



Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico

---

# A INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS MATEMÁTICOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

---

Relatório do Projeto de Investigação

Mariana Moniz Arsénio Nunes

Sob orientação do Professor Doutor Paulo Feytor Pinto

Setúbal, dezembro de 2017



Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico

---

# A INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS MATEMÁTICOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

---

Relatório do Projeto de Investigação

Mariana Moniz Arsénio Nunes

Sob orientação do Professor Doutor Paulo Feytor Pinto

Setúbal, dezembro de 2017

## **Agradecimentos**

Este trabalho não teria sido possível sem a pronta ajuda e disponibilidade do orientador deste projeto de investigação, o Professor Doutor Paulo Feytor Pinto, cujos comentários e observações em muito contribuíram para a sua consecução.

Uma palavra de agradecimento à professora Teresa Ramos e aos seus alunos do 5.º ano, pois sem eles este meu projeto não teria sido possível.

Agradeço do fundo do coração aos meus pais toda a força que me transmitiram não permitindo que eu sequer pensasse um só momento em abandonar este meu desafio. Apesar de distantes sempre estiveram próximos com as palavras certas nos momentos difíceis.

Ao Carlos, por nunca desistir de mim, por sempre acreditar na minha capacidade de ultrapassar este obstáculo tão importante no meu percurso.

À minha amiga Lena pela sua paciência, disponibilidade, otimismo e perseverança e a todos aqueles que sempre me incentivaram a levar a bom termo esta etapa da minha vida.

Por último, um muito obrigada à minha tia Teresa, também ela importante na concretização deste meu sonho.

“You don’t have to be perfect to get what you want, to do what you want, to have what you want, to be what you want ... You don’t have to be perfect!”

Eric Thomas

## Resumo

Este trabalho incide na interpretação de enunciados e na resolução de problemas matemáticos.

Assim, o enquadramento teórico tomou em consideração as literacias da leitura e da matemática, tal como os dois tipos de escrita fonográfica e logográfica e a sua possível implicação na compreensão e interpretação de exercícios.

Dada a especificidade do estudo em questão, a metodologia assenta numa base qualitativa, apoiando-se fundamentalmente nas observações, na recolha e análise das produções escritas e nas entrevistas, realizadas a quatro alunos. Estes foram selecionados, numa turma de 21 alunos do 5º ano de escolaridade, de acordo com critérios de desempenho manifestado nas aulas. Nesta seleção foi importante tomar em conta alunos que fossem capazes de explicar o seu raciocínio, assim como reconhecerem as suas dificuldades.

A análise incidiu na resolução das três tarefas propostas e na transcrição das gravações em áudio das entrevistas realizadas.

As conclusões deste estudo revelam que: (i) o sucesso escolar em Matemática envolve competências específicas da Matemática assim como da Língua Portuguesa, pois a interpretação de enunciados exige um conhecimento da língua; (ii) a releitura de um texto é fundamental no desenvolvimento da interpretação do aluno; (iii) há fatores externos que interferem no processo de interpretação dos enunciados matemáticos e (iv) a reflexão sobre as práticas é muito importante.

**Palavras-chave:** Língua portuguesa, Linguagem matemática, Escrita logográfica, Compreensão de enunciados, Resolução de problemas

## **Abstract**

This work focuses on the interpretation of statements and the resolution of mathematical problems.

Therefore, the theoretical context has taken into account the reading and mathematics literacy as well as the two types of phonographic and logographic writing and their possible implication in the understanding and interpretation of exercises.

Given the specificity of the study in question, the methodology settles on a qualitative basis, relying fundamentally on the observations, collection and analysis of written productions and interviews carried out with four students. These were selected from a fifth grade class of 21 students, according to performance criteria expressed in class. In this selection it was important to take into account students who were able to explain their reasoning, as well as recognize their difficulties.

The analysis focused on the resolution of the three tasks proposed and the transcription of the audio recordings of the interviews.

The conclusions of this study reveal that: (i) school success in Mathematics involves specific competences in Mathematics as well as in Portuguese Language, so the interpretation of statements requires a knowledge of the language; (ii) the re-reading of a text is fundamental in the development of the student's interpretation; (iii) there are external factors that interfere in the process of interpretation of mathematical statements and (iv) reflection on my pedagogical intervention is important.

**Keywords:** Portuguese language, Mathematical language, Logographic writing, Statements comprehension, Problem resolution

# ÍNDICE

## **Introdução**

Motivações, objetivos e questões de estudo .....	1
Contexto e pertinência do estudo .....	2
Organização geral do relatório .....	3

## **Capítulo I – Quadro teórico de referência .....4**

1.1 Literacia da leitura .....	4
1.2 Dois tipos de literacia: da leitura e matemática .....	6
1.3 Linguagem e notação matemática .....	7
1.4 Escrita fonográfica e escrita logográfica .....	8
1.5 Compreensão de enunciados .....	10
1.6 Comunicação matemática .....	11
1.7 Texto instrucional .....	12
1.8 Tipologia de problemas.....	14
1.9 Resolução de problemas .....	17

## **Capítulo II – Metodologia .....21**

2.1 Opções metodológicas gerais .....	21
2.2 Contexto: a escola, a turma e a amostra .....	23
2.3 Técnicas de recolha de dados .....	24
2.3.1 Observação participante .....	25
2.3.2 Pesquisa documental .....	27
2.3.3 Entrevistas .....	28
2.4 Processo de recolha de dados documentais .....	29
2.4.1 Tarefa “A herança dos 35 camelos” .....	29
2.4.2 Tarefa da transposição de sistemas de escrita .....	31
2.4.3 Tarefa de questão do teste reformulada .....	32
2.5 Processo de recolha de dados das entrevistas .....	36

2.6	Processo de análise dos dados .....	38
2.6.1	Processo de análise dos dados da observação .....	38
2.6.2	Processo de análise dos dados da recolha documental .....	39
2.6.2.1	Tarefa “A herança dos 35 camelos” .....	39
2.6.2.2	Tarefa da transposição de sistemas de escrita .....	39
2.6.2.3	Tarefa de questão do teste reformulada .....	40
2.6.3	Processo de análise dos dados das entrevistas .....	40
<b>Capítulo III – Análise e interpretação dos dados recolhidos .....</b>		<b>41</b>
3.1	Tarefa “A herança dos 35 camelos” .....	41
3.2	Tarefa da transposição de sistemas de escrita .....	44
3.3	Tarefa de questão do teste reformulada .....	47
3.4	Breve reflexão sobre a análise e interpretação dos dados recolhidos .....	56
<b>Capítulo IV - Considerações finais .....</b>		<b>57</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>		<b>62</b>
<b>Apêndices .....</b>		<b>66</b>
<b>Anexo .....</b>		<b>79</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – As características distintas dos cinco aspetos da literacia da leitura ...	4
<b>Figura 2</b> – Frases exploradas na aula .....	31
<b>Figura 3</b> – Tarefa 2 .....	32
<b>Figura 4</b> – Enunciado do teste .....	32
<b>Figura 5</b> – Reformulação retirando uma alínea .....	33
<b>Figura 6</b> – Reformulação uniformização da linguagem .....	33
<b>Figura 7</b> – Reformulação desdobrando tarefas .....	34
<b>Figura 8</b> – Quadro de apoio à tarefa .....	41
<b>Figura 9</b> – Preenchimento do quadro-síntese .....	42
<b>Figura 10a</b> – Conclusão geral elaborada em grupo-turma .....	43
<b>Figura 10b</b> – Transcrição da conclusão geral elaborada em grupo-turma .....	43
<b>Figura 11</b> – Registo feito no caderno diário .....	45
<b>Figura 12</b> – Resolução da segunda tarefa .....	46
<b>Figura 13</b> – Resolução correta do aluno .....	47
<b>Figura 14</b> – Resolução feita por um aluno .....	48
<b>Figura 15</b> – Resolução do aluno entrevistado .....	48
<b>Figura 16</b> – Resolução feita por outro aluno .....	49

## ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> – Classificação de problemas .....	16
<b>Tabela 2</b> – Técnicas de recolha de dados, fontes e formas de registo .....	25
<b>Tabela 3</b> – Análise do grau de dificuldade .....	4

## INTRODUÇÃO

Nesta introdução irei abordar as motivações, objetivos e questões que orientaram o presente estudo. Refiro, ainda, o contexto em que é produzido e a justificação da pertinência do mesmo. Terminando apresentando a organização do relatório.

### **Motivações, objetivos e questões de estudo**

A interpretação de questões e a sua resolução sempre me interessaram, pois quando era aluna tinha grandes dificuldades em interpretar enunciados em diversas áreas curriculares, sendo mais gravosa a situação quando se tratava da área da matemática. Assim, a escolha deste tema nasceu das minhas dificuldades enquanto aluna, ao longo do meu percurso escolar.

O *National Council of Teacher of Mathematics* (2007) dá grande importância à resolução de problemas, sendo uma etapa importante na formação matemática dos alunos, isto porque:

a resolução de um problema implica o envolvimento numa tarefa, cujo método de resolução não é conhecido antecipadamente. Para encontrar a solução, os alunos deverão explorar os seus conhecimentos e através desse processo desenvolvem, com frequência novos conhecimentos matemáticos. (...) Os alunos deverão ter muitas oportunidades para formular, discutir e resolver problemas complexos que requerem um esforço significativo e, em seguida, deverão ser encorajados a refletir sobre os seus raciocínios (NCTM, 2007: 57).

Segundo o antigo Programa de Matemática do Ensino Básico, de 2007, a resolução de problemas envolve, por parte dos alunos, a “leitura e interpretação de enunciados”. (PMEB, 2007: 5)

O objetivo central desta investigação é detetar dificuldades que os alunos sentem na leitura de textos instrucionais, não me focando na sua resolução, mas sim na compreensão do processo que o aluno utilizou para interpretar o que era pedido e o raciocínio que utilizou. Para melhor compreender e desenvolver o meu estudo formulei as seguintes questões de estudo:

- De que modo a linguagem verbal influencia a interpretação de um enunciado matemático?
- Quais as dificuldades sentidas pelos alunos ao interpretarem o enunciado de um problema matemático?

## **Contexto e pertinência do estudo**

A intervenção foi uma turma do 5.º ano de escolaridade de uma Escola Básica Integrada no concelho de Sesimbra, distrito de Setúbal, no âmbito da Unidade Curricular de Estágio no 2.º Ciclo, do curso de Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Durante um período de dez semanas, de 22 de fevereiro a 13 de maio de 2016, desempenhei o papel de docente estagiária e o de investigadora. Como estagiária, pude planificar e lecionar aulas, durante as quais tive a possibilidade de apresentar tarefas que fossem ao encontro do que queria estudar e como investigadora, o meu principal foco foi tentar compreender as dificuldades que os alunos tinham na interpretação dos enunciados apresentados.

Sousa e Baptista (2011) afirmam que a escolha do tema poderá surgir “através de experiências ou vivências do investigador” (p.21). Nesse sentido, ao longo das aulas, com a ajuda da professora cooperante, propus a execução de um conjunto de tarefas e a realização de entrevistas. Tuckman (1994) afirma que a seleção de um problema é umas das fases mais difíceis no processo de investigação, da qual só se pode dar uma orientação mínima para a (sua) formulação. O mesmo autor, refere ainda que a escolha do problema deve ter em conta certas características, tais como a sua praticabilidade, a sua amplitude crítica, o seu interesse, o seu valor ético e o seu valor prático. No que diz respeito à praticabilidade, este não deve ser “nem demasiado amplo para os seus recursos e calendarização, nem demasiado reduzido para satisfazer as exigências pelas quais se vai realizar” (p.55). Para ser gratificante, o estudo deve ter em conta a biografia e a experiência do investigador, tendo como objetivo encontrar as respostas para as questões que são importantes, tanto em sentido teórico como aplicado. Tuckman (1994) refere ainda que o investigador “deve procurar um [problema] que tenha esperança de vir a produzir uma relação entre as variáveis escolhidas, porque isso é mais rigoroso do que uma conclusão sem qualquer relação.” (Tuckman, 1994: 55)

Visto que o meu foco é compreender dificuldades que os alunos têm na compreensão de textos instrucionais, este estudo torna-se importante pois, segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (ME, 2011), “A resolução de problemas constitui, em matemática, um contexto universal de aprendizagem. Nesse sentido, deve estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação, e integrada naturalmente nos diversos tipos de atividades” (p. 68).

Durante o período de estágio planeei tarefas matemáticas, dando mais atenção ao modo de as interpretar. As tarefas matemáticas, de acordo com Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008) podem ter duas dimensões: uma está relacionada com o nível de estruturação e a outra com o desafio matemático. A estruturação está relacionada com o grau de explicitação da questão colocada, ou seja, conduz a tarefas fechadas e abertas; o desafio matemático está relacionado com o grau de dificuldade, que poderá ser elevado ou reduzido, dependendo do processo de resolução.

## **Organização geral do relatório**

Este relatório é composto por quatro capítulos. O primeiro incide no quadro teórico de referência, destacando-se a literacia da leitura e matemática, a compreensão de enunciados, a comunicação matemática, a linguagem e notação matemática e a distinção entre escrita fonográfica e logográfica. Ainda neste capítulo referem-se o texto instrucional e a resolução e tipologia de problemas. No segundo capítulo aborda-se a metodologia, sendo apresentadas as técnicas de recolha de dados, o contexto e o processo de recolha e de análise de dados. O terceiro capítulo centra-se na exploração das tarefas, assim como numa breve reflexão sobre a análise e interpretação dos dados. O quarto e último capítulo inclui as considerações finais dando resposta às duas questões inicialmente propostas. Em apêndice apresentam-se vários instrumentos de análise como: o texto lacunar, o guião e transcrição das entrevistas. Em anexos encontra-se o teste de avaliação realizado pela professora cooperante.

# CAPÍTULO I - QUADRO TEÓRICO DE REFERÊNCIA

Neste capítulo apresentarei a base de toda a minha fundamentação teórica que se centra na possível relação das áreas disciplinares do Português e da Matemática, tentando-se perceber como a primeira pode influenciar a compreensão e interpretação do aluno, que se refletirá numa fase posterior, na resolução de problemas da segunda.

## 1.1 Literacia da leitura

A OCDE (1999: 19) define a literacia de leitura como a “capacidade de cada indivíduo compreender, usar textos escritos e refletir sobre eles, de modo a atingir os seus objetivos, a desenvolver os seus próprios conhecimentos e potencialidades e a participar ativamente na sociedade.” Desse modo, os alunos devem ser capazes de seguir alguns passos de modo a compreender o enunciado matemático como um todo. Partindo dessa análise, cabe ao aluno retirar a informação pretendida para conseguir interpretar, refletir e analisar o conteúdo com base no seu conhecimento.

A literacia da leitura diferencia-se em cinco tipos, que a OCDE (1999: 29) apresenta no seguinte esquema:

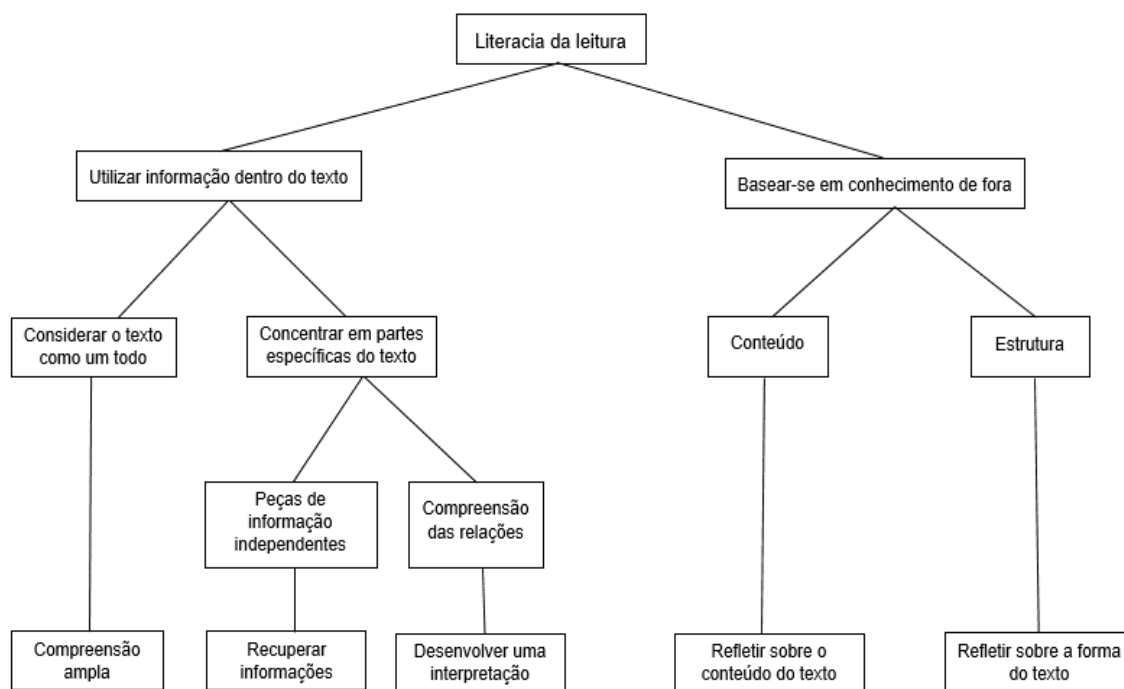


Figura 1- As características distintas dos cinco tipos da literacia da leitura (OCDE, 1999: 29)

A OCDE (1999) distingue quatro binómios, que dão origem a cinco tipos de literacia. O primeiro refere-se à organização da informação a usar, partindo do texto ou recorrendo ao conhecimento exterior ao texto. O segundo binómio distintivo refere-se à extensão do texto a ter em conta: o leitor é convidado a considerar o texto como um todo ou a concentrar-se apenas em partes específicas de informação contidas no texto. Às vezes, é esperado que os leitores recuperem partes específicas e independentes de informação, enquanto, outras vezes, são direcionados para demonstrar a sua compreensão das relações entre partes do texto, o que faz deste o terceiro binómio, referente ao tipo de informação: independente ou interligada. O quarto binómio refere-se à informação exterior do texto: conteúdo ou forma; o leitor é direcionado para lidar com o conteúdo ou com a estrutura (OCDE, 1999: 29-30).

Estes quatro binómios dão origem a cinco tipos de literacia da leitura. O primeiro refere-se à compreensão ampla e geral do texto, em que o leitor deve considerá-lo como um todo, numa perspetiva abrangente. Isto assemelha-se ao primeiro encontro com uma pessoa ou um lugar: o leitor faz hipóteses ou previsões acerca do texto, com base nas primeiras impressões. Estas impressões são gerais, mas muito importantes para a seleção do material de leitura mais relevante e interessante. O segundo aparece, muitas vezes, em situações em que o leitor apenas está interessado em partes do texto, o que o leva a verificar, a pesquisar o texto, a localizar e a selecionar informação relevante. O processo envolvido neste tipo de leitura é mais frequente ao nível da frase, embora, em alguns casos, a informação possa ser de duas ou mais frases ou de diferentes parágrafos. O domínio bem-sucedido da recuperação de informação requer a compreensão imediata. Encontrar uma informação precisa exige que o leitor processe mais do que uma parte da informação. O terceiro tipo, relativo ao desenvolvimento da interpretação, requer do leitor a expansão das suas impressões iniciais, para que atinja uma compreensão mais específica ou complexa do que leu. Trata-se de reler o texto e articular a informação entre as suas diversas partes, bem como de incidir sobre detalhes específicos como partes de um todo. O quarto, relativo à reflexão sobre o conteúdo do texto, exige que o leitor conecte a informação encontrada no texto com o conhecimento de outras fontes. Os leitores devem saber avaliar as informações contidas no texto, tendo em conta o seu próprio conhecimento do mundo, justificando o seu ponto de vista. Para isso, os leitores devem ser capazes de desenvolver uma compreensão do que é dito no texto e ser capazes de testar a representação mental consoante o que eles sabem e acreditam, com base em qualquer informação prévia ou em informações encontradas em outros textos. Os leitores devem recorrer a provas do texto e contrastar com outras fontes de informação, utilizando o conhecimento geral e conhecimentos

específicos, bem como a capacidade de raciocinar abstratamente, o que irá exigir que o leitor tenha uma capacidade metacognitiva. O quinto e último tipo refere-se à reflexão sobre a forma do texto, que exige que o leitor se distancie do texto, considerando-o objetivamente e avaliando a sua qualidade e adequação. Isto exige que o leitor faça uma avaliação crítica e valorize o impacto de recursos textuais como ironia, humor e organização lógica. Este aspeto inclui a capacidade de realçar preconceitos e reconhecer casos de uma subtil *nuance* persuasiva (OCDE, 1999).

## **1.2 Dois tipos de literacia: da leitura e matemática**

Segundo a OCDE (1999: 41), a literacia matemática pode definir-se como: “a capacidade que cada indivíduo possui para identificar e compreender o papel da matemática no seu mundo, de modo a que consiga realizar juízos matemáticos bem fundamentados e participar na matemática, procurando responder aos desafios e necessidades que possam aparecer ao longo da sua vida, tornando-se um cidadão preocupado e reflexivo”.

Comparando as duas literacias é possível delinear algumas semelhanças e diferenças. Em relação ao primeiro aspeto, tanto numa como noutra os indivíduos têm de compreender um texto ou um enunciado, assim como interpretá-lo de forma a entenderem a mensagem.

Quanto às diferenças, salienta-se na literacia matemática a capacidade de representar, formular e resolver problemas em vários domínios e situações. Estas divergem desde os problemas matemáticos até aqueles em que a estrutura matemática não está explícita, tendo de ser decifrada pelo enigma do problema (OCDE, 1999: 41).

Por sua vez, na literacia da leitura, o significado é criado pelo leitor em reação ao texto, dispondo do seu conhecimento prévio do mundo. Ao construir o significado também são usados vários processos e estratégias favoráveis à compreensão do mesmo e que vão alterando de acordo com a situação.

### 1.3 Linguagem e notação matemática

Para que haja uma comunicação verbal, são precisos indivíduos que entendam e que usem o mesmo código. "Em sentido mais estrito, a linguagem é vista como um sistema de signos diretos ou naturais e pressupõe um sujeito falante e implica fenômenos ligados à transmissão da mensagem dentro de um contexto espaço-temporal e cultural chamado situação" (Menezes, 2000: 4).

Quer isto dizer, que para os alunos e o professor se entenderem é necessário que todos entendam a linguagem que está a ser utilizada. Assim sendo, deve conhecer-se a linguagem matemática que, segundo Lorensatti (2009), é um sistema simbólico. "A linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relaciona segundo determinadas regras. Esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza". (Lorensatti, 2009: 90)

Menezes (2009) afirma ainda, que a linguagem matemática é complexa e difícil de compreender: "Sendo a matemática uma área do saber de enorme riqueza, é natural que seja pródiga em inúmeras facetas; uma delas é, precisamente, ser possuidora de uma linguagem própria" (Menezes, 2009: 4). O mesmo autor acrescenta que:

A aprendizagem da matemática apresenta, também, diferenças quando comparada com a aprendizagem de uma segunda língua natural – que habitualmente também ocorre numa escola – pois não encontramos, no dia a dia, um grupo de falantes que a utilize, em exclusividade, para comunicar. A linguagem da matemática carece pois do complemento de uma linguagem natural.

A linguagem da matemática é híbrida, pois resulta do cruzamento da linguagem da matemática com a linguagem natural, no nosso caso, o português. (Menezes, 2009: 4-5)

Os alunos para conseguirem resolver um problema matemático, precisam de saber interpretar e para saberem interpretar devem conhecer a língua portuguesa e para decifrar os símbolos matemáticos é preciso entenderem a linguagem matemática. Lorensatti (2009) reforça a ideia de que:

A língua portuguesa escrita ou oral tem seu papel na matemática como nas outras áreas do conhecimento. É, no mínimo, o veículo das informações, mas podem estar nela as dificuldades que os alunos encontram na resolução de problemas [...] é necessário ler e escrever em linguagem matemática, compreender os significados dos símbolos, dos sinais ou das notações próprias dessa linguagem. (Lorensatti, 2009, p. 92-3)

Em conclusão, a linguagem matemática é muito complexa, assumindo diversas componentes: a linguagem escrita, a linguagem oral e a linguagem logográfica. Ou seja, a linguagem matemática dispõe de um conjunto de símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras, sendo que esse conjunto de símbolos e regras deve ser percebido pela população que a utiliza. Assim, usa vocabulário próprio, com significado específico, como por exemplo: “hipotenusa”, mas também vocábulos que tanto podem ser utilizados na linguagem matemática como na linguagem corrente. Vejamos esta situação: o vocábulo “mais” pode ser associado à linguagem matemática quando se pede ao aluno que adicione vinte mais doze. Por sua vez, na linguagem corrente, o vocábulo “mais” pode ser um termo utilizado numa comparação: “o João é mais alto do que a Joana”.

#### **1.4 Escrita fonográfica e escrita logográfica**

A língua portuguesa é uma linguagem verbal que recorre a um sistema de escrita fonográfica, ou seja, centrado em grafismos que correspondem a sons, estando estes totalmente dependentes da oralidade (Delgado-Martins, 1996).

Este sistema corresponde ao sistema alfabético, em que os grafemas se associam a fonemas, ou seja, os caracteres representam sons. Incluem-se neste sistema vários códigos de escrita, o hebraico, arábico, pérsico, grego, cirílico e latino, sendo este último o que nós utilizamos.

Por sua vez, a linguagem matemática serve para pensar e comunicar sobre conceitos matemáticos. Estes devem integrar progressivamente a linguagem natural, dita corrente, embora nos deparemos com a dificuldade do mesmo termo em ambas as linguagens, possuir significados diferentes. (Boavida *et al*, 2008:75). Um exemplo típico desta situação é o X, que na escrita fonográfica representa uma consoante, tendo associado na língua portuguesa cinco sons distintos ou fonemas, com uma correspondência diferente em linguagem logográfica. Neste caso, trata-se de um sinal matemático que integra os vários algoritmos, como o da multiplicação, mas também poderá significar uma incógnita, ou seja, um valor numérico que se pretende determinar, através de um processo de transformações matemáticas, como por exemplo: “ $x+6=8$ ”

Este uso de símbolos na linguagem matemática – a notação matemática - permite condensar e facilitar a precisão desta forma de comunicação, com recurso a processos

de cálculo. Assim, estes símbolos logográficos constituem um importante auxiliar no raciocínio matemático, mas devem ser bem compreendidos, quando associados ao significado dos conceitos e à linguagem verbal, sobretudo no que diz respeito ao rigor.

Sim-Sim (1998), a propósito, afirma que a dificuldade de compreensão deriva muitas vezes, da ambiguidade das palavras, que pode ser lexical ou estrutural. A primeira consiste na atribuição de vários significados à mesma palavra, ou diz respeito ao fenómeno da homonímia, em que duas palavras com escrita e idêntica fonologia apresentam significados diferentes, só perceptível quando inseridas no seu contexto semântico.

Por sua vez, a ambiguidade estrutural centra-se na possibilidade de atribuir diferentes significados a uma mesma combinação de palavras, por exemplo: “O pato está pronto para comer”. (Sim-Sim, 1998). Nesta frase pode-se entender que o pato está cozinhado ou que está preparado para ir comer o milho.

Outra distinção entre os dois tipos de escrita é que a fonográfica só permite a leitura numa língua, enquanto a escrita usada na notação matemática é quase universal, pois a sua leitura é possível em qualquer língua, mantendo-se o significado inalterável. Como exemplo podemos ter: “ $3 \times 4 = 12$ ” equivalente a “three times four equals twelve” ou a “três vezes quatro é igual a doze”.

Deste modo, podemos concluir que as regras de ortografia surgem em todas as áreas do saber, embora o sentido das mesmas possa variar consoante as características inerentes a cada área.

No contexto matemático, as palavras têm um sentido associado a critérios de grandeza, precisão e rigor. (Boavida *et al*, 2008).

Segundo Crystal (1997), contrariamente às línguas estrangeiras, que se apreendem com base nas línguas naturais, a linguagem matemática deve ser interiorizada, sem uma formalização excessiva, logo a partir do 1.º ciclo, pois o aluno deve conseguir identificar o valor de definições exatas e a função dos termos convencionais da matemática.

## 1.5 Compreensão de enunciados

Por compreensão escrita entende-se a recepção e descodificação do que se lê, quer se trate de palavras ou de frases, o que é necessário é atribuir um significado ao que se lê, ou seja, apreender o significado da mensagem, sendo isto o resultado da interação do leitor com o texto.

A compreensão de enunciados é influenciada pelo conhecimento que o aluno tem previamente do assunto apresentado e das palavras que o integram, pelo que conversar antecipadamente sobre o teor dos enunciados facilita a aprendizagem.

Sim-Sim (1998) defende que a interpretação e produção de enunciados advém de um conhecimento sintático da língua, que resulta de uma aquisição progressiva de estruturas gramaticais mais complexas. Para esta autora a compreensão de um enunciado engloba não só o conhecimento do significado de todas as palavras como também dos padrões de constituição da estrutura sintática da língua.

Deste modo, podemos concluir da pertinência do conhecimento implícito ou intuitivo da língua, ou seja, da necessidade de mobilizar o conhecimento sintático dessa língua para uma melhor produção e interpretação de enunciados, matemáticos ou não.

A aquisição progressiva de regras e estruturas gramaticais, isto é, regras de combinação de classes de palavras de acordo com funções sintáticas, tornam-se implícitas e são essenciais na interpretação do que falamos ou ouvimos.

As palavras isoladas ou a sua ordenação, sem qualquer critério, não refletem qualquer estrutura e não transmitem nenhuma mensagem. Numa frase, as palavras surgem encadeadas de forma sequencial e para as compreender e produzir é preciso estabelecer relações entre elas, numa estrutura hierárquica, ou seja, em unidades constituintes. Esta noção de constituinte associa-se à capacidade intuitiva ou implícita de identificar as unidades dentro de uma frase. É intuitivo, em nós, percebermos que certos agrupamentos de palavras formam unidades, mais naturais que outras. As palavras, ao combinarem-se entre si, formam uma sequência de estruturas que seguem uma dada ordem, determinando a posição desses constituintes as relações gramaticais.

Assim, as palavras combinam-se numa estrutura hierárquica, em que as categorias gramaticais seguem determinados padrões, integrando unidades constituintes de outras

construções. Desta feita, a estrutura sintática é tanto mais complexa quanto os padrões de organização e as regras específicas de combinação o determinam.

Em conclusão, para reconhecer o significado de um enunciado, ou seja, para compreendê-lo, torna-se necessário apelar a um conjunto de estratégias que levam a uma análise rápida e automática, não consciente, desse mesmo enunciado. Nessa análise, em simultâneo, intervêm a ordem sequencial das palavras, a informação pormenorizada de cada palavra (flexão, classe, função) e ainda os aspetos contextuais onde se inserem os enunciados. Ao possuímos em memória itens lexicais, regras de organização das palavras em frases (regras sintáticas), ou seja, conhecimento implícito da língua, conseguimos compreender, estruturar, refazer e até interpretar o significado de enunciados.

Verifica-se, então, que para resolver qualquer problema matemático, o aluno deve interpretar corretamente o enunciado. Costa e Fonseca (2009) realizaram um estudo em que constataram que os alunos com maiores dificuldades na resolução de problemas são os que têm menos hábitos de leitura.

“A criação de hábitos de leitura poderá proporcionar atitudes de persistência no trabalho de leitura, no conhecimento de uma gama mais diversificada de vocabulário no desenvolvimento da comunicação oral e escrita, bem como na interpretação/compreensão de enunciados matemáticos.” (Costa & Fonseca, 2009: 9).

## **1.6 Comunicação matemática**

O atual programa de Matemática (2013) destaca a Comunicação Matemática como uma capacidade transversal a toda a área da Matemática, em junção com a Resolução de Problemas e o Raciocínio Matemático, realçando que os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias, interpretar as ideias dos outros e clarificar o seu pensamento. Ou seja, os alunos devem ser capazes de interpretar enunciados de problemas matemáticos tanto orais como escritos, explicá-los de forma coerente e concisa, aplicar e descrever a estratégia e o processo utilizado, argumentar e discutir as ideias apresentadas por outros (ME, 2013)

O NCTM (1991), realça que:

O desenvolvimento da capacidade de um aluno para utilizar a matemática implica a aprendizagem dos sinais, símbolos e termos de matemática. O melhor modo de atingir este fim é através de situações problemáticas em que os alunos tenham oportunidade de ler, escrever e discutir ideias onde o uso da linguagem matemática se torne natural. Os alunos, ao comunicar as suas ideias, aprendem a clarificar, refinar e consolidar o seu pensamento matemático". (p.7)

Boavida *et al.*(2008) referem que:

Uma comunicação na sala de aula baseada na partilha de ideias matemáticas, permite a interação de cada aluno com as ideias expostas para se poder apropriar delas e aprofundar as suas. Nesta perspetiva, a comunicação permite aprender, mas também contribui para uma melhor compreensão do próprio pensamento. (p. 61)

A comunicação matemática permite aos alunos desenvolver a capacidade de resolver problemas. Para tal, o papel do professor nesta fase é importante, tanto na introdução de vocabulário específico e adequado como na condução da aula. No desenvolvimento da aula, o professor deve colocar questões que os façam pensar, proporcionar situações que favoreçam a ligação da Matemática à realidade, estimulando a discussão e a partilha de ideias. O NCTM (1994) refere a este propósito que:

embora os professores possam parecer por vezes mais inativos e silenciosos, o professor é todavia central ao fomentar um discurso positivo na sala de aula. A capacidade do professor em desenvolver e integrar as atividades e o discurso de modo a promover a aprendizagem dos alunos depende da construção e manutenção de um ambiente de aprendizagem que suporte e faça crescer este tipo de ideias e atividades. (p.57)

O desenvolvimento da capacidade de interpretar e resolver problemas dependerá também da sucessiva resolução dos mesmos, de modo a que o aluno tenha mais experiência e analise o seu modo de interpretar os problemas através da recolha dos dados, identificando se são necessários ou não.

## **1.7 Texto instrucional**

A OCDE (1999) apresenta um sistema de categorização de textos, diferenciando os textos em contínuos e não-contínuos.

Os *textos contínuos* são compostos por frases, que por sua vez irão compor um parágrafo e que irão formar outras estruturas maiores, tais como as seções, capítulos ou livros. A classificação primária de textos contínuos é por tipo de texto. Os *textos não-contínuos* estão organizados em forma de matriz, tendo como base as combinações em lista.

Segundo a OCDE (1999), existem várias categorias para os textos contínuos: *descritivos* que podem ser descrições impressionistas e técnicas; *narrações*, que podem ser narrativas, relatórios e notícias; *exposições*, que podem ser ensaios expositivos, definições, explicações, sumários, minutas e interpretações textuais; *argumentações*, que podem ser comentários e argumentações científicas; *instrucionais*, que podem ser instruções, regras, regulamentações e estatutos; *hipertextos* que são um conjunto de excertos de texto ligados em conjunto de tal modo que as unidades podem ser lidas em diferentes sequências que frequentemente são acompanhadas por suportes visuais e podem ser alvo de estratégias não-lineares por parte dos leitores.

Já os textos não-contínuos dividem-se em duas categorias: por *formato*, que podem ser formulários, panfletos, vouchers, certificados, chamadas e anúncios, cartazes e gráficos, diagramas, tabelas e matrizes, listas ou mapas, ou por *estrutura* podendo ser listas simples, combinadas, intercetadas, entrelaçadas ou combinatórias.

O texto instrucional, que interessa a este estudo, é um género de texto que tem como objetivo dar ordens ao leitor a fazer algo, enumerando e caracterizando as fases sucessivas para alcançar um dado fim.

Inês Sim-Sim (2007), afirma que os textos instrucionais fazem parte da vida quotidiana. Na maioria das vezes, a informação que pretendemos encontra-se em formato de esquemas, diagramas, gráficos e tabelas acompanhada de pequenos textos, frases ou palavras com funções explicativas. A compreensão da leitura deste tipo de documentos mobiliza um conjunto de processos cognitivos em que a atenção selecionada tem um papel determinante na identificação da informação importante (Sim-Sim, 2007). Deste modo, é importante que o indivíduo (aluno) domine um conjunto de estratégias específicas para saber ler as instruções. A autora refere ainda que é importante ensinar à criança que a leitura de uma instrução implica (Sim-Sim, 2007: 65):

- Conhecer o objetivo final da tarefa;
- Ler sequencialmente cada etapa das instruções;
- Realizar sequencialmente cada etapa;
- Rerler cada etapa sempre que houver dúvidas;

- Verificar no final se foi cumprido o objetivo visado.

Tendo em conta as características mencionadas anteriormente, os enunciados matemáticos implicam características de um texto não-contínuo e de um texto contínuo. Isto quer dizer, que a pergunta escrita por palavras implica que a resposta também o seja, mas o processo de resolução é feito através de algarismos e símbolos, por exemplo. Ou seja, para a aluno resolver o enunciado tem que saber interpretar o que é pedido para posteriormente dar uma resposta. Isto torna-se uma grande dificuldade para os alunos pois, “é um processo onde se combinam vários elementos, tais como: (...), diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, (...), a interpretação da solução, etc.” (Palhares, 2004: 11)

## 1.8 Tipologia de problemas

O professor quando prepara uma aula deve ter em conta o tipo de tarefas e os objetivos que pretende atingir com as mesmas. Segundo Wood *et al* (1991), o professor não deve impor as suas ideias, mas também não deve aceitar todas as hipóteses, mas antes colocar questões que possam clarificar e não avaliando explicitamente o que os alunos dizem, pois isso pode inibi-los. Segundo o ME (2001), os problemas são definidos como “situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução” (p. 68)

Ponte (2005) afirma que qualquer tarefa pode assumir duas vertentes principais: uma associada à estruturação e outra ao desafio matemático que provocam. A tarefa ao ser estruturada surge associada à explicitação das questões colocadas, despoletando tarefas abertas e fechadas. O desafio matemático relaciona-se com o grau da dificuldade que leva ao conhecimento ou não do processo de resolução, podendo assim variar entre reduzido e elevado. Tomando em consideração estas duas vertentes, Ponte sugere quatro tipos de tarefas: “exercício (fechada, desafio reduzido); problema (fechada, desafio elevado); exploração (aberta, desafio reduzido) e investigação (aberta, desafio elevado)” (p.15)

De acordo com Boavida *et al.* (2008), os problemas devem ter as seguintes características:

- Serem compreensíveis embora a solução não seja logo perceptível;
- Serem motivantes e intelectualmente estimulantes;
- Poderem ter várias funções;
- Poderem englobar vários temas.

Já o NCTM (1994) afirma que um bom problema é aquele que possui três características essenciais:

- “Ser problemático”, partindo de alguma coisa com sentido cuja solução não é completamente acessível;
- “Ser desafiante”, numa perspectiva matemática;
- “Ser adequado”, partindo da relação entre o conhecimento que os alunos já possuem de forma a que o novo conhecimento e as potencialidades de cada aluno sejam adaptadas e aplicadas às tarefas. (p.17)

Adotando uma classificação mais simples, adequada ao 1.º ciclo, consideram-se apenas problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos.

Os problemas de cálculo pressupõem a leitura, a avaliação do que é conhecido e do que é pedido e a realização de uma ou mais operações adequadas à resolução do enunciado. Desta forma, distinguem-se problemas de um passo em que se recorre apenas a uma operação e problemas de mais passos em que é necessária mais do que uma operação para chegar à solução. Este tipo de problemas permite aos alunos a aplicação de conceitos previamente aprendidos e agora aplicados na prática.

Os problemas de processo surgem em contextos mais complexos e exigem um maior esforço para compreender os cálculos necessários à solução, sendo necessárias estratégias de resolução mais criativas para encontrar a solução. Com estes problemas pretende-se desenvolver várias capacidades, introduzindo diferentes conceitos ou aplicando conhecimentos matemáticos anteriormente estudados. Para se obter uma solução, muitas vezes requer-se a capacidade de compreender e identificar a estrutura matemática do problema.

Os problemas abertos podem apresentar mais do que uma via para chegar à solução e à resposta correta. Para a sua resolução, é necessário saber explorar para encontrar regularidades, formular juízos, fazendo apelo ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão.

No entanto, existem outras tipologias de classificação de problemas que diferem consoante os autores sendo algumas comuns a alguns deles. Assim Boavida *et al.*

(2008), GIRP<sup>1</sup>, Charles e Lester (citados por Vale e Pimentel, 2004) apresentam problemas de processo, sendo que os de cálculo são apenas comuns aos primeiros e últimos autores.

GIRP e Charles e Lester (referidos por Vale e Pimentel, 2004) têm abordagens idênticas relativamente aos problemas de aplicação pois consideram que exigem uma recolha de dados da vida real e uma tomada de posição sobre os mesmos em consequência da análise desses dados. Admitem várias estratégias de resolução e uma ou mais operações.

Na tabela seguinte (tabela 1) são apresentados os traços distintivos das referidas tipologias abordadas pelos vários autores.

Boavida <i>et al.</i>	GIRP	Charles e Lester
Problemas de cálculo		Problemas de cálculo
Problemas abertos		
Problemas de processo	Problemas de processo	Problemas de processo
	Problemas de conteúdo	
	Problemas de aparato experimental	
		Problemas tipo puzzle

Tabela 1 – Classificação de problemas

Relativamente aos problemas de conteúdo estes só podem ser resolvidos utilizando conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas.

Os problemas de aparato experimental permitem desenvolver certas capacidades como: planificar, organizar e interpretar dados, pesar, medir e contar. Este tipo de problemas exige um grau de competências mais elevado podendo utilizar métodos de investigação próprios das ciências experimentais.

<sup>1</sup> Grupo de Investigação em Resolução de Problemas, constituído por: Domingos Fernandes; António Borralho; Ana Leitão; Helena Fernandes; Isabel Cabrita; Isabel Vale, Lina Fonseca e Pedro Palhares.

Charles e Lester (1986) apresentam os problemas tipo puzzle a utilizar com alunos do 1.º ciclo. São problemas bastante motivadores para os alunos e que exigem como que um “flash” para serem resolvidos.

Ao incentivar os alunos a resolver problemas, o professor proporciona uma aprendizagem ativa, ajudando-os a construir o seu próprio conhecimento matemático e testando os seus conhecimentos sobre os diversos temas de ensino.

Por sua vez, várias tipologias de problemas desenvolvem, nos alunos, o raciocínio e o pensamento sobre ideias e conceitos matemáticos.

## 1.9 Resolução de problemas

A resolução de problemas “assume grande importância na aprendizagem da Matemática que está patente quer em orientações a nível internacional, quer a nível nacional” (Morais, 2011: 30). É, portanto, evidente, que a resolução de problemas é um instrumento importante para aprendizagem e desenvolvimento da matemática.

O antigo programa de Matemática para o Ensino Básico (2013) refere que o gosto pela Matemática “pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas” (ME, 2013: 2). A resolução de problemas proporciona aos alunos a aprendizagem de novos conceitos e ideias matemáticas como poderá ser uma atividade para consolidar ideias matemáticas já trabalhadas (Ponte *et al.*, 2007).

Boavida, *et al.* (2008) referem que:

a resolução de problemas é o processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjecturas. Trata-se de uma actividade muito absorvente, pois quem resolve um problema é desafiado a pensar além do ponto de partida, a pensar de modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a raciocinar matematicamente. (p. 14)

As mesmas autoras referem ainda que “confrontar os alunos com problemas (...) facilita o desenvolvimento do raciocínio, da organização do pensamento e da capacidade de elaborar estratégias para lidar com situações desconhecidas pelo que estimula a maturidade intelectual” (p. 127).

Polya (1978) propõe um modelo de resolução de problemas formado por quatro etapas: (i) compreender o problema; (ii) delinear um plano; (iii) executar o plano; (iv) verificar. No primeiro ponto, os alunos devem “compreender o problema para tentar dar uma resposta.” (Palhares, 2004; 21). Ou seja, devem ser capazes de identificar o que conhecem (os dados), o que não conhecem (o objetivo) e quais as condições apresentadas. A delineação de um plano é necessária para chegar à solução. O mesmo autor salienta que poderá pensar-se em algum problema que tenha sido resolvido anteriormente e tentar relacioná-lo com o problema em causa ou então usar várias abordagens, tais como o uso de desenhos ou de tabelas, por exemplo. Na execução do plano, põe-se em prática o que se elaborou até se chegar a uma conclusão. Caso não se consiga resolver, volta-se ao passo anterior (delineação de um plano) e tenta-se de novo. Na verificação, confere-se se a solução obtida está de acordo com os “dados e as condições apresentadas no problema” (Palhares, 2004: 22).

Na sua aprendizagem, os alunos vão deparar-se com vários problemas e aí vão ter que optar por usar a melhor estratégia. Se essa estratégia falhar, terão que optar por outra que melhor se adegue e experimentá-la até ganharem confiança em resolver problemas (Boavida *et al.*, 2008: 26).

O maior problema reside no facto de não haver apenas um único meio para resolver o problema, pois várias estratégias podem concorrer para a sua solução. Deste modo, as estratégias de resolução de problemas podem ser definidas como: “um conjunto de técnicas a serem dominadas pelo solucionador que o ajudam a “atacar” o problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução” (Vale, 1994, 24-25). Passemos então a enumerar algumas estratégias de resolução de problemas:

- Descobrir um padrão ou uma regra  
O enfoque é colocado em certas etapas do problema e a solução encontra-se a partir de generalizações de soluções pacíficas.
- Fazer tentativas / conjeturas  
Aqui interessa decifrar a solução, de acordo com os dados do problema, confirmando ou não as condições do mesmo.
- Trabalhar do fim para o princípio  
Resolve-se a partir do fim ou do que se quer provar.
- Usar dedução lógica / fazer eliminação  
Ponderam-se todas as hipóteses eliminando as que não são possíveis
- Reduzir a um problema mais simples /decomposição / simplificação

Procura-se resolver um caso particular do problema e aparece associado à estratégia de descoberta de um padrão.

- Fazer uma simulação / experimentação / dramatização  
Utilizam-se objetos, cria-se um modelo ou dramatiza-se o problema a ser resolvido.
- Fazer um desenho, gráfico, diagrama ou esquema  
A importância do desenho sobrepõe-se às palavras.
- Fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela  
Pode ser estratégia de resolução ou servir apenas para organizar, representar e guardar informação.

Numa aula de matemática, o professor deve ser líder e participante, ou seja, deve ser um elemento desafiador do pensamento matemático dos alunos, formando estes um grupo coeso e vinculado às ideias matemáticas em discussão.

Deste modo, o papel do professor é muito importante numa aula de resolução de problemas, pois tem de ser capaz de estimular os alunos a explicarem e criticarem as várias resoluções, tentando coordenar perspectivas alternativas conducentes a um bom resultado. Ao seleccionar os problemas e as tarefas matemáticas, ao analisar e adaptar um dado problema, um professor pode decidir se os problemas seleccionados poderão ou não ajudar a turma a atingir os objetivos propostos.

Nos primeiros anos de escolaridade, os professores poderão orientar os alunos de modo a que estes consigam expressar, classificar e comparar as suas estratégias, ou seja, reconhecer se as estratégias são ou não adequadas e saber quando e como utilizá-las. No entanto, nenhuma estratégia é aprendida de uma só vez, mas ao longo do tempo, usada em determinados contextos, elaborada de acordo com o aumento da complexidade dos problemas.

Ao criar um ambiente em que a compreensão se desenvolve através da reflexão, os professores permitem que os alunos aprendam a assumir a responsabilidade de refletirem sobre o seu trabalho, enquanto resolvem os problemas. Os alunos que resolvem bem um problema estão conscientes dos procedimentos usados e, muitas vezes, analisam e autoavaliam o seu progresso, fazendo um ajuste das suas estratégias logo que ultrapassam dificuldades. Este ambiente de aprendizagem estimula as capacidades reflexivas e são os professores que proporcionam o desenvolvimento dos hábitos de reflexão mental, colocando várias perguntas aos alunos à medida que estes resolvem o problema. Perguntas diversas ajudam os alunos a verificar aquilo que sabem

à medida que aprendem, hábito este que deve ser inculcado desde os primeiros anos de escolaridade.

Os professores desempenham um papel fundamental na aprendizagem, quando selecionam bons problemas, orientando e avaliando a compreensão e a utilização de estratégias de resolução por parte dos alunos. Os chamados bons problemas estimulam os alunos a pensar e a debaterem-se para chegar às soluções. O professor tem a responsabilidade de ajudar os alunos no momento certo, pois se essa ajuda for precoce pode impedi-los de descobrirem e de fazerem um trabalho produtivo. É preciso dar tempo ao aluno para resolver os problemas e estes devem ter consciência que um problema pode levar mais tempo a ser resolvido e que a perseverança é fundamental no desempenho deste tipo de tarefas.

Neste processo de aprendizagem, a resolução de problemas é central, e os contextos dos mesmos deverão ser diversificados, englobando experiências dos alunos desde a família à escola até a aplicações, englobando as ciências e o mundo do trabalho.

## CAPÍTULO II - METODOLOGIA

Neste capítulo apresentarei a metodologia de pesquisa utilizada para compreender as dificuldades dos alunos na leitura de enunciados matemáticos. Serão apresentadas e justificadas as opções metodológicas selecionadas, explicitando os instrumentos de recolha e análise de dados.

### 2.1 Opções metodológicas gerais

O objetivo deste estudo é compreender as dificuldades dos alunos do 5.º ano de escolaridade na interpretação de enunciados matemáticos. Deste modo, optei por uma metodologia de investigação, essencialmente qualitativa, de natureza interpretativa.

O paradigma interpretativo dá grande importância ao significado, ou seja, dá ênfase às “especificidades do significado e ação na vida social que se desenrola em cenários concretos de interação face a face, e que tem lugar numa sociedade mais ampla que circunda o cenário da ação” (Erickson, 1986: 156).

Visto que este estudo dá grande importância ao significado, a abordagem quantitativa não seria adequada, uma vez que pretende a generalização dos resultados e não a compreensão das situações. Assim, este estudo tem algumas características da investigação que foram enunciadas por Bogdan e Biklen (1994):

- i) “Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- ii) Os dados são recolhidos em situação e complementados pela informação que se obtém através do contacto direto;
- iii) A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números;
- iv) A palavra escrita assume particular importância na abordagem qualitativa, tanto para o registo dos dados como para a disseminação dos resultados;
- v) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.” (pp. 47-50)

Para Carmo e Ferreira (2008), a investigação qualitativa tem como características fundamentais, ser:

- “Indutiva – desenvolvem conceitos e chegam à compreensão dos fenômenos a partir de padrões provenientes da recolha de dados;
- Holística – têm em conta a “realidade global”;
- Naturalista – A fonte direta de dados são as situações consideradas “naturais”;
- Humanística – tentam conhecer os sujeitos como pessoas e experimentar o que eles experimentam na sua vida diária;
- Descritiva – a descrição deve ser rigorosa e resultar diretamente dos dados recolhidos.” (pp. 197-198)

Tendo em conta as características referidas por Bogdan e Biklen (1994) e Carmo e Ferreira (2008), o meu estudo segue uma abordagem qualitativa de investigação, ou seja, o meu estágio foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Estágio no 2.º ciclo, logo o ambiente natural era a sala de aula de uma turma do 5.º ano de escolaridade numa Escola Básica Integrada. Durante todo este período de estágio que durou dez semanas desempenhei uma dupla função: professora e investigadora. Deste modo, trabalhei com os alunos em estudo no seu ambiente de sala de aula sem haver quaisquer alterações na metodologia da professora. Além disso, foi durante este período e em contacto com os sujeitos que recolhi os dados necessários para o desenvolvimento do projeto mantendo-se sempre o ambiente natural – as aulas de Matemática.

Como referi anteriormente, esta investigação também é sobre a minha prática. Ponte (2002) considera que é uma investigação que ajuda os docentes “a lidar com os problemas da sua prática” (p.1). Numa investigação sobre a prática, “o investigador tem uma relação muito particular com o objeto de estudo – ele estuda não um objeto qualquer, mas um certo aspeto da sua prática profissional” (Ponte, 2008: 156). O autor refere que:

a investigação sobre a sua prática [do professor] é, por consequência, um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma atividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem ativamente. (p. 3)

O mesmo autor defende que a investigação faz parte do papel do professor na medida em que este só assim consegue refletir e direcionar a sua prática tendo em conta a turma, os alunos que dela fazem parte e as suas dificuldades.

Torna-se necessária a exploração constante da prática e a sua permanente avaliação e reformulação. É preciso experimentar formas de trabalho que levem os seus alunos a obter os resultados desejados. Para isso, é indispensável compreender bem os modos de pensar e as dificuldades próprias dos alunos (...). A base natural para essa atuação tanto na sala de aula como na escola, é a

atividade investigativa, no sentido de atividade inquiridora, questionante e fundamentada. (Ponte, 2002: 6)

Na investigação sobre a prática, o papel do professor é refletir e questionar-se sobre as suas práticas educativas, pois só tendo essas capacidades é que terá a possibilidade de ajudar os alunos a superar as suas dificuldades. Alarcão defende que:

Não posso conceber um professor que não se questione sobre as razões subjacentes às suas decisões educativas, que não se questione perante o insucesso de alguns alunos, que não faça dos seus planos de aulas meras hipóteses de trabalho a confirmar ou infirmar no laboratório que é a sala de aula, que não leia criticamente os manuais ou as propostas didáticas que lhe são feitas, que não se questione sobre as funções da escola e sobre se elas estão a ser realizadas. (Alarcão, 2001: 26)

Ao investigar sobre a prática, o(s) professor(es) assume(m)-se como “autênticos protagonistas no campo curricular e profissional, tendo mais meios para enfrentar problemas emergentes dessa mesma prática.” (Ponte, 2002: 3) O mesmo autor refere ainda que a investigação sobre a prática pode ter dois tipos de objetivos. Por um lado, pode alterar algum aspeto da prática, mas por outro lado, pode procurar compreender a natureza dos problemas que afetam essa mesma prática podendo posteriormente, planear-se uma intervenção.

## **2.2 Contexto: a escola, a turma e a amostra**

A investigação foi desenvolvida ao longo de cinco semanas numa Escola Básica Integrada, sede de Agrupamento de Escolas, na freguesia da Quinta do Conde, no concelho de Sesimbra. O estudo foi feito numa turma do 5.º ano de escolaridade, contando a escola com as valências dos terceiros ciclos do Ensino Básico. O agrupamento foi criado em julho de 2009 e surgiu para responder às necessidades educativas de uma população em forte expansão.

No que diz respeito à escola onde desenvolvi o estágio, esta tinha 8 turmas de 1.º ciclo (cerca de 192 alunos), 11 turmas de 2.º ciclo (cerca de 253 alunos), 16 turmas de 3.º ciclo (cerca de 389 alunos) e 1 turma de CEF (20 alunos)

Segundo o Plano de Turma, esta incluía 21 alunos, 12 do sexo masculino e 9 do sexo feminino, sendo a média das idades de 10 anos. Nesta turma existiam dois alunos com NEE, um com dificuldades de aprendizagem e uma aluna com problemas de relação interpessoal, tendo também um atraso cognitivo.

No período de intervenção tive a oportunidade de observar e participar na rotina dos alunos, o que me permitiu ter mais contacto com os mesmos, tanto na sala de aula como nos intervalos. Durante este tempo e em colaboração com a professora cooperante de matemática, consegui seleccionar um conjunto de alunos que me pudessem ajudar a pôr em prática o meu projeto. Este foi realizado durante as aulas e todos os alunos participaram nas tarefas propostas. No caso das entrevistas, estas foram feitas fora do contexto de sala de aula e foram realizadas apenas a quatro alunos seleccionados previamente.

A escolha dos participantes/ alunos foi feita com o apoio da professora cooperante. A sua escolha deveu-se às suas características: terem noção das suas dificuldades; terem um bom raciocínio matemático e conseguirem explicá-lo de forma clara. Por uma questão de privacidade e anonimato, os alunos seleccionados apenas serão identificados pela letra inicial maiúscula do seu nome. O aluno L. foi seleccionado por ser considerado um aluno responsável, aplicado nas tarefas e com uma boa capacidade de expressão. A aluna L. por ser uma aluna média e esforçada. Quanto à aluna D. é uma aluna fraca, com algumas dificuldades, mas evidenciou uma grande evolução desde o início do período letivo. Por fim, a aluna F. foi seleccionada por ser a aluna com os melhores resultados na maioria das disciplinas, por ser responsável e por ter uma boa capacidade de expressão. As características destes alunos foram uma mais-valia porque permitiram analisar uma diversidade de desempenhos.

### **2.3 Técnicas de recolha de dados**

A escolha das técnicas de recolha de dados deve estar centrada no tipo de estudo que se está a efetuar. Nesse sentido, as estratégias adotadas para a realização dessa recolha devem ter em conta a metodologia escolhida.

Bogdan e Biklen (1994) referem os dados como os materiais que os investigadores recolhem do meio em que se inserem, sendo os elementos que formam a base de análise. Como o objetivo do meu estudo é compreender as dificuldades dos alunos do 5.º ano de escolaridade na interpretação de enunciados matemáticos, este tipo de abordagem sugere uma variedade de técnicas de recolha de dados, tais como a observação participante, a recolha documental e as entrevistas.

Técnicas de recolha de dados	Fontes	Formas de registo
Observação participante	Aulas (5 aulas para a realização das tarefas) Turma de vinte e um alunos	Notas de campo; Gravações vídeo das aulas selecionadas (transcrição de excertos das gravações)
Recolha documental	Amostra de quatro alunos	Produções dos alunos: - <i>A herança dos 35 camelos</i> ; - Transposição de linguagens; - Questão de teste reformulada.
Entrevistas		Gravação áudio de cada entrevista.

Tabela 2 - Técnicas de recolha de dados, fontes e formas de registo

### 2.3.1 Observação participante

A observação é uma técnica de recolha de dados onde o investigador “observa em direto e presencialmente o fenómeno em estudo” (Coutinho, 2011: 317). Afonso (2005) refere que esta “é uma técnica de recolha de dados particularmente útil e fidedigna, na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos, como acontece nas entrevistas e nos questionários” (p.91).

Quivy e Campenhoudt (1992: 165) distinguem dois tipos de observação: a observação direta e a observação indireta. A direta “é aquela em que o próprio investigador procede diretamente à recolha das informações, sem se dirigir aos sujeitos interessados. Apela diretamente ao seu sentido de observação.” Na indireta, “o instrumento de observação é um questionário ou um guião de entrevista” (p.164). Concordando com Quivy e Campenhoudt, Deshaies (1997) diz também haver dois tipos de observação: a direta e a indireta. Para o meu estudo foi utilizada a direta pois, “a observação é direta quando se toma nota dos factos, dos gestos, dos acontecimentos, dos comportamentos, das opiniões, das ações, das realidades físicas, em suma, do que se passa ou existe num dado momento, numa dada situação” (p.296).

Assim, o papel da observação é recolher informação, mas cada um de nós retira o significado daquilo que observa. Para Bell (1997), “Cada observador terá o seu foco particular de atenção e interpretará os acontecimentos significativos à sua maneira” (p.141).

Bell (1997) diz, ainda, que a observação pode ou não ser estruturada, que o investigador pode ou não participar, mas “O seu papel consiste em observar e registar de forma objetiva possível e em interpretar depois os dados recolhidos” (p. 143). A observação, como técnica de recolha de dados é, na maioria, apoiada por outros meios que permitem registar os dados recolhidos. As observações podem ser anotadas “a) no momento em que ocorrem, ou b) no momento após a ocorrência.” (Máximo-Esteves, 2008: 88). Neste caso, dependendo do momento das anotações, são utilizadas diferentes ferramentas de registo.

Durante a observação, para além de estar presente em todas as aulas, fui escrevendo notas de campo que achei pertinentes e importantes para o meu estudo.

Segundo Máximo-Esteves (2008), as notas de campo surgem, “quando se exige maior fidelidade no registo do que está a acontecer.” (*idem*, p. 88). Para o efeito, também:

pode recorrer-se ao suporte áudio, no caso da observação de ocorrências ou conversações, que serão posteriormente transpostas para registo escrito sob a forma de transcrição integral, de notas resumidas ou comentários, ou pode recorrer-se também ao suporte de imagem (fotografia ou vídeo) quando, por exemplo, se pretende registar as expressões das crianças ou a movimentação na sala. (Máximo-Esteves, 2008: 88)

Depois da ocorrência, “as notas de campo tomam a forma de registo escrito” (Máximo-Esteves, 2008: 88). Consistem em “anotações extensas, detalhadas e reflexivas, elaboradas depois da aula” (*idem*).

Segundo Bogdan e Biklen (1994):

as notas de campo podem originar em cada estudo um diário pessoal que ajuda o investigador a acompanhar o desenvolvimento do projeto, a visualizar como é que o plano de investigação foi afetado pelos dados recolhidos, e a tornar-se consciente de como eles ou elas foram influenciados pelos dados. (pp. 150-151)

Os diários correspondem aos registos descritivos do que observamos no momento, como também “inclui os sentimentos, as emoções e as reações a tudo o que rodeia o professor-investigador” (Máximo-Esteves, 2008, p. 98). Esta ideia enquadra-se no que Bogdan e Biklen (1994) referem quanto ao conteúdo das notas de campo:

As notas de campo consistem em dois tipos de materiais. O primeiro é descritivo, em que a preocupação é a de captar uma imagem por palavras do local, pessoas, ações e conversas observadas. O outro é reflexivo – a parte que apreende mais o ponto de vista do observador, as suas ideias e preocupações. (p. 152)

Na investigação realizada, utilizei, como registo, as notas de campo e registo vídeo das aulas e das entrevistas. Estes registos apenas foram feitos nas cinco aulas planificadas com as tarefas do projeto.

### 2.3.2 Pesquisa documental

A pesquisa documental “visa selecionar, tratar e interpretar informação bruta existente em suportes estáveis (...) com vista a dela extrair algum sentido” (Carmo & Ferreira, 1998: 59). A análise das produções escritas pelos alunos “é indispensável quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos.” (Máximo-Esteves, 2008: 92). Esta técnica de recolha de dados é utilizada por docentes que, “partindo de uma prática que pretendem aperfeiçoar, analisam metodicamente amostras de trabalhos elaborados pelos alunos, para compreenderem como é que as crianças processam a informação, resolvem problemas e lidam com tópicos e questões complexas” (p. 92). Assim, os docentes podem “aprender sobre a forma como ensinam e como podem orientar as necessidades dos seus alunos” (p. 92).

Sendo que o meu estudo se foca na compreensão por parte dos alunos, de enunciados matemáticos, é fundamental ter um material que, segundo Bogdan e Biklen (1994), represente a perspetiva da criança.

A recolha documental baseou-se essencialmente nas produções escritas realizadas por vinte e um alunos embora só tivessem sido analisados os da amostra, através de um conjunto de enunciados matemáticos apresentados. As tarefas foram propostas e recomendadas pela professora cooperante. A primeira tarefa intitulou-se “A herança dos 35 camelos”, presente no livro *O homem que sabia contar*, de Malba Tahan. A segunda tarefa foi uma proposta do manual do aluno (*Matemática Sob Investigação 5*, parte 2), cujo objetivo consistia em os alunos passarem para notação matemática um texto verbal em português. A última tarefa teve como antecedente uma pergunta do teste de avaliação (ver anexo) que os alunos tinham realizado e que a maioria errou. Essa questão foi reformulada três vezes, com o apoio da professora cooperante e do

orientador para, no fim, se tentar compreender qual a reformulação que teria mais sucesso.

### 2.3.3 Entrevistas

O principal objetivo é a obtenção de informação e, segundo Bogdan e Biklen (1994) “uma entrevista consiste numa conversa intencional, geralmente entre duas pessoas (...) dirigida por uma das pessoas com o objetivo de obter informação sobre a outra.” (p.134). A entrevista pode ser utilizada como única técnica de recolha de dados ou em conjunto com outras técnicas, tais como a observação participante e a análise documental.

Numa investigação qualitativa, a entrevista pode ser utilizada de duas formas. Esta pode ser a estratégia dominante para a recolha de dados durante o estudo ou pode ser usada em conjunto com a observação participante e com a análise de documentos (Bogdan & Biklen (1994). Em todas estas situações, a entrevista “é utilizada para recolher dados descritivos (...) permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo” (p.136). As entrevistas, segundo Bogdan e Biklen (1994), variam quanto ao grau de estruturação, podendo ser abertas (não estruturadas) ou centradas em determinados tópicos (estruturadas). Nas não estruturadas, o entrevistador encoraja o entrevistado a falar sobre uma área de interesse, de seguida explorando-a mais aprofundadamente, retomando os tópicos e os temas que o respondente iniciou. O entrevistador tem um papel importante na definição do conteúdo da entrevista e na condução do estudo. No caso das entrevistas estruturadas, estas oferecem ao entrevistador uma variedade de temas consideráveis, que lhe permitirá levantar uma série de tópicos e oferece também ao sujeito a oportunidade de moldar o seu conteúdo (Bogdan & Biklen, 1994: 135).

Uma boa entrevista é aquela que produz “uma riqueza de dados, recheados de palavras que revelam as perspectivas dos respondentes” (Bogdan & Biklen, 1994: 136), o que leva a que as transcrições estejam repletas de detalhes e de exemplos.

O bom entrevistador é aquele que passa ao sujeito o “seu interesse pessoal, estando atento, acenando com a cabeça e utilizando expressões faciais apropriadas” (Bogdan & Biklen, 1994: 136). Um dos papéis mais importantes do investigador é encorajá-los a

expressarem o que sentem. Não consiste em modificar os seus pontos de vista, mas sim compreender os seus pontos de vista e levá-los a justificarem-se das suas escolhas.

Sendo a entrevista um dos instrumentos de recolha de dados, ela foi um elemento-chave para este estudo, pois permitiu uma discussão e reflexão sobre o modo como o aluno interpretou os enunciados. Segundo o NCTM (2007: 218), as discussões permitem que o professor fique “apto para avaliar a compreensão dos alunos.” Através da entrevista os alunos conseguem explicar o modo como interpretaram a tarefa utilizando as suas resoluções. Para isso, durante a entrevista foram apresentadas a cada aluno as suas produções para que explicassem o seu raciocínio e a forma como tinham interpretado o problema.

As entrevistas (ver ponto 2.5) foram realizadas a quatro alunos separadamente, depois de obtida a devida autorização dos encarregados de educação. Elas serviram para os alunos explicarem e principalmente para identificarem as semelhanças e as diferenças que tinham ocorrido durante a realização das tarefas.

## **2.4 Processo de recolha de dados documentais**

### **2.4.1 Tarefa “A herança dos 35 camelos”**

A tarefa da “Herança dos 35 camelos” incide no tema do 5.º ano “Comparação e adição de números representados por frações”. Esta atividade saiu um pouco do âmbito normal de abordagem de um conteúdo matemático, na medida em que se estabeleceu a ligação com a audição de uma história lida pela professora cooperante e pela estagiária e por ambas recontada na aula subsequente, com o objetivo de relembrar os pontos essenciais da referida história correlacionados com os conceitos matemáticos em estudo. Após o preenchimento do guião (ver Apêndice 1), em trabalho de casa, o mesmo foi explorado em pequenos grupos, na aula, para se chegar a uma conclusão, primeiro apresentada oralmente e de seguida registada no quadro.

Pretendeu-se assim detetar se era perceptível e compreensível o método de exploração adotado.

Dadas as características desta tarefa, com recurso a um texto em linguagem natural e escrita fonográfica, bastante extenso, num total de 216 páginas, levou a que o seu

tratamento se prolongasse no tempo, por isso houve necessidade de elaborar um guião que orientasse os alunos na resolução da referida tarefa. Por sua vez, os alunos tiveram que ser dispostos em grupos para uma maior facilidade de troca de ideias e posterior realização da atividade.

O guião elaborado em trabalho de casa, ou seja, o texto lacunar teve como objetivo centrar a atenção do aluno nos elementos matemáticos essenciais à resolução do problema, neste caso, a realização de operações com frações. Assim, os espaços a preencher neste texto incidem sobretudo nos aspetos mais relevantes do problema a resolver, pelo que correspondem às operações matemáticas necessárias a uma melhor compreensão do enunciado apresentado.

O preenchimento deste foi a segunda fase para a consecução da tarefa, exigindo que os alunos relembassem aquilo que tinham ouvido na aula, durante a primeira fase.

Numa terceira fase foi distribuída uma grelha de análise a cada dois alunos para que respondessem a cada uma das perguntas apresentadas. Este desdobramento do problema conduziu a três etapas que contribuíram para o resultado final.

Esta tarefa enquadra-se no tipo de perguntas de partida, conducentes ao desenvolvimento do pensamento matemático. As perguntas de partida são questões abertas que provocam diálogo garantindo a compreensão da pergunta. São exemplo disso: “Quantos camelos deveria receber cada irmão?” e “Como é possível ter sobrado um camelo?”.

No contexto matemático, as questões desta tarefa conduzem a uma discussão final no grupo-turma necessária à consolidação e sistematização dos resultados obtidos. Neste caso, houve uma reflexão final e conjunta orientada pela professora cooperante consciencializando os alunos da necessidade de estabelecer relações. Assim, foram elaboradas questões mais coletivas, como por exemplo: “Quem tem a mesma resposta?” e “Quem chegou a uma resolução diferente?”.

## 2.4.2 Tarefa da transposição de sistemas de escrita

A escolha da tarefa respeitante à transposição de sistemas de escrita surgiu da percepção intuitiva da estagiária no que diz respeito à compreensão da linguagem matemática específica. Na fase preparatória para a elaboração da segunda tarefa, os alunos, em grande grupo, foram confrontados com exercícios idênticos aos que posteriormente iriam realizar individualmente.

Pela primeira vez, tomaram contacto com os enunciados em escrita fonográfica, tal como se pode observar na figura 2, tomando como ponto de partida a expressão “A soma da diferença entre dois e um com três”.

Escrita fonográfica e escrita logográfica

- a) A soma da diferença entre dois e um com três.
- b) A diferença entre a soma de três com dois e um.
- c) A soma de três com a diferença entre dois e um.

Figura 2– Frases exploradas na aula.

Nesta tarefa era pedido aos alunos que transformassem cada uma das frases de escrita fonográfica para escrita logográfica usando os símbolos da adição e da subtração. Como cada frase apresenta uma formulação distinta das outras, houve necessidade de as explorar individualmente na aula, em grupo-turma. Numa fase posterior foi distribuído a cada aluno uma folha onde eram apresentadas três expressões tendo cada aluno que seleccionar a opção correta. Por último, foram questionados sobre o grau de dificuldade das várias frases.

<p>Escolhe a opção que traduz em linguagem matemática a expressão: "A doze adiciona o resultado de a quinze subtrair sete"</p> <p>a) <math>12 - 15 + 7</math> b) <math>12 + 15 - 7</math> c) <math>12 + (15 - 7)</math> ✓ d) <math>(12 + 15) - 7</math></p> <p>Qual das expressões, quer dizer: "A doze adicionar a diferença entre quinze e sete"?</p> <p>a) <math>12 + 15 - 7</math> b) <math>12 + (15 - 7)</math> ✓ c) <math>(12 + 15) - 7</math> d) <math>12 - 15 + 7</math></p>	<p>Das seguintes alíneas, escolhe a que é equivalente a: "A soma de doze com a diferença entre quinze e sete".</p> <p>a) <math>(12 + 15) - 7</math> b) <math>12 + 15 - 7</math> c) <math>12 + (15 - 7)</math> ✓ d) <math>12 - 15 + 7</math></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 3 – Tarefa 2

O objetivo da segunda tarefa é demonstrar que a correspondência entre a escrita fonográfica portuguesa e a escrita logográfica matemática é um processo mecânico que deve estar implícito e não explícito no exercício a realizar.

### 2.4.3 Tarefa de questão do teste reformulada

Constatou-se que uma das perguntas do teste (Figura 4) só foi respondida corretamente por um aluno. A partir desta situação sentiu-se a necessidade de reformular essa questão, partindo do princípio que a versão anteriormente apresentada não seria facilmente compreendida pelos alunos. Desta forma, poder-se-ia concluir sobre a maior ou menor facilidade que os alunos teriam na resolução da referida tarefa. As três reformulações entregues aleatoriamente aos alunos foram resolvidas individualmente.


<p>11. Numa caminhada do "Dia Mundial sem carros" houve 100 participantes. Sabe-se que:</p> <p><math>\frac{2}{5}</math> eram do sexo masculino; <math>\frac{4}{5}</math> eram adultos; <math>\frac{1}{5}</math> eram meninas.</p> <p>Quantas crianças do sexo masculino participaram na corrida?</p> <p>(A) 0                      B) 10                      (C) 20                      (D) 30</p> <p>Justifica a tua resposta.</p>	
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------

Figura 4 – Enunciado do teste

A partir deste problema foram apresentadas três reformulações do mesmo.

Numa caminhada do “Dia Mundial sem carros” houve 100 participantes.

Sabe-se que:

$\frac{4}{5}$  eram adultos;

$\frac{1}{5}$  eram meninas.

Quantas crianças do sexo masculino participaram na corrida?

(A) 0                      (B) 10                      (C) 20                      (D) 30

Justifica a tua resposta.

Figura 5 – Reformulação retirando uma alínea

Com a primeira alteração (Figura 5), adotou-se uma estratégia de simplificação dos dados do problema excluindo o primeiro dado, “ $\frac{2}{5}$  eram do sexo masculino”, por se considerar desnecessário e por tornar mais complexo o raciocínio do aluno.

Numa caminhada do “Dia Mundial Sem Carros” participaram 100 pessoas.

Sabemos que:

$\frac{1}{5}$  eram do sexo masculino;

$\frac{4}{5}$  eram adultos;

$\frac{1}{5}$  eram crianças do sexo feminino.

Quantas crianças do sexo masculino participaram na caminhada?

(A) 0                      (B) 10                      (C) 20                      (D) 30

Justifica a tua resposta.

Figura 6 – Reformulação uniformizando a linguagem

Na segunda reformulação (Figura 6), as alterações ocorridas centram-se apenas na uniformização e simplificação da linguagem natural escolhendo verbos e vocábulos mais próximos do contexto de uso dos alunos.

Assim, o verbo haver (houve) é de maior dificuldade de compreensão do que o verbo participar (participaram) tal como a substituição da forma verbal impessoal “sabe-se” pela forma verbal pessoal “sabemos”, se torna mais acessível. Por sua vez, a expressão

“crianças do sexo feminino” foi substituída por “meninas”, esta única palavra abarca no seu significado a idade e o género. Por último, a linguagem torna-se mais coerente ao utilizar a mesma palavra no início e no fim do problema e não duas com significados diferentes “caminhada/corrída”.

1. Numa caminhada do “Dia Mundial sem carros” participaram 100 atletas.

1.1. Indica quantos atletas representam  $\frac{1}{5}$  dos participantes.

1.2. Sabendo que  $\frac{2}{5}$  dos atletas eram do sexo masculino, indica o número de atletas do sexo masculino e o número de atletas do sexo feminino.

1.3. A organização referiu que  $\frac{4}{5}$  dos atletas eram adultos. Qual foi o número de adultos a participar na caminhada?

1.4. Se  $\frac{4}{5}$  dos atletas participantes eram adultos, quantos atletas eram crianças?

1.5. Sabendo que  $\frac{1}{5}$  dos atletas participantes eram crianças do sexo feminino, quantas crianças do sexo masculino participaram na caminhada?




Figura 7 – Reformulação desdobrando tarefas

Na última reformulação (Figura 7), tomou-se em consideração um desdobramento do enunciado de forma a torná-lo mais simples, dado que poderia ser resolvido por etapas. Assim, uma pergunta única no teste deu lugar a cinco alíneas incidindo sobre elementos que correspondiam aos vários cálculos a realizar. O problema aparece primeiro com referência aos atletas em geral, desdobra em sexo masculino e feminino; depois em adultos e crianças e, por último, crianças do sexo masculino e feminino.

Com estas reformulações pretendia-se que os alunos aplicassem conhecimentos, anteriormente adquiridos, sobre operações com frações e que conseguissem interpretar o resultado obtido.

## 2.5 Processo de recolha de dados das entrevistas

Realizaram-se entrevistas individuais aos quatro alunos selecionados.

Para haver uma melhor qualidade e análise de dados foi elaborado um guião para as entrevistas que foram gravadas via áudio e posteriormente transcritas na íntegra.

Tarefas	Guião da entrevista
A herança dos 35 camelos	<p>(Com o caderno diário aberto na tarefa)</p> <p>Lembras-te do que foi feito na aula?</p> <p>O que é que vocês tinham que preencher na ficha?</p> <p>E achas que isto feito desta maneira ajudou te na resolução da tarefa?</p> <p>Se sim, porquê?</p>
Transposição de sistemas de escrita	<p>(Com o exercício feito na mão)</p> <p>O que foi feito nesta aula com esta tarefa?</p> <p>O que é que nós tínhamos no quadro?</p> <p>E o que é que nós tínhamos que fazer?</p> <p>E como é que nós fizemos isso?</p> <p>E conseguimos transformar tudo de uma vez?</p> <p>O que é que nós fomos fazendo?</p> <p>E achas que depois desta ajuda consegues passar de linguagem natural para linguagem matemática?</p>
Tarefa de teste reformulada	<p>(Com a pergunta do teste e a modificada na mão)</p> <p>Observa esta pergunta do teste e a tua resposta.</p> <p>Observa esta pergunta da tarefa de aula e a tua resposta.</p> <p>Que semelhanças há entre o teste e a tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas.</p> <p>Que diferenças há entre o teste e a tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas.</p> <p>Porque é que conseguiste responder corretamente na tarefa e não no teste?</p> <p>(Se não for referido) E as diferenças entre os enunciados / perguntas, terão ajudado à resposta correta? Como?</p>

Na primeira tarefa, “A herança dos 35 camelos”, as questões colocadas fizeram apelo à memória e relacionaram-se com o facto de ter sido preenchido um guião antes da resolução do exercício. O guião, com a apresentação das várias etapas em sequência poderia ser uma ajuda ou não para a consecução da tarefa.

Relativamente à tarefa da “Transposição de sistemas de escrita”, foi pedido a cada aluno que explicasse o que tinha sido feito na aula e se o modo como tinha aprendido a resolver o irá ajudar futuramente.

No que diz respeito à tarefa reformulada do teste, o tipo de pergunta foi diferente, pois havia um motivo para tal. Estas questões centram-se mais nas semelhanças e diferenças que o aluno tinha encontrado entre o teste e a tarefa reformulada. Cada entrevistado só respondeu a uma das questões reformuladas, tendo sido feita uma seleção aleatória da questão distribuída a cada um. Não faria sentido os alunos selecionados resolverem as três reformulações diferentes porque a resposta seria comum a todas, mudando apenas o enunciado.

Estas entrevistas surgem após os alunos terem resolvido o problema porque se pretendia que eles fossem capazes de justificar ou apresentar uma explicação. Daí as perguntas: “Porque é que conseguiste responder corretamente na tarefa e não no teste?” e “As diferenças entre os enunciados/ perguntas terão ajudado à resposta correta? Como?”

Por sua vez, as questões “Que diferenças/ que semelhanças há entre o teste e a tarefa nos enunciados e nas tuas respostas?” levam a que os alunos interpretem os dados ou as estratégias que utilizaram na resolução do problema.

As entrevistas elaboradas têm um carácter avaliativo, pois o objetivo é levar os alunos a tomar consciência do seu pensamento e esclarecer o professor do modo como compreenderam o exercício.

## 2.6 Processo de análise dos dados

Sendo um dos objetivos deste projeto estudar as dificuldades que os alunos sentem na leitura de textos instrucionais, revelou-se de extrema importância a recolha de dados que comprovam essa intenção.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a análise de dados pode ser definida como: “o processo de busca e organização sistemática de transcrições (..) dos materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão (...) e apresentar aos outros aquilo que encontrou” (p. 205).

### 2.6.1 Processo de análise dos dados da observação

Nos meus primeiros dias de contacto com a turma de alunos que ia observar, estava interessada e entusiasmada por aquilo que ia encontrar tentando aproximar-me dos alunos. Para isso perguntei-lhes o nome, a idade e qual a disciplina favorita. Eu própria também me apresentei, tendo sido questionada sobre o porquê da minha presença ali.

Inicialmente, senti-me um pouco nervosa porque não sabia qual iria ser a reação dos alunos, se seria ou não bem aceite. Comecei esta minha observação participante colocando-me numa posição de observadora e esperando apenas ser aceite. À medida que o tempo avançou, fui criando alguns elos de ligação, sentindo-me mais integrada no processo. Tinha consciência de que não podia continuar “de fora”, mas também não podia participar demasiado. Teria de saber calcular a aproximação correta e o modo como a devia fazer.

O modo como se participa depende de quem somos, dos nossos valores e da nossa personalidade, havendo a necessidade de ajustar o nosso comportamento à tarefa a realizar. Assim, tentei interiorizar o objetivo do meu estudo, à medida que ia recolhendo dados, participando com os alunos de diversas formas. Fui observando os seus conhecimentos, os seus comportamentos e dispus-me a ajudá-los a desempenharem as suas obrigações. Também me fui tornando cada vez mais sociável, dialogando com os alunos fora do espaço aula, nos corredores ou no recreio. Era necessário estabelecer uma boa relação, convivendo e criando um bom clima de trabalho.

Os observados podem ser considerados não perturbadores e um elemento interessante para a aula, outros podem considerá-los desgastantes porque se sentem observados também. No meu caso, a professora cooperante mostrou-se sempre muito recetiva e

colaborante no acompanhamento do meu trabalho. Manifestou-se sempre disponível para me ajudar, até fora do contexto aula, tentando integrar-me o melhor possível na turma e no trabalho que estava a desenvolver.

## **2.6.2 Processo de análise dos dados da recolha documental**

### **2.6.2.1 “A Herança dos 35 camelos”**

Para analisar os dados recolhidos utilizei um texto lacunar que me permitiu saber se os alunos tinham retido o essencial da história lida e recontada. Dado que os textos antes de serem corrigidos foram discutidos entre os vários grupos, todos os guiões estavam corretamente preenchidos. Estes foram um precioso auxiliar na realização da tarefa proposta, tal como será confirmado nas entrevistas realizadas.

O outro instrumento utilizado, foi um quadro de apoio à resolução do problema, que, de uma forma menos complexa, surge desdobrado em três fases correspondentes a três perguntas para facilitar a compreensão e a resolução do mesmo, daí os alunos não terem manifestado dificuldade ao realizar o que era pedido.

Desta forma, foram destacadas as três partes essenciais do mesmo, adotando uma sequência do mais geral para o mais particular, ou seja, o número de camelos a receber por cada irmão; quantos cada um receberia com a técnica do Beremiz e, por último, a pergunta conducente ao resultado final. Os dados constantes neste quadro de apoio vão servir de apoio à resolução da tarefa.

### **2.6.2.2 Transposição de sistemas de escrita**

Após a conclusão da tarefa, os alunos foram questionados sobre qual das expressões achavam mais ou menos difícil. A partir da análise das suas respostas foi elaborado um quadro síntese dos dados recolhidos, tendo sido utilizada uma cor diferente para destacar os graus de execução mais fácil e mais difícil.

Com base na leitura do quadro, verificou-se que a linguagem fonológica, tal como aparece, não facilita a realização do exercício, pois é mais fácil resolver a operação aritmética de forma direta e não recorrendo à língua escrita.

### **2.6.2.3 Tarefa de questão do teste reformulada**

Após a reformulação da pergunta a grande maioria dos alunos conseguiu acertar na resolução da mesma. Os quatro alunos selecionados previamente para as entrevistas conseguiram com maior ou menos clareza identificar algumas dificuldades associadas à realização da tarefa.

Ao elaborar uma tabela de análise dos dados recolhidos destaquei três partes incidindo a primeira na análise à resposta de cada uma das reformulações da pergunta do teste; a segunda na entrevista feita posteriormente ao aluno e por último, nas observações feitas pela estagiária.

### **2.6.3 Processo de análise dos dados das entrevistas**

Dado que as entrevistas realizadas apresentavam alguma extensão não era possível analisá-las sem o recurso ao gravador. Visto que pretendia registar e transcrever as entrevistas tentei orientá-las de forma a obter respostas curtas. Se não se consegue entender o que o entrevistado está a dizer torna-se necessário pedir a clarificação do que tenta transmitir fazendo mais perguntas.

Para analisar os dados relativamente às entrevistas realizadas foquei a minha atenção nas respostas dos alunos que me permitiram identificar as dificuldades por eles sentidas, o modo como explicaram o que tinham feito e as razões porque tinham conseguido realizar bem a tarefa na aula e não no teste.

Estas entrevistas foram analisadas através do seu conteúdo e posterior categorização dos tópicos abordados em cada uma das tarefas realizadas.

Os resultados serão apresentados numa grelha correspondentes a quadros-síntese de análise dos dados recolhidos sobre os quatro alunos entrevistados. Estes quadros-síntese integram uma análise da resposta do aluno entrevistado à questão reformulada do teste. Ainda nestes quadros figuram as observações da investigadora às respostas da tarefa.

## CAPÍTULO III - ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS RECOLHIDOS

Neste capítulo apresentarei os dados recolhidos do estudo realizado, com o intuito de compreender as dificuldades dos alunos na leitura de enunciados matemáticos.

Com o objetivo de avaliar de que modo a linguagem natural em escrita fonográfica influencia a interpretação de um enunciado matemático, realizaram-se três tarefas distintas e identificaram-se graus diversos de execução das mesmas, em função da linguagem utilizada.

Foram ainda tomados em consideração os dados das observações e das entrevistas realizadas na última fase do trabalho desenvolvido.

### 3.1 Tarefa – “A herança dos 35 camelos”

Tentando explorar de forma diferenciada enunciados de problemas, optei por dinamizar o primeiro em trabalho de pares, devidamente orientado pelo preenchimento de um quadro de apoio (Figura 8). Esta surge após a audição da história lida e posteriormente recontada pelas professoras.

a) Quantos camelos deveria receber cada irmão?		
SALIM	HAMED	HARIM
b) Quantos camelos recebe cada um com a técnica do <u>Beremiz</u> ?		
SALIM	HAMED	HARIM
c) Como é possível ter sobrado um camelo?		

Figura 8 – Quadro de apoio à tarefa

Ao realizarem o trabalho, em pares (Figura 9), e com o auxílio do guião, tal como os alunos entrevistados confirmaram, foi fácil resolver um problema com várias operações de frações. O guião sequenciando as várias etapas da história escutada aumentou positivamente a consecução da tarefa.

Nas entrevistas, os alunos salientaram que o guião assinalando as partes mais importantes da história acabou por conduzi-los à realização do cálculo matemático.

“Foi mais fácil ler o livro, preencher a folha para percebermos melhor o que era pedido do que se não tivéssemos a folha a ajudar.”

(Excerto da entrevista da aluna F.)

“Porque aqui (apontando para a tarefa) já dizia quase tudo e como nós estivemos a ler isto senão soubéssemos alguma coisa podíamos ver alguns parágrafos e descobrir onde é que estavam.”

(Excerto da entrevista da aluna D.)

“Porque na ficha tem as frases com as informações de um bocadinho do livro que nós completámos a tarefa.”

(Excerto da entrevista do aluno L.)

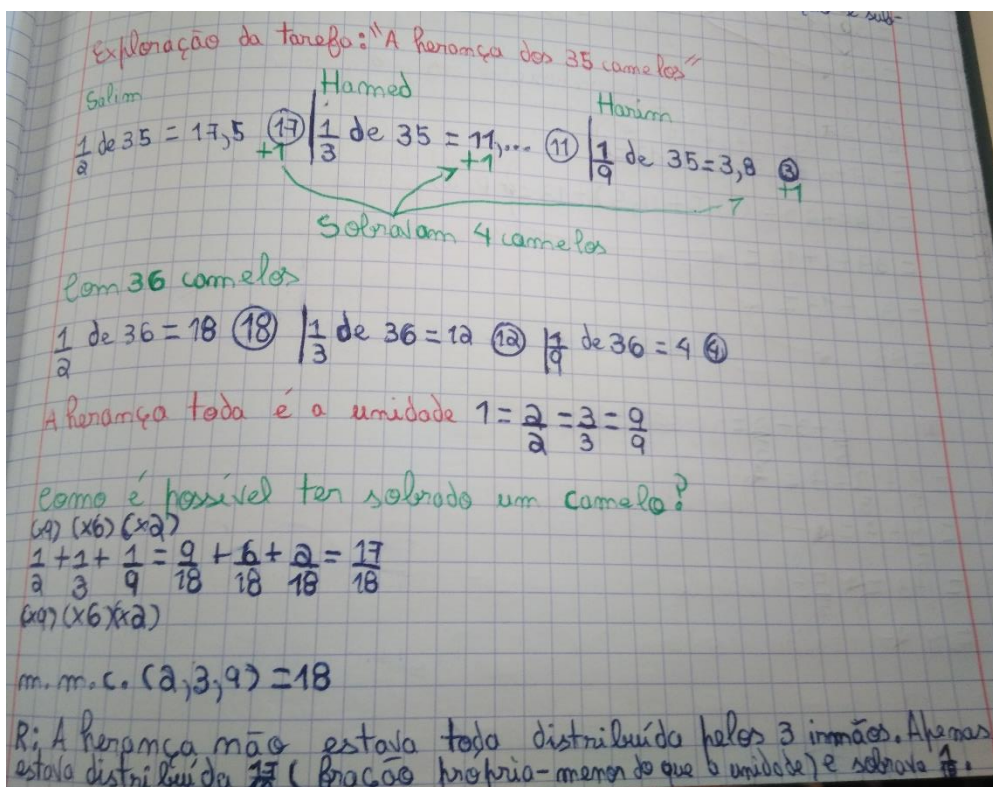


Figura 9 – Preenchimento do quadro-síntese

Realizou-se, por último, uma discussão dos problemas, no grupo-turma, pelo que solicitei a dois alunos que explicassem como tinham desenvolvido o problema, tendo-se elaborado uma conclusão genérica (Figura 10) com o auxílio da turma.

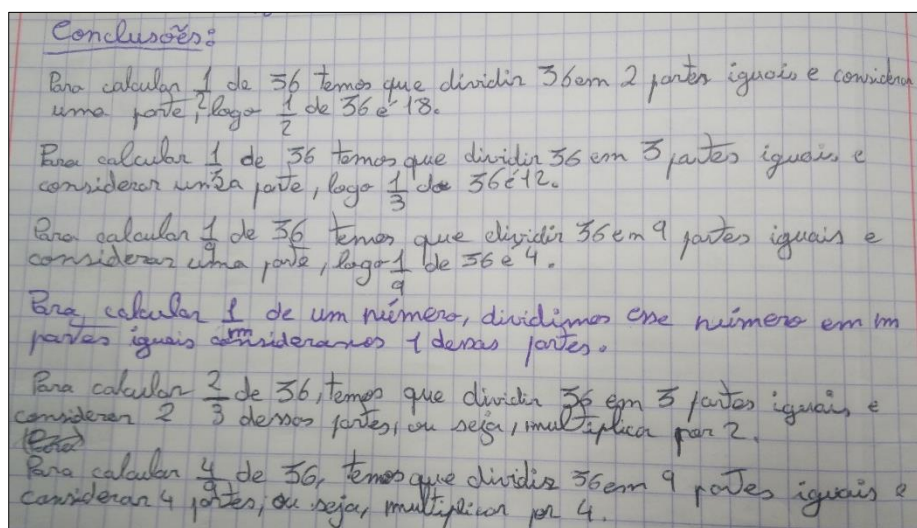


Figura 10a – Conclusão geral elaborada em grupo-turma

**Conclusões:**

Para calcular  $\frac{1}{2}$  de 36 temos que dividir 36 em 2 partes iguais e considerar uma parte, logo  $\frac{1}{2}$  de 36 é 18.

Para calcular  $\frac{1}{3}$  de 36 temos que dividir 36 em 3 partes iguais e considerar uma parte, logo  $\frac{1}{3}$  de 36 é 12.

Para calcular  $\frac{1}{9}$  de 36 temos que dividir 36 em 9 partes iguais e considerar uma parte, logo  $\frac{1}{9}$  de 36 é 4.

**Para calcular  $\frac{1}{n}$  de um número, dividimos esse número em  $n$  partes iguais e consideramos 1 dessas partes.**

Para calcular  $\frac{2}{3}$  de 36, temos que dividir 36 em 3 partes iguais e considerar 2 dessas partes, ou seja, multiplicar por 2.

Para calcular  $\frac{4}{9}$  de 36, temos que dividir 36 em 9 partes iguais e considerar 4 partes, ou seja, multiplicar por 4.

Figura 10b – Transcrição da conclusão geral elaborada em grupo-

Esta conclusão global contém, em si, a súmula das várias conclusões parciais associadas a cada um dos irmãos presentes na história narrada.

### 3.2 Tarefa da transposição de sistemas de escrita

Numa fase preliminar, durante as aulas, foi feita uma pequena introdução aos alunos sobre o sistema de escrita usado na língua portuguesa, a escrita fonológica alfabética.

De seguida, foi explicada como a tarefa iria ser explorada no quadro e oralmente, em grupo-turma. Foi dito aos alunos que iriam aprender a transformar em linguagem matemática frases escritas em português, tomando como ponto de partida a frase “A soma da diferença entre dois e um com três”.

Durante a exploração, no quadro, foram salientados alguns vocábulos da língua portuguesa que têm a sua correspondência na notação matemática (soma, adicionar, diferença, subtrair e resultado). Através de perguntas dirigidas ao grupo-turma tentámos perceber que sinais ou símbolos matemáticos os alunos atribuíam a cada um dos vocábulos. Muitos foram os que disseram que a adição se representava com o sinal de “+”, outros também referiram que a diferença seria o sinal “-“ e que o resultado se representa pelo símbolo “=”.

Numa fase mais avançada precisou-se com exatidão a importância dos vocábulos diferença e soma em correspondência com a linguagem matemática, no contexto deste enunciado. Exemplo: “Qual é a diferença entre dois e um? Isto é, qual é o número que se obtém quando se efetua a subtração entre os dois números?”. Neste exemplo, o resultado seria um. A palavra diferença aqui corresponde ao resultado da subtração. O sinal “-“ é o símbolo usado em notação matemática para representar a operação de subtração.

Os alunos foram também questionados sobre a segunda parte da expressão “A soma da diferença entre dois e um com três”. Ao que a resposta foi “falta somar mais três”. Ou seja, foi perceptível que após chegarem ao resultado da “diferença entre dois e um” teriam de adicionar três. Perguntou-se qual a razão para se adicionar, ao que os alunos responderam “porque é a soma do resultado com três”.

Foi de seguida explicado e escrito no quadro que “soma é o resultado da adição (+) de um número com outro”. Concluiu-se, então, que os vocábulos soma e diferença podem representar operações matemáticas, respetivamente a adição e a subtração. Em jeito

de síntese, fez-se uma revisão oral destacando o que é necessário para estabelecer uma correspondência entre a escrita em português e a notação matemática:

- 1.º Transformámos algumas palavras em símbolos;
- 2.º Organizámos os símbolos e chegámos à expressão matemática correta.

Relativamente às outras duas questões b) e c) foi adotada a mesma estratégia de exploração.

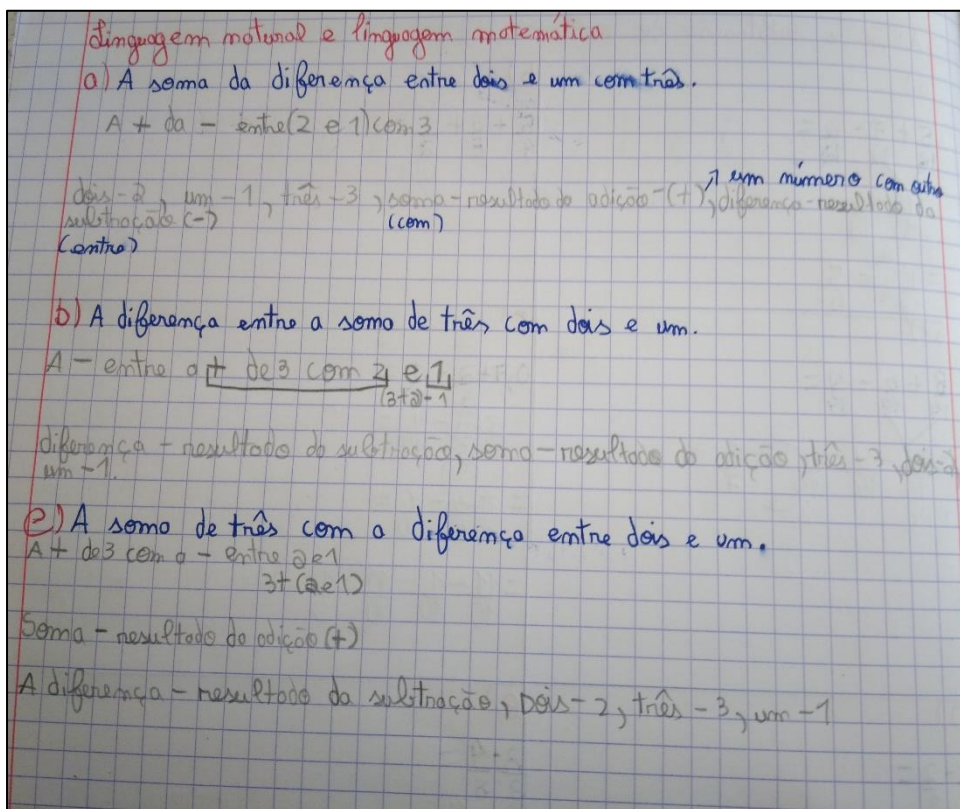


Figura 11– Registo feito no caderno diário.

Ao compararmos os exercícios feitos na aula com os que são apresentados na segunda tarefa (Figura 12), verificamos que são idênticos, em termos de linguagem matemática, alterando apenas os algarismos. Constatamos que apesar de serem três formulações matemáticas, o resultado é sempre o mesmo, não revelando os alunos qualquer dificuldade de compreensão.

Na fase seguinte foram distribuídos aos alunos três enunciados, em linguagem matemática, um de cada vez. Os vários grupos-turma discutiram entre si, explicando o raciocínio inerente à resolução de cada uma delas.

<p>Escolhe a opção que traduz em linguagem matemática a expressão: "A doze adiciona o resultado de a quinze subtrair sete"</p> <p>a) <math>12 - 15 + 7</math>  b) <math>12 + 15 - 7</math>  c) <math>12 + (15 - 7)</math> ✓  d) <math>(12 + 15) - 7</math></p> <p>Qual das expressões, quer dizer: "A doze adicionar a diferença entre quinze e sete"?</p> <p>a) <math>12 + 15 - 7</math>  b) <math>12 + (15 - 7)</math> ✓  c) <math>(12 + 15) - 7</math>  d) <math>12 - 15 + 7</math></p>	<p>Das seguintes alíneas, escolhe a que é equivalente a: "A soma de doze com a diferença entre quinze e sete".</p> <p>a) <math>(12 + 15) - 7</math>  b) <math>12 + 15 - 7</math>  c) <math>12 + (15 - 7)</math> ✓  d) <math>12 - 15 + 7</math></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 12 – Resolução da segunda tarefa

Por último, foram questionados sobre qual tinha sido o enunciado mais fácil e a mais difícil de resolver. Para analisar os dados recolhidos nesta tarefa recorri a uma tabela (tabela 3) que dá conta do maior ou menor grau de dificuldade de elaboração da tarefa,

	Mais fácil	Intermédia	Mais difícil
A soma de doze com a diferença entre quinze e sete	12	6	2
A doze adicionar a diferença entre quinze e sete	6	11	3
A doze adicionar o resultado de a quinze subtrair sete	3	3	14

segundo os alunos. Tabela 3 – Análise do grau de dificuldade

A leitura desta tabela demonstra que as expressões matemáticas, com recurso à escrita fonográfica em linguagem natural mais elaborada resultam numa dificuldade maior do aluno.

Neste exemplo, verifica-se que certos vocábulos como “adicionam”, “resultado” ou “subtrair” dificultam a realização da tarefa.

Interessante verificar que termos matemáticos da escrita formal “adição” e “subtração” são de maior dificuldade para o aluno do que vocábulos mais recorrentemente usados na oralidade informal tais como “soma” e “diferença”. Os primeiros são usados nos enunciados, os segundos durante a interação em aula.

### 3.3 Tarefa de reformulação do problema do teste

Relativamente à última tarefa que consiste em três reformulações do problema inicialmente apresentado verifica-se:

- Apenas um aluno resolveu corretamente o problema do teste;

11. Numa caminhada do "Dia Mundial sem carros" houve 100 participantes. Sabe-se que:

- $\frac{2}{5}$  eram do sexo masculino;
- $\frac{4}{5}$  eram adultos;
- $\frac{1}{5}$  eram meninas.

Quantas crianças do sexo masculino participaram na corrida?

(A) 0                      B) 10                      (C) 20                      (D) 30

Justifica a tua resposta.

$\frac{9}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$  unidade

São 0 crianças porque o sexo masculino é dos adultos.

12. Escolhe a opção que traduz em linguagem matemática a expressão "A soma de dez com a diferença

Figura 13 – Resolução correta do aluno

- Na reformulação retirando uma alínea, a maior alteração em relação à anterior foi a omissão de um dado desnecessário que parecia complicar a compreensão do problema.

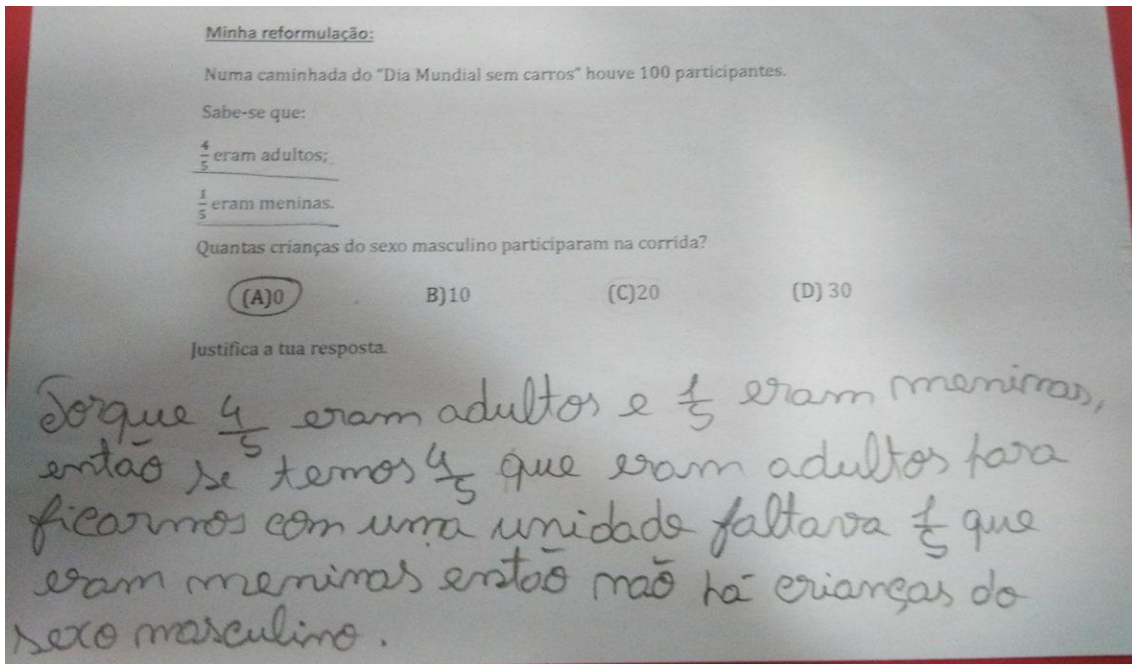


Figura 14 – Resolução pela aluna L.

- Na reformulação uniformizando a linguagem, o aluno L. entrevistado explicitou a sua estratégia de interpretação, indicando em pormenor todos os passos seguidos para a elaboração do problema, tendo conseguido interpretar e resolver o mesmo com êxito.

“Na minha primeira resposta como eram cem pessoas eu vi que cem a dividir por cinco eram vinte e fiz vinte vezes dois porque eram dois quintos e deu quarenta que era igual a dois quintos. Depois na de quatro quintos que eram adultos, eu fiz a mesma coisa só que em vez de multiplicar por dois multipliquei por quatro e deu me oitenta, ou seja, quatro quintos. Na terceira informação eram as meninas que vinte vezes um era vinte então era um quinto. Só que como oitenta eram adultos e quarenta eram do sexo masculino eu fiz mal as contas e fiz que eram vinte crianças, do sexo masculino., porque não contei com as meninas.”

(Excerto da entrevista do aluno L.)

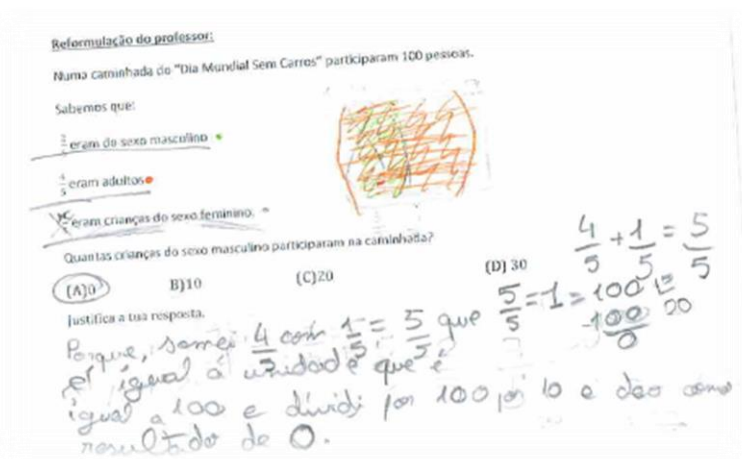



Figura 15 – Resolução do aluno L.

- Na reformulação desdobrando em etapas, o enunciado do problema foi simplificado, visto que os dados ficaram mais evidenciados com uma sequência especificada, o que pode ter facilitado a interpretação do mesmo. Assim, apurou-se facilmente o resultado final através da realização das cinco etapas precedentes destacadas em cinco alíneas. Respondendo a cada alínea foram sendo apresentados os vários cálculos matemáticos.

1. Numa caminhada do "Dia Mundial sem carros" participaram 100 atletas.


1.1. Indica quantos atletas representam  $\frac{1}{5}$  dos participantes.



$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 5} \\ -100 \overline{) 20} \\ \hline 000 \end{array}$$

1.2. Sabendo que  $\frac{2}{5}$  dos atletas eram do sexo masculino, indica o número de atletas do sexo masculino e o número de atletas do sexo feminino.

Masculino =  $\frac{2}{5} = 40$  atletas masculinos  
Feminino =  $\frac{3}{5} = 60$  atletas femininas



1.3. A organização referiu que  $\frac{4}{5}$  dos atletas eram adultos. Qual foi o número de adultos a participar na caminhada?

$100 \div 5 = 20$  |  $40$  |  $60$  |  $80$

$\frac{1}{5}$     $\frac{2}{5}$     $\frac{3}{5}$     $\frac{4}{5}$

R: O número de adultos a participar na caminhada foram 80.

1.4. Se  $\frac{4}{5}$  dos atletas participantes eram adultos, quantos atletas eram crianças?

Adultos  $\rightarrow \frac{4}{5} = 5 = 1$  unidade  
crianças  $\rightarrow \frac{1}{5}$  de 100 = 20

1.5. Sabendo que  $\frac{1}{5}$  dos atletas participantes eram crianças do sexo feminino quantas crianças do sexo masculino participaram na caminhada.

Adultos  $\rightarrow \frac{4}{5}$  de 100 = 80  
crianças femininas  $\rightarrow \frac{1}{5} = 5 = 1$  unidade  
Não há crianças do sexo masculino

R: Na caminhada, não participaram crianças do sexo masculino.

Figura 16 – Resolução feita pelo aluno J.

No entanto, houve alunos que responderam a cada uma das etapas do problema com cálculos matemáticos acompanhados da escrita fonográfica;

Para a pertinência deste estudo revelou-se de grande importância destacar os materiais produzidos pelos quatro alunos entrevistados, com o objetivo de detetar a relação existente entre os exercícios feitos e aquilo de que foram capazes de dar conta nas entrevistas.

Seguidamente apresentarei quadros-síntese da análise dos dados recolhidos sobre esses quatro alunos.

<b>Reformulação retirando uma alínea (aluna L.)</b>
<b>Análise da resposta</b>
<p>Nesta questão reformulada, a aluna não recorreu aos cálculos para responder ao que lhe tinha sido pedido, optando apenas por escrever.</p> <p>Na explicação, por escrito, a aluna conseguiu identificar que <math>\frac{4}{5}</math> eram adultos e que <math>\frac{1}{5}</math> eram meninas. Soube que, tendo <math>\frac{4}{5}</math> lhe faltava <math>\frac{1}{5}</math> para a unidade o que correspondia às meninas. Logo, não havia crianças do sexo masculino.</p>
<b>Entrevista</b>
<p>Na entrevista, a aluna revelou ter consciência que o dado retirado (na reformulação alterada) lhe facilitou a interpretação.</p> <p>A estudante referiu que o facto de no enunciado reformulado existirem só dois dados tinha tornado a resolução mais fácil do que com os três dados iniciais. Ao ter três dados tinha que fazer mais contas.</p>
<b>Observações da estagiária</b>
<p>Nesta tarefa a aluna optou por não recorrer a cálculos, mas sim, à linguagem verbal para resolver um problema.</p>

<b>Reformulação uniformizando a linguagem (aluno L.)</b>
<b>Análise à resposta</b>
<p>Nesta questão reformulada, o aluno optou por tentar resolver o problema, por desenhos (sem sucesso), tentou fazer cálculos, mas estes parecem confusos. O aluno adicionou as frações (<math>\frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5}</math>) e teve a noção que <math>\frac{5}{5}</math> representava a unidade mas na explicação escreveu que dividiu os 100 primeiro por 5 e como o resto tinha sido 0, a resposta seria 0.</p>
<b>Entrevista</b>
<p>Na entrevista, este começa por explicar o raciocínio que fez no teste. Quando questionado pela estagiária sobre a razão de ter conseguido responder corretamente na tarefa e não no teste, o aluno responde de modo atabalhado sobre o que fez mal, referindo o que se tinha esquecido de fazer no teste e como fez na tarefa.</p>
<b>Observações da estagiária</b>
<p>Apesar da solução estar correta o aluno não conseguiu explicar como é que chegou à resposta.</p> <p>O modo como o aluno se exprime na entrevista dificulta muito a compreensão e a interpretação que ele fez do seu raciocínio.</p>

## Reformulação desdobrando tarefas (aluna D.)

### Análise da resposta

1.1 Na primeira questão a aluna identificou que havia, ao todo, 100 participantes e que desses 100,  $\frac{1}{5}$  era atletas. Então multiplicou 100 por  $\frac{1}{5}$ .

$$100 \times \frac{1}{5} = \frac{100}{5}$$

Em seguida, dividiu os 100 por 5 recorrendo ao algoritmo da divisão. O quociente obtido (20) permitiu-lhe responder à pergunta colocada.

1.2 Nesta questão a estudante usou a estratégia utilizada anteriormente

$$100 \times \frac{2}{5} = \frac{100 \times 2}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

Foi feita a divisão de 200 por 5 recorrendo ao algoritmo da divisão, obtendo como resultado 40.

De seguida, aos 100 subtraiu os 40 atletas que são do sexo masculino e obteve 60 que são do sexo feminino:  $100 - 40 = 60$

1.3 Neste exercício utilizou o mesmo processo.

$$100 \times \frac{4}{5} = \frac{100 \times 4}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

Dividiu 400 por 5 recorrendo ao algoritmo da divisão, obtendo como resultado 80 correspondente aos adultos.

1.4 Para saber quantos atletas eram crianças, a aluna voltou a repetir o mesmo tipo de cálculo.

$$100 \times \frac{4}{5} = \frac{100 \times 4}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

Como já sabia que 80 eram adultos e que  $100 - 80 = 20$  concluiu que as crianças eram 20.

1.5 Nesta questão fez a operação

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5} = 20$$

A aluna nos cálculos que faz apresenta o resultado de 20 crianças, mas na explicação responde que são zero crianças do sexo masculino.

### Entrevista

Na entrevista reconhece que o enunciado da tarefa é diferente do do teste por ter mais perguntas (cinco).

Refere ainda que como a reformulação tinha mais questões, isso ajudou-a a esclarecer melhor a tarefa o que não acontecera no teste.

### Observações da estagiária

Na resolução da tarefa, a aluna opta por usar sempre a mesma estratégia (multiplicação de frações).

## Reformulação desdobrando tarefas (aluno F.)

### Análise da resposta

1.1 Na primeira questão a aluna identificou que havia, ao todo, 100 participantes e que desses 100,  $\frac{1}{5}$  eram atletas. Logo, multiplicou  $\frac{1}{5}$  por 100.

$$\frac{1}{5} \times 100 = \frac{100}{5}$$

Em seguida, dividiu os 100 por 5 recorrendo ao algoritmo da divisão. O quociente obtido (20) permitiu-lhe responder à pergunta colocada.

1.2 Nesta questão, a aluna “aproveitou” o que sabia do problema anterior e descobriu quanto era  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{5}$

$$\frac{1}{5} = 20 \quad \frac{2}{5} = 40 \quad \frac{3}{5} = 60$$

No final identificou que a unidade inteira era  $\frac{5}{5}$  e a essa fração subtraiu os  $\frac{2}{5}$  que eram do sexo masculino, obtendo-se o resultado de  $\frac{3}{5}$ . Ao ter descoberto quanto era  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{5}$  respondeu que representavam 40 e 60 respectivamente.

1.3 Nesta resposta, a aluna decompôs a fração dada  $\frac{4}{5}$ , em frações que já conhecia do exercício anterior, então  $\frac{4}{5} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ , fazendo corresponder  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{1}{5}$  aos valores de 60 e 20 respectivamente, obtendo 80.

1.4 Neste exercício, utilizou a subtração de frações, ou seja, à fração total ( $\frac{5}{5}$ ) subtraiu os adultos ( $\frac{4}{5}$ ).

$$\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \quad \text{O resultado obtido já sabia quanto representava desde o início.}$$

1.5 A estudante compreendeu a pergunta feita “ $\frac{1}{5}$  dos atletas participantes eram crianças do sexo feminino”. Na resposta final respondeu 0 porque compreendeu que se  $\frac{1}{5}$  eram crianças do sexo feminino, haveria 0 do sexo masculino. As várias crianças que há são do sexo feminino.

### Entrevista

Na entrevista referiu que conseguiu responder corretamente, na tarefa, porque as perguntas eram feitas por etapas e assim pensava só numa de cada vez, enquanto que no teste tinha que estar a pensar nos dados todos

### Observações da estagiária

Na realização da tarefa proposta, nota-se que a aluna nem sempre recorreu à multiplicação de frações, mas utilizou a adição ou subtração de frações.

Soube aproveitar o que tinha respondido nas outras questões. Apresenta um bom raciocínio matemático.

A partir das várias observações realizadas, aquando da recolha de dados da tarefa do teste reformulado e das respetivas entrevistas podemos constatar que estes alunos cumpriram corretamente a tarefa, embora não tenham todos seguido a mesma estratégia de resolução. Houve até uma certa diversidade, recorrendo uma aluna à adição ou subtração de frações, outra à multiplicação, outra à linguagem verbal não utilizando cálculos e o outro aluno apresentou o resultado final correto, sendo o modo de justificar os cálculos muito confuso.

Qualquer das estratégias de reformulação se revelou eficaz, pois todos os alunos conseguiram resolver o problema embora a maioria se limitasse a apresentar os cálculos acompanhados de desenhos.

O recurso à linguagem fonográfica, na maior parte dos casos, não surge para justificar a resposta que é pedida.

### 3.4 Breve reflexão sobre a análise e interpretação dos dados recolhidos

Com a realização das entrevistas, incidindo nas três tarefas elaboradas, constatou-se que os alunos não tiveram consciência que a maior facilidade com que realizaram essas atividades dependia da reformulação da linguagem. Inclusivamente responderam que tinham sido mais fáceis ou porque estavam menos nervosos ou mais atentos.

“Porque se calhar no teste não estava muito atenta e estava nervosa.”

(Excerto da entrevista da aluna L.)

Também podemos equacionar esta problemática relacionando-a com o facto de as questões estarem mais bem formuladas.

Desta forma, ao serem levados a refletir sobre a interpretação dos enunciados, os alunos procuram identificar os fatores conducentes ao seu insucesso. O aluno pode ter mais dificuldades por situações externas ao raciocínio matemático sem que se dê conta dos mesmos. Muitas vezes, o aluno confia demasiado no seu raciocínio e não sente necessidade de reler a resolução ou o enunciado.

Contudo, verifica-se que a reflexão, após a resolução de problemas é um fator fundamental para uma melhor compreensão, interpretação e resolução de qualquer problema. Com as entrevistas ficou evidente que os alunos tiveram consciência de algumas causas inerentes às suas dificuldades, já acima citadas, embora, a linguagem não seja um fator que eles reconhecem como determinante.

## CAPÍTULO IV - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, faz-se uma síntese do estudo realizado refletindo sobre os seus pontos de vista mais pertinentes. Com esta reflexão pretende-se não só responder às questões colocadas no início deste trabalho, como também concluir sobre aspetos relacionados com a minha prática pedagógica durante o projeto e no meu futuro profissional.

Na fundamentação teórica, centrei a minha atenção na comparação dos dois tipos de literacia da leitura e matemática e na distinção entre os dois tipos de escrita (fonográfica e logográfica). Seguidamente detive-me na compreensão de enunciados matemáticos destacando várias tipologias de problemas e de resolução.

A investigação assentou na prática pedagógica, teve um cariz interpretativo e uma perspetiva qualitativa. Assim, foi desenvolvido ao longo da minha atividade docente, como professora estagiária, numa turma de 5.º ano, do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Para tal, levei a cabo três tarefas selecionadas de acordo com os objetivos que me propunha atingir. No entanto, as tarefas realizadas só adquiriram maior significado no estudo quando correlacionadas com as entrevistas realizadas a alguns alunos. Assim, as entrevistas efetuadas no momento subsequente às atividades permitiram concluir sobre algumas dificuldades sentidas pelos alunos na elaboração das tarefas propostas.

Duas das tarefas dinamizadas evidenciaram possíveis efeitos que a linguagem verbal tem na resolução de problemas.

Ao selecionar estas tarefas, a minha principal preocupação foi despertar o interesse dos alunos pelas mesmas (Leite, 2011, ref. por Ramos & Silva, s.d.), que permitissem uma aprendizagem conjunta e que fizessem parte do *Programa e Metas Curriculares do Ensino de Matemática do Ensino Básico para o 5.º ano* (2013).

Detendo-me mais especificamente nas questões que serviram de ponto de partida deste meu trabalho, ou seja (i) De que modo a linguagem verbal influencia a interpretação de um enunciado matemático? e (ii) Quais as dificuldades sentidas pelos alunos ao interpretarem o enunciado de um problema matemático. Penso poder concluir, conforme Costa e Fonseca (2009) defendem, que o sucesso escolar envolve competências específicas da Matemática assim como da Língua Portuguesa, pois a escrita formal associada a termos matemáticos necessários à resolução de problemas exige um prévio conhecimento dos mesmos usados na linguagem oral, de teor informal.

O problema apresentado inicialmente no teste e posteriormente objeto de três reformulações específicas permitiu concluir que os alunos não foram capazes de retirar a informação necessária à sua resolução, dado que selecionar o essencial dentro de um todo vasto e detalhado não se torna acessível. Assim, depois de reformulado o problema, a sua apresentação sequenciada e por etapas permitiu a pronta resolução do mesmo pela maioria dos alunos da turma. Este é um dos aspetos centrais da literacia da leitura que se relaciona com o desenvolvimento de uma interpretação que, de acordo com a OCDE (1999), exige que o leitor identifique e articule a informação entre as diversas partes do texto, detendo-se em pormenores específicos como elementos integrantes de um todo. Aqui estamos perante o desenvolvimento do processo cognitivo da literacia da leitura. O problema tal como ele foi apresentado não permitiu aos alunos interpretar e selecionarem informação de modo a entenderem o problema, não identificando sequer os dados para o resolver, quer representados fonograficamente quer representados logograficamente. A partir das três reformulações apresentadas, a grande maioria dos alunos da turma já foi capaz de resolver o problema, desenvolvendo o seu raciocínio sobretudo através de cálculos, dado que poucos alunos justificaram em forma de texto o que tinham feito. No entanto, as entrevistas revelaram que os alunos estão bem conscientes que há fatores externos que influenciam e dificultam a interpretação dos enunciados matemáticos, como sejam, o excesso de confiança, a distração ou o nervosismo.

Verifiquei ainda que há situações em que a ausência de interpretação leva os alunos a resolver corretamente um problema através da apresentação dos cálculos, mas como não releem o enunciado nem a resposta acabam por formulá-la de modo incorreto. Desta forma, confirma-se que a releitura de um texto é fundamental no desenvolvimento da interpretação do aluno, tal como preconiza o documento da OCDE (1999). Do mesmo modo, Sim-Sim (1998) defende que a interpretação de enunciados exige um conhecimento implícito da língua que conduz o aluno a um recurso constante à informação armazenada na memória acerca do sistema linguístico em presença e do real representado na formulação linguística.

Por seu turno, há alunos que não conseguem refletir sobre o processo de resolução do problema, o que segundo o documento da OCDE (1999) é um aspeto importante da literacia matemática, que orienta o aluno na realização de juízos matemáticos bem fundamentados. Tal como já foi referido antes, os fatores externos, como o excesso de confiança ou a desconcentração levaram ao insucesso na resolução do problema. O excesso de confiança induz o aluno em erro, pois pensa que é por não estar concentrado que falha e não por haver lacunas no seu processo de aprendizagem. Verifica-se, assim,

que esses alunos não conseguem interpretar o enunciado e a resolução, não sendo capazes de atingir um dos objetivos do PMEB (2007), que preconiza que o aluno deve ter a capacidade de analisar a informação e resolver o problema.

Um dos aspetos inerentes à literacia da leitura relaciona-se com a importância de reler o enunciado e interpretar o problema, para que se consigam interpretar textos ou enunciados corretamente (OCDE, 1999). Por sua vez, os objetivos do NPPEB (2009) centram-se no “processo interativo que se estabelece entre o leitor e o texto, em que o primeiro apreende e reconstrói o significado ou os significados do segundo”. Neste estudo a tarefa “Herança dos 35 camelos” revela que a leitura do guião e do texto do problema pelo professor, o seu reconto oral, a discussão das ideias-chave do mesmo conduziram ao sucesso de todos os alunos na realização desta tarefa. Isto, porque, segundo Boavida *et al.* (2008: 22), para resolver problemas os alunos precisam “de ler (ou de quem lhes leia) o problema; compreender as quantidades e relações envolvidas; traduzir a informação em linguagem matemática; efetuar os procedimentos necessários e verificar se a resposta obtida é plausível”. Quase todos estes aspetos estão presentes na tarefa observada, com acompanhamento das professoras, fomentando a discussão entre os alunos, antes da resolução do problema orientado também por um guião de apoio. Neste caso, tomou-se em consideração a importância do desenvolvimento da comunicação matemática oral ou escrita no desenvolvimento do aluno, levando-o a saber partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e professores (PMEB, 2007). Nesta tarefa, a estratégia utilizada do guião, assim como a discussão em pequenos grupos contribuíram para uma melhor leitura e interpretação do enunciado matemático. A propósito, o programa refere: “a leitura e interpretação de enunciados matemáticos e a realização de tarefas que integrem a escrita de pequenos textos, incluindo descrições e explicações, também contribuem para o desenvolvimento dessa capacidade” (p. 30).

Creio que a elaboração deste relatório, assim como a minha prática pedagógica numa turma do 5.º ano de escolaridade, permitiram a tomada de consciência da necessidade de diversificar estratégias adaptadas às necessidades específicas de cada aluno de modo a atingir uma maior taxa de sucesso. Deste modo, as três reformulações da pergunta do teste são um exemplo claro desta situação.

Ao longo desta investigação aprendi a analisar as minhas intervenções no espaço-turma, a minha interação com os alunos, a recolher dados, a planificar tarefas conducentes à prossecução de objetivos, numa constante reflexão sobre a minha atividade docente.

Considero que todo o trabalho desenvolvido, ao longo deste projeto, e toda a reflexão e conclusão retiradas deste processo contribuíram para o meu crescimento como docente e abriram caminho para a necessidade de realizar uma autoanálise permanente.

Reconheço, contudo, que o gravador áudio deveria ter sido mais e melhor utilizado, de forma a que não se tivessem perdido alguns comentários e conversas dos alunos. Por sua vez, as minhas notas de campo revelaram-se insuficientes, dado que não consegui registar todos os aspetos mais pertinentes. No entanto, o facto de ter conseguido transcrever a gravação áudio e observar os vídeos das aulas facilitaram a recuperação do que de mais importante se tinha passado nessas aulas. Deste modo, tomei consciência da importância que o registo vídeo tem, dado que é uma importante ferramenta para mais tarde rever momentos da aula, o que me vai permitir alterar e até melhorar alguns aspetos pedagógico-didáticos.

Alarguei o meu conhecimento, na medida em que aprendi a elaborar um guião de entrevista e de uma história lida e recontada, ambos bastante importantes para este estudo embora cumprindo objetivos diferentes.

Considero ainda que as várias tarefas apresentadas foram suficientemente motivadoras para desencadear nos alunos uma maior vontade de resolver problemas.

Por último, pretendo destacar a principal conclusão deste estudo que aponta claramente para a transversalidade da língua portuguesa na aprendizagem de outras matérias, a que não é alheia a própria matemática, que apesar de recorrer a uma linguagem simbólica e específica, os seus enunciados tornam-se tanto mais compreensíveis quanto maior é o grau de compreensão linguística do aluno. Assim, tal como está evidente no PMEB (2007: 3), uma das finalidades do ensino da matemática é desenvolver a “capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega“. Ora, para se comunicar, descrever e justificar, quer oralmente quer por escrito, seja qual for o tipo de enunciado ou problema, é necessário fazer uso da língua portuguesa e quanto melhor for o seu domínio, melhor será a compreensão de qualquer tarefa apresentada.

Aquilo que aprendi com a realização deste projeto demonstrou a importância que a motivação e a compreensão podem representar para os alunos. Deste modo, perspetivo o meu futuro como docente numa dinâmica de interação e de grande proximidade com os alunos transmitindo-lhes conteúdos significativos e o mais de acordo possível com as suas vivências. Assim, a compreensão e a interpretação devem ser os pilares

fundamentais de uma aprendizagem ativa e motivadora, ajudando os alunos a superarem as suas dificuldades.

Consciente da minha importância como um dos elementos fulcrais do processo de ensino-aprendizagem, manifesto o meu desejo de melhorar a minha prática docente aprofundando os meus conhecimentos, no sentido de transformar as minhas aulas, quer de português quer de matemática num espaço comunicativo em que tanto a compreensão como a interpretação adquiram um lugar de destaque no sucesso dos alunos.

## REFERÊNCIAS

- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação – Um guia prático e crítico*. Porto: ASA Editores.
- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? *Cadernos de Formação de Professores*, 21-30.
- Bell, J. (2010). *Como realizar um projecto de investigação*. Lisboa: Gradiva Publicações.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da Investigação - Guia para Auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Crystal, D. (1997). *The Cambridge Encyclopedia of Language. 2nd edition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Costa, A.M. & Fonseca, L. (2009). *Os números na interface da língua portuguesa e da matemática – Actas do XIX EIEM*. Vila Real: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Delgado-Martins, M. R. (1996). Representações da linguagem verbal. In Faria, I. H. & outros (Org). *Introdução à Linguística Geral e Portuguesa*. Lisboa: Caminho.
- Deshaies, B. (1997). *Metodologia da Investigação em Ciências Humanas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Erickson, F. (1986). *Qualitative Methods in Research on Teaching*. East Lansing: Michigan State University.

Lorensatti, E. J. (2009). Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. *Conjectura*, 14 (2), 89-99.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-acção*. Porto: Porto Editora.

Menezes, L. (2000). Matemática, Linguagem e Comunicação. *Revista Millenium*, n. 20, p. 1-5.

Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional para o Ensino Básico. Competências essenciais da matemática*. Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2013). *Programas e Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

Morais, C. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. Dissertação de mestrado em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico: Lisboa: ESE

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original publicado em 1989).

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original publicado em 1991).

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM

PISA (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills. A New Framework for Assessment*. Paris: OCDE.

Polya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM. (pp. 5-28)

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM. (pp. 11-34)

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Quivy, R. e Campenhoudt, L. V. (1998, 2.<sup>a</sup> Ed.). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.

Sim-Sim, I. (1998). *Desenvolvimento da Linguagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Vale, I. & Pimentel, T. (2004). *Resolução de Problemas*. In P. Palhares (Coord), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lisboa: LIDEL. (pp. 7-43)

Sim-Sim, I. (2007). *O Ensino da Leitura: A compreensão de textos – Brochuras do PNEP*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Sousa, M. e Batista, C. (2011). *Como fazer investigações, dissertações, tese e relatórios – Segundo Bolonha*. Lisboa: Pactor.

Tuckman, B. W. (1994). *Manual de Investigação em Educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Way, J. (2001). *Using questioning to simulate Mathematical Thinking* (Disponível em <http://nrh.maths.org/public/>. Acesso em 15/12/2006)

# Apêndices

# Apêndice 1 – Texto lacunar sobre a Herança dos 35 camelos

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

A herança dos 35 camelos

O pai deixou uma herança de \_\_\_\_\_ aos seus três filhos tendo ficado registado que o irmão mais velho ficaria com \_\_\_\_\_ dos camelos, o irmão Hamed Namir receberia a \_\_\_\_\_ dos camelos e o irmão mais novo, o Harim a \_\_\_\_\_.

Ao tentarem dividir a herança, depararam-se com um problema: é que não obtinham um \_\_\_\_\_ quando calculavam a metade, a terça parte e a nona parte de 35 camelos. Começaram, então, a discutir entre si porque cortar camelos em partes estava fora de questão e não sabiam como repartir a herança.

Ao ouvir tal discussão, o sábio Beremiz propôs ajudá-los.

Começou por lhes emprestar \_\_\_\_\_, ou seja, ficaram com \_\_\_\_\_ camelos.

Em seguida, chamou cada um dos irmãos e:

- Ao mais velho deu \_\_\_\_\_ camelos (\_\_\_\_\_ de 36)
- Hamed Namir recebeu \_\_\_\_\_ camelos (\_\_\_\_\_ de 36)
- O Harin, o irmão mais novo, deu \_\_\_\_\_ camelos (a \_\_\_\_\_ de 36)

Ora  $\_\_ + \_\_ + \_\_$  é igual a  $\_\_$ , isto é, o Beremiz distribuiu pelos três irmãos 34 camelos e, por isso, ficaram a sobrar \_\_\_\_\_. Um, o que foi emprestado, voltou para Beremiz.

E quanto ao outro?

Como é possível ter sobrado um camelo?

## Apêndice 2 – Guião da entrevista

Tarefas	Guião da entrevista
A herança dos 35 camelos	<p>(Com o caderno diário aberto na tarefa)</p> <p>Lembras-te do que foi feito na aula?</p> <p>O que é que vocês tinham que preencher na ficha?</p> <p>E achas que isto feito desta maneira ajudou te na resolução da tarefa?</p> <p>Se sim, porquê?</p>
Transposição de sistemas de escrita	<p>(Com o exercício feito na mão)</p> <p>O que foi feito nesta aula com esta tarefa?</p> <p>O que é que nós tínhamos no quadro?</p> <p>E o que é que nós tínhamos que fazer?</p> <p>E como é que nós fizemos isso?</p> <p>E conseguimos transformar tudo de uma vez?</p> <p>O que é que nós fomos fazendo?</p> <p>E achas que depois desta ajuda consegues passar de linguagem natural para linguagem matemática?</p>
Tarefa de teste reformulada	<p>(Com a pergunta do teste e a modificada na mão)</p> <p>Observa esta pergunta do teste e a tua resposta.</p> <p>Observa esta pergunta da tarefa de aula e a tua resposta.</p> <p>Que semelhanças há entre o teste e a tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas.</p> <p>Que diferenças há entre o teste e a tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas.</p> <p>Porque é que conseguiste responder corretamente na tarefa e não no teste?</p> <p>(Se não for referido) E as diferenças entre os enunciados / perguntas, terão ajudado à resposta correta? Como?</p>

## Apêndice 3 – Transcrição das entrevistas

### Entrevista à aluna F.

#### Tarefa – A Herança dos 35 camelos

[com o caderno diário aberto na tarefa]

**Professora cooperante:** Lembras-te do que foi feito na aula?

**Aluna F.:** *Lemos o livro na aula e depois tínhamos de completar as frases com a informação que estava no livro.*

**Professora cooperante:** Achas que isto feito desta maneira ajudou-te na resolução da tarefa?

**Aluna F.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Porquê?

**Aluna F.:** *Foi mais fácil ler o livro, preencher a folha para percebermos melhor o que era pedido do que se não tivéssemos a folha a ajudar.*

#### Tarefa – Transposição de sistemas de escrita

[dá-se tempo ao aluno para recordar o exercício feito]

**Professora cooperante:** O que te ajudou a perceber o exercício?

**Aluna F.:** *Primeiro fizemos por etapas e escrevemos os dados que eram precisos para passar para linguagem matemática.*

**Professora cooperante:** Achas que isto ajudou?

**Aluna F.:** *Sim, porque fez com que não errasse no teste.*

#### Tarefa de teste reformulada

[com a pergunta do teste e a modificada na mão]

*Observa a pergunta do teste e a tua resposta. Observa esta pergunta da tarefa de aula e a tua resposta.*

**Professora cooperante:** Que semelhanças há entre o teste e a tarefa nos enunciados e nas tuas respostas?

**Aluna F.:** *Nesta (apontando para o teste) refere todos os dados e nesta (apontando para a tarefa) refere só os adultos.*

**Professora cooperante:** Porque é que conseguiste responder corretamente na tarefa e não no teste?

**Aluna F.:** *Porque as perguntas são feitas por etapas e aqui (apontando para a do teste) só estou a pensar nesta parte (apontando para o que é pedido) e na tarefa estou a pensar em tudo.*

## **Entrevista à aluna L.**

### Tarefa – A Herança dos 35 camelos

[com o caderno diário aberto na tarefa]

**Professora cooperante:** Lembras-te do que foi feito na aula?

**Aluna F.:** *Primeiro começámos por ler a história e depois para casa resolvemos uma ficha sobre a herança dos 35 camelos em que tínhamos de preencher os espaços.*

**Professora cooperante:** O que é que vocês tinham que preencher na ficha?

**Aluna F.:** *Tínhamos que preencher qual foi a herança, quantos camelos é que foram, as metades, a terça parte ...*

**Professora cooperante:** E isso é tudo o quê?

**Aluna F.:** *São termos matemáticos, ou seja, tinham que preencher o texto de acordo com o que tinham ouvido na aula.*

**Professora cooperante:** Achas que isto feito desta maneira ajudou te na resolução da tarefa?

**Aluna F.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Porquê?

**Aluna F.:** *Porque assim tínhamos uma coisa para nos guiar (apontando para o exercício feito)*

**Professora cooperante:** E se eu optasse só por contar a história e vocês tinham que resolver achas que conseguirias resolvê-la na totalidade?

**Aluna F.:** *Sim. [pouco convicto]*

**Professora cooperante:** Mas na totalidade?

**Aluna F.:** *Mais ou menos.*

**Professora cooperante:** Porquê?

**Aluna F.:** *Porque assim já está tudo resumido. Conseguiria porque assim já tinhas as etapas todas apresentadas. Porque isso é o mais importante.*

#### Tarefa – Transposição de sistemas de escrita

[dá-se tempo ao aluno para recordar o exercício feito]

**Professora cooperante:** O que foi feito nesta aula com esta tarefa?

**Aluna F.:** *Foi feita a linguagem natural.*

**Professora cooperante:** O que é que eu comecei por fazer?

**Aluna F.:** *Começou por fazer frases para nós depois passarmos para linguagem matemática.*

**Professora cooperante:** E como é que nós fizemos isso?

**Aluna F.:** *Fizemos... fomos tirando bocados da frase e depois juntávamos tudo e fazíamos linguagem matemática. Transformávamos para linguagem matemática ou seja, pegávamos em cada palavrinha e tentávamos transformar em linguagem matemática.*

**Professora cooperante:** Achas que isto ajudou?

**Aluna F.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Porque é que te ajudou?

**Aluna F.:** *Ajudou me porque.... Ajudou me porque... Alguns exercícios precisamos da linguagem matemática e assim já sabemos mais sobre a linguagem matemática.*

### Tarefa de teste reformulada

[com a pergunta do teste e a modificada na mão]

*Observa a pergunta do teste e a tua resposta. Observa esta pergunta da tarefa de aula e a tua resposta.*

**Professora cooperante:** Que semelhanças há entre o teste e a tarefa nos enunciados e nas tuas respostas?

**Aluna F.:** [apontando para a pergunta] O que há de igual é os quatro quintos que eram adultos e um quinto que eram meninas.

**Professora cooperante:** Ou seja, os dados eram iguais?

**Aluna F.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Mais alguma coisa?

**Aluna F.:** *As respostas também eram iguais.*

**Professora cooperante:** Qual a diferença entre a pergunta do teste e a pergunta da tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas?

**Aluna F.:** [apontando para a pergunta do teste] *diz que está a dizer do sexo masculino e na pergunta da tarefa não está.*

**Professora cooperante:** Por que é que achas que na pergunta da tarefa não está a dizer “do sexo masculino”?

[não conseguindo responder, opta se por colocar uma questão mais fácil]

**Professora cooperante:** Porque é que conseguiste responder corretamente na tarefa e não no teste?

**Aluna F.:** *Porque se calhar no teste não estava muito atenta e estava nervosa.*

**Professora cooperante:** E achas que esta hipótese, sem ter aquele dado que referiste “do sexo masculino” ajudou?

Aluna F.: *Ajudou.*

**Professora cooperante:** Porquê?

**Aluna F.:** *Porque assim só tínhamos dois dados e com esses dois dados era mais fácil fazer a conta e era mais fácil compreender quantas crianças há do sexo masculino e [apontando para a pergunta do teste] com os três dados tínhamos que fazer muitas contas.*

**Professora cooperante:** E as diferenças entre os enunciados/perguntas terão ajudado à resposta correta? Como é que ajudou?

**Aluna F.:** *Ajudou porque na pergunta do teste tinha um dado a mais (dois quintos eram do sexo masculino)*

**Professora cooperante:** Achas que conseguiste interpretar melhor a pergunta do teste ou da tarefa?

**Aluna F.:** *A da tarefa porque era mais fácil, estava um pouco mais calma e como estava mais calma conseguia resolver melhor a tarefa.*

## **Entrevista à aluna D.**

Tarefa – A Herança dos 35 camelos

[com o caderno diário aberto na tarefa]

**Professora cooperante:** Lembras-te do que foi feito na aula?

[dá-se uns minutos para a aluna relembrar o que foi feito na tarefa]

**Aluna D.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Então consegues explicar-me?

**Aluna D.:** *Foi a herança dos 35 camelos.*

**Professora cooperante:** Sim, mas o que foi feito primeiramente?

**Aluna D.:** *Tivemos que dividir os camelos....*

**Professora cooperante:** O que é que eu e a professora T. fizemos no início de tudo para conseguires preencher os espaços em branco da tarefa?

**Aluna D.:** *Relembrámos a história e em casa tivemos que completar os espaços em branco.*

**Professora cooperante:** E achas que teres feito isto em casa ajudou tea resolver a tarefa?

**Aluna D.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Porquê?

**Aluna D.:** *Porque aqui [apontando para a tarefa] já dizia quase tudo e como nós estivemos a ler isto senão soubéssemos alguma coisa podíamos ver alguns parágrafos e descobrir onde é que estavam.*

**Professora cooperante:** E achas que isso te ajudou?

**Aluna D.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Se eu só tivesse lido a história e tivesse mandado fazer a tarefa, conseguirias resolvê-la?

**Aluna D.:** *[hesitante] Acho que sim... Mas se tivesse a folha acho que conseguia.*

**Professora cooperante:** O que é que te ajudou nessa folha?

**Aluna D.:** *Foi o papel ter o resumo das coisas importantes.*

### Tarefa – Transposição de sistemas de escrita

[dá-se tempo ao aluno para recordar o exercício feito]

**Professora cooperante:** O que foi feito nesta aula com esta tarefa?

**Aluna D.:** *A linguagem natural e a linguagem matemática.*

**Professora cooperante:** O que é que nós tínhamos no quadro?

**Aluna D.:** *Umas frases em linguagem natural.*

**Professora cooperante:** E o que é que nós tínhamos que fazer?

**Aluna D.:** *Pôr em linguagem matemática.*

**Professora cooperante:** E como é que nós fizemos isso?

**Aluna D.:** *Nós escrevemos estas palavras em números ou em outras palavras que queriam dizer em matemática. Tentámos transformar o que estava em linguagem natural para linguagem matemática.*

**Professora cooperante:** E conseguimos transformar tudo de uma vez?

**Aluna D.:** *Não.*

**Professora cooperante:** O que é que nós fomos fazendo?

**Aluna D.:** *Nós escrevemos estas palavras em números ou em outras palavras que queriam dizer a mesma coisa.*

**Professora cooperante:** E achas que depois desta ajuda consegues passar de linguagem natural para linguagem matemática?

**Aluna D.:** *Sim.*

### Tarefa de teste reformulada

[com a pergunta do teste e a modificada na mão]

*Observa a pergunta do teste e a tua resposta. Observa esta pergunta da tarefa de aula e a tua resposta.*

**Professora cooperante:** Que semelhanças há entre o teste e a tarefa nos enunciados e nas tuas respostas?

[a aluna ao tentar responder descreve a tarefa do teste lendo a pergunta completa]

**Professora cooperante:** Mas o que é que há de igual?

**Aluna D.:** *É tudo igual. É tudo a mesma coisa.*

**Professora cooperante:** Qual a diferença entre a pergunta do teste e a pergunta da tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas?

**Aluna D.:** *Nas perguntas. No teste pergunta “quantas crianças do sexo masculino participaram na corrida”? E na tarefa estão cinco perguntas.*

**Professora cooperante:** Porque é que conseguiste responder corretamente na tarefa e não no teste?

**Aluna D.:** *Porque na aula que nós demos outra vez eu percebi melhor e no teste não tinha estudado muito.*

**Professora cooperante:** E as diferenças entre os enunciados/perguntas terão ajudado à resposta correta? Como é que ajudou?

**Aluna D.:** *Porque na tarefa tinha mais perguntas e no teste só tinha uma pergunta.*

*Na tarefa foi mais fácil resolver porque como tem mais perguntas esclarece mais o que aconteceu. E na do teste diz menos coisas.*

**Professora cooperante:** Isso quer dizer que conseguiste interpretar melhor a pergunta da tarefa do que a do teste?

**Aluna D.:** *Sim*

**Professora cooperante:** Porquê?

**Aluna D.:** *Não foi muito fácil resolver, mas como tinha várias perguntas ajudaram-me a levar à resposta.*

## **Entrevista ao aluno L.**

### Tarefa – A Herança dos 35 camelos

[com o caderno diário aberto na tarefa]

**Professora cooperante:** Lembras-te do que foi feito na aula?

*[dá-se uns minutos para o aluno lembrar o que foi feito na tarefa]*

**Professora cooperante:** O que é que foi feito inicialmente?

**Aluno L.:** *Começámos por ler um bocadinho de um livro para tirar informação para completar uma ficha de trabalho sobre a tarefa dos camelos.*

**Professora cooperante:** Achas que teres feito essa ficha te ajudou a resolver a tarefa?

**Aluno L.:** *Sim.*

**Professora cooperante:** Como é que te ajudou?

**Aluno L.:** *Porque na ficha tem as frases com as informações de um bocadinho do livro que nós completámos a tarefa.*

**Professora cooperante:** Se não tivesses a ficha seria mais fácil resolveres a tarefa?

**Aluno L.:** *Não... acho que não.*

### Tarefa – Transposição de sistemas de escrita

[dá- se tempo ao aluno para recordar o exercício feito]

**Professora cooperante:** O que foi feito nesta aula com esta tarefa?

**Aluno L.:** *Nós estivemos a tentar descobrir as palavras que significavam sinais de ... na linguagem natural que passadas para a linguagem matemática davam sinais de soma, subtração, nós pegámos em cada palavra e fizemos uma frase com sinais de matemática para dar uma conta e depois descobrir o resultado.*

**Professora cooperante:** E achas que depois desta ajuda consegues passar de linguagem natural para linguagem matemática?

**Aluno L.:** *Sim, por causa disso tive certo no teste.*

### Tarefa de teste reformulada

[com a pergunta do teste e a modificada na mão]

*Observa a pergunta do teste e a tua resposta. Observa esta pergunta da tarefa de aula e a tua resposta.*

**Professora cooperante:** **Que semelhanças há entre o teste e a tarefa nos enunciados e nas tuas respostas?**

**Aluno L.:** *A informação “dois quintos eram do sexo masculino, quatro quintos eram adultos e um quinto eram crianças do sexo feminino”. Os dados são iguais.*

**Professora cooperante:** Qual a diferença entre a pergunta do teste e a pergunta da tarefa, nos enunciados e nas tuas respostas?

**Aluno L.:** *Na pergunta há uma diferença que “numa caminhada do dia mundial sem carros participaram cem pessoas” e na do teste “numa caminhada do dia mundial sem*

*carros houve cem participantes”. Nos dados da tarefa diz que “um quinto eram crianças do sexo feminino” e no teste diz que “um quinto eram meninas”. Na pergunta da tarefa diz “quantas crianças do sexo masculino participaram na caminhada?” e na do teste diz “quantas crianças do sexo masculino participaram na corrida”. Na minha primeira resposta como eram cem pessoas eu vi que cem a dividir por cinco eram vinte e fiz vinte vezes dois porque eram dois quintos e deu quarenta que era igual a dois quintos. Depois na de quatro quintos que eram adultos, eu fiz a mesma coisa só que em vez de multiplicar por dois multipliquei por quatro e deu me oitenta, ou seja, quatro quintos. Na terceira informação eram as meninas que vinte vezes um era vinte então era um quinto. Só que como oitenta eram adultos e quarenta eram do sexo masculino eu fiz mal as contas e fiz que eram vinte crianças, do sexo masculino., porque não contei com as meninas.*

**Professora cooperante:** Porque é que conseguiste responder correctamente na tarefa e não no teste?




**Aluno L.:** *No teste esqueci-me de somar um quinto que eram meninas para descobrir o resultado e na tarefa percebi e somei quatro quintos mais um quinto porque quatro quintos eram adultos e um quinto eram crianças do sexo feminino, deu cinco quintos que era igual à unidade que é igual a cem pessoas. Depois tive que dividir cinco por cinco que deu resto zero.*

**Professora cooperante:** E as diferenças entre os enunciados/perguntas terão ajudado à resposta correta? Como é que ajudou?

**Aluno L.:** *Não, simplesmente acho que me esforcei mais e como tive errado no teste esforcei me mais para responder a da tarefa.*

# Anexo

## Anexo 1 – Teste de avaliação realizado pela professora cooperante

 <b>GOVERNO DE PORTUGAL</b> MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA	AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DA BOA ÁGUA - 172388 Escola Básica Integrada da Boa Água Estrada n.º 2 da Quinta do Conde Estrada do Pinhal da General A do Pinhal da General Departamento de Matemática e Ciências Experimentais	
<b>5.º Teste de Avaliação   Matemática   5.º ano</b> <b>3.º Período   2015-2016   C</b> <b>Data: 29 /abril/2016</b>		Classificação: _____ Professora: _____ Esc. de Educação: _____
Nome: _____ N.º _____ Turma _____		
<i>Lê atentamente todas as questões e para cada uma apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e justificações que entenderes necessárias.</i>		
1. Na figura estão representadas num plano, duas retas paralelas, intersectadas por uma secante.		
	1.1. Utilizando as letras gregas, indica dois ângulos: a) Correspondentes: _____ b) Alternos internos; _____ c) Alternos externos. _____	
1.2. Sabendo que $\beta = 108^\circ$ , indica o valor de $\alpha$ , $\theta$ e $\gamma$ . Em cada caso justifica a tua resposta.		
1. Escreve um número natural de quatro algarismos que seja múltiplo de 4 e simultaneamente divisível por 5.		
2. A professora de dança da Lúcia está a preparar um espetáculo em que todas as bailarinas têm que dançar numas vezes em grupos de 4 e noutras vezes em grupos de 6. Qual é o menor número de bailarinas necessárias para assegurar o espetáculo?		

3. Assinala com X a figura que tem  $\frac{1}{3}$  sombreado a cinzento.

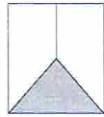


Figura A

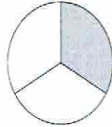


Figura B

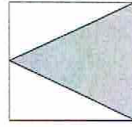


Figura C



Figura D

4. Dos 12 peixes do aquário do Pedro, um terço são vermelhos.

Diz se são verdadeiras (V) ou falsas (F) as afirmações:

Três peixes são vermelhos.

Oito peixes não são vermelhos.

Oito peixes são vermelhos.

Quatro peixes são vermelhos.

5. Numa festa de aniversário, o Pedro comeu  $\frac{3}{4}$  de um bolo de chocolate e o Paulo  $\frac{2}{5}$  de um bolo igual.

Qual dos dois comeu mais bolo de chocolate?

Justifica a tua resposta.



6. Os dois atletas da figura ao lado participaram numa corrida.

A corrida foi ganha pelo corredor que tem na camisola um número maior que 1. Que número tem o atleta que ganhou a corrida? Explica como obtiveste a resposta.



7. Completa de modo a obter frações equivalentes:

7.1.  $\frac{3}{4} = \frac{9}{\square}$

7.2.  $\frac{2}{3} = \frac{4}{\square} = \frac{\square}{15}$

8. Escreve a fração irredutível equivalente a cada uma das seguintes frações:

8.1.  $\frac{36}{42} =$

8.2.  $\frac{15}{125} =$

9. De um bolo de cenoura a Cátia comeu  $\frac{3}{8}$  e a Benedita  $\frac{1}{8}$ .

Indica a expressão que pode representar a parte do bolo que sobrou:

(A)  $\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)$       (B)  $1 + \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)$       (C)  $1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\right)$       (D)  $1 - \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$

10. No jardim da casa da Lúcia estão plantadas três tipos de flores, rosas, tulipas e amores-perfeitos. Sabendo que  $\frac{3}{6}$  do jardim foram plantados com rosas,  $\frac{1}{3}$  com tulipas e a parte restante com amores-perfeitos.

Que parte do jardim foi plantada com amores-perfeitos?

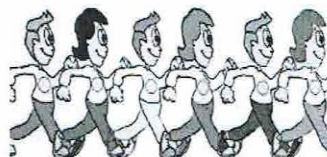


11. Numa caminhada do "Dia Mundial sem carros" houve 100 participantes. Sabe-se que:

$\frac{2}{5}$  eram do sexo masculino;

$\frac{4}{5}$  eram adultos;

$\frac{1}{5}$  eram meninas.



Quantas crianças do sexo masculino participaram na corrida?

- (A) 0      (B) 10      (C) 20      (D) 30

Justifica a tua resposta.

12. Escolhe a opção que traduz em linguagem matemática a expressão "A soma de dez com a diferença entre dezoito e cinco"

a)  $10 + (18 - 5)$

b)  $(10 + 18) - 5$

c)  $10 - 18 + 5$

13. Completa usando um dos símbolos  $>$ ,  $<$  ou  $=$ :

a.  $\frac{3}{5}$   $\frac{3}{7}$

b.  $\frac{2}{4}$   $\frac{3}{4}$

c.  $\frac{5}{4}$   $\frac{7}{8}$

d.  $\frac{4}{4}$   $\frac{3}{3}$

14. Calcula o valor de cada uma das expressões seguintes e sempre que possível apresenta o resultado simplificado.

a)  $\frac{7}{6} + \frac{2}{3} - \frac{4}{12} + \frac{13}{24} =$

b)  $\frac{2}{5} + \frac{6}{5} - \frac{3}{10} - \frac{15}{30} =$

c)  $0,2 + \frac{3}{10} - \frac{1}{10} =$

d)  $5 - \frac{3}{2} - 0,5 =$

e)  $1 + \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) =$

15. Estabelece a ligação correta entre as operações apresentadas e as propriedades da adição utilizadas de modo a obteres afirmações verdadeiras:

$\frac{3}{15} + 0 = \frac{3}{15}$  •

• Existência de elemento neutro

$\frac{2}{4} + \frac{5}{4} + 7 = \frac{7}{4} + 7$  •

• Propriedade comutativa

$\frac{5}{3} + \frac{2}{10} + \frac{6}{3} + \frac{4}{10} = \frac{5}{3} + \frac{6}{3} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10}$  •

• Propriedade associativa

