólida e flexível.

A intervenção pedagógica e o trabalho investigativo que a sustentou permitiram consolidar uma postura profissional mais crítica, reflexiva e cientificamente fundada. Confirmou-se que ensinar Matemática com compreensão implica criar oportunidades para que os alunos explorem, traduzam, relacionem e comuniquem ideias matemática a partir de diferentes formas de representação.

Esta abordagem valoriza não apenas os produtos finais, mas os processos cognitivos que os alunos mobilizam na construção do seu raciocínio.

Do ponto de vista da prática profissional, este estudo reforça a ideia de que a fluência representacional é uma competência central no desenvolvimento do pensamento matemático, e que o seu cultivo exige práticas pedagógicas que incentivem a experimentação, a justificação e a articulação de ideias. A representação não deve ser encarada como um fim de si mesma, mas como um meio para promover compreensão, comunicação e autonomia na aprendizagem.

Em síntese, este trabalho vem reiterar que uma educação matemática significativa e inclusiva exige atenção à forma como os alunos representam, interpretam e constroem o conhecimento. Criar espaço para o uso consciente e diversificado de representações é, simultaneamente, um desafio didático e uma oportunidade para transformar a aprendizagem matemática num processo mais compreensivo, inclusivo e transformador.

PARTE II – COMPONENTE REFLEXIVA

CAPÍTULO VI. CONTEXTUALIZAÇÃO E PERCURSO DE ESTÁGIO

VI.1. Contextualização: do agrupamento à Sala de aula

O estágio decorreu num Agrupamento de Escolas do Ensino Público, situado na região Centro, em contexto urbano, caracterizado por uma marcada diversidade sociocultural, económica e linguística. O agrupamento é constituído por vários estabelecimentos de ensino, desde jardins de infância até ao 3.º Ciclo do Ensino Básico, e está orientado por um projeto educativo centrado na formação integral do aluno, na promoção da inclusão e na valorização de práticas pedagógicas inovadoras e colaborativas.

A escola onde foi realizada a prática pedagógica destaca-se por dispor de infraestruturas adequadas ao ensino-aprendizagem, com salas de aula equipadas com quadros interativos, computadores, projetores multimédia e materiais manipuláveis, permitindo uma abordagem didática diferenciada e centrada no aluno. Existem ainda bibliotecas escolares integradas na Rede de Bibliotecas Escolares (RBE), salas de estudo e laboratórios de ciências e matemática, que contribuem para uma experiência educativa rica e multifacetada.

A escola é frequentada por uma população escolar ampla e heterogénea, com mais de 1000 alunos distribuídos por três ciclos de ensino. Para além disso, integra um Centro de Apoio à Aprendizagem (CAA) e conta com equipas multidisciplinares (psicólogos, docentes de educação especial, técnicos especializados) que garantem apoio educativo e inclusão escolar dos alunos com necessidades educativas específicas.

O ambiente escolar pauta-se por uma cultura de profissionalismo e cooperação entre todos os membros da comunidade educativa. A articulação entre professores titulares de turma, diretores de turma, departamentos curriculares e estruturas intermédias de gestão pedagógica revela um compromisso com a qualidade do ensino e com o acompanhamento contínuo dos alunos. As relações interpessoais são marcadas pelo respeito, entreajuda e partilha de práticas, criando um clima organizacional favorável ao desenvolvimento pessoal e profissional dos docentes em formação.

No que respeita à prática pedagógica em Matemática, esta foi desenvolvida numa turma do 6.º ano de escolaridade, composta por 25 alunos com idades entre os 11 e os 13 anos. A turma apresentava uma grande heterogeneidade de níveis de desempenho, perfis de aprendizagem e atitudes face à Matemática, o que exigiu um planeamento cuidadoso, uma gestão flexível da aula e a implementação de estratégias diferenciadas. A diversidade de necessidades levou à valorização de práticas como a manipulação concreta, o uso de representações múltiplas e a exploração contextualizada dos conteúdos.

A colaboração com a professora cooperante foi decisiva no desenvolvimento da prática, dada a sua experiência e disponibilidade para o acompanhamento contínuo. A supervisão decorreu num clima de partilha, confiança e exigência profissional, favorecendo a construção de um olhar crítico e reflexivo sobre o ensino da Matemática.

VI.2. Percurso do Estágio

O estágio em contexto de 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, constitui uma etapa fundamental no meu percurso de desenvolvimento profissional, proporcionando uma experiência formativa intensa, sustentada na articulação entre teoria e prática, e promotora de uma postura reflexiva e crítica sobre o processo de ensinar e aprender. Este estágio decorreu ao longo de um ano letivo 2023/2024 e desenvolveu-se de forma integrada na dinâmica pedagógica da escola cooperante, durante 30 semanas.

O primeiro mês foi dedicado à observação de aulas lecionadas pela Professora Cooperante, o que permitiu conhecer de perto a gestão curricular, as estratégias de organização do tempo e dos recursos, as rotinas pedagógicas da turma e o estilo de interação professor-aluno. Esta fase inicial teve um papel essencial na construção de uma visão contextualizada sobre o quotidiano escolar, permitindo recolher informação relevante sobre o perfil dos alunos, os seus hábitos de trabalho, níveis de participação, bem como sobre o ambiente relacional e a cultura de sala de aula.

Nas semanas seguintes iniciou o período de intervenção (8 semanas), articulando com semanas de observação das aulas lecionadas pela professora cooperante e pela colega de estágio e respetiva reflexão. Cada semana de intervenção, iniciava com a fase de planificação, depois a lecionação e reflexão das aulas ministradas, em estreita colaboração com a Professora Cooperante, a Professora Supervisora e a colega de estágio. As planificações assentaram nos princípios de intencionalidade pedagógica, adequação ao nível de desenvolvimento dos alunos e valorização da comunicação matemática e da resolução de problemas. Após cada momento de lecionação, foi realizada uma reflexão crítica orientada para a análise do impacto das opções didáticas tomadas, das aprendizagens observadas e das dificuldades sentidas, promovendo uma progressiva autonomia na prática profissional e uma tomada de consciência fundamentada sobre os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática.

Durante este período, assumi responsabilidades progressivas na planificação, condução e avaliação de atividades letivas sob a orientação da Professora Cooperante e da Professora Supervisora da ESEC. Esta participação ativa permitiu-me vivenciar de forma autêntica as exigências da profissão docente, consolidar saberes didáticos e desenvolver competências pedagógicas ajustadas às especificidades dos alunos e aos desafios da prática educativa.

A planificação das aulas teve por base os documentos curriculares nacionais, nomeadamente as Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 2.º Ciclo do Ensino Básico e o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, bem como referenciais na área da Educação Matemática que valorizam a resolução de problemas, a comunicação matemática e o uso de representações múltiplas (Ponte et al., 2007; NTCM, 2000). As tarefas foram desenhadas com intencionalidade pedagógica, tendo em conta o grau de desafio cognitivo, a diversidade dos registos de representação e a promoção da autonomia dos alunos.

A minha intervenção, desenvolvida ao longo de oito semanas, centrou-se nos seguintes temas matemáticos:

- **Números Naturais:** operações fundamentais, múltiplos, divisores e critérios de divisibilidade;
- **Figuras no Plano:** propriedades e classificação de triângulos e quadriláteros, perímetro e área de figuras geométricas simples;
- **Frações:** representação de frações próprias, impróprias e equivalentes, e adição e subtração de frações com denominadores diferentes;
- **Sequências:** identificação de regularidades e generalização de padrões numéricos simples;
- **Proporcionalidade Direta:** resolução de situações envolvendo tabelas de proporcionalidade, escala e regras do três simples;
- **Figuras no Espaço:** identificação, representação e cálculo do volume de prismas e paralelepípedos.
- **Dados e Probabilidades:** leitura e interpretação de gráficos de barras e pictogramas, e experiências simples de probabilidade.

Cada um destes temas foi abordado através da proposta de tarefas que procuraram fomentar a mobilização de diferentes representações matemáticas e potenciar a compreensão conceptual dos conteúdos em articulação com o desenvolvimento de competências transversais.

A implementação das atividades implicou a gestão de diferentes dimensões da sala de aula: a organização do espaço, a gestão do tempo, a condução da comunicação matemática, o apoio individualizado aos alunos e a valorização do erro como oportunidade de aprendizagem. A diversidade da turma obrigou-me a adaptar estratégias em tempo real, a promover a cooperação entre pares e a recorrer a metodologias diferenciadas que respondessem às necessidades específicas de cada aluno. A observação da resposta dos alunos às tarefas propostas, bem como as suas produções escritas e intervenções orais, constituíram indicadores essenciais para o acompanhamento do processo de ensino e de aprendizagem e para a tomada de decisões pedagógicas fundamentadas.

A avaliação das aprendizagens foi concebida numa perspetiva formativa e contínua, com recurso a grelhas de registo, instrumentos de observação, tarefas e momentos de autoavaliação. Esta abordagem visou não apenas aferir os conhecimentos adquiridos, mas também promover a autorregulação e o envolvimento dos alunos no processo avaliativo. Segundo Black e Wiliam (1998), a avaliação formativa tem um papel fundamental na melhoria das aprendizagens, ao proporcionar informação útil que orienta tanto o aluno como o professor, promovendo o ajustamento das estratégias pedagógicas. De acordo com Fernandes (2007), valoriza o feedback como sendo uma ferramenta essencial para a construção de aprendizagens significativas.

Em síntese, o estágio foi um processo exigente, transformador e profundamente enriquecedor, que me permitiu integrar conhecimentos teóricos, competências práticas e uma postura reflexiva e investigativa. Na fase inicial, a observação das aulas lecionadas pela Professora Cooperante foi uma oportunidade muito importante para compreender práticas pedagógicas consolidadas, estratégias para gerir o tempo e a aula, forma de acompanhar o pensamento dos alunos, de questionar, a escuta ativa e a flexibilidade.

Capítulo VII. Componente Reflexiva da Contextualização e do Percurso do Estágio no 2.º Ciclo do Ensino Básico

O estágio pedagógico constitui uma experiência profundamente formativa e transformadora, na qual foi possível integrar os conhecimentos adquiridos ao longo da formação inicial com as exigências concretas da docência em contexto real. Este percurso revelou-se exigente e enriquecedor, pois permitiu desenvolver um olhar cada vez mais atento, crítico e fundamentado sobre os diferentes domínios da prática profissional.

A realidade da escola e da turma onde decorreu o estágio exigiu uma postura profissional marcada pela escuta ativa, pela capacidade de adaptação e pela atenção às necessidades específicas dos alunos. Uma das dificuldades mais marcantes sentidas neste contexto foi a gestão da heterogeneidade, não apenas ao nível do desempenho matemático, mas também nas atitudes perante a disciplina. Recordo, por exemplo, que nas primeiras semanas da intervenção, alguns alunos manifestaram resistência em participar nas tarefas mais abertas, que implicavam justificar estratégias ou explorar diferentes representações. Essa resistência exigiu de mim um esforço redobrado de mediação e incentivo, bem como a introdução de momentos de discussão coletiva, onde os alunos pudessem escutar e valorizar os raciocínios de colegas, o que gradualmente contribuiu para uma maior abertura à comunicação matemática.

A componente reflexiva foi sendo construída ao longo de todo o estágio, sustentada em momentos de autoanálise, nas observações da Professora Cooperante e nos encontros com a Professora Supervisora da ESEC. Lembro-me particularmente de uma aula sobre frações em que, após a realização da tarefa, percebi – através das minhas notas e da observação da cooperante – que não tinha dado tempo suficiente para que os alunos explorassem materialmente a representação do problema. Essa constatação levou-me a repensar a gestão do tempo e a planificar, nas aulas seguintes, momentos mais claros de exploração, troca de ideias e validação de representações. Esses episódios tornaram-se oportunidades para reconstruir a prática com maior clareza sobre os meus princípios pedagógicos.

Confirmei, através da prática, que ensinar Matemática vai muito além da transmissão de procedimentos: implica criar condições para que os alunos atribuam sentido às ideias matemáticas, estabeleçam conexões entre representações e desenvolvam confiança nas suas capacidades. A título de exemplo, a introdução de uma tarefa envolvendo a representação de uma situação de proporcionalidade direta através de um gráfico de pontos permitiu a vários alunos compreender, pela primeira vez, a ideia de regularidade e correspondência constante, algo que não fora tão evidente apenas através da tabela numérica.

O contacto direto com os alunos, a responsabilidade de liderar o processo de ensino-aprendizagem e o envolvimento na planificação de tarefas com intencionalidade didática permitiram-me desenvolver competências profissionais em múltiplas dimensões: desde a conceção de sequências de ensino até à condução de discussões matemáticas, passando pela diferenciação pedagógica, nomeadamente na elaboração de tarefas com diferentes níveis de apoio e pela avaliação formativa, com base na análise das produções dos alunos.

O estágio revelou, ainda, a importância da colaboração profissional. O trabalho conjunto com a Professora Cooperante foi determinante para o meu crescimento, não só pelo *feedback* detalhado e exigente, mas também pela abertura ao diálogo e à partilha de experiências. Houve momentos particularmente significativos em que discutimos, em conjunto, como reformular uma tarefa para melhor apoiar os alunos com maiores dificuldades, o que me deu confiança para tomar decisões pedagógicas sustentadas. A supervisão académica foi igualmente essencial, permitindo-me aceder a outras perspetivas, aprofundar a reflexão e consolidar hábitos de investigação sobre a prática.

Ao olhar para este percurso, reconheço que o estágio não foi apenas uma experiência prática, mas um processo de formação identitária enquanto professora. Desenvolvi uma maior consciência pedagógica, uma capacidade de análise fundamentada e uma atitude de abertura à mudança e à investigação. Aprendi a valorizar os pequenos progressos – como a evolução de uma aluna que inicialmente recusava verbalizar estratégias e, no final da intervenção, explicava com clareza os passos dados –, a dar voz aos alunos e a promover um ensino centrado na compreensão, na participação ativa e na construção de ensino.

Em suma, a experiência de estágio consolidou em mim a convicção de que ser professora é um compromisso contínuo com a aprendizagem dos alunos e com o meu próprio crescimento profissional. É um caminho que exige conhecimento, intencionalidade, escuta, rigor, humanidade e reflexão permanente, e é precisamente esse caminho que, com confiança, exigência e responsabilidade, me proponho continuar a trilhar.

PARTE III – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerações Finais

A realização deste trabalho e do estágio pedagógico que lhe deu origem constituíram um percurso profundamente formativo, exigente e enriquecedor, que contribuiu de forma determinante para o meu crescimento pessoal, académico e profissional. Este caminho, trilhado ao longo de um ano letivo, foi marcado por momentos de observação, intervenção, reflexão e investigação, os quais se entrelaçaram numa experiência autêntica de construção do saber-fazer docente.

O estágio pedagógico permitiu-me conhecer o quotidiano real de uma escola pública, compreender as dinâmicas do ensino-aprendizagem, identificar os desafios do exercício docente e reconhecer a singularidade de cada grupo de alunos. A observação inicial das aulas da Professora Cooperante foi essencial para compreender a organização do trabalho em sala de aula, os estilos de interação e as estratégias de gestão da aprendizagem, servindo-me de base para as opções pedagógicas que fui tomando ao longo da minha intervenção.

A experiência de planear, lecionar e avaliar aulas proporcionou-me um contacto direto com os conteúdos e as práticas do ensino da Matemática no 2.º Ciclo, dando lugar a momentos de experimentação, ajustamento e tomada de decisão fundamentada. Esta dimensão de ação refletida foi potenciada pelas reuniões de supervisão, pelos registos escritos e pelo acompanhamento próximo da Professora Cooperante e da Professora Supervisora. A escuta ativa, o *feedback* construtivo e o incentivo constante foram elementos-chave para o meu desenvolvimento.

A par da componente letiva, a elaboração deste relatório permitiu-me sistematizar a experiência vivida, interpretar os dados recolhidos e aprofundar a dimensão investigativa da prática pedagógica. Esta vertente revelou-se particularmente exigente, pois implicou a articulação entre teoria e prática, a seleção criteriosa de referenciais teóricos, a análise rigorosa dos resultados e a capacidade de comunicar por escrito com clareza, coerência e fundamentação. Ao longo deste processo, desenvolvi competências de investigação, pensamento crítico, autonomia e autorregulação, consolidando a minha identidade enquanto futura profissional da educação.

Este percurso permitiu-me, acima de tudo, confirmar o meu compromisso com uma docência humanista, intencional e transformadora, que valoriza o conhecimento, mas também a escuta, a empatia e a relação pedagógica. A investigação sobre o papel das representações matemáticas reforçou a minha convicção de que ensinar Matemática é muito mais do que transmitir técnicas e procedimentos: é criar condições para que o aluno construa significado, compreenda ideias e desenvolva uma relação positiva e confiante com a disciplina.

No plano da formação docente, a experiência proporcionada pelo estágio e pela investigação contribui para reforçar a importância da investigação na prática letiva, permitindo desenvolver uma atitude de constante questionamento, melhoria e fundamentação pedagógica. A docência releva-se, assim, como um espaço de interseção entre a ação e a reflexão, onde o professor assume o duplo papel de mediador e investigador do processo de aprendizagem.

Para investigações futuras, considera-se pertinente aprofundar o papel das representações na resolução de problemas mais complexos e explorar as condições didáticas que favorecem a conversão e articulação entre registos. Adicionalmente, seria relevante integrar outros instrumentos de recolha, como entrevistas e/ou questionários, que permitam aceder à perceção dos próprios alunos sobre as representações utilizadas. Também o papel do professor, enquanto promotor e mediador de processos representacionais, merece atenção particular em estudos subsequentes.

Concluo assim este ciclo com gratidão, consciência crítica e um forte sentido de responsabilidade profissional. Levo comigo não apenas o saber construído, mas também o desejo de continuar a aprender, investigar e ensinar com paixão, compromisso e intencionalidade educativa.

Referências Bibliográficas

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & Education*, *33*(2–3), 131–152.

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction, 16*(3), 183–198. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001

Alarcão, I. (2010). *Escola reflexiva e desenvolvimento profissional.* Porto Editora.

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo* (Edição revista e atualizada). Edições 70.

Berisha, K., & Bytyqi, N. (2020). Analyzing the complexity of mathematical tasks through multiple dimensions. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 19*(3), 70–88. https://doi.org/10.26803/ijlter.19.3.5

Berisha, K., & Bytyqi, N. (2020). Teachers' perceptions on using mathematical tasks in lower secondary schools. *European Journal of Education Studies, 7*(6), 145–157. https://doi.org/10.46827/ejes.v7i6.3117

Berisha, N., & Bytyqi, B. (2020). Types of mathematical tasks used in secondary classroom instruction. *European Journal of Educational Research, 9*(4), 1777–1788.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction.* Harvard University Press.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.

Direção-Geral da Educação. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória.* Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/perfil-dos-alunos

Direção-Geral da Educação. (2018). *Aprendizagens essenciais: Matemática – 2.º ciclo do ensino básico.* Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt

Direção-Geral da Educação. (2018, julho). *Aprendizagens essenciais: Articulação com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória – Matemática, 6.º ano, 2.º ciclo do ensino básico.* Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5*, 37–65.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Peter Lang.

Duval, R. (1998). Graphical reasoning in mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 295–313). Lawrence Erlbaum.

Duval, R. (1998). Visualisation et compréhension en mathématiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5*, 85–107.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics.* In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, presente and future (pp. 115-130). Sense Publishers*

Flick, U. (2004). *Introdução à pesquisa qualitativa.* Artmed.

Gafanhoto, A. P., & Canavarro, A. P. (2012). *A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações*. In Sociedade Portuguesa de investigação em Educação Matemática (Ed.), *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM 2012).*

Gafanhoto, I., & Canavarro, A. P. (2012). Tarefas matemáticas de resposta fechada: Limitações e potencialidades. In J. P. Ponte et al. (Eds.), *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM 2012)* (pp. 273–282). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM). https://www.spciem.org/wp-content/uploads/2016/02/EIEM2012_Atas.pdf

Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning, 2*(3), 209–219.

Goldin, G. A. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education (pp. 176–201).* Routledge.

Goldin, G. A., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1–23). National Council of Teachers of Mathematics.

Helingo, D. D. Z., Amin, S. M., & Masriyah, M. (2019). Translation process of mathematics representation: From graphics to symbols and vice-versa. *Journal of Physics: Conference Series, 1188*(1), 012055. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012055

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* National Research Council.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (2003). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 33–41). National Council of Teachers of Mathematics.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255–276. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012055

Martins, G. O. (2017). *Perfil dos alunos à saída.* Editorial do Ministério da Educação e Ciência.

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). SAGE.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics.* NCTM.

NPMATEB. (2010). *Reflexão, rotação e translação: Proposta de conjunto de tarefas para o 2.º ciclo.* Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação. Documento original disponível https://www.dge.mec.pt (atualmente indisponível)

Palhares, P., Gomes, A., & Amaral, E. (2004). *Elementos de matemática para professores do ensino básico.* Lidel – Edições Técnicas.

Palhares, P., Gomes, A., & Amaral, E. (2011). *Complementos de matemática para professores do ensino básico.* Lidel – Edições Técnicas.

Palhares, P., Gomes, A., & Amaral, C. (2020). Explorações em geometria e medida no 2.º ciclo do ensino básico: Um estudo com futuros professores. *Revista Quadrante, 29(*1), 197–220.

Palhares, P., Vieira, C., & Ribeiro, M. (2020). Explorações com materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem da matemática. *Quadrante, 29*(1), 112–134. https://doi.org/10.48489/quadrante.27652

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos.* Texto.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática: Tarefas e momentos de exploração. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2005). Tarefas de investigação na aula de matemática. In J. P. Ponte, C. Branco, & D. Matos (Eds.), *Investigações matemáticas na sala de aula* (pp. 11–28). Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2005). Tarefas e experiências de aprendizagem na formação inicial de professores. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, 86*(213), 279–293.

Ponte, J. P. (2007). Investigação na sala de aula como estratégia de desenvolvimento profissional. In J. P. Ponte, C. Brocardo, & H. Oliveira (Eds.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 11–34). Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., Branco, C., & Matos, D. (2007). *Investigações matemáticas na sala de aula.* Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2007). *Investigar para ensinar matemática.* Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2009). *A construção do conhecimento matemático na sala de aula* (2.ª ed.). Escolar Editora.

Ponte, J. P., Matos, A., Guimarães, H., Leal, L., & Branco, N. (2007). *Tarefas na aula de matemática.* Associação de Professores de Matemática.

Singer, F. M. (2016). Mathematical problem-solving heuristics and models: An integrated approach. In F. M. Singer (Ed.), *Mathematical problem solving: Current themes, trends, and research* (pp. 21–47 https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-40730-2

Singer, F. M. (2016). *Representational change as a way to enhance mathematics learning with understanding* (Habilitation thesis). University of Hamburg.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268–275.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development.* Teachers College Press.

Suh, J. M., Johnston, C., Jamieson, S., & Mills, M. (2008). Promoting decimal number sense and representational fluency. *Mathematics Teaching in the Middle School, 14*(1), 44–50.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Harvard University Press.

Watson, A., & Mason, J. (2007*). Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples.* Routledge.

Yin, R. K. (2005). *Estudo de caso: Planejamento e métodos* (3.ª ed.). Bookman.

Zabalza, M. A. (2004). *Diários de aula: Um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional.* Artmed.

APÊNDICES

Apêndice 1 – 1.ª Tarefa – As compras da Maria II

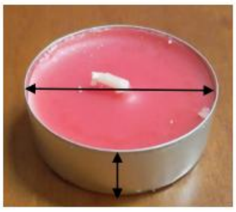
Enunciado da 1.ª Tarefa

Figura 51 – Enunciado da 1.º tarefa

Tarefa – As compras da Maria II

1- A Maria comprou velas, como as da figura seguinte.

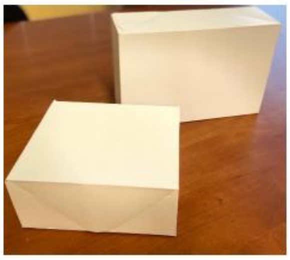
1.1 – Cada vela tem a forma cilíndrica. Com a ajuda da régua, regista as medidas na figura seguinte.



1.2. Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

____

1.3 – A Maria pretende arrumar as velas numa determina embalagem, como as da figura seguinte.
Faz um esquema ou desenho que exemplifique a forma como a pode arrumar.



1

1.4 – Calcula o volume da caixa do teu grupo.

____

1.5 - Determina, em cm^3, o volume aproximado das velas que arrumaste em cada caixa.

____

____

1.6 – Calcula o volume total não ocupado pelas velas.

____

____

2

Planificação da 1.ª tarefa

Quadro 10 - Planificação da 1.ª tarefa

Tema	Geometria e Medida

Tópicos e Subtópicos	• Figuras no plano
	    o Significado do volume
	    o Unidades de medida
	    o Volume do paralelepípedo
	    o Volume do cubo
	    o Volume do cilindro
	• Figuras planas
	    o Perímetro e área do círculo

Objetivos de aprendizagem	• Compreender o que é o volume de um objeto e explicar por palavras suas. • Medir o volume de um objeto, usando unidades de medida não convencionais e unidades convencionais (metro cúbico e o centímetro cúbico) adequadas. • Reconhecer à correspondência entre o decímetro cúbico e o litro. • Generalizar à expressão da medida do volume do paralelepípedo relacionando-a com a contagem estruturada do número de cubos unitários existentes num paralelepípedo. • Generalizar a expressão da medida do volume do cubo relacionando-a com a expressão da medida do volume do paralelepípedo. • Conhecer a expressão da medida do volume para o cilindro • Interpretar e modelar situações que envolvam volumes de cilindros e resolver problemas associados

	• Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por π a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra. • Conhecer a expressão para a medida da área do círculo. • Resolver problemas que envolvam a determinação das medidas do perímetro e da área do círculo, em diversos contextos.
Áreas de competências do Perfil dos/as alunos/as	C, D, E, H e I
Recursos	• Quadro e canetas • Projetor • Computador • Calculadora • Canetas • Tarefa – As compras da Maria II • Velas • Caixas
Estratégias	Questões norteadoras. Manipulação das caixas. Manipulação das velas.
Avaliação	Observação direta – Assiduidade, empenho e participação; autonomia; cumprimento de regras; trabalho em grupo.

Sumário Tarefa – As compras da Maria II

Descrição do ambiente de ensino e de aprendizagem:

- Registo do sumário;
- Formação de grupos (3 ou 4 elementos);
- Distribuição da tarefa "As compras da Maria II";
- Distribuição das caixas pequenas e grandes, alternadamente, pelos grupos e questionarei que sólido geométrico lembra a caixa;
- De seguida, distribuirei 5 velas pelos grupos que tiverem a caixa pequena e 6 velas aos grupos que tiverem a caixa grande;
- Solicitarei a um aluno para ler a questão 1 e 1.1;
- Darei 4 minutos para realizarem o que é solicitado e questionarei a cada grupo;
- O resultado esperado é o mesmo, no entanto poderá existir um pequeno desvio e por isso farei a correção no quadro;
- A questão 1.2 será lida por outro aluno e aproveitarei para relembrar as fórmulas de cálculo do volume do cilindro e a área do círculo, tal como a relação entre o diâmetro e o raio. Farei a correção no quadro em grande grupo;
- Relativamente à questão 1.3 darei 5/7 minutos para explorarem as diversas formas que poderão existir de colocar velas dentro da caixa de cada grupo;
- Darei 5 minutos para resolverem a questão 1.5, relembrando a fórmula do volume do paralelepípedo;
- Compararemos os resultados entre grupos com caixas semelhantes;
- A questão 1.5 pedirei para ler o enunciado e questionarei se algum aluno sabe qual o raciocínio para conseguirmos obter a resposta;
- Caso não haja resposta correta, questionarei "quantas velas conseguimos arrumar na caixa? E como obtemos o volume correspondente?";
- Pedirei a um aluno para resolver no quadro, caso seja possível de acordo com a gestão de tempo;
- Por fim, lerei a questão 1.6 e perguntarei que operação devo fazer para obter o resultado;
- A correção será feita no quadro em grupo;

- Ao longo da resolução da tarefa, aproveitarei para relembrar as unidades de comprimento, área, volume e capacidade, tal como as suas conversões.

Quadro 11 – Dimensão Analítica da tarefa – "As compras da Maria II"

Categorias	Descrição					
Dimensão analítica: Características contextuais						
	1.1.	**1.2.**	**1.3.**	**1.4.**	**1.5.**	**1.6.**
Tarefas de não-aplicação						
Tarefas de aplicação fictícia	X					
Tarefas de aplicações autênticas		X	X	X	X	X
Dimensão analítica: Formas de apresentação						
	1.1.	**1.2.**	**1.3.**	**1.4.**	**1.5.**	**1.6**
Simbólica						
Textual						
Visual						
Combinada	T + V	S + T	T + V	S + T	S + T	S + T
Dimensão analítica: Formas de resposta exigidas						
	1.1.	**1.2.**	**1.3.**	**1.4.**	**1.5.**	**1.6.**
Tarefas de resposta fechada	X	X		X	X	X
Tarefas de resposta aberta			X			
Tarefas de escolha múltipla						
Dimensão analítica: Atividade matemática envolvida						
	1.1.	**1.2.**	**1.3.**	**1.4.**	**1.5.**	**1.6.**
Tarefas de representação e modelação	X		X			
Tarefas de cálculo e operação		X	X	X	X	X
Tarefas de interpretação		X	X	X		X

Dimensão analítica: Nível de exigência cognitiva

	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.	1.6.
Tarefas de argumentação e raciocínio	X		X			X
Tarefas de memorização		X		X	X	
Procedimentos sem conexão conceptual						
Procedimentos com conexão conceptual			X	X	X	X
Realização de tarefas matemáticas			X			X

Resolução dos alunos da 1.ª tarefa

RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DA TAREFA 1.1 – AS COMPRAS DA MARIA II

Figura 52 – Resolução do Aluno A

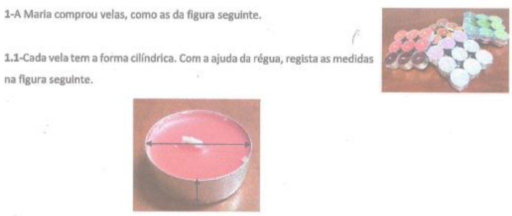


Figura 53 – Resolução do Aluno B

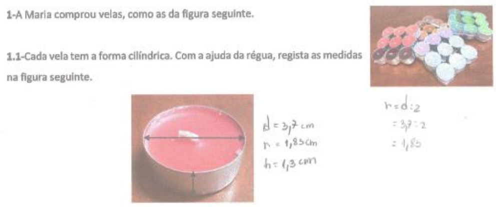


Figura 54 - Resolução do Aluno C

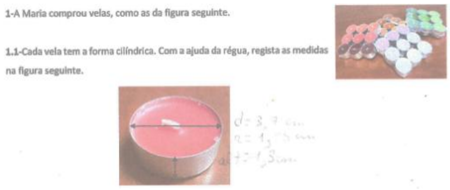


Figura 55 – Resolução do Aluno D

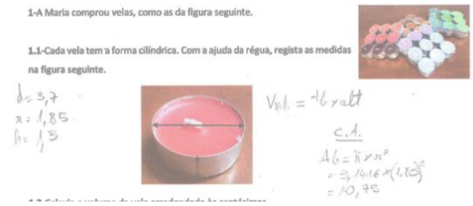


Figura 56 – Resolução do Aluno E

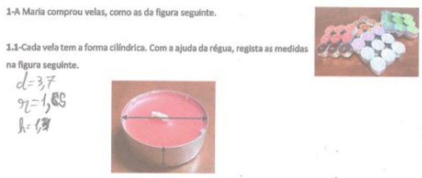


Figura 57 – Resolução do Aluno F

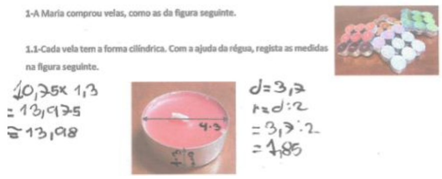


Figura 58 – Resolução do Aluno G

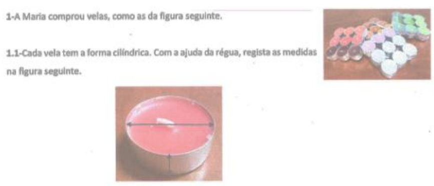


Figura 59 – Resolução do Aluno H

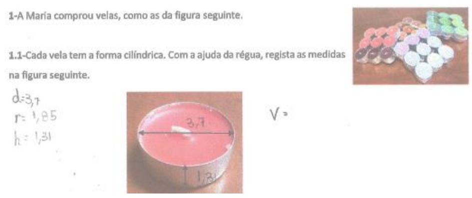


Figura 60 – Resolução do Aluno I

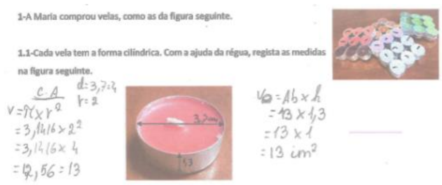


Figura 61 – Resolução do Aluno J

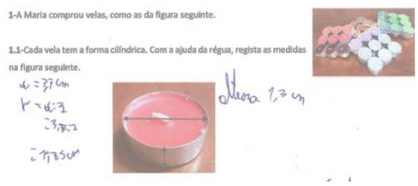


Figura 62 – Resolução do Aluno L

Figura 63 – Resolução do Aluno M

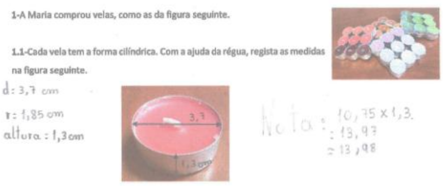


Figura 64 – Resolução do Aluno N

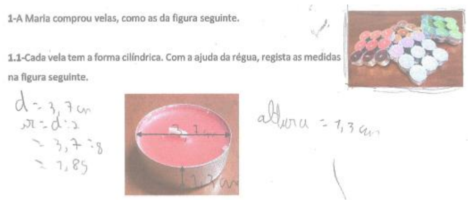


Figura 65 – Resolução do Aluno O

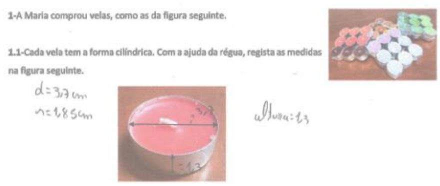


Figura 66 – Resolução do Aluno P

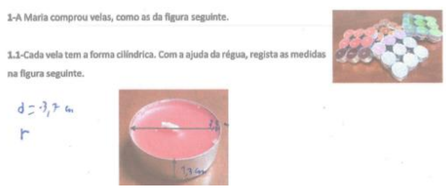


Figura 67 – Resolução do Aluno Q

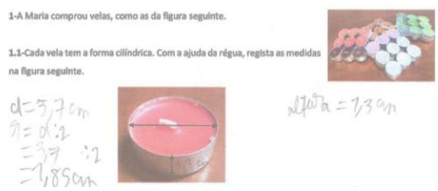


Figura 68 – Resolução do Aluno R

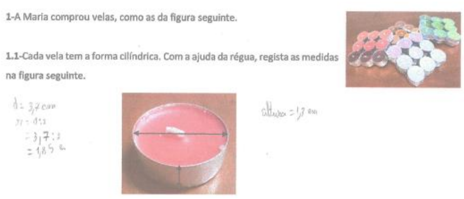


Figura 69 – Resolução do Aluno S

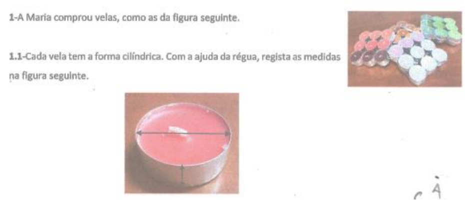


Figura 70 – Resolução do Aluno T

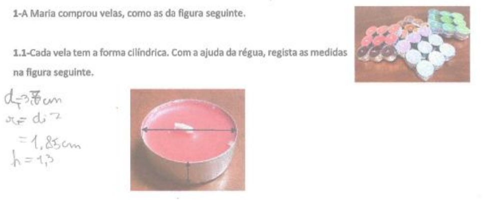
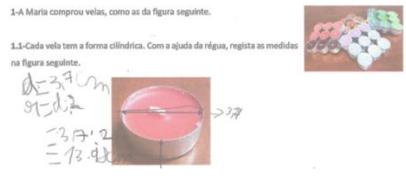


Figura 71 – Resolução do Aluno U



Quadro de Análise da tarefa 1.1.

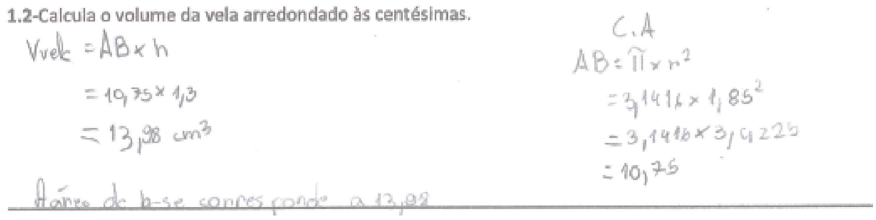
Quadro 12 – Quadro de Análise da tarefa 1.1.

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A					
B	X		X		X
C	X		X		X
D	X		X		X
E	X		X		X
F	X		X		X
G					
H	X		X		X
I	X		X		X
J	X		X		X
L	X		X		X
M	X		X		X
N	X		X		X
O	X		X		X
P	X		X		X

Q	X		X		X
R	X		X		X
S					
T	X		X		X
U	X		X		X

RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DA TAREFA 1.2 – AS COMPRAS DA MARIA II

Figura 72 – Resolução do Aluno A

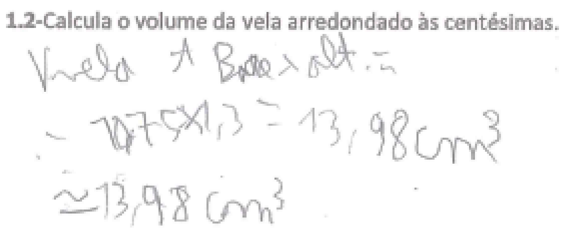


1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

Vvela = AB × h
= 10,75 × 1,3
= 13,98 cm³

C.A
AB = π × r²
= 3,1416 × 1,85²
= 3,1416 × 3,4225
= 10,75

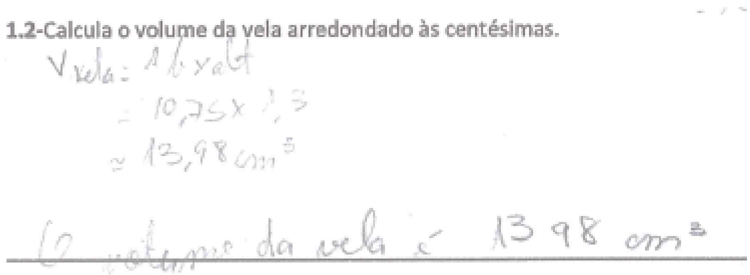
Figura 73 – Resolução do Aluno B



1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

Vvela = A Base × alt. =
= 10,75 × 1,3 = 13,98 cm³
≃ 13,98 cm³

Figura 74 – Resolução do Aluno C



1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

Vvela = Ab × alt
= 10,75 × 1,3
≃ 13,98 cm³

O volume da vela é 13,98 cm³

Figura 75 – Resolução do Aluno D

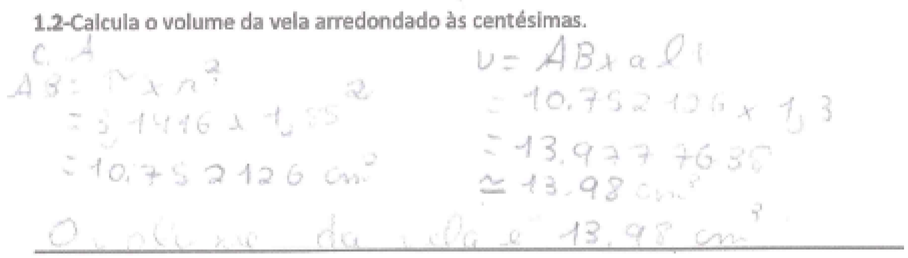


Figura 76 – Resolução do Aluno E

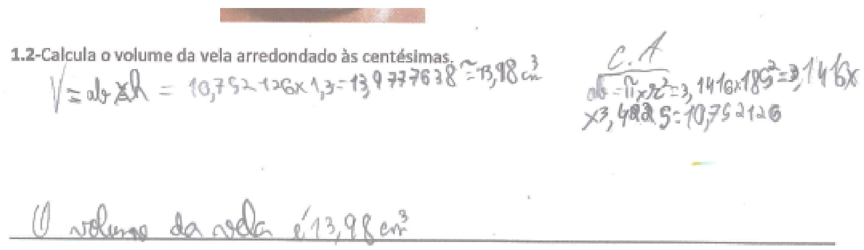


Figura 77 – Resolução do Aluno F

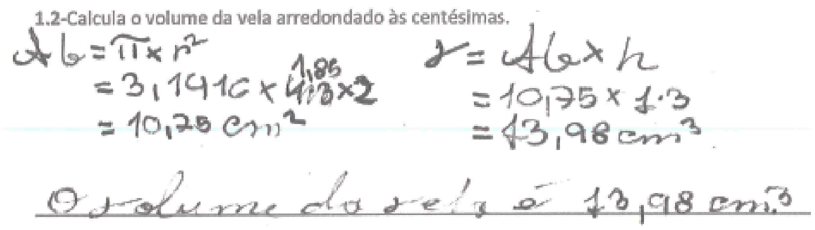


Figura 78 - Resolução do Aluno G

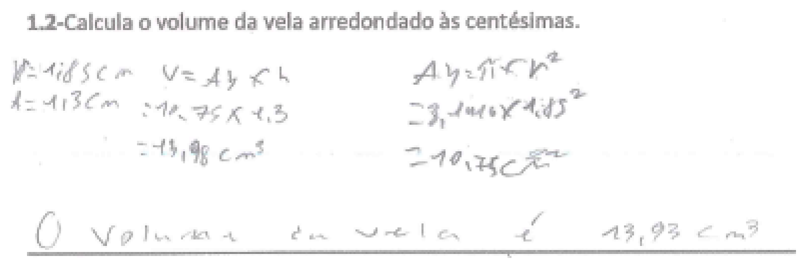


Figura 79 – Resolução do Aluno H

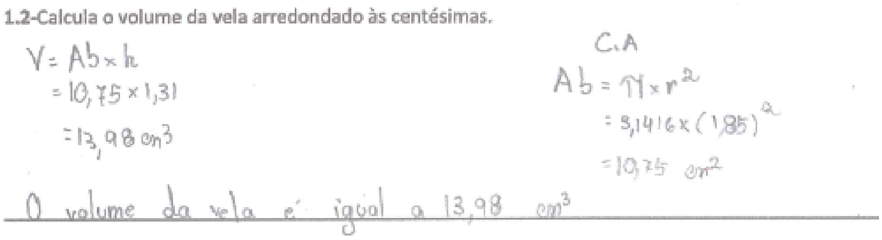


Figura 80 – Resolução do Aluno I

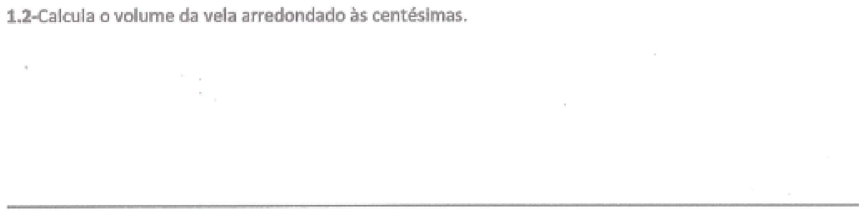


Figura 81 – Resolução do Aluno J

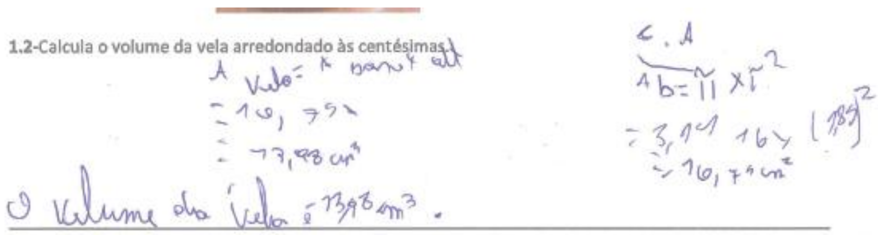


Figura 82 – Resolução do Aluno L

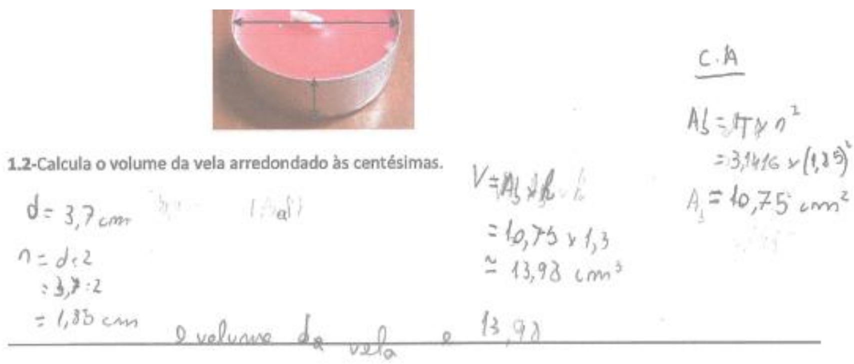


Figura 83 – Resolução do Aluno M

1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

$V_{vela} = A_{base} \times alt$
$= 10,75 \times 1,3$
$\simeq 13,98\ cm^3$

C.A
$A_{base} = \pi \times r^2$
$= 3,1416 \times (1,85)^2$
$= 10,75\ cm^2$

O volume da vela é $13,98\ cm^3$.

Figura 84 – Resolução do Aluno N

1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

$Vela = A_{Base} \times alt.$

C.A
$A_{Base} = \pi \times r^2$
$= 3,1416 \times (1,85)^2$
$= 10,75133 = 10,75\ cm^2$
$= 13,98\ cm^3$

O volume da vela é $13,98\ cm^3$.

Figura 85 – Resolução do Aluno O

1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

$V_{vela} = A_{base} \times alt$
$= 10,74 \times 1,3$
$= 13,97\ cm^3$

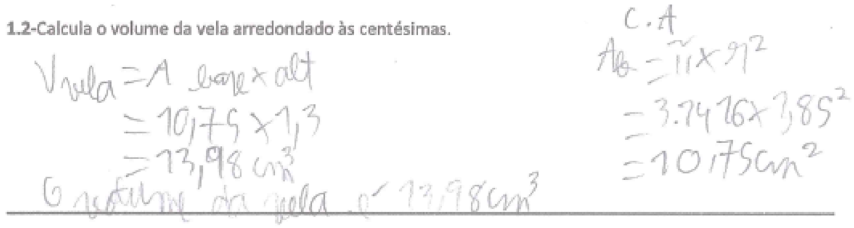
C.A.
$AB = \pi \times r^2$
$= 3,1416 \times (1,85^2)$
$= 10,74\ cm^2$

O volume da vela é $13,97\ cm^3$.

Figura 86 – Resolução do Aluno P

1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

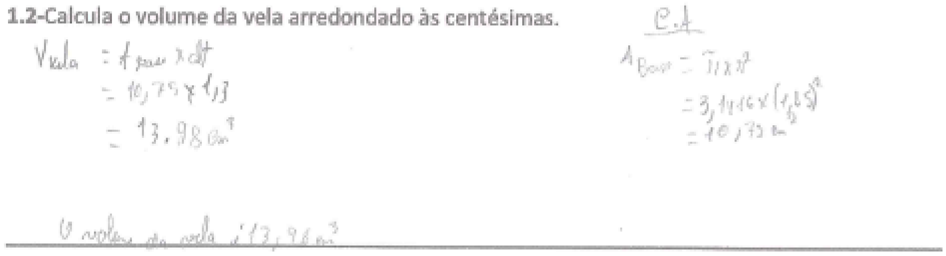
Figura 87 – Resolução do Aluno Q


1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

Vvela = A base × alt
= 10,75 × 1,3
= 13,98 cm³
O volume da vela é 13,98 cm³

C.A
Ab = π × r²
= 3,1416 × 1,85²
= 10,75 cm²

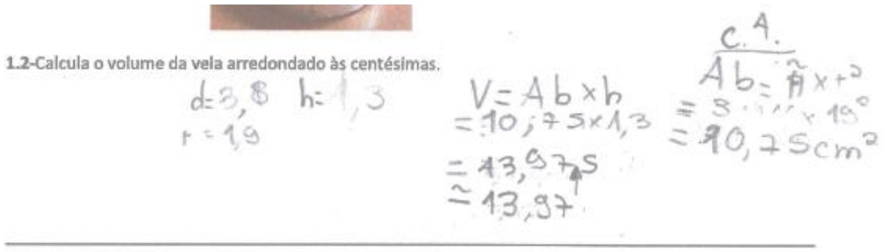
Figura 88 – Resolução do Aluno R


1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

Vvela = A base × alt
= 10,75 × 1,3
= 13,98 cm³
O volume da vela é 13,98 cm³

C.A
A Base = π × r²
= 3,1416 × (1,85)²
= 10,75 cm²

Figura 89 – Resolução do Aluno S

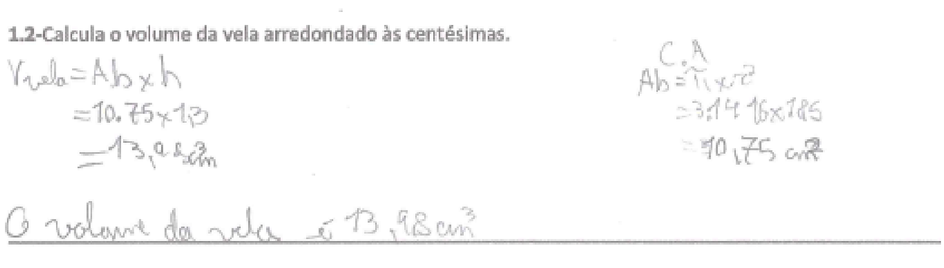

1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

d = 3,8   h: 1,3
r = 1,9

V = Ab × h
= 10,75 × 1,3
= 13,975
≃ 13,97

C.A.
Ab = π × r²
= 3,1416 × 1,9²
= 10,75 cm²

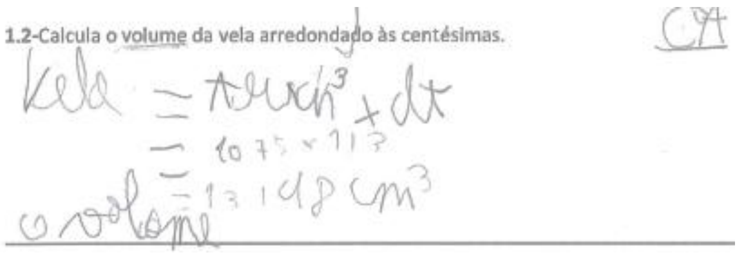
Figura 90 – Resolução do Aluno T


1.2-Calcula o volume da vela arredondado às centésimas.

Vvela = Ab × h
= 10,75 × 1,3
= 13,98 cm³
O volume da vela é 13,98 cm³

C.A
Ab = π × r²
= 3,1416 × 1,85
= 10,75 cm²

Figura 91 – Resolução do Aluno U



Quadro de Análise da tarefa 1.2.

Quadro 13 - Quadro de Análise da tarefa 1.2.

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A			X		X
B			X		X
C			X		X
D			X		X
E			X		X
F			X		X
G			X		X
H			X		X
I					
J			X		X
L			X		X
M			X		X
N			X		X
O			X		X
P					

Q			**X**		**X**
R			**X**		**X**
S			**X**		**X**
T			**X**		**X**
U			**X**		**X**

RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DA TAREFA 1.3 – AS COMPRAS DA MARIA II

Figura 92 – Resolução do Aluno A

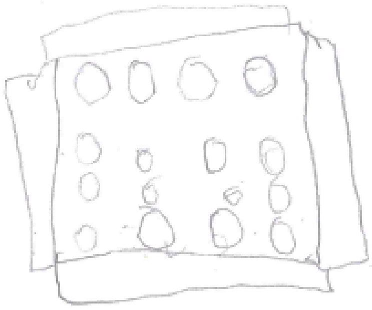


Figura 93 – Resolução do Aluno B

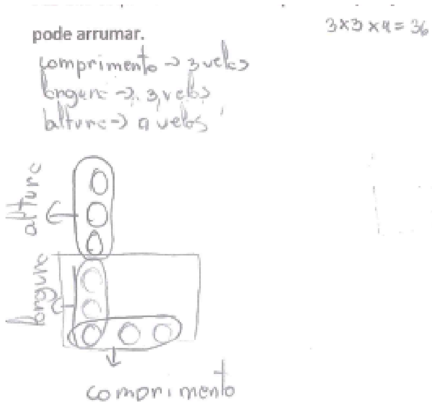


Figura 94 – Resolução do Aluno C

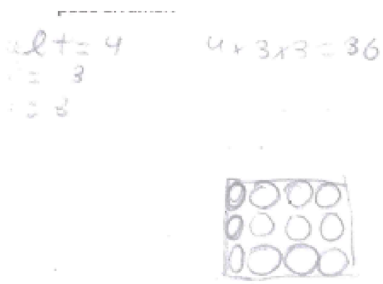


Figura 95 – Resolução do Aluno D

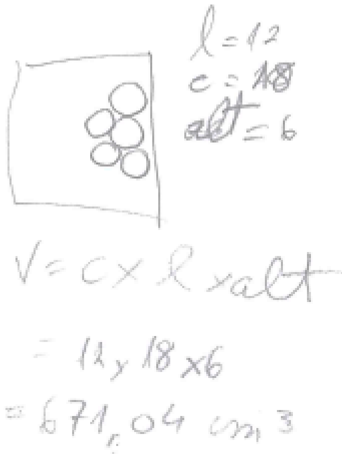


Figura 96 – Resolução do Aluno E

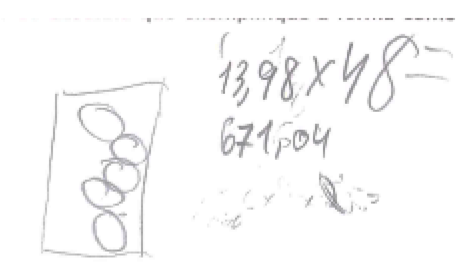


Figura 97 – Resolução do Aluno F

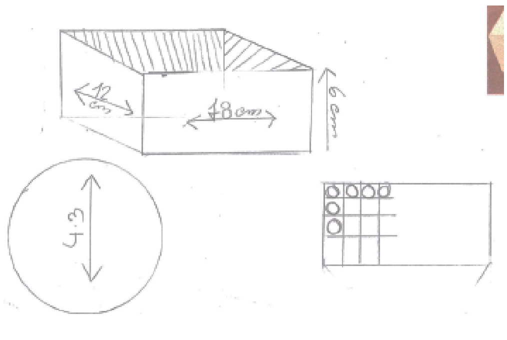


Figura 98 – Resolução do Aluno G

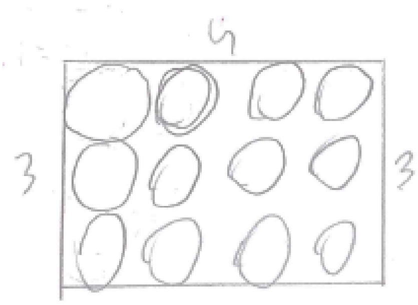


Figura 99 – Resolução do Aluno H

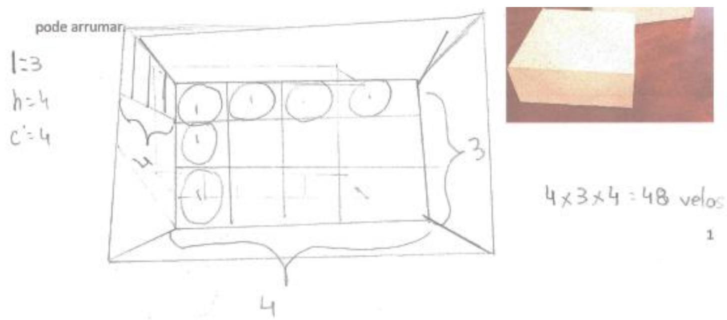


Figura 100 – Resolução do Aluno I

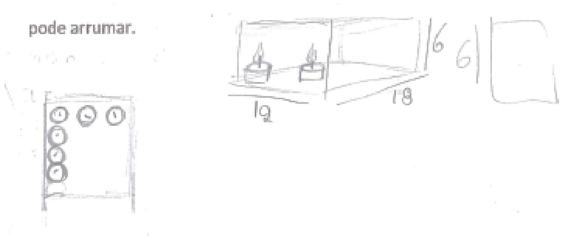


Figura 101 – Resolução do Aluno J

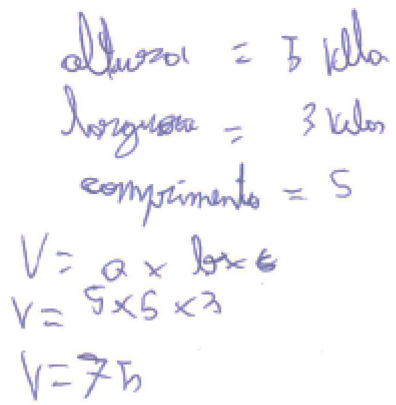


Figura 102 – Resolução do Aluno L

Figura 103 – Resolução do Aluno M

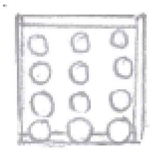


Figura 104 – Resolução do Aluno N

Figura 105 – Resolução do Aluno O

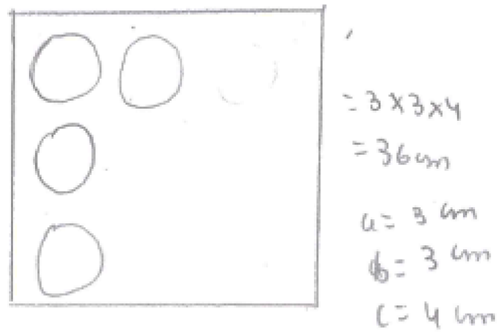


Figura 106 – Resolução do Aluno P

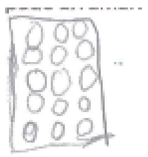


Figura 107 – Resolução do Aluno Q

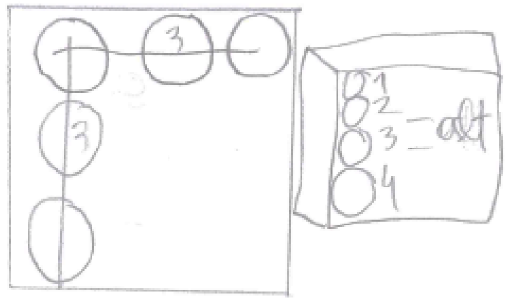


Figura 108 – Resolução do Aluno R

1.3-A Maria pretende arrumar as velas n
como as da figura seguinte.
Faz um esquema ou desenho que exempli
pode arrumar.

Figura 109 – Resolução do Aluno S

1.3-A Maria pretende arrumar as velas
como as da figura seguinte.
Faz um esquema ou desenho que exemp
pode arrumar.

Figura 110 – Resolução do Aluno T

1.3-A Maria pretende arrumar as velas num
como as da figura seguinte.
Faz um esquema ou desenho que exemplifiqu
pode arrumar.

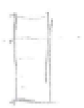


Figura 111 – Resolução do Aluno U

1.3-A Maria pretende arrumar as ve
como as da figura seguinte.
Faz um esquema ou desenho que ex
pode arrumar.

Quadro de Análise da tarefa 1.3.

Quadro 14 – Quadro de Análise da tarefa 1.3.

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A	X	X			X
B	X	X	X		X
C	X	X	X		X
D	X	X	X		X
E	X	X	X		X
F	X	X	X		X
G	X	X			X
H	X	X	X		X
I	X	X	X		X
J			X		X
L	X	X	X		X
M	X	X			X
N					
O	X	X	X		X
P	X	X			X

Q	X	X			X
R					
S					
T					
U					

Resolução dos alunos da tarefa 1.4 – As compras da Maria II

Figura 112 – Resolução do Aluno A

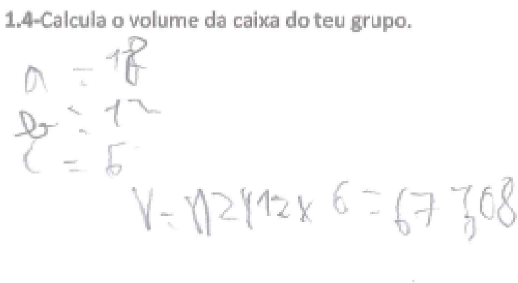


Figura 113 – Resolução do Aluno B

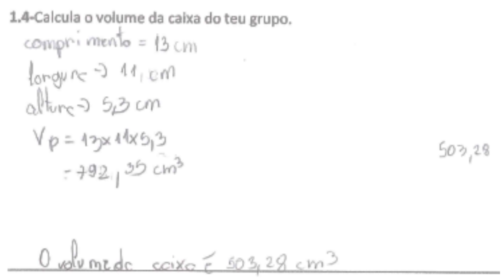


Figura 114 – Resolução do Aluno C

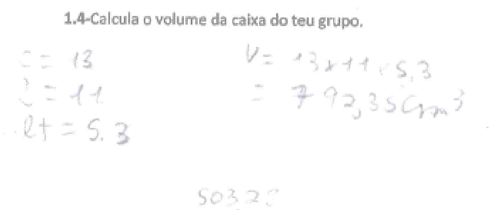


Figura 115 – Resolução do Aluno D

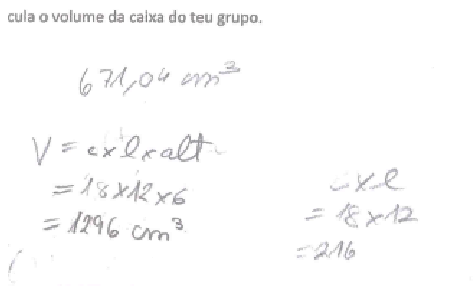


Figura 116 – Resolução do Aluno E

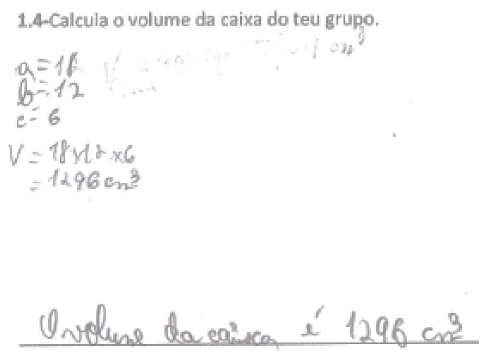


Figura 117 – Resolução do Aluno F

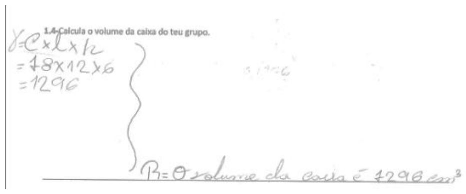
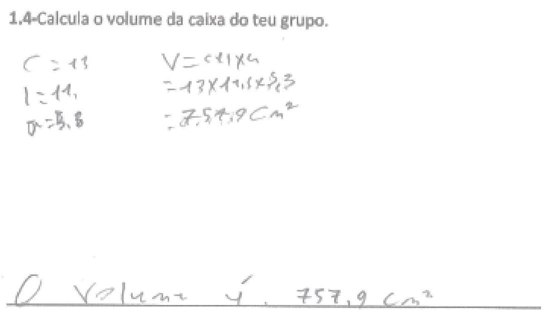
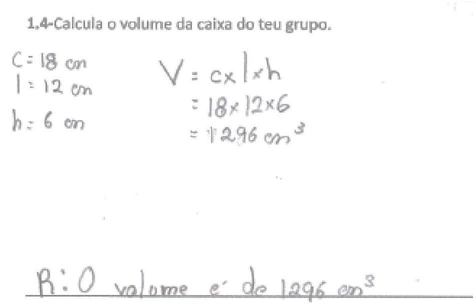


Figura 118 – Resolução do Aluno G


1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

O volume é 757,9 cm²

Figura 119 – Resolução do Aluno H

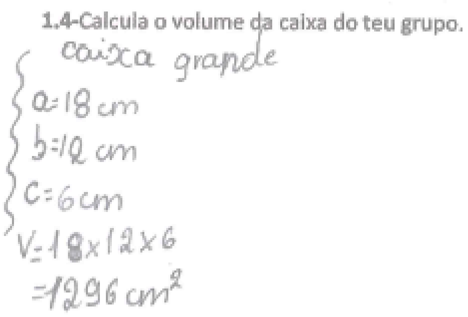

1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

C = 18 cm
l = 12 cm
h : 6 cm

V = c x l x h
= 18 x 12 x 6
= 1296 cm³

R: O volume é de 1296 cm³

Figura 120 – Resolução do Aluno I


1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

caixa grande
a=18 cm
b=12 cm
c=6 cm
V=18x12x6
=1296 cm²

Figura 121 – Resolução do Aluno J

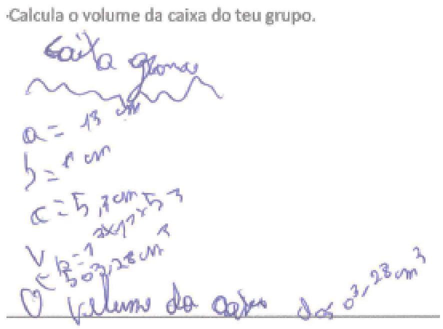
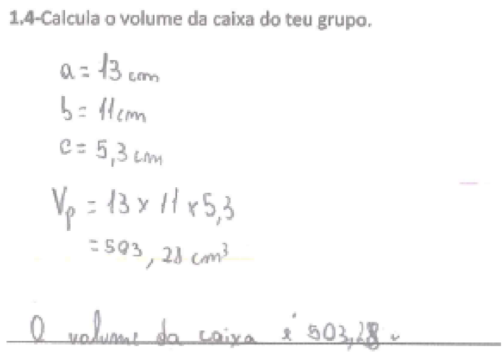

Calcula o volume da caixa do teu grupo.

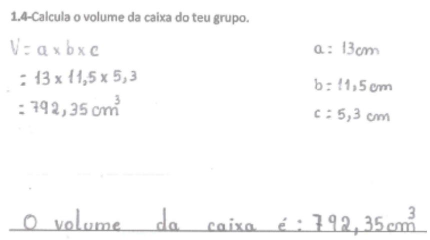
Figura 122 – Resolução do Aluno L


1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

a = 13 cm
b = 11cm
c = 5,3 cm
Vp = 13 x 11 x 5,3
= 503, 28 cm³

O volume da caixa é 503,28

Figura 123 – Resolução do Aluno M

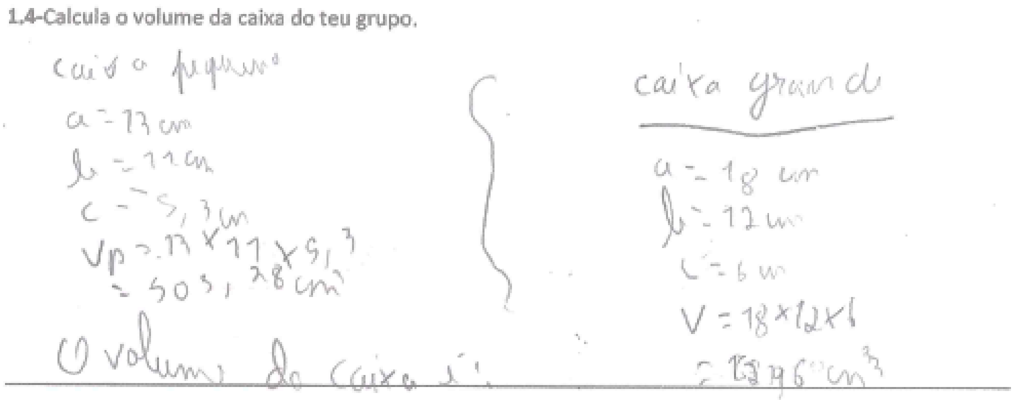

1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

V = a x b x c
= 13 x 11,5 x 5,3
= 792,35 cm³

a : 13cm
b : 11,5 cm
c : 5,3 cm

O volume da caixa é : 792,35 cm³

Figura 124 – Resolução do Aluno N

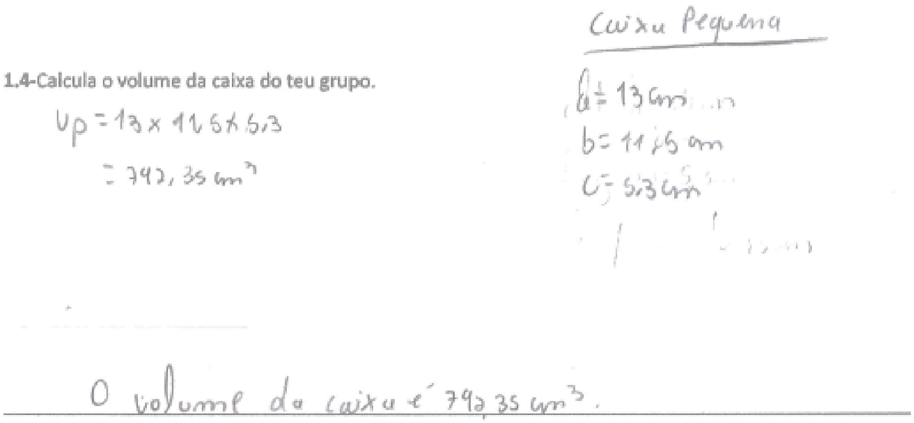

1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

caixa pequena
a = 13 cm
b = 11 cm
c = 5,3 cm
Vp = 13 × 11 × 5,3
= 503,28 cm³

caixa grande
a = 18 cm
b = 12 cm
c = 6 cm
V = 18 × 12 × 6
= 1296 cm³

O volume da caixa é

Figura 125 – Resolução do Aluno O

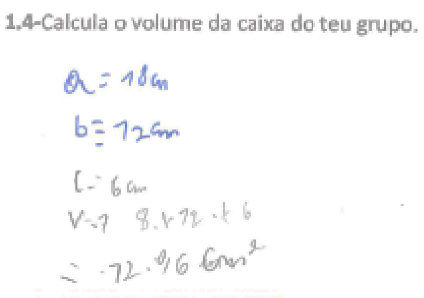

1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

Vp = 13 × 11,5 × 5,3
= 792,35 cm³

Caixa Pequena
a = 13 cm
b = 11,5 cm
c = 5,3 cm

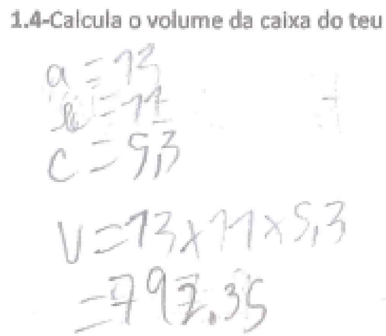
O volume da caixa é 792,35 cm³.

Figura 126 – Resolução do Aluno P


1.4-Calcula o volume da caixa do teu grupo.

a = 18 cm
b = 12 cm
c = 6 cm
V = 18 × 12 × 6
= 1296 cm²

Figura 127 – Resolução do Aluno Q


1.4-Calcula o volume da caixa do teu

a = 13
b = 11
c = 5,3
V = 13 × 11 × 5,3
= 792,35

Figura 128 – Resolução do Aluno R

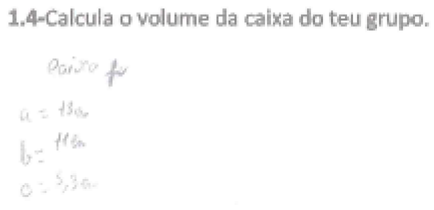


Figura 129 – Resolução do Aluno S

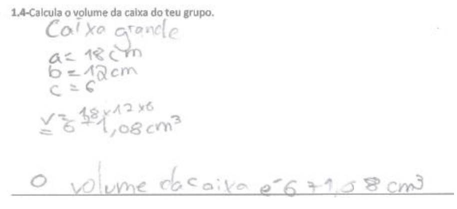


Figura 130 – Resolução do Aluno T

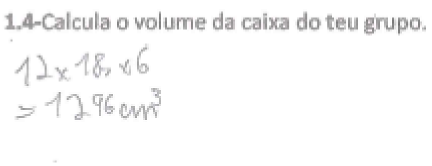
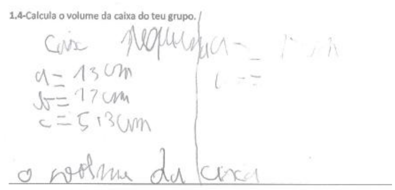


Figura 131 – Resolução do Aluno U



Quadro de Análise da tarefa 1.4.

Quadro 15 – Quadro de Análise da tarefa 1.4.

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A	X		X		X
B	X		X		X
C	X		X		X
D	X		X		X
E	X		X		X
F	X		X		X
G	X		X		X
H	X		X		X
I	X		X		X
J	X		X		X
L	X		X		X
M	X		X		X
N	X		X		X
0	X		X		X
P	X		X		X

Q	**X**		**X**		**X**
R	**X**		**X**		**X**
S	**X**		**X**		**X**
T	**X**		**X**		**X**
U	**X**		**X**		**X**

Resolução dos alunos da tarefa 1.5 – As compras da Maria II

Figura 132 – Resolução do Aluno A

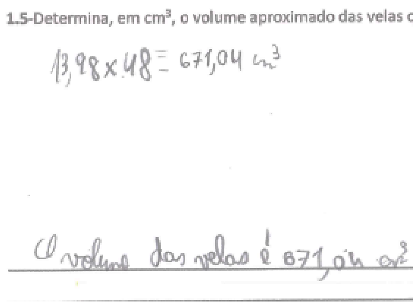


Figura 133 – Resolução do Aluno B

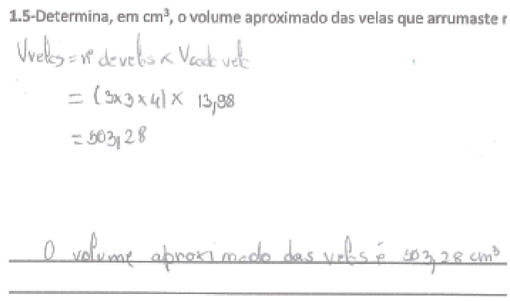


Figura 134 – Resolução do Aluno C

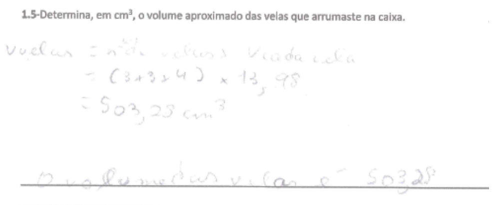


Figura 135 – Resolução do Aluno D

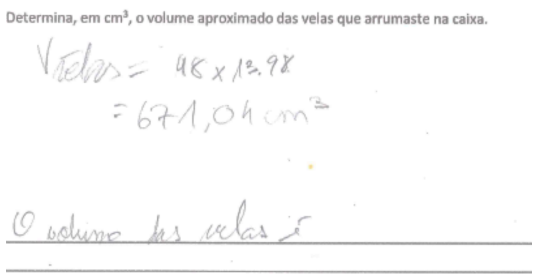


Figura 136 – Resolução do Aluno E

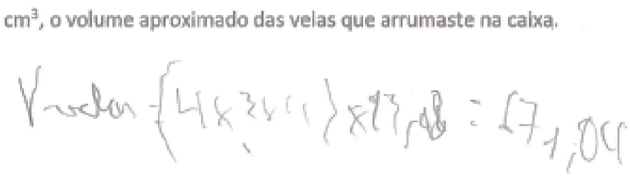


Figura 137 – Resolução do Aluno F

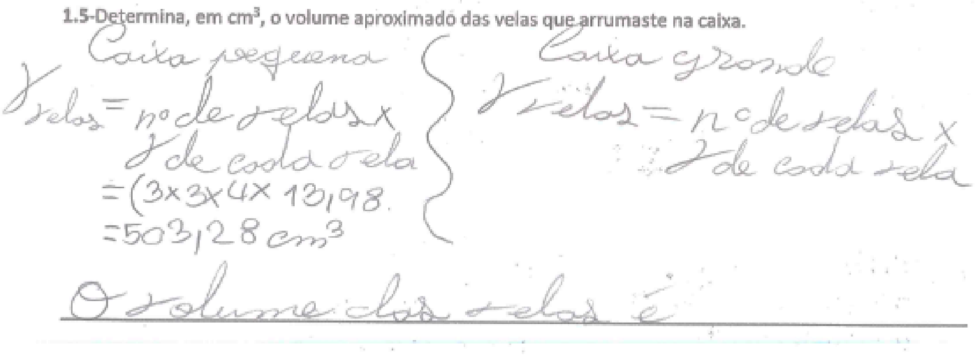


Figura 138 – Resolução do Aluno G

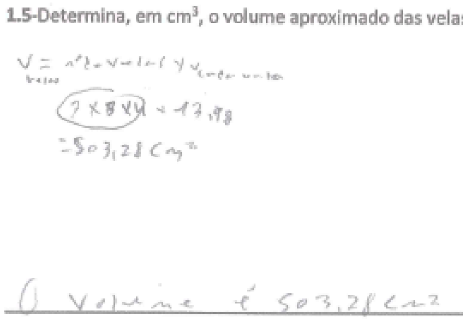


Figura 139 – Resolução do Aluno H

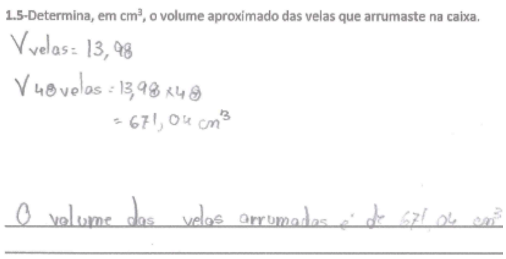


Figura 140 – Resolução do Aluno I

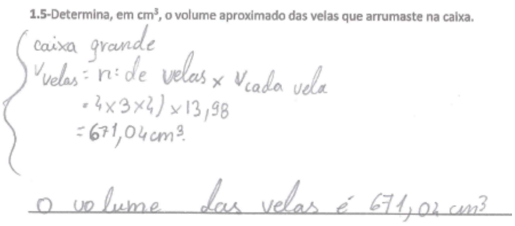


Figura 141 – Resolução do Aluno J

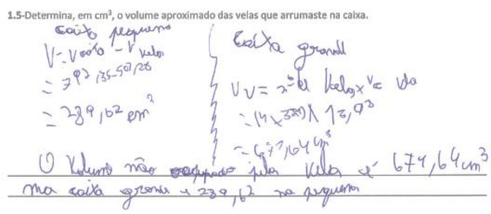
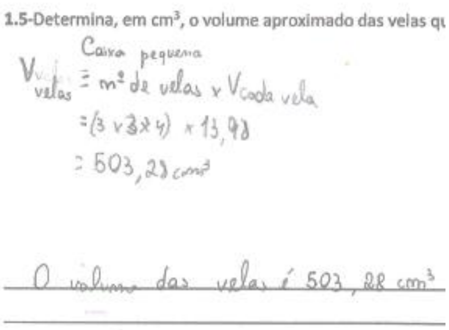


Figura 142 – Resolução do Aluno L



1.5-Determina, em cm³, o volume aproximado das velas qu

Caixa pequena

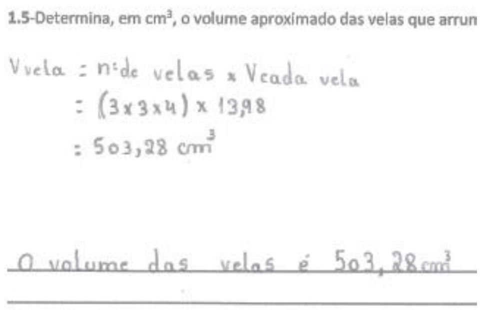
V_{velas} = nº de velas x $V_{cada\ vela}$

=(3 x 3 x 4) x 13,98

= 503,28 cm³

O volume das velas é 503,28 cm³

Figura 143 – Resolução do Aluno M



1.5-Determina, em cm³, o volume aproximado das velas que arrun

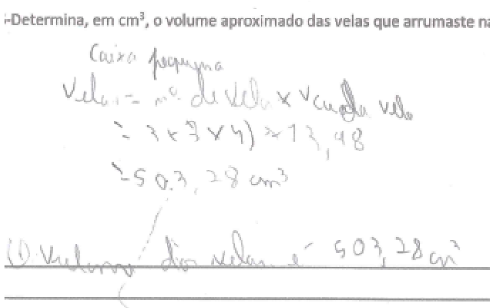
V_{vela} = nº de velas x $V_{cada\ vela}$

= (3x3x4) x 13,98

= 503,28 cm³

O volume das velas é 503,28 cm³

Figura 144 – Resolução do Aluno N



-Determina, em cm³, o volume aproximado das velas que arrumaste na

Caixa pequena

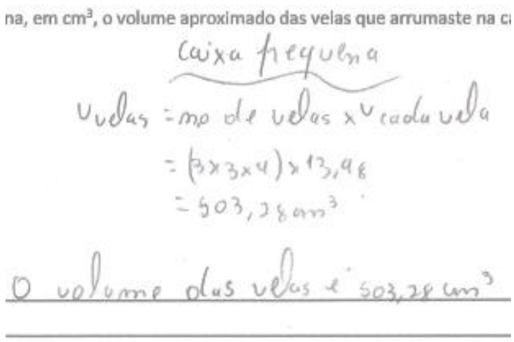
Velas = nº de velas x V cada vela

= 3 x 3 x 4) x 13,98

= 503,28 cm³

O volume das velas é 503,28 cm³

Figura 145 – Resolução do Aluno O



na, em cm³, o volume aproximado das velas que arrumaste na c

caixa pequena

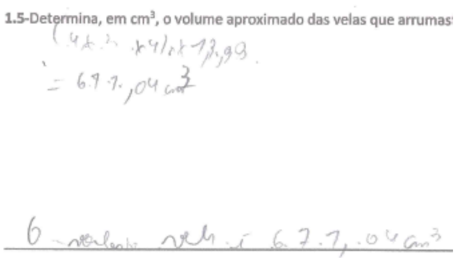
V_{velas} = nº de velas x $V_{cada\ vela}$

= (3x3x4) x 13,98

= 503,28 cm³

O volume das velas é 503,28 cm³

Figura 146 – Resolução do Aluno P



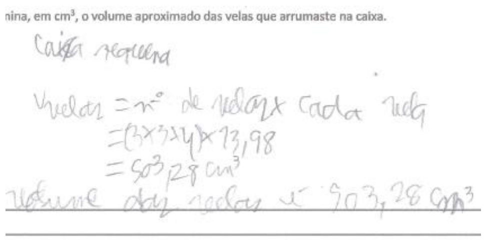
1.5-Determina, em cm³, o volume aproximado das velas que arrumas

(4 x 3 x 4) x 13,98

= 671,04 cm³

O volume velas é 671,04 cm³

Figura 147 – Resolução do Aluno Q



nina, em cm³, o volume aproximado das velas que arrumaste na caixa.

Caixa pequena

Velas = nº de velas x cada vela

= (3x3x4) x 13,98

= 503,28 cm³

volume das velas é 503,28 cm³

Figura 148 – Resolução do Aluno R

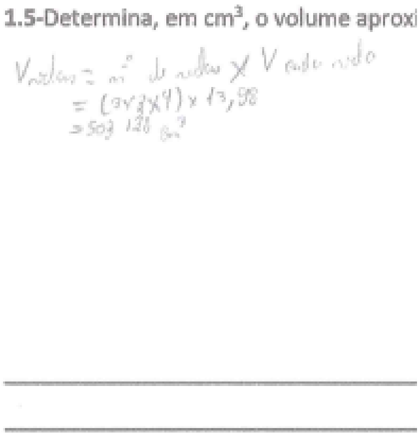


Figura 149 – Resolução do Aluno S

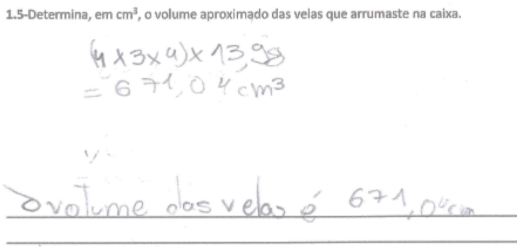


Figura 150 – Resolução do Aluno T

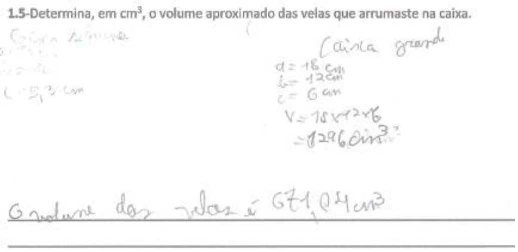
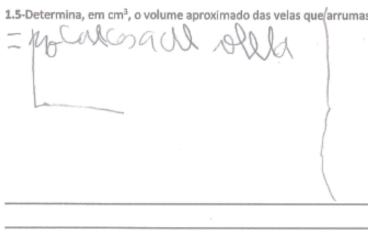


Figura 151 – Resolução do Aluno U



Quadro de Análise da tarefa 1.5.

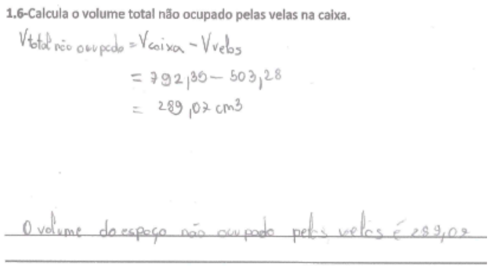
Figura 152 – Quadro de Análise da tarefa 1.5.

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A			X		X
B			X		X
C			X		X
D			X		X
E			X		X
F			X		X
G			X		X
H			X		X
I			X		X
J			X		X
L			X		X
M			X		X
N			X		X
O			X		X
P			X		X

Q			**X**		**X**
R			**X**		**X**
S			**X**		**X**
T			**X**		**X**
U					

RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DA TAREFA 1.6 – AS COMPRAS DA MARIA II

Figura 153 – Resolução do Aluno A



1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

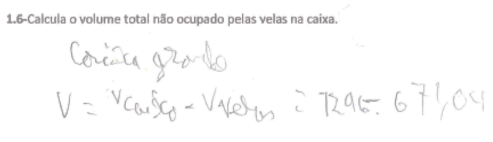
$V_{total\ não\ ocupado} = V_{caixa} - V_{velas}$

$= 792,35 - 503,28$

$= 289,07\ cm^3$

O volume do espaço não ocupado pelas velas é 289,07

Figura 154 – Resolução do Aluno B

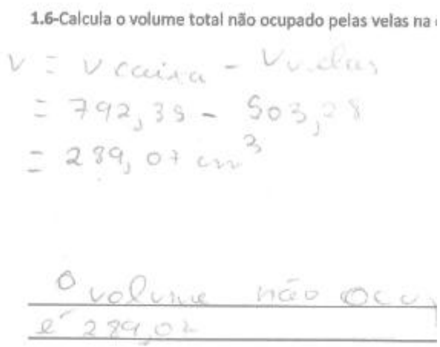


1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

Caixa grande

$V = V_{caixa} - V_{velas} = 1296 - 671,04$

Figura 155 – Resolução do Aluno C



1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na

$V = V_{caixa} - V_{velas}$

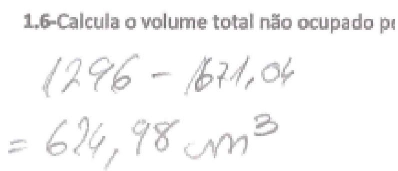
$= 792,35 - 503,28$

$= 289,07\ cm^3$

O volume não ocu

é 289,07

Figura 156 – Resolução do Aluno D



1.6-Calcula o volume total não ocupado pe

$1296 - 671,04$

$= 624,98\ cm^3$

Figura 157 – Resolução do Aluno E

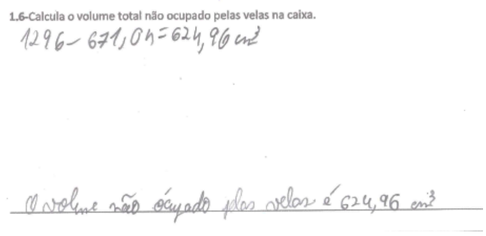


Figura 158 – Resolução do Aluno F

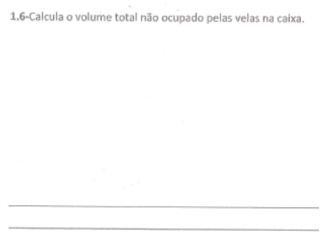


Figura 159 – Resolução do Aluno G

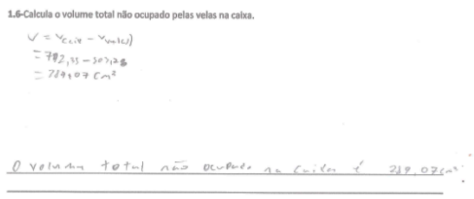


Figura 160 – Resolução do Aluno H

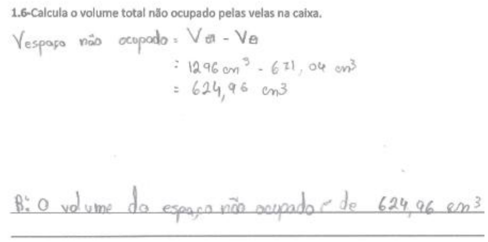


Figura 161 – Resolução do Aluno I

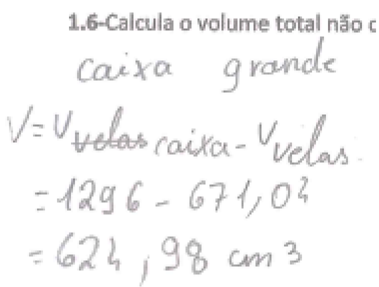


Figura 162 – Resolução do Aluno J

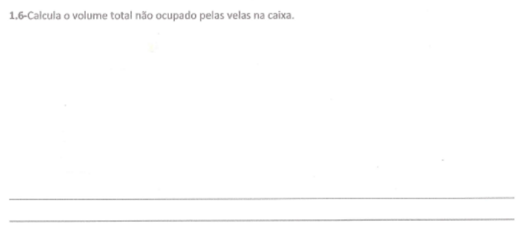


Figura 163 – Resolução do Aluno L

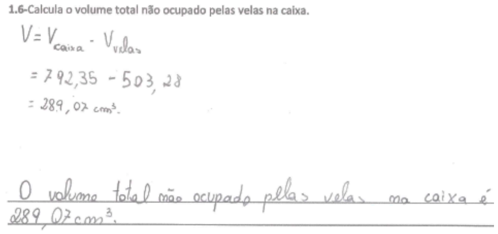


Figura 164 – Resolução do Aluno M

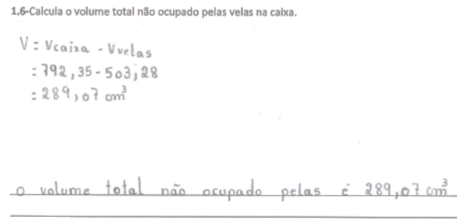
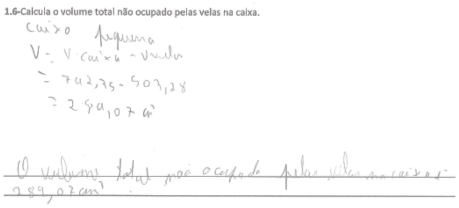


Figura 165 – Resolução do Aluno N



1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

Caixa pequena

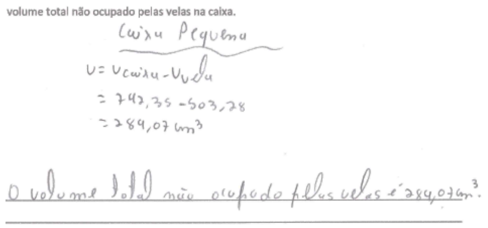
V = V caixa − V velas

= 792,35 − 503,28

= 289,07 cm³

O volume total não ocupado pelas velas na caixa: 289,07 cm³.

Figura 166 – Resolução do Aluno O



volume total não ocupado pelas velas na caixa.

Caixa Pequena

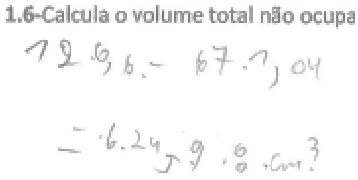
V = V caixa − V velas

= 792,35 − 503,28

= 289,07 cm³

O volume total não ocupado pelas velas é 289,07 cm³.

Figura 167 – Resolução do Aluno P

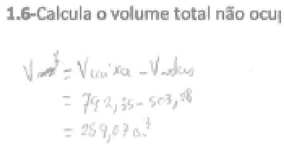


1.6-Calcula o volume total não ocupa

1296 − 671,04

= 624,96 cm³

Figura 168 – Resolução do Aluno Q



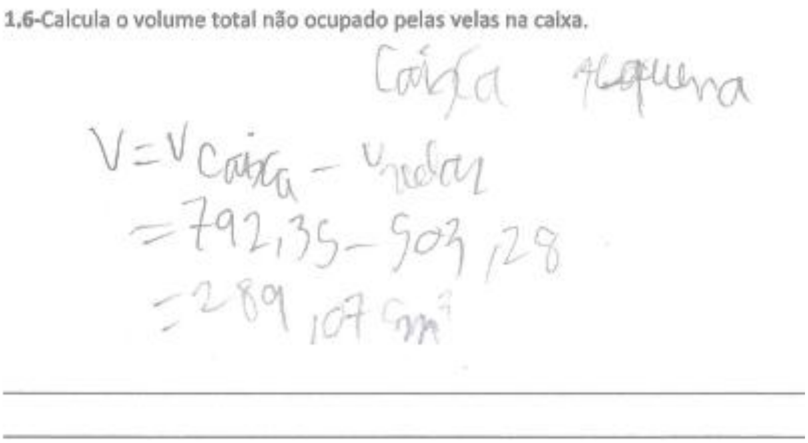
1.6-Calcula o volume total não ocu

V = V caixa − V velas

= 792,35 − 503,28

= 289,07 cm³

Figura 169 – Resolução do Aluno R



1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

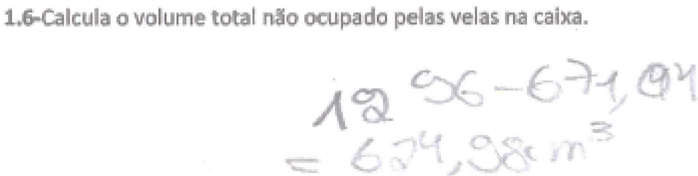
Caixa pequena

V = V caixa − V velas

= 792,35 − 503,28

= 289,07 cm³

Figura 170 – Resolução do Aluno S

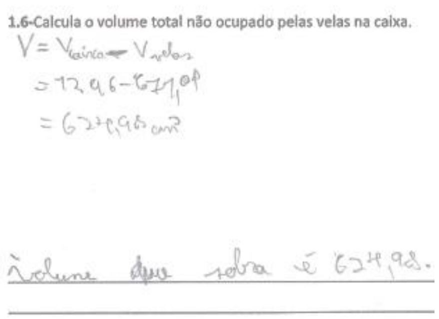


1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

1296 − 671,04

= 624,96 cm³

Figura 171 – Resolução do Aluno T


1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

$V = V_{caixa} - V_{velas}$
$= 1296 - 671,04$
$= 624,96\ cm^3$

O volume que sobra é 624,98.

Figura 172 – Resolução do Aluno U

1.6-Calcula o volume total não ocupado pelas velas na caixa.

Quadro de Análise da tarefa 1.6.

Quadro 16 – Quadro de Análise da tarefa 1.6.

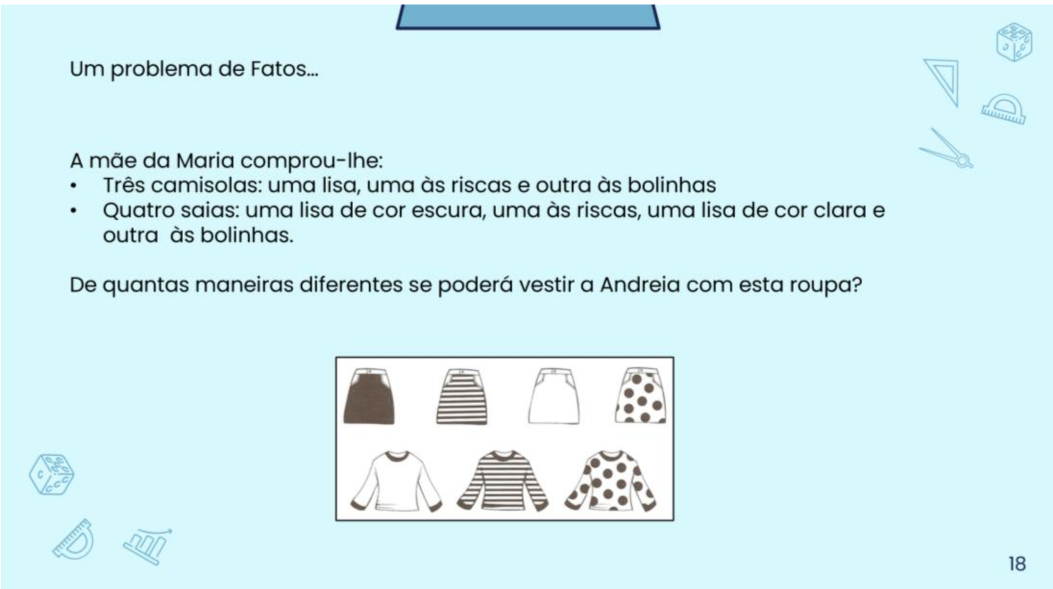
Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A			X		X
B			X		X
C			X		X
D			X		X
E			X		X
F					
G			X		X
H			X		X
I			X		X
J					
L			X		X
M			X		X
N			X		X
O			X		X
P			X		X

Q			**X**		**X**
R			**X**		**X**
S			**X**		**X**
T			**X**		**X**
U					

APÊNDICE 2 – 2.ª TAREFA – UM PROBLEMA DE FATOS

Enunciado da 2.ª tarefa

Figura 173 – Enunciado da 2.ª tarefa



Planificação da 2.ª tarefa

Quadro 17 – Planificação da 2.ª tarefa

Tema	Dados (5º ano)

Tópicos e Subtópicos	• Questões dados e probabilidades, recolha e organização de dados
	  ○ Questões dados e probabilidades
	  ○ Tabela de frequências
	• Representações gráficas
	  ○ Gráficos circulares
	  ○ Gráficos de barras
	  ○ Gráficos de barras justapostas
	• Probabilidades
	  ○ Frequência relativa para estimar a probabilidade

Objetivos de aprendizagem	• Formular questões de interesse dos/as alunos/as, sobre características qualitativas e quantitativas discretas. • Usar tabelas de frequências absolutas e relativas (em percentagem) para registar e organizar os dados e limpar de gralhas detetadas. Usar título na tabela. • Representar dados através de gráficos circulares de frequências relativas. • Representar dados através de gráficos de barras de frequências relativas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas. • Representar conjuntos de dados (qualitativos e/ou quantitativos discretos) através de gráficos barras justapostas (frequências absolutas e relativas), usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas. • Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento exprime o grau de convicção na sua realização.

	• Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento assume um valor que está compreendido entre 0% e 100%. • Estimar a probabilidade de acontecimentos usando a frequência relativa
Áreas de competências do Perfil dos/as alunos/as	A, B, C, D, E, F, I
Recursos	• Quadro e canetas; • Projetor; • Computador; • PowerPoint: Recordar dados e probabilidades 5º ano • Tarefa – recordar dados e probabilidades
Estratégias	Questões norteadoras. PowerPoint. Resolver a Tarefa em grande grupo
Avaliação	Observação direta – Assiduidade, empenho e participação; autonomia; cumprimento de regras.
Sumário	• Revisões do 5º ano – Dados e Probabilidades • Tarefa – Recordar dados e probabilidades

Descrição do ambiente de ensino e de aprendizagem

- Registo do sumário;
- Visualizar e discutir o PowerPoint: Recordar dados e probabilidades – 5.º ano.
    - Começarei por questionar a turma: "O que é a Dados e probabilidades e Probabilidades?"
    - Quais os conceitos que se lembram relativamente a esse tema?
    - Relativamente ao slide 2 questionarei quais as diferenças entre as variáveis quantitativas e qualitativas, depois de explicar a definição, darei exemplos.
    - No slide 3, abordarei as definições e as "funções" das frequências: absolutas e relativas.
    - No slide 4, explicarei a moda, os extremos e a média.
    - De seguida, distribuirei pelos/as alunos/as a Tarefa – recordar dados e probabilidades.
    - Projetarei o slide 5 e o 6 com o enunciado do ex1 para resolver individualmente e farei a correção em conjunto, slide 7, 8 e 9.
    - Passarei para o tema gráfico de barras e a sua elaboração, slide 10.
    - O exercício 2 tem como objetivo a construção em conjunto um gráfico de barras corretamente, slides 11 e 12.
    - Irei rever os conceitos de gráfico de barras justapostas e gráfico circular, slides 13 e 14.
    - No slide 16, explicarei e exemplificarei a classificação de acontecimentos.
    - O exercício 3, aplicarão o tema abordado anterior, slide 17.
    - Finalmente passaremos para o problema "Um problema de fatos", slide 18.
    - Darei algum tempo para poderem resolver individualmente e no final apresentarei 2 possíveis estratégias, esquematizações, de forma a concluírem de quantas maneiras é possível conjugar 4 saias e 3 camisolas.

Quadro 18 – Dimensão Analítica da tarefa - "Um problema de Fatos"

Categorias	Tarefa
Dimensão analítica: Características contextuais	
Tarefas de não-aplicação	
Tarefas de aplicação fictícia	X
Tarefas de aplicações autênticas	
Dimensão analítica: Formas de apresentação	
Simbólica	
Textual	
Visual	
Combinada	S+T+V
Dimensão analítica: Formas de resposta exigidas	
Tarefas de resposta fechada	X
Tarefas de resposta aberta	
Tarefas de escolha múltipla	
Dimensão analítica: Atividade matemática envolvida	
Tarefas de representação e modelação	X
Tarefas de cálculo e operação	X
Tarefas de interpretação	X
Dimensão analítica: Nível de exigência cognitiva	
Tarefas de argumentação e raciocínio	X
Tarefas de memorização	
Procedimentos sem conexão	
Procedimentos com conexão	X

Realização de tarefas matemáticas	**X**

Resolução dos alunos da 2.ª tarefa

Figura 174 – Resolução do Aluno A

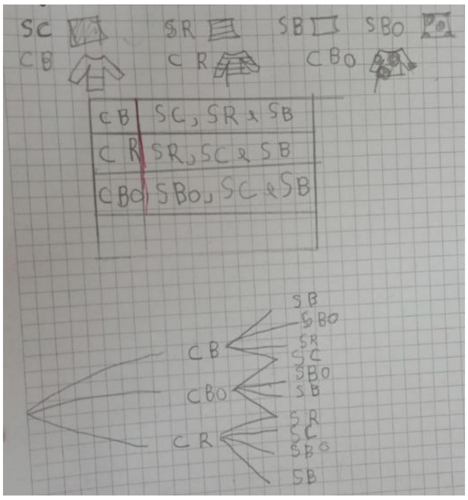


Figura 175 – Resolução do Aluno B

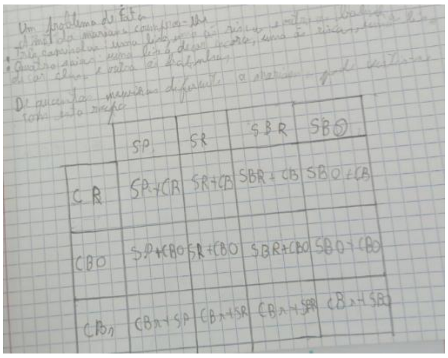


Figura 176 – Resolução do Aluno C

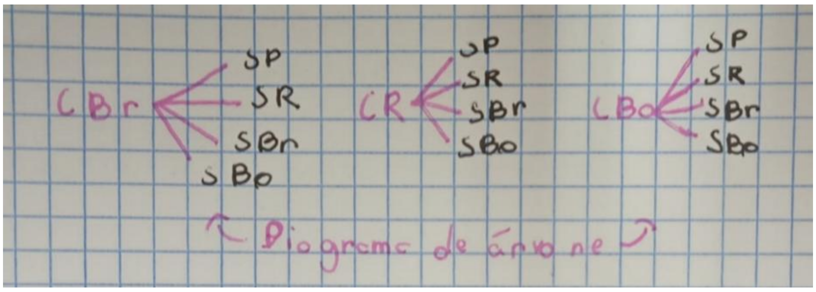


Figura 177 – Resolução do Aluno D

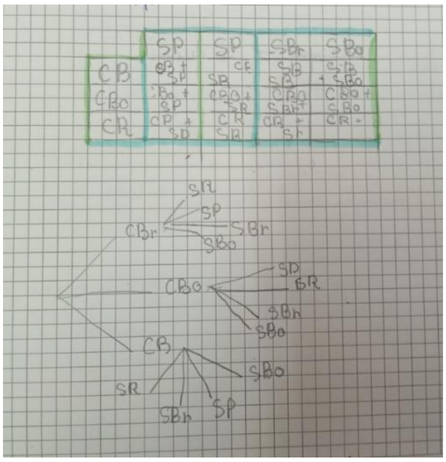


Figura 178 – Resolução do Aluno E

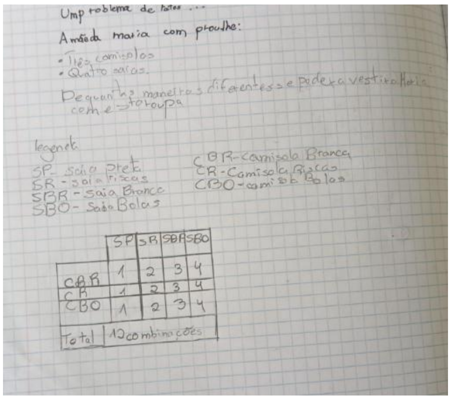


Figura 179 – Resolução do Aluno F

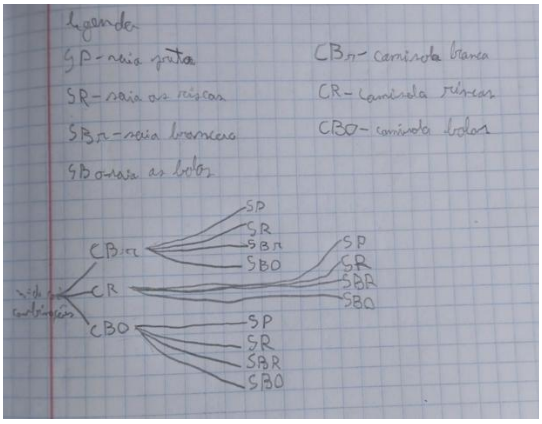


Figura 180 – Resolução do Aluno G

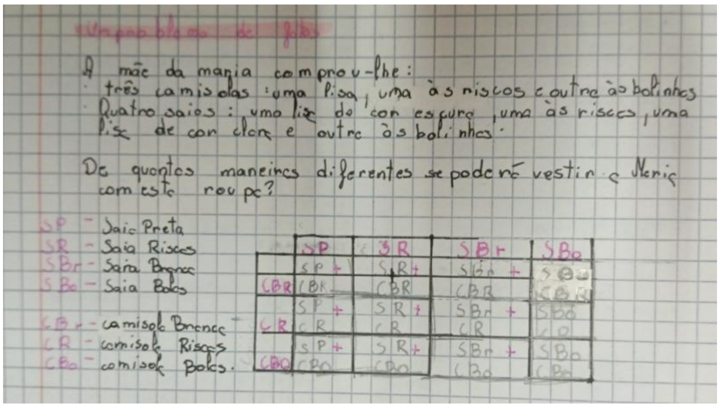


Figura 181 – Resolução do Aluno H

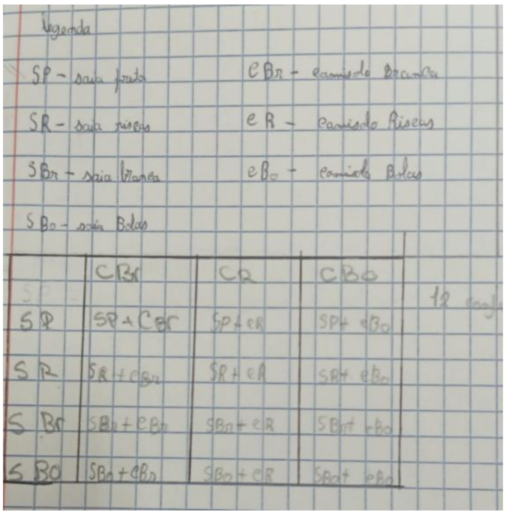


Figura 182 – Resolução do Aluno I

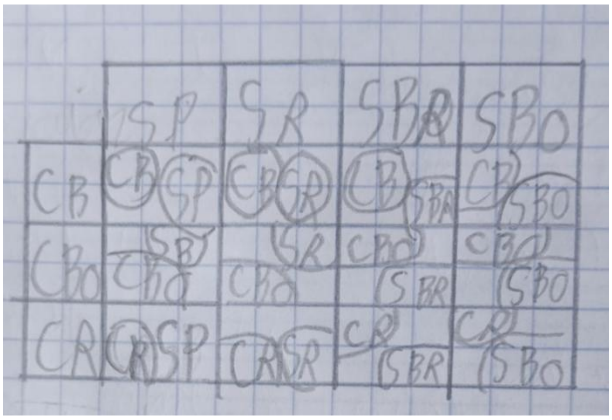


Figura 183 – Resolução do Aluno J

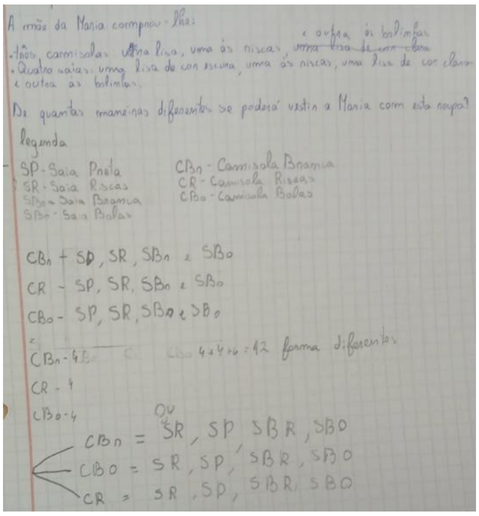


Figura 184 – Resolução do Aluno L

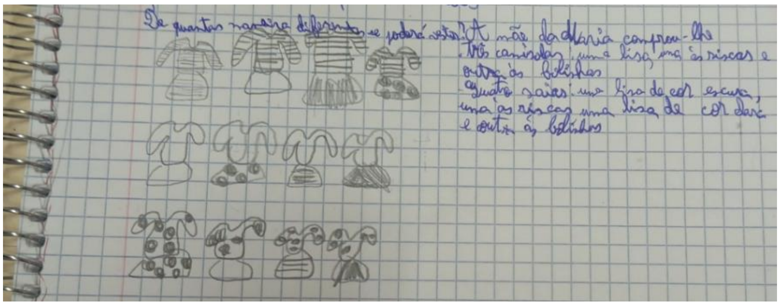


Figura 185 – Resolução do Aluno M

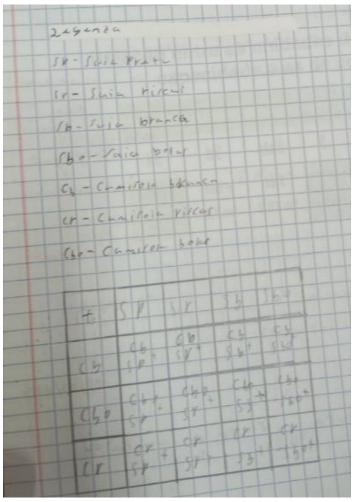
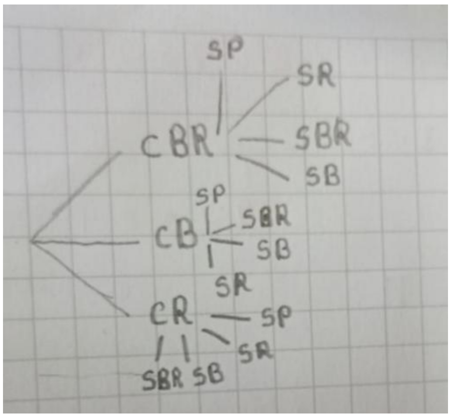


Figura 186 – Resolução do Aluno N



Quadro de Análise da 2.ª tarefa

Figura 187 – Quadro de Análise da 2.ª tarefa

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A		X			X
B		X			X
C		X			X
D		X			X
E		X			X
F		X			X
G		X			X
H		X			X
I		X			X
J		X			X
L		X			X
M		X			X
N		X			X

Apêndice 3 – 3.ª Tarefa – Gelataria Sabores

Enunciado da 3.ª tarefa

1.7- A turma combinou ir à ***Gelataria Sabores***.

Na gelataria existem duas possibilidades de bases, cones e copos, e quatro sabores possíveis, morango, baunilha, limão e chocolate. Com estas opções quantos gelados diferentes conseguem fazer? Explica como pensaste.

(considerando a combinação de uma base e uma bola)

3

Planificação da 3.ª tarefa

Quadro 19 – Planificação da 3.ª tarefa

Tema	Dados (5º ano)

Tópicos e Subtópicos	• Questões dados e probabilidades, recolha e organização de dados
	  ○ Questões dados e probabilidades
	  ○ Tabela de frequências
	• Representações gráficas
	  ○ Gráficos circulares
	  ○ Gráficos de barras
	  ○ Gráficos de barras justapostas
	• Probabilidades
	  ○ Frequência relativa para estimar a probabilidade

Objetivos de aprendizagem	• Formular questões de interesse dos/as alunos/as, sobre características qualitativas e quantitativas discretas. • Usar tabelas de frequências absolutas e relativas (em percentagem) para registar e organizar os dados e limpar de gralhas detetadas. Usar título na tabela. • Representar dados através de gráficos circulares de frequências relativas. • Representar dados através de gráficos de barras de frequências relativas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas. • Representar conjuntos de dados (qualitativos e/ou quantitativos discretos) através de gráficos barras justapostas (frequências absolutas e relativas), usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas. • Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento exprime o grau de convicção na sua realização.

	• Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento assume um valor que está compreendido entre 0% e 100%. • Estimar a probabilidade de acontecimentos usando a frequência relativa
Áreas de competências do Perfil dos/as alunos/as	A, B, C, D, E, F, I
Recursos	• Quadro e canetas • Projetor • Computador • Tarefa de Investigação – Dados e Probabilidades
Estratégias	Questões norteadoras
Avaliação	Observação direta – Assiduidade, empenho e participação; autonomia; cumprimento de regras.
Sumário	Tarefa de Investigação – Dados e Probabilidades – conclusão.

Descrição do ambiente de ensino e de aprendizagem

- Registo do sumário;
- Recordarei o que foi abordado na aula anterior e retomarei a resolução da tarefa anterior.
- Começaremos por analisar o esquema da questão 2, "como foram agrupadas as idades?" "qual a idade mínima?" "E a máxima?" "sabiam que os deputados poderiam ter esta idade?"
- Projetarei A nova Assembleia da República | Infografia | PÚBLICO (publico.pt), e clicarei em alguns deputados para verificarem que a idade corresponde ao intervalo a que foi atribuído.
- Iremos resolver as questões 2.1 e 2.2 em grande grupo.
- Seguindo para a Parte II, será apresentado a grelha de classificação da série do grupo do Pampilhosa e analisaremos a sua informação.
- Explicarei a que corresponde as letras: J (n.º de jogos disputados), V (n.º de vitórias), E (empates) e D (derrotas).
- Analisaremos com maior pormenor a equipa do Pampilhosa para responder à questão 1.1
- Para preencher a tabela 1.2, explicarei o valor em pontos da vitória, do empate e da derrota.
- Por fim analisaremos os pontos para responder à questão 1.3.

Quadro 20 - Dimensão Analítica da tarefa - "Gelataria Sabores"

Categorias	Tarefa
Dimensão analítica: Características contextuais	
Tarefas de não-aplicação	
Tarefas de aplicação fictícia	X
Tarefas de aplicações autênticas	
Dimensão analítica: Formas de apresentação	
Simbólica	
Textual	
Visual	
Combinada	T + V
Dimensão analítica: Formas de resposta exigidas	
Tarefas de resposta fechada	X
Tarefas de resposta aberta	
Tarefas de múltipla escolha	
Dimensão analítica: Atividade matemática envolvida	
Tarefas de representação e modelação	X
Tarefas de cálculo e operação	X
Tarefas de interpretação	X
Dimensão analítica: Nível de exigência cognitiva	
Tarefas de argumentação e raciocínio	X
Tarefas de memorização	
Procedimentos sem conexão	
Procedimentos com conexão	X
Realização de tarefas matemáticas	X

Resolução dos Alunos da 3.ª tarefa

Figura 188 – Resolução do Aluno A

Figura 189 – Resolução do Aluno B

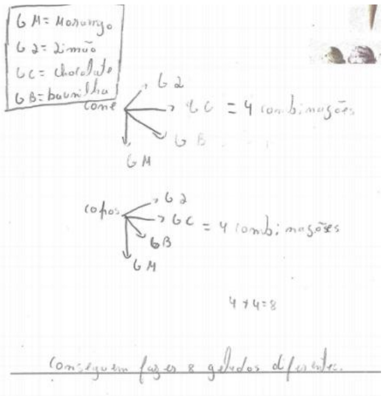


Figura 190 – Resolução do Aluno C

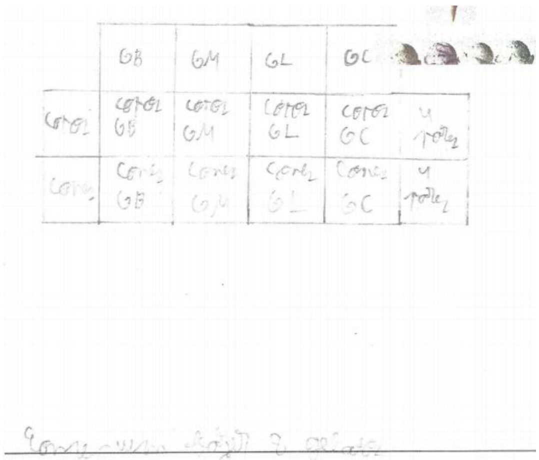


Figura 191 – Resolução do Aluno D

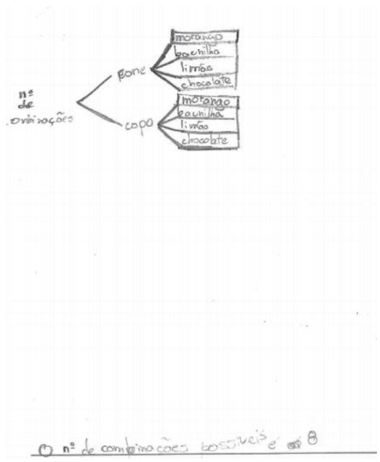


Figura 192 – Resolução do Aluno E

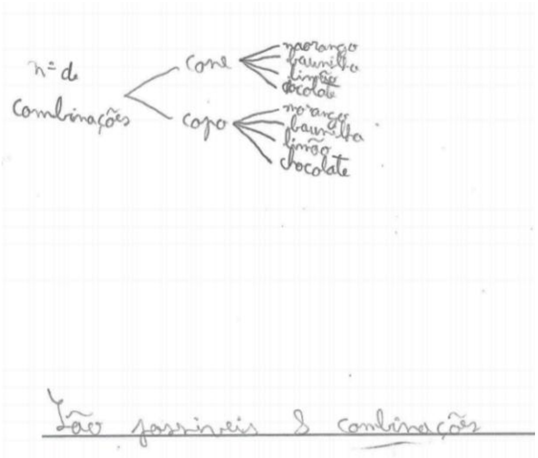


Figura 193 – Resolução do Aluno F

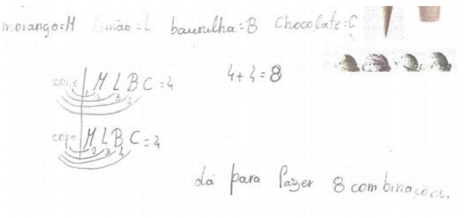


Figura 194 – Resolução do Aluno G

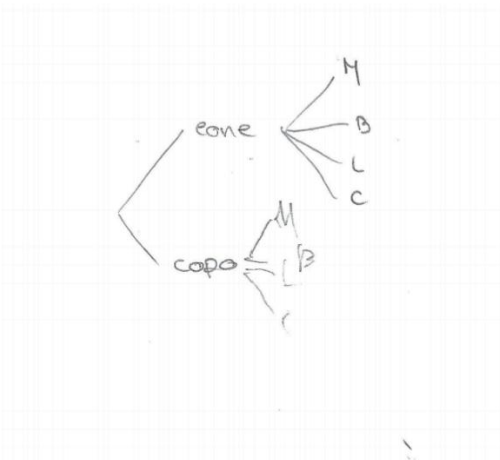


Figura 195 – Resolução do Aluno H

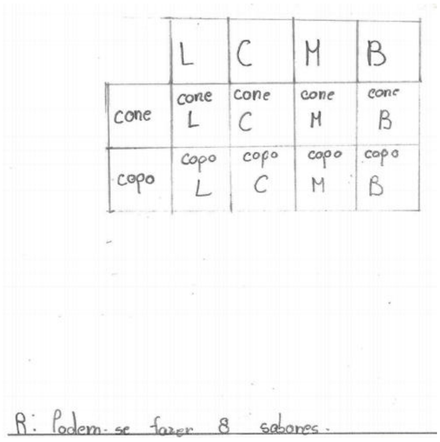


Figura 196 – Resolução do Aluno I

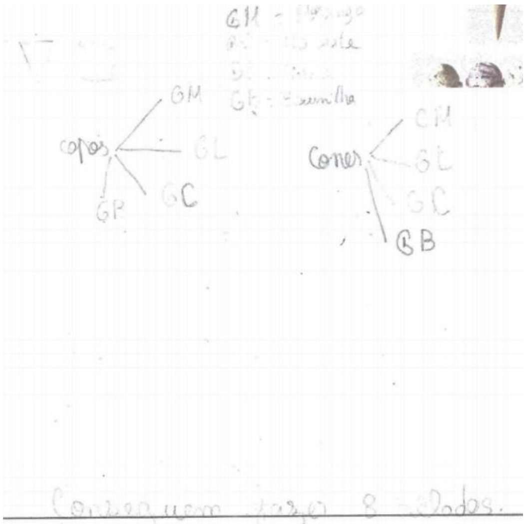


Figura 197 – Resolução do Aluno J

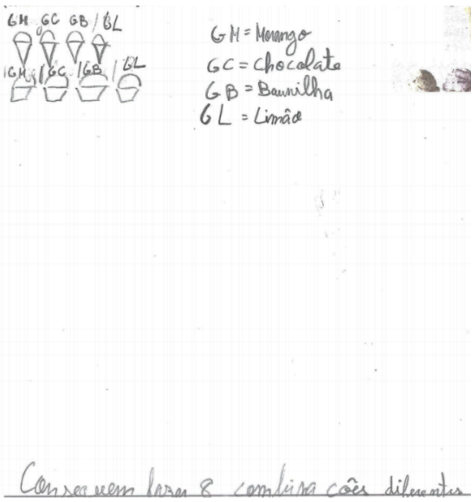


Figura 198 – Resolução do Aluno L

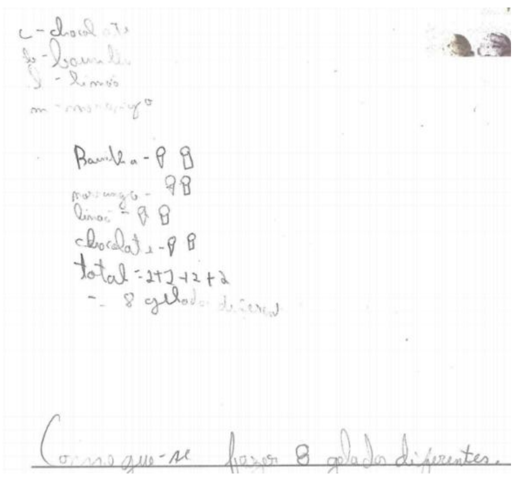


Figura 199 – Resolução do Aluno M

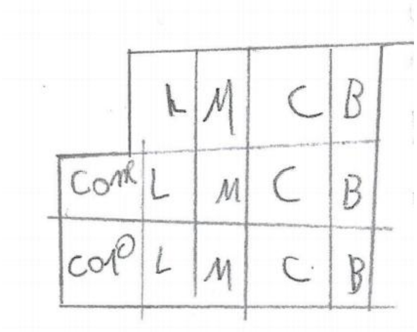


Figura 200 – Resolução do Aluno N

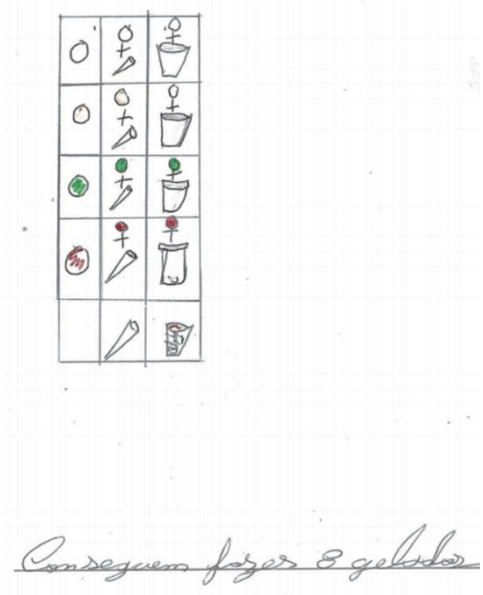


Figura 201 – Resolução do Aluno O

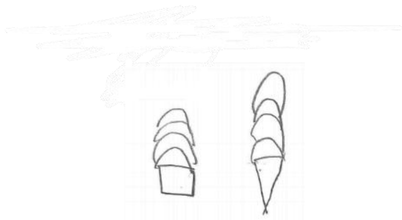


Figura 202 – Resolução do Aluno P

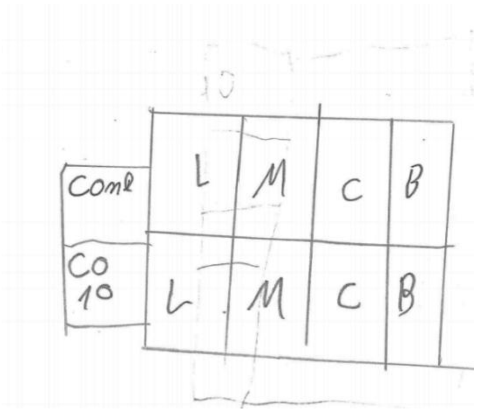


Figura 203 – Resolução do Aluno Q

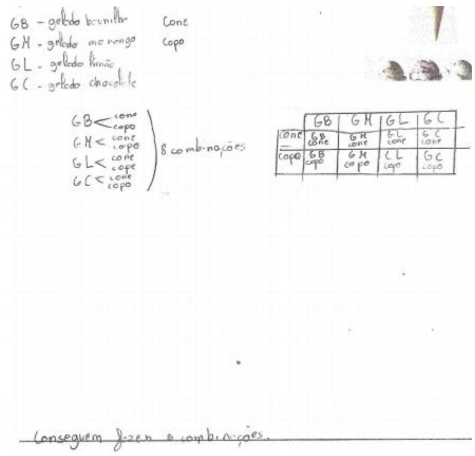
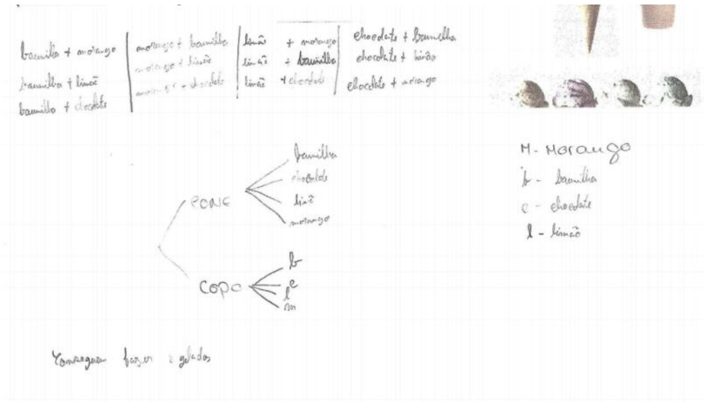


Figura 204 – Resolução do Aluno R



Quadro de Análise da 3.ª tarefa

Quadro 21 – Quadro de Análise da 3.ª tarefa

Alunos	Física	Visual	Simbólica	Verbal	Contextual
A		X	X		X
B		X	X		X
C		X			X
D		X			X
E		X			X
F		X	X		X
G		X			X
H		X			X
I		X			X
J		X			X
L		X	X		X
M		X			X
N		X			X
O		X			X
P		X			X

Q		**X**			**X**
R		**X**			**X**