



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Explorar padrões e sequências: A construção do Pensamento Algébrico no 5.º ano

Departamento de Formação de Educadores e Professores

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais do
2.º Ciclo do Ensino Básico



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Mariana Mendes Oliveira

Explorar padrões e sequências: A construção do Pensamento Algébrico no 5.º ano

Relatório Final de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, apresentada ao Departamento de Formação de Educadores e Professores da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Trabalho realizado sob a orientação da Professora Doutora Ana Elisa Esteves Santiago e sob coorientação do Professor Doutor Armando Duarte Da Silva Gonçalves

Março, 2025

Explorar padrões e sequências: A construção do Pensamento Algébrico no 5.º ano

Resumo: O Relatório Final resulta de uma investigação de carácter qualitativo, descritivo e interpretativo, realizada numa turma do 5.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), no âmbito da unidade curricular de Prática Educativa II, parte integrante do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. A investigação teve como principal objetivo promover o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos alunos. Além disso, o documento apresenta uma reflexão crítica e fundamentada sobre o estágio realizado no 2.º CEB, destacando o seu impacto no crescimento pessoal e profissional da futura professora. Dessa forma, o Relatório Final organiza-se em duas partes fundamentais: a *Contextualização e Análise do Contexto de Estágio em 2.º CEB* e a *Componente Investigativa*.

Na Componente Investigativa, o estudo foi norteado pela seguinte questão: *De que forma a utilização de tarefas envolvendo situações problemáticas pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do 5.º ano de escolaridade?* A relevância do Pensamento Algébrico reside no facto de ser essencial para uma aprendizagem mais sólida e integrada da Matemática. Para responder a essa questão, foram traçados os seguintes objetivos: Conceber e implementar tarefas que integrem situações problemáticas relacionadas ao pensamento algébrico; Analisar as produções dos alunos, identificando conceitos e processos associados ao pensamento algébrico; Examinar as estratégias de resolução de problemas adotadas pelos alunos, evidenciando conexões matemáticas e criatividade; Identificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de tarefas voltadas ao pensamento algébrico.

As tarefas propostas aos alunos revelaram a presença de conexões internas e externas no domínio da matemática, promovendo múltiplas aprendizagens. Em suma, o estudo contribui para aprofundar a compreensão sobre como atividades bem estruturadas podem potencializar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e enriquecer a prática pedagógica na disciplina de Matemática.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico; Padrões; Sequências; 2.º CEB; Conexões Matemáticas; Tarefas

Exploring patterns and sequences: Building Algebraic Thinking in 5th grade

Abstract: The Final Report results from a qualitative, descriptive, and interpretative investigation conducted in a 5th-grade class of the 2nd Cycle of Basic Education (CBE), within the scope of the course unit *Educational Practice II*, part of the Master's program in Teaching for the 1st CBE and Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CBE. The primary goal of this investigation was to promote the development of Algebraic Thinking in students. Furthermore, the document presents a critical and well-founded reflection on the internship conducted in the 2nd CEB, highlighting its impact on the personal and professional growth of the future teacher. Thus, the Final Report is organized into two main sections: *Contextualization and Analysis of the Internship Context in the 2nd CBE* and the *Investigative Component*.

In the Investigative Component, the study was guided by the following research question: *How can the use of tasks involving problem situations contribute to the development of algebraic thinking in 5th-grade students?* The relevance of Algebraic Thinking lies in its essential role in fostering a more robust and integrated understanding of Mathematics. To address this question, the following objectives were outlined: Design and implement tasks that integrate problem situations related to algebraic thinking; Analyse students' work, identifying concepts and processes associated with algebraic thinking; Examine the problem-solving strategies adopted by students, highlighting mathematical connections and creativity; Identify the challenges faced by students in solving tasks focused on algebraic thinking.

The tasks proposed to the students revealed the presence of internal and external connections within the mathematical domain, promoting learning linked to various forms of literacy. In summary, the study contributes to a deeper understanding of how well-structured activities can enhance the development of Algebraic Thinking and enrich pedagogical practice in Mathematics.

Keywords: Algebraic Thinking; Patterns; Sequences; 2nd CBE; Mathematical Connections; Tasks.

Sumário

INTRODUÇÃO	1
PARTE I: CONTEXTUALIZAÇÃO E ANÁLISE DO CONTEXTO DE ESTÁGIO EM 2.º CEB	4
CAPÍTULO I: CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO DE ESTÁGIO	5
I.1 Caraterização da Instituição de Estágio	6
I.2 Caracterização da turma de estágio	7
I.3 Processo de Estágio	9
I.4 Análise reflexiva do contexto e processo de estágio	11
PARTE II: COMPONENTE INVESTIGATIVA	13
CAPÍTULO II: INTRODUÇÃO	14
III.1 Motivação e formulação do problema	15
III.2 Objetivos e questão de investigação	16
III.3 Pertinência do estudo	17
CAPÍTULO III: REVISÃO DA LITERATURA	20
IV.1 Pensamento algébrico	22
IV.2 Sequências de crescimento	24
IV.3 Conexões matemáticas	26
IV.4 Resolução de problemas	27
CAPÍTULO IV: OPÇÕES METODOLÓGICAS	30
V.1 Contexto de estudo	31
V.2 Descrição da metodologia de investigação	31
V.3 Recolha de dados	35
CAPÍTULO V: ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS	39
VI.1 Análise e discussão dos dados	40

VI.1.1 Análise da primeira tarefa	40
VI.1.1.1 Primeiro Momento	41
VI.1.1.2 Segundo Momento	51
VI.1.2 Análise da segunda tarefa	58
VI.1.3 Análise da terceira tarefa	71
VI.1.3.1 Primeiro Momento	72
VI.1.3.2 Segundo Momento	77
CAPÍTULO VI: CONCLUSÕES	84
PARTE III: CONSIDERAÇÕES FINAIS	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
APÊNDICES	95
APÊNDICE I – 1.ª SESSÃO	96
I.1 Planificação da sessão	96
I.2 Descrição da sessão	98
I.3 Tarefa de exploração	99
I.4 Transcrição da sessão	100
APÊNDICE II – 2.ª SESSÃO	104
II.1 Planificação da sessão	104
II.2 Descrição da sessão	106
II.3 PowerPoint de análise	110
II.4 Transcrição da sessão	115
APÊNDICE III – 3.ª SESSÃO	128
III.1 Planificação da sessão	128
III.2 Descrição da sessão	130
III.3 Ficha de trabalho	131
III.4 Transcrição da sessão	132

APÊNDICE IV – 4.ª SESSÃO	138
IV.1 Planificação da sessão	138
IV.2 Descrição da sessão	140
IV.3 Ficha de trabalho	142
IV.4 PowerPoint de apresentação das tarefas	144
IV.5 Transcrição da sessão	149
APÊNDICE V – 5.ª SESSÃO	152
V.1 Planificação da sessão	152
V.2 Descrição da sessão	154
V.3 Transcrição da sessão	155

Lista de abreviaturas

CEB – Ciclo do Ensino Básico

ESEC – Escola Superior de Educação de Coimbra

PC – Professora Cooperante

PE – Professora Estagiária

Lista de figuras

FIGURA 1. PLANTA DA ESCOLA	6
FIGURA 2. PLANTA DA SALA DE AULA DE INTERVENÇÃO	9
FIGURA 3. ENUNCIADO DA TAREFA 1	40
FIGURA 4. QUESTÃO 1 DA TAREFA 1.....	41
FIGURA 5. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADOS POR ALUNOS À QUESTÃO 1	41
FIGURA 6. QUESTÃO 2 DA TAREFA 1.....	42
FIGURA 7. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 2	42
FIGURA 8. QUESTÃO 3 DA TAREFA 1.....	43
FIGURA 9. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 3	44
FIGURA 10. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 3	45
FIGURA 11. EXEMPLO DE UMA RESOLUÇÃO APRESENTADA POR UM ALUNO À QUESTÃO 4	45
FIGURA 12. QUESTÃO 5 DA TAREFA 1.....	46
FIGURA 13. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 5	47
FIGURA 14. QUESTÃO 6 DA TAREFA 1.....	48
FIGURA 15. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 6	49
FIGURA 16. ENUNCIADO DA TAREFA 2	58
FIGURA 17. QUESTÃO 1 DA TAREFA 2.....	59
FIGURA 18. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS ALUNOS À QUESTÃO 1.....	60
FIGURA 19. QUESTÃO 2 DA TAREFA 2.....	61
FIGURA 20. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS ALUNOS À QUESTÃO 2.....	62
FIGURA 21. QUESTÃO 3 DA TAREFA 2.....	62
FIGURA 22. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS ALUNOS À QUESTÃO 3.....	63
FIGURA 23. QUESTÃO 4 DA TAREFA 2.....	65
FIGURA 24. EXEMPLO DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS ALUNOS À QUESTÃO 4	65
FIGURA 25. QUESTÃO 5 DA TAREFA 2.....	66
FIGURA 26. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS ALUNOS À QUESTÃO 5.....	66
FIGURA 27. QUESTÃO 6 DA TAREFA 2.....	68
FIGURA 28. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELOS ALUNOS À QUESTÃO 6.....	68
FIGURA 29. ENUNCIADO DA TAREFA 3	71
FIGURA 30. QUESTÃO 5A E 5B DA TAREFA 3	72
FIGURA 31. EXEMPLO DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 5A E 5B	73
FIGURA 32. QUESTÃO 5C DA TAREFA 3	75
FIGURA 33. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 5C.....	75

FIGURA 34. QUESTÃO 6 DA TAREFA 3.....	81
FIGURA 35. EXEMPLOS DE RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ALUNOS À QUESTÃO 6	82

Lista de quadros

QUADRO 1. ESQUEMATIZAÇÃO DAS DIFERENTES FASES DA INVESTIGAÇÃO	32
QUADRO 2. DESAFIOS IMPLEMENTADOS NA INVESTIGAÇÃO.....	34
QUADRO 3. CONEXÕES INTERNAS NA MATEMÁTICA PRESENTES NA PRIMEIRA TAREFA	50
QUADRO 4. CONEXÕES INTERNAS NA MATEMÁTICA PRESENTES NA SEGUNDA TAREFA	70
QUADRO 5. CONEXÕES INTERNAS NA MATEMÁTICA PRESENTES NA TERCEIRA TAREFA.....	77

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

O Relatório Final foi elaborado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizado na Escola Superior de Educação de Coimbra durante os anos letivos 2022/2023 e 2023/2024. Ao longo deste percurso, a estagiária teve a oportunidade de estagiar em dois contextos educativos: no 1.º CEB e no 2.º CEB. No entanto, este documento foca-se exclusivamente no estágio desenvolvido no 2.º CEB. Foi neste contexto que se conduziu um estudo investigativo subordinado ao tema: *Explorar padrões e sequências: A construção do Pensamento Algébrico no 5.º ano de escolaridade*.

Do ponto de vista estrutural, o documento divide-se em três partes principais: *Contextualização e Análise do Contexto de Estágio em 2.º CEB*, esta secção encontra-se subdividida em dois capítulos, onde são apresentados o enquadramento da prática educativa e as características do contexto escolar em que decorreu o estágio, bem como uma reflexão crítica acerca do mesmo; *Componente Investigativa*, nesta parte composta por cinco capítulos, desenvolve-se a investigação realizada, os capítulos incluem a *Introdução*, onde é apresentado o tema e o enquadramento do problema de investigação, a *Revisão da Literatura*, onde se expõe a fundamentação teórica sobre o pensamento algébrico, sequências, conexões matemáticas, resolução de problemas e a sua relevância no ensino da Matemática no 2.º CEB, as *Opções Metodológicas* onde é descrito o desenho metodológico, as técnicas de recolha de dados e o contexto da investigação, que foi de natureza qualitativa, descritiva e interpretativa, e a *Análise e Discussão de Resultados*, onde são apresentados e interpretados os dados obtidos com o objetivo de responder à questão central: *De que forma a utilização de tarefas envolvendo situações problemáticas pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do 5.º ano de escolaridade?*; E por fim as *Considerações Finais*, nesta última parte, a estagiária reflete sobre as aprendizagens adquiridas ao longo do estágio e do Mestrado, analisando o impacto dessas experiências na sua formação pessoal e profissional, bem como os desafios enfrentados e contributos da investigação para a prática pedagógica.

Este Relatório Final reflete um percurso formativo enriquecedor, no qual a prática pedagógica e a investigação se complementaram para promover tanto a aprendizagem dos alunos quanto o desenvolvimento profissional da estagiária. As aprendizagens

construídas, aliadas à reflexão crítica, fortalecem a preparação da futura professora para enfrentar os desafios da docência e inovar no ensino da Matemática.

**PARTE I: CONTEXTUALIZAÇÃO E ANÁLISE DO CONTEXTO DE ESTÁGIO EM 2.º
CEB**

CAPÍTULO I: CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO DE ESTÁGIO

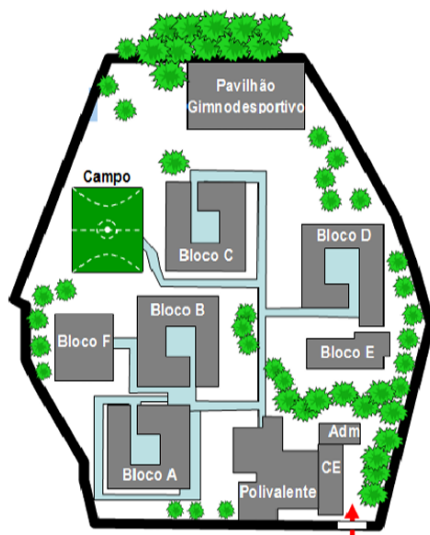
I.1 Caracterização da Instituição de Estágio

O estágio no 2.º Ciclo do Ensino Básico realizou-se numa turma do 5.º ano de escolaridade, de uma escola pública do concelho de Coimbra. O agrupamento onde a escola se encontra inserida agrega dois Jardins de Infância, quatro escolas do 1.º CEB e uma escola de 2.º e 3.º CEB, sendo a escola onde foi realizado o estágio a escola sede do agrupamento. No ano letivo em que se realizou a intervenção, a escola contava com 34 turmas, sendo que 8 delas eram do 5.º ano de escolaridade.

No momento do estágio, a escola era constituída por um pavilhão polidesportivo, um campo de jogos exteriores e seis blocos. Cinco desses blocos estavam destinados à prática letiva dispondo de salas de aula, uma sala de professores, um laboratório de Ciências, um de Física e um de Química, uma sala de TIC, gabinetes destinados aos Serviços de Psicologia e Orientação e à Educação Especial, uma Biblioteca integrada na Rede de Bibliotecas Escolar, uma sala de Grandes Grupos e uma sala destinada a reuniões. O último bloco era destinado aos Serviços Administrativos, Direção, refeitório, bar e polivalente.

Figura 1.

Planta da escola



Segundo o projeto educativo do agrupamento de escolas, a população escolar do agrupamento, nos últimos anos, tem apresentado um aumento significativo no que diz respeito à multiculturalidade, reflexo das alterações que se têm vindo a verificar na sociedade atual. Grande parte dos alunos são provenientes de países de Língua Oficial Portuguesa, no entanto também há alguns provenientes de outros países do mundo, nomeadamente de regiões afetadas por conflitos armados e/ou por situações de pobreza. No ano letivo da intervenção, 2023/2024, o agrupamento contava com quase 300 alunos estrangeiros, com grande predominância de alunos de nacionalidade brasileira, seguidos dos de nacionalidade angolana.

O agrupamento ambiciona ser reconhecido como um conjunto de estabelecimentos escolares onde se educa com qualidade científica e humanista, num ambiente inclusivo, com respeito pela diversidade cultural, de género, étnica, religiosa e económica. Visiona ainda ter uma equipa coesa, onde o corpo docente e não docente, bem como os pais/encarregados de educação trabalham em conjunto para o bem-estar e para o sucesso educativo dos alunos.

Prestar à comunidade um serviço educativo de excelência na formação de cidadãos munidos de múltiplas literacias, sociáveis, reflexivos, preparados para a inovação, mudança e integração na sociedade é a missão do agrupamento, mas não só, também pretende ser um espaço de respostas educativas diferenciadas, desde a educação pré-escolar ao ensino básico e que, no exercício da uma construção participada de saberes, proporcione experiências educativas, dentro e fora da sala de aula, que permitam aos alunos desenvolver e pôr em prática os valores porque se pauta a cultura da escola: excelência e exigência, integridade e responsabilidade, cidadania e participação, curiosidade, reflexão e inovação e autonomia e liberdade.

I.2 Caracterização da turma de estágio

A turma do 5.º ano de escolaridade era composta por 20 alunos, 9 do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com uma média de 10 anos de idade. A maioria da turma tem nacionalidade portuguesa, dois alunos têm nacionalidade brasileira, um aluno tem nacionalidade angolana e um aluno tem dupla nacionalidade, portuguesa e ucraniana.

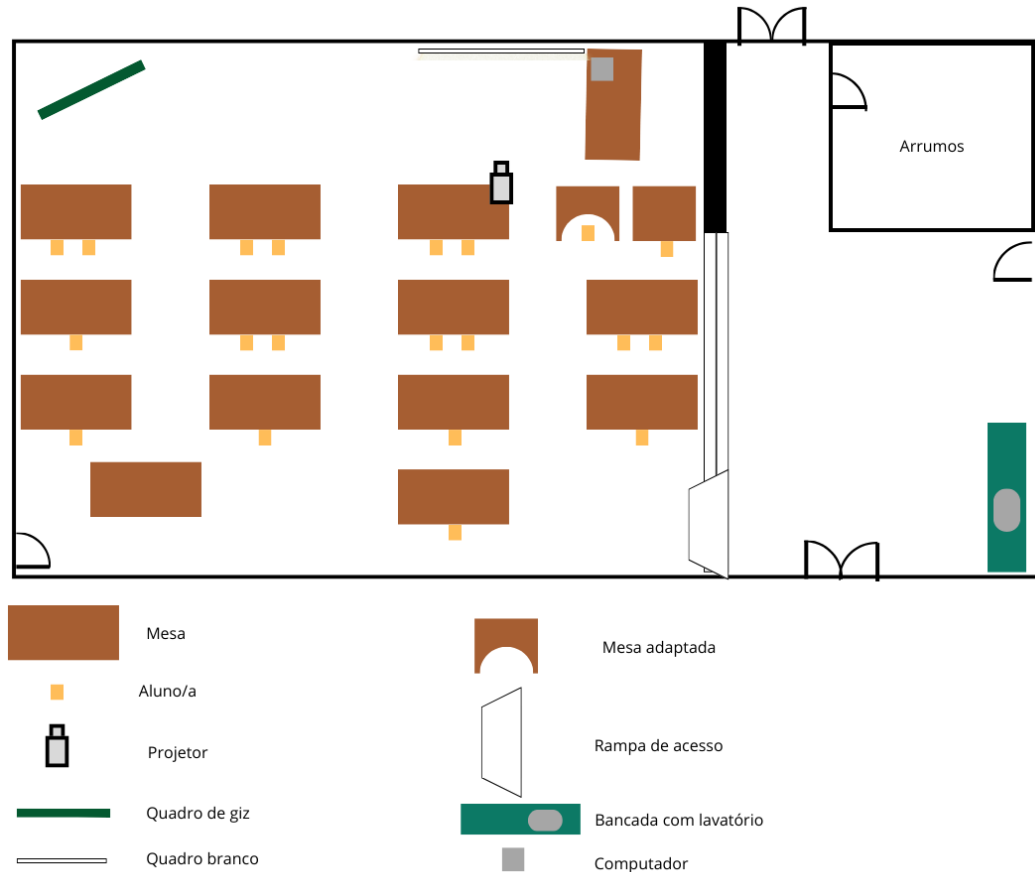
Tendo em conta o Decreto-Lei 54/2018, seis dos alunos da turma apresentam medidas universais e quatro medidas universais e seletivas, sendo que estes últimos apresentam ainda adaptações ao nível do processo de avaliação, presentes no artigo 28.º do Decreto-Lei acima referido.

Dois alunos da turma apresentam retenções em anos anteriores, sendo que um deles apresenta mais do que uma retenção. As principais dificuldades registadas na turma são ao nível das disciplinas de Português e Matemática, na primeira relativamente à expressão oral, expressão escrita, compreensão oral e compreensão escrita e na segunda recaem ao nível do raciocínio lógico. Para além do já referido, podem-se identificar ainda dificuldades na aquisição de conhecimentos e aplicação dos mesmos, na capacidade de questionar e resolver problemas, em selecionar informação e organizar a mesma após uma pesquisa, na concentração, autonomia, organização, pontualidade e na realização dos trabalhos de casa. É importante realçar que a turma de intervenção apresenta diversos ritmos de aprendizagem.

A disposição da turma na sala de aula foi sofrendo algumas alterações ao longo do ano letivo, no entanto no momento de intervenção, a turma estava disposta da forma apresentada na figura a seguir.

Figura 2.

Planta da sala de aula de intervenção



1.3 Processo de Estágio

O estágio no 2.º CEB teve início em outubro de 2023 e finalizou em junho de 2024, perfazendo um total de 300 horas de prática letiva distribuídas pelas semanas letivas. O grupo de estágio era composto por duas Estagiárias, pela Professora Cooperante (professora que leciona a disciplina de Matemática) e pela Professora Orientadora da Prática Educativa de Matemática da Escola Superior de Educação de Coimbra.

O processo de estágio envolveu três fases: a fase de observação, do contexto educativo e das aulas lecionadas pela Professora Cooperante e pela colega Estagiária, decorreu durante todo o processo de estágio, a fase de lecionação de aulas, que iniciava com uma reunião onde eram definidos conteúdos que iriam ser abordados na intervenção e mais tarde, nas aulas de prática educativa era desenvolvida a planificação e feitas as correções

necessárias e a fase de reflexão, em diversos momentos antes, durante e após a implementação de aulas, tanto com a professora cooperante, como com a professora orientadora da ESEC e as colegas de mestrado.

As aulas do 5.º ano do 2.º CEB, lecionadas pela Professora Estagiária, abrangeram uma vasta gama de conteúdos programáticos de Matemática, organizados em diferentes domínios de aprendizagem. No âmbito do domínio “Números e Operações”, foram explorados conceitos fundamentais como a obtenção de valores aproximados, a compreensão de frações equivalentes e a realização de comparações e ordenações entre números. A Professora Estagiária também abordou tópicos relacionados com a multiplicação de números naturais e frações, além de estratégias para realizar divisões envolvendo decimais. O cálculo mental, com foco na agilidade e precisão, foi um dos pontos de destaque, promovendo o desenvolvimento de competências numéricas essenciais para a resolução rápida de problemas.

No domínio “Geometria e Medida”, os alunos tiveram a oportunidade de explorar a construção de triângulos, familiarizando-se com os diferentes tipos de triângulos e os critérios de congruência que permitem identificar quando dois triângulos são idênticos em forma e tamanho. Além disso, os alunos aprenderam a classificar triângulos de acordo com as suas propriedades, como os ângulos e os lados, desenvolvendo a sua capacidade de observação e análise geométrica.

Por fim, no domínio “Álgebra”, foram trabalhados conceitos de sequências numéricas, com especial ênfase nas sequências de crescimento e nas leis de formação que permitem gerar termos sucessivos a partir de uma regra específica. Este conhecimento alicerça o pensamento lógico e a resolução de problemas algébricos mais complexos, estimulando a capacidade dos alunos de identificar padrões e formular conjecturas matemáticas.

Ao longo das aulas, a professora incentivou a participação ativa dos alunos, criando um ambiente de aprendizagem dinâmico e colaborativo, fundamental para o sucesso no desenvolvimento das competências matemáticas. Assim, os alunos foram estimulados a comunicar e justificar o seu pensamento matemático, a resolver problemas de forma autónoma e a mobilizar diferentes estratégias na resolução de desafios, competências fundamentais para a construção de um conhecimento matemático sólido e significativo.

I.4 Análise reflexiva do contexto e processo de estágio

Do meu ponto de vista, os estágios pedagógicos desempenham um papel crucial na formação de futuros professores, funcionando como uma ponte entre a teoria, lecionada na instituição de ensino superior frequentado, e a prática em contexto real, nas salas de aula. A experiência do estágio oferece aos estagiários a oportunidade de articular os conhecimentos adquiridos durante a formação inicial com os contextos, permitindo que testem e aprimorem as suas capacidades pedagógicas num ambiente de ensino real e dinâmico.

Como refere Ewell (1997), os modelos de ensino-aprendizagem são eficazes porque permitem aos alunos a observação direta e interiorização da prática especializada. Tais formatos, conseqüentemente, permitem que os alunos tenham um papel ativo no processo de ensino e de aprendizagem.

Durante o Mestrado em Ensino do 1.º CEB e Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, tive oportunidade de fazer estágios em diferentes contextos, um deles no 1.º CEB e os outros dois no 2.º CEB, um em Matemática e o outro em Ciências Naturais. Estes estágios mostraram ser uma fonte de aprendizagem, que me permitiram evoluir tanto a nível pessoal como a nível profissional. É importante, então, refletir sobre os mesmos, dando principal ênfase ao estágio em que é desenvolvido o estudo apresentado neste documento, o estágio em Matemática no 2.º CEB.

Durante o ano letivo 2023/2024 fui observadora e interveniente no processo educativo de uma turma do 5.º ano do 2.º CEB, na disciplina de Matemática, sendo este estágio composto por três fases: observação, intervenção e reflexão.

A fase de observação, a que considero mais importante, permitiu-me conhecer a turma e perceber quais os métodos que melhor funcionam na mesma. Foi nesta fase que me tentei inteirar de todas as informações relevantes acerca dos alunos, de forma a fazer uma intervenção adaptada à turma, durante esta fase de observação, tive a oportunidade de lecionar a aula por uns minutos, de forma a existir um primeiro contacto entre mim e a turma.

A fase de intervenção, ocorreu após a fase de observação, e foi nesta que tive oportunidade de perceber realmente a dinâmica da turma. Inicialmente tive algumas

dificuldades em lidar com o grupo, particularmente na gestão do tempo de aula, no entanto foi algo que fui trabalhando durante todo o ano letivo, e que considero ter conseguido melhorar bastante, foi nesta fase de intervenção que considero que mais evoluí tanto a nível pessoal como a nível profissional.

Por fim, a fase de reflexão, que foi realizada ao longo de todo o ano letivo, tanto individualmente, como em conjunto com a Professora Cooperante e a minha colega de estágio. Estes momentos de reflexão ocorriam após todas as intervenções, de modo a perceber quais os aspetos que correram melhor e os aspetos a melhorar. Os momentos de reflexão junto com a Professora Supervisora da ESEC e as colegas de turma, mostrou também ser um momento importante, para partilha de ideias e experiências. Todos estes momentos de reflexão permitiram melhorar o meu desempenho e dessa forma evoluir como futura professora.

Para além dos momentos de reflexão, é importante destacar as reflexões e sugestões realizadas pela Professora Cooperante, que me permitiram evoluir e refletir sobre as minhas intervenções, não menos importante foram também as reflexões e sugestões da minha colega estagiária, que permitiram planear e adequar as minhas práticas de ensino de modo a envolver a turma no processo de ensino e aprendizagem, resultando numa aprendizagem efetiva.

PARTE II: COMPONENTE INVESTIGATIVA

CAPÍTULO II: INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo fornecer uma visão geral do estudo realizado, apresentando de forma concisa os principais elementos que o fundamentam. Inicialmente, é destacada a motivação que impulsionou a investigação, seguida pela definição clara do problema que se pretende abordar. Além disso, são detalhados os objetivos do estudo e por fim, é discutida a relevância e a pertinência da pesquisa, evidenciando a sua contribuição para a área de conhecimento e a importância das suas conclusões no contexto em que se insere.

III.1 Motivação e formulação do problema

Durante o estágio em contexto de 2.º CEB, realizado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, que decorreu numa turma do 5.º ano de escolaridade, foi possível identificar diversos desafios enfrentados pelos alunos. Entre as principais dificuldades observadas, destacam-se as relacionadas com a interpretação de problemas propostos e a capacidade de explicitar o raciocínio envolvido na sua resolução. Essas limitações evidenciam não apenas barreiras na compreensão dos enunciados, mas também na organização e comunicação do pensamento lógico-matemático, o que compromete uma resolução eficiente e fundamentada das tarefas apresentadas.

Após identificar as dificuldades manifestadas pelos alunos, a Professora Estagiária (PE) realizou uma análise dos resultados obtidos na prova de aferição de 2022 do 5.º ano de escolaridade, referente às disciplinas de Matemática e Ciências Naturais. A análise focou-se, em particular, no desempenho dos alunos em matemática, onde foram evidenciadas maiores dificuldades em alcançar resultados dentro das categorias consideradas satisfatórias, nomeadamente “conseguiu” e “conseguiu, mas...”.

Ao analisar as percentagens obtidas em cada domínio avaliado na prova, observou-se que a proporção de alunos enquadrados nas categorias agregadas “revelou dificuldade/não conseguiu” foi significativamente superior à daqueles inseridos nas categorias “conseguiu/conseguiu, mas...”. Essa disparidade aponta para desafios persistentes no desenvolvimento das competências esperadas.

Apesar dessas dificuldades, uma análise comparativa com os resultados das provas de aferição de 2019 revelou uma ligeira melhoria nos desempenhos gerais dos alunos. Em

2022 aproximadamente 21,3% dos desempenhos ficaram dentro das categorias “conseguiu” e “conseguiu, mas...”, indicando um progresso modesto. Contudo, no domínio específico de Álgebra, os dados apontaram uma diminuição do desempenho: apenas 26,3% dos alunos atingiram as categorias agregadas de “conseguiu/conseguiu, mas...” em 2022, um resultado inferior ao observado em 2019. Esses dados sugerem uma necessidade de intervenção pedagógica direcionada, especialmente em áreas mais críticas como Álgebra, para promover um avanço mais significativo no desempenho dos alunos.

Com base nos aspetos mencionados anteriormente, bem como nas investigações realizadas sobre o tema, foi possível identificar lacunas significativas no desempenho dos alunos, particularmente no que diz respeito à interpretação de problemas, à explicitação do pensamento e ao domínio de áreas específicas, como a Álgebra. Essas dificuldades, evidenciadas tanto na prática em sala de aula durante o estágio, quanto nos resultados das provas de aferição, levantam questões importantes sobre os fatores que contribuem para essas limitações e estratégias pedagógicas que podem ser implementadas para mitigá-las.

Desta forma, estruturou-se o seguinte problema de investigação: “De que forma a utilização de tarefas envolvendo situações problemáticas pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do 5.º ano de escolaridade?”

Este problema de investigação visa explorar práticas de ensino que favoreçam, não apenas o domínio algébrico, mas também o entendimento integrado da Matemática, permitindo que os alunos reconheçam e utilizem relações entre conceitos para resolver problemas de forma mais eficaz.

III.2 Objetivos e questão de investigação

Com base nas dificuldades observadas na turma, tornou-se essencial planear um cenário de aprendizagem que favoreça o sucesso escolar em Matemática, abordando diretamente as áreas mais desafiantes. Nesse sentido, foram definidos os seguintes objetivos:

1. Conceber e implementar tarefas que contemplem situações problemáticas envolvendo o pensamento algébrico.

2. Identificar estratégias de resolução de problemas/conexões matemáticas/criatividade.
3. Mapear as dificuldades dos alunos na resolução de tarefas envolvendo o pensamento algébrico.

Tendo em vista os objetivos de investigação mencionados, foram formuladas as seguintes questões de investigação, que guiaram a análise e a condução do estudo:

1. De que forma as estratégias pedagógicas focadas na Álgebra podem contribuir para melhorar a compreensão conceitual dos alunos do 5.º ano?
2. De que forma a promoção de conexões entre tópicos matemáticos influencia a capacidade dos alunos de resolver problemas?
3. Quais os impactos de práticas que incentivam a explicitação do pensamento matemático no desempenho e na comunicação dos alunos?
4. De que modo este tipo de práticas podem aumentar a motivação e o envolvimento dos alunos na aprendizagem da Matemática?

III.3 Pertinência do estudo

A pertinência deste estudo reside em diversos fatores que destacam a sua relevância no contexto educacional, pedagógico e social. De forma geral, a investigação sobre a construção do pensamento algébrico no 5.º ano é essencial para promover avanços no ensino da Matemática e no desenvolvimento de competências fundamentais para os alunos.

O 5.º ano marca uma fase de transição no percurso escolar dos alunos, em que as aprendizagens matemáticas começam a deslocar-se do concreto para o abstrato. O pensamento algébrico é um elemento crucial desse processo, pois introduz conceitos como padrões, generalizações e representações simbólicas, que são pilares para a Matemática avançada. Este estudo contribui para compreender como os alunos dessa faixa etária constroem essas competências e enfrentam os desafios associados.

O pensamento algébrico é a base para conteúdos matemáticos mais avançados, como funções, equações e geometria analítica. Investigar como esse tipo de pensamento pode ser formado no início do 2.º CEB é essencial para assegurar que os alunos desenvolvam

uma base sólida, reduzindo lacunas futuras e promovendo aprendizagens mais consistentes.

Consideramos que este estudo é relevante porque investiga o impacto das tarefas que envolvem situações problemáticas no desenvolvimento de competências de resolução de problemas, pensamento crítico e criatividade. Essas competências são fundamentais não apenas no contexto escolar, mas também na vida quotidiana e no mundo do trabalho, onde a capacidade de pensar de forma estruturada e inovadora é cada vez mais valorizada.

A literacia matemática é uma capacidade essencial do século XXI, capacitando os indivíduos a interpretar e resolver problemas em contextos diversos, desde questões financeiras até decisões práticas do dia a dia. Este estudo contribui para a promoção dessa literacia ao investigar métodos que estimulem os alunos a conectar conceitos matemáticos e aplicar o pensamento algébrico em situações reais.

O estudo permite mapear as principais dificuldades dos alunos na construção do pensamento algébrico, como a interpretação de enunciados, o uso de símbolos matemáticos e a generalização de padrões. A identificação dessas barreiras é essencial para que professores e educadores possam desenvolver estratégias de ensino mais eficazes, adaptadas às necessidades dos alunos.

A investigação também destaca a importância do trabalho colaborativo e das discussões em grupo para o desenvolvimento de competências matemáticas e sociais. Essa abordagem pedagógica promove a partilha de ideias, a entajuda e o enriquecimento mútuo, fatores que contribuem para a criação de um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e significativo (Machado & César, 2012).

Além de beneficiar os alunos, o estudo oferece *insights* valiosos para a formação inicial e contínua de professores, ajudando-os a compreender como fomentar o pensamento algébrico de forma eficaz. Isso é especialmente relevante no contexto atual, em que se procuram práticas pedagógicas mais ativas e centradas no aluno.

Do ponto de vista académico, este estudo contribui para a investigação em educação Matemática, ampliando o conhecimento sobre como os alunos desenvolvem o

pensamento algébrico e como estratégias pedagógicas inovadoras podem impactar positivamente esse processo.

Este estudo é pertinente porque aborda um tema central para o sucesso escolar e o desenvolvimento integral dos alunos. Ele não apenas oferece soluções para os desafios da sala de aula, mas também contribui para a formação de cidadãos mais preparados para os desafios da sociedade atual. Ao explorar como as tarefas envolvendo situações problemáticas podem estimular o pensamento algébrico, a investigação agrega valor ao ensino da Matemática, promovendo uma aprendizagem mais significativa, reflexiva e conectada às realidades dos alunos.

CAPÍTULO III: REVISÃO DA LITERATURA

IV.1 Pensamento algébrico

Na educação, desenvolver o pensamento algébrico desde os primeiros anos é crucial, pois contribui para uma aprendizagem mais sólida e integrada. Ao explorar situações que incentivam o uso de símbolos e letras para representar números e operações, os alunos começam a perceber a matemática como uma linguagem universal e estruturada. O pensamento algébrico é um passo importante para que os alunos compreendam a matemática não apenas como uma série de regras a seguir, mas como uma ferramenta de análise, interpretação e resolução de problemas.

O desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser desenvolvido nos primeiros anos, Kieran (2004) refere estudos dos anos 1970/80 que indicavam que alguns estudantes se deparavam com dificuldades neste domínio matemático. Mais tarde, no final dos anos 80, foi sugerido que se repensasse o que é realmente essencial para a álgebra e que se começasse a introduzir alguns elementos mais cedo, dentro do currículo do primeiro ciclo, talvez a álgebra fosse mais acessível para grande parte dos alunos.

Apesar de se considerar que a álgebra é uma área da matemática mais adequada para o terceiro ciclo, ou ensino secundário, as crianças podem ser encorajadas a usar o pensamento algébrico, aquando do estudo dos números e operações e enquanto investigam padrões e relações entre grupos de números (NCTM, 2000).

Alexandre (2015) aponta que, no século passado, o estudo da álgebra esteve praticamente ausente do currículo de matemática do primeiro ciclo do ensino básico, por ser considerada complexa, sendo que deveria surgir mais tarde.

Canavarro (2007) defende a introdução da álgebra nos primeiros anos de escolaridade, referindo que:

A introdução do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade representa um passo em frente muito significativo pela possibilidade que inspira de uma abordagem à Matemática mais integrada e interessante, na qual os alunos desenvolvam as suas capacidades matemáticas motivadas por uma atividade rica e com sentido, que lhes possibilita a construção de conhecimento relevante, com

compreensão, ampliando o seu património quer ao nível dos processos, quer dos produtos matemáticos (conhecimentos que podem usar posteriormente). (p.113)

Atualmente, em Portugal, o domínio da álgebra está presente em todos os anos de escolaridade do ensino básico, começando no primeiro ano do 1.º ciclo do ensino básico.

No documento a circular em vigor, as Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2021), no 1.º CEB a Álgebra surge pela primeira vez como um tema autónomo, admitindo a sua transversalidade e facilidade de articulação com outros temas matemáticos, especialmente Números. É importante também mobilizar os conhecimentos que as crianças trazem das suas vivências pessoais, principalmente relativamente à Educação Pré-escolar, desta forma torna-se importante a exploração de padrões geométricos com recurso a materiais manipuláveis. No 2.º CEB, continua-se o desenvolvimento do pensamento algébrico e da comunicação, recorrendo a representações simbólicas, sobretudo a escrita de expressões algébricas, em contextos que favoreçam a atribuição de significado às letras. Já no 3.º CEB, e em seguimento do trabalho desenvolvido nos ciclos de ensino anteriores, os alunos devem ser capazes de recorrer à Álgebra de forma sistemática. De forma a representar relações entre grandezas ou quantidades do dia-a-dia, e com o objetivo de permitir determinar valores desconhecidos, é valorizado o estabelecimento de relações algébricas entre quantidades desconhecidas, o expressar a generalidade por representações adequadas e usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões. O estudo de funções e de sucessões é utilizado de forma a compreender a variação em situações diversas, onde é privilegiada a complementaridade de abordagens por recorrência e algébricas.

Mas o que é que se entende por pensamento algébrico? Primeiro precisamos de saber o que é a Álgebra. Walkowiak (2014), citando Bednarz, Kieran, & Lee (1996) refere que a Álgebra inclui aritmética generalizada, uma ferramenta de resolução de problemas, o estudo de funções e modelação. Kieran (2007), refere-se à Álgebra como:

Não apenas um conjunto de procedimentos envolvendo símbolos em forma de letra, mas também consiste na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações

matemáticas, padrões e regras (e.g., Mason, 2005). Por isso, a Álgebra passou a ser vista não apenas como uma técnica, mas como uma forma de pensar e raciocinar sobre situações matemáticas. (p.5)

Kaput (2000) refere que para entender a Álgebra é necessário ser capaz de conectar conhecimentos de procedimentos com o conhecimento de conceitos. NCTM (2000) refere que a Álgebra é melhor aprendida como um conjunto de conceitos e técnicas ligados à representação de relações quantitativas e como um estilo de pensamento matemático para formalizar padrões, funções e generalizações.

Lima (2016) define Álgebra como um “sistema matemático usado para generalizar algumas operações matemáticas, permitindo que letras ou outros símbolos substituam os números”.

Neste sentido, poderemos definir pensamento algébrico segundo diferentes autores. Carraher e Schliemann (2007) definem como um “processo psicológico envolvido na resolução de problemas que matemáticos podem facilmente expressar utilizando notação algébrica” (p.5). Blanton e Kaput (2005), referem-se ao pensamento algébrico como “um processo pela qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso de argumentação, e expressam-nas gradualmente de uma forma mais formal e ajustada à idade” (p.413). Kaput, citado por Alexandre (2015) define pensamento algébrico como alguma coisa que se expressa quando os alunos formulam generalizações acerca de dados e relações matemáticas, partindo de conjeturas e argumentos, apresentados através de uma linguagem cada vez mais formal e ajustados à idade. Alexandre (2015) refere que o pensamento algébrico diz respeito à “simbolização, ao estudo de estruturas e à modelação” (p.14), surgindo como uma orientação transversal do currículo.

IV.2 Sequências de crescimento

Trabalhar as sequências de crescimento é uma oportunidade valiosa para desenvolver capacidades matemáticas essenciais, como a identificação de padrões, formulação de generalizações e compreensão de relações numéricas e geométricas, as sequências de crescimento estão presentes em diversas situações do dia a dia, como a disposição de

blocos numa pirâmide, o número de pétalas em flores, ou o crescimento populacional. Essas atividades incentivam os alunos a observar regularidades, descrever mudanças e prever comportamentos futuros, promovendo uma aprendizagem ativa e exploratória.

Ao estudar sequências de crescimento, os alunos podem ser desafiados a identificar regras que norteiam a formação das sequências, representar essas regras de diferentes formas (através de tabelas, gráficos ou expressões algébricas) e aplicar o conhecimento para resolver problemas práticos. Além disso, essas atividades ajudam a relacionar conceitos fundamentais da aritmética, geometria e álgebra, promovendo uma visão integrada e contextualizada da matemática. Assim, trabalhar sequências de crescimento contribui para o desenvolvimento do pensamento lógico e criativo, preparando os alunos para enfrentar desafios matemáticos mais complexos.

Segundo Vale e Pimentel (2010), nos padrões de crescimento, cada termo apresenta uma evolução previsível em relação ao anterior. A análise dessa evolução pode ser feita de maneiras variadas, resultando em representações numéricas ou algébricas distintas. A escolha de como observar esse conhecimento influencia diretamente o processo de generalização que se pode basear na relação de um termo com o anterior (abordagem recursiva) ou na posição que o termo ocupa na sequência (abordagem funcional).

Walkowiak (2014) reforça que, ao estudar padrões de crescimento visualmente representados, as crianças frequentemente começam por utilizar uma “análise de covariação”. Nesse método, elas observam as diferenças entre figuras consecutivas, identificando o que permanece constante e o que muda. Essa abordagem é também conhecida como indução recursiva, pois o foco está em contruir o próximo elemento com base no anterior. De acordo com Vale e Pimentel (2010), essa forma de análise é amplamente utilizada, inclusive por professores. No entanto, apresenta limitações, pois não permite determinar diretamente o que ocorre com um termo de qualquer posição na sequência, dificultando a formulação de generalizações globais.

Para superar essa limitação, é fundamental que tanto professores quanto alunos desenvolvam o raciocínio funcional. Esse tipo de pensamento permite estabelecer uma relação direta entre qualquer termo e a sua posição na sequência, possibilitando a descrição imediata de qualquer elemento do padrão. Essa transição para um raciocínio

funcional é crucial para alcançar uma compreensão mais completa e eficiente dos padrões de crescimento.

Quando o desafio é generalizar para termos mais distantes da sequência, muitas vezes as crianças mudam para uma abordagem de “análise de correspondência” (Walkowiak, 2014). Nesse caso, elas identificam a relação entre o número da figura (ou posição na sequência) e a característica variável do padrão. Esse processo ajuda-as a construir uma expressão matemática, chamada de fórmula fechada ou explícita, que descreve diretamente a relação entre a posição da figura e o padrão que ela segue. Assim, em vez de depender de cálculos recursivos, as crianças conseguem prever diretamente qualquer termo da sequência, demonstrando uma compreensão mais avançada do padrão estudado.

Essa transição entre raciocínio recursivo e funcional é um objetivo importante no ensino de padrões, pois amplia a capacidade de análise e a habilidade de generalizar matematicamente.

IV.3 Conexões matemáticas

As conexões matemáticas consistem em relacionar diferentes conceitos, tanto dentro da própria disciplina de Matemática, como em diferentes áreas de conhecimento, como Português, Ciências, História, Artes, entre outras. Isto permite que os alunos entendam a Matemática como uma rede de ideias interligadas, e não apenas um conjunto isolado de tópicos. Ao incentivar as conexões, os professores ajudam, os alunos a desenvolver uma visão integrada da Matemática, o que facilita a transferência de conhecimentos e capacidades para novas situações e contextos (NCTM, 2000).

O principal objetivo das conexões é ampliar a compreensão dos conceitos e ideias que elas envolvem, ajudando os alunos a atribuir significado à Matemática e a vê-la como uma disciplina coerente, integrada e poderosa. Isso contrasta com a visão comum de que a Matemática é apenas um conjunto de regras arbitrárias aplicadas a casos específicos, sem utilidade além de serem ferramentas para passar em testes (Canavaro, 2017).

Boavida et al. (2008) refere que as conexões matemáticas procuram, por um lado, criar e explorar situações em que os alunos liguem a Matemática a problemas da vida real e a

outras áreas do currículo, e por outro, destacar a relação entre diferentes tópicos ou temas matemáticos.

Vale e Pimentel (2010), referem que o estabelecimento de conexões permite:

Construir novo conhecimento sobre os conhecimentos previamente adquiridos, mas de forma integrada. Por outro lado, os estudantes obtêm um conhecimento mais profundo e duradouro, assim como desenvolvem a curiosidade e a criatividade, quando se realçam as conexões entre ideias matemáticas que estão a ser trabalhadas e os conhecimentos matemáticos já adquiridos, e também os da vida de todos os dias.

Na literatura, é frequente classificar as conexões em dois tipos principais, fundamentais para o desenvolvimento do conhecimento matemático: as conexões internas, que ligam conhecimentos prévios a novos, sendo essenciais para entender conceitos, representações e as relações entre eles; e as conexões externas, que vinculam a Matemática ao mundo externo, surgindo de contextos e situação que envolvem a realidade, desempenhando um papel relevante, por exemplo, para utilizar conhecimentos e métodos matemáticos na resolução de problemas ou na construção de modelos matemáticos (Amado et al., 2019).

IV.4 Resolução de problemas

A resolução de problemas, quando adotada como metodologia de ensino, transforma a maneira como o conhecimento é construído, colocando o problema como o ponto de partida para a aprendizagem. Diferente da abordagem tradicional, onde os problemas são utilizados apenas para reforçar conceitos já ensinados, esta metodologia propõe que os desafios sejam apresentados antes da explicação formal dos conteúdos. Desta forma, os alunos são incentivados a explorar padrões, formular hipóteses e testar estratégias, tornando-se protagonistas da própria aprendizagem (Câmara, 2016).

Ao trabalhar com problemas, os estudantes desenvolvem um pensamento mais investigativo e reflexivo, pois precisam de analisar a situação, identificar as informações relevantes e procurar soluções por meio de caminhos diferentes. Este processo estimula

não apenas a compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, mas também a capacidade de argumentação, a flexibilidade cognitiva e a resiliência perante desafios.

Além do seu impacto direto na aprendizagem da Matemática, a resolução de problemas desempenha um papel essencial na motivação dos alunos. Problemas bem estruturados despertam a curiosidade e desafiam os estudantes a envolverem-se ativamente com o conteúdo, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e envolvente. Este envolvimento contribui para a construção de uma postura mais autónoma e confiante em relação à resolução de desafios, tanto no ambiente escolar como na vida quotidiana.

Outro aspeto importante desta abordagem é a sua contribuição para o desenvolvimento de competências essenciais para o século em que vivemos, como o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de adaptação. Ao lidar com problemas, os alunos aprendem a analisar situações sob diferentes perspetivas, a considerar múltiplas soluções e a tomar decisões fundamentadas. Estas capacidades são fundamentais não apenas para a Matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a resolução de problemas do dia a dia.

Por fim, a resolução de problemas também promove a colaboração e o trabalho em equipa, pois frequentemente os desafios são discutidos em grupo, permitindo que os alunos partilhem ideias, comparem estratégias e aprendam uns com os outros. Esta interação fortalece a comunicação e o raciocínio lógico, além de preparar os estudantes para enfrentar desafios em contextos diversos, seja no ambiente académico, profissional ou social. Assim, ao colocar os problemas como eixo central da aprendizagem, esta metodologia não apenas facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos, mas também prepara os alunos para pensar de forma independente e enfrentar desafios com confiança e criatividade (Câmara, 2016).

Vale e Pimentel (2004) destacam que não existe um único modelo para a resolução de problemas, pois diferentes estratégias podem ser aplicadas conforme a natureza do problema. A seguir, são apresentadas as estratégias referidas pelos autores:

- **“Descobrir um padrão/Descobrir uma regra ou lei de formação”**, consiste em analisar determinados passos do problema para identificar um padrão ou uma lei de formação, permitindo generalizar a solução a partir de casos específicos;
- **“Fazer tentativas/Fazer conjeturas”**, baseia-se na formulação de hipóteses sobre a solução do problema com base nos dados fornecidos. Após essa suposição inicial, verifica-se se as condições do problema são atendidas;
- **“Trabalhar do fim para o princípio”**, nesta abordagem, o problema é analisado começando pelo objetivo final ou por aquilo que se deseja demonstrar, seguindo uma lógica inversa, até chegar ao ponto de partida;
- **“Usar decifração/Fazer eliminação”**, pressupõe a consideração de todas as possibilidades e a eliminação progressiva daquelas que não se encaixam nos critérios do problema, até se chegar à solução correta;
- **“Reduzir a um problema mais simples/Decomposição/Simplificação”**, consiste em resolver uma versão mais simples ou um caso particular do problema original. Esta estratégia muitas vezes combina-se com a identificação de padrões para facilitar a generalização da questão.

CAPÍTULO IV: OPÇÕES METODOLÓGICAS

V.1 Contexto de estudo

Este estudo foi realizado numa turma do 5.º ano, composta por 20 alunos, sendo 9 do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com idades que resultavam numa média de 10 anos.

Seis dos participantes beneficiavam de medidas educativas universais, enquanto quatro beneficiavam de medidas educativas universais e seletivas. Estes últimos, além das estratégias diferenciadas, também necessitavam de adaptações no processo de avaliação.

Como parte dos procedimentos éticos e legais do estudo, foi entregue inicialmente um documento explicativo aos encarregados de educação de todos os 20 alunos da turma. Esse documento detalhava os objetivos do trabalho de investigação e solicitava a autorização formal para que os alunos pudessem participar. Após a obtenção das autorizações, a participação dos alunos foi formalizada. Para preservar a privacidade dos participantes, foi adotado um sistema de codificação, garantindo o anonimato e a confidencialidade das informações.

Além dos alunos, a investigação contou com o envolvimento de três outros participantes: a professora de matemática da turma de estágio, a estagiária que partilhava a turma de estágio com a Investigadora e a Professora Orientadora da ESEC. Estas desempenharam um papel fundamental no apoio às necessidades do estudo, atuando no suporte aos alunos que apresentavam dificuldades, na organização e distribuição de materiais pedagógicos, e na coleta de dados durante o processo de investigação.

Desta forma, a investigação foi realizada num ambiente que combinou diversidade cultural, necessidades educacionais distintas e colaboração entre diferentes agentes educativos, compondo um cenário rico para a análise e implementação de estratégias pedagógicas inclusivas.

V.2 Descrição da metodologia de investigação

Para responder à questão problema “De que forma a utilização de tarefas envolvendo situações problemáticas pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do 5.º ano de escolaridade?”, optou-se por uma abordagem metodológica de carácter qualitativo. Esta metodologia, de natureza descritiva e interpretativa, permite uma análise aprofundada do fenómeno em estudo, possibilitando

a compreensão das interações e processos envolvidos no desenvolvimento do pensamento algébrico. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa caracteriza-se pela atenção aos significados atribuídos pelos participantes e pelo contexto em que a aprendizagem ocorre, o que se alinha com o propósito deste estudo de explorar como a resolução de problemas contribui para a construção do pensamento algébrico.

A metodologia adotada nesta investigação foi estruturada com base nas ideias propostas por Cheng e Ling (2013), que destacam a importância de uma abordagem sistemática e cíclica no desenvolvimento de práticas pedagógicas e investigativas. Essa metodologia foi dividida em três fases principais: *planear, implementar e avaliar e refletir*. Cada uma dessas etapas desempenhou um papel crucial para garantir a eficácia do estudo e a obtenção de resultados consistentes e relevantes (Quadro 1).

Quadro 1.

Esquematização das diferentes fases da investigação

<i>Planear</i>	<p>Seleção das principais capacidades e conteúdos a desenvolver, nomeadamente: Pensamento algébrico, Resolução de problemas, Conexões internas e externas na e à Matemática.</p> <p>Identificação dos objetivos de aprendizagem.</p> <p>Conceção de uma sequência de tarefas, a aplicar em diferentes momentos, envolvendo: Pensamento algébrico, Resolução de problemas, Pensamento crítico e Pensamento criativo.</p>
<i>Implementar</i>	<p>Implementação das tarefas com os alunos.</p> <p>Recolha dos dados durante as sessões de implementação das tarefas através de: observações, produções dos alunos, registos fotográficos e áudios.</p>
<i>Avaliar e refletir</i>	<p>Análise, interpretação, avaliação e reflexão dos dados resultantes da Investigação.</p>

Na primeira fase da metodologia – *Planear* – fez-se a seleção das capacidades e conteúdos a desenvolver nesta investigação, que foi cuidadosamente delineada para atender um conjunto de competências essenciais que não só promovem o progresso na

aprendizagem matemática, mas também capacitam os alunos a aplicarem esse conhecimento de forma ampla e integrada. O foco central recaiu sobre as áreas: Pensamento algébrico, Resolução de problemas, Pensamento crítico, Pensamento criativo e Conexões internas e externas na e à Matemática.

Com base nas capacidades selecionadas, foram definidos objetivos de aprendizagem específicos e elaborada uma sequência de tarefas a ser aplicada em diferentes momentos do processo pedagógico, cada uma cuidadosamente planeada para desenvolver as competências mencionadas.

Nesta fase da investigação, foi possível contar com todos os intervenientes envolvidos, incluindo a Professora Cooperante, a Colega Estagiária e os Professores Orientadores da ESEC. A participação conjunta desses elementos contribuiu significativamente para o desenvolvimento e aprofundamento do estudo.

A fase de *Implementação* das tarefas com os alunos foi cuidadosamente planeada e executada para maximizar o envolvimento e a aprendizagem. Durante este processo, as atividades propostas, previamente delineadas para promover o desenvolvimento das competências, foram aplicadas de forma prática e dinâmica.

As tarefas foram apresentadas num ambiente colaborativo, que estimula a participação ativa dos alunos e a troca de ideias. As atividades foram conduzidas em pequenos grupos e em duplas, permitindo uma abordagem diferenciada.

Para assegurar que os dados necessários fossem recolhidos de forma sistemática e abrangente, foi empregue uma combinação de métodos qualitativos, dando prioridade à observação direta, a análise das produções dos alunos e registos multimodais (fotografia e áudio). Esta abordagem diversificada garantiu a captura de evidências ricas e detalhadas sobre o desempenho e o desenvolvimento dos participantes.

Durante a fase de implementação, contou-se com a colaboração da Professora Cooperante, da Colega Estagiária e da Professora Orientadora da ESEC. Juntas, desempenharam um papel fundamental no suporte aos alunos com dificuldades, na organização dos materiais pedagógicos, bem como na recolha de dados ao longo do processo de investigação.

A última fase – *avaliar e refletir* – foi conduzida de forma minuciosa, procurou compreender os efeitos das tarefas implementadas sobre o desenvolvimento das competências matemáticas e metacognitivas dos alunos. Esse processo consistiu numa série de ações organizadas para extrair significado dos dados, identificar padrões e propor reflexões sobre as práticas adotadas.

Na fase de avaliação, a participação da Professora Cooperante e da Professora Orientadora da ESEC foi fundamental. Ambas desempenharam um papel ativo na análise dos resultados, contribuindo com as suas observações e orientações para a interpretação dos dados. Além disso, auxiliaram na reflexão sobre o impacto das estratégias implementadas, possibilitando ajustes e melhorias no processo investigativo.

Este estudo consistiu na planificação, implementação e análise de um conjunto de três tarefas, que decorreram em 5 momentos, envolvendo o pensamento algébrico e a resolução de problemas, em contextos da vida real.

Quadro 2.

Desafios implementados na investigação

Tarefa	Data	Duração (minutos)	Síntese
1.ª	08 de abril 2024	45	Realização de uma tarefa, envolvendo um contexto próximo da realidade dos alunos, decoração de uma parede.
	10 de abril 2024	90	Discussão das resoluções dos alunos relativos à tarefa proposta na sessão anterior.
2.ª	12 de abril 2024	90	Realização de uma tarefa, envolvendo um contexto próximo da realidade dos alunos, organização de mesas num restaurante e discussão das resoluções dos alunos relativos ao problema proposto.
3.ª	06 de junho 2024	90	Realização de uma tarefa, envolvendo a turma no mesmo e início da discussão.

	11 de junho 2024	45	Discussão das resoluções dos alunos relativas à tarefa proposta na sessão anterior.
--	------------------	----	---

V.3 Recolha de dados

Em relação à recolha de dados deste estudo, o tema principal escolhido foi *Sequências de Crescimento*. A partir desse tema, definiu-se uma problemática e as suas questões específicas, o que levou à seleção da metodologia mais adequada e das técnicas mais eficazes para a sua realização.

Para assegurar a fiabilidade e a validade dos resultados, recorreu-se a diferentes técnicas de recolha de dados: observação, documentos dos alunos, diálogo na sala de aula e meios audiovisuais, cada uma delas será descrita a seguir. Essas técnicas foram escolhidas de forma a complementar diferentes perspetivas e enriquecer a análise, garantindo uma visão mais abrangente e fundamentada sobre o tema investigado, sustentadas por Creswell e Creswell (2018).

Observação

Desde o início da intervenção no contexto de 2.º CEB, a observação revelou-se uma técnica essencial para o desenvolvimento deste estudo. Foi fundamental observar a turma em diversos aspetos: a interação entre os alunos, as suas rotinas, a organização da sala de aula, os materiais utilizados durante as atividades e o próprio andamento das aulas. Este processo foi necessário para avaliar se o tema escolhido para o estudo era adequado à realidade da turma em questão.

A observação não se limitou a uma análise passiva, incluiu o registo sistemático de informações relevantes, o que permitiu identificar tanto as dificuldades como os conhecimentos já adquiridos pelos alunos. Esses registos foram essenciais para orientar as etapas seguintes da investigação, ajudando a alinhar as estratégias com as necessidades específicas da turma.

Além disso, as observações foram direcionadas pelas questões de investigação definidas desde o início do estudo. Isso permitiu que as observações fossem mais focadas e produtivas, facilitando a procura por respostas concretas aos problemas levantadas.

Como o estudo possui uma natureza qualitativa, tornou-se necessário adotar uma abordagem de observação participante, em que o investigador não apenas observa, mas também intervém e interage diretamente com os alunos. Esta metodologia favoreceu a recolha de dados mais ricos e detalhados, enquanto possibilitou uma maior compreensão das dinâmicas da turma e da forma como os alunos lidam com o tema investigado. Essa interação permitiu uma análise mais profunda e contextualizada, essencial para a validação dos resultados.

Documentos dos alunos

O principal método de recolha de dados utilizado nesta investigação baseou-se na análise dos documentos produzidos pelos alunos. Estes documentos incluem as tarefas realizadas individualmente ou em pares, quer em folhas específicas fornecidas para a realização das tarefas, quer nos cadernos diários utilizados regularmente durante as aulas. Foram propostas aos alunos três tarefas diferentes, desenhadas com o objetivo de explorar e avaliar as suas competências, estratégias e processos de pensamento relacionados com o tema em estudo.

Os registos realizados pelos alunos, tanto nas folhas de tarefa como nos cadernos, revelaram-se uma fonte valiosa de informação. Estes registos permitiram aceder de forma direta à forma como os alunos abordaram as atividades, como organizaram as suas ideias e como estruturaram o seu raciocínio. Ao observar os detalhes e as anotações realizadas pelos alunos, foi possível identificar padrões de pensamento, estratégias utilizadas para resolver os problemas propostos, bem como as dificuldades encontradas.

A análise dos documentos foi crucial não apenas para identificar o desempenho dos alunos, mas também para compreender como pensam e aprendem, fornecendo informações relevantes para o avanço da investigação e a adaptação de estratégias pedagógicas futuras.

Diálogo na sala de aula em grande grupo

Para analisar e compreender o raciocínio dos alunos de forma mais profunda, foram realizadas conversas informais durante os momentos de correção e discussão das resoluções em grande grupo. Estas interações permitiram criar um ambiente mais descontraído, propício ao diálogo e à partilha de ideias, proporcionando uma visão mais clara sobre os processos de pensamento dos alunos e a forma como chegaram às suas respostas.

As conversas informais são uma ferramenta essencial em estudos educativos, especialmente aqueles de carácter qualitativo, pois promovem uma comunicação aberta entre o professor/investigador e os alunos, durante essas interações, foi possível levantar questões diretas sobre as estratégias utilizadas, as dificuldades enfrentadas e as decisões tomadas ao longo da resolução das tarefas. Este processo ajudou a complementar as informações recolhidas através dos registos escritos, oferecendo *insights* sobre os raciocínios que nem sempre são evidentes nos documentos.

Além disso, estas conversas desempenharam um papel importante ao estimular os alunos a verbalizarem as suas ideias, justificarem as suas respostas e até mesmo reconhecerem e corrigirem eventuais erros. Este tipo de interação encorajou a reflexão crítica sobre o próprio pensamento, promovendo não só a aprendizagem individual como também a partilha de estratégias entre os colegas.

Outro ponto relevante é que, ao criar diálogo, o professor conseguiu obter informações específicas de forma natural, sem a formalidade que, por vezes, pode inibir os alunos, este ambiente descontraído favoreceu uma maior espontaneidade nas respostas, permitindo ao professor captar aspetos do raciocínio dos alunos que poderiam passar despercebidos em contextos mais estruturados.

Por fim, as conversas informais não apenas enriqueceram a análise, mas também fortaleceram a relação entre professor e alunos, criando uma atmosfera de confiança que incentivou a participação ativa e o envolvimento no processo de aprendizagem.

Meios Audiovisuais – Registo de áudio e fotográfico

A técnica apresentada nesta etapa desempenhou um papel fundamental no processo de recolha e análise de dados para a investigação. Para assegurar um acompanhamento

detalhado e completo das respostas dos alunos às tarefas propostas, tornou-se necessário gravar e registar todos os momentos associados à implementação das atividades. Estes registos permitiram uma análise mais profunda e estruturada do raciocínio dos alunos e da forma como enfrentaram os desafios propostos.

O registo fotográfico foi uma ferramenta essencial para documentar as tarefas resolvidas pelos alunos. Cada tarefa concluída foi fotografada, garantindo a preservação dos dados de forma fiel e prática para análises posteriores. Esta técnica permitiu ao investigador retornar a esses materiais para uma observação minuciosa sem a pressão do momento em sala de aula. Além disso, serviu como suporte para conversas posteriores com os alunos, possibilitando debates mais aprofundados sobre as suas respostas. Durante essas discussões, o registo fotográfico foi utilizado como referência visual, ajudando os alunos a refletir sobre estratégias que adotaram e a justificar as suas escolhas.

Para captar as interações entre os alunos e compreender como se deu o desenvolvimento das ideias em grupo, foram utilizados gravadores e telemóveis, que foram distribuídos pelos diferentes grupos de trabalho. O registo de áudio possibilitou uma análise detalhada das conversas, discussões e raciocínios que ocorreram enquanto os alunos trabalhavam nas tarefas. Este método revelou-se particularmente útil para identificar: estratégias de resolução utilizadas pelos grupos; contribuições individuais de cada aluno para o processo coletivo; dúvidas e dificuldades enfrentadas ao longo das tarefas; momentos de colaboração e negociação, em que os alunos discutiam e ajustavam as suas ideias para chegar a uma solução conjunta.

A partir destes dados foram construídas as transcrições que se encontram em apêndice a este relatório (Apêndice I.4, Apêndice II.4, Apêndice III.4, Apêndice IV.5 e Apêndice V.3)

CAPÍTULO V: ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

VI.1 Análise e discussão dos dados

VI.1.1 Análise da primeira tarefa

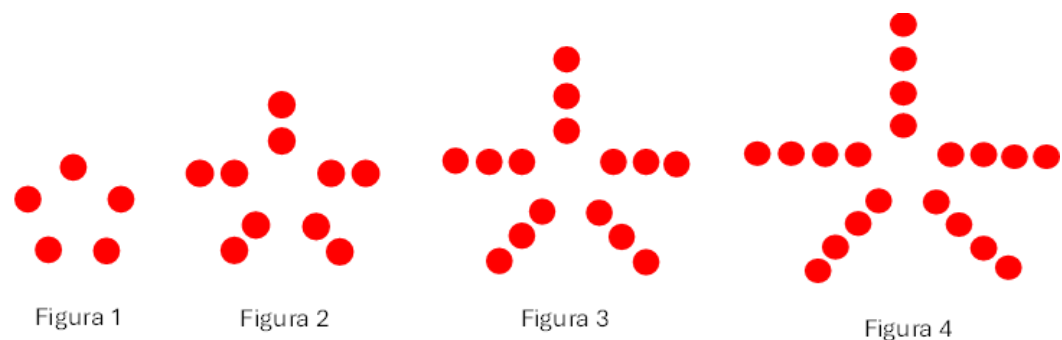
A primeira tarefa está relacionada com a Resolução de problemas e envolve o pensamento algébrico, num contexto próximo da realidade dos alunos, mais especificamente, a decoração de uma divisão (Figura 3). Esta tarefa encontra-se dividida em dois momentos, um primeiro momento em que a turma realiza a tarefa e no final é feita uma primeira análise às resoluções da turma, e um segundo momento em que se faz uma análise mais detalhada das respostas obtidas e questionando a turma sobre a veracidade das repostas, para complementar, foram introduzidos novos conceitos, partindo das várias questões da tarefa.

Figura 3.

Enunciado da Tarefa 1

Ao fazer arrumações em sua casa, o Francisco encontrou uma caixa cheia de pequenos recortes vermelhos em forma de círculo. Assim que os viu pensou logo numa nova decoração para a parede do seu quarto. Para saber quantos círculos iria utilizar para cada uma das figuras que iria construir, decidiu desenhá-las numa folha.

Observa com atenção os desenhos feitos pelo Francisco.



VI.1.1.1 Primeiro Momento

Análise da resolução da Questão 1

Nesta questão, era pretendido que os alunos conseguissem indicar como obter a segunda figura, a partir da primeira, ou seja, referir que a segunda figura é obtida adicionando cinco círculos vermelhos à primeira figura.

Figura 4.

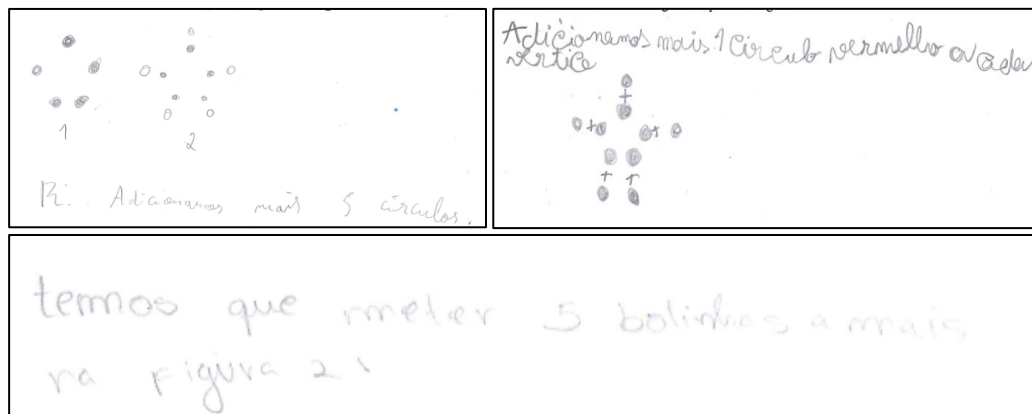
Questão 1 da Tarefa 1

1. Descreve como obtemos a figura 2 a partir da figura 1.

Na resolução desta questão (Figura 4), foram utilizadas pelos alunos, como estratégias, a descoberta de uma regularidade/regra através de desenhos ou palavras (Figura 5).

Figura 5.

Exemplos de resoluções apresentados por alunos à Questão 1



Nota: Na figura 5, mais especificamente, na imagem do canto superior direito, o aluno, para além do desenho efetuado, escreveu: “Adicionamos mais 5 círculos”. Na imagem do canto superior esquerdo, para além do desenho, o aluno escreveu: “Adicionamos mais 1 círculo vermelho a cada vértice”. Por fim na imagem mais a baixo, o aluno escreveu: “Temos que meter 5 bolinhas a mais na figura 2”.

Nesta questão, na generalidade, os alunos não evidenciaram dificuldades, tal como demonstrado nas suas reproduções e na discussão dos resultados:

“PE – Como é que nós obtemos a figura dois a partir da figura 1?”

Aluno C – Adicionamos mais cinco.

PE – Adicionamos mais cinco quê?

Aluno C – Círculos

PE – Adicionamos mais cinco círculos exatamente, então nós temos aqui a figura 1 tem cinco círculos, quantos círculos é que temos na figura 2?

Todos – 10”

PE – Dez círculos, adicionamos então cinco círculos, exatamente.

(Transcrição da primeira sessão, Apêndice I.4)

Análise da resolução da Questão 2

Nesta questão, era pretendido que os alunos, tal como na questão anterior, indicassem que a terceira figura obtém-se adicionando cinco círculos vermelhos à segunda figura.

Figura 6.

Questão 2 da Tarefa 1

2. Descreve como obtemos a figura 3 a partir da figura 2.

Na resolução desta questão (Figura 6), os alunos acabaram por utilizar a mesma estratégia utilizada na questão anterior (Figura 5), tal como demonstrado de seguida (Figura 7).

Figura 7.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 2

Handwritten student solutions for Question 2. The top row shows two boxes: the left one contains two star-like figures made of dots, labeled '2' and '3', with the text "Pi. Adicionamos mais 5 círculos." below them; the right one contains the handwritten text "É só acrescentar 5 bolinhas". The bottom row shows a single box with the handwritten text "Adicionamos mais um círculo vermelho a cada vertice" above a star-like figure made of dots with small crosses at its vertices, and the number "1" in the bottom right corner.

Nota: Na figura 7, mais especificamente na imagem do canto superior direito, para além dos desenhos apresentados, o aluno escreveu: “Adicionamos mais 5 círculos”. Na imagem do canto superior esquerdo, o aluno escreveu: “É só acrescentar 5 bolinhas”. Por fim na imagem mais a baixo, para além do desenho apresentado, o aluno escreveu: “Adicionamos mais um círculo vermelho a cada vértice”.

Na resolução desta questão, uma vez que ia de encontro ao que era pedido na questão anterior, a turma não evidenciou dificuldades, como é possível observar pelas suas produções (Figura 7) e pela discussão:

PE - Então e como e que obtemos a figura 3 a partir da figura 2?

Aluno M – Adicionamos mais cinco círculos

PE – Adicionamos mais cinco círculos, exatamente. A figura tem então dez círculos e a figura 3 tem (...) A figura 3 têm?

Todos – 15 círculos

PE – 15 círculos, exatamente.

(Transcrição da primeira sessão, Apêndice I.4)

Análise da resolução da Questão 3

Nesta questão, era pretendido que os alunos desenhassem a quinta figura da nova decoração com 25 círculos vermelhos.

Figura 8.

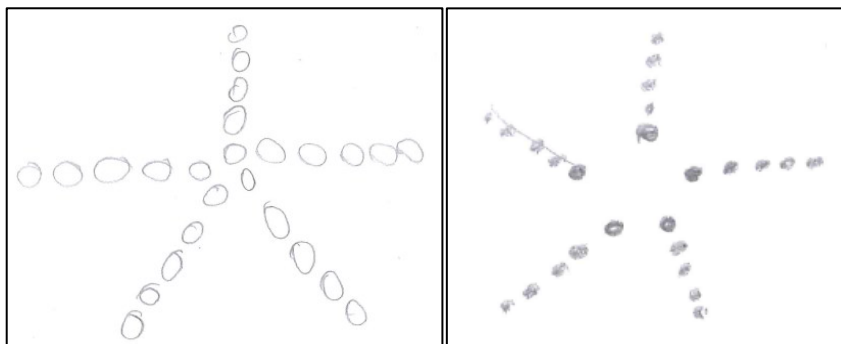
Questão 3 da Tarefa 1

3. Desenha a quinta figura da nova decoração do quarto do Francisco.

Na resolução desta questão (Figura 8), todos alunos acabaram por desenhar a figura, uma vez que era pedido isso mesmo, podemos observar algumas resoluções de seguida (Figura 9).

Figura 9.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 3



Na resolução desta questão, a turma não apresentou dificuldades, e na discussão da mesma, o aluno conseguiu explicar a razão pela qual desenhou 25 círculos, tal como podemos observar de seguida:

PE - Então depois pergunta-nos, pede-nos para desenharmos a quinta figura da nova decoração do quarto do Francisco. Quantas bolinhas, quantos círculos vai ter a quinta figura da nova decoração?

Todos – 25

PE – 25. O que é que vocês fizeram então para obterem a figura 5?

Alguns alunos – Desenhamos

PE – Certo, mas porque é que desenharam 25 círculos, Aluno P?

Aluno P – Nós fizemos assim, nós desenhamos a figura com (...) 25 círculos, porque (...)

PE – Aluno F, porque é que desenhaste uma figura com 25 círculos?

Aluno F – Eu não desenhei

PE – Mas não sabes o que fizeste?

Aluno F – Sei

PE – E porque é que fizeste?

(...)

PE – Aluno I diz lá

Aluno I – Fiz 20 mais 5

PE – Ok pegaram na figura 4 que tinha (...) tinha 20 quadrados e adicionamos (...) 20 círculos, a figura 4 tinha 20 círculos e vocês acrescentaram mais 5 círculos à figura, exatamente.

(Transcrição da primeira sessão, Apêndice I.4)

Análise da resolução da Questão 4

Na resolução desta questão, era pretendido que a turma preenchesse a tabela apresentada, onde a primeira figura teria cinco círculos e para as figuras seguintes apenas era necessário adicionar cinco círculos à figura anterior.

Figura 10.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 3

4. Completa a tabela					
Número da figura	1	2	3	4	5
Número de círculos					

Na resolução desta questão (Figura 10), apesar de ser apenas necessário completar a tabela com informação já obtida pelos alunos, podemos distinguir duas estratégias, a primeira em que vários alunos optaram por ir somando 5 círculos, ou seja, determinavam o termo seguinte a partir do anterior, e a segunda em que vários alunos optaram por fazer a contagem do número de círculos de cada uma das figuras (Figura 11).

Figura 11.

Exemplo de uma resolução apresentada por um aluno à Questão 4

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de círculos	5	10	15	20	25

Na resolução desta questão, a turma não apresentou grandes dificuldades, visto que a tabela se completava utilizando as informações das três questões anteriores, demonstrando essa mesma facilidade na discussão da resolução da questão.

PE – Ora então, vamos completar em conjunto (...) vamos completar todos em conjunto? Sim Ok? Completa a tabela seguinte, ora na figura 1 quantos círculos é que nós temos? Aluno C?

Aluno C – 5

PE – Na figura 2

Todos – 10

PE – Na figura 3

Todos – 15

PE – Na figura 4

Todos – 20

PE – E na figura 5?

Todos – 25

PE – 25, exatamente.

(Transcrição da primeira sessão, Apêndice I.4)

Análise da resolução da Questão 5

Nesta questão, era pretendido que a turma conseguisse perceber que o número de círculos era o quántuplo do número da figura, e desta forma apenas precisava de calcular o quántuplo de 10, obtendo então o resultado 50.

Figura 12.

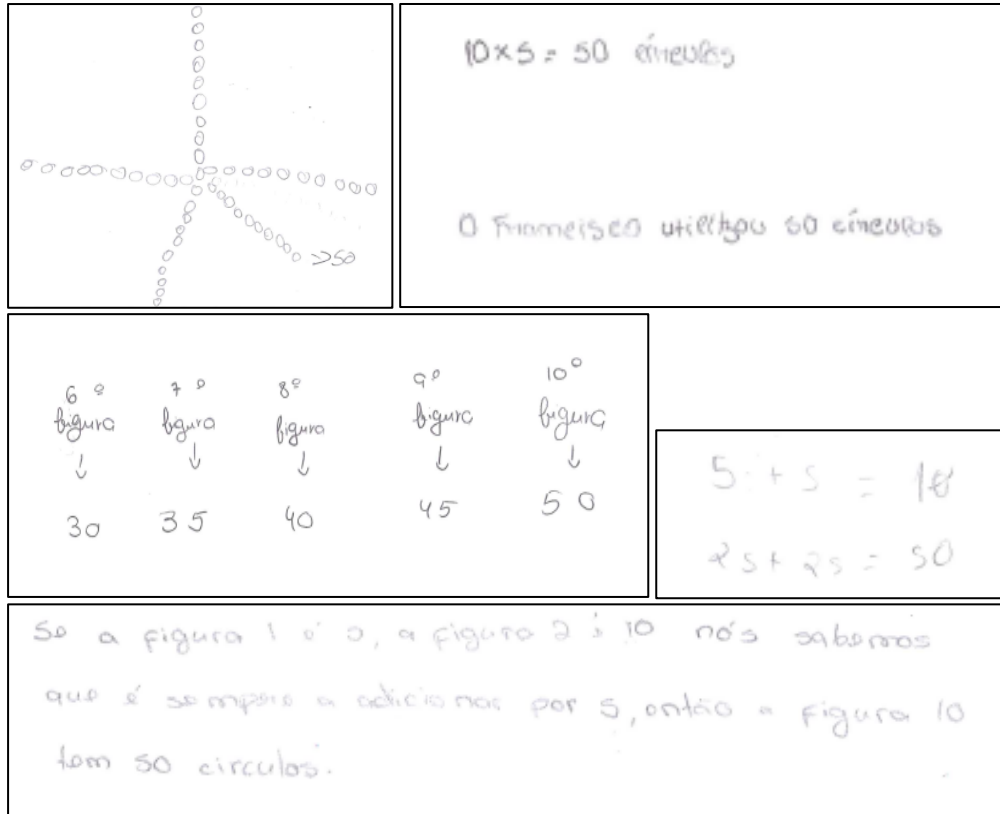
Questão 5 da Tarefa 1

5. Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou esquemas.

Na resolução desta questão (Figura 12), a turma apresentou estratégias variadas, sendo elas: a soma sucessiva do número 5 até chegarem à 10.^a figura; dar continuidade à tabela da questão anterior, até chegarem à figura 10; desenhar a figura 10 e contar o número de círculos utilizados; multiplicar o número da figura por 5; determinar o dobro do número de bolas da 5.^a figura. Podemos observar algumas das resoluções na figura que se apresenta de seguida (Figura 13).

Figura 13.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 5



Nota: Na figura 13, mais especificamente na imagem do canto superior direito, para além do cálculo efetuado, escreveu também: “O Francisco utilizou 50 círculos”, na última imagem apresentada, o aluno escreveu: “Se a figura 1 é 5, a figura 2 é 10 nós sabemos que é sempre adicionar por 5, então a figura 10 tem 50 círculos”.

Na resolução desta questão, a turma já apresentou algumas dificuldades, principalmente na escolha da estratégia para determinar o número de círculos, sendo por vezes necessário o apoio por parte das PEs e da PC. Na discussão desta questão é possível perceber algumas dificuldades na explicação do seu pensamento.

PE - Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste, podes usar palavras esquemas ou desenhos. Nós aqui tivemos, vocês fizeram coisas diferentes, várias pessoas fizeram coisas diferentes, houve quem tivesse desenhado a figura, houve quem não tivesse desenhado a figura. Quem é que desenhou a figura número 10?

Alguns alunos – Eu

PE – Quantos círculos é que vos deu?

Alguns alunos – 50

PE – Certo. Quem fez de forma diferente?

Alguns alunos – Eu

PE – Aluno P, o que é que fizeste?

Aluno P – Eu para explicar (...) não do seis até ao dez e fui colocar 1

PE – Então continuaste a tabela certo? Mais alguém fez desta forma? Vocês também continuaram a tabela? Ok que fez de forma diferente? Aluno T.

Aluno T – Fizemos 5 mais 5 que é igual a 10 e depois 25 mais 25 que é igual a 50

PE – Porquê 25 mais 25?

Aluno T – Por causa que 5 é 25, 5 é 25 então, a figura 5 tem 25, então para explicar que 5 mais 5 era, é que era 10, nós pusemos que 25 mais 25 é igual a 50.

PE – Então o que vocês fizeram foi basicamente, a figura 5 tem 25 quadrados, como 10 é o dobro de 5, 25 mais 25 dá 50, mais ou menos isso. Ok, mais alguém fez desta forma? Quem fez diferente? Aluno D? Como é que vocês fizeram? Fizeste por escrita? Sabes mais ou menos o que fizeste? Então diz lá.

Aluno D – Eu coloquei, eu falei que o 5 era 25, 4 era 20 eu adicionei o 5 de um e o 5 de outro.

PE – Como? Aluno R ajuda, ajuda a perceber o que é que vocês escreveram. Ai vocês fizeram um diferente. Deixa me ver se eu encontro aqui as vossas para tentar perceber. Então... ah então tu foste adicionando, adicionaste sempre 5 até chegares à figura 10, foi isso?

Aluno D – Sim.

PE – Ah ok, já percebi. Quem fez de forma diferente? Aluno S.

Aluno S – Nós fizemos 10 vezes 5.

PE – E porque é que fizeram 10 vezes 5?

Aluno S – Porque a figura 10 é o dobro da figura 5, e a figura 5 é 5 vezes 5 então a figura 10 vai ser 10 vezes 5.

PE – Certo.

(...)

PE – Então a figura 10 ia ter quantos círculos?

Todos – 50

(Transcrição da primeira sessão, Apêndice I.4)

Análise da resolução da Questão 6

Nesta questão, era pretendido que a turma percebesse o número de círculos das figuras são sempre números múltiplos de 5, e dessa forma não seria possível haver uma figura com 124 círculos, visto que este não é múltiplo de cinco.

Figura 14.

Questão 6 da Tarefa 1

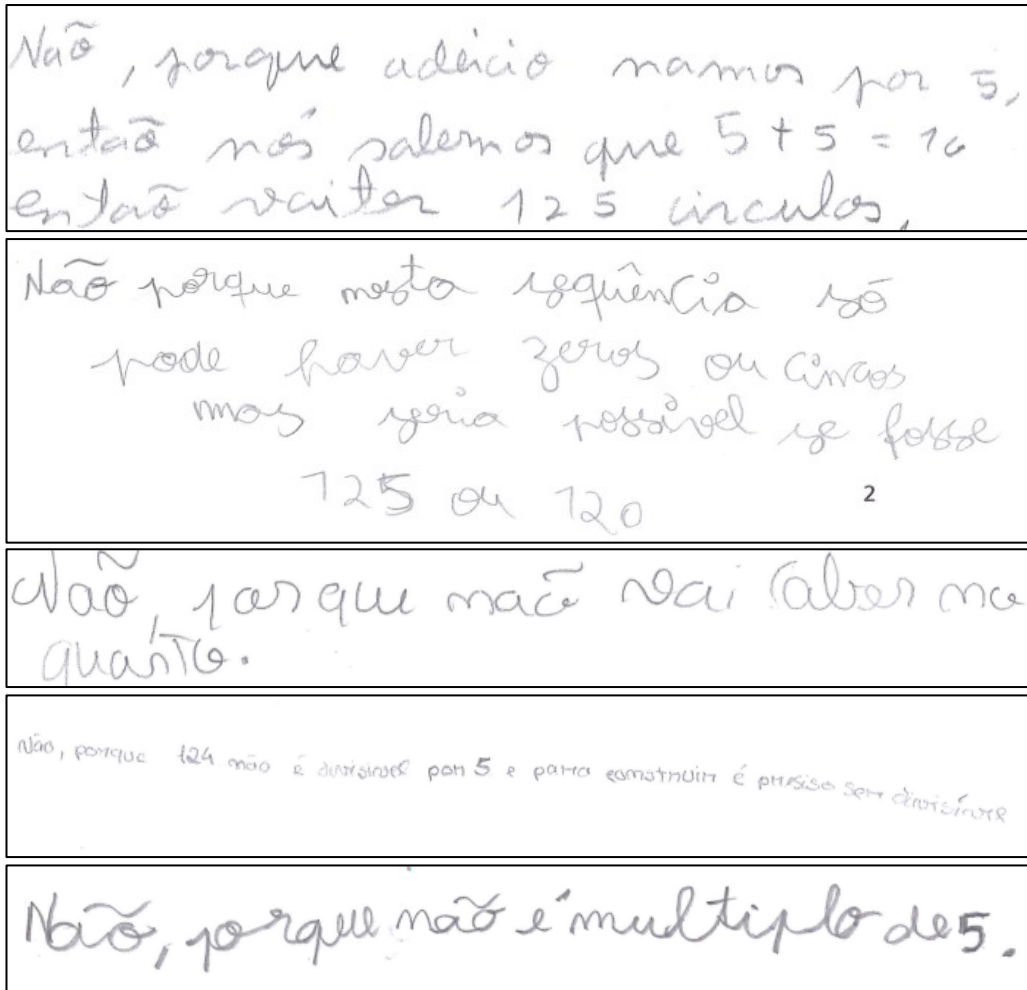
6. Será possível alguma figura desenhada pelo Francisco ter 124 círculos?

Na resolução desta questão (figura 14), a turma acabou por ter respostas bastante parecidas, incidindo sempre sobre o mesmo aspeto, não ser possível haver uma figura com 126 círculos porque 126 não é múltiplo de 5. Apenas houve um par de alunos que a

resposta não foi de encontro ao esperado. Podemos observar algumas das respostas da turma nas figuras apresentadas de seguida (figura 15).

Figura 15.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 6



Nota: Na figura 15, mais especificamente na primeira imagem, o aluno escreveu: "Não, porque adicionamos por 5, então nós sabemos que $5+5=10$ então vai ter 125 círculos". Na segunda imagem, o aluno escreveu: "Não porque nesta sequência só pode haver zeros ou cincos, mas seria possível se fosse 125 ou 120". Na terceira imagem, o aluno escreveu: "Não, porque não vai caber no quarto". Na quarta imagem, o aluno escreveu: "Não, porque 124 não é divisível por 5 e para construir é preciso ser divisível". Por fim, na última imagem, o aluno escreveu: "Não, porque não é múltiplo de 5".

Na resolução desta questão, a turma não apresentou grandes dificuldades, no entanto nota-se alguma dificuldade na explicação do seu pensamento, nomeadamente na justificação da sua resposta, tal como é possível perceber na breve discussão realizada durante esta sessão, mais tarde, na segunda sessão esta análise foi mais aprofundada.

PE – Será que é possível ter uma figura com 124 círculos? Quem é que acha que é possível ter uma figura com 124 círculos? Eu estou a dizer quem é que acha que é possível. É possível aluno F? (...) É possível ter uma figura com 124 círculos?

Alguns alunos – Não

PE – Não. Porquê? Aluno R porquê?

Aluno R – Tinha de acabar em 0 ou em 5.

PE – E porque é que tinha de acabar em 0 ou em 5?

Aluno R – Porque são múltiplos de 5.

(Transcrição da primeira sessão, Apêndice I.4)

Na primeira tarefa, podemos destacar algumas conexões internas à matemática, como ilustra o Quadro 3, apresentado de seguida.

Quadro 3.

Conexões internas na Matemática presentes na primeira tarefa

Conexões internas		
Números	Números naturais	Múltiplos e divisores
Álgebra	Regularidades e sequências	Sequências de crescimento
		Leis de formação

VI.1.1.2 Segundo Momento

Discussão da resolução da Questão 1 e Questão 2

Tal como já referido anteriormente, a turma não teve grandes dificuldades na resolução destas questões (Figuras 4 e 6), apresentando várias estratégias de resolução das mesmas. No momento de discussão, concordaram com as diferentes estratégias de resolução realizadas pelos seus colegas, tal como é possível perceber através da breve discussão em turma.

PE – Na ficha que vocês tinham, a primeira pergunta era como é que vocês obtêm a figura dois a partir da figura 1 certo? Então eu tenho aqui algumas respostas que vocês deram. Temos aqui então, a primeira diz assim acrescentamos mais um círculo vermelho a cada vértice, temos aqui outra ficha, acrescenta-se sempre um em todos os lados da figura e depois a outra que diz colocamos mais cinco ... mais cinco bolas? À volta dos anteriores. Então eu quero saber a vossa opinião sobre estas respostas. Acham que estão todas corretas? Acham que alguma está errada?

Aluno B – Sim.

PE – Alguma está errada?

Aluno B - Não, está tudo certo.

PE– Toda a gente concorda aqui com as respostas? ... Então temos aqui algumas abordagens diferentes, houve quem me dissesse acrescentamos cinco círculos. Está certo ou errado? Acrescentamos 5 círculos?

Todos – Está certo!

PE – E se dissermos adicionamos um círculo a cada um dos lados? Foi mais ou menos o que fez aqui esta pessoa. Temos aqui a figura inicial e o que é que ela fez? Adicionou um círculo a cada um dos lados ou vértices da nossa figura, obtendo a figura 2. Certo? Então toda a gente concorda com estas respostas certo? ... Vocês fizeram basicamente a mesma coisa para a pergunta 2.

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

Introdução do conceito de lei de formação

Para a introdução do conceito de lei de formação, a professora estagiária questionaria a turma sobre de que forma se obtém qualquer figura da sequência apresentada, sendo esperado que respondessem que são adicionadas cinco unidades à figura anterior, a partir daqui, seria introduzido o conceito.

Com a introdução deste conceito, apenas um aluno da turma demonstrou ter dificuldades na compreensão do conceito, tal como é possível perceber na breve discussão na turma.

PE - Como é que nós obtemos qualquer figura desta sequência?

Aluno F – Acrescentamos mais 5 círculos.

PE – Okay, acrescentamos sempre mais cinco círculos. Vamos aqui, para tentar perceber mais ou menos preencher assim muito rapidamente esta tabela que vocês também têm na vossa ficha. Então a figura 1 quantos círculos tinha?

Aluno B – Cinco

PE – Figura 2?

Todos – Dez, quinze, vinte, vinte cinco

PE – Pronto, então ali o aluno F disse-nos que nós acrescentamos sempre cinco círculos à figura, e isso está certo, vocês concordam?

Aluno T – Sim

PE – O que é que ela fez? Mais cinco, para obter a figura 3, mais cinco para obter a figura 4, mais cinco para obter a figura 5 e para obter a figura 6 o que é que tínhamos de fazer?

Todos – Mais cinco

PE – E etc., certo? Então nós aqui, vamos chamar a este, a este processo que nós temos aqui, lei de formação de uma sequência, okay? O que é que significa? O que é que é lei de formação? Nós temos a nossa figura inicial, que tem cinco círculos, e à figura inicial, e à figura inicial não, à figura vamos sempre, para formar a figura seguinte vamos sempre adicionar cinco círculos à figura anterior. Okay? Então vou vos pedir para copiarem para o vosso caderno aqui a lei de formação de uma sequência, vou vos pedir também para copiarem aqui a tabela e façam também aquilo que nós fizemos aqui. ... Então, agora vamos tentar perceber qual é que é a lei de formação. Lei de formação é uma regra que nós utilizamos para formar as nossas sequências, certo? Se nos derem o primeiro termo de uma sequência, por exemplo, neste caso o primeiro termo da nossa sequência é cinco, a nossa lei de formação vai-nos ajudar a tentar perceber qual é que é o termo seguinte, neste caso, a lei de formação é: O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes, obtém se somando à figura anterior cinco unidades. Então nós para sabermos qual é que é o segundo termo íamos somar cinco unidades ao primeiro termo, certo? Para sabermos qual é que é o terceiro termo da nossa sequência vamos somar cinco unidades a quê?

Aluno L – Ao segundo termo.

PE – Ao nosso segundo termo. Para sabermos qual é que é o quarto termo da sequência vamos fazer o quê?

Aluno T – Adicionar cinco ao nosso terceiro termo.

PE – Exatamente, é isso mesmo! Perceberam mais ou menos ou há alguém que tem dificuldades em perceber o que é que a lei de formação?

Aluno M – Eu não percebi.

PE – Então a lei de formação é uma regra que nos vai dizer como é que nós vamos formar a nossa sequência, certo? Nós já vamos treinar aqui mais um bocadito e se depois continuares com dúvidas eu explico-te melhor, okay? Abram o manual na página 11 e vamos fazer o exercício 1.

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

No entanto com a aplicação do conceito num exercício prático, mais elementos da turma demonstraram dificuldades. Conseguiram identificar corretamente de que forma passamos de uma figura para a outra, no entanto demonstraram dificuldades na redação da lei de formação. Podemos perceber estas dificuldades através da resolução do exercício em grande grupo.

PE – Então vamos lá podemos? Então o nosso exercício diz assim: Quadrados de papel. O João tem muitos quadrados de papel, e com eles começou a construir uma sequência. É a sequência que vocês têm aí. Admite que a regularidade se mantém nas figuras seguintes. Quantos

quadrados irá ter a figura 5. Então primeiro vamos tentar perceber, quantos quadrados tem a figura 1?

Aluno B – A figura 1 tem cinco.

PE – Cinco. Quantos quadrados tem a figura 2?

Todos – Oito

PE – Oito. O que é que acontece da figura 1 para a figura 2?

Aluno F – Adicionamos mais três quadrados.

PE – Quantos quadrados tem a figura 3? A figura 3, quantos quadrados tem a figura 3?

Aluno T – Onze.

PE – O que é que aconteceu da figura 2 para a figura 3?

Aluno T – Acrescentou-se mais três quadrados.

PE – Okay, então podem ver a regularidade aqui. Nós vamos aumentar sempre quantos quadrados?

Todos – Três.

PE – Okay, quantos quadrados vai ter então a figura 5?

Aluno B – Dezassete

PE – Dezassete quadrados?

Todos – Sim!

PE – Conseguem perceber porque é que são dezassete quadrados?

Todos – Sim!

Aluno T – Acrescenta-se sempre mais três quadrados.

PE – A figura três tem onze quadrados, a figura 4 quantos é que vai ter?

Todos – Catorze.

PE – Catorze quadrados, e a figura 5 quantos vai ter?

Alguns alunos – Dezassete.

PE – Dezassete quadrados. Então a seguir diz-nos: Escreve uma lei de formação para as sequências 4, 8, 11, 14 ...

Aluno B – Até quanto?

PE – Não interessa até quanto. Não precisas de saber até quanto é que vai.

Aluno T – Adiciona-se sempre mais três quadrados.

PE – Falta aí uma coisa no início. Então esperem aí. Pergunta 1.1, vamos escrever a resposta da 1.1 se não vocês ... Então 1.1, a figura 5 vai ter ... quantos é que eram?

Alguns alunos – Dezassete.

PE – Dezassete quadrados. Escrevam a resposta no caderno por favor. Então agora vamos tentar escrever a lei de formação desta sequência, okay? A lei de formação vá lá.

Aluno T – Adiciona-se à figura anterior...

PE – Falta aí uma coisita no início que nós escrevemos, como vocês passaram para o caderno. Aluno R?

Aluno R – A lei é que a sequência é mais cinco quadrados.

PE – Falta uma coisita no início. Aluno F diz lá.

Aluno F – O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes é igual a soma do termo anterior com três unidades.

PE – Exatamente. Vocês têm sempre de escrever tudo. Primeira coisa que escrevem na lei de formação: O primeiro termo é qualquer coisa, neste caso o primeiro termo é ... qual é que é o primeiro termo?

Alguns alunos – Cinco.

PE – Cinco. Se não se disserem só vamos acrescentar, por exemplo se tiverem um exercício que vos diz assim escreve a sequência em que a lei de formação é adicionar mais três. Se vocês não souberem qual é que é o primeiro termo como é que vão escrever a vossa sequência? Não conseguem. Então temos sempre de escrever : o primeiro termo é qualquer coisa, neste caso o primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes ... acontece o quê?

Aluno L – Adicionamos três.

PE – E cada um dos termos seguintes é igual à soma do termo anterior com três unidades. Conseguiram perceber? Se eu vos der por exemplo a sequência 2, 4, 6, 8 etc. Qual é o termo geral, o termo geral não, qual é a lei de formação desta sequência? Aluno C sabes me dizer? Desta sequência que eu pus aqui em cima. Sabes me dizer qual é que é a lei de formação? Como é que escrevíamos a lei de formação? Aluno M?

Aluno M – O primeiro termo é dois e a cada um dos termos seguintes é igual à soma do termo anterior com duas unidades.

PE – Exatamente, o primeiro termo é dois e cada um dos termos seguintes é igual à soma do termo anterior com duas unidades. Okay?

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

Discussão da resolução da Questão 5

Após a análise da questão (Figura 12), e a explicação das diversas resoluções apresentadas, a turma conseguiu estabelecer corretamente uma relação entre o número da figura e número de círculos, tal como podemos perceber pela discussão em grande grupo, apresentada de seguida.

PE - Conseguem estabelecer aqui alguma relação? Pensem bem. Olhem ali para a tabela e pensem bem. Que relação é que vocês conseguem ver entre o número da figura e o número de círculos.

Aluno D – Naquele ali em baixo é vezes. 1×1 dá cinco, 1×2 dá...

PE – 1×1 dá cinco?

Aluno D – Ai não! 1×5 dá cinco.

PE – Certo!

Aluno D – 1×5 dá 10.

PE – 1×5 dá cinco e 1×5 dá cinco também! Então vá lá começa do início.

Aluno D – 1×5 dá cinco.

PE – Certo!

Aluno D – 2×5 dá dez.

PE – Okay!

Aluno D – 3×5 dá 15 e 4×5 dá 20 e 5×5 dá 25.

PE – Alguém estabeleceu uma relação diferente? Ou toda a gente pensou como o aluno D?

Aluno T – Eu somei.

PE – Mas eu perguntei assim. Consegues estabelecer alguma relação entre o número de círculos e o número da figura? Vocês têm de olhar para aqui e para aqui. Alguma relação?

Aluno T – Não

PE – O Aluno D estabeleceu ali uma relação, que muito bem que o número de círculos é igual ao número de figura vezes 5, certo? Então vamos lá tentar aqui. Já vimos 1×5 dá 5, 2×5 10, etc, etc, etc. Outra coisa eu vocês podiam fazer para a figura 5, que o Aluno I fez o Aluno S também fez dessa forma, e acho que houve aqui mais gente que fez, simplesmente fez 10×5 e conseguiram chegar ao número de círculos que era cinquenta, certo? Se vos pedir então o número de círculos da figura 33, o que é que vocês vão fazer?

Aluno T – 33×5

PE – E isso dá? ... É mais fácil fazer 33×10 e depois dividir por dois? Ou é mais fácil fazer logo 33×5 ?

Aluno B – Cento e sessenta e cinco.

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

Introdução do conceito de termo geral de uma sequência

Inicialmente, alguns alunos apresentaram dificuldades na compreensão do conceito de termo geral e foram colocando algumas questões. Na aplicação do conceito, num exercício prático, a turma já apresenta mais dificuldades, sendo por vezes necessária a intervenção da PC. Podemos observar essas dificuldades na discussão apresentada de seguida.

PE – Ora bem, se eu vos der por exemplo, uma sequência em que o termo geral é $nx2$, qual é que vai ser o primeiro termo desta sequência? Tomem lá atenção, eu dei-vos um termo geral, $nx2$, qual é que é o primeiro termo da sequência que tem por termo geral $nx2$?

Aluno R – Cinco.

PE – Cinco? Será cinco? Aluno G, consegues dizer, o termo geral da sequência é $nx2$ e eu quero que me digam qual é que é o primeiro termo para esta sequência. Vamos esquecer o que está aqui para cima e vamos nos focar aqui só neste termo geral. Primeira coisa $nx2$, eu quero saber o primeiro termo, vamos substituir n por que número?

Aluno B – Dois.

Aluno T – Cinco.

PE – Okay vamos com calma. Vamos esquecer este quadro e vamos para este, para não estar a confundir. Imaginem que eu vos dou o termo geral de uma sequência, o termo geral dessa sequência é a expressão $nx2$. E eu digo vos assim: digam me qual é que é o primeiro termo desta sequência. Eu vou substituir a letra n por que número?

Aluno B – Dois.

PE – Aluno T?

Aluno T – Dois.

PC – O que é que é o n ? Pensem lá o que é que é o n .

PE – Olhem para ali. O que é que ali representa o n ? O número da figura certo?

PC – O que é que é o n ? O número da figura, ou é o número de ordem do termo, certo? Então se for ordem um o que é que eu vou por no n ?

Alguns alunos – Um

PC – Lógico.

PE – Se eu vos peço o termo de ordem um, vocês vão substituir o n por um. Então qual é que ia ser o primeiro termo da nossa sequência?

Alguns alunos – Dois.

PE – E se eu vos pedisse o termo de ordem seis. Íamos substituir o n por que número? Eu peço vos o termo de ordem seis, ou seja, o número da figura é seis. Então vamos substituir o n por...

Aluno C – Um número.

PE – E qual é esse número? Se eu peço o termo de ordem seis, vamos substituir n por seis, fazemos $6x2$, que dá...

Aluno B – Doze.

PE – Então o termo de ordem seis ia ser doze. E se eu tiver por exemplo o termo geral $nx6$ e vos pedir o termo de ordem dois, vamos substituir o n por... Aluno R?

Aluno R – Dois.

PE – Dois. Então o termo de ordem dois é...

Alguns alunos – Doze.

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

Discussão da resolução da Questão 6

Na resolução da Questão 6 (Figura 14), grande parte da turma não conseguiu justificar a sua resposta, e desta forma tornou-se necessário fazer esta análise, de forma a perceber de que forma os diversos pares pensaram na resolução da questão. Mais tarde foi pedido à turma para registarem uma possível justificação das respostas dadas, tal como é possível observar na discussão apresentada de seguida.

PE – Okay, antes de avançarmos para fazermos alguns exercícios, queria ver convosco o último exercício da ficha. Porque apesar de ser uma coisa simples, houve gente que não conseguiu explicar. Então eu pedia-vos, no exercício seis, para me dizerem se havia alguma figura com 124 círculos, certo? E eu selecionei aqui três respostas porque não conseguiram justificar. A primeira diz: não porque não acaba em 5 ou em 0. O que é que significa acabar em 5 e em 0? Os números terminados em 0 e em 5 são números múltiplos de...

Todos – Cinco.

PE – Então o que é que eu queria que vocês me justificassem? Não é possível haver uma figura com 124 círculos porque o número 124 não é múltiplo de cinco, okay? É a mesma coisa que me disseram aqui não, só pode haver 0 ou 5, mas o que é que quer dizer haver 0 ou 5? E depois há aqui uma que eu ainda não percebi. Não porque só pode ser 25 círculos. O que é isso? O que é que só pode ser 25 círculos?

Aluno B – Porque em vez de ser 24 deviam ser 25 círculos.

PE – Mas não me conseguiram explicar. Eu vou vos pedir para pegarem na ficha, não apagam o que escreveram, escrevem por baixo ou ao lado, onde houver espaço e vão escrever o seguinte, a caneta, sem apagar o que escreveram. Posso ditar?... Não é possível construir uma figura com 124 círculos, e aqui estamos a falar de círculos, não estamos a falar de bolas como muitos de vocês puseram, não é possível construir uma figura com 124 círculos, uma vez que o número de círculos de todas as figuras tem de ser um múltiplo de cinco, okay?

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

Aplicação dos conceitos num exercício prático

Na resolução dos exercícios propostos a turma não apresentou grandes dificuldades, tendo conseguido facilmente identificar o 1.º termo da sequência, de que forma passam de uma figura para a outra, identificar os termos da sequência e o termo geral da sequência de crescimento, tal como é possível perceber através da discussão apresentada de seguida.

PE - Qual é o primeiro termo da sequência numérica? Então qual é que é o primeiro termo desta sequência?

Alguns alunos – Oito.

PE – Oito, então vá resposta: O primeiro termo da sequência numérica é oito. Tem de escrever resposta completa... Então vamos lá, pergunta 1.2, para passar de um termo para o seguinte quantos cubos é necessário acrescentar? Aluno R, consegues me dizer? Quantos cubos é necessário acrescentar para passar de uma figura para a outra?

Aluno R – Oito

PE – Oito cubos. É necessário acrescentar oito cubos. Ora nós vimos aqui temos oito, aqui temos dezasseis. Oito mais oito dezasseis, dezasseis mais oito vinte e quatro, etc. Podemos então avançar para a 1.3? Então a 1.3 diz-nos: dos seguintes números, qual é termo da sequência? Justifica a tua resposta. Então qual destes números é que é um termo da sequência? Estejam lá com atenção. Qual destes termos, qual destes números é um termo da sequência? Aluno R?

Aluno R – A D.

PE – A D porquê?

Aluno R – Porque 32 mais oito é 40, mais oito é 48, mais oito é 56.

PE – Havia uma forma mais fácil de explicar isto. Está certo atenção, mas havia uma forma mais fácil de explicar.

Aluno B – 8×7 .

PE – Mas porque é que fizeste 8×7 ?

Aluno B – Porque sabia que 8×7 dava 56.

PE – Mas o que é que isso tem a ver com esta sequência?

Aluno B – Então, era só ir acrescentando.

PE – Aluno L?

Aluno L – É a D, 56 porque 56 é múltiplo de oito.

PE – O que é que nós conseguimos ver aqui através da nossa sequência numérica? Os números são todos múltiplos de oito, então aqui era só encontrar o número que era múltiplo de oito, okay? Que era o 56. Então resposta certa é 56, porque todos os números da sequência são múltiplos de oito. Então vamos lá. Qual das seguintes expressões pode ser o termo geral da sequência. Aluno T, já fizeste esta? A 1.4, quem é que me consegue dizer qual é que é o termo geral desta sequência? Aluno H?

Aluno H – Oito mais n.

PE – Oito mais n. Será que é oito mais n?

Alguns alunos – Não.

PE – Ora vamos lá pensar. O n vamos substituir pelo número da figura certo? Então a figura 1, oito mais um dá nove. Está errado porque o termo da figura é oito. Aluno B?

Aluno B – $8xn$.

PE – Porquê $8xn$?

Aluno B – Porque oito é o primeiro termo.

PE – Então fazíamos 8 vezes... íamos substituir o n porque número? Para descobrir o primeiro termo?

Aluno B – Um.

PE – Um. E dava?

Aluno B – Oito.

PE – Vamos fazer a mesma coisa para o segundo termo. Oito vezes...

Aluno B – Oito vezes dois que dá dezasseis.

PE – Okay, então o termo geral da nossa sequência é $8xn$. Okay?

(Transcrição da segunda sessão, Apêndice II.4)

VI.1.2 Análise da segunda tarefa

A segunda tarefa está relacionada com a Resolução de problemas e envolve o pensamento algébrico, num contexto próximo da realidade dos alunos, mais especificamente, a organização das mesas num restaurante (Figura 10). Para além da resolução da tarefa, também é realizada uma análise às resoluções da turma, questionando-a sobre a veracidade das respostas obtidas, antes de iniciar a aula, é feita uma pequena síntese dos conteúdos trabalhados na sessão anterior, de forma a identificar possíveis dificuldades.

Figura 16.

Enunciado da Tarefa 2

A Joana e a sua família decidiram ir jantar a um restaurante para celebrar o seu aniversário.

Enquanto esperavam pela sua mesa, a Joana pôs-se a observar as mesas e já estavam ocupadas e reparou que uma mesa pode sentar 6 pessoas, duas mesas juntas sentam 10 pessoas e 3 mesas juntas sentam 14 pessoas.

Observa a imagem a seguir que representa o que a Joana observou no restaurante.



Revisão dos conteúdos trabalhados na sessão anterior

Nesta pequena revisão, onde a Professora Estagiária dá à turma uma lei de formação e pede para construírem a sequência descrita, é possível perceber que a turma não apresenta grandes dificuldades, o mesmo acontece quando é pedido à turma que indiquem o termo geral da sequência construída. Podemos retirar estas conclusões, através da discussão em turma:

PE – Se no vosso teste vos aparecer: escrevam a sequência com esta lei de formação (O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se somando cinco unidades ao termo anterior). Aluno D consegues? Tens uma pergunta no teste que diz assim: escreve a sequência com a seguinte lei de formação.

Aluno T – Como assim?

PE – Esta lei de formação. Escrever uma sequência.

Aluno T – Parecida?

PE – Parecida não, segundo esta lei de formação. Aluno D, consegues me dizer qual é que era a sequência com esta lei de formação?

Aluno D – É cinco?

PE – Sim, o primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se somando cinco unidades ao termo anterior.

Aluno D – Dez, quinze, vinte.

PE – Então qual é o primeiro termo?

Aluno D – Cinco.

PE – Cinco. E a seguir?

Aluno D – Dez.

PE – Dez.

Aluno D – Quinze.

PE – Quinze.

Aluno D – Vinte.

PE – Vinte e por aí fora. E a seguir pedia-vos assim: qual é o termo geral desta sequência? Qual é que é o termo geral?

Aluno M – $5x_n$.

PE – $5x_n$ exatamente. Okay. Copiem para o caderno.

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Análise da resolução da Questão 1

Nesta questão, era pretendido que a turma observasse as imagens apresentadas no enunciado e percebesse que da primeira figura para a segunda aumentam 4 pessoas, da segunda figura para a terceira, aumentam quatro pessoas, desta forma da terceira figura para a quarta, iriam aumentar também quatro pessoas, perfazendo assim um total de 18 pessoas.

Figura 17.

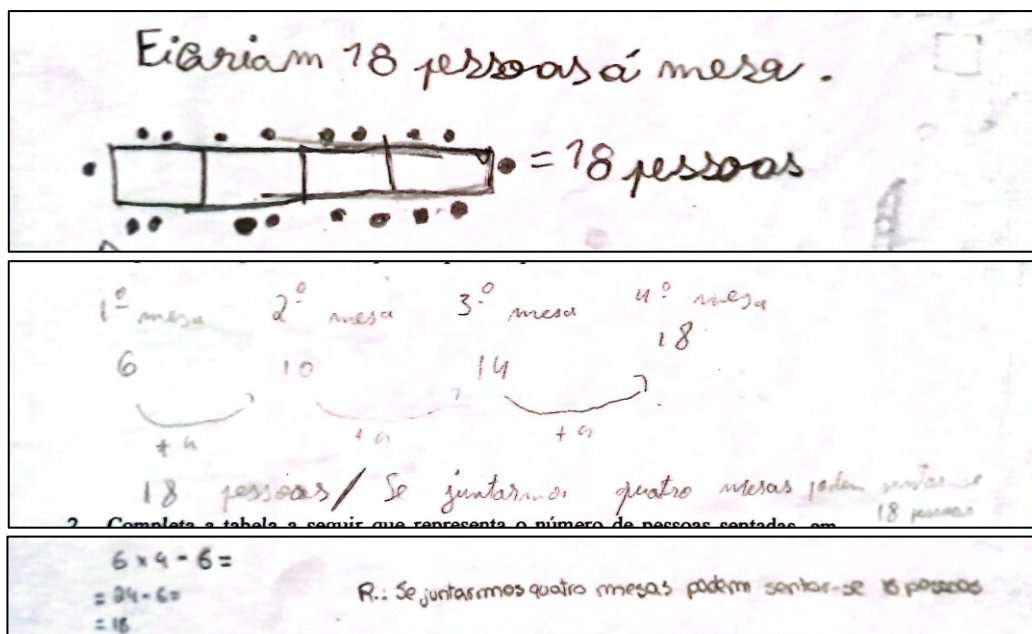
Questão 1 da Tarefa 2

1. Se juntarmos quatro mesas, quantas pessoas podemos sentar?

Na resolução da Questão 1 (Figura 17), foram utilizadas pelos alunos, como estratégias, a descoberta de uma regularidade/regra através de desenhos, esquemas ou palavras (Figura 18).

Figura 18.

Exemplos de resoluções apresentadas pelos alunos à Questão 1



Nota: Na Figura 18, mais especificamente na primeira imagem, para além dos desenhos apresentados, o aluno ainda acrescentou: “Ficariam 18 pessoas à mesa.”. Na segunda imagem, o aluno apresenta um esquema com o número de mesas e o número de pessoas que se sentam em cada conjunto de mesas, fazendo notar que vão sempre aumentando quatro pessoas, e ainda acrescenta: “18 pessoas/ Se juntarmos quatro mesas podem sentar-se 18 pessoas.” Por fim na última imagem, o aluno apresenta alguns cálculos, e ainda a resposta: Se juntarmos quatro mesas podem sentar-se 18 pessoas.

Nesta questão, na generalidade, os alunos não evidenciaram dificuldades, tal como demonstrado nas suas produções e na discussão das resoluções:

PE - Então a nossa tarefa dizia assim: A Joana e a sua família decidiram ir jantar a um restaurante para celebrar o seu aniversário. Enquanto esperava pela sua mesa, a Joana esteve a observar as mesas que já estavam ocupadas e reparou que à volta de uma mesa podem sentar-se 6 pessoas, se juntarem duas mesas podem sentar-se 10 pessoas e se juntarem três mesas podem sentar-se 14 pessoas. Observa a imagem a seguir que representa o que a Joana observou no restaurante. Okay?

Aluno T – Professora? Também se podiam sentar 4 e tirarmos os dois da ponta.

PE – Mas aqui sentam-se seis. Então se juntarmos quatro mesas quantas pessoas podem sentar?

Aluno M – Eu fiz 6×4 menos 6.

PE – 6×4 menos 6.

Aluno M – 6×4 dá 24, e 24 menos seis dá 18.

PE – E porque é que fizeste assim?

Aluno M – Uma mesa sentava seis pessoas, quatro mesas separadas sentavam seis pessoas cada uma e se juntarmos as mesas temos de tirar as pessoas das pontas.

PE – Okay, certo! Está certo, sim. É uma opção, muito bem. Quem fez diferente? Aluno B como é que fizeste?

Aluno B – Eu escrevi seis mais quatro mais quatro mais quatro, dez mais quatro dá catorze depois mais quatro dá dezoito.

PE – Então tu fizeste seis mais quatro que dá dez...

Aluno B – Mais quatro que dá catorze, mais quatro que dá dezoito.

PE – Okay, também era uma opção, exatamente. Mais alguém fez diferente?

Aluno T – Sim.

Aluno R – Professora nós desenhamos.

PE – Sim eu sei, alguns de vocês desenharam. Pronto para além do desenho, mais alguém fez diferente? Então vamos lá ver, muitos de vocês optaram por fazer, talvez da forma que era mais fácil, que era desenhar as mesas e puseram as pessoas. Então sentavam quantas pessoas?

Todos – Dezoito.

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Análise da resolução da Questão 2

Na resolução desta questão, era pretendido que os alunos preenchessem a tabela apresentada, indicando que numa mesa se sentavam 6 pessoas, aumentando sempre quatro pessoas para cada uma das mesas seguintes.

Figura 19.

Questão 2 da Tarefa 2

2. Completa a tabela a seguir que representar o número de pessoas sentadas, em relação ao número de mesas juntas.

Número de mesas	1	2	3	4	5
Número de pessoas sentadas					

Na resolução da Questão 2 (Figura 19) não houve disparidade na forma de resolução, tal como podemos observar na Figura 20, uma vez que apenas era pedido à turma para preencher a tabela, no entanto, alguns alunos indicaram a operação a realizar para determinar o termo seguinte a partir do anterior.

Figura 20.

Exemplos de resoluções apresentadas pelos alunos à Questão 2

Número de mesas	1	2	3	4	5
Número de pessoas sentadas	6	70	74	78	22

Número de mesas	1	2	3	4	5
Número de pessoas sentadas	6	10	14	18	22

Nesta questão, na generalidade, os alunos não evidenciaram dificuldades, tal como é possível observar nas reproduções apresentadas e na pequena discussão em turma:

PE – Ora podemos avançar ou nem por isso? ... Podemos continuar? ... Vamos preencher só a tabela em conjunto. Então vamos lá qual é que era o primeiro termo da sequência?

Todos – Seis.

PE – Segundo termo?

Todos – Dez.

PE – Eu ouvi um catorze. O segundo termo é catorze.

Alguns alunos – Não! É dez.

PE – Dez. Terceiro termo?

Todos – Catorze, dezoito, vinte e dois.

PE – Ora então vamos lá tentar perceber o que é que acontece de um número para o outro?

Aluno R – Adicionamos quatro

PE – Adicionamos quatro unidades exatamente.

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Análise da resolução da Questão 3

Nesta questão, era pretendido que a turma indicasse a lei de formação: “O primeiro termo é seis, e cada um dos termos seguintes obtém-se somando quatro unidades ao termo anterior.

Figura 21.

Questão 3 da Tarefa 2

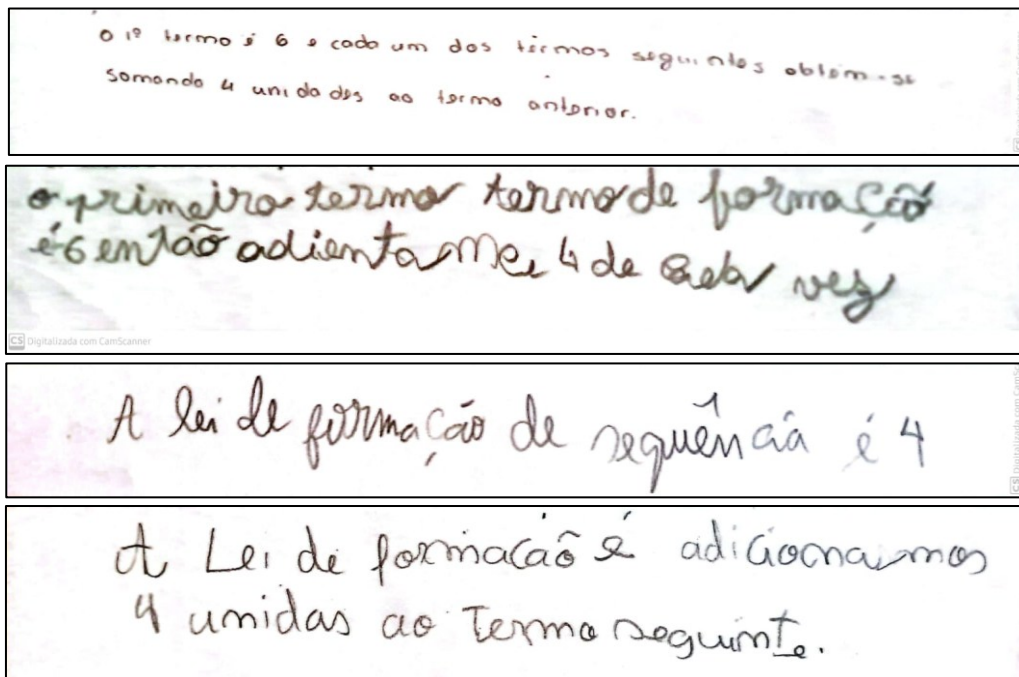
3. Indica a lei de formação da sequência.

Na resolução da Questão 3 (Figura 21), não houve disparidade nos métodos escolhidos para responder à questão, optando toda a turma por expressar a sua ideia através de

palavras, como podemos observar na Figura 22, no entanto, houve grupos que, ao contrário de outros, não referiram o primeiro termo da sequência na escrita da lei de formação.

Figura 22.

Exemplos de resoluções apresentadas pelos alunos à Questão 3



Nota: Na figura 22, mais especificamente na primeira imagem, o aluno escreve: “O 1º termo é 6 e cada um dos termos seguintes obtém-se somando 4 unidades ao termo anterior.”. Na segunda imagem, o aluno responde: “O primeiro termo termo de formação é 6 então adiantamos 4 de cada vez”. Na terceira imagem, o aluno escreve: “A lei de formação de sequência é 4”, por fim, na última imagem, o aluno responde: “A Lei de formação é adicionamos 4 unidades ao termo seguinte”.

Nesta questão podemos perceber que a turma entende o que é a lei de formação, no entanto apresenta dificuldades na escrita da mesma, ocultando aspetos importantes para a construção da sequência de crescimento. É através das resoluções apresentadas, e da discussão em turma que podemos perceber as dificuldades referidas anteriormente, sendo necessária a intervenção da Professora Cooperante.

PE - Então Aluno B, anda me escrever a lei de formação desta sequência. Lei de formação da sequência.

(Adicionamos quatro unidades)

PE – Então é assim que nós escrevemos uma lei de formação? Foi assim que nós estivemos a escrever na correção do trabalho de casa e etc?

...

PC – O que é que tu passaste no trabalho de casa? Pensa lá. Aquelas sequências várias o que é que tu contas para esta lei de formação? Não era isso que estava no quadro. É adicionarmos quatro a quê? Vou adicionar quatro unidades a quê? Ao que é que eu vou adicionar quatro unidades? Pensa lá.

Aluno B – Ao primeiro termo.

PC – Eu sei qual é o primeiro termo?

PE – Tu aí não dizes qual é o primeiro termo.

PC – Sei ou não?

Aluno B – Sim.

PC – Aí não sabes não, se não escreveres na lei de formação eu não sei como é que vou começar. Não tenho a tabela e tu pões aí adicionamos quatro unidades. Então escreve aí vinte, vinte e quatro, está certo? É essa a sequência?

Aluno B – Não.

PC – Então, mas é o que tu tens aí, adicionamos quatro unidades, eu estou a adicionar quatro unidades. Então o que é que eu tenho que saber? Vou adicionar quatro unidades a quê?

Aluno B – Ao primeiro termo.

PC – E qual é o primeiro termo?

Aluno B – Seis.

PC – Então vamos lá escrever, o primeiro termo é seis. Se eu não indicar o primeiro termo não sei. Então e agora como é que eu obtenho cada um dos termos seguintes? O que é que eu faço?

Aluno B – Adicionamos quatro unidades.

PC – Ah! Então cada um dos termos, como é que eu faço?

Aluno T – Adicionamos quatro unidades.

PC – Então para obtermos cada um dos termos temos de adicionar quatro unidades. Então como é que eu vou escrever isso? Vamos lá. Então cada um dos termos seguintes como é que tu obténs?

Aluno B – Adicionando quatro unidades.

PC – Então é isso, escreve. E a cada um dos termos seguintes... Pode não ser propriamente isto, mas vocês têm de dizer que há um primeiro termo e daí obténs os seguintes adicionando, neste caso quatro unidades. Percebido?

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Análise da resolução da Questão 4

Nesta questão era pretendido que a turma percebesse que estão sempre sentadas quatro pessoas por cada uma das mesas, logo o número quatro vai se repetir tantas vezes quanto o número de mesas ($4xn$) e depois apenas precisamos de adicionar as duas

peças que estão sentadas nos cantos, que se mantém sempre, chegando assim o termo geral $4n+2$.

Figura 23.

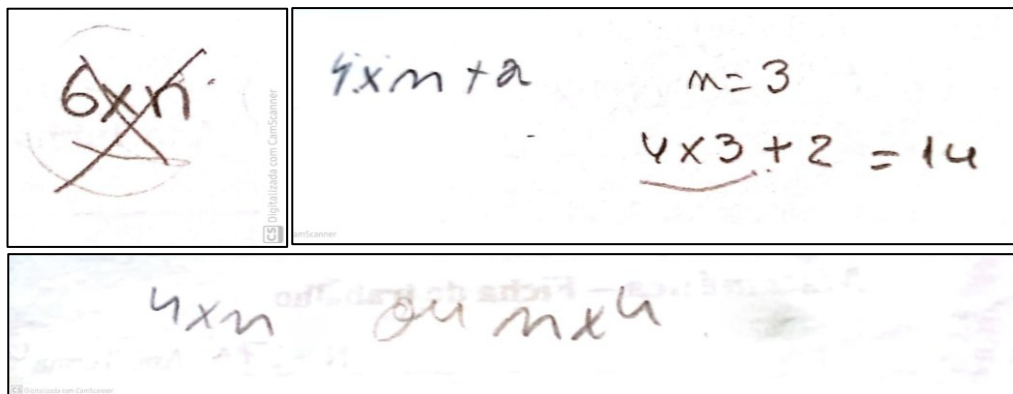
Questão 4 da Tarefa 2

4. Escreve o termo geral desta sequência.

Na resolução da Questão 4 (Figura 23), uma vez que apenas era necessário apresentar o termo geral da sequência, não houve disparidade na forma de resolução, podemos observar algumas delas na figura seguinte (Figura 24):

Figura 24.

Exemplo de resoluções apresentadas pelos alunos à Questão 4



Na resolução desta questão alguns elementos da turma apresentaram algumas dificuldades na identificação do termo geral da sequência, no entanto grande parte da turma conseguiu resolver a questão corretamente, tal como podemos ver pelas resoluções apresentadas.

PE – Então vá lá. A seguir pede-nos para escrever o termo desta sequência. Isto foi onde vocês tiveram mais dificuldade. Aluno G quer-me ajudar? No termo geral da sequência? O que é que tu escreveste?

Aluno G – Quatro vezes n mais dois

PE – Ora o aluno G deu-nos este termo geral, vocês concordam?

Alguns alunos – Sim.

PE – Então vamos tentar perceber porque é que este é o termo geral e não é como muitos de vocês estavam a pôr só $4xn$ ou $6xn$. Vamos reparar aqui numa coisa, se nós excluirmos as pessoas que estão nas bordas, nós temos quatro, oito, doze, dezasseis, vinte... por aí fora, e a esse número basta-nos adicionar as pessoas que estão nas bordas. As pessoas que estão nas bordas são as que mantêm sempre o mesmo, dois aqui, dois aqui, dois aqui, dois no próximo, etc, etc. então o termo geral que nós aqui podemos utilizar é $4xn$, que são as pessoas que estão

sentadas nos lados da mesa, mais o número de pessoas que estão sentadas nas bordas, que são dois, certo?

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Análise da resolução da Questão 5

Nesta questão, era pretendido que a turma utilizasse o termo geral, descoberto na questão anterior, e substituísse o n por 34, fazendo um total de 138 pessoas sentadas em 34 mesas.

Figura 25.

Questão 5 da Tarefa 2

5. Determina número de pessoas que se podem sentar se juntarmos 34 mesas.

Na resolução da Questão 5 (Figura 25), toda a turma utilizou o mesmo método, pegaram no termo geral obtido na questão anterior e substituíram n pelo número de mesas pedido, podemos observar algumas das resoluções de seguida, na Figura 26.

Figura 26.

Exemplos de resoluções apresentadas pelos alunos à Questão 5

$$\begin{aligned}
 & 34 \times 4 + 2 = 138 \\
 & = 136 + 2 = \\
 & = 138
 \end{aligned}$$

R.: Podem sentar-se 138 pessoas

$$\begin{aligned}
 & 4 \times 34 + 2 = \\
 & = 136 + 2 = \\
 & = 138
 \end{aligned}$$

R.: Podem-se sentar 138 pessoas

Nota: Na figura 26, mas especificamente na figura mais acima, para além dos cálculos apresentados, o aluno escreveu: “Podem sentar-se 138 pessoas”, na segunda figura, para além dos cálculos apresentados, o aluno também escreveu “Podem-se sentar 138 pessoas”.

Na resolução desta questão a turma não apresentou grandes dificuldades, conseguiu perceber que para a obtenção do número de pessoas apenas era necessário pegar no termo geral obtido na questão anterior e substituir n pelo número de mesas. Para além das resoluções apresentadas, podemos verificar a quase inexistência de dificuldades no momento de discussão em turma, onde ainda foi pedido que fizessem o mesmo, mas para 27 mesas, a PC ainda interveio pedindo que indicassem o número de pessoas para 100 mesas e para 200 mesas.

PE - Então pegando aqui neste termo geral, vamos determinar o número de pessoas que estavam na mesa 34, certo? Aluno Y, podes vir aqui fazer este, se faz favor? Sim?

...

PE – O termo geral é $4xn+2$, então aqui tu vais ter que fazer 4 vezes o número de mesas, que são 34, mais dois. Certo? Concordam aqui com o Aluno Y?

Aluno R – Não.

PE – Quem é que disse que não? Porquê?

Aluno R – A Professora Estagiária C disse que era $4x34+2$.

PE – E não foi isso que ele fez? $4x34+2$?

PEC – Porque ele tinha $4x34$ igual a $136+2$.

PE – Ah! Não, tens de copiar a expressão toda, não podes cortar partes a meio.

PC – $4x34$ é igual a $4x34+2$? Ora pensa.

PE – O Aluno Y saltou aqui um passo, mas também não faz muita diferença. Ora posso ter só um bocadito da vossa atenção por favor? ... Se eu vos pedir o número de pessoas que se podem sentar se juntarmos 27 mesas. Eu agora estou a pedir se juntarem 27 mesas... Então é a mesma coisa só que com 27 mesas. Aluno M, anda fazer.

...

PE – Ajudem ali o Aluno M. Quanto é quatro vezes vinte e sete... 108. Okay obrigado Aluno M, podes sentar. Então a última pergunta para terminarmos. Ora quem tinha errado copiou aqui isto, certo? Passem o das 27 mesas aí ao lado se faz favor.

PC – Se fossem 100 mesas como é que era?

Aluno N – Eram $100x4$ que dá 400 mais 2, 402.

PC – E se fossem 200 mesas?

Aluno D – 802.

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Análise da resolução da Questão 6

Nesta questão, era pretendido que a turma, observando os exercícios anteriormente resolvidos, percebesse que, com todos os lugares ocupados, o número de pessoas sentadas é sempre número par, por isso nunca era possível sentar 65 pessoas, visto que 65 não é número par.

Figura 27.

Questão 6 da Tarefa 2

6. É possível um conjunto de mesas, com todos os lugares ocupados, sentar 65 pessoas?

Na resolução da Questão 6 (Figura 27), a turma optou por várias estratégias de resolução. Houve alunos que preferiram explicar por palavras e houve alunos que optaram por dar continuidade à sequência, tal como podemos observar pelas resoluções apresentadas na Figura 28.

Figura 28.

Exemplos de resoluções apresentadas pelos alunos à Questão 6

The figure displays five examples of student solutions for Question 6, each in a separate box:

- Example 1:** "Não, porque o 65 não é um número par." (No, because 65 is not an even number.)
- Example 2:** "Não, porque 65 não é múltiplo de 2" (No, because 65 is not a multiple of 2)
- Example 3:** "Não, porque esta sequência é mais de 4m+1" (No, because this sequence is more than 4m+1)
- Example 4:** A list of even numbers: 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62, 66. The word "pessoas?" is written above the list.
- Example 5:** "Não porque o numero é impar e não sobras um lugar" (No because the number is odd and there is no one left over)

Nota: Na Figura 28, mas especificamente na primeira imagem, o aluno escreveu: “Não, porque o 65 não é um número par.”. Na segunda imagem, o aluno escreveu: “Não, porque 65 não é múltiplo de 2”. Na terceira imagem, o aluno respondeu: “Não, porque esta sequência só vai de 4 em 4”. Na quarta imagem, o aluno optou por continuar a sequência até perceber que não era possível. Por fim, na quinta imagem, o aluno escreveu: “Não porque o número é ímpar e vai sobrar um lugar.

Na resolução desta questão, em grande grupo, toda a turma conseguiu perceber que era impossível ter 65 pessoas sentadas sem sobrar nenhum lugar, no entanto, grande parte da turma não conseguiu explicar com clareza o porquê de não ser possível. Podemos observar essas dificuldades através das resoluções apresentadas e da discussão do exercício em turma.

PE – Podem então avançar para a última pergunta? Pode ser? Então é possível um conjunto de mesas, com todos os lugares ocupados sentar 65 pessoas?

Alguns alunos – Não.

PE – Aluno C porque não?

Aluno C – Porque 65 não é múltiplo de dez.

PE – Não é múltiplo de dez? E todos os números são múltiplos de dez?

Aluno C – Não.

PE – O número de pessoas que se senta nas mesas é sempre múltiplo de dez?

Aluno C – Não.

PE – Então a tua justificação não é correta. Aluno F diz lá.

Aluno F – Não porque 65 não é múltiplo de 2.

PE – Okay, essa resposta se calhar já está mais correta. Não podem sentar 65 pessoas porquê? Porque o número de pessoas que está é sempre número par e é sempre múltiplo de dois. O 65 nem é número par, nem é múltiplo de dois, por isso nunca podemos sentar 65 pessoas. Okay?

(Transcrição da terceira sessão, Apêndice III.4)

Na segunda tarefa, podemos destacar algumas conexões internas à matemática, como ilustra o Quadro 4, apresentado de seguida:

Quadro 4.

Conexões internas na Matemática presentes na segunda tarefa


Conexões internas		
Números	Números naturais	Múltiplos e divisores
Álgebra	Regularidades e sequências	Sequências de crescimento
		Leis de formação

VI.1.3 Análise da terceira tarefa

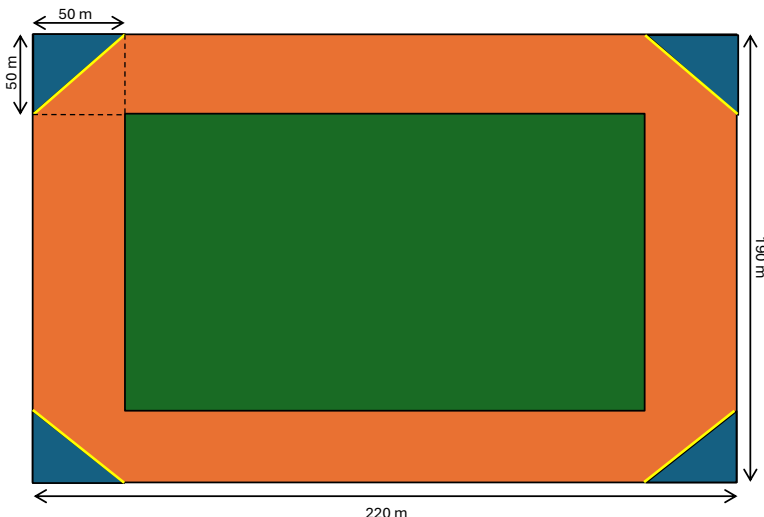
A terceira tarefa está relacionada com a Resolução de problemas e envolve o pensamento algébrico, numa situação prática, mais especificamente, no planeamento da construção de um estádio (Figura 17). Para além da resolução da tarefa, também é realizada uma análise às resoluções da turma, questionando-a sobre a veracidade das respostas obtidas, antes de iniciar a aula, é feita uma pequena revisão dos conteúdos trabalhados na sessão anterior, de forma a perceber o que a turma conseguiu reter e entender. Esta tarefa está dividida em dois momentos, um primeiro momento, em que a turma realiza a tarefa e é feita uma breve discussão das suas resoluções. E um segundo momento, em que discutimos de forma mais detalhada as resoluções dos grupos e realizamos a última pergunta da tarefa.

Figura 29.

Enunciado da Tarefa 3

 **Engenheiros por 1 dia...**

Em 2025 vai ser construído o novo estádio municipal de Vila Nova de Famalicão. Hoje mesmo, o presidente da Câmara, Mário Passos, apresentou a proposta à direção do clube e da SAD do Futebol Clube de Famalicão, referindo que o terreno já foi adquirido. Para fazer parte do projeto, a direção do clube convidou a turma do 5.ºG.



Nota: Na figura, a parte verde representa o relvado, a parte laranja a pista de atletismo e a parte azul corresponde a uma zona coberta.

VI.1.3.1 Primeiro Momento


Análise da resolução da Questão 5a e 5b

Nestas questões, era pretendido que a turma, utilizando um método à sua escolha, percebessem que o número de cadeiras azuis vai sempre aumentando uma unidade, fazendo assim 9 cadeira azuis na Zona 5, e o número de cadeiras amarelas vai aumentado sempre duas unidades, fazendo assim 12 cadeiras amarelas na Zona 5

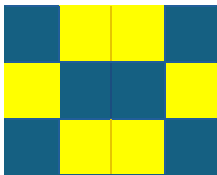
Figura 30.

Questão 5a e 5b da Tarefa 3

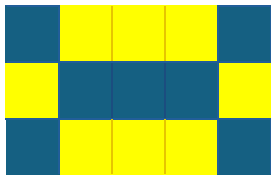
5. Para a organização das cadeiras da bancada, foi sugerida a seguinte distribuição das cadeiras, para as diferentes zonas.



Zona 1



Zona 2



Zona 3

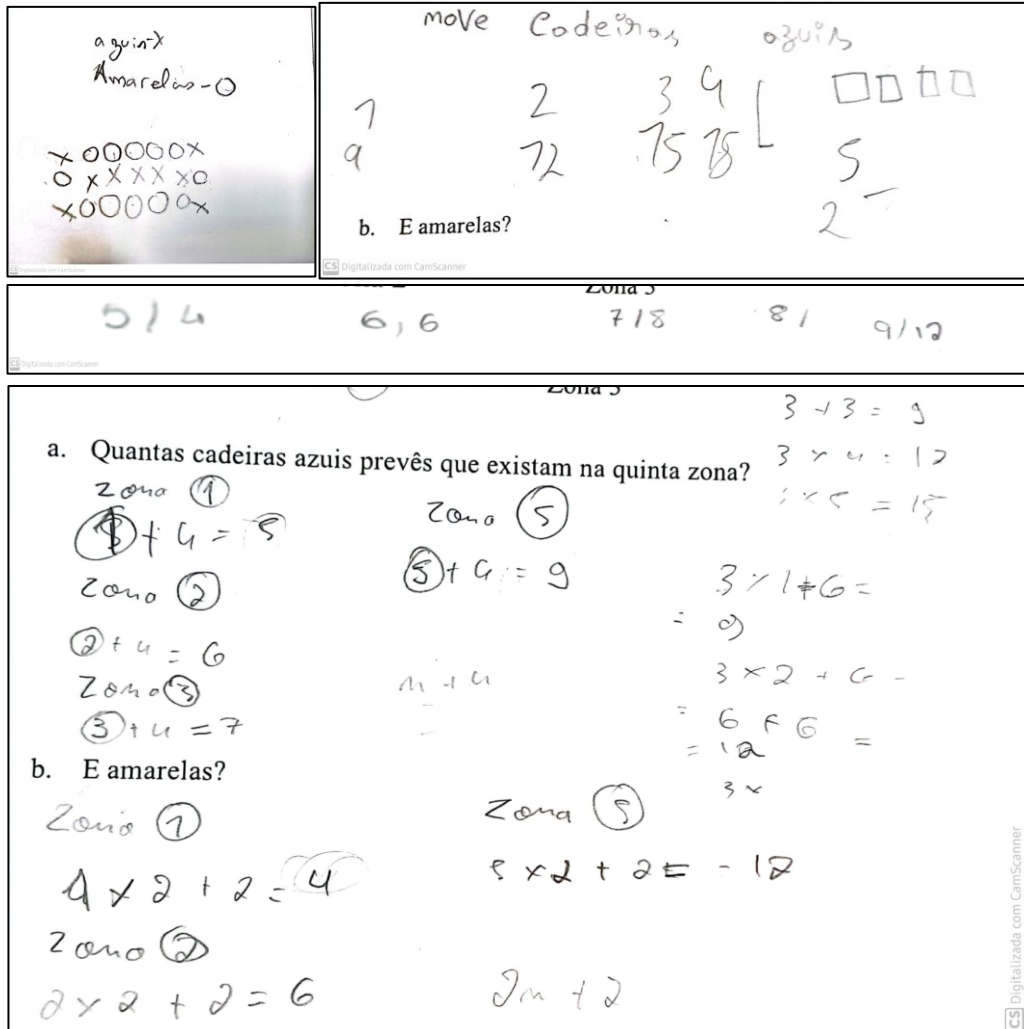
a) Quantas cadeiras azuis prevês que existam na quinta zona?

b) E amarelas?

Na resolução da Questão 5a e 5b (Figura 30), a turma optou por várias estratégias de resolução, houve grupos que optaram por continuar a sequência, e dessa forma descobrir o número de cadeiras azuis e amarelas e houve um grupo que descobriu o termo geral da sequência tanto para as cadeiras a azuis como para as amarelas, e dessa forma descobriu, sem dificuldades, o número de cadeiras. Podemos observar algumas destas resoluções na Figura 31, apresentada de seguida.

Figura 31.

Exemplo de resoluções apresentadas por alunos à Questão 5a e 5b



Nota: Na Figura 31, mais especificamente na imagem do canto superior esquerdo, o grupo optou por desenhar a zona 5 para descobrir o número de cadeiras amarelas e azuis. A imagem do canto superior direito e a imagem do meio, demonstram uma outra resolução, em que os grupos optaram por continuar a sequência para descobrir o número de cadeiras azuis e amarelas. Por fim, na última imagem, o grupo descobriu a lei de formação para o número de cadeiras amarelas ($2n+2$) e azuis ($n+4$), testou o termo geral para as duas primeiras zonas, e depois aplicou-o à zona 5, descobrindo assim o número de cadeiras amarelas e azuis na zona pedida.

Na resolução destas questões, a turma não apresentou grandes dificuldades, conseguindo chegar facilmente ao número de cadeiras, tal como é possível observar pelas resoluções acima apresentadas e pela discussão apresentada de seguida.

PE – Olhem acabou o vosso tempo ... Posso? Quantas cadeiras azuis prevês que existem na quinta zona? O vosso grupo quantas cadeiras azuis?

Aluno R – Nove.

PE – Nove? O vosso grupo?

Aluno M – Nove.

Aluno B – Nove.

PE – O vosso grupo, quantas cadeiras azuis?

Aluno I – Nove.

Aluno T – Nove.

PE – Então toda a gente pôs nove?

Todos – Sim.

PE – Então o que é que vocês fizeram basicamente?

Aluno B – Eu desenhei.

PE – Desenharam. Quem é que não desenhou? O que é que vocês fizeram?

Aluno C – Nós, fizemos sempre mais um.

PE – O outro grupo como é que vocês fizeram?

Aluno I – O número do meio vai ser sempre o número da figura, então como é a figura cinco nós vamos fazer cinco mais as outras quatro zonas.

PE – Vocês como é que fizeram?

Aluno Y – No meio só adicionamos cinco.

PE – No meio só adicionaram cinco. Okay, então nove cadeiras azuis, certo? Então e cadeiras amarelas quantas são? Quantas cadeiras amarelas?

Aluno F – Doze.

PE - Quantas cadeiras amarelas?

Aluno S – Doze

PE - Quantas?

Aluno R – Doze.

Aluno L – Doze.

PE - Quantas cadeiras amarelas?

Aluno H – Doze.

PE – Quem é que desenhou? Quem é que não desenhou? O que é que vocês fizeram?

Aluno M – Adicionamos sempre duas.

PE – Adicionaram sempre duas. Como é que vocês descobriram o número de cadeiras amarelas? Rápido, não temos o dia todo. Como é que vocês descobriram as cadeiras amarelas?

Aluno I – Estas duas de cima e de baixo estão sempre a variar com o número da figura...

PE – Tentem ouvir aqui o Aluno I se faz favor.

Aluno I – Então, são duas vezes as de cima, depois tenho de fazer na zona um, $1 \times 2 + 4$.

PE – Mais quatro?

Aluno I – Ai não mais duas. Então a da figura cinco vai ser $5 \times 2 + 2$ o que é igual a doze.

...

PE – Então vocês foi como afinal?

Aluno Y – Adicionamos duas cadeiras amarelas a cada uma.

(Transcrição da quarta sessão, Apêndice IV.5)

Análise da resolução da Questão 5c

Nesta questão, era pretendido que os alunos explicassem o método que utilizaram para descobrirem o número de cadeiras das questões anteriores, ou seja, que referissem a lei de formação.

Figura 32.

Questão 5c da Tarefa 3

c) Explica como pensaste para determinar o número de cadeiras azuis e amarelas que existem na quinta zona.

Na resolução da questão 5c (Figura 32), a turma apenas explicou de que forma conseguiu chegar aos resultados da questão anterior, exprimindo o seu pensamento através de palavras, podemos observar algumas respostas na figura apresentada de seguida (Figura 33).

Figura 33.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 5c

Para as azuis adiciono-se 1 e nas amarelas adiciono-se 2

com o desenho.

R: Cadeiras azuis → As cadeiras do meio vão ser sempre o nº da figura

Cadeiras amarelas → As cadeiras superiores ao do meio do meio vão ser sempre o dobro das do meio + 2

u

→ A azuis

→ amarelas

Na figura 5 ao todo existem 24 cadeiras das das (azuis).
Adicionei $9 + 12 = 21$

B: 21 $12 + 9 = 21$

Nota: Na Figura 33, mais especificamente na imagem do canto superior direito, o grupo escreveu: “Para os azuis adiciona-se 1 e nos amarelos adiciona-se 2.”. Na imagem do canto superior esquerdo, o grupo respondeu: “Com o desenho”. Na imagem da segunda linha, o grupo escreveu: “Cadeiras azuis – As cadeiras do meio vão ser sempre o nº da figura. Cadeiras amarelas – As cadeiras superiores às do meio vão ser sempre o dobro das do meio +2.”. Na imagem da terceira linha, o grupo apenas fez um desenho. Na imagem do canto inferior esquerdo, o grupo respondeu: “Na figura 5, ao todo eram 21 cadeiras das duas cores, adicionei $9+12=21$ ”. Por fim, na imagem do canto inferior direito, o grupo apresentou um desenho e uma operação ($12+9=21$).

Tal como é possível observar através das resoluções apresentadas, alguns grupos não perceberam o que era pedido na Questão 5c, fazendo uma operação para determinar o número total de cadeira da Zona 5. Alguns grupos não conseguiram explicitar através de texto a sua forma de pensar, no entanto conseguiram-no fazer na discussão em turma, apresentada de seguida.

PE – Então vamos para pergunta 5c, que vocês já explicaram aqui mais ou menos. Houve quem tivesse desenhado.

Aluno B – Desta vez eu não desenhei.

PE – Esta também não era para desenhar. Aqui dizia para vocês explicarem como é que fizeram.

Aluno R – A resposta é 21.

PE – A resposta é 21 para quê?

Aluno R – Para a última.

PE – Não pede nenhum número. Aqui pede para explicar como é que chegaram ao número de cadeiras. Houve quem tivesse desenhado, mas eu, por exemplo, quero que ali o grupo do Aluno L explique novamente como é que fizeram tanto para as cadeiras azuis como para as amarelas.

Aluno I – Nas azuis, como é a zona ... aqui as do meio vão sempre variando consoante o número da figura, então temos de fazer um, que é o número das do meio, mais quatro das da ponta.

PE – Certo. Então o que é que vocês fizeram basicamente?

Aluno I – Nós fizemos as cadeiras do meio...

PE – Que nome é que nós damos ao que vocês fizeram? Tem um nome específico. Vocês escreveram uma expressão, que dá para chegar ao número de cadeiras.

Aluno I – O termo geral.

PE – Então o que é que elas fizeram? Elas descobriram qual é que era o termo geral, tanto para as cadeiras azuis, como para as cadeiras amarelas. Então vamos lá ver, o termo geral, nas cadeiras azuis. Qual é o termo geral nas cadeiras azuis?

Aluno L – É $n+4$.

PE – $n+4$ exatamente. E para as cadeiras amarelas?

Aluno I – Então é $2n+2$.

PE – $2n+2$ exatamente.

(Transcrição da quarta sessão, Apêndice IV.5)

Na terceira tarefa, podemos destacar alguma conexões internas à matemática, como ilustra o Quadro 4, apresentado de seguida

Quadro 5.

Conexões internas na Matemática presentes na terceira tarefa

Conexões internas		
Números	Números naturais	Múltiplos e divisores
Geometria e Medida	Figuras planas	Equivalência de figuras planas
		Critérios de congruência de triângulos
Álgebra	Relações numéricas e algébricas	Expressões algébricas com letras
	Regularidades e sequências	Sequências de crescimento
		Leis de formação

VI.1.3.2 Segundo Momento

Discussão da resolução da Questão 5c

Tal como já referido, na resolução da Questão 5c (Figura 33) apenas dois grupos não conseguiram ir de encontro ao esperado. Na discussão dos resultados a professora estagiária inicialmente deu como opção de resposta a utilização da lei de formação, pedindo aos alunos que a escrevessem. A turma demonstrou dificuldades na identificação da lei de formação, fazendo inicialmente confusão com o termo geral e mais tarde na escrita da mesma, tal como podemos observar na discussão apresentada de seguida.

PE - Então nós na última aula estávamos a ver a alínea c, certo? Então o que é que nós tínhamos dito mais ou menos? Que o número de cadeiras amarelas, como é que nós determinávamos o número de cadeiras amarelas? Lembram-se? Ninguém se lembra?

Aluno A – Acrescentar sempre uma.

PE – Nas cadeiras amarelas é acrescentar sempre uma? De certeza? Ora vamos lá ver como é que nós determinávamos o número de cadeiras? Aluno S?

Aluno S – É sempre mais dois que a figura anterior.

PE – É sempre mais dois do que a figura anterior. Então isso dá-nos uma regra que nós aprendemos mais para trás. Que nome é que nós damos a essa regra?

Aluno S – A lei de formação.

PE – Então qual é que será a lei de formação do número de cadeiras amarelas? Pensem todos um bocadinho ... Ora então podemos ver qual é então? ... Ora então ali o grupo do Aluno R, qual é que é a lei de formação?

Aluno R – $n+2$ ou $2+n$.

PE – Desculpa. Aluno S, tu disseste lei de formação?

Aluno S – Sim.

PE – Nós estamos aqui a falar de lei de formação, tu deste-me $n+2$, isso é o quê?

Aluno - Lei de formação é adicionar mais dois ao termo anterior.

PE – Então como é que eu chego ao primeiro termo? É sempre adicionar mais dois, mas como é que eu sei qual é o primeiro termo. Adiciono mais dois ao quê? Como é que eu sei a que é que eu vou adicionar dois? Então eu posso dizer se eu vou adicionar dois, o primeiro termo vai ser dois, é isso? Eu adicionei mais dois eu não tinha nada é dois, portanto. Então como é que nós dizemos a lei de formação de uma sequência? ...

Aluno I – O primeiro termo é quatro e obtemos cada um dos termos seguintes adicionando ao termo anterior duas unidades.

PE – Então e para as cadeiras azuis? O grupo aqui da frente. Como é que é a lei de formação para o número de cadeiras azuis?

Aluno B – É adicionar mais um.

PE – É lei de formação...

Aluno B – É acrescentar ao primeiro termo um.

PE – Então o primeiro termo é um? Porque eu não tinha nada e acrescentei um. É isso?

Aluno B – Não.

PE – Já tenho ali uma lei de formação escrita, é só pegar nela e alterar os valores. Grupo aqui da frente.

Aluno T – O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se com uma unidade.

PE – O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se com uma unidade?

Aluno T – Adiciona-se...

PE – Ah! Então o primeiro termo é cinco ... Não se esqueças de copiar para a vossa folha sem apagar o que fizeram. Adicionamos quanto?

(Transcrição da quinta sessão, Apêndice V.3)

Mais tarde, a professora estagiária deu como opção de resposta para esta questão a utilização do termo geral da sequência, e a turma demonstrou algumas dificuldades na identificação do mesmo, apresentando várias opções de resposta que foram sempre testadas pela turma. Conseguimos ter perceção destas dificuldades através da discussão em turma que se apresenta de seguida.

PE – Podemos continuar? Podemos? Então nós na última aula também falamos aqui um bocadito do termo geral, lembram-se? Posso? Falamos do termo geral, vocês recordam-se? Sim ou não?

Aluno R – Sim.

PE – Qual é que era o termo geral para o número de cadeiras amarelas? Lembram-se? Aluno I? Vocês devem ter copiado para a vossa folha. Qual é que era o termo geral? Os outros grupos ajudem aqui, qual é que era o termo geral, para descobrirmos o número de cadeiras amarelas de todas as figuras.

Aluno R – $n+2$.

PE – $n+2$. Será que é $n+2$? Ora vamos experimentar para a zona um. Como é que nós descobrimos o número de cadeiras amarelas da zona 1? Vamos substituir o n por?

Aluno O – $2n+2$?

PE – Será? Vamos primeiro testar esta que o Aluno R disse, será que pode ser para as cadeiras amarelas? Se eu quiser saber o número de cadeiras da zona um, o que é eu vou fazer? Substituir o n por?

Aluno F – Um.

Aluno H – Quatro.

PE – Quatro? Substituir o n por um, isto dava três. Nós temos três cadeiras amarelas na zona um?

Aluno B – Não.

PE – Então será que este pode ser o nosso termo geral? Não!

Aluno B – O n é dois e adicionamos mais dois que dá quatro.

PE – Mas isso seria para a segunda figura. Se substituirmos o n por dois seria para a zona dois. Então qual é que é o termo geral? Aqui a frente, Aluno T ... Aluno I.

Aluno I – $2n+2$

PE – $2n+2$, será que é? Vamos testar? Então se eu quiser saber o número de cadeiras da zona um o que é que eu tenho de fazer?

Aluno J – Substituir o n por...

PE – Dois vezes ... um mais dois que dá...

Todos – Quatro.

PE – Nós temos quatro cadeiras na zona um?

Todos – Sim.

PE – Okay, então as cadeiras azuis, qual é que era o termo geral? Nós falamos disto na última aula. Vocês até deveria ter copiado para a vossa ficha. Qual é que é o termo geral? Para as cadeiras azuis.

Aluno G – O primeiro termo é ...

PE – Termo geral, não é lei de formação. Aluno M.

Aluno M – $4n+1$.

PE – $4n+1$, será? Vamos experimentar? Então na primeira figura quatro vezes um mais um dá cinco. Vamos experimentar para a segunda quatro vezes dois mais um. Quatro vezes dois dá oito mais um dá nove. Temos nove cadeiras? Azuis? Na segunda figura temos nove cadeiras azuis? Então? Aluno S.

Aluno S – $n+4$.

PE – $n+4$, será? Vamos experimentar para a primeira um mais quatro dá cinco, para a segunda dois mais quatro dá seis, temos seis cadeiras? Vamos experimentar para a terceira também. Três mais quatro dá...

Aluno T – Sete.

PE – Temos sete cadeiras?

Aluno T – Sim.

(Transcrição da quinta sessão, Apêndice V.3)

Para terminar esta discussão, a professora estagiária colocou o desafio à turma de encontrarem o termo geral para o número total de cadeiras de cada uma das zonas. Inicialmente a turma apresentou bastantes dificuldades, o que levou tanto a professora cooperante, como a professora estagiária a intervirem e darem dicas de como poderiam encontrar. Todas as opções de resposta apresentadas pela turma foram testadas em conjunto de forma a perceber a sua veracidade. Estes momentos de discussão e o pensamento de cada um dos grupos para a resolução do desafio, são perceptíveis através da discussão apresentada de seguida.

PE – Então e se agora vos pedir o termo geral do número total de cadeiras. Vocês conseguem me dizer qual é o termo geral do número total de cadeiras? Nós temos cadeiras azuis e cadeiras

amarelas, mas eu quero saber o número total de cadeiras, por exemplo, da zona 5. Qual é que é o termo geral do número total de cadeiras?

PC – Vocês lembram-se quando trabalhamos as sequências, quando era uma sequência de figuras, o que é nós podíamos fazer? Transformar em sequência de números. Então experimentem, mas foquem na sequência de números e vejam como é que passam de um termo para o outro. É capaz de vos ajudar a ver qual é o termo geral. Pensem lá, na primeira figura quantas cadeira é que tem, na segunda quantas cadeira é que tem ... Vá lá.

PE – Reparem que o número total de cadeiras é o número de cadeiras amarelas mais o número de cadeiras azuis.

PC – Vá quantas cadeiras tem a primeira figura, pensem lá. Quantas são?

Todos – Nove.

PC – A segunda?

Todos – Doze.

PC – A terceira?

Todos – Quinze.

PC – Então vejam lá como é que fazem isso. Se têm nove, doze, quinze, agora vejam como é que podem transformar isso.

Aluno B – É três.

PC – Vão de três em três, não é? Pronto, então e depois? Vá lá, pensem lá como é que fazem. Tentem tudo, vejam se é $n+2$, $n+4$.

...

PE – Ora então, vocês já tiveram tempo suficiente para olharem para aqui e perceberem como é que podiam fazer, certo? Então vamos lá ver, aqui o grupo do Aluno Y, como é que vocês pensaram?

Aluno Y – Fizemos múltiplos de nove.

PE – Fizeram os múltiplos de nove? E será que isso dá? Então qual é que é o termo geral?

Aluno Y – Nove.

PE – Nove quê? Só nove?

Aluno Y – Nove vezes n .

...

PE – Isto é o termo geral? Vamos testar, para a primeira zona nove vezes um dá a nove. Temos nove cadeiras?

Aluno B – Sim.

PE – Até aqui tudo bem. Segunda zona, nove vezes dois dá?

Todos – Dezoito.

PE – Quantas cadeiras temos na segunda zona?

Todos – Doze.

PE – Então será que está pode ser o termo geral? Não. Aqui o grupo da frente. Vocês conseguiram chegar a algum resultado? Não? Aí, conseguiram chegar a algum resultado?

Aluno C – $3n$.

PE – $3n$? Então para a primeira zona, 3 vezes um.

Aluno T – Três.

PE – Dá três, já não pode ser. Então vamos ver aquele grupo lá atrás. Já sabes.

Aluno M – $3n+6$.

PE – $3n+6$? Como é que chegaste ao $3n+6$?

Aluno T – Porque se era $3n$ e três vezes um dá três, não dá, então é mais seis.

PE – Vocês aí atrás como é que chegaram ao $3n+6$?

Aluno M – Somei só os dois termos gerais.

PE – Exatamente. Havia uma forma muito mais fácil, que foi a que o Aluno M disse. Nós temos o termo geral do número de cadeiras amarelas e o termo geral do número de cadeiras azuis. O número total de cadeiras, é o número de cadeiras amarelas mais as azuis. Então o nosso termo geral para o número total é $2n+2+n+4$, certo? Vocês lembram-se como é que se resolve

expressões algébricas certo? Então o que é que nós fazemos aqui para simplificar esta expressão?

Aluno T – $2 \times n \dots$

PE – Juntamos, o quê? Primeiro vamos fazer por partes, juntamos as incógnitas certo? $2n+n+2+4$, certo? E isto vai dar?

Aluno B – Vai dar $3n+6$.

PE – Perceberam mais ou menos? Acham que é preciso testar ou acham que está certo? Vamos só testar aqui rápido para as três zonas. Para a primeira zona, três vezes um mais seis dá? Três vezes um dá três, mais seis dá?

Todos – Nove.

PE – Para a segunda, três vezes dois mais seis. Três vezes dois?

Todos – Seis.

PE – Mais seis?

Todos – Doze.

PE – A seguir para a três. Três vezes três?

Todos – Nove.

PE – Mais seis?

Todos – Quinze.

(Transcrição da quinta sessão, Apêndice V.3)

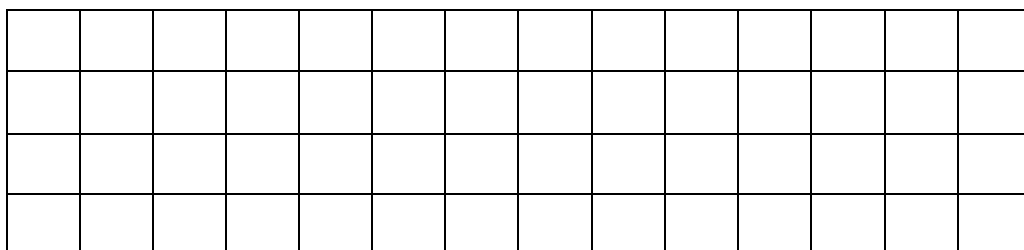
Análise das resoluções da Questão 6

Nesta questão, envolvendo a criatividade, era pretendido que os alunos, utilizando as quadriculas dadas, construíssem uma nova sequência de crescimento.

Figura 34.

Questão 6 da Tarefa 3

6. O Presidente do Clube não aprovou a proposta de design das bancadas. Imagina que foste convidado para integrar a nova equipa responsável pelo design da bancada. Apresenta uma proposta. Utiliza as quadriculas abaixo.



Na resolução da Questão 6 (Figura 34), a turma apresentou várias sugestões de resposta para a questão em causa, podemos observá-las na figura apresentada de seguida (Figura 35).

Figura 35.

Exemplos de resoluções apresentadas por alunos à Questão 6

Nos fizemos listelas em azul e amarelo.

fizemos um novo design e mudamos o padrão das cores.

Zona 1 Zona 2 Zona 3 Zona 4
 2 4 6 8
 termo 9 Lei de formação
 2m

No primeiro termo temos 8 cadeiras roxas e 8 cadeiras rosa também. Na segunda figura aumentámos as roxas de 8 para 10 e as rosa também.

x - verde
 / - preto

Vós dividi-mos por zonas

Nota: Na figura 35, mais especificamente na imagem do canto superior direito, para além da proposta apresentada, o grupo escreveu: “Nós fizemos listras em azul e amarelo”. Na imagem da segunda linha, o grupo, para além da proposta, escreveu: “Fizemos um novo design e mudamos o padrão das cores”. O grupo da imagem da terceira linha, para além da proposta, ainda escreveu: “Termo geral $2n$ / Lei de formação”. As duas imagens seguintes, pertencentes ao mesmo grupo, para além da proposta, escreveram: “No primeiro termo temos 8 cadeira roxas e 8 cadeiras rosa também. Na segunda figura aumentámos as roxas de 8 para 10 e as rosa também.” Por fim, na última imagem, o grupo escreveu: “Nos dividimos por zonas”.

Tal como é possível observar pelas resoluções, nem todos os grupos foram capazes de construir uma sequência de crescimento. Foi pedido aos alunos que escrevessem a forma como pensaram para construir a sua proposta, o que gerou uma diversidade de respostas, um grupo escreveu o termo geral da sua sequência, um outro grupo, de forma indireta, escreveu a lei de formação da sua sequência e os restantes grupos não conseguiram explicar com clareza a forma como construíram a sua proposta.

CAPÍTULO VI: CONCLUSÕES

O presente estudo teve como objetivo investigar *de que forma a utilização de tarefas envolvendo situações problemáticas pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos do 5.º ano de escolaridade*. Para responder a esta questão, foram definidos objetivos específicos: Conceber e implementar tarefas que incluíssem situações problemáticas envolvendo o pensamento algébrico; analisar as produções dos alunos identificando conceitos e processos mobilizados relacionados a este tipo de pensamento; estudar as estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos alunos, destacando conexões matemáticas e evidências de criatividade; e mapear as dificuldades enfrentadas na resolução das tarefas.

Durante a implementação das sessões, verificou-se que as dificuldades sentidas pelos alunos estavam, sobretudo, relacionadas com a comunicação, tanto matemática quanto não matemática. Muitos enfrentaram desafios na interpretação da informação presente nos enunciados dos problemas, o que dificultou a compreensão das tarefas e a formulação de respostas adequadas. Inicialmente, foi também observada uma resistência ao trabalho a pares, marcada pela dificuldade em coordenar estratégias e colaborar de forma eficaz. Contudo, ao longo do processo, começaram a surgir momentos significativos de colaboração, entreajuda e partilha de conhecimentos entre os pares, evidenciando um progresso na dinâmica de grupo.

As discussões em grande grupo, realizadas após os trabalhos em pares ou pequenos grupos, desempenharam um papel crucial no esclarecimento das dificuldades manifestadas pelos alunos. Essas discussões permitiram abordar as lacunas identificadas e explorar, de forma mais ampla, os conteúdos e capacidades matemáticas trabalhadas. Gradualmente, as interações entre os alunos tornaram-se mais ricas, com maior entreajuda e melhor comunicação, o que contribuiu para um ambiente de aprendizagem mais colaborativo e reflexivo.

Ao longo das sessões, foi possível observar progressos importantes no desenvolvimento do pensamento algébrico. Os alunos começaram a demonstrar maior capacidade de identificar padrões, utilizar representações simbólicas e generalizar conceitos matemáticos, capacidades que foram sendo aprimoradas à medida que exploravam as tarefas propostas (Walkowiak, 2014). Além disso, o trabalho em grupo e

as atividades criativas estimularam a aplicação de diferentes estratégias de resolução de problemas e a conexão entre conceitos matemáticos (Boavida et al., 2008).

Os dados recolhidos evidenciam que os alunos, maioritariamente, recorreram a uma estratégia de resolução dos problemas, ainda que com variações na sua eficácia. A estratégia predominante foi “Descobrir um padrão/Descobrir uma lei de formação”, na qual alguns alunos conseguiram identificar regularidades nos dados apresentados e generalizar soluções com relativa facilidade. No entanto, para outros, essa abordagem revelou-se um desafio, exigindo maior mediação docente para auxiliá-los na identificação dos padrões e na formulação de uma regra geral (Vale & Pimentel, 2004).

Os resultados deste estudo destacam o impacto positivo de estratégias pedagógicas que integram situações problemáticas e promovem a interação entre os alunos (Câmara, 2016). Apesar de desafios como a interpretação dos enunciados e a gestão do tempo disponível para as tarefas, a abordagem adotada mostrou-se eficaz para motivar os alunos e fortalecer competências-chave. Com o passar das sessões, observou-se que os alunos, inicialmente pouco colaborativos, passaram a apoiar-se mutuamente a compartilhar ideias de forma mais estruturada, evidenciando o potencial do trabalho coletivo para superar dificuldades e construir aprendizagens significativas.

Em conclusão, o estudo confirmou que a utilização de situações problemáticas é uma ferramenta valiosa para promover o pensamento algébrico e competências transversais como a criatividade e a resolução de problemas. Para futuros estudos, sugere-se a elaboração de materiais com maior suporte inicial para alunos com dificuldades na interpretação textual, bem como a ampliação das conexões interdisciplinares para tornar as tarefas ainda mais significativas. Este estudo reforça a importância de práticas pedagógicas centradas nos alunos, que combinem desafios matemáticos com momentos de reflexão e interação, contribuindo para o desenvolvimento integral dos estudantes.

PARTE III: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerações Finais

Ao concluir o Mestrado em Ensino do 1.º CEB e em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, é essencial refletir sobre a elaboração deste Relatório Final. Este documento centra-se, sobretudo, nas experiências e aprendizagens adquiridas durante o Estágio Pedagógico em Matemática no 2.º CEB. Foi através deste estágio que tive a oportunidade de aprofundar o meu conhecimento sobre diversas competências e conceitos, enquanto desenvolvi um espírito crítico e reflexivo sobre o papel de Professora Estagiária, Investigadora e autora de um trabalho de reflexão e investigação.

No papel de Professora Estagiária, procurei aplicar os ensinamentos e conhecimentos adquiridos ao longo da Licenciatura e do Mestrado para apoiar os alunos no processo de ensino e aprendizagem, ajudando-os a superar dificuldades e inseguranças sempre que possível. Contudo, este processo foi uma via de mão dupla, pois também aprendi imensamente com os alunos com quem tive a oportunidade de trabalhar. Além disso, considero que a gravação e transcrição das aulas implementadas, enquanto Professora Estagiária foi essencial para o meu crescimento enquanto futura docente. Esses momentos permitiram-me identificar os meus pontos fortes e áreas a melhorar, promovendo reflexões fundamentais para aperfeiçoar as minhas práticas pedagógicas e evoluir como profissional.

Como relatora, posso afirmar que todo o processo foi desafiador, exigente, mas extremamente gratificante. Ele possibilitou-me aprimorar capacidades de análise e reflexão, tornando-se uma experiência enriquecedora e produtiva, que contribuiu de forma significativa para o meu desenvolvimento profissional e pessoal.

A conclusão deste Relatório Final simboliza o término de uma importante etapa académica e o início de um novo ciclo como Professora, seja no 1.º CEB ou no 2.º CEB, em Matemática e/ou em Ciências Naturais. Essa nova fase exigirá um compromisso constante como a aprendizagem e a melhoria contínua, de forma a crescer profissionalmente e responder aos desafios que a profissão docente apresenta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alexandre, M., R., S., R. (2015). *Desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. [Master's thesis, Instituto Politécnico de Leiria]. Repositório Institucional de Informação Científica do Politécnico de Leiria. https://iconline.ipleiria.pt/bitstream/10400.8/1831/1/_0_Pensamento_Algebrico_Monica_Alexandre_imprimir.pdf
- Alves, C., M. (2021). *Os padrões de repetição no desenvolvimento do pensamento algébrico numa turma de 1.º ano de escolaridade* [Master's thesis, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa. https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/14458/1/Relatório%20Final_Catarina%20Martins%20Alves%20%282019146%29_Versão%20Final.pdf
- Amado, N., Canavarro, A., P., Carreira, S., Ferreira, R., T., & Vale, I. (2019). Conexões matemáticas. *Encontro de Investigação em Educação Matemática*. https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/20622/1/Jacinto%26Pires_EIE_M2019.pdf
- Barbosa, A., C., C. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico* [Doctoral dissertation, Universidade do Minho]. Repositório UM. <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/10561/1/tese.pdf>
- Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (1996). Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching. *Mathematics Education Library*. <https://dokumen.pub/approaches-to-algebra-perspectives-for-research-and-teaching-1nbsped-0792341457-9780792341451-0792341686-9780792341680.html>
- Blanton, M., L., & Kaput, J., J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <https://pt.scribd.com/document/371910520/Characterizing-a-Classroom-Practice-That-Promotes-Algebraic-Reasoning>

- Boavida, A., M., R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Ministério da Educação – Direção-Geral da Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5566/1/A_experiencia_matemat_ica_no_ens_basico.pdf
- Bogdan, R., C., & Biklen, S., K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto Editora. https://www.academia.edu/6674293/Bogdan_Biklen_investigacao_qualitativa_em_educacao
- Câmara, R., S. (2016). *Resolução de Problemas: Uma proposta Metodológica*. https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/22129/1/2016_dis_rscamara.pdf
- Canavarro, A., P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81-118. https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf
- Canavarro, A., P. (2017). O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões – ideias da teoria ilustradas com exemplos. *Educação e Matemática*, 144-145, 38.42. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2453/2497>
- Carraher, D., W. (2007). *Early Algebra and Algebraic Reasoning*. https://www.researchgate.net/profile/David-Carraher/publication/292696143_Early_algebra_and_algebraic_reasoning/links/58b712a792851c471d47a4fc/Early-algebra-and-algebraic-reasoning.pdf
- Cheng, E., C., K., & Ling, M., L. (2013). Learning Study: It's Origins, Operationalisation, And Implications. *Education working Paper*, 94. <https://www.oecd-ilibrary.org/learning-study/5k3wjp0s959p.pdf?itemId=%2Fcontent%2Fpaper%2F5k3wjp0s959p-en&mimeType=pdf>

- Creswell, J., W., & Creswell, J., D. (2018). *Research Design Qualitative, Quantitative, and Mixer Methods Approches*. (5.ª edição). https://pubhtml5.com/enuk/gksi/2018_Creswell_Research_Design_Qualitative%2C_Quantitative%2C_and_Mixed_Methods_Approaches_5th_Ed/4
- Decreto-lei n.º 54/2018 do Ministério da Educação. (2018). Diário da República n.º 129/2018, Série I de 2018-07-06. <https://diariodarepublica.pt/dr/detalhe/decreto-lei/54-2018-115652961>
- Ewell, P., T. (1997). Organizing for Learning A New Imperative. *AAHE bulletin*, 50(4), 3-6. https://www.faculty.umb.edu/john_saltmarsh/Articles/ewell%20OFL.pdf
- Kaput, J., J. (2000). Teaching and Learning a New Algebra With Understanding. *National Center for Improving Student Learning & Achievement in Mathematics & Science*. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf>
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151. https://www.researchgate.net/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grades_What_is_it
- Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, 16(1), 5-26. <https://quadrante.apm.pt/article/view/22814/16880>
- Leal, F., A., G. (2015). *Generalização Matemática Baseada na Análise de Padrões Nem Turma de 3.º Ano*. [Master's thesis, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10400.21/5418>
- Lima, S., C., O., N. (2016). *O desenvolvimento do raciocínio com tarefas de regularidades e sequências*. [Master's thesis, Escola Superior de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa. <https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/8384/1/O%20desenvolvimento%20do%20raciocinio%20com%20tarefas%20de%20regularidades%20e%20sequencias.pdf>

- Machado, R., & César, M. (2012). Trabalho Colaborativo e Representações Sociais: Contributos Para a Promoção do Sucesso Escolar em Matemática. *Interações, Volume 8* (n.º20), páginas 98-140. <https://doi.org/10.25755/int.495>
- Ministério da Educação. (2021). *Aprendizagem Essenciais – Matemática*. DGE. <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico>
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf
- Ponte, J., P., & Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade. *Boletim GEPEM*, 59, 53-68. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/6559/1/11-Ponte-Velez%20Boletim_Gepem_2011.pdf
- Vale, I., Fonseca, L., Barbosa, A., Pimentel, T., Borralho, A., & Cabrita, I. (2008). *Padrões No Currículo De Matemática: Presente E Futuro*. <https://ria.ua.pt/bitstream/10773/9077/1/%282008%29%20Padrões%20no%20Currículo%20de%20Matemática%20Presente%20e%20Futuro.pdf>
- Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares, *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2005). Padrões: Um tema transversal do currículo. *Números e Álgebra*, 85, 14-20. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1430/1469>
- Vale, I. & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. *Conexões Matemáticas*, 110, 33-38. <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1899/1940>
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. *Desafios no Ensino e na Aprendizagem da Matemática*, 8(20), 181-207. <https://doi.org/10.25755/int.493>
- Walkowiak, T., A. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns. *Journal of Mathematical Behavior* 33, 56-71.

<https://www.researchgate.net/publication/259130843> *Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns*

Warren, E., Cooper, T. (2007). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 171-185.
<https://www.researchgate.net/publication/225600212> *Generalising the pattern rule for visual growth patterns Actions that support 8 year olds' thinking*

APÊNDICES

APÊNDICE I – 1.ª SESSÃO

I.1 Planificação da sessão

Tema	Álgebra
Tópicos e Subtópicos	Regularidades em sequências: — Sequências de crescimento.
Objetivos de aprendizagem	— Justificar conjecturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo).
Áreas de competência do Perfil dos alunos	A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.
Recursos	Tarefa de exploração
Estratégias	Trabalho a pares. Discussão em grande grupo.

Avaliação	Nesta aula, a avaliação será realizada através da observação direta da participação dos/das alunos/as.
Sumário	Sequências de repetição (revisão). Resolução de uma tarefa de exploração.

I.2 Descrição da sessão

A aula de segunda-feira, será dada em conjunto com a professora cooperante. Esta irá começar por rever as sequências de repetição, conteúdo trabalhado em anos anteriores.

Posto isto, a professora estagiária irá distribuir pela turma uma tarefa, relativa às sequências de crescimento, que deverão resolver a pares, pares esses formados de acordo com a planta da sala.

Durante a resolução, a professora estagiária irá circular pela sala, de modo a perceber as dificuldades da turma, e dar apoio caso necessário. No final, será feita a correção das tarefas no quadro, questionando sempre a turma sobre as diferentes resoluções.

I.3 Tarefa de exploração

Ao fazer arrumações em sua casa, o Francisco encontrou uma caixa cheia de pequenos recortes vermelhos em forma de círculo. Assim que os viu pensou logo numa nova decoração para a parede do seu quarto. Para saber quantos círculos iria utilizar para cada uma das figuras que iria construir, decidiu desenhá-las numa folha.

Observa com atenção os desenhos feitos pelo Francisco.



1. Descreve como obtemos a figura 2 a partir da figura 1.
2. Descreve como obtemos a figura 3 a partir da figura 2.
3. Desenha a quinta figura da nova decoração do quarto do Francisco.
4. Completa a tabela

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de círculos					

5. Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou esquemas.
6. Será possível alguma figura desenhada pelo Francisco ter 124 círculos?

I.4 Transcrição da sessão

PE – Como é que nós obtemos a figura dois a partir da figura 1?

Aluno C – Adicionamos mais cinco

PE – Adicionamos mais cinco quê?

Aluno C – Círculos

PE – Adicionamos mais cinco círculos exatamente, então nós temos aqui a figura 1 tem cinco círculos, quantos círculos é que temos na figura 2?

Todos – 10

PE – Dez círculos, adicionamos então cinco círculos, exatamente. Então e como e que obtemos a figura 3 a partir da figura 2?

Aluno M – Adicionamos mais cinco círculos

PE – Adicionamos mais cinco círculos, exatamente. A figura tem então dez círculos e a figura 3 tem (...) A figura 3 têm?

Todos – 15 círculos

PE – 15 círculos, exatamente. Então depois pergunta-nos, pede-nos para desenharmos a quinta figura da nova decoração do quarto do Francisco. Quantas bolinhas, quantos círculos vai ter a quinta figura da nova decoração?

Todos – 25

PE – 25. O que é que vocês fizeram então para obterem a figura 5?

Alguns alunos – Desenhamos

PE – Certo, mas porque é que desenharam 25 círculos, Aluno P?

Aluno P – Nós fizemos assim, nós desenhamos a figura com (...) 25 círculos, porque (...)

PE – Aluno F, porque é que desenhaste uma figura com 25 círculos?

Aluno F – Eu não desenhei

PE – Mas não sabes o que fizeste?

Aluno F – Sei

PE – E porque é que fizeste?

(...)

PE – Aluno I diz lá

Aluno I – Fiz 20 mais 5

PE – Ok pegaram na figura 4 que tinha (...) tinha 20 quadrados e adicionamos (...) 20 círculos, a figura 4 tinha 20 círculos e vocês acrescentaram mais 5 círculos à figura, exatamente.

(...)

PE – Ora então, vamos completar em conjunto (...) vamos completar todos em conjunto?

Sim Ok? Completa a tabela seguinte, ora na figura 1 quantos círculos é que nós temos?

Aluno C?

Aluno C – 5

PE – Na figura 2

Todos – 10

PE – NA figura 3

Todos – 15

PE – Na figura 4

Todos – 20

PE – E na figura 5?

Todos – 25

PE – 25, exatamente, então agora vem a próxima pergunta que foi a que alguns de vocês tiveram mais dificuldades. Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco... não era esta (...) Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste, podes usar palavras

esquemas ou desenhos. Nós aqui tivemos, vocês fizeram coisas diferentes, várias pessoas fizeram coisas diferentes, houve quem tivesse desenhado a figura, houve quem não tivesse desenhado a figura. Quem é que desenhou a figura número 10?

Alguns alunos – Eu

PE – Quantos círculos é que vos deu?

Alguns alunos – 50

PE – Certo. Quem fez de forma diferente?

Alguns alunos – Eu

PE – Aluno P, o que é que fizeste?

Aluno P – Eu para explicar (...) não do seis até ao dez e fui colocar 1

PE – Então continuaste a tabela certo? Mais alguém fez desta forma? Vocês também continuaram a tabela? Ok que fez de forma diferente? Aluno T.

Aluno T – Fizemos 5 mais 5 que é igual a 10 e depois 25 mais 25 que é igual a 50.

PE – Porquê 25 mais 25?

Aluno T – Por causa que 5 é 25, 5 é 25 então, a figura 5 tem 25, então para explicar que 5 mais 5 era, é que era 10, nós pusemos que 25 mais 25 é igual a 50.

PE – Então o que vocês fizeram foi basicamente, a figura 5 tem 25 quadrados, como 10 é o dobro de 5, 25 mais 25 dá 50, mais ou menos isso. Ok, mais alguém fez desta forma? Quem fez diferente? Aluno D? Como é que vocês fizeram? Fizeste por escrita? Sabes mais ou menos o que fizeste? Então diz lá.

Aluno D – Eu coloquei, eu falei que o 5 era 25, 4 era 20 eu adicionei o 5 de um e o 5 de outro.

PE – Como? Aluno R ajuda, ajuda a perceber o que é que vocês escreveram. Aí vocês fizeram um diferente. Deixa me ver se eu encontro aqui as vossas para tentar perceber. Então... ah então tu foste adicionando, adicionaste sempre 5 até chegares à figura 10, foi isso?

Aluno D – Sim.

PE – Ah ok, já percebi. Quem fez de forma diferente? Aluno S.

Aluno S – Nós fizemos 10 vezes 5.

PE – E porque é que fizeram 10 vezes 5?

Aluno S – Porque a figura 10 é o dobro da figura 5, e a figura 5 é 5 vezes 5 então a figura 10 vai ser 10 vezes 5.

PE – Certo.

(...)

PE – Então a figura 10 ia ter quantos círculos?

Todos – 50

PE – Será que é possível ter uma figura com 124 círculos? Quem é que acha que é possível ter uma figura com 124 círculos? Eu estou a dizer quem é que acha que é possível. É possível aluno F? (...) É possível ter uma figura com 124 círculos?

Alguns alunos – Não

PE – Não. Porquê? Aluno R porquê?

Aluno R – Tinha de acabar em 0 ou em 5.

PE – E porque é que tinha de acabar em 0 ou em 5?

Aluno R – Porque são múltiplos de 5.

APÊNDICE II – 2.ª SESSÃO**II.1 Planificação da sessão**

Tema	Álgebra
Tópicos e Subtópicos	Regularidades em sequências: — Sequências de crescimento.
Objetivos de aprendizagem	— Justificar conjecturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo).
Áreas de competência do Perfil dos alunos	A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.
Recursos	Tarefa de exploração Apresentação PowerPoint
Estratégias	Trabalho a pares. Discussão em grande grupo.

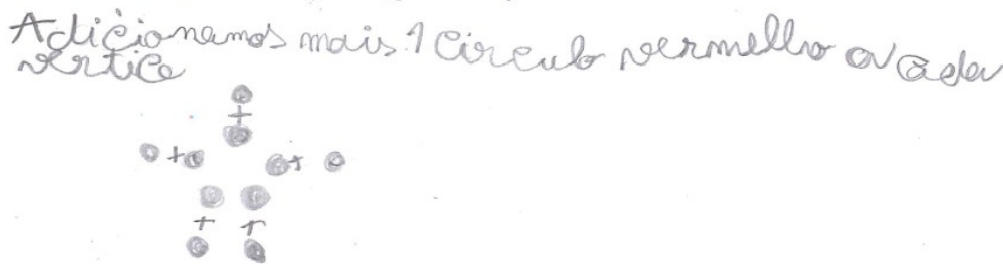
Avaliação	Nesta aula, a avaliação será realizada através da observação direta da participação dos/das alunos/as.
Sumário	Correção e discussão da tarefa de exploração realizada na aula anterior.

II.2 Descrição da sessão

A aula de quarta-feira, será iniciada com o registo do sumário da aula anterior e com a abertura das lições do dia. Será feita uma pequena revisão do que estiveram a fazer na aula anterior, nomeadamente sobre os conceitos: sequência (conjunto de elementos organizados segundo uma ordem), termo da sequência (cada uma das figuras de uma sequência), ordem de um termo (posição em que se encontra um termo numa sequência) e sequência de repetição (os termos de uma sequência repetem-se de acordo com um determinado padrão). Para isto, a professora estagiária irá pedir à turma que criem uma sequência de repetição, e partindo desta indiquem o termo da sequência e a ordem das figuras.

Posto isto, as fichas realizadas na aula anterior serão novamente distribuídas pela turma, para que possam consultar as suas resoluções durante os vários momentos da aula. De seguida, a professora estagiária irá projetar as figuras presentes na ficha de trabalho, e irá perguntar à turma como é possível obter a figura 2 a partir da figura 1, é esperado que a turma responda que se adicionam cinco círculos à figura 1 para obtermos a figura 2. Aqui, a professora estagiária, irá apresentar algumas resoluções dos alunos à questão 1 da ficha de trabalho, e perguntará à turma se todas as resoluções estão corretas e o porquê de estarem corretas ou erradas.

1. Descreve como obtemos a figura 2 a partir da figura 1.



1. Descreve como obtemos a figura 2 a partir da figura 1.

Acrescenta-se sempre um em todos lados da figura


1. Descreve como obtemos a figura 2 a partir da figura 1.

Colocamos mais 5 hexágonos à volta das antípodas.

A partir da questão, a professora estagiária irá perguntar à turma de que forma é possível obter uma qualquer figura desta sequência, é esperado que a turma responda que temos de adicionar sempre 5 círculos à figura anterior, partindo desta resposta a professora estagiária irá introduzir o conceito de Lei de formação (é uma descrição que permite determinar todos os termos recorrendo aos termos anteriores ou às posições que os termos ocupam), no caso desta sequência o primeiro termo é 5 e cada um dos termos seguintes obtém-se somando ao termo anterior 5 unidades. A turma deverá registar no seu caderno diário o conceito, bem como o exemplo dado. Para melhor perceberem o conceito, será pedido à turma que resolvam o exercício 1 da página 11 do manual, que será corrigido em conjunto.

1 Quadrados de papel
O João tem muitos quadrados de papel e com eles começou a construir uma sequência.

Figura 1 Figura 2 Figura 3



5 8 11

Admite que a regularidade se mantém nas figuras seguintes.

1.1. Quantos quadrados terá a figura 5 ?
1.2. Escreve uma lei de formação para a sequência: 5, 8, 11, 14, ...

De seguida, a professora estagiária irá apresentar a tabela presente na ficha, que corresponde ao exercício 4, e conjuntamente com a turma irá preenchê-la para introduzir o conceito de sequência numérica (lista ordenada de números). Posto isto, irá perguntar à turma qual o termo de ordem 10 da sequência, é esperado que a turma responda 50 sem muitas dificuldades, uma vez que já resolveram a ficha e esta já foi corrigida em grande grupo na aula anterior. A professora estagiária irá projetar as diferentes resoluções da turma no quadro, e irá analisá-las em grande grupo, para cada uma delas irá colocar uma questão diferente, tal como se apresenta de seguida:

5. Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou esquemas.

$10 \times 5 = 50$

nº Reg. 1 2. Reg. 400
20

5. Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou esquemas.

Se a figura 1 é 5, a figura 2 é 10 nós sabemos que é sempre a adicionar por 5, então a figura 10 tem 50 círculos.

Porque é que desenharam a figura? E o que significa 10×5 ? Dependendo da resposta do grupo, irá perguntar como fariam por exemplo com a figura 33, iriam desenhar? Isso não seria bastante trabalhoso?

Adicionaram constantemente até chegarem à figura 10, e se eu pedisse para me dizerem o número de círculos da figura 56? Iriam adicionar sucessivamente até chegarem à figura 56?

5. Consegues determinar o número de círculos utilizados pelo Francisco para construir a figura 10? Mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou esquemas.

6	7	8	9	10
30	35	40	45	50

Deram continuidade à tabela, e se eu pedisse para me dizer o número de círculos da figura 78? Iriam continuar a tabela até chegarem à figura 78?

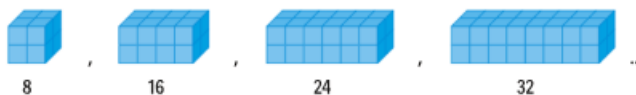
Posto isto, a professora estagiária irá mostrar novamente a tabela, preenchida, e irá pedir à turma para estabelecerem uma relação entre o número da figura e o número de

círculos utilizados, é esperado que a turma perceba que para obter o número de círculos utilizados numa determinada figura, basta apenas multiplicarmos a ordem dessa mesma figura por 5. A partir deste raciocínio, a professora estagiária irá pedir para determinarem o número de círculos da figura 33, 56 e 78, onde a turma apenas tem de multiplicar estes números por 5, aqui a professora estagiária irá introduzir o conceito de termo geral (expressão que permite obter, para cada ordem, o termo da sequência que lhe corresponde) que a turma deve registar no seu caderno diário.

Será referido que para representarmos o termo geral de uma sequência utilizaremos a letra n para representar a ordem da figura, uma vez que estamos a falar de um número natural qualquer, e quando quisermos saber o termo de uma determinada ordem, por exemplo de ordem 45, iremos substituir a letra n pelo número natural 45 que representa a ordem. No caso desta sequência, o termo geral será representado pela expressão $5 \times n$.

Para terminar, a professora estagiária irá pedir à turma que resolva o exercícios 1 e 2 da página 15 do manual, que serão posteriormente corrigidos. Caso não seja possível terminar, a turma deverá acabar em casa.

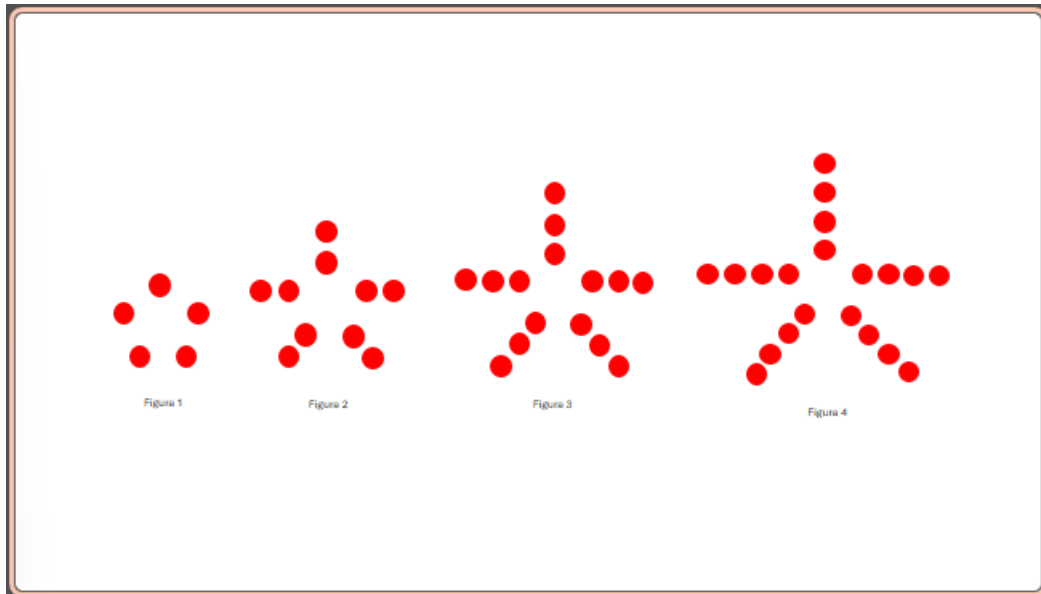
1 Uma sequência é formada por conjuntos de cubos:



Admite que a regularidade se mantém para os conjuntos seguintes.

- 1.1. Qual é o primeiro termo da sequência numérica?
- 1.2. Para passar de um termo para o seguinte, quantos cubos é necessário acrescentar?
- 1.3. Dos seguintes números, qual é termo da sequência?
(A) 39 (B) 42 (C) 46 (D) 56
Justifica a tua resposta.
- 1.4. Qual das seguintes expressões pode ser o termo geral da sequência?
(A) $2 \times n$ (B) $4 \times n$ (C) $8 \times n$ (D) $8 + n$

II.3 PowerPoint de análise




Como obtemos a figura 2 a partir da figura 1?

Adicionamos mais 1 círculo vermelho a cada lado

Acrescenta-se sempre um em todos lados da figura

Colocamos mais 5 hexágonos à volta dos anteriores.

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de círculos					




Lei de formação de uma sequência

A lei de formação de uma sequência é uma descrição que permite determinar todos os termos recorrendo aos termos anteriores ou às posições que os termos ocupam.

Exemplo:

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de círculos	5	10	15	20	25

O primeiro termo é 5 e cada um dos termos seguintes obtém-se somando ao termo anterior 5 unidades.




Sequência numérica

Uma sequência numérica ou uma sequência de números é uma lista ordenada de números.

Qual o número de círculos usados na figura 10?

$10 \times 5 = 50$

*n.º Regra: 2. Aq. 400
pd*



6	7	8	9	10
30	35	40	45	50

Se a figura 1 é 5, a figura 2 é 10 nós sabemos que é sempre a adicionar nos por 5, então a figura 10 tem 50 círculos.

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de círculos	5	10	15	20	25

Número da figura	1	2	3	4	5	...	10	...	33	...	n
Número de círculos	5	10	15	20	25	...	50	

Termo geral da sequência

A expressão geradora, expressão geral ou termo geral de uma sequência permite obter, para cada ordem, o termo da sequência que lhe corresponde.

Exemplo:

$$5 \times n$$



Existe alguma figura com 124 círculos?

a tua resposta.

Não porque não acaba em cinco e nem zero

a tua resposta.

Não, porque só pode aver 0 ou 5

não porque ^{é o dobro} 25 círculos

II.4 Transcrição da sessão

PE – Na ficha que vocês tinham a primeira pergunta era como é que vocês obtêm a figura dois a partir da figura 1 certo? Então eu tenho aqui algumas respostas que vocês deram. Temos aqui então, a primeira diz assim acrescentamos mais um círculo vermelho a cada vértice, temos aqui outra ficha, acrescenta-se sempre um em todos os lados da figura e depois a outra que diz colocamos mais cinco ... mais cinco bolas? À volta dos anteriores. Então eu quero saber a vossa opinião sobre estas respostas. Acham que estão todas corretas? Acham que alguma está errada?

Aluno B – Sim.

PE – Alguma está errada?

Aluno B - Não, está tudo certo.

PE – Toda a gente concorda aqui com as respostas? ... Então temos aqui algumas abordagens diferentes, houve quem me dissesse acrescentamos cinco círculos. Está certo ou errado? Acrescentamos 5 círculos?

Todos – Está certo!

PE – E se dissermos adicionamos um círculo a cada um dos lados? Foi mais ou menos o que fez aqui esta pessoa. Temos aqui a figura inicial e o que é que ela fez? Adicionou um círculo a cada um dos lados ou vértices da nossa figura, obtendo a figura 2. Certo? Então toda a gente concorda com estas respostas certo? ... Vocês fizeram basicamente a mesma coisa para a pergunta 2 e agora tenho uma pergunta para vocês. Como é que nós obtemos qualquer figura desta sequência?

Aluno F – Acrescentamos mais 5 círculos.

PE – Okay, acrescentamos sempre mais cinco círculos. Vamos aqui, para tentar perceber mais ou menos preencher assim muito rapidamente esta tabela que vocês também têm na vossa ficha. Então a figura 1 quantos círculos tinha?

Aluno B – Cinco

PE – Figura 2?

Todos – Dez, quinze, vinte, vinte cinco

PE – Pronto, então ali o aluno F disse-nos que nós acrescentamos sempre cinco círculos à figura, e isso está certo, vocês concordam?

Aluno T – Sim

PE – O que é que ela fez? Mais cinco, para obter a figura 3, mais cinco para obter a figura 4, mais cinco para obter a figura 5 e para obter a figura 6 o que é que tínhamos de fazer?

Todos – Mais cinco

PE – E etc., certo? Então nós aqui, vamos chamar a este, a este processo que nós temos aqui, lei de formação de uma sequência, okay? O que é que significa? O que é que é lei de formação? Nós temos a nossa figura inicial, que tem cinco círculos, e à figura inicial, e à figura inicial não, à figura vamos sempre, para formar a figura seguinte vamos sempre adicionar cinco círculos à figura anterior. Okay? Então vou vos pedir para copiarem para o vosso caderno aqui a lei de formação de uma sequência, vou vos pedir também para copiarem aqui a tabela e façam também aquilo que nós fizemos aqui. ... Então, agora vamos tentar perceber qual é que é a lei de formação. Lei de formação é uma regra que nós utilizamos para formar as nossas sequências, certo? Se nos derem o primeiro termo de uma sequência, por exemplo, neste caso o primeiro termo da nossa sequência é cinco, a nossa lei de formação vai-nos ajudar a tentar perceber qual é que é o termo seguinte, neste caso, a lei de formação é: O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes, obtém se somando à figura anterior cinco unidades. Então nós para sabermos qual é que é o segundo termo íamos somar cinco unidades ao primeiro termo, certo? Para sabermos qual é que é o terceiro termo da nossa sequência vamos somar cinco unidades a quê?

Aluno L – Ao segundo termo.

PE – Ao nosso segundo termo. Para sabermos qual é que é o quarto termo da sequência vamos fazer o quê?

Aluno T – Adicionar cinco ao nosso terceiro termo.

PE – Exatamente, é isso mesmo! Perceberam mais ou menos ou há alguém que tem dificuldades em perceber o que é que a lei de formação?

Aluno M – Eu não percebi.

PE - Então a lei de formação é uma regra que nos vai dizer como é que nós vamos formar a nossa sequência, certo? Nós já vamos treinar aqui mais um bocadito e se depois continuares com dúvidas eu explico-te melhor, okay? Abram o manual na página 11 e vamos fazer o exercício 1.

...

PE – Então vamos lá podemos? Então o nosso exercício diz assim: Quadrados de papel. O João tem muitos quadrados de papel, e com eles começou a construir uma sequência. É a sequência que vocês têm aí. Admite que a regularidade se mantém nas figuras seguintes. Quantos quadrados irá ter a figura 5. Então primeiro vamos tentar perceber, quantos quadrados tem a figura 1?

Aluno B – A figura 1 tem cinco.

PE – Cinco. Quantos quadrados tem a figura 2?

Todos – Oito

PE – Oito. O que é que acontece da figura 1 para a figura 2?

Aluno F – Adicionamos mais três quadrados.

PE – Quantos quadrados tem a figura 3? A figura 3, quantos quadrados tem a figura 3?

Aluno T – Onze.

PE – O que é que aconteceu da figura 2 para a figura 3?

Aluno T – Acrescentou-se mais três quadrados.

PE – Okay, então podem ver a regularidade aqui. Nós vamos aumentar sempre quantos quadrados?

Todos – Três.

PE – Okay, quantos quadrados vai ter então a figura 5?

Aluno B – Dezassete

PE – Dezassete quadrados?

Todos – Sim!

PE – Conseguem perceber porque é que são dezassete quadrados?

Todos – Sim!

Aluno T – Acrescenta-se sempre mais três quadrados.

PE – A figura três tem onze quadrados, a figura 4 quantos é que vai ter?

Todos – Catorze.

PE – Catorze quadrados, e a figura 5 quantos vai ter?

Alguns alunos – Dezassete.

PE – Dezassete quadrados. Então a seguir diz-nos: Escreve uma lei de formação para as sequências 4, 8, 11, 14 ...

Aluno B – Até quanto?

PE – Não interessa até quanto. Não precisas de saber até quanto é que vai.

Aluno T – Adiciona-se sempre mais três quadrados.

PE – Falta aí uma coisa no início. Então esperem aí. Pergunta 1.1, vamos escrever a resposta da 1.1 se não vocês ... Então 1.1, a figura 5 vai ter ... quantos é que eram?

Alguns alunos – Dezassete.

PE – Dezassete quadrados. Escrevam a resposta no caderno por favor. Então agora vamos tentar escrever a lei de formação desta sequência, okay? A lei de formação vá lá.

Aluno T – Adiciona-se à figura anterior...

PE – Falta aí uma coisita no início que nós escrevemos, como vocês passaram para o caderno. Aluno R?

Aluno R – A lei é que a sequência é mais cinco quadrados.

PE – Falta uma coisita no início. Aluno F diz lá.

Aluno F – O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes é igual a soma do termo anterior com três unidades.

PE – Exatamente. Vocês têm sempre de escrever tudo. Primeira coisa que escrevem na lei de formação: O primeiro termo é qualquer coisa, neste caso o primeiro termo é ... qual é que é o primeiro termo?

Alguns alunos – Cinco.

PE – Cinco. Se não se disserem só vamos acrescentar, por exemplo se tiverem um exercício que vos diz assim escreve a sequência em que a lei de formação é adicionar mais três. Se vocês não souberem qual é que é o primeiro termo como é que vão escrever a vossa sequência? Não conseguem. Então temos sempre de escrever : o primeiro termo é qualquer coisa, neste caso o primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes ... acontece o quê?

Aluno L – Adicionamos três.

PE – E cada um dos termos seguintes é igual à soma do termo anterior com três unidades. Conseguiram perceber? Se eu vos der por exemplo a sequência 2, 4, 6, 8 etc. Qual é o termo geral, o termo geral não, qual é a lei de formação desta sequência? Aluno C sabes me dizer? Desta sequência que eu pus aqui em cima. Sabes me dizer qual é que é a lei de formação? Como é que escrevíamos a lei de formação? Aluno M?

Aluno M – O primeiro termo é dois e a cada um dos termos seguintes é igual à soma do termo anterior com duas unidades.

PE – Exatamente, o primeiro termo é dois e cada um dos termos seguintes é igual à soma do termo anterior com duas unidades. Okay? Copiem se faz favor as respostas para o vosso caderno ... Então vamos lá podemos avançar para próxima parte? ... Se tiverem alguma dúvida vão dizendo, não fiquem a guardar para vocês ... Enquanto vocês terminam de copiar, nós inicialmente tínhamos um sequência de figuras certo? Que era aqueles circulozinhos que vocês tinham. Nós ao traduzir essa sequência de figuras para uma tabela vamos formar uma sequência que nós chamamos sequência numérica, é uma sequência de números, okay? Então o que é uma sequência de numérica? Uma sequência numérica, ou uma sequência de números, é uma lista ordenada de números, que vocês também vão

copiar para o vosso caderno, o que é uma sequência numérica ... Então vamos lá ver, na vossa pergunta cinco, da ficha que vocês fizeram na segunda-feira, pedia-vos para dizerem qual era o termo de ordem dez, certo?

Aluno A – Sim!

PE – Todos vocês responderam a mesma coisa. Lembram-se o que é que responderam? Mas vocês pensaram de forma diferente. Tem aqui algumas forma de como vocês pensaram. A primeira pessoa fez 10×5 , e agora eu queria que essa pessoa, vocês têm aí a vossa ficha, vocês sabem quem é que fez cada coisa, queria que me explicasse porque é que fez 10×5 .

Aluno S – Basicamente é assim, todos os outros números era sempre múltiplos de cinco eu fiz 10×5 que é igual a 50.

PE – Okay. Depois houve ali alguém que continuou a tabela, também não é a forma errada, mas imaginem que eu vos pedia o termo 78. Quantos números vocês teriam de pôr ali, a vossa tabela ficaria enorme só para chegar ao termo de ordem 78.

Aluno B – Mais valia fazer 78×5 .

PE – Já vamos ver isso. E depois a última pessoa diz assim: se a figura 1 é cinco e a figura 2 é dez nós sabemos que é sempre a adicionar cinco, então a figura dez tem cinquenta círculos. Também está certo. O que é que esta pessoa fez? Esta pessoa foi adicionando sucessivamente até chegar ao termo de ordem 10. E aqui faço a mesma pergunta, imaginem que eu vos pedia o termo de ordem 33, vocês iam somar sucessivamente até chegar ao 33? Isso ia ser uma coisa que nos ia dar, para além de muito trabalho, ia ocupar muito espaço, certo? Então já houve aqui algumas pessoas que conseguiram dizer mais ou menos o que é que eu queria. Temos aqui novamente a tabela preenchida e agora vou vos pedir para fazerem uma relação entre o número de círculos e o número da figura. Conseguem estabelecer aqui alguma relação? Pensem bem. Olhem ali para a tabela e pensem bem. Que relação é que vocês conseguem ver entre o número da figura e o número de círculos.

Aluno D – Naquele ali em baixo é vezes. 1×1 dá cinco, 1×2 dá...

PE – 1×1 dá cinco?

Aluno D – Ai não! 1×5 dá cinco.

PE – Certo!

Aluno D – 1×5 dá 10.

PE – 1×5 dá cinco e 1×5 dá cinco também! Então vá lá começa do início.

Aluno D – 1×5 dá cinco.

PE – Certo!

Aluno D – 2×5 dá dez.

PE – Okay!

Aluno D – 3×5 dá 15 e 4×5 dá 20 e 5×5 dá 25.

PE – Alguém estabeleceu uma relação diferente? Ou toda a gente pensou como o aluno D?

Aluno T – Eu somei.

PE – Mas eu perguntei assim. Consegues estabelecer alguma relação entre o número de círculos e o número da figura? Vocês têm de olhar para aqui e para aqui. Alguma relação?

Aluno T – Não

PE – O Aluno D estabeleceu ali uma relação, que muito bem que o número de círculos é igual ao número de figura vezes 5, certo? Então vamos lá tentar aqui. Já vimos 1×5 dá 5, 2×5 10, etc, etc, etc. Outra coisa eu vocês podiam fazer para a figura 5, que o Aluno I fez o Aluno S também fez dessa forma, e acho que houve aqui mais gente que fez, simplesmente fez 10×5 e conseguiram chegar ao número de círculos que era cinquenta, certo? Se vos pedir então o número de círculos da figura 33, o que é que vocês vão fazer?

Aluno T – 33×5

PE – E isso dá? ... É mais fácil fazer 33×10 e depois dividir por dois? Ou é mais fácil fazer logo 33×5 ?

Aluno B – Cento e sessenta e cinco.

PE – Cento e sessenta e cinco, exatamente. Então nós aqui precisamos de arranjar uma expressão que nos permita chegar, neste caso, ao número de círculos de uma determinada figura. E qual é essa expressão? É o número da figura vezes 5, certo? Nós aqui vamos introduzir a letra n , a letra n vai-nos representar o número da figura, então aqui, nós chamamos a esta expressão o termo geral de uma sequência, o termo geral desta sequência é n , que quer dizer um número natural qualquer, ou seja número da figura vezes cinco. Se eu vos pedisse aqui por exemplo o número de círculos da figura 78 vocês iam substituir a letra n pelo número 78, okay? Alguém tem alguma dúvida aqui? Alguma dificuldade?

Aluno M – Quando perguntar quanto é $nx5$...

PE – Nunca te vão perguntar quanto é que é $nx5$, podem te perguntar qual é que é o termo geral desta sequência, neste caso o termo geral desta sequência é $nx5$, mas tu não consegues calcular $nx5$, tu não consegues fazer um cálculo entre uma letra e um número, então o que podem perguntar é qual é que é o número de círculos da figura 78, e o que é que tu vais fazer? Sabes que o termo geral é $nx5$, tu queres saber a figura 78, vais substituir a letra n pelo 78 e vais calcular, nunca vão pedir para calcular quanto é que é $nx5$, que isso não consegues fazer, okay? Mais alguém tem dúvidas aqui? Podemos avançar então?

Aluno T – Mas se pedisse, para dizer qual é que era o n e depois fazer, ou por exemplo $11x5$

PE – Não, não tem nada a ver isso. Então vou vos pedir para vocês copiarem para o vosso caderno significado de termo geral, okay? Depois tem ali o exemplo.

...

Aluno L – Professora, por exemplo se o termo da sequência fosse de 10 em 10, seria $nx10$?

PE – Sim!

...

Aluno B – Mas é $5xn$ ou $nx5$?

PE – A multiplicação tem uma propriedade, que é a propriedade comutativa, que não faz diferença a ordem dos termos, tanto vale ter $5 \times n$ como $n \times 5$ que o resultado vai ser sempre o mesmo, okay?

...

PE – Vamos mais uma vez só analisar aqui a nossa tabela, o número da figura em relação ao número de círculos. Número da figura vezes cinco vai nos dar o número de círculos. Número da figura vezes cinco vais nos dar o número de círculos, sempre, okay? E quando temos uma figura, ou seja, qualquer figura vai ser sempre, qualquer número da figura vai ser sempre vezes 5, daí termos ... Os três pontinhos significa que entre este e este há uma série de outros números.

...

PE – Ora bem, se eu vos der por exemplo, uma sequência em que o termo geral é $n \times 2$, qual é que vai ser o primeiro termo desta sequência? Tomem lá atenção, eu dei-vos um termo geral, $n \times 2$, qual é que é o primeiro termo da sequência que tem por termo geral $n \times 2$?

Aluno R – Cinco.

PE – Cinco? Será cinco? Aluno G, consegues dizer, o termo geral da sequência é $n \times 2$ e eu quero que me digam qual é que é o primeiro termo para esta sequência. Vamos esquecer o que está aqui para cima e vamos nos focar aqui só neste termo geral. Primeira coisa $n \times 2$, eu quero saber o primeiro termo, vamos substituir n por que número?

Aluno B – Dois.

Aluno T – Cinco.

PE – Okay vamos com calma. Vamos esquecer este quadro e vamos para este, para não estar a confundir. Imaginem que eu vos dou o termo geral de uma sequência, o termo geral dessa sequência é a expressão $n \times 2$. E eu digo vos assim: digam me qual é que é o primeiro termo desta sequência. Eu vou substituir a letra n por que número?

Aluno B – Dois.

PE – Aluno T?

Aluno T – Dois.

PC – O que é que é o n? Pensem lá o que é que é o n.

PE – Olhem para ali. O que é que ali representa o n? O número da figura certo?

PC – O que é que é o n? O número da figura, ou é o número de ordem do termo, certo?

Então se for ordem um o que é que eu vou por no n?

Alguns alunos – Um

PC – Lógico.

PE – Se eu vos peço o termo de ordem um, vocês vão substituir o n por um. Então qual é que ia ser o primeiro termo da nossa sequência?

Alguns alunos – Dois.

PE – E se eu vos pedisse o termo de ordem seis. Íamos substituir o n por que número? Eu peço vos o termo de ordem seis, ou seja, o número da figura é seis. Então vamos substituir o n por...

Aluno C – Um número.

PE – E qual é esse número? Se eu peço o termo de ordem seis, vamos substituir n por seis, fazemos 6×2 , que dá...

Aluno B – Doze.

PE – Então o termo de ordem seis ia ser doze. E se eu tiver por exemplo o termo geral $nx6$ e vos pedir p termo de ordem dois, vamos substituir o n por... Aluno R?

Aluno R – Dois.

PE – Dois. Então o termo de ordem dois é...

Alguns alunos – Doze.

PE – Okay, antes de avançarmos para fazermos alguns exercícios, queria ver convosco o último exercício da ficha. Porque apesar de ser uma coisa simples, houve gente que não

conseguiu explicar. Então eu pedia-vos, no exercício seis, para me dizerem se havia alguma figura com 124 círculos, certo? E eu selecionei aqui três respostas porque não conseguiram justificar. A primeira diz: não porque não acaba em 5 ou em 0. O que é que significa acabar em 5 e em 0? Os número terminados em 0 e em 5 são números múltiplos de...

Todos – Cinco.

PE – Então o que é que eu queria que vocês me justificassem? Não é possível haver uma figura com 124 círculos porque o número 124 não é múltiplo de cinco, okay? É a mesma coisa que me disseram aqui não, só pode haver 0 ou 5, mas o que é que quer dizer haver 0 ou 5? E depois há aqui uma que eu ainda não percebi. Não porque só pode ser 25 círculos. O que é isso? O que é que só pode ser 25 círculos?

Aluno B – Porque em vez de ser 24 deviam ser 25 círculos.

PE – Mas não me conseguiram explicar. Eu vou vos pedir para pegarem na ficha, não apagam o que escreveram, escrevem por baixo ou ao lado, onde houver espaço e vão escrever o seguinte, a caneta, sem apagar o que escreveram. Posso ditar?... Não é possível construir uma figura com 124 círculos, e aqui estamos a falar de círculos, não estamos a falar de bolas como muitos de vocês puseram, não é possível construir uma figura com 124 círculos, uma vez que o número de círculos de todas as figuras tem de ser um múltiplo de cinco, okay? Okay, agora o que é que eu vos vou pedir, vão abrir o vosso manual na página 15 e vamos resolver o exercício 1, okay? Então vamos lá...Vou vos dar cinco minutos para a 1.1 que não é muito difícil, esta até podemos fazer muito rapidamente. Qual é o primeiro termo da sequência numérica? Então qual é que é o primeiro termo desta sequência?

Alguns alunos – Oito.

PE – Oito, então vá resposta: O primeiro termo da sequência numérica é oito. Tem de escrever resposta completa... Então vamos lá, pergunta 1.2, para passar de um termo para o seguinte quantos cubos é necessário acrescentar? Aluno R, consegues me dizer? Quantos cubos é necessário acrescentar para passar de uma figura para a outra?

Aluno R – Oito

PE – Oito cubos. É necessário acrescentar oito cubos. Ora nós vimos aqui temos oito, aqui temos dezasseis. Oito mais oito dezasseis, dezasseis mais oito vinte e quatro, etc. Podemos então avançar para a 1.3? Então a 1.3 diz-nos: dos seguintes números, qual é termo da sequência? Justifica a tua resposta. Então qual destes números é que é um termo da sequência? Estejam lá com atenção. Qual destes termos, qual destes números é um termo da sequência? Aluno R?

Aluno R – A D

PE – A D porquê?

Aluno R – Porque 32 mais oito é 40, mais oito é 48, mais oito é 56.

PE – Havia uma forma mais fácil de explicar isto. Está certo atenção, mas havia uma forma mais fácil de explicar.

Aluno B – 8×7 .

PE – Mas porque é que fizeste 8×7 ?

Aluno B – Porque sabia que 8×7 dava 56.

PE – Mas o que é que isso tem a ver com esta sequência?

Aluno B – Então, era só ir acrescentando.

PE – Aluno L?

Aluno L – É a D, 56 porque 56 é múltiplo de oito.

PE – O que é que nós conseguimos ver aqui através da nossa sequência numérica? Os números são todos múltiplos de oito, então aqui era só encontrar o número que era múltiplo de oito, okay? Que era o 56. Então resposta certa é 56, porque todos os números da sequência são múltiplos de oito. Então vamos lá. Qual das seguintes expressões pode ser o termo geral da sequência. Aluno T, já fizeste esta? A 1.4, quem é que me consegue dizer qual é que é o termo geral desta sequência? Aluno H?

Aluno H – Oito mais n.

PE – Oito mais n. Será que é oito mais n?

Alguns alunos – Não.

PE – Ora vamos lá pensar. O n vamos substituir pelo número da figura certo? Então a figura 1, oito mais um dá nove. Está errado porque o termo da figura é oito. Aluno B?

Aluno B – $8xn$.

PE – Porquê $8xn$?

Aluno B – Porque oito é o primeiro termo.

PE – Então fazíamos 8 vezes... íamos substituir o n porque número? Para descobrir o primeiro termo?

Aluno B – Um.

PE – Um. E dava?

Aluno B – Oito.

PE – Vamos fazer a mesma coisa para o segundo termo. Oito vezes...

Aluno B – Oito vezes dois que dá dezasseis.

PE – Okay, então o termo geral da nossa sequência é $8xn$. Okay? Antes de acabar a aula vamos marcar o trabalho de casa que é página 15 exercício 2 okay?

PC – É o dois e o três.

APÊNDICE III – 3.ª SESSÃO

III.1 Planificação da sessão

Tema	Álgebra
Tópicos e Subtópicos	Regularidades em sequências: — Sequências de crescimento.
Objetivos de aprendizagem	— Justificar conjecturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo).
Áreas de competência do Perfil dos alunos	A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.
Recursos	Tarefa de exploração Apresentação PowerPoint
Estratégias	Trabalho a pares. Discussão em grande grupo.

Avaliação	Nesta aula, a avaliação será realizada através da observação direta da participação dos/das alunos/as.
Sumário	Correção e discussão da tarefa de exploração realizada na aula anterior.

III.2 Descrição da sessão

A aula será iniciada com uma pequena revisão dos conteúdos trabalhados na aula anterior, e com o registo do seu respetivo sumário.

De seguida, a professora estagiária irá distribuir pela turma uma ficha de trabalho, em que a turma terá cerca de 5 minutos para resolver cada um dos exercícios e após o tempo dado, o exercício será corrigido no quadro.

III.3 Ficha de trabalho

A Joana e a sua família decidiram ir jantar a um restaurante para celebrar o seu aniversário.

Enquanto esperava pela sua mesa, a Joana esteve a observar as mesas que já estavam ocupadas e reparou que à volta de uma mesa podem sentar-se 6 pessoas, se juntarem duas mesas podem sentar-se 10 pessoas e se juntarem 3 mesas podem sentar-se 14 pessoas.

Observa a imagem a seguir que representa o que a Joana observou no restaurante.



1. Se juntarmos quatro mesas, quantas pessoas podem sentar-se?
2. Completa a tabela a seguir que representa o número de pessoas sentadas, em relação ao número de mesas juntas.

Número de mesas	1	2	3	4	5
Número de pessoas sentadas					

3. Indica a lei de formação da sequência.
4. Escreve o termo geral desta sequência.
5. Determina número de pessoas que se podem sentar se juntarmos 34 mesas.
6. É possível um conjunto de mesas, com todos os lugares ocupados, sentar 65 pessoas?

III.4 Transcrição da sessão

...

PE – Se no vosso teste vos aparecer: escrevam a sequência com esta lei de formação (O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se somando cinco unidades ao termo anterior). Aluno D consegues? Tens uma pergunta no teste que diz assim: escreve a sequência com a seguinte lei de formação.

Aluno T – Como assim?

PE – Esta lei de formação. Escrever uma sequência.

Aluno T – Parecida?

PE – Parecida não, segundo esta lei de formação. Aluno D, consegues me dizer qual é que era a sequência com esta lei de formação?

Aluno D – É cinco?

PE – Sim, o primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se somando cinco unidades ao termo anterior.

Aluno D – Dez, quinze, vinte.

PE – Então qual é o primeiro termo?

Aluno D – Cinco.

PE – Cinco. E a seguir?

Aluno D – Dez.

PE – Dez.

Aluno D – Quinze.

PE – Quinze.

Aluno D – Vinte.

PE – Vinte e por aí fora. E a seguir pedia-vos assim: qual é o termo geral desta sequência? Qual é que é o termo geral?

Aluno M – $5x_n$.

PE – $5x_n$ exatamente. Okay. Copiem para o caderno.

...

PE – Eu vou vos distribuir agora uma ficha para vocês irem fazendo... Fechem o caderno para não copiarem.

...

PE – Vamos corrigir então. Posso começar? Já conversaram tudo? Posso? Pronto então vamos lá ver o que é que vocês tonhas de fazer. Então a nossa tarefa dizia assim: A Joana e a sua família decidiram ir jantar a um restaurante para celebrar o seu aniversário. Enquanto esperava pela sua mesa, a Joana esteve a observar as mesas que já estavam ocupadas e reparou que à volta de uma mesa podem sentar-se 6 pessoas, se juntarem duas mesas podem sentar-se 10 pessoas e se juntarem três mesas podem sentar-se 14 pessoas. Observa a imagem a seguir que representa o que a Joana observou no restaurante. Okay?

Aluno T – Professora? Também se podiam sentar 4 e tirarmos os dois da ponta.

PE – Mas aqui sentam-se seis. Então se juntarmos quatro mesas quantas pessoas podem sentar?

Aluno M – Eu fiz 6×4 menos 6.

PE – 6×4 menos 6.

Aluno M – 6×4 dá 24, e 24 menos seis dá 18.

PE – E porque é que fizeste assim?

Aluno M – Uma mesa sentava seis pessoas, quatro mesas separadas sentavam seis pessoas cada uma e se juntarmos as mesas temos de tirar as pessoas das pontas.

PE – Okay, certo! Está certo, sim. É uma opção, muito bem. Quem fez diferente? Aluno B como é que fizeste?

Aluno B – Eu escrevi seis mais quatro mais quatro mais quatro, dez mais quatro dá catorze depois mais quatro dá dezoito.

PE – Então tu fizeste seis mais quatro que dá dez...

Aluno B – Mais quatro que dá catorze, mais quatro que dá dezoito.

PE – Okay, também era uma opção, exatamente. Mais alguém fez diferente?

Aluno T – Sim.

Aluno R – Professora nós desenhámos.

PE – Sim eu sei, alguns de vocês desenharam. Pronto para além do desenho, mais alguém fez diferente? Então vamos lá ver, muitos de vocês optaram por fazer, talvez da forma que era mais fácil, que era desenhar as mesas e puseram as pessoas. Então sentavam quantas pessoas?

Todos – Dezoito.

...

PE – Ora podemos avançar ou nem por isso? ... Podemos continuar? ... Vamos preencher só a tabela em conjunto. Então vamos lá qual é que era o primeiro termo da sequência?

Todos – Seis.

PE – Segundo termo?

Todos – Dez.

PE – Eu ouvi um catorze. O segundo termo é catorze.

Alguns alunos – Não! É dez.

PE – Dez. Terceiro termo?

Todos – Catorze, dezoito, vinte e dois.

PE – Ora então vamos lá tentar perceber o que é que acontece de um número para o outro?

Aluno R – Adicionamos quatro

PE – Adicionamos quatro unidades exatamente. Então Aluno B, anda me escrever a lei de formação desta sequência. Lei de formação da sequência.

(Adicionamos quatro unidades)

PE – Então é assim que nós escrevemos uma lei de formação? Foi assim que nós estivemos a escrever na correção do trabalho de casa e etc?

...

PC – O que é que tu passaste no trabalho de casa? Pensa lá. Aquelas sequências várias o que é que tu contas para esta lei de formação? Não era isso que estava no quadro. É adicionarmos quatro a quê? Vou adicionar quatro unidades a quê? Ao que é que eu vou adicionar quatro unidades? Pensa lá.

Aluno B – Ao primeiro termo.

PC – Eu sei qual é o primeiro termo?

PE – Tu aí não dizes qual é o primeiro termo.

PC – Sei ou não?

Aluno B – Sim.

PC – Aí não sabes não, se não escreveres na lei de formação eu não sei como é que vou começar. Não tenho a tabela e tu pões aí adicionamos quatro unidades. Então escreve aí vinte, vinte e quatro, está certo? É essa a sequência?

Aluno B – Não.

PC – Então, mas é o que tu tens aí, adicionamos quatro unidades, eu estou a adicionar quatro unidades. Então o que é que eu tenho que saber? Vou adicionar quatro unidades a quê?

Aluno B – Ao primeiro termo.

PC – E qual é o primeiro termo?

Aluno B – Seis.

PC – Então vamos lá escrever, o primeiro termo é seis. Se eu não indicar o primeiro termo não sei. Então e agora como é que eu obtenho cada um dos termos seguintes? O que é que eu faço?

Aluno B – Adicionamos quatro unidades.

PC – Ah! Então cada um dos termos, como é que eu faço?

Aluno T – Adicionamos quatro unidades.

PC – Então para obtermos cada um dos termos temos de adicionar quatro unidades. Então como é que eu vou escrever isso? Vamos lá. Então cada um dos termos seguintes como é que tu obténs?

Aluno B – Adicionando quatro unidades.

PC – Então é isso, escreve. E a cada um dos termos seguintes... Pode não ser propriamente isto, mas vocês têm de dizer que há um primeiro termo e daí obténs os seguintes adicionando, neste caso quatro unidades. Percebido?

PE – Corrijam na vossa ficha se não tiverem bem.

...

PE – Então vá lá. A seguir pede-nos para escrever o termo desta sequência. Isto foi onde vocês tiveram mais dificuldade. Aluno G queres me ajudar? No termo geral da sequência? O que é que tu escreveste?

Aluno G – Quatro vezes n mais dois

PE – Ora o aluno G deu nos este termo geral, vocês concordam?

Alguns alunos – Sim.

PE – Então vamos tentar perceber porque é que este é o termo geral e não é como muitos de vocês estavam a pôr só $4x_n$ ou $6x_n$. Vamos reparar aqui numa coisa, se nós excluirmos as pessoas que estão nas bordas, nós temos quatro, oito, doze, dezasseis, vinte... por aí fora, e a esse número basta-nos adicionar as pessoas que estão nas bordas. As pessoas que estão nas bordas são as que mantêm sempre o mesmo, dois aqui, dois aqui, dois aqui, dois no próximo, etc, etc. então o termo geral que nós aqui podemos utilizar é $4x_n$, que são as pessoas que estão sentadas nos lados da mesa, mais o número de pessoas que estão sentadas nas bordas, que são dois, certo? Então vá lá. Então pegando aqui neste termo geral, vamos determinar o número de pessoas que estavam na mesa 34, certo? Aluno Y, podes vir aqui fazer este, se faz favor? Sim?

...

PE – O termo geral é $4x_n+2$, então aqui tu vais ter que fazer 4 vezes o número de mesas, que são 34, mais dois. Certo? Concordam aqui com o Aluno Y?

Aluno R – Não.

PE – Quem é que disse que não? Porquê?

Aluno R – A Professora Estagiária C disse que era $4x_{34}+2$.

PE – E não foi isso que ele fez? $4x_{34}+2$?

PEC – Porque ele tinha $4x_{34}$ igual a $136+2$.

PE – Ah! Não, tens de copiar a expressão toda, não podes cortar partes a meio.

PC – $4x_{34}$ é igual a $4x_{34}+2$? Ora pensa.

PE – O Aluno Y saltou aqui um passo, mas também não faz muita diferença. Ora posso ter só um bocadito da vossa atenção por favor? ... Se eu vos pedir o número de pessoas que se podem sentar se juntarmos 27 mesas. Eu agora estou a pedir se juntarem 27 mesas... Então é a mesma coisa só que com 27 mesas. Aluno M, anda fazer.

...

PE – Ajudem ali o Aluno M. Quanto é quatro vezes vinte e sete... 108. Okay obrigado Aluno M, podes sentar. Então a última pergunta para terminarmos. Ora quem tinha errado copiou aqui isto, certo? Passem o das 27 mesas aí ao lado se faz favor.

PC – Se fossem 100 mesas como é que era?

Aluno N – Eram 100×4 que dá 400 mais 2, 402.

PC – E se fossem 200 mesas?

Aluno D – 802.

PE – Podem então avançar para a última pergunta? Pode ser? Então é possível um conjunto de mesas, com todos os lugares ocupados sentar 65 pessoas?

Alguns alunos – Não.

PE – Aluno C porque não?

Aluno C – Porque 65 não é múltiplo de dez.

PE – Não é múltiplo de dez? E todos os números são múltiplos de dez?

Aluno C – Não.

PE – O número de pessoas que se senta nas mesas é sempre múltiplo de dez?

Aluno C – Não.

PE – Então a tua justificação não é correta. Aluno F diz lá.

Aluno F – Não porque 65 não é múltiplo de 2.

PE – Okay, essa resposta se calhar já está mais correta. Não podem sentar 65 pessoas porquê? Porque o número de pessoas que está é sempre número par e é sempre múltiplo de dois. O 65 nem é número par, nem é múltiplo de dois, por isso nunca podemos sentar 65 pessoas. Okay?

APÊNDICE IV – 4.ª SESSÃO

IV.1 Planificação da sessão

Tema	Geometria e medida. Álgebra
Tópicos e Subtópicos	Regularidades e sequências: — Sequências de crescimento; — Leis de formação;
Objetivos de aprendizagem	— Justificar conjecturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo). — Identificar e descrever em linguagem natural, pictórica e simbólica, uma possível lei de formação para uma sequência de crescimento dada, transitando de forma fluente entre diferentes representações. — Criar, completar e continuar sequências numéricas dadas de acordo com uma lei de formação e verificar se um dado número é elemento de uma sequência, justificando. Resolver problemas que envolvam regularidades e comparar criticamente diferentes estratégias da resolução.
Áreas de competência do Perfil dos alunos	A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Recursos	Ficha de trabalho.
Estratégias	Trabalho de grupo
Avaliação	Nesta aula, a avaliação será realizada através da observação direta da participação dos/das alunos/as.
Sumário	Resolução de uma ficha de trabalho de revisão de conteúdos.

IV.2 Descrição da sessão

A aula de dia 6 de junho de 2024, lecionada pela professora estagiária Mariana Oliveira, será iniciada com a escrita do sumário da aula anterior e abertura das lições do dia.

Posto isto será pedido à turma que se organize em grupos de 3 elementos e será distribuído a cada um dos grupos o enunciado de um problema. Será feita uma leitura por alto do enunciado e analisado o esquema apresentado através da projeção do mesmo. Cada grupo irá ter 5 minutos para resolver a primeira questão dada. Nesta primeira questão não é esperado que a turma apresente grandes dificuldades, uma vez que apenas consiste no cálculo do perímetro de um retângulo. Durante este momento, a professora estagiária irá circular pela sala de modo a perceber de que forma cada um dos grupos está a resolver o problema e de forma a selecionar os grupos que deverão apresentar a sua resolução.

Após os 5 minutos, os grupos selecionados deverão dirigir-se ao quadro para apresentarem e explicarem a sua resolução a toda a turma, de seguida, será aberto um momento de discussão, onde os restantes grupos deverão comentar a resolução do grupo selecionado e dar as suas sugestões de resolução. Quando todos os grupos forem ouvidos, será pedido ao grupo que conseguiu realizar a tarefa de forma mais correta para apresentar a sua resolução para que os restantes grupos possam copiar.

De seguida, será distribuído o próximo exercício, onde cada grupo terá 10 minutos para resolver, uma vez que este apresenta maior dificuldade. Aqui é esperado que a turma demonstre dificuldades em identificar que é necessário calcular a área e para além disso que tenha dificuldades em identificar a fórmula de cálculo da área de um retângulo. Também é esperado que a turma, por falta de atenção, não perceba que os triângulos apresentados são apenas coberturas e dessa forma a pista de atletismo continua por baixo dos triângulos. De forma a combater esta falta de atenção, a professora estagiária irá chamar atenção para a nota apresentada por baixo do esquema.

Terminados os 10 minutos, o procedimento será o mesmo da questão anterior, será chamado um grupo ao quadro para apresentar o seu pensamento e forma de resolução e os restantes grupos, no momento destinado, deverão comentar a resolução.

Na questão 3, distribuída de seguida, cada grupo irá dispor de 10 minutos para a resolução, e nesta é esperado que a alguns elementos da turma sintam dificuldade em perceber que devem recorrer aos conceitos relacionados com a desigualdade triangular, permitindo que haja uma grande panóplia de resoluções. Depois dos 10 minutos iremos proceder à discussão das resoluções tal como será feito nas duas questões anteriores.

Seguindo para a questão 4, cada grupo terá 10 minutos para a resolução e é esperado que a turma sinta dificuldades na identificação da fórmula de cálculo da área de um triângulo, para além da não perceção da necessidade de cálculo da área dos quatro triângulos. Ao fim dos 10 minutos iremos proceder da mesma forma que nas três questões anteriores.

De seguida será distribuída a questão 5, que conta com 3 alíneas, no total, a turma terá 15 minutos para a resolução das 3 alíneas, 5 para cada uma. Apenas é esperado que a turma apresente dificuldades na alínea c, uma vez que nesta alínea existem duas respostas possíveis, podem optar por identificar o termo geral para o número de cadeiras azuis e amarelas, ou pela lei de formação tanto para o número de cadeiras azuis como para amarela. Novamente, no final de cada uma das resoluções, será pedido a um grupo que apresente a sua resolução e que esta seja discutida por toda a turma.

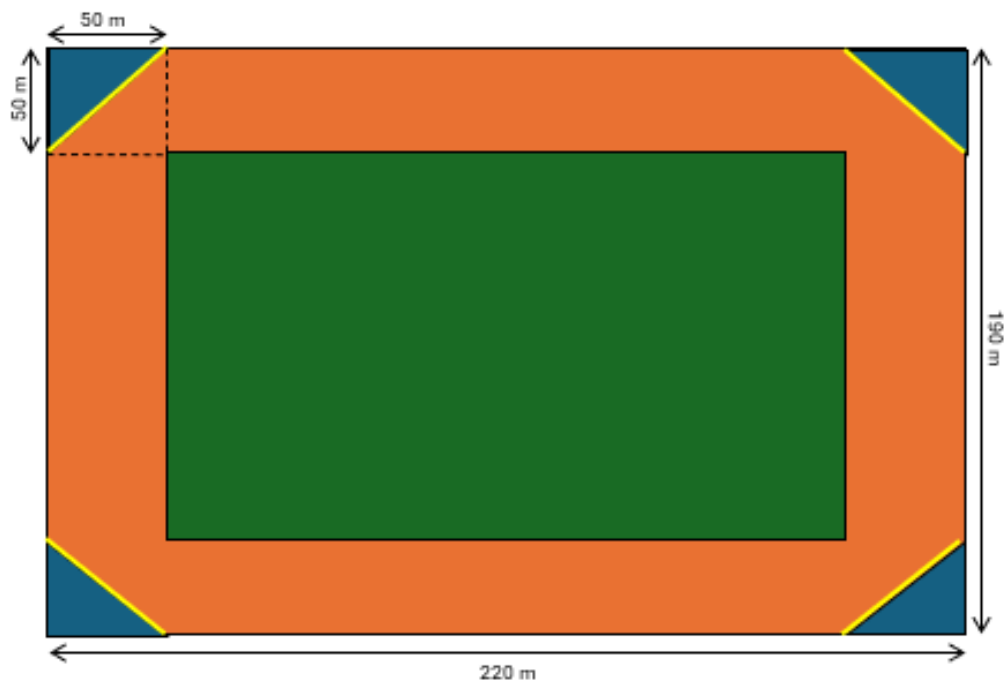
No final, caso seja possível será realizado o exercício 6, onde apenas devem desenhar uma nova sequência, não é esperado que a turma demonstre dificuldades significativas.

IV.3 Ficha de trabalho



Engenheiros por 1 dia...

Em 2025 vai ser construído o novo estádio municipal de Vila Nova de Famalicão. Hoje mesmo, o presidente da Câmara, Mário Passos, apresentou a proposta à direção do clube e da SAD do Futebol Clube de Famalicão, referindo que o terreno já foi adquirido. Para fazer parte do projeto, a direção do clube convidou a turma do 5.ºG.



Nota: Na figura, a parte verde representa o relvado, a parte laranja a pista de atletismo e a parte azul corresponde a uma zona coberta.

1. A construtora propôs que começassem por colocar uma vedação na zona do relvado. Quantos metros de vedação terão de ser adquiridos? Apresenta todos os cálculos necessários.
2. O material para pavimentar a pista de atletismo tem de ser encomendado com muito antecedência. Qual a quantidade necessária? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. Os 4 cantos são espaços cobertos, para proteção dos treinadores e suplentes. Um dos elementos da equipa construtora sugeriu que a barra amarela tivesse um comprimento de 45m. Concordas com essa sugestão? Justifica a tua resposta.

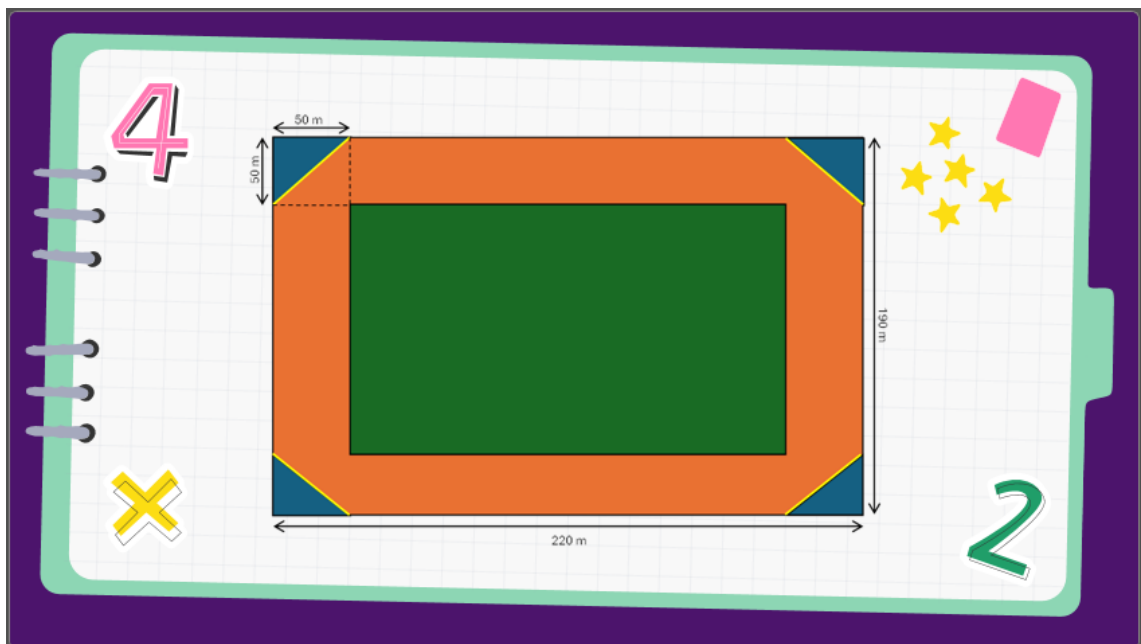
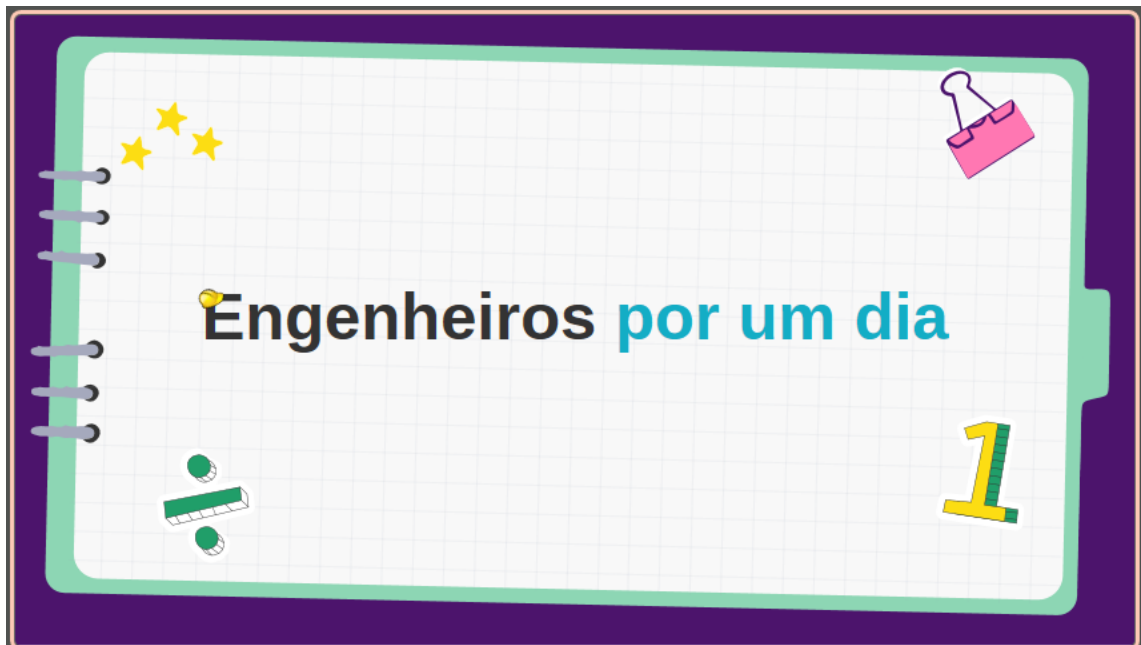
4. O arquiteto sugere que a cobertura dos cantos seja feita em material sintético sustentável. Que quantidade de material é necessário adquirir para construir a cobertura? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Para a organização das cadeiras da bancada, foi sugerida a seguinte distribuição das cadeiras, para as diferentes zonas.



- a. Quantas cadeiras azuis prevês que existam na quinta zona?
 - b. E amarelas?
 - c. Explica como pensaste para determinar o número de cadeiras azuis e amarelas que existem na quinta zona.
 - d.
6. O Presidente do Clube não aprovou a proposta de design das bancadas. Imagina que foste convidado para integrar a nova equipa responsável pelo design da bancada. Apresenta uma proposta. Utiliza as quadriculas abaixo.

IV.4 PowerPoint de apresentação das tarefas





5:00

Pergunta 1

5

A construtora propôs que começassem por colocar uma vedação na zona do relvado. Quantos metros de vedação terão de ser adquiridos? Apresenta todos os cálculos necessários.





10:00

Pergunta 2

3





O material para pavimentar a pista de atletismo tem de ser encomendado com muito antecedência. Qual a quantidade necessária? Apresenta todos os cálculos que efetuares.



5:00

Pergunta 3




Os 4 cantos são espaços cobertos, para proteção dos treinadores e suplentes. Um dos elementos da equipa construtora sugeriu que a barra amarela tivesse um comprimento de 45m. Concordas com essa sugestão? Justifica a tua resposta.



10:00

Pergunta 4

O arquiteto sugere que a cobertura dos cantos seja feita em material sintético sustentável. Que quantidade de material é necessário adquirir para construir a cobertura? Apresenta todos os cálculos que efetuares.



Pergunta 5

Zona 1 Zona 2 Zona 3

5:00

Pergunta 5 a


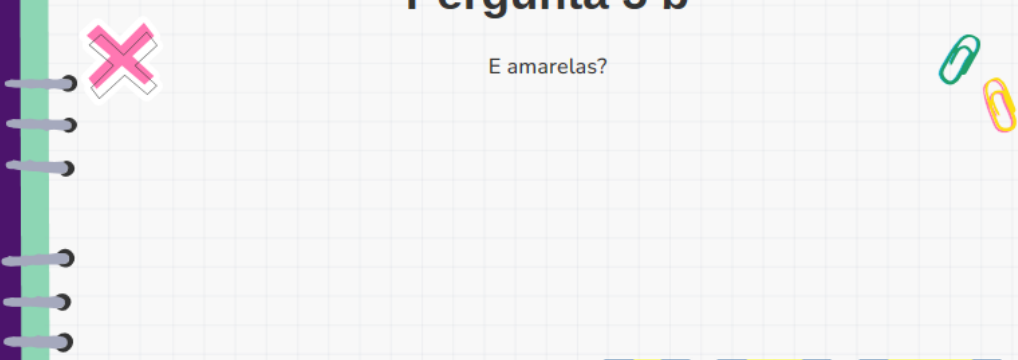
Quantas cadeiras azuis prevês que existam na quinta zona?

Zona 1 Zona 2 Zona 3

5:00

Pergunta 5 b

E amarelas?


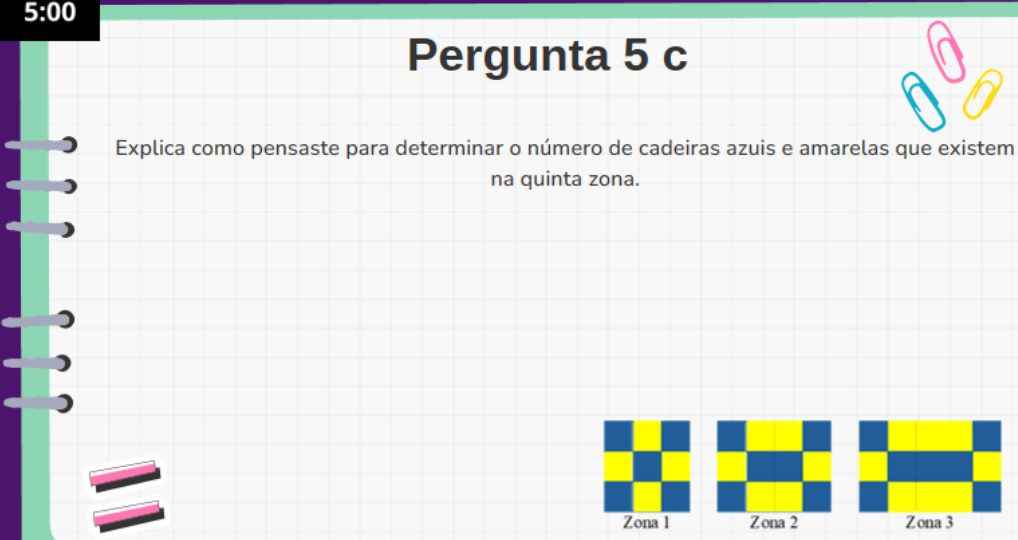


Zona 1 Zona 2 Zona 3

5:00

Pergunta 5 c

Explica como pensaste para determinar o número de cadeiras azuis e amarelas que existem na quinta zona.



Zona 1 Zona 2 Zona 3

IV.5 Transcrição da sessão

...

PE – Olhem acabou o vosso tempo ... Posso? Quantas cadeiras azuis prevês que existem na quinta zona? O vosso grupo quantas cadeiras azuis?

Aluno R – Nove.

PE – Nove? O vosso grupo?

Aluno M – Nove.

Aluno B – Nove.

PE – O vosso grupo, quantas cadeiras azuis?

Aluno I – Nove.

Aluno T – Nove.

PE – Então toda a gente pôs nove?

Todos – Sim.

PE – Então o que é que vocês fizeram basicamente?

Aluno B – Eu desenhei.

PE – Desenharam. Quem é que não desenhou? O que é que vocês fizeram?

Aluno C – Nós, fizemos sempre mais um.

PE – O outro grupo como é que vocês fizeram?

Aluno I - O número do meio vai ser sempre o número da figura, então como é a figura cinco nós vamos fazer cinco mais as outras quatro zonas.

PE – Vocês como é que fizeram?

Aluno Y – No meio só adicionamos cinco.

PE – No meio só adicionaram cinco. Okay, então nove cadeiras azuis, certo? Então e cadeiras amarelas quantas são? Quantas cadeiras amarelas?

Aluno F – Doze.

PE - Quantas cadeiras amarelas?

Aluno S – Doze

PE - Quantas?

Aluno R – Doze.

Aluno L – Doze.

PE - Quantas cadeiras amarelas?

Aluno H – Doze.

PE – Quem é que desenhou? Quem é que não desenhou? O que é vocês fizeram?

Aluno M – Adicionamos sempre duas.

PE – Adicionaram sempre duas. Como é que vocês descobriram o número de cadeiras amarelas? Rápido, não temos o dia todo. Como é que vocês descobriram as cadeiras amarelas?

Aluno I – Estas duas de cima e de baixo estão sempre a variar com o número da figura...

PE – Tentem ouvir aqui o Aluno I se faz favor.

Aluno I – Então, são duas vezes as de cima, depois tenho de fazer na zona um, $1 \times 2 + 4$.

PE – Mais quatro?

Aluno I – Ai não mais duas. Então a da figura cinco vai ser $5 \times 2 + 2$ o que é igual a doze.

...

PE – Então vocês foi como afinal?

Aluno Y – Adicionamos duas cadeiras amarelas a cada uma.

PE – Então vamos para pergunta 5c, que vocês já explicaram aqui mais ou menos. Houve quem tivesse desenhado.

Aluno B – Desta vez eu não desenhei.

PE – Esta também não era para desenhar. Aqui dizia para vocês explicarem como é que fizeram.

Aluno R – A resposta é 21.

PE – A resposta é 21 para quê?

Aluno R – Para a última.

PE – Não pede nenhum número. Aqui pede para explicar como é que chegaram ao número de cadeiras. Houve quem tivesse desenhado, mas eu, por exemplo, quero que ali o grupo do Aluno L explique novamente como é que fizeram tanto para as cadeiras azuis como para as amarelas.

Aluno I – Nas azuis, como é a zona ... aqui as do meio vão sempre variando consoante o número da figura, então temos de fazer um, que é o número das do meio, mais quatro das da ponta.

PE – Certo. Então o que é que vocês fizeram basicamente?

Aluno I – Nós fizemos as cadeiras do meio...

PE – Que nome é que nós damos ao que vocês fizeram? Tem um nome específico. Vocês escreveram uma expressão, que dá para chegar ao número de cadeiras.

Aluno I – O termo geral.

PE – Então o que é que elas fizeram? Elas descobriram qual é que era o termo geral, tanto para as cadeiras azuis, como para as cadeiras amarelas. Então vamos lá ver, o termo geral, nas cadeiras azuis. Qual é o termo geral nas cadeiras azuis?

Aluno L – É $n+4$.

PE – $n+4$ exatamente. E para as cadeiras amarelas?

Aluno I – Então é $2n+2$.

PE – $2n+2$ exatamente.

APÊNDICE V – 5.ª SESSÃO**V.1 Planificação da sessão**

Tema	Álgebra
Tópicos e Subtópicos	Regularidades e sequências: <ul style="list-style-type: none"> — Sequências de crescimento; — Leis de formação;
Objetivos de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> — Justificar conjecturas que envolvam relações entre o termo de uma sequência de crescimento, em particular geométrica, e a sua ordem (pensamento funcional) sem necessidade de recorrer ao termo anterior (pensamento recursivo). — Identificar e descrever em linguagem natural, pictórica e simbólica, uma possível lei de formação para uma sequência de crescimento dada, transitando de forma fluente entre diferentes representações. — Criar, completar e continuar sequências numéricas dadas de acordo com uma lei de formação e verificar se um dado número é elemento de uma sequência, justificando. Resolver problemas que envolvam regularidades e comparar criticamente diferentes estratégias da resolução.
Áreas de competência do Perfil dos alunos	<p>A – Linguagens e textos;</p> <p>B – Informação e comunicação;</p> <p>C – Raciocínio e resolução de problemas;</p> <p>D – Pensamento crítico e pensamento criativo;</p> <p>E – Relacionamento interpessoal;</p>

	F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.
Recursos	Ficha de trabalho.
Estratégias	Trabalho de grupo
Avaliação	Nesta aula, a avaliação será realizada através da observação direta da participação dos/das alunos/as.
Sumário	Exploração das resoluções da tarefa realizada na sessão anterior.

V.2 Descrição da sessão

A aula de dia 11 de junho de 2024, lecionada pela Professora Estagiária Mariana Oliveira, será iniciada com a escrita do sumária e a abertura das lições do dia.

Posto isto será pedido à turma que se organizem novamente nos grupos formados na aula anterior e será distribuído novamente a tarefa realizada. A professora estagiária irá começar por questionar a turma sobre a questão 5, a última questão trabalhada na aula anterior, perguntando-lhes se se recordam do número de cadeiras amarelas e azuis e se se lembram do que foi falado na questão 5c.

Após ouvir todos os grupos, irá sugerir a lei de formação, como uma opção de resposta para a questão 5c. De seguida, irá sugerir que à turma utilize o termo geral como uma opção de resposta, também para a pergunta 5c. Nestes momentos de discussão, todos os grupos serão ouvidos, e será pedida a sua opinião sobre as respostas dos colegas.

Para terminar, será distribuída uma última questão, que não foi possível, realizar na aula anterior, em que a turma tem de apresentar uma nova proposta de design da bancada, através de um desenho. Para construção do novo design os grupos terão de ter em conta que este terá de ser sob a forma de sequência de crescimento. Será ainda pedido aos grupos que escrevam, no final, de que forma pensaram para obterem a sequência que construíram.

V.3 Transcrição da sessão

PE – Nós na semana passada ficamos na questão da bancada certo? Estávamos a ver o número de cadeiras amarelas e o número de cadeiras azuis da bancada da zona 5 lembram-se? ... Então se vocês forem para a pergunta 5, podem ir para a pergunta 5 se faz favor? Então nós estivemos a ver qual era o número de cadeiras amarelas das bancadas da zona 5, qual era o número de cadeiras amarelas da zona 5?

Aluno R – Nove.

PE – Eram nove?

...

PE – Vou voltar a perguntar e espero que desta vez me respondam. Qual é que era o número de cadeiras amarelas da zona 5?

Aluno B – Doze.

Restantes alunos – Nove.

PE – Eram nove ou doze?

Aluno B – Doze.

PE – Eram doze cadeiras amarelas, exatamente. E quantas eram as cadeiras azuis?

Aluno J – Nove.

PE – Nove ... Podemos então? ... Então nós na última aula estávamos a ver a alínea c, certo? Então o que é que nós tínhamos dito mais ou menos? Que o número de cadeiras amarelas, como é que nós determinávamos o número de cadeiras amarelas? Lembram-se? Ninguém se lembra?

Aluno A – Acrescentar sempre uma.

PE – Nas cadeiras amarelas é acrescentar sempre uma? De certeza? Ora vamos lá ver como é que nós determinávamos o número de cadeiras? Aluno S?

Aluno S – É sempre mais dois que a figura anterior.

PE – É sempre mais dois do que a figura anterior. Então isso dá-nos uma regra que nós aprendemos mais para trás. Que nome é que nós damos a essa regra?

Aluno S – A lei de formação.

PE – Então qual é que será a lei de formação do número de cadeiras amarelas? Pensem todos um bocadinho ... Ora então podemos ver qual é então? ... Ora então ali o grupo do Aluno R, qual é que é a lei de formação?

Aluno R – $n+2$ ou $2+n$.

PE – Desculpa. Aluno S, tu disseste lei de formação?

Aluno S – Sim.

PE – Nós estamos aqui a falar de lei de formação, tu deste-me $n+2$, isso é o quê?

Aluno - Lei de formação é adicionar mais dois ao termo anterior.

PE – Então como é que eu chego ao primeiro termo? É sempre adicionar mais dois, mas como é que eu sei qual é o primeiro termo. Adiciono mais dois ao quê? Como é que eu sei a que é que eu vou adicionar dois? Então eu posso dizer se eu vou adicionar dois, o primeiro termo vai ser dois, é isso? Eu adicionei mais dois eu não tinha nada é dois, portanto. Então como é que nós dizemos a lei de formação de uma sequência? ...

Aluno I – O primeiro termo é quatro e obtemos cada um dos termos seguintes adicionando ao termo anterior duas unidades.

PE – Então e para as cadeiras azuis? O grupo aqui da frente. Como é que é a lei de formação para o número de cadeiras azuis?

Aluno B – É adicionar mais um.

PE – É lei de formação...

Aluno B – É acrescentar ao primeiro termo um.

PE – Então o primeiro termo é um? Porque eu não tinha nada e acrescentei um. É isso?

Aluno B – Não.

PE – Já tenho ali uma lei de formação escrita, é só pegar nela e alterar os valores. Grupo aqui da frente.

Aluno T – O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se com uma unidade.

PE – O primeiro termo é cinco e cada um dos termos seguintes obtém-se com uma unidade?

Aluno T – Adiciona-se...

PE – Ah! Então o primeiro termo é cinco ... Não se esqueças de copiar para a vossa folha sem apagar o que fizeram. Adicionamos quanto?

...

PE – Podemos continuar? Podemos? Então nós na última aula também falamos aqui um bocadito do termo geral, lembram-se? Posso? Falamos do termo geral, vocês recordam-se? Sim ou não?

Aluno R – Sim.

PE – Qual é que era o termo geral para o número de cadeiras amarelas? Lembram-se? Aluno I? Vocês devem ter copiado para a vossa folha. Qual é que era o termo geral? Os outros grupos ajudem aqui, qual é que era o termo geral, para descobrirmos o número de cadeiras amarelas de todas as figuras.

Aluno R – $n+2$.

PE – $n+2$. Será que é $n+2$? Ora vamos experimentar para a zona um. Como é que nós descobrimos o número de cadeiras amarelas da zona 1? Vamos substituir o n por?

Aluno O – $2n+2$?

PE – Será? Vamos primeiro testar esta que o Aluno R disse, será que pode ser para as cadeiras amarelas? Se eu quiser saber o número de cadeiras da zona um, o que é eu vou fazer? Substituir o n por?

Aluno F – Um.

Aluno H – Quatro.

PE – Quatro? Substituir o n por um, isto dava três. Nós temos três cadeiras amarelas na zona um?

Aluno B – Não.

PE – Então será que este pode ser o nosso termo geral? Não!

Aluno B – O n é dois e adicionamos mais dois que dá quatro.

PE – Mas isso seria para a segunda figura. Se substituirmos o n por dois seria para a zona dois. Então qual é que é o termos geral? Aqui a frente, Aluno T ... Aluno I.

Aluno I – $2n+2$

PE – $2n+2$, será que é? Vamos testar? Então se eu quiser saber o número de cadeiras da zona um o que é que eu tenho de fazer?

Aluno J – Substituir o n por...

PE – Dois vezes ... um mais dois que dá...

Todos – Quatro.

PE – Nós temos quatro cadeiras na zona um?

Todos – Sim.

PE – Okay, então as cadeiras azuis, qual é que era o termo geral? Nós falamos disto na última aula. Vocês até deveria ter copiado para a vossa ficha. Qual é que é o termo geral? Para as cadeiras azuis.

Aluno G – O primeiro termo é ...

PE – Termo geral, não é lei de formação. Aluno M.

Aluno M – $4n+1$.

PE – $4n+1$, será? Vamos experimentar? Então na primeira figura quatro vezes um mais um dá cinco. Vamos experimentar para a segunda quatro vezes dois mais um. Quatro vezes

dois dá oito mais um dá nove. Temos nove cadeiras? Azuis? Na segunda figura temos nove cadeiras azuis? Então? Aluno S.

Aluno S – $n+4$.

PE – $n+4$, será? Vamos experimentar para a primeira um mais quatro dá cinco, para a segunda dois mais quatro dá seis, temos seis cadeiras? Vamos experimentar para a terceira também. Três mais quatro dá...

Aluno T – Sete.

PE – Temos sete cadeiras?

Aluno T – Sim.

PE – Então e se agora vos pedir o termo geral do número total de cadeiras. Vocês conseguem me dizer qual é o termo geral do número total de cadeiras? Nós temos cadeiras azuis e cadeiras amarelas, mas eu quero saber o número total de cadeiras, por exemplo, da zona 5. Qual é que é o termo geral do número total de cadeiras?

PC – Vocês lembram-se quando trabalhamos as sequências, quando era uma sequência de figuras, o que é nós podíamos fazer? Transformar em sequência de números. Então experimentem, mas foquem na sequência de números e vejam como é que passam de um termo para o outro. É capaz de vos ajudar a ver qual é o termo geral. Pensem lá, na primeira figura quantas cadeira é que tem, na segunda quantas cadeira é que tem ... Vá lá.

PE – Reparem que o número total de cadeiras é o número de cadeiras amarelas mais o número de cadeiras azuis.

PC – Vá quantas cadeiras tem a primeira figura, pensem lá. Quantas são?

Todos – Nove.

PC – A segunda?

Todos – Doze.

PC – A terceira?

Todos – Quinze.

PC – Então vejam lá como é que fazem isso. Se têm nove, doze, quinze, agora vejam como é que podem transformar isso.

Aluno B – É três.

PC – Vão de três em três, não é? Pronto, então e depois? Vá lá, pensem lá como é que fazem. Tentem tudo, vejam se é $n+2$, $n+4$.

...

PE – Ora então, vocês já tiveram tempo suficiente para olharem para aqui e perceberem como é que podiam fazer, certo? Então vamos lá ver, aqui o grupo do Aluno Y, como é que vocês pensaram?

Aluno Y – Fizemos múltiplos de nove.

PE – Fizeram os múltiplos de nove? E será que isso dá? Então qual é que é o termo geral?

Aluno Y – Nove.

PE – Nove quê? Só nove?

Aluno Y – Nove vezes n .

...

PE – Isto é o termo geral? Vamos testar, para a primeira zona nove vezes um dá a nove. Temos nove cadeiras?

Aluno B – Sim.

PE – Até aqui tudo bem. Segunda zona, nove vezes dois dá?

Todos – Dezoito.

PE – Quantas cadeiras temos na segunda zona?

Todos – Doze.

PE – Então será que está pode ser o termo geral? Não. Aqui o grupo da frente. Vocês conseguiram chegar a algum resultado? Não? Aí, conseguiram chegar a algum resultado?

Aluno C – $3n$.

PE – $3n$? Então para a primeira zona, 3 vezes um.

Aluno T – Três.

PE – Dá três, já não pode ser. Então vamos ver aquele grupo lá atrás. Já sabes.

Aluno M – $3n+6$.

PE – $3n+6$? Como é que chegaste ao $3n+6$?

Aluno T – Porque se era $3n$ e três vezes um dá três, não dá, então é mais seis.

PE – Vocês aí atrás como é que chegaram ao $3n+6$?

Aluno M – Somei só os dois termos gerais.

PE – Exatamente. Havia uma forma muito mais fácil, que foi a que o Aluno M disse. Nós temos o termo geral do número de cadeiras amarelas e o termo geral do número de cadeiras azuis. O número total de cadeiras, é o número de cadeiras amarelas mais as azuis. Então o nosso termo geral para o número total é $2n+2+n+4$, certo? Vocês lembram-se como é que se resolve expressões algébricas certo? Então o que é que nós fazemos aqui para simplificar esta expressão?

Aluno T – $2xn$...

PE – Juntamos, o quê? Primeiro vamos fazer por partes, juntamos as incógnitas certo? $2n+n+2+4$, certo? E isto vai dar?

Aluno B – Vai dar $3n+6$.

PE – Perceberam mais ou menos? Acham que é preciso testar ou acham que está certo? Vamos só testar aqui rápido para as três zonas. Para a primeira zona, três vezes um mais seis dá? Três vezes um dá três, mais seis dá?

Todos – Nove.

PE – Para a segunda, três vezes dois mais seis. Três vezes dois?

Todos – Seis.

PE – Mais seis?

Todos – Doze.

PE – A seguir para a três. Três vezes três?

Todos – Nove.

PE – Mais seis?

Todos – Quinze.

PE – Está certo? Sim? Okay, então vamos avançar para a vossa próxima atividade. Podem copiar a parte do termo geral para todas as cadeiras. Ora assim muito rápido. Quando foi apresentado este projeto para as bancadas, o presidente não gostou muito, então pediu para vocês fazerem um novo design de bancadas, pode ser? Em grupo. Atenção que a proposta que vocês têm de apresentar, tem de ser uma sequência de crescimento.

...

PE – Depois tentem explicar mais ao menos aqui por baixo como é que vocês fizeram.

