



Lauriana Maria Pires
Nunes

**Resolução de problemas envolvendo
áreas e perímetros: Um estudo no
5.º ano de escolaridade**

Relatório da componente de investigação do relatório
de estágio orientado pela Prof.^a Doutora
Ana Maria Roque Boavida

Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino
Básico

Dezembro 2015

Versão Definitiva

Resumo

O presente trabalho incide num projeto de investigação desenvolvido, no ano letivo 2014/2015, no âmbito da unidade curricular Estágio no 2.º Ciclo do curso de Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico. O objetivo principal deste projeto é compreender de que modo alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro de figuras geométricas planas. Em particular, pretende-se perceber como é que interpretam os problemas, que estratégias utilizam para os resolver e que dificuldades experienciam.

No enquadramento teórico do estudo, foca-se, nomeadamente o significado de grandezas e medidas, aborda-se a aprendizagem do processo de medição e apresentam-se ideias consideradas relevantes para o ensino e a aprendizagem dos conceitos de perímetro e de área.

Do ponto de vista metodológico, o estudo insere-se numa abordagem qualitativa de investigação e enquadra-se no paradigma interpretativo. Neste âmbito, foi realizada uma intervenção pedagógica em que foram propostas tarefas envolvendo os conceitos de área e de perímetro. Visando aprofundar a compreensão sobre o modo como os alunos resolvem problemas envolvendo estes conceitos, foram realizados dois estudos de caso. Os dados empíricos foram recolhidos através da observação participante, da recolha documental e de entrevistas clínicas realizadas aos alunos caso. Estes dados foram objeto de uma análise de conteúdo orientada por categorias temáticas.

O estudo ilustra que os alunos caso compreendem, em geral, os enunciados dos problemas propostos. Em relação às estratégias de resolução, constata-se que no início da intervenção pedagógica recorriam, sobretudo, ao desenho e à contagem e que após esta intervenção a estratégia de resolução predominante foi a utilização de fórmulas de cálculo. Ao nível das dificuldades foi possível identificar que os alunos confundem, frequentemente, os conceitos de área e de perímetro. Estas dificuldades manifestam-se tanto no que se refere ao significado destes conceitos como no que diz respeito aos procedimentos de cálculo que devem usar para determinar a área e o perímetro de figuras planas, destacando-se o caso do cálculo da área de triângulos. Paralelamente, por vezes, não compreendem as imagens apresentadas no enunciado dos problemas.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Estratégias de resolução; Área; Perímetro; Dificuldades.

Abstract

This document focuses on a research project developed in the 2014/ 2015 academic year, within the course “Estágio no 2.º Ciclo” Master degree in Teaching the 1st and 2nd Cycles of Basic Education. The main objective of this project is to understand how students of the 5th grade solve problems involving the concepts of area and perimeter of plane geometric figures. In particular, we intend to understand how they understand the problems, which strategies were used to address them and what difficulties were experienced.

In the theoretical framework of the study, we focus, in particular, in the meaning of quantities and measures, approach the learning of the measurement process and present ideas which are considered themselves relevant for teaching and learning of the concepts of perimeter and area.

From a methodological standpoint, the study is framed on a qualitative research approach and on the interpretative paradigm. In this context, an educational intervention where tasks have been proposed involving the concepts of area and perimeter was held. Aiming to deepen understanding of how students solve problems involving these concepts, two case studies were conducted. Empirical data was collected through participant observation, document collection and clinical interviews. This data was subject to a thematic content analysis.

The study illustrates that case students understand, in general, the statements of the proposed problems. Regarding solving strategies, it appears that in the early educational intervention, they resorted mainly to drawing and counting and afterwards, the predominant strategy was the use of formulas calculation. According to difficulties was possible to identify that often students confuse the concepts of area and perimeter. These difficulties manifest themselves both regarding the concepts meaning and calculation procedures used to determining the area and perimeter of plane figures, highlighting the case of the triangle area calculation. In parallel, sometimes they do not understand the images presented in the statement of the problems.

Keywords: Problem solving; Solving strategies; Area; Perimeter; Difficulties.

Agradecimentos

No decorrer da realização do projeto de investigação foram muitas as pessoas que me apoiaram e me ajudaram a seguir em frente, dando-me força para continuar. A todas elas quero agradecer.

Em primeiro lugar, quero agradecer à minha orientadora Prof.^a Doutora Ana Maria Boavida pela disponibilidade, apoio, profissionalismo, dedicação e pelo incentivo dado ao longo da realização deste trabalho. Sem o seu apoio nada seria possível.

Em segundo lugar, gostaria de agradecer às minhas professoras cooperantes Prof.^a Carla e Prof.^a Ana Paula por toda a disponibilidade, ajuda e amizade. São poucas as palavras para agradecer todo o apoio dado ao longo do estágio.

Agradeço a todos os meus alunos, sem eles não seria possível a realização deste projeto.

Às minhas colegas de Licenciatura e de Mestrado, um muito obrigada pela amizade, apoio e companheirismo. Em especial, quero agradecer ao meu par de estágio Sara e à minha colega e amiga Carina, pelo apoio incondicional que sempre me deram.

Agradecer a todos os meus amigos que de uma forma ou de outra me apoiaram nesta fase.

Aos meus pais que sempre me apoiaram durante esta longa caminhada, dando-me força e ânimo para continuar em frente. Obrigada por terem acreditado em mim e por estarem sempre presentes quando mais precisei, o vosso apoio foi incondicional. Esta etapa é tão importante para mim como para vocês, um desejo tornado realidade, pois sem vocês nada disto seria possível.

Às minhas irmãs Bárbara e Beatriz, um muito obrigada por todo o apoio dado, pelo carinho e por terem sempre acreditado em mim, quando eu própria não o fiz.

Ao Gualter, por todo o amor, carinho e apoio dado ao longo deste percurso. Obrigada por teres sempre acreditado em mim e por compreenderes a minha ausência.

Por fim, agradeço a toda a minha família, avós, tios, primos por todo o apoio.

A todos os que de alguma forma contribuíram para a realização deste projeto, muito obrigada!

Índice

Capítulo 1 - Introdução	1
1.1. Motivações pessoais e pertinência do estudo	1
1.2. Questões e objetivo da investigação	5
1.3. Organização geral.....	5
Capítulo 2 - Quadro teórico de referência	7
2.1. Aprender e ensinar a medir: perspectiva geral.....	7
2.1.1. Geometria e Medida: que relações?	7
2.1.2. Grandezas e medidas: de que falamos?	8
2.1.3. Aprender a medir: como se processa?	9
2.1.4. Medida: O que dizem as orientações curriculares?	12
2.2. Área e perímetro de figuras planas na sala de aula	14
2.2.1. Os conceitos de área e de perímetro	14
2.2.2. Ensinar e aprender a medir áreas e perímetros	15
2.2.3. Dificuldades dos alunos.....	17
Capítulo 3 - Metodologia	21
3.1. Opções metodológicas	21
3.2. Intervenção pedagógica.....	25
3.2.1. Contexto	26
3.2.1.1. Escola.....	26
3.2.1.2. Turma.....	27
3.2.2. Descrição: principais aspetos	28
3.3. Recolha de dados.....	43
3.3.1. Observação participante	43
3.3.2. Entrevistas	44

3.3.3.Recolha documental.....	45
3.4.Análise de dados.....	46
Capítulo 4 – Análise de dados	49
4.1.Fábio	49
4.1.1.As tarefas da Ficha de diagnóstico.....	50
4.1.2.Análise global do desempenho de Fábio nas tarefas da Ficha de diagnóstico	63
4.1.3.Síntese	83
4.2.Bianca	84
4.2.1.As tarefas da Ficha de diagnóstico.....	84
4.2.2.Análise global do desempenho de Bianca nas tarefas da Ficha de diagnóstico	98
4.2.3.Síntese	115
Capítulo 5 – Conclusão	117
5.1.Síntese do estudo	117
5.2.Conclusões do estudo	117
5.2.1.Compreensão dos problemas	118
5.2.2.Estratégias de resolução.....	119
5.2.3.Dificuldades	122
5.3.Encerrando o estudo	125
Referências bibliográficas.....	129
Anexos	133
Anexo 1.....	135
Anexo 2.....	139
Anexo 3.....	145
Anexo 4.....	147
Anexo 5.....	149

Anexo 6..... 151

Índice de Figuras

Figura 1 - Figuras apresentadas	32
Figura 2 - Nota de campo 1	34
Figura 3 - Nota de campo 2	35
Figura 4 - Nota de campo 3	36
Figura 5 - Quadrado com 9 cm ² de área.....	37
Figura 6 - Nota de campo 4	37
Figura 7 - Nota de campo 5	37
Figura 8 - Tarefa Calculando áreas de paralelogramos	38
Figura 9 - Tarefa Calculando áreas de paralelogramos	39
Figura 10 - Comparando áreas.....	42
Figura 11 - Enunciado da Tarefa Alturas.....	50
Figura 12 - Resolução da Tarefa Alturas (Ficha de diagnóstico)	51
Figura 13 - Resolução da Tarefa Alturas (Entrevista 1)	52
Figura 14 - Resolução da Tarefa Perímetro (Ficha de diagnóstico)	53
Figura 15 - Resolução da Tarefa Área (Entrevista 1)	55
Figura 16 - Enunciado da Tarefa Os dois irmãos	57
Figura 17 - Resolução da Tarefa Os dois irmãos (Ficha de diagnóstico).....	58
Figura 18 - Resolução da Tarefa Os dois irmãos (Entrevista 1).....	58
Figura 19 - Extrato do enunciado da Tarefa Área relvada do jardim	60
Figura 20 - Resolução da Tarefa Área relvada do jardim (Entrevista 1).....	61
Figura 21 - Tarefa Área de figuras compostas (Entrevista 2).....	64
Figura 22 - Resolução da Tarefa Área de figuras compostas (Entrevista 2)	67
Figura 23 - Extrato do enunciado da Tarefa Frente da casa (Entrevista 2)	69
Figura 24 - Resolução da Tarefa Frente da casa (Entrevista 2).....	70

Figura 25 - Cartão da Tarefa Área do jardim (Entrevista 3)	72
Figura 26 - Resolução da Tarefa Área do jardim (Entrevista 3)	75
Figura 27 - Resolução da Tarefa Área do jardim (Entrevista 3)	75
Figura 28 - Cartão da Tarefa Moinho de vento (Entrevista 3)	78
Figura 29 - Resolução da Tarefa Moinho de vento (Entrevista 3)	79
Figura 30 - Resolução da Tarefa Alturas (Ficha de diagnóstico).....	85
Figura 31 - Resolução da Tarefa Perímetro (Ficha de diagnóstico).....	89
Figura 32 - Resolução da Tarefa Área (Ficha de diagnóstico).....	90
Figura 33 - Resolução da Tarefa Os dois irmãos (Ficha de diagnóstico)	92
Figura 34 - Resolução da Tarefa Os dois irmãos (Entrevista 1)	94
Figura 35 - Resolução da Tarefa Área relvada do jardim (Entrevista 1)	95
Figura 36 - Resolução da Tarefa Área de figuras compostas – caso do hexágono (Entrevista 2).....	100
Figura 37 - Resolução da Tarefa Área de figuras compostas - caso do triângulo e retângulo (Entrevista 2).....	100
Figura 38 - Resolução da Tarefa Frente da casa (Entrevista 2)	105
Figura 39 - Resolução da Tarefa Área do jardim (Entrevista 3)	109
Figura 40 - Resolução da Tarefa Área do jardim (Entrevista 3)	109
Figura 41 - Resolução da Tarefa Moinho de vento (Entrevista 3)	112

Índice de Tabelas

Tabela 1- Propostas de trabalho exploradas em sala de aula.....	30
Tabela 2 - Tabela dos Pentaminós	33
Tabela 3- Tarefas propostas nas entrevistas e sua organização	45
Tabela 4 - Grelha de análise das resoluções da Ficha de diagnóstico e da Entrevista 1 (Fábio)	63
Tabela 5 - Grelha de análise das resoluções da Ficha de diagnóstico e da Entrevista 1 (Bianca)	98

Capítulo 1 - Introdução

O presente estudo surge no âmbito da unidade curricular Estágio no 2.º Ciclo do curso de Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico. Insere-se na área da Matemática, mais concretamente no domínio da Geometria e Medida e tem como principal enfoque a compreensão do modo como alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro.

Atualmente é cada vez mais frequente e necessário o professor ser investigador da sua própria prática. Ao longo do seu percurso e da sua intervenção encontra diversos problemas que se prendem com inúmeras razões, podendo assumir, para dar resposta a estes problemas, um papel de professor investigador. “Assim, podemos dizer que a investigação sobre a prática profissional, a par da sua participação no desenvolvimento curricular, constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores” (Ponte, 2002, p. 2). Ao assumir o referido papel, o professor aprende a refletir e a tomar decisões informadas sobre a sua ação pedagógica e por esta via melhora a ação.

Este capítulo está organizado em três secções distintas. Na primeira abordo as motivações pessoais para a realização desta investigação e a pertinência do estudo; na segunda enuncio as questões e o objetivo da investigação; e por último a organização geral do documento.

1.1. Motivações pessoais e pertinência do estudo

Para iniciar qualquer tipo de investigação é necessário que o investigador tenha interesse, curiosidade ou até mesmo alguma dificuldade em relação a um determinado tema. Sendo “A investigação (...) um processo privilegiado de construção do conhecimento” (Ponte, 2002, p. 3), torna-se fundamental que o investigador, neste caso o professor possua “uma atitude questionante e reflexiva” (Ponte, 2002, p. 11). De acordo com Alarcão (2000) o professor-investigador tem de ter “uma atitude de estar na profissão como intelectual que criticamente questiona e se questiona” (p. 6).

Este estudo surge na sequência de experiências anteriores, mais precisamente de um estágio que realizei no 1.º ciclo, numa turma de 4.º ano de escolaridade, em que constatei que o domínio da Geometria e Medida acarretava algumas dificuldades para os

alunos. Por exemplo, não compreendiam os conceitos de área e de perímetro, confundiam os dois conceitos e não sabiam aplicá-los tendo em conta a tarefa a resolver. Além disso, tinham dificuldades na resolução de problemas que envolvessem estes conceitos.

Iniciei o estágio no 2.º ciclo, lecionando aulas sobre o tema “Números racionais não negativos” (divisão) pertencente ao domínio de Números e Operações e constatei que os alunos tinham muitas dificuldades na resolução de problemas e que, além disso havia pouca diversificação de estratégias de resolução. Posteriormente, quando comecei a ensinar a Medida, nomeadamente a “Área” verifiquei que os problemas “com a resolução de problemas” envolvendo os conceitos de área e de perímetro de figuras planas persistiam.

Assim, interessei-me por compreender o que estava em jogo na resolução de problemas de áreas e perímetros, pois quis aprofundar os meus conhecimentos nesta área, bem como investigar as dificuldades que os alunos sentiam.

Entende-se por problema “uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas conjuntos de acções tomadas para resolver essa situação” (Vale & Pimentel, 2004, p. 12). É este o significado que neste estudo é atribuído a problema. Face às características dos alunos da turma, considereirei que estariam perante um problema se potencialmente as tarefas propostas os fizessem confrontar com o desafio. De facto, “ser ou não ser problema não depende apenas da tarefa que é proposta, mas também do indivíduo a quem se propõe” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 15).

A resolução de problemas desempenha um papel fundamental em Matemática pelo que é essencial que os alunos desenvolvam a sua capacidade de resolver problemas:

A Matemática tem-se desenvolvido quer na resposta a solicitações internas e sobretudo pelo esforço na resolução de problemas que lhe são próprios, quer também, como muitos exemplos da sua história ilustram, na resposta a solicitações de outras ciências e aos problemas que elas colocam. (Ministério da Educação, 2007, p. 2)¹

O valor da resolução de problemas para a aprendizagem da Matemática é reconhecido pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (2008)² que intitula uma das normas que “dão ênfase às maneiras de adquirir e utilizar os conhecimentos sobre os

¹ Para efeitos de simplificação de linguagem, a autoria desta publicação será feita através da sigla ME.

² Para efeitos de simplificação de linguagem, a autoria desta publicação será feita através da sigla NCTM.

conteúdos referidos precisamente por resolução de problemas” (p. 31). De acordo com esta organização, os alunos desde o ensino pré-escolar até ao 12.º ano deverão ser capazes de:

- Construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas;
- Resolver problemas que surgem em matemática e em outros contextos;
- Aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas para resolver problemas;
- Analisar e reflectir sobre o processo de resolução matemática de problemas. (p. 212)

Estes aspetos podem constituir um guia para o professor trabalhar a resolução de problemas na aula. Boavida *et al.* (2008) sublinham a necessidade de propor aos alunos “experiências diversificadas que permitam desenvolver as suas capacidades de resolução de problemas, de modo a poderem tirar partido da Matemática ao longo da vida” (p. 13).

A resolução de problemas estando presente desde os primeiros anos de escolaridade, possibilita a

leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (Ministério da Educação e Ciência, 2013, p. 5)³

Esta atividade envolve um conjunto de aprendizagens e desenvolvimento de capacidades importantes no processo de aprendizagem dos alunos, uma vez que “A resolução de problemas permite aprender de uma forma activa, ajudar os alunos a construírem conhecimento matemático novo e também testar os seus conhecimentos sobre os diversos temas de ensino” (Boavida, *et al.*, 2008, p. 33). Outro aspeto crucial para o desenvolvimento desta atividade segundo Boavida *et al.* (2008) é a seleção de tarefas desafiantes e o seu modo de exploração de uma forma questionada, de forma que proporcione aprendizagens significativas.

A resolução de problemas está aliada neste projeto de investigação às áreas e aos perímetros, uma vez que estes encontram-se interligados. A área e o perímetro são dois conceitos trabalhados desde os primeiros anos de escolaridade e que desde cedo suscitam muitas dúvidas e dificuldades por parte dos alunos. Desta forma, para ultrapassar estas

³ Para efeitos de simplificação de linguagem, a autoria desta publicação será feita através da sigla MEC.

dificuldades são implementadas várias estratégias de ensino que ajudam na compreensão dos dois conceitos.

De referir que para a aprendizagem dos conceitos de área e também de perímetro é necessário que se conheça em primeiro lugar o que os alunos sabem sobre o assunto, visto que é possível verificar que existem concepções erróneas sobre estes dois conceitos e também algumas dificuldades em compreender a diferença.

Segundo o estudo de Pires (1995), (...) os alunos revelam dificuldades com a noção de unidade de medida, que passa pela escolha pouco adequada de unidades, pela indicação de unidades unidimensionais para a área e bidimensionais para o comprimento, pela confusão entre medida e unidade de medida. (Lavrador, 2010, p. 29)

Para além destas dificuldades referidas por Pires (1995) existem outras mais evidentes, como é o caso da confusão entre a definição do conceito de área e perímetro, as unidades de medida a serem utilizadas, os modos de calcular cada conceito e ainda a má interpretação dos problemas que se prende com a compreensão da própria língua.

Também de acordo com vários autores,

O ensino aprendizagem da área aponta fragilidades, de acordo com Lopes et al. (2008), na compreensão do conceito pelos alunos, para tal são apontadas questões de natureza didática, isto é, que se prendem com o tempo dedicado ao tema, com o ensino precoce do conceito, ou mesmo pelas deficiências das abordagens realizadas. (Ventura, 2013, p. 20)

Lavrador (2010) e Ventura (2013) agrupam as dificuldades dos alunos na resolução de problemas incluindo os conceitos de área e perímetro, bem como a utilização de estratégias, de maneiras quase idênticas. No que diz respeito às dificuldades apontadas destacam-se: *dificuldades de interpretação; dificuldades conceptuais; dificuldades técnicas; e dificuldades argumentativas*. Em relação às estratégias, enumeram algumas utilizadas pelos alunos, nomeadamente *contagem; tentativa e erro; utilização de fórmulas; decomposição de figuras; e cálculos intermédios*.

Tendo em conta as dificuldades sentidas pelos alunos, para abordar o conceito de área e de perímetro devem ser utilizadas diversas estratégias que ajudem os alunos a compreender os conceitos. Em primeiro lugar, é fundamental “conhecer os estilos de aprendizagem dos alunos para se poderem definir estratégias que possam ser bem aceites por estes e produzam melhorias no seu desempenho” (Morais, Miranda, & Melaré, 2011, p. 3). E em segundo lugar, tal como afirmam alguns autores, o perímetro e a área devem ser trabalhados “de diferentes maneiras e, além da manipulação física de unidades de

medida, outras estratégias devem ser seguidas, tais como contagem de unidades, decomposição e recombinação de figuras” (Pires, 1995, p. 33). Importa referir, que ao longo da minha intervenção, foram utilizadas várias estratégias, bem como materiais manipuláveis para a compreensão do conceito de área e de perímetro, como os Pentaminós, Tangram, papel quadriculado e ponteadado. Para esta compreensão foram também usadas tarefas matemáticas, visto que é um bom contexto para a aprendizagem das áreas e dos perímetros.

1.2. Questões e objetivo da investigação

Este projeto de investigação tem como tema “Resolução de problemas envolvendo áreas e perímetros: Um estudo no 5.º ano de escolaridade” e é destinado ao 2.º Ciclo do Ensino Básico, nomeadamente na área da Matemática.

Decidi investigar numa turma de 5.º ano de escolaridade, nomeadamente em 2.º ciclo, numa escola pertencente à cidade de Setúbal, as estratégias dos alunos na resolução de problemas de áreas e de perímetros de figuras geométricas planas, uma vez que durante o meu período de observação, verifiquei que os alunos possuíam algumas dificuldades na resolução de problemas. O objetivo principal desta investigação é “compreender de que modo os alunos resolvem problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro de figuras geométricas planas” surgindo as seguintes questões:

- Como compreendem os problemas?
- Que estratégias usam para os resolverem?
- Que dificuldades experienciam?

1.3. Organização geral

No que respeita à organização geral deste projeto de investigação, este está dividido em cinco grandes capítulos.

O primeiro capítulo corresponde à Introdução onde estão explicitadas as razões e a pertinência da realização desta investigação.

O segundo capítulo referente ao Quadro teórico de referência tem como objetivo principal, apresentar a fundamentação teórica referente ao tema da investigação,

nomeadamente, a aprendizagem e ensino da medida, destacando o que dizem as orientações curriculares sobre este domínio e ainda o ensino e aprendizagem das áreas e dos perímetros, com destaque em algumas estratégias utilizadas para a determinação destes conceitos e as orientações curriculares e programas sobre o domínio.

No terceiro capítulo do qual faz parte a Metodologia, serão elucidados alguns pressupostos teóricos sobre o tipo de investigação, as principais opções metodológicas utilizadas e os procedimentos de recolha e análise de dados, bem como a intervenção pedagógica onde serão descritos os principais aspetos.

No quarto capítulo apresento a Análise dos dados obtidos ao longo do projeto de investigação, onde serão analisadas as categorias de análise propostas para este trabalho: compreensão do problema; estratégias de resolução; e dificuldades.

O último capítulo refere-se à Conclusão, onde numa primeira parte é feita uma síntese do estudo, de seguida as conclusões, isto é, os resultados desta investigação e por último as considerações finais. Seguidamente, serão apresentadas as referências bibliográficas e os anexos.

Capítulo 2 - Quadro teórico de referência

Este capítulo está organizado em duas secções. Na primeira apresenta-se uma perspetiva geral sobre aprender e ensinar a medir. A segunda centra-se nos conceitos de área e perímetro de figuras planas e sua aprendizagem.

2.1. Aprender e ensinar a medir: perspetiva geral

Nesta secção, são referidas relações entre Geometria e Medida, foca-se o significado de grandezas e medidas, aborda-se a aprendizagem do processo de medição e refere-se o que as orientações curriculares propõem sobre este processo.

2.1.1. Geometria e Medida: que relações?

A Geometria e a Medida são duas áreas da Matemática que aparecem frequentemente ligadas. No entanto, “Geometria não é Medida e ensinar Geometria não é o mesmo que ensinar Medida” (Equipa do Programa de F. C. ESE de Setúbal 2005/2006 e 2006/2007, 2007, p. 8)⁴. Quando pensamos em “Medida estamos a focar-nos numa abordagem numérica ao espaço e ao plano e nas grandezas que lhe são associadas” (EPFC-ESE, 2007, p. 9), podendo dizer-se, tal como afirmam Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), que este tema tem uma forte relação com o mundo real. Quanto à Geometria “estamos a focar-nos na compreensão do espaço e do plano e no desenvolvimento da visualização espacial” (EPFC-ESE, 2007, p. 9).

A Geometria e a Medida são áreas da Matemática muito relevantes do ponto de vista curricular. “A geometria tem sido considerada, desde há muito, como o conteúdo do currículo de matemática onde os alunos aprendem a raciocinar e a compreender a estrutura axiomática da matemática” (NCTM, 2008, p. 44). Assim, de acordo com o NCTM (2008), a Geometria é essencial na resolução de problemas, tanto internos à própria Matemática como noutras áreas do saber.

A Medida por seu lado é “importante no currículo de matemática, do pré-escolar ao ensino secundário, devido à aplicação prática e à abundância de situações que

⁴ Para efeitos de simplificação de linguagem, a autoria desta publicação será feita através da sigla EPFC-ESE.

envolvem a medida em vários aspectos da vida quotidiana” (NCTM, 2008, p. 48). Segundo o NCTM (2008), este conteúdo possibilita, simultaneamente, a aprendizagem de *operações numéricas, conceitos geométricos e noções de estatística e de funções*.

Apesar de Geometria não coincidir com Medida há, como referi, uma grande ligação entre estas duas áreas, bem como com outras áreas da Matemática:

há uma forte ligação deste tópico [medida] à geometria (por exemplo, o perímetro e a área são características mensuráveis de certas figuras geométricas) e ao conceito de número (números fraccionários, decimais e racionais são usados para representar medidas). As medições constituem, ainda, uma boa oportunidade para trabalhar as fracções e os decimais. (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 75)

Havendo fortes relações entre Geometria e Medida há que tirar partido destas relações quando se trata de equacionar a aprendizagem. Ao ensinar Geometria e Medida é importante “proporcionar um conjunto diversificado de experiências espaciais, procurando que os alunos construam imagens mentais, desenvolvam a memória espacial para recordar ou reconhecer um objecto e prevejam os efeitos resultantes” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 88).

2.1.2. Grandezas e medidas: de que falamos?

Nem tudo é mensurável, o que significa que não é possível medir tudo o que queremos. Por exemplo, não é possível medir o gosto por uma obra de arte, uma vez que é algo subjetivo. Assim, uma das primeiras coisas que se deve ensinar às crianças na aprendizagem da Medida, é o que é medir. Medir “consiste em comparar uma quantidade dada de comprimento, massa, volume (...) com o comprimento, massa ou volume de um dado objecto a que chamamos unidade, permitindo associar um número a uma quantidade de grandeza” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 194). Todavia, esta ideia é inteligível apenas para quem sabe o que é uma grandeza, o que nem sempre é claro para as crianças nos primeiros anos de escolaridade.

A grandeza corresponde a “um conjunto de classes de equivalência, onde se definiu uma relação de ordem e onde é possível definir uma lei de composição interna que tem as propriedades associativa, comutativa e elemento neutro” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 188). São consideradas grandezas, por exemplo, comprimento, área, volume, massa e tempo. “Neste sentido, é necessário partir da percepção da grandeza que se vai medir e, depois, comparar os objectos que possuam esse atributo” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 77).

Ao conceito de grandeza estão associadas as noções de medida e medição. Frequentemente, no dia a dia, medida e medição são palavras consideradas com o mesmo significado. Por exemplo, se consultarmos o dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea (Academia das Ciências de Lisboa, 2001) constatamos que medição é um dos sinónimos de medida. Há, no entanto, autores que distinguem estas noções. Baruk (2005), no Dicionário Elementar de Matemática, refere que a medida é uma “acção que consiste em avaliar uma quantidade ou uma grandeza a partir de uma quantidade ou de uma grandeza da mesma natureza que se torna para unidade” (p. 736). A medição “consiste na comparação de uma certa quantidade de grandeza com outra quantidade da mesma grandeza que estabelecemos como unidade, ou seja, é a comparação de duas grandezas da mesma espécie (Caraça, 1989)” (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa, & Oliveira, 2011, p. 122).

2.1.3. Aprender a medir: como se processa?

O que se mede? Como é que medimos? O que utilizamos para medir? Ser capaz de responder corretamente a estas questões é fundamental para aprender a medir. Assim, “aspectos essenciais deste tema [grandezas e medidas] incluem a compreensão de que um atributo mensurável é uma característica de um objecto que pode ser quantificada, como por exemplo (...) o comprimento, a área, o volume” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 75). Além disso, “seleccionar unidades de medida adequadas, compreender os sistemas de medida e aplicar fórmulas, assim como utilizar propriedades da medida na compreensão do conceito de invariante, constituem aspectos importantes da competência matemática” (*ibidem*).

As ideias apresentadas estão em consonância com o que é referido por outros autores entre os quais estão Baturo e Nason (1996) e Walle e Lovin (2005). Em particular, Baturo e Nason (1996) indicam que se recorre ao processo de medição quando se quer medir o tamanho de um atributo e, para que isso seja possível é necessário primeiramente saber qual é o atributo a ser medido. Assim, tendo sido determinado o atributo, “a medição torna-se uma questão de fazer uma partição do atributo contínuo em unidades discretas

do mesmo tamanho e, em seguida, contar essas unidades”⁵ (Baturó & Nason, 1996, p. 238). A quantificação do atributo gera uma medida.

Walle e Lovin (2005) propõem três etapas para aprender a medir: “decidir o atributo a medir; selecionar uma unidade para esse atributo; e comparar as unidades, por enchimento, cobrindo, correspondente, ou algum outro método com o atributo dos objetos a serem medidos” (p. 253). Estes autores apresentam sugestões, que designam por componentes, que consideram ser importantes para ajudar os alunos a construir um conhecimento conceptual da medição: *fazer comparações; usar modelos de unidades; e fazer e usar instrumentos de medição.*

Fazer comparações. “Quando os alunos comparam objetos com base em algum atributo mensurável, esse atributo torna-se o foco da atividade” (p. 254). A comparação pode ser direta e indireta. Na comparação direta “é possível manipular os dois objectos – o que se pretende medir e aquele que serve de unidade de medida (...) por exemplo [para] medir a área do tampo de uma mesa (...) recorreremos a um quadrado de cartolina” (Breda *et al.*, 2011, p. 122). Todavia, a comparação direta não é exequível em todas as situações, tendo de se utilizar a comparação indireta. Esta “pressupõe o domínio da propriedade transitiva, isto é, perceber que se *a* tem o mesmo comprimento que *b* e *b* tem o mesmo comprimento que *c*, então *a* e *c* têm o mesmo comprimento” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 193). Tal como afirmam Breda *et al.* (2011), na comparação indireta torna-se difícil comparar duas grandezas, uma vez que poderá não haver a presença dos objetos a medir ou porque não é mensurável (p. 122).

Usar modelos de unidades. A compreensão pelos alunos do que é uma unidade de medida e como é usada para medir, é um objetivo essencial. No ensino básico “para a maioria dos atributos a serem medidos (...) é possível ter modelos físicos das unidades de medida” (Walle & Lovin, 2005, p. 254). Uma unidade de medida “é uma quantidade de grandeza que é usada na comparação com outras quantidades que se pretendem medir” (Breda, *et al.*, 2011, p. 123).

Ponte e Serrazina (2000) identificam cinco passos para a aquisição do conceito de unidade de medida:

⁵ A tradução apresentada corresponde no original a “Once the attribute has been determined, measuring becomes a matter of partitioning the continuous attribute into discrete units of the same size and then counting those units” (Baturó & Nason, 1996, p. 238).

1. *Ausência de unidade*: A primeira medida realizada pelas crianças é puramente visual e comparativa.
2. *Unidade ligada a um objecto*: É uma unidade ligada a um único objecto e claramente relacionada com o que deve medir-se.
3. *Unidade ligada à situação*: A unidade depende fortemente do objecto a medir mas pode mudar de um objecto para outro sempre que para cada um se realize a medição e se conserve uma certa relação, pelo menos na ordem de grandeza entre as unidades respectivas.
4. *Unidade figural*: Aqui a unidade a construir vai perdendo toda a relação com o objecto a medir, inclusive na ordem de grandeza, permanecendo ainda uma certa tendência para medir objectos grandes com unidades grandes e objectos pequenos com unidades pequenas.
5. *Unidade propriamente dita*: A unidade é totalmente livre da figura ou objecto considerado, tanto na forma como no tamanho e usa-se uma mesma unidade para medir todas as figuras ou objectos. (p. 194)

É essencial que nos primeiros anos os alunos utilizem unidades informais ou não *standard* para compreenderem melhor o processo de medição. Como referem Breda *et al.* (2011) “antes de os alunos serem colocados perante as unidades padrão [*standard*] devem fazer todo um caminho de utilização de outras unidades de medida que eles próprios escolhem consoante a grandeza com que estão a trabalhar e a quantidade dessa grandeza” (p. 123).

Uma boa passagem para as unidades *standard* é segundo Walle e Lovin (2005) a utilização prévia de unidades informais. Assim sendo, a utilização de “unidade padrão deve surgir após a utilização pelas crianças de diferentes unidades de medida e depois de verificarem que o número de unidades necessárias para descrever o tamanho de um objecto depende da unidade de medida utilizada” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 76). Além disso, “os alunos devem não só desenvolver uma familiaridade com as unidades padrão, mas devem também aprender relações apropriadas entre elas” (Walle & Lovin, 2005, p. 256).

Fazer e usar instrumentos de medição. Por último, tal como afirmam Walle e Lovin (2005) para os alunos compreenderem o processo de medição devem usar instrumentos de medição para medir objetos e é fundamental que eles próprios construam instrumentos simples que se aproximem dos instrumentos *standard* (pp. 255-256).

A estimação de medidas de grandezas é também muito importante na aprendizagem da Medida: “aos alunos dos 2.º e 3.º ciclos deverão ser dadas inúmeras oportunidades de fazer estimativas de medidas, através da sua comparação com algum ponto de referência” (NCTM, 2008, p. 51). Neste âmbito, “a estimação desenvolve-se através de actividades práticas de medida de objectos reais de forma a que o erro cometido

vá diminuindo com o número de estimações realizadas” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 201). Também Walle e Lovin (2005) referem que a estimacão é importante porque ajuda os alunos a focarem-se no processo de medição e no atributo a ser medido (p. 257). “Quando são utilizadas unidades padrão, a estimativa ajuda a desenvolver familiariedade com a unidade” (Walle & Lovin, 2005, p. 257).

2.1.4. Medida: O que dizem as orientações curriculares?

Nesta secção serão tidos por referência documentos nacionais, como os Programas de Matemática do Ensino Básico (PMEB) de 2007 (ME, 2007) e de 2013 (MEC, 2013), e internacionais: *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) ou, em português, *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2008). Este último documento tem como função principal orientar os professores e outros profissionais da educação envolvidos no ensino da Matemática.

De acordo com este documento “reconhecer que os objectos possuem atributos mensuráveis constitui o primeiro passo do estudo da medida” (NCTM, 2008, p. 48). Assim, cabe aos professores desenvolverem técnicas de medição que possibilitem uma boa aprendizagem deste conteúdo. Entre estas “técnicas de medição” (p. 50) estão “a contagem, a realização de estimativas e a utilização de fórmulas e instrumentos” (*ibidem*) todas estas “estratégias [são] usadas na determinação de uma medida” (*ibidem*).

Uma das cinco normas de conteúdo que este documento apresenta intitula-se “Medida”. De acordo com esta norma os alunos do pré-escolar ao 12.º ano devem ser capazes de:

- Compreender os atributos mensuráveis dos objectos e as unidades, sistemas e processos de medição;
- Aplicar técnicas, ferramentas e fórmulas adequadas para determinar medidas (NCTM, 2008, p. 48).

As indicações apresentadas na norma “Medida” para os anos de escolaridade 3.º-5.º ano são as seguintes:

- compreender atributos como comprimento, área, peso, volume (...) e seleccionar o tipo de unidade adequado à medição de cada atributo;
- compreender a necessidade de medir com unidades convencionais e familiarizar-se com as unidades convencionais do sistema métrico;

- proceder a conversões simples entre unidades, como de centímetros para metros, dentro de um sistema métrico;
- compreender que as medidas são aproximações e o modo como as diferenças nas unidades afectam a exactidão das medidas;
- explorar o que acontece às grandezas de uma figura bidimensional, como o seu perímetro e área, quando a figura é de algum modo alterada;
- desenvolver estratégias de estimação de perímetros, áreas e volumes de formas irregulares;
- seleccionar e utilizar unidades convencionais e instrumentos adequados à medição do comprimento, área;
- seleccionar e usar referências para estimar medidas;
- desenvolver, compreender e usar fórmulas para determinar a área de rectângulos, e de triângulos e paralelogramos com ele relacionados;
- desenvolver estratégias para determinar a área de superfície e o volume de prismas. (NCTM, 2008, p. 198)

Outro aspeto crucial referido pelo NCTM (2008) para os alunos do 3.º ao 5.º ano de escolaridade é que “deverão confrontar-se com a noção de que as medidas no mundo real são valores aproximados, devido, em parte, aos instrumentos de medida utilizados e, em parte, ao erro humano inerente à leitura das escalas desses instrumentos” (p. 200).

O Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (ME, 2007) indica que

A Medida tem um peso importante no 1.º ciclo, que decresce nos ciclos seguintes, mas sendo um tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre temas matemáticos e com situações não matemáticas, deve ser trabalhado ao longo dos ciclos. (p. 7)

Assim sendo, este programa prevê para este ciclo, no que respeita ao ensino da Medida: “desenvolver nos alunos (...) a noção de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversos” (ME, 2007, p. 20).

No 2.º ciclo, segundo o PMEB (2007) (ME, 2007) dá-se a continuação deste tema, mas aprofundando-o nomeadamente

as grandezas e os respectivos processos de medição, que constituem um assunto de grande relevância no 1.º ciclo, continuam a receber atenção no 2.º ciclo, também associados à resolução de problemas do quotidiano. Ainda neste ciclo, o perímetro é trabalhado com outras figuras geométricas (...) e aprofunda-se os conceitos de área e volume, incluindo o estudo das fórmulas das áreas do triângulo e do círculo. (p. 36)

O Programa de Matemática homologado em 2013 (MEC, 2013), relativamente ao 2.º ciclo indica que “O tópico da Medida, neste ciclo, é dedicado a áreas de figuras planas, a volumes de sólidos e a amplitudes de ângulos” (p. 14). Este programa propõe “a realização de diversas tarefas que envolvem a utilização de instrumentos de desenho e de medida (régua, esquadro, compasso e transferidor, programas de geometria dinâmica)” (*ibidem*) e ainda a utilização de materiais manipuláveis entre os quais Tangram, Pentaminós, Geoplano.

O documento Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) tem muitas pontes de contacto com o Programa de Matemática de 2007. Ambos enfatizam para o ensino diversificado da Geometria e da Medida, utilizando para isso materiais manipuláveis nos primeiros anos de escolaridade e só mais tarde a aprendizagem das fórmulas de cálculo das áreas de diversas figuras geométricas. O Programa de Matemática de 2013 (MEC, 2013) propõe para a Medida a utilização de instrumentos de medida e aprendizagem das fórmulas de cálculo das áreas do retângulo, paralelogramo e triângulo.

2.2. Área e perímetro de figuras planas na sala de aula

Nesta secção, foca-se o significado dos conceitos de área e de perímetro, referem-se aspetos associados ao seu ensino e aprendizagem. No final, são apresentadas dificuldades dos alunos relativamente aos referidos conceitos.

2.2.1. Os conceitos de área e de perímetro

Pode considerar-se que o conceito de área “corresponde à cobertura de uma superfície com uma unidade repetida, de forma a pavimentar essa superfície, isto é, não deixar buracos nem fazer sobreposições” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 196). Trata-se da quantidade de superfície no interior de uma região plana ou quanto é preciso para cobrir uma região (Walle & Lovin, 2005). Este significado de área corresponde ao que Baturo e Nason (1996) designam por perspectiva estática. A perspectiva estática “equivale a área como uma quantidade da região (superfície) que é colocada dentro de um limite e a noção de que esta quantidade de região pode ser quantificada” (p. 238). Os referidos autores sublinham que a área pode também ser equacionada numa perspectiva dinâmica. Esta perspectiva “foca-se na relação entre a fronteira de uma forma e a quantidade de superfície que encerra, de tal modo que à medida que a fronteira se aproxima de uma linha, a área

se aproxima de zero”⁶ (*ibidem*). De acordo com os autores, esta última perspectiva, frequentemente não se encontra nos documentos curriculares o que gera dificuldades na aprendizagem da medição de área.

O conceito de área é, frequentemente, confundido com o de medida. No entanto, estas noções não têm o mesmo significado. Breda *et al.* 2011 afirmam que “área e medida da área não são conceitos equivalentes. A área é uma grandeza geométrica e como tal pode ser medida, recorrendo-se a unidades de medida adequadas” (p. 124).

Frequente, também, é a ideia de que o perímetro de uma figura é “a soma de todos os lados” o que não está correto. Baruk (2005) afirma que perímetro é “derivado do grego *perímetros*, de *peri*, “em volta”, e *metron*, “medida”” (p. 866) ou o comprimento da linha que limita uma determinada figura. Medir um perímetro é medir um comprimento.

2.2.2. Ensinar e aprender a medir áreas e perímetros

A área e o perímetro de figuras planas e sua medida são conteúdos importantes no domínio da Medida.

De acordo com o Programa de Matemática publicado em 2007 (ME, 2007) para a aprendizagem destes dois conceitos é essencial que os alunos explorem, observem, experienciem e, fundamentalmente, manipulem materiais ou objetos para desenvolver a visualização. Outro aspeto fulcral na aprendizagem da área e do perímetro, que o PMEB (2007) sugere no 1.º ciclo é a resolução de problemas. “A resolução de problemas envolvendo grandezas e medidas em situações do dia-a-dia constitui o contexto fundamental para a aprendizagem deste tema. É a partir da exploração de situações concretas que surgem as fórmulas e os procedimentos para determinar medidas” (ME, 2007, p. 21).

No que concerne ao Programa de Matemática do Ensino Básico de 2013 (MEC, 2013), para a Medida pressupõem o ensino das áreas de figuras planas, resolvendo problemas que envolvam este conceito como também o perímetro que está associado com esta grandeza. No 2.º ciclo, o PMEB (2013) prevê o ensino de:

- Área de retângulos de lados de medida racional;

⁶ A tradução apresentada corresponde no original a “The dynamic perspective focuses on the relationship between the boundary approaches a line, the área approaches zero” (Baturó & Nason, 1996, p. 238).

- Fórmulas para a área de paralelogramos e triângulos;
- Problemas envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas (p. 16).

No que respeita aos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008), propõe-se:

Do 3.º ao 5.º ano, os alunos deverão aprofundar a aprendizagem da área, bem como do perímetro (...). Nestes anos de escolaridade, aprendem que as medidas podem ser calculadas através de fórmulas e que nem sempre necessitam de recorrer à medição directa, com instrumentos de medida. (p. 48)

A norma “Medida” pressupõe que “Os alunos deverão começar a desenvolver fórmulas para o perímetro e a área, nos primeiros anos de escolaridade. Nos anos seguintes, os alunos deverão formalizar essas técnicas” (NCTM, 2008, pp. 50-51). Contudo, as fórmulas só devem ser introduzidas quando os alunos tenham os dois conceitos bem assimilados, caso contrário não o deverá ser feito.

Outro aspeto importante, na aprendizagem dos conceitos de área e de perímetro é que os alunos compreendam que “para medir áreas são necessárias unidades de medida de tipo diferente das que usamos para medir comprimentos” (NCTM, 2008, p. 200). É necessário que, desde os primeiros anos de escolaridade, os alunos entendam que há diferenças importantes entre estes conceitos, entre os quais estão as unidades de medida que devem ser utilizadas para determinar áreas e perímetros de figuras.

“Atualmente, defende-se que o professor deve propor aos seus alunos diferentes tipos de tarefas de investigação, promover a resolução de problemas e, sempre que se justifique, recorrer ao uso de materiais manipuláveis” (Mascarenhas, Maia, Martinez, & Lucena, 2014, p. 8). Deste modo, a seleção de boas tarefas constitui uma via que pode favorecer a aprendizagem. Assim, existem várias atividades que podem apoiar a compreensão dos conceitos de área e de perímetro “desde simples pavimentações, para os alunos mais novos, até investigações para o mais velhos, passando pela construção de figuras equivalentes, pela procura de relações entre figuras e pela comparação de áreas e perímetros” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 80). A atividade das pavimentações possibilita, tal como afirmam os autores citados, a descoberta da área, nomeadamente passar de estratégias aditivas, para multiplicativas.

No que respeita a estratégias de determinação das áreas e dos perímetros, Pires (1995) sugere “o recurso a instrumentos de medida de comprimentos ou o trabalho com unidades de medida arbitrárias e a sua contagem” (p. 12). Em relação à área, propõe “a

divisão de figuras em quadrículas e respectiva contagem, a decomposição em rectângulos, e a aplicação de fórmulas” (*ibidem*).

As fórmulas são estratégias utilizadas para a determinação de áreas e perímetros e “surtem quando os alunos têm oportunidades para medir, registrar a informação e procurar padrões” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 88). Todavia, só devem ser formalizadas, depois das crianças terem tido várias experiências com objetos e materiais manipuláveis, uma vez que não o fazer leva a que frequentemente sejam usadas sem que o aluno compreenda o seu significado. Casa, Spinelli e Gavin (2006) sugerem, por exemplo, que os professores devem desenvolver o conceito de área, por exemplo, através de experiências de cobertura de uma superfície e só depois ensinarem as fórmulas, para que desta forma, o conceito de área seja bem assimilado (p. 168). Desta forma, “é de esperar que os alunos trabalhem as conversões de unidades e fórmulas, assumindo que tiveram experiências suficientes medindo comprimentos e áreas fisicamente” (Addington, 2006, p. 153).

Nos primeiros anos de escolaridade os alunos recorrem a outro tipo de estratégias, como é o caso do uso de materiais. Por exemplo para medirem uma mesa, poderão utilizar o comprimento de livros, o do palmo da mão ou o do braço. Com o passar do tempo, vão formalizando essas estratégias e recorrendo, tal como foi dito anteriormente, à contagem, decomposição de figuras ou até mesmo utilização de fórmulas de cálculo para determinarem a área e o perímetro.

2.2.3. Dificuldades dos alunos

A área e o perímetro são dois conceitos referidos nos Programas de Matemática do Ensino Básico, no domínio da Geometria e Medida e que, embora estando relacionados entre si, são frequentemente explorados separadamente, o que origina, por vezes, dificuldades e concepções erróneas nos alunos (Pires, 1995).

Para estudar estas concepções é essencial avaliar o que os alunos fazem, ou seja, é através do contacto com os alunos que se conseguem identificar concepções erróneas, se existirem.

Vários autores, ao longo dos anos têm investigado as dificuldades que surgem no ensino e aprendizagem dos conceitos de área e perímetro (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Battista, 2006; Baturo, 1996; Jaquet, 2000; Marchett *et al.*, 2005).

Pires (1995) através de um estudo cujos objetivos foram compreender as concepções dos alunos em relação aos conceitos de área e de perímetro e os seus modos de resolução de problemas, concluiu que os alunos têm dificuldade na compreensão conceptual dos referidos conceitos, “originando, mais do que erros de cálculo, confusões entre o perímetro e a área” (p. 12). Estas dificuldades prendem-se depois com a confusão no uso das unidades de medida corretas para cada grandeza.

Walle e Lovin (2005) referem que estas dificuldades se podem dever ao facto de “ambos envolverem a medição do comprimento ou porque são ensinadas fórmulas de ambos os conceitos aos alunos e [estes] tendem a confundi-las”⁷ (p. 264).

Também Baturo e Nason (1996) defendem que as dificuldades poderão advir “da noção limitada do atributo área” (p. 238) ou da “prática cultural formal” isto é, “não é aplicar unidades de área para medir áreas; em vez disso, é a obtenção de duas medidas de comprimento e usá-las em fórmulas que vão dar um resultado em unidade de área” (p. 239). Afirmam, também, que

uma prática cultural para a medida área baseia-se na noção de disposição retangular para a multiplicação. Infelizmente, muitos alunos só têm uma compreensão da representação linear da multiplicação como a adição repetida. Assim, são incapazes de ter o sentido das medidas de área, calculados pelas fórmulas”⁸. (p. 239)

De acordo com Marchett *et al.* (2005) “pesquisas mostram que o conflito perímetro-área é um obstáculo epistemológico causando dificuldades na compreensão destes importantes conceitos geométricos” (p. 766). Também os autores Jaquet (2000) e Battista (2006) afirmam que o ensino destes dois conceitos poderá ser complicado para crianças pequenas, uma vez que é difícil compreenderem conceitos geométricos.

Lopes (2013) sublinha que são vários os estudos que

detetam confusão entre área e perímetro, que leva os alunos a somar as medidas dos comprimentos dos lados do retângulo para obter a área, a trocar as unidades de medida do perímetro e área, apresentando o perímetro em cm^2 ou a área em cm, a construir figuras com determinada área quando é pedida uma figura com esse valor para o perímetro ou a não saberem identificar numa figura o perímetro e a área. (p. 17)

⁷ A tradução apresentada corresponde no original a “both involve measuring length or because students are taught formulas for both concepts and tend to get formulas confused” (Walle & Lovin, 2005, p. 264).

⁸ A tradução apresentada corresponde no original a “A further source of difficulty arises because the formal cultural practice for measuring area is based on the array notion of multiplication. Unfortunately, many students only have an understanding of the one-dimension linear representation of multiplication as repeated addition” (Baturo & Nason, 1996, p. 239).

Confundindo frequentemente área com perímetro, os alunos “tendem a usar abordagens aditivas para calcular áreas, quando as estratégias multiplicativas seriam as mais adequadas” (Lopes, 2013, p. 12, referindo Kidman). Este erro é muito comum, pois remete para a própria compreensão dos conceitos, isto é, trata-se de um erro de cariz conceptual. “Quando os alunos não compreendem a base conceptual para a fórmula, têm dificuldade em generalizar os procedimentos que aprenderam” (Outhred & Mitchelmore, 2000, p. 145 citado por Lopes, 2013, p. 14) e não conseguem utilizar as operações corretamente.

Também Serrazina e Matos citado por Ventura (2013) remetem para esta dificuldade dizendo que “Muitas vezes o perímetro e a área são introduzidos através de fórmulas. Mais tarde é pedido aos alunos que determinem o “comprimento à volta”, ou o “espaço ocupado”, e muitos não são capazes de reconhecer aquelas ideias” (p. 23). Esta dificuldade surge, de acordo com Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999), nomeadamente porque as fórmulas são introduzidas precocemente, sem que ainda haja a “compreensão necessária à resolução de problemas que envolvam medidas” (p. 78) pelo que a resolução de problemas envolvendo áreas e perímetros de figuras suscita dificuldades.

Caçador (2012), baseando-se em Outhred e Mitchelmore (2000) apresenta uma síntese de erros e dificuldades dos alunos:

- Confundir os conceitos de área e perímetro;
- Aplicação de fórmulas para calcular a área de retângulos a outras figuras geométricas;
- Conhecimento pouco consolidado sobre as relações entre a adição e a multiplicação;
- A estrutura de arranjos retangulares não é intuitiva nem imediata para os alunos. (pp. 11-12)

Em suma, para ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades dos conceitos de área e de perímetro, segundo Kidman (1999), é importante que primeiramente os professores elaborem atividades mais práticas, com materiais manipuláveis para posteriormente passarem à apresentação das fórmulas. Assim, provavelmente os alunos apropriar-se-ão do significado dos conceitos e não terão tantas dificuldades.

Capítulo 3 - Metodologia

Podemos perspetivar a investigação como “uma actividade de natureza cognitiva que consiste num processo sistemático, flexível e objectivo de indagação e que contribui para explicar e compreender os fenómenos sociais” (Coutinho, 2011, p. 7). Simultaneamente, trata-se de “uma atitude – uma perspectiva que as pessoas tomam face a objectivos e actividades” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 292). Segundo Afonso (2005) a “investigação em educação concretiza, portanto, esta *démarche*⁹ de produção de conhecimento sobre uma realidade social específica: a acção e os contextos educativos” (p. 22). Neste âmbito, a investigação educacional é fundamental, nomeadamente para dar resposta a questões que se colocam ao professor quando pretende criar condições, na sala de aula, para que os alunos aprendam com compreensão.

O presente capítulo está organizado em três secções. A primeira incide nas opções metodológicas tomadas para o desenvolvimento do estudo. A segunda centra-se na intervenção pedagógica concretizada: apresentação do contexto onde foi realizada a investigação e descrição das principais linhas de força da referida intervenção. Por último referem-se os instrumentos de recolha de dados bem como o processo de análise.

3.1. Opções metodológicas

O desenvolvimento de investigação requer que o investigador faça opções metodológicas que sejam adequadas face ao objetivo e questões do estudo. Entre estas está o paradigma em que o estudo se insere, o tipo de abordagem adotada e ainda a modalidade escolhida.

Bogdan e Biklen (1994) definem paradigma como um “conjunto aberto de asserções, conceitos ou proposições logicamente relacionados e que orientam o pensamento e a investigação” (p. 52). Em educação, os paradigmas podem categorizar-se de modos diversos. Segundo Coutinho (2011) “a opinião mais consensual defende a existência de três grandes paradigmas na investigação em CSH [Ciências Sociais e Humanas]: o paradigma *positivista ou quantitativo*, o *interpretativo ou qualitativo* e o

⁹ Itálico no original.

paradigma *sociocrítico ou hermenêutico*¹⁰ (p. 10). De acordo com esta autora, o paradigma interpretativo busca a “*compreensão, significado e acção*”¹¹ (p. 16) e o investigador

procura penetrar no mundo pessoal dos sujeitos, “(...) para saber como interpretam as diversas situações e que significado tem para eles” (Latorre *et al.*, 1996, p. 42), tentando “...compreender o mundo complexo do vivido desde o ponto de vista de quem vive. (Mertens, citado por Coutinho, 2011, pp. 16-17)

A perspetiva de Coutinho sobre o significado de paradigma interpretativo é consistente com o que é referido por outros autores. Outra definição de paradigma consiste “na preocupação em compreender o mundo social a partir da experiência subjectiva” (Afonso, 2005, p. 34 referindo Burrell e Morgan) isto é, “procuram analisar a realidade social a partir do interior da consciência individual e da subjectividade, no contexto da estrutura de referência dos actores sociais, e não na do observador da acção” (*ibidem*).

Considero que o estudo que desenvolvi se enquadra no paradigma interpretativo uma vez que de acordo com Coutinho (2011) procurei através da minha prática compreender a acção dos alunos ao longo das aulas, procurando dar sentido à mesma.

Além disso, insere-se numa abordagem qualitativa de investigação. Segundo Coutinho (2011) “a investigação de índole qualitativa baseia-se no método indutivo “porque o investigador pretende desvendar a intenção, o propósito da acção, estudando-a na sua própria posição significativa, isto é, o significado tem um valor enquanto inserido nesse contexto”” (Pacheco citado por Coutinho, 2011, p. 26).

Bogdan e Biklen (1994) referem que a investigação qualitativa tem cinco características:

1. “*Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal*” (p. 47, itálico no original). Os investigadores são elementos fundamentais no processo de recolha de dados e contactam com os fenómenos a estudar nos contextos em que estes ocorrem.

2. “*A investigação qualitativa é descritiva*” (p. 48), isto é, “os dados recolhidos são em forma de palavras ou de imagens e não de números” (*ibidem*). Há descrições

¹⁰ Itálico no original.

¹¹ Itálico no original.

detalhadas em que são utilizadas transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, o que permite uma análise aprofundada dos dados.

3. “*Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos*” (p. 49). Por outras palavras, os investigadores dão mais importância ao que ocorre no decurso da investigação, do que propriamente aos resultados, porque o que lhes interessa é analisar o modo como os intervenientes lidam com determinadas situações, bem como, as suas expectativas perante algo.

4. “*Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva*” (p. 50), na medida em que, os investigadores abarcam certos factos a partir da recolha dos dados, não produzindo hipóteses antecipadamente formuladas (*ibidem*) “ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando” (*ibidem*). Isto é, os investigadores ao longo da sua investigação vão recolhendo dados e tirando conclusões, no entanto, estas conclusões não são conhecidas imediatamente, mas sim através de um longo processo de análise.

5. “*O significado é de importância vital na abordagem qualitativa*” (p. 50). De acordo com os autores mencionados, a última característica remete para o facto, do significado possuir uma grande relevância para os investigadores qualitativos, ou seja, estes preocupam-se com as vivências dos intervenientes da investigação e o modo como enfrentam determinadas situações, colocando-se muitas vezes no lugar dos mesmos, de modo a perceber, determinados comportamentos.

A investigação que desenvolvi é uma investigação qualitativa, uma vez que fui eu quem recolheu os dados num ambiente natural, neste caso, na escola e junto de alunos do 5.º ano de escolaridade. Além disso, os dados foram analisados aprofundadamente, utilizando para isso, transcrições de entrevistas, notas de campo e documentos pessoais. Paralelamente, foquei-me na análise dos processos usados pelos alunos para resolverem problemas envolvendo as áreas e perímetros e preocupei-me em entender o significado que atribuíam ao que faziam e diziam.

O estudo realizado é, também uma investigação sobre a prática, no âmbito da qual realizei dois estudos de caso.

A investigação sobre a prática tendo em vista a opinião de Ponte (2002) “visa resolver problemas profissionais e aumentar o conhecimento relativo a estes problemas,

tendo por referência principal, não a comunidade acadêmica, mas a comunidade profissional” (p. 8). Isto é, a investigação sobre a prática é a investigação que um professor tem sobre a sua intervenção pedagógica refletindo e investigando sobre um determinado problema.

Referindo-se aos pressupostos defendidos por Ponte (2002), este afirma que “A investigação sobre a sua prática é, por consequência, um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente” (p. 3).

A investigação sobre a prática pode ter dois tipos principais de objetivos:

por um lado pode visar principalmente alterar algum aspecto da prática, uma vez estabelecida a necessidade dessa mudança e, por outro lado, pode procurar compreender a natureza dos problemas que afectam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de acção. (Ponte, 2002, pp. 3-4)

Neste caso, o meu objetivo é tentar compreender como é que os alunos interpretam os problemas sobre áreas e perímetros de figuras geométricas, quais as estratégias que utilizam e que dificuldades emergem.

Tal como referi anteriormente, realizei dois estudos de caso cujo foco foram dois alunos com desempenhos matemáticos diferenciados. “O estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (Merriam, citado por Bogdan & Biklen, 1994, p. 89). Segundo Coutinho (2011) “quase tudo pode ser um caso: um indivíduo, um personagem, um pequeno grupo, uma organização, uma comunidade ou mesmo uma nação! Pode também ser uma decisão, uma política, um processo, um incidente ou acontecimento imprevisto” (p. 293).

Existem várias tipologias de classificação de estudos de caso. Tanto Coutinho (2011) como Afonso (2005), referem a proposta de Stake que foi a que adotei. Stake (1994) identifica três tipos de estudos de caso: estudo de caso intrínseco; estudo de caso instrumental; e estudo de caso coletivo.

Assim, de acordo com Stake (1994) cabe definir cada tipo de estudo de caso. Iniciando pelo estudo de caso intrínseco, este autor refere que resulta na compreensão de um determinado caso particular, isto é, “o que está em causa é o conhecimento

aprofundado de uma situação concreta no que ela tem de específico e único” (Afonso, 2005, p. 71). No que diz respeito ao estudo de caso instrumental, “um caso particular é examinado para fornecer informações sobre uma questão ou o refinamento de uma teoria. O caso é interesse secundário; desempenha um papel de apoio, facilitando a compreensão de algo mais” (Stake, 1994, p. 237). Por fim, o estudo de caso coletivo pode “estudar uma série de casos em conjunto, a fim de investigar o fenômeno, a população, ou estado geral” (*ibidem*).

Através de leituras efetuadas, realizei, na perspectiva de Stake (1994) dois estudos de caso instrumentais. Simultaneamente, poderei considerar que realizei um estudo de caso coletivo, na medida em que analisei dois alunos caso, com características diferentes, junto dos quais recolhi dados de uma forma aprofundada, neste caso trabalhos elaborados pelos alunos. Assim, de acordo com Stake (1994) “não é o estudo de um coletivo mas um estudo instrumental alargado a vários casos” (p. 237). A escolha dos dois alunos caso foi feita para tornar mais fácil tanto a recolha, como a análise dos dados e com o propósito de ter dois indivíduos com níveis de desempenho diferentes.

A seleção dos alunos caso foi elaborada tendo em conta conversas com a professora cooperante, uma vez que já conhecia os alunos há mais tempo. Os alunos foram selecionados tendo em conta o seu nível de comunicação, bem como o nível de desempenho matemático.

3.2. Intervenção pedagógica

A intervenção pedagógica realizada tendo em vista o desenvolvimento do meu projeto de investigação teve a duração de três semanas e surge no âmbito da unidade curricular Estágio no 2.º Ciclo que decorreu entre 7 de abril de 2015 e 8 de maio de 2015 (cinco semanas). Esta intervenção foi composta por um conjunto de aulas de Matemática lecionadas de 17 de abril de 2015 a 5 de maio de 2015.

3.2.1.Contexto

3.2.1.1.Escola

A escola onde realizei o Estágio no 2.º Ciclo é uma escola básica da cidade de Setúbal, que é sede de um agrupamento vertical que alberga oito escolas de Pré-escolar, 1.º, 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e Secundário.

De acordo com o Projeto Educativo (PE, 2013/2017) da escola¹² o agrupamento é considerado Território Educativo de Intervenção Prioritária (TEIP). Este encontra-se num bairro de realojamento social, onde habitam inúmeras famílias desestruturadas ou monoparentais e há carências de várias ordens, o que “se reflete nas escolas” (PE, 2013/2017, p. 3). Há muitos “casos de insucesso repetido, de abandono escolar, de assiduidade irregular, de falta de manuais e de material escolar, de indisciplina frequentes, assim como os comportamentos de risco (...) e a incursão na marginalidade” (*ibidem*).

Neste bairro há várias comunidades com especificidades culturais diversificadas. Encontram-se habitantes de “países africanos de expressão portuguesa, emigrantes brasileiros e dos países de leste europeu, para além da comunidade cigana, bastante numerosa” (PE, 2013/2017, p. 3). Por vezes, a convivência destas populações não é muito pacífica, ocorrendo conflitos entre as várias comunidades.¹³

Estas situações refletem-se na escola. Tendo em conta estes problemas, a instituição procura soluções através de projetos conjuntos ou concebidos internamente. Entre estas estão Clubes de diversas áreas disciplinares, projetos como Eco Escolas, Jornal Escolar, Ciência à vista e diversificação de ofertas educativas. Ao nível destas ofertas, há uma grande diversidade de cursos tais como: Percursos Curriculares Alternativos; Cursos de Educação e Formação; PIEF (Programa Integrado de Educação e Formação); Cursos Profissionais de Ensino Secundário; Unidades de Multideficiência (1.º, 2.º e 3.º Ciclos) e Cursos Profissionais. Estas ofertas educativas permitem “dar resposta a alunos com baixo perfil académico (...) e, por outro lado, para lhes dar oportunidade de prosseguirem estudos, a nível secundário, desenvolvendo competências que lhes serão úteis no seu futuro profissional” (PE, 2013/2017, p. 13).

¹² Informação disponível no documento do Projeto Educativo 2013/2017 (PE, 2013/2017) (http://www.aveordemsantiago.pt/pdfs/projecto_educativo.pdf).

¹³ *Ibidem*.

As instalações da escola são boas. Para além dos serviços administrativos e de gestão, tem ginásio, campos de jogos internos e externos, refeitório, biblioteca, salas de aula, gabinetes de apoio aos alunos, bar e ainda pátios espaçosos que permitem a circulação dos discentes, pessoal docente e não docente. Todas as salas de aula têm as dimensões apropriadas, apresentando um quadro branco (descentrado junto às paredes, o que acarreta problemas, pois só metade é visível de todos os ângulos) e o restante mobiliário adequado e em boas condições. Também existem laboratórios de Ciências e Matemática.

Em relação aos equipamentos, não há qualquer equipamento informático e audiovisual na sala, tendo este de ser requisitado para cada aula e transportado pelos docentes.

3.2.1.2. Turma

A turma onde realizei o estágio era do 5.º ano de escolaridade. No início do ano letivo integrava 22 alunos e, logo de seguida, ficou com 19 alunos devido a transferências. Durante o meu período de estágio, apenas frequentavam as aulas 17 alunos, pois dois encontravam-se em situação de abandono escolar. Destes 17, 12 elementos eram do sexo masculino e 5 do sexo feminino; a média de idades rondava os 11 anos. Dois discentes foram diagnosticados como tendo Necessidades Educativas Especiais do foro cognitivo (ao abrigo do Decreto-Lei nº 3/2008, de 7 de janeiro). A maioria possuía nacionalidade portuguesa, excetuando uma aluna de nacionalidade romena.

Segundo a professora cooperante, a maioria dos encarregados de educação, apresenta baixa escolarização e um nível socioeconómico muito baixo (cerca de 80% era apoiado pelo Apoio Social Escolar – ASE), com os dois progenitores desempregados.

Foi nesta turma que realizei a intervenção pedagógica. A sala onde lecionei as aulas estava organizada em três filas de mesas e a maioria dos alunos estava sentado a pares.

A professora cooperante de Matemática tinha 14 anos de serviço e o seu principal objetivo pedagógico era motivar os alunos para a aprendizagem, pois a seu ver, estes tinham poucas ambições, tanto pessoais como profissionais.

Em conversa com a professora cooperante, através da observação e da análise das notas de campo pessoais sobre os alunos, foi possível concluir que a área disciplinar em que estes tinham mais dificuldades e onde obtinham os resultados mais

baixos, era na área da Matemática. A maior parte apresentava baixos níveis de concentração e tinha dificuldades de aprendizagem. Além disso, evidenciavam uma débil capacidade de raciocinar e de argumentar matematicamente e o mesmo se passava quanto à resolução de problemas.

3.2.2.Descrição: principais aspetos

Antes de ter iniciado a intervenção pedagógica direcionada para o desenvolvimento do projeto de investigação, lecionei algumas aulas que diziam respeito aos números racionais não negativos e constatei que os alunos tinham dificuldades diversificadas quando se tratava de resolver problemas. Esta ideia foi reforçada tanto quando iniciei a supramencionada intervenção, como ao longo da mesma. Assim sendo, no decorrer das aulas tentei que esta dificuldade fosse ultrapassada, propondo, nomeadamente diversos tipos de problemas que envolvessem os conceitos de área e de perímetro de figuras planas. Assim, a intervenção pedagógica teve como principal objetivo criar oportunidades que permitissem aos alunos compreender os conceitos de área e perímetro e mobilizar estes conhecimentos na resolução de problemas.

As aulas lecionadas tinham várias etapas. A primeira era destinada à organização da entrada dos alunos e do ambiente de trabalho. Consistem, fundamentalmente, na entrada na sala de aula dos alunos, na escrita do sumário e na marcação de presenças. A segunda etapa, destinava-se à correção do trabalho de casa, caso existisse, que constava, normalmente, de tarefas sobre o que tinha sido trabalhado em sala de aula visando que os alunos aplicassem os seus conhecimentos. Por vezes, a correção do trabalho de casa permitia a transição para a introdução de um novo tema. Na última etapa, este novo tema era abordado e explorado, nomeadamente a partir da proposta de tarefas de diversos tipos.

Tanto na correção do trabalho de casa, como na introdução ou exploração de um tema, surgiam regularmente discussões dos processos de resolução das tarefas, isto é, havia a discussão sobre os modos de pensar dos alunos e o raciocínio desenvolvido. As discussões dos processos de resolução ocorriam de formas variadas. Nalgumas situações os alunos eram chamados ao acaso para explicarem as suas resoluções; noutras seleccionava quem iria ao quadro enquanto monitorizava o seu trabalho ao percorrer a sala durante o trabalho autónomo e encontrava raciocínios que, por alguma razão, considerava importante debater coletivamente. Em qualquer dos casos, os alunos dirigiam-se ao quadro e explicavam as suas resoluções através de registos escritos e oralmente.

Habitualmente, as discussões partiam de questões/indicações como: *Explica o modo como pensaste para resolver esta tarefa. Porquê que utilizaste esta forma para resolver o problema? Consegues utilizar outra maneira de resolver? O que entendes por...?*

Tentei diversificar as modalidades de trabalho ao longo das aulas. Houve trabalho individual em todas as aulas e, em quase todas, trabalho coletivo, que assumiu nomeadamente o formato de discussão com toda a turma; na ocasião de exploração de algumas tarefas houve trabalho de pares e trabalho de grupo numa das vezes. O meu propósito, em qualquer aula, era partir das ideias prévias dos alunos e do que sabiam para posteriormente introduzir conceitos ou permitir o seu aprofundamento. No decurso das aulas foram utilizados, por diversas vezes, materiais manipuláveis e suportes digitais.

Iniciei a intervenção pedagógica propondo aos alunos a realização de uma Ficha de diagnóstico (Anexo 1) com o objetivo de tentar compreender o que sabiam sobre o tema áreas e perímetros e que dificuldades surgiam. De seguida, foram apresentadas várias propostas de trabalho relacionadas com a noção de área de figuras planas e com o cálculo da área de retângulos, paralelogramos e triângulos.

A Tabela 1 mostra o conjunto das propostas de trabalho apresentadas em sala de aula durante a intervenção pedagógica, a sua calendarização e o tempo dedicado à exploração de cada uma.

Tendo em conta as características dos alunos da turma, suponho que algumas destas propostas constituíram problemas, no sentido que atribuo a esta noção explicitada na Introdução.

Tabela 1- Propostas de trabalho exploradas em sala de aula

Calendarização	Propostas de trabalho ¹⁴	Tempo dedicado à exploração das propostas de trabalho (min)
17 de abril de 2015	Ficha de diagnóstico	45
20 de abril de 2015	Tarefa <i>Figuras com quadrados</i>	50
21 de abril de 2015	Tarefa <i>Explora o Tangram</i>	45
27 de abril de 2015	Tarefa <i>Área do retângulo</i>	90
28 de abril de 2015	Tarefa <i>Área do quadrado</i>	30
28 de abril de 2015	Tarefa <i>Calculando áreas de paralelogramos</i>	40
4 de maio de 2015	Tarefa <i>Área do triângulo</i>	90
4 de maio de 2015	Ficha Tangram	20
5 de maio de 2015	Tarefa <i>Comparando Áreas</i>	90

Ficha de diagnóstico

No primeiro dia de intervenção pedagógica, comecei por propor a resolução individual de uma Ficha de diagnóstico (Anexo 1), composta por várias tarefas cuja resolução implicava a mobilização dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas. Estas tarefas foram retiradas de Provas de Aferição do 4.º ano de escolaridade.

¹⁴ A maioria das propostas de trabalho excetuando a Ficha de diagnóstico e Ficha Tangram foram retiradas/adaptadas do manual Monteiro, C., Pinto, H., & Ribeiro, S. (2014). *mp.5 matemática para pensar 5º ano*. Lisboa: Leya.

As fichas foram distribuídas pelos alunos da turma e não foi feita qualquer leitura dos enunciados das tarefas. Antes de darem início à sua resolução informei-os que teriam de a resolver o melhor que conseguissem para que fosse possível identificar os seus conhecimentos e dificuldades. Após alguns pedidos de ajuda para esclarecimento de questões, verifiquei que a maioria dos alunos tinha dificuldades em identificar o significado de área e de perímetro e em diferenciar estes conceitos. Assim, decidi fazer uma intervenção dirigida a toda a turma, de modo a esclarecer o significado destes conceitos. Para o efeito, utilizei uma folha de papel branco, mostrei-a aos alunos e apontando para o contorno da folha disse que o perímetro era o comprimento da linha que a limitava e que a medida da parte interior, ou seja da superfície da folha, constituía a sua área. Também utilizei uma mesa da sala de aula, que era retangular, e teci considerações semelhantes sobre o perímetro e a área da mesa. Após a apresentação destes exemplos, parece ter sido mais simples para os alunos resolverem as tarefas. Contudo alguns ainda tiveram dificuldades.

No final, foram recolhidas as fichas com as resoluções para analisar as estratégias usadas e as dificuldades dos alunos.

Tarefa *Figuras com quadrados* e sua exploração

Para introduzir a noção de equivalência de figuras planas propus, de início, a tarefa *Figuras com quadrados*. Esta tarefa foi realizada em pares e teve como principal objetivo a revisão dos conceitos de área e de perímetro e a introdução da noção de equivalência de figuras planas. A tarefa incluía duas questões: na primeira, os alunos tinham de construir um pentaminó e na segunda calcular a área e o perímetro da figura construída.

Iniciei a apresentação da tarefa, começando por contar uma história de uma professora que tinha cinco quadradinhos iguais de papel para construir uma figura. Na construção uniu os quadradinhos justapondo os lados e formou um pentaminó. Ao pronunciar a palavra “pentaminó” verifiquei que os alunos não estavam a compreender o seu significado e então questionei-os sobre o que entendiam por “penta”. Rapidamente perceberam que “penta” era um prefixo utilizado para referir o número 5, uma vez que noutras disciplinas utilizam a mesma terminologia. Assim, os alunos compreenderam que um pentaminó era uma figura com cinco quadradinhos unidos pelos lados.

Após o esclarecimento do significado de pentaminó, foram apresentadas as duas figuras que se encontram na Figura 1. As figuras foram coladas no quadro com bostik, de forma que os alunos as comparassem e identificassem a que constituía um pentaminó.

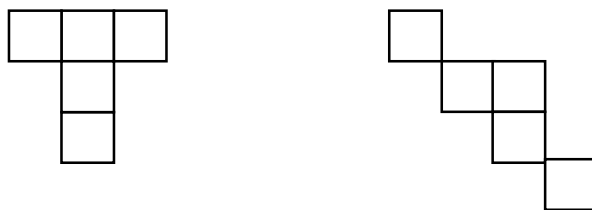


Figura 1 - Figuras apresentadas

Posteriormente, distribuí por cada par cinco quadradinhos de papel para que estes construíssem um pentaminó. Todos os pares o conseguiram produzir e uniram com fita-cola os cinco quadradinhos. De seguida, todos os pares, à vez, foram chamados ao quadro para apresentarem o seu pentaminó e colarem-no aí com bostik. Enquanto circulava pela sala constatei que havia pares que tinham construído pentaminós geometricamente iguais. De modo a rentabilizar o tempo, desafiei-os a construírem outro pentaminó diferente e rapidamente o conseguiram. Como havia ainda outras possibilidades, acrescentei os que faltavam de modo a obter os doze pentaminós diferentes.

A segunda parte da tarefa tinha como propósito a determinação do perímetro e da área do pentaminó construído. Para o efeito, coloquei no quadro um quadradinho de papel e assinalei como unidade de medida de comprimento o comprimento do lado de um quadradinho e para unidade de medida de área a medida de área de um quadradinho. Os alunos determinaram por contagem a área e o perímetro do seu pentaminó e fizeram os respetivos registos no caderno diário.

À medida que foram colando no quadro os pentaminós construídos e registando o perímetro e a área, formaram uma tabela idêntica à que se encontra na Tabela 2. No entanto, de forma a rentabilizar o tempo e a terem registos no caderno sobre a tarefa, foi distribuído a cada aluno, em papel, a Tabela 2 para que a colassem no caderno diário.

Tabela 2 - Tabela dos Pentaminós

Pentaminós	Perímetro	Área
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5
	10	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5

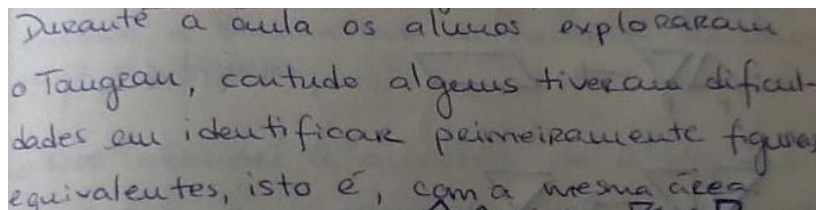
No que diz respeito ao desempenho dos alunos na realização desta tarefa, verifiquei que manifestaram, desde início, bastante interesse, o que poderá estar relacionado com o facto de manipularem materiais para construírem algo com determinadas características. Outra sensação com que fiquei foi que estavam atentos e entusiasmados ao construir as figuras e preencher as informações no quadro. No final questionando vários alunos, constatei que, de facto, compreenderam o que são figuras equivalentes e que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Tarefa *Explora o Tangram* e sua exploração

A tarefa *Explora o Tangram* também constituiu uma tarefa explorada em sala de aula para trabalhar a equivalência de figuras planas. Para a realização desta tarefa, os alunos foram organizados em grupos de quatro elementos. Numa primeira parte, foi dado um Tangram a cada grupo para que o explorassem livremente e, numa segunda parte, os alunos teriam de formar figuras congruentes e equivalentes utilizando este material manipulável.

Depois de ter distribuído um Tangram por cada grupo, dei algum tempo para os alunos explorarem livremente este material. Alguns, no 1.º ciclo, já tinham trabalhado com o Tangram; outros era a primeira vez que contactavam com este material. Após alguns minutos questionei os alunos: *Que nome se dá a este material? Sabem para que*

serve? E por quantas peças é constituído? Rapidamente responderam ao que era perguntado e comecei a complexificar as questões, lembrando que na aula anterior tinha sido trabalhado o conceito de figuras equivalentes. Assim sugeri que os alunos com as peças do Tangram construíssem figuras equivalentes. Inicialmente verifiquei que alguns grupos estavam com dificuldades em as obter. Já não se recordavam do conceito, pelo que foi necessário auxiliá-los (Figura 2). A ajuda consistiu no lembrar da tarefa *Figuras com quadrados* e recordar os conceitos trabalhados na mesma.



Durante a aula os alunos exploraram o Tangram, contudo alguns tiveram dificuldades em identificar primeiramente figuras equivalentes, isto é, com a mesma área.

Figura 2 - Nota de campo 1

Porém, nem todos os grupos tiveram dificuldades e conseguiram construir o que era pedido. Posteriormente, foi também pedido que utilizando um número específico de peças, por exemplo duas, construíssem figuras geometricamente iguais, isto é, figuras congruentes. É de salientar que alguns alunos tiveram dificuldades em construir figuras congruentes, como é o caso de Bianca que compreendeu o que eram figuras congruentes, mas teve dificuldade em construí-las utilizando o Tangram.

Esta tarefa foi importante para recordar a noção de figuras equivalentes, mas também para trabalhar melhor a noção de figuras congruentes. Foi possível concluir que os alunos tiveram menos dificuldades em construir figuras equivalentes do que congruentes, talvez porque esta noção tinha sido ainda pouco trabalhada.

A utilização deste material foi importante para alguns alunos, na medida em que foi a primeira vez que o exploraram e, permitiu, nalguns casos, construir as figuras pedidas (equivalentes e congruentes). No entanto, para outros, constatei que não ajudou muito. Esta dificuldade poderá estar associada à própria exploração da tarefa, uma vez que os alunos tiveram dificuldade em registar as figuras no quadro, bem como, devido ao facto de quando foram desenhar as figuras não conseguirem fazer com correção nem respeitarem as dimensões, nem mesmo a forma.

Uma alternativa para esta tarefa, que no momento não foi possível ser feita, era os alunos registarem as suas construções em papel, decalcando as figuras do Tangram que

foram construídas e apresentarem-nas à turma. Deste modo, as figuras respeitavam as dimensões e as formas e talvez não surgissem tantas dificuldades na sua construção.

Nesta tarefa, de algum modo a exploração, tal como foi dito anteriormente, deste material manipulável não foi a mais correta e talvez por esse motivo, alguns alunos apresentaram dificuldades na construção das figuras sugeridas. Todavia, são vários os autores que defendem que a utilização deste tipo de materiais ajuda na aprendizagem da equivalência de figuras planas, porém para que seja uma fonte de aprendizagem, as atividades têm de ser bem delineadas.

Tarefa Área do retângulo e sua exploração

A tarefa *Área do retângulo* teve como principal objetivo introduzir a fórmula de cálculo da área do retângulo e era composta por quatro questões. A organização dos alunos para a exploração desta tarefa foi em trabalho individual e coletivo.

Inicialmente, antes de apresentar a tarefa, foram lembrados os conceitos de área e de perímetro. Para isso foi utilizado como suporte digital o PowerPoint. Os alunos não tiveram dificuldade em definir o conceito de perímetro. O mesmo não se passou com o de área.

A tarefa *Área do retângulo* foi apresentada também em PowerPoint onde surgia um retângulo dividido em quadrículas em que o lado tinha 1 cm de comprimento e, por isso, a área de cada quadrícula era 1 cm^2 . A primeira questão era a seguinte: “Qual é a medida da área do retângulo em cm^2 ?”. Os alunos rapidamente chegaram à solução através da estratégia referida na Nota de campo 2 (Figura 3).

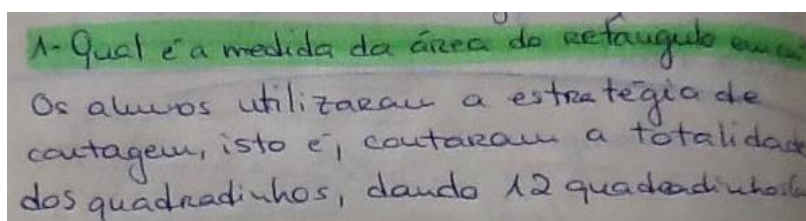


Figura 3 - Nota de campo 2

A segunda questão correspondia ao desenho de outros retângulos que tivessem a mesma área do retângulo anterior. Nesta não surgiram muitas dificuldades. Os alunos utilizaram as quadrículas do caderno diário para descobrir a área através da contagem. Contudo, alguns desenharam o mesmo retângulo da questão anterior, mas noutra posição.

A terceira questão envolvia o cálculo da área de quatro retângulos com medidas diferentes. A área destes últimos retângulos foi também determinada por contagem (Figura 4).

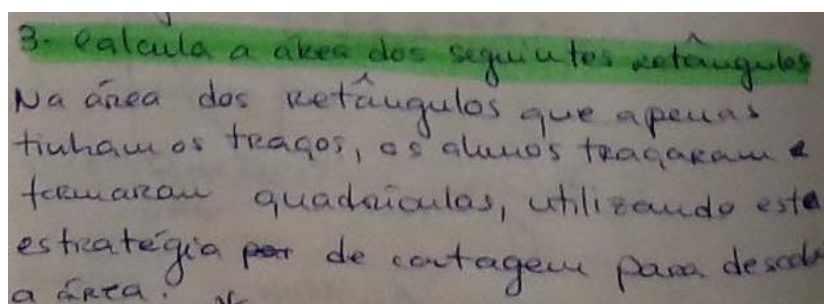


Figura 4 - Nota de campo 3

Na última questão perguntava-se: “Como fizeste para calcular a área do retângulo?”. Os alunos começaram por responder que tinha sido através da contagem. Desafiei-os perguntando se não poderia ser de outra maneira. Verifiquei que ficaram um pouco reticentes e que não sabiam o que responder. Foi então que projetei novamente o retângulo correspondente à primeira questão e perguntei aos alunos: *Que outra maneira têm para calcular a área deste retângulo?* Os alunos não conseguiram responder. Perguntei: *Qual a área deste retângulo?* Os alunos responderam 12 cm^2 . *Como é que podemos chegar aos 12 cm^2 sem utilizar a contagem?* Um aluno (Fábio) respondeu: *Ah se fizermos 4×3 conseguimos chegar aos 12 cm^2 !* Foi através deste contributo do aluno que surgiu a fórmula de cálculo da área do retângulo.

Em suma, fazendo um balanço desta tarefa foi possível constatar que os alunos estiveram interessados ao longo da tarefa, que envolvia o uso de suportes digitais. Retirei como conclusão que os alunos tiveram dificuldade em chegar à fórmula de cálculo da área do retângulo, visto que persistiam em usar meramente a estratégia de contagem.

Tarefa Área do quadrado e sua exploração

A tarefa *Área do quadrado* foi outra das tarefas exploradas em sala de aula através de trabalho coletivo, mas também individual. O seu objetivo principal é introduzir a fórmula de cálculo da área do quadrado.

Numa primeira fase coleí no quadro com bostik um quadrado com 9 cm^2 de área e com quadrículas desenhadas no seu interior (Figura 5). É de salientar que quando coleí

no quadro o quadrado informei que o lado de cada quadrícula media 1 cm e, inclusive, registei esta informação no quadro.

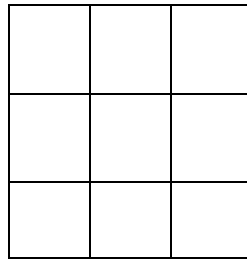


Figura 5 - Quadrado com 9 cm² de área

De seguida perguntei: *Que figura é esta? Qual a particularidade do quadrado?* Após formular as perguntas escolhi dois alunos para lhes responderem. Referiram que a figura era um quadrado e que a particularidade do quadrado é ter os lados todos iguais. Quando perguntei qual a sua área os alunos determinaram-na por contagem do número de quadrículas. Posteriormente, questioneei: *E conhecem outra forma de calcular a área do quadrado?* Rapidamente os alunos disseram que poderia ser através da multiplicação (Nota de campo 4, Figura 6).

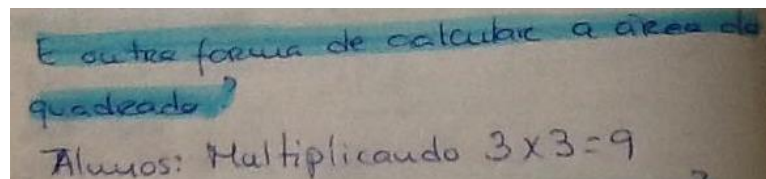


Figura 6 - Nota de campo 4

Seguidamente, perguntei: *O que significa multiplicar 3 por 3?* Na Nota de campo 5 (Figura 7) relato o essencial do que os alunos disseram.

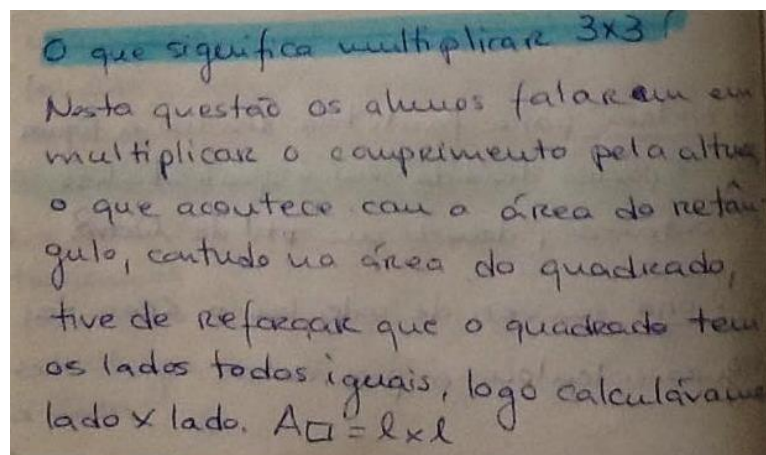


Figura 7 - Nota de campo 5

Nesta tarefa, verifiquei que os alunos não tiveram grande dificuldade em chegar à fórmula de cálculo da área do quadrado. Uma hipótese explicativa é que anteriormente tinha sido trabalhada a área do retângulo e sendo o quadrado um caso particular do retângulo o modo de calcular a sua área é idêntico. O material construído, o quadrado em papel, ajudou os alunos a visionar a figura e a descreverem-na.

Tarefa Calculando áreas de paralelogramos e sua exploração

O propósito da tarefa *Calculando áreas de paralelogramos* era que os alunos descobrissem a fórmula de cálculo da área do paralelogramo. Numa primeira fase foi distribuído a cada par, uma imagem de um paralelogramo recortado em papel. Questionei os alunos sobre que figura geométrica era. Instalou-se um momento de silêncio. Após alguns segundos, constatei que vários não sabiam designar a figura e outros estavam com dificuldade em pronunciar a palavra “paralelogramo”. Houve, no entanto, um aluno que indicou tratar-se de um “paralelogramo”.

De seguida, foi proposto que, partindo de um dos vértices do paralelogramo dobrassem por uma das suas alturas de maneira a que surgisse um triângulo. Após a dobragem foi sugerido que o cortassem e o deslocassem. No decorrer da tarefa, utilizei o PowerPoint para projetar os diferentes passos da passagem do paralelogramo para o retângulo de forma a facilitar a compreensão dos alunos em relação à transformação das figuras (Figura 8).

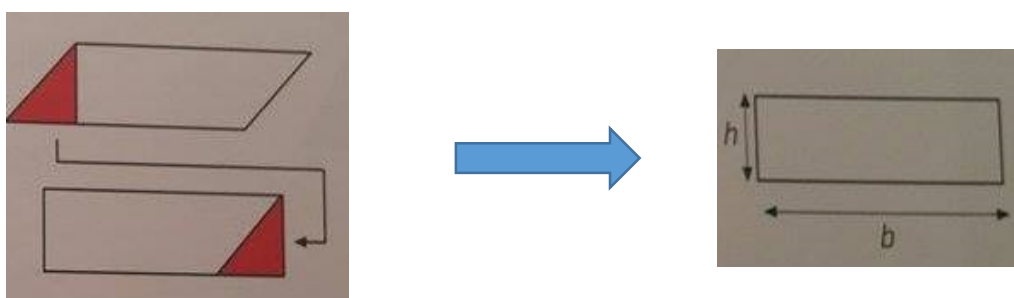


Figura 8 - Tarefa *Calculando áreas de paralelogramos*

Foi possível constatar que os alunos estavam entusiasmados e ficaram surpreendidos quando, ao deslocarem o triângulo, viram surgir um retângulo. Verifiquei também que os alunos não tinham qualquer ideia da figura que se iria formar.

A partir da descoberta de que um paralelogramo se pode transformar num retângulo, rapidamente chegaram à fórmula de cálculo da área do paralelogramo. No entanto, inicialmente, disseram que tinham que multiplicar o comprimento pela largura, provavelmente porque estabeleceram uma analogia com a fórmula de cálculo da área do retângulo. Expliquei aos alunos que, no caso do paralelogramo, não há largura, há lados e que, a altura do paralelogramo é perpendicular à base, por estas razões a fórmula de cálculo da área do paralelogramo é base vezes altura.

De seguida, foram observados, através de imagens projetadas usando o PowerPoint, dois paralelogramos (representados na Figura 9) e foi pedido aos alunos que calculassem o perímetro e a área de cada um.

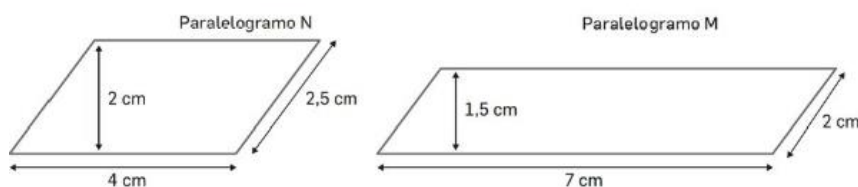


Figura 9 - Tarefa *Calculando áreas de paralelogramos*

Ao circular pela sala de aula, constatei que no cálculo do perímetro alguns alunos utilizaram as medidas do comprimento da altura. Decidi chamar um destes alunos ao quadro e pedi-lhe para explicar o porquê de utilizar esta medida. O aluno não o soube explicar, pelo que chamei à atenção para que no cálculo do perímetro de um paralelogramo do tipo dos representados na Figura 9 (um retângulo também é um paralelogramo), não tem sentido utilizar a altura, visto que o objetivo é descobrir a medida do comprimento da linha que limita a figura

No final, em discussão coletiva, penso que os alunos compreenderam que só utilizamos a medida da altura do paralelogramo (não retângulo) para calcular a sua área e que esta medida não pode ser usada para o cálculo do perímetro.

Tarefa *Área do triângulo* e sua exploração

A tarefa *Área do triângulo* foi proposta com o objetivo de os alunos compreenderem como se calcula a área de um triângulo e que diferenças há entre o cálculo da área desta figura geométrica e a de um retângulo. Esta tarefa foi explorada em trabalho coletivo. Posteriormente, através de apresentação em PowerPoint foi apresentado um triângulo para que os alunos calculassem a sua área.

Inicialmente coleí no quadro a imagem de um retângulo de papel em que as medidas dos comprimentos dos lados eram 5 cm e 2 cm e pedi aos alunos que calculassem a sua área. De seguida, perguntei: *Se cortarmos o retângulo por uma das suas diagonais o que acontece?* Os alunos responderam que se formavam dois triângulos. A partir desta resposta perguntei: *Sabem como é que se calcula a área do triângulo?* Alguns alunos responderam: *Da mesma maneira que se calcula a área do retângulo!*

Perante esta reposta, decidi chamar a atenção para o retângulo que estava afixado no quadro e, ilustrar o procedimento que permite obter os dois triângulos para tentar que os alunos compreendessem que, para calcular a área de um triângulo é necessário multiplicar a medida do comprimento da base pela da altura, mas dividir por dois. Registei no quadro esta ideia mas foi muito complicado os alunos compreenderem este procedimento de cálculo, nomeadamente porque não entendiam o porquê de dividir por dois.

Assim, realcei novamente que se partirmos de um retângulo e o dividirmos por uma das suas diagonais se formam dois triângulos e que utilizávamos a base, que neste caso era por exemplo o comprimento do retângulo, e a altura ou largura, mas que teríamos de dividir por dois.

A concretização desta tarefa em sala de aula foi deveras difícil. Os alunos continuavam a não compreender o porquê de dividir por dois retendo apenas a necessidade de multiplicar a medida do comprimento da base do triângulo pela da sua altura.

Inicialmente os alunos demonstraram-se interessados na tarefa. No entanto, durante a discussão coletiva para descobrir a fórmula de cálculo da área de um triângulo, mostraram-se um pouco dispersos e desmotivados talvez porque não conseguiam chegar ao que se pretendia nem atribuir significado à referida fórmula de cálculo.

Refletindo sobre a tarefa concluo que possivelmente os alunos tiveram dificuldades devido a vários problemas de exploração da tarefa. O primeiro prende-se com a análise de apenas um caso de transformação de um retângulo em dois triângulos. Assim, através da análise de apenas um caso é complicado os alunos generalizarem algo. Em segundo lugar, o problema é que um retângulo é utilizado para designar os lados, comprimento vezes largura e no triângulo é base vezes altura a dividir por dois, o que significa que a terminologia é diferente e não foram estabelecidas relações entre a

terminologia usada. Outro problema ainda relacionado com este último, é que não foi devidamente destacado que a altura de um retângulo, pelas próprias características do retângulo, é perpendicular à base e, por isso, é que podemos multiplicar um pelo outro.

Para esta tarefa poderia ter utilizado uma alternativa, como por exemplo, em vez de partir de um retângulo para chegar à área de um triângulo, partir de paralelogramos não retângulos em que estivessem indicadas as medidas dos lados e da altura; pedir para calcular as áreas dos paralelogramos, propor para os dobrar pela diagonal que não interessasse a altura marcada e a partir daí passar para a fórmula de cálculo da área do triângulo.

Ficha Tangram

A Ficha Tangram foi proposta para analisar o que os alunos tinham aprendido sobre o tema equivalência e congruência de figuras planas. A ficha continha imagens de figuras equivalentes ou congruentes formadas por peças deste material.

Numa primeira parte, os alunos foram distribuídos pelas mesas para que pudessem realizar a ficha individualmente. De seguida, foi entregue uma ficha a cada aluno e feita a leitura do enunciado, sublinhando a necessidade de terem de justificar todas as respostas. No final da leitura, começaram a surgir algumas dúvidas, mas optei por não as esclarecer pois, como referi, pretendia averiguar os conhecimentos e dificuldades dos alunos.

Esta ficha foi realizada duas semanas depois de serem introduzidos os conceitos de figuras equivalentes e congruentes.

Para a realização da ficha foram estabelecidos 20 minutos. Após este tempo foram recolhidas as fichas. A análise das respostas dos alunos evidenciou que alguns até sabiam o que eram figuras equivalentes, mas tinham dificuldades no que se refere à noção de figuras congruentes e em qualquer dos casos não sabiam justificar as suas respostas.

Tarefa *Comparando áreas* e sua exploração

A última tarefa *Comparando áreas* foi realizada com os alunos organizados em pares. O objetivo crucial da tarefa foi consolidar conteúdos matemáticos anteriormente trabalhados.

No início foi projetado o enunciado da tarefa através de uma apresentação em PowerPoint. O que se pediu aos alunos foi que comparassem a área das duas figuras (Figura 10), neste caso um quadrado e um retângulo através da questão “Qual destas figuras tem maior área?”.

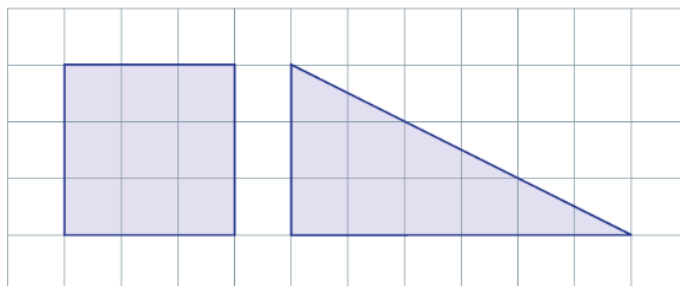


Figura 10 - Comparando áreas

Após a apresentação da tarefa, foi distribuído a cada par de alunos um pedaço de papel para que o utilizassem, se necessário, no decurso da resolução. Porém um destes pares rapidamente chegou à solução através do método de contagem das quadrículas de cada figura, indo ao quadro explicar. Explicaram, no caso da área do triângulo, que contaram primeiramente as quadrículas que se encontravam “completas” (6 quadrículas) e posteriormente juntaram partes das quadrículas “incompletas” com partes de outras que lhes pareciam faltar para obter uma quadrícula completa. Outro par assumiu que cada lado de uma quadrícula correspondia a uma unidade de comprimento; fazendo a contagem chegaram à conclusão que um lado do quadrado media 3 e que por isso 3×3 daria a área do quadrado e que a base do triângulo media 6 e a altura 3 e que por isso $\frac{6 \times 3}{2}$ daria a área do triângulo. No final compararam as duas áreas e chegaram à conclusão que eram iguais.

Contudo, para alguns alunos não foi simples chegar ao resultado correto. Aparentemente compararam as áreas recorrendo exclusivamente à visualização das figuras. Ao circular pela sala verifiquei que muitos afirmavam que era o quadrado que tinha maior área e outros o triângulo, mas não sabiam justificar a sua resposta.

Ao finalizar a tarefa, apresentei através do PowerPoint algumas estratégias de resolução de alunos que incluíam no contexto da tarefa, de forma a mostrar que havia diversos modos de chegar a um resultado correto. Fazendo um balanço da atividade desenvolvida, é possível concluir que alguns alunos já não usaram apenas a estratégia de contagem para resolver o problema. Utilizaram também as fórmulas de cálculo das áreas do quadrado e do triângulo, o que poderá indiciar que as compreenderam.

3.3.Recolha de dados

A recolha de dados empíricos é essencial em qualquer tipo de investigação sobre a prática. Para o efeito, no estudo realizado foram utilizadas as seguintes técnicas: observação, entrevistas clínicas a dois alunos caso e recolha documental.

3.3.1.Observação participante

A observação é uma técnica fundamental em qualquer tipo de investigação, uma vez que “permite o conhecimento directo dos fenómenos tal como eles acontecem num determinado contexto (...). A observação ajuda a compreender os contextos, as pessoas que nele se movimentam e as suas interacções” (Máximo-Esteves, 2008, p. 87).

Carmo e Ferreira (1998) destacam três tipos de observação: a observação participante, observação não participante e observação participante despercebida pelos observados. A observação participante, nos últimos anos, tem sido utilizada em diversos trabalhos, “quer como ferramenta exploratória quer como técnica principal de recolha de dados, quer ainda como instrumento auxiliar de pesquisas” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 108) e é através desta que o investigador estabelece um contacto mais directo com a população em estudo. Em relação, à observação não-participante, “o observador não interage de forma alguma com o objecto de estudo no momento em que realiza a observação” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 106). Por último, a observação participante despercebida pelos observados, diz respeito ao facto de o investigador procurar não ser notado pela população em estudo.

No estudo desenvolvido recorri à observação participante, na medida em que fui, simultaneamente, professora e investigadora numa turma de 5.º ano de escolaridade tendo, deste modo, um contacto directo com os alunos desta turma.

Como forma de registar o que foi observado, utilizei notas de campo que “são os instrumentos metodológicos que os professores utilizam com mais frequência para registar os dados de observação” (Máximo-Esteves, 2008, p. 88). As notas de campo numa investigação qualitativa, tendem a ser “detalhadas, precisas e extensivas” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 150). As notas de campo constam de uma descrição ou reflexão do que o investigador observa durante a sua investigação e podem ser redigidas tanto no momento da observação, como posteriormente. Ao longo do estudo elaborei notas de

campo, tanto sobre as aulas lecionadas durante a intervenção pedagógica, como sobre as entrevistas realizadas.

3.3.2. Entrevistas

As entrevistas também são “uma das estratégias mais utilizadas na investigação educacional” (Máximo-Esteves, 2008, p. 92). É possível definir entrevista como “um acto de conversação intencional e orientado, que implica uma relação pessoal, durante a qual os participantes desempenham papéis fixos: o entrevistador pergunta e o entrevistado responde” (Máximo-Esteves, 2008, pp. 92-93).

No estudo que apresento, foram realizadas três entrevistas clínicas a cada um dos dois alunos caso, ou seja, seis entrevistas que foram gravadas em suporte áudio. Estas entrevistas clínicas ocorreram após a conclusão do Estágio no 2.º ciclo e tiveram como propósito recolher informação sobre a aprendizagem das áreas e dos perímetros de figuras planas, mais precisamente em compreender de que modo os alunos resolvem problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro de figuras geométricas planas. Para me apoiar durante a sua realização, elaborei guiões de entrevista (Anexo 2).

Quanto ao tipo de entrevista optei por entrevistas clínicas. Estas entrevistas têm como principal objetivo contribuir para entender o modo como os alunos pensam e, por esta via, para melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, as entrevistas clínicas na área da Matemática “são um meio pelo qual os professores podem observar e interpretar, ou seja, avaliar o comportamento matemático dos alunos” (Hunting, 1997, p. 162).

Para a realização destas entrevistas o professor, pode adotar ou adaptar tarefas concebidas para efeitos de investigação ou outras tarefas. O importante é que as use para criar oportunidades de os alunos pensarem “em voz alta” sobre as tarefas propostas. Com este propósito, no decurso da entrevista pode colocar, por exemplo, questões do tipo:

Podes dizer-me o que estás a pensar? (...) Podes dizer-me como é que trabalhas isso? (...) Sabes uma maneira de verificar se estás certo? (...) Finje que és o professor. Podes explicar o que tu pensas a uma criança mais jovem? (...) Como é que explicas?. (Hunting, 1997, pp. 153-154)

Hunting (1997) refere que entre as entrevistas clínicas há as que visam a resolução de problemas. Nestas são apresentados problemas aos alunos pedindo-se-lhe que os resolvam por escrito e, simultaneamente, que vão explicando como estão a pensar.

A Tabela 3 ilustra como foram organizadas as três entrevistas clínicas.

Tabela 3- Tarefas propostas nas entrevistas e sua organização

Data da entrevista	Tarefa proposta	Duração
2 de junho de 2015	Ficha de diagnóstico	34 min
3 de junho de 2015		32 min
8 de junho de 2015	Tarefa <i>Área de figuras compostas</i>	32 min
	Tarefa <i>Frente da casa</i>	30 min
9 de junho de 2015	Tarefa <i>Área do jardim</i>	36 min
	Tarefa <i>Moinho de vento</i>	30 min

Observando a Tabela 3 constata-se que numa das entrevistas foram revisitadas as tarefas da Ficha de diagnóstico. Nas restantes apresentei quatro problemas: *Área de figuras compostas*, *Frente da casa*, *Área do jardim* e *Moinho de vento*. Assim, optei por entrevistas clínicas por resolução de problemas.

Com efeito, pretendi compreender como é que os alunos resolvem problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro de figuras geométricas. Foram propostos aos alunos caso vários problemas sobre áreas e perímetros e foi-lhes pedido que os resolvessem e explicassem o modo de resolução.

3.3.3.Recolha documental

A recolha documental “visa seleccionar, tratar e interpretar informação bruta existente em suportes estáveis (...) com vista a delas extrair algum sentido” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 59). Assim sendo, a recolha documental poderá ser feita através de informação documental existente nas bibliotecas, repositórios universitários e livros e também, incidir em trabalhos dos alunos. Face ao objetivo do estudo e tendo em conta que é importante que os professores analisem “metodicamente amostras de trabalhos

elaborados pelos alunos, para compreenderem como é que as crianças processam a informação, resolvem problemas e lidam com tópicos e questões complexas” (Máximo-Esteves, 2008, p. 92), no estudo que apresento a recolha documental incidu sobre produções dos alunos e, mais concretamente, sobre a sua resolução de tarefas que lhes propus na sala de aula (Ficha de diagnóstico) e durante as entrevistas clínicas. Com efeito, a “análise dos artefactos produzidos pelas crianças é indispensável quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos” (Máximo-Esteves, 2008, p. 92).

3.4. Análise de dados

A análise de dados “envolve o trabalho com dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205).

Face ao objetivo e questões do estudo, optei por analisar os dados empíricos recorrendo à análise de conteúdo que, segundo Bardin (1977), designa

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.¹⁵ (p. 42)

De acordo com Coutinho (2011) a análise de conteúdo é uma análise de texto que tem como objetivo principal descodificar o texto de forma a encontrar regularidades e padrões e fazer inferências para encontrar resultados.

A análise de conteúdo que realizei foi orientada por categorias temáticas, esta de acordo com Bardin (1977)

cronologicamente é a mais antiga; na prática é a mais utilizada. Funciona por operações de desmembramento do texto em unidades, em categorias segundo reagrupamentos analógicos. Entre as diferentes possibilidades de categorização, a investigação dos temas, ou *análise temática*¹⁶, é rápida e eficaz na condição de se aplicar a discursos directos (significações manifestas) e simples. (p. 153)

¹⁵ Itálico no original.

¹⁶ Itálico no original.

A análise de conteúdo inclui segundo Bardin (1977) três etapas fundamentais: pré-análise; exploração do material; e tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

A primeira etapa corresponde à organização do material e na perspectiva de Bardin (1977) devem-se selecionar os documentos, formular hipóteses e questões e ainda elaborar indicadores que fundamentem a interpretação final. Nesta investigação, a fase de pré-análise constituiu o *corpus*, ou seja, o conjunto de documentos que irão ser submetidos a processos de análise e fiz uma leitura flutuante dos dados, que

consiste em estabelecer contacto com os documentos a analisar e em conhecer o texto deixando-se invadir por impressões e orientações (...). Pouco a pouco, a leitura vai-se tornando mais precisa, em função de hipóteses emergentes, da projecção de teorias adaptadas sobre o material e da possível aplicação de técnicas utilizadas sobre materiais análogos. (Bardin, 1977, p. 96)

A exploração do material compõe a segunda etapa definida por Bardin (1977) e é “longa e fastidiosa, consiste essencialmente de operações de codificação, desconto ou enumeração, em função de regras previamente formuladas” (p. 101). Nesta etapa fiz uma primeira análise das transcrições das entrevistas, de modo a identificar as categorias de análise para o projeto de investigação. Na última etapa os resultados “são tratados de maneira a serem significativos (...) e válidos” (*ibidem*). No meu caso, foram analisadas exaustivamente as transcrições das entrevistas, como também as resoluções dos alunos, de forma a obter resultados, tal como Bardin (1977) afirma, significativos.

A análise de dados deste projeto de investigação foi realizada através da análise das notas de campo resultantes da observação; análise das transcrições das entrevistas clínicas relativas a problemas matemáticos e a sua resolução, bem como documentos produzidos pelos alunos. Esta análise foi organizada por categorias temáticas nomeadamente *compreensão dos problemas; estratégias de resolução; e dificuldades*. Cada uma destas categorias será analisada tendo em conta as tarefas realizadas nas entrevistas clínicas, com especial enfoque na resolução dos dois alunos caso escolhidos para este projeto de investigação.

Capítulo 4 – Análise de dados

Neste capítulo apresento e analiso, tendo por referência as questões de investigação, dados recolhidos durante a intervenção pedagógica bem como nas entrevistas realizadas aos dois alunos caso. Está estruturado em duas secções principais cada uma das quais corresponde a um dos casos: Fábio e Bianca.

A apresentação de ambos os casos foi organizada em cinco subsecções. A primeira foca-se na análise da atividade dos alunos nas tarefas incluídas na Ficha de diagnóstico. Para o efeito, foram consideradas as produções recolhidas na aula em que esta ficha foi proposta bem como os dados provenientes da entrevista relacionada com resolução das mesmas tarefas. Cada uma das quatro subsecções seguintes centra-se na análise das resoluções, pelos alunos, das tarefas propostas na segunda ou terceira entrevistas e no discurso associado a estas resoluções: Área de figuras compostas; Frente da casa; Área do jardim; e Moinho de vento. A análise de qualquer uma das tarefas foi estruturada em torno de três eixos: (a) compreensão do problema; (b) estratégias de resolução; (c) dificuldades.

4.1.Fábio

Fábio é um aluno com 10 anos de idade, de nacionalidade portuguesa que frequenta o 5.º ano de escolaridade pela primeira vez. É extrovertido e empenhado, tendo muita facilidade em comunicar e explicar os seus raciocínios.

Ao nível do desempenho escolar, é um aluno que não apresenta muitas dificuldades de aprendizagem. Em relação à disciplina de Matemática, verificam-se algumas lacunas ao nível do cálculo e do raciocínio matemático, mas consegue contorná-las. O seu nível de avaliação no final do ano letivo é de 4.

4.1.1.As tarefas da Ficha de diagnóstico

Nesta secção apresento uma análise do desempenho de Fábio nas tarefas incluídas na Ficha de diagnóstico, realizada individualmente a 17 de abril de 2015 e proposta, posteriormente, no âmbito da Entrevista 1 que ocorreu no dia 3 de junho de 2015.

Tarefa *Alturas*

A primeira tarefa da Ficha de diagnóstico tem um enunciado, que inclui uma imagem (Figura 11) onde é referido que a Ana, o Jorge, a mãe e o pai mediram as suas alturas e em que é pedida a determinação da diferença entre a altura do pai e a altura da mãe.



Figura 11 - Enunciado da Tarefa *Alturas*

Esta tarefa foi selecionada, uma vez que incide na relação entre unidades de medida de comprimento.

Compreensão do problema

Na Figura 12 pode observar-se a resolução individual feita por Fábio na Ficha de diagnóstico.

Explica como chegaste à tua resposta.

$$\text{Ana} - 1,52 + 14 \text{ centímetros} = 1,66 \rightarrow \text{Mãe}$$

$$\text{Jorge} - 1,47 + 27 \text{ centímetros} = 1,74 \rightarrow \text{Pai}$$

$$\begin{array}{r} 1,74 \\ - 1,47 \\ \hline 0,27 \end{array}$$

Resposta: 27 cm

Figura 12 - Resolução da Tarefa *Alturas* (Ficha de diagnóstico)

Analisando a Figura 12, é possível conjecturar que o aluno compreendeu, parcialmente, o enunciado do problema, raciocinando corretamente, uma vez que seleciona os dados necessários e adiciona-os de um modo que pode conduzir à solução. Contudo, fica a dúvida se Fábio compreendeu o problema na sua totalidade, porque calculou a diferença de alturas não entre o pai e a mãe, como era pedido, mas sim entre pai e filho.

Esta dúvida fica ultrapassada quando observamos o diálogo que, a este propósito, ocorreu no decurso da Entrevista 1 (Extrato 1):

Extrato 1

1. **Lauriana** – Quero que leias primeiro a tarefa e depois analyses o que tu fizeste.
2. **Fábio** – Então eu fiz o da Ana mais os 14 da mãe que deu 1 e 66. Depois do Jorge mais os 27 do pai que deu 1 e 74. Depois fiz 1 e 74 menos (*aluno hesitou em continuar*). Era suposto ser menos o da mãe! (...) Porque aqui diz: qual é, em centímetros a diferença entre a altura do pai e a altura da mãe! E eu aqui enganei-me e fiz do Jorge e do pai.

E1F¹⁷ p. 3

O aluno, ao analisar o que fez na Ficha de diagnóstico, identifica que se enganou (parágrafo 2), ou seja, teve consciência que fez um cálculo incorreto face ao que era pedido, pois em vez de utilizar a altura do Jorge e do pai teria de utilizar a altura da mãe e do pai, para encontrar a diferença de alturas.

Estratégias de resolução

Na Ficha de diagnóstico, o aluno, tal como se pode observar na Figura 12, usa as alturas de Ana e Jorge e adiciona cada um dos valores indicados no enunciado para

¹⁷ E1F – sigla adotada para designar Entrevista 1 realizada por Fábio.

descobrir a altura da mãe e do pai. Utiliza o algoritmo da subtração para calcular uma diferença ($1,74 - 1,47$), embora a diferença encontrada não corresponda ao que era pedido.

Na resolução da tarefa na Entrevista 1 (Figura 13), Fábio continua a utilizar a adição para descobrir a altura da mãe e do pai e o algoritmo da subtração para calcular a diferença de alturas entre o pai e a mãe.

Explica como chegaste à tua resposta.

$$\text{Ana} - 1,52 + 14 = 166 \rightarrow \text{mãe}$$
$$\text{Jorge} - 1,47 + 27 = 174 \rightarrow \text{pai}$$
$$\begin{array}{r} 174 \\ - 166 \\ \hline 08 \end{array}$$

Resposta: 8 cm

Figura 13 - Resolução da Tarefa *Alturas* (Entrevista 1)

Dificuldades

A observação da Figura 12 evidencia que Fábio tem dificuldade no rigor dos registos, isto é, embora pareça pensar corretamente, na indicação das adições usa diferentes unidades de medida uma vez que 1,52 e 1,47 (alturas de Ana e de Jorge) são valores expressos em metros enquanto 14 e 27 se referem, como é indicado na resolução, a medidas expressas em centímetros. Também ao indicar a altura da Ana, do Jorge, do pai e da mãe não coloca a unidade de medida. A sua resolução, a propósito desta tarefa, durante a entrevista, indiciam dificuldade em converter unidades de medida de comprimento (Extrato 2):

Extrato 2

- Lauriana** – E olha, uma coisa, eu reparei que quando tu estavas a fazer estas contas aqui, tu misturaste metros com centímetros, gostava de perceber porquê?
(Aluno hesitou em responder; parecia não saber como explicar).
- Lauriana** – Quando tu fazes, por exemplo, uma conta usando metros, todos os outros números têm de ser [expressos] em metros, certo?
- Fábio** – Sim.
- Lauriana** – Se fizeres em centímetros, tem de ser em centímetros, então aqui a altura da Ana está em metros, mas tu queres o resultado em centímetros...
- Fábio** – Centímetros...

6. **Lauriana** – O que é que tu fazias?
7. **Fábio** – Tinha que andar para trás? (*A sussurrar*). Uma casa?!

E1F pp. 3-4

Fábio parece ter pouca segurança na conversão de metros para centímetros, ou seja, em estabelecer relações entre estas duas unidades de medida de comprimento (parágrafo 7).

Tarefa *Perímetro*

O enunciado da segunda tarefa - *Perímetro* - tem uma zona quadriculada e é pedido que se desenhe aí um retângulo com 18 cm de perímetro, utilizando para isso a régua.

Esta tarefa foi incluída na Ficha de diagnóstico, para analisar quais os conhecimentos dos alunos em relação à noção de perímetro.

Compreensão do problema

A Figura 14 apresenta a resolução de Fábio na Ficha de diagnóstico.

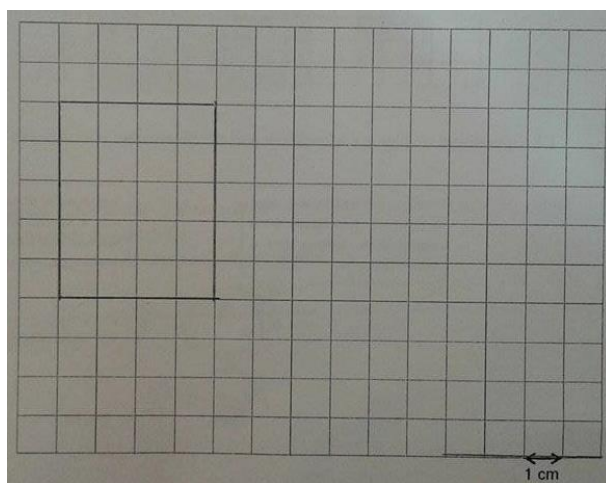


Figura 14 - Resolução da Tarefa *Perímetro* (Ficha de diagnóstico)

A análise da Figura 14 indicia que o aluno compreendeu o enunciado da tarefa. Com efeito o retângulo desenhado tem 18 cm de perímetro tal como era pedido. As intervenções de Fábio na Entrevista 1 permitem apoiar esta ideia. Além disso, ilustram o modo como pensou (Extrato 3):

Extrato 3

1. **Lauriana** – Aqui há uns tempos tu fizeste esta tarefa que está aqui na aula e gostava que me explicasses como é que resolveste a tarefa. O que é que começaste por fazer primeiro?

2. **Fábio** – Vi que cada tracinho valia 1 cm e logo vi que os de cima, os deee...altura também eram. Então, se aqui 4 “coisinhos” dá 4 cm e depois aqui também e aqui também e aqui também dá 18 e vi que o perímetro é 18 e fiz cada lado com 4 quadradinhos.
3. **Lauriana** – 4 quadradinhos, este aqui neste caso tem 4 quadradinhos e aqui quantos?
4. **Fábio** – 5!

E1F p. 1

Estratégia de resolução

Observando a Figura 14, verifica-se que o aluno construiu um retângulo com 4 cm de largura e 5 cm de comprimento. Não é inteligível qual a estratégia que usou. Com efeito, durante a entrevista referiu que o lado de cada quadrícula “cada tracinho” (Extrato 3, parágrafo 2) “valia 1 cm” e, que por isso “4 coisinhos” (Extrato 3, parágrafo 2) - referindo-se a um dos lados do retângulo - eram 4 cm. Posteriormente refere o outro lado tem 5 quadrados. Poder-se-á supor que terá recorrido à contagem e/ou que terá recorrido a factos conhecidos para adicionar mentalmente os números envolvidos na determinação do perímetro, dado que estes números e a sua adição é familiar aos alunos do 5.º ano de escolaridade.

Dificuldades

Tendo em conta o anteriormente apresentado, o aluno parece não ter tido dificuldades na realização desta tarefa. Contudo, durante a entrevista, sugeri-lhe que construísse outro retângulo diferente do anterior, mas que tivesse o mesmo perímetro. Nesta altura começaram a surgir dificuldades (Extrato 4):

Extrato 4

1. **Lauriana** – Ok, e então aqui como é que tu farias para construir um retângulo com 18 cm? Tu aqui fizeste 4 num lado e 5 noutra. E existem outras maneiras de fazer retângulos com 18 cm de perímetro. Queria que me fizesses apenas um.
2. **Fábio** – Huuummm...(Ar pensativo).
3. **Lauriana** – Diferente do que tu fizeste na altura.
(Aluno tentou fazer e mostrou o procedimento a meio).
4. **Lauriana** – Então...
5. **Fábio** – (Apagou o que tinha desenhado e voltou a tentar).
Eu não sei!
(...)

6. **Fábio** - (*Aluno tentou novamente, apagando o registro anterior*). Este já tem 18!

7. **Lauriana** – Já tem 18! E é igual àquele não é?

E1F p. 2

Analisando o Extrato 4, constata-se que o aluno não compreendeu que o retângulo que tinha construído era geometricamente igual ao que tinha na resolução da Ficha de diagnóstico; apenas estava posicionado de maneira diferente. Fica a dúvida se não reparou que os retângulos eram congruentes ou se está a considerar que a posição de uma figura é um aspeto a ter em conta quando se analisa a congruência de figuras geométricas. De qualquer modo, verifica-se que houve dificuldades na construção de um retângulo diferente de outro já desenhado mas com o mesmo perímetro.

Tarefa Área

O enunciado da tarefa *Área* tem uma zona pontuada (Figura 15) e é pedido que se construa um retângulo com 16 cm^2 de área e 20 cm de perímetro.

A tarefa foi incluída na Ficha de diagnóstico, visto que a sua resolução implica a mobilização das noções de área e de perímetro.

Compreensão do problema

Na Ficha de diagnóstico, o aluno não realizou a tarefa. Não há dados que permitam saber se terá tido dificuldades na sua compreensão e resolução, ou se não teve tempo para a fazer.

Na Entrevista 1 foi, novamente, sugerido a Fábio que tentasse resolver o problema. A análise da sua resolução (Figura 15) sugere que compreendeu o enunciado do problema. Com efeito, a figura desenhada respeita as condições indicadas no enunciado da tarefa.

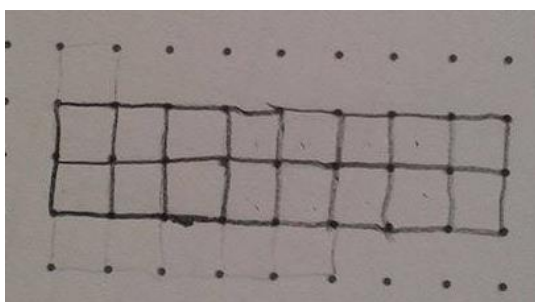


Figura 15 - Resolução da Tarefa *Área* (Entrevista 1)

Estratégias de resolução

O Extrato 5 ilustra de que modo Fábio explicou o raciocínio feito para desenhar a figura pretendida.

Extrato 5

1. **Fábio** – Já está!
2. **Lauriana** – Já está? Então podes-me explicar como é que começaste por fazer?
3. **Fábio** – Eu pensei assim... 2×10 é 20.
4. **Lauriana** – Sim...
5. **Fábio** – Depois 2×9 , 18, depois 9 vezes... Não! Sim! 9×8 dava 16.
6. **Lauriana** – 9×8 ?
7. **Fábio** – (*Aluno ficou confuso*). Humm... 10 é 20, 19 é 18... (Sussurra *Sim!*) 8 vezes... 2 dá 16!
8. **Lauriana** – 8×2 , 16.
9. **Fábio** – Então fiz, 2 deee... largura e depois 8 e deu os 16 de área e os 20 de perímetro.

E1F p. 6

Analisando este extrato consegue-se compreender que o aluno para calcular a área da figura, calcula o produto da medida do seu comprimento pela da sua largura (parágrafo 7), o que poderá indiciar que recorre à fórmula de cálculo da área do retângulo, embora não a verbalize. Quanto ao perímetro pode pôr-se a hipótese de ter determinado o semiperímetro por contagem e em seguida ter duplicado este valor pois refere o cálculo 2×10 (parágrafo 3).

Fábio parece não estar muito à vontade com o cálculo 2×8 – “Sim! 9×8 dava 16” (parágrafo 5) - ou seja este produto não parece fazer parte dos factos conhecidos do aluno. Para ultrapassar a situação, usa um facto conhecido (2×10) para ir descobrindo o referido produto, primeiro recorrendo ao cálculo de 2×9 (parágrafo 5) e, em seguida, partindo de 20 fazendo contagens regressivas de 2 em 2: “Humm... 10 é 20, 19 é 18... 8 vezes... 2 dá 16!” (parágrafo 5).

Dificuldades

De uma forma geral, não são identificadas dificuldades.

Tarefa *Os dois irmãos*

A Figura 16 representa a primeira parte do enunciado da penúltima tarefa da Ficha de diagnóstico intitulada *Os dois irmãos*.

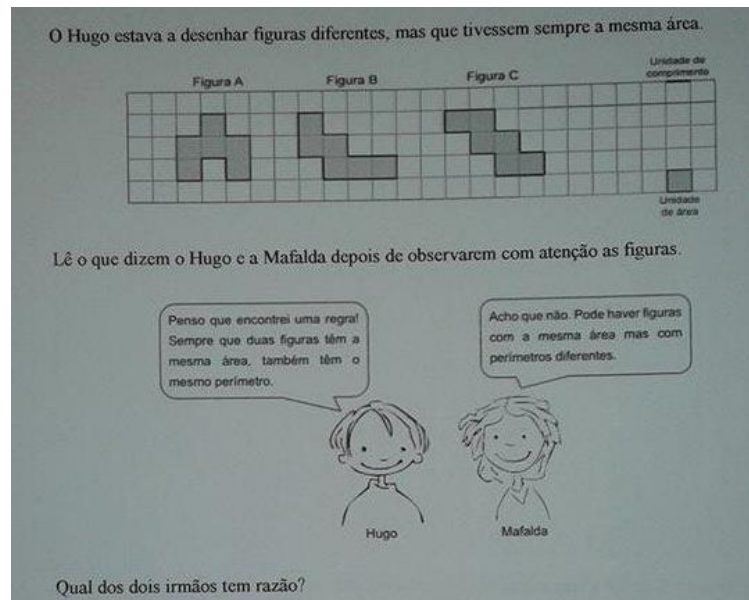


Figura 16 - Enunciado da Tarefa *Os dois irmãos*

Como a Figura 16 ilustra, solicita-se a indicação de qual dos dois irmãos tem razão. Em seguida pede-se que os alunos apresentem um exemplo que permita justificar a resposta.

Esta tarefa foi escolhida para a Ficha de diagnóstico, pois envolve os conceitos de figuras equivalentes, isto é, figuras com a mesma área, e isoperimétricas.

Compreensão do problema

Quando se analisa a resolução de Fábio na Ficha de diagnóstico constata-se que o aluno consegue identificar que tem que se posicionar relativamente a duas opiniões diferentes para responder à questão “Qual dos dois irmãos tem razão?” e que também sabe que tem de apresentar um exemplo para justificar a sua resposta, o que parece ser indiciador de que Fábio compreendeu o enunciado do problema.

No entanto, quando se analisa o que diz, no âmbito da entrevista, a propósito das figuras que desenhou, começam a surgir dúvidas (Extrato 6):

Extrato 6

1. **Lauriana** – Mas olha eu reparei aqui que tu fizeste algumas figuras mas depois riscaste, porque é que riscaste? Lembras-te?

2. **Fábio** – Porque eu queria fazer figuras iguais, mas com formas e perímetros diferentes, mas nunca corria bem!

E1F p. 7

Verifica-se através deste extrato que o aluno talvez não tenha compreendido a totalidade do problema (parágrafo 2).

Estratégia de resolução

Na realização da Ficha de diagnóstico, não é possível identificar, com clareza, a estratégia usada por Fábio, embora a análise da Figura 17 possa indicar que recorreu ao desenho e à tentativa e erro, uma vez que refere que é Mafalda quem tem razão e tenta desenhar figuras.

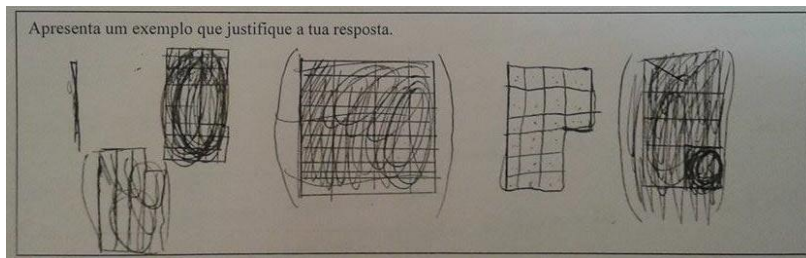


Figura 17 - Resolução da Tarefa Os dois irmãos (Ficha de diagnóstico)

Na Entrevista 1, verifica-se que Fábio tem alguma dificuldade em justificar o seu raciocínio. Foi necessário colocar questões sucessivas para ajudar o aluno a encontrar uma justificação e disponibilizar seis quadrinhos de papel que o aluno usou para construir uma figura diferente das desenhadas no enunciado da tarefa (Figura 18).

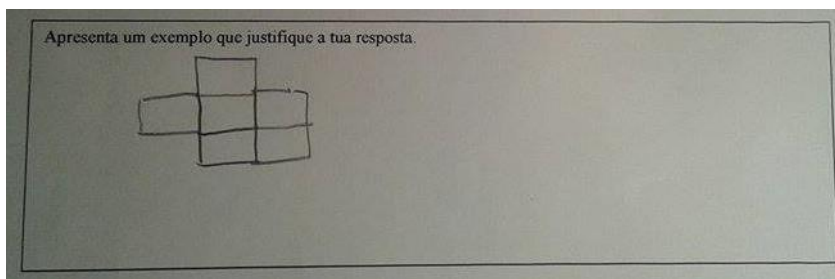


Figura 18 - Resolução da Tarefa Os dois irmãos (Entrevista 1)

O Extrato 7 permite ilustrar o que foi referido anteriormente:

Extrato 7

1. **Lauriana** – Por exemplo, então esta figura [figura desenhada a partir da construção feita com os quadrinhos de papel] temm...eehh qual é a área?
2. **Fábio** – 6!

3. **Lauriana** – 6! E agora o perímetro?
4. **Fábio** – 12!
5. **Lauriana** – 12! E aqui o perímetro da figura A quanto é? [referindo-me à figura representada no enunciado da tarefa].
6. **Fábio** – (*Aluno fez a contagem dos tracinhos*) 13.
7. **Lauriana** – 13? Conta lá melhor!
8. **Fábio** – 14.
9. **Lauriana** – 14! E do B?
10. **Fábio** – 14!
11. **Lauriana** – E C?
12. **Fábio** – 14!
13. **Lauriana** – Este aqui, todos ali como tu há pouco disseste têm 6 de área e tem o mesmo perímetro. E esta figura tem 6 de área e tem o mesmo perímetro que aquela? [Figura construída com os seis quadradinhos de papel].
14. **Fábio** – Não!
15. **Lauriana** – Não! Então o que é que tu podes concluir quando pergunta: qual dos dois irmãos tem razão?
16. **Fábio** – (*Aluno analisou os balões das falas dos dois irmãos*). Quee...as figuras têm todas a mesma área (interrupção da campainha) mas tem perímetros diferentes.
17. **Lauriana** – Tem perímetros diferentes, muito bem! Então qual dos dois irmãos tem razão?
18. **Fábio** – Mafalda!

E1F pp. 7-8

O aluno parece ter utilizado a contagem para descobrir o perímetro das figuras (parágrafo 6). Aparentemente fez o mesmo quanto à área. No entanto, fica a dúvida.

Dificuldades

Tendo em conta a análise da resolução de Fábio na realização da Ficha de diagnóstico, é possível constatar que o aluno poderá ter tido dificuldades na construção de figuras com a mesma área (Figura 17). Além disso, não conseguiu explicar com clareza o seu raciocínio (Extrato 6, parágrafo 2) e pode haver uma apropriação deficitária dos conceitos de figuras equivalentes e isoperimétricas.

Tarefa *Área relvada do jardim*

Na última tarefa da Ficha de diagnóstico era apresentada uma figura (Figura 19) e pedia-se para calcular a área relvada do jardim, que neste caso, corresponde à parte cinzento-escuro.

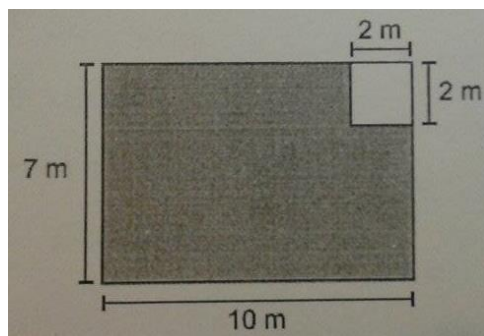


Figura 19 - Extrato do enunciado da Tarefa *Área relvada do jardim*

A Tarefa *Área relvada do jardim* foi selecionada, uma vez que a sua resolução envolve a mobilização do conceito de área e procedimentos de cálculo da área do quadrado e do retângulo.

Compreensão do problema

Na Ficha de diagnóstico, o aluno não resolveu esta tarefa. As razões poderão ter sido diversas. Por exemplo, por não ter compreendido o problema ou não ter tido tempo para o resolver. No entanto, na Entrevista 1 o mesmo não aconteceu. Quando sugeri que tentasse resolver a tarefa, o aluno rapidamente tentou interpretá-la, tal como ilustra o Extrato 8:

Extrato 8

1. **Fábio** – *(Aluno leu a tarefa e resolveu)*. Então? Pronto! Este cobre a área, seteee *(hesita)* está a ver? Não!
2. **Lauriana** – O que é que tu queres saber?
3. **Fábio** – Aahh...hum...a zona relvada do jardim.
4. **Lauriana** – E qual é a zona relvada do jardim aí nessa figura?
5. **Fábio** – A cinzenta! [referindo-se à zona cinzento-escuro]
6. **Lauriana** – A cinzenta! Então o que é que tu tens de fazer primeiro?
7. **Fábio** – Saber a área! *(Responde sem hesitar)*.
8. **Lauriana** – A área e então como é que vais calcular?
9. **Fábio** – 7×10 . *(Responde com incertezas)*.
10. **Lauriana** – 7×10 , então podes continuar!
(...)

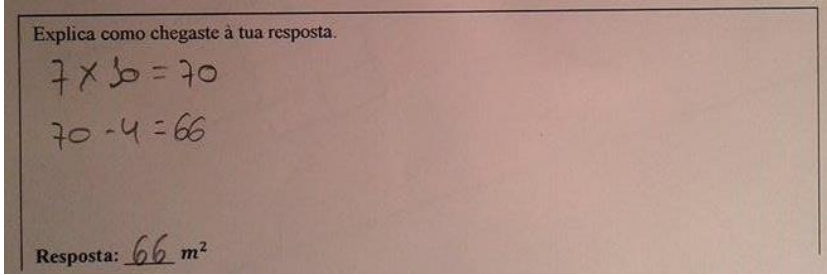
11. **Lauriana** – Neste caso, o 70 é a área de quê?
12. **Fábio** – Dee...do jardim todo.
13. **Lauriana** – Do jardim todo! É a área total e agora o que é que tens de fazer a seguir?
14. **Fábio** – 70 (*hesita um pouco*) menos 4!

E1F pp. 8-9

De acordo com o Extrato 8, verifica-se que o aluno compreendeu o problema, uma vez que identificou a área que teria de calcular, neste caso a área relvada do jardim (parágrafos 7, 9, 14), que representa tal como está ilustrado na Figura 19 a zona a cinzento-escuro.

Estratégias de resolução

A Figura 20 representa a resolução feita pelo aluno.



Explica como chegaste à tua resposta.

$$7 \times 10 = 70$$
$$70 - 4 = 66$$

Resposta: 66 m²

Figura 20 - Resolução da Tarefa *Área relvada do jardim* (Entrevista 1)

A análise da Figura 20 revela que Fábio calcula a área do retângulo recorrendo ao produto das medidas das duas dimensões, o que indicia que usa a fórmula de cálculo da área aprendida na aula, ainda que não a registre. Não é perceptível como determinou a área do quadrado, embora a indique corretamente. Para indicar o produto de 7 por 10, provavelmente, recorreu a factos conhecidos o que, também, pode ter acontecido com a área do quadrado. No final, para determinar a área relvada do jardim, usou a subtração, retirando a área do quadrado à área total.

Dificuldades

O aluno revela dificuldades nos conceitos de área e de perímetro, isto é, confunde estas duas noções (Extrato 9).

Extrato 9

1. **Lauriana** – Fizeste a área ou o perímetro desse quadrado?
2. **Fábio** – O perímetro.

3. **Lauriana** – O perímetro? Se fizesses o perímetro dava quanto? [referindo-me à área do quadrado cuja medida do lado é 2 cm].
4. **Fábio** – 4.
5. **Lauriana** – Dava 4? O perímetro é o quê?
6. **Fábio** – À volta!
(...)
7. **Lauriana** – E então?
8. **Fábio** – Dois mais dois, mais dois, mais dois!
9. **Lauriana** – Dava quanto?
10. **Fábio** – 8.
11. **Lauriana** – E então para dar o 4 o que é que tu farias? Tu aqui calculaste a área total e agora deste quadradinho tu calculaste o quê?
12. **Fábio** – Deste quadradinho calculeiii...o perímetro!

E1F pp. 9-10

Analisando o Extrato 9 verifica-se que, de facto, o aluno tem dificuldades na compreensão dos conceitos de área e de perímetro e, por isso mesmo, confunde os conceitos e os procedimentos de cálculo (parágrafos 4 e 12).

4.1.2. Análise global do desempenho de Fábio nas tarefas da Ficha de diagnóstico

A Tabela 4 ilustra o desempenho de Fábio nas várias tarefas incluídas na Ficha de diagnóstico.

Tabela 4 - Grelha de análise das resoluções da Ficha de diagnóstico e da Entrevista 1 (Fábio)

	Certo	Parcialmente certo	Errado	Não fez
Tarefa 1 (Alturas)	• E_1 ¹⁸	• FD ¹⁹		
Tarefa 2 (Perímetro)	• FD • E_1			
Tarefa 3 (Área)	• E_1			• FD
Tarefa 4 (Os dois irmãos)	• E_1	• FD		
Tarefa 5 (Área relvada do jardim)	• E_1			• FD

Para elaborar a Tabela 4, considerou-se, simultaneamente, as resoluções de Fábio na Ficha de diagnóstico realizada no início da intervenção pedagógica e aquilo que fez e disse na Entrevista 1 que se realizou após esta intervenção. A análise da tabela permite constatar a existência de algumas diferenças. Concretamente houve tarefas que o aluno não resolveu (Tarefas 3 e 5) ou não resolveu corretamente na Ficha de diagnóstico (Tarefas 1 e 4). A resolução de três destas tarefas (3, 4 e 5) envolvia o conceito de área e sua determinação. No entanto, resolveu-as de forma correta no âmbito da Entrevista 1.

¹⁸ E_1 – sigla adotada para designar a Entrevista 1.

¹⁹ FD – sigla adotada para designar a Ficha de diagnóstico.

Tarefa *Área de figuras compostas*

A Tarefa *Área de figuras compostas* (Anexo 3) foi realizada na Entrevista 2 que ocorreu no dia 8 de junho de 2015. A sua resolução envolve a mobilização do conceito de área de figuras planas e estratégias de cálculo de área do triângulo e do retângulo, bem como de figuras compostas.

Foram dados a Fábio dois cartões com as imagens representadas na Figura 21. Depois de lhe solicitar que observasse as figuras coloquei a questão: *Qual destas figuras coloridas te parece que tem maior área?*

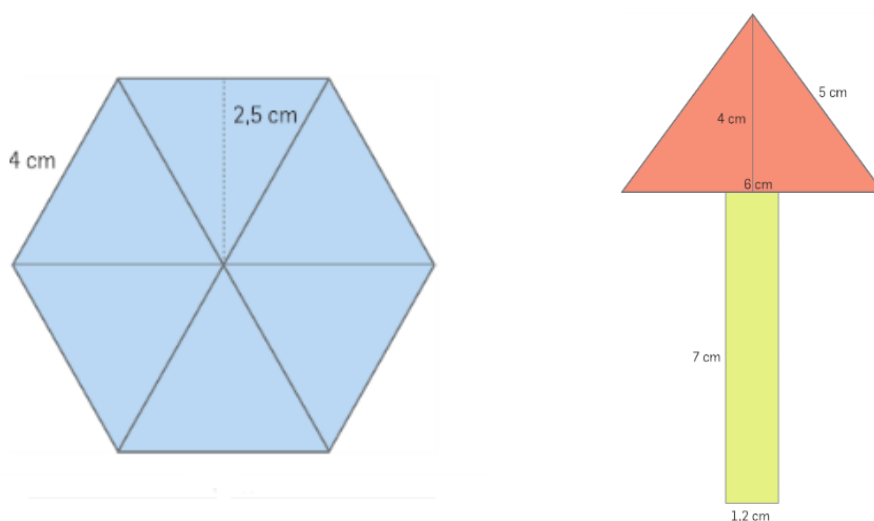


Figura 21 - Tarefa *Área de figuras compostas* (Entrevista 2)

Compreensão do problema

O Extrato 10 ilustra de que modo Fábio começa por abordar o problema.

Extrato 10

1. **Lauriana** – E então, imagina que eu te pedia para tu me dizeres qual é que tu achavas que era a figura que tinha maior área? Tu olhando assim à primeira vista qual é que dizes que tem maior área?
2. **Fábio** – Éeee...esta! [Figura composta por um triângulo e um retângulo].
3. **Lauriana** – Esta! E como é que tu podes ter tanta certeza que é essa?
4. **Fábio** – (Aluno pensou um pouco). Porque... 8×5 ...
5. **Lauriana** – 8?
6. **Fábio** – É um 8 ou é um 6? Não é 6! 6×5 é 25.
7. **Lauriana** - 6×5 é 25?

8. Fábio – Não...é 30.

E2F²⁰ p. 1

Analisando o Extrato 10 verifica-se que o aluno aparentemente, não teve dificuldades na compreensão do enunciado do problema, uma vez que foi capaz de atribuir sentido à pergunta que lhe coloquei (parágrafo 1) tendo apontado para a figura composta (triângulo e retângulo) (parágrafo 2), e, além disso, soube que era necessário calcular a área das figuras, quando o interpelei sobre como poderia ter a certeza (parágrafo 3).

Estratégias de resolução

As estratégias de resolução estão associadas ao cálculo das áreas de duas figuras – a área do hexágono (figura composta por 6 triângulos) e a área da figura composta por um triângulo e um retângulo.

No caso do hexágono, o aluno, a partir de uma sugestão que apresentei, começou por calcular a área de apenas um dos triângulos que compunha o hexágono (Extrato 11):

Extrato 11

1. **Lauriana** – 2,5 [referindo-me à altura do triângulo]. Então agora calcula a área desse triângulo [referindo-me a um dos triângulos em que o hexágono está dividido].
2. **Fábio** – O triângulo era base vezes altura não era?
3. **Lauriana** – Não sei se tu te consegues lembrar...
(*Aluno tenta calcular apenas o produto da medida da base pela da altura do triângulo*).
4. **Lauriana** – Então o que é que tu fizeste?
5. **Fábio** – Fiz...multipliquei a base vezes a altura.
6. **Lauriana** – Lembras-te como é que nós aprendemos a...área do triângulo na aula?
(...)
7. **Fábio** – Era o que dava a dividir por 2.
(...)
8. **Lauriana** - 5 porquê? Porquê 5? [5 refere-se ao cálculo $\frac{2,5 \times 4}{2}$].
9. **Fábio** – Porque 10 a dividir por 2 dá 5!

²⁰ E2F- sigla adotada para designar Entrevista 2 realizada por Fábio.

(...)

10. Lauriana - E agora se eu te pedisse para calcular a área de todos os triângulos o que é que tu fazias?

(Aluno pensou um pouco).

11. Lauriana – Quantos triângulos temos aqui nesta figura no total?

12. Fábio – 6!

13. Lauriana – 6. E então o que é que tu fazias?

14. Fábio – Fazia...5...vezes...6...

15. Lauriana – $5 \times 6!$ Então fazias 5×6 porquê?

(...)

16. Fábio – De um triângulo éee...5 cm². Então depois eu fiz 5×6 , porque há 6 triângulos iguais.

E2F pp. 2-3-4

Através do Extrato 11 é possível verificar que o aluno tenta utilizar a fórmula de cálculo da área do triângulo (parágrafo 2) apesar de não a saber corretamente. Ao longo da resolução do problema remeti para a aula onde foi apresentada esta fórmula para que se recordasse que era necessário dividir por dois o produto da medida da área pela da altura. Constata-se, também, que o aluno, depois de o ter apoiado através de uma pergunta (parágrafo 11) utilizou o produto da área de um triângulo por 6, para indicar a área do hexágono visto que a figura era composta por seis triângulos (parágrafo 16).

No que diz respeito à figura composta por um triângulo e um retângulo o aluno primeiramente calcula o produto de 6 por 5, ou seja, do produto das medidas dos comprimentos de dois lados (Extrato 10, parágrafo 6). No entanto, posteriormente, relembra a aula onde foi apresentada a fórmula de cálculo da área do triângulo, e usa a medida da base e da altura desta figura para calcular corretamente a medida da sua área, embora não a expresse usando uma unidade de medida adequada (Figura 22):

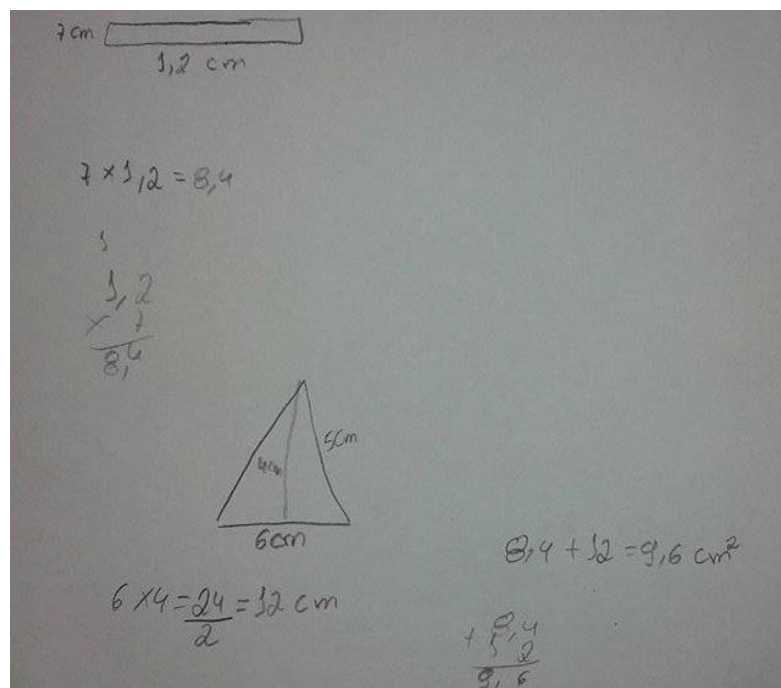


Figura 22 - Resolução da Tarefa *Área de figuras compostas* (Entrevista 2)

Analisando a Figura 22 constata-se que o aluno determinou a medida área da figura composta recorrendo à sua decomposição. Primeiro calculou a área do retângulo multiplicando as medidas dos seus lados ($7 \times 1,2$) e, em seguida, a área do triângulo, embora esta não esteja corretamente registada ($6 \times 4 = \frac{24}{2} = 12$). Em qualquer dos casos, recorre às fórmulas de cálculo da área destas figuras embora não as explicita. No final adicionou os dois valores obtidos (8,4 e 1,2) através do algoritmo da adição obtendo, assim, o resultado.

Dificuldades

Analisando globalmente a atividade matemática de Fábio nesta tarefa é possível identificar três tipos de dificuldades: (i) compreender que para calcular a medida da área de uma figura composta terá que calcular a medida da área de cada uma das suas componentes e adicionar os dois valores; (ii) calcular corretamente a medida da área de um triângulo; (iii) registar e usar, adequadamente, unidades de medida de área e de comprimento (neste caso, o perímetro).

O Extrato 12 corresponde a uma situação em que se manifesta a dificuldade (i).

Extrato 12

1. **Lauriana** – A área do retângulo ok, deu 8,4 e a seguir o que é que fazes?
2. **Fábio** – A área do triângulo.

3. **Lauriana** – Ok...
4. **Fábio** – Mas tenho de fazer dos dois?

E2F pp. 4-5

Neste extrato verifica-se que o aluno fica confuso em relação ao cálculo da área da figura composta (retângulo e triângulo), não compreendendo, num primeiro momento, se deve calcular a área do triângulo também.

A dificuldade (ii) prende-se com dois aspetos. Quanto ao primeiro, Fábio recorrentemente, não divide por 2 o produto da base pela altura do triângulo (Extrato 11, parágrafos 2 e 5); quanto ao segundo, não seleciona, adequadamente, as medidas dos elementos do triângulo que permitem obter a sua área (Extrato 10, parágrafos 6 e 8), usando as medidas dos seus lados em vez da base e da altura.

A Figura 22 e o Extrato 13 ilustram a dificuldade (iii). Observando a referida figura constata-se que na maioria dos cálculos que apresenta não regista as unidades de medida e que num dos casos (área do triângulo) usa uma unidade de medida que não é adequada (cm em vez de cm^2). O Extrato 13 revela que o aluno confunde o uso das unidades de medida.

Extrato 13

1. **Lauriana** – $5 \left[\frac{2,5 \times 4}{2} \right]$. E então 5 quê?
2. **Fábio** – Centímetros.
3. **Lauriana** – Quando colocamos...quando estamos a calcular a área fica só centímetros?
4. **Fábio** – A área?
5. **Lauriana** – Quando tu calculaste o perímetro fica centímetros e a área?
6. **Fábio** – Centímetros cúbicos...
7. **Lauriana** – É cúbicos?
8. **Fábio** – Não. Quadrados!

E2F p. 3

Analisando o Extrato 13 verifica-se que o aluno tem dificuldade em usar as unidades de medida corretas no caso da área e confunde-as (parágrafos 2 e 6) com unidades de medida de comprimento e de volume.

Tarefa *Frente da casa*

A Tarefa *Frente da casa* (Anexo 4) foi realizada em entrevista no dia 8 de junho de 2015 (Entrevista 2). A sua resolução requer a mobilização do conceito de área e procedimentos de cálculo da área do quadrado e do retângulo.

Esta tarefa foi apresentada através de uma pequena história improvisada, que referia que o Sr. Manuel tinha de pintar a frente da sua casa, onde havia uma janela e uma porta. Na história foi dito que a janela era quadrada e que o lado do quadrado media 2 m e que a porta era retangular sendo as medidas dos lados 2,5 m e 2 m. Foi entregue também ao aluno um cartão, como o apresentado na Figura 23, para que visualizasse a imagem e determinasse a área da parede da casa que o Sr. Manuel tem de pintar.

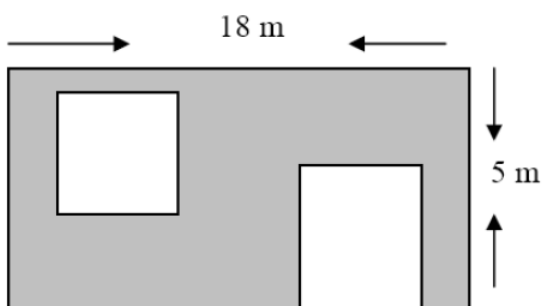


Figura 23 - Extrato do enunciado da Tarefa *Frente da casa* (Entrevista 2)

Compreensão do problema

Pouco após a apresentação do enunciado da tarefa, Fábio explica como irá proceder para a resolver (Extrato 14):

Extrato 14

1. **Lauriana** – Então se ele quer pintar só a parede, o que será que o Sr. Manuel tem de fazer?
2. **Fábio** - Tenho que fazer... 18×5 que é para saber daa...todaa...o tamanho de toda a parede. Depois tenho que tirar a área da janela e da porta.

E2F p. 7

A análise do Extrato 14 mostra que o aluno não teve qualquer dificuldade na compreensão do problema.

Estratégias de resolução

A Figura 24 ilustra as estratégias de resolução utilizadas por Fábio na Tarefa *Frente da casa*:

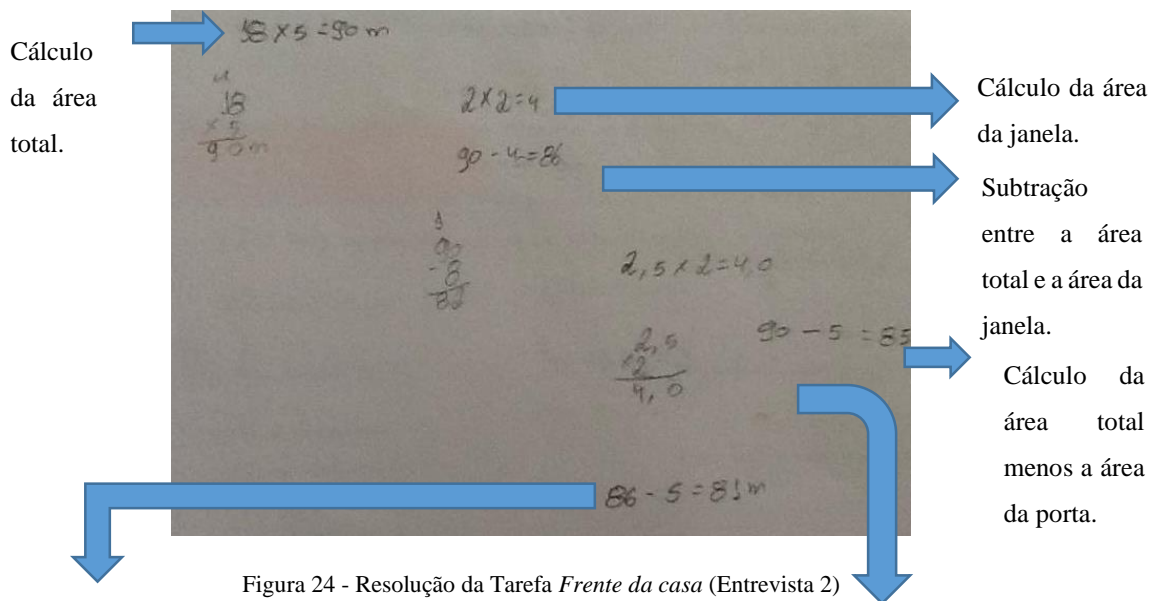


Figura 24 - Resolução da Tarefa *Frente da casa* (Entrevista 2)

Cálculo final.

Cálculo relativo
à medida da área
da porta.

Através da análise da Figura 24 constata-se que o aluno recorre às medidas dos lados do quadrado (janela) e do retângulo (porta) para calcular as áreas, o que indicia que mobiliza as fórmulas de cálculo das áreas destas figuras. Para efetuar os cálculos usa, em qualquer dos casos, o algoritmo da multiplicação, embora num dos casos não obtenha o resultado correto ($2,5 \times 2 = 4,0$). No entanto, quando subtrai a área da porta à área da diferença entre a área da parede e a área da janela, já usa um valor correto para a medida da área da porta, uma vez que foi questionado por mim sobre o resultado incorreto.

Além disso, recorre, por três vezes, à subtração mas não usa duas das diferenças obtidas ($90 - 8$ e $90 - 5$). O aluno primeiramente calcula $90 - 8$, para calcular a área total da parede retirando a área da janela. Só que, em vez de calcular a área da janela, calcula o seu perímetro ($2 + 2 + 2 + 2$) e, por isso, subtrai por 8. Quando questionado sobre este cálculo, apercebe-se que estava a calcular a área da janela incorretamente, confundindo-a com o perímetro.

No cálculo $90 - 5$ está a subtrair à medida da área total da parede a medida da área da porta, não utilizando este cálculo. O registo $90 - 4$ representa a subtração entre a medida da área total da parede e a medida da área da janela. A esta diferença (86) subtrai a medida da área da porta (5) para obter a quantidade de parede que o Sr. Manuel teria de pintar.

Dificuldades

Nesta tarefa é possível identificar quatro tipos de dificuldades: (i) compreender o conceito de área e de perímetro; (ii) usar procedimentos de cálculo adequados, isto é, calcular corretamente a área e o perímetro; (iii) utilizar corretamente unidades de medida e (iv) dar significado à área de quadrado.

O Extrato 15 e 16 ilustram dificuldades do tipo (i) e (ii):

Extrato 15

1. **Lauriana** – O que é que tu querias saber da porta?
2. **Fábio** – Querias saber a área.
3. **Lauriana** – A área e então como é que tu calculaste?
4. **Fábio** - Calculei 2,5 mais 2,5 mais 2 mais 2 que deu 9.

E2F p. 8

Neste extrato, é possível verificar que o aluno queria descobrir a área da porta, mas recorre ao cálculo do perímetro, constatando-se que confunde área e perímetro, e recorre a um procedimento de cálculo que é válido para a determinação do perímetro para indicar a medida da área. O Extrato 16 também mostra a mesma situação e, além disso, revela dificuldades do tipo (iii):

Extrato 16

1. **Lauriana** – Então, podes-me explicar o que fizeste primeiro?
2. **Fábio** - Primeiro fiz eehh...a área de toda a parede que deu-me 90 metros. Depois descobri aahh...a área da janela, da janela que me deu 8.
3. **Lauriana** - E porquê que deu 8? O quê que tu fizeste?
4. **Fábio** - Fiz...somei os lados todos.
5. **Lauriana** - Somaste os lados todos, tu querias calcular o quê?
6. **Fábio** – A área.

E2F pp. 8-9

A análise do Extrato 16 revela que Fábio utiliza inadequadamente, as unidades de medida de área (parágrafo 2). Esta dificuldade pode ser também apoiada pela análise da Figura 24: *Resolução da Tarefa Frente da casa*. Com efeito, sempre que associa unidades de medida aos resultados obtidos fá-lo incorretamente (usa metros para exprimir o valor de áreas).

O Extrato 17 corresponde a uma situação da dificuldade do tipo (iv):

Extrato 17

1. **Lauriana** – Então agora 2×2 corresponde a quê?
2. **Fábio** - 2×2 corresponde aa... (*Aluno hesita em responder*). Ao... comprimento... à largura, aos lados. Eu fiz lado vezes lado!
3. **Lauriana** – Lado vezes lado significa? Porquê que calculaste lado vezes lado?
4. **Fábio** – Porque têm todos os lados iguais.

E2F pp. 9-10

A dificuldade (iv) prende-se com a atribuição de significado ao processo de cálculo da área do quadrado. O aluno não consegue explicar o que significa “lado vezes lado” (parágrafo 2) nem porque é que este procedimento permite obter a área do quadrado.

Tarefa *Área do jardim*

A Tarefa *Área do jardim* (Anexo 5) foi resolvida na entrevista realizada no dia 9 de junho de 2015 (Entrevista 3). A sua resolução envolve o recurso ao conceito de área e a procedimentos de cálculo da área de um retângulo. Esta tarefa foi apresentada através de uma história improvisada, que referia que uma menina, chamada Joana, estava a passear e encontrou um parque como o representado na Figura 25.

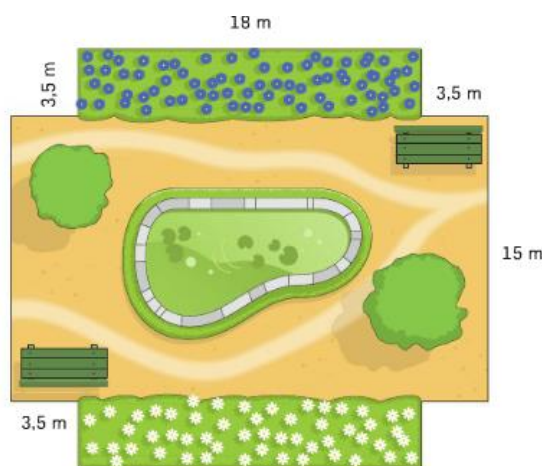


Figura 25 - Cartão da Tarefa *Área do jardim* (Entrevista 3)

Primeiramente foi dado um cartão como o da Figura 25 para que o aluno visualizasse a imagem e, de seguida, contada a história. A tarefa pedia que ajudasse a menina a descobrir qual a área dos canteiros de flores e a área do parque. Neste âmbito,

as questões colocadas foram: *Qual é a área do parque onde estão plantadas as flores?* e *Qual é a área do parque?*

Compreensão do problema

Aparentemente, o aluno não teve qualquer dificuldade em compreender a primeira questão da tarefa (Extrato 18):

Extrato 18

1. **Lauriana** – Então, eu gostava que tu tentasses ajudar a Joana e tentasses descobrir qual é a área do parque onde estão plantadas as flores.
2. **Fábio** – (*Aluno faz cálculos*). Deste canteiro deu-me 54 metros.
3. **Lauriana** – 54. Então podes-me dizer como é que pensaste?
4. **Fábio** – Multipliquei os 18 metros de comprimento e 3,5 de largura.
5. **Lauriana** – Certo e porquê que multiplicaste assim?
6. **Fábio** – Para saber a área.
7. **Lauriana** – Mas olha lá uma coisa! Deu aqui 90 e deu aqui 54, disseste que era 54?
8. **Fábio** – *Ãaah!* (*Aluno não percebeu a questão*)
9. **Lauriana** – Primeiro aqui, tu quando multiplicaste 5×8 dá 40, foi 4 muito bem, como tu disseste. Depois 5×1 dá 5, com 4 dá 9 e tu baixaste, ao baixares fizeste 3×8 dá 24 e vão 2 como tu disseste e depois 3×1 , 3 e 2 dá 5. E então...
10. **Fábio** – Falta somar os 9 aos 54.
(...)
11. **Fábio** – Afinal dá 63.
12. **Lauriana** – Estes 63 m² correspondem a quê?
13. **Fábio** – À área de um canteiro, mas como o outro também é igual...
14. **Lauriana** – Como o outro é igual, porquê que dizes que o outro é igual?
15. **Fábio** – Porque aqui de largura também tem 3,5 mas depois aqui não tem de comprimento. Então como aqui no outro já tem 18, aqui também acho que deve ser 18.
16. **Lauriana** – E então agora qual é a área do parque onde estão plantadas as flores?

(...)

17. Fábio – Então, fiz como um canteiro é 63 o outro como é igual, somei mais 63 do outro que me deu 126 dos dois.

E3F²¹ pp. 1-2

Analisando o Extrato 18, constata-se que o aluno revela compreender o enunciado do problema, através da visualização do cartão que ilustra o parque. Com efeito, compreendeu que para calcular a área dos canteiros teria de utilizar os valores correspondentes a duas medidas e multiplicá-las (parágrafo 4); compreendeu, também, que para calcular a área dos dois canteiros teria de adicionar 63 com 63 (parágrafo 13).

Quanto à segunda questão, surgiram algumas dificuldades no cálculo, devido ao facto de não compreender na totalidade o cartão da Tarefa *Área do jardim* (Extrato 19):

Extrato 19

- 1. Lauriana** - E se a Joana quisesse descobrir a área do parque?
- 2. Fábio** - Fazia 126×15 .
- 3. Lauriana** - 126×15 porquê?
- 4. Fábio** - Porque estas partes aqui já sabemos que dá 126 m^2 . Então depois aqui de...largura também eehhh...de largura é 15 e depois aqui como é a parte do canteiro faz-se 126×15 .
- 5. Lauriana** – Ok, então o que são esses 126×15 ?
- 6. Fábio** – É dos dois canteiros vezes a largura do parque.

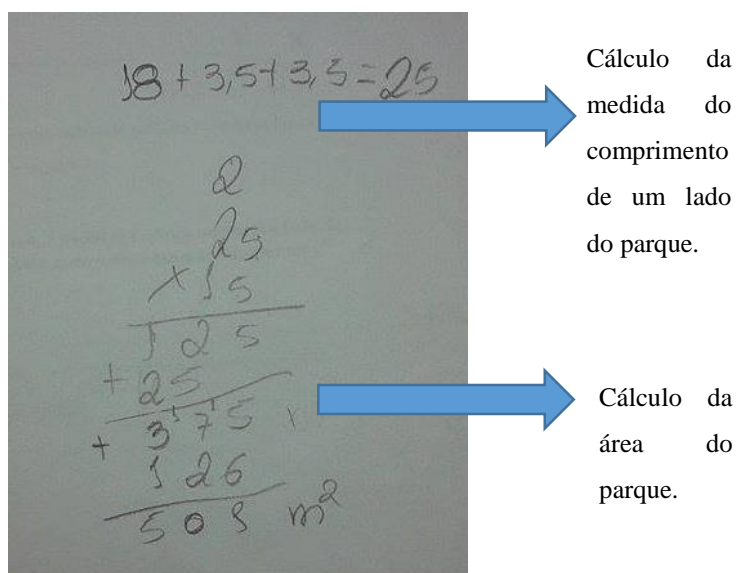
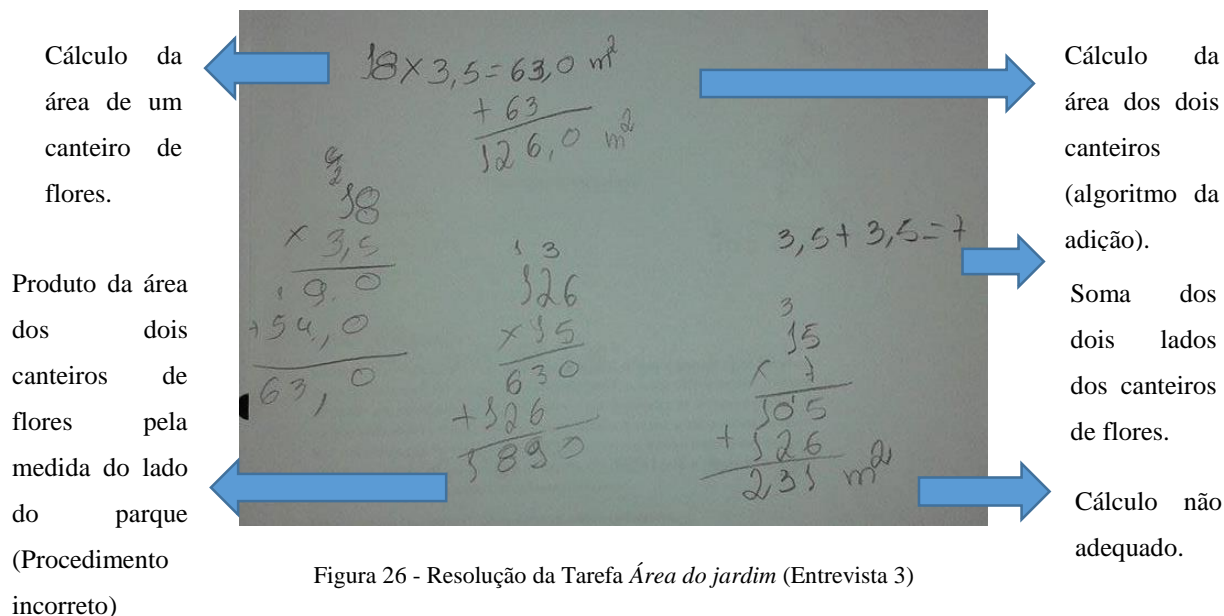
E3F pp. 2-3

Observando o Extrato 19 constata-se que o aluno compreendeu o enunciado do problema, uma vez que recorre a cálculos para descobrir a área do parque. No entanto, não compreendeu o cartão, visto que teria de adicionar as medidas dos comprimentos de dois dos lados dos canteiros ($3,5 \text{ m} + 3,5 \text{ m}$) aos 18 m, para descobrir o comprimento do parque (parágrafo 6). Em vez disso, multiplicou a medida da área dos dois canteiros de flores (126 m^2) pela medida da largura do parque.

Estratégias de resolução

Na Figura 26 encontram-se as estratégias de resolução utilizadas por Fábio.

²¹ E3F – sigla adotada para designar a Entrevista 3 realizada por Fábio.



O aluno calculou o produto das medidas dos lados do retângulo que representam os canteiros de flores para descobrir a área destes canteiros de flores (Figura 26) e utilizou um procedimento análogo para determinar a área do parque (Figura 27), o que indicia que utilizou a fórmula de cálculo da área do retângulo, embora não a registrando algebricamente.

Analisando em pormenor a Figura 26 constata-se que Fábio utiliza as medidas de comprimento dos lados de um canteiro para calcular a sua área ($18 \times 3,5$), recorrendo, para isso, ao algoritmo da multiplicação. Para calcular a área dos dois canteiros de flores utiliza o algoritmo da adição ($63 + 63$).

Posteriormente, quando questionado sobre como iria calcular a área do parque, utiliza a medida da área dos dois canteiros de flores e multiplica-a pela medida da largura do parque (126×15). Interpelado por esta resolução, Fábio apercebe-se que estava a calcular incorretamente a área do parque e adiciona as medidas de dois dos lados de um canteiro de flores ($3,5 + 3,5$) para tentar descobrir o comprimento do parque. Em seguida multiplica a soma obtida (7) por 15 (medida do comprimento de um dos lados do parque) para obter a sua área, o que, mais uma vez, é um procedimento incorreto. Assim sendo, foi necessário auxiliar o aluno e dar algumas pistas para conseguir calcular a área do parque.

No final, recorreu ao algoritmo da multiplicação (25×15) para descobrir a área do parque e depois adicionou o produto obtido à medida da área dos dois canteiros de flores, obtendo desta forma, o resultado (Figura 27).

Dificuldades

As dificuldades que surgiram prendem-se com o cálculo da área do parque. Aparentemente, o aluno não conseguiu compreender na sua totalidade a imagem do parque nem o significado das medidas indicadas efetuando vários cálculos incorretos (Extrato 19 e 20). Além disso, parece não compreender o significado das unidades de medida nem como as utilizar corretamente.

Analisando o Extrato 19 verifica-se que o aluno multiplica a medida da área dos dois canteiros de flores (126 m^2) pela medida da largura do parque (15 m) (parágrafos 2, 4 e 6), não compreendendo que não faz sentido multiplicar a medida de uma área pela de um comprimento para determinar uma área.

Além disso, a análise do Extrato 20 revela que o aluno assume que o comprimento do parque é 3,5 m.

Extrato 20

- 1. Lauriana** – Tu sabes aqui que este lado é 15. Sabes que este aqui é 15 e este lado aqui dos canteiros é 18, tanto aqui como aqui. Já calculaste a área dos canteiros, certo? E então, sabes deste lado! E o que é que te falta saber?
- 2. Fábio** – De comprimento...
- 3. Lauriana** – De comprimento e diz-me lá qual é o comprimento que te falta saber?
- 4. Fábio** – Destes dois.

5. **Lauriana** - Deste dois tu já sabes que vale 3,5, mas o comprimento do parque é só 3,5 mais 3,5?
6. **Fábio** – Não é só 3,5...
7. **Lauriana** – É só 3,5?
8. **Fábio** – Acho que sim...

E3F p. 4

Observando o Extrato 20, identifica-se que o aluno não compreendeu que para calcular a área do parque teria de adicionar 3,5 m mais 3,5 m correspondentes à medida do comprimento do lado dos canteiros de flores, para descobrir o valor que deveria depois adicionar aos 18 m de forma a encontrar o comprimento do parque, neste caso 25 m.

Também ao longo desta tarefa é possível verificar a dificuldade no uso correto das unidades de medida de área, nomeadamente no Extrato 18, parágrafos 2 e 11.

Análise da Tarefa *Moinho de vento*

A Tarefa *Moinho de vento* (Anexo 6) foi resolvida na entrevista realizada no dia 9 de junho de 2015 (Entrevista 3). A escolha desta tarefa deveu-se ao facto de a sua resolução envolver a mobilização dos conceitos de área e de perímetro do paralelogramo, bem como os procedimentos de cálculo do perímetro e da medida da área desta figura.

Para a sua apresentação foi dado ao aluno um cartão com uma imagem de um moinho de vento (Figura 28) e contada uma pequena história improvisada. A história referia um menino chamado Pedro que queria construir um moinho de vento com as medidas apresentadas na figura.

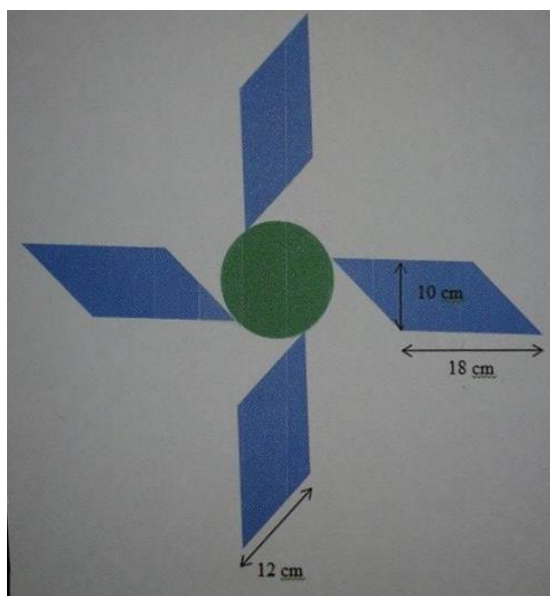


Figura 28 - Cartão da Tarefa *Moinho de vento* (Entrevista 3)

Posteriormente, foram apresentadas, através de cartões, as primeiras questões da tarefa: *Que quantidade de papel vai precisar o Pedro para forrar apenas um lado de uma pá do moinho? E dois lados de uma pá? E se quiser forrar os dois lados de todas as pás?* De seguida, após a resolução das questões anteriores, foram apresentadas as seguintes: *Quantos centímetros de fita vai precisar o Pedro para reforçar uma pá do moinho em toda a volta? E se quiser reforçar todas as pás?*

Compreensão do problema

Aparentemente, o aluno compreendeu o enunciado do problema, uma vez que soube identificar o que era conhecido (10 cm, 18 cm e 12 cm) e o que era desconhecido (a quantidade de papel necessária) recorrendo a cálculos para determinar o que era pedido, embora não o faça corretamente. Os Extratos 21 e 22 permitem apoiar esta ideia:

Extrato 21

1. **Lauriana** – E então agora o Pedro quer forrar um lado apenas da pá e então que quantidade de papel é que ele vai precisar para forrar apenas um lado?
2. **Fábio** – 30 cm.
3. **Lauriana** – Porquê que tu dizes que é 30 cm?
4. **Fábio** – Porque aqui é 10 cm, aqui é 18 e aqui é 12! E tudo dá 30.

E3F p. 8

Extrato 22

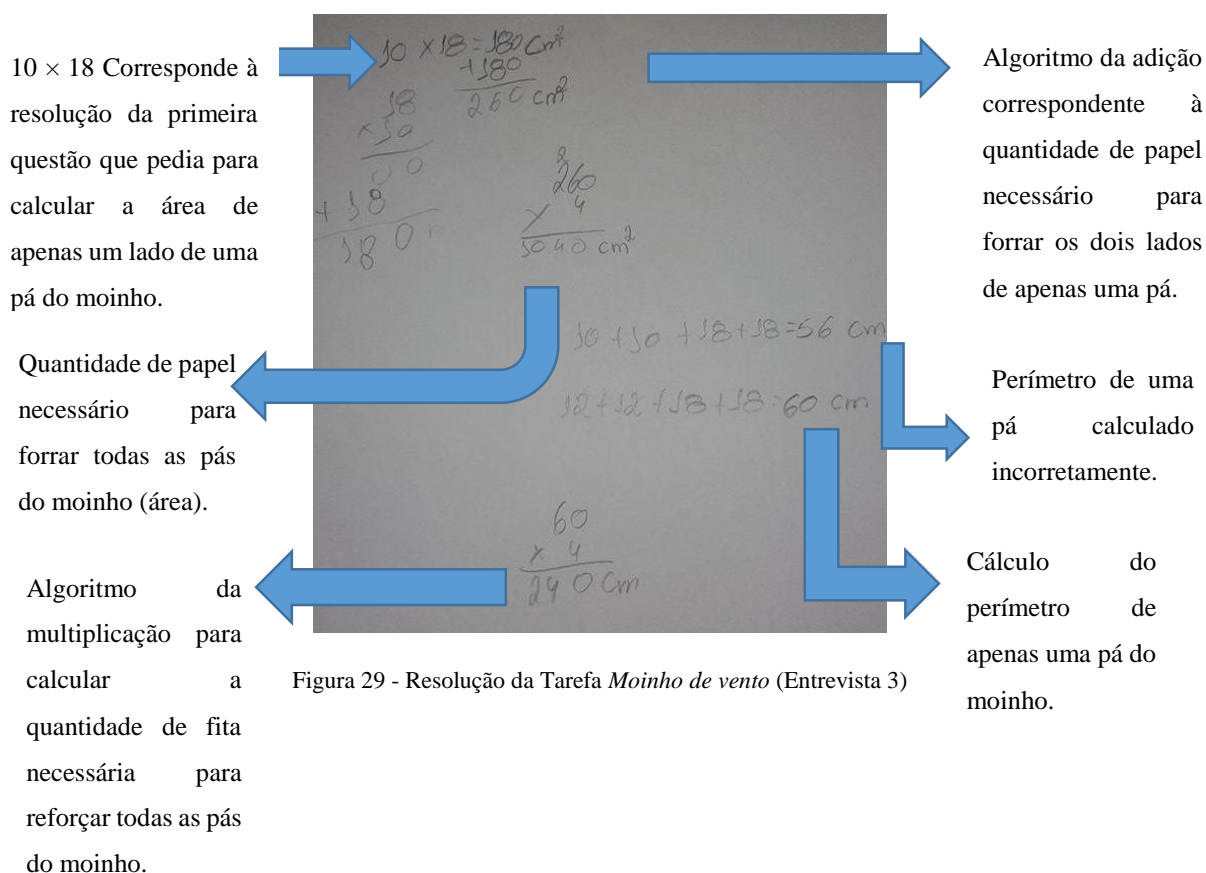
1. **Lauriana** – Se ele decidiu colocar uma fita à volta, como é que ele há de saber qual é a quantidade de fita que ele precisa para colocar à volta da pá?
2. **Fábio** – 10 mais 10, mais 18 mais 18.

E3F p. 11

Através destes extratos é possível verificar que o aluno recorre a cálculos feitos com os valores conhecidos, o que indicia que compreendeu o enunciado do problema. O mesmo é verificado ao longo da entrevista para cada uma das outras questões. No entanto, nota-se que o aluno calcula incorretamente a área de apenas um lado da pá do moinho (Extrato 21) e que não seleciona as dimensões adequadas do paralelogramo para determinar o seu perímetro (Extrato 22). Estes aspetos serão aprofundados na subsecção referente às dificuldades.

Estratégias de resolução

As estratégias de resolução para este problema foram semelhantes às estratégias utilizadas nas tarefas anteriores (Figura 29).



Analisando a Figura 29 constata-se que o aluno seleciona as medidas certas para calcular a área de apenas um lado da pá do moinho e mobiliza conhecimentos sobre a fórmula de cálculo da área do paralelogramo, uma vez que faz 10×18 , obtendo 180 cm^2 . De seguida, usa o algoritmo da adição para calcular a área dos dois lados de uma pá do moinho. Recorre, também, ao algoritmo da multiplicação para calcular a área total de papel necessário para forrar todas as pás do moinho dos dois lados (260×4).

Em relação ao perímetro, começa por utilizar medidas incorretas ($10+18+10+18$), ou seja, em vez de usar as medidas do comprimento dos lados do paralelogramo, usa a medida do comprimento de um dos lados e a da altura do paralelogramo. A seguir, e a partir de uma intervenção minha, recorre a medidas corretas, calculando bem o perímetro de apenas uma pá. No final para calcular a quantidade de fita necessária para forrar todas as pás do moinho, utiliza o algoritmo da multiplicação (60×4). É de sublinhar que, diferentemente do que aconteceu noutras tarefas, Fábio, nos seus registos, usa unidades de medidas adequadas para indicar as medidas das grandezas em jogo (área e comprimento).

As resoluções apresentadas na Figura 29 dizem respeito às cinco questões propostas nesta tarefa. Seguem-se Extratos (23, 24 e 25) de algumas explicações e justificações apresentadas pelo aluno relativamente à sua resolução:

Extrato 23

- 1. Lauriana** – Então, podes-me explicar porquê que fizeste 10×18 ?
- 2. Fábio** – Porque os 10 é de altura e os 18 é de base.
- 3. Lauriana** – Certo. E então, multiplicaste para saber o quê?
- 4. Fábio** – A área.
- 5. Lauriana** – A área! Então tu querias saber a área do quê?
- 6. Fábio** – Do paralelogramo.
- 7. Lauriana** – Certo. Ou seja, querias saber o quê?
- 8. Fábio** – A quantidade de papel...

E3F p. 9

Através do Extrato 23 verifica-se que Fábio soube explicar o seu modo de resolução e compreendeu o que calculou, ou seja a área do paralelogramo. O mesmo se verifica no Extrato 24:

Extrato 24

1. **Lauriana** – E se agora o Pedro quisesse forrar todas as pás dos dois lados o que é que fazia?
2. **Fábio** – 260×3 , sim vezes 4. Não! Sim 260×4 , porque são 4 pás e cada uma de um lado e de outro é 260.
3. **Lauriana** – Ok, quero que faças a conta e depois expliques-me.
4. **Fábio** – (*Aluno efetuou o cálculo*). Já está!
5. **Lauriana** – Então tu fizeste 260×4 , porquê?
6. **Fábio** – Porque uma pá de frente e de trás mede 260 e como são 4 pás fiz 260×4 !

E3F p. 10

Observando o Extrato 24, constata-se que o aluno soube calcular a área total de papel necessário para forrar todas as pás do moinho.

O Extrato 25 mostra que o aluno soube calcular o perímetro das quatro pás do moinho:

Extrato 25

1. **Lauriana** – 60. E depois o Pedro queria descobrir quanto é que tinha de colocar em toda a volta das pás todas...
2. **Fábio** – E como são 4 pás, 60×4 , 240.

E3F p. 12

Através deste extrato nota-se que o aluno calculou o perímetro das 4 pás recorrendo à multiplicação. É de salientar que nem todas as questões foram respondidas prontamente de modo correto. Todavia, ao longo da entrevista fui dando algumas pistas, amiúde sob a forma de questões, que serviram de apoio à atividade do aluno.

Dificuldades

Nesta tarefa, Fábio apresenta dificuldades na compreensão dos conceitos de área e de perímetro de um paralelogramo e nos procedimentos de cálculo de associados.

A análise da Figura 29 bem como do Extrato 22, anteriormente apresentados, revela que Fábio para calcular o perímetro do paralelogramo faz “10 mais 10, mais 18 mais 18” (Extrato 22, parágrafo 2), ou seja, usa a altura do paralelogramo (10 cm) para obter o perímetro da figura. Esta dificuldade poderá estar relacionada com uma não compreensão profunda do conceito de perímetro e de como se calcula, com o desconhecimento do facto de que a altura de um paralelogramo não retângulo é irrelevante

quando se trata de calcular o seu perímetro, e ainda com a não compreensão da própria figura.

O Extrato 26 ilustra dificuldades associadas ao cálculo da área do paralelogramo:

Extrato 26

1. **Lauriana** – Então se ele quer forrar o que é que significa?
2. **Fábio** – Que vai tapar.
3. **Lauriana** – Vai tapar, se ele vai tapar que quantidade de papel é que ele precisa para tapar esta pá? Só por cima!
4. **Fábio** – 30 cm.
5. **Lauriana** – 30 cm porquê?
6. **Fábio** – Porque de altura é 10, de base é 18 e de comprimento é 12.
7. **Lauriana** - É 12. Então o que tu me estás a dizer é que somaste os 18, mais os 10, mais os 12, é isso?
8. **Fábio** – *(Aluno abanou a cabeça que sim).*
9. **Lauriana** – E porquê que somaste?
10. **Fábio** – Para saber a quantidade de papel.

E3F p. 8

Analisando o Extrato 26 verifica-se que o aluno adiciona todos os dados incluídos no enunciado da tarefa quando lhe é pedido que calcule a área de apenas uma pá do moinho. Usa um procedimento aditivo que, provavelmente sabe estar associado à determinação do perímetro, mas o que diz nem sequer o permite calcular corretamente (parágrafo 6). Além disso, embora saiba que forrar significa tapar (parágrafo 2) não relaciona a cobertura de uma superfície com a noção de área nem há, neste extrato, indícios de que saiba como calcular a área do paralelogramo.

4.1.3.Síntese

Fábio compreende, em geral o enunciado dos problemas propostos. Houve, no entanto, algumas tarefas em que não o compreendeu na sua totalidade, nomeadamente *Área de figuras compostas*, *Área do jardim* e *Moinho de vento*. A não compreensão deve-se, na maioria dos casos, a uma interpretação deficitária da imagem apresentada no enunciado.

Nas estratégias de resolução, verifica-se que o aluno, na resolução, na aula e na primeira entrevista, das tarefas incluídas na Ficha de diagnóstico, utiliza sobretudo o método da contagem para descobrir o perímetro e a área de figuras. Nas duas entrevistas seguintes, realizadas após a intervenção pedagógica, já recorre bastante aos procedimentos de cálculo que são expressos pelas fórmulas. Na ficha de avaliação sumativa, realizada no final do ano letivo, verifica-se a mesma situação.

Em relação às dificuldades, é possível identificar que confunde os conceitos de área e de perímetro, tanto no que se refere ao seu significado, como nos procedimentos de cálculo, destacando-se o caso do cálculo da área do triângulo (Entrevista 3 e ficha de avaliação sumativa).

4.2.Bianca

Bianca é uma aluna de 11 anos de idade, de nacionalidade romena que frequenta o 5.º ano de escolaridade pela primeira vez. Veio para Portugal estudar com apenas 9 anos de idade, estando um ano atrasada em relação ao ano de escolaridade do país. É uma aluna introvertida, tímida, mas simpática, tendo uma capacidade de resolução de problemas muito boa.

No que respeita à Matemática, tem alguma dificuldade em se expressar no que toca à explicação ou justificação de um determinado raciocínio. Esta dificuldade aparentemente, não está relacionada com o domínio da língua portuguesa. O seu nível de avaliação no final do ano letivo é 4.

4.2.1.As tarefas da Ficha de diagnóstico

Nesta secção apresento uma análise do desempenho de Bianca nas tarefas inseridas na Ficha de diagnóstico, resolvidas na aula e individualmente em 17 de abril de 2015, e propostas, posteriormente, no âmbito da Entrevista 1 que ocorreu no dia 2 de junho de 2015.

Tarefa *Alturas*

Compreensão do problema

Para que seja possível analisar a compreensão do problema pela aluna é importante que se observe a Figura 30.

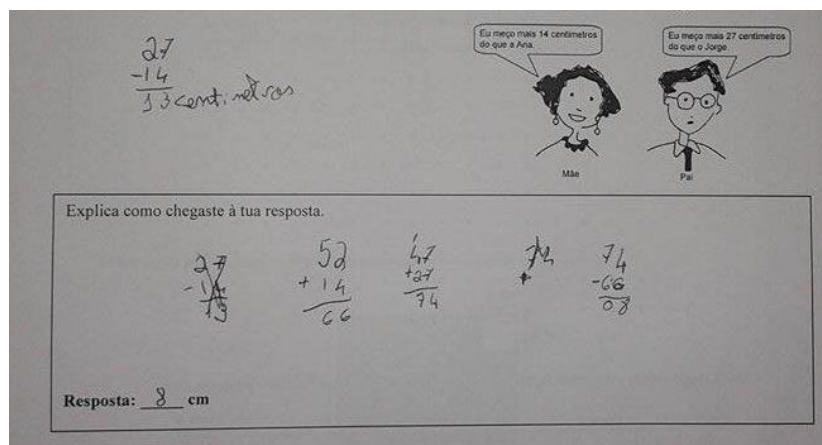


Figura 30 - Resolução da Tarefa *Alturas* (Ficha de diagnóstico)

Analisando a Figura 30 não é muito claro perceber se, no início da resolução, a aluna compreendeu o problema. Começa por utilizar as medidas das alturas que os pais tinham a mais dos filhos, subtraindo-as. Contudo, de seguida risca este cálculo e utiliza os dados necessários para descobrir corretamente a diferença de alturas entre o pai e a mãe. No Extrato 27 encontra-se o que Bianca referiu a propósito do seu raciocínio durante a Entrevista 1:

Extrato 27

1. **Bianca** – Então aqui fiz, como o pai tem 27 centímetros a mais do que o Jorge...
2. **Lauriana** – Sim...
3. **Bianca** – E a mãe tem mais 14 centímetros do que a Ana, fiz $27 - 12$.
- (...)
4. **Bianca** – Ai, 14!
5. **Lauriana** – 14.
6. **Bianca** – E depois deu 13.
7. **Lauriana** – Deu 13 sim. E depois utilizaste esses 13 para quê? Fizeste aqui $27 - 14$ que deu 13, mas depois eu reparei que riscaste. Porquê que o fizeste?
8. **Bianca** – (*Aluna pensou um pouco*). Porque tinha, tinha que fazer 1 eee, 1 metro eee. Aii! 1 e 52 metros mais 14, aii, sim mais 14 e aqui tinha de fazer, eeehhh, 1 e 47 metros mais 27.
9. **Lauriana** – Certo!
10. **Bianca** – E depois somei os dois valores.
11. **Lauriana** – Somaste os dois valores e o que é que significa o 27 e o 14?

12. Bianca – O 27 e o 14 é quanto é que mede a mais destes dois, da Ana e do Jorge.

E1B²² p. 4

Ao analisar o Extrato 25 constata-se que a aluna compreendeu o enunciado do problema, uma vez que recorre a cálculos para descobrir qual a diferença de alturas entre o pai e a mãe.

Estratégias de resolução

Através da análise da Figura 30 nota-se que a aluna utiliza algoritmos da adição e da subtração para obter a diferença de alturas pedida. Além disso, suprime no caso das alturas da Ana e do Jorge os metros (1 metro) eventualmente para facilitar o cálculo, assim sendo, utiliza apenas os centímetros a mais que cada irmão tem de 1 metro e adiciona aos centímetros a mais da mãe e do pai respetivamente. Pode-se conjecturar que Bianca despreza os metros porque ambos (Ana e Jorge) têm um metro.

No que diz respeito à Entrevista 1, apenas foi feito oralmente o cálculo, visto que Bianca acertou na tarefa, não sendo dada a realizar novamente (Extrato 28).

Extrato 28

1. **Lauriana** – Mas eu reparei também que tu apenas utilizaste eeehh os centímetros, deixaste de parte o 1 vírgula 52, então aqui na Ana está que a Ana eeeh mede 1 metro e 52 certo? E tu só utilizaste estas aqui.
2. **Bianca** – Tinha de passar de metros para centímetros (...)
3. **Lauriana** - Fizeste aqui muito bem, metro, decímetro, centímetro, posicionaste o 1 no metro, muito bem e a seguir tu queres o quê? Queres passar para centímetros! Como é que fazes? Colocas o 5 como colocaste aqui nos decímetros e o 2?
4. **Bianca** – Nos centímetros.
5. **Lauriana** – E então fica quanto?
6. **Bianca** – Fica 152 cm.
7. **Lauriana** – Então o que é que tu tinhas que fazer para isto estar completamente certo? Era passar estes metros, 1 metro e 52 para centímetros e fazias e muito bem como tu fizeste aqui, adicionavas os 14 cm que era os 14 cm a mais que a mãe tinha que dava os tais, neste

²² E1B – sigla adotada para designar a Entrevista 1 realizada por Bianca.

caso, eeehh 166 cm e depois aqui fazias o mesmo. Como aqui dava 152 cm aqui a altura do Jorge ia dar quanto em centímetros?

8. **Bianca** – 147.
9. **Lauriana** – 147 cm! E o que é que tu fazias depois?
10. **Bianca** – Depois somava com...
11. **Lauriana** – Somavas com os...
12. **Bianca** – Com os do pai e os da mãe.
13. **Lauriana** – Os 27 cm do pai, certo? Que ia dar os tais 174 cm. E depois no final fazias o quê?
14. **Bianca** – Ehhh, fazia... (*Aluna hesitou em responder*).
15. **Lauriana** – Tu querias saber o que é que diz aqui?
16. **Bianca** – A diferença entre a altura da mãe e do pai.
17. **Lauriana** – A diferença de altura entre a altura da mãe e a altura do pai. Então, o que é que tu fazias?
18. **Bianca** – Fazia uma conta de menos.
19. **Lauriana** – Certo! Com que números?
20. **Bianca** – Com o 174 e 166.
21. **Lauriana** – Certo! E daria quanto?
22. **Bianca** – 8 cm.

E1B p. 6

Nota-se a partir do Extrato 28 que Bianca consegue resolver a tarefa expressando as alturas em centímetros embora tenha tido algumas dificuldades com as conversões, ilustradas na subsecção das dificuldades.

Assim, após ajudar a aluna nas conversões esta usou a adição e subtração para obter o resultado, neste caso, a diferença de alturas entre o pai e a mãe.

Dificuldades

Analisando a Figura 30 é possível identificar que a aluna não regista as unidades de medida nos cálculos feitos, embora indicie pensar corretamente. Por exemplo, ao efetuar a adição entre o número de centímetros que a Ana tem a mais do que 1 metro e os centímetros a mais que a mãe tem desta, regista apenas $52 + 14$, como também adiciona o número de centímetros que o Jorge tem a mais que 1 metro com os centímetros a mais que o pai tem, $47 + 27$, não registando as unidades de medida de comprimento.

O Extrato 29 ilustra o que foi referido anteriormente e no momento da Entrevista 1.

Extrato 29

1. **Lauriana** – O que é que tinhas de fazer, se eles queriam a resposta, a resposta final em centímetros?
2. **Bianca** – Tinha de passar de metros para centímetros.
3. **Lauriana** – Tinha de passar de metros para centímetros, neste caso, a altura da Ana como é que ficava em centímetros?
4. **Bianca** – *(Aluna pensou e estava com dificuldade)*.
5. **Lauriana** – Podes fazer aquela regra metro, decímetro, centímetro, posicionas o 1, 52 nos metros e depois tentas passar para centímetros.
(Aluna resolveu numa folha utilizando a regra).
6. **Lauriana** – Metro, decímetro, centímetro...
7. **Bianca** – Ahh!
8. **Lauriana** – Fica como?
9. **Bianca** – Ficaaa...
10. **Lauriana** – Fizeste aqui muito bem, metro, decímetro, centímetro, posicionaste o 1 no metro, muito bem e a seguir tu queres o quê? Queres passar para centímetros! Como é que fazes? Colocas o 5 como colocaste aqui nos decímetros e o 2?
11. **Bianca** – Nos centímetros.
12. **Lauriana** – E então fica quanto?
13. **Bianca** – Fica 152 cm.

E1B pp. 5-6

Através do Extrato 29, verifica-se que a aluna apresenta alguma insegurança nas conversões das unidades de medida de comprimento, sendo necessário ajudá-la. Os parágrafos 4 e 9 ilustram esta dificuldade.

Tarefa *Perímetro*

Compreensão do problema

A compreensão do problema pode ser analisada através da resolução de Bianca na Ficha de diagnóstico (Figura 31).

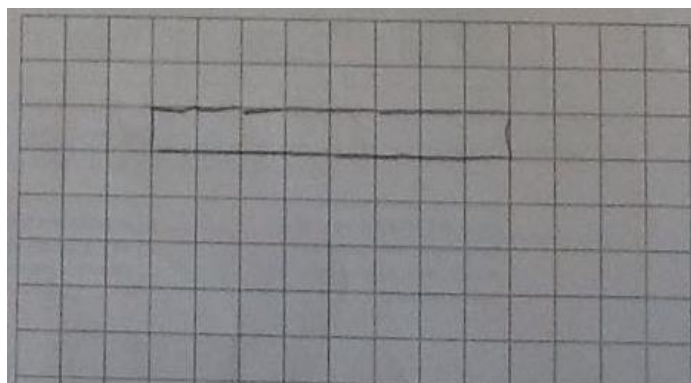


Figura 31 - Resolução da Tarefa *Perímetro* (Ficha de diagnóstico)

Observando a Figura 31 é possível constatar que Bianca compreendeu o enunciado do problema, uma vez que consegue dar a resposta correta, isto é, desenha um retângulo com 18 cm de perímetro. O que diz na Entrevista 1 permite apoiar esta ideia (Extrato 30):

Extrato 30

1. **Lauriana** – Então, lembras-te como é que começaste a construir o retângulo?
2. **Bianca** – Com os quadrados!
3. **Lauriana** – Com os quadrados, (eehh) e o que é que fizeste primeiro? E o que pensaste primeiro?
4. **Bianca** – Tive de pensar como é que fazer para dar 18, fazer o retângulo que desse 18.

E1B p. 1

Analisando o Extrato 30 (parágrafo 4) nota-se que Bianca compreendeu que era necessário desenhar um retângulo com 18 cm de perímetro e para isso teria de utilizar as quadrículas para o fazer (parágrafo 2).

Estratégias de resolução

Através da análise da Figura 31 não se consegue identificar uma estratégia de resolução. No entanto, a Entrevista 1 permitiu obter dados sobre a estratégia usada (Extrato 31):

Extrato 31

1. **Lauriana** – 18! Contaste cada um?
2. **Bianca** – Cada, cada quadrado.
3. **Lauriana** – Contaste cada quadrado, ou cada...
4. **Bianca** – Cada linha.

E1B p. 2

Analisando o Extrato 31, constata-se que a aluna utiliza o método da contagem para obter um retângulo com 18 cm de perímetro, ou seja, conta dezoito segmentos de reta cada um dos quais corresponde a um lado de uma quadrícula.

Dificuldades

A aluna não teve dificuldades na resolução do problema.

Tarefa Áreas

Compreensão do problema

A Figura 32 refere-se à resolução da tarefa feita, por Bianca, na Ficha de diagnóstico.

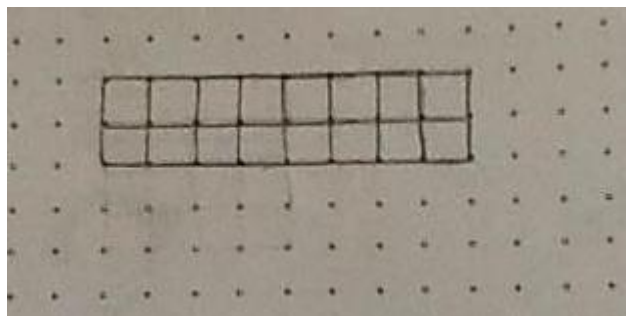


Figura 32 - Resolução da Tarefa Área (Ficha de diagnóstico)

Através da Figura 32 pode conjecturar-se que Bianca compreendeu o enunciado do problema, pois desenha um retângulo com 16 cm² de área e 20 cm de perímetro. A análise do Extrato 32 permite validar esta conjectura:

Extrato 32

1. **Bianca** – Pensei como é que ia dar 20 cm de perímetro e 16 cm² de área.
2. **Lauriana** – Certo e então, o que é que tu fizeste? Aqui tem este quadrado que diz que mede 1 cm², ajudou-te em alguma coisa este quadrado?
3. **Bianca** – (Aluna abanou a cabeça que sim).
(...)
4. **Lauriana** – Como é que tu concluis que este retângulo tem 16 cm² de área e 20 cm de perímetro? Como é que tu sabes? O que é que fazes para saber?
5. **Bianca** – Porque aqui é, tem 8 quadrados aqui em cima e tem 8 quadrados aqui e dá 16.
(...)

6. **Lauriana** – Então para tu...então o que me estás a dizer é que para descobrires a área o que é que fizeste?
7. **Bianca** – Fiz um quadrado a valer 1 cm e depois contei!

E1B pp. 7-8

Observando os parágrafos 5 e 7 do Extrato 32, analisa-se que a aluna, de facto, compreendeu o problema, uma vez que construiu uma figura tal como solicitava o enunciado da tarefa.

Estratégias de resolução

Observando a Figura 32, não é possível identificar o tipo de estratégia utilizada. Porém, na Entrevista 1, a aluna apresenta uma justificação da estratégia usada (Extratos 32 e 33). Para a determinação da área, Bianca utilizou a estratégia de contagem das quadrículas, uma vez que diz: “Fiz um quadrado a valer 1 cm e depois contei!” (Extrato 32, parágrafo 7). Quanto à determinação do perímetro a aluna recorre, novamente, à estratégia de contagem (Extrato 33):

Extrato 33

1. **Lauriana** – Contaste! Para saberes a área contaste e para fazeres o perímetro?
2. **Bianca** – Eeh, fiz 8 traços em cima e 8 em baixo que também dava 16 e depois...
3. **Lauriana** – Sim...
4. **Bianca** – Depois como isto era...tinha de dar 20 cm de perímetro, fiz mais 2 de lado e 2 aqui!
5. **Lauriana** – Ok, então o perímetro também contaste. Foi isso?
(*Abanou a cabeça que sim*).

E1B p. 8

Analisando o Extrato 33 constata-se que a aluna utilizou o método de contagem como estratégia de resolução, uma vez que no parágrafo 2 está implícito que contou os “traços” que se referem ao comprimento dos lados de cada quadrícula (segmento de reta). Além disso, recorre à adição e, aparentemente, ao uso de somas conhecidas (8+8 e 2+2).

Dificuldades

Não parece ter existido qualquer tipo de dificuldades na resolução desta tarefa.

Tarefa *Os dois irmãos*

Compreensão do problema

A compreensão do problema pode ser analisada tendo em conta a Figura 33.

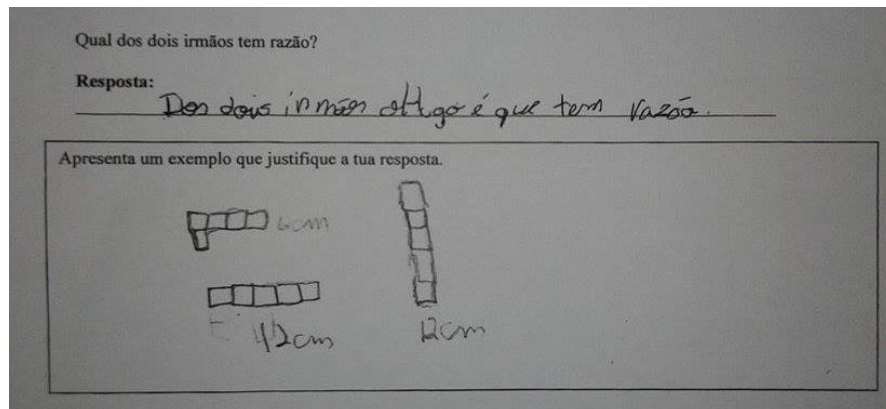


Figura 33 - Resolução da Tarefa *Os dois irmãos* (Ficha de diagnóstico)

Analisando a Figura 33 verifica-se que a aluna compreendeu o enunciado do problema, uma vez que soube que para resolver necessitava de responder à questão *Qual dos dois irmãos tem razão?* e apresentar uma justificação.

No decorrer da Entrevista 1 verificou-se que a aluna compreendeu o enunciado do problema, uma vez que soube o que fazer e como utilizar os dados corretos (Extrato 34):

Extrato 34

1. **Lauriana** – Então destas três figuras o que é que tu conclusis?
2. **Bianca** – Que têm todas o mesmo perímetro.
3. **Lauriana** – E a área?
4. **Bianca** – Têm a mesma também.
5. **Lauriana** – Têm a mesma área. Então quando pergunta aqui qual dos dois irmãos tem razão, tu respondeste o Hugo porquê?
6. **Bianca** – Porque as figuras daqui têm a mesma área e o mesmo perímetro e ali diz que sempre que a área for igual de todas as figuras o perímetro também.

E1B p. 9

Observando-se o Extrato 34 constata-se que Bianca compreendeu a tarefa, pois respondeu à questão *Qual dos dois irmãos tem razão?* e tentou justificar o seu raciocínio.

Estratégias de resolução

Através da análise da Figura 33, relativa à realização da Ficha de diagnóstico, não é possível identificar uma estratégia de resolução específica, podendo-se apenas inferir que possivelmente a aluna utilizou o desenho para justificar a sua resposta. Observando o Extrato 34, apresentado anteriormente, constata-se que a aluna afirma que as figuras desenhadas no enunciado da tarefa têm todas a mesma área e o mesmo perímetro (parágrafo 6). O Extrato 35 ilustra a estratégia que usou para chegar a esta conclusão:

Extrato 35

1. **Lauriana** – Como é que conseguiste concluir que tinham todas a mesma área?
2. **Bianca** – (*Pensou um pouco*). Porque contei os quadradinhos e deu todos a mesma área.
3. **Lauriana** – Contaste os quadradinhos ok. Eee, eu vi que tu aqui contornaste estas figuras, porquê que o fizeste?
4. **Bianca** – Para contar o perímetro.
(...)
5. **Lauriana** – O perímetro também. Lembras-te na aula aquela tarefa dos pentaminós que era com aquelas figuras, formava-mos com 5 quadradinhos figuras, lembras-te o que é que nós concluimos dessa tarefa?
(...)
6. **Bianca** – Que nem sempre têm todas, sempre têm a mesma área, mas nem sempre têm todas o mesmo perímetro.
7. **Lauriana** – Então aqui tem 6 quadradinhos [6 quadradinhos de papel] eu quero que tu arranjes-me uma figura em que não, não tenha o mesmo perímetro que estes, para ver se existe. Tens é que...Podes continuar!
8. **Bianca** – (*Aluna constrói a figura sem qualquer dificuldade e conta o seu perímetro*). Este tem 12 de perímetro e 6 de área.

E1B pp. 9-10

Como o extrato permite evidenciar, Bianca recorre à contagem para determinar a área e o perímetro das figuras (Extrato 35, parágrafos 2 e 4). Além disso, observando a resposta dada pela aluna, relembrei a tarefa *Pentaminós* (parágrafo 5) e verifiquei que Bianca compreendeu o problema, uma vez que chegou à conclusão que as figuras podem ter a mesma área, mas perímetros diferentes (parágrafo 6).

Na Entrevista 1, quando foi proposta a construção de uma figura com quadradinhos de papel, com a mesma área das figuras desenhadas no enunciado da tarefa, mas com o perímetro diferente, Bianca usou o desenho para ilustrar a figura construída (Figura 34).

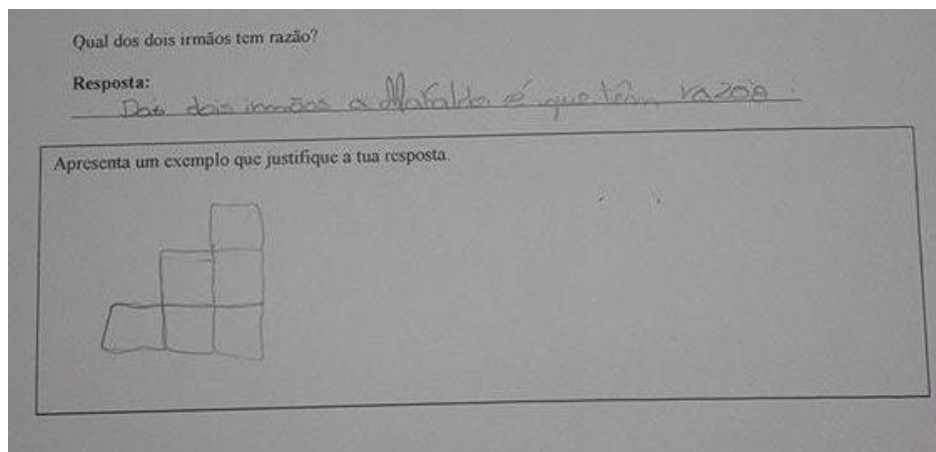


Figura 34 - Resolução da Tarefa *Os dois irmãos* (Entrevista 1)

Assim, o desenho também foi uma estratégia usada para a realização desta tarefa. No entanto salienta-se que só foi utilizada depois de ter disponibilizado quadradinhos de papel com os quais Bianca construiu uma figura.

Dificuldades

A aluna teve dificuldade em estabelecer relações entre áreas e perímetros de figuras, isto porque, para Bianca, no início, se as figuras fossem equivalentes seriam necessariamente isoperimétricas (Extrato 34, parágrafo 6). No entanto, esta ideia foi alterada quando lembrei a tarefa *Pentaminós*.

Tarefa *Área relvada do jardim*

Compreensão do problema

Na resolução da Ficha de diagnóstico a aluna não resolveu a tarefa. As razões poderão ser diversas, por exemplo não ter compreendido o enunciado do problema ou até mesmo não ter tido tempo para o realizar. Na Entrevista 1 sugeri que a tentasse resolver e na Figura 35 é possível observar a resolução de Bianca.

2 junho

A parte cinzenta da figura corresponde à zona relvada do jardim. A parte branca da figura representa um canteiro quadrado desse jardim.
Calcula a área, em metros quadrados, da zona relvada do jardim.

Explica como chegaste à tua resposta.

$$7 \times 10 = 70 \text{ m}^2$$

$$- 4 \text{ m}^2$$

$$\hline 66 \text{ m}^2$$

Resposta: _____ m^2

Figura 35 - Resolução da Tarefa *Área relvada do jardim* (Entrevista 1)

Analisando a Figura 35, verifica-se que a aluna compreende o enunciado do problema, uma vez que utiliza as dimensões corretas para descobrir a área da zona relvada do jardim (área a cinzento escuro) e também a do canteiro o que significa que soube seleccionar os dados adequados. Além disso, soube identificar qual o objetivo da tarefa pois a sua resposta corresponde à medida de uma área. O Extrato 36, da Entrevista 1, ilustra o modo como pensou.

Extrato 36

1. **Bianca** – Primeiro fiz aqui, como aqui deste lado está 7 metros, aqui como está 2 metros que é o canteiro, de um lado fiz...tirei dos 7, 2 deu 5 e aqui também a mesma coisa e aqui era 10 e como aqui era 2 que era do canteiro, tirei 2 dos 10 e deu 8.
2. **Lauriana** – Ok, então o que fizeste primeiro?
3. **Bianca** – Vi quanto é que dava estas partes.
4. **Lauriana** – Estas partes, então tu eehhh, calculaste a área de tudo ou o que é que começaste aqui por fazer? O que é esse 7×10 ?
5. **Bianca** – É o...é o lado vezes comprimento!

E1B pp. 11-12

Através do Extrato 36 verifica-se que Bianca começa por calcular diferenças para tentar descobrir os lados do jardim, mas depois abandona-as parecendo enveredar por outra estratégia.

Estratégias de resolução

No que respeita às estratégias de resolução, através da Figura 35 verifica-se que Bianca calcula a área total do jardim multiplicando o 7 pelo 10, o que indicia uma utilização da fórmula de cálculo da área do retângulo, apesar de não a registar. Depois utiliza o algoritmo da subtração para obter o resultado, neste caso a zona da área relvada do jardim (a zona a cinzento escuro) (Extrato 37):

Extrato 37

1. **Lauriana** – Lado vezes lado, ok o que tu fizeste a seguir foi calcular a área do quadrado e depois, porquê que fizeste $70 - 4$?
2. **Bianca** – Porque o resultado que deu em todo, deu menos 4.
3. **Lauriana** – Então, consegues-me explicar porquê...o que é que querias saber?
4. **Bianca** – A área da zona relvada.
5. **Lauriana** – Certo! E então, tu tiraste 4 porquê?
6. **Bianca** – Porque o canteiro não contava.

E1B p. 13

Através do Extrato 37 constata-se que a aluna compreende os cálculos que efetuou e consegue explicar o seu modo de resolução. Bianca calcula a área do retângulo recorrendo às medidas das duas dimensões (7×10) o que poderá ser indiciador que utilizou a fórmula de cálculo da área do retângulo, mesmo que não a registe. No entanto, através do Extrato 37 não é possível saber como determinou a área do quadrado, uma vez que não se encontra explícito no parágrafo 2.

Dificuldades

Através dos dados recolhidos na Entrevista 1 é possível identificar que a aluna tem dificuldade na compreensão dos conceitos de área e de perímetro e, também, nos seus procedimentos de cálculo, uma vez que os confunde (Extrato 38):

Extrato 38

1. **Lauriana** – Certo, este lado vezes comprimento é de quê?
2. **Bianca** – É do perímetro?

3. **Lauriana** – É o perímetro?
4. **Bianca** – Mas tenho de contar estes dois [refere-se à área do canteiro quadrado 2 m por 2 m] para ver, para dar a soma da área.
5. **Lauriana** – Tu disseste e muito bem que fizeste o comprimento vezes largura, foi isso que tu fizeste e o que é que isso significa? Isso é calcular o quê?
6. **Bianca** – A área!
7. **Lauriana** – A área certo? Calculaste a área do quê?
8. **Bianca** – Das duas somas.
9. **Lauriana** – Do 7 e do 10. Então calculaste a área deste canteiro, calculaste a área do canteiro cinzento, da área do jardim ou calculaste...
10. **Bianca** – Não, primeiro contei tudo!
11. **Lauriana** – Calculaste a área total?
12. **Bianca** – Sim!
13. **Lauriana** – Ok...
14. **Bianca** – E depois como o canteiro é 4, aiii é $2 + 2$ que dá 4 tirei 70 que deu menos 4 e deu 66 m^2 .

E1B p. 12

Analisando o Extrato 38 nota-se que a aluna apresenta dificuldades nos dois conceitos (área e perímetro) e que confunde os seus modos de calcular (parágrafos 2, 4, 8 e 14). Verifica-se, também, que ao efetuar o algoritmo ($70 - 4$) não utiliza o 4 como sendo medida da área do canteiro quadrado, mas sim como uma adição da medida do comprimento de dois dos seus lados ($2 + 2$) (parágrafo 14), podendo concluir-se que calcula de forma errada a área do quadrado (canteiro).

4.2.2. Análise global do desempenho de Bianca nas tarefas da Ficha de diagnóstico

A Tabela 5 ilustra o desempenho de Bianca nas tarefas inseridas na Ficha de diagnóstico.

Tabela 5 - Grelha de análise das resoluções da Ficha de diagnóstico e da Entrevista 1 (Bianca)

	Certo	Parcialmente certo	Errado	Não fez
Tarefa 1 (Alturas)	<ul style="list-style-type: none">• FD²³• E₁²⁴			
Tarefa 2 (Perímetro)	<ul style="list-style-type: none">• FD• E₁			
Tarefa 3 (Área)	<ul style="list-style-type: none">• FD• E₁			
Tarefa 4 (Os dois irmãos)	<ul style="list-style-type: none">• E₁		<ul style="list-style-type: none">• FD	
Tarefa 5 (Área relvada do jardim)	<ul style="list-style-type: none">• E₁			<ul style="list-style-type: none">• FD

Para a elaboração da Tabela 5 foram tidas em conta as resoluções de Bianca na Ficha de diagnóstico realizada no início da intervenção pedagógica e o que fez na Entrevista 1, efetuada após esta intervenção.

Através da análise da Tabela 5, verifica-se a existência de diferenças. Na realização da Ficha de diagnóstico a aluna não resolveu uma tarefa (Tarefa 5) relacionada com o conceito de área e não resolveu corretamente a Tarefa 4, relativa ao mesmo conceito. Ao nível das tarefas não realizadas e das erradas na Ficha de diagnóstico, conseguiu efetuá-las corretamente no âmbito da Entrevista 1.

²³ FD – sigla adotada para designar Ficha de diagnóstico.

²⁴ E₁ – sigla adotada para designar Entrevista 1.

Tarefa *Área de figuras compostas*

O enunciado da tarefa foi apresentado a Bianca juntamente com dois cartões em que estão as imagens representadas na Figura 21.

Compreensão do problema

O Extrato 39 ilustra que Bianca aparentemente compreendeu o enunciado do problema.

Extrato 39

1. **Lauriana** – Ok, e então olhando para aí, consegues-me dizer qual dessas figuras pode ter maior área? Assim à primeira vista consegues-me dizer?
2. **Bianca** – (*Aluna analisou as duas figuras*). Esta!
3. **Lauriana** – O hexágono! E como é que tu podes ter tanta certeza?
4. **Bianca** – Porque um triângulo vale 2 e...2,5...
5. **Lauriana** – Sim...
6. **Bianca** – São vários triângulos.
7. **Lauriana** – Ok! E para tu agora...agora estavas-me a tentar explicar que um triângulo vale 2,5. O que é que tu tens de fazer, para saber qual das duas figuras tem maior área?
8. **Bianca** – Ver qual é a área!

E2B²⁵ pp. 5

Observando o Extrato 39 nota-se que a aluna compreendeu o problema, uma vez que compreendeu o objetivo da tarefa (parágrafos 2 e 8) e selecionou dados que poderiam permitir resolvê-la (parágrafos 4 e 6).

Estratégias de resolução

Nas Figuras 36 e 37 estão apresentadas as resoluções da aluna na Entrevista 2. As estratégias utilizadas por Bianca tanto no caso do hexágono, como no da figura composta (triângulo e retângulo) indiciam a utilização de fórmulas de cálculo de áreas.

²⁵ E2B – sigla adotada para designar a Entrevista 2 realizada por Bianca.

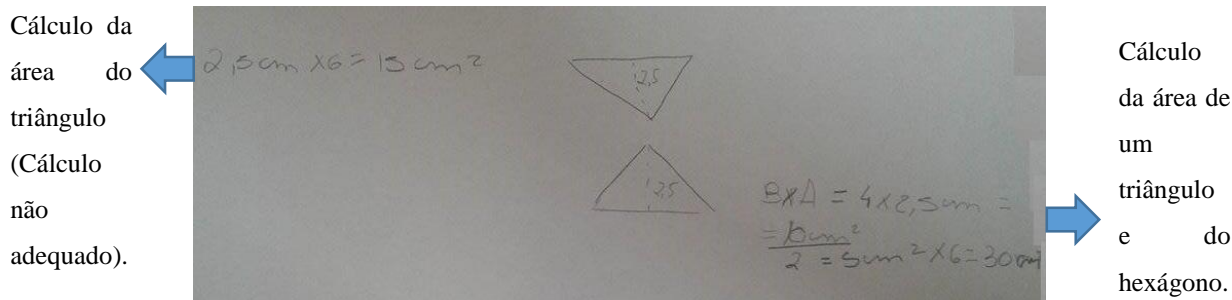


Figura 36 - Resolução da Tarefa *Área de figuras compostas* – caso do hexágono (Entrevista 2)

No caso do cálculo da área do hexágono (Figura 36), verifica-se que a aluna recorre a cálculos para descobrir a área de apenas um triângulo que compunha o hexágono. No entanto, num primeiro momento, efetua o cálculo apenas com a medida da altura do triângulo, multiplicando pela totalidade do número de triângulos que compunham a figura ($2,5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$), sendo possível constatar que utiliza as medidas incorretas.

Após algumas intervenções da minha parte, lembrei a aula em que foi apresentada a fórmula de cálculo da área do triângulo e, a partir desse momento, utilizou o produto da medida da base pela altura de um triângulo e dividiu por dois, tal como se verifica na figura. Assim sendo, quando calcula $\frac{4 \times 2,5}{2}$ está a utilizar a fórmula de cálculo da área do triângulo.

A Figura 37 diz respeito à resolução apresentada por Bianca para o cálculo da área da figura composta por um triângulo e retângulo.

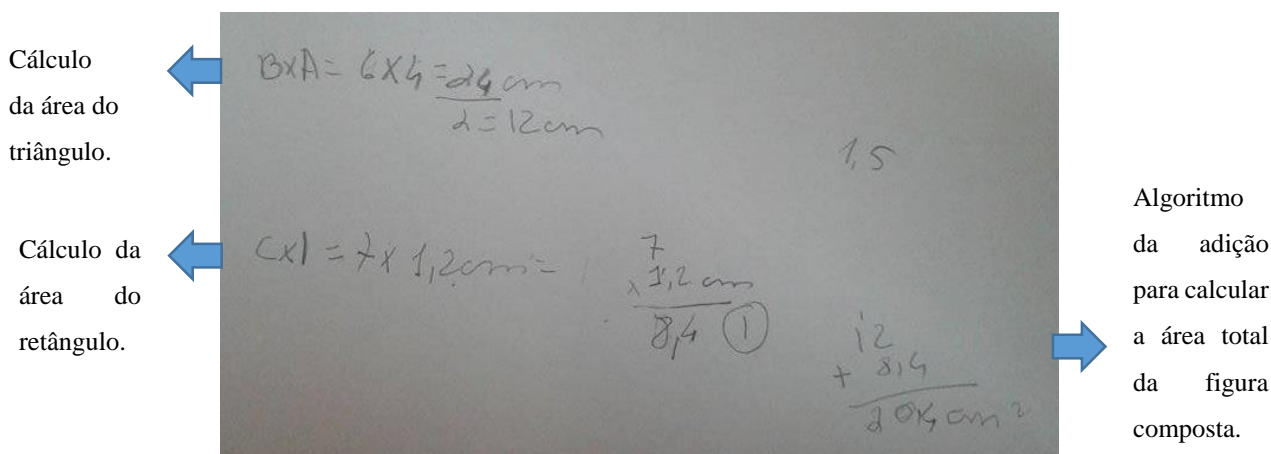


Figura 37 - Resolução da Tarefa *Área de figuras compostas* - caso do triângulo e retângulo (Entrevista 2)

No Figura 37, Bianca parece recorrer a fórmulas de cálculo da área do retângulo e do triângulo, calculando separadamente cada uma das figuras, isto é, utilizou a decomposição. Utiliza, também, para o cálculo da área do retângulo o algoritmo da

multiplicação. No final, adiciona a área do triângulo e do retângulo, recorrendo ao algoritmo da adição.

Dificuldades

Ao longo da entrevista foi possível identificar vários tipos de dificuldades que serão organizadas de acordo com as figuras que surgem na imagem incluída no enunciado da tarefa: hexágono e figura composta por um retângulo e por um triângulo.

No que diz respeito ao hexágono, a aluna apresenta dificuldades em (i) calcular corretamente a medida da área de um triângulo e (ii) na compreensão da figura.

A primeira dificuldade (i) prende-se com dois aspetos. A aluna frequentemente não divide por 2 o produto da medida da base pela da altura do triângulo, não utilizando corretamente a fórmula de cálculo da área do triângulo. O segundo aspeto prende-se com a não seleção adequada das medidas dos elementos do triângulo para descobrir a medida da área do hexágono (Extrato 40).

Extrato 40

1. **Lauriana** – Então quero que me expliques o que é que tu fizeste?
2. **Fábio** – Fiz $2,5 \times 6$.
3. **Lauriana** – Porquê vezes 6?
4. **Bianca** – Porque tem 6 triângulos, 6...triângulos.
5. **Lauriana** – 6 triângulos. Eee...como é que tu podias fazer de maneira diferente? Ainda te lembras como é que é...tu disseste há pouco que tinhas que calcular a área...desta...deste...desta figura...
6. **Bianca** – 4×4 ...
7. **Lauriana** – Como é que tu calculas a área de um triângulo?
8. **Bianca** – (*Aluna pensou um pouco e teve alguma dificuldade em responder*). 4×4 .
9. **Lauriana** – 4×4 , porquê?
10. **Bianca** – Porque este lado daqui de baixo é 4 cm.

E2B p. 6

Através deste extrato é possível constatar que Bianca parece não compreender bem o conceito de área, uma vez que primeiramente, tenta calcular a área total do hexágono recorrendo ao cálculo do produto da altura de um triângulo (2,5 cm) por 6 (parágrafo 2), ou seja, parece supor que se pode obter uma medida de área multiplicando por 6 (o hexágono era composto por 6 triângulos – parágrafo 4) uma medida linear (a

medida da altura do triângulo). Além disso, multiplica as medidas dos lados do triângulo para obter a área, isto é, não seleciona adequadamente as medidas dos elementos do triângulo que a permitem determinar, o que indicia que não compreende a fórmula de cálculo da área do triângulo (parágrafos 6, 8 e 10).

A dificuldade na compreensão das figuras (ii) notou-se no cálculo da área do hexágono (Extrato 41):

Extrato 41

1. **Lauriana** – E o que será este 2,5?
2. **Bianca** – A metade...
3. **Lauriana** – Tem aqui este tracejado...
4. **Bianca** – É a outra metade!
(...)
5. **Lauriana** – Então o que será este tracejado aqui que vale 2,5, neste triângulo?
6. **Bianca** – Outro triângulo mais pequeno.
(...)
7. **Bianca** – Porque são dois lados que vale 2,5 e se...se juntarmos faz um triângulo.
8. **Lauriana** – E por exemplo o que é este 4 aqui?
9. **Bianca** – É o que vale cada lado!

E2B pp. 6-7

Analisando o Extrato 41 identifica-se que Bianca interpretou 2,5 cm como sendo a medida de um dos lados do “triângulo mais pequeno” (parágrafo 6) ou seja teve dificuldade em compreender as medidas dos triângulos que compunham o hexágono, uma vez que não atribui os valores corretos às suas dimensões. Além disso, verifica-se que não compreendeu a figura na sua totalidade (parágrafos 2, 4 e 6).

Relativamente à figura composta por um triângulo e um retângulo, a aluna apresenta dificuldades (i) em calcular corretamente a área de um triângulo; (ii) na leitura de números decimais e (iii) na realização de cálculos.

Quanto à dificuldade (i), e tal como no cálculo da área do hexágono, também na figura composta por um triângulo e por um retângulo, Bianca teve dificuldades em calcular corretamente a área do triângulo não dividindo por 2 o produto da medida da base pela da altura (Extrato 42):

Extrato 42

1. **Lauriana** – O que é que tens de fazer?
2. **Bianca** – 4×6 .
(...)
3. **Lauriana** - 4×6 porque...que figura é esta, primeiro, a que está a vermelho?
4. **Bianca** – Um triângulo.
5. **Lauriana** – Então consegues identificar-me a base do triângulo?
6. **Bianca** – 6 cm.
(...)
7. **Bianca** – Depois a altura é 4 cm.
8. **Lauriana** – A área do triângulo é só base vezes altura?
9. **Bianca** – Agora é dividir por 2.

E2B pp. 10-11

Analisando o Extrato 42, nota-se que Bianca recorrentemente não utiliza a fórmula de cálculo da área do triângulo corretamente, isto é, não divide por 2 (parágrafo 2). Só através da minha intervenção (parágrafo 8) é que a aluna se apercebeu que era necessário dividir o produto da base pela altura do triângulo por 2 (parágrafo 9).

No Extrato 43 é possível identificar a segunda dificuldade (ii):

Extrato 43

1. **Lauriana** – Então o que é que tu fizeste para calcular a área do retângulo?
2. **Bianca** – Comprimento vezes largura.
3. **Lauriana** – Comprimento vezes largura e então? O que é que multiplicaste?
4. **Bianca** – $7 \times 1,5$.
5. **Lauriana** – É 1,5?
6. **Bianca** – Ai, 1...*(Aluna hesitou em responder porque não estava a conseguir ler 1,2)*.
(...)
7. **Lauriana** – Por exemplo se eu tiver aqui este [1,5]... tu dizes que é quanto?
8. **Bianca** – 1,5.
9. **Lauriana** – 1,5. E este aqui? É só leres o que está lá!
10. **Bianca** – 1,2 cm.

E2B pp. 11-12

A aluna tem alguma dificuldade em ler o número (1,2) confundindo-o com 1,5. Através do Extrato 43 verifica-se que há uma hesitação na leitura do número (parágrafo 6), o que pode indiciar, também, uma dificuldade na própria compreensão do número.

Por fim a última dificuldade (iii) remete para a realização dos cálculos (Extrato 44):

Extrato 44

1. **Lauriana** – Como é que tu fizeste essa conta aí?
2. **Bianca** – (*Aluna pensou um pouco*). Fiz $7 \times 1,2$.
3. **Lauriana** – Certo.
4. **Bianca** – Que deu 14,4.

E2B p. 12

Analisando o Extrato 44, verifica-se que a aluna não efetua corretamente o cálculo $7 \times 1,2$, uma vez que refere dar 14,4 (parágrafo 4), sendo o resultado correto 8,4.

Tarefa *Frente da casa*

Compreensão do problema

Através da análise dos dados da entrevista em que foi proposta a tarefa, constata-se que a aluna, imediatamente após questioná-la sobre o que teria o Sr. Manuel de fazer para pintar a parede, explica como irá proceder tendo em conta o que foi pedido (Extrato 45):

Extrato 45

1. **Lauriana** - E então, o que o Sr. Manuel quer pintar é esta parede, certo? E então diz-me lá o que é que tens que fazer.
2. **Bianca** – (*Aluna pensa um pouco*). 5×18 .
3. **Lauriana** – Sim...
4. **Bianca** – E depois menos a porta e menos a janela!

E2B p. 1

Analisando este extrato verifica-se que Bianca compreendeu o problema, uma vez que utiliza os valores corretos para calcular a área total da parede e sabe que, de seguida, tem de subtrair a medida da área da porta e a da janela, para descobrir a área de parede a pintar.

Estratégias de resolução

Para resolver o problema Bianca recorreu ao produto das medidas das duas dimensões da parede, o que indicia o recurso à fórmula de cálculo da área do retângulo. O mesmo foi efetuado para o cálculo da área da janela (2×2) e da porta ($2,5 \times 2$). A Figura 38, representa a resolução, por Bianca, da Tarefa *Frente da casa*:

Adição das medidas (incorretas) da área da janela e da área da porta.

Algoritmo da multiplicação, cálculo da área total da parede (5×18).

Algoritmo da subtração (cálculo final).

Cálculo da área da janela.

Cálculo da área da porta.

Adição da área da porta com a da janela.

Figure 38 - Resolution of the task *Frente da casa* (Interview 2)

Através da análise da resolução da aluna (Figura 38), constata-se que Bianca utilizou como estratégia as fórmulas de cálculo da área do retângulo para chegar a uma solução, embora não as tendo registado.

Primeiramente, verifica-se que recorre ao algoritmo da multiplicação para calcular a área total da parede (5×18). De seguida, calcula a soma da medida da área da janela com a da porta embora estas medidas tivessem sido incorretamente calculadas ($7 + 8$). Após uma intervenção minha, Bianca compreendeu que os cálculos que tinha feito não estavam corretos pelo que rapidamente fez 2×2 para calcular a área da janela e $2,5 \times 2$ para descobrir a área da porta. No final recorreu à adição para saber a totalidade das duas áreas ($5 + 4$). Por último, usou o algoritmo da subtração para saber a diferença entre a área total da parede e a soma das medidas das áreas da janela e da porta, obtendo o resultado que indica usando uma unidade de medida adequada.

Dificuldades

Em primeiro lugar, ao longo da resolução do problema verifica-se uma dificuldade na compreensão dos conceitos de área e perímetro e em segundo, há dificuldades nos procedimentos de cálculo para determinar as medidas da área e do perímetro. Os Extratos 46 e 47 ilustram estas dificuldades:

Extrato 46

1. **Lauriana** – 5×18 o que é que significa em relação a esta figura? Porquê que fizeste 5×18 ?
2. **Bianca** – Porque tinha que achar o...a área!
3. **Lauriana** - A área. E essa área, 5×18 é a área de quê?
4. **Bianca** - Não, isto é o que a figura vale à volta. Só que para achar a área temos de fazer uma parte mais outra parte!

E2B p. 2

Neste extrato é possível constatar que a aluna sabe que está a calcular a área total da parede, mas confunde os conceitos de área e de perímetro e ao mesmo tempo os procedimentos de cálculo que deve usar. Quando diz: “isto é o que vale à volta” (parágrafo 4) está a referir-se ao perímetro da figura, neste caso da parede embora antes tivesse afirmado que tinha feito 5×18 “Porque tinha que achar o...a área!” (parágrafo 2). Não é claro o que quer dizer quando afirma “para achar a área temos de fazer uma parte mais outra parte” (parágrafo 4). Fica a dúvida se estará a referir-se à soma da medida da área da porta com a da janela ou se estará, novamente, a confundir o cálculo do perímetro com o da área.

O Extrato 47 também mostra a constante confusão entre o conceito de área e o de perímetro e os seus procedimentos de cálculo.

Extrato 47

1. **Lauriana** - 4...E então como é que calculavas a área desta janela? Podes até escrever aqui: área da janela.
2. **Bianca** - Lado vezes lado, vezes 2.
(...)
3. **Lauriana** – Então podes escrever aqui...onde é que tinhas calculado a área da janela?
4. **Bianca** – Aqui...
5. **Lauriana** – Aqui...tinhas dito que era...quanto?
6. **Bianca** – 8.
7. **Lauriana** – 8! E agora, continuas...a dizer que é 8?

8. **Bianca** – Sim!
9. **Lauriana** – Sim? Porquê que dizes que é 8?
10. **Bianca** – Porque o quadrado tem...tem 4 lados.
11. **Lauriana** – Certo...
12. **Bianca** – E um lado vale 2!

E2B p. 3

Novamente neste extrato verifica-se que a aluna apresenta dificuldades nos conceitos de área e de perímetro e procedimentos de cálculo associados. Com efeito, refere que a área da janela, que é um quadrado, obtém-se fazendo “lado vezes lado, vezes 2” (parágrafo 2), aparentemente não percebendo o significado do cálculo. Quando questionada sobre o porquê da área ser 8, invoca um procedimento de cálculo que permite determinar o perímetro do quadrado e não a sua área: “o quadrado tem...tem 4 lados” (parágrafo 10) e “um lado da janela vale 2” (parágrafos 6, 10 e 12).

Tarefa *Área do jardim*

Compreensão do problema

Analisando a Entrevista 3 é possível identificar que aparentemente a aluna compreendeu o enunciado do problema e que para responder às duas questões recorreu a cálculos.

O Extrato 48 ilustra a resposta à primeira questão: *Qual é a área do parque onde estão plantadas as flores?*

Extrato 48

1. **Lauriana** – Qual é a área onde estão plantadas as flores, tanto dos amores-perfeitos como dos malmequeres. O que é que tu tens de fazer primeiro?
2. **Bianca** – Ver qual é a área.
3. **Lauriana** – Então, podes começar a calcular. Só para esclarecer, este aqui se não consegues [ver] muito bem é 18 metros.
(...)
4. **Bianca** – A área dos amores-perfeitos é 126 m² e dos malmequeres também!

E3B²⁶ p. 1

²⁶ E3B – sigla adotada para designar a Entrevista 3 realizada por Bianca.

Através deste extrato verifica-se que a aluna compreendeu o enunciado do problema, uma vez que sabe que dados tem que selecionar e que é necessário descobrir a área dos canteiros de flores.

O mesmo é possível constatar na resposta à segunda questão: *Qual é a área do parque?* (Extrato 49):

Extrato 49

1. **Lauriana** – E então agora se eu dissesse que a Joana queria descobrir a área do parque. O que é que tu achas que a Joana tinha de fazer?
2. **Bianca** – Ver qual é a área disto e depois juntar estes dois.
3. **Lauriana** – Ok, então quero que tu tentes fazer e depois me expliques como é que tu pensaste.
(*Aluna efetuou os cálculos*)
4. **Lauriana** – Então consegues-me explicar como é que pensaste?
5. **Bianca** – Primeiro somei os 18 mais 3,5 mais 3,5.
6. **Lauriana** – Para saber o quê?
7. **Bianca** – Para saber este lado daqui.

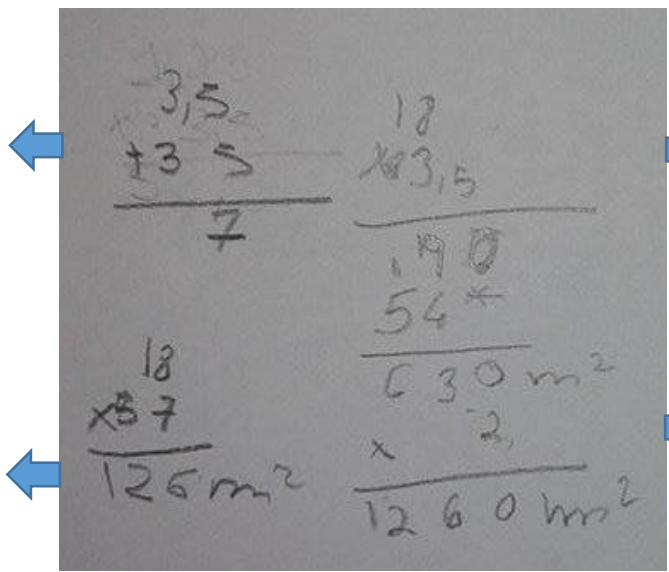
E3B p. 5

Observando o Extrato 49 é possível identificar que a aluna compreendeu o enunciado do problema, uma vez que sabe para calcular a área do parque deve adicionar outras áreas (parágrafo 2) e compreende que terá de adicionar as medidas dos lados dos canteiros de flores aos 18 cm de comprimento do canteiro de flores, para desta forma, descobrir o comprimento do parque ($18 + 3,5 + 3,5$) (parágrafo 5).

Estratégias de resolução

Bianca utilizou os procedimentos de cálculo da área do retângulo, para calcular a área dos canteiros de flores, bem como a área total do parque (Figuras 39 e 40).

Algoritmo da adição usado para determinar o comprimento dos dois lados de um canteiro de flores.



Algoritmo da multiplicação (área de um canteiro de flores).

Algoritmo da multiplicação (área dos dois canteiros de flores).

Área dos dois canteiros de flores (resultado incorreto).

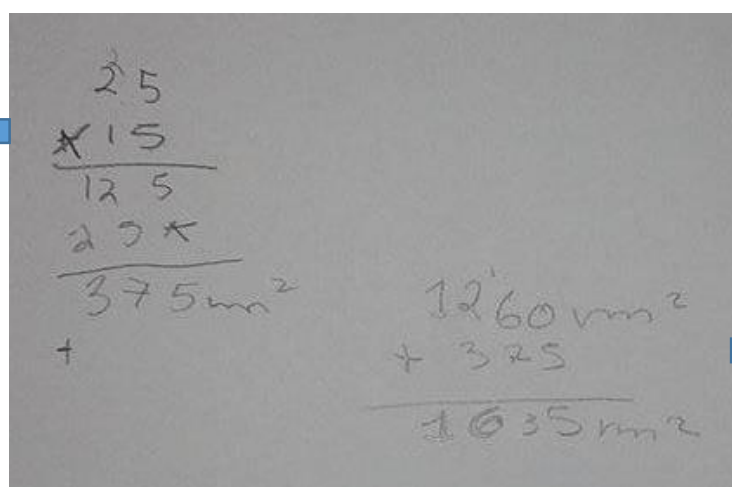
Figura 39 - Resolução da Tarefa *Área do jardim* (Entrevista 3)

Observando os cálculos efetuados por Bianca constata-se que a aluna recorre numa primeira parte ao algoritmo da adição para adicionar os dois lados de um canteiro de flores ($3,5 + 3,5$) e depois utiliza o algoritmo da multiplicação para calcular a área dos dois canteiros de flores (18×7).

Numa segunda parte, através de uma intervenção minha, usa novamente o algoritmo da multiplicação para descobrir a área de um canteiro de flores, apesar do resultado estar incorreto e de seguida multiplica por 2 para saber quanto é que mede a área dos dois canteiros de flores.

A Figura 40 diz respeito à resolução de Bianca à segunda questão: *Qual a área do parque?*

Cálculo da área do parque.



Procedimentos de cálculo inadequados da área total do parque.

Figura 40 - Resolução da Tarefa *Área do jardim* (Entrevista 3)

Na segunda questão relativa ao cálculo da área do parque, utiliza o algoritmo da multiplicação já com o cálculo efetuado do comprimento do parque (25 cm) e multiplica pela largura do mesmo obtendo o resultado de 375 m². No final, recorre ao algoritmo da adição, para juntar a medida de área dos dois canteiros de flores com a medida de área do parque. No entanto, como o cálculo da medida de área dos dois canteiros de flores estava mal efetuado, o total da área do parque também ficou.

Assim sendo, é possível através da observação das Figuras 39 e 40, afirmar que Bianca recorreu às fórmulas de cálculo da área do retângulo, apesar de não as registar. Porém, ao longo da entrevista verbaliza a fórmula.

Dificuldades

Através da análise dos dados provenientes da transcrição da Entrevista 3, constata-se que a aluna apresentou dois tipos de dificuldades: (i) justificação de alguns raciocínios; e (ii) confusão nos conceitos de área e de perímetro (Extrato 50).

Extrato 50

1. **Lauriana** – Ok e então esse $18 \times 3,5$ é o quê?
2. **Bianca** – É o perímetro.
3. **Lauriana** – É o perímetro? Onde é que está o 18 aí nessa figura?
4. **Bianca** – Está aqui em cima.
5. **Lauriana** – Sim e o 3,5?
6. **Bianca** – Está aqui.
7. **Lauriana** – Ok, tu utilizaste essas duas medidas para calcular o quê?
8. **Bianca** – A área.
9. **Lauriana** – A área do quê?
10. **Bianca** – Dos amores-perfeitos.
11. **Lauriana** – Ok, dos amores-perfeitos. E eu queria... perguntei-te há pouco qual era a área do parque onde estão plantadas as flores?
12. **Bianca** – Falta os malmequeres.
13. **Lauriana** – Falta os malmequeres, ok. Então, o quê que tens de fazer?
14. **Bianca** – Porque o perímetro do lado dos malmequeres é igual aos amores-perfeitos.

E3B p. 4

Analisando o Extrato 50 identifica-se um discurso pouco consistente para elucidar o significado do cálculo $18 \times 3,5$. Primeiramente diz que representa o perímetro

(parágrafo 2) de um dos canteiros; em seguida diz que usou os valores 18 e 3,5 para calcular a área (parágrafos 7 e 8); por último e já depois de ter referido $18 \times 3,5$ é a área do canteiro dos amores-perfeitos (parágrafos 7 a 10) diz que “o perímetro do lado dos malmequeres é igual aos amores-perfeitos” (parágrafo 14). Fica a dúvida de se se está na presença de um dúvida conceptual, ou seja uma não compreensão dos conceitos de área e de perímetro, ou se a inconsistência de um domínio débil da nomenclatura em jogo.

Tarefa *Moinho de vento*

Compreensão do problema

Através da análise realizada à Entrevista 3, podemos verificar que, de uma forma geral, a aluna compreendeu o enunciado do problema. Os Extratos 51 e 52 retratam o que foi dito anteriormente:

Extrato 51

1. **Lauriana** – E então, como é que o Pedro vai descobrir que quantidade de papel ele precisa apenas para forrar a pá de um lado?
2. **Bianca** – $18 \times 10...$
3. **Lauriana** - 18×10 . E porquê que tu dizes que é 18×10 ?
4. **Bianca** – Porque é a base vezes a altura.
5. **Lauriana** – Certo. E a base vezes a altura estás a calcular o quê?
6. **Bianca** – A área.

E3B pp. 7-8

Observando este extrato nota-se que a aluna compreendeu o enunciado do problema, neste caso, compreendeu a imagem correspondente ao moinho de vento, soube identificar que teria que calcular a área de uma das pás e selecionou corretamente os dados a utilizar para o efeito.

Extrato 52

1. **Lauriana** – E então, agora o Pedro queria colocar uma fita à volta de um paralelogramo. Qual será a quantidade de fita que o Pedro precisa para colocar à volta de um paralelogramo? Neste caso de uma pá do moinho?
2. **Bianca** – 18 mais 18 e 12 mais 12.
3. **Lauriana** – Ok, podes calcular aí e depois explicas.

4. **Bianca** – (Aluna efetuou os cálculos). Deu 60 cm.
5. **Lauriana** – Como é que tu pensaste?
6. **Bianca** – Contei o perímetro.
7. **Lauriana** – O perímetro porquê?
8. **Bianca** – Porque ele quer pôr à volta.

E3B p. 11

Neste extrato é possível observar que a aluna recorre a cálculos para descobrir a quantidade de fita que teria de colocar à volta de apenas uma pá do moinho. Neste caso, utiliza as medidas de comprimento dos lados do paralelogramo para calcular o perímetro da figura, o que indica que compreendeu o problema. O mesmo é constatado nas restantes questões da tarefa.

Estratégias de resolução

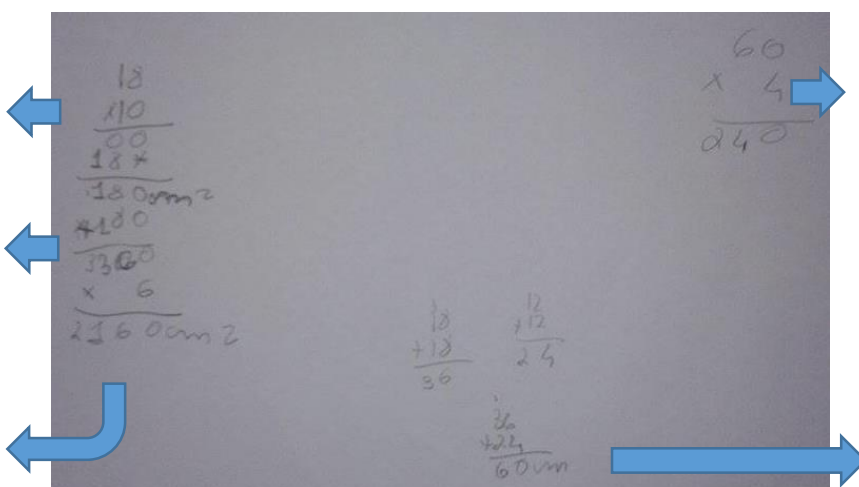
As estratégias de resolução de Bianca podem ser identificadas, analisando a Figura 41:

Algoritmo da multiplicação

para calcular a área de um dos lados da pá do moinho (um paralelogramo).

Cálculo da área de dois paralelogramos.

Cálculo da área de todas as pás do moinho (procedimento inadequado).



Algoritmo da multiplicação (cálculo do perímetro total das pás do moinho).

Cálculo do perímetro de apenas uma pá do moinho.

Figura 41 - Resolução da Tarefa *Moinho de vento* (Entrevista 3)

Observando a Figura 41 dá-se conta que a aluna utiliza algoritmos da multiplicação e da adição para fazer os cálculos associados à resolução da tarefa. Para responder à primeira questão *Que quantidade de papel vai precisar o Pedro para forrar apenas um lado de uma pá do moinho?* utiliza a fórmula de cálculo da área do paralelogramo, recorrendo ao algoritmo da multiplicação (18×10). De seguida, para saber a quantidade de papel que precisará para forrar os dois lados do moinho, adiciona

duas vezes o produto obtido ($180 + 180$). No entanto, quando é pedido para indicar a quantidade de papel necessária para forrar todas as pás do moinho, a aluna multiplica a medida da área de dois lados das pás do moinho por 6 (360×6) em vez de por 3.

No caso do perímetro, utiliza o algoritmo da adição para responder à questão: *Quantos centímetros de fita vai precisar o pedro para reforçar uma pá do moinho em toda a volta?* Para facilitar adiciona as medidas iguais ($18 + 18$) e ($12 + 12$) e de seguida efetua a adição das somas obtidas indicando que precisa de 60 cm. Para calcular a fita que precisa para reforçar todas as pás do moinho, multiplica o resultado do perímetro de apenas uma pá por 4, tendo em conta que se tratavam de 4 pás.

Dificuldades

Apenas é possível identificar uma dificuldade na terceira questão: *Que quantidade de papel vai precisar o Pedro para forrar os dois lados de todas as pás do moinho?* A aluna calculou primeiramente a medida de uma pá do moinho forrada dos dois lados tendo obtido 360 cm^2 . Em seguida, indicou que deveria calcular 360×6 e posteriormente disse 360×8 , não compreendendo que teria de calcular 360×4 (Extrato 53):

Extrato 53

- 1. Lauriana** – E agora, se o Pedro quisesse saber quanto... que quantidade de papel é que tinha de forrar todas as pás dos dois lados?
- 2. Bianca** – Fazia vezes 8.
- 3. Lauriana** – Vezes 8, porquê?
- 4. Bianca** – Porque cada lado...cada paralelogramo tem dois lados...
(...)
- 5. Bianca** – E são quatro paralelogramos e como tem os dois lados, são 8!
(...)
- 6. Lauriana** – E tu agora estavas-me a dizer que multiplicavas o 360 vezes 8, não foi o que tu disseste?
- 7. Bianca** – Foi.
- 8. Lauriana** – E multiplicavas o 360, pelo que percebi, porque querias saber os dois lados.
- 9. Bianca** – Mas isso já conta o paralelogramo. O 360 já conta um.
- 10. Lauriana** – O 360 conta um, certo? E todos os paralelogramos são geometricamente iguais.
- 11. Bianca** – Então já não é vezes 8 é vezes 6!

12. Lauriana – E porquê que é 6?

13. Bianca – Porque falta 3 paralelogramos. Um já está!

14. Lauriana – E porque é que dizes que tens de multiplicar por 6?

15. Bianca – Porque faltam 3.

E3B pp. 8-9

Neste extrato, Bianca não compreende que para calcular a área total do moinho de vento, tem de multiplicar por 4, uma vez que são quatro paralelogramos (pás do moinho). Em vez disso, multiplica por 8 primeiramente porque assume que cada pá tem dois lados e se os juntar todos obtém 8; seguidamente, multiplica por 6 porque como já calculou a área de uma pá dos dois lados, restam 6.

4.2.3.Síntese

A compreensão do enunciado do problema por Bianca foi entendida na maioria das vezes. No entanto, houve tarefas em que a não compreensão do problema deveu-se à incompreensão das figuras do enunciado, como por exemplo na tarefa *Área de figuras compostas*.

As estratégias de resolução utilizadas são maioritariamente a contagem e as fórmulas de cálculo das áreas. No entanto, a contagem foi mais usada inicialmente, como é possível verificar nas resoluções das tarefas da Ficha de diagnóstico. Posteriormente, nas tarefas propostas nas Entrevistas 2 e 3 passou a utilizar as fórmulas de cálculo das figuras geométricas em estudo. O mesmo aconteceu na Ficha de avaliação sumativa. É de salientar que na Tarefa *Área de figuras compostas* utiliza a decomposição de figuras. O desenho é apenas utilizado na Tarefa *Os dois irmãos* onde tem de apresentar um exemplo que permita justificar a resposta.

Em relação às dificuldades, a aluna confunde os conceitos de área e perímetro, como também faz confusão ao nível dos seus procedimentos de cálculo. Verifica-se ainda uma dificuldade na utilização correta da fórmula de cálculo da área do triângulo e na escolha correta das dimensões a utilizar para esse cálculo.

Capítulo 5 – Conclusão

Neste capítulo apresento uma síntese do estudo, as suas principais conclusões e, por último, uma reflexão pessoal focando aspetos positivos e dificuldades associadas ao desenvolvimento do projeto de investigação.

5.1. Síntese do estudo

O principal objetivo do estudo realizado é compreender de que modo os alunos do 5.º ano de escolaridade resolvem problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro de figuras geométricas. Neste sentido, pretende-se entender (i) como é que compreendem os problemas; (ii) que estratégias usam para os resolver; e, ainda, (iii) que dificuldades experienciam.

Do ponto de vista metodológico, o estudo insere-se numa abordagem qualitativa de investigação e enquadra-se no paradigma interpretativo. Tendo em vista aprofundar a compreensão sobre o modo como os alunos resolvem problemas envolvendo os conceitos de área e de perímetro de figuras planas (quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo), foram realizados dois estudos de caso. Os dados foram recolhidos através de observação participante, recolha documental e três entrevistas clínicas realizadas a cada um dos dois alunos caso.

5.2. Conclusões do estudo

No âmbito do estudo foi concebida e concretizada uma intervenção pedagógica, com a duração de três semanas, focada na lecionação do tema “Áreas e Perímetros”. Durante esta intervenção, que se enquadrou na realização da unidade curricular Estágio no 2.º Ciclo – realizado entre 7 de abril de 2015 e 8 de maio de 2015 – foram exploradas tarefas matemáticas de diversos tipos sobre o tema.

Apresentam-se, em seguida, as principais conclusões da investigação cuja elaboração teve por referência as questões do estudo. Estas conclusões encontram-se organizadas em torno de três pontos: (i) Compreensão do problema; (ii) Estratégias de resolução; e (iii) Dificuldades. No primeiro, foco-me na compreensão do enunciado de

problemas que envolvem os conceitos de área e de perímetro pelos alunos caso. No segundo, debruço-me sobre as estratégias utilizadas por estes alunos para resolverem os problemas. Por último, incluo as principais dificuldades experienciadas pelos alunos.

5.2.1. Compreensão dos problemas

Alguns autores afirmam que “a compreensão dos enunciados e o uso de procedimentos adequados dependem da apropriação dos termos ou expressões que neles aparecem, da mobilização de conceitos prévios e da retenção das informações neles contidas” (Ventura, 2013, p. 121).

De uma forma geral, os dois alunos caso conseguiram compreender bem os problemas que foram dados a resolver. Constatou-se que à medida que os problemas eram apresentados, os alunos, primeiramente, liam o enunciado do problema e, logo de seguida, começavam a enunciar ideias para a sua resolução.

Assim, através da análise de dados dos dois alunos, concluiu-se que de uma maneira geral, compreenderam os problemas propostos.

A compreensão do problema é a primeira das quatro fases do modelo apresentado por Pólya (2003, referido por Boavida, *et al.*, 2008) para ensinar a resolver problemas. Nesta fase, os alunos devem identificar o que é conhecido (os dados), o que é desconhecido (o que se pretende encontrar) e quais as condições apresentadas (Vale & Pimentel, 2004). Em geral tanto Fábio como Bianca, foram bem sucedidos nesta identificação. A fase seguinte, de acordo com Pólya, é delinear um plano de resolução que inclui, nomeadamente “procurar algo que se relacione com o problema em causa e que já tenha sido resolvido ou (...) tentar várias abordagens antes de decidir qual parece mais promissora” (Vale & Pimentel, 2004, p. 21). A estas fases seguem-se mais duas: “desenvolver esse plano; avaliar resultados” (Boavida, *et al.*, 2008, p. 22). Com alguma frequência, na atividade desenvolvida pelos alunos quando contactavam com os problemas, as duas primeiras fases entrelaçaram-se.

A compreensão de um problema envolve não só a compreensão da linguagem própria da matemática mas também a compreensão do ponto de vista da língua portuguesa. Com efeito, segundo Melo, Maia, e Melo (s.d.), “embora os problemas matemáticos apresentem linguagem própria, a sua compreensão requer procedimentos

similares aos de compreensão dos textos específicos da área de língua portuguesa” (pp.11-12). Assim, a incompreensão dos enunciados, “segundo Candeias e outros (2006), (...) tem muitas vezes origem em dificuldades dos alunos na própria língua portuguesa. Os alunos não compreendem certos termos da linguagem corrente, habitualmente considerados simples ou familiares” (Lavrador, 2010, p. 123).

Durante a realização da Ficha de diagnóstico, tanto Fábio como Bianca não resolveram algumas tarefas. Tendo em conta as ideias apresentadas pelos autores atrás referidos, este facto poderá estar, eventualmente, relacionado com dificuldades de compreensão ao nível da própria língua. Não podem, no entanto, descartar-se outras hipóteses explicativas como, por exemplo, por não terem tido tempo para lhes dedicar.

Na resolução dos problemas, normalmente Fábio lia o enunciado ou escutava o que era dito – no caso do conto de uma determinada história – e depois tentava interpretar a imagem que lhe era apresentada para resolver o problema. Os enunciados dos problemas incluíam, na maioria dos casos, imagens, e, normalmente, era pedido que se determinassem áreas e perímetros de figuras planas. Após a análise da imagem, os alunos tentavam responder ao que era solicitado.

Nas tarefas da Ficha de diagnóstico, bem como nas realizadas em entrevista (*Área de figuras compostas; Frente da casa; Área do jardim e Moinho de vento*) foi possível verificar, em alguns casos, que a compreensão do enunciado do problema fazia-se através da visualização da imagem. No caso de Bianca, o processo foi mais ou menos o mesmo. Na maior parte das vezes compreendeu o enunciado do problema através da análise da imagem. Este resultado é consistente com as ideias apresentadas por Pimentel e Vale (2013) quando sublinham que os problemas de geometria e também os de medida apresentam esta componente (a visualização) e que, através dela, é possível os alunos compreenderem os problemas e fazerem deduções.

5.2.2. Estratégias de resolução

As estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos dois alunos caso nas tarefas apresentadas envolvendo os conceitos de área e de perímetro foram: a contagem, a tentativa e erro, a utilização de desenho, a decomposição de figuras, os cálculos intermédios e o uso de fórmulas associadas ao cálculo de medidas de área. Por vezes,

algumas destas estratégias são usadas na resolução de uma mesma tarefa. Além disso, o uso de determinadas estratégias está associada à natureza das tarefas propostas (Lavrador, 2010).

Tanto Fábio como Bianca, na realização da Ficha de diagnóstico, utilizaram muito frequentemente, a contagem como estratégia de resolução para determinar o perímetro e a área. Por exemplo, Fábio na realização das tarefas *Área* e *Perímetro*, utilizou a contagem para verificar se as medidas usadas para desenhar um retângulo com uma determinada área e um determinado perímetro, correspondiam às indicadas no enunciado, contando no caso da área, as quadrículas, e do perímetro os segmentos de reta. O mesmo aconteceu com Bianca, na resolução das mesmas tarefas e ainda no caso da tarefa *Os dois irmãos*. Nesta última, usou a contagem para saber qual a área de cada uma das figuras construídas pelo Hugo, bem como o perímetro. Como tal, sendo a Ficha de diagnóstico realizada logo no início da intervenção pedagógica é normal que a contagem tenha sido a estratégia mais usada. Esta foi utilizada tanto para determinar as áreas e os perímetros de figuras planas, como para confirmar se determinadas figuras tinham sido bem construídas.

Na resolução das tarefas da referida ficha, os alunos também usaram, por vezes, como estratégias o desenho ou a tentativa e erro embora estas fossem menos utilizadas do que a contagem. Tanto Fábio como Bianca recorreram ao desenho na Tarefa *Os dois irmãos*, o que pode não ser independente da justificação que era solicitada: “apresenta um exemplo que justifique a tua resposta”. No caso de Fábio, a utilização de um desenho está associada à estratégia tentativa e erro, visto que o aluno fez vários desenhos para tentar chegar ao que queria, embora não tivesse conseguido obter a resposta correta. Já Bianca recorreu ao desenho na mesma tarefa, mas com figuras com 5 unidades de área, em vez de 6.

A decomposição de figuras é uma estratégia muito utilizada nas tarefas *Área de figuras compostas* e *Área do jardim* propostas, pela primeira vez, nas entrevistas realizadas após o final da intervenção pedagógica. Esta estratégia esteve associada ao uso de fórmulas de cálculo de áreas, como também à utilização de cálculos intermédios. Quanto à primeira das tarefas referidas, Fábio e Bianca tentam calcular, em primeiro lugar, a medida da área de cada um dos triângulos que compõem o hexágono recorrendo à fórmula e, posteriormente, usam este valor para determinar a medida da área do hexágono. No caso da figura composta por um triângulo e um retângulo, ambos calculam separadamente a medida da área de cada uma das figuras, adicionando-as no final. O

mesmo aconteceu com a tarefa *Área do jardim* onde, numa primeira parte, se pedia para calcular a área dos canteiros de flores. Os alunos, num primeiro momento, calcularam a área de apenas um canteiro e, posteriormente, multiplicaram o valor obtido por dois ou recorreram à adição das medidas das áreas de cada um dos dois canteiros. Pode dizer-se que, neste processo, estão associadas três estratégias diferentes, nomeadamente o uso de fórmulas de cálculo, os cálculos intermédios e a decomposição de figuras. A decomposição de figuras é uma estratégia importante, pois “a composição e decomposição de figuras, acompanhadas da sua descrição, da representação e do raciocínio sobre o que acontece, permite aos alunos desenvolver o pensamento visual” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 71).

O uso de fórmulas foi a estratégia mais utilizada na resolução dos problemas propostos. Este uso foi mais vincado nas tarefas apresentadas nas duas últimas entrevistas. Por exemplo, os alunos recorreram à fórmula de cálculo da área de um retângulo, embora não a tenham explicitado, em apenas uma tarefa da Ficha de diagnóstico: *Área relvada do jardim*. Esta situação não é de estranhar pois, ao longo da intervenção pedagógica, foram apresentadas como recursos que permitem determinar medidas de áreas e perímetros.

A utilização de fórmulas pode estar associada a outras estratégias de resolução, entre as quais o desenho, decomposição de figuras e cálculos intermédios. É importante sublinhar que, “a manipulação de fórmulas não deve ser entendida como a compreensão do conceito [por exemplo: área], pois nem sempre evidencia o conhecimento que o aluno possui” (Hirstein, Lamb & Osborne, 1978 referido por Pires, 1995, p. 33). Deste modo, “as fórmulas não devem aparecer antes que os conceitos sejam trabalhados” (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999, p. 79), sendo importante que, antes do uso de fórmulas, os alunos experienciem outras estratégias menos formais, para que compreendam o seu significado e entendam como devem ser utilizadas quando forem confrontados com elas.

Os alunos usaram fórmulas de cálculo de áreas nas tarefas *Área de figuras compostas*, *Frente da casa*, *Área do jardim* e *Moinho de vento*. As fórmulas utilizadas corretamente foram as de cálculo da medida da área do quadrado e do retângulo, no entanto, o mesmo não se verificou quando as figuras envolvidas eram triângulos e paralelogramos. Tanto Bianca como Fábio, no uso das fórmulas de cálculo, não as explicitavam recorrendo à simbologia algébrica. Apenas registavam a expressão numérica resultante da aplicação da fórmula usando as medidas indicadas e, em seguida,

efetuavam os cálculos. Destaca-se que a frequente aplicação de fórmulas pode estar relacionada com o facto da resolução das referidas tarefas apelar, implicitamente, ao uso desta estratégia.

5.2.3.Dificuldades

As principais dificuldades na realização das tarefas da Ficha de diagnóstico e nas quatro propostas nas entrevistas prenderam-se essencialmente com (a) confusão dos conceitos de área e de perímetro; (b) confusão entre os procedimentos de cálculo da área e do perímetro; (c) dificuldade em compreender algumas imagens referentes aos enunciados dos problemas (d) calcular corretamente a área de um triângulo e (e) uso inadequado de unidades de medida.

As dificuldades (a) e (b) estão muito relacionadas e foram observadas tanto ao longo da intervenção pedagógica, como durante a realização das entrevistas. Bianca e Fábio confundiam, frequentemente, os conceitos de área e de perímetro e respetivos procedimentos de cálculo. Este facto pode, em certa medida, estar associado a uma não compreensão profunda dos conceitos e/ou dos procedimentos.

Esta dificuldade foi verificada na resolução, por Fábio, das tarefas *Área relvada do jardim*, *Frente da casa* e *Moinho de vento*. Por exemplo, na Tarefa *Frente da casa* o aluno em vez de calcular a área da porta, calcula o seu perímetro e na Tarefa *Moinho de vento* calcula o perímetro de apenas uma pá do moinho, em vez de calcular a área de apenas um lado da pá do moinho e além disso, utiliza todas as medidas do paralelogramo (pá do moinho) para calcular o perímetro. Bianca apresenta esta mesma dificuldade na resolução das tarefas *Área relvada do jardim*, *Frente da casa* e *Área do jardim*. No caso da primeira tarefa, verifica-se que para calcular a área de um canteiro de forma quadrada, somou as duas medidas dos lados para descobrir a área. Na tarefa *Frente da casa*, Bianca quando justifica o cálculo da área da parede, confunde-o com o de perímetro e simultaneamente, confunde os procedimentos de cálculo da medida da área com o perímetro. O mesmo se verifica na tarefa *Área do jardim*.

Relativamente a este assunto, vários autores referem que

os alunos têm dificuldade na compreensão dos conceitos de perímetro e de área (...) confundindo-os (...) [estes] utilizam fórmulas sem compreenderem de que modo

essas fórmulas se relacionam com a grandeza a ser medida ou com a unidade de medida utilizada”. (Lavrador, 2010, p. 29)

Os autores Baturo e Nason (1996 referidos por Lavrador, 2010)

corroboram a mesma opinião referindo que nalgumas situações os professores, ao leccionar o tema área, acabam por resumir dizendo que esta se obtém simplesmente pela multiplicação de duas medidas de comprimento, acabando os alunos por cometer erros, quando no final da resolução utilizam como medida de área uma medida linear. (p. 28)

No que diz respeito à confusão nos procedimentos de cálculo dos conceitos de área e perímetro, vários autores Douady & Perrian-Glorian (1989), Jaquet (2000) e Owens & Outhred (2006) (referidos por Lavrador, 2010) constataam que

são identificados vários tipos de erros, tais como, a título de exemplo, para a determinação da área de um retângulo utilizarem a soma das suas dimensões lineares, a aplicação de uma fórmula do cálculo de área para encontrar o perímetro (e vice-versa). (p. 30)

Assim sendo, foi possível verificar este tipo de erros em Fábio e Bianca.

Nalgumas situações notou-se uma dificuldade na compreensão da imagem (c) apresentada no enunciado da tarefa que, normalmente, era uma figura geométrica. Por exemplo, na Tarefa *Área do jardim* Fábio teve dificuldade em calcular a área do parque, eventualmente por não compreender, na totalidade, a imagem referente ao parque. Bianca teve dificuldade em compreender uma das figuras que compunham o enunciado da Tarefa *Área de figuras compostas*, nomeadamente o hexágono. Esta dificuldade pode surgir devido “às dificuldades de visualização, ou de identificação de elementos que as constituem [as figuras] e dificuldades na sua construção” (Ventura, 2013, p. 121). Segundo Lavrador (2010) “estas dificuldades conduzem a que muitos alunos não consigam descobrir os valores que não são fornecidos directamente no enunciado, e que são necessários para a realização da tarefa” (p. 123).

A dificuldade em calcular corretamente a área do triângulo (d) foi muito notória na Tarefa *Área de figuras compostas* e na Ficha de avaliação sumativa, tanto por parte de Bianca como de Fábio. Porém, é importante salientar que esta dificuldade prende-se com dois aspetos: não dividir por dois o produto da medida da base do triângulo pela da sua altura, e não seleccionar adequadamente as dimensões do triângulo que permitem obter a sua área. Neste sentido, Lopes (2013) refere que os alunos detêm “uma compreensão limitada da relação entre a área do retângulo e do triângulo. Isto é, (...) [não dão] uso ao facto da área do triângulo ser metade da de um retângulo com a mesma base e a mesma

altura” (p. 16). O mesmo é dito para o cálculo da área do paralelogramo. Esta dificuldade poderá estar associada a uma incompreensão da figura, mas também da fórmula.

O outro aspeto prende-se com a má seleção das dimensões adequadas do triângulo e poderá, à semelhança da dificuldade de cálculo da área do triângulo, colocar-se a hipótese de ter a ver com a não compreensão profunda da própria figura. Isto porque os alunos não sabem identificar as dimensões das figuras. Kordaki e Potari (2002 referidos por Lopes, 2013) referenciam que, no caso do cálculo da área do triângulo e do paralelogramo, “os alunos consideram a altura como o comprimento de um dos lados” (p. 16). Outra ideia relativa a estas duas figuras é que os alunos “confundem a altura destas figuras com os lados inclinados e não relacionam a área do retângulo com a do triângulo” (Lopes, 2013, p. 17).

Bianca e Fábio, ao realizarem a Tarefa *Área de figuras compostas*, não dividiram por dois o cálculo de apenas um triângulo que compunha o hexágono, bem como o triângulo que compunha a figura composta (triângulo e retângulo). Também selecionaram de forma errada as dimensões do triângulo (figura composta por triângulo e retângulo) assumindo que são as medidas dos lados do triângulo que devem ser usadas para calcular a área, em vez de utilizarem a altura. Assim, esta dificuldade poderá ter a ver com a difícil escolha das dimensões corretas.

Na Tarefa *Moinho de vento*, é visível a incorreta seleção das dimensões do paralelogramo, uma vez que Fábio utilizou a medida da altura do paralelogramo (uma pá do moinho de vento) para calcular o perímetro da figura, facto este que poderá ter a ver com a incompreensão da própria figura e com a própria compreensão do conceito de perímetro e os seus procedimentos de cálculo.

Por último, uma dificuldade dos alunos na resolução de problemas que envolvem áreas e perímetros prende-se com a utilização incorreta das unidades de medida de comprimento e de área (e). Fábio teve dificuldade em usar corretamente as unidades de medida de comprimento e de área na Tarefa *Área de figuras compostas*. Esta pode estar associada, segundo Pires (1995), a uma dificuldade no conceito de unidade de medida, bem como na adequação da escolha das unidades de medida para a área e para o perímetro. Assim sendo, “aprender a selecionar a unidade apropriada constitui o cerne da compreensão da medição e compreender que são necessárias unidades distintas para

medir grandezas diferentes é, por vezes, difícil para os alunos mais novos” (Lavrador, 2010, p. 29).

5.3. Encerrando o estudo

A realização deste estudo constituiu uma aprendizagem pessoal e profissional muito interessante. Sendo a primeira vez que realizei uma investigação e estando no papel de investigadora foram muitas as aprendizagens e conhecimentos adquiridos. Todavia, tal como com tudo, surgiram, também, ao longo deste percurso algumas dificuldades.

No que diz respeito às aprendizagens, foi possível aprofundar os meus conhecimentos no domínio da Medida, mais precisamente sobre o tema “áreas e perímetros”, aprendendo ao longo da intervenção pedagógica algumas estratégias de ensino e adquirindo linguagem matemática apropriada para trabalhar este tema. A pesquisa teórica sobre este tema permitiu-me, também, aprofundar os meus conhecimentos, uma vez que constatei que existem inúmeros conceitos interligados com os de área e de perímetro (grandezas, medida). Assim sendo, é importante que, logo nos primeiros anos de escolaridade, as crianças aprendam o que é medir, como é que se mede e que instrumentos são utilizados para tal, tendo, deste modo, logo de início conhecimento sobre as grandezas e os processos de medição.

A possibilidade de utilizar diversos materiais manipuláveis também constituiu uma aprendizagem enriquecedora. Aprendi que materiais manipuláveis como o Tangram e Pentaminós, entre outros, são bons para explorar os conceitos de área e de perímetro e que favorecem a aprendizagem destes conceitos. Durante a intervenção pedagógica utilizei uma tarefa que envolvia o uso de Pentaminós para apresentar a equivalência de figuras planas, nomeadamente para que os alunos compreendessem que ter figuras com a mesma área não implica, necessariamente, que estas tenham o mesmo perímetro, nem que sejam congruentes. Deste modo, em aulas posteriores à exploração desta tarefa, os alunos recordavam os conceitos e, inclusive, recorriam à tarefa para responderem a questões sobre equivalência e congruência de figuras geométricas planas.

Uma outra aprendizagem muito importante refere-se à própria aprendizagem de se realizar uma investigação. Um professor interroga-se sobre a sua prática e, neste

sentido, encontra problemas e respetivas soluções para a melhorar. Assim sendo, “Isabel Alarcão (2001) (...) sustenta que todo o bom professor tem de ser também um investigador, desenvolvendo uma investigação em íntima relação com a sua função de professor” (Ponte, 2002, p. 3). Desta forma, esta investigação foi importante para interrogar-me sobre o modo como explorei os conceitos em estudo (área e perímetro) e as estratégias que utilizei para os explorar. Foi possível, no final, fazer um balanço sobre a minha prática e identificar os aspetos positivos e negativos do ensino deste tema e, acima de tudo, aprender a fazer uma investigação em educação. Saliento também o facto de, através desta investigação, aprender a realizar guiões de entrevistas, que constituíram grande relevância para a construção deste trabalho.

Em relação às dificuldades destacam-se algumas. A primeira prende-se com a limitação do tempo durante a intervenção pedagógica, isto é, tive apenas cinco semanas para lecionar aulas, sendo que apenas três foram para o projeto de investigação, uma vez que anteriormente os alunos estavam a trabalhar os números racionais não negativos. A meu ver, sinto que se tivesse mais tempo, conseguiria selecionar tarefas mais desafiadoras e que permitissem trabalhar este tema de maneira diferente e mais promissora para a aprendizagem (por exemplo, explorar tarefas que envolvessem processos de medição através de instrumentos de medida).

A relação professora/investigadora foi também complicada de gerir durante a intervenção pedagógica, uma vez que de semana a semana era necessário planificar as aulas e, ao mesmo tempo, lecionar e selecionar tarefas que me permitissem recolher dados para desenvolver o projeto de investigação. O facto de ter de estar atenta ao modo como abordava determinado assunto, às resoluções dos alunos e às dificuldades que iam surgindo, suscitava, por vezes, alguma incapacidade da minha parte para gerir as situações da melhor forma. Porém, esta experiência constituiu uma aprendizagem enquanto professora, uma vez que me permitiu evoluir na minha prática pedagógica.

As entrevistas clínicas foram realizadas no final da intervenção pedagógica. Como tal, foi necessário selecionar tarefas e elaborar um guião para cada uma delas. Durante a fase da análise de dados deparei-me com intervenções dos alunos que deveriam ter sido mais exploradas para facilitar a própria análise. Possivelmente, tal não teria acontecido se tivesse tido oportunidade de realizar, pelo menos, uma das entrevistas antes do termo da intervenção e de analisar os dados daí resultantes. Tal não foi possível por constrangimentos de tempo mas teria sido uma boa oportunidade de aprender a conduzir

uma entrevista e a saber melhor como questionar os alunos tendo em conta os objetivos da investigação.

Em suma, faço um balanço positivo desta experiência, uma vez que me fez crescer como profissional e como pessoa. Possibilitou ultrapassar obstáculos que, por vezes, não foram fáceis, mas, apesar de tudo, consegui atingir os meus objetivos e realizar uma investigação na área da Matemática. Futuramente, considero que este trabalho me irá ajudar na minha prática pedagógica.

Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação Departamento da Educação Básica.
- Academia das Ciências de Lisboa. (2001). Dicionário da língua portuguesa contemporânea (J. Malaca Casteleiro, coordenador). Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa e Editorial Verbo.
- Addington, S. L. (2006). Ety Wanda and the Have a Heart Problem. *Teaching Children Mathematics, Vol. XIII n° 3*, 148-153.
- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação Um guia prático e crítico*. Porto: Edições ASA.
- Alarcão, I. (2000). Professor investigador: Que sentido? Que formação? *Cadernos de Formação de Professores N° 1*, pp. 21-30.
- Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Baruk, S. (2005). *Dicionário de Matemática Elementar Volume II*. Edições Afrontamento.
- Battista, M. T. (2006). Understanding the Development of Students' Thinking about Length. *Teaching Children Mathematics, Vol. XIII, n° 3*, 140-146.
- Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student Teachers' Subject Matter Knowledge within the Domain of Area Measurement. *Education Studies in Mathematics 31*, 235-268.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora.
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico - Brochura de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) para o ensino da Geometria e Medida*. Lisboa: ME/DGIDC.

- Caçador, S. B. (2012). *O desenvolvimento do conceito de área: um estudo com alunos do 3.º ano de escolaridade* (Tese de mestrado, Instituto Politécnico de Lisboa - Escola Superior de Educação). Lisboa.
- Carmo, H., & Ferreira, M. (1998). *Metodologia da Investigação Guia para Auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Casa, T. M., Spinelli, A. M., & Gavin, M. K. (2006). This about Covers It! Strategies for Finding Area. *Teaching Children Mathematics*, Vol. XIII, nº 3, 168- 173.
- Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.
- Equipa do Programa de F. C. ESE de Setúbal 2005/2006 e 2006/2007. (2007). *A Geometria nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical Interview Methods in Mathematics Education Research and Practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16 , 145-165.
- Jaquet, F. (2000). Il conflitto area-perimetro, analisi delle concezioni degli allievi . *L'educazione Matematica*, Vol 2, n.2 66 - 77.
- Kidman, G. C. (1999). *Grade 4, 6 and 8 students' strategies in area measurement*. Australia: Merga.
- Lavrador, C. M. (2010). *Resolução de tarefas envolvendo áreas e perímetros - um estudo com alunos do curso de educação e formação* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa: Instituto de Educação). Lisboa.
- Lopes, C. L. (2013). *A aprendizagem de perímetros e áreas com Geogebra: uma experiência de ensino* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa : Instituto de Educação). Lisboa.
- Marchett, P., Medici, D., Vighi, P., & Zaccomer, E. (2005). *Comparing perimeters and areas childrens' pre-conceptions and spontaneous procedures*. Itália: Local Research Unity in Mathematics Education, University of Parma.
- Mascarenhas, D., Maia, J., Martinez, T., & Lucena, F. (2014). A importância das tarefas de investigação da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis no ensino

e aprendizagem de perímetro, área e volume no 5.º ano de escolaridade. *Quadrante*, Vol. XXIII, nº 1, 3-28.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.

Melo, J. S., Maia, S., & Melo, K. d. (s.d.). *Leitura, Compreensão e Resolução de problemas matemáticos: Qual a relação?* Obtido em novembro de 2015, de <http://www.lematec.net/CDS/TCCV2/CD/artigos/melomaia.pdf>

Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Monteiro, C., Pinto, H., & Ribeiro, S. (2014). *mp.5 matemática para pensar 5º ano*. Lisboa: Leya.

Morais, C., Miranda, L., & Melaré, D. (2011). Estilos de aprendizagem de futuros professores e estratégias de ensino da Matemática no 1.º ciclo do ensino básico. Em Daniela Melaré Barros (Org.), *Estilos de aprendizagem na atualidade - volume 1* (pp. 1-19). Bragança: Instituto Politécnico de Bragança.

NCTM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Pimentel, T., & Vale, I. (2013). Raciocinar em Geometria: O papel das tarefas. *Atas EIEM* (pp. 129-135). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Pires, M. C. (1995). *Os conceitos de perímetro e área em alunos do 6º ano: concepções e processos de resolução de problemas*. Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. d. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Stake, R. (1994). Case Studies. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-237). London: Sage Publications, Inc.

- Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In P. Palhares (Eds.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.
- Ventura, S. R. (2013). *O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro: um estudo no 2.º ciclo do ensino básico* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa: Instituto de Educação). Lisboa.
- Walle, J. A., & Lovin, L. H. (2005). *Teaching Student-Centered Mathematics Grades 3-5 Volume Two*. United States: Pearson Education, Inc.

Anexos

Anexo 1

Ficha de diagnóstico

Nome: _____ N° ____ Data: ____ / ____ / ____

1- A Ana, o Jorge, a mãe e o pai mediram as suas alturas.

Qual é, em centímetros, a diferença entre a altura do pai e a altura da mãe?

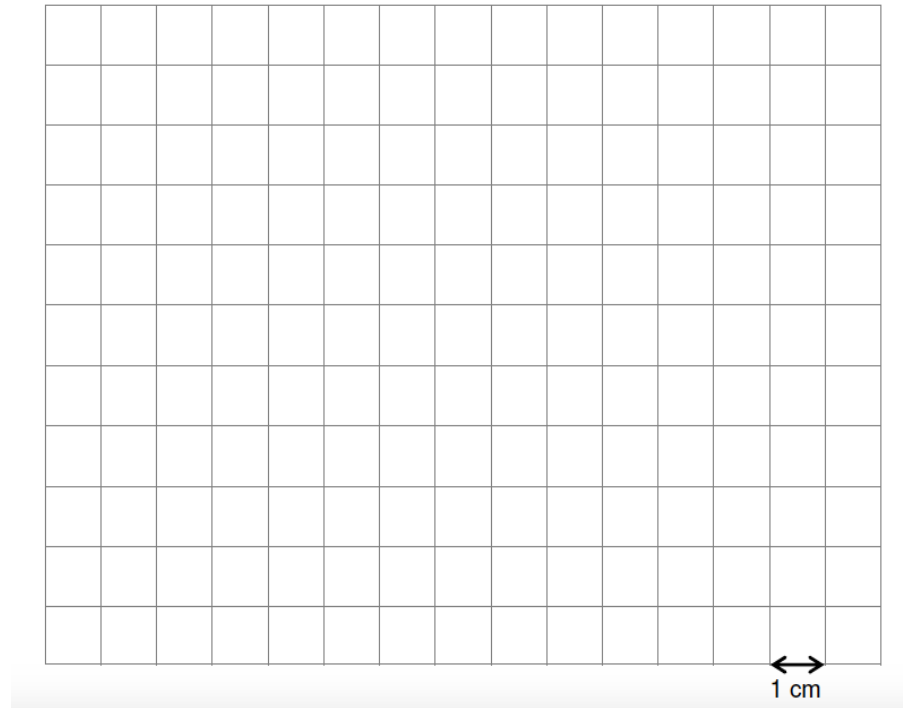


Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____ cm

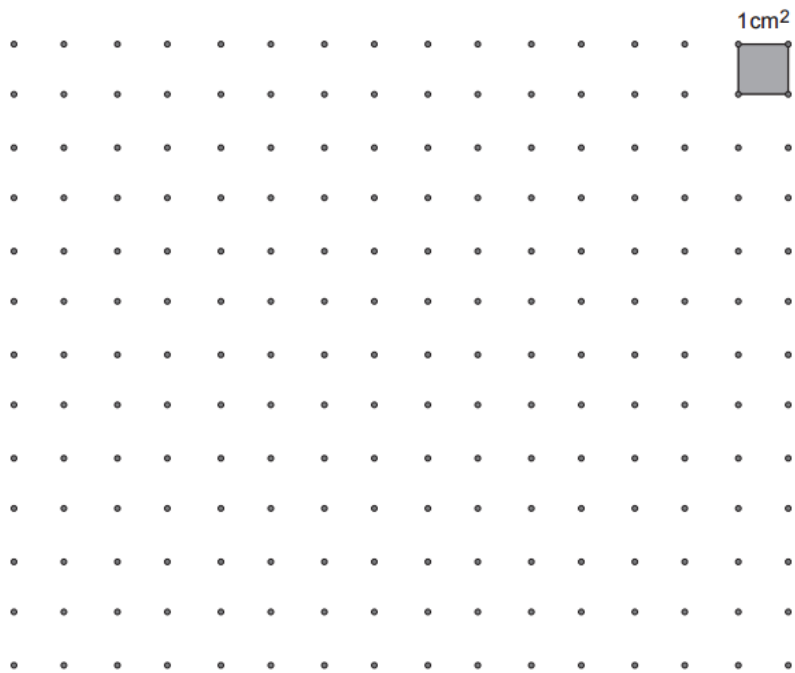
2- Desenha no quadriculado um retângulo com 18 cm de perímetro.

Utiliza a régua.

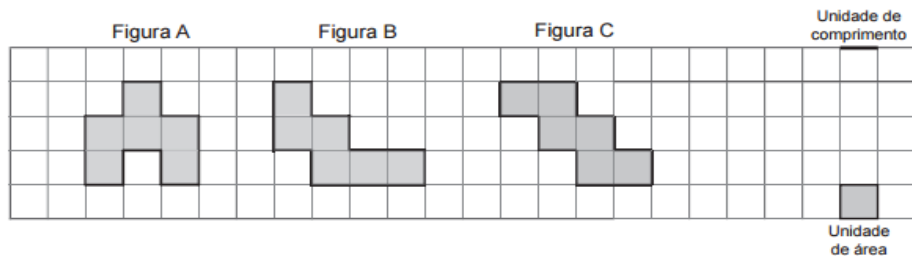


3 - Representa, a lápis, no ponteadado, um retângulo com 16 cm^2 de área e 20 cm de perímetro. As medidas do comprimento e da largura desse retângulo são números inteiros.

Utiliza a régua.



4- O Hugo estava a desenhar figuras diferentes, mas que tivessem sempre a mesma área.



Lê o que dizem o Hugo e a Mafalda depois de observarem com atenção as figuras.

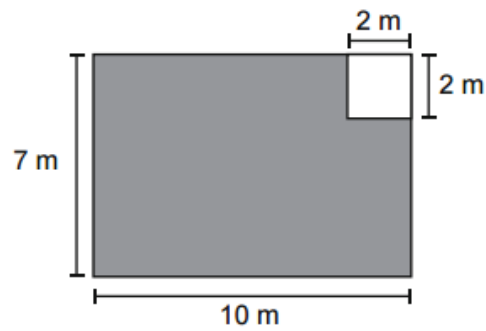


Qual dos dois irmãos tem razão?

Resposta:

Apresenta um exemplo que justifique a tua resposta.

5- Na figura abaixo, está representado um jardim com a forma de um retângulo.



A parte cinzenta da figura corresponde à zona relvada do jardim. A parte branca da figura representa um canteiro quadrado desse jardim.

Calcula a área, em metros quadrados, da zona relvada do jardim.

Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____ m²

Anexo 2

Guião para a 1ª Entrevista

Objetivo das entrevistas: tentar compreender o modo como os alunos pensaram para realizar cada uma das tarefas e perceber se a minha intervenção mudou algum modo de pensar.

Início da entrevista:

Lauriana – Como já tinha dito, estou a fazer um projeto para a minha escola e preciso muito da tua ajuda para perceber algumas coisas que vimos durante as aulas de Matemática. Gostava de saber como é que os meninos da tua idade pensam sobre determinados temas da Matemática, neste caso, como é que pensaste sobre algumas tarefas que realizaste ao longo das aulas. O objetivo não é avaliar-te, mas sim compreender o modo como pensaste para resolver uma determinada tarefa.

Sequência de questões para a Bianca

Tarefa 1 - Alturas

Lauriana – Aqui há uns tempos fizeste esta tarefa na aula, gostava que me explicasses melhor como a fizeste.

- O que fizeste primeiro?

- Reparei que começaste por fazer $27 - 14$, mas depois riscaste. Porque o fizeste?

- O que significa o 27 e o 14? Então, porque começaste a fazer a diferença entre a altura do pai e a altura da mãe?

- Explica-me o que fizeste a seguir.

- O que significa o $52 + 14$? E o $47 + 27$?

- No final fizeste a seguinte conta $74 - 66$, o que significa?

- Reparei também, que apenas utilizaste como unidade de medida os centímetros, gostava de perceber porquê?

Tarefa 2 – Perímetro

Lauriana – Lembras-te desta tarefa?

- Como é que começaste a construir o retângulo?
- Diz-me lá o que é que é para ti o perímetro de uma figura?
- Tenta resolver esta tarefa de outra maneira.

Tarefa 3 – Área

Lauriana – Depois de leres a pergunta e de analisares o que fizeste, explica-me como se eu fosse a aluna, o que começaste por fazer.

- Como chegaste à resposta correta?
- O que significa cada um dos quadradinhos?
- Explicas-me o que é para ti a área de uma figura?

Tarefa 4 – Os dois irmãos

Lauriana – Vou pedir-te que leias esta tarefa e que me ajudes a entender o que fizeste.

- Qual foi a primeira coisa que fizeste?
- Vejo que contornaste as figuras, queria perceber porquê?
- Quando pergunta: Qual dos dois irmãos tem razão, respondeste o Hugo, porquê?
- Agora, gostaria que pensasses de acordo com os conhecimentos que tens das aulas, como resolverias de outra forma?

Tarefa 5 – Área relvada do jardim

Lauriana – Nesta tarefa, na altura não a fizeste, gostaria que leses e tentasses resolvê-la.

- Explica-me como resolveste a tarefa. Por onde começaste?

Conclusão da entrevista: Muito obrigada pela colaboração! Todas as tuas explicações serão muito úteis para o meu trabalho e assim compreendo muito melhor o modo como pensaste.

Sequência de questões para o Fábio

Tarefa 1 – Alturas

Lauriana- Aqui há uns tempos fizeste esta tarefa na aula, gostava que me explicasses melhor como a fizeste.

- O que fizeste primeiro?
- Reparei que somaste a altura da Ana com os 14 centímetros a mais que a mãe tem da Ana. Gostava que me explicasses porquê? E o mesmo com a altura do Jorge e do pai.
- O que significa 1,74 – 1,47? Consegues explicar-me o modo como pensaste?
- Reparei também que misturaste unidades de medida, ou seja, usaste metros e centímetros para fazer uma conta. Gostava de perceber porquê?
- Neste momento, resolverias a tarefa de forma diferente? Qual?

Tarefa 2 – Perímetro

Lauriana – Lembras-te desta tarefa? Gostaria que leses e tentasses analisar o que fizeste.

- O que fizeste primeiro?
- Diz-me lá o que é para ti o perímetro de uma figura?
- Tenta resolver esta tarefa de outra maneira.

Tarefa 3 – Área

Lauriana - Depois de leres a pergunta, tenta realizar esta tarefa.

- O que fizeste primeiro?
- O que significa cada um dos quadradinhos?
- Diz-me lá o que é para ti a área de uma figura?

Tarefa 4 – *Os dois irmãos*

Lauriana - Vou pedir-te que leias esta tarefa e que me ajudes a entender o que fizeste.

- O que fizeste primeiro?

- Reparei que desenhaste várias figuras, mas que riscaste. Gostava de perceber melhor porquê?

- Quando pergunta: Qual dos dois irmãos tem razão, respondeste a Mafalda, porquê?

- Agora, gostava que tentasses construir com a ajuda dos quadradinhos uma figura diferente. O que concluis?

Tarefa 5 – *Área relvada do jardim*

Lauriana – Esta tarefa, na altura não a fizeste, gostaria que lesse e tentasses resolvê-la.

- Explica-me como resolveste a tarefa. Por onde começaste?

Conclusão da entrevista: Muito obrigada pela colaboração! Todas as tuas explicações serão muito úteis para o meu trabalho e assim compreendo muito melhor o modo como pensaste.

Guião para a 2ª e 3ª Entrevistas

Objetivo das entrevistas: tentar compreender o modo como os alunos pensaram para realizar cada uma das tarefas e perceber se a minha intervenção reflete-se no modo de pensar.

Tarefa 1 – *Área do jardim*

Professora - No outro fui a um parque engraçado como este da figura e vi um canteiro com amores-perfeitos e outro com malmequeres. Gostava de saber com as medidas que tens do parque, qual era a área onde estão plantadas as flores?

E agora, gostava que me explicasses como é que calculaste a área dos canteiros de flores?

Agora que me explicaste, como calculaste a área dos canteiros, gostava que tentasses descobrir a área [total] do parque?

Consegues explicar-me como se eu fosse a aluna e tu o professor o que fizeste?

Tarefa 2 – Frente de casa

Professora - O Sr. Manuel está a pintar a sua casa e falta-lhe a parte da frente da casa. A parte da frente é composta por uma janela quadrado com as medidas 2 m de lado e uma porta retangular com 2,5m por 2m.

Diz-me lá, o que é que o Sr. Manuel tem de pintar?

Gostava que calculasses a área que o Sr. Manuel tem de pintar.

Então agora que já acabaste, consegues explicar-me como é que resolveste esta tarefa?

Tarefa 3 – Área de figuras compostas

Professora – temos aqui estas duas figuras. Consegues-me identificar a primeira figura? É composta por que outras figuras? Quais? E a segunda?

Qual será destas duas figuras a que te parece ter maior área? Como é que podes ter a certeza?

Tarefa 4 – Moinho de vento

Professora - Queria fazer um moinho de vento igual a este. Sabes para que servem os moinhos de vento?

Para fazer o moinho de vento necessito das pás, estas têm de ser geometricamente iguais. Que quantidade de papel necessito para forrar um lado de uma pá? E se quiser forrar os dois lados? E se quiser forrar todas as pás?

Gostava que me explicasses como se tu fosses o professor e eu a aluna, o que fizeste primeiro? O que começaste por calcular?

Estás a calcular o quê em relação à figura?

Agora queria colocar fita em toda a volta de apenas uma pá? O que devo fazer para descobrir quanta fita necessito para colocar à volta de uma pá? E se quiser colocar fita à volta de todas as pás, o que devo fazer?

Gostava que me explicasses o que fizeste primeiro.

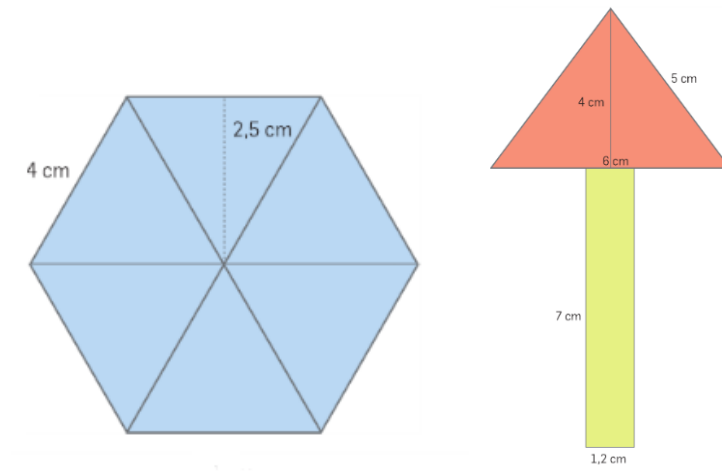
Estás a calcular o quê em relação à figura?

Anexo 3

Tarefa Área de figuras compostas²⁷

Qual destas figuras coloridas te parece que tem maior área?

Como é que podemos ter a certeza?

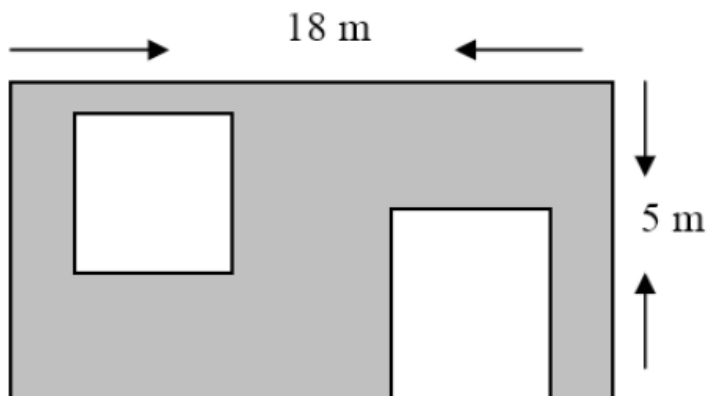


²⁷ Retirado de manual *mp.5 matemática para pensar 5º ano* (p. 112).

Anexo 4

Tarefa Frente da casa²⁸

Observa a figura que se segue (frente de uma casa). O Sr. Manuel quer pintar a parede (parte colorida). O que é que o Sr. Manuel tem de fazer?



A porta é retangular com 2,5 m por 2 m.

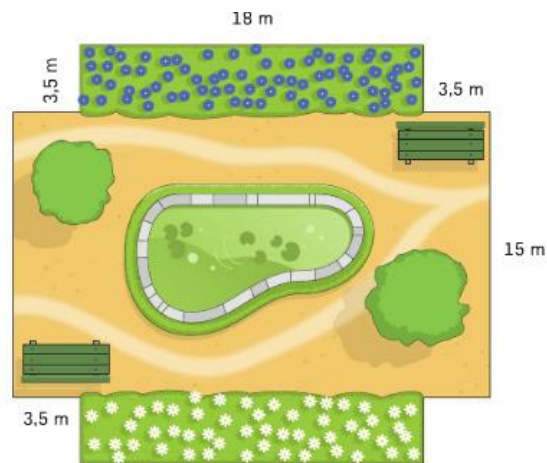
A janela é quadrada com 2 m de lado.

²⁸ In <http://pt.slideshare.net/helenaborralho/ficha-de-avaliacao-de-matematica3>

Anexo 5

Tarefa *Área do jardim*²⁹

Na Aldeia de Vila Verde há um parque, como o da figura, com dois canteiros onde estão plantados dois tipos de flores: amores-perfeitos e malmequeres, que ocupam a mesma área.



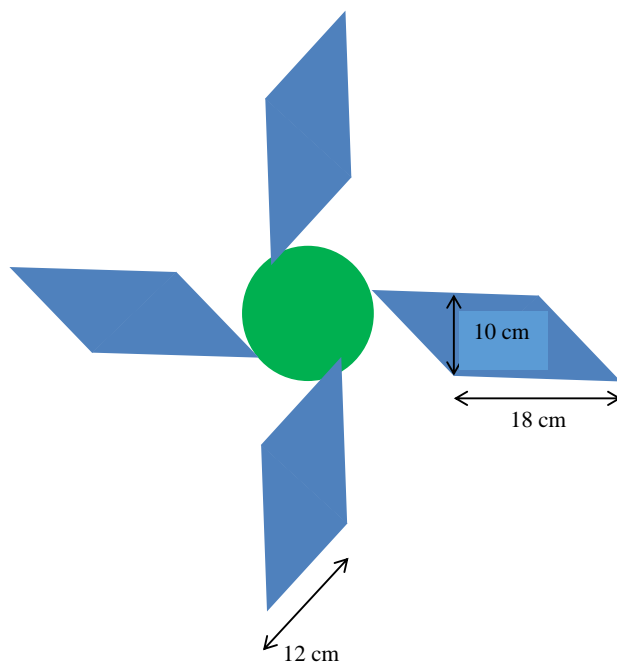
- Qual é a área do parque onde estão plantadas as flores?
- Qual é a área do parque?

²⁹ Retirado de manual *mp.5 matemática para pensar 5º ano* (p. 112).

Anexo 6

Tarefa *Moinho de vento*³⁰

O Pedro quer fazer um moinho de vento cujas pás têm as medidas representadas na figura e são geometricamente iguais.



1.1-Que quantidade de papel vai precisar o Pedro para forrar apenas um lado de uma pá do moinho?

1.2-Que quantidade de papel vai precisar o Pedro para forrar os dois lados de uma pá do moinho?

1.3-Que quantidade de papel vai precisar o Pedro para forrar os dois lados de todas as pás do moinho?

1.4-Quantos metros de fita vai precisar o Pedro para reforçar uma pá do moinho em toda a volta?

1.5-Quantos metros de fita vai precisar o Pedro se quiser reforçar todas as pás do moinho?

³⁰ Tarefa adaptada de manual *mp.5 matemática para pensar 5º ano* (p. 109).