



NAIR SOLANGE  
SÁRDICO FAUSTINO

**A APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS  
E DAS OPERAÇÕES ATRAVÉS DO  
JOGO: UM ESTUDO NO 3.º ANO DE  
ESCOLARIDADE**

Relatório de projeto de investigação do Mestrado em  
Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do  
Ensino Básico

**ORIENTADORA**

Professora Doutora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

**VERSÃO DEFINITIVA**

Setembro, 2019





NAIR SOLANGE  
SÁRDICO FAUSTINO

**A APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS  
E DAS OPERAÇÕES ATRAVÉS DO  
JOGO: UM ESTUDO NO 3.º ANO DE  
ESCOLARIDADE**

Relatório de projeto de investigação do Mestrado em  
Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do  
Ensino Básico

**ORIENTADORA**

Professora Doutora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

**VERSÃO DEFINITIVA**

Setembro, 2019

“Quando se viaja em direção a um objetivo, é muito importante prestar atenção ao caminho. O caminho é que nos ensina sempre a melhor maneira de chegar, e enriquece-nos, enquanto o cruzamos.”

(Paulo Coelho)

## **Agradecimentos**

Este projeto de investigação é o resultado de toda a minha dedicação neste percurso académico. Foram anos de muitas angústias, ansiedades, lágrimas e nervosismo, mas que também me trouxeram muitas aprendizagens, experiências, sorrisos e amizades que levo para toda a minha vida pessoal e profissional. Quero assim agradecer a todas as pessoas que me ajudaram a realizar este grande sonho!

Primeiramente, quero agradecer à Prof. Dr.<sup>a</sup> Catarina Delgado por toda a sua disponibilidade, pelos ensinamentos, pela exigência, pelas palavras motivadoras e pela paciência. Sem o seu apoio não conseguiria dar a atenção devida a este projeto.

Aos meus pais, por terem acreditado nas minhas competências e capacidades, por me terem incentivado a lutar pelo meu sonho e por todo o apoio e amor que sempre depositaram em mim. Obrigada!

À minha irmã que foi o meu grande pilar, que me 'obrigou' a trabalhar quando não tinha vontade e que aturou o meu mau feitio ao longo deste tempo.

Ao meu amor que me fez recordar que ainda tinha a possibilidade de concretizar este sonho. Obrigada pelo apoio, pelo carinho, por acreditares que sou capaz, pelo abraço apertado quando mais precisei e, particularmente, obrigada pela paciência.

Às minhas amigas e colegas, Andreia, Marta, Débora, Inês Vieira e Inês Sebastião. Obrigada por partilharmos juntas as nossas tristezas e alegrias e pela vossa amizade, sem vocês não faria sentido! Um agradecimento especial à Inês Sebastião que foi o meu pilar durante este projeto. Obrigada pela ajuda, pela partilha e pela união. Foste essencial neste percurso!

A toda a equipa do Pim Pam Pum e aos meninos, pelas aprendizagens, pelo carinho e pela paciência.

Um obrigada aos professores da ESE, aos meninos e aos professores e educadores cooperantes que contribuíram para a minha evolução. Particularmente, agradeço aos alunos do 3.º ano que me ajudaram na realização deste projeto e à professora Clárisse por ter aberto a porta da sua sala, por ter partilhado a sua prática pedagógica e pelas palavras de apoio e incentivo. É uma pessoa extraordinária, um exemplo a seguir!

**A todos, um muito obrigada por terem feito destes os melhores anos da minha vida!**



## Resumo

Este relatório incide na área da Matemática e tem como principal objetivo compreender de que forma os jogos favorecem a aprendizagem da Matemática e é orientado pelas seguintes questões: (i) 'De que modo os alunos experienciam a exploração de jogos?' e (ii) 'De que modo os alunos aprendem Matemática através da exploração de jogos?'.

O enquadramento teórico apresenta os significados, o valor e diferentes tipologias de jogo e discute a importância dos jogos no ensino e na aprendizagem da Matemática, em particular dos Números e Operações. Do ponto de vista metodológico, este estudo enquadra-se numa abordagem qualitativa, com características de uma investigação sobre a prática. A recolha de dados foi realizada em contexto de estágio, numa turma com alunos do 2.º e 3.º anos de escolaridade. Os participantes deste estudo são os alunos do 3.º ano desta turma e os dados foram recolhidos através da observação participante, de inquérito por questionário aos alunos e de recolha documental.

Os resultados obtidos revelam que: (i) a compreensão das regras do jogo influencia a progressão do jogo e a perceção dos alunos sobre o mesmo; (ii) as dificuldades dos alunos influenciam a sua perceção sobre o jogo; (iii) o jogo fomenta a cooperação entre os alunos; (iv) a realização dos jogos de Dominó das frações parece ter contribuído para que, globalmente, os alunos associassem corretamente a representação simbólica de uma fração a uma sua representação icónica e para a compreensão da relação parte-todo (v) a realização dos jogos de Loto das operações parece ter contribuído para que os alunos, globalmente: calculassem produtos recorrendo a estratégias diversificadas e efetuassem divisões recorrendo a produtos conhecidos e à relação inversa com a operação multiplicação; (vi) os alunos evidenciaram mais dificuldades no cálculo associados à operação divisão; (vii) a situação de jogo parece ter contribuído para o envolvimento dos alunos na realização das tarefas Matemáticas que lhes estavam subjacentes.

**Palavras-chave:** Jogo Matemático; Aprendizagem da Matemática; Números e Operações



## Abstract

This report focuses on Mathematics and its main objective is to understand how games favor mathematics learning and is guided by the following questions: (i) 'How do students experience game exploration?' and (ii) 'How do students learn math by exploring games?'.

The theoretical framework presents the meanings, the value and different typologies of the game as well as discussing the importance of the games in teaching and learning of mathematic, in particular in the Numbers and Operations. From methodological point of view this study fits on a qualitative approach, with characteristics of an investigation about practice. The data collection was done in an internship context, in a class with students from 2nd and 3rd year of school. The participants of this study are students from 3rd year of this class and the information was collected through observation of the participants, by a survey to the students and documental collection.

The results obtained reveals that: (i) the comprehension of the games' laws affects the development of the game and the students perception about this; (ii) students difficulties influences there perception of the game; (iii) the game promotes cooperation between students; (iv) the realization of the fractions Dominoes games seems to have contribute to, globally, students associated correctively the symbolic representation of a fraction to an iconic representation and for the comprehension of the relationship between the part-all; (v) the games of Lotto operations execution seems to have contributed so that students, globally: calculate products using diversified strategies and doing divisions using known products and the inverse relationship with the multiplication operation; (vi) the students evidenced more difficulties in calculous associated with division operation; (vii) the game situation seems to have contributed for students to engaged in the mathematics tasks.

**Keyword:** Mathematic Game; Mathematics Learning; Numbers and Operations

# Índice

Índice de Quadros.....	XIII
Índice de Figuras.....	XV
Capítulo I – Introdução .....	17
1.1. Motivação, objetivo e questões do estudo .....	17
1.2. Organização do Relatório .....	19
Capítulo II – Enquadramento Teórico.....	21
2.1. O Jogo.....	21
2.1.1. Valor e significados atribuídos a jogo.....	21
2.1.2. Tipologias de jogos.....	23
2.2. A importância dos jogos no ensino e na aprendizagem da Matemática .....	26
2.3. A Aprendizagem dos Números e das Operações.....	28
Capítulo III – Metodologia .....	37
3.1. Opções Metodológicas .....	37
3.1.1. Investigação Qualitativa .....	37
3.1.2. Investigação sobre a prática .....	38
3.2. Contexto e Participantes do estudo .....	40
3.2.1. Caracterização do contexto .....	40
3.2.2. Participantes .....	41
3.3. Técnicas e instrumentos de recolha e tratamento de dados .....	42
3.3.1. Observação participante.....	42
3.3.2. Inquérito por questionário .....	43
3.3.3. Recolha documental .....	44
3.4. Processo de Recolha dos Dados .....	44
3.5. Processo de análise dos dados .....	47
Capítulo IV – Intervenção pedagógica.....	48

4.1. Os jogos propostos: objetivos e regras.....	48
4.1.1. Jogo 1 e 2 – Dominó das frações 1 e 2.....	48
4.1.2. Jogo 3 – Loto 1 – “Loto da Multiplicação” .....	49
4.1.3. Jogo 4 – Loto 2 – “Loto da Multiplicação e Divisão” .....	50
4.1.4. Jogo 5 – Loto 3 – “Loto da Divisão” .....	50
4.1.5. Jogo 6 – Loto 4 – “Compilação dos Lotos da Multiplicação e Divisão” ...	51
4.2. Os momentos de exploração dos jogos.....	52
4.3. Tarefas atribuídas aos alunos do 2.º ano durante os momentos de jogo.....	53
Capítulo V – Análise dos dados.....	55
5.1. A exploração dos jogos na sala de aula .....	55
5.1.1. Dominó das frações 1 .....	55
5.1.2. Dominó das frações 2 .....	61
5.1.3. Loto da Multiplicação .....	69
5.1.4. Loto da Multiplicação e Divisão .....	79
5.1.5. Loto da Divisão.....	85
5.1.6. Compilação dos Lotos da Multiplicação e Divisão.....	92
5.2. A perceção dos alunos sobre os jogos .....	96
5.2.1. Jogo do Dominó das frações 1 e 2 .....	96
5.2.2. Jogo do Loto das operações 1, 2, 3 e 4 .....	104
Capítulo VI – Conclusão .....	117
6.1. Síntese do estudo .....	117
6.2. Conclusões do estudo .....	118
6.2.1. De que modo os alunos experienciam a exploração dos jogos?.....	118
6.2.2. De que modo os alunos aprendem Matemática através da exploração dos jogos?.....	122
6.3. Reflexão final .....	125

Referências ..... 129



## Índice de Quadros

Quadro 2.1: Síntese das tipologias de jogos apresentadas.....	25
Quadro 3.1: Síntese do processo da recolha de dados .....	46
Quadro 5.1: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Dominó das Frações 1 .....	96
Quadro 5.2: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Dominó das Frações 2 .....	97
Quadro 5.3: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 3 do questionário referentes aos jogos das frações 1 e 2 .....	99
Quadro 5.4: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Dominó das Frações 1 .....	99
Quadro 5.5: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Dominó das Frações 2 .....	100
Quadro 5.6: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 4 do questionário referentes aos jogos das frações 1 e 2 .....	101
Quadro 5.7: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Dominó das Frações 1 .....	101
Quadro 5.8: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Dominó das Frações 2 .....	102
Quadro 5.9: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 5 do questionário referentes aos jogos das frações 1 e 2 .....	103
Quadro 5.10: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 1 .....	104
Quadro 5.11: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 2 .....	105
Quadro 5.12: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 3 .....	106
Quadro 5.13: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 4 .....	107

Quadro 5.14: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 3 do questionário referentes aos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4 .....	108
Quadro 5.15: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 1 .....	109
Quadro 5.16: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 2 .....	109
Quadro 5.17: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 3 .....	110
Quadro 5.18: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 4 .....	111
Quadro 5.19: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 4 do questionário referentes aos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4 .....	112
Quadro 5.20: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 1 .....	112
Quadro 5.21: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 2 .....	113
Quadro 5.22: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 3 .....	114
Quadro 5.23: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 4 .....	115
Quadro 5.24: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 5 do questionário referentes aos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4 .....	116

## Índice de Figuras

Figura 5.1 – Construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Cláudio e André .....	56
Figura 5.2 – Construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Artur e Ivo... 57	
Figura 5.3 – Terceira construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Maria, Filipa e José.....	58
Figura 5.4 – Peças representadas no quadro negro durante a apresentação do jogo..	59
Figura 5.5 – Construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Rui e Sara ....	60
Figura 5.6 – Construção do jogo do Dominó das Frações 2 realizada por Cláudio e Rui	62
Figura 5.7 – Construção do jogo do Dominó das Frações 2 realizada por Ivo e Carla ...	63
Figura 5.8 – Peça disponível para a jogada de Cláudio .....	64
Figura 5.9 – Peça sugerida pela colega de estágio .....	65
Figura 5.10 – Peça colocada corretamente por Rui .....	66
Figura 5.11 – Peça referida no episódio 6 .....	66
Figura 5.12 – Peça referida no episódio 9 .....	67
Figura 5.13 – Construção correta realizada por Sara e Maria.....	68
Figura 5.14 – Primeira peça apresentada por Rui .....	69
Figura 5.15 – Segunda peça apresentada por Rui .....	69
Figura 5.16 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Multiplicação, após a simulação com a turma .....	70
Figura 5.17 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Artur e Filipa	71
Figura 5.18 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui, até ao momento do episódio 9 .....	72
Figura 5.19 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui .....	73
Figura 5.20 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por José e André	73
Figura 5.21 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Ivo e Wilson	74

Figura 5.22 – Preenchimento da coluna 1 do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui.....	76
Figura 5.23 – Preenchimento da coluna 4 do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui.....	78
Figura 5.24 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Multiplicação e Divisão, após a simulação com a turma .....	79
Figura 5.25 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação e Divisão, por Maria e Sara .....	81
Figura 5.26 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação e Divisão, por Ivo e Carla.....	84
Figura 5.27 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Divisão, após a simulação com a turma .....	86
Figura 5.28 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por Cláudio e Rui.....	87
Figura 5.29 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por Ivo e Carla.....	88
Figura 5.30 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por Artur e Filipa.....	88
Figura 5.31 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por André, José e Wilson .....	88
Figura 5.32 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Multiplicação e Divisão, por André e José .....	94
Figura 5.33 – Preenchimento do cartão 3, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui .....	95

## **Capítulo I – Introdução**

Nesta fase final do meu percurso académico, apresento a investigação que desenvolvi no âmbito da Unidade Curricular (UC) Estágio IV, com uma turma composta por alunos de dois anos de escolaridade (2.º e 3.º anos), de uma escola na cidade de Setúbal. O estudo envolve os alunos de 3.º ano desta turma e incide na área da Matemática, mais concretamente no papel dos jogos na sua aprendizagem. Este capítulo está organizado em duas secções: a primeira é referente aos aspetos que me motivaram para a concretização desta investigação e a segunda apresenta a organização do relatório.

### **1.1. Motivação, objetivo e questões do estudo**

Os motivos da escolha deste tema estão associados a razões pessoais, de pertinência teórica e contextuais. Centrando-me em primeiro lugar nas razões pessoais, posso afirmar que a Matemática é uma área pela qual sempre tive bastante interesse e em que senti mais facilidade enquanto estudante. Na qualidade de futura professora, a possibilidade de aprofundar aspetos associados à sua aprendizagem constitui igualmente uma fonte acrescida de motivação, aspeto que considero ser fundamental para realizar um trabalho desta natureza. Efetivamente, tal como afirma Ponte (2002), “se as questões não são de real interesse para o professor, não será de esperar que ele tenha o investimento afectivo necessário para levar a investigação a bom termo” (p. 13).

A opção de realizar um estudo focado no papel dos jogos na aprendizagem da Matemática prende-se, sobretudo, com razões de pertinência teórica e contextuais.

Relativamente à pertinência do tema, a investigação salienta a importância do jogo na aprendizagem como forma de promover a interação social entre os alunos, por permitir que estes encarem o erro como algo natural, fazendo-os sentirem que têm sucesso por estarem a aproximar-se da resposta correta e, ainda, por respeitarem o seu ritmo de aprendizagem (Lopes et al., 1996, citado por Nogueira, 2004).

A investigação salienta também que o envolvimento dos alunos na resolução das tarefas propostas pelo professor é fundamental para que efetivamente ocorra aprendizagem (Guimarães & Boruchovitch, 2004). Em particular, no que se refere à aprendizagem da Matemática reconhece-se que o jogo pode contribuir para esse

envolvimento, permitindo a aprendizagem de conteúdos de um modo lúdico (Moura & Viamonte, 2012). Contudo, “os jogos devem constituir oportunidades para que os alunos discutam a Matemática a um nível de exigência cognitivo elevado e que desafiem a desconstrução de concepções erróneas” (Jackson, Taylor & Buchheister, 2013, p. 428).

Sempre que penso numa tarefa Matemática adequada para promover a aprendizagem dos alunos penso, simultaneamente, nas suas potencialidades para envolver os alunos na sua resolução. Muito provavelmente, esta preocupação pode ser reforçada por algumas das minhas vivências relacionadas com o ensino da Matemática. Por exemplo, a minha experiência num ATL, no qual tinha a função de apoiar as crianças nos seus trabalhos escolares, reforça a ideia da necessidade de motivar os alunos para a aprendizagem da Matemática. De facto, fui-me apercebendo que a maioria das crianças não gostava de Matemática e revelava grandes dificuldades na sua aprendizagem.

Ao iniciar o estágio III, com uma turma de 1.º ano (da mesma escola onde a intervenção associada a este projeto foi realizada), deparei-me com uma realidade um pouco diferente, pois a grande maioria dos alunos resolvia com sucesso as tarefas de Matemática que lhes eram propostas. Contudo, pude também observar que os alunos foram perdendo o interesse em fazê-lo, pois as tarefas apresentavam características rotineiras – os alunos liam a questão (do manual), por vezes, sobre conteúdos que já dominavam, depois resolviam-nas e, caso as terminassem mais cedo, ficavam à espera dos restantes colegas. Ao perceber esta situação, eu e a minha colega de estágio, tentámos utilizar outros recursos, para além do manual, baseados na resolução de problemas através de imagens, pinturas e fichas concebidas por nós. Fomos observando um maior envolvimento das crianças na resolução de tarefas Matemáticas, pois estas propostas pareciam mostrar-se mais interessantes e desafiadoras para os alunos. Depois de vivenciar esta experiência, considero que o tipo de tarefas que se propõem aos alunos pode influenciar o seu interesse pela Matemática.

O jogo é uma via de proposta de trabalho em torno da Matemática que me ocorre de imediato como forma de articular a aprendizagem de conteúdos e/ou procedimentos associados à Matemática e o envolvimento dos alunos para essa aprendizagem. Inclusive, no último ano da licenciatura, na UC de Introdução à Didática da Matemática, foi solicitado um trabalho de grupo em que tínhamos de planificar algumas tarefas,

sendo que a escolha do meu grupo recaiu de imediato na concretização de um jogo. Mas, que papel poderão ter os jogos na aprendizagem dos alunos, em particular, na aprendizagem da Matemática? Esta questão continuou a acompanhar-me no meu percurso enquanto futura professora, reforçando-se perante o novo contexto de estágio.

Contrariamente à turma onde realizei o estágio III, os alunos da turma na qual desenvolvi a intervenção associada ao presente projeto são desafiados a resolver situações problemáticas, algumas associam a Matemática a contextos reais (que as crianças já vivenciaram) e realizam alguns jogos. Embora lhes seja proposto um trabalho diferente do descrito acima, o grupo de alunos do 3.º ano desta turma possui uma elevada percentagem de insucesso na área da Matemática. Assim, associada à questão do papel dos jogos na aprendizagem da Matemática surgiram outras: Que jogos deverá o professor selecionar e/ou adaptar para promover a aprendizagem da Matemática e para os ajudar a ultrapassar dificuldades nesta área? Que cuidados deve ter no modo como os propõe e os explora na sala de aula?

Foi deste modo que optei por enveredar por uma investigação que me envolvesse na adaptação e/ou construção de jogos de Matemática e na sua exploração na sala de aula e que, simultaneamente, me permitisse compreender o papel do jogo na aprendizagem da Matemática. Assim, esta investigação tem como objetivo compreender de que forma os jogos favorecem a aprendizagem da Matemática e é orientado pelas seguintes questões:

- De que modo os alunos experienciam a exploração de jogos?
- De que modo os alunos aprendem Matemática através da exploração de jogos?

## **1.2. Organização do Relatório**

Este trabalho encontra-se organizado em seis capítulos, correspondendo o primeiro à Introdução, na qual abordo as motivações que me levaram a escolher este tema, apresento o objetivo e as questões da investigação e apresento a estrutura do presente relatório. No Capítulo II é apresentado o enquadramento teórico focado no tema do projeto. Mais concretamente, discuto o valor e significados atribuídos a jogo, apresento diferentes tipologias de jogos e refiro-me à importância dos jogos no ensino e na aprendizagem da Matemática, em particular nos Números e Operações. O Capítulo III

corresponde à Metodologia deste estudo e inclui a apresentação e justificação das opções metodológicas, uma breve caracterização do contexto e dos participantes do estudo, a referência aos instrumentos utilizados na recolha dos dados e uma descrição do processo de recolha e análise dos dados. O Capítulo IV apresenta a proposta pedagógica, dividida em três secções: na primeira abordo os objetivos e regras de cada jogo, na segunda descrevo brevemente cada momento associado à realização dos jogos e na última indico o trabalho que foi desenvolvido com os alunos do 2.º ano. O Capítulo V destina-se à análise dos dados. Cada conjunto de jogos é analisado em duas secções – uma referente à exploração dos jogos na sala de aula e, outra, sobre a perceção dos alunos relativa à sua realização. Por fim, o Capítulo VI inclui uma síntese do estudo, as suas conclusões e uma reflexão pessoal focada nos desafios com que me deparei durante o seu desenvolvimento.

## **Capítulo II – Enquadramento Teórico**

Este capítulo está organizado em três secções. A primeira apresenta aspetos gerais relacionados com o jogo, nomeadamente o valor e significados que lhe são atribuídos e as diferentes tipologias de jogos. A segunda discute a importância do jogo no ensino e na aprendizagem da Matemática. Finalmente, a terceira foca-se no ensino e aprendizagem dos números e das operações, tendo em conta que este é o tema no qual recaem os jogos propostos no âmbito deste projeto.

### **2.1. O Jogo**

#### **2.1.1. Valor e significados atribuídos a jogo**

Nas antigas civilizações, como a egípcia, a romana e a maia, a prática de jogos era frequente e contava com a participação quer de adultos quer de crianças. Os jogos possibilitavam a aprendizagem de valores, conhecimentos, normas e padrões de comportamento dos adultos (Nogueira, 2004). Mais tarde, tornou-se também importante para aprendizagem da leitura, do cálculo e da educação de um modo global (idem). Com o surgimento do Cristianismo, eliminam-se todas as práticas consideradas pagãs e aposta-se numa educação rígida e disciplinadora (idem). Em particular os jogos foram incluídos nesse tipo de práticas, sendo abolidos das diversas atividades sociais. Na época do Renascimento, passou a ser revalorizada e integrada esta prática (utilização dos jogos), atribuindo-lhe um papel mais pedagógico. Esta perspetiva intensifica-se no século XVIII, que ficou muito marcado “pela explosão, valorização e diversificação do jogo a par da expansão de estabelecimentos de educação, que culmina no século seguinte” (idem, p. 82). Mas, mais uma vez, na primeira metade do século XX volta-se a perder a credibilidade no poder pedagógico do jogo, considerando-o um elemento de distração. Na segunda metade do século XX, volta-se a reconhecer a importância desta atividade no ensino e na aprendizagem (idem). Esta breve nota histórica permite realçar que o valor atribuído ao jogo, em particular no que respeita ao ensino e à aprendizagem, foi mudando ao longo dos séculos e essa mudança surge associada ao entendimento de jogo, à importância atribuída à atividade de jogar e de como se perspetiva o ensino e a aprendizagem.

Mas o que se entende afinal por jogo? A Infopédia (Infopedia, 2013-2018) atribui 28 definições a jogo, entre as quais selecionei as seguintes: “atividade lúdica executada por prazer ou recreio, divertimento, distração”; “atividade lúdica ou competitiva em que há regras estabelecidas e em que os praticantes se opõem, pretendendo cada um ganhar ou conseguir melhor resultado que o outro”; “série de regras a cumprir numa atividade lúdica ou competitiva”; “conjunto de peças que permitem a realização de uma atividade lúdica”; “conjunto de peças que formam um todo”; “atividade em que, geralmente, se arrisca dinheiro ou outra coisa”.

De entre estas formas de definir jogo, sobressai a ideia de que este pode ser entendido como um material físico, formado por um conjunto de peças, ou por uma atividade, que pode ser lúdica e/ou competitiva, com determinadas regras. Quando entendida como atividade lúdica associa-se a uma situação de prazer e de divertimento. Compreende-se, assim, a complexidade de definir este termo – jogo. Confirmando esta complexidade, muitos são os autores que apresentam diferentes entendimentos de jogo e que reconhecem a dificuldade em defini-lo.

Moreira e Oliveira (2004) mencionam as conceções de outros autores relativamente a este termo, advertindo que é difícil atribuir-lhe uma única definição. Centrando-se na atividade realizada por crianças e apoiando-se nas ideias de Friedmann (2002), estas autoras referem que, de um modo geral, o jogo é “compreendido como uma brincadeira com regras onde as crianças interagem com outros, com ou sem objectos” (Moreira & Oliveira, 2004, p. 61). Também Matos e Ferreira (2004) associam o jogo a uma atividade que inclui regras, acrescentando a ideia de que cada jogador recorre a um conjunto de estratégias de modo a atingir um determinado objetivo.

O jogo pode ser abordado ao nível das relações sociais que permite estabelecer. Segundo o psicólogo Elkonin (1954), o jogo é “uma actividade em que se reconstituem sem fins utilitários directos as relações sociais” (p. 22, citado por Moreira & Oliveira, 2004, p. 63). Iturra e Reis (1991) afirmam que “o jogo é parte do conjunto de ideias com que se aprende a gerir a vida social; (...) é uma acumulação de saber que dinamiza a vida do indivíduo em sociedade” (p. 9-10, citado por Moreira & Oliveira, 2004, p. 65).

O jogo também pode ser caracterizado ao nível das emoções, pois, através dele manifestam-se sentimentos de tensão e alegria (Moreira & Oliveira, 2004). Moreira e Oliveira (2004) acrescentam mais duas particularidades desta atividade: a incerteza do

resultado que se irá obter, pela aleatoriedade que lhe está subjacente e o facto de ser uma atividade fictícia, pois o jogo circunscreve-se a uma realidade específica. Salvador (2012) defende que o jogo tem uma função de preparar para a vida quotidiana e não de ser acompanhado pela mesma, precisamente por ser realizado num determinado tempo e com um conjunto de regras. Tal como os autores referidos anteriormente, também o caracteriza como uma atividade que proporciona prazer e diversão e que pode ser mental e/ou física.

Para além do prazer e da diversão, os jogos também são atividades que permitem desenvolver aprendizagens, tal como eram reconhecidos nas antigas civilizações. É neste sentido que se encaram os jogos neste projeto – uma atividade, cuja realização implica um conjunto de regras, que envolva prazer, divertimento e aprendizagens.

### **2.1.2. Tipologias de jogos**

Tendo por base a literatura revista, tal como as diversas definições e características dos jogos, estes também são categorizados de diversos modos, não existindo uma única classificação entre os vários autores.

Existem classificações que categorizam os jogos segundo: a competição, que desafia e envolve a disputa entre os jogadores, enaltecendo as capacidades dos mesmos e tornando-as reconhecidas no final do jogo; a sorte, em que o resultado depende apenas da sorte do jogador; a mímica e o “fazer de conta”, nos quais os jogadores fingem ser algo que não são, predominando a teatralidade (por exemplo: uma criança finge ser um cão); a procura de vertigem, em que o objetivo é causar situações de pânico e vertigem (Moreira & Oliveira, 2004).

Os jogos podem também ser categorizados segundo os seus objetivos. Neto e Silva (2004) classifica-os deste modo apresentando as seguintes categorias: de território, em que o objetivo é obter o maior espaço possível, tendo em conta as regras do jogo; de bloqueio, que têm a finalidade de impedir as jogadas do adversário; de captura, em que se pretende recolher peças adversárias; de posição, que se prendem em “deslocar uma ou mais peças para uma determinada zona do tabuleiro” (idem, p. 23); de padrões, nos quais se pretende realizar um alinhamento de peças; abstratos ou de conexão, nos quais “cada jogador procura criar um grupo de peças que satisfaça um determinado critério vitorioso (por exemplo, ligar dois lados opostos do tabuleiro)” (idem, p. 23).

Outra tipologia refere-se a jogos curriculares e a jogos educativos (Sá, 1995). Os jogos curriculares são jogados em contexto escolar e são construídos tendo por base objetivos curriculares. Estes jogos subdividem-se em três tipos: pré-instrucional, em que o jogo é um instrumento para a aprendizagem de conteúdos (introdução de conceitos) e apropriação de procedimentos; co-instrucional, o jogo não é o único instrumento de aprendizagem de conteúdos (reforço dos conhecimentos adquiridos sobre os conceitos e compreensão do jogo); pós-instrucional, no qual o jogo tem a função de consolidar conhecimentos (Galán, 2013-2014; Vílchez, 2015). Relativamente aos jogos educativos, estes possuem objetivos educacionais, cognitivos ou afetivos e são planeados por qualquer pessoa que esteja na área da educação, não sendo obrigatório que se jogue em contexto escolar (Sá, 1995).

De entre os jogos que visam a aprendizagem de conteúdos podem ser identificados os jogos cooperativos. Nestes elimina-se a competitividade, dado que esta pode provocar o desenvolvimento de sentimentos negativos, tal como a frustração, e fomentam o trabalho em equipa para resolver o jogo, não havendo qualquer vencedor (Salvador, 2012).

Existem também classificações centradas na Matemática. Uma delas é referida por Moura e Viamonte (2012) que catalogam os jogos tendo em conta a atividade matemática que permitem desenvolver e as características do jogo: “jogos quebra-cabeças, jogos combinatórios; jogos abstractos, jogos aritméticos e por jogos geométricos” (idem, p. 3). Uma outra categorização apresentada por Vílchez (2015) centra-se nos objetivos de aprendizagem que permitem atingir: melhorar as capacidades e/ou competências para que o jogador consiga vencer o maior número de vezes possível (jogos de conhecimento); encontrar uma estratégia que permita a resolução do jogo de modo a ganhar aos seus adversários ou terminar jogo, caso se trate apenas de um jogador (jogos de estratégia).

Os “jogos matemáticos incentivam os alunos a explorar combinações de números, valores de lugar, padrões e outros conceitos matemáticos importantes” (NCTM, 2007, p. 464) e “devem fornecer oportunidades para os alunos discutirem matemática num alto nível de indagação cognitiva e desafiar concepções erróneas” (Jackson, Taylor & Buchheister, 2013, p. 428). Entende-se deste modo que os jogos têm o poder de introduzir conceitos matemáticos, novos conteúdos e desconstruir concepções erróneas,

através da própria ação do aluno. Referindo-se a esta tipologia de jogos (jogos matemáticos), Moura e Viamonte (2012) defendem que estes envolvem a tentativa, a observação, a análise, a conjectura e a verificação, que são processos importantes no desenvolvimento do raciocínio matemático.

Importa referir que as tipologias aqui apresentadas são apenas algumas das que existem. O quadro 2.1 apresenta uma síntese destas tipologias.

Quadro 2.1: Síntese das tipologias de jogos apresentadas

Autores	Tipologias
<b>Moreira e Oliveira (2004)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Competição</li> <li>- Sorte</li> <li>- 'Faz de conta'</li> <li>- Procura de vertigem</li> </ul>
<b>Neto e Silva (2004)</b>	Com objetivos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Território</li> <li>- Bloqueio</li> <li>- Captura</li> <li>- Posição</li> <li>- Padrões</li> <li>- Abstratos</li> </ul>
<b>Galán (2013-2014), Sá (1995), Salvador (2012) e Vílchez (2015)</b>	Curriculares e educativos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pré-instrucionais</li> <li>- Co-instrucionais</li> <li>- Pós-instrucionais</li> </ul>
<b>Vílchez (2015)</b>	Jogos matemáticos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conhecimento</li> <li>- Estratégia</li> </ul>
<b>Moura e Viamonte (2012)</b>	Jogos matemáticos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Quebra-cabeças</li> <li>- Combinatórios</li> <li>- Abstratos</li> <li>- Aritméticos</li> <li>- Geométricos</li> </ul>

No presente projeto de investigação, os jogos elaborados inserem-se na tipologia de jogos curriculares e matemáticos. Estes foram escolhidos tendo por base as metas e o

programa do 1.º Ciclo do Ensino Básico e variam entre co-instrucionais e pré-instrucionais (jogos curriculares). Podem ainda ser caracterizados como jogos de conhecimento, uma vez que pretendem desenvolver os conhecimentos e competências dos alunos.

## **2.2. A importância dos jogos no ensino e na aprendizagem da Matemática**

Palhares (2004) apresenta uma discussão sobre o papel do jogo no ensino da Matemática, através da qual se pode perceber que este não é consensual como recurso educativo. O autor refere que o pedagogo Froebel (1782-1852) considerava que as crianças refletem através da ação, sendo que com o jogo pode-se “manipular, rearranjar, agir e reflectir” (Palhares, 2004, p. 133). Segundo o mesmo autor, Montessori (1869-1952) contradiz esta ideia, considerando que o jogo é ofensivo e desnecessário na aprendizagem da criança. No entanto, Palhares (2004) apoia-se nas ideias de autores da área da psicologia para salientar benefícios para as crianças associados ao ato de jogar. Referindo Piaget, o autor salienta a ideia de que o jogo permite novas aprendizagens (assimilação), mas também, e principalmente, a assimilação sobre a acomodação (modificação das aprendizagens). De Vygotsky salienta a perspectiva de o considerar indispensável no desenvolvimento da criança, ao estar vinculado à zona de desenvolvimento proximal, e por permitir estabelecer uma correlação entre a imaginação e as regras.

Também, Moura e Viamonte (2012) consideram os jogos indispensáveis à prática educativa, defendendo que são a base para o desenvolvimento da atividade mental. Tendo como suporte a teoria de Vygotsky, Nogueira (2004) afirma que:

o jogo apresentar-se-á por isso como uma actividade de vanguarda no desenvolvimento da criança porque permite exercitar, no plano imaginativo, não só as capacidades de planear, imaginar e representar papéis e situações quotidianas, mas também explorar o carácter social das situações lúdicas, os conteúdos e a regra inerente à situação. (idem, p. 83)

Para Viana, Vieira e Teixeira (1989) “uma aula onde se joga é uma aula animada, divertida e participada” (p. 24), acrescentando, contudo, que “não se pode ficar por

aqui” (p. 24). Estes autores salientam, assim, um equilíbrio na valorização das dimensões motivacionais e curriculares que os jogos podem constituir enquanto recursos educativos.

Moura e Viamonte (2012), Jackson, Taylor e Buchheister (2013) e Nogueira (2004) também concordam que a utilização do jogo promove o entusiasmo e a motivação dos alunos para participar, realçando que estes aspetos são importantes para que ocorra aprendizagem. Tal como indica Sá (1995) “o que é importante é ter sempre presente que a actividade de jogar deverá conduzir a uma aprendizagem significativa” (p. 8), ou seja, uma aprendizagem com compreensão.

Existem diversas vantagens na utilização do jogo, enquanto recurso pedagógico, tanto para o professor como para o aluno (Moura & Viamonte, 2012).

No que se refere aos alunos, o jogo, para além de promover o seu interesse e participação, constitui uma via com potencialidades para o desenvolvimento do seu espírito reflexivo e crítico e para encarar o erro como um modo de aproximação à resposta correta (Moura & Viamonte, 2012). O erro é visto como parte integrante do processo de aprendizagem (Moura & Viamonte, 2012) e encarado de forma natural, pelo que a criança sente que tem sucesso (Nogueira, 2004).

O jogo também estimula e desenvolve a criatividade, a linguagem, o uso da diversidade de estratégias e a sua comparação, a curiosidade, a imaginação e a observação (Grando, 2000; Moura & Viamonte, 2012; Palhares, 2004; Jackson, Taylor & Buchheister, 2013; Nogueira, 2004). Grando (2000) acrescenta ainda que o jogo ajuda a reter conceitos que já foram aprendidos, desenvolve o uso de diversas estratégias de resolução de problemas, auxilia na aprendizagem da tomada de decisões e de saber avaliá-las e, ainda, torna o aluno um participante ativo na sua aprendizagem.

Dadas estas vantagens, segundo Moura e Viamonte (2012) existem autores que associam a utilização dos jogos à aprendizagem da Matemática, uma vez que nesta área, mais especificamente, estes promovem a construção do conhecimento lógico matemático e a organização, a atenção e a concentração, considerando estes elementos essenciais na aprendizagem desta área.

Relativamente ao professor, o jogo constitui um recurso educativo que permite perceber quais as dificuldades dos alunos, quem possui mais dificuldades e se houve assimilação de conteúdos (Moura & Viamonte, 2012). No que se refere ao processo de

ensino e aprendizagem, destaca-se que o jogo favorece uma abordagem dos conceitos matemáticos de modo informal e intuitivo, permite o respeito pelo ritmo de cada aluno e incentiva a interação social (Nogueira, 2004). Grandó (2000) acrescenta ainda que o jogo é um recurso vantajoso para a introdução de novos conceitos que sejam de difícil assimilação e, ainda, permite a interdisciplinaridade.

Todavia nem tudo são vantagens. Como em qualquer recurso, os jogos também possuem desvantagens, como a agitação na sala de aula (Vílchez, 2015). Este aspeto, por vezes, está na origem da descredibilização do uso do jogo por parte de alguns professores e encarregados de educação, que acreditam que o silêncio é fundamental para a aprendizagem e só quando ele existe é que se aprende (idem). Grandó (2000) acrescenta, ainda, os seguintes aspetos: uma intervenção constante do professor pode diminuir a ludicidade do jogo; é necessário ter em atenção que um jogo despende tempo e por isso poderá ser preciso ‘sacrificar’ alguns conteúdos; se o jogo não for utilizado de modo adequado, este poderá tornar-se numa atividade realizada sem pensar e os alunos poderão não perceber o seu significado, ou seja, porque o jogam; se os conceitos forem todos iniciados com jogos, as aulas deixam de ter sentido para os alunos.

Podem ser também identificados constrangimentos de outra natureza associados ao uso de jogos como recursos pedagógicos. O orçamento escolar é normalmente limitado, pelo que, por vezes, não é possível adquirir jogos diversificados e em quantidades suficientes (Grandó, 2000; Vílchez, 2015). Também as condições físicas das salas de aulas nem sempre são adequadas, por existirem mesas e cadeiras que não podem ser deslocadas e pelo barulho que a exploração do jogo pode suscitar (Vílchez, 2015).

### **2.3. A Aprendizagem dos Números e das Operações**

Como já referido, esta investigação incide no jogo e na aprendizagem da Matemática, cujos jogos selecionados pertencem ao tema ‘Números e Operações’, tendo sido propostos jogos que envolvem a representação de números racionais sob a forma de fração e situações de cálculo com as operações multiplicação e divisão. Neste sentido, nesta secção discutem-se aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem dos números e das operações e, em particular, associados a estes tópicos específicos.

Em conformidade com o NCTM (2008), o desenvolvimento do sentido de número é o “ponto-chave” (p. 34) da aprendizagem dos números e das operações. Todavia, esta

expressão – ‘sentido de número’ – é algo complexa de se definir, existindo diversos autores que a caracterizam. Um dos entendimentos de sentido de número que tem sido adotado por muitos investigadores que se debruçam sobre o modo como os alunos aprendem e desenvolvem as suas aprendizagens sobre os números e as operações é apresentado por McIntosh, Reys e Reys (1992). Estes autores integram na sua descrição de sentido de número os contributos de diversos investigadores em educação Matemática e da psicologia cognitiva (Delgado, 2013), afirmando que:

O sentido de número refere-se a uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações, juntamente com a capacidade e inclinação para usar essa compreensão de modo flexível, para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e com as operações. Reflete uma capacidade e uma tendência para usar os números e os métodos quantitativos como um meio de comunicação, processamento e tratamento de informação. (McIntosh et al., 1992, p. 3)

O sentido de número está, assim, relacionado com a intuição de cada indivíduo, que está em permanente evolução e que se evidencia nas estratégias que cada um usa ao lidar com problemas numéricos. Também Castro e Rodrigues (2008) salientam estas características ao afirmar que “a maioria das características do sentido de número se foca na sua natureza intuitiva, no seu desenvolvimento gradual e nos processos através dos quais se manifesta” (p. 118).

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) referem que, desde o pré-escolar até ao ensino secundário, é importante ter em conta os seguintes aspetos associados à aprendizagem dos números e das operações: “compreender os números, formas de representação dos números, relações entre números e sistemas numéricos; compreender o significado<sup>1</sup> das operações e o modo como elas se relacionam entre si; calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis” (p. 34).

No que diz respeito à primeira norma, os alunos devem perceber o que são os números e como podem representá-los de diversos modos como por exemplo, “1/2 de uma bolacha ou 1/8 de uma pizza” (NCTM, 2008, p. 35).

---

<sup>1</sup> Neste projeto os termos ‘significados’ e ‘sentidos’ possuem o mesmo entendimento.

Relativamente à compreensão do sentido das operações e as suas relações, conforme se vai desenvolvendo a compreensão dos números e das suas diferentes representações, os alunos vão sendo capazes de os relacionar. A título de exemplo, devem perceber que a mesma operação pode ser utilizada em diferentes problemas. Assim,

face a um dado problema, os alunos deverão ser capazes de determinar se devem adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir. Para tal, deverão reconhecer que a mesma operação pode ser aplicada em problemas, aparentemente, bastante diferentes uns dos outros; saber como se relacionam entre si as operações; e possuir uma noção do tipo de resultado que esperam obter. (NCTM, 2008, p. 37)

Por fim, respeitante à última norma, para que exista um cálculo com destreza é necessário possuir um entendimento sobre os conceitos e ter competência de cálculo (idem). Nesta sequência, à medida que resolvem problemas, os alunos vão adquirindo e desenvolvendo um conhecimento sobre os números e as operações, tornando-se cada vez mais flexíveis no cálculo (idem). Deverão utilizar métodos eficientes, com compreensão, de modo a saberem escolher e explicar qual o mais adequado para determinado contexto e para que utilizem os procedimentos de modo flexível (NCTM, 2008; NCTM, 2017). O NCTM (2008) salienta que a destreza no cálculo aritmético pode ser desenvolvida através da aprendizagem dos algoritmos ‘tradicionais’ desde que estes surjam de forma natural ou introduzidos pelo professor com compreensão.

A experiência mostra que, em aulas centradas no desenvolvimento e discussão de estratégias, vários dos algoritmos “tradicionais” ou emergem naturalmente ou podem ser introduzidos pelo professor, sempre que adequado. A finalidade é os alunos irem adquirindo destreza no cálculo aritmético: deverão possuir métodos eficientes e precisos, apoiados numa compreensão dos números e das operações. A utilização dos algoritmos “tradicionais” no cálculo aritmético constitui um meio para atingir essa destreza. (idem, p. 38)

Vinculado ao cálculo com destreza, Greeno (1991) associa o sentido de número essencialmente às capacidades para a realização de cálculo mental, de estimativa de quantidades e de julgamentos quantitativos. Segundo Noteboom, Boklove e Nelissen (2001), citados por Brocardo e Serrazina (2008), o cálculo mental pode ser entendido como:

um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números. Envolve o uso de factos, de propriedades dos números ou das operações e das relações entre os números e as operações. Não é calcular na cabeça mas sim calcular com a cabeça e fazer alguns registos escritos, se necessário. Neste sentido, não deve ser visto como oposto ao cálculo escrito. (p. 90)

A definição de cálculo mental de Noteboom et al. (2001) sugere que este tipo de cálculo é de extrema importância no que respeita ao desenvolvimento do sentido de número. “O cálculo mental pressupõe um trabalho sistemático, focado no estabelecimento de relações entre os números e as operações” (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010, p. 91), neste sentido as cadeias numéricas são tarefas importantes, que auxiliam o desenvolvimento deste tipo de cálculos, pois ajudam a relacionar os números e as propriedades das operações (Brocardo et al., 2010).

Para o desenvolvimento do cálculo mental também se torna importante o conhecimento e compreensão do sistema decimal, as propriedades das operações (multiplicação e divisão, em particular a partir do 3.º ano) e as diferentes relações numéricas. Estes três aspetos são relevantes para que seja possível a produção de representações equivalentes (NCTM, 2008), como “36 pode ser pensado como  $30+6$ ;  $20+16$ ;  $9 \times 4$ ;  $40-4$ , três dúzias ou quadrado de 6. Cada uma destas formas é mais vantajosa para uma determinada situação” (idem, p. 174).

Para que exista desenvolvimento do sentido de número, importa ter em conta as conexões das representações realizadas pelos alunos (NCTM, 2017). “O termo representação refere-se tanto ao processo como ao resultado – por outras palavras, à aquisição de um conceito ou de uma relação Matemática expressa numa determinada forma e à forma, em si mesma” (NCTM, 2008, p. 75). As representações são um auxílio na compreensão dos conceitos e das relações Matemáticas (NCTM, 2008). Diferentes representações incidem em aspetos diferentes, gerando novas relações e novos conceitos, organizando assim o raciocínio do aluno e facultando-lhe a sua reflexão.

Bruner classifica as representações como ativas, icónicas e simbólicas (Guerreiro & Serrazina, 2015). As representações ativas referem-se à manipulação de objetos, as icónicas dizem respeito à ilustração através de figuras, imagens, esquemas ou desenhos e as simbólicas são referentes à “linguagem simbólica, segundo regras convencionadas” (idem, p. 4).

Um vasto conhecimento de representações contribui para um sentido de número mais alargado, possibilitando aos alunos escolher a representação que mais se adequa a uma determinada situação (NCTM, 2008). Porém, também é “importante que os alunos aprendam formas de representação convencionais, de modo a facilitar quer a sua aprendizagem da matemática, quer a comunicação com terceiros das suas ideias matemáticas” (idem, p. 75).

**A aprendizagem da multiplicação e da divisão.** Durante um longo período de tempo, considerava-se que existia conhecimento sobre Matemática se o aluno soubesse a tabuada e realizar contas. Atualmente perspetiva-se a aprendizagem dos números e das operações fundada no desenvolvimento do sentido de número (Carvalho & Gonçalves, 2003). A compreensão da multiplicação envolve uma transformação no pensamento do aluno, uma vez que existem novas relações entre os números. As estratégias de resolução de problemas estão relacionadas, à partida, com a representação mental que as crianças realizam sobre cada situação. Também é igualmente importante a oportunidade de confronto com estratégias diferentes, dos seus colegas, para que os alunos sejam capazes de refletir, avaliar e discutir a sua estratégia e a dos outros, partindo das semelhanças e das diferenças (Carvalho & Gonçalves, 2003; Flowers, Krebs & Rubenstein, 2006; Mendes & Delgado, 2008).

Mendes e Delgado (2008), apoiando-se nas ideias de Treffers e Buys (2001), referem-se a níveis de aprendizagem da multiplicação: (i) ‘cálculo por contagem’; (ii) ‘cálculo estruturado’; (iii) ‘cálculo formal’. O ‘cálculo por contagem’ corresponde ao uso de adições repetidas, não sendo utilizada a operação multiplicação, embora esteja subjacente ao processo (Mendes & Delgado, 2008). No segundo nível – ‘cálculo estruturado’ – os alunos utilizam explicitamente a operação multiplicação, existindo já a ideia de que a mesma quantidade se repete um determinado número de vezes (Mendes & Delgado, 2008). No nível do ‘cálculo formal’ os alunos já são capazes de relacionar a operação multiplicação com outras operações e recorrem às propriedades da multiplicação e a produtos conhecidos para efetuar cálculos. Vejamos um exemplo apresentado por Mendes e Delgado (2008), que ilustra este nível de cálculo. Para efetuar  $12 \times 8$  um aluno poderá:

- recorrer à propriedade comutativa da multiplicação, fazendo  $8 \times 12$ . Posteriormente, pode decompor o 12 em  $10 + 2$  e usar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição  

$$12 \times 8 = 8 \times 12 = 8 \times (10 + 2)$$
(repare-se que os produtos parciais resultantes são produtos conhecidos)  
ou, poderá usar a relação dobro/metade  

$$8 \times 12 = 4 \times 24 = 2 \times 48 = 2 \times 40 + 2 \times 8.$$
- recorrer a diferentes decomposições do 12 e à propriedade distributiva  

$$12 \times 8 = (6 + 6) \times 8 = 6 \times 8 + 6 \times 8 = 48 + 48$$
- usar a relação dobro/metade  

$$12 \times 8 = 6 \times 16 = 3 \times 32$$

(Mendes & Delgado, 2008, p. 163)

Segundo o NCTM (2008), relativamente às operações multiplicação e divisão os alunos a partir do 3.º ano de escolaridade devem:

- compreender os diversos significados da multiplicação e da divisão;
- compreender os efeitos de multiplicar e dividir números inteiros;
- identificar e usar, na resolução de problemas, as relações entre as operações, tais como a divisão ser o inverso da multiplicação;
- (...)
- desenvolver destreza com combinações numéricas elementares para a multiplicação e a divisão e usá-las para calcular mentalmente.

(p. 172)

Para que os alunos sejam capazes de resolver problemas compreendendo o uso de diversas estratégias e as mais adequadas, é importante que lhes sejam propostos problemas de multiplicação e de divisão com diferentes sentidos (idem). Por exemplo, um aluno que se depare com um problema de sentido aditivo, como “Comprei bombons de três variedades diferentes: 4 de cereja, 4 de avelã e 4 de chocolate branco. Quantos bombons comprei no total?” (EPFCP-1CEB, 2010-2011, p.3), deve ser capaz de identificar a possibilidade de o resolver através da adição ou da multiplicação. Por sua vez, perante um problema de sentido combinatório, como “Dispomos de 3 camisolas de cores diferentes, uma verde, uma branca e outra azul e de duas calças, umas de ganga e outras pretas. Quantas combinações diferentes podemos fazer?” (idem, p.3), o aluno poderá resolvê-lo através da multiplicação ou através do uso de esquemas e do processo de contagem.

No que concerne à divisão, importa propor problemas tanto com o sentido de medida como de partilha (Rocha & Menino, 2008; Mendes, 2013). Em contexto de aula é comum iniciar-se o ensino da divisão através de situações de partilha, uma vez que a partilha encontra-se no quotidiano dos alunos. Porém, deve-se ter em conta que a divisão não está apenas associada à situação de partilha e que esta estratégia não é (muito) funcional com números grandes. Em contrapartida, as situações de medida requerem uma utilização da adição ou subtração e da multiplicação (Rocha & Menino, 2008).

A compreensão da relação inversa entre a operação multiplicação e a operação divisão é importante na realização de cálculos, na medida em que os alunos podem recorrer às “combinações da multiplicação para aprenderem as da divisão. Por exemplo,  $24 \div 6$  pode ser visualizado como  $6 \times ? = 24$ ” (NCTM, 2008, p. 177). Auxilia, também, no conhecimento dos efeitos das operações, ou seja, o aluno consegue encontrar relações nas próprias operações. Por exemplo, “quanto menor for o divisor, maior é o quociente” (NCTM, 2008, p. 176).

Assim, no que diz respeito à aprendizagem da divisão, esta deve ser realizada de modo a estabelecer relações com a multiplicação, dado que os alunos podem mobilizar os conhecimentos que já possuem associados a esta operação (Rocha & Menino, 2008; Mendes, 2013).

A aprendizagem da divisão é muito mais do que saber usar o algoritmo tradicional, significa reconhecer esta operação em diferentes situações, ser capaz de compreender e usar a relação entre a divisão e a multiplicação e desenvolver uma teia de relações numéricas que permita calcular de modo flexível, tendo subjacentes as propriedades destas operações. (Mendes, 2013, p. 6)

O cálculo mental associado a esta operação deve ser desenvolvido através da descoberta de relações, como por exemplo: “mantendo o divisor constante, se altera o dividendo para o dobro ou para o quádruplo; ou mantendo o dividendo constante, se altera o divisor para o dobro ou para o quádruplo” (Rocha & Menino, 2008, p. 192), mantendo-se “constante o dividendo e se duplica sucessivamente o divisor” (idem, p. 192).

**A aprendizagem dos números racionais sob a forma de fração.** Segundo o NCTM (2008), relativamente aos números racionais sob a forma de fração, os alunos a partir do 3.º ano de escolaridade devem:

- desenvolver a compreensão de fracções, como partes de uma unidade ou de um conjunto, como pontos da recta numérica e como a divisão de números inteiros;
- usar modelos, pontos de referência e formas equivalentes para avaliar o tamanho das fracções.

(p. 172)

Para uma melhor compreensão dos números racionais sob a forma de fração os alunos devem centrar-se primeiro “em fracções familiares, tais como os meios, os terços, os quartos, os quintos, os sextos, os oitavos e os décimos” (NCTM, 2008, p. 174). Ainda, para auxiliar neste processo de compreensão, existe uma grande diversidade de modelos e contextos que os alunos podem explorar, como: o modelo de área, “no qual uma parte está sombreada, os alunos podem ver como se relacionam as fracções com a unidade, comparar partes fraccionárias de um todo e descobrir fracções equivalentes” (NCTM, 2008, p. 174). Posteriormente, com a continuação do desenvolvimento da compreensão sobre os números racionais sob a forma de fração “os alunos deverão ser capazes de raciocinar sobre os números, explicando que, por exemplo,  $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$  deve ser inferior a 1, uma vez que ambas as parcelas são iguais ou inferiores a  $\frac{1}{2}$ ” (NCTM, 2008, p. 36).

Brocardo (2010) apresenta três princípios que orientam a prática do professor no que se refere ao ensino dos números racionais: (i) usar contextos e modelos apropriados; (ii) desenvolver gradualmente as «grandes» ideias subjacentes aos números racionais; (iii) Construir significados e relações.

Em relação ao primeiro princípio, a autora sugere o recurso a contextos aos quais os alunos possam atribuir significado e lhes permitam “lidar a um nível informal com ideias que progressivamente vão sendo formalizadas” (Brocardo, 2010, p. 18). Estes contextos devem suscitar o uso de modelos que apoiam a compreensão dos alunos (por exemplo, uma situação que envolve o corte de uma pizza pode apoiar a estruturação do modelo circular e o contexto do mostrador de gasolina pode apoiar a construção de dois modelos – a barra retangular e a reta dupla) (idem). Globalmente, os contextos devem

permitir trabalhar os diferentes significados de fração (de partilha, parte-todo, quociente, operador e medida). “Da mesma forma que não se podem propor contextos relacionados com a operação subtração que envolvam apenas o sentido «retirar» e não incluam o sentido «completar», também não se podem apresentar situações com frações que só envolvem o significado parte-todo” (Brocardo, 2010, p. 20).

O segundo princípio tem subjacente a perspectiva de Fosnot e Dolk (2002) para o ensino e a aprendizagem dos números racionais e prende-se com a importância de atender a um conjunto de “grandes ideias”. Uma dessas ideias prende-se com a relação parte-todo. Esta relação é fundamental para a compreensão do que é uma fração e envolve a compreensão de que “as partes são equivalentes entre si e também o são em relação ao todo” (Brocardo, 2010, p. 20). A compreensão de que as partes de um mesmo todo não são necessariamente congruentes é outra das ideias essenciais associadas à aprendizagem das frações (idem).

Uma outra ideia fundamental é a importância da relação com a divisão e a multiplicação (idem).

Os contextos de partilha equitativa, como o de repartir três pizzas por quatro pessoas, permitem trabalhar desde cedo esta ideia e integrar os sentidos de partilha e de medida. Três pizzas repartidas por quatro pessoas (divisão por partilha) origina três em quatro partes de uma pizza (divisão por medida). Também relacionam a divisão e a multiplicação ao verificarem, por exemplo, que três vezes um quarto de cada pizza é igual a três quartos de uma pizza. (idem, p. 20)

Ainda no que se refere às “grandes ideias” destaca-se a ideia que “o todo importa” (idem, p. 21). Efetivamente ao comparar, subtrair e adicionar frações é fundamental perceber que se trata do mesmo todo.

Por fim, o terceiro princípio refere-se à capacidade de compreender as diferentes representações numéricas (números racionais sob a forma de fração, números racionais sob a forma de dízima...) e de as relacionar entre si (Brocardo, 2010).

## Capítulo III – Metodologia

Neste capítulo apresento a metodologia, fundamentando a abordagem e o método que orientou toda esta investigação que pretende compreender o papel do jogo na aprendizagem da Matemática. São ainda descritas as técnicas e instrumentos de recolha, o processo de recolha e de análise de dados, bem como uma breve descrição do contexto em que foi realizada a investigação prática deste estudo.

### 3.1. Opções Metodológicas

#### 3.1.1. Investigação Qualitativa

Este estudo segue uma abordagem qualitativa. Esta abordagem requer informação ao nível social, através de procedimentos empíricos que auxiliem na interpretação do estudo (Afonso, 2014), envolvendo deste modo procedimentos descritivos relativamente a ações, com um maior foco no processo, em que a minuciosidade das palavras e das imagens devem ser a principal fonte de dados (Bogdan & Biklen, 1994). Neste sentido, a problemática associada a este tipo de investigações não recorre a variáveis e não possui o “objectivo de responder a questões prévias ou de testar hipóteses” (Idem, p. 16), sendo possível a reformulação das questões de partida concomitantemente à concretização do projeto. Neste tipo de abordagem, o investigador é o instrumento principal da recolha de dados, pressupondo-se a sua inserção no contexto e um contacto direto com os participantes e preocupando-se em analisar a perspetiva dos intervenientes e o significado que estes atribuem às suas ações (Bogdan & Biklen, 1994).

Partindo desta distinção de abordagens, o presente projeto enquadra-se na investigação qualitativa por consagrar as diferentes características da mesma. Na verdade, eu constituo uma fonte importante de recolha de dados, isto é, para além de observadora, intervenho durante o processo enquanto professora estagiária da turma na qual decorre o estudo. Os dados recolhidos têm como base as produções dos alunos, as transcrições de gravações áudio das aulas, fotografias obtidas através de gravações vídeo das aulas e notas de campo realizadas por mim, perspetivando uma análise descritiva das ideias e ações dos participantes e das situações vivenciadas na sala de aula. Efetivamente, pretendo analisar as interações que se estabelecem entre mim e os

alunos e entre eles, focando-me, em particular, nas suas aprendizagens e opiniões relativamente à Matemática e às atividades que desenvolvem na sala de aula no âmbito deste projeto (jogos envolvendo a Matemática). É, assim, um estudo focado no processo e não nos seus produtos, aspeto que aliás é evidente nas questões que orientam o desenvolvimento deste projeto.

### **3.1.2. Investigação sobre a prática**

No que respeita ao método subjacente ao desenvolvimento deste projeto, considero que se trata de uma investigação sobre a prática. Dadas as similitudes entre este método e a investigação-ação (Ponte, 2002), passo a justificar a minha opção alicerçada numa discussão conjunta sobre as características destes dois métodos.

A investigação-ação constitui um método adequado quando se pretende estudar determinada situação social, com vista na sua melhoria (Elliot, citado por Afonso, 2014). Tomando em consideração esta definição, Stenhouse (1983) vem reforçar esta ideia de investigar para melhorar referindo-se à sua “intencionalidade transformadora” (citado por Coutinho et al., 2009, p. 357), no sentido de transformar/melhorar a prática do próprio investigador. A investigação-ação envolve uma descrição de uma problemática social para que através desta seja possível construir e colocar em prática um plano de ação e, em seguida, essa prática deverá ser avaliada para que surja um novo plano mais aperfeiçoado (Lewin, citado por Ponte, 2002). Trata-se, assim, de um método de investigação que tem por base a melhoria, pretendendo compreender e alterar a prática do investigador (Ponte, 2002). Para além de ter subjacente esta ideia forte de melhoria, caracteriza-se por envolver três processos – a investigação, a ação e a formação – e, em qualquer um destes processos, é importante ter por base a reflexão sobre a própria prática do investigador (Bartalomé, citado por Coutinho et al., 2009).

Neste tipo de investigação existem três objetivos que funcionam em simultâneo: investigar a realidade da problemática, transformar uma situação de modo a solucionar a problemática e desenvolver uma aprendizagem de todos os intervenientes em conformidade com os objetivos anteriores (Silva & Pinto, 1989). Ainda, concordando com estes objetivos, Monteiro (1998) acrescenta que este método envolve um processo de longa duração e em espiral, não estuda indivíduos isoladamente, os dados são estudados numa perspetiva de mudança, não envolve variáveis e “o investigador

abandona, pelo menos provisoriamente, o papel de observador” (Monteiro, 1998, p. 16).

Dados os objetivos e as características anteriormente referidas, verifica-se a concordância entre diferentes autores. Coutinho et al. (2009) também destaca: a participação e a colaboração de todos os intervenientes, incluindo a participação do investigador “nos problemas práticos e na melhoria da realidade” (Zuber-Skerritt, 1992 citado por Coutinho et al., 2009, p. 362); a importância da prática e da intervenção do investigador, associada à mudança; uma espiral de ciclos, em que “as descobertas iniciais geram possibilidades de mudança, que estão então implementadas e avaliadas como introdução do ciclo seguinte” (Cortesão, 1998 citado por Coutinho et al., 2009, p. 362); a crítica relativa à prática; a autoavaliação constante das mudanças para surgirem novos conhecimentos sobre a problemática em estudo.

Tanto a investigação-ação como a investigação sobre a prática estão ancoradas num problema e desenvolvem-se num determinado contexto social, porém, enquanto a investigação-ação requer desde o primeiro momento uma mudança radical, na investigação sobre a prática são inicialmente delineados objetivos no sentido de compreender uma determinada problemática (Ponte, 2002). Tal não significa que na investigação sobre a prática não ocorra mudança. Efetivamente, a investigação sobre a prática pode conduzir a modificações de situações na prática, apenas se necessário, porque a sua principal preocupação é perceber qual a razão da existência de um determinado problema e verificar que estratégia(s) se adequam face a este, encontrando-se o investigador diretamente implicado no desenvolvimento da investigação (Ponte, 2002).

Para além do objetivo do estudo, existem também diferenças ao nível do processo associado a cada um dos métodos. Enquanto a investigação-ação é caracterizada por ser um processo cíclico, a investigação sobre a prática é caracterizada por quatro fases de investigação: formulação de um problema ou questão relativo a uma situação vivenciada; recolha de elementos em resposta à problemática; análise e conclusão da recolha; divulgação pública dos resultados e conclusões (Ponte, 2002).

Centrando-me nos termos “investigação”, “participação”, “intervenção” e “reflexão” que, como vimos anteriormente, estão associados à investigação-ação, considero que este projeto assenta em ideias comuns. Todavia, há um aspeto,

relacionado com o objetivo de estudo, que me leva a considerar que a investigação que realize é uma investigação sobre a prática – a falta de uma ideia de mudança marcante à partida. Efetivamente, a minha preocupação é o facto de os alunos terem insucesso a Matemática, revelarem que não gostam de Matemática e/ou mostrarem-se pouco envolvidos na resolução das tarefas que lhes são propostas. A finalidade deste projeto é a de compreender de que forma os jogos favorecem a aprendizagem da Matemática, atividade que os alunos já estão habituados a realizar, por forma a perceber se poderei utilizar este recurso no meu futuro profissional. Neste âmbito, adaptei e construí seis jogos de Matemática, tendo em conta os conteúdos que estavam previstos para o período de intervenção, e que se inserem no tema Números e Operações do Programa de Matemática e Metas Curriculares do Ensino Básico (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013).

Um dos aspetos que Ponte (2002) refere relaciona-se com a proximidade do investigador com o seu objeto de estudo, aspeto que considero adequado ao meu projeto uma vez que o professor desempenha um papel fundamental na realização dos jogos, no sentido de provocar uma organização mental dos conhecimentos matemáticos, fazendo aproximar os conceitos mais abstratos à realidade das crianças.

## **3.2. Contexto e Participantes do estudo**

A intervenção deste projeto foi realizada no âmbito da unidade curricular Estágio IV, numa turma mista de 2.º ano e 3.º ano de escolaridade. Nesta secção farei uma breve caracterização do contexto em que estive envolvida (escola e turma) e indicarei quais os participantes que fazem parte desta investigação.

### **3.2.1. Caracterização do contexto**

A intervenção deste projeto foi realizada numa Escola Básica do 1.º ciclo da rede pública do Ministério de Educação, inserida na cidade de Setúbal. Está associada a uma iniciativa governamental devido à sua inserção num território em que a população possui maioritariamente um nível socioeconómico baixo, o programa TEIP III (Territórios Educativos de Intervenção Prioritária III) que surgiu com o intuito de prevenir o abandono escolar e reduzir a indisciplina. Ainda, existe uma grande diversidade de

culturas, entre as quais: crianças de etnia cigana e provenientes de países Africanos e do Brasil. Esta escola é composta por duas valências, cinco salas de pré-escolar e oito turmas de 1.º ciclo.

No que diz respeito à turma onde desenvolvi a minha intervenção, esta era uma turma mista composta por 20 alunos, dos quais sete eram do 2.º ano e 13 eram do 3.º ano, com idades compreendidas entre os oito e os 12 anos. Entre estes, ainda existiam três alunos com um Currículo Específico Individual (CEI), dois de 2.º ano e um de 3.º ano, os quais ainda não dominam a leitura e a escrita. Nesta sequência, os seus currículos abrangem a realização de tarefas diferenciadas segundo o seu nível de conhecimento, a não concretização de fichas de avaliação e o acompanhamento por psicólogas e professores de apoio.

Esta era uma turma em que apenas (cerca de) seis alunos é que revelavam interesse pela aprendizagem das áreas, mantendo uma participação ativa e envolvendo-se nas tarefas propostas. Também importa referir que a maioria dos alunos apresentava numerosas dificuldades na compreensão dos conteúdos, inclusive, no início do ano letivo existiam três crianças (não abrangidas pelo CEI) que não tinham efetuado a aprendizagem da leitura. Observou-se também um elevado número de faltas que podem despoletar estas dificuldades referenciadas.

Do ponto de vista social, a maioria da turma manifesta um comportamento conflituoso, encontrando-se diversas vezes envolvidos em brigas e desencadeando ações agressivas. Desta forma tornava-se complexa a tarefa de lecionar, dado que um mero olhar ou a queda de um objeto eram motivos para surgir um conflito. Na sequência destes comportamentos, os alunos estavam sentados em quatro pequenos grupos (3.º ano) e um grande grupo (2.º ano), de modo a facilitar a interação e o trabalho em equipa. Os alunos do 2.º ano não se encontravam junto dos alunos do 3.º para facilitar o trabalho de diferenciação por ano.

### **3.2.2. Participantes**

A escolha dos participantes desta investigação incide nos alunos do 3.º ano. Inicialmente observei toda a turma e realizei a primeira intervenção com a mesma. Mas, tendo em conta que os conteúdos eram diferentes foi necessário adaptar o jogo, por

consequente senti uma grande dificuldade em gerir os dois grupos, exigindo um apoio muito focado em ambos os anos de escolaridade.

Dadas estas dificuldades decidi centrar a minha investigação nos alunos do 3.º ano. A escolha não recaiu nos alunos do 2.º ano por duas razões: era o grupo com menor número de alunos e todos esses alunos eram repetentes, ou seja, dominavam parte dos conteúdos. No entanto, possuíam diversas dificuldades em acompanhar os conteúdos de 3.º ano, desta forma os jogos teriam de ser sempre adaptados. Ainda assim, continuei a desenvolver tarefas em que estivessem envolvidos e em que pudessem progredir nas suas aprendizagens, tendo realizado também alguns jogos na área da Matemática onde fosse desenvolvido o seu raciocínio.

### **3.3. Técnicas e instrumentos de recolha e tratamento de dados**

Uma investigação deve compreender um determinado rigor, envolvendo uma “natureza minimamente metódica e sistemática” (Ponte, 2002, p. 4), desta forma torna-se necessário recorrer a técnicas de recolha de dados adequadas, tendo em conta a abordagem onde o estudo se insere e o método adotado. Enquadrando-se este projeto na abordagem qualitativa e seguindo o método de investigação sobre a prática, tal como já é referido, a recolha dos dados é baseada nas seguintes técnicas: observação participante, análise documental e inquérito por questionário.

#### **3.3.1. Observação participante**

A observação participante resulta da interação do investigador com o seu objeto de estudo, criando uma relação social com o mesmo, à medida que recolhe dados relativos ao objetivo da investigação (Bogdan & Biklen, 1994; Carmo & Ferreira, 2008). Tal como referi anteriormente, o professor tem um importante papel na exploração dos jogos, pelo que enquanto professora (estagiária) que concebe e explora os jogos na sala de aula, estive, inevitavelmente, próxima do objeto de estudo. Ademais, para responder à problemática é importante assumir o papel de observadora participante para conseguir recolher o maior número de dados possíveis. Todavia, Carmo e Ferreira (2008) advertem que o investigador terá de ter em atenção que fora do seu campo de observação existe uma outra realidade que não é alcançada pelo próprio, pelo que tive

o apoio da minha colega de estágio na recolha de dados, nomeadamente no recurso de gravação de vídeo.

Os registos de vídeo e notas de campo (que envolvem relatos de situações observadas) foram instrumentos usados durante e após a exploração dos jogos. Foquei-me em algumas situações específicas durante a realização do jogo e a sua discussão, de modo a avaliar dois níveis: o envolvimento dos alunos na realização do jogo e as aprendizagens que realizam. No que se refere ao envolvimento dos alunos observei a dispersão na sala, a tensão gerada, a competição, a vontade de manipular os objetos pertencentes aos jogos e a persistência perante o erro. Quanto ao modo de perceber se aprenderam e o que aprenderam foquei-me: no que dizem e no que fazem (escolha das estratégias e da quantidade das mesmas) enquanto jogam.

### **3.3.2. Inquérito por questionário**

O inquérito por questionário é uma técnica que consiste num aglomerado de perguntas escritas, as quais pretende-se que os inquiridos também respondam por escrito (Afonso, 2014). Esta técnica é utilizada quando o intuito é ter um grande número de participantes (Afonso, 2014), adequando-se assim a este projeto porque era pretendido inquirir todos os implicados no mesmo.

Com o inquérito por questionário pretende-se recolher três tipos de informação: o que sabe o inquirido, o que prefere e a sua opinião (Afonso, 2014). As questões colocadas dependem, desta forma, do tipo de aspetos que o investigador pretende estudar.

Foram realizados seis questionários após a realização de cada jogo (anexo 3.1), para saber se os alunos eram capazes de encontrar estratégias para resolverem os jogos, quais as aprendizagens realizadas a partir dos mesmos, como encaravam o erro e as suas opiniões sobre a sua exploração. As perguntas deste guião vão ao encontro das minhas questões orientadoras, por forma a conseguir dar-lhes uma resposta. Na secção referente às perceções dos alunos sobre os jogos (5.2. do capítulo V) serão apenas analisadas as questões 3, 4 e 5 que se referem às opiniões dos alunos sobre o que consideram ter aprendido, o que mais apreciaram e o que menos apreciaram nos jogos. A análise do questionário nesta secção foi limitada a estas três questões por serem as que clarificam qual a ideia que os alunos têm sobre jogo.

Importa referir que este inquérito por questionário não aparenta uma grande relevância porque a maioria dos alunos tentava não justificar as suas opiniões e alguns nem respondiam ao questionário. Esta situação justifica-se pelo facto de os questionários serem realizados no final do jogo, que terminava perto do momento de saída.

### **3.3.3. Recolha documental**

Para além da observação participante e do inquérito por questionário optei também por efetuar recolha documental. Os documentos analisados foram sobretudo as produções dos alunos e o plano de turma.

## **3.4. Processo de Recolha dos Dados**

A recolha dos dados para esta investigação ocorreu durante o período de estágio IV, no qual a primeira semana foi para observar as tarefas que eram realizadas e para tentar perceber quais os conhecimentos adquiridos pelos alunos. Com esta observação pude preparar uma sequência de jogos que fossem ao encontro dos conteúdos programáticos a lecionar e adequados ao nível de conhecimento da turma.

Após esta observação, a recolha dos dados ocorreu durante 8 semanas, tendo-se iniciado a 9 de abril de 2018 e terminado a 4 de junho de 2018.

Nas primeiras duas semanas de intervenção observei o grupo e preparei a sequência dos jogos, dado que fui conhecendo melhor a turma e aos poucos fui percebendo que deveria de alterar os jogos escolhidos por não estarem adequados aos seus conhecimentos. Apenas iniciei a intervenção quando a sequência estava adequada, explorando-os em dias diferentes.

Implementei o primeiro jogo – “Dominó das Frações 1” – no dia 23 de abril. Tentei fazer um registo de vídeo (que captasse o grande grupo) quando introduzi o jogo, durante e após o mesmo, no entanto percebi posteriormente que não gravei quase nada. Durante o jogo tentei apoiar todos os grupos, fazer algumas notas de campo e após o jogo fiz o questionário aos alunos. Ao fazer esta primeira intervenção para o projeto, através das notas de campo e dos questionários, percebi que tinha de realizar algumas alterações. Nomeadamente, percebi que os alunos não gostaram do jogo por não saberem os conteúdos e assim não conseguiram realizá-lo. Neste sentido, voltei a

fazer o jogo – “Dominó das Frações 2”, no qual fiz algumas mudanças: fiz um vídeo quando introduzia o jogo e de seguida centrei-me na filmagem dos grupos durante o jogo e após o mesmo; os grupos foram alterados de modo a colocar os alunos com menos dificuldades junto dos que possuíam mais dificuldades; as notas de campo foram realizadas ao final do dia. A partir deste segundo jogo, o procedimento dos jogos seguintes foi exatamente igual (jogo, seguido de questionário), nos quais os grupos se mantiveram, exceto quando faltava algum aluno. Depois de cada jogo colocava os questionários, sempre que possível logo no momento a seguir ao jogo, no entanto, devido a alguns imprevistos, por vezes não era possível e por isso realizava no dia seguinte de estágio.

Importa referir a dificuldade que possuí neste duplo papel, por um lado de investigadora e por outro de professora (estagiária). Como investigadora era necessário estar atenta à qualidade dos registos, tendo-me apoiado na minha colega que se voluntariou para fazer as filmagens. Como professora (estagiária) era necessário apoiar os alunos no desenvolvimento do jogo, percebendo quais as suas dificuldades e tentando colmatá-las. A realização das notas de campo foi o âmbito em que senti mais dificuldades, não conseguia fazer os apontamentos e ao mesmo tempo apoiar os alunos, neste sentido realizava-las nos transportes para anotar tudo o que me lembrava.

No Quadro 3.1 sintetizo o decorrer do processo de recolha de dados, no qual é possível verificar em que dias foram desenvolvidas as tarefas, que técnicas e instrumentos foram utilizados e o que será analisado.

Quadro 3.1: Síntese do processo da recolha de dados

Tarefas Desenvolvidas	Datas	Técnicas	Instrumentos
Jogo 1 – “Dominó das frações”	23/04/2018	Observação participante	Registos de vídeo e fotográfico e notas de campo
Questionário sobre o Jogo 1	24/04/2018	Inquérito por questionário	Guião do questionário
Jogo 2 – “Dominó das frações”	02/05/2018	Observação participante	Registos de vídeo e fotográfico e notas de campo
Questionário sobre o Jogo 2	02/05/2018	Inquérito por questionário	Guião do questionário
Jogo 3 – “Loto da multiplicação”	14/05/2018	Observação participante	Registos de vídeo e fotográfico e notas de campo
Questionário sobre o Jogo 3	14/05/2018	Inquérito por questionário	Guião do questionário
Jogo 4 – “Loto da multiplicação e divisão”	21/05/2018	Observação participante	Registos de vídeo e fotográfico e notas de campo
Questionário sobre o Jogo 4	21/05/2018	Inquérito por questionário	Guião do questionário
Jogo 5 – “Loto da divisão”	22/05/2018	Observação participante	Registos de vídeo e fotográfico e notas de campo
Questionário sobre o Jogo 5	28/05/2018	Inquérito por questionário	Guião do questionário
Jogo 6 – Compilação dos 3 Lotos	04/06/2018	Observação participante	Registos de vídeo e fotográfico e notas de campo
Questionário sobre o Jogo 6	04/06/2018	Inquérito por questionário	Guião do questionário

### **3.5. Processo de análise dos dados**

A análise dos dados é um processo sistemático de procura e organização de informação que foi recolhida pelo investigador, de modo a compreender os instrumentos que possui para o apoiar o seu estudo (Bogdan & Biklen, 1994). Após a recolha dos dados, que ocorreu durante a implementação do projeto no estágio, é necessário organizá-los e interpretá-los.

Para facilitar esta organização dos dados, construí um dossier que foi dividido por aulas, em que a cada uma corresponde um jogo, como por exemplo:

#### 1. – Aula 1 – “Dominó das Frações 1”

1.1. – Transcrição, de alguns momentos do jogo, dos vídeos

1.2. – Questionários

1.3. – Notas de campo

1.4. – Fotografias

É importante possuir todos os dados organizados para facilitar a triangulação das informações devido à diversidade de fontes, tornando-se mais fácil a sua leitura, comparação e complemento de informação. Nesta sequência também utilizei um conjunto de categorias de análise: a própria literatura sobre a aprendizagem da Matemática na atividade do jogo, relacionada com as perspetivas e envolvimento dos alunos nos jogos e categorias que surgiram dos próprios dados.

Neste projeto, o processo de análise decorreu em duas fases. A primeira foi durante o momento de intervenção, não sendo uma análise tão sistemática, na qual fui percebendo o modo como os jogos eram vividos e como contribuíram para a aprendizagem dos alunos. Esta análise foi importante porque a partir da mesma refleti, alterei e adaptei alguns jogos, concomitante com a própria recolha dos dados, isto é, perante a interpretação e análise que fiz durante e após a realização de jogos e pela leitura dos questionários. A segunda fase deste processo foi uma análise sistemática, realizada após a recolha de todos os dados que constam no dossier, emergindo as categorias referidas anteriormente, que foram definidas durante este momento de análise. Esta análise contempla, sempre que possível, pequenos excertos de diálogos e produções dos alunos durante a realização dos jogos.

## Capítulo IV – Intervenção pedagógica

Este capítulo inclui a descrição dos seis jogos que foram propostos neste projeto de investigação. Para cada jogo apresento o material que foi distribuído aos alunos, os objetivos matemáticos e as regras que orientavam os jogos. Descrevo também como decorreram os três momentos de jogo em comum para os seis jogos, bem como quais as tarefas propostas aos alunos do 2.º ano.

### 4.1. Os jogos propostos: objetivos e regras

#### 4.1.1. Jogo 1 e 2 – Dominó das frações 1 e 2

Este jogo possui 28 peças de dominó (anexo 4.1), as quais têm dois tipos de representação de frações: icónica e simbólica.

##### Objetivos relativos à aprendizagem da Matemática:

- Relacionar uma fração (representação simbólica) com uma sua representação icónica.

##### Regras:

1. Cada jogador recebe cinco peças que ficarão voltadas para o jogador para que o adversário não veja;
2. As restantes peças do jogo ficarão na mesa com a face das frações voltada para baixo;
3. Escolhe-se aleatoriamente um jogador para iniciar a jogada;
4. Os jogadores jogam à vez;
5. O jogador que inicia coloca uma peça sobre a mesa;
6. O segundo jogador coloca uma peça ao lado de outra, em que uma das extremidades representa o mesmo que está representado numa das extremidades da peça que está sobre a mesa e, assim sucessivamente;
7. Quando um dos jogadores (na sua vez de jogar) não tiver uma peça que possa ser jogada, poderá trocar uma das suas peças com outra que esteja sobre a mesa, mas perderá a vez ou poderá simplesmente dar a oportunidade de jogada ao adversário, perdendo a sua vez e não trocando nenhuma peça;

8. Sempre que é jogada uma peça, o jogador deverá retirar outra que se encontre na mesa, de modo a ficar sempre com cinco peças;
9. As peças podem ser jogadas em qualquer direção;
10. Vence o jogador que ficar primeiro sem peças.

Importa referir que durante o 2.º momento do jogo 1 a regra sete foi alterada, mantendo-se a seguinte (ao longo do restante jogo e durante o jogo 2): “Quando um dos jogadores (na sua vez de jogar) não tiver uma peça que possa ser jogada, poderá dar a oportunidade de jogada ao adversário, perdendo a sua vez. Caso o adversário também não tenha a peça, a jogada voltará para si e retirará peças (uma a uma) da mesa até encontrar uma que possa jogar”.

#### **4.1.2. Jogo 3 – Loto 1 – “Loto da Multiplicação”**

Este jogo possui quatro cartões com multiplicações (anexo 4.2). Um cartão para realizar durante o 1.º momento para que os alunos compreendam as regras e os restantes para os alunos jogarem aos pares. Os três cartões que foram distribuídos aos alunos seguiram uma ordem segundo o grau de dificuldade, do mais fácil ao mais difícil.

##### Objetivos relativos à aprendizagem da Matemática:

- Utilizar estratégias de cálculo mental associadas à operação multiplicação;
- Recorrer à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

##### Regras:

1. Escolhe-se aleatoriamente um jogador para iniciar a jogada;
2. O jogador 1 vira uma das peças soltas (correspondente ao produto das multiplicações) e cola na multiplicação à qual corresponde;
3. Se o jogador 1 não souber a que expressão corresponde o produto poderá pedir ajuda ao jogador 2, caso este também não saiba a qual corresponde, o jogador 1 colocará a peça de parte;
4. Quando não existirem mais peças voltarão às peças que tinham dúvidas para preencher o tabuleiro, podendo existir entreajuda;

5. O jogo termina quando o tabuleiro ficar totalmente preenchido.

#### **4.1.3. Jogo 4 – Loto 2 – “Loto da Multiplicação e Divisão”**

Este jogo possui quatro cartões com multiplicações e divisões (anexo 4.3). Um cartão para realizar durante o 1.º momento para que os alunos compreendam as regras e os restantes para os alunos jogarem aos pares. Os três cartões que foram distribuídos aos alunos seguiram uma ordem segundo o grau de dificuldade, do mais fácil ao mais difícil.

##### Objetivos relativos à aprendizagem da Matemática:

- Utilizar estratégias de cálculo mental associadas à operação multiplicação e divisão;
- Efetuar divisões, tirando partido da relação inversa entre a divisão e a multiplicação;
- Relacionar os quocientes das divisões através da relação dobro/metade do divisor e do dividendo.

##### Regras:

1. Escolhe-se aleatoriamente um jogador para iniciar a jogada;
2. Joga-se à vez;
3. O jogador 1 vira uma das peças soltas (correspondente ao quociente das divisões ou produto das multiplicações) e cola na divisão ou multiplicação à qual corresponde;
4. Se o jogador 1 não souber a que expressão corresponde o produto ou quociente poderá pedir ajuda ao jogador 2, caso este também não saiba a qual corresponde, o jogador 1 colocará a peça de parte;
5. Quando não existirem mais peças voltarão às peças que tinham dúvidas para preencher o tabuleiro, podendo existir entreajuda;
6. O jogo termina quando o tabuleiro ficar totalmente preenchido.

#### **4.1.4. Jogo 5 – Loto 3 – “Loto da Divisão”**

Este jogo possui quatro cartões com cadeias numéricas de divisões (anexo 4.4). Um cartão para realizar durante o 1.º momento de modo a que os alunos compreendam as

regras e os restantes para os alunos jogarem aos pares. Os três cartões que foram distribuídos aos alunos seguiram uma ordem segundo o grau de dificuldade, do mais fácil ao mais difícil.

Objetivos relativos à aprendizagem da Matemática:

- Utilizar estratégias de cálculo mental associadas à operação divisão;
- Efetuar divisões, tirando partido da relação inversa entre a divisão e a multiplicação;
- Relacionar os quocientes das divisões através da relação dobro/metade do divisor e do dividendo.

Regras:

1. Escolhe-se aleatoriamente um jogador para iniciar a jogada;
2. Joga-se à vez;
3. O jogador 1 vira uma das peças soltas (correspondente ao quociente das divisões) e cola na divisão à qual corresponde;
4. Se o jogador 1 não souber a que expressão corresponde o quociente poderá pedir ajuda ao jogador 2, caso este também não saiba a qual corresponde, o jogador 1 colocará a peça de parte;
5. Quando não existirem mais peças voltarão às peças que tinham dúvidas para preencher o tabuleiro, podendo existir entreajuda;
6. O jogo termina quando o tabuleiro ficar totalmente preenchido.

#### **4.1.5. Jogo 6 – Loto 4 – “Compilação dos Lotos da Multiplicação e Divisão”**

O material, os objetivos e as regras são iguais ao jogo 4 – “Loto da Multiplicação e Divisão” –, visto tratar-se de uma compilação de todos os lotos. Neste jogo os cartões são distribuídos aos grupos em função das dificuldades sentidas durante os jogos anteriores.

## **4.2. Os momentos de exploração dos jogos**

Em cada aula foi proposto um jogo. Estes surgiram para colmatar dificuldades observadas no decorrer do estágio e seguiram a ordem de conteúdos a trabalhar estipulada pela professora cooperante. Os Lotos seguiram-se pela ordem apresentada neste capítulo de modo a desafiar progressivamente os alunos, iniciando-se na multiplicação e terminando na divisão, sendo este último um dos conteúdos em que os alunos haviam revelado mais dificuldades.

As aulas em que foram realizados os jogos repartiram-se em três momentos: apresentação do jogo, exploração do jogo pelos alunos e balanço e/ou discussão.

### 1.º momento – Apresentação:

Neste primeiro momento informava que iriam realizar um jogo e indicava qual o seu nome. Posteriormente, no jogo das frações 1 e no jogo das frações 2 indiquei quem seriam os pares. A partir do jogo 3 – “O Loto da Multiplicação” – os alunos já sabiam que os pares seriam os mesmos do jogo das frações 2 e que seriam para manter para os restantes jogos.

De seguida distribui uma folha com as regras dos jogos para cada grupo e li-as de modo a explicitar como eram jogados. Neste momento surgiu uma dúvida no Loto 1 – “Loto da Multiplicação”: “Como é que sabemos quem ganha se vamos ter ajuda do nosso colega?” (Cláudio). Para resolver esta situação expliquei que os alunos iriam competir por grupos: perceber qual dos grupos termina primeiro, concluindo os cartões corretamente.

Por fim, para que os alunos entendessem na prática como se jogava, nos Dominós das Frações exemplifiquei com duas peças o que teriam de fazer e representei-as no quadro. Quanto aos Lotos, comecei por explicar que existiam quatro cartões, sendo que o primeiro seria simulado comigo, enquanto os restantes cartões seriam realizados com os seus pares.

### 2.º momento – Exploração pelos alunos:

Neste momento entreguei o material a cada par e solicitei que iniciassem os seus jogos. No decorrer da exploração circulei pelos grupos no sentido de compreender e

apoiar as suas dificuldades, questionando quais os motivos que os levaram a colocar determinada peça.

### 3.º momento – Balanço/Discussão:

No final de cada jogo (excetuando o último) foi realizado um balanço acerca do modo como decorreu a atividade, tendo colocado as seguintes questões: “Gostaram do jogo?”, “O que mais gostaram?”, “O que menos gostaram?”, “O que é que não perceberam?”, “No que é que sentiram mais dificuldades?”. Ainda, foi realizado um momento de discussão em todos os jogos, exceto no primeiro e no sexto, que partiram da análise de representações de algumas produções finais dos alunos, a partir das quais questionei aos alunos se consideravam corretas ou não e qual a razão.

As especificidades de cada um destes momentos associadas a cada jogo serão desenvolvidas no Capítulo V nas subsecções intituladas por “Breve descrição da realização do jogo”.

## **4.3. Tarefas atribuídas aos alunos do 2.º ano durante os momentos de jogo**

Aquando a preparação dos jogos, idealizei que estes fossem propostos e adequados a todos os alunos. Ao iniciar o estágio percebi que era necessário criar jogos distintos de modo a dar resposta ao trabalho realizado em cada ano de escolaridade no que se refere aos conteúdos. Neste sentido, na primeira atividade, exploraram-se simultaneamente dois jogos: “Dominó da Multiplicação” para o 2.º ano de escolaridade e “Dominó das Frações 1” para o 3.º ano. Porém, durante esta exploração foi difícil explicitar as regras a cada um dos grupos, uma vez que eram diferentes. No decorrer da leitura e esclarecimento das regras haveria sempre um grupo que ficaria à espera do trabalho enquanto estava com o outro grupo, tal como iria acontecer no 3.º momento de exploração dos jogos.

As dificuldades de gestão dos dois grupos (2.º e 3.º ano de escolaridade) e a necessidade de recolha de dados adequados ao projeto conduzem à opção de propor jogos aos alunos do 3.º ano de escolaridade e tarefas de outra natureza aos alunos do

2.º ano. Ainda assim, foi necessário recorrer ao apoio da professora cooperante e da minha colega de estágio para me auxiliarem com a gestão dos dois anos de escolaridade.

## **Capítulo V – Análise dos dados**

Este capítulo é referente à análise dos dados que foram recolhidos durante a intervenção deste projeto e encontra-se estruturado em duas secções principais. A primeira secção inclui a descrição e análise da exploração na sala de aula de cada um dos seis jogos propostos no âmbito da presente investigação. Relativamente a cada jogo descrevo brevemente aspetos associados à sua realização e apresento uma análise focada quer na compreensão das suas regras quer na aprendizagem Matemática que visam promover. A segunda secção inclui uma análise focada na perceção dos alunos sobre os jogos realizados, tendo por base as suas respostas às questões 3, 4 e 5 dos questionários.

### **5.1. A exploração dos jogos na sala de aula**

#### **5.1.1. Dominó das frações 1**

##### **5.1.1.1. Uma breve descrição da realização do jogo**

No dia 24 de abril propus a realização do primeiro jogo – “Dominó das Frações 1”. A proposta deste jogo surge associada às dificuldades que observei durante as aulas em torno do trabalho com as frações. Mais concretamente, pude observar que os alunos tinham dificuldades em relacionar as partes com o todo e em usar diferentes representações de um número racional, nomeadamente em relacionar uma sua representação icónica com uma sua representação simbólica na forma de fração.

Antes de apresentar o jogo questionei se alguma vez tinham jogado o dominó normal “das pintas”, tendo obtido poucas respostas afirmativas. Após a leitura das regras, acrescentei que só poderiam associar a imagem (representação icónica) à fração (uma representação simbólica do número racional). Para terminar a apresentação do jogo, entreguei uma folha de registo a cada criança, informando que teriam de registar todas as jogadas efetuadas. A minha intenção era que, após os jogos, tivesse em minha posse todas as jogadas dos alunos para as analisar, dado que não conseguiria estar com todos os grupos ao mesmo tempo.

Relativamente à escolha dos pares, esta recaiu nos colegas que estavam lado a lado para que não fossem necessárias mudanças de lugar, tornando o início da atividade mais rápido.

A exploração do jogo proposto aos alunos do 3.º ano durou cerca de 80 minutos, apesar de nenhum grupo o ter terminado, ou seja, sobraram peças a ambos os jogadores. Após a realização do jogo, houve um momento para esclarecimento das dúvidas/dificuldades dos alunos associadas às regras do jogo que foram explicitadas por eles ou observadas por mim durante a respetiva exploração. Nesta sequência voltei a explicar como deveriam ser posicionadas as peças: exemplificando com duas peças que as imagens só poderiam ficar ao lado das frações e vice-versa (peças com representação icónica só se poderiam justapor a peças com representação simbólica).

### 5.1.1.2. A compreensão das regras do jogo

Durante a realização deste jogo apenas um grupo mostrou compreender como jogá-lo, ligando as peças de acordo com as possibilidades previstas nas regras que foram explicitadas oralmente no momento de apresentação do jogo (associar a representação icónica a uma sua representação simbólica).

A figura 5.1 mostra a construção do jogo efetuada pelo grupo de Cláudio e André que revelam algumas dificuldades associadas à compreensão das regras do jogo, nomeadamente o facto de tenderem a colocar peças fora das duas extremidades da sequência de peças já colocada na mesa.

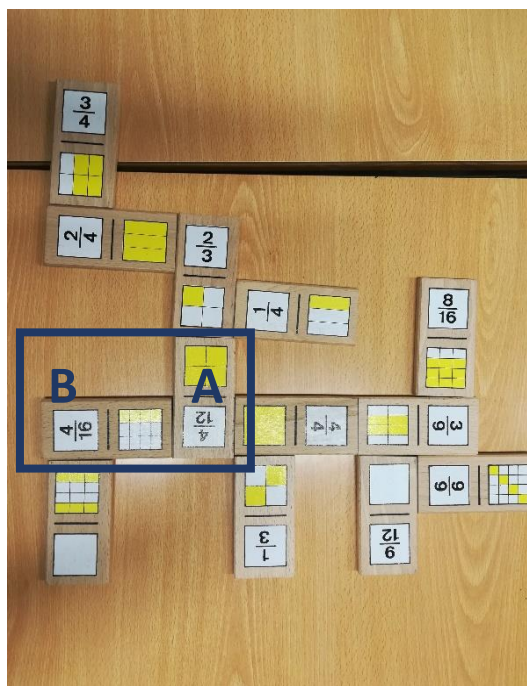


Figura 5.1 – Construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Cláudio e André

Existiram, também, situações em que outros alunos revelaram dificuldades em realizar o jogo, associadas à compreensão das suas regras. O episódio 1 e a figura 5.2 ilustram uma dessas situações.

### Episódio 1 – Grupo de Artur e Ivo

Artur: Estou a ficar nervoso porque ele mete peças que não tenho.

Eu: Que peças?

Artur: Olha aqui, ele tem  $\frac{4}{12}$ . Eu não tenho essa fração!

Eu: Mas estás à procura do número ou da imagem?

Artur: Do número.

Eu: Neste dominó tens de associar a imagem à fração. Se tens  $\frac{4}{12}$ , o que é que tens de fazer?

Artur: Não estou a perceber nada.

Ivo: Assim? (Justapôs a peça B à peça A – figura 5.2)

Eu: Exato! Olha o que o Ivo fez. Tens quantos quadrados?

Artur: Ah, já percebi. Sim, sim, sim.

(Aula de 24/4/2018, registo vídeo)

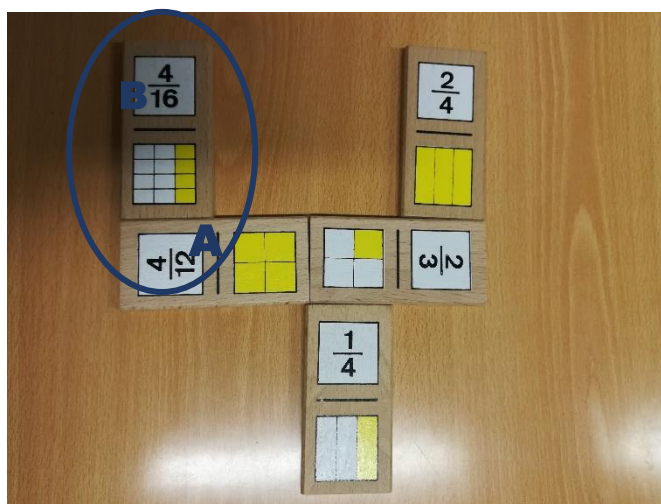


Figura 5.2 – Construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Artur e Ivo

Artur, inicialmente, parece não compreender totalmente o jogo mostrando-se preocupado por não ter peças iguais às do colega. Neste episódio percebe-se, também, que Artur não estava a compreender que não poderia associar imagens a imagens e

frações a frações (ou seja, representações icônicas a representações icônicas e representações simbólicas a representações simbólicas), o que embora não tenha ficado explicitado nas regras escritas foi referido oralmente. O seu colega, Ivo, quando percebeu que apenas podia associar representações icônicas a representações simbólicas, seguiu este procedimento.

O grupo de Maria, Filipa e José parece não ter compreendido o que fazer e como fazer. A figura 5.3. ilustra o desenvolvimento da atividade deste grupo, num momento em que os restantes grupos tinham o jogo bastante desenvolvido. Este grupo reiniciou o jogo três vezes, pois quando os alunos se deparavam com alguma dificuldade decidiam terminar com toda a atividade que tinham desenvolvido até ao momento.

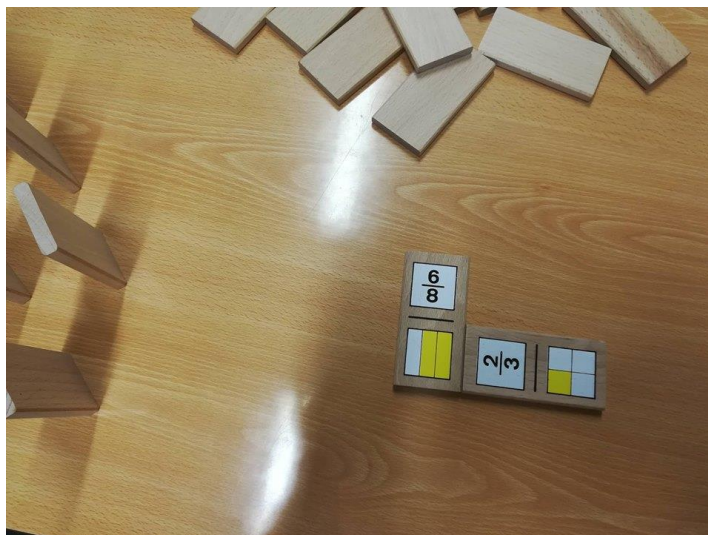


Figura 5.3 – Terceira construção do jogo do Dominó das Frações 1 realizada por Maria, Filipa e José

Verifiquei também que existiam muitas dúvidas relativamente à regra sete, pois quando os alunos retiravam uma peça a tendência era continuar a jogar ao invés de dar a vez ao adversário. Neste sentido, decidi fazer a alteração às regras do jogo, já referenciada em 4.1.1., o que originou uma melhor fluidez no jogo pois todos os alunos foram capazes de respeitar a nova regra, pois poderiam continuar a virar peças até “sair” uma peça que pudesse ser colocada na sequência de peças já dispostas na mesa.

### 5.1.1.3. A aprendizagem dos aspetos associados à Matemática

Ao realizar o jogo, os alunos revelaram muitas dificuldades em associar corretamente a representação simbólica de uma fração a uma sua representação icónica. O episódio 2 ilustra uma dessas situações.

#### Episódio 2 – Grupo de Rui e Sara

Rui: A gente não sabe jogar a isto.

Eu: Então, olha lá o exemplo que eu fiz ali (peças representadas no quadro, figura 5.4): tens um desenho com três retângulos, só dois é que estão pintados. O três é o número total de retângulos e o de cima é o que está pintado. Não é?

(Rui começa a mexer nas suas peças justapondo a peça A à peça B, como apresenta a figura 5.5)

(Aula de 24/4/2018, registo vídeo)

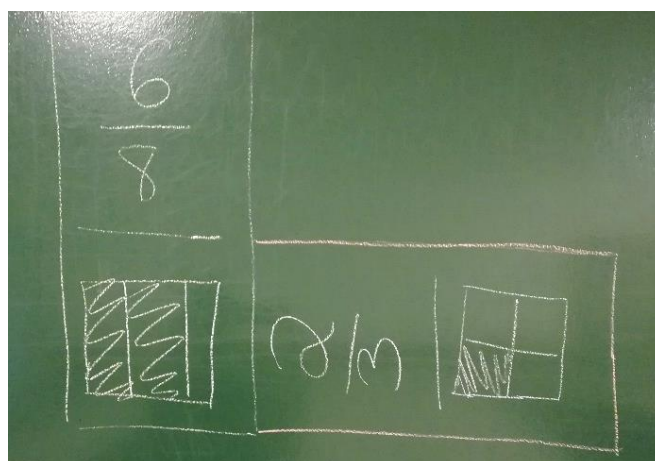


Figura 5.4 – Peças representadas no quadro durante a apresentação do jogo

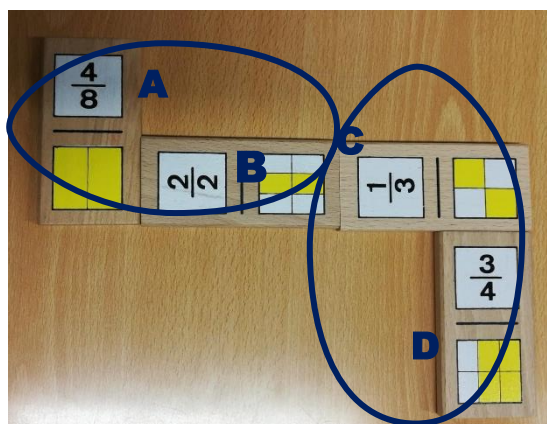


Figura 5.5 – Construção do jogo do Dominó das Frações 1  
realizada por Rui e Sara

Apesar de Rui afirmar que “não sabe jogar”, as suas dificuldades parecem relacionar-se com a compreensão da Matemática envolvida, mais concretamente, em associar  $2/3$  (representação simbólica) a uma sua representação icónica. Este aluno parece não saber que o denominador de uma fração representa o todo (ou seja, numa representação icónica, o número total de partes do todo) e o numerador o número de partes consideradas desse todo (partes pintadas).

Na sequência da minha intervenção, Rui parece compreender esta relação quando justapõe a peça B à peça A. Contudo, ao continuar o jogo, o grupo (Rui e Sara) continua a associar as peças incorretamente, como é possível verificar-se na figura 5.5 (ver a justaposição das peças C e D).

Também o grupo formado por Cláudio e André parece ter-se deparado com dificuldades ao nível da Matemática envolvida, uma vez que não associam corretamente as representações simbólicas às suas representações icónicas. Tal como Rui, parece que estes alunos não sabem que o denominador de uma fração representa o todo (ou seja, numa representação icónica, o número total de partes do todo) e o numerador o número de partes consideradas desse todo (partes pintadas). Pela análise da figura 5.1 podemos observar que apenas associaram corretamente duas peças (ver zona assinalada da figura 5.1).

Assim, no jogo das frações 1 e no que respeita à aprendizagem dos aspetos associados à Matemática nele envolvidos, parece evidenciar-se, de modo global, dificuldades dos alunos em associar a representação simbólica de uma fração a uma

respetiva representação icónica. Tal como podemos observar através das zonas assinaladas nas figuras 5.1, 5.2 e 5.5, apenas pontualmente estas associações são realizadas corretamente. Fica, portanto, a dúvida se as mesmas resultam da compreensão das relações entre as representações ou se correspondem a associações não intencionais.

## **5.1.2. Dominó das frações 2**

### **5.1.2.1. Uma breve descrição da realização do jogo**

No dia 2 de maio propus a realização do segundo jogo – “Dominó das Frações 2” –, que corresponde a uma repetição do “Dominó das Frações 1”. A opção de realizar o ‘mesmo’ jogo surge das dificuldades observadas durante a realização do primeiro, tanto ao nível da compreensão das regras do jogo como da compreensão dos aspetos da Matemática que lhes estão associados.

Comecei por dizer aos alunos que iam realizar o mesmo jogo (Dominó das frações) devido às dificuldades que se verificaram em concluir o jogo anterior, prossegui com os procedimentos referidos em 4.2 e iniciou-se a atividade.

A exploração deste jogo, proposto aos alunos do 3.º ano, durou cerca de 70 minutos desde o momento em que comecei a apresentá-lo até à sua discussão, que foi orientada por dois momentos. O balanço do jogo procedeu-se do modo explicitado em 4.2.

### **5.1.2.2. A compreensão das regras do jogo**

Contrariamente à primeira vez que este jogo foi realizado, praticamente todos os alunos mostraram compreender como jogá-lo, sendo que apenas um grupo (grupo de Maria e Sara) revelou algumas dificuldades na compreensão de algumas regras, nomeadamente a colocação de peças fora das duas extremidades da sequência de peças já colocada na mesa e a associação de uma representação icónica com uma representação simbólica da fração. Por este motivo, senti a necessidade de estar mais tempo com este grupo, no sentido de ajudar estas alunas a perceber/cumprir as regras incentivando-as a recorrer à lista das regras sempre que considerava necessário. Quando, nesse mesmo grupo, Maria compreende o que era suposto fazer no jogo, a aluna tenta ajudar a colega sempre que percebe que Sara não compreende: “Não é aqui. Tens de pôr  $\frac{3}{12}$ , não vês? Tens três pintados e 12 quadrados. Não é professora?”.



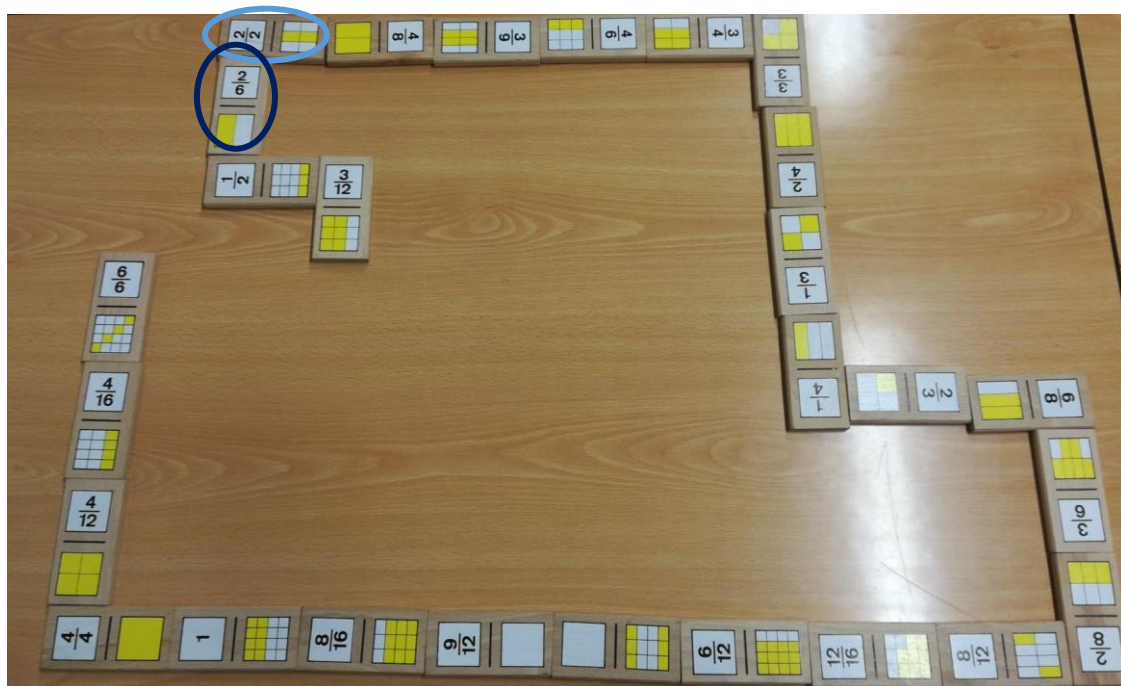


Figura 5.7 – Construção do jogo do Dominó das Frações 2  
realizada por Ivo e Carla

Ao longo do jogo surgiram algumas situações em que os alunos iam “buscar” novas peças, mesmo quando tinham peças adequadas para colocar na mesa, como ilustram os episódios 3 e 4.

### Episódio 3 – Grupo de Cláudio e Rui

Rui: Vou passar a vez, não tenho.

Cláudio: Não, tens de ir buscar. Tens de pôr todas, depois é que podes passar à frente.

Colega de estágio (CE): Tens sim.

Rui: Onde? (Depois de observar melhor, pegou numa peça e colocou na mesa, continuando o jogo)

(Aula de 2/5/2018, registo vídeo)

### Episódio 4 – Grupo de Cláudio e Rui

CE: Porque é que foste buscar?

Cláudio: Porque não tenho.

CE: Tens sim. Vocês têm de observar.

Cláudio: Mas não tenho.

CE: Tens sim. Então olha lá, aqui tens o quê? (Apontando para a peça assinalada na figura 5.8)

Cláudio: Mas não é esse.

CE: Sim, tu não tens para aquele (Referindo-se à outra peça que se encontra na extremidade do jogo).

CE: Mas este é qual?

Cláudio: oito...seis.

CE: É seis?

Cláudio: seis, oito.

CE: seis, oito. Então agora vê lá esta peça (Apontando para a peça assinalada na figura 5.9) e vê lá o que é que está aí. (Cláudio observa a peça e coloca na extremidade assinalada na figura 5.8)

(Aula de 2/5/2018, registo vídeo)

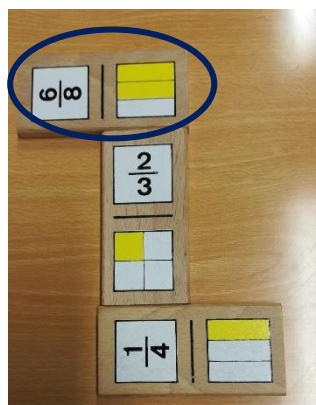


Figura 5.8 – Peça disponível para a jogada de Cláudio

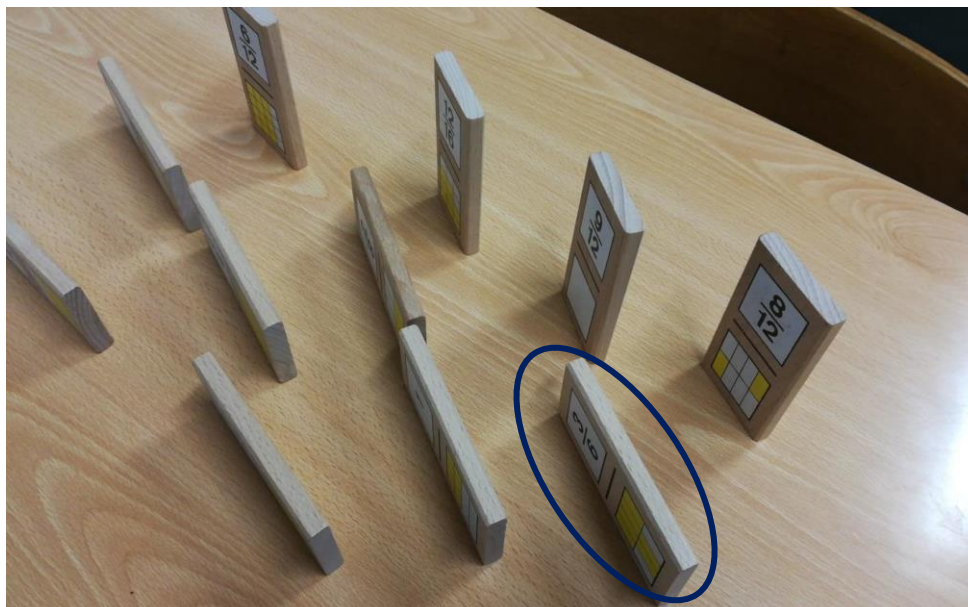


Figura 5.9 – Peça sugerida pela colega de estágio

Nestes episódios podemos observar que os alunos apenas verificavam se tinham uma peça para jogar para uma das extremidades, ao invés das duas extremidades, limitando assim as suas possibilidades. Foi praticamente no início do jogo que terminaram com todas as peças que estavam colocadas na mesa (para serem retiradas), desta forma não ficou claro se observavam ambas as extremidades por perceberem que era uma das estratégias ou se o jogo assim obrigou por não possuírem mais peças na mesa.

### 5.1.2.3. A aprendizagem dos aspetos associados à Matemática

Neste segundo jogo, o número de alunos que conseguiu associar corretamente a representação simbólica de uma fração a uma sua representação icónica aumentou, como ilustram os seguintes dois episódios.

#### Episódio 5 – Grupo de Cláudio e Rui

(Rui está à procura de uma peça para associar à peça assinalada na figura 5.10)

Eu: A tua fração tem de ser como? Qual é o número que tem de ficar em cima?

Rui: Um.

Eu: E em baixo?

Rui: Três.

Eu: Porquê?

Rui: Porque ali tem três retângulos e está um pintado (figura 5.10).

(Aula de 2/5/2018, registo vídeo)

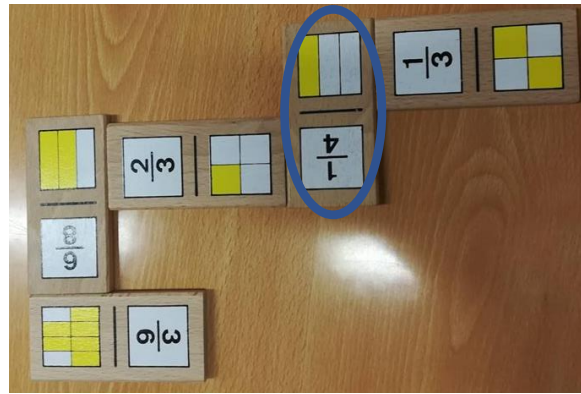


Figura 5.10 – Peça colocada corretamente por Rui

Recorde-se que Rui, no primeiro jogo, afirmou que não sabia jogar. Apesar de no início deste jogo ter evidenciado algumas dificuldades no que respeita à relação dos diferentes tipos de representação, ao longo do jogo parece que foi compreendendo essa relação. Rui evidencia compreender que o denominador de uma fração representa o número de partes do todo e o numerador o número de partes consideradas desse todo (partes pintadas).

#### Episódio 6 – Grupo de André e José

Eu: Tens de pôr aqui o quê? (Referindo-me à peça assinalada na figura 5.11)

André: Fração.

Eu: Sim, como?

André: Seis e nove. (contou primeiro os quadrados pintados e depois todos os quadrados)

Eu: E agora vamos ter o seis onde?

André: O seis em cima e o nove em baixo.

(Aula de 2/5/2018, registo vídeo)

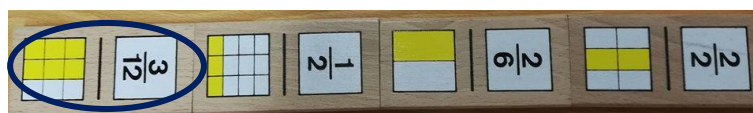


Figura 5.11 – Peça referida no episódio 6

Neste episódio, André revela compreender que terá de associar à peça assinalada na figura 5.11 a fração 6/9.

### Episódio 7 – Grupo de Artur e Filipa

Eu: Artur, o oito é porquê? (Referindo-me à peça assinalada na figura 5.12)

Artur: Porque são oito pintados.

Eu: E o 12?

Artur: Porque são 12.

Eu: Ai são? Então conta lá.

Artur: 16, não dá. (Artur retira a peça)

(Aula de 2/5/2018, registo vídeo)

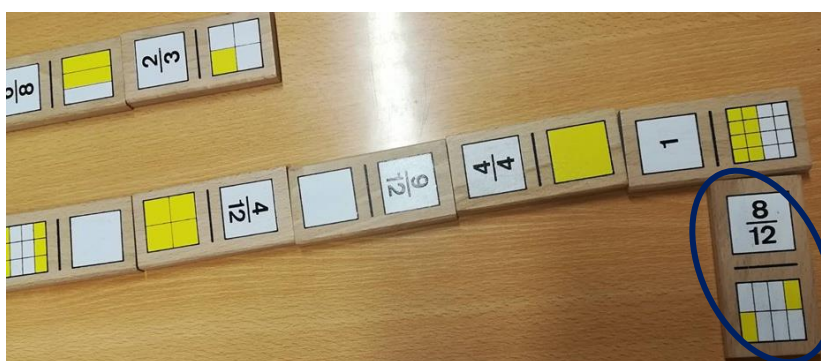


Figura 5.12 – Peça referida no episódio 9

Neste episódio, apesar de inicialmente Artur ter colocado incorretamente a peça assinalada na figura, quando questionado parece compreender que a peça adequada deveria ter representada a fração  $8/16$  e não  $8/12$ . A colocação da peça com esta última fração parece resultar de um erro de contagem do número de quadrados que compõem o todo e não da falta de compreensão da relação entre a representação icónica e a representação sob a forma de fração.

O grupo que revelou mais dificuldades foi o de Sara e Maria. Estas alunas parecem não ter compreendido que o denominador de uma fração representa o número de partes do todo e o numerador o número de partes consideradas desse todo (partes pintadas). Durante a realização do jogo estas alunas necessitavam da minha presença incessantemente de forma a evoluir no jogo. Tinha de lhes perguntar constantemente o que observavam nas peças colocadas nas extremidades da construção do jogo e que relação tinham com a peça a colocar, fazendo perguntas do tipo: “O que vês aqui?”; “Quantas partes estão pintadas?”; “Quantos quadrados tem?”; “Se é seis sextos. A peça





Figura 5.14 – Primeira peça apresentada por Rui



Figura 5.15 – Segunda peça apresentada por Rui

Neste episódio, tal como em outras situações, Rui pede ao colega que verifique se a peça que escolheu está ou não correta. Cláudio observa a peça e afirma que a peça indicada não é aquela, mas sim a que tem representada a fração  $\frac{1}{4}$ . Não ocorre, contudo, nem um pedido de justificação da “recusa” da peça por parte do aluno que pede ajuda para a analisar, nem uma explicação dos motivos da inadequação da peça por parte do aluno que corrige a jogada.

Um segundo aspeto diz respeito a dificuldades em “ler as frações”. Os episódios 6 e 8 ilustram esta situação. André em vez de ler “seis nonos” refere “seis e nove” (ver episódio 6) e Cláudio refere “quatro e um” para se referir a “um quarto” (ver episódio 8).

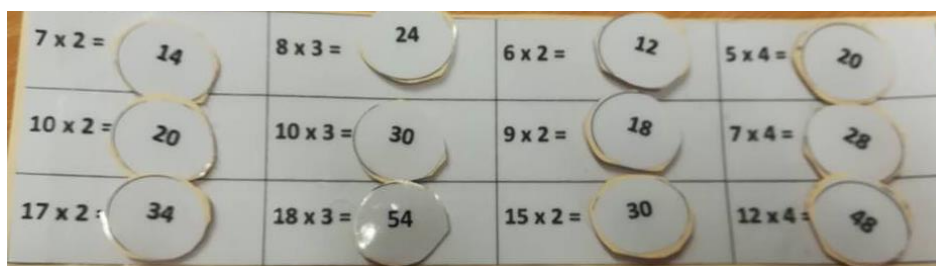
### **5.1.3. Loto da Multiplicação**

#### **5.1.3.1. Uma breve descrição da realização do jogo**

No dia 14 de maio propus a realização do terceiro jogo – “Loto da multiplicação”. Este jogo surgiu porque durante a observação efetuada ao longo das aulas verifiquei que os alunos apenas eram capazes de indicar o produto de dois fatores no caso de estes serem inferiores a seis. Quando se tratava de um produto em que o multiplicador ou o

multiplicando fossem iguais ou superiores a seis, os alunos recorriam à tabela de multiplicação de dupla entrada com todos os produtos em que o multiplicador e o multiplicando variam de um a 12. Assim, este jogo foi ao encontro de um dos conteúdos que estava previsto ser trabalhado no 3.º período, bem como da necessidade de criar estratégias de cálculo mental.

Comecei por informar os alunos que iam realizar um jogo diferente dos dois últimos. Após a distribuição das regras expliquei que existiam quatro cartões e iniciei a simulação do preenchimento do cartão 1 com todo o grupo. O objetivo era ajudar os alunos a identificarem as relações existentes entre as expressões de uma mesma coluna. Efetivamente os produtos da última linha de cada coluna podem ser calculados através do conhecimento dos produtos das linhas anteriores usando a propriedade distributiva da multiplicação, tal como ilustra a figura 5.16.



$7 \times 2 =$	14	$8 \times 3 =$	24	$6 \times 2 =$	12	$5 \times 4 =$	20
$10 \times 2 =$	20	$10 \times 3 =$	30	$9 \times 2 =$	18	$7 \times 4 =$	28
$17 \times 2 =$	34	$18 \times 3 =$	54	$15 \times 2 =$	30	$12 \times 4 =$	48

Figura 5.16 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Multiplicação, após a simulação com a turma

Nesta simulação, quando saía uma peça da última linha, perguntava aos alunos se sabiam onde colocar, sabendo à partida que dificilmente o conseguiriam fazer. Eu própria assumi que não sabia e colocava-a de lado. Sempre que a peça correspondia a um “produto fácil”, com a ajuda dos alunos colocava-a no cartão.

A realização deste jogo, proposto aos alunos do 3.º ano, durou cerca de 60 minutos desde o momento em que comecei a apresentá-lo até à sua discussão coletiva. O momento de discussão procedeu-se do modo explicitado em 4.2.

### 5.1.3.2. A compreensão das regras do jogo

Este jogo contou com a participação de apenas quatro grupos, uma vez que os restantes alunos faltaram neste dia. Neste jogo todos os alunos compreenderam que as

peças teriam de corresponder aos produtos das operações presentes no cartão, no entanto, nem todos parecem ter compreendido que, por vezes, teriam de encontrar uma estratégia para resolver essas mesmas operações, como o caso do grupo de Artur e Filipa.

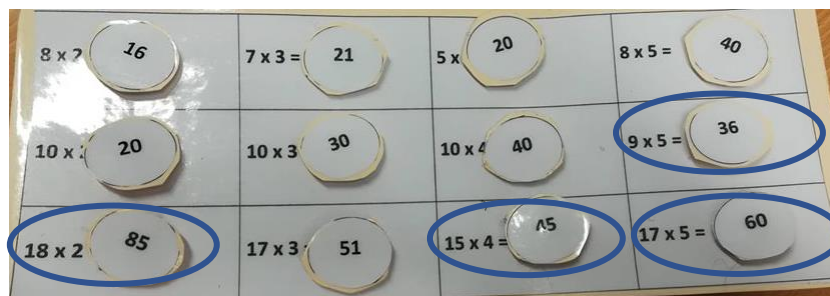


Figura 5.17 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, pelo grupo de Artur e Filipa

A figura 5.17 ilustra o modo como os alunos (Artur e Filipa) preencheram o cartão 2. Pela sua análise, os alunos parecem ter compreendido que as peças representam os produtos porque verifica-se que as multiplicações em que um dos fatores é dois, três e quatro, que correspondem às tabuadas já estudadas, têm os seus produtos corretos. Contudo, sobretudo quando um dos fatores não corresponde a uma das tabuadas que já conhecem, os alunos tendem a colocar uma peça errada e, quando questionados pelas suas opções, justificam com expressões como “Acho que é aqui” e “Porque sim”, transmitindo a sensação de que colocaram as peças ao acaso.

A tendência de colocação de peças ao acaso também se verificou noutros grupos, no que respeita aos produtos que consideravam mais difíceis. Ao invés de colocarem os produtos de lado e mais tarde voltarem aos mesmos para perceberem a que expressões correspondiam, tentavam encontrá-las impreterivelmente, tal como apresenta o episódio 9.

#### **Episódio 9 – Grupo de Cláudio e Rui**

(Quando Rui retira a peça 45, Cláudio e Rui ficam algum tempo a pensar)

Cláudio: Calhou-te o pior... É aqui é! (Referindo-se à expressão  $18 \times 2$ ).

Rui:  $18 \times 2$  é 45 (Rui pensa em voz alta).

Cláudio: 45?

Rui: Ai, por isso mesmo é que temos de falar. Já conhecem as nossas dúvidas.

CE:  $18 \times 2$  é 45?

Cláudio: Não, não professora. Este não é, pensava que era...

Rui: Então?

Cláudio: Esta é 20...30 e... (começa a fazer cálculos de cabeça) Ai. Este aqui acho que é este (referindo-se ao 45 como produto de  $17 \times 5$ ). Não é professora?

CE: Não sei, se não sabem...

Rui: Ai, esta vai para aqui (referindo-se ao produto 45 e colocando-o de lado).

(Aula de 14/5/2018, registo vídeo)

O facto de Cláudio e Rui não saberem onde colocar o produto 45 poderá estar relacionado com a falta de compreensão das regras. A figura 5.18 parece confirmar esta suposição, uma vez que na última coluna (em que um dos fatores é 5) ainda não tinham sido colocadas peças que pudessem facilitar o estabelecimento de relações entre produtos, neste sentido torna-se difícil de encontrar a expressão correta para o produto 45.

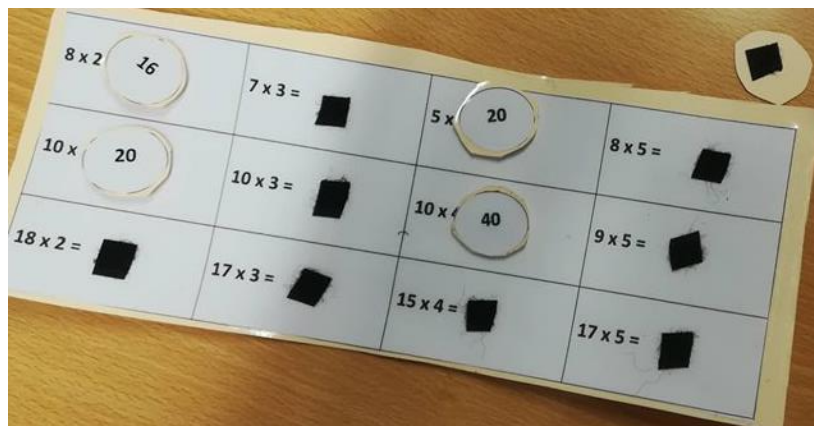


Figura 5.18 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui, até ao momento do episódio

9

Com o decorrer da atividade constata-se que o grupo de Cláudio e Rui compreenderam as regras, terminando o preenchimento do cartão com todos os produtos colocados corretamente (figura 5.19). Bem como o grupo de José e André, que também preencheram todo o cartão corretamente (figura 5.20).

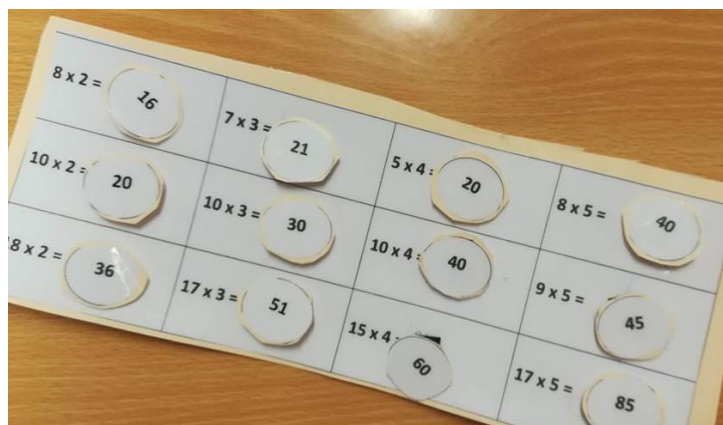


Figura 5.19 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui

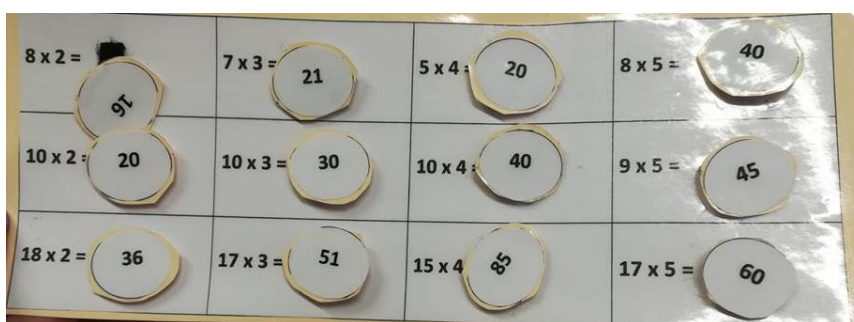


Figura 5.20 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por José e André

### 5.1.3.3. A aprendizagem dos aspetos associados à Matemática

Dos três cartões que os grupos poderiam realizar com os seus pares, apenas dois grupos (grupo de Cláudio e Rui e grupo de André e José) realizaram dois, enquanto os restantes dois grupos concretizaram um. Esta situação surgiu devido às dificuldades com que se foram deparando na realização dos cálculos.

Quanto ao cartão 2, todos os alunos foram capazes de resolver as multiplicações por dois, três, quatro e cinco que aparecem na tabuada, excetuando 9x5. Esta situação parece estar associada a dois aspetos:

1 – São estudadas autonomamente e regularmente relembradas as multiplicações por dois, três, quatro, cinco, seis e dez, não tendo ainda sido lecionadas as multiplicações por sete, oito e nove;

2 – Na sala encontrava-se uma tabela de multiplicação de dupla entrada com todos os produtos em que o multiplicador e o multiplicando variam de um a 12, à qual alguns alunos recorreram.

No início do jogo não adverti para a existência da tabela da multiplicação presente na sala, para que os alunos encontrassem uma estratégia para resolverem os cartões. Porém, alguns alunos recordaram-se da sua presença e esta foi utilizada para os preencherem.

O grupo de Ivo e Wilson apenas completou o cartão 2 e recorreu à tabela afixada na sala, o que poderá revelar que estes alunos não têm as tabuadas, já aprendidas, memorizadas. Analisando o caso da multiplicação  $9 \times 5$  (figura 5.21), quando questionados sobre o seu produto, Ivo respondeu: “Ainda não aprendemos a tabuada do 9”<sup>2</sup>. Apesar de os alunos ainda não terem trabalhado esta tabuada, não parecem ter ainda compreendido que, numa multiplicação, se se trocar a ordem dos fatores o produto não se altera (propriedade comutativa da multiplicação) e, portanto, seria o mesmo do que determinar o produto  $5 \times 9$  (que já conhecem e que consta da tabela afixada na sala).

$8 \times 2 = 16$	$7 \times 3 = 21$	$5 \times 4 = 20$	$8 \times 5 = 40$
$10 \times 2 = 20$	$10 \times 3 = 30$	$10 \times 4 = 40$	$9 \times 5 = 85$
$18 \times 2 = 60$	$17 \times 3 = 51$	$15 \times 4 = 36$	$17 \times 5 = 45$

Figura 5.21 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Ivo e Wilson

Ao questionar o grupo sobre o produto  $18 \times 2$ , os alunos deduziram automaticamente que não tinham colocado o produto corretamente e por isso apenas responderam que estava incorreto. Assim, persisti na questão para que indicassem qual seria o produto que consideravam correto, tendo afirmado ser 85, tal como consta no episódio seguinte.

### Episódio 10 – Grupo de Ivo e Wilson

Eu:  $8 \times 2$  dá 16,  $10 \times 2$  dá 20,  $18 \times 2$  teria de dar quanto?

<sup>2</sup> Os alunos desta turma designam a tabuada orientando-se pelo número que representa o multiplicador e não pelo multiplicando

Wilson: 85.

Eu: Porquê?

Wilson: Porque é o maior de todos.

Eu: E tu Ivo, o que achas?

Ivo: Este aqui (referindo-se ao 18) é o maior destes todos (referindo-se a todos os multiplicandos existentes no cartão) e aqui (referindo-se ao 85) é o maior de todos os números (referindo-se a todos os produtos possíveis).

(Aula de 14/5/2018, registo vídeo)

No episódio 10, constata-se que para ajudar os alunos a perceberem que o produto (60) colocado na multiplicação  $18 \times 2$  estava incorreto, decidi referir-me às operações dessa mesma coluna, por forma a que fossem capazes de fazer uma associação entre os multiplicandos das três multiplicações e, por sua vez, os produtos. De facto, o grupo tentou encontrar uma estratégia para resolver a multiplicação  $18 \times 2$ , embora incorreta. Tal como já foi referido, Ivo e Wilson não foram capazes de fazer a associação dos produtos dessa coluna, não apresentando o conhecimento da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, sendo este um dos objetivos do jogo.

Remetendo para a figura 5.17, verifica-se que Artur e Filipa apresentam as mesmas dificuldades que o grupo de Ivo e Wilson. Em ambos os grupos, os produtos que se encontram corretos pertencem às expressões:  $8 \times 2$ ,  $10 \times 2$ ,  $7 \times 3$ ,  $10 \times 3$ ,  $17 \times 3$ ,  $5 \times 4$ ,  $10 \times 4$  e  $8 \times 5$ . E, tal como Ivo e Wilson, Artur e Filipa completaram apenas o cartão 2 e recorrendo à tabela, mais uma vez entende-se que as tabuadas não estão memorizadas e que não foram descobertas estratégias para efetuar os cálculos em que um dos fatores não faz parte de uma tabuada já conhecida.

A figura 5.22 ilustra um momento de preenchimento do cartão 2 pelo grupo de Cláudio e Rui. Ao sair o número 60, ambos os alunos souberam de imediato que teriam de o associar ao produto de  $15 \times 4$ , não considerando necessário justificar essa associação. Rui respondeu, simplesmente, “Porque é!”. Porém, ao analisar o cartão sem ainda terem colocado o número 60, verifico que a  $5 \times 4$  e a  $10 \times 4$  têm associados os resultados corretos (20 e 40, respetivamente). Como o número 60 foi colocado após os alunos terem identificado os resultados dos produtos  $5 \times 4$  e  $10 \times 4$  corretamente, parece

terem recorrido (ainda que intuitivamente) à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

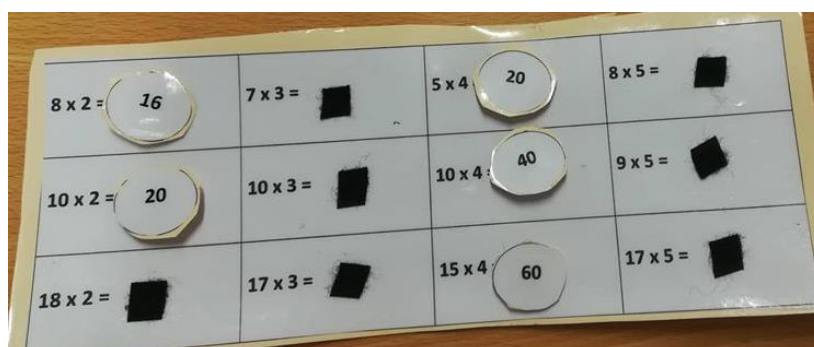


Figura 5.22 – Preenchimento da coluna 1 do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui

Todavia, ao analisar o episódio seguinte, surgem dúvidas relativamente a esta estratégia.

#### **Episódio 11 – Grupo de Cláudio e Rui**

(Logo a seguir ao número 60, sai o produto 51. Cláudio pensa na expressão  $18 \times 2$  e conta pelos dedos. Rejeita essa hipótese e tenta a expressão  $17 \times 5$ )

Cláudio: Deve ser esta, não é professora? (Referindo-se à expressão  $17 \times 5$ )

CE: É quanto?

Rui: 51.

Cláudio: (A minha colega não responde e Cláudio muda de opinião) Deve ser este (aponta para  $9 \times 5$ ).

Rui: Não. É aqui professora, é aqui (Apontando para  $17 \times 3$ ).

CE: É aí porquê?

Cláudio: Então porque  $7+7$  são 14... sim, sim, sim...!

(Aula de 14/5/2018, registo vídeo)

Não tendo Cláudio verbalizado o seu raciocínio é difícil perceber porque escolheu primeiramente a expressão  $18 \times 2$ . No entanto, verifica-se que o cálculo mental não foi a sua primeira estratégia, uma vez que recorreu à contagem pelos dedos. Também não é clara a sua segunda opção ( $17 \times 5$ ), uma vez que não explicitou o seu raciocínio, todavia,

esta escolha pode ter resultado do facto de saber que  $10 \times 5$  é 50, ou seja, fez a decomposição do número 17 ( $10+7$ ) e posteriormente a multiplicação por cinco da primeira parcela, percebendo que está perto do produto. Ao multiplicar a segunda parcela por cinco ( $7 \times 5$ ), mudou de opção por ter percebido que  $7 \times 5$  não termina em um. O aluno parece, assim, ter recorrido à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição para calcular  $17 \times 5$ . Podemos também inferir que ao deparar-se com uma expressão em que um dos fatores é mais elevado, haverá uma tendência para recorrer a estratégias de cálculo mental.

Quando Rui refere  $17 \times 3$ , Cláudio interrompe e explica de imediato a razão da resposta do Rui. Neste sentido é incompreensível se Rui respondeu ao acaso ou se se apropriou de alguma estratégia para chegar a esta conclusão. Relativamente a Cláudio, ao exclamar “ $7+7$  são 14 ..., sim, sim, sim...!” parece ter seguido o raciocínio de Rui e ter percebido que  $3 \times 7$  é 21, pelo que,  $17 \times 3$  teria de ser 51.

O episódio seguinte mostra a estratégia de Cláudio quando sai o produto 36, evidenciando o uso do algoritmo.

### **Episódio 12 – Grupo de Cláudio e Rui**

(Sai o produto 36.)

Rui: É aqui (Indica a multiplicação  $18 \times 2$ ).

Eu: Porquê?

Cláudio: Não é não.

Eu: Deixa-o explicar porquê.

Rui: Ai, esquece, esquece.

Cláudio: Ah! Sim, é aqui.

Eu: Porquê?

Cláudio: É porque  $18 \times 2$  são:  $8 \times 2$  são 16, vai um.  $1 \times 2$  são 20, mais um que é do seis... vai um... é 36.

(Aula de 14/5/2018, registo vídeo)

Quando o grupo terminou as peças que estavam voltadas para baixo, só lhes faltava a última coluna e voltaram às peças que tinham colocado de parte. A figura 5.23 representa a produção final realizada por Cláudio e Rui.

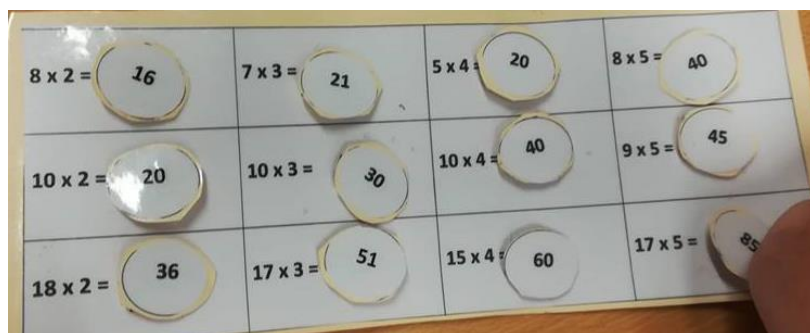


Figura 5.23 – Preenchimento da coluna 4 do cartão 2, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui

Assim que Cláudio termina a última coluna, Rui troca a peça 45 pela peça 85 e afirma “45 acho que é aqui”. Dado que Rui não explicou como pensou e a mudança da peça foi tão rápida, uma possibilidade é este aluno ter compreendido que se o nove é inferior a 17 e se o outro fator se mantém então o produto que envolve o 9 também será inferior.

No cartão 3 este grupo (Cláudio e Rui) apresenta uma estratégia diferente, como mostra o episódio seguinte.

### Episódio 13 – Grupo de Cláudio e Rui

Cláudio:  $12 \times 3$ .  $1+3$  são seis. Não.  $1 \times 3$ . Três vezes o número 12 é 36.

Rui: Este é fácil.

Cláudio:  $12+12+12$  é igual a 36.

(Aula de 14/5/2018, registo vídeo)

A estratégia de Cláudio mostra que este aluno percebe que o multiplicando é somado o número de vezes do multiplicador, a partir daí foi somar o multiplicando esse mesmo número de vezes. Novamente está patente neste episódio a realização da propriedade comutativa da multiplicação.

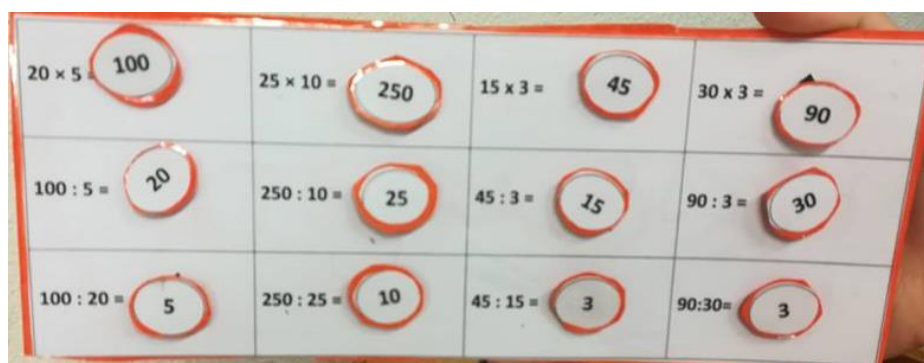
Assim, no jogo do loto da multiplicação e no que respeita à aprendizagem dos aspetos associados à Matemática nele envolvidos, parece evidenciar-se, de modo global, dificuldades dos alunos em realizar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Apenas Cláudio parece, por vezes, ser capaz de usar esta propriedade.

## 5.1.4. Loto da Multiplicação e Divisão

### 5.1.4.1. Uma breve descrição da realização do jogo

No dia 21 de maio propus a realização do quarto jogo – “Loto da Multiplicação e Divisão”. Este surgiu de modo a dar sequência ao último jogo (“Loto da Multiplicação”), uma vez que tinham iniciado recentemente a aprendizagem da operação divisão e porque faz todo o sentido abordar estas operações simultaneamente, dado serem inversas entre si.

Comecei por informar que iam realizar um jogo parecido ao anterior e a apresentação realizou-se do modo como explicitiei em 4.2. Porém, desta vez representei o cartão no quadro para que fosse mais fácil de compreender. O objetivo era ajudar os alunos a identificarem as relações existentes entre as expressões de uma mesma coluna. Efetivamente os quocientes das divisões podem ser calculados através da relação dobro/metade dos divisores e dos dividendos tal como ilustra a figura 5.24.



$20 \times 5 = 100$	$25 \times 10 = 250$	$15 \times 3 = 45$	$30 \times 3 = 90$
$100 : 5 = 20$	$250 : 10 = 25$	$45 : 3 = 15$	$90 : 3 = 30$
$100 : 20 = 5$	$250 : 25 = 10$	$45 : 15 = 3$	$90 : 30 = 3$

Figura 5.24 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Multiplicação e Divisão, após a simulação com a turma

A realização deste jogo, proposto aos alunos do 3.º ano, durou cerca de 60 minutos desde o momento em que comecei a apresentá-lo até à sua discussão coletiva, que decorreu como descrito em 4.2.

### 5.1.4.2. A compreensão das regras do jogo

Neste jogo participaram cinco grupos, o grupo de José e Wilson não compreendeu como se desenvolvia o jogo e o grupo de Maria e Sara deixa dúvidas sobre a compreensão das regras. José e Wilson foram os únicos alunos que não completaram o

cartão 2, acabando por retirar todas as peças que tinham colocado. Tal como apresentado no episódio 14, os alunos não entenderam as regras do jogo.

#### **Episódio 14 – Grupo de José e Wilson**

Eu: Porque é que no  $24 \times 2$  puseste três?

José: Porque é  $24:2$ .

Eu: Não. É  $24 \times 2$ , é o que está aí. Porque é que puseste o três? (Não obtendo resposta, continuei)  $24 \times 2$  não é o mesmo que teres  $24+24$ ?

(José procura uma peça que tenha esse produto)

Eu: Não é para estares à procura. Saiu-te o três, certo? Então vamos procurar uma coluna onde possamos pôr o três.

(Aula de 21/5/2018, registo vídeo)

Mesmo após as regras terem sido lidas e depois de ter realizado o cartão 1 com todos os alunos, este grupo apresentou dúvidas na concretização do jogo. José entendeu que teriam de escolher uma multiplicação ou divisão, pensar no seu produto ou quociente e procurá-lo nas peças que estavam sobre a mesa. No entanto, com o meu auxílio o grupo foi capaz de perceber que deveria tirar primeiro uma peça e só depois pensar na sua possível multiplicação ou divisão. Esta situação pode surgir pelo modo como geralmente são realizadas as operações. É comum primeiro observar uma multiplicação ou divisão para descobrir o seu produto ou quociente, sendo o inverso do que era pretendido com este jogo.

Ainda, o grupo de Maria e Sara, embora tenha preenchido o cartão, parece não ter compreendido o que era pretendido. A figura 5.25 apresenta o preenchimento do cartão 2 pelo grupo.

$24 \times 2 =$ 2	$12 \times 3 =$ 10	$6 \times 5 =$ 30	$20 \times 10 =$ 3
$48 : 2 =$ 24	$36 : 3 =$ 12	$30 : 5 =$ 6	$200 : 10 =$ 20
$48 : 24 =$ 48	$36 : 12 =$ 36	$30 : 6 =$ 5	$200 : 20 =$ 200

Figura 5.25 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação e Divisão, por Maria e Sara

Tal como é possível verificar, o grupo apenas acertou uma multiplicação. De todo este cartão, as multiplicações eram supostamente a operação menos complexa por duas razões: por existir uma tabela exposta na sala, a qual os alunos poderiam recorrer e por ser um conteúdo já estudado. Porém, durante a discussão do jogo as alunas indicaram terem colocado as peças de modo não intencional.

Esta situação faz-me ter dúvidas sobre a compreensão do jogo, ou seja, se perceberam que as peças eram o resultado das operações. O facto do produto 30 estar colocado corretamente reforça essa minha dúvida, porque parece terem entendido que esse número correspondia ao produto da multiplicação. Nesta sequência, a ausência de estratégia, ou seja, as peças colocadas “ao calhas” (Maria) podem ter derivado da falta de conhecimento sobre a multiplicação. Fica, portanto, a dúvida se os produtos e os quocientes colocados corretamente correspondem a uma compreensão de que estes são produtos e quocientes ou se correspondem a associações não intencionais.

Quanto às regras do jogo, todos os restantes alunos (três grupos) cumpriram, porém, por vezes quando não sabiam onde colocar a peça, esqueciam-se de questionar os colegas.

#### 5.1.4.3. A aprendizagem dos aspetos associados à Matemática

Em todos os cartões deste jogo as primeiras expressões resolvidas pelos alunos foram as que envolviam a operação multiplicação. Esta situação ocorre muito provavelmente devido aos itens anteriormente abordados: por ser um dos conteúdos estudados e por existir na sala uma tabela de multiplicação de dupla entrada com todos os produtos em que o multiplicador e o multiplicando variam de um a 12. Além destas duas justificações,

tal como já foi referido, a divisão era um conteúdo recente naquela turma o que torna perceptível a acrescida existência de dificuldades.

Durante este jogo existiram diferentes estratégias. O seguinte episódio revela que, no cálculo da divisão, o recurso à multiplicação como operação inversa foi uma estratégia usada pelos alunos.

### **Episódio 15 – Todo o grupo (turma)**

(Sai o número 30 ao grupo de Maria e Sara, o qual indicou ser o produto de  $30 \times 3$ . Os restantes grupos não concordam com a resposta.)

Cláudio: É  $90:3$ .

Eu: Porquê?

Cláudio: Por causa que o 90, nós pomos  $3 \times 30$ . Pomos, 30, 60, 90.

(Aula de 21/5/2018, registo vídeo)

Embora revele alguma dificuldade em explicar o seu raciocínio, Cláudio parece compreender que a multiplicação é a operação inversa da divisão, uma vez que reconhece que 30 é o quociente de  $90:3$ , justificando que  $30 \times 3$  é 90.

Numa outra situação, em que saiu o número 250, observa-se a existência de dois tipos de dificuldades em todo o grupo, como é possível verificar-se no episódio 16.

### **Episódio 16 – Todo o grupo (turma)**

(Sai o número 250 a Wilson, que indica ser o quociente de  $250:10$ . Três alunos concordam e os restantes não opinam.)

Cláudio: Sabe porque é que eu acho que sim professora?

Eu: Diz lá.

Cláudio: Por causa que...200... hã? Não professora...não, não é!

Eu: Se nós temos aqui 250, se vamos dividir por 10, acham que ia ficar 250?

Cláudio: Não.

Eu: Se dividirmos por um, sim.

Cláudio: Professora, posso dizer?

Eu: Diz lá.

Cláudio:  $25 \times 10$ . Por causa que o 25... se nós multiplicarmos  $25 \times 10$ , pomos o 25 mais o 0 do 10. Então  $250:10$  é 25.

(Aula de 21/5/2018, registo vídeo)

Primeiramente, ao indicar que o quociente de  $250:10$  pode ser 250, alguns alunos mostram não compreender que o quociente de uma divisão não pode ser igual ao seu dividendo, exceto se o divisor for um. Para além disso, parecem não compreender que 250 é o produto do inverso dessa operação, ou seja, de  $25 \times 10$ . Porém, após pensarem mais um pouco, Cláudio volta a tentar.

Também Artur parece compreender a relação inversa entre as operações multiplicação e divisão, tal como ilustra o episódio 17.

#### **Episódio 17 – Todo o grupo (turma)**

(Ivo e Carla tiram a peça 90 e não sabem onde colocar.)

Eu: Alguém sabe?... Artur.

Artur:  $90:30$ ?

Eu: É a mesma situação que falámos ali. Eu tenho 90 rebuçados, vou dividir por 30 pessoas, cada pessoa fica com 90?

Artur: Não.

(Após pensar mais um pouco.)

Artur:  $30 \times 3$  é 90.

Eu: E  $90:30$ ?

Artur: É 3.

(Aula de 21/5/2018, registo vídeo)

Para calcular  $90:3$  também Artur recorre à relação inversa entre a multiplicação e a divisão. Conclui que  $90:3=3$ , porque sabe que  $30 \times 3$  é 90.

A figura 5.26 ilustra a produção final do cartão 2, realizada por Ivo e Carla. Durante esta produção destacaram-se dois episódios (19 e 20).

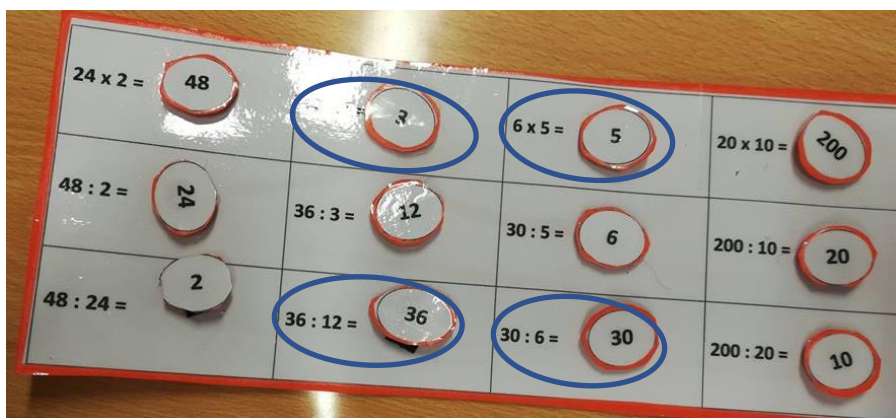


Figura 5.26 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Multiplicação e Divisão, por Ivo e Carla

### Episódio 18 – Grupo de Ivo e Carla

(Sai o número 200.)

Ivo: É aqui (Referindo-se à multiplicação 20x10).

Eu: Porquê?

Ivo: Porque o 200 está aqui (referindo-se ao dividendo da mesma coluna, da linha abaixo – divisão 200:10) e falta aqui (referindo-se à operação que indicou ser a correta).

(Aula de 21/5/2018, registo vídeo)

### Episódio 19 – Estratégia de Carla

(Sai o número 24.)

Carla: É aqui (Referindo-se à divisão 48:2).

Eu: Porquê Carla?

Carla: (A aluna compara com a última linha) Porque está aqui e falta o 24.

Ivo: Ah sim, está certo.

(Aula de 21/5/2018, registo vídeo)

Pelo episódio 18 verifico que o aluno encontrou uma estratégia, onde revela compreender que a multiplicação é a operação inversa da divisão, identificando que o dividendo de 200:10 é o produto de 20x10. Também no episódio 19, a estratégia utilizada foi exatamente a mesma, porém, quando Carla indica que falta o 24 é porque encontra todos os outros números (dividendo e quociente, 48 e dois). Nesta situação, a

justificação poderia ser que 24 é metade de 48, no entanto nenhum dos alunos foi capaz de chegar à relação dobro/metade.

No cartão apresentado na figura 5.26 é possível verificar que apenas as colunas da divisão e multiplicação por dois e por 10 estão totalmente corretas. Nas segunda e terceira colunas os produtos surgem trocados com os da terceira linha (ver cálculos assinalados na figura 5.26). Ou seja, indicam que  $6 \times 5 = 5$  e que  $30 : 6 = 30$  e que  $3 \times 12 = 3$  e  $36 : 12 = 36$ . Estes alunos parecem ter-se apercebido que, nestes pares de expressões, os números têm de ser os mesmos, mas não estabelecem a relação correta entre esses números.

Assim, no jogo do loto da multiplicação e divisão no que respeita à aprendizagem dos aspetos associados à Matemática nele envolvidos, pude observar que a maioria dos alunos foi capaz de efetuar os cálculos, tirando partido da relação inversa entre a divisão e a multiplicação. Contudo, há alunos que ainda revelam dificuldades no cálculo das expressões que envolvem alguns números (as expressões que implicam dividir por 3 e por 5), parecendo não compreender totalmente a relação inversa entre a multiplicação e a divisão.

### **5.1.5. Loto da Divisão**

#### **5.1.5.1. Uma breve descrição da realização do jogo**

No dia 22 de maio propus a realização do quinto jogo – “Loto da Divisão”. Este surgiu pela mesma razão dos dois lotos anteriores, a divisão era um conteúdo praticamente iniciado naquela turma e uma vez que é a operação inversa à multiplicação, fez sentido surgir naquele preciso momento.

A apresentação deste jogo decorreu como descrito em 4.2. O objetivo da simulação era ajudar os alunos a identificarem as relações existentes entre as expressões de uma mesma coluna. Efetivamente, os quocientes das divisões podem ser calculados identificando a relação dobro/metade dos dividendos, tal como ilustra a figura 5.27.

$1000 : 2 = 500$	$30 : 5 = 6$	$15 : 3 = 5$	$66 : 6 = 11$
$2000 : 2 = 1000$	$60 : 5 = 12$	$30 : 3 = 10$	$132 : 6 = 22$
$4000 : 2 = 2000$	$120 : 5 = 24$	$60 : 3 = 20$	$264 : 6 = 44$

Figura 5.27 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da Divisão, após a simulação com a turma

Após termos terminado esta simulação, acrescentei um novo aspeto: o jogo iria ser cronometrado, os alunos teriam de realizar cada cartão em cinco minutos. Porém, nem todos os alunos conseguiram cumprir esse tempo, pelo que optei por deixar que continuassem por se terem mostrado interessados na descoberta das operações.

A realização deste jogo durou cerca de 40 minutos, desde o momento em que comecei a apresentá-lo até à sua discussão coletiva.

### 5.1.5.2. A compreensão das regras do jogo

Neste loto participaram quatro grupos, que já compreendiam as regras do jogo. Porém, ao longo do mesmo fui constatando que alguns grupos deixaram de respeitar a segunda regra, por vezes era apenas um dos alunos a retirar as peças e só posteriormente pensavam em grupo. Rui e o Cláudio adotaram essa estratégia e ainda outro modo de jogar (episódio 20).

#### Episódio 20 – Grupo de Cláudio e Rui

(Cláudio descobre o quociente de uma divisão)

Cláudio: “Arranja-me um cinco. cinco, cinco, cinco...” (Rui procura entre as peças viradas sobre a mesa e entrega o cinco a Cláudio)

Cláudio: “Agora... arranja-me um 10.”

(Aula de 22/5/2018, registo vídeo)

Aqui podemos verificar uma situação que também aconteceu no jogo anterior – “Loto da Multiplicação e Divisão”. Após descobrir qual o quociente correspondente a uma

divisão, o aluno decide procurá-lo nas peças que estão sobre a mesa, ou seja, o inverso do que era pretendido. Todavia, este grupo entendia como funcionavam as regras porque noutras situações retiravam primeiro a peça, como será possível verificar-se no episódio 21, em 5.5.3. Talvez o facto de ter limitado o tempo para a realização do jogo tenha levado estes alunos a alterar o seu procedimento de preenchimento dos cartões de modo a concluí-los no tempo destinado.

Contrariamente ao sucedido no jogo anterior (“Loto da Multiplicação e Divisão”), todos os grupos foram capazes de terminar os cartões, independentemente das suas dificuldades, o que revela que perceberam a funcionalidade do jogo.

### 5.1.5.3. A aprendizagem dos aspetos associados à Matemática

Dos quatro cartões que poderiam jogar, apenas um grupo realizou todos. Os restantes jogaram três cartões. Nesta sequência verifica-se que contrariamente aos jogos anteriores, os grupos foram capazes de jogar mais do que um cartão.

O grupo de Cláudio e do Rui, após ter descoberto uma estratégia (ver análise do episódio 23), demorou cerca de três minutos em cada cartão. Já os seus colegas apresentaram algumas dificuldades na realização de alguns cálculos. Como é possível verificar-se pelas figuras do preenchimento segundo cartão (figuras 5.28, 5.29, 5.30 e 5.31), apenas os grupos de Cláudio e Rui e de Ivo e Carla foram capazes de os preencher corretamente, embora este último grupo tenha revelado mais dificuldades.

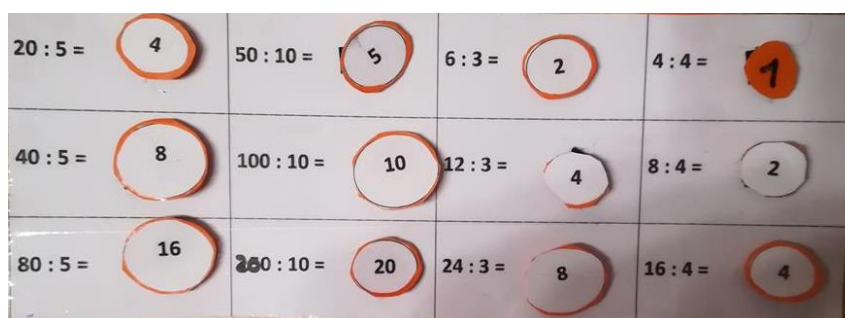


Figura 5.28 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por Cláudio e Rui

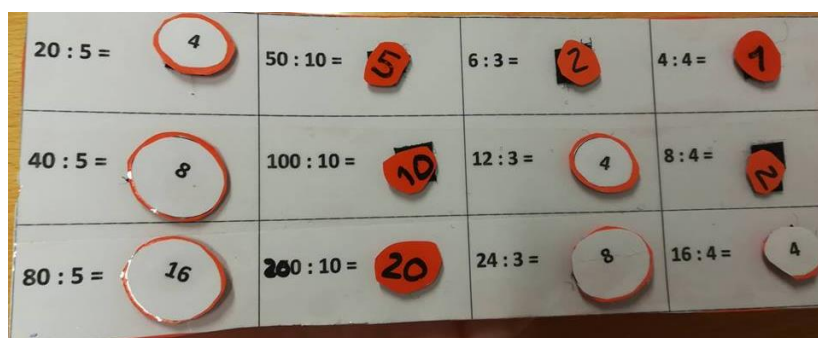


Figura 5.29 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por Ivo e Carla

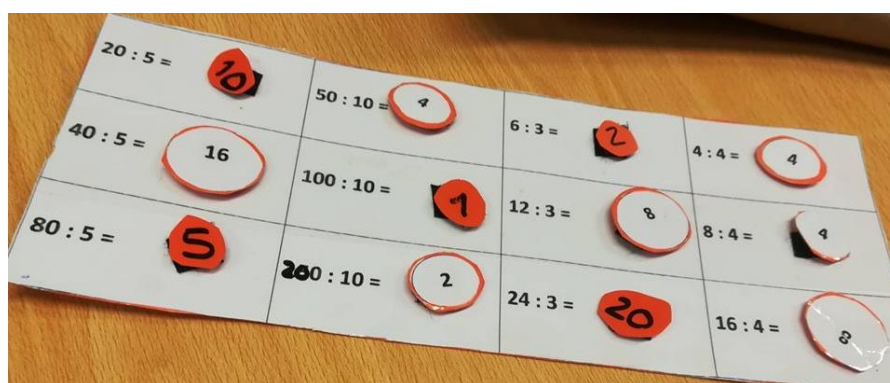


Figura 5.30 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por Artur e Filipa

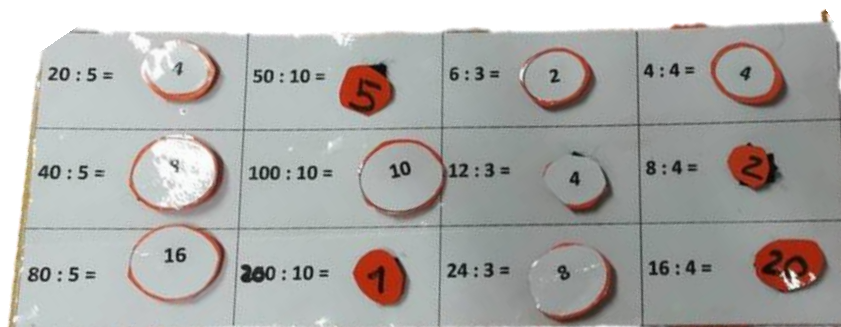


Figura 5.31 – Preenchimento do cartão 2, do Loto da Divisão, por André, José e Wilson

Na figura 5.30 observa-se que Artur e Filipa apenas acertaram a  $6:3$ , o que revela terem ainda dificuldade na realização de cálculos que envolvem a operação divisão sem lhes serem dadas possibilidades de estabelecerem relações com a multiplicação. Contudo, este cenário não é semelhante ao do grupo de Cláudio e Rui, como é possível constatar no episódio 21.

### **Episódio 21 – Grupo de Cláudio e Rui**

(Sai o número quatro e Rui coloca na divisão 40:5)

Cláudio: *Nop*, não é aqui. Olha, 4x5... (aponta para a divisão 40:5), tem de ser oito.

Este aqui... (coloca o número quatro na divisão 12:3)

(Quando sai o número oito, Rui coloca na divisão 40:5)

(Aula de 22/5/2018, registo vídeo)

Compreende-se que Cláudio utiliza a relação inversa entre a divisão e a multiplicação, uma vez que quando refere 4x5 parece querer mostrar que o quociente (a peça que saiu) multiplicado pelo divisor terá de ter como produto o dividendo, o que não acontece com a peça que saiu (o quatro). Quando indica que o quociente da operação “tem de ser oito” não explicita o seu raciocínio, porém pode ter-se apropriado da relação inversa, uma vez que a partir do momento que sabe que 8x5 é 40, sabe logo que 40:5 é oito. Pode ainda ter tirado partido das relações dobro/metade, isto é, se 4x5 é 20 e o dividendo é 40 (o dobro) logo, o primeiro fator da multiplicação terá de ser também o dobro.

Cláudio e o Rui terminaram o cartão muito rapidamente e por isso senti necessidade de perceber qual o raciocínio subjacente a algumas jogadas daquele jogo (episódio 22).

### **Episódio 22 – Grupo de Cláudio e Rui**

Eu: Digam-me uma coisa, vocês, olhando agora para as colunas, o que é que veem?

Cláudio: É o duplo. cinco, 10, 20; dois, quatro, oito; um, dois, quatro; quatro, oito, 16.

É tipo, 4+4 são oito.

Eu: E porque é que o resultado é sempre o dobro do anterior?

(Não responderam)

Eu: O divisor muda?

Cláudio: Humm...não.

Eu: Não, o divisor é sempre igual. E o dividendo?

Cláudio: Sim.

Eu: Como?

Cláudio: Sei lá bem professora.

Eu: Olhem para o dividendo. Olhem para todos os dividendos de uma coluna.

Cláudio: Qual? (Referindo-se ao facto de possuir dúvidas entre qual será o dividendo e o divisor)

Eu: O dividendo é o que está deste lado (indicado o lado esquerdo das divisões).

Cláudio: Sim (Indicando que varia).

Eu: Ok, muda. E como é que ele muda?

Cláudio: Ah, o dobro.

Eu: É sempre o dobro. Então o que é que vocês conseguem perceber aqui?

Cláudio: Aqui é o dobro (referindo-se ao quociente), aqui é o dobro (referindo-se ao dividendo).

(Aula de 22/5/2018, registo vídeo)

Pelo diálogo apresentado é perceptível que Cláudio foi quem descobriu uma estratégia, uma vez que Rui não se pronunciou. Quando Cláudio indica que “é o duplo”, este apenas se refere ao quociente o que deixa dúvidas quanto ao modo como descobriu, uma vez que pode ter descoberto o quociente de duas operações e a partir daí perceber que os quocientes, da mesma coluna, são sempre o dobro dos anteriores. Quando questionado sobre a razão de ser o dobro do quociente anterior, os alunos não souberam responder de imediato, precisando de ajuda para encontrar uma resposta. Neste caso, quando o dividendo passa para o dobro e o divisor se mantém, o quociente passa também para o dobro.

Associada à suposição de que poderiam não ter olhado para as restantes operações, no cartão 4 este facto verificou-se. O grupo colocava ao lado as peças correspondentes a uma coluna que ainda estava vazia e que consideravam difíceis. Quando sabiam onde colocar uma peça pertencente a uma operação da coluna vazia, eram capazes de colocar as restantes. Assim que descobriram uma estratégia (o quociente é sempre o dobro do quociente da divisão anterior), deixaram de observar a maioria das operações. Pelo facto de terem descoberto esta estratégia foram capazes de terminar os três cartões com todas as operações corretas.

Contrariamente a este grupo deparei-me com outro que revelou possuir imensas dificuldades, tal como se verifica na figura 5.30 e no episódio 23.

### **Episódio 23 – Grupo de Artur e Filipa**

Eu: Expliquem-me lá porque é que vocês puseram que  $4:4$  dá quatro.

Artur: Porque o  $4+4$  dá quatro.

Eu:  $4+4$  dá quatro?

Artur: Não,  $4-4$ .

Eu:  $4-4$  dá quatro?

Artur: Sim.

Eu: Então tens quatro reбуçados, eu tiro-te os quatro reбуçados, ficas com quatro?

Artur: Não.  $4:4$  dá quatro.

Eu: Sim!?

Artur: E  $8:4$  dá quatro. Eu não percebi.

Eu: Então vamos lá ver. Tu tens quatro reбуçados, certo? E vais dividir por quatro pessoas, com quantos reбуçados fica cada pessoa? (Artur retira o quociente quatro e coloca o quociente um)

...

Eu: Tens oito reбуçados, vais dividir por quatro pessoas...

Artur: Este aqui está certo, porque é que vou fazer outra vez?

Eu: Ouve. Tens oito reбуçados, vais dividir por quatro pessoas. Com quantos reбуçados fica cada pessoa Filipa?

(Filipa retira o quociente quatro e coloca o quociente oito.)

Artur: Quatro, bu...totó.

Eu: Calma, calma. Tens aí o teu estojo? Filipa, dá-me lá o teu estojo. Dá-me oito coisas que tenhas no estojo.

Filipa: Oito?

Eu: Sim. Agora divide isso por quatro pessoas (Só divide quatro objetos).

Eu: E o restante? São quatro pessoas, tens de dividir o resto. (Continua a dividir) Cada pessoa ficou com quantos objetos?

Filipa: Dois.

Eu: Dois. Então porque é que  $8:4$  dá quatro?

Artur: Aqui é dois (referindo-se ao quociente de  $8:4$ ).

(Aula de 22/5/2018, registo vídeo)

Este episódio parece revelar que o grupo ainda não compreendeu o que representam os números numa divisão e o que que poderão significar, por exemplo, do ponto de vista da ação de partilhar/distribuir. Para justificar o quociente (quatro) da divisão 4:4, Artur tenta primeiramente recorrer a uma adição e posteriormente a uma subtração, sendo difícil compreender a razão desta opção. Dado que posteriormente indica que não percebeu, considero que não estava seguro da jogada e dessa forma tentou dar uma justificação sem ter pensado na mesma. Contudo, o aluno foi capaz de perceber que a jogada não estava correta quando indica que 8:4 também dá quatro. Ao ter-se apercebido que as duas expressões dariam o mesmo quociente percebeu que não seria possível, admitindo nesse momento que não tinha compreendido. Só quando coloquei uma situação que envolvia o recurso a materiais (neste caso, objetos do estojo) é que foi capaz de chegar à resposta correta. Parece que este aluno, está ainda num nível de aprendizagem da divisão que necessita de lidar com problemas de divisão em que lhe seja dada a oportunidade de, caso ser necessário, recorrer à manipulação de objetos.

Apesar de Filipa e Artur ainda apresentarem muitas dificuldades na realização dos cálculos deste jogo, globalmente, estes alunos parecem ter evoluído na compreensão da divisão. Efetivamente, José, André e Wilson acabaram por conseguir completar mais de metade dos cartões corretamente, como se observa na figura 5.32 e Cláudio e Rui revelaram facilidade em efetuar os cálculos.

### **5.1.6. Compilação dos Lotos da Multiplicação e Divisão**

#### **5.1.6.1. Uma breve descrição da realização do jogo**

No dia 4 de junho propus a realização do último jogo – “Compilação dos Lotos da Multiplicação e Divisão”. Este surgiu para perceber se algumas dificuldades foram colmatadas.

Comecei por informar que não iria realizar nenhuma simulação com os alunos e declarei que iam realizar um cartão igual a alguns que jogaram anteriormente, podendo pertencer a qualquer um dos três lotos. Neste momento, não explicitiei, mas a minha intenção era distribuir o cartão em que observei terem tido mais dificuldades. As regras foram, de novo, explicitadas oralmente.

A realização deste jogo durou cerca de 40 minutos desde o momento em que comecei a apresentá-lo. Após o jogo não houve momento de discussão devido à falta de tempo.

#### **5.1.6.2. A Compreensão das regras do jogo**

Sendo este o último jogo, com as mesmas regras dos três últimos, os alunos já as conheciam e mostraram compreendê-las.

#### **5.1.6.3. A aprendizagem dos aspetos associados à Matemática**

Neste jogo participaram cinco grupos em que apenas um realizou dois cartões, sendo que os restantes realizaram três e quatro cartões.

O grupo de Sara e da Maria foi o que revelou maiores dificuldades em todos os jogos. O primeiro cartão que lhes distribuí pertencia ao “Loto da Multiplicação”. Levaram algum tempo a concluir este cartão, todavia foram capazes de efetuar todos os cálculos corretamente. Quando lhes distribuí um cartão pertencente ao “Loto da Multiplicação e Divisão” as dificuldades aumentaram, assumindo que colocaram algumas peças “ao calhas”, como evidencia o seguinte episódio.

#### **Episódio 24 – Grupo de Maria e Sara**

Sara: Há uns que não sabemos.

Eu: Há uns que não sabem. Puseram ao calhas, é isso?

Sara: Sim.

(Aula de 4/6/2018, registo vídeo)

Tal como este grupo, ainda outros revelaram algumas dificuldades que foram ultrapassando através do diálogo com os colegas e comigo. No episódio 25 percebe-se o conhecimento que André e José têm sobre divisão, bem como as dificuldades que lhes surgiram.

#### **Episódio 25 – Grupo de André e José**

(O grupo realiza um cartão de “O Loto da Divisão”)

André: Fui ver na tabuada do três qual é que dá seis (Relativamente à divisão de 6:3).

Eu: Sim, então era o dois, não é? Porque  $3 \times 2$  dá seis. E depois como é que resolveram o resto?

André: Aqui fizemos igual. (Relativamente à divisão de  $12:3$ ). Aqui como só sobrava o 20 pusemos aqui (À frente de  $24:3$ ).

Eu: Então e aqui, vamos ver.  $200:10$  dá dois? Porquê?

José: Porque...

Eu:  $200:10$  é quanto?

André: 200? Ou 20?

Eu: Sim, 200. Não estão aí dois zeros?

André: Ah professora, eu pensava que era 20. (André coloca a peça 20 à frente de  $200:10$  e a peça dois em  $24:3$ ).

(Aula de 4/6/2018, registo vídeo)

Quando André indica que foi verificar qual o número que ao multiplicar por três dá o produto seis, revela que sabe que a multiplicação é a operação inversa da divisão. Todavia, o grupo coloca o número 20 como resultado de  $24:3$ , o que parece indicar não terem recorrido à mesma estratégia, uma vez que  $20 \times 3$  não é 24. Os alunos acabam por assumir que era a peça que sobrava, pelo que poderão nem sequer ter analisado o  $24:3$ . Mais uma vez, quando compreendem que  $200:10$  não tem como quociente o número dois, mas sim 20, colocam o dois na divisão de  $24:3$ , por ser a única peça que faltava, partindo do pressuposto (corretamente) que o restante cartão estava correto (ver figura 5.32).

$24 \times 2 =$ 48	$12 \times 3 =$ 36	$6 \times 5 =$ 30	$20 \times 10 =$ 200
$48 : 2 =$ 24	$36 : 3 =$ 12	$30 : 5 =$ 6	$200 : 10 =$ 20
$48 : 24 =$ 2	$36 : 12 =$ 3	$30 : 6 =$ 5	$200 : 20 =$ 10

Figura 5.32 – Preenchimento do cartão 1, do Loto da

Multiplicação e Divisão, por André e José

Apesar de se terem deparado com algumas dificuldades, alguns grupos foram capazes de terminar um cartão todo corretamente. Por exemplo, o primeiro cartão de Cláudio e Rui foi do “Loto da Multiplicação”, no qual tiveram algumas dúvidas no início, mas que conseguiram ultrapassar como se pode verificar pela figura 5.33 e pelos episódios 26 e 27.

### Episódio 26 – Grupo de Cláudio e Rui

(Sai o produto 25 e surgem dúvidas. Primeiramente indicam que é o produto de 5x3, mas depois reconsideram)

Cláudio: Não, não. É aqui. (Referindo-se à expressão 5x5)

Rui: Não, é aqui. Olha, cinco, 10, 15, 20... Ah, yá.

(Aula de 4/6/2018, registo vídeo)

### Episódio 27 – Grupo de Cláudio e Rui

Eu: Como é que descobriram que este número é aqui? (Referindo-me à peça 1100)

Cláudio: Porque está aqui o 11... 110.

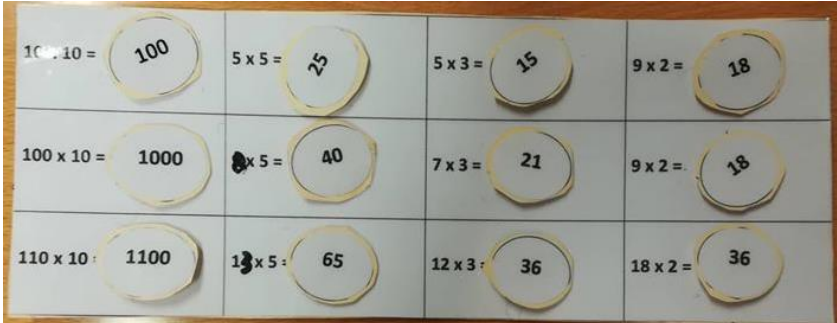
Eu: Está aí 110, sim...

Cláudio: E mais um 0 por causa que na (multiplicação) de vezes temos de acrescentar um 0, tipo, 10, 20, 30, 40, 50... temos de acrescentar um 0.

Eu: Sempre que tens uma multiplicação por 10, 20, 30... tens de acrescentar mais um 0.

Cláudio: Sim.

(Aula de 4/6/2018, registo vídeo)



$10 \times 10 = 100$	$5 \times 5 = 25$	$5 \times 3 = 15$	$9 \times 2 = 18$
$100 \times 10 = 1000$	$8 \times 5 = 40$	$7 \times 3 = 21$	$9 \times 2 = 18$
$110 \times 10 = 1100$	$13 \times 5 = 65$	$12 \times 3 = 36$	$18 \times 2 = 36$

Figura 5.33 – Preenchimento do cartão 3, do Loto da Multiplicação, por Cláudio e Rui

No episódio 26 compreende-se que Rui sabe que se somar o número cinco algumas vezes chegará ao número 25 porque o último algarismo é cinco. Deste modo, quando Rui ultrapassa o número 15 percebe que o Cláudio tem razão, uma vez que mostra já ter reconhecido que  $5 \times 3$  é 15, logo o número 25 não poderia ser o seu produto. Contudo, para chegar a este número foi necessário recorrer à sequência dos múltiplos de cinco (começando em cinco e somando sempre cinco ao número anterior), o que revela que não sabe automaticamente que  $5 \times 5$  é 25.

No episódio 27 Cláudio utiliza a estratégia da multiplicação por 10, 100, 1000... em que basta acrescentar o número de zeros existente no fator da direita. Apesar de a sua explicação ser um pouco confusa, quando indica “20, 30, 40, 50...”, poderá querer referir que far-se-á primeiro a multiplicação dos algarismos da esquerda (até ao zero), de ambos os fatores e, posteriormente, acrescenta-se o número de zeros existentes.

Como se verifica pela figura 5.33, embora estes alunos tenham tido algumas dificuldades foram capazes de ultrapassá-las e concluir o cartão com as peças todas colocadas corretamente.

## **5.2. A percepção dos alunos sobre os jogos**

### **5.2.1. Jogo do Dominó das frações 1 e 2**

Ao questionário referente ao jogo do Dominó das frações 1 responderam apenas cinco alunos e ao questionário referente ao jogo do Dominó das frações 2 responderam 10 alunos.

#### **5.2.1.1. O que os alunos consideram ter aprendido com os jogos de Dominó das frações**

As respostas dadas à questão 3 do questionário, focada no que aprenderam no jogo do Dominó das Frações 1, encontram-se registadas no Quadro 5.1.

Quadro 5.1: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Dominó das Frações 1

<b>3. O que aprendeste com este jogo?</b>
“Aprendi que não é preciso ganhar.” – Cláudio
“Aprendi que não podia ter imagem com imagem.” – Rui

“Que as frações são difíceis como eu pensava.” – Sara
“Eu aprendi com este jogo, jogar Dominó com frações.” – André
“Não aprendi nada.” – José

Embora tenham respondido poucos alunos ao questionário referente ao jogo do Dominó das frações 1, as respostas a esta questão são diversas, podendo ser enquadradas nas seguintes categorias: ‘novo entendimento do que é ter sucesso num jogo’, ‘maior conhecimento das regras do jogo’, ‘reconhecimento de dificuldades na Matemática’ e ‘não reconhecimento de qualquer aprendizagem’.

A resposta de Cláudio parece revelar que, com este jogo, passou a valorizar o ato de concretização do jogo e não simplesmente de ganhar o jogo. As respostas de Rui e André centram-se na aprendizagem das regras associadas ao Dominó específico das frações. Efetivamente, nas suas respostas parece estar subjacente a ideia de que o Dominó das frações tem regras específicas (patente na resposta de André) e que uma das regras é associar representações icónicas a representações simbólicas dos números representados sob a forma de fração (patente na resposta de Rui). A resposta de Sara relaciona-se com a aprendizagem da Matemática, em particular com as dificuldades com que se deparou em ‘lidar’ com as frações. Finalmente, o não reconhecimento de qualquer aprendizagem é ilustrada pela resposta de José.

As respostas relativas à mesma questão do questionário relativas ao jogo do Dominó das frações 2, encontram-se registadas no Quadro 5.2.

Quadro 5.2: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Dominó das Frações 2

<b>3. O que aprendeste com este jogo?</b>
“Aprendi que não devemos estar com pressa.” – Cláudio
“Eu aprendi frações.” – Filipa
“Eu aprendi a jogar Dominó.” – André
“Nada.” – José
“Nada.” – Rui
“Nada.” – Sara
“Muita coisa, tipo não meter fração com fração.” – Artur

“A jogar o jogo do Dominó.” - Carla
“Frações.” – Maria
“Eu aprendi as frações.” – Ivo

As respostas a esta questão são diversas, podendo ser enquadradas nas seguintes categorias: ‘novo entendimento do que é ter sucesso num jogo’, ‘maior conhecimento das regras do jogo’, ‘maior conhecimento da Matemática’ e ‘não reconhecimento de qualquer aprendizagem’.

A resposta de Cláudio está relacionada com o sucesso, pois ao ter sido precipitado não reparou em possíveis peças que poderia ter jogado. Por sua vez, concedeu vantagem a Rui, que fora o vencedor. Comparando a resposta de Cláudio com a resposta referida no questionário anterior, parece que este aluno passou a valorizar mais a ideia de ganhar o jogo. As respostas de André, Artur e Carla centram-se na aprendizagem das regras associadas ao Dominó específico das frações. Tal como no questionário anterior, nas suas respostas parece estar subjacente a ideia de que o Dominó das frações tem regras específicas (presente novamente na resposta de André e ainda na resposta de Carla) e que uma das regras é associar representações icónicas a representações simbólicas dos números representados sob a forma de fração (presente na resposta de Artur). As respostas de Filipa, Maria e Ivo relacionam-se com a aprendizagem da Matemática, mais concretamente com as frações. O não reconhecimento de qualquer aprendizagem é ainda manifestado por José e também por Sara e Rui. Embora Rui tenha vencido o jogo, este parece não ter perceção das aprendizagens que adquiriu para prosseguir e concluir o jogo.

Analisando globalmente as respostas referentes à questão 3 dos questionários alusivas aos jogos de Dominó das frações 1 e 2 (ver Quadro 5.3), realça-se que a percentagem de respostas relativas a um maior conhecimento da Matemática envolvida no jogo aumentou e deixam de existir respostas que explicitam dificuldades no jogo de Dominó das frações 2. Contudo, simultaneamente, aumenta a percentagem de alunos que não reconhece qualquer aprendizagem. Este resultado pode estar associado ao facto de estes não considerarem que aprenderam nada “de novo”. Salienta-se, ainda, que um maior conhecimento das regras do jogo corresponde a uma percentagem significativa de respostas nos dois questionários (embora menor no segundo jogo), o

que parece revelar que os alunos, ao longo destes dois jogos, foram aprendendo as suas regras.

Quadro 5.3: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 3 do questionário referentes aos jogos das frações 1 e 2

<b>O que os alunos consideram ter aprendido com o jogo</b>		
<b>Categorias</b>	<b>‘Dominó das Frações 1’</b>	<b>‘Dominó das Frações 2’</b>
	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>
‘novo entendimento do que é ter sucesso num jogo’	20%	10%
‘maior conhecimento das regras do jogo’	40%	30%
“reconhecimento de dificuldades na Matemática’	20%	0%
‘maior conhecimento da Matemática’	0%	30%
‘não reconhecimento de qualquer aprendizagem’	20%	30%

#### **5.2.1.2. O que os alunos mais gostaram nos jogos de Dominó das frações**

As respostas dadas à questão 4 do questionário, focada no que os alunos mais gostaram no jogo do Dominó das frações 1, encontram-se registadas no Quadro 5.4.

Quadro 5.4: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Dominó das Frações 1

<b>4. O que mais gostaste neste jogo?</b>
“Ter participado.” – Cláudio
“Ter ganho.” – Rui
“Nada.” – Sara
“Eu gostei de jogar este jogo.” – André
“Gostei mais de pôr as peças.” - José

Pela análise destas respostas, identificam-se três categorias associadas ao que os alunos mais gostaram: ‘jogar’, ‘ganhar’ e ‘nada’. As respostas de Cláudio, André e José revelam que estes alunos valorizam, sobretudo, o ato de jogar. Rui salienta o facto de ter ganho o jogo e Sara afirma que não gostou de nada.

As respostas dadas à mesma questão do questionário, mas referente ao jogo do Dominó das frações 2, encontram-se registadas no Quadro 5.5.

Quadro 5.5: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Dominó das Frações 2

<b>4. O que mais gostaste neste jogo?</b>
“Participar.” – Cláudio
“Este jogo foi muito fácil.” – Filipa
“Eu gostei de jogar.” – André
“Ganhar.” – José
“Não gostei de realizar o jogo.” – Rui
“Nada.” – Sara
“Nada.” – Artur
“Eu gostei do Dominó e eu gostei muito.” - Carla
“De fazer.” – Maria
“Eu gostei de jogar.” – Ivo

Pela análise destas respostas, identificam-se quatro categorias associadas ao que os alunos mais gostaram: ‘jogar’, ‘ganhar’, ‘ser fácil’ e ‘nada’. As respostas de Cláudio, André, Carla, Maria e Ivo revelam que estes alunos valorizam, sobretudo, o ato de jogar. José salienta o facto de ter ganho o jogo e Filipa destaca a facilidade do mesmo. Por fim, Rui, Sara e Artur afirmam que não gostaram de nada.

O quadro 5.6 permite comparar os aspetos que os alunos mais gostaram nos jogos das frações 1 e 2. Ganhar o jogo, no sentido de ser o primeiro a terminá-lo, parece perder importância para os alunos, existindo cerca de metade dos alunos que realçam ter gostado de jogar. Em ambos os jogos há uma percentagem considerável de alunos (20% no primeiro e 30% no segundo) que afirma não ter gostado de nada. Se cruzarmos as respostas dos alunos que se inserem nesta categoria com as respostas à questão ‘o que aprenderam?’ podemos observar que correspondem a alunos que se depararam com dificuldades e/ou que afirmam não ter aprendido nada.

Quadro 5.6: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 4 do questionário referentes aos jogos das Frações 1 e 2

<b>O que os alunos mais gostaram nos jogos</b>		
<b>Categorias</b>	<b>‘Dominó das Frações 1’</b>	<b>‘Dominó das Frações 2’</b>
	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>
‘de jogar’	60%	50%
‘de ganhar’	20%	10%
‘de nada’	20%	30%
‘de ser fácil’	0%	10%

### **5.2.1.3. O que os alunos menos gostaram nos jogos de Dominó das frações**

As respostas dadas à questão 5 do questionário, sobre o que menos gostaram no jogo do Dominó das frações 1, encontram-se registadas no Quadro 5.7.

Quadro 5.7: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Dominó das Frações 1

<b>5. O que menos gostaste neste jogo?</b>
“O que eu não gostei foi quem tem mais perde.” – Cláudio
“De não saber jogar.” – Rui
“Tudo.” – Sara
“Eu não gostei de ganhar.” – André
“O que menos gostei foi de me ter enganado.” – José

Da análise das respostas emergem as seguintes categorias associadas ao que os alunos menos gostaram neste jogo: ‘não compreender/aceitar as regras do jogo’, ‘não ter concretizado o jogo corretamente’, ‘ganhar’ e ‘tudo’.

A repostas de Cláudio e de Rui estão ambas relacionadas com a compreensão das regras do jogo. A resposta de Cláudio evidencia que não aceita completamente as regras do jogo, o que, tratando-se do jogo do Dominó cujo objetivo é continuar a sequência de peças já disposta na mesa de modo a que cada jogador fique sucessivamente com menos peças, leva-nos a intuir que este aluno não compreendeu completamente as regras do jogo. Já Rui assume que não sabia jogar este jogo. Pode-se colocar a hipótese

que “não saber jogar” se relaciona com falta de conhecimentos matemáticos para concretizar o jogo. Contudo, se cruzarmos esta sua resposta com as que deu nas questões anteriores, parece tratar-se de uma falta de conhecimento sobre as regras do jogo, pois este aluno afirma não ter compreendido desde logo que teria de associar peças com os mesmos tipos de representação, mas acaba por ‘ganhar’ o jogo (como se percebe pela resposta que dá à questão 4). A resposta de José revela que este aluno terá tido dificuldades a jogar este jogo e, cruzando com as respostas anteriores, estas dificuldades tanto podem estar relacionadas com a compreensão das regras do jogo, como com aspetos associados à Matemática.

Há ainda um aluno (André) que afirma não ter gostado de vencer, o que poderá revelar companheirismo para com o adversário e, por fim, uma aluna (Sara) que claramente indicou que não gostou de tudo e que é a mesma aluna que evidenciou não ter gostado do jogo na resposta à questão 4 do questionário.

As respostas dadas à questão 5 do questionário relativas ao jogo do Dominó das frações 2 encontram-se registadas no Quadro 5.8:

Quadro 5.8: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Dominó das Frações 2

<b>5. O que menos gostaste neste jogo?</b>
Sem resposta – Cláudio
“O Artur gritava comigo.” – Filipa
“Não gostei de empatar com o José.” – André
“De empatar.” – José
“Tudo.” – Rui
“Tudo.” – Sara
“Tudo.” – Artur
Sem resposta - Carla
“Gostei de tudo.” – Maria
“Nada.” – Ivo

Da análise das respostas surgem cinco categorias associadas ao que os alunos menos gostaram neste jogo: ‘comportamento/atitude inadequado(a) do colega’, ‘empatar’, ‘tudo’, ‘nada’ e ‘sem resposta’.

Filipa evidenciou a atitude desadequada que o seu par teve para consigo. No grupo de André e José, ambos os alunos afirmam não terem gostado de empatar, o que revela a importância do sucesso. Os alunos que indicaram na questão 4 não terem gostado do jogo, voltam a enfatizar essa opinião na questão 5. Por fim, dois alunos não responderam.

Analisando globalmente os dados relativos ao que os alunos menos gostaram ao realizarem os jogos de Dominó das frações 1 e 2, sobressai uma grande diferença de percentagem de alunos que afirmaram que o que menos gostaram foi a falta da compreensão das regras do jogo, do primeiro jogo (40%) para o segundo jogo (0%). Assim, no final do jogo do Dominó das frações 2, um maior conhecimento das regras deste jogo parece ser um aspeto a salientar. Sobressai, também, alguma diferença de percentagem de alunos que afirmaram que o que menos gostaram foi o facto de não terem concretizado o jogo corretamente, do primeiro jogo (20%) para o segundo jogo (0%), pelo que no final do jogo do Dominó das frações 2, parecem sentir menores dificuldades associadas à Matemática envolvida no jogo do dominó das frações. Constata-se também que “ganhar o jogo”, no sentido de o terminarem rapidamente, é globalmente importante para estes alunos, porém verifica-se que existem alguns alunos que assumem ter deixado de valorizar este aspeto ou que revelam preocupar-se com o que sentirão os seus colegas por serem vencidos.

Quadro 5.9: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 5 do questionário referentes aos jogos das frações 1 e 2

<b>O que os alunos menos gostaram nos jogo</b>		
<b>Categorias</b>	<b>‘Dominó das Frações 1’</b>	<b>‘Dominó das Frações 2’</b>
	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>
‘não compreender/aceitar as regras do jogo’	40%	0%
‘não ter concretizado o jogo corretamente’	20%	0%

'ganhar'	20%	0%
'tudo'	20%	40%
'comportamento/atitude inadequado(a) do colega'	0%	10%
'empatar'	0%	20%
'nada'	0%	10%
'sem resposta'	0%	20%

### 5.2.2. Jogo do Loto das operações 1, 2, 3 e 4

Ao questionário referente ao Loto 1 responderam apenas quatro alunos, ao do Loto 2 responderam dez, ao do Loto 3 responderam nove e ao do Loto 4 responderam dez alunos.

#### 5.2.2.1. O que os alunos consideram ter aprendido com os jogos do Loto das operações

As respostas dadas à questão 3 do questionário, focada sobre o que aprenderam com o jogo do Loto 1, encontram-se registadas no Quadro 5.10.

Quadro 5.10: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 1

3. O que aprendeste com este jogo?
"Nada de especial, já sabia contas de vezes." – Cláudio
"Nada." – Rui
"Não sei, o José aprendeu a tabuada." – André
"A fazer contas de cabeça." – José

Foram poucos alunos que responderam a este questionário, estando as respostas a esta questão enquadradas em apenas duas categorias: 'maior conhecimento da Matemática' e 'não reconhecimento de qualquer aprendizagem'.

Cláudio e Rui afirmam não terem realizado nenhuma aprendizagem. Cláudio acrescenta ainda que "já sabia contas de vezes", o que parece significar que para si seria

a única aprendizagem possível a ser realizada. As respostas de André e José relacionam-se com a aprendizagem da Matemática. Embora André não reconheça nenhuma aprendizagem realizada por si, este aluno reconhece a aquisição de conhecimento do seu colega José, afirmando que “aprendeu a tabuada”. Quanto a José, este focou-se em particular na realização de cálculo mental, sendo esta a primeira vez que José reconhece uma aprendizagem adquirida.

As respostas dadas à questão 3 do questionário, focada sobre o que aprenderam com o jogo 2, encontram-se registadas no Quadro 5.11.

Quadro 5.11: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 2

<b>3. O que aprendeste com este jogo?</b>
“A fazer contas de divisão.” – Artur
“Aprendi mais contas de dividir.” – José
“Aprendi contas de dividir.” – Maria
“Eu aprendi a dividir.” – Sara
“Eu aprendi a fazer o jogo.” – Carla
“Eu aprendi as contas de vezes e de dividir.” – Filipa
“Eu aprendi muita coisa.” - Wilson
“Nada.” – Rui
“Eu aprendi contas de dividir e contas de multiplicação.” – Cláudio
“Eu aprendi muita coisa, mais contas de dividir e de vezes.” – Ivo.

Apesar de muitos alunos terem respondido a este questionário, as respostas obtidas a esta questão não são muito diversas, podendo ser enquadradas nas seguintes categorias: ‘maior conhecimento das regras do jogo’, ‘maior conhecimento da Matemática’, ‘não reconhecimento de qualquer aprendizagem’ e ‘aprendizagem não identificada’.

A resposta de Carla centra-se na aprendizagem das regras associadas ao Loto da multiplicação e divisão, estando subjacente na sua resposta que este tem regras específicas. Mais uma vez, Rui não reconhece qualquer aprendizagem efetuada. Pelo contrário, Wilson reconhece ter adquirido diversas aprendizagens, todavia não explícita

quais. Todos os restantes alunos (Artur, José, Maria, Sara, Filipa, Cláudio e Ivo) relacionam as suas respostas com a aprendizagem da Matemática. Em particular todos estes alunos, referem que aprenderam a realizar cálculos de divisão, mas, Filipa, Cláudio e Ivo ainda referem a aprendizagens associadas à multiplicação.

As respostas dadas à questão 3 do questionário associado ao jogo do Loto 3, encontram-se registadas no Quadro 5.12.

Quadro 5.12: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 3

<b>3. O que aprendeste com este jogo?</b>
“A ficar concentrado.” – Rui
“Eu aprendi a estar mais atento às aulas.” – André
“Sim, tudo.” – Sara
“Aprendi as contas de dividir.” – Maria
“Aprendi que devia de estar mais atento durante o jogo.” – Cláudio
“Aprendi a fazer contas de dividir.” – Artur
“Aprendi a respeitar mais o colega.” – José
“Eu aprendi as contas de dividir.” – Filipa
“Temos que estar mais atentos.” – Wilson

As respostas a este questionário diferem nas seguintes categorias: ‘respeito pelo trabalho em equipa’, ‘maior conhecimento da Matemática’, ‘comportamento/atitude inadequado(a) do colega’ e ‘aprendizagem não identificada’.

As respostas de André, Maria, Artur e Filipa relaciona-se com a aprendizagem da Matemática, em particular, os últimos três especificam que aprenderam a realizar divisões. Na resposta de André, está subjacente que se estivesse mais atento às aulas, possivelmente, teria uma melhor facilidade na realização deste jogo. José salienta que este jogo serviu para respeitar mais o colega, embora nunca tenha demonstrado uma atitude incorreta para com os colegas, em qualquer um dos jogos. As respostas de Rui, Cláudio e Wilson estão relacionadas com as suas atitudes durante o jogo, os quais percecionam que deveriam de ‘estar mais atentos’ durante o jogo, este enfoque poderá estar relacionado com o sucesso, sendo que ao estarem mais concentrados poderiam

identificar melhor os seus erros e corrigi-los. Finalmente, Sara afirma ter aprendido tudo, mas não particulariza nenhum aspeto.

As respostas dadas à questão 3 do questionário associadas ao jogo do Loto 4, encontram-se registadas no Quadro 5.13.

Quadro 5.13: Respostas dos alunos à questão 3 referentes ao jogo do Loto 4

<b>3. O que aprendeste com este jogo?</b>
“Mais contas de dividir.” – Maria
“Nada.” – Wilson
“Eu aprendi a jogar este jogo.” – Carla
“Eu não aprendi nada porque nós já fizemos este jogo.” – Cláudio
“Eu não aprendi nada porque nós já fizemos este jogo.” – Rui
“Aprendi a estar mais atento às aulas.” – André
“Aprendi tudo.” – Filipa
“Aprendi mais coisas da tabuada.” – José
“Tudo.” – Sara
“Contas de dividir grandes.” – Artur

Das respostas a esta questão emergem cinco categorias: ‘maior conhecimento das regras do jogo’, ‘maior conhecimento da Matemática’, ‘comportamento/atitude inadequado(a) do colega’, ‘não reconhecimento de qualquer aprendizagem’ e ‘aprendizagem não identificada’.

As respostas de Maria, José e Artur centram-se na aprendizagem da Matemática, quer da divisão (patente na resposta de Maria e Artur), quer na multiplicação (patente na resposta de José). A resposta de Carla foca-se na aprendizagem das regras associadas aos diferentes Lotos. André, tal como no questionário anterior, volta a referir que deveria “estar mais atento às aulas”. Finalmente, o não reconhecimento de qualquer aprendizagem é ilustrada pela resposta de Cláudio e Rui, por estarem a repetir o mesmo jogo. Mas, contrariamente, Filipa e Sara afirmam terem adquirido aprendizagens, sem as particularizarem.

Analisando globalmente as respostas à questão 3 dos questionários referentes aos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4 (ver Quadro 5.14), realça-se que a percentagem de respostas

relativas a um maior conhecimento da Matemática envolvida é superior ou igual às restantes categorias. Destaca-se também que a maior percentagem de respostas obtida nesta categoria está associada ao Loto 2, que corresponde ao Loto que inclui cálculos de divisão. Este aspeto poderá estar associado ao facto de os alunos terem ainda pouca experiência em efetuar cálculos associados a esta operação, reconhecendo que o jogo constituiu um momento no qual aprenderam a fazê-lo. É interessante observar que as maiores percentagens associadas ao não reconhecimento de qualquer aprendizagem estão associadas ao primeiro e ao último jogo (50% e 30%, respetivamente). Uma possível leitura destes resultados pode relacionar-se com o facto de, no primeiro jogo, os alunos já estarem mais habituados a efetuar cálculos de multiplicação e de, no último, já terem tido as experiências dos jogos de Loto anteriores o que leva alguns deles a considerarem que não aprenderam nada “de novo”. Salienta-se, ainda, que as respostas associadas a um maior conhecimento das regras do jogo são residuais o que parece indiciar uma compreensão global do modo como se joga o jogo do Loto.

Quadro 5.14: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 3 do questionário referentes aos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4

<b>O que os alunos consideram ter aprendido com o jogo</b>				
<b>Categorias</b>	<b>Loto 1</b>	<b>Loto 2</b>	<b>Loto 3</b>	<b>Loto 4</b>
	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>
‘maior conhecimento das regras do jogo’	0%	10%	0%	10%
‘maior conhecimento da Matemática’	50%	70%	33,(3)%	30%
‘não reconhecimento de qualquer aprendizagem’	50%	10%	0%	30%
‘aprendizagem não identificada’	0%	10%	11,(1)%	20%
‘respeito pelo trabalho em equipa’	0%	0%	11,(1)%	0%
‘do comportamento/atitude inadequado(a) do colega’	0%	0%	44,(4)%	10%

### 5.2.2.2. O que os alunos mais gostaram nos jogos de Loto das operações

As respostas dadas à questão 4 do questionário, focada no que os alunos mais gostaram no jogo do Loto 1, encontram-se registadas no Quadro 5.15.

Quadro 5.15: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 1

<b>4. O que mais gostaste de realizar neste jogo?</b>
“De ser contas de vezes.” – Cláudio
“Porque é melhor que o Dominó.” – Rui
“De fazer contas.” – André
“De fazer contas de cabeça.” - José

Estas respostas incluem-se em duas categorias: ‘fazer contas’ e ‘jogar’. A resposta de Rui evidencia a sua preferência no tipo de jogo, preferindo “O Loto da Multiplicação” ao “Dominó das Frações”. Os restantes alunos (Cláudio, André e José) apreciaram as contas de um modo geral. Cláudio ainda especifica, indicado que gosta de realizar multiplicações e José apreciou a realização de cálculos.

As respostas dadas à questão 4 do questionário, relativas ao jogo do Loto 2, encontram-se registadas no Quadro 5.16.

Quadro 5.16: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 2

<b>4. O que mais gostaste neste jogo?</b>
“De aprender.” – Artur
“Acertar” – José
“Gostei de trabalhar com o colega” – Maria
“Nada, porque não realizei nada” – Sara
“Eu não gostei muito” – Carla
“Gostei muito do jogo e porque era muito fácil.” – Filipa
“De jogar, porque é legal” - Wilson
“Jogar.” – Rui
“Jogar” – Cláudio

“Eu gostei de tudo, gostei de jogar e ter participado e de ter aprendido e de ter trabalhado em conjunto.” – Ivo.

Pela análise destas respostas, identificam-se seis categorias associadas ao que os alunos mais gostaram: ‘jogar’, ‘ter concretizado o jogo corretamente’, ‘aprender’, ‘jogar com o colega’, ‘ser fácil’ e ‘pouco ou nada’.

As respostas de Cláudio, Rui e Wilson revelam que estes alunos gostaram sobretudo, de jogar. José salienta o aspeto de colocar as peças corretamente e Maria de ter jogado com o colega. Filipa gostou do jogo por este ser fácil e Artur enfatiza o facto de ter aprendido. Por fim, Ivo valoriza o ato de jogar, a aprendizagem adquirida e o facto de jogar com o colega.

As respostas dadas à questão 4 do questionário relativas ao jogo do Loto 3, encontram-se registadas no Quadro 5.17.

Quadro 5.17: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 3

<b>4. O que mais gostaste neste jogo?</b>
“O que mais gostei neste jogo foi ter jogado.” – Rui
“O que mais gostei foi de jogar e participar.” – André
“Tudo.” – Sara
“Das contas.” – Maria
“Aprender e jogar.” – Cláudio
“De jogar. De ter participado.” – Artur
“Aprendi a realizar mais contas.” – José
“Eu gostei deste jogo, de aprender contas de dividir.” – Filipa
“Tudo.” – Wilson

Pela análise destas respostas, identificam-se três categorias associadas ao que os alunos mais gostaram: ‘jogar’, ‘aprender/efetuar cálculos’ e ‘tudo’. As respostas de Maria, José e Filipa enaltem a realização de operações, particularmente, da divisão. Sara e Wilson declaram terem apreciado tudo no jogo. Todos os restantes alunos (Rui, André,

Cláudio e Artur) valorizam o ato de jogar, todavia, Cláudio ainda completa a sua resposta salientando o facto de ter aprendido.

As respostas dadas à questão 4 do questionário, focada no que os alunos mais gostaram no jogo do Loto 4, encontram-se registadas no Quadro 5.18.

Quadro 5.18: Respostas dos alunos à questão 4 referentes ao jogo do Loto 4

<b>4. O que mais gostaste neste jogo?</b>
"Gostei de resolver." – Maria
"Gostei de jogar com a minha colega." – Wilson
"Eu gostei muito deste jogo, eu aprendi a fazer este jogo." – Carla
"Jogar." – Cláudio
"Jogar." – Rui
"O que mais gostei foi jogar." – André
"Tudo." – Filipa
"De acertar." – José
"Nada." – Sara
"Tudo." – Artur

Pela análise destas respostas, identificam-se as seguintes categorias associadas ao que os alunos mais gostaram: 'jogar', 'ter concretizado o jogo corretamente', 'trabalhar com o colega', 'resolver', 'tudo' e 'nada'. As respostas de Cláudio, Rui e André revelam que estes alunos valorizam, sobretudo, o ato de jogar. José salienta o facto de colocar as peças corretamente, Carla o facto de ter aprendido, Maria aprecia resolvido as situações propostas e Wilson destaca o facto de ter jogado com o colega. Por fim, enquanto Sara afirma que não gostou de nada, Filipa e Artur afirmam que gostaram de tudo.

O quadro 5.19 permite comparar os aspetos que os alunos mais gostaram nos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4. Globalmente os alunos revelam ter gostado de jogar os vários Lotos, parecendo esse gosto ir aumentando à medida que vão realizando os jogos deste tipo. Salienta-se uma elevada percentagem de respostas (75%) associada à categoria 'resolver/efetuar contas' relativa ao Loto 1, o que parece indiciar que os alunos se sentiram confortáveis a realizar cálculos associados à operação multiplicação. Salienta-

se, ainda, que a percentagem de respostas associada à categoria ‘aprender’ é mais elevada no Loto 3, que é o jogo onde surgem cálculos envolvendo apenas a operação divisão. Tal poderá significar que alguns alunos consideram que, neste jogo, aprenderam algo “de novo”.

Quadro 5.19: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 4 do questionário referentes aos jogos do Loto 1, 2, 3 e 4

<b>O que os alunos mais gostaram nos jogos</b>				
<b>Categorias</b>	<b>Loto 1</b>	<b>Loto 2</b>	<b>Loto 3</b>	<b>Loto 4</b>
	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>
‘de jogar’	25%	30%	33,(3)%	40%
“de ter concretizado o jogo corretamente’	0%	10%	0%	10%
‘pouco ou nada’	0%	20%	0%	10%
‘de ser fácil’	0%	10%	0%	0%
‘resolver/efetuar contas’	75%	0%	22,(2)%	10%
‘de aprender’	0%	10%	22,(2)%	0%
‘de trabalhar com o colega’	0%	10%	0%	10%
‘de tudo ou de 2 ou mais aspetos que se associam a categorias anteriores”	0%	10%	33,(2)%	20%

### **5.2.2.3. O que os alunos menos gostaram nos jogos de Loto das operações**

As respostas dadas à questão 5 do questionário relativas ao jogo Loto 1 encontram-se registadas no Quadro 5.20.

Quadro 5.20: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 1

<b>5. O que menos gostaste neste jogo?</b>
“Quando ganhamos não recebemos doces.” – Cláudio
“Tudo bom.” – Rui
“De fazer mal.” – André
“De errar.” – José

Da análise das respostas emergem as seguintes categorias associadas ao que os alunos menos gostaram neste jogo: ‘não receber uma recompensa’, ‘não ter concretizado o jogo corretamente’ e ‘nada’.

A repostas de André e de José parecem estar ambas relacionadas alguma insegurança em jogar este jogo que, cruzando com as respostas dadas por estes alunos na questão sobre o que aprenderam, podem estar relacionadas com a falta de memorização das tabuadas já aprendidas e de como poderão a partir delas efetuar novos produtos. A resposta de Cláudio está relacionada com um fator externo ao jogo, referindo-se à recompensa que foi dada por ter concluído os cartões corretamente. Por fim, Rui afirma ter gostado de tudo, não tendo por isso nada a apontar de negativo.

As respostas dadas à mesma questão do questionário referentes ao jogo do Loto 2 encontram-se registadas no Quadro 5.21.

Quadro 5.21: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 2

<b>5. O que menos gostaste neste jogo?</b>
“De errar as contas.” – Artur
“De ter errado.” – José
“Gostei de tudo menos de errar.” – Maria
“Tudo, porque não gostei de nada.” – Sara
“Tudo, porque não gostei.” – Carla
“Gostei de tudo.” – Filipa
“De nada.” - Wilson
“Nada.” – Rui
“Nada.” – Cláudio
“Eu não gostei de nada, gostei de tudo.” – Ivo.

Da análise das respostas emergem as seguintes categorias associadas ao que os alunos menos gostaram neste jogo: ‘não ter concretizado o jogo corretamente’, ‘tudo’ e ‘nada’.

Artur, José e Maria assumem ter colocado peças erradas, o que se pode relacionar com dificuldades em efetuar os cálculos propostos neste jogo. Sara e Carla indicam que

não gostaram de nada no jogo e Wilson, Rui e Cláudio afirmam o inverso, gostaram de tudo.

As respostas dadas a esta questão do questionário relativas ao jogo do Loto 3 encontram-se registadas no Quadro 5.22.

Quadro 5.22: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 3

<b>5. O que menos gostaste neste jogo?</b>
“De não ter ganho mais rebuçados.” – Rui
“Não gostei de jogar mais um jogo.” – André
“As divisões.” – Sara
“Gosto destes.” – Maria
“De errar.” – Cláudio
“De errar.” – Artur
“O que menos gostei foi de perder.” – José
“Ter errado.” – Filipa
“Ter errado.” – Wilson

Da análise das respostas emergem as seguintes categorias associadas ao que os alunos menos gostaram neste jogo: ‘não receber uma recompensa’, ‘não ter concretizado o jogo corretamente’, ‘jogar’, ‘perder’ e ‘efetuar divisões’ e ‘tudo’.

As respostas de Cláudio, Artur, José, Filipa e Wilson estão relacionadas com o sucesso, estes alunos não apreciaram ter colocado peças incorretamente e não apreciaram ter perdido (patente na resposta de José). A resposta de Sara é contraditória comparada com a resposta atribuída à questão 4, em que indica ter gostado de tudo, mas nesta resposta afirma não ter gostado de realizar as divisões. André indica que não gostou de ter realizado mais um jogo, situação que poderia relacionar-se com o facto de já dominar as divisões ou de dominar as regras do jogo. No entanto, cruzando a sua resposta com os dados apresentados na subsecção 5.3.3, em particular com a figura 5.32 parece não ser esta a situação. A resposta de Rui é alusiva a um fator externo ao jogo, referindo-se ao não ter tido a recompensa por ter concluído os cartões corretamente e, por fim, uma aluna (Maria) declara que apreciou este jogo, não tendo nada de negativo a declarar.

As respostas dadas a esta questão do questionário relativas ao jogo Loto 4, encontram-se registadas no Quadro 5.23.

Quadro 5.23: Respostas dos alunos à questão 5 referentes ao jogo do Loto 4

<b>5. O que menos gostaste neste jogo?</b>
“Gostei de fazer.” – Maria
“A minha colega não deixou jogar.” – Wilson
“O meu colega não me ajudou.” – Carla
“De não receber rebuçados” – Cláudio
“De não receber rebuçados” – Rui
“Não gostei de não levar mais rebuçados.” – André
“Nada, gostei de tudo.” – Filipa
“O que não gostei foi de pôr a peça mal.” – José
“De errar.” – Sara
“De errar.” – Artur

Da análise das respostas surgem quatro categorias associadas ao que os alunos menos gostaram neste jogo: ‘não receber uma recompensa’, ‘não ter concretizado o jogo corretamente’, ‘comportamento/atitude inadequado(a) do colega’ e ‘nada’.

As respostas de Cláudio, Rui e André são alusivas a um fator externo ao jogo, referindo-se à falta de recompensa por terem concluído os cartões corretamente. José, Sara e Artur evidenciam o facto de terem colocado peças incorretamente e tanto Carla como Wilson (colegas de equipa) afirmam não terem apreciado determinadas atitudes do colega. A resposta de Wilson é contraditória comparando com a resposta atribuída na questão 4 do questionário relativa ao mesmo jogo, em que o aluno indica ter gostado de trabalhar com a colega. Finalmente, Maria e Filipa declaram terem gostado do jogo.

Analisando globalmente as respostas dos alunos relativas ao que os alunos menos gostaram ao realizarem os jogos do Loto 1, 2, 3 e 4, sobressaem as elevadas percentagens associadas ao reconhecimento de não terem concretizado o jogo corretamente, no sentido de terem associado peças às expressões numéricas com um valor que não correspondia ao seu resultado. Associado a estes “erros” evidencia-se

também o desagrado de alguns dos alunos por não receberem a recompensa que seria dada a quem preenchesse corretamente os cartões do jogo.

Quadro 5.24: Quadro comparativo das respostas dos alunos à questão 5 do questionário referentes aos jogos de Loto 1, 2, 3 e 4

<b>O que os alunos menos gostaram nos jogos</b>				
<b>Categorias</b>	<b>Loto 1</b>	<b>Loto 2</b>	<b>Loto 3</b>	<b>Loto 4</b>
	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>	<b>% de alunos</b>
'não ter concretizado o jogo corretamente'	50%	30%	44,(4)%	30%
'perder'	0%	0%	11,(1)%	0%
'tudo'	0%	20%	0%	0%
'comportamento/atitude inadequado(a) do colega'	0%	0%	0%	20%
'nada'	25%	50%	11,(1)%	20%
'não receber uma recompensa'	25%	0%	11,(1)%	30%
'jogar mais'	0%	0%	11,(1)%	0%

## Capítulo VI – Conclusão

Neste último capítulo apresento uma síntese do estudo, as conclusões do mesmo e uma reflexão sobre o projeto. A primeira secção, que é referente à síntese do estudo, apresenta o objetivo e as questões que orientaram esta investigação, a metodologia adotada, o contexto e os participantes que fizeram parte da mesma. Na segunda secção, respeitante às conclusões, tento responder às duas questões que orientaram este estudo, baseando-me na análise de dados e na literatura revista. A última secção diz respeito a uma reflexão pessoal sobre as aprendizagens realizadas e as dificuldades sentidas ao longo do desenvolvimento do projeto de investigação.

### 6.1. Síntese do estudo

A presente investigação foi desenvolvida no âmbito da Unidade Curricular (UC) Estágio IV, realizada numa turma composta por alunos de dois anos de escolaridade (2.º e 3.º anos), sendo que o estudo envolve, enquanto participantes, os alunos de 3.º ano desta turma. O projeto intitula-se por ‘A aprendizagem dos números e das operações através do jogo: um estudo no 3.º ano de escolaridade’ e tem por base a realização de seis jogos que permitem abordar aspetos associados ao tema Números e operações, mais concretamente, às operações de multiplicação e divisão e à representação dos números racionais sob a forma de fração.

A escolha deste tema resultou do facto de ter observado que a maioria das crianças revelava dificuldades na aprendizagem da Matemática e do desinteresse originado pelas tarefas rotineiras sobre conteúdos que já eram do seu domínio. Perante estas situações, procurei adaptar e/ou construir jogos de Matemática que permitissem trabalhar a Matemática de uma forma mais interessante e motivadora para os alunos. Simultaneamente, do ponto de vista da investigação, estava interessada em compreender de que forma os jogos favorecem a aprendizagem da Matemática. Tendo em consideração este objetivo foram formuladas as seguintes questões, as quais tentarei dar resposta na próxima secção:

- De que modo os alunos experienciam a exploração de jogos?
- De que modo os alunos aprendem Matemática através da exploração de jogos?

A metodologia adotada segue uma abordagem qualitativa e constitui uma investigação sobre a prática. Os dados recolhidos resultaram das notas de campo, de registos fotográficos que captam a progressão dos jogos e das transcrições de excertos de diálogo videogravados durante a sua exploração realizada pelo grupo de alunos do 3.º ano de escolaridade. Incluem, ainda, as respostas destes alunos aos questionários aplicados no final de cada jogo.

## **6.2. Conclusões do estudo**

Como referido em 6.1., na presente secção apresento as conclusões do estudo, organizadas segundo as questões de investigação inicialmente formuladas.

### **6.2.1. De que modo os alunos experienciam a exploração dos jogos?**

Para responder a esta questão irei abordar a experiência em cada jogo, uma vez que cada um deles contou com diferentes particularidades, gerando várias emoções/ações/atitudes. De seguida, abordarei as conclusões dos questionários no que respeita à experiência da exploração dos jogos.

No que diz respeito ao ‘Dominó das Frações 1’, houve alguma tensão gerada pela incompreensão das regras do jogo (conforme o episódio 1). Conforme Moreira e Oliveira (2004), esta é uma das emoções que o jogo pode causar. Verificou-se também que, perante o erro, alguns alunos deixavam de jogar em vez de tentarem superar as suas dificuldades ou pedir auxílio e que existiu alguma dificuldade em avançar na realização do jogo, sobretudo, por incompreensão das regras (particularmente a regra 7).

O ‘Dominó das Frações 2’ realizou-se de uma forma mais fluente. Foi possível observar uma maior cooperação entre os alunos de cada grupo, existindo alunos que tentavam explicar aos seus colegas de jogo algo que estes não compreendiam (conformem por exemplo, episódios 3 e 8). Este jogo foi já iniciado com a alteração da regra 7, o que parece ter contribuído para uma melhor compreensão dos procedimentos do jogo e para que um maior número de grupos conseguissem terminar o jogo, embora nem sempre de forma matematicamente correta (como se verifica nas figuras 5.6 e 5.7).

Relativamente ao jogo do Loto 1 – ‘Loto da Multiplicação’, verifica-se que uma grande parte dos alunos não compreendeu de imediato as suas regras, o que parece estar na

origem das dificuldades reveladas em prosseguir-lo (como se constata, por exemplo, no episódio 9).

No que concerne ao jogo do Loto 2 – ‘Loto da Multiplicação e da Divisão’, as dificuldades associadas à compreensão das regras por parte de alguns alunos são mais pontuais. Verifica-se, contudo, que alguns alunos colocam peças aleatoriamente na esperança de acertarem alguma operação.

Respeitante ao jogo do Loto 3 – ‘Loto da Divisão’, globalmente, os alunos parecem revelar uma boa compreensão das regras e evidenciaram-se mais situações de cooperação entre alguns alunos (por exemplo, episódio 20), em que dividiam tarefas, de modo a (possivelmente) ganharem aos outros grupos. Porém, deste modo, os procedimentos do jogo não estavam a ser totalmente cumpridos, pois não estavam a respeitar a segunda regra, que indica que se deve jogar à vez. O facto de ter cronometrado o jogo poderá ter causado alguma tensão, tendo levado a que os alunos alterassem procedimento do preenchimento dos cartões, para terminar dentro do tempo previsto.

No último jogo, jogo do Loto 4 – ‘Compilação dos Lotos’ –, na generalidade, os alunos revelam uma boa compreensão das regras e alguns grupos foram capazes de resolver o cartão do primeiro loto. Efetivamente, quando um aluno está ativamente envolvido no seu processo de aprendizagem, existe um maior entusiasmo relativo à atividade, o que o torna capaz de desenvolver novas estratégias de compreensão e superação de dificuldades (Guimarães & Boruchovitch, 2004). Mais uma vez, ocorreram situações reveladoras de cooperação entre colegas de jogo, como se pode observar no episódio 26. O jogo parece, assim, ter a vantagem de promover as relações sociais com benignidade (Elkonin, 1954, citado por Moreira & Oliveira, 2004).

No que diz respeito às conclusões sobre os questionários, nos jogos ‘Dominó das Frações 1’ e ‘Dominó das Frações 2’ surgem indícios de mudança no entendimento do que é ter sucesso num jogo. Mais concretamente os alunos apercebem-se que quem ganha o jogo não é só quem é o primeiro a terminá-lo, mas também quem o realiza corretamente. Esta nova ideia de sucesso no jogo é explícita e evidente nas respostas à questão 3 dos questionários – “o que aprendeste?”. Deixa de ser referida nas respostas aos questionários dos restantes jogos (lotos), parecendo ser substituída pela preocupação em concretizar corretamente o jogo quando lhes é perguntado “o que

gostaste mais?” (ou, em não concretizar corretamente o jogo quando lhes é perguntado “o que gostaste menos?”).

A falta de compreensão das regras do jogo parece ser um elemento importante para uma percepção menos positiva dos alunos acerca do jogo. Este aspeto realça-se, sobretudo, no ‘Dominó das Frações 1’ em que há uma elevada percentagem de alunos (40%) que afirma que o que menos gostou foi não ter compreendido as regras do jogo.

Também as dificuldades na Matemática envolvida nos jogos parece ser um elemento importante para uma avaliação menos positiva do jogo. Este aspeto evidencia-se, sobretudo, também no ‘Dominó das Frações 1’ em que há uma percentagem considerável de alunos que salienta que o que menos gostou foi não ter concretizado o jogo corretamente, a par de uma percentagem também significativa que reconhece ter-se deparado com dificuldades quando questionados sobre o que aprenderam. Repare-se que este jogo é o único em relação ao qual os alunos fazem este tipo de explicitação.

Contudo, não parece ser o facto de os alunos indicarem que o que menos gostaram ao realizar um determinado jogo foi de não o ter concretizado corretamente que os conduz a ter uma perspetiva negativa sobre a sua realização. Efetivamente, e no que respeita a todos os jogos do loto, observa-se uma elevada percentagem de alunos que afirma que o que menos gostou foi de não ter concretizado o jogo corretamente e, no entanto, foram jogos em que globalmente foi possível observar interesse e vontade dos alunos em realizá-los. Uma explicação para esta elevada preocupação com a ‘correta’ concretização do jogo pode estar associada à possibilidade de receberem uma recompensa no caso de preencherem corretamente todos os cartões.

Quando questionados sobre o que aprenderam, observa-se uma elevada percentagem de respostas associadas a um maior conhecimento das regras no jogo de dominó das frações (nomeadamente no ‘Dominó das Frações 1’) comparativamente com os jogos do Loto em que as respostas associadas a esta categoria são residuais. Tal parece indicar uma falta de conhecimento acerca do modo como se joga o Dominó e uma compreensão global do modo como se joga o Loto.

As maiores percentagens associadas ao não reconhecimento de qualquer aprendizagem parecem estar associadas a jogos em que os alunos revelaram menos dificuldades – ‘Dominó das Frações 2’ e jogo do Loto 4 – ‘Compilação dos Lotos’. Uma possível leitura destes resultados pode relacionar-se com uma maior segurança dos

alunos relativamente à Matemática envolvida e/ou às próprias regras do jogo que os leva a considerar que não aprenderam nada “de novo”.

Nos jogos do Loto é interessante observar que quando os alunos se referem ao que mais gostaram nos jogos, em algumas situações referem que foi ‘resolver/efetuar contas’ e noutras foi ‘aprender’. Esta última expressão é utilizada em maior percentagem no jogo do Loto 3 – ‘Loto da Divisão’, que é o jogo onde surgem apenas cálculos envolvendo a operação divisão. O facto de a turma ainda se encontrar numa fase inicial de aprendizagem desta operação e de este Loto ser mais desafiante que o anterior poderá ser a justificação para alguns alunos considerarem que aprenderam algo “de novo”. Efetivamente, para um jogo ter potencial é essencial que este desencadeie aprendizagens com compreensão (Sá, 1995).

Sumariando, para dar resposta à questão de estudo – ‘De que modo os alunos experienciam a exploração de jogos?’ – concluo que de um modo global:

- As regras do jogo demoram algum tempo para serem apropriadas e corretamente usadas pelos alunos;
- A falta de compreensão das regras do jogo tende a inibir a progressão do jogo e a contribuir para uma perceção pouco positiva dos alunos sobre o mesmo;
- Quando há uma total compreensão das regras, o jogo tende a progredir (mesmo que não esteja matematicamente correto) e os alunos mostram-se envolvidos no ato de jogar;
- Perante o erro ou dificuldade há alunos que tendem a não pedir auxílio e/ou a jogar de modo não intencional (aleatoriamente);
- Evidenciaram-se situações de cooperação entre os elementos dos grupos que jogam entre si – perante a dificuldade do adversário, há alunos que optam por ajudar o seu colega de jogo mesmo sabendo que este pode ganhar;
- Perante tempos limites de jogo estipulados à partida ou da possibilidade de os ganhadores receberem prémios tendem a ocorrer situações de falta de cumprimento das regras do jogo;
- A perceção dos alunos sobre os jogos surge associada às dificuldades com que se depararam durante a sua realização. Globalmente, os alunos:

- apresentam uma perceção positiva sobre o jogo quando compreendem as regras do mesmo e/ou quando são capazes de o concretizar e/ou quando não se deparam com muitas dificuldades associadas à Matemática;
- reconhecem mais explicitamente aprendizagens associadas à Matemática quando o tópico matemático envolvido é relativamente novo para eles.

### **6.2.2. De que modo os alunos aprendem Matemática através da exploração dos jogos?**

Organizo a resposta a esta questão tendo em conta a análise da exploração dos dois tipos de jogos propostos no âmbito deste projeto e as respostas dos alunos aos questionários.

No que diz respeito ao ‘Dominó das Frações 1’ observou-se que grande parte dos alunos justapunham as peças corretamente apenas pontualmente. Para além das dificuldades associadas à compreensão das regras do jogo já referidas no ponto anterior, também evidenciaram dificuldades em associar a representação simbólica de uma fração a uma sua representação icónica (como se pode observar pelas figuras 5.1., 5.2. e 5.5.)

Já relativamente ao ‘Dominó das Frações 2’, globalmente, os alunos conseguiram associar as duas representações (icónica e simbólica) (tal como se pode verificar nas figuras 5.10. e 5.11). Este aspeto parece indiciar a compreensão da relação parte-todo como se ilustra nos episódios 5, 6 e 7. Porém, evidenciam-se dificuldades na ‘leitura das frações’ (patentes nos episódios 6 e 8) que se consideram ser naturais numa fase inicial de aprendizagem das frações .

Aparentemente, embora não fosse o foco deste projeto, parece ter havido uma evolução, do primeiro jogo de Dominó para o segundo, no que se refere à associação correta da representação simbólica de uma fração a uma sua representação icónica. Efetivamente, os episódios 5 e 6 evidenciam que os alunos associam ao numerador o todo e ao denominador as partes. Compreender as diferentes representações de um

número racional e relacioná-las entre si é um aspeto fundamental na aprendizagem dos números racionais (Brocardo, 2010).

No que respeita ao jogo do Loto 1 – ‘Loto da Multiplicação’ todos os grupos foram capazes de determinar os dez primeiros produtos das tabuadas do dois, três, quatro e cinco (exceto o  $9 \times 5$ ). Globalmente, mostraram dificuldades em calcular corretamente os restantes produtos, tal como evidenciam as figuras 5.17., 5.20. e 5.21. Há alunos que parecem mobilizar intuitivamente a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, efetuando os restantes cálculos corretamente, apesar de não existirem registos que evidenciem inequivocamente o recurso a esta propriedade. Há também alunos que recorrem a adições sucessivas (como se constata no episódio 13) e outros que parecem recorrer ao algoritmo tradicional (efetuando os cálculos mentalmente), tal como ilustra o episódio 12. Perante a saída de uma determinada peça de loto, alguns alunos tendem a eliminar hipóteses das expressões que constam nos cartões por corresponderem a produtos cujo número é maior ou menor do que o da peça, tal como ilustram os episódios 11 e 13. Nestes casos, os alunos parecem compreender o efeito de multiplicar um número por outro. Tal como afirma o NCTM (2008), a compreensão do efeito das operações é um aspeto fundamental na aprendizagem das mesmas.

No jogo do Loto 2 – ‘Loto da Multiplicação e da Divisão’, para preencherem os respetivos cartões, de um modo geral, os alunos parecem recorrer à relação inversa entre as operações multiplicação e divisão, como se pode constatar nos episódios 15, 16, 17 e 18. Nos primeiros três destes episódios os alunos parecem mobilizar o conhecimento que possuem de produtos para descobrirem o valor dos quocientes. A compreensão da relação inversa entre a operação multiplicação e a operação divisão é salientada por Rocha e Menino (2008) como sendo um aspeto fundamental para apoiar a realização de cálculos de divisão. Contudo, no quarto episódio, é interessante observar que um aluno parece recorrer ao conhecimento da divisão de dois números para determinar um produto.

No que concerne ao jogo do Loto 3 – ‘Loto da Divisão’, alguns alunos parecem recorrer à relação inversa entre as operações multiplicação e divisão para efetuarem os cálculos de divisão, como ilustra o episódio 21. Há também situações de reconhecimento da relação dobro/metade que estava subjacente à sequência de

expressões das linhas dos cartões, tal como ilustra o episódio 22. Contudo, uma grande parte dos alunos revelou dificuldades no preenchimento dos cartões deste loto.

No jogo do Loto 4 – ‘Compilação dos Lotos da Multiplicação e Divisão’, os alunos revelaram menos dificuldades do que nos lotos anteriores, solicitando com menos frequência o meu apoio. O cartão que incluía apenas multiplicações foi preenchido com facilidade pela generalidade dos grupos e o que constituiu maior dificuldade foi o cartão que incluía apenas divisões. No preenchimento do primeiro cartão observa-se o recurso a estratégias semelhantes às descritas no jogo do Loto 1 – “Loto da multiplicação”, às quais acrescem o conhecimento, por parte de alguns alunos, do efeito de multiplicar por 10 (como ilustra o episódio 27).

Sumariando, para dar resposta à questão de estudo – ‘De que modo os alunos aprendem Matemática através da exploração de jogos?’ – concluo que de um modo global:

- A realização dos jogos de Dominó das frações parece ter contribuído para que, globalmente, os alunos associassem corretamente a representação simbólica de uma fração a uma sua representação icónica e para a compreensão da relação parte-todo; os alunos evidenciaram mais dificuldades na realização do primeiro dominó;
- A realização dos jogos de Loto das operações parece ter contribuído para que:
  - Os alunos, globalmente, calculassem produtos recorrendo a estratégias diversificadas: (i) uso intuitivo da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, (ii) adições sucessivas, (iii) algoritmo tradicional (efetuando os cálculos mentalmente);
  - Alguns alunos compreendessem o efeito de multiplicar um número por outro;
  - Alguns alunos compreendessem o efeito de multiplicar por 10;
  - Os alunos, globalmente, efetuassem divisões recorrendo a produtos conhecidos e à relação inversa com a operação multiplicação;
  - Alguns alunos efetuassem cálculos de divisão recorrendo à relação de dobro/metade entre o dividendo ou o divisor e o quociente;

- Os alunos evidenciaram mais dificuldades no cálculo associados à operação divisão quando nos cartões não constavam produtos com os quais pudessem estabelecer relações;
- Globalmente, a situação de jogo parece ter contribuído para o envolvimento dos alunos na realização das tarefas Matemáticas que lhes estavam subjacentes, aspeto que é apontado por Moura e Viamonte (2012) como sendo um dos benefícios do jogo. Parece, também, ter contribuído para a compreensão/desenvolvimento de algumas ideias Matemáticas de modo informal, aspeto que é salientado por Nogueira (2004) como constituindo uma vantagem do jogo no ensino desta área disciplinar.

### **6.3. Reflexão final**

Para finalizar este projeto é relevante realizar um balanço sobre todo o percurso de investigação, no qual me deparei com aspetos positivos e com dificuldades que devem ser referidas, pois “não se concebe alguém que faça investigação sobre a prática e que não seja um profissional reflexivo” (Ponte, 2002, p. 8).

Foram vários os desafios com que me deparei ao longo deste processo de investigação, nomeadamente ao nível do projeto de intervenção pedagógica, da recolha dos dados e da análise dos mesmos. Estes desafios estão todos interrelacionados, surgindo em cadeia: o segundo derivado do primeiro e o terceiro derivado do segundo.

Após escolhido o tema para este projeto de investigação foi necessário iniciar um plano e aqui começaram os desafios. No que se refere ao projeto de intervenção, quando iniciei o estágio percebi que tinha dois anos de escolaridade e que deveria de trabalhar/abordar os conteúdos matemáticos específicos já programados pela professora cooperante para cada ano, mais concretamente, as frações e a multiplicação/divisão com o 3.º ano e a multiplicação e a adição/subtração com o 2.º ano. Consequentemente, surge a necessidade de selecionar jogos adequados a cada ano de escolaridade e, ainda, que os mesmos envolvessem a Matemática. Para trabalhar os conteúdos matemáticos já programados tive algumas dificuldades em encontrar jogos que fossem possíveis de adaptar ou construir, de tal modo que planeei três vezes um conjunto de jogos. Conforme passavam os dias no estágio ia percebendo quais as

grandes dificuldades dos alunos e compreendi que deveria planejar algo desafiador, mas que não causasse constrangimento pelas dificuldades geradas. Neste momento, optei pelo jogo do Dominó adaptado ao trabalho com as frações, que desenvolvi com o 3.º ano e que adaptei para o trabalho com a multiplicação para aplicar ao 2.º ano. Escolhi também adaptar o jogo do Loto para desenvolver estratégias de cálculo mental referente às operações multiplicação e divisão.

Após escolhidos os jogos tive de lidar com uma ‘surpresa’, os alunos não conheciam os jogos Dominó e Loto tradicionais. Foi necessário recorrer a simulações para explicitar as regras dos jogos e, ainda perante este cenário, houve uma forte solicitação do meu apoio por parte dos alunos durante a exploração dos jogos.

Esta surpresa trouxe-me também outras duas adversidades: apoiar todos os grupos e gerir o tempo destinado à realização dos jogos. O facto de os alunos não conhecerem os jogos fez com que se deparassem com alguns obstáculos na compreensão das regras, solicitando o meu apoio frequentemente. Por vezes eram todos os grupos ao mesmo tempo e com diferentes dificuldades, particularmente no primeiro jogo, dado que o 2.º ano explorava um jogo diferente. Considero que não consegui apoiar todos os grupos no momento em que solicitavam ajuda, o que levou a alguma frustração da parte dos alunos pela demora e pela interrupção temporária na exploração dos seus jogos, pois sem o meu apoio não conseguiam progredir. Os jogos foram bastante difíceis de gerir, uma vez que despendi bastante tempo na explicitação das regras e no apoio das dificuldades dos alunos, restando pouco tempo para a exploração e discussão. Ainda, no que respeita à gestão do tempo, havia conteúdos de outras áreas curriculares que tinham de ser trabalhados. Perante estes dois obstáculos, verificam-se duas desvantagens consideradas por Grandó (2000) referentes à minha constante monitorização, que devido às interrupções, fez perder a ludicidade do jogo e o fator tempo, no qual foi necessário ‘sacrificar’ conteúdos.

Concomitantemente com os desafios que advieram da intervenção pedagógica, surgiram também dilemas alusivos à recolha de dados. Como referi, tive alguma dificuldade em apoiar a implementação de jogos diferentes (2.º e 3.º ano de escolaridade), acrescida a esta situação estava o recolher dados da atividade dos alunos, em simultâneo. Este aspeto ‘obrigou’ à mudança dos participantes do estudo, neste caso passaram apenas a ser o grupo do 3.º ano por ter um maior número de alunos.

Deparei-me também com preocupações ambivalentes que se prenderam entre apoiar todos os grupos ou manter-me mais tempo num determinado grupo para dar resposta às seguintes situações: colocar questões aos alunos que os levassem a explicitar as razões das suas opções durante a realização do jogo (preocupações de professora e investigadora); fazer registos fotográficos de momentos ‘importantes’ do jogo (preocupações de investigadora); fazer registos escritos de comentários/questões realizadas pelos alunos durante a exploração dos jogos e que suspeitava que a câmara não conseguir capturar (preocupações de investigadora). Tentei apoiar todos os grupos, capturando alguns momentos dos jogos, em particular o produto final e os registos escritos que realizavam posteriormente, o que fez com que se ‘perdessem’ alguns comentários dos alunos porque o facto de não escrever logo fez com que não me recordasse dos pormenores. Ainda, no que respeita à folha de registo dos jogos, apenas distribuí no Dominó das Frações 1 porque verifiquei que os alunos se esqueciam de colocar as jogadas efetuadas, o que é natural uma vez que estavam envolvidos no ato de jogar.

Relativamente ao recurso à videogravação, sendo esta atividade realizada por grupos, a câmara não conseguia captar tudo devido às conversas paralelas, ao barulho das peças e ao que estava a ser trabalhado com o 2.º ano, pelo que tive de gravar cada grupo em particular. Porém, ao gravar um grupo, poderia não estar a ocorrer um momento pertinente e num outro grupo estar, ou seja, corria o risco de não captar nenhum momento importante por querer gravar todos os grupos. Assim, tive a necessidade de passar a videogravar apenas a atividade de um dos grupos e de correr o risco de ‘perder’ a possibilidade de obter o mesmo tipo de dados relativo aos outros grupos. Por sua vez, a dificuldade em ter uma análise de dados ‘rica’ tornou-se um constrangimento, uma vez que como é observável, está mais centrada num dos grupos.

Todavia, nem tudo são obstáculos ou constrangimentos, este projeto também me trouxe aspetos bastante positivos. Primeiro que tudo, perceber que para cada problema há uma solução, pois com o apoio e motivação da minha colega de estágio e da orientadora do projeto, consegui ultrapassar todos os contratemplos. De seguida, este trabalho trouxe-me mais dois aspetos positivos a nível pessoal e profissional: a aquisição de um maior conhecimento sobre ‘jogo’, conteúdos matemáticos específicos (multiplicação/divisão e números racionais sob fração), como posso relacionar o jogo

com a Matemática e os benefícios dessa relação. A análise de dados fez-me refletir sobre a aprendizagem dos alunos, mas também sobre a minha prática. Após a análise percebi como poderei, de uma próxima vez, proceder, quer ao nível das questões colocadas, quer ao nível dos instrumentos de recolha de dados.

## Referências

- Afonso, N. (2014). *Investigação Naturalista em Educação - Um guia prático e crítico*. Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J. (Setembro/Outubro de 2010). Trabalhar os números racionais numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número. *Educação e Matemática*(N.º 109), pp. 15-23.
- Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O sentido de número no currículo de matemática. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido de Número, reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97 - 115). Lisboa: Escolar Editora.
- Brocardo, J., Delgado, C., & Mendes, F. (2010). *Números e Operações: 1.º Ano*. Obtido em Maio de 2019, de WWW:<URL:[http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_NPMEB/home.htm](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/home.htm)>
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da Investigação - Guia para a auto-aprendizagem* (2ª ed.). Lisboa: Universidade Aberta.
- Carvalho, A., & Gonçalves, H. (Novembro/Dezembro de 2003). Educação e Matemática. *Multiplicação e divisão: conceitos em construção...*(N.º75), pp. 23-25.
- Castro, J., & Rodrigues, M. (2008). O sentido de número no início da aprendizagem. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido de Número, reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Coutinho, C. e. (2009). *Investigação-Ação: Metodologia preferencial nas práticas educativas*. Braga: Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Delgado, C. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade de Lisboa - Instituto de Educação. Obtido em Abril de 2019, de [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10559/1/ulsd067359\\_td\\_Catarina\\_Delgado.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/10559/1/ulsd067359_td_Catarina_Delgado.pdf)

- Equipa do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico (EPFCP-1CEB) (2010 – 2011). Sentidos das operações: Adição, subtração e multiplicação. Obtido em Maio de 2019, de [http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/12/Sentidos-opera%C3%A7%C3%B5es-ad-sub-mult-2010\\_11.pdf](http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/12/Sentidos-opera%C3%A7%C3%B5es-ad-sub-mult-2010_11.pdf)
- Flowers, J., Krebs, A., & Rubenstein, R. (Maio de 2006). Problems to Deepen Teachers' Mathematical Understanding: Examples in Multiplication . Teaching Children Mathematics, pp. 478-484.
- Galán, B. (2013/2014). El juego y las matemáticas en educación primaria. La Rioja: Universidad de La Rioja.
- Grando, R. (2000). O conhecimento matemático e o uso dos jogos na sala de aula. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- Greeno, J. (1991). Number sense as situated in a conceptual domain. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 22(n.º 3), 170-218.
- Guerreiro, H., & Serrazina, L. (2015). A construção do conceito de número racional através de múltiplas representações. Obtido em Julho de 2019, de [https://www.researchgate.net/publication/284028330\\_A\\_construcao\\_do\\_conceito\\_de\\_numero\\_racional\\_atraves\\_de\\_multiplas\\_representacoes](https://www.researchgate.net/publication/284028330_A_construcao_do_conceito_de_numero_racional_atraves_de_multiplas_representacoes)
- Guimarães, S., & Boruchovitch, E. (2004). O Estilo Motivacional do Professor e a Motivação Intrínseca dos Estudantes: Uma Perspectiva da Teoria da Autodeterminação. Psicologia: Reflexão e Crítica, vol.17(n.º2), pp. 143-150. Obtido de Psicologia: Reflexão e Crítica.
- Infopédia. (2013-2018). Jogo. Obtido em abril de 2018, de Infopédia - Dicionários Porto Editora: <https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/jogo>
- Jackson, C., Taylor, C., & Buchheister, K. (march de 2013). Bingo: Select games for mathematical. (NCTM, Ed.) Mathematics Teaching in the Middle school, vol.18, n.º7, pp. 424-429.
- Jacob, L., & Willis, S. (Julho de 2003). The development of multiplicative thinking in young children . 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group.
- Matos, M., & Ferreira, M. (janeiro/fevereiro de 2004). Teoria dos jogos: Apresentação e Representação. Educação e Matemática, n.º76.

- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. Em *For the learning of mathematics* (12 ed., pp. 2-8).
- Mendes, F. (2013). A aprendizagem da divisão: Um olhar sobre os procedimentos usados pelos alunos. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), pp. 5-30.
- Mendes, F., & Delgado, C. (2008). A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido de número. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido de Número, reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 159 - 182). Lisboa: Escolar Editora.
- Monteiro, A. (1998). *Investigação Ação*. Cadernos de Educação de Infância, N.º46, pp. 14-17.
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2004). *O Jogo e a Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Moura, P., & Viamonte, A. (2012). *Jogos matemáticos como recurso didático*. Obtido em fevereiro de 2018, de [http://apm.pt/files/\\_CO\\_Moura\\_Viamonte\\_4a4de07e84113.pdf](http://apm.pt/files/_CO_Moura_Viamonte_4a4de07e84113.pdf)
- NCTM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM (tradução em 2008).
- NCTM. (2017). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Lisboa: APM (tradução em 2017).
- Neto, J., & Silva, J. (2004). *Jogos Matemáticos; Jogos Abstractos*. Lisboa: Gradiva.
- Nogueira, I. (2004). A aprendizagem da matemática e o jogo: alguns contributos. *Saber (e) Educar*, n.º9, pp. 81-87. Obtido em fevereiro de 2018, de [http://repositorio.esepf.pt/bitstream/20.500.11796/1018/2/SeE\\_9AprendizagemMatJogo.pdf](http://repositorio.esepf.pt/bitstream/20.500.11796/1018/2/SeE_9AprendizagemMatJogo.pdf)
- Palhares, P. (2004). O jogo e o ensino/aprendizagem da matemática. *Revista da Escola Superior de Educação*, pp. 129-145. Obtido em fevereiro de 2018, de <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/4275/4/ojogo.pdf>
- Ponte, J. (Jan./Fev. de 2002). Investigar na sala de aula e na prática profissional. *Educação e Matemática*, N.º65, p. 43.
- Rocha, I., & Menino, H. (2008). A aprendizagem da divisão nos primeiros anos, perspectivas metodológicas e curriculares. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido de Número, reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 183 - 199). Lisboa: Escolar Editora.

- Sá, A. (1995). *A aprendizagem da Matemática e o jogo*. Lisboa: APM.
- Salvador, A. (2012). *El juego como recurso didáctico en el aula de Matemáticas*. Obtido em março de 2018, de *Matemática Aplicada a la Ingeniería Civil - Grupo de investigación de la UPM*. ETSI Caminos, Canales y Puertos: <http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/conferencias/12.Juego.pdf>
- Silva, A., & Pinto, J. (1989). *Metodologia das Ciências Sociais*. Porto: Edições Afrontamento, Biblioteca das Ciências do Homem.
- Viana, J., Vieira, R., & Teixeira, P. (1989). *Vamos jogar*. *Educação e Matemática*, n.º11, pp. 24-25.
- Vílchez, C. (2015). *El juego como recurso didáctico en aula de matemáticas*. Granada: Universidad de Granada - Facultad de Ciencias de la Educación.

# Anexos

Anexo 3.1

Questionário sobre \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

1. Tiveste alguma estratégia para tentar fazer este jogo? \_\_\_\_\_.

a. Se respondeste “sim”, explica qual foi:

---

---

---

---

2. Em algum momento do jogo, colocaste uma peça incorretamente? \_\_\_\_\_.

a. Se respondeste “sim”:

i. Explica como percebeste que tinhas colocado incorretamente a peça:

---

---

ii. Como te sentiste? \_\_\_\_\_

3. O que aprendeste com este jogo?

---

---

4. O que mais gostaste de realizar neste jogo?

---

5. E o que menos gostaste?

---

**Obrigada!**



Anexo 4.2

$7 \times 2 =$ 14	$8 \times 3 =$ 24	$6 \times 2 =$ 12	$5 \times 4 =$ 20
$10 \times 2 =$ 20	$10 \times 3 =$ 30	$9 \times 2 =$ 18	$7 \times 4 =$ 28
$17 \times 2 =$ 34	$18 \times 3 =$ 54	$15 \times 2 =$ 30	$12 \times 4 =$ 48

Cartão 1

$8 \times 2 =$ 16	$7 \times 3 =$ 21	$5 \times 4 =$ 20	$8 \times 5 =$ 40
$10 \times 2 =$ 20	$10 \times 3 =$ 30	$10 \times 4 =$ 40	$9 \times 5 =$ 45
$18 \times 2 =$ 36	$17 \times 3 =$ 51	$15 \times 4 =$ 60	$17 \times 5 =$ 85

Cartão 2

$10 \times 10 =$ 100	$5 \times 5 =$ 25	$5 \times 3 =$ 15	$9 \times 2 =$ 18
$100 \times 10 =$ 1000	$8 \times 5 =$ 40	$7 \times 3 =$ 21	$9 \times 2 =$ 18
$110 \times 10 =$ 1100	$13 \times 5 =$ 65	$12 \times 3 =$ 36	$18 \times 2 =$ 36

Cartão 3

$9 \times 3 =$ 27	$4 \times 7 =$ 28	$7 \times 4 =$ 28	$5 \times 6 =$ 30
$10 \times 3 =$ 30	$10 \times 7 =$ 70	$9 \times 4 =$ 36	$6 \times 6 =$ 36
$19 \times 3 =$ 57	$14 \times 7 =$ 98	$16 \times 4 =$ 64	$11 \times 6 =$ 66

Cartão 4

### Anexo 4.3

$20 \times 5 = 100$	$25 \times 10 = 250$	$15 \times 3 = 45$	$30 \times 3 = 90$
$100 : 5 = 20$	$250 : 10 = 25$	$45 : 3 = 15$	$90 : 3 = 30$
$100 : 20 = 5$	$250 : 25 = 10$	$45 : 15 = 3$	$90 : 30 = 3$

Cartão 1

$24 \times 2 = 48$	$12 \times 3 = 36$	$6 \times 5 = 30$	$20 \times 10 = 200$
$48 : 2 = 24$	$36 : 3 = 12$	$30 : 5 = 6$	$200 : 10 = 20$
$48 : 24 = 2$	$36 : 12 = 3$	$30 : 6 = 5$	$200 : 20 = 10$

Cartão 2

$60 \times 2 = 120$	$42 \times 4 = 168$	$30 \times 5 = 150$	$18 \times 10 = 180$
$120 : 2 = 60$	$168 : 4 = 42$	$150 : 5 = 30$	$180 : 10 = 18$
$120 : 60 = 2$	$168 : 42 = 4$	$150 : 30 = 5$	$180 : 18 = 10$

Cartão 3

$40 \times 3 = 120$	$50 \times 4 = 200$	$25 \times 6 = 150$	$87 \times 10 = 870$
$120 : 3 = 40$	$200 : 4 = 50$	$150 : 6 = 25$	$870 : 10 = 87$
$120 : 40 = 3$	$200 : 50 = 4$	$150 : 25 = 6$	$870 : 87 = 10$

Cartão 4

Anexo 4.4

$1000 : 2 = 500$	$30 : 5 = 6$	$15 : 3 = 5$	$66 : 6 = 11$
$2000 : 2 = 1000$	$60 : 5 = 12$	$30 : 3 = 10$	$132 : 6 = 22$
$4000 : 2 = 2000$	$120 : 5 = 24$	$60 : 3 = 20$	$264 : 6 = 44$

Cartão 1

$50 : 2 = 25$	$25 : 5 = 5$	$100 : 10 = 10$	$36 : 4 = 6$
$100 : 2 = 50$	$50 : 5 = 10$	$200 : 10 = 20$	$72 : 4 = 18$
$200 : 2 = 100$	$100 : 5 = 20$	$400 : 10 = 40$	$144 : 4 = 36$

Cartão 2

$20 : 5 = 4$	$50 : 10 = 5$	$6 : 3 = 2$	$4 : 4 = 1$
$40 : 5 = 8$	$100 : 10 = 10$	$12 : 3 = 4$	$8 : 4 = 2$
$80 : 5 = 16$	$200 : 10 = 20$	$24 : 3 = 8$	$16 : 4 = 4$

Cartão 3

$18 : 3 = 6$	$32 : 4 = 8$	$60 : 6 = 10$	$24 : 8 = 3$
$36 : 3 = 12$	$64 : 4 = 16$	$120 : 6 = 20$	$48 : 8 = 6$
$72 : 3 = 24$	$128 : 4 = 32$	$240 : 6 = 40$	$93 : 8 = 12$

Cartão 4