INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

A INTEGRAÇÃO DO JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DO CÁLCULO MENTAL NUMA TURMA DO 2.º ANO DO ENSINO BÁSICO

MARIA DA PAZ COELHO CABRAL

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

dezembro de 2018

Versão Final

ISEC LISBOA | INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

Provas para a obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

A INTEGRAÇÃO DO JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DO CÁLCULO MENTAL NUMA TURMA DO 2.º ANO DO ENSINO BÁSICO

Autora: Maria da Paz Coelho Cabral

Orientador: Professor Doutor Ricardo Machado

dezembro de 2018

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero agradecer à minha família por todo o apoio ao longo do meu percurso académico, especialmente à minha mãe, ao meu pai e ao tio Alberto.

Ao professor Ricardo Machado que foi fundamental neste processo e nunca desistiu de me acompanhar. Agradeço a sua dedicação, compreensão e ajuda.

Às minhas colegas Andreia Carmo, Ana Paula Pires e Inês Matos por terem estado tão presentes e me terem facultado alguns livros que foram imprescindíveis para esta investigação, agradeço todas as palavras de apoio e todo o carinho que manifestaram ao longo deste percurso.

A todos os meus colegas, em especial, Alexandra Barros, Jorge Rocha, Leonor Raimundo e Mariana Leite, por todo o apoio e por todas as palavras de ânimo. A todos, muito obrigada por nunca me deixarem desistir.

Agradeço também à professora cooperante, aos docentes e a todos os alunos por terem tornado possível esta investigação.

Por fim, agradeço a Deus por me guiar e acompanhar em mais uma etapa da minha vida.

A todos, muito obrigada!

RESUMO

O cálculo mental assume-se com um elemento fundamental do processo de ensino e aprendizagem a desenvolver nos alunos. No entanto, a forma como este é abordado em sala de aula é pouco motivante e rotineiro, pelo que não tem em consideração as características, necessidades e ritmos de aprendizagem dos alunos. Nesta investigação optou-se por construir e adaptar vários jogos com o intuito de renovar/ "quebrar" algumas rotinas e proporcionar ao maior número possível de alunos a oportunidade de desenvolver as suas estratégias de cálculo mental e, consequentemente, a sua comunicação matemática.

Esta investigação realizou-se no âmbito da prática de ensino supervisionada com uma turma do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico. Nesta investigação assumiu-se um paradigma interpretativo e desenvolveu-se um projeto de investigação-ação. Os participantes foram os vinte e seis alunos da turma do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, a professora cooperante e a professora/investigadora. Os instrumentos de recolha de dados utilizados foram a observação, o diário de bordo, as conversas informais, a recolha documental e os protocolos dos alunos.

Em relação aos resultados é importante evidenciar a evolução dos alunos no que diz respeito à utilização de diferentes estratégias de cálculo mental e explicitação das mesmas e consequente desenvolvimento da comunicação matemática, que se pode justificar com os momentos de diálogo, partilha e exploração do pensamento e raciocínio dos alunos e com o tipo de estratégia utilizada para esta finalidade – utilização de jogos matemáticos.

Palavras-chave: cálculo mental, comunicação matemática, jogos, 1.º ciclo do ensino básico.

ABSTRACT

The mental computation is assumed as a fundamental feature in the process of teaching and learning to develop in the students. However, the way this is approached in the classroom is not very motivating and routine, so it does not take into account the characteristics, needs and rhythms of students' learning. In this investigation we decided to elaborate and adapt several games with the intention of renewing/ "break" some routines and give the greatest possible number of students the opportunity to develop their mental computation strategies and, consequently, their mathematical communication.

This research was developed during the pre-service practice with a group of students attending the 2nd grade of the primary education. In this study we assumed an interpretative paradigm and developed an action-research project. The participants were the twenty-six students in the class of the 2nd grade, the cooperating teacher and the teacher/researcher. The data collection instrumentals used was the observation, researcher's diary, informal conversations, documents and the student protocols.

The results highlighted the evolution of the students regarding the use of the different strategies of mental computation and explanation of them and consequent development of mathematical communication, which can be justified with the moments of dialogue, sharing and exploration of thought and students 'reasoning and the type of strategy used for this purpose – use of mathematical games.

Keywords: *mental computation, strategies of mental computation, mathematical* communication, games, primary education.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

O presente relatório enquadra-se na prática pedagógica supervisionada desenvolvida numa turma do 2.º ano de escolaridade, numa instituição situada em Lisboa, com o propósito de apresentar um estudo sobre atividades matemáticas que contribuem para a promoção do desenvolvimento da comunicação matemática com recurso ao cálculo mental.

A comunicação matemática é essencial na medida em que contribui para a consciencialização das estratégias utilizadas, facilita a compreensão das estratégias usadas no cálculo mental e facilita o processo de aprendizagem matemática. Ponte e Serrazina (2000) referem a importância da comunicação matemática, a transversalidade que esta tem no ensino da disciplina, e o papel crucial que esta assume no processo de ensino e de aprendizagem. Pourdavood e Wachira (2015) também se focaram neste tema considerando a comunicação matemática essencial para a compreensão dos conceitos subjacentes ao cálculo, e foram mais além, considerando que é essencial para o professor comunicar com os alunos de forma a envolvê-los na atividade matemática, através da sua atenção e interesse. Como sustentam Boavida e Menezes (2012), não é possível a aprendizagem da matemática sem a capacidade de compreender e mobilizar o seu raciocínio subjacente, ou seja, sem desenvolver e/ou mobilizar a comunicação matemática.

Durante a prática pedagógica supervisionada observou-se dificuldade dos alunos em explicar a(s) estratégia(s) de resolução das tarefas de cálculo mental que realizavam diariamente, que consistia na resolução de cinco cálculos escritos no quadro pela professora titular. Desta forma, pensou-se num conjunto de atividades matemáticas – jogos matemáticos – que pudessem ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades, motivando-os para a atividade matemática, permitindo desta forma, que desenvolvessem e que colocassem em ação a comunicação matemática.

Assim sendo, o problema que deu origem a este estudo foi definido como sendo a dificuldade sentida pelos alunos desta turma na mobilização da comunicação matemática. A partir deste problema foram elaboradas as seguintes questões, às quais a investigação pretende responder:

1 – De que forma os jogos contribuem para o desenvolvimento da comunicação matemática?

2 – Quais as estratégias de cálculo mental que os alunos utilizam quando realizam os jogos matemáticos propostos e de que forma as explicitam?

No que diz respeito à estrutura, este relatório encontra-se dividido numa introdução, três capítulos, considerações finais, referências bibliográficas e anexos. Na Introdução apresenta-se o tema escolhido, o problema que deu origem a esta investigação, as questões de investigação e a estrutura do trabalho. No Capítulo 1, Quadro de Referência Teórico, serão apresentados e discutidos os conceitos teóricos que sustentam esta investigação. Este é composto por três subcapítulos: a Importância da ludicidade em Matemática, a Aprendizagem da Matemática e A importância da comunicação matemática.

No Capítulo 2, Problematização e Metodologia, mostrar-se-ão a problemática e as questões de investigação deste estudo, bem como se fundamenta as opções metodológicas que se tomou em termos de paradigma, *design* de investigação, participantes, instrumentos de recolha de dados e procedimentos. No Capítulo 3, Resultados, apresentar-se-ão e discutir-se-ão os resultados, tendo em conta o quadro de referência teórico que se construiu. Nas Considerações Finais, apresentar-se-á uma reflexão sobre os resultados apresentados anteriormente, procurando dar resposta às questões de investigação formuladas. Por último, indicar-se-ão as Referências Bibliográficas e incluir-se-ão nos Anexos os documentos que parecem pertinentes para a compreensão deste trabalho.

CAPÍTULO 1

QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO

O presente capítulo está dividido em três grandes temas: A importância da ludicidade em Matemática, A aprendizagem da Matemática e A importância da Comunicação Matemática. No entanto, organizou-se os textos do primeiro tema em subtemas. Sendo assim, dentro do tema A importância da ludicidade em Matemática estão os subtemas: A ludicidade como atividade humana, O jogo e a educação, O jogo e o ensino da matemática e O jogo no currículo escolar.

Em relação ao segundo tema: A aprendizagem da Matemática, criou-se dois seguintes subtemas: Desenvolvimento do sentido do número e Cálculo Mental. Para além destes subtemas, dentro do Cálculo Mental, focou-se os seguintes pontos: Cálculo mental e sentido do número, Desenvolvimento do cálculo mental, Erros no cálculo mental e O cálculo mental e as orientações curriculares.

1.1. A IMPORTÂNCIA DA LUDICIDADE EM MATEMÁTICA

1.1.1. A ludicidade como atividade humana

A ludicidade ou atividade lúdica é intrínseca ao Homem, ou seja, acompanha-o ao longo da sua existência. A palavra lúdico tem origem na palavra latina *Ludus*, que tem vários significados, entre os quais, o de jogo. Huizinga (2003), na sua obra "Homo Ludens" escrita em 1938, sublinha a importância do jogo, como um fenómeno cultural na vida do Homem. Para Huizinga (2003), o jogo

> *é uma atividade voluntária, ou uma ocupação, que tem lugar dentro de certos limites estabelecidos de tempo e lugar, de acordo com regras livremente aceites mas estritamente vinculativas, e que se institui como um fim em si mesmo, sendo acompanhado por um estado de espírito de tensão e de alegria, bem como pela consciência de ser "diferente" da "vida normal". (p.45)*

Vygotsky (1991), abordando o significado do jogo para uma criança, refere que o jogo é uma atividade que responde a determinadas necessidades de uma criança, nomeadamente a necessidade de criar situações imaginárias, tais como jogar às mães e filhas em que a criança assume o papel de mãe e a sua boneca o de filha. Para Guzmán (1990), um jogo é caraterizado por:

> *ser uma atividade livre, desempenhar uma determinada função no desenvolvimento humano, não ser uma brincadeira, no sentido que deve ser encarado de uma forma séria, gerar satisfação através da sua execução e contemplação, estar separado da vida real no tempo e no espaço, originar relações especiais entre os que o jogam, criar uma nova ordem, uma nova vida, cheia de ritmo e harmonia. (p.363)*

Para Macedo, Petty e Passos (2005), jogar é "brincar em um contexto de regras e com um objetivo predefinido" (p.14), ou seja, o ato de jogar vai mais além do que uma simples brincadeira pois implica a existência de regras e um ou mais objetivos.

A presença do jogo na vida do Homem é também sublinhada por Piaget, que refere que o jogo acompanha o Homem ao longo de toda a sua vida, embora apresentando características diferentes. Assim, Piaget (1975) classifica os jogos em três categorias, associadas a períodos da vida humana: jogo de exercício, jogo simbólico e jogo de regras.

O jogo de exercício, que não pressupõe qualquer técnica específica, é apenas a realização de um exercício, por exemplo, saltar um pequeno obstáculo, repetidamente. Este tipo de jogo é o primeiro que a criança pratica.

O jogo simbólico surge na criança durante o segundo ano da sua existência e implica a representação de um objeto ausente. Por exemplo, quando uma criança utiliza uma caixa e, deslocando-a, imagina que é um barco.

A terceira categoria de jogos são os jogos com regras, que pressupõem o estabelecimento de "relações sociais ou interindividuais" (Piaget, 1975, p.147). Esta fase inicia-se a partir dos quatro anos, embora seja mais relevante a partir dos sete anos. Segundo Piaget (1975), os jogos de exercício e os simbólicos, raramente são utilizados pelos adultos enquanto que "o jogo de regras subsiste e desenvolve-se mesmo durante toda a vida (desporto, xadrez, jogos de cartas, etc.)" (Piaget, 1975, p. 182).

1.1.2. O jogo e a educação

A utilização do jogo no processo educativo não tem unanimidade. Sá (1995) citando Bonamigo e Kude (1991) refere argumentos contrários e argumentos favoráveis à utilização do jogo na sala de aula. Os argumentos contrários mais significativos sublinham que o jogo pode ser "adulterado ou pervertido quando transposto para o contexto escolar" (Sá, 1995, p. 8), que o jogo pode ser substituído por outras atividades escolares ou simplesmente porque "jogo e trabalho não ligam muito bem" (Sá, 1995, p. 8). A apreciação de que "a noção de jogo educativo é muito restritiva" (p. 8) e a não existência de experiências suficientes que possam confirmar a importância do jogo na aprendizagem são argumentos adicionais contrários.

Alguns dos argumentos favoráveis referem que o jogo é uma "forma natural de aprender e de se desenvolver" (p. 8), "despende-se nela (actividade) mais esforço e trabalho" (p. 8), "(os jogos educativos) propiciam o descobrimento, a organização, a capacidade de combinar e a criatividade" (p. 8), "a sua característica psicológica principal (do jogo) é a liberdade de opção, que tem na criança carácter de necessidade por que toda a actividade que ela percebe como livremente escolhida lhe proporciona prazer e alegria". (p. 8)

Julga-se que um dos argumentos desfavoráveis ligado à insuficiência de experiências que confirmem a importância do jogo no processo educativo está ultrapassado, pois tem havido um significativo número de trabalhos que incidem sobre esta temática e que defendem a utilização dos jogos no processo educativo, incluindo investigadores em Portugal (Caldeira, 2009; Mendes & Mamede, 2012; Sá, 1995).

Apesar de haver argumentos contrários à utilização do jogo na sala de aula, são muitos os investigadores e professores favoráveis à utilização do jogo no processo de aprendizagem do aluno.

Kishimoto (2007) afirma que o jogo pode contribuir para a aprendizagem e o desenvolvimento infantil e a sua utilização promove a exploração e a construção do conhecimento.

Segundo Macedo, Petty e Passos (2005), as atividades escolares lúdicas devem ter as seguintes cinco características: "terem prazer funcional, serem desafiadoras, criarem possibilidades ou disporem delas, possuírem dimensão simbólica e expressarem-se de modo construtivo ou relacional". (p. 15) A utilização do jogo deve estar sujeita a determinados critérios.

Bright, Harvey e Wheeler (1985), citados por Sá (1995) apresentam o seguinte conjunto de critérios que os jogos educativos devem respeitar:

> 1. *O jogo pressupõe participação livre.*
> 2. *O jogo é um desafio perante uma tarefa ou um adversário.*
> 3. *O jogo é regulado por um conjunto finito de regras. As regras descrevem todos os procedimentos para jogar o jogo, incluindo objectivos a atingir, as regras estão estruturadas de tal modo que quando um jogador acaba a sua vez de jogar, não pode voltar atrás na decisão tomada.*
> 4. *Psicologicamente, o jogo é uma situação arbitrária claramente delimitada no tempo e no espaço de uma situação da vida real.*
> 5. *Socialmente, os acontecimentos que ocorrem no jogo são considerados, em si mesmo, de importância mínima.*
> 6. *O jogo tem uma situação-espaço finita. As situações exactas que se alcançam não são conhecidas antes de se começar a jogar.*
> 7. *O jogo acaba depois de um número finito de jogadas dentro de uma situação-espaço. (p. 9)*

A grande atratividade dos jogos para os alunos é realçada por Rocha (1999), que sublinha o seu caráter multifacetado, a diversidade de situações em que podem ser utilizados e pela multiplicidade de objetivos que podem ser alcançados. A autora acrescenta outros aspetos importantes dos jogos, tais como, reforçar a autoconfiança dos alunos, promover o interesse pela disciplina e fomentar "a capacidade de formular e reformular conjeturas" (Rocha, 1999, p. 278).

Numa outra abordagem aos jogos, Kamii e DeVries (2009) consideram que um jogo para ser útil no processo educacional deve ter as seguintes características:

"1. propor algo interessante e desafiador para as crianças.

2. permitir às crianças uma autoavaliação relativamente ao seu desempenho.

3. permitir aos jogadores participarem ativamente, do começo ao fim do jogo." (Kamii & DeVries, 2009, p. 25).

Estes autores realçam a importância do papel da criança no seu processo de ensino e de aprendizagem.

1.1.3. O jogo e o ensino da matemática

Coloca-se agora a questão se esta relação natural entre uma criança ou jovem com o jogo deve ser aproveitada e utilizada para a aprendizagem da matemática. A utilização de jogos para a aprendizagem da Matemática tem merecido o apoio de vários autores portugueses (Caldeira, 2009b; Lopes, Bernardes, Loureiro, Varandas, Oliveira, Delgado, Bastos, & Graça, 1996; Marques, 1989; Moreira, Oliveira, Serrazina & Amante, 2004; Nogueira, 2004; Rino, 2004; Rocha, 1999; Vale, 1999; Viamonte, 2012).

Marques (1986) defende que a prática de jogos de grupo pelas crianças "facilita o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático, ao coordenarem as relações entre objectos e acções" (p. 69) e também facilita "a habilidade para definir estratégias, antecipar resultados, relacionar causa e efeito e coordenar diferentes pontos de vista (descentração) " (p .69), o que também tem aplicação no âmbito da resolução de problemas matemáticos. Este autor refere que, adicionalmente, "os jogos de grupos são, também, actividades capazes de encorajar as crianças a adquirirem capacidades ligadas à escrita, à leitura e ao cálculo" (Marques, 1986, p. 69).

Lopes e seus colaboradores (1996) indicam várias razões para que os jogos tenham "um lugar privilegiado entre as metodologias utilizadas na Educação Matemática" (p. 23). Para além da "capacidade de motivação relativamente a outras actividades menos gratificantes" (p. 23), os autores acrescentam que:

> *- os jogos podem permitir uma abordagem informal e intuitiva de conceitos e ideias matemáticas considerados, em determinado momento, demasiado abstractos;*
> *- os jogos permitem que o ritmo de cada aluno seja respeitado mais naturalmente;*
> *- os jogos podem contribuir para que o aluno encare o erro de uma forma positiva e natural;*
> *- os jogos permitem que os alunos sintam que podem ter sucesso;*
> *- os jogos favorecem naturalmente a interacção entre os alunos. (Lopes et al., 1996, p. 23)*

Os mesmos autores defendem que os jogos podem desenvolver capacidades do domínio afetivo, tais como: "a autoconfiança e a autonomia, o espírito de equipa e de cooperação, a capacidade de comunicar e de ouvir os outros, de argumentar, de chegar a um consenso e de tomar decisões" (Lopes et al., 1996, p. 23), e que o aluno ao jogar "tem também oportunidade de tomar consciência dos seus processos de pensamento” (Lopes et al., p. 23) o que lhe permite melhorar a sua capacidade para resolver problemas.

Baroody e Wilkins (1999), citado por Moreira (2004), realçam a importância dos jogos no processo de aprendizagem das crianças, que “ajudam a desenvolver o raciocínio e os conceitos matemáticos bem como a praticarem procedimentos básicos” (p. 86). Serrazina (2004), refere que

> *jogar permite desenvolver nas crianças conhecimentos matemáticos e a capacidade de resolver problemas tornando-as auto-confiantes, criativas e capazes de discutir os seus conhecimentos e ideias. Permite ainda que as crianças construam o seu conhecimento sobre as suas capacidades, o seu raciocínio, as suas preferências e a forma como conseguem estabelecer relações entre noções e significados matemáticos. (p.94)*

Alsina (2004) sublinha que “o jogo é um recurso de aprendizagem indispensável no ensino da Matemática” (p. 6), pelo que o jogo deve fazer parte do programa de Matemática. Deve selecionar-se jogos, definir objetivos a alcançar com os diferentes jogos e avaliar os resultados da sua utilização. A mesma autora apresenta dez argumentos que justificam a utilização do jogo na sala de aula de matemática:

> 1. *É a parte mais real da vida das crianças. Utilizando-o como recurso metodológico, transpõe-se a realidade das crianças para a escola e permite fazer-lhes ver a necessidade e a utilidade de aprender Matemática.*
> 2. *As actividades lúdicas são altamente motivadoras. Os alunos implicam-se muito nelas e levam-nas muito a sério.*
> 3. *Abrange diferentes tipos de conhecimentos, habilidades e atitudes acerca da Matemática.*
> 4. *Os alunos podem enfrentar novos conteúdos matemáticos sem medo do fracasso inicial.*
> 5. *Permite aprender a partir do próprio erro e a partir dos erros dos outros.*
> 6. *Respeita a diversidade dos alunos. Todos querem jogar, mas o que é mais significativo é que todos podem jogar em função das suas próprias capacidades.*
> 7. *Permite desenvolver processos psicológicos básicos necessários à aprendizagem da Matemática, tais como a atenção, a concentração, a percepção, a memória, a resolução de problemas e a procura de estratégias, etc.*
> 8. *Facilita o processo de socialização e, ao mesmo tempo, o desenvolvimento da autonomia pessoal.*
> 9. *Os currículos actuais recomendam de forma directa para se ter em conta o aspecto lúdico da Matemática e a aproximação à realidade das crianças.*
> 10. *Promove e conduz, em muitas ocasiões, a uma aprendizagem significativa. (Alsina, 2004, p. 7)*

1.1.4. O jogo no currículo escolar

Os currículos escolares têm variado na importância ou mesmo referência que fazem aos jogos, no âmbito do ensino da matemática. Assim, no Currículo Nacional de Ensino Básico (DEB, 2001), os jogos fazem parte dos diversos tipos de experiências de aprendizagem. É referido que "o jogo é um tipo de actividade que alia raciocínio, estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica" (DEB, 2001, p. 68). Também é sublinhado a sua vertente de fomentar o trabalho cooperativo. Este documento considera ainda que a prática de jogos contribui para o "desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social" (DEB, 2001, p. 68).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) também incentiva a utilização de jogos no processo de aprendizagem da matemática, em particular nos domínios da Geometria e Medida e da Organização e Tratamento de Dados.

O Programa de Matemática para o Ensino Básico (MEC, 2013) marca uma inversão relativamente aos jogos, pois, neste Programa, não é feita qualquer referência à utilização dos jogos na aprendizagem da matemática.

Em resumo, podemos dizer que o jogo é uma atividade que acompanha o Homem ao longo da sua existência, que tem características que o tornam um instrumento muito importante no processo educativo e que, no caso específico da aprendizagem da Matemática, pode dar um contributo muito significativo para que os alunos tenham sucesso na mesma.

1.2. A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

1.2.1. Desenvolvimento do sentido do número

A importância do sentido do número é realçada em Abrantes e seus colaboradores (1999), como constituindo "uma referência central do ensino dos números e do cálculo desde os primeiros anos." (p. 42). A importância de entender o significado dos números é realçada por Ekenstam (1977) citado por McInstosh e seus colaboradores (1997), que refere que a falta de compreensão do significado dos números coloca “barreiras insuperáveis na aprendizagem da matemática” (p.4).

No entanto, o conceito sentido do número surge na década de 80, do século XX, como uma resposta ao conceito de número que tinha um significado limitativo, uma vez que o número apenas pode ser o cardinal de um dado conjunto, ter o significado de ordinal ou ainda ter um significado nominal. Ou seja, o conceito de número pode corresponder a uma identificação ou a um nome, sem estar associado a uma quantidade ou sequência numa série, como seja por exemplo o número de um telemóvel ou o número de uma conta bancária.

Embora o conceito nominal do número não seja matematicamente importante, tem uma grande importância na vida em sociedade, e por este motivo, este aspeto do número também deve estar presente no ensino da matemática no ensino básico (Cebola, 2002).

Por outro lado, como referem Ponte e Serrazina (2000), “Ainda antes de entrar no 1.º ciclo, os alunos vivem muitas experiências que envolvem o conceito intuitivo de número e das relações numéricas. É com base nestas experiências que eles vão construindo o seu sentido de número.” (p. 138) Daqui resulta a necessidade de ligar as intuições das crianças à identificação dos números e suas relações, às operações e à linguagem matemática. Surge assim a necessidade da criação de um novo conceito mais amplo e abrangente, o sentido do número.

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) definiu, em 1989, que “o sentido do número é uma intuição acerca dos números que se forma a partir dos diversos significados do número” (p. 50), ou seja, o sentido do número é um conceito amplo que abrange múltiplos significados.

No Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007) é referido que o sentido de número é

> a capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, (...) usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números. (p.13)

Neste Programa, o desenvolvimento do sentido de número aparece como um dos propósitos principais do ensino da matemática.

O NCTM (1991) considera cinco componentes quando se aborda o sentido de número. O primeiro é o desenvolvimento dos conceitos elementares do número, que inclui os conceitos de cardinal e de ordinal. O segundo é a exploração de relações entre os números através de materiais manipuláveis, utilizando a composição e decomposição de conjuntos de objetos, que permite escrever um número de diferentes maneiras. O terceiro é a compreensão do valor relativo dos números, mediante a comparação entre dois números. O quarto é o desenvolvimento da intuição do efeito relativo das operações nos números, o que permite concluir se o resultado numérico de uma determinada operação é ou não razoável. Por fim, o quinto componente é o desenvolvimento de referenciais para medir objetos comuns e situações do mundo que nos rodeia, ou seja, adquirir a competência de estabelecer um intervalo dentro do qual pode ser avaliada a razoabilidade do resultado numérico obtido.

McIntosh e seus colaboradores (1992) optam por uma abordagem diferente ao sentido do número, realçando o seu caráter específico de pessoa para pessoa e a necessidade do professor compreender a abordagem específica que cada aluno faz ao sentido do número. Estes autores definem sentido do número como sendo a compreensão genérica que cada pessoa tem do número e operações, conjugado com a capacidade de usar este conhecimento de maneira flexível para fazer avaliações matemáticas e para desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações.

O sentido do número reflete a predisposição e a capacidade de usar os números e os métodos quantitativos como um meio de comunicação, processamento e interpretação de informação. O sentido do número é muito personalizado e desse modo diferente de pessoa para pessoa. O desenvolvimento do sentido do número é um processo gradual e evolutivo que é iniciado antes do início da escolaridade de uma criança. Adicionalmente, a mobilização do sentido do número é atualmente mais necessária devido à crescente quantidade e diversidade de dados numéricos com que as pessoas são confrontadas no seu dia-a-dia.

Em Portugal, o sentido do número também tem sido objeto de estudo por parte de vários autores, que têm realçado a sua importância no âmbito do ensino da matemática (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Brocardo, Delgado, Mendes, Rocha, Castro, Serrazina & Rodrigues, 2009; Cebola, 2002; Delgado, 2013; Ferreira, 2012; Matos & Serrazina, 1996; Mendes, 2012; Ponte & Serrazina, 2000).

Abrantes e seus colaboradores (1999) referem que

> *Todos os alunos devem adquirir uma compreensão global do número e das operações a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações. Este sentido do número – como diversos autores lhe chama – não é algo que se aprenda de uma vez por todas numa dada fase do percurso escolar dos alunos mas sim uma competência genérica que se desenvolve ao longo de todo o ensino obrigatório e não obrigatório e mesmo ao longo de toda a vida. (p. 41)*

Estes autores destacam que o desenvolvimento do sentido do número não se esgota durante o período de ensino, continuando o seu desenvolvimento mesmo terminado esse período devido à sua utilidade no dia-a-dia.

Cebola (2002), apoiando-se em Abrantes e seus colaboradores (1999) refere que

> *as competências matemáticas no domínio dos números e das operações que os alunos do ensino básico devem desenvolver e que estão ligadas ao sentido do número são:*
>
> *- A compreensão do sistema de numeração indo-árabe;*
> *- O reconhecimento da diversidade de representar os números bem como da sua adequação a determinadas situações ou problemas;*
> *- O reconhecimento do valor relativo de um número ou quantidade relativamente a outro número;*
> *- A compreensão conceptual das operações;*
> *- A resolução de problemas onde o decidir que tipo de respostas é adequado, que tipo de instrumentos de cálculo é adequado, que tipo de estratégia se deve aplicar e a plausibilidade do resultado face ao problema são aspetos importantes;*
> *- O reconhecimento de que são possíveis múltiplas estratégias para um determinado problema. (p.234)*

Cebola (2002) realça também a importância do ensino do cálculo mental no processo de desenvolvimento nos alunos do sentido do número. Segundo a autora, "o ensino do cálculo mental deve encorajar os alunos a explorar diferentes maneiras de resolver os problemas" (p. 232). A maior parte dos problemas podem ser resolvidos de diferentes formas e o cálculo mental caracteriza-se por ser criativo, inventivo e apresentar uma grande diversidade, fomentando uma compreensão mais ampla do sentido do número. Esta autora refere diversas competências matemáticas ligadas ao sentido do número e sublinha a importância do ensino do cálculo mental no desenvolvimento do sentido do número.

Ferreira (2012) realça também a especificidade do sentido de número, quando refere que

> *o sentido de número é algo pessoal, por isso, difere muito de aluno para aluno, requer alguma liberdade de atuação do aluno na utilização de soluções múltiplas, na aplicação de múltiplos critérios e no trabalho com alguma incerteza. Todas estas características precisam de ambientes e culturas de sala de aula que proporcionem oportunidades para pensar em vez de regras e procedimentos iguais para todos. (p.30)*

Esta autora segue a linha de pensamento de McIntosh e seus colaboradores (1999), pois evidencia o papel do aluno na sua aprendizagem.

1.2.2. Cálculo mental

De acordo com Ponte e Serrazina (2000), a maior parte dos cálculos que fazemos no dia-a-dia são mentais. Por vezes, a opção pelo cálculo mental decorre da indisponibilidade de papel e lápis para efetuar um determinado cálculo. Para além disso, geralmente não é necessária uma resposta exata, mas sim um valor aproximado. Mesmo utilizando a calculadora, devemos recorrer ao cálculo de modo a comparar os resultados obtidos.

Constatando a utilização quotidiana do cálculo mental, surge como natural que este tenha um lugar importante na aprendizagem da matemática.

No entanto, como refere Bourdenet (2007), o uso crescente da calculadora tem prejudicado o desenvolvimento do cálculo mental nas crianças, como é comprovado em dados estatísticos referentes a diferentes anos de escolaridade referidos pelo mesmo autor.

A utilização de forma muito significativa do cálculo mental no dia-a-dia, foi comprovada num estudo de Northcote e McIntosh (1999) em que se verificou que os adultos utilizavam o cálculo mental em mais de 80% dos cálculos (84,6%). Os cálculos por escrito representavam pouco mais de 10% (11,1%) e os cálculos recorrendo à calculadora correspondiam a menos de 7% (6,8%) dos cálculos efetuados.

O conceito de cálculo mental tem sido abordado por vários autores. Sowder (1988) define cálculo mental como "o processo de realizar cálculos aritméticos sem o auxílio de ferramentas externas" (p.182). A mesma autora refere ainda que no cálculo mental eficiente, são utilizados algoritmos diferentes dos que se utilizam nos cálculos escritos.

Abrantes e seus colaboradores (1999) referem que o cálculo mental é uma das competências que os alunos devem desenvolver no ensino básico.

Para Bourdenet (2007), o cálculo mental é mais que um cálculo automatizado, englobando um cálculo pensado com procedimentos próprios e que pode utilizar, se necessário, cálculos e resultados intermédios, registados em papel.

Noteboom, Bokhove e Nelissen (2008) definem cálculo mental como um "cálculo pensado com representações mentais dos números", e que envolve a utilização de "fatos memorizados e as propriedades dos números e das operações, e da maneira como se interrelacionam" (p. 90).

Para Buys (2008), o cálculo mental é "o cálculo hábil e flexível baseado no conhecimento das relações numéricas e nas características dos números" (p.121). Segundo este autor, o cálculo mental é caraterizado por: (1) trabalhar com números e não com dígitos, dado que os números são vistos como um todo; (2) utilizar as propriedades elementares das operações e de relações numéricas como as propriedades comutativa e distributiva; (3) ser suportado por uma desenvolvida aptidão para os números e um bom conhecimento dos números; e (4) utilizar, se necessário, registos intermédios de apoio ao cálculo efetuado mentalmente.

Brocardo e Serrazina (2008), Carrapiço (2016), Carvalho e Ponte (2013), Mendes (2012), Morais e Serrazina (2013) e Ribeiro, Valério e Gomes (2009) são alguns dos autores portugueses que acompanham a abordagem de Buys (2008), com pequenas diferenças. Por exemplo, Mendes (2012) defende que se deve desenvolver nos alunos um cálculo mental "flexível, preciso e eficaz" (p.118) e para Carrapiço (2016) o cálculo mental é "um cálculo exato, efetuado mentalmente de forma rápida e eficaz, que recorre a representações mentais usando fatos numéricos, regras memorizadas e relações entre números e operações, e onde é possível usar registos intermédios em papel" (p. 2).

1.2.2.1. Cálculo mental e sentido do número

A relação entre cálculo mental e sentido do número é muito estreita. McIntosh e seus colaboradores (1992) referem que, quando um aluno escolhe, desenvolve e usa métodos de cálculo, incluindo o cálculo mental, está a mobilizar competências associadas ao sentido do número.

Abrantes e seus colaboradores (1999) referem que “A aquisição de destrezas de cálculo mental promove o desenvolvimento da compreensão numérica” (p. 55), pelo que confrontar os alunos com experiências de aprendizagem centradas em atividades de cálculo mental, possibilita a construção de significados entre as relações numéricas.

Cebola (2002) refere que “O cálculo mental e o cálculo por estimação são, portanto, duas formas de chegarmos ao sentido do número” (p. 232). A autora refere igualmente que o ensino do cálculo mental permite maximizar o desenvolvimento do sentido do número.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) sublinha que “o cálculo mental tem de ser desenvolvido desde o início do 1.º ciclo e está intimamente relacionado com o sentido do número” (p. 10).

Brocardo e seus colaboradores (2009) referem que “o desenvolvimento do sentido do número surge muito associado à aquisição de destrezas de cálculo mental, porque estas destrezas requerem um bom conhecimento e compreensão dos números e das relações entre eles” (p.18). A falta de compreensão pelos alunos do sentido do número, proporciona-lhes dificuldades acrescidas na resolução de tarefas de cálculo mental.

Carvalho e Ponte (2013) sublinham esta ligação estreita entre o cálculo mental e o sentido do número ao referirem que “o cálculo mental contribui para o desenvolvimento do sentido de número e que o sentido de número apoia o desenvolvimento de flexibilidade do cálculo mental” (p. 86).

De acordo com as citações referidas anteriormente, pode afirmar-se que existe uma grande inter-relação entre o cálculo mental e o sentido do número. Por um lado, um aluno que desenvolva e mobilize competências associadas ao sentido do número terá maior facilidade no cálculo mental que outro aluno que ainda não desenvolveu. Por outro lado, um aluno que tenha um bom desempenho no cálculo mental, deverá estar melhor preparado para desenvolver e mobilizar competências associadas ao sentido do número.

1.2.2.2. Desenvolvimento do cálculo mental

Buys (2008) refere que o desenvolvimento do cálculo mental desenrola-se por três fases, de complexidade crescente, correspondente a três estratégias específicas. As três estratégias são: estratégia de partição, estratégia de decomposição e estratégia com opções variadas. Na primeira fase, o aluno utiliza a estratégia da partição, em que os números são vistos como objetos na coluna de cálculo, onde se efetuam as diferentes operações. Por exemplo, no cálculo 538 – 142 mantém-se a primeira parcela e a segunda é dividida por partes (100 + 20 + 20 +2).

Após os alunos estarem familiarizados com esta estratégia e demonstrarem um maior conhecimento dos números e das suas relações, deve passar-se à fase da estratégia da decomposição, mais complexa, que consiste em decompor os números com base na sua estrutura decimal e aplicar em seguida os vários tipos de operações.

Por exemplo, utilizando o mesmo cálculo, decompõem-se as duas parcelas: 500-100=400, 400 – 40 =360, 360-2 = 358, 358 + 30 = 388, 388 + 8 = 396.

Na terceira fase, utiliza-se a estratégia com opções variadas, que consiste em estruturar os números de diversas formas, aplicando de seguida os vários tipos de operações para efetuar os cálculos. Por exemplo, 542 – 142 = 400, 400 – 4 = 396.

Caney e Watson (2003) referem igualmente que os alunos utilizam diferentes estratégias no cálculo mental. Estes autores descrevem dois tipos de estratégias: instrumentais e concetuais. Na estratégia instrumental, os alunos utilizam regras memorizadas, pelo que o aluno pode não estar a compreender concetualmente os números que está a utilizar. Na estratégia concetual, o aluno utiliza o conhecimento que possui sobre números e operações. Estas estratégias não são mutuamente exclusivas, pois o aluno pode utilizar durante o seu raciocínio as duas estratégias.

Sowder (1988) lista um conjunto de características dos procedimentos de cálculo mental, a saber:

- são variáveis, ou seja, os alunos utilizam diferentes métodos para calcular o mesmo resultado;
- são flexíveis e podem ser adaptados aos números objecto de cálculo;
- são ativos, ou seja, permitem a cada utilizador escolher o próprio método de forma consciente ou não;

- são globais dado que lidam com os números como um todo e não com dígitos individuais;
- são frequentemente construtivos, no sentido que começam muitas vezes com o primeiro número, por exemplo, 47+26 é 47, 57, 67, 73;
- exigem compreensão de todo o processo de cálculo;
- dão uma aproximação inicial da resposta porque os dígitos da esquerda são calculados primeiro. (p.184)

1.2.2.3. Erros no cálculo mental

Um aspeto importante na aprendizagem do cálculo mental é a correção dos erros cometidos pelos alunos, que aliás é uma ocorrência habitual no processo de aprendizagem.

Bourdenet (2007) refere que

> *o momento de cálculo mental na sala de aula é um momento onde se comparam os procedimentos, onde se reflete e raciocina, onde se conjetura, onde se analisa os erros, onde se desenvolve o espírito crítico, é o momento de intenso debate. (p. 7)*

A ocorrência de erros deve ser encarada como normal pelos alunos e a correção dos erros deve ser imediata, não só para corrigir o cálculo efetuado, mas, como refere Bourdenet (2007), para que o aluno "se sinta tranquilo e aumente a confiança em si" (p. 7).

McIntosh (2006) considera que existem dois tipos de erros: erros concetuais e erros procedimentais. Os erros concetuais são consequência do insuficiente conhecimento dos números ou das operações envolvidas. Por exemplo: 0,3 x 0,2 = 0,6, em que o aluno demonstra desconhecer a operação de multiplicação com números decimais. Os erros procedimentais são erros de falta de cuidado ou de concretização de uma determinada estratégia e, portanto, nestes casos, o aluno demonstra saber utilizar uma estratégia específica. O exemplo de um erro procedimental é o seguinte: 75 – 18= 53. O aluno utilizou a estratégia de acrescentar 2 a 18, depois subtrair 20 a 75, e por fim, deveria adicionar 2 ao resultado obtido, o que é uma boa estratégia adequada. O aluno voltou a subtrair 2, ao invés de adicionar.

Carrapiço (2016) adota a tipologia dos tipos de erros de McIntosh (2006), mas acrescenta uma terceira categoria que são os erros percetuais, que são "essencialmente fruto de uma visualização errada dos números ou operações indicadas" (p. 348). No entanto, pode interpretar-se que, na tipologia de McIntosh (2006), os erros percetuais estão incluídos nos erros procedimentais, até porque a autora considera os erros procedimentais "essencialmente associados a erros de cálculo" (p. 348). A autora dá como exemplo de erro percetual uma situação em que o aluno visualiza 5 ao invés de 0,5.

Carrapiço (2016) considera que "os erros que os alunos cometem são essencialmente concetuais, originados por falta de compreensão concetual acerca dos números e suas operações e procedimental associados essencialmente a erros de cálculo ou falhas na aplicação de um dado procedimento" (p. 62). A mesma autora refere também que "das quatro operações com números racionais, a multiplicação e a divisão são aquelas onde os alunos manifestam maiores dificuldades" (p. 61).

A operação da multiplicação exige um bom domínio da operação da adição, deste modo, se o aluno tiver dificuldade na operação da adição, também terá dificuldade na operação da multiplicação e, posteriormente, da divisão. Um aspeto muito importante é ajudar os alunos a ultrapassar os erros praticados durante a aprendizagem da matemática, para que não os voltem a cometer.

Carrapiço (2016) sugere que, relativamente aos erros ocorridos no trabalho com números racionais, uma das formas de ajudar os alunos é levá-los a "conhecer e compreender estes erros, pedir justificações aos alunos acerca das respostas que apresentam e discuti-los na sala de aula" (p. 62), pelo que é importante encarar o erro como um componente do processo de aprendizagem e não como uma simples falha do aluno. Outra forma de ajuda é "proporcionar aos alunos uma aprendizagem com recurso a contextos do quotidiano e que os ajude a interpretar e a dar significado aos números racionais" (p. 62), o que irá facilitar o processo de aprendizagem, dado que o aluno está a trabalhar com situações concretas do dia-a-dia.

1.2.2.4. O cálculo mental e as orientações curriculares

As Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar, do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991) dão relevo ao cálculo mental, referindo que os alunos devem desenvolver diversas técnicas de cálculo mental e de estimação. Também é referido que "Os alunos devem possuir cálculo mental suficiente para que não fiquem dependentes das calculadoras em cálculos simples e sejam capazes de detectar respostas não razoáveis quando usarem calculadoras para resolver cálculos mais difíceis" (p. 115).

Nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) o cálculo mental continua a ser realçado, devendo ser utilizado se, necessário, em combinação com anotações com papel e lápis para que os alunos desenvolvam destreza de cálculo. Os alunos devem desenvolver a capacidade de, perante um problema, escolher a opção mais adequada, cálculo mental, estratégias de "papel e lápis", realização de estimativas ou utilização da calculadora.

Em Portugal, nos currículos de Matemática para o Ensino Básico, tem sido dado destaque ao cálculo mental. No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) é referido que "o cálculo mental tem de ser desenvolvido desde o início do 1.º ciclo e está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número" (p.10), pelo que é valorizado e sublinhado a importância do cálculo mental nos três ciclos do Ensino Básico, devendo o cálculo mental ser desenvolvido pelos alunos, que deverão aprender diversas estratégias de cálculo mental.

No Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC; 2013), o cálculo mental é realçado, sendo considerado fundamental para que os alunos desenvolvam durante o 1.º ciclo do ensino básico "fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações" (p. 6). Adicionalmente, é manifestada a preocupação relativamente à utilização, por vezes pouco criteriosa, da calculadora. É referido também, que, em especial, nas fases iniciais de aprendizagem, o uso pouco criterioso da calculadora pode comprometer "a aquisição de procedimentos e o treino do cálculo mental e, consequentemente, a eficácia do próprio processo de aprendizagem" (p. 28).

Assim, a importância em desenvolver o cálculo mental é um elemento sempre presente e fulcral na aprendizagem da Matemática.

1.3. A IMPORTÂNCIA DA COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA

A comunicação matemática pode desenvolver-se ao nível da interpretação, da representação, da expressão e da discussão envolvendo "as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem própria da Matemática" (ME, 2007, p. 8). Isto é, a comunicação matemática é desenvolvida oralmente durante a discussão e a troca de ideias realizadas durante o cálculo mental, e a parte escrita verifica-se nos registos efetuados pelos alunos de modo a explicitar as estratégias utilizadas pelos próprios.

A comunicação matemática tem como propósito "partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática. Através da comunicação as ideias tornam-se objectos de reflexão, aperfeiçoamento, discussão e correcção" (NCTM, 2008, p. 66).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) acrescenta o seguinte: "a explicitação de processos de raciocínio constituem oportunidades para a clarificação e desenvolvimento do pensamento e para a construção do conhecimento matemático" (ME, 2007, p. 46), ou seja, o diálogo existente após a resolução de um cálculo faz com o que os alunos aprendam outras estratégias de modo a corrigirem ou melhorarem as suas, pois "a partilha de ideias matemáticas permite a interacção de estratégias e pensamentos de cada um com os de outros." (Boavida et al., 2008, p. 62).

A comunicação é uma das componentes mais importantes nas aulas de matemática constituindo um processo social no qual os alunos trocam informações e influenciam-se mutuamente, tendo o professor um papel muito importante durante o discurso que se desenrola na sala de aula. Assim, o tipo de perguntas que se colocam aos alunos reverte-se de grande importância.

Para Love e Mason (1995) citados por Martinho e Ponte (2005) existem três tipos de perguntas: "de *focalização*, de *confirmação* e de *inquirição"* (p. 2). As de focalização têm como objetivo, tal como o próprio nome indica, focalizar a atenção do aluno, isto é, conduzir o aluno a concentrar a sua atenção num ponto concreto. Por exemplo, o professor elabora diversas questões no sentido de levar o aluno a desenvolver um conteúdo específico. As de confirmação são utilizadas quando o professor pretende que o aluno dê a resposta que o professor espera ouvir. Por exemplo, quando o professor coloca aos alunos determinada questão, terminando com uma expressão ou entoação que influencie a resposta do aluno. Por fim, as de inquirição fazem com que o professor consiga realmente algum esclarecimento do conhecimento por parte dos alunos. Por exemplo, o professor disponibiliza tempo para que o aluno reflita sobre a sua resposta e a elabore de acordo com os seus conhecimentos (Martinho & Ponte, 2005, p. 2).

Martinho (2007) também dá grande importância ao papel do professor, que deverá selecionar tarefas para os alunos e encorajar a sua participação e estimular o seu interesse, deverá também estabelecer um ambiente de respeito mútuo e confiança na sala de aula, promover "a descentralização da autoridade" (p. 50), através da transferência de mais autoridade e autonomia dos alunos, mostrar a disponibilidade para ouvir os alunos e promover a realização de trabalhos de grupo. A comunicação na sala de aula pode efetuar-se de diversos modos.

Brendefur e Frykholm (2000) citados por Martinho (2007) e Guerreiro (2011) apresentam quatro modos de comunicação matemática: comunicação unidirecional, comunicação contributiva, comunicação reflexiva e comunicação instrutiva. Nas comunicações unidirecional e contributiva, a participação dos alunos é praticamente inexistente. No primeiro caso é limitada e de baixo de nível cognitivo no segundo caso.

Na comunicação unidirecional, tal como o nome sugere, a comunicação foca-se no professor, visto que apresenta conceitos e procedimentos de resolução de exercícios fazendo com que os alunos tenham uma postura passiva, reproduzindo os ensinamentos do professor, pelo que a participação comunicacional dos alunos é quase inexistente.

Em relação à comunicação contributiva, os alunos são convidados a terem uma participação ativa, mas através de intervenções curtas, sem aprofundamento dos conhecimentos. O professor continua a dominar o discurso na sala de aula e avalia a participação dos alunos.

Por outro lado, na comunicação reflexiva, os alunos são chamados a refletir e a partilhar os seus conhecimentos dialogando entre eles e com o professor. Os alunos apresentam as suas ideias e refletem sobre as tarefas propostas perante o professor e os colegas, que são discutidas, permitindo o aprofundamento do seu conhecimento matemático.

Na comunicação instrutiva, a interação professor-aluno é aprofundada, pois pressupõe a incorporação das ideias, estratégias e dificuldades comunicadas pelos alunos no discurso do professor. Os tipos de comunicação mais enriquecedoras e motivadoras para os alunos são a reflexiva e a instrutiva, pois são as que mais envolvem os alunos.

Apoiando-se nestes autores, Guerreiro (2011) realça que

> *os diferentes modos de comunicação matemática podem ocorrer naturalmente ao longo de uma mesma aula, com um mesmo professor e alunos. (…) Os modos de comunicação unidirecional e contributiva relacionam-se com a comunicação como transmissão de informação, e os modos de comunicação reflexiva e instrutiva relacionam-se com a comunicação como um processo de interação social. (p. 92)*

Ponte e seus colaboradores (2007) apresenta vários estudos de caso em que um dos problemas referidos pelos professores é a dificuldade de comunicação dos alunos. Referem ainda três aspetos da comunicação da Matemática como "processo e como objetivo curricular" (p.43): a comunicação como instrumento de regulação direta de ensino e de aprendizagem do professor, o desenvolvimento da capacidade da comunicação oral e escrita dos alunos e a comunicação como meio de apoiar os alunos no desenvolvimento dos seus significados matemáticos e na sua compreensão dos conceitos matemáticos.

A comunicação como instrumento de regulação direta do processo de ensino e de aprendizagem do professor, pode ser utilizada por este de diversas formas e possibilita também atingir objetivos diferentes. Permite, por exemplo, promover a participação ativa dos alunos no trabalho e envolvê-los na própria comunicação. Permite igualmente ao professor manter o controlo da sala de aula e avaliar o progresso dos alunos e as suas dificuldades.

O desenvolvimento da capacidade de comunicação oral e escrita dos alunos é um objetivo curricular importante da disciplina de Matemática. A linguagem oral e escrita é o veículo de formulação do pensamento, embora seja através da linguagem oral que se desenvolve o essencial do ensino e da aprendizagem da Matemática.

No entanto, a linguagem escrita tem um papel fundamental no ensino e na aprendizagem, ao complementar a linguagem oral, através de registos escritos e simbólicos. A utilização das linguagens oral e escrita permite aos alunos refletir sobre a compreensão da Matemática, ajudando-os a relacionar e a esclarecer os conceitos matemáticos.

O ambiente em que se desenrola a interação entre os alunos deve facilitar e incentivar a sua participação. Segundo Ponte e Serrazina (2004), o ambiente da sala de aula deve permitir que os alunos se sintam à vontade, adotem uma atitude de mútuo respeito e tenham disponibilidade para ouvir as ideias uns dos outros. O professor tem um papel determinante para que haja esse ambiente, que se tiver essas características, será propiciador da aprendizagem dos alunos.

O terceiro aspeto é a comunicação como meio de apoiar os alunos no "desenvolvimento dos seus significados matemáticos e na sua compreensão dos conceitos matemáticos" (Ponte et al., 2007, p. 46). É importante promover a discussão aberta dos conceitos matemáticos entre os alunos, incentivando-os a apresentarem as suas ideias, como forma de aprofundar e clarificar o seu conhecimento matemático. Os significados matemáticos surgem do relacionamento entre as ideias matemáticas em análise e os outros conhecimentos pessoais do aluno, muitas vezes de caráter prático. O professor deve promover a discussão dos assuntos entre os alunos, regulando direta ou indiretamente essa discussão, incentivando a apresentação de argumentos e de questões. A partilha de argumentos e de ideias, em que o professor também participa, esclarecendo, se necessário, conceitos matemáticos, irá permitir uma melhor apreensão e conhecimento da Matemática por parte dos alunos.

A comunicação matemática reveste-se de características diferentes conforme o nível etário dos alunos. A comunicação utiliza a linguagem oral e a linguagem escrita, incluindo nesta última, registos escritos, simbólicos e representações visuais. Para os alunos dos primeiros anos, a linguagem escrita deve ter características próprias, em que a utilização de gravuras, imagens, desenhos, gráficos, tabelas, esquemas e figuras geométricas desempenha um papel muito importante na aprendizagem dos alunos. A utilização de diversos materiais didáticos facilita também o processo de aprendizagem.

CAPÍTULO 2

PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA

No presente capítulo é apresentado o problema que deu origem à investigação, assim como as opções metodológicas associadas à mesma. Desta forma, é apresentado o paradigma em que se situa a mesma, bem como o *design* de estudo desenvolvido. Para além disso, refere-se e caracteriza-se os participantes desta investigação, os instrumentos de recolha de dados utilizados e os procedimentos adotados na recolha, tratamento e análise dos mesmos, bem como a proposta de intervenção.

2.1. PROBLEMATIZAÇÃO

Esta investigação tem como finalidade potenciar o desenvolvimento da comunicação matemática, através de jogos que apelem ao cálculo mental. Segundo Ponte (2007), "a comunicação constitui um instrumento de regulação directa do processo de ensino-aprendizagem por parte do professor de Matemática." (p. 5). Desta forma, o papel do professor assume-se como um elemento importante na escolha de tarefas matemáticas que promovam a comunicação matemática.

Para Passos (2006) citado por Caldeira (2009b), "a autonomia e a qualidade são objectivos da educação, fundamentais da matemática, e os jogos (…) podem ser usados para estimular e desenvolver habilidades contribuindo para o processo do conhecimento lógico-matemático" (p. 51). Assim, o jogo deve ser utilizado como ferramenta didática que permite a apropriação do conhecimento matemático e o desenvolvimento de capacidades e competências, estimulando o desenvolvimento do pensamento matemático e a motivação e o envolvimento dos alunos na atividade matemática.

De modo a promover o desenvolvimento do cálculo mental, segundo Carvalho e Ponte (2014) "as tarefas são o ponto de partida para a atividade matemática dos alunos e a sua realização na sala de aula deve ser sistemática, promover a reflexão e ser objecto de discussão e partilha" (p. 33). Como tal, a partilha de argumentações diferentes fará com que os alunos aprendam a utilizar diversas estratégias para a obtenção do mesmo resultado. Por esta razão, optou-se por desenvolver a comunicação matemática ao nível da explicitação do raciocínio matemático, através de jogos que recorrem ao cálculo mental.

De acordo com o que foi referido anteriormente, o problema que originou esta investigação foi a dificuldade sentida pelos alunos desta turma na explicitação das estratégias de resolução e do raciocínio matemático utilizado, ou seja, na mobilização da comunicação matemática. A partir do problema mencionado, emergiram as seguintes questões de investigação:

1 – De que forma os jogos contribuem para o desenvolvimento da comunicação matemática?

2 – Quais as estratégias de cálculo mental que os alunos utilizam quando realizam os jogos matemáticos propostos e de que forma as explicitam?

2.2. PARADIGMA INTERPRETATIVO

Esta investigação apoia-se em Ramos e Naranjo (2014) para definir paradigma como "um modelo em que se concretiza uma profunda fundamentação teórica que serve de suporte filosófico para sustentar outras teorias" (pp. 26-27). Por sua vez, este estudo insere-se num paradigma interpretativo porque, de acordo com Erickson (1986), "o principal significado das abordagens interpretativas da pesquisa sobre o ensino aborda problemas de conteúdo e não questões de procedimento" (p. 120), pelo que nesta investigação se analisará não só o procedimento do que foi executado, mas ter-se-á em conta o progresso dos participantes e o resultado final da intervenção.

Assim sendo, o propósito desta investigação será compreender a importância do jogo nas aprendizagens matemáticas, em especial no desenvolvimento do cálculo mental.

2.3. INVESTIGAÇÃO – AÇÃO

O *design* de estudo desta investigação é a investigação-ação. Segundo Bogdan e Biklen (1994) citado por Máximo-Esteves (2008) “a investigação-acção consiste na recolha de informações sistemáticas com o objectivo de promover mudanças sociais” (p.292), pelo que, atendendo ao contexto no qual decorre este estudo, optou-se por este *design*, uma vez que se pretende que ocorram mudanças ao nível das aprendizagens realizadas dos alunos.

Suárez Pazos (2002) refere “O objeto da investigação é explorar a prática educativa tal como se verifica nos cenários naturais da sala de aula e da escola; é uma situação problemática ou, pelo menos, suscetível de ser melhorada” (p. 3). Desta forma, através deste *design*, tem-se como propósito perceber os contributos do jogo no desenvolvimento do cálculo mental com o intuito de melhorar os conhecimentos dos alunos.

2.4. PARTICIPANTES

A recolha de dados desta investigação foi realizada durante a prática pedagógica supervisionada no ano letivo 2016/2017. Deste modo, os participantes deste estudo são os alunos de uma turma do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, bem como a professora/investigadora e a professora cooperante.

2.4.1. Caracterização da instituição de ensino

O local onde se realizou esta investigação é uma instituição situada no concelho de Lisboa e que se rege pelo estatuto do ensino particular e cooperativo de carácter não lucrativo e foi fundada em 1958 pela ordem Portuguesa Franciscana, sendo originalmente apenas frequentado por rapazes durante o 1.º ciclo. Em 1975 passou a incluir um ensino misto. Atualmente, contém desde a educação pré-escolar até ao 3.º ciclo do ensino básico.

A instituição tem 147 alunos em Pré-Escolar divididos por duas turmas de acordo com a idade das crianças. No 1.º ciclo do ensino básico há 207 alunos divididos por duas turmas por ano, no 2.º ciclo há 164 alunos divididos por três turmas no 5.º ano e quatro turmas no 6.º ano. Por fim, no 3.º ciclo, há 249 alunos existindo quatro turmas do 7.º e 8.º anos e três turmas no 9.º ano.

2.4.2. Caracterização da turma

A turma de 2.º ano de escolaridade é constituída por 26 alunos, sendo que 11 são do género masculino e 15 do género feminino, tendo idades compreendidas entre os 7 e os 8 anos. Todos os alunos são de nacionalidade portuguesa.

De um modo geral, a nível curricular, a turma demonstra bons resultados em todas as Áreas Curriculares.

Em relação à Matemática, os alunos, na sua generalidade, apresentam bons resultados no cálculo mental. Contudo, não demonstram ter ainda desenvolvida a competência de comunicação matemática, no sentido em que apresentam ter dificuldades em explicitar as estratégias que utilizam para resolver desafios de cálculo mental.

Estas dificuldades são observáveis através da falta de atenção e interesse quando confrontados com tarefas habituais e de cariz tradicional, tais como, a tarefa diária de cálculo mental.

Nesta investigação, de forma a preservar a identidade dos alunos, estes serão designados pelas iniciais do seu nome.

2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS

No decorrer da prática pedagógica supervisionada utilizaram-se os seguintes instrumentos para a recolha de dados: observação, diário de bordo, conversas informais, protocolos de alunos e recolha documental. Usou-se os diferentes instrumentos com o propósito de triangular as informações de modo a atingir um critério de qualidade na investigação interpretativa (Patton, 1990).

2.5.1. Observação

A observação é fundamental como instrumento de recolha de dados, permitindo a recolha de situações reais, tal como acontecem num determinado contexto, ajudando na sua compreensão (Máximo-Esteves, 2008).

Nesta investigação assumiu-se um papel de observador participante, visto ter sido utilizado uma "estratégia que envolve, pois, não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada" (Lüdke & André, 2005, p. 28). Essa observação foi registada no diário de bordo e ainda através de fotografias desde do início até ao fim da intervenção.

2.5.2. Diário de Bordo

O diário de bordo (DB) é um dos instrumentos que complementa a investigação, visto que nele se encontra o registo de todas as observações realizadas durante a mesma. Segundo Máximo-Esteves (2008), "Os diários são colectâneas de registos descritivos acerca do que ocorre nas aulas, sob a forma de notas de campos ou memorandos, de observações estruturadas e registos de incidentes críticos" (p. 89) podendo contemplar também o lado mais pessoal do investigador, incluindo os sentimentos, as emoções e as reações no meio em que se insere (Spradley, 1980 citado por Máximo-Esteves, 2008).

De modo a enriquecer a investigação, o DB inclui, para além de observações realizadas ao longo do tempo de intervenção, relatórios diários sobre as intervenções executadas onde foram registadas as estratégias que os alunos utilizaram na resolução das tarefas propostas, várias reflexões que incluíam perspetivas de melhoria profissional e pessoal e um registo fotográfico das atividades desenvolvidas de modo a contribuir para uma melhor perceção e reflexão de determinados momentos.

2.5.3. Conversas informais

As conversas informais são meios de recolha de informação, na medida em que "são os instrumentos metodológicos que os professores utilizam com mais frequência para registar os dados de observação" (Máximo-Esteves, 2008, p. 88). Como tal, a linguagem utilizada terá de ser respeitada de acordo com o contexto da investigação. Durante toda a prática de ensino supervisionada foram concretizadas várias conversas informais acerca das opiniões dos alunos, bem como da professora titular de turma sobre o contexto onde foi realizada a investigação, permitindo conhecer, de forma mais aprofundada a realidade educativa em questão. Estas conversas foram registadas no diário de bordo.

2.5.4. Protocolos de alunos

Considerámos como protocolos de alunos os documentos recolhidos na sala de aula, referentes às atividades desenvolvidas nas aulas, bem como outros documentos que contêm informação relativa ao processo de aprendizagem de cada aluno.

De acordo com Máximo-Esteves (2008), "A análise dos artefactos produzidos pelas crianças é indispensável quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos." (p. 92), a organização destes artefactos e a sua respetiva datação "transforma os arquivos dos trabalhos das crianças em bases de dados fecundas para compreender as suas transformações através do tempo" (Máximo-Esteves, 2008, p .92).

2.5.5. Recolha documental

A recolha documental possibilita o acesso a documentos que permitem a sua consulta recorrente em diferentes contextos (Lüdke & André, 2005). Nesta investigação considerou-se como recolha documental os documentos produzidos pela instituição de ensino, onde esta foi realizada, nomeadamente o projeto curricular da instituição, o plano anual de turma e os registos individuais de cada criança que permitiram um melhor conhecimento do contexto educativo em que decorreu a investigação.

2.6. PROCEDIMENTOS

De modo a completar este estudo, além dos instrumentos de recolha de dados, inserimos também os procedimentos de recolha de dados, o seu tratamento e análise e, por fim, a proposta didática.

2.6.1. Procedimentos de recolha de dados

A recolha de dados foi realizada numa turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, iniciando-se por uma observação da dinâmica da turma com a qual se trabalhou, principalmente a estrutura das aulas e o seu modo de trabalho, bem como uma pesquisa sobre a investigação a implementar. Numa segunda fase mais alargada, efetuaram-se diversas planificações e realizaram-se momentos de avaliação diagnóstica e, simultaneamente, registaram-se as observações realizadas. Por fim, procedeu-se às planificações e implementações dos diferentes jogos de cálculo mental. Estes foram acompanhados por diversos registos fotográficos que demonstravam a envolvência da turma nos jogos bem como os seus trabalhos.

Com vista a espelhar o processo da recolha de dados foi efetuada uma tabela de modo a sistematizá-lo (ver Tabela 1).

Tabela 1: Processo da recolha de dados

Tópicos	Meses						
	nov.	dez.	jan.	fev.	mar.	abr.	mai.
Planificação e realização de fichas de avaliação diagnóstica							
Registos diários das observações realizadas							
Planificação e implementação dos jogos do cálculo mental							

2.6.2. Procedimentos de tratamento e análises de dados

O processo de tratamento e análise de dados proporciona ao investigador interpretar e extrair o significado dos dados recolhidos. Segundo Flores (1994), este procedimento divide-se em três fases: redução dos dados, organização dos dados e obtenção e verificação de conclusões.

A primeira fase recai na separação, identificação e classificação dos dados recolhidos, agrupando-os. A segunda fase é a organização dos dados que permite processar e divulgar em tabelas, diagramas e gráficos. Na terceira fase elabora-se a análise e interpretação dos dados e posteriormente as considerações finais, de forma a responder às questões de investigação.

Na investigação em questão, o processo de tratamento e análise de dados utilizado é a índole narrativa, isto é, passa "duma leitura flutuante ao reconhecimento de padrões, fazendo emergir categorias indutivas de análise" (Clandinin & Connelly, 1998; Hamido & César, 2009 citados por Machado, 2010, p. 39).

Assim sendo, pretende-se analisar as reflexões realizadas sobre os jogos propostos, o desenvolvimento dos alunos relativamente aos conteúdos estudados, a adaptação e implementação dos jogos, assim como todas as informações relevantes disponibilizadas pela professora cooperante.

2.6.3. Proposta didática

Este estudo realizou-se numa turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, como tal, decidiu-se desenvolver três jogos que proporcionassem aprendizagens significativas nos alunos. Os jogos foram implementados durante os meses de abril e maio de 2017 e inserem-se no domínio Números e Operações (NO2) (MEC, 2013).

Todos os jogos realizados tinham como principal objetivo o desenvolvimento do cálculo mental. Como tal, o primeiro jogo que se introduziu foi o Jogo da Matemática e tinha como objetivo trabalhar as quatro operações aritméticas básicas (ver Anexo 1). O material utilizado foi: as mesas dos alunos que funcionavam como "casas" do jogo, um dado e os próprios alunos que funcionavam como "peões".

O segundo jogo foi o Jogo do Bingo (ver Anexo 2) e, à semelhança do Jogo da Matemática, tinha como objetivo trabalhar as quatro operações aritméticas básicas. Os alunos foram distribuídos por quatro grupos e cada grupo tinha um boletim com nove resultados de operações. A professora/investigadora tinha um saco com cartões com as operações e, assim que se retirava um cartão do saco, lia-o e os alunos que tivessem a resposta correta, colocavam o braço no ar e verbalizavam o seu raciocínio. O primeiro grupo a completar o boletim, ganhava o jogo. O material utilizado foram os boletins, os cartões e um saco.

O terceiro jogo que se apresentou foi o Jogo das Imagens (ver Anexo 3) em que, através de somas, os alunos tinham de encontrar o valor de cada símbolo. Cada aluno tinha de completar seis jogos. Os materiais utilizados foram as seis folhas, uma com cada jogo.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

No presente capítulo serão apresentados os três jogos implementados nesta investigação: Jogo da Matemática, Jogo do Bingo e Jogo das Imagens. Em cada jogo estão focados dois pontos: as estratégias de resolução utilizadas por cada aluno e a reflexão geral do jogo. Como conclusão deste capítulo, optou-se por fazer uma avaliação global dos alunos focando e refletindo sobre a evolução de cada aluno ao longo dos três jogos. É importante referir que, tanto nas reflexões gerais como na avaliação global avaliou-se não só o tipo de resposta (correta ou incorreta) como a comunicação matemática, ou seja, se o aluno conseguiu ou não explicitar as suas estratégias de resolução.

Tal como já mencionado anteriormente, a finalidade desta investigação está relacionada com o contributo dos jogos matemáticos no desenvolvimento de capacidades e de competências matemáticas, nomeadamente o cálculo mental, o raciocínio matemático, a comunicação matemática e a argumentação matemática. Para tal, adaptaram-se três jogos que pudessem permitir o desenvolvimento dessas e outras capacidades e competências (matemáticas).

Neste capítulo, mostrar-se-á os desempenhos evidenciados pelos alunos, bem como avaliar-se-á a evolução dos mesmos na explicação das estratégias utilizadas na resolução dos diferentes cálculos.

3.1. 1.º JOGO – *JOGO DA MATEMÁTICA*

Com o intuito de envolver, de forma mais significativa, os alunos e aumentar o interesse pela Matemática, optou-se pela realização deste jogo – *Jogo da Matemática.* Neste jogo, os alunos trabalhavam em grupos de quatro elementos, sendo que os pontos obtidos eram para a equipa. Assim, teriam de estar concentrados e atentos para responder, contudo só podia responder um aluno de cada vez. Todos os grupos teriam de responder, pelo menos, a um cálculo das quatro operações aritméticas básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Para se jogar este jogo, era necessário reorganizar as mesas dos alunos em formato retangular e colocar um sinal de cada operação, ao acaso, em cima de cada mesa (ver Figura 1).

Figura 1: Organização das mesas.

Após o lançamento do dado, o grupo movimentava-se o número de casas que saísse no dado como um "peão", respondendo a um cálculo, de acordo com o sinal de operação que estivesse na casa que tinha chegado.

Em termos de classificação, o aluno que respondesse corretamente e explicasse a sua estratégia, o grupo ganhava dois pontos; caso respondesse apenas corretamente sem explicar a sua estratégia ou não respondesse corretamente, mas explicava a sua estratégia, o grupo ganhava um ponto; o grupo só não obteria ponto se o aluno não só errasse como também não explicasse a estratégia.

O jogo terminava assim que todos os grupos respondessem a cada uma das quatro operações. À medida que os grupos iam saindo do jogo, era-lhes entregue uma folha com o objetivo de que realizassem os cálculos que os alunos em jogo tinham que efetuar, demonstrando a estratégia de resolução. O vencedor era o grupo que alcançasse o maior número de pontos.

3.1.1. Estratégias de resolução

Algumas das estratégias de resolução foram registadas pela professora/investigadora com o intuito de não interferir no ritmo de jogo podendo provocar o desinteresse nos alunos. Contudo, houve estratégias que foram registadas pelos próprios alunos, após saírem do jogo.

Nas figuras que se seguem (Figuras 2, 3, 4, e 5) pode constatar-se que todos os alunos optaram pela estratégia aritmética (algorítmica) para responder ao cálculo 16 + 17 =?, representando-o de diferentes formas.

16 + 17 = 33

16 + 16 = 32

32 + 1 = 33

Figura 2: Estratégia de resolução utilizada por I.M.

Na Figura 2, pode observar-se que o aluno optou por utilizar a estratégia de partição (Buys, 2008), uma vez que separou a segunda parcela (17=16+1), o que corresponde ao que Caney e Watson (2003) designam por estratégia concetual, uma vez que os números são vistos como incluindo várias relações, ou seja, neste caso, o 17 resulta da adição de 16 com 1. Desta forma, o aluno consegue mobilizar conhecimentos matemáticos apropriados anteriormente. Esta era a estratégia que se pretendia que os alunos utilizassem, uma vez que já tinha sido trabalhada com os alunos, durante os diversos momentos de cálculo mental realizados.

Já em termos de comunicação matemática é evidente a utilização de uma linguagem matemática oral, simbólica e completa, uma vez que o aluno recorreu à linguagem falada para expressar a sua estratégia evidenciando os sinais matemáticos das operações a que recorreu e apresentando, de forma explícita, todas as etapas do raciocínio utilizado.

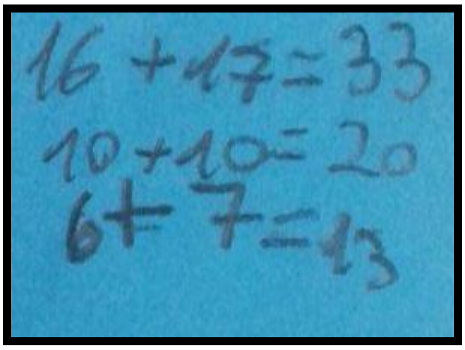


Figura 3: Estratégia de resolução utilizada por G.L.

Na Figura 3, o aluno G.L., ao contrário de I.M. utilizou a estratégia de decomposição (Buys, 2008) tendo decomposto os números 16 (10 + 6) e 17 (10 + 7), somando as primeiras duas parcelas de cada número (10 + 10 = 20), de seguida adicionou as segundas parcelas de cada número (6 + 7 = 13) e, por fim, subentende-se que o aluno somou os dois resultados das operações anteriores (20 + 13 = 33), escrevendo apenas o resultado no cálculo inicial (16 + 17 = 33). Assim, o aluno recorre a um conhecimento relacional (Skemp, 1978), uma vez que utiliza o 10 como número de referência, estabelecendo relações entre os números 16 e 17, pelo que esta estratégia é classificada como uma estratégia conceptual, de acordo com Caney e Watson (2003).

Relativamente à comunicação matemática, esta foi realizada de forma escrita, recorrendo a uma linguagem matemática, uma vez que o aluno escreveu o seu raciocínio, de forma simbólica, pois recorreu aos símbolos matemáticos que traduzissem o seu raciocínio. No entanto, a mesma foi considerada incompleta, visto que o aluno omitiu um passo na explicitação de raciocínio matemático utilizado.

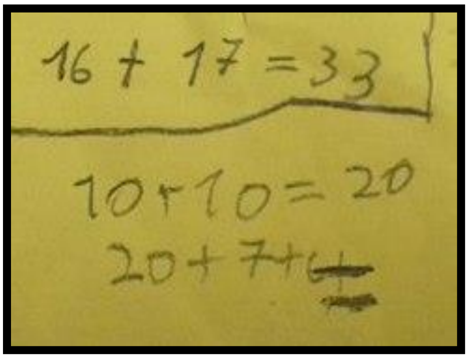


Figura 4: Estratégia de resolução utilizada por M.P.

À semelhança da estratégia de resolução de G.L., o aluno M.P. na Figura 4, utilizou o mesmo tipo de estratégia de resolução que o seu colega – estratégia de decomposição (Buys, 2008), podendo observar-se a decomposição das parcelas 16 (10 + 6) e 17 (10 + 7), estando a mesma escrita de forma diferente. O aluno começa por somar as duas primeiras parcelas (10 + 10 = 20), contudo, ao invés de somar independentemente 7 com o 6, decidiu acrescentar ao último resultado que tinha encontrado, 20, mais 7 e mais 6. Isso significa que o aluno inverteu a ordem em que apareciam as parcelas e entendeu que 16+17=20 + 7 + 6 = 33, o que evidencia que este aluno conseguiu aplicar a propriedade comutativa da adição. Desta forma, e de acordo com Caney e Watson (2003), o aluno recorreu a uma estratégia de cálculo mental concetual.

No que diz respeito à comunicação matemática, tal como explicado anteriormente, é evidente a utilização de uma linguagem matemática escrita, simbólica e incompleta, na medida em que o aluno não explicitou o último passo do raciocínio.

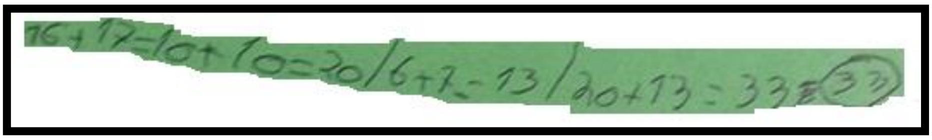


Figura 5: Estratégia de resolução de I.V.

Na Figura 5, o aluno I.V. utilizou o mesmo tipo de estratégia de resolução que G.L. – estratégia de decomposição (Buys, 2008), representando-o do mesmo modo: decompôs os números 16 (10 + 6) e 17 (10 + 7), somou separadamente as parcelas de cada número (10 + 10 = 20) e (6 + 7 = 13), no final adicionou os dois resultados das operações anteriores (20 + 13 = 33). Por fim, repetiu o mesmo resultado, dando-lhe uma maior ênfase de acordo com a circunferência que desenhou no segundo resultado. Seguindo a linha de pensamento de Caney e Watson (2003), a estratégia de cálculo mental utilizada para este aluno pode classificar-se como concetual, na medida em que estabelece relações entre os números existentes.

Quanto à comunicação matemática, o aluno recorre a uma linguagem matemática escrita, simbólica e completa, na medida em que explicita todos os passos do raciocínio utilizado. No entanto, do ponto de vista formal da escrita, esta não está totalmente correta, dado que estabelece, ao início, uma igualdade falsa (16+17=10+10=20), situação que é habitual acontecer.

Em resumo, pode concluir-se que, nas quatro estratégias de resolução exemplificadas, os alunos responderam corretamente e explicaram o seu raciocínio, contudo apenas I.M., utilizou a estratégia de resolução que a professora/investigadora pretendia para esta tarefa.

3.1.2. Reflexão geral do jogo

Tendo em consideração as estratégias de resolução evidenciadas pelos alunos neste jogo, pode afirmar-se que estes demonstraram uma grande facilidade em responder corretamente aos cálculos apresentados, evidenciando na sua generalidade as estratégias de resolução para os mesmos.

Uma vez que este tipo de abordagem ao cálculo mental foi avaliado pela primeira vez com este jogo, não se consideram preocupantes as dificuldades apresentadas pelos quatro alunos que obtiveram respostas incorretas ou incompletas (ver Tabela 2). Contudo, tem de se ter em consideração que, ao ser o primeiro jogo apresentado, este tinha um nível de complexidade mais baixo comparativamente aos jogos apresentados posteriormente.

Na Tabela 2 podem observar-se todas as questões colocadas aos alunos dos diversos grupos, bem como as suas respostas corretas ou incorretas. Estas estão assinaladas com um sistema de cor em que o verde corresponde às corretas e explicação do raciocínio e o vermelho corresponde às respostas incorretas e ausência de explicação do raciocínio.

Desta forma, pode constatar-se que os Grupos 3 e 5 foram os grupos vencedores, uma vez que todos os elementos responderam corretamente às questões colocadas e explicaram as suas estratégias de resolução, tendo uma pontuação final de 8 pontos.

É de notar que os alunos M.M. e G.L. realizaram um cálculo incorreto. O aluno M.M. não respondeu corretamente à primeira operação, uma vez que afirmou que 90 – 40 = 40, não explicando o motivo desta resposta. Já o aluno G.L. teve a sua resposta incorreta, visto que não demonstrou diferenciar os conceitos de metade e quarta-parte, o que de acordo com McIntosh (2006) pode classificar-se como um erro concetual. Estas dificuldades podem ser justificadas devido à falta de concentração destes dois alunos.

Por fim, os alunos T.M. e M.A.1 conseguiram acertar no cálculo que lhes foi atribuído, no entanto, não explicaram o raciocínio utilizado. O aluno T.M. tem bastantes facilidades em termos de cálculo, contudo, as suas dificuldades assentam na explicação de estratégias de resolução. Já o aluno M.A.1 apresenta dificuldades de aprendizagem, nomeadamente em compreender novos conceitos, que podem estar na origem na dificuldade de explicação da estratégia utilizada.

Tabela 2: Avaliação geral das respostas dos alunos.

Grupos	Alunos	Operações	Respostas	Validade da Resposta	Validade da Explicação	Pontuação
1	A.R.	Terça-parte de 33 = 11	11 + 11 + 11 = 33			7 Pontos
	C.O.	35 + 36 = 71	35 + 35 = 70 / 70 + 1 = 71			
	M.M.	90 – 46 =44	90 – 40 = 40 / 40 – 6 = 34			
	T. A.	Quádruplo de 9 = 36	4 x 9 = 36			
2	A.C.	40 + 41 = 81	40 + 40 = 80 / 80 + 1 = 81			7 Pontos
	C.P.	Triplo de 5 = 15	5 + 5 + 5 = 15			
	C.Q.	Metade de 60 = 30	30 + 30 = 60			
	T.M.	71 – 36 = 35	Não explicou o raciocínio			
3	G.C.	Quarta-parte de 44 = 11	11 + 11 + 11 + 11 = 44			8 Pontos
	L.M.	Triplo de 8 = 24:	8 + 8 + 8 = 24			
	S.R.	60 – 29 = 31	60 – 30 = 30 / 30 -1 = 29			
	T. C.	30 + 29 = 59	30 + 20 = 50 / 50 + 9 = 59			
4	G.L.	Quarta-parte de 32 = 8	1/4 de 32 = 16 porque 8 + 8 = 16			7 Pontos
	M.P.	30 – 14 = 16	30 – 10 = 20 / 20 – 4 = 16			
	S.P.	45 + 44 = 89	45 + 45 = 90 / 90 – 1 = 89			
	V.F.	Dobro de 10 = 200	10 + 10 = 20			
5	D.S.2	100 – 49 = 51	100 – 50 = 50 / 50 – 1 = 49			8 Pontos
	I.V.	34 + 33 = 67	30 + 30 = 60 / 4 + 3 = 7 / 60 + 7 = 67			
	M.A.3	Dobro de 30 = 60	30 + 30 = 60			
	T.G.	Terça-parte de 27 = 9	9 + 9 + 9 = 27			
6	D.S.1	Quádruplo de 5 = 20	5 + 5 = 10 / 5 + 5 = 10 / 10 + 10 = 20			7 Pontos
	I.M.	16 + 17 = 33	16 + 16 = 32 /32 + 1 = 33			
	M.A.1	20 – 9 = 11	Não explicou o raciocínio			
	M.A.2	Quarta-parte de 28 = 7	7 + 7 + 7 + 7 = 28			
M.C. R.P.			Faltou			

3.2. 2.º JOGO – *JOGO DO BINGO*

O segundo jogo realizado foi o Jogo do Bingo. À semelhança do *Jogo da Matemática*, os alunos estavam organizados por grupos (pares e trios). Cada grupo tinha um boletim com nove resultados para ser preenchido com nove cartões que continham as operações que correspondiam aos resultados. O jogo terminava assim que o primeiro grupo conseguisse preencher o seu boletim (ver Figura 6).

Figura 6: Grupo que completou o boletim.

A professora/investigadora tinha em sua posse um saco com todos os cartões com as operações. À medida que esta retirava um cartão, lia a operação do mesmo. Os alunos que soubessem resolver colocavam o braço no ar (ver Figura 7), para explicar a estratégia de resolução utilizada e, consequentemente, a sua resposta.

Figura 7: Participação dos alunos no jogo.

3.2.1. Estratégias de resolução

Nesta tarefa pretendia-se que os alunos explicassem as estratégias de resolução utilizadas, sendo que este registo foi efetuado pela professora/investigadora. Foi possível observar que alguns alunos manifestaram dificuldade em expressar o seu raciocínio acabando por dar apenas a resposta da operação. Contudo, a professora/investigadora, sempre que existia essa dificuldade, solicitava a participação de outros alunos com o intuito que estes explicassem o raciocínio que o colega não conseguiu explicar. Desta forma, todos os alunos podiam ir apropriando as estratégias de resolução dos diversos cálculos.

Na Figura 8, pode observar-se o diálogo realizado entre a professora/investigadora e o aluno M.M., no qual se pode compreender o nível de desenvolvimento do raciocínio matemático deste aluno, uma vez que resolveu a operação 110 – 7 de uma forma contrastante da dos colegas, sendo esta uma estratégia de cálculo mental concetual (Caney & Watson, 2003), onde, pelo discurso do aluno, se compreende claramente o conhecimento dos conceitos matemáticos sobre o domínio de Números e Operações (NO2), o que se coaduna com o defendido por Buys (2008), quando caracteriza o que entende por cálculo mental.

Professora/investigadora: Próximo cálculo: 110 – 7.
M.M.: 100 – 7 = 103 porque eu sei que 10 – 7 = 3.
Logo, 110 – 7 = 103

Figura 8: Estratégia de resolução utilizada por M.M.

Em relação à comunicação matemática, pode observar-se, na Figura 8, que o aluno utiliza uma linguagem matemática oral, simbólica e completa para explicitar o seu pensamento.

Na Figura 9, pode observar-se mais um diálogo realizado entre professora/investigadora e dois alunos.

Professora/investigadora: M.A.2, consegue resolver e explicar este cálculo, 100 – 48?
M.A.2: Sim. 100 – 48 = 52 porque 100 – 50 = 50 e 50 + 2 são 52.
Professora/investigadora: Alguém não percebeu a estratégia de M.A.2?
*M.A.3:*Eu não percebi porque é que o M.A.2 disse 100 – 50 e depois disse mais dois.
Professora/investigadora: M.A.2, explique melhor a sua estratégia, por favor.
M.A2.: Então, como eu não sei de cabeça quantos são 100 – 48, fiz o número mais próximo que sabia que é 50. 100 – 50 = 50. 50 – 2 = 48. Por isso, tenho de acrescentar o 2 que tirei. 50 + 2 = 52.
Professora/investigadora: É isso mesmo. M.A.3, compreendeu melhor?
M.A.3: Ah! É a estratégia de "se tirar de um lado, tenho de por no outro"! Já percebi!
Professora/investigadora (sorrindo, responde): Está certíssimo.

Figura 9: Diálogo realizado sobre a estratégia de resolução de M.A.2

Após a leitura do diálogo é possível constatar, não só a forma como o aluno M.A.2 raciocinou, recorrendo à estratégia com opções variadas (Buys, 2008) sendo evidente o foro concetual (Caney & Watson, 2003) utilizado, como também a facilidade que este aluno demonstra em explicar o seu raciocínio ao colega, servindo-se da linguagem matemática oral, simbólica e completa. Compreende-se também, que o aluno percebeu a estratégia desenvolvida pela professora em aulas anteriores, tendo facilidade em colocá-la em prática.

Nas Figuras 10 e 11 estão representados dois cálculos semelhantes realizados por dois alunos.

Professora/investigadora: Próximo cálculo: 50 + 51.
D.S.1.: 50 + 51 = 101 porque o dobro de 50 é 100 e depois acrescentei 1.

Figura 10: Estratégia de resolução utilizada por D. S.1

A explicação da estratégia utilizada pelo aluno D.S.1 (ver Figura 10) permite perceber o raciocínio deste, uma vez que, ao utilizar a estratégia de partição (Buys, 2008), na qual utiliza o 50 como número de referência e reconhece que a diferença entre as duas parcelas é um e, por essa razão, acrescenta um ao resultado final. Por essa razão, pode classificar-se também como uma estratégia concetual (Caney & Watson, 2003), uma vez que é claro na explicação do aluno o seu raciocínio quando afirma que 50 + 50 é o mesmo que dobro de 50 numa linguagem matemática oral, simbólica e completa.

Professora/investigadora: Próximo cartão: 45 + 46. *T.A.:* 45 + 46 = 91, porque 40 + 40 = 80 5 + 6 = 11 80 + 11 = 91

Figura 11: Estratégia de resolução utilizada por T.A.

Já na Figura 11, o aluno sentiu necessidade de decompor o número 45 em 40 + 5 - estratégia de decomposição (Buys, 2008). Isto pode evidenciar que o aluno não reconheceu a diferença entre as duas parcelas, não sendo claro para ele a soma de 45 com 45, e posteriormente, a soma de 1. Desta forma, decompôs as duas parcelas, somando as dezenas e, seguidamente, as unidades, utilizando a estratégia concetual de cálculo mental (Caney & Watson, 2003), uma vez que a sua resolução recorre a estratégias memorizadas. Pode afirmar-se que o aluno consegue explicar e aplicar estratégias de cálculo mental, contudo, não utilizou a que era pretendida para a resolução deste cálculo. No entanto, a sua comunicação matemática é oral, simbólica e completa.

3.2.2. Reflexão geral do jogo

Apesar de se ter optado por analisar estas quatro estratégias, é importante referir que houve alunos que, ou responderam incorretamente ou não souberam explicar as suas estratégias (ver Tabela 3). Isto deve-se ao facto das operações escolhidas para este jogo, serem mais complexas do que as que foram realizadas no jogo anterior.

O aluno R.P. não soube explicar os dois cálculos de subtração, apenas os da adição, necessitando dos dedos para responder a esses cálculos.

É importante referir que o aluno V.F. respondeu apenas a um cálculo e não soube justificá-lo porque, durante o jogo, este aluno teve de se ausentar para frequentar a aula de apoio, não tendo tido oportunidade para responder a outros cálculos. Os alunos M.A.2 e T.G. responderam apenas a um cálculo cada um, porque não demonstraram dificuldades na comunicação matemática.

Na Tabela 3 pode constatar-se que nem todos os alunos responderam ao mesmo número de questões porque a professora/investigadora optou por questionar mais vezes os alunos que revelaram ter mais dificuldade na explicação das suas estratégias. Pode observar-se também as respostas corretas e incorretas bem como todas as estratégias que os alunos não conseguiram explicar. À semelhança da tabela anterior, nesta tabela (Tabela 3) também se optou por utilizar um sistema de cor avaliando dois parâmetros: a validade da resposta (se for correta, está a verde e incorreta a vermelho) e a validade da explicação, ou seja, se o aluno conseguiu explicitar a sua estratégia (cor verde), se não conseguiu explicar o seu raciocínio (cor vermelha).

Pode afirmar-se que apenas doze alunos responderam corretamente a todos os cálculos e explicaram as respetivas estratégias. É de salientar os alunos C.Q., D.S.1 e T.M. que explicaram todas as suas estratégias apesar de que cada aluno ter respondido de forma errada a um cálculo. No caso do aluno C.Q., errou o cálculo 15 + 16, respondendo inicialmente 29, corrigindo o resultado durante a explicação da estratégia utilizada. Em relação ao aluno D.S.1, demonstrou não dominar os termos metade e quarta-parte porque respondeu que a quarta-parte de 44 é 22 e o aluno T.M. respondeu que 99 + 14 = 114 porque, ao utilizar a estratégia de opções variadas (Buys, 2008), somou um, ao invés de retirar.

Em relação à comunicação matemática é de notar que, das oitenta e três operações propostas, vinte e uma não foram explicadas (cor vermelha). As restantes estratégias foram explicadas com recurso a uma linguagem matemática oral, simbólica e completa.

Tabela 3: Avaliação geral das respostas dos alunos

Grupos	Alunos	Operações	Respostas	Validade da Resposta	Validade da Explicação
1	M.A.1	Metade de 6 = 3	3 + 3 = 6		
		Dobro de 25 = 50	Não soube explicar		
		Metade de 4 = 2	2 + 2 = 4		
	T.M.	99 + 14 = 114	100 + 14 = 114		
		Dobro de 50 = 100	Não soube explicar		
		Dobro de 33 = 66	33 + 33 = 66		
		100 – 8 = 92	Não soube explicar		
	R.P.	23 + 24 = 47	20 + 20 = 40		
			3 + 4 = 7		
			40 + 7 = 47		
		60 – 4 = 56	Não soube explicar		
		40 + 39 = 79	40 + 40 = 80		
			80 – 1 = 79		
2	V.F.	20 + 23 = 43	Não soube explicar		
		Quádruplo de 4 = 16	Não soube explicar		
	M.A.3	Dobro de 35 = 70	30 + 30 = 60		
			5 + 5 = 10		
			60 + 10 = 70		
		100 – 7 = 93	Não soube explicar		
		85 + 20 = 105	80 + 20 = 100 100 + 5 = 105		
		Triplo de 5 = 15	Não soube explicar		
3	C.P.	40 – 4 = 36	40 – 2 = 38		
			38 – 2 = 36		
		45 + 8 = 53	45 + 10 = 55		
			55 – 2 = 53		
		32 + 23 = 55	32 + 20 = 52		
			52 + 3 = 55		
		Dobro de 10 = 20	10 + 10 = 20		
		Dobro de 15 = 30	Não soube explicar		

	G.C.	4 x 20 = 80	4 x 2 = 8 logo, 4 x 20 = 80
		17 + 17 = 34	Não soube explicar
		40 – 19 = 21	Não soube explicar
		69 + 5 = 74	69 + 1 = 70 70 + 4 = 74
		32 + 36 = 68	Não soube explicar
		68 – 10 = 58	68 – 8 = 60 60 – 2 = 58
4	T.A.	43 + 44 = 87	40 + 40 = 80 4 + 3 = 7 80 + 7 = 87
		45 + 46 = 91	40 + 40 = 80 5 + 6 = 11 80 + 11 = 91
		Metade de 44 = 22	Eu sei que: 22 + 22 = 44 Por isso: 44 – 22 = 22
		Quarta-parte de 44 = 11	Quarta-parte de 44 = 11 Porque 11 x 4 = 44
	I.V.	Dobro de 41 = 82	Não soube explicar
		100 – 51 = 49	100 – 50 = 50 50 – 1 = 49
		80 – 8 = 72	Não soube explicar
		Metade de 44 = 22	Não soube explicar
5	M.P.	40 – 2 = 38	Não soube explicar
		69 + 5 = 74	69 + 1 = 70 70 + 4 = 74
		Quarta-parte de 40 = 10	10 + 10 + 10 + 10 = 40
	C.Q.	42 + 43 = 85	40 + 40 = 80 2 + 3 = 5 80 + 5 = 85

		15 + 16 = 29	10 + 10 = 20 5 + 6 = 11 20 + 11 = 31		
		Terça-parte de 18 = 6	Não soube explicar		
	M.C.	17 + 20 = 37	10 + 20 = 30 30 + 7 = 37		
		20 – 3 = 17	Eu sei que: 20 – 3 = 17		
		60 + 34 = 94	60 + 30 = 90 90 + 4 = 94		
	T.C.	100 – 49 = 51	51 + 49 = 100		
		78 – 20 = 58	78 – 10 = 68 68 – 10 = 58		
6		Metade de 28 = 14	Porque 14 + 14 = 28		
		Dobro de 24 = 48	24 + 24 = 48		
		84 – 20 = 64	Eu sei que: 84 – 20 = 64		
	G.L.	35 + 36 = 71	30 + 30 = 60 5 + 6 = 11 60 + 11 = 71		
		42 + 41 = 83	40 + 40 = 80 80 + 3 = 83		
		25 + 42 = 67	20 + 40 = 60 5 + 2 = 7 60 + 7 = 67		
		60 – 31 = 29	60 – 30 = 30 30 – 1 = 29		
7	D.S.1	12 + 11 = 23	10 + 10 = 20 2 + 1 = 3 20 + 3 = 23		
		Quarta-parte de 44 = 22	Eu: Daniela, isso é a metade de 44. Se eu peço a quarta-parte, como é que eu tenho de		

			pensar? Daniela: Tenho de dividir o 44 em quatro partes iguais. Eu: É isso mesmo. Então, qual é a resposta? Daniela: É 11.
	M.M.	99 + 14 = 113	100 + 13 = 113
		110 – 7 = 103	Eu sei que: 10 – 7 = 3 logo, 110 – 7 = 103
8	M.A.2	100 – 48 = 52	100 – 50 = 50 50 + 2 = 52
	S.R.	70 – 11 = 59	70 – 10 = 60 60 – 1 = 59
		85 + 10 = 95	Não soube explicar
		Dobro de 43= 86	Não soube explicar
9	A.C.	Quádruplo de 8 = 32	8 + 8 = 16 16 + 16 = 32
		32 + 43 = 75	32 + 40 = 72 72 + 3 = 75
		50 – 24 = 26	50 – 25 = 25 25 + 1 = 26
	I.M.	Quádruplo de 11 = 44	Não soube explicar
		92 + 10 = 102	90 + 10 = 100 100 + 2 = 102
		32 + 43 = 75	Não soube explicar
	C.O.	Dobro de 23 = 46	Eu sei que: 23 + 23 = 46
		94 + 10 = 104	Eu sei que: 94 + 10 = 104
		30 + 31 = 61	30 + 30 = 60 60 + 1 = 61
10	A.R.	99 + 16 = 115	99 + 1 = 100

			100 + 15 = 115
		92 + 20 = 112	92 + 10 = 102 102 + 10 = 112
		40 – 21 = 19	40 – 20 = 20 20 – 1 = 19
		Dobro de 31 = 62	30 + 30 = 60 1 + 1 = 2 60 + 2 = 62
	S.P.	Triplo de 11 = 33	10 + 10 + 10 = 30 1 + 1 + 1 = 3 30 + 3 = 3
		110 – 4 = 106	10 – 4 = 6 Então: 110 – 4= 106
		99 + 18 =117	99 + 1 = 100 100 + 17 = 117
11	D.S.2	Quarta-parte de 32 = 8	8 + 8 = 16 16 + 16 = 32
		18 + 17 = 35	10 + 10 = 20 8 + 7 = 15 20 + 15 = 35
		50 + 51 = 101	100 + 1 = 101
	T.G.	Dobro de 44 = 88	44 + 44 = 88
		Terça-parte de 12 = 4	4 + 4 + 4 = 12
	L.M.	66 + 10 = 76	Eu sei que: 66 + 10 = 76

3.3. 3.º JOGO – *JOGO DAS IMAGENS*

O terceiro e último jogo foi um jogo adaptado do manual Plim do 2.º ano com o nome jogo das imagens. Ao contrário dos outros dois, os alunos realizaram-no individualmente. A professora/investigadora distribuiu um conjunto com seis jogos. O objetivo do jogo era que os alunos conseguissem descobrir o valor de cada imagem (ver Figura 12). A única diferença entre cada jogo eram os resultados das linhas e das colunas. Assim que descobrissem a estratégia de resolução, os alunos poderiam aplicá-la aos restantes jogos.

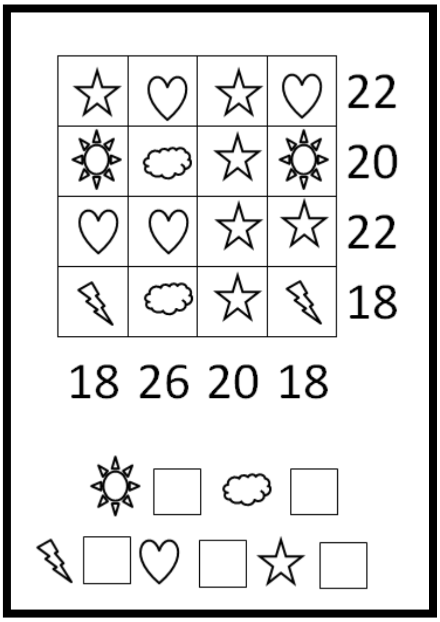


Figura 12: Exemplo de um jogo das imagens.

O jogo iniciou-se com uma explicação prévia no quadro com o propósito de os alunos compreenderem o objetivo do mesmo e as suas regras.

Foi distribuído a cada aluno um conjunto com seis jogos. Assim que a aula terminasse, os alunos teriam de entregar os seus conjuntos, mesmo que estes estivessem incompletos.

3.3.1. Estratégias de resolução

Nas figuras que se seguem poder-se-á observar não só as estratégias utilizadas pelos alunos, como também alguns jogos inventados por aqueles que completaram a tarefa mais rapidamente. Este jogo centrou-se, maioritariamente, na comunicação matemática dos alunos e não no tipo de estratégia utilizada por cada um. No entanto, é evidente que só é possível compreender e analisar a comunicação matemática quando os alunos expressam de alguma forma as formas de pensamento e raciocínio utilizados.

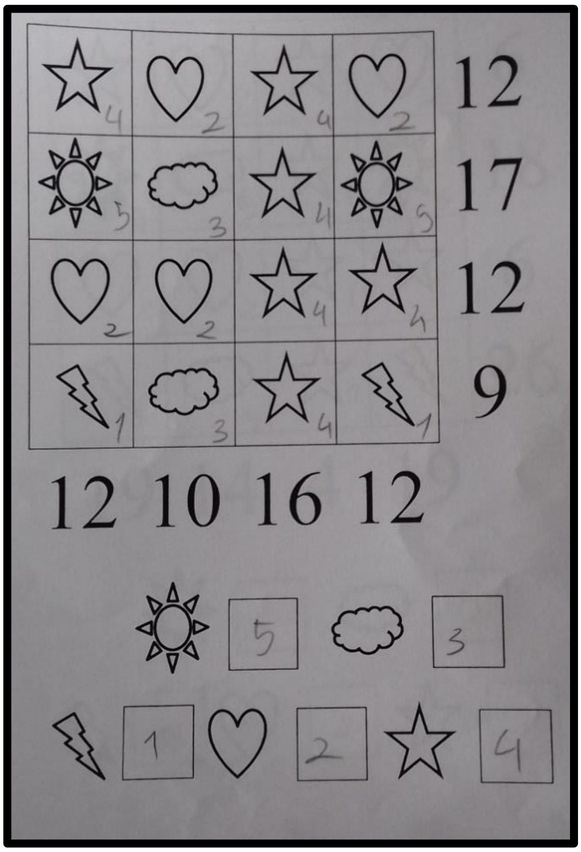


Figura 13: Estratégia utilizada pelo aluno D.S.1

Na Figura 13, o aluno optou por escrever o valor de cada imagem no canto inferior da própria imagem de modo a facilitar as somas sucessivas. A comunicação matemática utilizada por este aluno refletiu-se numa linguagem matemática escrita, simbólica e incompleta, uma vez que o aluno não evidencia os passos do seu pensamento.

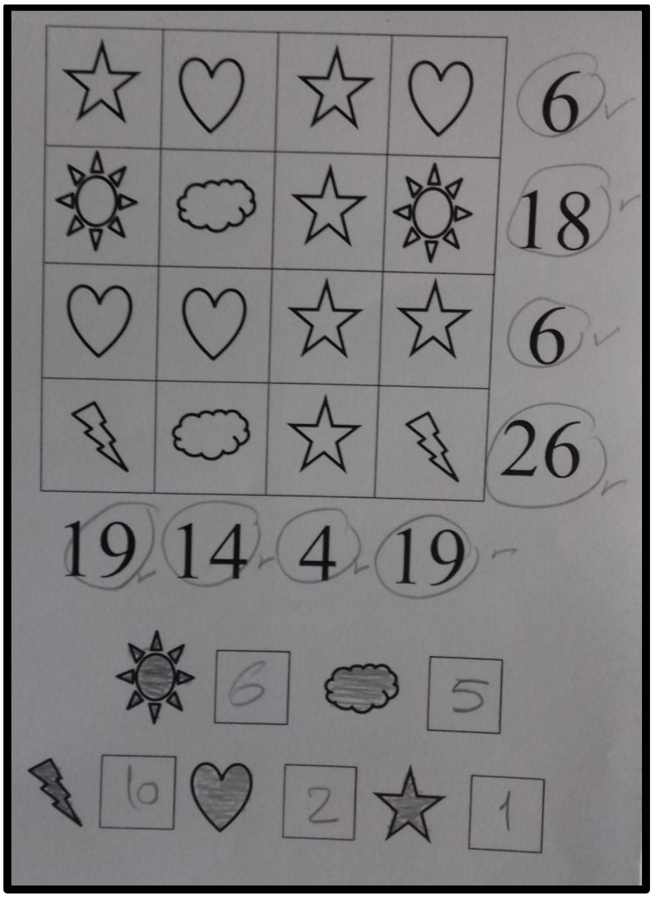


Figura 14: Estratégia utilizada pelo aluno C.Q.

Na Figura 14, não é possível aceder à estratégia em si, no entanto, podemos afirmar que o aluno teve a preocupação de confirmar o seu trabalho, autocorrigindo-se com “certos”. Deste modo, ao nível da comunicação matemática não é possível caracterizá-la.

Figura 15: Estratégia utilizada pelo aluno D.S.2

O aluno D.S.2, na Figura 15, escreveu a forma como efetuou o raciocínio, pois numerou de 1 a 5, mostrando a estratégia que utilizou. O número 1 está na terceira coluna que nos indica o valor da estrela, o número 2 na primeira linha dando o valor do coração, o número 3 na segunda coluna que o novo elemento é a nuvem, o número 4 na quarta linha, descobrindo assim, o valor do raio e, por fim, o número 5 na primeira coluna, indicando o valor do sol. Por esta razão, pode classificar-se a comunicação matemática como uma linguagem matemática escrita, simbólica e completa.

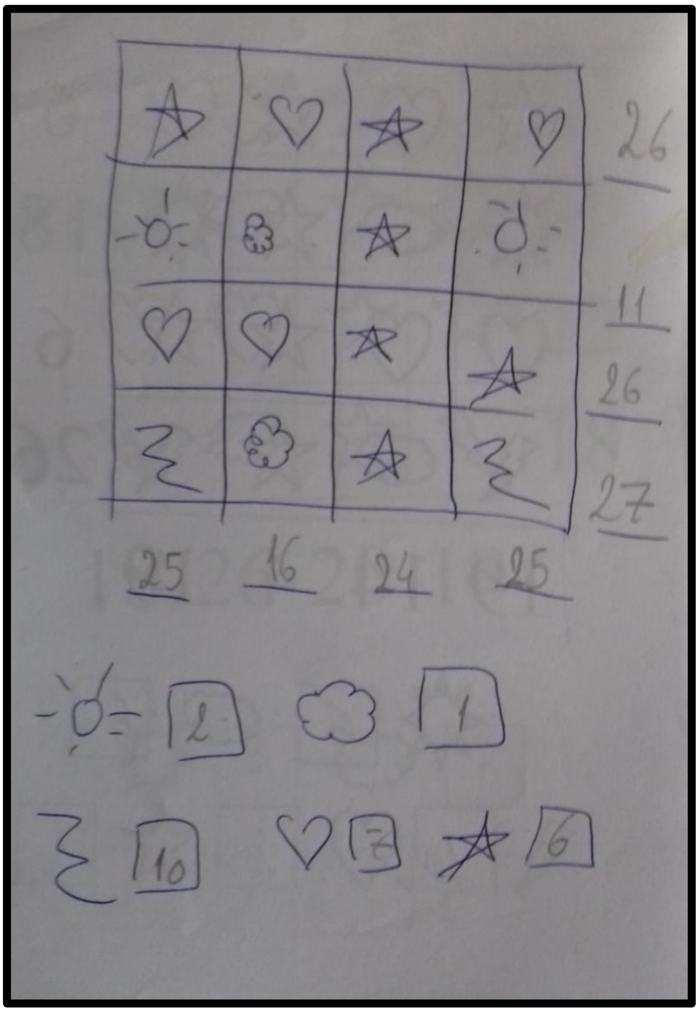


Figura 16: Jogo inventado pelo aluno S.P.

Alguns alunos terminaram todos os jogos antes do tempo previsto e a professora/investigadora desafiou-os a criarem o seu próprio jogo. Na Figura 16, pode observar-se um dos exemplos inventados pelo aluno S.P.

3.3.2. Reflexão geral do jogo

Em termos de complexidade, este jogo era mais desafiante para os alunos, uma vez que estes tinham acesso apenas aos resultados e não às parcelas. Ou seja, os alunos deveriam encontrar uma estratégia para descobrir o valor de cada imagem, perceber qual imagem por onde começar e só no final somar todas as imagens para obter o resultado apresentado.

De forma a analisar melhor as respostas dos alunos, organizou-se os resultados obtidos na Tabela 4 do seguinte modo: n.º total de jogos, n.º jogos completos, n.º jogos incompletos, n.º de jogos corretos, observações, validade da resposta e validade da explicação. Para uma melhor avaliação, pode analisar-se a Tabela 4 por grupos em que o primeiro grupo diz respeito às primeiras quatro colunas (n.º de total de jogos, jogos completos, incompletos e os corretos) na qual estão preenchidas por um sistema numérico que corresponde ao número de jogos preenchidos ou incompletos pelos alunos.

Seguidamente, apresenta-se a coluna das observações, na qual se encontra a análise realizada pela professora/investigadora em relação às possíveis estratégias utilizadas pelos alunos ou até mesmo estratégias indicadas pelos mesmos.

Na terceira parte da Tabela 4 (Validade da Resposta e Validade da Explicação) escolheu-se um sistema de cor, com o propósito de realçar o desempenho dos alunos.

Em relação à Validade da Resposta, que diz respeito aos jogos corretos e incorretos, pode observar-se quatro cores: verde (se o aluno respondeu corretamente a, pelo menos, metade dos jogos que iniciou) e vermelho (se o aluno não respondeu a nenhum jogo ou respondeu corretamente, no máximo, a menos de metade dos jogos iniciados). Em relação à Validade da Explicação, o verde significa que o aluno explicou de algum modo a estratégia de resolução e o vermelho quem não explicou a estratégia de resolução.

É importante referir que três alunos conseguiram terminar todos os jogos e inventaram o seu próprio jogo.

Tabela 4: Avaliação do desempenho dos alunos no jogo das imagens.

Alunos	N.º total de jogos	N.º jogos completos	N.º jogos incompletos	N.º de jogos corretos	Observações	Validade da Resposta	Validade da Explicação
A.R.	6	6	0	4	Errou um símbolo porque pensou por linhas.		
A.C.	3	3	0	2	Pensou por colunas.		
C.O.	6	6	0	4	Errou por distração e igual à IM.		
C.P.	6	6	0	2	Não se conseguiu aceder ao raciocínio utilizado.		
C.Q.	6	6	0	6	Auto corrigiu-se colocando um certo no resultado de cada linha e cada coluna		
D.S.1	6	6	0	6	Escreveu o valor em cada casa de modo a facilitar as somas		
D.S.2	6	6	0	5	Somou mal o sol, acabando por errar o raio. Jogo 20.		
G.L.	4	3	1	3	Começou corretamente o quarto jogo. Escreveu os valores em cada imagem de modo a facilitar as somas.		
G.C.	6	6	0	2	Errou sempre o último símbolo de cada jogo.		
I.M.	6	6	0	3	Tem 2 errados iguais aos da Carlota.		
I.V.	6	6	0	4	Errou por distração.		
L.M.	6	6	0	3	Copiou pela T.G.		
M.M.	6	6	0	5	Escreveu o valor em cada casa de modo a facilitar as somas apesar de, num dos jogos, ter errado por distração.		
M.A.1	3	2	1	0	Não se conseguiu aceder ao raciocínio		

					utilizado.		
M.A.2	6	6	0	6	Inventou dois jogos corretamente e iniciou um terceiro.		
M.P.	6	2	4	1	Somou mal o último símbolo.		
M.C.	6	6	0	2	Não se conseguiu aceder ao raciocínio utilizado.		
M.A.3	1	0	1	0	O M.A.3 não se esforçou para realizar o trabalho		
R.P.	4	3	1	1	Não se conseguiu aceder ao raciocínio utilizado.		
S.R.	5	4	1	4	Escreveu o valor em cada casa de modo a facilitar as somas		
S.P.	6	6	0	6	Inventou um jogo corretamente		
T.G.	6	6	0	5	Explica o raciocínio enumerando os passos que deu. Trocou o valor do sol com o valor do raio. Inventou um jogo corretamente.		
T.A.	4	4	0	4	Não terminou por falta de tempo e autocorrigiu o seu trabalho, colocando um “certo” em cada folha.		
T.M.	6	6	0	6	Escreveu o valor em cada casa de modo a facilitar as somas. Inventou um jogo corretamente.		
T.C.	6	5	1	1	Em dois jogos trocou o valor do sol pelo valor do raio. 18, 14.		
V.F.	1	0	1	0	Escreveu o valor de cada imagem, mostrando o seu raciocínio.		

3.4. AVALIAÇÃO GERAL

De modo a explicitar e descrever resumidamente todas as tarefas realizadas em contexto de prática pedagógica supervisionada, bem como a pertinência desta intervenção no processo de aprendizagem dos alunos, elaborou-se uma tabela (Tabela 5) na qual se evidenciam os resultados dos alunos nos jogos propostos ao longo desta investigação. É importante salientar que esta tabela encontra-se organizada por nível de complexidade, sendo o primeiro jogo (*Jogo da Matemática*) o menos complexo e, o último jogo (*Jogo das Imagens*) o mais complexo.

De referir que o nível de complexidade dos jogos propostos foi aumentando, de acordo com os resultados que os alunos evidenciavam, sendo que, no primeiro jogo foram utilizadas as operações que os alunos realizavam em aula, transformando-as num jogo de fácil compreensão; no segundo jogo, os números utilizados nas diferentes operações foram mais desafiantes, no sentido de serem números que não se utilizavam com tanta frequência e que apelavam à utilização de diversas estratégias de cálculo mental; no terceiro jogo, caracterizado como mais complexo relativamente aos anteriores, por terem sido substituídas as parcelas/fatores por imagens sendo-lhes apresentado o resultado final, não estando explícita a operação a utilizar.

Tabela 5: Evolução global dos alunos.

	Jogo da Matemática	**Jogo do Bingo**	**Jogo das Imagens**
Respostas corretas	24	61	84
Respostas incorretas[1]	2	22	72
Total de questões	26	83	156
Percentagem das respostas corretas	92,3%	73,5%	53,8%

[1] Contou-se como respostas incorretas todas as respostas dadas pelos alunos de forma errada, não explicada e não respondidas.

Na Tabela 6 apresenta-se o desempenho dos alunos nos três jogos pretendendo demonstrar a evolução dos mesmos em relação às respostas (corretas e incorretas) e à comunicação matemática (se explicaram ou não as suas estratégias de resolução). Por essa razão, optou-se por uma análise da evolução de cada aluno.

Em primeiro lugar, realçam-se os alunos A.R., A.C., C.O. e T.G. que mantiveram um muito bom desempenho nos três jogos, tanto ao nível de resposta como a explicação do seu raciocínio, uma vez que têm sempre cor verde nos três jogos.

Analisando os alunos que melhoraram o seu desempenho ao longo dos jogos, importa referir que, os alunos D.S.1, G.L. e M.M. melhoraram ao nível da eficácia da resposta, nomeadamente que demonstraram uma subida no número de respostas corretas. Enquanto que os alunos I.M., I.V, T.M. e V.F. melhoraram ao nível da comunicação matemática. No entanto, isto não se observou com os alunos L.M. e M.A.3, pois com o aumento de complexidade dos jogos, os mesmos não conseguiram explicar o seu raciocínio.

Os alunos C.Q., D.S.2, M.A.2, S.P. e T.A. demonstraram bastante facilidade na concretização do último jogo, deste modo, através da observação que se realizou, considerou-se que os alunos não sentiram necessidade de explicar o seu raciocínio devido à facilidade que os mesmos tiveram na concretização.

Os alunos G.C. e M.C. demonstraram uma evolução negativa tanto no número de respostas corretas como na explicação das estratégias de resolução nos dois jogos que tinham um nível de complexidade superior ao primeiro. Saliente-se que estes alunos revelavam muitas dificuldades ao nível da apropriação de conhecimentos matematicos. Esta situação evidencia a necessidade de promover atividades matemáticas que permitam que os alunos consigam aplicar os conhecimentos apropriados e desenvolver capacidades e competências (matemáticas).

Os alunos M.A.1 e R.P. apenas conseguiram explicar o seu raciocínio no segundo jogo porque utilizaram a mesma estratégia de cálculo mental para responder às operações que a professora/investigadora lhes tinha colocado anteriormente.

Os alunos C.P., M.P. e T.C. foram os únicos alunos que não compreenderam o último jogo, por essa razão responderam de forma errada, não sabendo explicar a estratégia utilizada, exceto o aluno M.P. que conseguiu explicar, de algum modo, a sua estratégia.

Em relação à comunicação matemática pode concluir-se o seguinte: catorze alunos melhoraram a sua comunicação matemática; cinco alunos têm um cálculo bastante desenvolvido o que contribuiu para que não explicassem a estratégia do último jogo e sete alunos não evoluíram ao mesmo ritmo que os restantes colegas, no entanto conseguiram explicar, pelo menos, uma operação. Esta situação evidencia que o desenvolvimento de uma comunicação matemática adequada é um processo lento, ao ritmo de cada aluno, e que depende da natureza das tarefas matemáticas propostas e da forma como o professor as explora com os alunos.

Tabela 6: Desempenho dos alunos nos diferentes jogos.

Iniciais dos alunos	Jogo da Matemática		Jogo do Bingo		Jogo das Imagens	
	Validade da Resposta	Validade da Explicação	Validade da Resposta	Validade da Explicação	Validade da Resposta	Validade da Explicação
A.R.						
A.C.						
C.O.						
C.P.						
C.Q.						
D.S.1						
D.S.2						
G.L.						
G.C.						
I.M.						
I.V.						
L.M.						
M.M.						
M.A.1						
M.A.2						
M.P.						
M.C.	Faltou					
M.A.3						
R.P.	Faltou					
S.R.						
S.P.						
T.G.						
T.A.						
T.M.						
T.C.						
V.F.						

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Contributos da investigação para o avanço do conhecimento

Com o intuito de concluir a presente investigação é imprescindível realizar uma retrospetiva de todo o trajeto percorrido. Esta investigação permitiu compreender a importância dos jogos no desenvolvimento da comunicação matemática. Para tal, construíram-se vários jogos que foram colocados em prática durante as diversas intervenções, optando-se por uma postura reflexiva sobre a prática, principalmente sobre todo o processo de aprendizagem dos alunos.

É importante referir que, para a construção e adaptação dos jogos, foi necessário investigar sobre o tema de modo a aprofundar e sustentar toda a intervenção realizada bem como os resultados obtidos. Contudo, durante o período de observação ao interagir-se com os alunos, foi possível observar todas as potencialidades e dificuldades demonstradas pelos mesmos. Por essa razão, percebeu-se que estes demonstravam bons resultados na área da matemática, nomeadamente no cálculo mental. No entanto, a maior parte dos alunos apresentavam dificuldades na explicação das estratégias utilizadas para a resolução dos diversos cálculos, desta forma, surgiram as seguintes questões:

1 – De que forma os jogos contribuem para o desenvolvimento da comunicação matemática?

2 – Quais as estratégias de cálculo mental que os alunos utilizam quando realizam os jogos matemáticos propostos e de que forma as explicitam?

De modo a que estas questões pudessem ser respondidas, criaram-se jogos que foram colocados em prática, sendo promovidas situações de aprendizagem onde estes eram as únicas ferramentas utilizadas para desenvolver as estratégias de cálculo mental dos alunos e a sua comunicação matemática. De referir que o lúdico, o diálogo e a descontração eram elementos-chave para que estes momentos fossem bem aceites por todos os alunos.

Analisando meticulosamente os resultados obtidos e tendo em consideração a primeira questão é possível afirmar que os jogos puderam contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática da maioria dos alunos, uma vez que lhes fomentavam interesse e motivação face às intervenções realizadas. Este desenvolvimento foi observável ao longo da prática de ensino supervisionada, sobretudo na tipologia de comunicação que os alunos optavam para explicar a sua forma de pensar, tendo sempre por base o interesse em expor o seu raciocínio para que os seus colegas o conseguissem compreender e realizar. Pode recordar-se que, no primeiro jogo, os alunos A.R., C.P., L.M., T.G. e M.A.2 utilizaram as mesmas estratégias de resolução em cálculos semelhantes. No segundo jogo, o aluno R.P. utilizou a mesma estratégia de resolução que o aluno M.A.2. Esta evolução permitiu que os alunos se fossem envolvendo cada mais significativamente na atividade matemática.

Em relação à segunda questão pode afirmar-se que os alunos evoluíram pois, utilizavam maioritariamente a estratégia de decomposição ou até mesmo de opções variadas (Buys, 2008) e estratégia concetual (Caney & Watson, 2002) explicitando-as numa linguagem matemática oral e escrita, simbólica e completa. É importante referir que, devido ao aumento de complexidade do último jogo, grande parte dos alunos não conseguiu explicitar de forma completa e adequada a estratégia de resolução utilizada.

Tendo em consideração as respostas a estas questões, são claros os vários tipos de desenvolvimento que estas intervenções proporcionaram, uma vez que permitiram a aprendizagem recorrendo ao lúdico e à interação, evidenciando a mobilização da comunicação matemática na explicitação das estratégias de resolução utilizadas.

É importante ter em consideração que este tipo de abordagem poderia ter obtido melhores resultados se existisse mais tempo para a sua realização, o que não foi possível devido à simultaneidade com outra dinâmica de trabalho já existente que teria de ser respeitada. Porém, todas estas partilhas e formas de abordar o tema proposto (cálculo mental) foram uma mais valia no sentido de promover aprendizagens significativas e desta forma dar propósito à investigação concretizada.

Desenvolvimento pessoal e profissional

Qualquer profissional de educação deve ter como princípio, a preocupação em autoavaliar-se criticamente e compreender o impacto das suas ações no crescimento e desenvolvimento de cada aluno/criança.

É fundamental não encarar o fim da vida académica como algo certo e terminado, mas sim como algo em construção, tal como todos nós. Ao longo de toda a vida precisamos de nos autoavaliar, autoperfeiçoar, autorregular e, por muito que o façamos haverá sempre algo a melhorar. O mesmo acontece na vida profissional em que todos os dias nos deparamos com questões e obstáculos merecedores da nossa reflexão e atenção para que os consigamos ultrapassar de uma forma positiva e fluída.

Ao longo da prática de ensino supervisionada, todas as futuras profissionais têm a oportunidade de melhorar e, sobretudo, de se colocar à prova, isto foi o que me aconteceu. Tive a oportunidade de estar em contexto real, e compreender os alunos que estavam à minha responsabilidade. Com o tempo, fui ouvindo e observando, sendo estes fatores imprescindíveis na minha prática, porque só através deles é que consegui chegar efetivamente às necessidades de cada um.

Posso afirmar veemente que esta experiência me mudou e me fez crescer em todos os níveis e algo que tenho de realçar, e que não colocarei em causa, será a importância do lúdico na aprendizagem.

É neste sentido que enquanto futura professora/educadora tenho a certeza de que tentarei inovar a minha pessoa e as minhas práticas para que no fim consiga incrementar o gosto pela matemática no meio que me rodeia.

Trajetórias futuras

Um dos aspetos que se defendeu ao longo deste mestrado foi a importância do papel dos alunos na sua aprendizagem. Os alunos devem ter um papel ativo no sentido em que são as “personagens principais” do seu desenvolvimento, e não o professor. Deste modo, esta investigação surgiu das dificuldades manifestadas, por parte dos alunos, com o objetivo de os ajudar e guiar na sua superação.

São diversas as metodologias de ensino aplicadas nas várias escolas de todo o mundo, algumas mais tradicionais, outras mais modernas, mas todas elas com vantagens e desvantagens nas crianças/alunos. Contudo, a metodologia utilizada foi refletida no sentido de recorrer ao lúdico como estratégia de ensino de um conteúdo mais formal, tendo tido resultados bastante surpreendentes.

É neste sentido que se considera este tipo de investigação relevante e que não se deve descorar, uma vez que pode vir a ser útil para novos alunos.

Relativamente às trajetórias futuras perspetiva-se a continuação do trabalho até aqui realizado uma vez que foi possível constatar a sua pertinência na evolução das aprendizagens dos alunos e alargá-lo aos restantes conteúdos da matemática e, quem sabe, das restantes áreas curriculares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério de Educação/Departamento da Educação Básica (ME/DEB).

Alsina, À. (2004). *O desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos para crianças dos 6 aos 12 anos.* Porto: Porto Editora.

Amante, L. (2004). Novas Tecnologias, Jogos e Matemática. In D. Moreira, & I. Oliveira (Eds.), *O Jogo e a matemática* (pp. 92-116). Lisboa: Universidade Aberta.

Boavida, A., & Menezes, L. (2012). Ensinar matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e raciocinar: Contornos e desafios. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 287-295). Portalegre: SPIEM.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: ME/DGIDC.

Brocardo, J., & Serrazina, L. (*2008).* O sentido do número no currículo de matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Eds.), *O sentido de número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.

Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I., Castro, J., Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2009). Desenvolvendo o sentido do número. In APM (Ed.), *Desenvolvendo sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares. Materiais para o professor do 1.º ciclo* (Vol. 1, pp. 7-27). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

Bourdenet, G. (2007). Le calcul mental. *Activités mathématiques et scientifiques, 67*, 5-32.

Buys, K. (2008). *Mental arithmetic.* In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learns mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Caldeira, M. F. (2009a). *A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática.* (Tese de Doutoramento). Universidad de Málaga, Málaga.

Caldeira, M. F. (2009b). *Aprender a matemática de uma forma lúdica*. Lisboa: Escola Superior João de Deus.

Caney, A., & Watson, J. M. (2003). Mental computation strategies for part-whole numbers. *Mathematics Education Research Journal, 16*(2), 69-86.

Carrapiço, R. (2016). *Cálculo mental com números racionais: Um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Carvalho, R., & Ponte, J. P. (2013). Prática profissional para a promoção do cálculo mental na sala de aula: Uma experiência no 6.º ano. *Quadrante, 22* (2), 83-108.

Cebola, G. (2002). Do número ao sentido do número. In J. P. Ponte, C. Costa, A. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. Dionísio (Eds.), Actividades *de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 223-239). Lisboa: SEM-SPCE.

Delgado, C. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo.* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: ME.

Ferreira, E. G. (2012). *O desenvolvimento do sentido e número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Guerreiro, A. (2011). *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: práticas no 1.º Ciclo do Ensino Básico* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Gonçalves, H. & Mestre, C. (2017). *Plim Matemática 2.º ano*. Lisboa: Texto Editores.

Guzmán, M. (1990). The role of games and puzzles in the popularization of mathematics. *L'Enseignement Mathématique*, *36*, 359-368.

Huizinga, J. (2003). *Homo ludens*. Lisboa: Edições 70, Lda.

Kamii, C., & DeVries, R. (2009). *Jogos em grupo na educação infantil, implicações na teoria de Piaget.* São Paulo: Artmed S/A.

Kishimoto, T. M. (1996). *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. São Paulo: Cortez editora.

Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J. M., Oliveira, M. J., Delgado, M. J., Bastos, R., & Graça, T. (1996). *Actividades matemáticas na sala de aula.* Lisboa: Texto Editora, Lda.

Macedo, L., Petty, A., & Passos, N. (2005). *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Marques, R. (1986). *A criança na pré-escola: Efeitos e programas.* Lisboa: Livros Horizonte.

Martinho, M. H. (2007). *A comunicação na sala de aula de matemática: Um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Martinho, M. H., & Ponte, J. P. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. In H. Guimarães, & L. Serrazina (Eds.), *Actas de V CIBEM – Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*. Lisboa: APM.

Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

McIntosh, A. (2006). Mental computation of school-aged students: Assessment, performance levels, and common errors. In C. Bergsten, & B. Grevholm (Eds.), *Developing and reseraching quality in mathematics teaching and learning* (Proceedings of MADIF 5) (pp. 112-122). Linköping, Sweden: Swedish Society for Research in Mathematics Education.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2-8.

McIntosh, A., Reys, B. J., Reys, R. E., Bana, J., & Farrell, B. (1997). *Number sense in school mathematics: Student performance in four countries.* Perth: MASTEC Mathematics, Science & Technology Education Centre.

Mendes, M. F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Mendes, F., & Mamede, E. (2012). Jogar com conteúdos matemáticos. *Indagatio Didactica*, *4*(1), 104-132.

Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Ministério da Educação e Ciência (MEC) (2013). *Programas e metas curriculares Matemática: Ensino básico.* Lisboa: MEC.

Morais, C., & Serrazina, L. (2013). O cálculo mental na resolução de problemas de subtração. *Quadrante, 22* (1), 53-76.

Moreira, D. (2004). O Jogo na matemática e na educação. In D. Moreira, & I. Oliveira (Eds.), *O Jogo e a matemática* (pp. 58-87). Lisboa: Universidade Aberta.

Moreira, D., & Oliveira, I. (2004). *O Jogo e a matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991*). Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar.* Lisboa: APM e IIE. [Trabalho original publicado em inglês em 1989).

NCTM (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM. [Trabalho original publicado em inglês em 2000]

Nogueira, I. C. (2004). A aprendizagem da matemática e o jogo. *Saber (e) Educar*, *9*, 81-87.

Northcote, N., & McIntosh, A. (1999). What mathematics do adults really do in everyday life? *Australian Primary Mathematics Classroom*, *4*(1), 19-21.

Noteboom, A., Bokhove, J., & Nelissen, J. (2008). Glossary Part I. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics: A Learning-Teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school* (pp. 89-91). Netherlands: Sense Publishers.

Palhares, P. (2004). O jogo e o ensino/aprendizagem da matemática. *Revista da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 5*, 129-145.

Piaget, J. (1975). *A formação do símbolo na criança. Imitação, Jogo e Sonho, Imagem e Representação*. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante, 13* (2), 51-74.

Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, *20* (2), 39-74.

Pourdavood, R. G., & Wachira, P. (2015). Importance of mathematical communication and discourse in secondary classrooms. *Global Journal of Science Frontier Research: Mathematics and Decision Sciences*, *15*, 9-20. [On-line: https://journalofscience.org/index.php/GJSFR]

Reys, R. E., Rybolt, J. F., Bestgen, B. J., & Wyatt, J. W. (1982). Processes used by good computational estimators. *Journal for Research in Mathematics Education, 13, 183-201.*

Ribeiro, D., Valério, N., & Gomes, J. (2009). *Cálculo mental. Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º ciclos.* Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.

Rino, J. (2004). *O Jogo, interacções e matemática.* Lisboa: APM.

Rocha, H. (1999). Quando a Matemática é um jogo. In APM (Ed.), *Actas do ProfMat 99* (pp. 271-279). Lisboa: APM.

Sá, A. (1995). *A aprendizagem da matemática e o jogo*. Lisboa: APM.

Serrazina, L. (2004). Jogos matemáticos e materiais manipuláveis. In D. Moreira, & I. Oliveira (Eds.), *O Jogo e a matemática* (pp. 92-116). Lisboa: Universidade Aberta.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic teacher*, *November*, 9-15.

Sowder, J. T. (1988). Mental computation and number comparison: Their roles in the development of number sense and computational estimation. In J. Hiebert, & M. Behr (Orgs.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 182-197). Reston, VA: NCTM.

Vale, I. (1999). Materiais manipuláveis na sala de aula: O que se diz, o que se faz. In APM (Ed.), *Actas do ProfMat 99* (pp. 111-120). Lisboa: APM.

Viamonte, A. J. (2012). Os jogos no ensino da matemática. *Gazeta da Matemática, 168*, 26-32.

Vygotsky, L (1991). *A formação social da mente.* São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora, Lda.

ANEXOS

ANEXO 1

JOGO DA MATEMÁTICA

OPERAÇÕES:

- Adição

➔45 + 44 = 89
➔16 + 17 = 33
➔30 + 29 = 59
➔34 + 33 = 67
➔35 + 36 = 71
➔40 + 41 = 81

- Subtração

➔100 – 49 = 51
➔30 – 14 = 16
➔71 – 36 = 35
➔90 – 46 = 44
➔60 – 29 = 31
➔20 – 9 = 11

- Multiplicação

➔Dobro de 10 = 20
➔Dobro de 30 = 60
➔Triplo de 5 = 15
➔Triplo de 8
➔Quádruplo de 5
➔Quádruplo de 9

- Divisão

➔Terça-parte de 27
➔Quarta-parte de 32
➔Quarta-parte de 44
➔Terça-parte de 33
➔Metade de 60
➔Quarta-parte de 28

ANEXO 2

JOGO DO BINGO

1	14	32
47	55	66
79	92	104

2	15	33
46	56	67
81	93	105

3	34	36
48	64	68
80	94	113

4	31	35
38	45	69
82	103	116

5	17	37
50	54	70
83	102	114

6	16	49
53	65	71
84	100	115

7	21	30
44	58	72
87	96	112

8	18	39
51	59	73
85	95	111

9	22	40
52	61	74
91	106	117

10	20	29
43	57	75
86	101	109

11	19	23
26	62	76
88	98	107

10 – 9 = 1	Dobro de 33 = 66	32 + 23 = 55
94 + 10 = 104	Metade de 28 = 14	100 – 8 = 92
23 + 24 = 47	40 + 39 = 79	Quádruplo de 8 = 32

Triplo de 11 = 33	40 + 41 = 81	60 – 4 = 56
85 + 20 = 105	Metade de 4 = 2	100 – 7 = 93
Dobro de 23 = 46	25 + 42 = 67	Triplo de 5 = 15

17 + 17 = 34	99 + 14 = 113	32 + 36 = 68
40 – 4 = 36	Metade de 6 = 3	84 – 20 = 64
Dobro de 24 = 48	60 + 34 = 94	4 x 20 = 80

Terça-parte de 12 = 4	99 + 17 = 116	40 – 2 = 38
110 – 7 = 103	18 + 17 = 35	80 – 11 = 69
15 + 16 = 31	Dobro de 41 = 82	50 – 5 = 45

17 + 20 = 37	42 + 41 = 83	60 – 6 = 54
Dobro de 35 = 70	Dobro de 25 = 50	Terça-parte de 15 = 5
92 + 10 = 102	20 – 3 = 17	99 + 15 = 114

100 – 51 = 49	Dobro de 50 = 100	70 – 5 = 65
Quádruplo de 4 = 16	35 + 36 = 71	Terça-parte de 18 = 6
99 + 16 = 115	45 + 8 = 53	Dobro de 42 = 84

Quádruplo de 11 = 44	80 – 8 = 72	92 + 20 = 112
40 – 19 = 21	43 + 44 = 87	50 + 46 = 96
Dobro de 15 = 30	Terça-parte de 21 = 7	68 – 10 = 58

80 – 41 = 39	Triplo de 6 = 18	100 – 49 = 51
42 + 43 = 85	85 + 10 = 95	70 – 11 = 59
40 + 33 = 73	99 + 12 = 111	Quarta-parte de 32 = 8

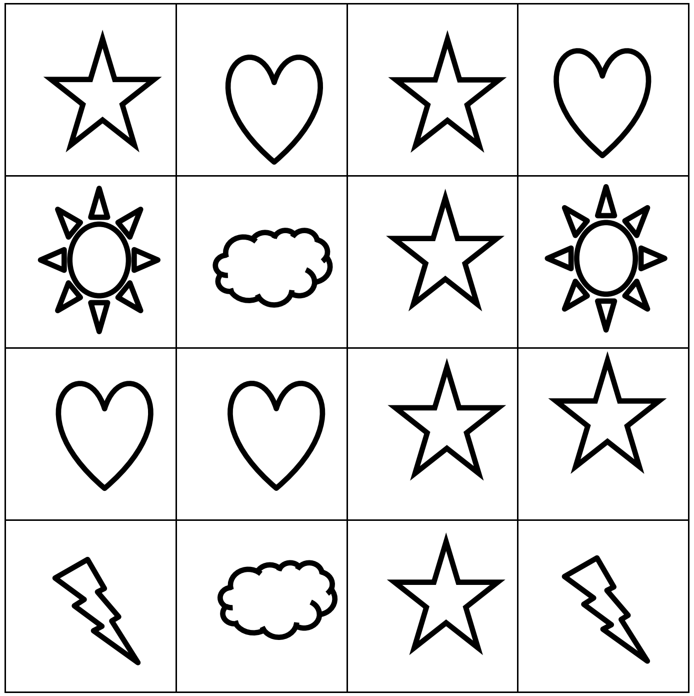
Terça-parte de 27 = 9	Dobro de 20 = 40	Metade de 44 = 22
45 + 46 = 91	69 + 5 = 74	30 + 31 = 61
99 + 18 = 117	100 – 48 = 52	110 – 4 = 106

77 – 20 = 57	50 + 51 = 101	60 – 31 = 29
99 + 10 = 109	Quarta-parte de 40=10	32 + 43 = 75
Dobro de 43 = 86	20 + 23 = 43	Dobro de 10 = 20

Dobro de 31 = 62	78 + 20 = 98	Quarta-parte de 44=11
50 – 24 = 26	40 – 21 = 19	99 + 8 = 107
Dobro de 44 = 88	12 + 11 = 23	66 + 10 = 76

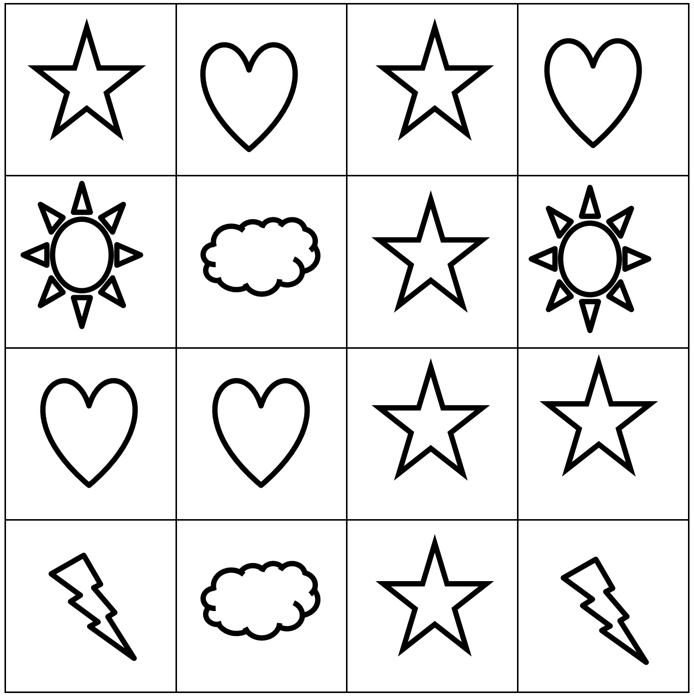
ANEXO 3

JOGO DAS IMAGENS



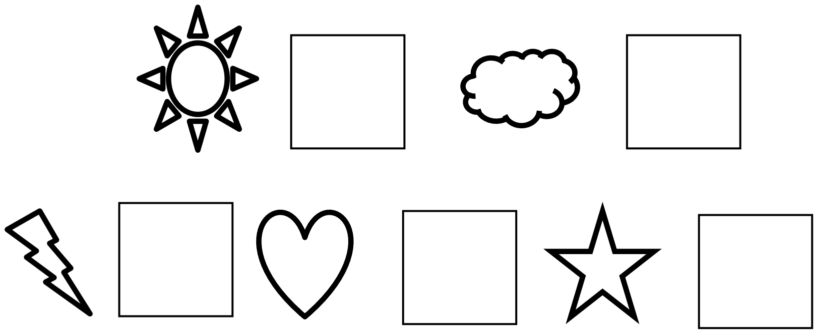
22
20
22
18

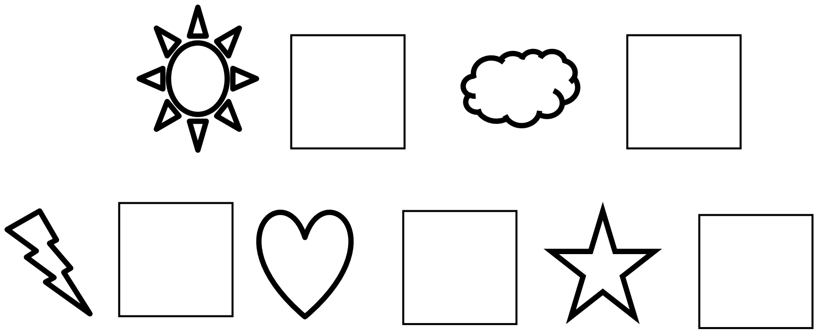
18 26 20 18

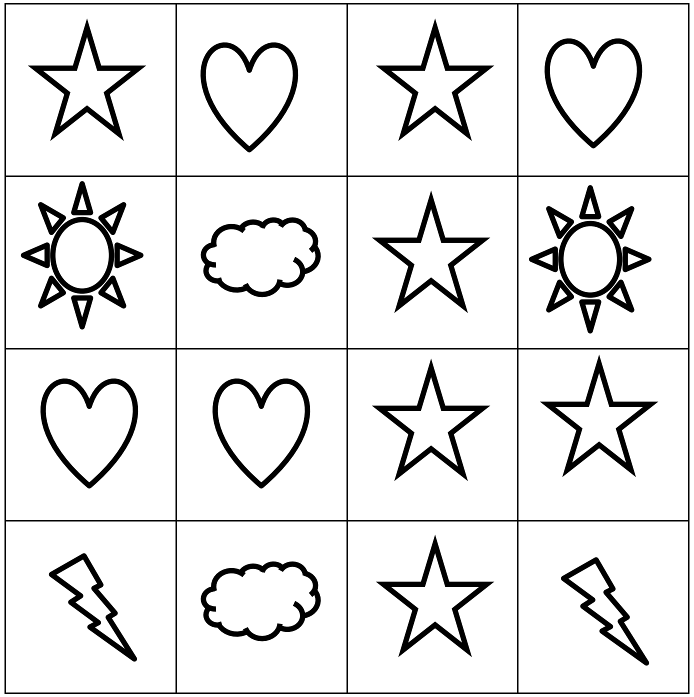


14
13
14
19

14 20 12 14

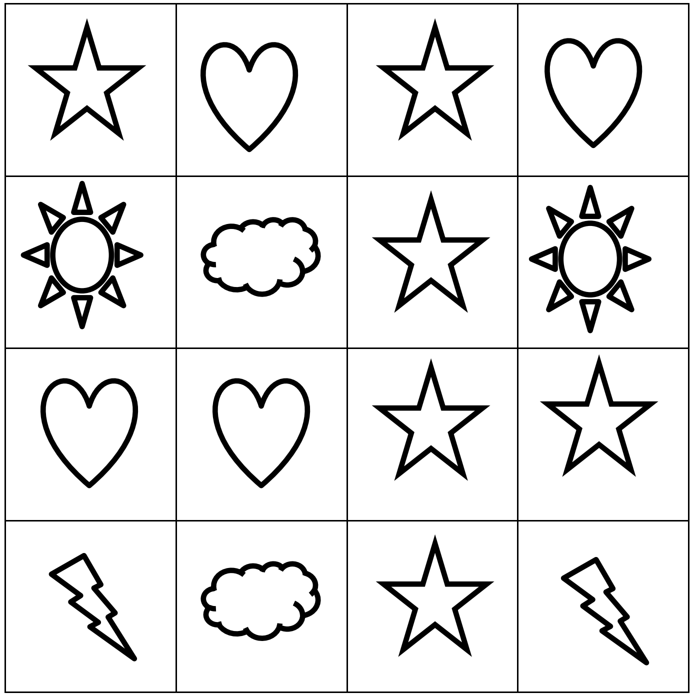






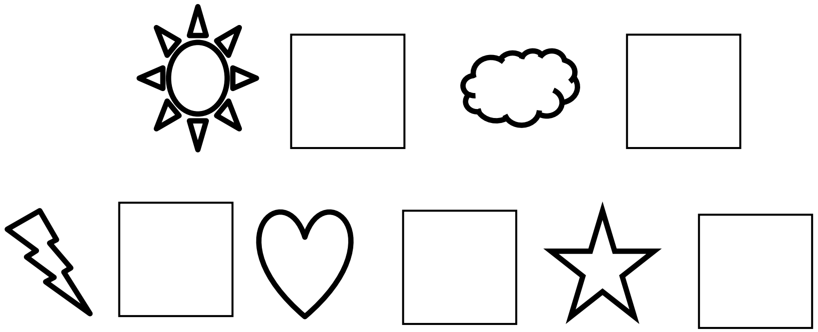
16
24
16
32

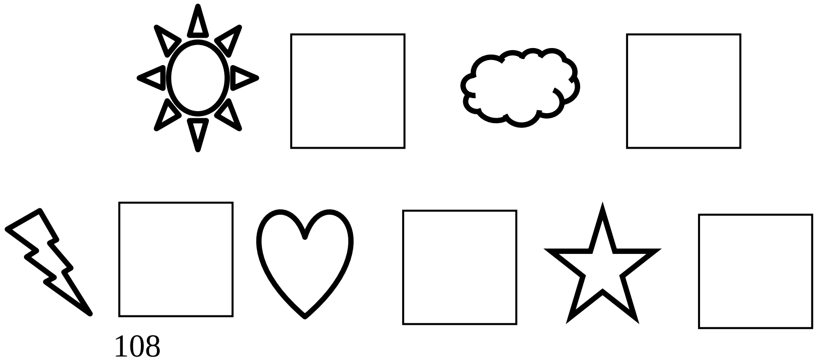
20 24 24 20

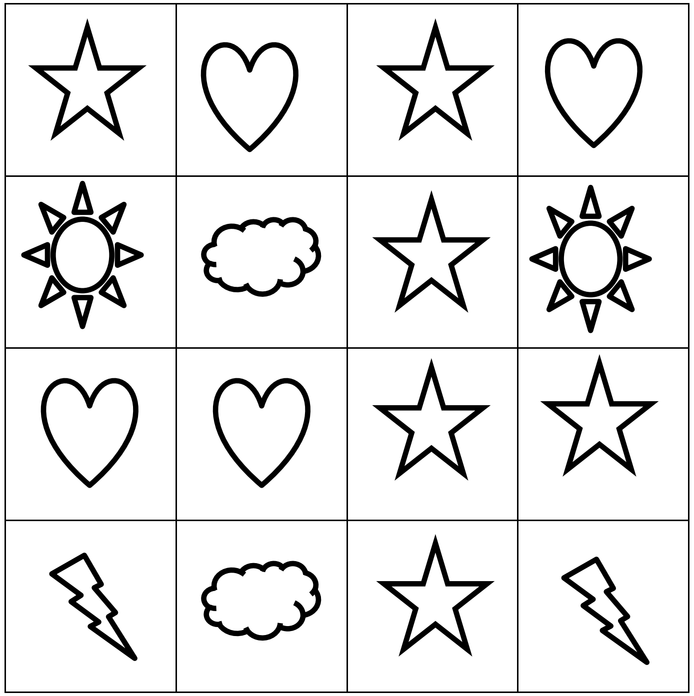


30
21
30
29

27 16 40 27

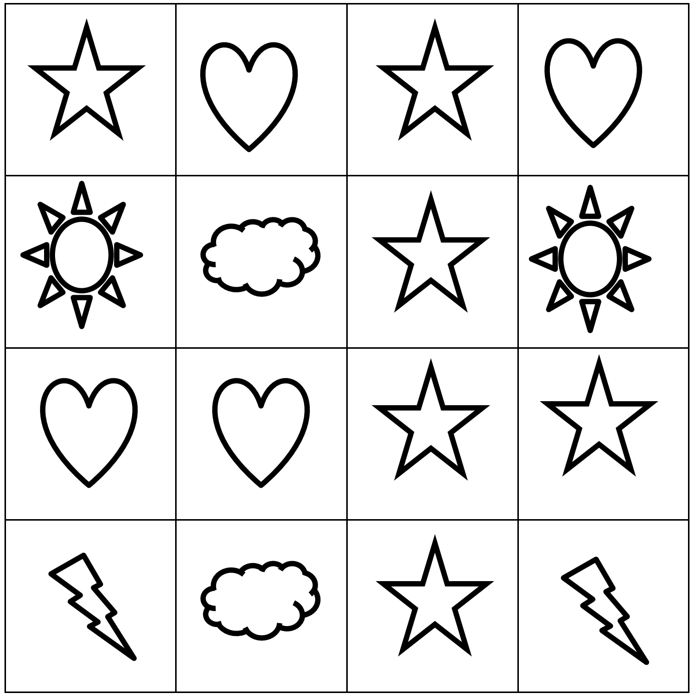






6
18
6
26

19 14 4 19



12
17
12
9

12 10 16 12