IPS Instituto Politécnico de Setúbal

Cátia Sofia Dias Prata

As discussões coletivas no 2.º ano de escolaridade enquanto via para ensinar a subtrair: um estudo sobre as práticas de uma futura professora

Relatório da componente de investigação de Estágio III do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Setúbal, janeiro de 2017
Versão definitiva

IPS Instituto Politécnico de Setúbal

Cátia Sofia Dias Prata

As discussões coletivas no 2.º ano de escolaridade enquanto via para ensinar a subtrair: um estudo sobre as práticas de uma futura professora

Relatório da componente de investigação de Estágio III do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Orientadora: Professora Doutora Ana Maria Dias Roques Lemos Boavida

Setúbal, janeiro de 2017
Versão definitiva

“Conte-me e eu esquecerei; mostre-me e eu lembrarei;
envolva-me e eu entenderei”.

Provérbio chinês

Resumo

Com este estudo procurei compreender de que modo posso preparar e conduzir discussões coletivas orientadas para o ensino da subtração através da resolução de problemas. Neste âmbito formulei duas questões: (1) A que aspetos dei especial atenção na preparação das aulas? Que desafios experienciei? e (2) Como conduzi a discussão de estratégias de resolução dos problemas? Que desafios experienciei?

O enquadramento teórico encontra-se organizado em duas secções: na primeira, foco as discussões coletivas na aprendizagem da matemática e, na segunda, centro-me no ensino da subtração via resolução de problemas.

Em termos metodológicos, o estudo enquadra-se num paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa de investigação. Trata-se de uma investigação sobre a minha prática e, simultaneamente, de um estudo de caso associado a uma intervenção pedagógica com a duração de seis semanas. Esta intervenção foi orientada para a aprendizagem da subtração e, neste âmbito, propus a uma turma, do 2º ano de escolaridade, problemas matemáticos relativos a cada um dos sentidos desta operação.

Os dados empíricos foram obtidos através da recolha documental e da observação participante. Esta última técnica esteve associada às aulas da intervenção pedagógica que foram registadas em vídeo e/ou áudio. Estes dados foram objeto de uma análise de conteúdo qualitativa orientada por categorias temáticas.

Os resultados do estudo permitem evidenciar a relevância de uma preparação cuidadosa das aulas. Em particular, é importante escolher tarefas cujo contexto esteja próximo da vivência dos alunos, pois favorece o seu envolvimento na resolução e facilita a atribuição de significado ao enunciado. Concomitantemente, as tarefas devem ser desafiantes e possibilitar o surgimento de diferentes estratégias de resolução. Além disso, a inventariação de possíveis estratégias de resolução dos alunos, a identificação de dificuldades e de modos de lidar com as mesmas, foram recursos relevantes para a gestão da prática letiva. Esta atividade dotou-me de conhecimento que me foi útil para monitorizar o trabalho autónomo dos alunos e contribuiu para que me sentisse mais segura no momento de iniciar e conduzir as discussões coletivas. A monitorização deste trabalho, que culminou na seleção e sequenciação das estratégias de resolução a discutir na turma, foi fundamental para a condução destas discussões.

Os principais desafios experienciados situam-se ao nível da gestão do tempo, do incentivo à discussão e do modo de lidar com os erros. Nem sempre houve tempo para conduzir uma discussão profunda sobre as principais ideias associadas à exploração dos problemas logo após a sua resolução pelos alunos, como seria desejável. Além disso, nos momentos que antecederam as discussões e durante as mesmas, tive que tomar várias decisões em instantes, muitas vezes sem certezas se estaria a fazer o melhor, o que teve alguma repercussão na gestão eficaz do tempo. Simultaneamente, não foi fácil incentivar os alunos a participar nas discussões, havendo a perceção de que eram sempre os mesmos a contribuir com ideias e comentários. Também não foi simples ajudar os alunos a entender que os erros são “formas de pensar” válidas e evitar que se sentissem desmotivados ou numa posição vulnerável.

Palavras-chave: Ensino da subtração; Resolução de problemas; Práticas do professor; Orquestração de discussões coletivas; Desafios

Abstract

With this study I sought to understand in which way I can prepare and conduct collective discussions oriented to the teaching of subtraction through problem solving. In this scope I formulated two questions: (1) To what aspects did I give special attention to, while preparing classes? What challenges did I experience? and (2) How did I conduct the discussion about problem resolution strategies? What challenges did I experience?

The theoretical framework is organized in two sections: in the first, I focus on the collective discussions about the learning of mathematics and, in the second, I focus on the teaching of subtraction, through problem solving.

In methodological terms, the study fits into an interpretative paradigm and a qualitative investigation. It's an investigation about my practices and, simultaneously, a case study associated to a pedagogic intervention with a six-week duration. This intervention was oriented to the learning of subtraction and, within this scope, I proposed to a class, of second graders, mathematical problems related to each of the meanings of this operation.

The results of the study allow me to highlight the relevance of a meticulous preparation of classes. It's important, in particular, to choose tasks, in which the context is close to the student's experience, since it favors his engagement in problem solving activities, and eases the attribution of a meaning to the problems. Concomitantly, the tasks should be challenging and enable the emergence of different strategies. Aside from that, the anticipation of possible problem solving strategies used by the students, the identification of difficulties and different ways to take on those same difficulties, were relevant resources to the management of teaching practices. This activity has endowed me with useful knowledge to keep track of the autonomous work made by the students and contributed to a larger sense of security in the initiation and conduction of collective discussions. The monitoring of this work, that culminated in the selection and sequencing of problem solving strategies to discuss in class, was fundamental to the conduction of these discussions.

The main challenges experienced are located at a time management level, from discussion encouragement to the way of dealing with the errors. There was not always time to conduct a deep discussion about the main ideas associated with the exploration of the problems, right after their solution was concluded by the students, as would be desirable. Aside from that, in the moments right before the discussions and during them, I had to take various decisions in short spans of time, frequently I was not sure if I was making the best decisions, which had some repercussions in an efficient time management. Simultaneously, it wasn't easy to encourage the students to participate in the discussions, creating the perception that it was always the same students contributing with ideas and comments. It also wasn't easy to help students recognize that errors are valid "ways of thinking" and avoiding them feeling unmotivated or in a vulnerable position.

Keywords: Teaching of subtraction; Resolution of problems; Teacher practices; Orchestration of collective discussions; Challenges

Agradecimentos

O presente trabalho representa o alcançar de um sonho: o término de uma etapa há muito desejada. É fruto de um percurso repleto de desafios, de contratempos e de muitas horas de dedicação. Terminada esta fase, importa agradecer a todas as pessoas que me apoiaram nos momentos de ansiedade, angústia, cansaço e insegurança. Assim, importa agradecer, em especial, às seguintes pessoas:

Em primeiro lugar, agradeço à minha orientadora Professora Doutora Ana Boavida, por todo o apoio que me prestou, pela paciência, pelas palavras de incentivo, pelas críticas construtivas, por me fazer refletir e pela exigência "nas pequenas coisas".

À professora cooperante que permitiu a realização deste projeto e aos alunos do 2º ano que participaram no mesmo e me ajudaram a crescer enquanto futura professora.

Aos meus pais e irmão – peço desculpa por todos os dias em que não fui a filha/irmã mais paciente, que me deixei levar pelo mau-humor e ansiedade. Obrigada por acreditarem sempre em mim e por me permitirem «voar» em pleno, mas sempre com a consciência que se «cair» estarão lá para me amparar a «queda». Foi graças a vocês que consegui alcançar esta conquista!

Aos meus avós, José e Florinda – obrigada por serem os meus segundos pais, por me darem forças e depositarem em mim toda a confiança. Agradeço por perguntarem todos os domingos "Então, falta muito?", por se preocuparem e mesmo por procurarem compreender o que se passa na minha vida.

Ao meu namorado, David – obrigada pela força que me dás e por compreenderes a minha ausência. Acima de tudo, agradeço por acreditares em mim e incentivares-me a lutar pelos meus sonhos. Obrigada por seres tu mesmo.

À minha companheira de estágio e amiga, Joana, obrigada por todos os momentos de apoio, por me ouvires e pela tua amizade.

Ao meu grande amigo, Fábio, as palavras são poucas para agradecer a tua presença não só durante este percurso, como em outros momentos da minha vida.

Às minhas amigas do coração, Sara e Ludimara, por não deixarem que a distância que nos separa seja motivo para o nosso afastamento. Obrigada por caminharem a meu lado, mesmo que seja à distância, e pelas palavras de apoio vindas da Alemanha e de França.

A todos os meus amigos que compreenderam a minha ausência, que me perguntavam constantemente "se falta muito", que me faziam ver "a luz ao fundo do túnel" e que nunca duvidaram que iria conseguir terminar. Obrigada também pelos momentos *antisstress*.

Aos meus meninos do "Cantinho" por terem sido o meu refúgio, pelas birras, pelos desafios que me apresentam, pelas gargalhadas e por todos os momentos de aprendizagem que me proporcionam. São uma parte importante de mim, terão sempre um lugar no meu coração.

À Cláudia e à Vera, que sempre acreditaram nas minhas capacidades e, sem saberem, incentivavam-me a terminar este percurso.

Agradeço a todos que diretamente ou indiretamente me apoiaram, acreditaram em mim e me fizeram ver que eu iria conseguir!

Obrigada a todos!

Índice

Índice de figuras

Índice de tabelas

Capítulo I
Introdução

O presente estudo surge no âmbito da Unidade Curricular Estágio III, tendo sido desenvolvido em contexto de estágio numa turma do 2º ano de escolaridade, no ano letivo 2015/2016.

Escolhi centrar-me na área da matemática e enveredar pela análise da minha prática no que se refere ao ensino da subtração e, em particular, à orquestração de discussões coletivas.

Este capítulo está organizado em três secções: na primeira, denominada "Pertinência do estudo", apresento as razões da escolha deste tema a nível pessoal, teórico e contextual; na segunda, apresento o objetivo do estudo e as questões orientadoras; por último, refiro a estrutura deste documento.

1.1. Pertinência do estudo

A escolha do ensino da Matemática como foco deste estudo teve como principal motivação o facto de a Matemática ser a área curricular em que tenho menos à vontade. O desinteresse e a desmotivação que sentia e o pouco valor que lhe atribuía fizeram-me refletir sobre qual poderá ter sido a origem desta relação com a Matemática. Talvez a experiência que tive ao longo do meu percurso escolar tenha condicionado o meu desinteresse por esta disciplina. Recordo-me que, ao longo deste percurso, as aulas de matemática privilegiavam a memorização e o treino de procedimentos, não havendo espaço para a atribuição de significados. A minha desmotivação talvez tivesse raízes na forma como a matemática me era apresentada: algo a memorizar, em que o treino tinha um lugar de destaque e em que não havia lugar para a atribuição de significados a ideias matemáticas nem para a compreensão das regras que eram utilizadas.

A prática de ensino cuja ênfase era a memorização e o treino era algo normal na altura em que se encontrava em vigor, no 1º e 2º ciclo do Ensino Básico, o Programa de 1990. Com efeito, nesta época e relativamente aos Números e Operações, o currículo era centrado "no conhecimento de factos e na aquisição de técnicas rotineiras" (Brocardo & Serrazina, 2008, p. 98). Para além disso, não se valorizava uma "sequência de aprendizagem centrada na construção de conceitos" (idem) que possibilitasse um entendimento, em profundidade, de ideias matemáticas relevantes.

Tendo consciência da forma como fui ensinada e das suas possíveis repercussões, enquanto futura professora pretendo distanciar-me deste forma e valorizar a importância dos alunos "aprenderem Matemática com compreensão" (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 82). Pretendo que os meus futuros alunos tenham acesso "a um ensino de matemática estimulante e de elevada qualidade" (NCTM, 2008, p. 3), que não se cinge apenas à realização individual de exercícios do manual de Matemática. Em vez disso, quero tornar as aulas num espaço onde os alunos possam comunicar "de modo eficaz as suas ideias e resultados, sob a forma oral ou escrita " (idem), ou seja, gostaria de ensinar de um modo bastante diferente daquele como fui ensinada.

Centrar o meu estudo na área da matemática era uma via para aprofundar os meus conhecimentos sobre como poderia fazer diferente: era um desafio e, simultaneamente, uma oportunidade de aprendizagem. Tendo decidido centrar o meu projeto na área da matemática, faltava escolher qual seria o tema.

Em parceria com a professora cooperante analisei os conteúdos a serem abordados no 1º Período e constatei que, durante o meu período de estágio, iriam ser trabalhadas duas operações aritméticas: a subtração e a multiplicação. Optei por me centrar na subtração por diversas razões. Em primeiro lugar, porque me apercebi que a multiplicação iria ser abordada no final do meu período de estágio, o que poderia comprometer o desenvolvimento de projeto de investigação devido a limitações de tempo, nomeadamente para conceber e concretizar uma intervenção pedagógica que possibilitasse uma boa recolha de dados. Optando pela subtração não correria este risco.

Para além disso, tinha-me apercebido que os alunos tinham dificuldades diversas associadas à compreensão e uso desta operação: por exemplo, a contagem regressiva de 1 em 1, de 2 em 2 e de 5 em 5 ou encontrarem estratégias para resolverem exercícios ou problemas que apelavam à subtração.

Esta dificuldade relacionada com a aprendizagem da subtração é referida por vários autores. Por exemplo, Baroody (cit. por Ferreira, 2012) considera que as dificuldades dos alunos relativamente à subtração devem-se à dificuldade que têm em calcular mentalmente, sendo a "componente chave" a contagem para trás; assim, os alunos "devem não somente ser capazes de contar por ordem decrescente, mas também serem capazes de o fazer com relativa facilidade" (idem, p. 69).

No que diz respeito ao conteúdo matemático a trabalhar, estava escolhido o tópico: seria a subtração. Desta forma, optei por estruturar a minha intervenção pedagógica em torno da subtração e dos vários sentidos desta operação. Além disso, decidi que, nesta intervenção, privilegiaria a resolução de problemas pois é "um importante meio pelo qual os alunos aprendem matemática" (NCTM, 2008, p. 57) devendo, assim, constituir "uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática" (idem).

Enquanto equacionava o projeto de investigação, assisti a uma conferência acerca do ensino exploratório da matemática em que foi destacado o contributo das discussões coletivas para a aprendizagem. Pareceu-me interessante esta forma de abordar a matemática que ia ao encontro do que pretendia para o futuro: ensinar com compreensão.

Sempre quis presenciar uma discussão matemática coletiva, perceber qual é o papel do professor e como o mesmo consegue que os alunos se entusiasmem pela tarefa proposta e a explorem ativamente de modo a que surjam discussões enriquecedores que permitam o confronto e análise de várias estratégias de resolução e raciocínios associados a cada uma. Nunca me imaginei a lecionar uma aula com estas caraterísticas nem a orquestrar uma discussão coletiva. Quando pensava nesta possibilidade sentia-me insegura.

Tinha consciência de que "o ensino exploratório da matemática é (...) uma atividade complexa e considerada difícil por muitos professores" (Canavarro, 2011, p. 11, referindo Stein et al.). E, embora considerando que as discussões coletivas são relevantes para a aprendizagem, sabia, também, que orquestrar discussões matemáticas produtivas é uma experiência muito complexa, como sublinham vários autores (por exemplo, Boavida, 2005; Canavarro, 2011; Lampert, 2001). Valorizar "um espaço alargado de participação dos alunos" (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013, p. 55), onde estes apresentam o seu pensamento e resoluções a outros e, para além disso, têm que prestar atenção ao que os colegas dizem e fazem para poderem refletir sobre o que escutam, coloca o professor perante desafios de diversos tipos.

No entanto, talvez, precisamente, devido à referida insegurança, decidi que deveria enveredar por este caminho e arriscar-me a errar para poder melhorar as minhas práticas. Ambiciono progredir enquanto responsável pela seleção de problemas matemáticos favorecedores da aprendizagem da subtração, pela preparação e lecionação de aulas em que sejam propostos estes problemas e, ainda, pela condução dos momentos de discussão coletiva das estratégias de resolução dos alunos.

O ensino exploratório da matemática constitui uma abordagem que privilegia o envolvimento dos alunos na aprendizagem a partir de tarefas desafiadoras e em que uma parte substantiva do discurso que ocorre na aula está a seu cargo: “a aprendizagem dos alunos [decorre] da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias.” (Menezes, Oliveira, & Canavarro, 2013, p. 31). Nesta abordagem, “a ênfase desloca-se da atividade ‘ensino’ para a atividade mais complexa ‘ensino-aprendizagem’” (idem, referindo Ponte) e as discussões coletivas de estratégias de resolução das tarefas que o professor propõe aos alunos têm um lugar de destaque.

As aulas onde ocorrem discussões coletivas em que os alunos têm oportunidade de partilhar e analisar criticamente as ideias uns dos outros, são um contexto muito poderoso para a aprendizagem da Matemática (Boavida, 2005; Canavarro, 2011). Com efeito, “comunicar sobre ideias matemáticas é uma forma de os alunos enunciarem, esclarecerem, organizarem e consolidarem os seus pensamentos” (NCTM, 2008, p. 148).

Além disso,

> Comunicar uma ideia ou um raciocínio a outro, de forma clara, exige a organização e clarificação do nosso próprio pensamento (…) Simultaneamente, a partilha de ideias matemáticas permite a interacção de estratégias e pensamentos de cada um com os de outros (...) permite que as ideias se tornem objectos de reflexão, discussão e eventual reformulação. (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 62)

Simultaneamente, os alunos, ao verbalizarem, analisarem e debaterem estratégias de resolução utilizadas, podem descobrir novas relações entre ideias matemáticas, apropriarem-se de “procedimentos de outros que foram reconhecidos como mais eficazes” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 62) e, paralelamente, “dão importantes pistas ao professor sobre o que sabem (...), ainda, sobre a forma como são capazes de utilizar este conhecimento (idem).

Relativamente à subtração, procurei sublinhar anteriormente que há diversas evidências de que aprender a subtrair não é simples para os alunos. Acrescento que a aprendizagem desta operação, tal como a das restantes, deve ser orientada numa perspetiva de desenvolvimento de sentido de número. Esta expressão, segundo Mendes (2012, cit. McIntosh et al.) diz respeito “a uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações juntamente com a capacidade e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível” (p. 18).

Mendes (2012), apoiando-se nas ideias de Markovits e Sowder, sublinha que quando se procura operacionalizar a noção de sentido de número é habitual referir-se "a capacidade para calcular usando os números de modo flexível, para estimar a grandeza relativa e a razoabilidade de um resultado, para passar de umas representações numéricas para outras e para relacionar números, símbolos e operações" (p. 17).

O desenvolvimento do sentido de número constitui o cerne das aprendizagens matemáticas nos primeiros anos de escolaridade, sobretudo no que diz respeito à compreensão dos números inteiros e das operações aritméticas elementares. Este desenvolvimento poderá levar os alunos "a fazer conexões lógicas entre a nova informação e conhecimentos previamente adquiridos e é também um processo que pode levar o aluno a considerar essas conexões uma prioridade" (Ferreira, 2012, p. 52).

O presente estudo consiste numa investigação sobre a minha prática que teve como base a necessidade de encontrar uma forma de ensinar matemática favorecendo a compreensão. Vai, assim, ao encontro do que é defendido por Ponte (2002): "a investigação sobre a prática deve emergir como um processo genuíno dos actores envolvidos, em busca do desenvolvimento do seu conhecimento, procurando solução para os problemas com que se defrontam e afirmando assim a sua identidade profissional" (p. 11).

Considero que o tema escolhido é uma forma de tentar colmatar, a nível pessoal, dificuldades relativas à matemática podendo, desta forma, compreender e desenvolver, numa perspetiva mais abrangente, nomeadamente sobre a orquestração de discussões coletivas. Para além disso, pretendo aprender com os meus erros e analisar o que poderia ter realizado de melhor forma durante o leccionamento das aulas de matemática. Como refere Alarcão (2001), "todo o bom professor tem de ser também um investigador, desenvolvendo uma investigação em íntima relação com a sua função de professor" (p.6).

Neste âmbito, ao logo do desenvolvimento deste estudo, procurei seguir as recomendações desta autora, questionando-me sobre as razões subjacentes às decisões que tomei, questionando-me perante o insucesso de alguns alunos, procurando fazer dos meus "planos de aula meras hipóteses de trabalho a confirmar ou infirmar no laboratório que é a sala de aula" (Alarcão, 2001, p. 6).

1.2. Objetivo e questões

Este estudo tem como principal objetivo analisar e compreender de que modo posso preparar e conduzir discussões coletivas orientadas para o ensino da subtração através da resolução de problemas. Neste âmbito, formulei as seguintes questões:

(1) A que aspetos dei especial atenção na preparação das aulas? Que desafios experienciei?

(2) Como conduzi a discussão de estratégias de resolução de problemas? Que desafios experienciei?

A palavra desafio, que surge nas questões de investigação, tem um significado próximo do que lhe atribui Delgado (2013). Remete para situações em que me vi confrontada com problemas, no sentido em que não tinha um procedimento imediatamente disponível para lhes fazer face, em que experienciei dificuldades e receios, em que tive dúvidas e hesitei.

1.3. Estrutura

O presente relatório é composto por cinco capítulos. O primeiro corresponde ao presente capítulo, onde apresento a pertinência do estudo, objetivos e questões do estudo.

No segundo capítulo apresento o quadro teórico que informou o estudo que desenvolvi, encontrando-se dividido em duas secções. Na primeira secção, centro-me nas discussões coletivas: significado e importância; relevância das tarefas para que ocorram discussões produtivas; práticas do professor; e os desafios. Na segunda secção, abordo o ensino da subtração através da resolução de problemas. Começo por elucidar o significado de problema e a sua importância para a aprendizagem; seguidamente, foco-me no ensino da subtração, e termino com a importância das tarefas e do contexto das tarefas para a aprendizagem desta operação.

No terceiro capítulo apresento a metodologia utilizada para o desenvolvimento desta investigação, estando dividido em quatro secções. Em primeiro lugar, refiro e justifico as opções metodológicas, em segundo, as técnicas de recolha de dados adotadas e, em terceiro, o processo de análise de dados. Por fim, descrevo, em traços gerais, o contexto onde decorreu o estudo e os principais contornos da intervenção pedagógica que concebi e concretizei.

O quarto capítulo foca-se na apresentação e análise dos dados relativos às três últimas tarefas exploradas no âmbito da intervenção pedagógica. Está organizado em três secções principais, cada uma corresponde às três tarefas escolhidas para análise: "Invizimals à solta" (tarefa 4), "A fábrica de brinquedos" (tarefa 5) e "A primeira prenda do Pai Natal" (tarefa 6). Cada um destas secções está estruturada em quatro subsecções.

Por último, no quinto capítulo, apresento as conclusões do estudo, estando dividida em três secções. Em primeiro lugar, apresento uma síntese do estudo realizado; em segundo lugar, respondo às questões de investigação e, por último, termino com uma reflexão crítica acerca do desenvolvimento deste estudo e da importância para as minhas práticas enquanto futura professora.

Capítulo II
Enquadramento teórico

As aulas onde ocorrem discussões coletivas são planeadas para que os alunos aprendam "a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva" (Canavarro, 2011, p. 11). Nestas aulas, os alunos envolvem-se ativamente na exploração das tarefas que lhes são propostas, havendo "discussão, balanço, clarificação relativamente ao que se aprendeu" (Ponte, 2005, p. 15) o trabalho realizado pelos alunos é um ponto de partida para um momento de reflexão e discussão "para a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas" (idem).

Ponte (2005) distingue o "ensino direto" do "ensino-aprendizagem exploratório" e, neste âmbito, refere o papel do professor. No ensino direto o professor é o centro da aula e a principal fonte de transmissão de conhecimento matemático; os alunos ouvem o que o professor transmite e colocam-no em prática através da resolução de exercícios.

No ensino exploratório há interação entre o professor e os alunos visando a construção de conhecimentos matemáticos significativos, havendo um equilíbrio entre a participação do docente e dos alunos (Ponte, 2005).

No presente capítulo apresento o quadro teórico que informou o estudo que desenvolvi. Está organizado em duas secções principais. Na primeira, centro-me nas discussões coletivas: significado e importância; relevância das tarefas para que ocorram discussões produtivas; práticas do professor; e os desafios. Na segunda secção, abordo o ensino da subtração através da resolução de problemas. Começo por elucidar o significado de problema e a sua importância para a aprendizagem; seguidamente, foco-me no ensino da subtração, e termino com a importância das tarefas e do contexto das tarefas para a aprendizagem desta operação.

2.1. Discussões coletivas na aula de Matemática

Nos últimos anos, as orientações curriculares tanto a nível nacional (PMEB, 2007) como a nível internacional (NCTM, 2008), têm valorizado o trabalho em sala de aula que permita a comunicação matemática, a resolução de problemas, o raciocínio matemático, bem como a exploração de tarefas diversificadas, entre as quais estão os problemas, e sua discussão (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013, p. 55).

Para que o ambiente da sala de aula seja propício à emergência e manutenção de discussões coletivas, devem ser criadas condições que transmitam aos alunos confiança para exporem as suas ideias matemáticas perante o professor e colegas.

A presente secção de capítulo encontra-se organizada em seis subsecções: na primeira explico o significado e importância das discussões coletivas; na segunda diferencio discussões de partilha de discussões colaborativas; na terceira, evidencio a relevância das tarefas para que ocorram discussões produtivas; na quarta, refiro as práticas do professor na condução de discussões coletivas; na quinta subsecção apresento um modelo de apoio à orquestração de discussões coletivas; e, por último, refiro os desafios que os professores enfrentam na preparação e condução de discussões coletivas.

2.1.1. Significado e importância

As discussões coletivas são momentos em que os alunos

> apresentam o seu trabalho, relatam as suas conjecturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros e que o professor aproveita para procurar que se clarifiquem os conceitos e procedimentos, se avalie o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática. (Ponte, 2005, p. 16)

As aulas onde ocorrem discussões coletivas que têm por ponto de partida a contribuição dos alunos são um contexto poderoso para a aprendizagem de ideias e processos matemáticos, entre as quais a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (Canavarro, 2011). Os alunos aprendem a compreender o "porquê" de certas ideias serem matematicamente válidas e outras não através da relação "entre os factos e as razões subjacentes para as regras e os procedimentos" (Baroody, 2002, p. 339) bem como através de uma atividade em que se centra "nas competências do pensamento crítico necessárias para debater e resolver os problemas" (idem, p. 340).

As discussões são momentos fundamentais para a "negociação de significados matemáticos e construção de novo conhecimento" (Ponte, 2005, p. 18). A negociação de significados decorre das aulas serem planeadas com o objetivo de permitir uma interação rica entre os alunos e o professor, que possibilite chegar a um entendimento comum acerca de ideias matemáticas importantes (Guerreiro, 2014).

Bishop e Goffree, citados por Guerreiro (2014), referem que "o significado do conhecimento matemático é partilhado e assumido pelos intervenientes quando estes concordam com a validade dos referentes, dos exemplos, das analogias e das conexões apresentadas pelos interlocutores" (p. 242). Neste âmbito, a partilha e discussões de ideias tem uma importância decisiva:

> partilhar estratégias ajuda a criança a ver que pode haver mais de uma maneira de resolver os problemas. E isso pode ainda criar o conflito cognitivo que encoraja as crianças a reorganizarem o seu pensamento e a construírem entendimentos mais complexos. (Baroody, 2002, p. 345)

Para que as discussões sejam enriquecedoras e relevantes em termos matemáticos, é necessário que sejam bem orquestradas pelo professor. Uma das suas funções é gerir as intervenções dos alunos em prol das ideias matemáticas que deseja que sejam abordadas com a exploração das tarefas propostas. Assim, nas discussões coletivas, o professor assume o papel de moderador, gerindo as interações e, se necessário, orientando o conteúdo do que é dito pelos alunos. A intervenção dos alunos é muito significativa, por isso, acabam por influenciar a nível individual e coletivo a forma como decorre a discussão, havendo uma aprendizagem coletiva (Ponte, 2005, p. 18).

Choppin, referido por Fonseca (2012), refere que as aulas em que ocorrem discussões coletivas são importantes para a aprendizagem dos alunos, devido a três aspetos: (1) a possibilidade de receberem feedback sobre o pensamento utilizado para a resolução de uma tarefa, o que lhes permite relacionar a sua forma de pensar com a dos outros alunos e com as ideias matemáticas que são consideradas válidas; (2) a influência das contribuições dos alunos no desenvolvimento das ideias matemáticas, o que favorece o aperfeiçoamento do seu pensamento; (3) a possibilidade dos alunos aprenderem a apresentar as suas próprias ideias relacionando-as com as dos colegas, o que os ajuda a "desenvolver identidades como pensadores de uma comunidade matemática e a compreender o que significa participar no discurso matemático" (Fonseca, 2012, p. 83, citando Choppin).

Nas discussões coletivas existem momentos em que o professor desafia matematicamente os alunos, acabando por os envolver ativamente na exploração dos conteúdos matemáticos a serem discutidos (Ponte & Quaresma, 2014 referindo McCrone, Potari & Jaworski). Neste âmbito, podem emergir desacordos que têm fortes potencialidades para envolver os restantes alunos e desencadear atividades de explicação, justificação e argumentação de ideias e posições (Boavida, 2005).

As aulas onde ocorrem discussões coletivas são usualmente estruturadas, segundo Ponte (2009), em três fases: (1) a primeira fase destina-se à apresentação da tarefa e à compreensão do enunciado pelos alunos; (2) na segunda, estes são organizados em pares ou pequenos grupos e trabalham autonomamente, sendo este trabalho monitorizado pelo professor. Nesta fase o professor observa as estratégias utilizadas pelos alunos e seleciona as que irão ser apresentadas na fase seguinte; (3) na última fase ocorre a discussão coletiva, onde as estratégias selecionadas e sequenciadas pelo professor são discutidas coletivamente e, no momento final, as principais ideias matemáticas são sistematizadas.

Esta terceira fase é desdobrada por Canavarro (2011) em duas: a discussão coletiva e um momento específico para a sistematização das ideias matemáticas provenientes da discussão. Assim, para esta autora uma aula de ensino exploratório deve ser estruturada em quatro fases.

2.1.2. Tipos de discussões coletivas: as discussões de partilha e as discussões colaborativas

Staples e Colonis (2007) referem que as discussões coletivas se podem equacionar de modo diferente e que esta diferença tem significativas repercussões para a aprendizagem. Neste âmbito, distinguem: as “discussões de partilha” e as “discussões colaborativas”. Nas primeiras, os alunos partilham as suas estratégias e as mesmas são avaliadas pelo professor. Os alunos respeitam as ideias uns dos outros e refletem acerca das ideias dos colegas comparando-as diretamente com as suas mas, na maior parte das vezes, mantêm a ligação ao seu pensamento inicial. Em contrapartida, nas “discussões colaborativas”, para além de partilharem as suas ideias, os alunos “constroem respostas apoiando-se no pensamento dos seus colegas, tomam em consideração as ideias dos outros e trabalham explicitamente com essas ideias de forma a conseguir ir mais longe. Esta abordagem leva os alunos a desenvolver novos entendimentos da Matemática” (p.258). Para diferenciar os dois tipos de discussão, Staples e Colonis (2007) focam-se em três aspetos que consideram essenciais: (1) posicionando os alunos para a discussão; (2) gerindo respostas “erradas” e (3) conectando e ligando ideias.

Posicionando os alunos para a discussão. Este aspeto relaciona-se com os comentários do professor que têm como objetivo direcionar o raciocínio dos alunos e mostrar-lhes o que espera que aconteça em seguida. Nas “discussões de partilha”, o usual é haver vários alunos ou grupos a explicarem as suas ideias e o professor acompanhar a explicação proferindo questões do tipo: "alguém tem outra ideia? "Vamos ver o que fez o grupo S"; (…) "alguém tem alguma questão sobre o método da Sue?" (p. 258).

Por esta via, o professor consegue focar a atenção dos alunos nas diferentes formas de pensar num problema e evidencia que devem ter em conta as linhas de raciocínio dos colegas. Neste tipo de discussões " é esperado que os alunos compreendam o que outros fizeram, mas mantêm uma forte ligação com as suas próprias ideias" (Staples & Colonis, 2007, p. 258).

Nas "discussões colaborativas" os comentários do professor têm como intencionalidade não só direcionar os alunos para compreender as estratégias apresentadas pelos colegas, mas incentivá-los a colocarem questões e a ampliar e conectar as ideias apresentadas. "Por exemplo, o professor pode perguntar: "alguém quer elaborar o que Sue acabou de dizer?" (…) pode encorajar os alunos a trabalharem diretamente com as ideias uns dos outros e dos passos para promover essas interações" (Staples & Colonis, 2007, p. 258).

O importante é os alunos interagirem na sala de aula de modo a possibilitar a conexão entre várias ideias e estratégias sem que a discussão se afaste dos propósitos matemáticos da aula. Para evitar que haja este afastamento relativamente às ideias mais importantes, Staples e Colonis (2007) sugerem que quando um aluno se voluntaria para participar na discussão, o professor deve perguntar-lhe se tem algum comentário relacionado com o que está a ser apresentado ou se pode expandir o que acabou de ser dito. Caso surja uma intervenção que não tem ligação com o que foi apresentado, o professor pode colocar questões do tipo: " "o que disseste é diferente do que a Ira disse" ou "de que modo é que o que disseste se relaciona com o comentário de Nate?"" (p. 260). Para além disto, após a apresentação de um trabalho o professor pode convidar os alunos a colocarem questões ao grupo que o apresentou, mostrando assim que todos devem participar na discussão (p. 260).

Gerindo respostas "erradas". Nas aulas em que os professores referem que os erros fazem parte do processo de aprendizagem, os alunos sentem-se confortáveis para errar e, por isso, partilham as suas respostas mesmo que não se sintam seguros da sua correção. Baroody (2002) refere que "mesmo as respostas confusas ou incorrectas podem ser informativas, porque reflectem o nível de compreensão da criança nesse momento" (p. 345). Segundo Staples e Colonis (2007) nas "discussões de partilha", quando surge uma ideia incorreta, o professor, delicadamente, faz notar que está incorreta ou incompleta e incentiva o aparecimento de mais ideias até surgir uma ou mais com que possa trabalhar produtivamente. “Contudo, se apenas as ideias “corretas” receberem regularmente atenção, a matemática explorada é limitada e os alunos cujas ideias originais estavam incorretas podem persistir em Matemática incorreta” (Staples & Colonis, 2007, p. 259).

Nas discussões colaborativas o “erro” é utilizado como “catalisador” da discussão na turma. Por isso, quando surge um erro ou inconsistência a situação é utilizada para impulsionar uma troca de ideias que ajudem os alunos a compreenderem o porquê de ser um erro. A ação do professor passa pela gestão destas situações centrando-se nos “modos de ajudar o aluno e a turma a ampliar a ideia apresentada e continuar a desenvolver uma solução de forma colaborativa” (Staples & Colonis, 2007, p. 259).

Staples e Colonis (2007) sugerem que no final da discussão, o professor sublinhe o que os alunos compreenderam após a discussão e que não tinham entendido antes.

Conectando e ligando ideias. Nas “discussões de partilha” os alunos ou grupos apresentam o seu trabalho aos colegas, o que possibilita que todos contactem com várias estratégias de resolução de um problema.

Nas “discussões colaborativas” os alunos além de partilharem as estratégias que usaram, conversam sobre elas acabando por surgir novas ideias que contribuem para o aprofundamento da compreensão. Staples e Colonis (2007) destacam a importância dos professores, durante a planificação de uma aula ou de uma discussão tomarem notas sobre possíveis ideias e estratégias que os alunos poderão apresentar e refletirem sobre “que ideias podem ser ligadas produtivamente e de que modo diferentes respostas dos alunos podem ajudar a manter o foco em ideias matemáticas importantes (p. 260).

Em suma, é essencial a forma como a tarefa é apresentada aos alunos, como é explorada pelos mesmos e como as ideias matemáticas provenientes da exploração dos alunos servem de base para as discussões coletivas e, consequentemente, para o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos (Ponte, 2009).

2.1.3. A importância das tarefas

Para que as discussões coletivas sejam matematicamente produtivas, é necessário que haja uma preparação prévia e bem delineada do que se pretende com as tarefas a propor na aula e da forma como os alunos as poderão explorar.

Assim sendo, salienta-se a importância da escolha criteriosa das tarefas a serem utilizadas em sala de aula, umas vez que estas "constituem a base para a aprendizagem dos alunos" (Stein & Smith, 2009, p. 22, referindo Doyle).

Segundo Ponte (2005) as tarefas devem proporcionar

> um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da Matemática (p.19)

Tarefas matematicamente válidas para o ensino e aprendizagem da matemática, devem ter certas caraterísticas. De acordo com o NCTM (1994) são tarefas que

- apelem à inteligência dos alunos;
- desenvolvam a compreensão e aptidões matemáticas dos alunos;
- estimulem os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas;
- apelem à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático;
- promovam a comunicação sobre Matemática;
- mostrem a Matemática como uma atividade humana permanente;
- tenham em atenção e assentem em diferentes experiências e predisposições dos alunos;
- promovam o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática.

(p. 27)

As tarefas propostas devem ser adequadas aos alunos, ou seja "os professores devem perceber qual o nível de compreensão ou o pensamento da criança nesse momento e colocar-lhe problemas e questões a um nível só ligeiramente superior" (Baroody, 2002, p. 345)

Stein e Smith (2009) referem que as tarefas que oferecem oportunidades aos alunos de pensarem no porquê do uso de determinado procedimento memorizado são tarefas poderosas que influenciam o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos dos alunos. Para além disso, as que "exigem que os alunos pensem conceptualmente e que os estimulam a fazer conexões representam um tipo diferente de oportunidade para os alunos pensarem" (p. 22). As mesmas autoras destacam a importância de explorar tarefas que sejam de elevado nível cognitivo que possibilitem a utilização de conceitos e procedimentos e o estabelecimento de conexões entre estes aspetos e, ainda, o uso de várias representações que devem ser relacionadas (Stein & Smith, 2009).

A exigência cognitiva das tarefas pode ser elevada ou reduzida, variando conforme a possibilidade de os alunos se envolverem em processos cognitivos complexos, ou seja, explorarem ideias e conceitos matemáticos de uma forma significativa (Stein & Smith, 2009).

O facto de as tarefas terem um elevado nível cognitivo não significa que no momento em que sejam exploradas na sala de aula não se tornem tarefas de nível reduzido. Para que as tarefas mantenham o seu nível cognitivo, o professor deve dar tempo suficiente aos alunos para as resolverem enquanto acompanha o seu trabalho servindo de apoio para que prossigam a atividade mas sem lhes indicar, de imediato, alguma resolução ou caminho (Stein & Smith, 2009).

Nesta perspetiva Ponte (2009) reforça que as tarefas, mesmo que sejam de alto nível cognitivo, podem dar origem a aulas em que há uma redução drástica do seu nível de exigência. Os motivos que podem levar à perda das potencialidades de uma tarefa podem ser diversos: (a) a incompreensão da mesma por parte dos alunos; (b) estes não estarem predispostos para a resolverem; (c) o professor, apercebendo-se das dificuldades dos alunos, acaba por fornecer pistas que reduzem "drasticamente o seu potencial formativo" (p. 103).

Para além de selecionar tarefas que visem determinados objetivos matemáticos, o professor deve, igualmente, preparar a sua exploração na aula: a forma como a tarefa é apresentada aos alunos, como é explorada pelos mesmos e como as ideias matemáticas provenientes da exploração dos alunos servem de base para as discussões coletivas e para o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos (Ponte, 2009).

Ponte (2009) destaca que "uma tarefa pode dar um contributo importante para a aprendizagem, mas é o conjunto das tarefas propostas que é decisivo para que todos os objectivos de uma certa unidade sejam atingidos" (p. 103).

2.1.4. Práticas do professor na condução de discussões coletivas

As práticas do professor são as atividades profissionais que realizam "tendo em consideração o seu contexto de trabalho e os seus significados" (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 220, referindo Ponte & Chapman).

Segundo Lampert,

> prática de ensino é aquilo que os professores fazem, mas é mais do que o modo como se comportam com os seus alunos ou do que as ações de cada professor individual; a ação é um comportamento com significado, e a prática é a ação informada por um contexto organizacional. (cit. por Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 220)

As práticas e ações do professor são intencionalmente pensadas de acordo com os seus propósitos, estando presente nas suas práticas as intenções que estão por detrás das suas ações e as razões que justificam o seu comportamentento no contexto de ensino. Franke, Kazemi e Battey referem que "o ensino é uma atividade relacional e multidimensional" (referidos por Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 220). A dimensão relacional enconta-se estreitamente ligada às relações estabelecidas entre o professor, os alunos e os conteúdos do ensino: "o professor trabalha para orquestrar o conteúdo, as representações do conteúdo, e as pessoas na sala de aula em interação uns com os outros" (cit. por Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 221). A dimensão multidimensional advém dos diferentes cenários e exigências que surgem em simultânio na sala de aula. Segundo Franke, Kazemi e Battey, referidos por Canavarro, Oliveira e Menezes (2014), cabe ao professor criar um ambiente de aprendizagem estimulante que acolha todos os alunos, gerir as suas participações e interações para que estas se relacionem com o conteúdo matemático e com as suas produções, "identificar e interpretar o que os alunos fazem e dizem de modo a orientá-los por trajetórias em que se possam desenvolver matematicamente". Tudo isto "exige do professor um processo contínuo de tomada de decisões que combina os seus conhecimentos, crenças e propósitos" (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p.221 referindo Franke, Kazemi, & Battey).

Constituir e manter uma comunidade de discurso matemático. Para que o discurso matemático seja produtivo é importante que o professor constitua e mantenha uma comunidade de discurso matemático. Boavida (2005), baseando-se no que Sherin designa por "comunidade de discurso", refere que são ambientes

> de sala de aula em que os alunos se envolvem na apresentação e defesa das suas ideias através da argumentação, reagem e comentam contribuições dos colegas e em que a turma trabalha de modo a chegar a consensos sobre o significado de ideias matemáticas importantes. (p. 96)

Numa aula com uma cultura de argumentação é desejável que o discurso, segundo Boavida (2005), envolva

> a apresentação, pelos alunos, de argumentos em defesa das suas ideias, a análise crítica de contribuições dos colegas, a discussão da legitimidade matemática de cadeias de raciocínio, a expressão de desacordos quando existem e sua resolução, a fundamentação de posições com argumentos de carácter matemático, a avaliação de se é, ou não, apropriado usar um determinado raciocínio na resolução de um problema, a formulação de conjecturas e a avaliação da plausibilidade e/ou validade destas conjecturas. (p. 96)

O NCTM (2008) destaca que a utilização do discurso em sala de aula pode ser uma forma de conjugar diferentes temas e criar um significado global, afirmando ainda que o professor tem um papel central na condução do discurso oral e escrito "de modo a contribuir para a compreensão da Matemática por parte dos alunos" (p. 66). Para além disso, enumera seis aspetos a que o professor deve dar especial atenção: (1) devem ser colocadas questões e tarefas que sejam matematicamente poderosas para promoverem e desafiarem o pensamento de cada aluno; (2) as ideias dos alunos devem ser ouvidas com especial atenção; (3) deve solicitar aos alunos que clarifiquem e justifiquem as suas ideias oralmente e por escrito; (4) entre as ideias que são apresentadas, pelos alunos, durante a discussão, o professor deve decidir quais é que devem ser exploradas, aprofundadas e/ou clarificadas; (5) o professor deve decidir quando é que deve esclarecer questões colocadas pelos alunos, quando deve fornecer informação, quando deve fornecer um modelo, quando deve ser diretivo e quando deve deixar um aluno tentar ultrapassar a sua própria dificuldade; (6) deve gerir a participação dos alunos durante a discussão, decidir a quem deve dar a palavra e de que forma poderá encorajar os outros a participarem (NCTM, 2008).

Segundo Boavida (2005) construir "uma cultura de argumentação" que envolva os alunos em "actividades de argumentação matemática" exige que haja "a negociação de normas de acção e interação que favoreçam e não boicotem a constituição e desenvolvimento de uma comunidade de discurso matemático" (p. 96).

Lampert (2001) acrescenta que "construir uma cultura na sala de aula" (p.51) implica estabelecer e manter normas de ação e de interação para que "o professor possa ensinar e os alunos possam aprender" (idem).

Em todas as aulas de matemática, para que as discussões matemáticas sejam produtivas, os alunos devem aprender novas rotinas e diferentes formas de participação

(Anderson, Chapin, & O'Connor, 2009). Neste contexto, as tarefas propostas devem permitir diversas interações entre os vários elementos da turma, permitindo que os alunos se envolvam na apresentação das suas ideias e as saibam defender, dando espaço às contribuições dos colegas para que, em grupo turma, possam chegar ao significado de ideias matemáticas importantes (idem).

Para estabelecer e manter uma cultura de sala de aula favorável à discussão, o trabalho do professor passa pela negociação, com os alunos, de certo tipo de normas de ação e interação que os ajude a compreender a importância de se expressarem de forma audível; de escutarem o que o outro diz com o intuito de encontrarem sentido no que ouviram; e de refletirem acerca do que escutaram de modo a perceberem se concordam, discordam ou se têm algo a acrescentar (Lampert, 2001).

Para além destas normas, importa ensinar aos alunos ferramentas que lhes permitam analisar a estratégia de resolução apresentada pelos colegas, de modo a examinarem se é ou não adequada à tarefa em causa, produzindo argumentos que lhes permitam transmitir o seu raciocínio (Lampert, 2001).

Construir uma cultura de sala de aula que apoie o raciocínio e a discussão matemática, passa assim por estabelecer regras que permitam aos alunos sentirem-se "confortáveis e seguros para partilharem ideias emergentes e titubeantes, bem como para explicarem, justificarem e defenderem os seus pontos de vista" (Boavida, 2005, p. 115).

Baroody (2002) refere a importância do professor e das outras crianças prestarem atenção no momento de partilha, pois isso "diz à criança que as suas ideias são importantes, o que as ajuda a ganhar confiança e também a compreenderem que a parte mais importante da matemática é pensar e comunicar" (p. 345).

Tirar partido da divergência de ideias. Numa discussão coletiva podem emergir desacordos entre os alunos. Segundo Boavida (2005), os desacordos podem ser catalisadores da aprendizagem. Neste sentido, "é importante que os alunos percebam que os desacordos são normais e essenciais na aprendizagem" (Martinho, 2013, p. 96).

Boavida (2005), refere que os desacordos são "caminhos prometedores para a ampliação do conhecimento dos alunos" (p. 118). Neste âmbito, Martinho (2013), refere que os mesmos "necessitam de ser explicitados para que a capacidade de argumentação matemática se desenvolva nos alunos" (p. 96).

Embora os desacordos sejam catalisadores de aprendizagem, "há desacordos não produtivos porque não são acompanhados de reflexão" (Boavida, 2005, p. 116). Há alunos que podem ser colocados numa posição vulnerável devido às suas ideias serem alvo de crítica por parte dos outros colegas. Em contrapartida, há outros alunos considerados como sendo os "melhores da turma", acabando por fazer com que os outros colegas não se sintam confiantes para analisar ou questionar o que alunos com este estatuto afirmam. Por estas mesmas caraterísticas, é que costumam ser estes alunos a dominar as discussões. Para que todos se sintam confortáveis a participar na discussão, é importante criar condições para que os alunos aprendam a discordar de ideias apresentadas, a respeitarem as ideias dos outros e a compreenderem a importância de fundamentar o porquê do desacordo (idem).

Quando surgem desacordos durante uma discussão, importa que o professor lide com as situações "com diplomacia" (Boavida, 2005, p. 909). As decisões do professor são relevantes para amenizar o ambiente da sala de aula, conhecendo as diferentes formas que os seus alunos podem utilizar durante um desacordo, agindo com o intuito de criar condições para que todos se sintam confortáveis para exprimir as suas ideias sobre a estratégia a ser debatida. Boavida (2005), apoiando-se em Lampert, destaca que o professor deve ajudar qualquer aluno que exponha as suas ideias, a compreender que quando as mesmas são questionadas pelos colegas, "o que está a ser posto em causa são essas ideias e não a sua capacidade para fazer Matemática" (p. 116).

Convidar, informar, apoiar, desafiar. Como forma de analisar as ações do professor na condução de discussões coletivas, Quaresma e Ponte (2014), referindo vários autores, mencionam um quadro que distingue três tipos de ações: (1) *eliciting actions*: convite aos alunos para apresentarem os seus métodos ; (2) *supporting actions*: apoio à compreensão conceptual dos alunos; (3) *extending actions:* incentivo à ampliação ou aprofundamento do seu pensamento matemático.

Segundo estes autores, Ponte, Mata-Pereira e Quaresma, "desenvolveram um quadro de análise que pressupõe que o professor realiza ações diretamente relacionadas com os tópicos e processos matemáticos e ações que têm a ver com a gestão da aprendizagem" (Quaresma & Ponte, 2014, p. 168) (figura 1).

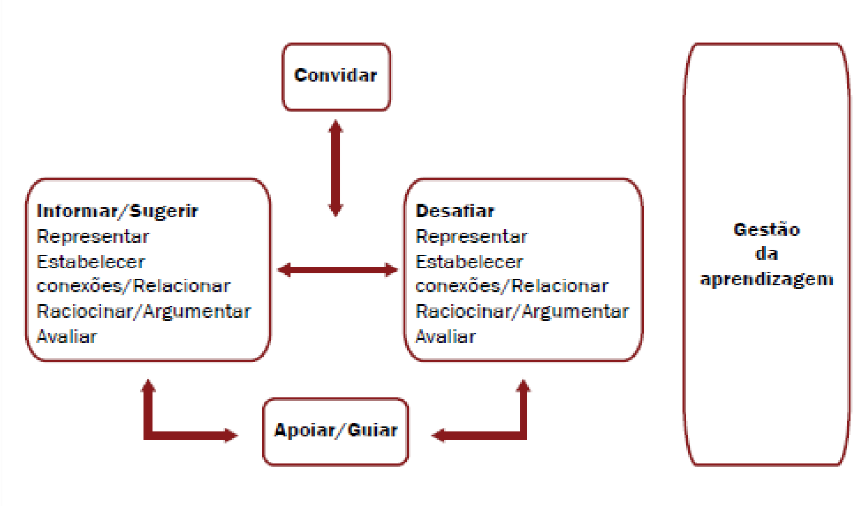


Figura 1 - Quadro de análise para as ações do professor (Ponte e Quaresma, 2014, p. 168)

Analisando a figura 1, constata-se que se organizam em torno de quatro ações do professor: (1) convidar; (2) apoiar/guiar; (3) informar/sugerir; e (4) desafiar.

Na ação de *convidar*, o professor convida os alunos a "iniciar uma discussão" (Quaresma & Ponte, 2014, p. 168). Ao *apoiar/guiar*, o professor conduz "os alunos na resolução de uma tarefa através de perguntas ou observações que apontam, de forma implícita, o caminho a seguir" (idem). Nas ações de *informar/sugerir*, "o professor introduz informação, apresenta argumentos ou valida respostas dos alunos" (idem). Por último, nas ações de *desafiar*, "procura que os alunos assumam esse papel, seja na produção de novas representações, na interpretação de um enunciado, no estabelecimento de conexões, ou no estabelecimento de um raciocínio ou de uma avaliação" (idem).

Ponte e Quaresma (2014) salientam que em todas estas ações há aspetos essenciais de processos matemáticos,

> como representar (na mesma linguagem ou noutra representação), interpretar (incluindo o estabelecimento de conexões), raciocinar (incluindo fazer conjeturas e apresentar justificações) e avaliar (fazendo julgamentos gerais sobre o valor de um conceito, uma representação, uma resolução de uma tarefa). (p.168)

Questionar, inquirindo. Para incentivar e apoiar a atividade dos alunos durante o momento da discussão, o professor deve colocar questões que tenham finalidades diferentes, uma vez que "a pergunta constitui um instrumento que permite manter o grupo coeso e comprometido com as ideias matemáticas em discussão" (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 65).

Love e Mason, referidos por Matos e Serrazina (1996), distinguem três tipos de questões:

- *Perguntas focalizadas* - Quando "o aluno responde com hesitação, ou não chega a responder" (Matos & Serrazina, 1996, p. 180) o professor pergunta "algo que o aluno seja seguramente capaz de responder" (idem). Matos e Serrazina, referindo Love e Mason, especificam que estas questões têm como objetivo "focar a atenção" (p. 181).
- *Perguntas para confirmar* – permitem ao professor saber se o aluno, através de respostas curtas a questões diretas, respondeu corretamente e se tem determinados conhecimentos. Para além disto, estas questões "assumem o papel de certificação de conhecimentos, de articulação ou conexão entre diferentes ideias matemática e de regulação da atenção e comportamento dos alunos na sala de aula" (Guerreiro, 2012, p. 297, referindo Love & Mason). Love e Mason, referidos por Matos e Serrazina, salientam que é "natural do ensino colocar perguntas que testam os conhecimentos dos alunos e a sua memória"(p. 181).
- *Perguntas para inquirir* – Para Matos e Serrazia, referindo Love e Mason, "o inquérito é considerado por muitos como o "genuíno" ou o "verdadeiro" questionamento, onde a informação é genuinamente procurada" (p. 182). As questões são colocadas pelo professor com o objetivo de obter determinadas informações acerca das estratégias e raciocínios ou o que os alunos trocam entre si à procura de informações ou entendimentos. Guerreiro (2012), referindo Love e Mason, refere que estas questões permitem aos alunos "construir o seu próprio conhecimento matemático através da análise, conjetura e justificação de relações" (p. 297).

Todas as questões são essenciais para tornar público o raciocínio dos alunos, embora sejam as de inquirição que auxiliam a compreensão (Guerreiro, 2014). As questões de inquirição permitem a partilha e discussão de vários raciocínios dos alunos, permitindo que cada um encontre a sua própria compreensão. Desta forma, as questões deixam de ser utilizadas como uma forma de testar os "conhecimentos dos alunos para ser o elemento catalisador de uma comunidade de aprendizagem" (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 65).

2.1.5. Orquestrar discussões matemáticas produtivas: um modelo de apoio

Orquestrar discussões coletivas não é uma tarefa fácil para os docentes, por isso, e como forma de dotar os professores de competências que os ajudem a contornar as complexidades desta prática, Stein e Smith (2011) propõem um modelo composto por "cinco práticas": (1) antecipar as resoluções dos alunos; (2) monitorizar o trabalho autónomo dos alunos; (3) Selecionar as estratégias de determinados grupos para serem apresentadas; (4) sequenciar as estratégias que serão apresentadas; (5) estabelecer conexões entre resoluções e ideias matemáticas.

Antecipar. Esta prática inicia-se antes de levar uma tarefa para sala de aula, sendo realizada durante a planificação. Neste momento, o professor prevê "de que modo os alunos irão interpretar a tarefa, identifica uma série de possíveis estratégias de resolução que podem ser utilizadas pelos alunos (corretas e incorretas), e como essas estratégias e interpretações se podem relacionar com os conceitos, representações ou procedimentos que pretende que os alunos aprendam" (Smith & Stein, 2011, p. 8). Para que seja possível a realização desta prática, o professor deve conhecer muito bem a tarefa e tentar resolvê-la "utilizando o maior número de estratégias e representações diferentes que conseguir" (idem). Com a exploração prévia da tarefa, o professor acaba por ganhar confiança para o momento de exploração em sala de aula. Desta forma, acaba por "explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos" (Canavarro, 2011, p. 13) e antecipar eventuais dúvidas dos alunos e possíveis respostas a dar-lhes. Para além disso, é-lhe mais simples "tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática." (idem).

Monitorizar. Esta fase ocorre durante o trabalho autónomo dos alunos. Neste momento, o professor circula entre os alunos para observar o que fazem, acabando por "recolher informação de como estão a trabalhar e que ideias matemáticas estão a explorar, da sua diversidade e validade matemática" (Canavarro, 2011, p. 13) . Canavarro (2011) refere que nesta fase o professor escuta os alunos ou grupos; avalia a validade matemática das ideias e resoluções; interpreta e dá sentido ao pensamento matemático; apoia os alunos em dificuldade a utilizarem estratégias que tenham potencial matemático para a aula em causa. Durante a monitorização o professor deve registar os aspetos presentes nas estratégias dos alunos que considera essenciais para serem discutidos coletivamente, para tal, deverá ter uma folha de registo previamente preparada que lhe permita tomar notas de uma forma sucinta e em pouco tempo (Canavarro, 2011, p. 14). As notas centrar-se-ão nas ideias matemáticas exploradas pelos alunos, a diversidade e validade das estratégias utilizadas e os "erros e conceções erróneas" (idem) que identifica e podem ser importantes para a discussão. Na monitorização, o professor consegue ter noção das ideias matemáticas que surgiram durante o período de exploração autónoma e decidir quais são os aspetos que devem ser focados e aprofundados na discussão em turma (Smith & Stein, 2011).

Selecionar. Esta prática ocorre no final do tempo previsto para o trabalho autónomo dos alunos e é apoiada pela recolha de informação que o professor registou durante a fase de monitorização (Canavarro, 2011). Com estas informações, identifica os alunos ou grupos que considera terem utilizado estratégias com ideias matemáticas importantes que sejam adequadas ao propósito matemático da aula, para partilhar na fase de discussão (Smith & Stein, 2011). O professor tem vários critérios que o ajudam a fazer a seleção de estratégias. Por exemplo: "uma resolução que apresenta um erro recorrente" (Canavarro, 2011, p. 15) e que, por isso, deve ser esclarecido; uma resolução que se distingue de todas as outras por acrescentar "compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula" (idem); resoluções que utilizem diferentes estratégias com diversas representações (idem). Fonseca (2012) refere que a existência de critérios é importante porque permite ao professor saber quais são as estratégias que focam ideias matemáticas importantes para todos os alunos. A mesma autora acrescenta que o professor também pode " aumentar o reportório de estratégias partilhadas" (Fonseca, 2012, p. 92), podendo apresentar à turma uma estratégia que considere essencial e que não foi utilizada por nenhum aluno ou grupo. Para além disso, também pode, durante a monitorização, apoiar um grupo de alunos que está muito próximo de utilizar uma estratégia importante, fornecendo orientações para que o grupo a consiga realizar e, posteriormente, apresentar (Smith & Stein, 2011).

Sequenciar. Após a seleção das estratégias de resolução dos alunos, o professor "decide a ordem pela qual as mesmas irão ser apresentadas" (Smith & Stein, 2011, p. 10). Esta ordem é escolhida de uma forma intencional com o objetivo de conseguir atingir os propósitos matemáticos pretendidos para a aula. Canavarro (2011) refere que o professor pode utilizar, por exemplo, os seguintes critérios: (1) a primeira estratégia a ser apresentada é a que foi utilizada pela maior parte dos grupos, tornando a "discussão mais acessível a todos os alunos por permitir esclarecer aspectos essenciais e basilares em que se suportem as ideias mais sofisticadas" (p 16); (2) iniciar com uma estratégia concreta e passar para uma mais abstrata, estabelecendo conexões entre o grau de sofisticação matemática; (3) começar a apresentação com "a exploração matemática de um erro é muitas vezes muito esclarecedora e enriquecedora, quer para os alunos que erraram, quer para os que resolveram bem" (idem); (4) utilizar estratégias que são diferentes ou que estão relacionadas, permitindo assim a comparação entre todas; (5) apresentar "resoluções que permitem generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar procedimentos" (idem).

Estabelecer conexões. Esta prática inicia-se a seguir à apresentação dos alunos, tendo como objetivo ajudá-los a estabelecerem relações entre as estratégias e as representações utilizadas, identificarem semelhanças e diferenças das resoluções e quais são as potencialidades de cada uma delas (Smith & Stein, 2011). De uma forma geral, "este momento tem como objetivo relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento colectivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos" (Canavarro, 2011, p. 16).

2.1.6. Preparar e conduzir discussões coletivas: desafios para o professor

A orquestração de discussões coletivas é uma atividade complexa que requer uma preparação cuidadosa e, por isso, é um grande desafio para os professores. Com o objetivo de evidenciar esta complexidade, Canavarro (2011) focou-se num conjunto de aspetos importantes para os quais os docentes devem estar preparados:

Seleção das tarefas. Canavarro (2011) refere a importância de escolher tarefas tendo em conta o "potencial para proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos." (p. 16).

Antecipação das resoluções dos alunos. Durante a planificação, a tarefa deve ser explorada pelo professor, incluindo a antecipação das resoluções que são esperadas por parte dos alunos, bem como questões que podem surgir juntamente e respostas que podem ajudar a atingir o propósito matemático da aula.

Gestão do tempo. O tempo deve ser controlado de modo a evitar adiar para a aula seguinte o momento de discussão e/ou de sistematização. Este adiamento " teria como consequência a perda de envolvimento dos alunos e o seu distanciamento das produções matemáticas realizadas" (Canavarro, 2011, p. 17).

Gerir as questões e os comentários. Durante o trabalho autónomo dos alunos e a apresentação da tarefa, controlar as questões e os comentários para não indicar "«a» estratégia a seguir" (Canavarro, 2011, p. 17). Desta forma mantém-se o desafio intelectual e o potencial da discussão.

Não validar as resoluções dos alunos. O professor deve resistir a validar as resoluções dos alunos, para que os mesmos se mantenham interessados e participem durante a discussão. Se estes já souberem que a resposta está errada, perdem o interesse e não participam no momento coletivo.

Evitar prolongar o tempo de trabalho autónomo. Mesmo que alguns alunos não tenham terminado a resolução, o tempo de trabalho autónomo não deve ser prolongado. Desta forma, favorece-se "o interesse pela discussão colectiva e pela produção de sínteses matemáticas que complementam o trabalho realizado pelos grupos" (Canavarro, 2011, p. 17)

Escolher resoluções que contribuam para o conhecimento matemático. Embora haja alunos que se voluntariam para explicarem a sua estratégias, nem sempre as suas resoluções apresentam caraterísticas benéficas para o propósito da aula. Se isto acontecer não deve ser-lhe dada a palavra. Nas aulas seguintes o professor deve arranjar forma de compensar estes alunos.

Utilizar recursos que facilitem a comunicação. Utilizar estratégias que "agilizem a comunicação dos alunos na fase de discussão para que não se gastem preciosos minutos" (Canavarro, 2011, p. 17), uma vez que, passar as estratégias para o quadro pode ser uma tarefa bastante demorada. Por isso, poderão ser utilizados acetatos, cartolinas, fotografias digitais das resoluções, digitalizações destas resoluções nas aulas onde há scanner e projetor, mostrar a resolução através do quadro interativo, entre outras.

Favorecer a discussão. A discussão e o momento de síntese não devem ser "um desfile de resoluções distintas apresentadas à vez por diferentes alunos" (Canavarro, 2011, p. 17) por isso, o professor deve favorecer a discussão por parte de alunos que tenham ideias, conceitos e procedimentos matemáticos, bem como desenvolver a comunicação matemática, para que seja proveitoso para o aluno, a turma e o propósito matemático da aula.

Promover um ambiente estimulante. Os alunos devem ser encorajados a participarem ativamente na aula, a desenvolverem o seu próprio trabalho e a mostrar interesse pelo trabalho dos outros, " a ouvir, a falar, a explicar, a questionar e a contribuir de forma construtiva para o apuramento de um saber comum com validade matemática" (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 17).

Outros autores referem as dificuldades com que os docentes se deparam na preparação e condução de discussões coletivas. Por exemplo, Ponte, Mata-Pereira, e Quaresma (2013), ao analisarem as ações de uma professora na condução de discussões coletivas, referem que a mesma se deparou com vários desafios, entre os quais:

> (i) a seleção de um aluno como interlocutor, (ii) o modo de agir quando um aluno questiona ou faz uma conjetura, (iii) o modo de agir perante desacordos, (iv) aprofundar ou não uma resolução, que os alunos já dão por concluída, ou (v) o modo de agir perante uma situação de impasse, uma resolução incorreta ou uma explicação pouco clara. (p. 79)

Ponte, Mata-Pereira e Quaresma, analisando a prática de uma professora, referem que para lidar com estes desafios a docente utilizou as seguintes estratégias: "reformular questões já colocadas, solicitar a participação de outros alunos ou da turma e por retomar questões já anteriormente colocadas mas que não considerou adequado serem discutidas no momento em que surgiram." (p. 79).

Sineiro (2015) refere outros desafios com os quais se deparou no momento de preparar aulas que promovessem atividades de argumentação matemática, destacando-se a planificação das aulas. A mesma autora refere que, ao nível da seleção de tarefas, foi um desafio escolher tarefas desafiadoras, uma vez que desconhecia as capacidades e interesses da turma, acabando por ter dificuldade em selecionar tarefas que fossem desafiadoras e, ao mesmo tempo, que estivessem adaptadas dos alunos. Acrescentando que, relativamente ao nível de exigência das tarefas, não tinha a noção se as mesmas "eram demasiado exigentes ou simplistas" (p. 82).

Sineiro (2015), acrescenta que o facto de não conhecer suficientemente a turma, tornou-se um desafio antecipar as estratégias de resolução dos alunos: "não conseguir antever as respostas dos alunos, que fez com que durante a discussão coletiva não soubesse lidar com os desacordos e validasse precipitadamente os raciocínios corretos" (p. 82).

Em suma, na preparação e condução de discussões coletivas, várias são as investigações que referem desafios em comum, evidenciando-se a complexidade desta prática.

2.2. Ensinar a subtrair via resolução de problemas

A segunda secção deste capítulo encontra-se dividida em duas partes: a primeira, foca-se na resolução de problemas. Refiro o significado de problema e abordo aspetos relacionados nomeadamente com a função da resolução de problemas no ensino da matemática. A segunda parte centra-se no ensino da subtração. Começando com uma breve introdução acerca do trabalho com os números e operações nos anos iniciais e com a resolução de problemas de subtração. Seguidamente, faço uma abordagem relativamente aos níveis de contagem e às estruturas conceptuais e métodos utilizados com os números dígito e os multidígitos. Para finalizar, foco-me na importância do contexto e do papel do professor no ensino-aprendizagem da subtração.

2.2.1. Resolução de problemas: significados e contornos

A resolução de problemas "constitui uma parte integrante de toda a aprendizagem Matemática" (NCTM, 2008, p. 57) e deve estar no centro do ensino e da aprendizagem dessa disciplina (APM, 1988).

De acordo com o NCTM (2008), os alunos, ao aprenderem a resolver problemas, acabam por aprender novas ideias e conceitos matemáticos e começam, gradualmente, a compreender a importância de utilizar novas estratégias e relações. Para além disso, permite que os alunos comecem a adquirir "modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança perante situações desconhecidas" (NCTM, 2008, p. 57).

Como é considerado um meio para os alunos aprenderem matemática, a resolução de problemas não deve ser abordada como uma unidade isolada da aprendizagem matemática devendo contemplar as várias áreas de conteúdo (NCTM, 2008, p. 57).

2.2.1.1. Problema: que significado?

Vale e Pimentel (2004) referem que a resolução de problemas do quotidiano não é muito diferente da resolução de problemas matemáticos. De acordo com estas autoras, um indivíduo quando se confronta com um problema, tem que descobrir meios de resolver os seus conflitos, adquirindo conhecimento à medida que os ultrapassa, tendo que, para isso, levantar questões, analisar as situações, realizar esquemas, formular conjeturas e tomar decisões. No contexto matemático a resolução de problemas tem as mesmas caraterísticas mas é uma atividade mais específica e complexa que deve combinar vários elementos, nomeadamente:

> a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões, a interpretação da solução, etc., e uma gestão e controlo de todos estes elementos. (Vale & Pimentel, 2004, p. 11)

A noção de problema é polissémica e as definições desta noção variam consoante os autores. No entanto, há um certo consenso em torno da ideia de que "um problema é uma situação para a qual não se dispõe, à partida, de um procedimento que nos permita determinar a solução, sendo a resolução de problemas o conjunto de acções tomadas para resolver essa situação" (Vale & Pimentel, 2004, p. 12).

Esta caraterização de problema vai ao encontro do que referem Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel, apoiando-se numa publicação do Ministério da Educação: problemas são "situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução" (p. 15).

Ponte (2005) refere que os exercícios servem para os alunos colocarem em prática conhecimentos já adquiridos, sendo uma forma de "consolidação de conhecimentos" enquanto um problema comporta "um grau de dificuldade apreciável" (p. 3).

Em suma, quando se está perante uma situação em que os "processos conhecidos e estandardizados" não podem ser utilizados e, por isso, é necessário encontrar estratégias de resolução adequadas à situação, estamos diante de um problema. Em contrapartida, se a situação poder ser resolvida através de processos que são rotineiros e familiares, em que se chega facilmente a uma solução, estamos diante de um exercício (Ponte, 2005). É este significado de problema que é adotado neste estudo.

2.2.1.2. Classificação de problemas do ponto de vista educativo

Para que seja possível ensinar a resolver deve existir "“o recurso a problemas, devendo existir uma grande variedade de problemas disponíveis" (Vale & Pimentel, 2004, p. 17).

Existem várias tipologias de classificação de problemas de um ponto de vista educativo. Entre estas, está a apresentada por Abrantes (1989) que diferencia oito tipos de tarefas matemáticas:

Exercícios não são problemas. Abrantes (1989), referindo Kantowski, indica que "Um problema difere de um exercício, uma vez que a resolução deste se limita à utilização prática de regras já conhecidas, cuja aplicação directa conduz com certeza à solução" (p. 3)

Um problema de "palavras". Este tipo de tarefas são frequentes no ensino primário. A vantagem está na atribuição de significados às operações matemáticas. Há, no entanto, uma excessiva repetição pelos alunos deste tipo de problemas, o que pode acabar por transformá-los em exercícios disfarçados.

Um problema para "equacionar". Segundo Abrantes (1989) estes problemas, habitualmente, encontram-se "nos capítulos de Álgebra do programa (das equações ou sistemas de equações) " (p. 4) . A resolução passa por decifrar o enunciado, por encontrar uma equação que modele e resolver esta equação.

Um problema para "demonstrar". Este tipo de problemas passa por "descobrir um caminho para provar uma conjectura ou uma proposição implica por vezes processos muito ricos" (Abrantes, 1989, p. 5).

«Puzzle problems». Os enunciados de problemas deste género contêm toda a informação relevante cuja resolução é única e bem determinada. Estes problemas não são vocacionados para discussões ou explorações em grupo, devido às caraterísticas anteriormente referidas. O principal objetivo destas situações passa por despertar a curiosidade e o gosto pela matemática, sendo os problemas uma motivação externa para aprender Matemática (Abrantes, 1989, p. 6).

Um problema da vida real. Os problemas da vida real são "ocasiões propícias a atividades de modelação matemática, ao reconhecimento da possibilidade de existência de soluções parciais para problemas matemáticos e à necessidade de desenvolvimento de critérios de avaliação para estas situações" (Boavida, 1993, p. 107). Envolvem a matematização de situações reais, por isso, abordar problemas com estas caraterísticas implica criar/adaptar um modelo matemático da situação, aplicar diversos métodos matemáticos e verificar a sua validade (Abrantes, 1989).

Uma situação problemática. A formulação deste tipo de problemas é muito aberta pelo que convida o aluno a gerar questões, a formular conjeturas e a prová-las; não existe uma solução única.

Uma situação. Neste tipo de tarefas não está formulado qualquer problema, existindo um claro convite à exploração do contexto.

2.2.1.3. Ensinar e aprender a resolver problemas

A resolução de problemas tem várias funções no ensino e aprendizagem da matemática. Boavida (1993), referindo Borralho, indica três funções que não se devem exercer independentemente umas das outras: função de ensino, função educativa e função de desenvolvimento.

Função de ensino. Nesta função, os problemas são vistos como uma oportunidade para o aluno se confrontar com uma situação matemática, apelando a conhecimentos matemáticos "que são necessários aplicar ou realizar para obter respostas" (Boavida, 1993, p. 112).

Função educativa. Esta função visa o desenvolvimento da personalidade do aluno, promovendo o sentido crítico e ativo perante diversos fenómenos e factos e remete para a "sensibilização para a importância da matemática no seu desenvolvimento pessoal e o fomentar de atitudes positivas face ao trabalho em geral e à resolução de problemas em particular" (Boavida, 1993, p. 113).

Função de desenvolvimento. Esta função relaciona-se com " a influência da resolução de problemas no desenvolvimento intelectual do aluno e, essencialmente, na formação do seu pensamento" (Borralho, 1991, cit. por Boavida, 1993, p. 113). A mesma autora refere que a formação do pensamento assume um papel fundamental para a aquisição da capacidade de auto aprendizagem, que deve ser desenvolvida nos alunos.

Dadas as potencialidades da resolução de problemas, não é de estranhar que as atuais orientações curriculares, consideradas a nível internacional, sublinhem a importância desta atividade. Por exemplo, o NCTM (2008) refere que a resolução de problemas "constitui um marco de toda a atividade matemática e uma via fundamental para o desenvolvimento do conhecimento matemático" acrescentado que nos primeiros anos os alunos devem ter contacto com uma variedade de contextos estimulantes para "analisar e refletir sobre as suas próprias ideias na resolução de problemas" (p.134).

Também no atual currículo de Matemática do Ensino Básico (2013) se refere que a resolução de problemas é uma atividade complexa que envolve:

> a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos (…), a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (p. 5)

Numa aula de matemática podem ser explorados diversos problemas, que devem ser selecionados pelo professor conforme os conteúdos e objetivos matemáticos que pretende que sejam explorados.

Vale e Pimentel (2004), segundo as Normas 2000, referem que os bons problemas devem possuir as seguintes caraterísticas:

(1) ser problemático – os problemas devem partir “de algo que faz sentido” em que a solução não está “completamente visível”;

(2) ser desafiante – para além de desafiantes, os problemas devem ser interessantes “a partir de uma perspetiva matemática”;

(3) ser adequado – deve permitir aos alunos relacionarem as ideias e conhecimentos adquiridos de modo a adaptar e completar o “novo conhecimento e as capacidades de cada aluno” com o objetivo de completar as tarefas (p. 17).

Outras autoras, como Boavida et al. (2008) referem que os problemas devem ter as seguintes caraterísticas:

(1) devem ser compreensíveis para os alunos, mesmo qua a solução não seja “atingível”;

(2) devem ser “intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes”;

(3) devem ter mais do que um processo de resolução;

(4) “possam integrar vários temas” (p.16).

É incontornável a ideia de que, como defende Pólya, se aprende a resolver problemas, resolvendo problemas: “ensinar a resolver problemas envolve experiências consideráveis e um estudo aprofundado sobre o processo de chegar à solução” (Vale & Pimentel, 2004, p. 21, referindo Pólya).

Pólya (1986) sugere um modelo composto por quatro fases que são úteis para ensinar e aprender a resolver problemas:

(1) Compreender o problema – Para tentar dar uma resposta, é necessário que o aluno compreenda o problema, identificando: “o que é conhecido (os dados), o que é

desconhecido (o objetivo) e que condições são apresentadas" (Vale & Pimentel, 2004, p. 21).

(2) Delinear um plano – Para se chegar a uma estratégia de resolução é necessário delinear um plano, para tal o aluno deve refletir acerca das suas experiências anteriores e relacioná-las com o problema em causa ou tentar várias abordagens: "usar problemas auxiliares, decompor e recombinar o problema (…) desenhar uma figura, fazer uma conjectura e testá-la" (Vale & Pimentel, 2004, p. 22).

(3) Executar o plano – Nesta fase coloca-se em prática o plano delineado até chegar à solução.

(4) Verificar/Avaliar – De acordo com os dados e as condições do problema, nesta fase verifica-se a solução.

O mesmo autor refere que o ensino é "uma arte, e a resolução de problemas também uma arte prática, ninguém pode programar ou mecanizar o ensino da resolução de problemas" (Boavida, 1993, p. 116 referindo Pólya), acrescentando que se os alunos seguirem as quatro fases os mesmos podem ser ensinados a "ter sucesso na resolução de problemas (Vale & Pimentel, 2004, p. 22). Para tal, o professor deve centrar a sua ação na exploração detalhada e significativa de problemas.

Os investigadores que perspetivam a resolução de problemas como uma arte, referem que é uma arte que "envolve capacidades cognitivas de aquisição e produção de conhecimento e não se esgota na racionalidade científica" (Boavida, 1993, p. 117).

Segundo Boavida (1993), acaba por ser um desafio relativo à forma como "'capturar', em modelos de ensino, materiais, e livros de texto, as linhas orientadoras essenciais dessa arte, de modo a que professores e alunos possam ser ajudados a desenvolver as suas potenciais capacidades artísticas" (idem).

2.2.2. Ensinar a subtrair

O tema Números e Operações tem uma posição de destaque no currículo de Matemática, a nível nacional e internacional sendo, por isso, o foco de uma grande quantidade de investigações. Há uma grande preocupação em investigar esta temática e em perceber o "modo como os alunos compreendem os conceitos associados aos números e às operações e os procedimentos que utilizam para resolver tarefas numéricas" (Mendes, 2012, p. 49).

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2008) consideram que os alunos, desde o pré-escolar até ao 12º ano, deverão (i) compreender números, formas de os representar e as relações entre os números e sistemas numéricos; (ii) compreender o significado das operações e a forma como se relacionam umas com as outras: (iii) calcular fluentemente e fazer estimativas plausíveis.

A adição e a subtração ocupam um lugar de relevo no currículo de Matemática no 1º e 2º anos de escolaridade. A aprendizagem destas operações deve ser orientada numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número nas aprendizagens iniciais, constitui um dos eixos centrais da aprendizagem da matemática (Delgado, 2013).

McIntosh, Reys e Reys, referidos por Delgado (2013), para caraterizar o sentido de número elaboraram um modelo composto por três grandes áreas: (i) o conhecimento e a destreza com os números – que engloba o sentido da ordenação dos números, as múltiplas representações dos números, o sentido da grandeza relativa e absoluta dos números e, por último, a utilização de sistemas de referência; (ii) o conhecimento e a destreza com as operações – que engloba a compreensão do efeito das operações, das propriedades matemáticas e das relações entre as operações; (iii) a aplicação do conhecimento e a destreza com os números e as operações em situações de cálculo – que engloba a compreensão para relacionar o contexto do problema e os cálculos necessários, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, a tendência para utilizar representações eficazes e a sensibilidade para rever os dados e o resultado.

2.2.2.1. Resolução de problemas de subtração: perspetiva geral

A resolução de problemas de Matemática faz parte integrante do currículo nos primeiros anos há muito tempo, mas a função que lhes era atribuída cingia-se ao treino dos alunos (Ferreira, 2012). Segundo Verschaffel et al., citado por Ferreira (2012), aplicavam o seu "conhecimento e as competências matemáticas formais previamente aprendidas na escola a situações da vida real " (p. 59). O ensino do cálculo, durante muitos anos, baseava-se na memorização dos factos numéricos básicos através da repetição. Atualmente, o ênfase passou para o "desenvolvimento gradual destes factos através de procedimentos informais e inventados pelos alunos" (Ferreira, 2012, p. 66).

Kilpatrick et al referem que nos primeiros anos, a maior parte das atividades com números são planeadas com o objetivo de ajudar os alunos a tornarem-se proficientes no cálculo com números com um dígito, referindo-se especificamente ao domínio da adição e da subtração (Ferreira, 2012, referindo Kilpatrick et al.).

Kamii et al., referidas por Ferreira (2012), defendem que, devido à dificuldade dos alunos na resolução de problemas de subtração, é importante nos primeiros anos de escolaridade enfatizar a adição, referindo que "se uma criança ser tornar fluente na adição, ela mais tarde tornar-se-á fluente na subtração" (p. 41).

Diversos estudos têm sido realizados no âmbito de conceitos básico de número e o desenvolvimento dos processo de contagem na resolução de problemas de adição e subtração.

Relativamente ao conceito de número, durante muito tempo a teoria de Piaget influenciou fortemente a forma como as práticas educativas encaravam o desenvolvimento da compreensão do conceito de número,considerando fundamentais as operações lógicas para este fim. Verschaffel et al., referidos por Ferreira (2012), referem que os educadores defendiam que era impossível os alunos aprenderem os números sem antes terem atingido o estádio pré-operatório (6-8 anos), relacionado com as operações lógicas. As investigações desenvolvidas nos últimos 25 anos, têm vindo a questionar o papel das operações lógicas no desenvolvido da compreensão dos números e das operações, mostrando "a importância do conhecimento processual e conceptual da contagem para este desenvolvimento" (Ferreira, 2012, p. 66).

Carpenter e Moser, referidos por Ferreira (2012), desenvolveram um estudo relacionado com o desenvolvimento dos processos de contagem na resolução de problemas de adição e subtração, onde identificaram a existência de três níveis de contagem: "(i) baseados na *modelação direta* com os dedos das mãos ou objetos físicos, (ii) baseados no uso da *sequência de contagem* e (iii) baseados na *lembrança de factos numéricos*" (p. 67).

Primeiro nível - Modelação direta: Ferreira (2012) refere que "os objetos físicos ou os dedos são usados para representar cada parcela e depois é contada a união de dois conjuntos, começando do 1" (p. 67). Se os dois conjuntos tiverem sido construídos, ou seja, utilizaram objetos físicos para representar as parcelas, os objetos podem ser "juntos movendo-os juntos ou adicionando um conjunto a outro, ou o total pode ser contado sem juntar fisicamente os conjuntos" (Ferreira, 2012, p. 67). O primeiro caso pode ser referente a problemas de "*mudar juntar* ao passo que o segundo poderá expressar melhor as relações estáticas implícitas nos problemas de *combinar*." (idem).

Fuson, referido por Ferreira (2012), afirma que as crianças resolvem "esses problemas corretamente sem primeiro escreverem uma expressão do procedimento de solução correta (por exemplo, 7 – 2)" (p. 68). Relativamente à subtração por modelação direta, há um menor número de informação disponível acerca dos procedimentos utilizados pelos alunos do que de adicão. Ferreira (2012) refere que "Em situações de resolução de problemas, as crianças realizam subtrações através de três procedimentos da parcela desconhecida por correspondência" (p. 68): "retirar a"; "adicionar até"; e "separar a" (idem).

No *retirar a*, "as crianças fazem a soma conhecida e depois tiram os entes da parcela dada da soma, deixando os entes da parcela desconhecida para serem contados" (Ferreira, 2012, p. 69). No *adicionar até*, as crianças modelam a parcela conhecida e "depois contam um objeto de cada vez ao conjunto inicial até ser atingida a soma" (idem).

Relativamente ao *separar a* Ferreira 2012, referindo Fuson, refere que é modelada a "soma conhecida e a parcela conhecida, modelam estes dois conjuntos e depois contam-nos fazendo a correspondência um-a-um" (p. 69).

Segundo nível - Sequência de contagem: os alunos recorrem aos seguintes processos: "contar a partir do primeiro número – por exemplo, 2 + 3, diz dois, três, quatro, cinco, são cinco" (Ferreira, 2012, p. 69); começar a contagem a partir do número maior "por exemplo, 3 + 2, começar a partir do 3"(idem). Ferreira (2012), referindo Fuson, refere que há uma tendência para as crianças contarem para a frente nos problemas que exigem a subtração, normalmente quando se trata de uma situação em que uma das parcelas é desconhecida. Por exemplo 3+ _=5, a criança começa a contar a partir do 3 até ao 5 e apercebe-se que falta 2 para chegar ao 5 (3+2=5). Fuson, referido por Ferreira (2012), acrescenta que as crianças também contam para a frente para "resolver problemas numéricos de subtração tal como "14-8"" (p. 68), começando a contar a partir do número menor até chegarem ao número maior, uma vez que "a contagem para trás é mais difícil e propensa a erros do que contar para a frente" (idem).

Terceiro nível - Lembrança de factos numéricos – "são decomposições dentro dos procedimentos de factos deduzidos em que os números num dado problema são decompostos para se tornarem em números cuja soma ou diferença é já conhecida" (Ferreira, 2012, p. 70, referindo Fuson).

As situações subtrativas, tal como referem Ponte & Serrazina, podem assumir três sentidos: "mudar tirando" (retirar); "comparar" e "tornar igual" (completar). A tabela 1 refere-se aos diferentes significados que as operações de subtração podem assumir e que utilizei nos problemas propostos durante este estudo.

Tabela 1 - Situações subtrativas

Sentidos		**Exemplos**
Retirar		"No exterior da nossa escola, há um castanheiro cheio de ouriços. O castanheiro tem 30 ouriços, mas com o vento caíram 19. Quantos ouriços ficaram na árvore?" (TCQB$_1$)
Comparar	***Diferença desconhecida***	"O Gabriel tem 69 cartas e o João tem 25. Quantas cartas tem o Gabriel a mais do que o João?" (TIS$_2$)
	Referente desconhecido	"A Mãe Natal contou as moedas e disse: - Consegui juntar 62€. Tenho mais 15€ do que tu. Quanto dinheiro tem a Filha Natal?" (TPPN$_3$)
Completar		"A Mãe Natal tem 25€ quanto lhe falta para comprar o GPS do Jumbo [91€]?"(TPPN$_2$)

Analisando a tabela, o sentido *mudar tirando* (retirar), tal como ilustra o exemplo (TCQB$_1$), "corresponde a retirar uma dada quantidade a outra e a subtração é utilizada para calcular o resultado" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 147). Os mesmos autores referem que no sentido *comparar*, como o exemplo TIS$_2$ e TPPN$_3$ evidencia, são comparadas duas quantidades e "o que se pretende é encontrar a diferença, quanto maior [diferença desconhecida] ou quanto menor [referente desconhecido] uma quantidade é que outra" (p. 147). Por último, Ponte e Serrazina (2000), referem que o sentido *tornar igual* (completar) "corresponde à situação de determinar o que deve ser junto a uma dada quantidade para obter um certo valor" (p. 148), tal como ilustra o exemplo (TPPN$_2$).

Tal como na adição, para calcularem o resultado da subtração "os alunos devem ser incentivados a desenvolver os seus próprios processos" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 148).

Treffers e Buys, referidos por Ferreira (2008), consideram a existência de três níveis de cálculo que orientam a aprendizagem dos números e das operações: *cálculo por contagem*, *cálculo por estruturação* e *cálculo formal* (p.135).

O *cálculo por contagem* "corresponde ao primeiro nível da adição e subtração" (Ferreira, 2008, p. 136) em que os alunos apoiam-se em materiais que permitam a contagem. Inicialmente, os alunos apoiam-se na contagem dos dedos das mãos para resolver os problemas, recorrendo, durante muito tempo, à contagem de 1 em 1. Os números envolvidos nos problemas propostos devem ser progressivamente maiores, "de modo que a sua resolução se torne difícil sem recorrer a outras estratégias" (Ferreira, 2008, p. 136).

Com situações onde ocorrem propostas de resolução de problemas "em que os números envolvidos nos problemas são cada vez maiores, de modo que a sua resolução se torne difícil sem recorrer a outras estratégias" (Ferreira, 2008, p. 136).Neste âmbito, os alunos sentem dificuldade em recorrer à contagem dos dedos das mãos, por isso, a estratégia que começam a utilizar com mais facilidade é a sequência das dezenas. "Por exemplo, para calcular 48 + 29, fazem da seguinte forma: (48), 49, 50, 60, …, 70, 71, 72, 73, 74 …" (Ferreira, 2008, p. 136). A utilização desta estratégia pode levar o aluno a perder-se na "contagem propriamente dita e a memorização da quantidade de números que já foram adicionados ou subtraídos" (idem), podendo ser a utilização da reta numérica uma ajuda para os alunos. A reta numérica, nesta fase, poderá ser graduada de 10 em 10, com as respetivas marcações: 10,20,30…, ou poderá ser uma linha vazia (Ferreira, 2008).

No *cálculo por estruturação* os alunos passam a recorrer ao apoio de modelos adequados sem contagem, "os alunos já não recorrem à contagem de um em um e usam três estratégias fundamentais: os saltos de dez, os saltos através do dez e a decomposição das parcelas" (Ferreira, 2008, p. 137). Nas duas primeiras estratégias os alunos tendem a utilizar o cálculo em linha, usando também, muitas vezes, a reta vazia. Na terceira estratégia, os alunos recorrem à decomposição dos números em dezenas e unidades, fugindo ao raciocínio linear utilizado nas duas primeiras estratégias (Ferreira, 2008).

No *cálculo formal* os alunos já conseguem efetuar os cálculos mentalmente na sua totalidade, não necessitando de qualquer tipo de modelos de apoio ao cálculo. Segundo Ferreira (2012), "a passagem do nível estruturado para o nível formal é feita gradualmente pelos alunos e ao longo do tempo" (p. 99). No cálculo formal, os alunos sentem a necessidade de calcularem a nível numérico, acabando por desenvolverem procedimentos próprios recorrendo a relações e a propriedades das operações (Mendes & Delgado, 2008).

2.2.2.2. Subtração com números-dígito: Estruturas conceptuais e métodos utilizados

Fuson et al, citados por Mendes (2012), sugerem uma caraterização de estruturas conceptuais, referindo que as mesmas são entendidas como "categorias hipotéticas de atividade quantitativa que parecem ser úteis na compreensão do ensino e aprendizagem de um domínio" (p. 54). Segundo esta autora, Fuso et al. entendem "estrutura conceptual" "como uma interpretação mental do mundo que nos rodeia" (idem), indicando, numa situação matemática, os aspetos que são focados e como são interpretados pelo utilizador num dado momento.

Mendes (2012) refere que o modelo de evolução das estruturas conceptuais inclui três níveis de desenvolvimento, que alteram consoante as operações conceptuais utilizadas pelas crianças para subtrair e adicionar. Seguidamente, explico os três níveis de desenvolvimento relativos à subtração.

No primeiro nível de desenvolvimento das estruturas conceptuais relativo à subtração, denominado por *perceptual unit itens*, os métodos inventados pelas crianças estão diretamente "relacionados com situações de partir do total de objetos, retirar alguns de acordo com a situação e contar com os restantes para a diferença" (Mendes, 2012, p. 55, referindo Sherin & Fuson).

No segundo nível, designado por *embedded integration ,* os métodos utilizados são de contagem, podendo ser "contagens decrescentes (contar para trás), partindo do aditivo e chegando ao resto e, em outros casos, partindo do número antes do aditivo e chegando ao resto" (Mendes, 2012, p. 56). Mendes (2012), referindo Fuson, refere que estes métodos são difíceis para as crianças, levando as mesmas a apoiarem-se na contagem dos dedos das mãos, enquanto que " *contar até,* partindo do subtrativo e chegando ao aditivo" (p. 56) é considerado um método mais fácil. Neste nível os métodos acabam por ser mais eficientes do que os do primeiro nível.

No terceiro nível, denominado por *ideal unit itens*, os métodos estão relacionados com a utilização de factos conhecidos associados à subtração, podendo recorrer ao 10. Os alunos já criam estruturas numéricas, conseguindo visualizar representações mentais dos números. Fuson afirma que as estratégias utilizadas neste nível "são denominadas por factos conhecidos e factos derivados" (cit. por Mendes, 2012, p. 55).

Mendes (2012), indica um exemplo referido por Fuson que ilustra possíveis métodos para subtrair:

> 15−9, adiciona-se um ao número nove (até ao 10) e depois mais cinco (até ao 15), logo 15−9=6 porque (1+5=6). Usando um outro método para efetuar a mesma subtração 15−9, tira-se cinco do quinze, e tira-se mais um do dez até ao nove, e ficam seis (5+1). (p. 56)

No final do primeiro ano, Mendes (2012) referindo Fuson, refere que os métodos inventados pelas crianças devem ser trabalhados na sala de aula, com o intuito de recorrerem a estratégias progressivamente mais rápidas e apropriadas.

2.2.2.3. Subtração com números multidígitos: Estruturas conceptuais e estratégias

Quando se trata de números multidígitos, as estruturas conceptuais estão relacionadas com "as propriedades do sistema de numeração posicional decimal, com as relações entre os números e entre as suas diferentes representações (através de palavras, algarismos ou usando as diferentes operações aritméticas) " (Mendes, 2012, p. 57).

Inicialmente, quando as crianças começam a explorar os números multidígitos, começam por utilizar as estruturas conceptuais desenvolvidas "a propósito dos números com um dígito e das operações associadas" (Mendes, 2012, p. 57). A mesma autora refere que quando os números começam a ser progressivamente maiores, as estruturas adquiridas acabam por evoluir para outras mais complexas.

Mendes (2012), apoiando-se em vários investigadores, refere que "as diferentes conceções que as crianças constroem sobre os números e as suas relações estão interligadas com as diversas interpretações e representações que podem ser feitas acerca deles" (p. 57). Neste âmbito refere um quadro de estruturas conceptuais para a adição e subtração onde são sistematizados os suportes conceptuais utilizados pelos alunos, as estruturas conceptuais construídas pelas crianças e descrevem e discutem os métodos utilizados pelas crianças na resolução de problemas de adição e de subtração com números multidigitos.

Inicialmente, os suportes conceptuais utilizados pelas crianças são materiais que as mesmas utilizam para modelar as situações propostas. São materiais com unidades simples, como pequenos cubos, que acabam por passar para materiais estruturados como o multibásico (MAB) e materiais semelhantes com o mesmo tipo de base dez, "simbolizando dezenas e unidades e, mais tarde, centenas e milhares" (Mendes, 2012, p. 58). Para modelar as situações propostas, as crianças também utilizam diversas representações e desenhos " associados a unidades simples e agrupadas" (idem). Fuson et al.e Fuson e Smith, para ilustrarem as diferentes representações referem que "as unidades simples eram representadas por pontos, círculos e pequenas linhas horizontais, tendo, também, sido utilizadas representações de objetos da vida real, como doughnuts ou moedas." (Mendes, 2012, p. 58)

A mesma autora refere cinco conceções acerca de números com dois dígitos, apoiando-se em Fuson et al, Fuson e Smith, sendo este modelo denominado por "UDSSI (unitary, decade, sequence, separate, integrated)" e uma sexta conceção relacionada com os números-dígito.

Mendes (2012), baseando-se nos aspetos referidos por Fuson et al. e Fuson e Smith acerca das cinco conceções, refere que

> Cada uma das conceções compreende uma relação entre as palavras escritas que representam os nomes dos números, os números representados em linguagem simbólica e as quantidades associadas, três aspetos que os autores denominaram por tríades. (p.59)

Na primeira conceção para números multidígitos, denominada por *unitária*, "as quantidades não são organizadas em grupos, a palavra associada é vista como um todo e a representação simbólica também" (Mendes, 2012, p. 59):

> Por exemplo, 12 berlindes são vistos na totalidade, sem serem organizados em dezenas e unidades, a palavra que representa a quantidade e a representação simbólica do número 12 são encaradas como um todo, não discernindo, por exemplo 12 como 10+2. (p. 59)

Na conceção designada por *década* as crianças "associam a separação efetuada na linguagem simbólica à separação em dezenas e unidades na linguagem oral (…) por exemplo o algarismo dois do número 23 à palavra vinte e o algarismo três à palavra três." (Mendes, 2012, p. 59). A mesma autora refere que, "no início, as crianças com esta conceção identificam padrões na linguagem oral (e na escrita) " (p. 59) acabando por reproduzi-los, "incorretamente, na representação simbólica" (idem). Por exemplo, Mendes (2012) refere que os alunos acabam por escrever "50, 501, 502 separando as dezenas das unidades e relacionando cada uma das partes com a quantidade respetiva"(p. 59).

Na conceção de *sequência* de dezenas e unidades, os alunos separam o conjunto das dezenas em grupos de dez, evidenciando que aprenderam a contar de dez em dez. Por exemplo, "no número 53, para além de separarem as dezenas das unidades ainda estruturam o 50 em grupos de dez." (Mendes, 2012, p. 60).

A conceção *separar* está relacionada com a separação das dezenas das unidades em que, "num conjunto, a criança se foca na contagem dos grupos de dez e nos grupos unitários e não na contagem dos objetos em si" (Mendes, 2012, p. 60). A mesma autora destaca que esta conceção não tem suporte na linguagem oral e escrita nas línguas europeias "mas, por exemplo, na língua chinesa, para ler 52 é dito o equivalente a "cinco dez e dois""(p. 60).

Mendes (2012), relativamente à "conceção *integrada* de separar sequências de dezenas" (p. 60), refere que as crianças "para contarem 50 doughnuts dispostos em cinco caixas de dez conseguem fazê-lo facilmente, com as caixas abertas ou fechadas, identificando tanto cinco grupos de dez unidades como cinco "dez" (idem).

Na conceção relacionada com os números-dígito, a mesma autora refere que as crianças mesmo depois de terem "construído algumas conceções corretas acerca dos números multidígitos, às vezes, encararam um número com dois dígitos como dois números com um dígito" (Mendes, 2012, p. 60).

Mendes (2012), referindo-se às caraterísticas do nosso sistema de numeração decimal, destaca que "a sua característica posicional, permite escrever eficazmente números muito grandes mas é bastante abstrato"(p. 61). Para facilitar a compreensão das caraterísticas do sistema de numeração posicional de base decimal "é importante que professores e educadores proponham às crianças numerosas experiências usando recursos variados" (idem).

2.2.2.4. Métodos e estratégias utilizados pelas crianças

Na resolução de problemas de adição e subtração que envolvem números multidígitos, os métodos utilizados pelas crianças têm, segundo Mendes (2012), por base as generalizações dos construídos com números-dígito. Esta autora, apoiando-se em várias publicações de Fuson e colegas, refere que estes métodos foram organizados em três tipos: "métodos de contagem, métodos de decomposição e métodos de recomposição" (p. 62).

Nos *métodos de contagem* "as crianças começam por contar tudo de modo unitário, usando objetos, desenhos ou apenas recorrendo à sequência numérica" (Mendes, 2012, p. 62). Estes mesmos procedimentos acabam por evoluir para outros mais elaborados que envolvem "contagens crescentes ou decrescentes, a partir de um número usando dezenas e unidades" (p. 62). Mendes (2012), referindo Fuson, destaca que estes procedimentos "rapidamente se revelam ineficazes na adição e subtração, condicionados pela grandeza dos números e pela evolução da fluência das crianças na contagem" (idem).

Nos *métodos de decomposição* as crianças adicionam ou subtraem dois números por partes, "adicionando (ou subtraindo) dezenas com dezenas e unidades com unidades" (Mendes, 2012, p. 62). Podendo fazê-lo através de várias vias:

> os [métodos] que partem de um número ao qual é adicionado ou subtraído outro número usando sequências de dezenas e unidades, em

> que são separadas as dezenas das unidades e operadas cada uma por si e os mistos, em que se adicionam ou subtraem as dezenas e depois se usa a sequência numérica para operar com as unidades. (p. 63)

Por último, nos *métodos de recomposição* as crianças alteram os números com que operam de modo a tornar mais simples adicionar ou subtrair (Mendes, 2012). Na subtração, ambos os números são mudados "de modo conveniente, mantendo a equivalência entre as subtrações" (Mendes, 2012, p. 63). A mesma autora, apoiando-se em Buys e Treffers, refere que a eficácia dos métodos de recomposição é observável com alguns números sendo designados, por outros autores, "por estratégias de compensação ou varying" (p. 63).

Mendes (2012), referindo Carpenter, Moser e Thompson, foca-se nas estratégias que são inventadas ou usadas pelas crianças na resolução de problemas de adição e subtração quando estão envolvidos números entre 20 e 100.

Relativamente aos números até 20, Mendes (2012) referindo Thompson, carateriza as "diferentes estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos quando resolvem problemas de adição e subtração" (p. 64), organizando-as em "estratégias de contagem e estratégias que envolvem o uso de factos numéricos, conhecidos ou derivados" (idem).

Thompson, referido por Mendes (2012), identificou as seguintes estratégias de contagem: "contar a partir do primeiro número, contar a partir do número maior, contar para trás a partir de, contar para trás até e contar para a frente a partir de" (p. 64).

No que diz respeito às estratégias de cálculo, as mesmas envolvem: "usar os dobros (na adição), usar os "quase dobros" na subtração ou na adição, usar a subtração como inversa da adição, usar a estrutura do cinco e do dez, compensar e redistribuir" (Mendes, 2012, p. 64).

Nas estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de subtração com números entre 20 e 100, Thompson identificou quatro tipos de estratégias (Mendes, 2012).

No primeiro tipo, "estratégias de decomposição", os alunos operam separadamente as dezenas e as unidades, "para adicionar 23+35, calcula-se separadamente 20+30 e 3+5" (Mendes, 2012, p. 64).

No segundo tipo de estratégias -"saltar"- "para calcular 25+33 recorrendo a esta estratégia, parte-se do 25 e dá-se um salto de 30, adicionando, chegando ao 55. Depois dá-se um salto de três e chega-se ao 58." (Mendes, 2012, p. 65).

O terceiro tipo de estratégias é denominado por "decompor e saltar", por exemplo, "do cálculo de 23+35, utilizando esta estratégia, parte-se do 20, dá-se um salto de 30, obtendo 50 e depois saltos de cinco e de três, obtendo sucessivamente 55 e 58" (Mendes, 2012, p. 65).

A última estratégia identificada por Thompson – "saltar para além de" - refere-se à utilização da compensação na resolução de problemas, em que "parte-se do 25 e dá-se um salto de 30, mais um salto de cinco, obtendo 60. Mas como é necessário adicionar apenas 33, compensa-se depois, dando um salto de duas unidades para trás" (Mendes, 2012, p. 65).

Mendes (2012), referindo Carpenter et al., refere que é possível identificar que quando os algoritmos tradicionais são introduzidos precocemente em sala de aula, os alunos cometem mais incorreções no uso dos mesmos. Nas turmas onde as crianças inventam "estratégias de cálculo mental antes e/ou durante a introdução dos algoritmos" (Mendes, 2012, p. 66), os alunos acabam por ter uma maior compreensão sobre o sistema de numeração e por ser melhor sucedidos quando surgem situações novas. Mendes (2012), referindo Carpenter et al, realça que as estratégias inventadas "podem fornecer a base do desenvolvimento da compreensão das operações com multidígitos, mesmo quando são ensinados os algoritmos" (p.66).

As crianças quando começam a utilizar números com mais de um dígito "revelam uma dificuldade considerável em dominar as operações que envolvem transporte ou empréstimo" (Baroody, 2002, p. 360). Quando se deparam com operações com números multidígitos "geralmente não compreendem a lógica subjacente aos algoritmos (sequência de passos) envolvidos no transporte e no empréstimo, revelam-se muitas vezes incapazes de recordar todos os passos de um algoritmo e muitas delas inventam os seus próprios passos" (Baroody, 2002, p. 360)

Para as crianças compreenderem a lógica subjacente aos algoritmos com transporte e empréstimo, é necessário interpretarem os números como "um conceito de agrupamento ou base-dez" (Baroody, 2002, p. 361) e entenderem o valor posicional dos algarismos.

2.2.2.5. O papel do professor e a seleção de tarefas

O professor ao selecionar tarefas orientadas para o propósito matemático da aula, deve ter em consideração as caraterísticas das mesmas, relativamente às "características dos contextos das tarefas (que inclui os modelos, as situações e os números envolvidos), às grandes ideias (big ideas) associadas ao ensino e aprendizagem dos números e das operações às estratégias de resolução das tarefas” (Delgado, 2013, p. 82).

Os contextos das tarefas. As situações propostas aos alunos devem ser potenciadoras de desenvolvimento, para tal, devem ser interessantes, com o objetivo de ser desafiante para despertar nos alunos a “vontade de explorar a tarefa e de permitir a formulação de questões do tipo: *Porque é que isto acontece*? *E o que acontece se…? Será que isto é assim?* (Delgado, 2013, p. 83 referindo Fosnot & Dolk).

Delgado (2013), referindoYang et al, realça a importância do contexto das tarefas permitir um maior entendimento de sentido de número, isto se envolver “uma maior compreensão geral e pessoal dos números e das operações e a uma habilidade para lidar com as situações do dia-a-dia que envolvem números” (p. 83), permitindo o estabelecimento de conexões com as situações da realidade dos alunos.

Nesta perspetiva, é fundamental que os contextos das tarefas incluam situações que sejam significativas para os alunos, que façam parte dos seus interesses ou de situações do dia-a-dia, podendo até ser situações imaginárias, o que importa é que os alunos lhes atribuam sentido (Delgado, 2013, p. 83, referindo Brocardo & Delgado e Fosnot & Dolk).

Brocardo e Delgado, citadas por Delgado (2013), referem que estas atribuições de significado é o que permite aos alunos interpretarem o problema proposto, resolvê-los e avaliar se os resultados obtidos são viáveis, acrescentado ainda que:

> As crianças conseguem “agir”, no sentido de analisar e manipular, sobre contextos da vida de todos os dias como as embalagens de ovos ou de bombons ou sobre contextos imaginários mas que pertencem ao seu mundo (situações que estão associadas a histórias ou a desenhos animados, por exemplo). Pelo contrário, não conseguem “agir” sobre situações que envolvam a interpretação de contextos, reais ou imaginários, que desconhecem. (p. 84)

Ponte (2005) realça que os professores devem diversificar os contextos das tarefas tendo em conta o seu grau de “proximidade com a realidade”, podendo assim ser um desafio para os alunos e ajudá-los a “perceber como se desenvolve a atividade matemática dos matemáticos profissionais (p. 26).

Delgado (2013) ao enunciar o Princípio do Ensino, citando o NCTM (2008), afirma que o principal objetivo das tarefas é conseguir envolver os alunos na matemática:

> Essas tarefas poderão relacionar-se com experiências da realidade dos alunos, ou poderão surgir em contextos puramente matemáticos. Independentemente do contexto, as tarefas deverão provocar interrogações, possuindo um nível de desafio que convide à especulação e ao trabalho árduo. (NCTM, 2008, p. 19)

Em suma, a transcrição anterior demonstra as principais ideias referidas anteriormente relativamente às situações associadas às tarefas, destacando que as mesmas devem estar "próximas da realidade dos alunos ou puramente matemáticos" (Delgado, 2013, p. 84) e que devem despertar nos alunos o interesse pela exploração das mesmas suscitando "interrogações e constituir um desafio"(idem).

Os modelos subjacentes aos contextos das tarefas. As tarefas para serem potenciadoras devem permitir o uso de modelos, ou seja, "mapas mentais que auxiliam a atividade matemática" (Delgado, 2013, p. 85), com o objetivo de facilitarem a compreensão do efeito das operações. A mesma autora, referindo Fosnot e Dolk, refere "um conjunto de modelos associados à compreensão e uso das quatro operações elementares (linha numérica vazia, linha numérica dupla, tabelas de proporção, modelo retangular, etc.) " (p. 85).

Delgado (2013), referindo Gravemeijer, destaca que os modelos fornecem bases cruciais para a aprendizagem das operações nos primeiros anos, permitindo aos alunos "evoluírem nas suas estratégias de resolução dos problemas, contribuindo para a construção de um novo conhecimento matemático" (p. 85).

A mesma autora, referindo Fosnot et al, acrescenta que "os contextos das tarefas devem ter associadas situações que permitam ser matematizadas pelos alunos, ou seja, devem proporcionar aos alunos desenvolver atividades de interpretação, organização e construção de significados das situações" (p. 85).

Nesta perspetiva, o professor tem o papel de selecionar tarefas orientadas para os objetivos que pretende, sendo crucial o seu "conhecimento profundo acerca dos modelos que auxiliam os alunos a progredir nas suas aprendizagens numéricas e no modo como as situações associadas aos contextos podem promover o uso desses modelos" (Delgado, 2013, p. 86, referindo Fosnot & Dolk).

Os números envolvidos. Outra das grandes caraterísticas do contexto das tarefas, relaciona-se com os números envolvidos. O NCTM (2008) refere que o sentido de número está relacionado com a boa compreensão das grandezas do número e da compreensão da existência de números de referência utilizados no quotidiano (p. 34).

Delgado (2013), referindo McIntosh et al, propõe três níveis de caracterização do sentido de número, incluindo "a importância do desenvolvimento de sistemas de números de referência" (p. 86), visto que desta forma os alunos desenvolvem o "conhecimento de múltiplas representações dos números e o sentido das grandezas relativa e absoluta dos números" (idem).

Para além disso, os números de referência utilizados nos contextos permitem fornecer pistas sobre a resolução da tarefa e apoiam os alunos na tomada de decisões, influenciando a utilização de representações ou métodos eficazes de cálculo, "através da escolha dos números" (Delgado, 2013, p. 87) e métodos de cálculo adequado " (mentais, calculadoras, papel e lápis) " (idem).

Os números envolvidos nas tarefas e as opções de resolução encontram-se relacionados e, Mendes (2012), destaca que "os números de referência incluídos nas tarefas facilitam os cálculos efetuados, baseados em relações numéricas" (p. 514), acabando por haver procedimentos que acabam por ser utilizados devido aos números envolvidos na tarefa (Delgado, 2013).

Nesta perspetiva, quando o professor seleciona ou concebe determinada tarefa, deve escolher de forma criteriosa e intencional os números envolvidos na mesma, de modo a facilitar o estabelecimento de relações numéricos que exigem sistemas de referência conhecidos pelos alunos (Delgado, 2013).

A mesma autora refere que o professor deve preocupar-se com dois aspetos fundamentais: "(i) a identificação das estratégias que uma determinada tarefa suscita" (p. 89) - exigindo que o professor compreenda o modo como os alunos pensam; e "(ii) as características das tarefas que contribuem para a progressão das estratégias que eles já usam" (idem) – o docente deve conhecer a relação entre as estratégias utilizadas pelos discentes e o desenvolvimento da aprendizagem (Delgado, 2013).

Outro facto prende-se com a articulação das tarefas com intencionalidade, sendo fundamental a construção de sequências de tarefas de forma articulada (Ponte, 2005). Por isso, quando o professor sequencia as tarefas deve ter em consideração:

> Um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de

> representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da matemática. (Ponte, 2005, p. 18)

Desta forma, sequenciar tarefas pode passar por selecionar um grupo de tarefas, de forma coerente, que permitam sustentar as aprendizagens dos alunos, “ao nível dos conceitos, dos procedimentos matemáticos e das notações e formas de representação” (Delgado, 2013, p. 92).

Em suma, Delgado (2013) referindo Stylianides e Stylianides, salienta a importância significativa das tarefas matemática na aprendizagem dos alunos, embora “estas não predeterminam a qualidade da aprendizagem, estando esta qualidade associada, também, ao modo como o professor as explora na sala de aula” (p.66).

Capítulo III
Metodologia

Neste capítulo apresento a metodologia utilizada para o desenvolvimento desta investigação. Em primeiro lugar, refiro e justifico as opções metodológicas, em segundo, as técnicas de recolha de dados adotadas e, em terceiro, o processo de análise de dados. Por fim, descrevo, em traços gerais, o contexto onde decorreu o estudo e os principais contornos da intervenção pedagógica que concebi e concretizei.

3.1. Opções metodológicas – perspetiva geral

Numa investigação "é a natureza das questões formuladas que determina a natureza do objecto de estudo e dos dados a recolher" (Ponte, 2002, p. 14). Face ao objetivo e questões do meu estudo, considerei que o mais adequado seria enquadrá-lo num paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa de investigação.

O paradigma interpretativo interessa-se "pelo significado conferido pelos «actores» às acções nas quais se empenharam" (Erickson cit. por Lessard-Hébert, Goyette, & Boutin, 2005, p. 32). Assim, neste paradigma interpretativo, o significado assume uma importância decisiva. São os significados que os atores e aqueles que interagem com eles atribuem às ações que influenciam as interpretações, que levam o sujeito "a empreender determinadas ações" (Lessard-Hébert, Goyette, & Boutin, 2005, p. 40)

Considero que o estudo que realizei se insere no paradigma interpretativo, visto que pretendo compreender e analisar de que modo posso preparar e conduzir discussões coletivas orientadas para o ensino da subtração. Pretendo assim, analisar e refletir sobre as minhas práticas, o que remete para a sua descrição, interpretação, problematização e reconstrução. Esta atividade não é possível sem me debruçar sobre os significados que atribuo às minhas ações e sem tentar descortinar os significados subjacentes ao que os alunos com quem trabalhei disseram e fizeram.

A investigação qualitativa, também designada por naturalista, ocorre num contexto natural e o investigador " frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 17).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa possui cinco caraterísticas principais:

(1) "a fonte direta de dados é o ambiente natural"(p.47): o investigador insere-se num determinado contexto e recorre a várias técnicas para recolher a informação que necessita;

(2) é "descritiva" (p.48): os investigadores qualitativos analisam ao pormenor os dados recolhidos sobre o objeto de estudo com o objetivo de compreenderem todas as informações recolhidas;

(3) Os investigadores "interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (p.49);

(4) Os dados são analisados "de forma indutiva" (p.50), com o objetivo de construir uma "teoria fundamentada" (Glaser e Strauss cit. pot Bogdan & Biklen, 1994, p.50);

(5) "O significado é de importância vital" (p.50), ou seja, o significado é fundamental para o investigador compreender as ações de sujeitos num determinado contexto.

As investigações qualitativas são abundantes em dados "ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas (Bogdan & Biklen, 1994, p. 16). São adequadas quando as questões de investigação requerem compreender a complexidade de fenómenos e se privilegia "a compreensão dos comportamentos a partir da perspetiva dos sujeitos da investigação" (idem).

Considero que o meu estudo se enquadra numa abordagem qualitativa de investigação, pois a sala de aula da turma do 2º ano em que estagiei foi a fonte direta de dados, ou seja os dados foram recolhidos num ambiente natural. Para além disto, os dados provêm de vídeo-gravações de aulas que lecionei, produções de alunos e documentos pessoais (planificações e notas de campo), isto é são dados ricos em pormenores. No seu conjunto, estes dados são fulcrais para analisar as minhas práticas letivas associadas à preparação e condução de discussões coletivas focadas na aprendizagem da subtração.

O estudo que realizei constitui uma investigação sobre a minha prática. Segundo Ponte (2002) a investigação dos professores sobre a prática é uma atividade de pesquisa intencional e sistemática sobre a própria prática que pressupõe a identificação de um problema. Este autor sublinha que "a investigação é um processo privilegiado de construção do conhecimento " (p.3) e, portanto, quando se foca sobre a própria prática acaba por ser bastante benéfica para o desenvolvimento profissional de quem nela se envolve. Este tipo de investigação pode ter dois tipos principais de objetivos: o docente pode pretender “alterar algum aspecto da prática” (Ponte, 2002, p. 3) ou procurar “compreender a natureza dos problemas que afectam essa mesma prática” (idem) e definir uma estratégia de ação. O estudo que desenvolvi, é orientado pelo primeiro destes objetivos, ou seja, procura “compreender a natureza dos problemas”- como conduzir discussões coletivas - *perceber* qual a melhor estratégia para lidar com eles.

Por último, esta investigação pode ser perspetivada como um estudo de caso, porque “envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o “caso”” (Coutinho, 2015, p. 335) Neste estudo, o “caso” são as minhas práticas de preparação e condução de discussões coletivas orientadas para o ensino da subtração. Seguindo a classificação dos tipos de estudo de caso proposta por Stake (1994), este estudo de caso é instrumental. No estudo de caso instrumental, o caso desempenha um papel de apoio para a compreensão de outros fenómenos, ou seja, um caso é examinado para proporcionar conhecimento sobre algo mais amplo (p.237).

3.2. Técnicas de recolha de dados

Tipicamente, numa abordagem qualitativa de investigação, os dados podem ser recolhidos através de três técnicas: “o inquérito, que pode tomar uma forma oral (entrevista) ou escrita (questionário) ”; a recolha documental e a observação participante (De Bruyne et al cit. por Lessard-Hébert, Goyette, & Boutin, 2005, p. 143). A observação participante varia num extremo que vai do observador enquanto espetador ao participante completo (Patton, 2002, p. 265).

Como referi anteriormente, realizei um estudo de caso. Ora num estudo de caso, é importante que o investigador recorra a “fontes múltiplas de dados e a métodos de recolha muito diversificados” (Coutinho, 2015, p. 336). Face ao objetivo e questões do estudo, recolhi dados através de duas técnicas: a observação participante, predominando o polo da participação, e a recolha documental. A tabela 2 apresenta a forma como os dados foram recolhidos tendo em conta as duas técnicas utilizadas.

Tabela 2 - Recolha de dados: métodos, fontes e formas de registo.

Técnicas	Fontes Principais	Formas de Registo	Material empírico - textos
Observação participante	• Aulas visando a exploração das tarefas 1-6	• Gravação áudio e vídeo das aulas;	• Notas de campo; • Transcrição das gravações áudio e vídeo.
Recolha documental	• Alunos • Investigadora • Professora cooperante	-	• Materiais de apoio à preparação das aulas; • Produções dos alunos; • Planificação geral do agrupamento.

3.2.1. Observação participante

A observação tem como objetivo "observar e registar da forma mais objetiva possível e em interpretar depois os dados recolhidos" (Bell, 1997, p. 143). Esta perspetiva é consistente com o que refere Afonso (2004) a propósito da observação participante. Para este autor trata-se de uma técnica de recolha de "dados fidedigna em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos" (p. 98). Os produtos empíricos obtidos através de observação são registados em diversos tipos de textos ou registos áudio e vídeo.

Como referi anteriormente, uma das técnicas de recolha de dados no âmbito das abordagens qualitativas de investigação é a observação participante. Segundo Lessard-Hébert, Goyette e Boutin (2005) trata-se de uma técnica em que "a interacção observador-observado está ao serviço da observação; ela tem por objetivo recolher os dados (sobre ações, opiniões ou perspetivas) aos quais um observador exterior não teria acesso" (p.155). O nível de participação do observador participante pode ser ativa ou passiva (Lessard-Hébert, Goyette, & Boutin, 2005). Na participação ativa os dados são registados pelo observador "após o período de observação" (p. 156) enquanto na participação passiva o observador "os pode registar durante esse período" (idem). Tendo em conta esta perspetiva, o presente estudo insere-se numa observação participante ativa visto que muitos dos dados (por exemplo, transcrições de aulas) foram registados após o período de observação.

As notas de campo surgem aqui como uma forma de registar os dados qualitativos provenientes da observação participante ativa, sendo os relatos escritos "daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 150). No estudo que realizei, as notas de campo foram elaboradas após cada uma das aulas da intervenção pedagógica e o mais próximo possível da localização temporal dessas aulas (próprio dia).

Na elaboração destas notas preocupei-me em "registar objetivamente os detalhes do que ocorreu no campo"(Bogdan & Biklen, 1994, p.152) tendo como principais preocupações "descrever os diversos elementos concretos da situação" (Lessard-Hébert, Goyette, & Boutin, 2005, p. 158). As aulas onde foram exploradas as tarefas 1-6 foram gravadas em suporte áudio e vídeo - tendo sido solicitada a autorização dos encarregados de educação para este fim (anexo 1) - e transcrevi extratos de algumas gravações. As transcrições das gravações referentes às aulas 4, 5 e 6 foram elaboradas quase na íntegra, tendo tido cuidado em registar, com a maior fidelidade possível, o discurso dos intervenientes. A forma minuciosa como foram transcritas teve como objetivo ajudar-me a reviver as aulas. Preocupei-me em registar, com o máximo de pormenores possível, tanto o discurso oral como aspetos da comunicação não-verbal. Procurei incluir nas transcrições pormenores que dessem sentido ao discurso dos alunos, como, por exemplo, as pausas que faziam após uma pergunta, as interações entre os elementos dos grupos e a direção do olhar quando se encontravam a apresentar.

3.2.2. Recolha documental

"Textos escritos pelos sujeitos" enquadram-se no que Bogdan e Biklen (1994, p. 176) designam por recolha documental. Documentos escritos na primeira pessoa são fontes importantes de dados, pois permitem contactar com o modo como os sujeitos envolvidos numa investigação veem as situações.

Como referem Bogdan e Biklen (1994), "os materiais que os sujeitos escrevem por si próprios também são usados como dados" (p. 176). Neste âmbito, a recolha documental que fiz incidiu em produções dos alunos (estratégias de resolução das tarefas 1-6) e nos materiais de apoio à preparação das aulas (planificações, grelhas de registo das estratégias de resolução, antecipação das estratégias de resolução dos alunos, inventariação de possíveis dificuldades e formas de lidar com elas e enunciados das tarefas).

3.3. Análise de dados

A análise de dados é,

> o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205)

Esta análise, a par da interpretação dos dados, remete para "a utilização dos mesmos para responder às questões da investigação" (Tuckman, 2000, p. 527). Analisar dados envolve organizá-los, sintetizá-los, descobrir padrões e identificar os aspetos mais importantes, com o objetivo de selecionar o que vai ser apresentado a outros (Bogdan & Biklen, 1994).

Uma técnica de análise de dados bastante comum em investigação qualitativa é a análise de conteúdo. Como refere Bardin (1977, cit. Henry e Moscovici), "tudo o que é dito ou escrito é susceptível de ser submetido a uma análise de conteúdo" (p. 117).

A análise de conteúdo é "um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens" (Bardin, 1977, p. 38). Neste tipo de análise o investigador "tira partido do tratamento das mensagens que manipula, para inferir (deduzir de maneira lógica) conhecimentos sobre o emissor da mensagem ou sobre o seu meio, por exemplo" (Bardin, 1977, p. 39)

Tendo em conta o objetivo e questões da minha investigação, optei por realizar uma análise de conteúdo qualitativa orientada por categorias temáticas. Categorias "são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (…) sob um título genérico, agrupamento esse efectuado em razão dos caracteres comuns destes elementos" (Bardin, 1977, p. 117). Bardin (1977), refere que se está na presença de categorias temáticas se o critério de categorização for semântico.

As categorias temáticas neste estudo foram definidas tendo em conta o problema de investigação, as leituras que fui fazendo – quer sobre discussões coletivas quer sobre o ensino e aprendizagem da subtração – e o que Bardin (1977) designa por leitura flutuante dos dados. A leitura "*flutuante*" dos dados baseia-se "numa leitura intuitiva, muito aberta a todas as ideias, reflexões, hipóteses, numa espécie de «*brain-storming*» individual" (Bardin, 1977, p. 75).

O processo de análise dos dados que recolhi teve três fases. A primeira fase ocorreu ao mesmo tempo que a recolha de dados. Esta fase, caraterizada mais pela ação do que pela investigação, consistiu na recolha das planificações das aulas, das produções do alunos e na elaboração de notas de campos.

Concluída a recolha de dados, iniciei a segunda fase da análise. Esta fase consistiu numa leitura flutuante (Bardin, 1977) das transcrições das gravações áudio e vídeo das aulas onde as tarefas foram exploradas, de forma a poder criar um conjunto de categorias para uma análise de conteúdo mais aprofundada. Simultaneamente, nesta fase procurei transcrever episódios das aulas que pudessem ilustrar o modo como foi concretizada a intervenção pedagógica e compreender quais as tarefas mais ricas face ao objetivo do estudo.

Neste âmbito foram criadas as seguintes categorias: (i) Preparação das discussões - o que fiz antes das aulas? (elaboração das tarefas; antecipação das possíveis estratégias de resolução dos alunos, dificuldades que surgissem e modos de lidar com as mesmas) e o que fiz durante as aulas? (apresentação da tarefa; monitorização do trabalho autónomo; justificação da seleção e sequenciação das estratégias de resolução) (ii) condução da discussão – incidindo sobre as minhas ações e intenções e (iii) os desafios com que lidei na preparação e na condução de discussões coletivas.

Tendo em conta as categorias definidas, revisitei as transcrições e vídeos referentes às aulas onde foram exploradas as tarefas com o objetivo de selecionar as que deveriam ser analisadas com maior profundidade. Das seis tarefas propostas optei por analisar apenas três: a tarefa 4, 5 e 6. Em primeiro lugar, considerei que estas tarefas evidenciavam não só o progresso dos alunos como o meu. A partir da quarta tarefa proposta, notou-se que os alunos começavam a compreender o que se esperava que fizessem, existindo um maior envolvimento no processo de resolução das tarefas e uma maior participação durante as discussões coletivas. Para além disso, a minha intervenção mostrava um maior conhecimento das fases da aula, bem como um aumento da segurança na tomada de decisões, havendo mais dados para analisar a minha prática. O facto de ter gravações em suporte áudio e vídeo destas tarefas, permitiu ter dados ricos para a análise: as minha interações com os alunos e a turma em todas as fases da aula e a captação de diálogos durante o trabalho autónomo.

A terceira fase da análise teve como objetivo principal redigir o capítulo referente à análise de dados.

3.4. Intervenção pedagógica

Esta secção encontra-se organizada em duas subsecções. Primeiramente, começo por caraterizar o contexto em que desenvolvi o estudo e, em seguida, apresento um panorama geral da intervenção pedagógica realizada durante o estágio.

3.4.1. Contexto do estudo: A escola e a turma

No âmbito do desenvolvimento do projeto de investigação, concebi e concretizei uma intervenção pedagógica orientada para a aprendizagem da subtração numa turma do 2.º ano de escolaridade de uma escola do 1º Ciclo do Ensino Básico do distrito de Setúbal.

A escola em que realizei o estágio situa-se num local onde a multiculturalidade é predominante, estando inserida no Programa TEIP (Territórios Educativos de Intervenção Prioritária) que é um programa de intervenção que dá autonomia à escola para utilizarem as verbas no combate ao abandono escolar e à violência, em ações e intervenções organizadas e elaboradas na escola (DGE, 2013-2017). A escola é constituída por duas salas de ensino pré-escolar e treze turmas do 1º CEB. Tem um espaço exterior amplo, com alguns equipamentos lúdicos, bancos e um campo de jogos de futebol com todos os equipamentos renovados.

A turma do 2º ano era constituída por vinte alunos com idades compreendidas entre os sete e os oito anos, sendo onze do género masculino e nove do feminino. Uma das alunas está assinalada como tendo Necessidades Educativas Especiais e dois dos alunos ficaram retidos no ano letivo 2013/2014 por terem atingido o limite de faltas injustificadas. No Projeto Grémio encontram-se integrados seis alunos que, três vezes por semana, têm o apoio de uma professora pertencente a este projeto. Relativamente ao comportamento, a turma

> é constituída por um grande número de alunos (onze) com fraco poder de concentração e muito imaturos. (…) São crianças que necessitam de rever constantemente as regras de funcionamento de sala de aula, sendo que algumas delas apresentam comportamentos de falta de educação. *(Plano de Turma, 2015/2016, p. 4)*

Segundo a professora cooperante, no que concerne à disciplina de Matemática, os alunos sentem dificuldade em acompanhar os conteúdos trabalhados. Esta dificuldade revelou-se nos resultados obtidos nas fichas de avaliação desta área curricular. Houve apenas 53% de classificações positivas, o que revela uma percentagem muito elevada de insucesso no que diz respeito à aprendizagem da Matemática. As suas principais dificuldades são:

> a dificuldade na interpretação de enunciados, a falta de vocabulário, a falta de capacidade de abstração, problemas de raciocínio lógico matemático, a extensão e a complexidade do programa poderão justificar o insucesso de cerca de metade da turma. *(Plano de Turma, 2015/2016, p. 6)*

No início do estágio, mais especificamente na semana de observação, constatei que a atividade matemática dos alunos se centrava na resolução de tarefas do manual escolar que, habitualmente, eram resolvidas individualmente. Posteriormente, as tarefas eram corrigidas pela professora titular de turma e por mim e pela minha colega de estágio. Os alunos nunca tinham explorado tarefas matemáticas em grupo nem realizado discussões coletivas centradas nas diferentes estratégias de resolução.

3.4.2. O ensino da subtração: práticas de preparação e lecionação das aulas

A intervenção pedagógica orientada para o ensino da subtração decorreu entre 9 de novembro e 15 de dezembro de 2015. Uma vez por semana levei para a sala de aula tarefas matemáticas relacionadas com a aprendizagem da subtração, que procurei que fossem problemas. A tabela 3 mostra o tempo dedicado à exploração de cada uma das tarefas propostas, bem como os sentidos da subtração associados.

Tabela 3 - Calendarização das aulas e sentidos da subtração envolvidos em cada tarefa.

Tarefas	**Data de exploração da tarefa**	**Sigla usada para designar a tarefa**	**Sentidos da Subtração**	**Tempo dedicado à exploração da tarefa**
Tarefa 1 – "Olha as castanhas quentes e boas!" • 4 problemas	9/11/2015	TCQB	• Retirar; • Completar.	2 Horas
Tarefa 2 – "As retas numéricas são nossas amigas" • 3 problemas	16/11/2015	TRN	• Retirar; • Completar.	1 Hora e 30 minutos
Tarefa 3 – "O dado da subtração" • 1 problema	18/11/2015	TDS	• Retirar.	45 Minutos
Tarefa 4 – "Invizimals à solta" • 4 problemas	23/11/2015	TIS	• Retirar; • Comparar (diferença desconhecida); • Completar.	1 Hora e 40 minutos
Tarefa 5 – "A fábrica de brinquedos" • 3 problemas	9/12/2015	TFB	• Completar; • Comparar (diferença desconhecida).	1 Hora e 20 minutos
Tarefa 6 – "A primeira prenda do Pai Natal" • 3 problemas	15/12/2015	TPPN	• Comparar (diferença desconhecida); • Completar; • Comparar (referente desconhecido).	1 Hora e 40 minutos

Analisando a tabela 3 constata-se que, no total, foram propostas seis tarefas que permitem trabalhar os vários sentidos da subtração. Tendo em conta o horário da turma, quatro tarefas foram exploradas às segundas-feiras da parte da manhã permitindo que, quando os períodos de discussão coletiva se prolongavam, houvesse a oportunidade de continuar no período da tarde. As outras duas foram resolvidas à quarta-feira, no bloco de Matemática da parte da tarde.

As aulas em que foram exploradas as tarefas foram organizadas em três partes principais: (1) introdução da tarefa, (2) realização da tarefa pelos alunos em trabalho autónomo e (3) discussão/sistematização.

Antes de propor uma tarefa à turma, averiguava quais os temas que eram abordados em contexto letivo, quais os interesses dos alunos e qual a melhor forma de idealizar tarefas que os motivassem. Procurei criar tarefas estimulantes, com temas conhecidos pelos alunos e pelos quais os mesmos se interessassem.

A preparação pormenorizada das aulas demonstrou ser uma prática fulcral para a boa gestão da prática letiva. Antes de cada aula, antecipava as possíveis resoluções dos alunos para cada problema, as dificuldades que poderiam surgir e de que forma poderia lidar com estas dificuldades. Para facilitar a monitorização do trabalho autónomo dos alunos, construía uma grelha onde registava os nomes dos elementos de cada grupo, quais as estratégias de resolução utilizadas, os aspetos positivos e negativos destas estratégias, as que seriam discutidas coletivamente e sua seriação (figura 2).

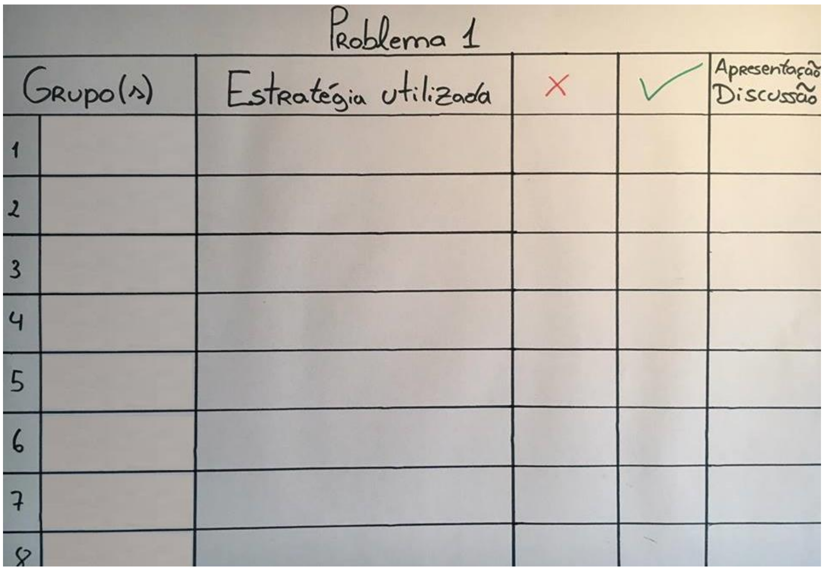


Figura 2 - Grelha de monitorização do trabalho autónomo

Na primeira aula expliquei aos alunos qual seria a forma de organização que iria adotar. Concretamente, referi: (1) que iriam ser divididos em pares/ trios; (2) que cada aluno iria receber o enunciado da tarefa e que, em grupo, deveriam resolver cada problema; (3) que iriam trabalham autonomamente e não necessitariam de solicitar apoio quando tivessem dúvidas porque iria circular por todos os grupos; (4) que, no final, iria ser realizada a discussão acerca do que foi feito. Procurei que os alunos trabalhassem sempre em pares, o que se veio a concretizar. Quando o número de alunos não o permitia, organizava-os em pares e/ou trios.

O episódio 1 ilustra a forma como foi realizada a referida explicação.

Episódio 1

1. **Eu:** A nossa aula de matemática vai ser assim: primeiro vamos ler um problema que eu tenho aqui para vos dar e para vocês colarem no vosso caderno e depois vamos tentar perceber o que está aqui escrito [*aponto para as folhas onde estão impressos os enunciados dos problemas*]. Depois de percebermos o que está aqui escrito sabem o que vão fazer? Vão trabalhar sozinhos, mas se tiverem dúvidas [*sou interrompida pela Margarida*]
2. **Margarida:** Se tivermos dúvidas podemos colocar o dedo no ar!
3. **Eu:** Não precisas de meter o dedo no ar, porque eu estou aqui [*desloco-me para a mesa que se encontra na outra ponta da sala*], passo para aqui [*volto a deslocar-me*] e passo por todos os grupos. Já todos escreveram os grupos, então agora vou dar o papel para vocês colarem no vosso caderno [*distribuo as folhas*].

   (*após a leitura e exploração do enunciado*)
4. **Cassandra:** Nós podemos fazer uma conta e depois responder.
5. **Eu:** Vocês podem fazer uma conta, podem fazer desenhos, podem fazer de cabeça, podem utilizar uma reta numérica, vocês têm tantas estratégias que podem utilizar.
6. **Margarida:** Também podemos utilizar os dedos.
7. **Eu:** Sim, mas depois há uma coisa muito importante.. vocês têm que me explicar como é que pensaram porque eu não adivinho.

   (*dou tempo para resolverem o problema*)
8. **Eu:** Enquanto vocês estavam a trabalhar sozinhos eu andei de grupo em grupo a ver o que estavam a fazer. Escolhi 3 estratégias que vão ser escritas no quadro e explicadas pelos grupos que as fizeram e depois vamos discutir sobre as diferentes estratégias.

(TCQB$_1$[1])

A análise do episódio 1 evidencia que optei por explicar de uma forma faseada a organização da aula, permitindo que os alunos vivenciassem cada uma das fases em que nos encontrávamos e compreendessem as suas particularidades. Com os grupos organizados, passava para a primeira parte da aula: a introdução da tarefa. Como revela este episódio, inicialmente, preocupei-me com a compreensão do enunciado do problema (§1), salientando a importância de o entenderem. Além disso, pretendia que os alunos se apercebessem que havia abertura para recorrerem a diversas estratégias de resolução e a diversos tipos de representações (§5). Procurei, ainda, evidenciar a importância de explicarem a estratégia utilizada para que todos compreendessem o raciocínio (§7).

[1] TCQB$_1$ é a sigla adotada para designar o problema 1 das tarefas "Castanhas quentes e boas". Ao longo deste documento usarei as siglas que constam da tabela 1 para identificar as tarefas. A esta sigla serão justapostos números que correspondem aos usados nos problemas de cada tarefa.

A exploração do enunciado dos problemas foi um dos aspetos fundamentais desta fase inicial das aulas. O episódio 2 ilustra como, em geral, foi feita esta exploração.

<u>Episódio 2</u>

1. **Eu:** [*desloco-me ao quadro e desenho um castanheiro*] Esta árvore tinha 30 ouriços, mas com o vento, num dia de muita tempestade [*exemplifico com uma situação real*] na semana passada não esteve um dia de muito vento e chuva? [*os alunos confirmam*] Nesse dia, dos ouriços que estavam aqui [*aponto para a árvore*] caíram 19 ouriços para o chão. E o que é que eles querem saber? Quantos ouriços é que ainda estão na árvore. Quem é que quer explicar o que acabámos de ler? [*dou a palavra à Cassandra*].
2. **Cassandra:** Temos que resolver o problema porque se caíram 30 ouriços [*aponto para a árvore*] ai.. se tínhamos 30 ouriços e caíram 19 temos que somar.
3. **Eu:** Temos que somar?
4. **Margarida:** Temos que tirar!
5. **Catarina**: Subtrair.
6. **Eu:** E vamos tirar 19 a que número?
7. **Cassandra:** Ao 30.
8. **Eu:** Então o que é que nós sabemos? O castanheiro tinha quantos ouriços?
9. **Margarida e Cassandra:** 30.
10. **Eu:** Depois o que é que aconteceu?
11. **Margarida:** Caíram 19.
12. **Eu:** O que é que nós queremos saber?
13. **Margarida:** Quantos é que ficaram na árvore.

(TCQB$_1$)

Como se pode observar no episódio 2, procurei que os alunos compreendessem o enunciado do problema. Para o efeito, o mesmo foi explorado da mesma forma como são explorados os textos trabalhados nas aulas de Português, ou seja, seguindo a seguinte lógica: primeiro solicitava a um aluno que lesse o enunciado do problema; normalmente, nem todos os alunos conseguiam ouvir a leitura do colega ou acompanhar a mesma e, por esta razão, eu repetia a leitura do enunciado; depois pedia a outro aluno que explicasse o que foi lido (§2). Após a leitura e explicação do enunciado, colocava questões que visavam a atribuição de significados aos números envolvidos: "o que sabemos?" (§8;§10) e "o que queremos saber" (§12).

Consoante as respostas, voltávamos ao enunciado do problema e todos os alunos sublinhavam a informação de que precisavam para a resolução do problema (Episódio 3).

<u>Episódio 3</u>

1. **Eu:** Antes de começarmos, vamos ver quais são as informações que temos no enunciado. Sabemos que a Alice demora quanto tempo?

2. **Filipe:** Demora 45 minutos.
3. **Eu:** Agarrem no vosso lápis e sublinhem "A Alice demora 45 minutos"[*os alunos sublinham no enunciado*]. Depois sabemos que o João demora quanto tempo a chegar à escola?
4. **Ana:** 15 minutos.
5. **Eu:** Então vamos sublinhar "O João demora 15 minutos" [*os alunos sublinham*]. E o que é que nós queremos saber?
6. **Margarida:** [*lê o enunciado*] "Quanto tempo é que é que a Alice demora a mais do que o João a chegar à escola".

(TCQB$_1$)

Como o episódio 3 ilustra, optei por solicitar aos alunos que sublinhassem as frases que continham informação fundamental para a resolução do problema com o objetivo de destacar o que era essencial.

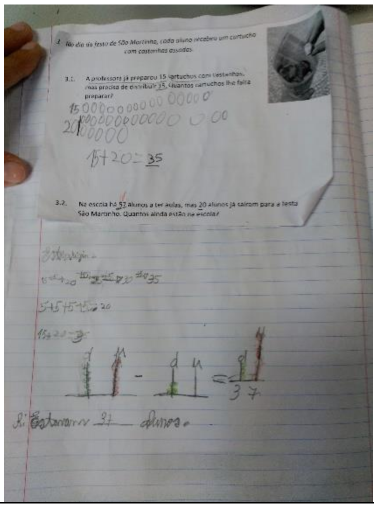
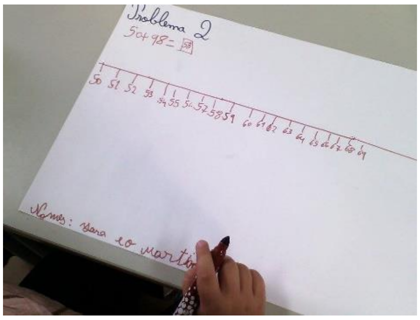
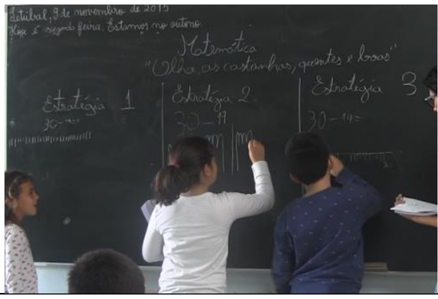
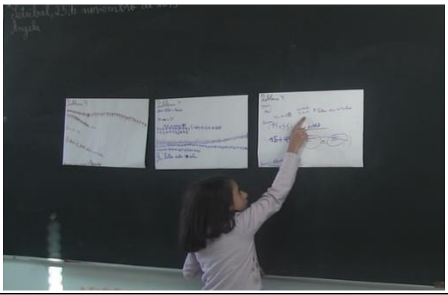
A segunda parte da aula destinava-se à resolução do problema. Os alunos, em grupo, resolviam autonomamente o problema e registavam nos cadernos as estratégias utilizadas. Após ter dado uns minutos para iniciarem a resolução, começava a monitorizar o trabalho realizado em cada grupo. Basicamente, observava se os alunos estavam a conseguir resolver o problema ou se estavam com dificuldades.

Durante a monitorização, registava na grelha referente às estratégias utilizadas pelos alunos e sequenciava 3 ou 4 estratégias para serem apresentadas e discutidas em coletivo.

Na terceira parte da aula, dividia o quadro consoante o número de estratégias a apresentar, e pedia aos grupos que escolhessem um elemento para ir ao quadro registar a sua estratégia após o que voltavam para os seus lugares. Posteriormente, solicitava ao representante da "Estratégia 1" que se deslocasse ao quadro e explicasse a estratégia e assim sucessivamente. Após todas as estratégias serem apresentadas era realizada a discussão coletiva e a sistematização.

A partir da tarefa 4, houve uma reestruturação de alguns aspetos das aulas. A tabela 4 mostra as principais alterações.

Tabela 4 - Reestruturação de aspetos das aulas

	Tarefa 1,2 e 3	Tarefa 4,5 e 6
Forma de Registo	• Enunciado do problema colado no caderno; • Estratégia registada no caderno. 	• Enunciado do problema colado no caderno; • Estratégia registada numa folha A3 com marcadores de ponta grossa. 
Apresentação	• Estratégias passadas do caderno para o quadro. 	• Estratégias coladas no quadro com Bostik. 

Analisando a tabela 4, constata-se que as alterações passaram pela forma como os alunos registavam as suas estratégias e como as que seriam objeto de apresentação e discussão eram tornadas visíveis para toda a turma.

Comecei a notar que os alunos demoravam muito tempo a colar os enunciados nos respetivos cadernos. Como as estratégias de resolução eram registadas nos cadernos, quando os alunos tinham que as apresentar demoravam muito tempo a passá-las para o quadro, fazendo com que os restantes colegas perdessem o interesse e a concentração. Para além disso, como todos os dados que precisava de reunir para uma futura análise estavam nos cadernos tinha que tirar fotografias aos mesmos, podendo esse tempo ser destinado a outro tipo de atividades, mais diretamente ligadas com a aprendizagem dos alunos. Outro fator que me fez refletir sobre a necessidade de alterar alguns aspetos, estava relacionado com a forma como registava o que se passava durante a aula. Utilizava apenas uma câmara de vídeo e um bloco de notas, acabando por perder conversas e comentários dos alunos que não eram captadas.

Para não continuar a perder muito tempo com o registo das estratégias no quadro, cada par/trio passou a receber uma folha branca A3 juntamente com um marcador de ponta grossa. Desta forma, as estratégias escolhidas apenas tinham que ser coladas no quadro com bostik e facilmente poderia levá-las comigo para futura análise. A escolha do marcador de ponta grossa tinha como objetivo tornar as estratégias mais visíveis pela globalidade da turma. Para a gravação de todos os momentos da aula, incluindo os dedicados ao trabalho autónomo, passei a utilizar um gravador áudio juntamente com a câmara de vídeo.

A partir da tarefa 5, os enunciados das tarefas começaram a incluir pequenas histórias alteradas consoante o objetivo do problema aumentando a complexidade do enunciado. A figura 3 ilustra a estratégia utilizada para facilitar a interpretação dos enunciados.

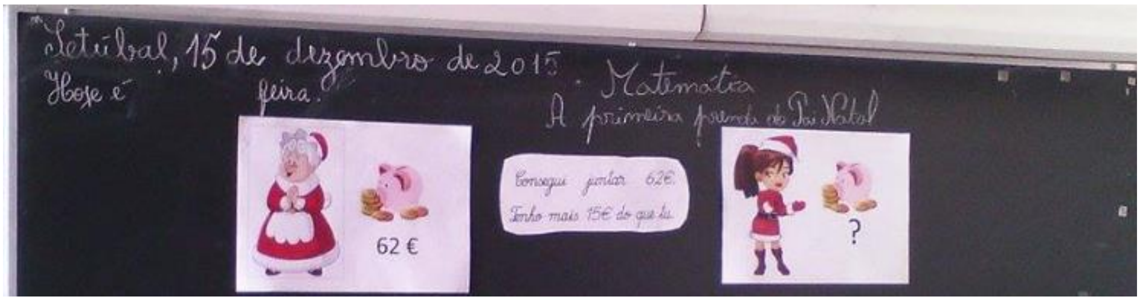


Figura 3 - Utilização de imagens para a compreensão do enunciado

Como os enunciados começaram a ser mais longos e, consequentemente, mais complexos comecei a utilizar imagens em tamanho A3, afixadas no quadro, para ajudar os alunos a compreenderem o problema. As imagens eram alusivas ao conteúdo dos enunciados, e destacavam os dados essenciais para a resolução dos problemas. A utilização de imagens foi uma estratégia que aumentou o nível de atenção e envolvimento dos alunos na resolução dos problemas propostos.

Ao longo da exploração das tarefas foram surgindo alguns desafios que me levaram a reajustar a minha prática de aula para aula. Inicialmente, quando os alunos trabalhavam a pares/trios, havia sempre um elemento que pensava no problema e o resolvia sozinho:

não aceitava a opinião dos outros colegas e que ditava o que iria ser feito. Desta forma, os outros elementos do grupo acabavam por não participar na resolução. Ao notar que isto acontecia de uma forma geral, comecei a reforçar com caráter sistemático, a importância do trabalho em grupo, tal como o episódio 4 e 5 procuram ilustrar.

Episódio 4

1. **Eu:** Vocês como vão trabalhar em grupos significa que entre vocês têm que se ajudar uns aos outros, têm que falar uns com os outros mas não vão gritar uns com os outros, pois não?
2. **Alguns alunos:** [*risos*] não!
3. **Eu:** Quando vocês perceberem que alguém do vosso grupo está com muita muita dificuldade, vocês ajudam.
4. **Cassandra:** Sim, eu ajudo ele [*aponta para o seu par*].
5. **Eu:** Isso mesmo. Vocês têm que se ajudar uns aos outros.
6. **Margarida:** Somos uma equipa!
7. **Cassandra:** Nas equipas ajudam-se uns aos outros.

(TCQB$_1$)

Episódio 5

1. **Eu:** Da outra vez, funcionámos em grupos não foi? Mas houve grupos que não souberam funcionar como um grupo. Se vocês estão a trabalhar com outros amigos, significa que têm que deixar os outros falarem, darem ideias, deixarem os outros amigos dizerem se concordam ou não com a vossa ideia, vocês têm que falar uns com os outros.

(TRN$_1$)

Assim, antes de se iniciar o momento de trabalho autónomo, reforçava a importância do trabalho em grupo e no que consistia, mostrando-lhes que estava atenta ao que se passava em cada grupo e o que tinha que ser alterado.

A monitorização do trabalho autónomo dos alunos revelou-se um desafio. Quando me apercebia que haviam alunos que não estavam a compreender como poderiam resolver o problema ou estavam a resolvê-lo erradamente, aproximava-me dos mesmos e auxiliava-os. Muitas das vezes as dúvidas eram bastante específicas, fazendo com que tivesse a necessidade de rever os passos com eles e orientá-los para a resolução. Para conseguir ajudá-los tinha que pensar na melhor forma de o fazer, sem os substituir na atividade matemática em que pretendia que se envolvessem, tal como ilustra o episódio 6.

Episódio 6

1. **Eu**: Como chegaram a este resultado?
2. **Margarida**: Usámos as mãos.
3. **Eu**: Mas como?
4. **Margarida**: Levantámos as mãos e contámos.
5. **Eu**: Como fizeram isso?
6. **Margarida**: Foi assim. Igor e Raíssa levantem as mãos [*levantam as mãos*]. Nós sabíamos que duas mãos valem 10, então as mãos da Raíssa são 10, as do Igor 20 e as minhas 30.
7. **Eu**: Mas como chegaram ao 11?
8. **Margarida**: A Raíssa baixou 10 e o Igor 9.
9. **Eu**: Mostrem-me lá.
10. **Margarida**: [*vira-se para os colegas e pede-lhes*] Raíssa baixa 10 e Igor baixa 9. E contámos os dedos que não baixámos. Onze.
11. **Eu**: O que vocês utilizaram para chegarem à resposta?
12. **Margarida**: As mãos.
13. **Eu**: E como é que podemos saber que utilizaram as mãos?
14. **Margarida**: Podemos desenhar!

(TCQB$_1$)

A análise do episódio 6 permite evidenciar que as questões eram improvisadas no momento face ao que ouvia, mas procurando não definir o percurso que os alunos escolheram seguir. A monitorização do trabalho autónomo passava, também, por compreender as estratégias utilizadas pelos alunos e analisar se os mesmos estavam a registá-las da melhor forma. Para compreender como tinham pensado, aproximava-me dos alunos e pedia-lhes que me explicassem o que tinham feito, colocando questões para os ajudar (§1; §3; §5). Quando ocorreu a situação ilustrada no episódio 7, apercebi-me que os alunos estavam a utilizar as mãos para efetuarem a contagem. Por isso, considerei relevante focá-los nesse mesmo aspeto (§11). Além disso, procurei fazê-los entender que era importante que outros pudessem conhecer a estratégia que tinham usado tentando, através da questão que coloquei (§13), que se empenhassem na descoberta de uma forma de registo, o que veio a acontecer (§14).

Durante as fases dedicadas às discussões coletivas destacou-se um outro desafio. Os alunos tinham dificuldade em explicar as suas estratégias, a conseguir verbalizar os passos que seguiram para resolver os problemas. Com frequência limitavam-se a dizer o que era observável no registo apresentado. O episódio 7 ilustra as questões que coloquei para ajudar o aluno a explicar o que tinha feito.

Episódio 7

1. **Eu:** Como pensaram para chegarem ao 27?
2. **João:** Fizemos a conta.

3. **Eu:** Como?
4. **João:** Com a cabeça.
5. **Eu:** Como é que a vossa cabeça pensou?
6. **João:** Ao 5 tirámos 2 [*aponta para os algarismos correspondentes às dezenas dos números 57 e 20*] e juntámos o 7 [*correspondente às unidades*]

(TCQB3)

Como os alunos não registavam de forma pormenorizada como tinham resolvido o problema, tinha que colocar questões que permitissem aos colegas compreender o que o grupo que estava a apresentar tinha feito. Neste caso, este par apenas registou na folha a operação “57-30= 27” e, por isso, no momento da apresentação foi apenas o que referiu. Para se tornar mais clara a apresentação e, ao mesmo tempo, ajudá-los a compreender que fizeram muito mais do que o registo da operação, coloquei questões de inquirição (§1;§3;§5) que os levaram à explicação pretendida (§6).

A gestão do tempo foi um dos grandes desafios. A dinâmica de aulas com caraterísticas daquelas que procurei lecionar, implica um grande grau de envolvimento da parte dos alunos e do professor, fazendo com que o tempo passe demasiado depressa. Muitas vezes, a sistematização das estratégias discutidas acabava por ser realizada no dia a seguir, por não haver tempo. Inicialmente, perdia-se tempo na colagem dos problemas no caderno, na resolução no caderno e a passar a estratégia do caderno para o quadro. Por ser uma metodologia de trabalho diferente, os alunos precisavam de tempo para a compreender e agirem de acordo com o desejado. Era, também, algo novo para mim. Levava mais tempo a ouvir os alunos, a registar o que observava e a tomar decisões do que levaria se esta novidade não existisse. Depois das duas primeiras aulas, comecei a ter mais atenção ao tempo, a olhar para as horas e a organizar melhor o tempo que dispunha, de forma a tornar rentável todas as fases da aula.

Capítulo IV
Análise de dados

O presente capítulo foca-se na apresentação e análise dos dados relativos às três últimas tarefas exploradas no âmbito da intervenção pedagógica. Estas tarefas foram selecionadas pelo facto de terem dados mais ricos tendo em conta o objetivo da investigação. Com efeito, a partir da antepenúltima tarefa a participação dos alunos durante as discussões coletivas começou a ser mais acentuada. Este facto, por um lado, é indiciador da existência de uma maior compreensão da dinâmica que pretendia que existisse. Por outro lado, embora a minha familiaridade com esta dinâmica fosse maior, a complexidade do meu trabalho aumentou.

Está organizado em três secções principais. O título de cada uma corresponde ao que atribuí às três tarefas referidas: "Invizimals à solta" (tarefa 4), "A fábrica de brinquedos" (tarefa 5) e "A primeira prenda do Pai Natal" (tarefa 6). Cada um destas secções está estruturada em quatro subsecções. Na primeira, apresento a tarefa fundamentando a razão de ser dos seus aspetos essenciais A segunda, intitulada "Preparação das Discussões", tem duas partes: começo por apresentar a análise de aspetos associados à preparação das aulas para, em seguida, me focar na atividade desenvolvida nas aulas antes de se iniciarem as discussões coletivas. Na terceira secção, analiso a condução destas discussões centrando-me nas minhas ações e intenções. Na quarta analiso os desafios principais com que lidei.

4.1. Explorando a tarefa "Invizimals à solta"

A tarefa "Invizimals à solta" foi concebida tendo em conta os interesses do grupo de alunos. Durante o período de estágio, era recorrente observá-los a jogarem com cartas de Invizimals, pediam-me para os ajudar a ler o nome das criaturas míticas que aí apareciam e explicavam-me o porquê de umas serem mais poderosas do que outras. Estas observações levaram-me a constatar que construir uma tarefa que envolvesse os "Invizimals" poderia ser apelativa para os alunos.

A tarefa é constituída por quatro problemas (anexo 2) em que os números envolvidos são múltiplos de 5 e de 10 e números vizinhos destes múltiplos. Escolhi-os por serem números de referência para os alunos ou estarem perto deles. Com os quatro problemas propostos pretendi que os alunos encontrassem estratégias de resolução para tarefas associadas aos diferentes sentidos da subtração: o sentido retirar (problema 1 e 4); o sentido comparar com diferença desconhecida (problema 2) e o sentido completar (problema 3).

A estrutura da tarefa foi planeada com o objetivo de favorecer a possibilidade dos alunos utilizarem diversas estratégias. Além disso, utilizei números cuja diferença é significativamente maior do que os usados nas tarefas anteriores, com o objetivo de impulsionar um progressivo afastamento da representação pictórica. Pretendia que os alunos usassem estratégias simbólicas recorrendo nomeadamente à reta numérica e ao ábaco móvel[2].

4.1.1. Preparação da discussão

a. O que fiz antes das aulas?

Antes das aulas, tive como principais preocupações a antecipação das resoluções dos alunos, das dúvidas/dificuldades que poderiam surgir e de como é que poderia lidar com elas. Com esta preparação prévia, delineava, de uma forma provisória, quais as ideias matemáticas que poderiam ser partilhadas durante as discussões e quais os aspetos que deveriam ser focados durante a sistematização. Esta prática globaliza a preparação de todas as aulas, incluindo aqui aquelas em que foram exploradas as tarefas 5 e 6.

Para a tarefa dos Invizimals imprimi o enunciado para todos os alunos e, antecipadamente, em folhas A3, registei o número de cada problema. Assim, as folhas estavam devidamente preparadas para o registo das resoluções, sendo apenas necessário que cada grupo escrevesse o nome dos elementos constituintes. Este aspeto manteve-se na exploração das tarefas 5 e 6.

A figura 4 ilustra um excerto da planificação da aula onde constam as estratégias de resolução que inventariei para os quatro problemas da tarefa *Invizimals à Solta* bem como as designações que usei para as nomear. Importa destacar que estas designações são, intencionalmente, curtas para que fosse mais simples registá-las nas tabelas que

[2] Material manipulável construído em contexto de estágio, semelhante à estrutura do ábaco vertical. Havia um ábaco para cada aluno e podiam utilizá-lo sempre que necessitavam.

concebi para monitorizar a atividade dos alunos no decurso da resolução autónoma dos problemas (apresentarei um exemplo destas tabelas na subsecção intitulada “O que fiz durante as aulas?”), pelo que não podem ser interpretadas literalmente como representando estratégias de cálculo. Por exemplo, na figura 4, a designação “Utilização do ábaco” significa que a estratégia de cálculo utilizada é a decomposição dos números nas suas ordens de grandeza e sua posterior subtração tendo como modelo de apoio o ábaco vertical. De igual modo, a designação “Representação pictórica” quer dizer que a estratégia de cálculo é a contagem de um em um tendo por apoio ícones (tracinhos) que representam os números envolvidos no cálculo. Como ilustra a figura 4, quando a estratégia de cálculo é “por saltos” tendo por modelo de apoio a reta numérica, uso uma designação que, em primeiro lugar, indica este modelo e, em segundo, o tipo de saltos.

Em qualquer das tarefas propostas, o que procurei fazer para designar as estratégias de resolução dos problemas foi usar palavras que me ajudassem a reter o essencial de cada tipo de estratégia no que se refere ao processo de cálculo previsto por mim ou usado pelos alunos e aos modelos de apoio ao cálculo que, eventualmente, pudessem ser usados.

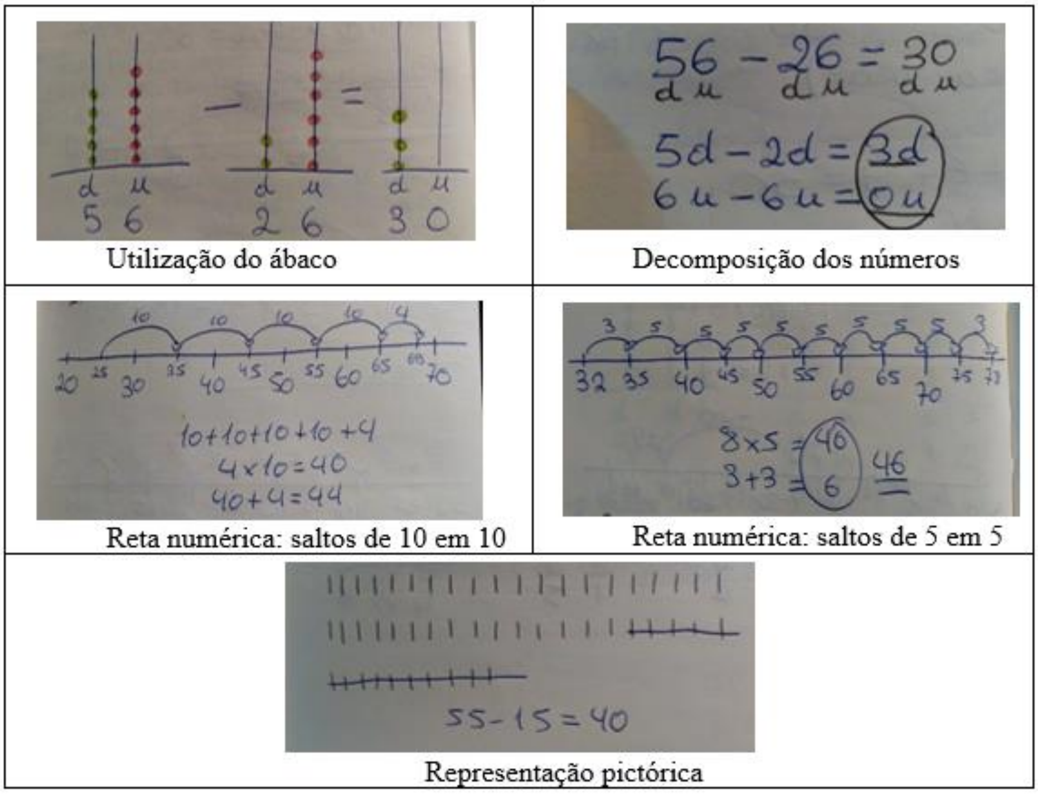


Figura 4 - Extrato da planificação da aula: antecipação das estratégias dos alunos (TIS)

Tendo em conta as estratégias utilizadas pelos alunos em tarefas anteriores, apercebi-me que algumas delas eram recorrentes. Por isso, para esta tarefa antecipei as que eram habitualmente utilizadas: representação pictórica e recurso à reta numérica.

Além disso, a utilização do ábaco e a decomposição dos números tendo em conta o valor posicional dos algarismos, são estratégias que considerei que alguns alunos podiam adotar. Com efeito, as observações que fiz em aulas anteriores, mostraram-me que havia crianças que tentavam desafiar-se a si próprias usando estratégias com as quais não estavam tão familiarizadas.

Depois de ter pensado em possíveis estratégias, refleti acerca das dificuldades que poderiam surgir. A figura 5 ilustra um excerto da planificação onde constam as dificuldades previstas e a forma como poderia lidar com as mesmas.

Dificuldades previstas		**Como resolver as dificuldades?**
1	Os alunos poderão sentir dificuldade no momento em que terão que selecionar a estratégia mais adequada.	Atribuir significado aos números de cada enunciado.
2	O registo não evidenciar o raciocínio.	Quando for visível a dificuldade no registo, apoiar diretamente o grupo.
3	Utilização da adição (sentido juntar).	Evidenciar que a adição pode ser utilizada sem ser no seu sentido de juntar.
4	Utilização da representação pictórica como forma de evitar outras estratégias consideradas mais difíceis.	Quando os alunos mostrarem resistência em utilizar outras estratégias, mostrar que nem sempre a representação pictórica pode ser útil; aconselhar o uso da reta numérica e do ábaco.

Figura 5 - Extrato da planificação da aula: antecipação das dificuldades dos alunos (TIS)

Considerei que, inicialmente, os alunos poderiam não atribuir significado aos números existentes no enunciado e não conseguir estabelecer um objetivo para a resolução do problema. Desta forma, acabariam por sentir dúvidas relativamente à escolha da estratégia. Ao observar estas situações, o meu papel passaria por explorar o enunciado do problema, utilizando o questionamento para focalizar a sua atenção em determinados aspetos: "O que é nós já sabemos?" e "O que é que queremos saber?".

Outra dificuldade estava relacionada com o registo da estratégia utilizada. Os alunos tinham tendência a afirmar que resolveram o problema "com a cabeça", acabando por não explicitar o raciocínio envolvido nem como o registar. Nesta situação, decidi que apoiaria diretamente os grupos, revendo oralmente os passos dados para a resolução do problema e comparando com o que estava escrito na folha de registo[3]. Desta forma, optei por primeiro ouvir com atenção as ideias dos alunos e, se a dúvida persistisse, fornecer-

[3] Folha utilizada pelos alunos para registarem a resolução do problema.

lhes um modelo de apoio ao cálculo: por exemplo, se tivessem usado o ábaco diria para o desenharem.

A utilização da adição como forma de resolver os problemas de subtração sugeridos era frequente, talvez porque fosse a operação com a qual os alunos estavam mais familiarizados. Em problemas de subtração, pode usar-se uma estratégia aditiva para descobrir quanto falta para chegarmos ao resultado pretendido, por exemplo: 32 + __ = 78. Neste sentido, se me apercebesse que os alunos estavam a utilizar a adição no sentido de juntar os dois números envolvidos na resolução do problema (78 + 32), procuraria que problematizassem esta forma de pensar de forma a concluírem que, por esta via, não conseguiriam encontrar uma resposta correta. Além disso, tentaria não os desviar da estratégia aditiva que estavam a usar colocando-lhes perguntas do tipo: "Quanto é que falta ao número 32 para que o total seja 78?".

Sabia que, de uma forma geral, os alunos tentavam resolver os problemas propostos recorrendo a representações pictóricas e à contagem. Esta opção poderia ser uma maneira de evitarem utilizar estratégias nas quais sentiam dificuldade.

Em aulas anteriores, permitia que os alunos utilizassem esta forma de resolução, optando por questioná-los com o objetivo de os fazer pensar sobre os aspetos negativos desta estratégia. Aos grupos que a utilizavam de forma recorrente sugeria que recorressem à reta numérica ou à utilização do ábaco, para que pudessem lidar com as dificuldades e perceber como as contornar.

b. O que fiz durante as aulas?

Durante as aulas foquei-me na apresentação da tarefa, na monitorização do trabalho autónomo dos alunos e na identificação de critérios para selecionar e sequenciar as estratégias a serem apresentadas à turma. Estes aspetos mantiveram-se nas aulas onde foram exploradas as tarefas 5 e 6.

No caso da tarefa "Invizimals à solta", antes de a dar a conhecer à turma realcei a importância do trabalho a pares: "**Eu:** Quando trabalham a pares têm que falar um com o outro, mostrar como estão a pensar, explicar a vossa ideia para que vocês consigam aprender uns com os outros." (TIS_1).

Esta intervenção decorre de, em tarefas anteriores, ter constatado que os alunos, quando trabalhavam a pares, tinham a tendência de resolver os problemas individualmente ou de esperar que o outro elemento do par tivesse a iniciativa de iniciar a resolução. Assim, considerei que deveria relembrar a importância de discutir ideias e, em conjunto, encontrarem a melhor estratégia de resolução.

Posteriormente, expliquei as alterações relativamente ao registo das estratégias de resolução (episódio 8).

Episódio 8

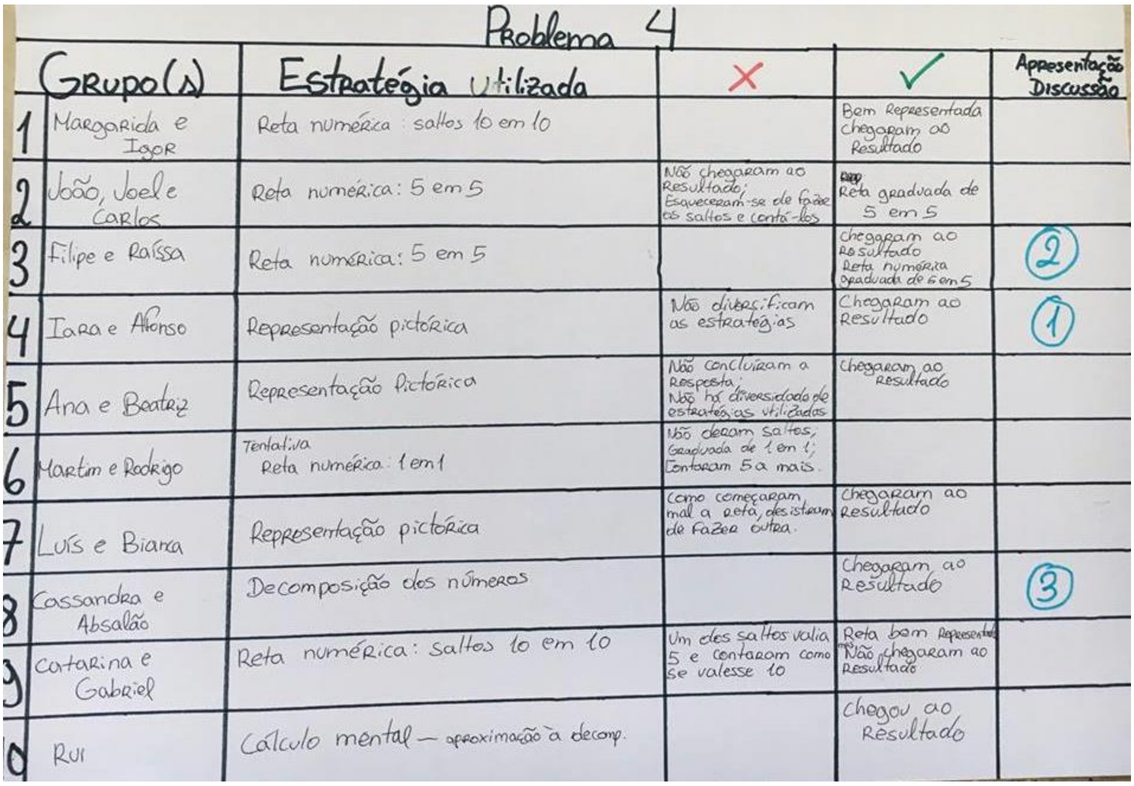
1. **Eu:** Desta vez, vamos fazer de forma diferente. Antes eu dava os problemas a cada um e o que é que vocês faziam?
2. **João:** Colávamos no caderno.
3. **Eu:** Agora cada grupo vai ter uma folha deste tamanho [*mostro uma folha A3*] e vou dar uma caneta a cada grupo. Vocês vão ter que ler muito bem o problema, pensar muito bem como o vão resolver e depois escrever na folha como o resolveram.
4. **Margarida:** Só para um?
5. **Eu:** Só para um, o que está aqui escrito na folha?
6. **Margarida:** Problema 1.
7. **Eu:** Para cada problema uma folha.

(TIS$_1$)

As alterações passaram pela utilização de folhas A3 e marcadores de ponta grossa para o registo das estratégias de resolução de cada um dos grupos, devido a razões que apresentei na secção intitulada de "Intervenção pedagógica". Optei por explicar, devidamente, a diferença entre a forma como era efetuado o registo das estratégias nas tarefas anteriores (§1) comparativamente à forma como seriam registadas a partir desta tarefa (§3), com o objetivo de compreenderem quais eram as mudanças. Este novo modo de organizar o registo dos alunos passou a manter-se na exploração das tarefas 5 e 6.

Antes de iniciar a exploração dos problemas, definia a forma de organização do trabalho dos alunos. Neste momento já tinha uma tabela para cada problema, devidamente preenchida com os nomes dos alunos que constituíam cada um dos pares. Esta prática manteve-se em aulas subsequentes a esta. A figura 6 ilustra um exemplo de uma destas tabelas, que designarei por tabela de monitorização, onde havia também espaços destinados a registar as estratégias utilizadas pelos alunos, os aspetos negativos, os aspetos positivos[4], as estratégias a serem apresentadas e discutidas e a ordem pela qual as seriar.

[4] Em qualquer uma das tabelas do tipo da apresentada na figura 3, usei o símbolo **x** para assinalar os aspetos negativos e o símbolo **v** para assinalar os aspetos positivos.



Problema 4

	Grupo(s)	Estratégia Utilizada	✗	✓	Apresentação Discussão
1	Margarida e Igor	Reta numérica: saltos 10 em 10		Bem Representada Chegaram ao Resultado	
2	João, Joel e Carlos	Reta numérica: 5 em 5	Não chegaram ao Resultado; Esqueceram-se de fazer os saltos e contá-los	Reta graduada de 5 em 5	
3	Filipe e Raíssa	Reta numérica: 5 em 5		Chegaram ao Resultado Reta numérica graduada de 5 em 5	2
4	Iara e Afonso	Representação pictórica	Não diversificam as estratégias	Chegaram ao Resultado	1
5	Ana e Beatriz	Representação Pictórica	Não concluíram a Resposta; Não há diversidade de estratégias utilizadas	Chegaram ao Resultado	
6	Martim e Rodrigo	Tentativa Reta numérica: 1 em 1	Não deram saltos, Graduada de 1 em 1; Contaram 5 a mais.		
7	Luís e Bianca	Representação pictórica	Como começaram mal a reta, desistiram de fazer outra.	Chegaram ao resultado	
8	Cassandra e Absalão	Decomposição dos números		Chegaram ao Resultado	3
9	Catarina e Gabriel	Reta numérica: saltos 10 em 10	Um dos saltos valia 5 e contaram como se valesse 10	Reta bem Representada Não chegaram ao Resultado	
10	Rui	Cálculo mental — aproximação à decomp.		Chegou ao Resultado	

Figura 6 - Tabela de monitorização

Como revela a figura 6, os grupos eram constituídos na sua maioria por dois elementos havendo, apenas, um constituído por três alunos e um aluno que, por decisão minha, trabalhou sozinho. Tomei esta decisão porque, na resolução de problemas anteriores, este aluno, não revelava interesse em ouvir a opinião dos elementos do seu grupo. Através desta via tentava que se apercebesse da importância de ter alguém com quem partilhar as suas ideias e dúvidas.

Antes da leitura de cada problema, distribuía o material de que os alunos iriam necessitar: o enunciado da tarefa, folhas brancas A3 e marcadores de ponta grossa.

Em todas as aulas, a apresentação da tarefa e de cada problema foram feitas com especial cuidado, com o objetivo de haver uma boa compreensão dos enunciados, tanto do que se pretende fazer como do significado atribuído aos números envolvidos.

Para a leitura dos problemas, solicitava a um aluno que o lesse. Como a leitura ainda não era fluída e nem sempre audível, quando o aluno acabava eu repetia a leitura para que todos conseguissem ouvir e perceber. Na sequência, interpretava-se o problema. O episódio 9 ilustra como se iniciou a exploração do enunciado do problema 1.

Episódio 9

1. **Eu:** Vão todos agarrar no lápis e vamos sublinhar o que é importante neste problema. Então, quantas cartas tinha o Gabriel?

2. **Margarida:** 56.
3. **Eu:** Então vão sublinhar "o Gabriel tem 56 cartas". Quantas cartas o Gabriel deu ao João?
4. **Catarina:** Deu 26.
5. **Eu:** Vamos sublinhar " deu 26 cartas ao João". E o que é que nós queremos saber com este problema?
6. **Margarida:** Com quantas cartas ficou o Gabriel.
7. **Eu:** Então vão sublinhar "com quantas cartas ficou o Gabriel?".

(TIS4)

Os enunciados dos problemas eram explorados como se se tratasse da atribuição de significados a textos de português. Assim, no momento de destacar as informações importantes para a resolução, solicitava aos alunos que pegassem num lápis de carvão (§1) para sublinhar os dados fundamentais. Para isso, colocava questões acerca do que tínhamos lido para, em conjunto, sublinharmos. As questões colocadas tinham como objetivo a atribuição de significados aos números envolvidos e a compreensão da situação em que os mesmos teriam que ser utilizados. Neste caso, com o objetivo de evidenciar os dados que o problema fornecia e destacar o que tinham que descobrir, as questões-chave foram: "Quantas cartas tem o Gabriel?" (§1), "Quantas cartas deu ao João?" (§3) e "O que queremos saber neste problema?" (§5).

- **Monitorização do trabalho autónomo**

Na fase da aula destinada ao trabalho autónomo dos alunos, tal como em todas as aulas, o meu papel passou por apoiar todos os grupos e, simultaneamente, inventariar as estratégias que estavam a ser utilizadas com o objetivo de selecionar/sequenciar as que iriam ser partilhadas no momento da discussão. As tabelas de monitorização, em que a apresentada na figura 6 é um exemplo, acompanhavam-me nesta "prática de monitorização de atividades de grupo" (Smith & Stein). Neste âmbito, tentava compreender as estratégias que os alunos estavam a utilizar pedindo clarificações e justificações e ajudando quando notava que havia grupos parados devido a dificuldades, casos em que fornecia pistas e sugeria representações. O episódio 10 ilustra o apoio prestado a um dos grupos que não tinha qualquer registo sobre a estratégia de resolução usada.

<u>Episódio 10</u>

1. **Eu:** Como vão resolver o problema?
2. **Carlos:** Vamos resolver com a cabeça.
3. **Eu:** E como é que a vossa cabeça está a pensar?
4. **João:** Estamos a contar para trás.

5. **Eu:** A contar para trás? E o que é que vais escrever na folha?
6. **João:** 56-26=20.
7. **Eu:** E como é que pensaram?
8. **João:** Nós trabalhámos em grupo.
9. **Eu:** Sim, mas como é que as vossas cabeças pensaram para chegarem ao 20?
10. **João:** Andámos para trás.
11. **Eu:** E quem é que andou para trás? Foram os 3 ou foi o Carlos?
12. **Joel:** Foi o Carlos.
13. **Eu:** Foste tu Carlos? Então explica como é que tu andaste para trás.
14. **Carlos:** Contei pelos dedos mas ao mesmo tempo tirei.
15. **Eu:** Consegues na folha mostrar como pensaste? [*silêncio*] Nós normalmente quando fazemos estes problemas temos que mostrar como chegámos à resposta. Tu pensaste de uma forma e na folha tens que mostrar como pensaste, tu e o teu grupo.

(TIS_1)

Muitas vezes, quando me aproximava dos grupos e questionava a forma como iriam resolver o problema a resposta era vaga (§2). Por isso, utilizava o questionamento como forma de obter explicações e justificações (§3), com o objetivo de compreender o raciocínio e, se necessário, auxiliá-los. Neste caso, consegui que João dissesse a estratégia que o grupo utilizou para resolver o problema (§4). Como a folha de registo apenas continha a indicação de uma subtração voltei a colocar questões com o objetivo de compreender o seu raciocínio e de lhes mostrar que o registo não correspondia à forma como tinham resolvido o problema (§7 e §9).

Através do questionamento, apercebi-me que a estratégia de resolução tinha sido pensada e concretizada por Carlos. Por isso, pedi-lhe que explicasse como tinha feito, conseguindo, assim, perceber o modelo de apoio que usaram para contar: as mãos (§10). Como a explicação de Carlos não era clara (§14) incentivei-o a, juntamente com os colegas, registarem como tinham pensado procurando evidenciar a importância de o fazerem (§15).

O episódio 11 ilustra a minha intervenção perante respostas incompletas.

<u>Episódio 11</u>

1. **Catarina:** Cátia, agora como é que nós fazemos? Nós já descobrimos que é 30.
2. **Eu:** Como é que chegaram ao 30?
3. **Gabriel:** Tirámos 20 do 56 e depois tirámos os 6 e deu 30.
4. **Eu:** Então vocês têm que fazer o quê na reta numérica?
5. **Gabriel:** Os saltinhos!
6. **Eu:** Sim, os "saltinhos" que vocês deram.
7. **Catarina**: Demos quantos saltos?
8. **Eu:** O Gabriel conseguiu explicar-me, por isso, ele agora vai-te explicar e ajudar-te a perceber.

(TIS$_1$)

Quando me aproximei do grupo de Catarina e Gabriel, a folha de registo continha a reta numérica graduada mas sem os saltos necessários para chegarem à resposta. Apercebi-me que a resolução do problema tinha sido efetuada através de cálculo mental (§1) e usando como modelo de apoio a reta numérica (§3). Percebendo que a dúvida se relacionava com o registo do procedimento do cálculo na reta, utilizei o questionamento para lhes mostrar o que faltava para traduzir o raciocínio utilizado (§4). Nesta altura, apercebi-me que Catarina não tinha compreendido a estratégia utilizada (§7), tendo aproveitado a ocasião para solicitar ao Gabriel que a ajudasse a perceber (§8). Com esta abordagem, pretendia que Gabriel percebesse que o funcionamento de um grupo é feito com o apoio mútuo entre os elementos.

O episódio 12 ilustra o apoio prestado a um grupo com dificuldades em compreender a estratégia utilizada.

Episódio 12

1. **Eu:** Expliquem-me o que fizeram na reta.
2. **Margarida:** Demos saltinhos para trás.
3. **Eu:** Saltinhos para trás?
4. **Margarida:** Sim, mas enganámo-nos porque era até ao 26 e nós contámos 26!
5. **Eu:** Contaram 26. Do número 56 ao 50 deram um salto de quanto?
6. **Margarida:** 6.
7. **Eu:** E do 50 para o 40?
8. **Igor:** 10.
9. **Eu:** E do 40 para o 30?
10. **Margarida:** 6.
11. **Eu:** Do 40 ao 30?
12. **Margarida:** Ah! Então é 26 até aqui! [*aponta para o número 30*].

(TIS$_1$)

Neste contexto, as questões colocadas tinham como finalidade a revisão dos passos dados pelo grupo na resolução do problema. Enquanto os alunos explicavam, eu acompanhava cada passo anotado na folha de registo, utilizando a caneta do grupo (tapada) para tornar visível o que relatavam e o que tinham feito. Ao utilizarem a reta numérica, os alunos acabaram por decompor o subtrativo no valor dos saltos efetuados e, ao pensarem que estavam errados, acabaram por realizar um salto extra até ao número 26. Não se apercebendo que a contagem que tinham realizado estava correta, uma vez que decompuseram o subtrativo nos saltos realizados na reta numérica (§4). Para evidenciar os passos utilizei o questionamento com o objetivo de promover e desafiar o pensamento dos alunos, levando-os a observar atentamente o valor dos saltos que tinham dado (§5, §7). Ao voltar a perguntar o valor do salto dado (§11), a aluna acabou por constatar que deviam ter efetuado os saltos até ao número 30 (§12).

Desta forma, com o questionamento e a respetiva explicação dos passos dados, acabei por dirigir a atenção dos alunos para os aspetos da estratégia que achavam estar incorreta. Optei por ouvir as ideias dos alunos e posteriormente questioná-los para os ajudar a pensar sobre o que tinham feito.

O episódio 13 ilustra o apoio prestado a um grupo com dificuldades iniciarem uma estratégia e a levarem-na até ao fim.

Episódio 13

1. **Eu:** Meninas, vocês querem utilizar alguma coisa para vos ajudar?
2. **Ana:** Sim, o ábaco.

(TIS$_2$)

No primeiro problema, a folha de registo deste grupo continha várias estratégias que tinham sido iniciadas mas que não tinham sido levadas até ao fim, sendo evidente que começavam a utilizar outra quando sentiam dificuldades. Perante isto, quando passámos para a exploração do problema seguinte questionei os elementos do grupo se necessitariam de algo que as pudesse ajudar a resolver o problema (§1). A pergunta foi intencional, uma vez que, no momento em que colocaria a questão, iriam-se lembrar que poderiam recorrer a um material concreto existente em sala de aula, o ábaco móvel, com que estavam familiarizadas (§2). Desta forma, pretendia que as alunas se lembrassem que poderiam utilizar um modelo de apoio ao cálculo para as ajudar a concretizar a estratégia escolhida.

O episódio 14 evidencia o apoio a um grupo que apresentava muitas dificuldades em continuar a resolução de um problema.

Episódio 14

1. **Eu:** Martim, achas que da forma que estás a fazer é fácil? Consegues meter aqui 69 pontinhos?
2. **Martim:** Não.
3. **Eu:** Não consegues.
4. **Rodrigo:** Ele está a fazer mal.
5. **Eu:** Tens que o ajudar, Rodrigo. Quais são os números que vocês têm que utilizar? [*Silêncio, aponto para o enunciado do problema*] Olhem

os números que têm que utilizar, são números grandes: têm o 69 e têm o 25. O que eles querem saber é quantas cartas o Gabriel tem a mais [*ênfase*] do que o João. Quantas cartas tem o João?

6. **Martim:** 69.
7. **Eu:** Quantas cartas tem o João?
8. **Rodrigo:** 25.

(TIS_2)

Quando os grupos apresentavam dificuldades, o meu papel passava por ajudá-los a compreenderem o objetivo do problema e a acompanhá-los até conseguirem chegar a uma estratégia para o resolverem. Quando não o conseguiam sozinhos, ajudava-os dando pistas sobre a forma como poderiam fazer tendo em conta as caraterísticas e conhecimentos dos envolvidos.

Os que tinham mais dificuldades tendiam a utilizar a representação pictórica para conseguirem chegar a uma resposta. Nem sempre os números envolvidos nos problemas eram propícios à utilização desta estratégia devido à sua ordem de grandeza, o que levava a que os alunos se perdessem na contagem de bolas ou riscos. O episódio 14 é um exemplo do que referi.

Quando me aproximei do grupo de Martim e Rodrigo, apercebi-me que estavam a tentar desenhar 69 bolinhas. Através das questões que coloquei procurei que os alunos problematizassem esta forma de pensar de modo a concluírem que, por esta via, acabariam por se perder na contagem (§1;§2).

Apercebi-me, então, que os alunos não tinham compreendido o enunciado do problema. Por isso, seguidamente coloquei questões que permitissem atribuir significados aos números incluídos no enunciado (§5; §7).

O episódio 15 ilustra o apoio ao mesmo grupo que, aparentemente, hesitava entre utilizar a adição ou a subtração e parecia não estar a interpretar corretamente o enunciado do problema.

<u>Episódio 15</u>

1. **Eu:** Então eles queres saber do 25 até ao 69 quantas cartas são. Como é que vocês vão fazer?
2. **Martim:** Uma conta de mais.
3. **Eu:** Uma conta de mais? De que forma?
4. **Martim:** Ah de menos!
5. **Eu:** Pode ser de mais, eu preciso de saber é de que forma é que a queres fazer. [*silêncio*] Temos 69 cartas e 25.
6. **Martim:** 69 + 25.
7. **Eu:** Da forma como estás a dizer só dava se o Gabriel tivesse estes dois conjuntos de cartas e nós quiséssemos saber quantas é que ele tinha ao todo. É isto que o Gabriel tem? [*silêncio*] Ou uma parte das cartas são do Gabriel e a outra parte é do João?

8. **Martim:** A outra parte é do João.
9. **Eu:** Eles querem saber quantas cartas é que o Gabriel tem a mais. Se o João tem 25, quantas cartas é que o Gabriel tem a mais sabendo que ele tem 69 cartas. Vocês vão começar em que número até chegarem ao 69?
10. **Martim:** Um.
11. **Eu:** Precisam de começar no 1? Podem começar a partir de que número?
12. **Rodrigo:** 30.
13. **Eu:** O número 30 está no problema? Então qual é o número menor que temos?
14. **Rodrigo:** O 25.

(TIS2)

Quando ouvia os alunos referirem que iriam usar "uma conta de mais" procurava perceber de que forma o iriam fazer (§3). A minha interpretação levou-os a afirmar que iriam utilizar a subtração (§4). Procurei evidenciar que era possível resolver o problema sem abandonar a estratégia aditiva, mas, pela resposta de Martim (§6), compreendi que a questão era a interpretação do problema. As minhas intervenções (§7;§9) visam auxiliar os alunos. Procurei, então, ir afunilando as questões que colocava (§11; §13) tentando proporcionar um auxílio mais eficaz. Parecia tê-lo conseguido (§14), mas a prossecução das interações com o grupo mostrou que não era o caso (episódio 16).

Episódio 16

1. **Eu:** Então podem começar no 25 até ao...
2. **Rodrigo**: 30 [*altera a resposta*] 69.
3. **Eu:** Mas também podem fazer do 25 ao 30, do 30 até à dezena mais próxima. Qual é a dezena mais próxima de 30? *[procedo à contagem dos dedos de 10 em 10*] 10,20,30…
4. **Martim:** 40.
5. **Eu:** Então podem meter aqui o 20, o 30, o 40 até chegarem ao 69 aqui na reta. Façam aqui outra reta [*dou tempo para fazerem*] Vão começar com que número?
6. **Martim:** 30.
7. **Eu:** Qual é que é o número menor?
8. **Rodrigo:** 25.
9. **Eu:** Colocam aqui o 25. Qual é a dezena mais próxima de 25?
10. **Martim:** O 30.
11. **Eu:** Então aqui colocam o 30.
12. **Martim:** De 5 em 5!
13. **Eu:** Então do 25 ao 30 dão um salto de quando?
14. **Martim:** De 5.
15. **Eu:** Então dão um salto e colocam em cima o 5. Que é quanto vale esse salto. E podem fazer sempre assim até chegarem ao 69.

(TIS2)

Quando me apercebia que a estratégia que os alunos pareciam escolher utilizar os deixava confusos, optava por indicar um modelo de apoio que me parecia ao seu nível de cálculo. Para este grupo optei por uma reta numérica graduada de 5 em 5, uma vez que no meio das bolinhas que os alunos tinham feito havia uma tentativa de representar uma reta (§5). Decidi, também, fornecer-lhes algumas pistas para a representação da reta, dando-lhes a entender que em vez de começarem no número 1, poderiam recorrer ao número menor e verem quanto falta até chegarem ao número maior (§7; §9). Comecei a ajudá-los diretamente na contagem de 5 em 5 (§13). Ao proporcionar aos alunos um modelo que suspeitava ser adequado à sua maturidade matemática, estes sentem-se motivados para resolverem o problema. Assim, optei por sugerir que utilizassem, na reta, múltiplos de 5, devido a serem números de referência e destacando a importância de registarem na reta o valor de cada salto (§15).

O episódio 17 evidencia a minha intervenção como forma de valorizar a intervenção de um aluno que usualmente não colaborava na resolução do problema e simultaneamente dar evidência a uma estratégia mais eficiente.

Episódio 17

1. **Eu:** Então como é que podem fazer para, a partir do 32, chegarem ao 78?
2. **Igor:** Reta numérica.
3. **Eu:** É uma hipótese.
4. **Margarida:** Não, bolinhas!
5. **Igor:** Reta numérica.
6. **Eu:** Margarida, o Igor desta vez deu uma sugestão.
7. **Margarida:** Ok, vamos fazer a reta.

(TIS3)

Durante o período de monitorização, constatei que nem todos os elementos dos grupos participavam ativamente na resolução do problema. Neste grupo, Igor habitualmente não sugeria nenhuma estratégia nem ajudava na resolução. Quando o aluno sugeriu a utilização de uma determinada estratégia destaquei-a (§3;§6), esperando que Margarida aceitasse que era mais eficiente do que a sua (§3). Margarida queria utilizar outra estratégia, não valorizando a tentativa de participação do Igor. Através desta via procurava ensinar Margarida que era importante dar ao colega a oportunidade de colocar em prática a sua estratégia. Em situações deste tipo, optava por interferir com o objetivo de valorizar a participação e, simultaneamente, ajudar o elemento mais ativo a ter em conta a sugestão do colega.

O episódio 18 evidencia a minha intervenção num grupo com dificuldades em registar o raciocínio utilizado.

Episódio 18

1. **Eu:** Então do 15 vocês têm que chegar até que número?
2. **Cassandra:** Ao 55.
3. **Absalão:** Ah já sei como é a conta.
4. **Cassandra:** Nós aqui fizemos 45 porque tirei 1 [*dezena*] do 5 [*dezena*] mais 40 é igual a 50.
5. **Eu:** Tu tens que tirar ao 55 as 15 cartas que já estão coladas, para saberes quantas é que ainda faltam.
6. **Cassandra:** 55-15 [*passados uns minutos*] dá 40.
7. **Eu:** Como chegaste a esse resultado?
8. **Cassandra:** Porque sei que isto [*50*] menos 10 dá 40.
9. **Eu:** Então tens que escrever na folha 50-10 que é isso que estás a dizer Cassandra. Então estás a fazer a subtração do quê?
10. **Cassandra:** Das dezenas.
11. **Eu:** Agora falta o quê?
12. **Cassandra:** As unidades. 5-5.
13. **Eu:** Então na folha tens que meter 5-5. Quanto dá?
14. **Absalão:** 10.
15. **Eu:** Tens 5 e tiras 5, com quanto ficas?
16. **Cassandra:** Zero.
17. **Eu:** Então qual é o resultado?
18. **Cassandra:** 40.

(TIS$_4$)

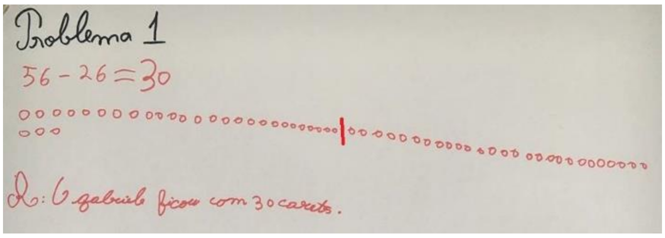
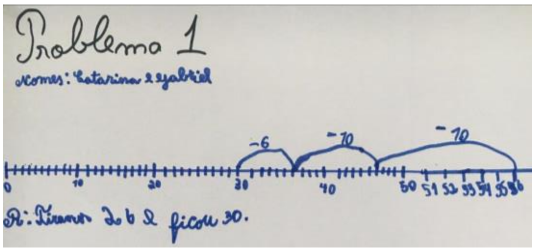
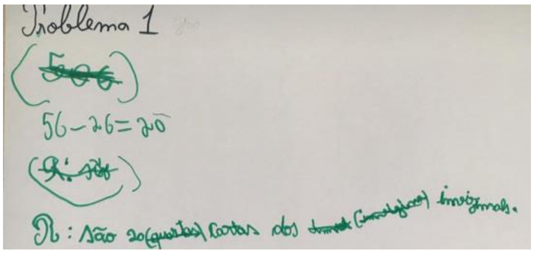
Quando me aproximei do grupo de Cassandra e Absalão, a folha de registo apenas continha a resposta ao problema, não evidenciando o raciocínio utilizado. Como estavam com dificuldades em explicar o que tinham feito, utilizei o questionamento (§7) com o objetivo de incentivar a revisão dos passos dados e de os ajudar a compreender a estratégia utilizada.

Ao evidenciar que a estratégia de resolução utilizada foi a decomposição dos números em dezenas e unidades, os alunos pareceram compreender o que tinham feito (§9).

- **Seleção e sequenciação das estratégias**

Durante o período de monitorização do trabalho autónomo dos alunos, decidi quais eram as estratégias que iriam ser apresentadas e discutidas. A tabela 5 ilustra as escolhas feitas bem como a ordem de apresentação das estratégias de resolução do problema 1.

Tabela 5 - TIS - Problema 1: seleção e ordem de apresentação das estratégias

Problema 1	
Estratégia 1 Contagem progressiva de 1 em 1 apoiada na representação pictórica (*Rui*)	
Estratégia 2 Estratégia subtrativa apoiada na reta numérica graduada (*Catarina e Gabriel*)	
Estratégia 3 Contagem regressiva apoiada nos dedos das mãos (*João, Joel e Carlos*)	

Optei por seriar as estratégias de forma a evidenciar as duas primeiras estratégias utilizadas e para explorar a última estratégia com o objetivo de auxiliar na compreensão do que o grupo pretendia apresentar.

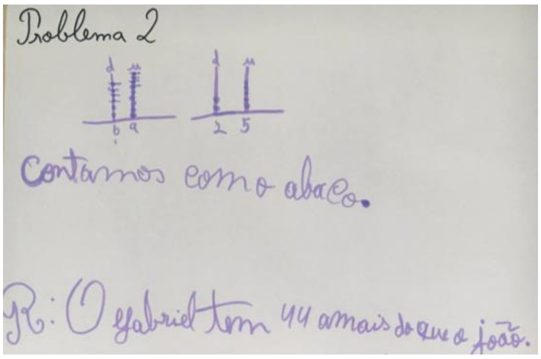
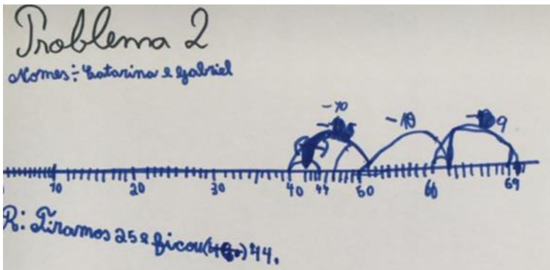
Optei por começar pelo aluno (Rui) que utilizou uma representação pictórica (estratégia 1). Fê-lo de uma forma diferente da dos outros grupos, ou seja, não desenhou 56 bolas e riscou 26. Contou primeiramente as 26 bolas e fez um traço vertical para, a partir deste número, contar até ao 56. A escolha desta resolução também teve o propósito de valorizar o esforço deste aluno, que tem bastantes dificuldades, procurando, assim, motivá-lo e mantê-lo interessado.

A estratégia 2, do grupo de Catarina e de Gabriel, foi escolhida com o objetivo de evidenciar o uso correto da reta numérica para efetuar uma subtração. Durante o período de monitorização, apercebi-me que outros grupos desenhavam as retas numéricas graduadas de 1 em 1 e tentavam usá-las mas não davam os "saltos" necessários e, por isso, não chegavam à resposta correta.

A estratégia 3, usada pelo grupo de João, de Joel e de Carlos foi escolhida com a finalidade de os ajudar a compreender a estratégia que utilizaram e como deviam ter explicado. Tinha também como objetivo mostrar o grau de dificuldade da resolução que os levou a perderem-se na contagem dos dedos das mãos e a não chegarem ao resultado correto. Os alunos optaram por unir as suas mãos e contar a partir de 56 para trás. Como os alunos não são fluentes na contagem regressiva, acabaram por se perder na contagem, não alcançado o número que pretendiam.

A tabela 6 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação relativamente à exploração do problema 2.

Tabela 6 - TIS - Problema 2: seleção e ordem de apresentação das estratégias

Problema 2	
Estratégia 1 Valor Posicional dos algarismos: utilização do ábaco (*Margarida e Igor*)	
Estratégia 2 Reta numérica: saltos regressivos (*Catarina e Gabriel*)	

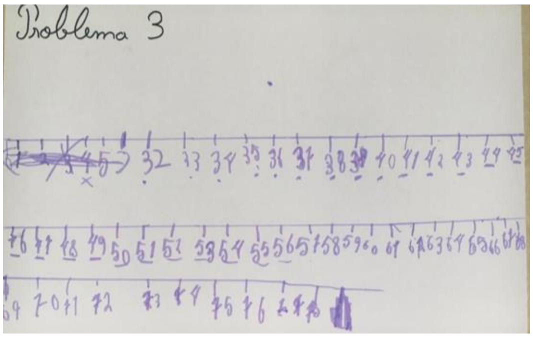
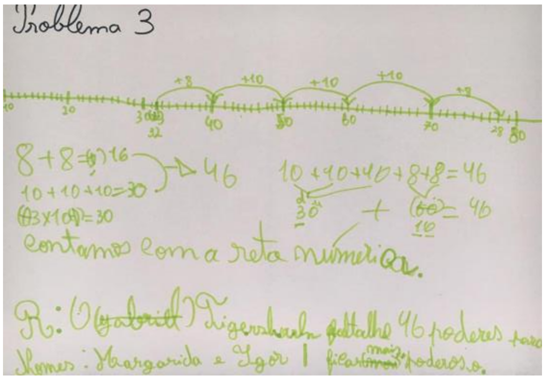
Na exploração deste problema, observei que os grupos utilizaram dois modelos de apoio ao cálculo: a reta numérica e o ábaco móvel. Optei por selecionar e sequenciar duas estratégias que evidenciassem a correta utilização destes modelos.

A estratégia 1, elaborada pelo grupo de Margarida e de Igor, foi apresentada em primeiro lugar porque a maioria dos grupos recorreu à utilização do ábaco. Foi escolhida com o objetivo de evidenciar a forma como poderia ser efetuado o registo quando se utiliza o ábaco. Este grupo foi o único que representou a forma como utilizou o ábaco na folha de registo, tendo recorrido ao desenho de pequenos ábacos representativos do valor posicional de cada algarismo. A ida ao quadro serviu também para completar e estratégia utilizada, uma vez que realizaram a subtração com recurso aos pequenos ábacos representando o aditivo e o subtrativo, faltando apenas a indicação da diferença e dos sinais representativos da operação efetuada (sinal subtrativo e o sinal de igual).

Como observei em muitos grupos a tentativa de representarem a reta numérica, a estratégia 2 foi apresentada em último lugar. O grupo de Catarina e de Gabriel foi escolhido com o objetivo de reforçar a forma correta de utilizar a reta numérica. Durante o período de monitorização, apercebi-me que a Catarina não tinha percebido a estratégia e sugeri que o Gabriel lhe explicasse. Por isso, para a apresentação, solicitei ao grupo que fosse a Catarina a ir ao quadro explicar, com o objetivo de perceber se a Catarina tinha compreendido a explicação do Gabriel acerca do que tinham realizado.

A tabela 7 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 3.

Tabela 7 - TIS - Problema 3: seleção e ordem de apresentação das estratégias

Problema 3	
Estratégia 1 Reta numérica: graduada de 1 em 1 (*Luís e Bianca*)	
Estratégia 2 Reta numérica: saltos de 10 em 10 (*Margarida e Igor*)	

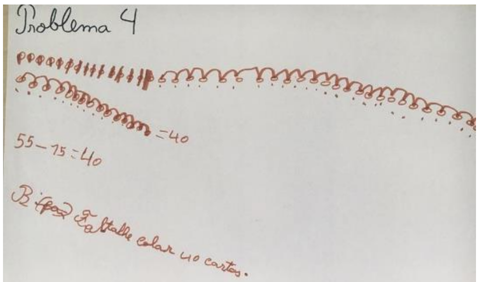
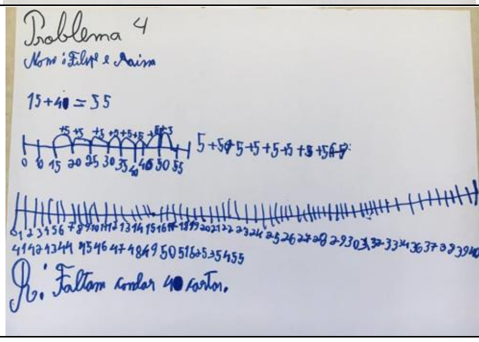
Neste problema, optei por valorizar a utilização da reta numérica. Escolhi duas retas numéricas para serem comparadas, de forma a evidenciar a correta representação.

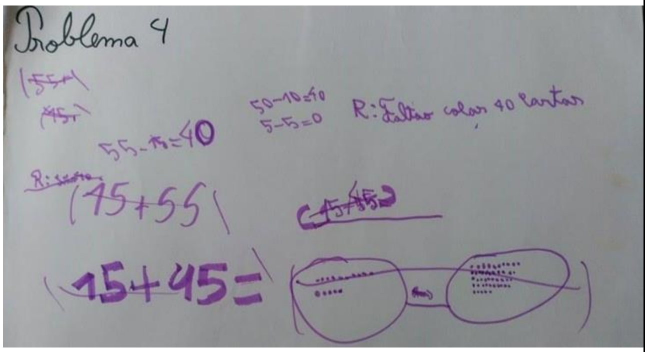
A estratégia 1, elaborada pelo grupo de Luís e Bianca, foi escolhida por ser uma representação próxima da reta numérica. Desta forma, poder-se-ia evidenciar quais os aspetos que deveriam ser alterados/corrigidos para a estratégia estar devidamente representada. Considerei importante valorizar este grupo por terem atribuído sentido aos números envolvidos no problema, compreendendo qual era o número menor e, a partir daí, proceder a contagem até ao número maior. Como este grupo se esqueceu de dar saltos na reta e de os contar, seria uma forma de evidenciar a importância da contagem dos saltos e do registo.

A estratégia 2, realizada pelo grupo de Margarida e Igor, foi escolhida com o objetivo de evidenciar a correta representação da reta numérica. Escolhi-a com o objetivo de evidenciar as diferenças em relação à estratégia anterior. Como esta estratégia foi sugerida pelo Igor, considerei que o mesmo deveria explicá-la, valorizando assim a sua participação.

A tabela 8 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 4.

Tabela 8 - TIS - Problema 4: seleção e ordem de apresentação das estratégias

Problema 4	
Estratégia 1 Representação pictórica (*Afonso e Iara*)	
Estratégia 2 Reta numérica: saltos de 5 em 5 (*Filipe e Raíssa*)	

Estratégia 3 Decomposição dos números quanto ao valor posicional dos algarismos (dezenas e unidades) (*Cassandra e Absalão*)	

As estratégias foram seriadas tendo em conta o grau de dificuldade: iniciando com uma estratégia pictórica, seguidamente com o cálculo apoiado numa reta numérica e terminando com a decomposição dos números quanto ao valor posicional dos algarismos.

A estratégia 1, elaborada pelo grupo de Afonso e Iara, foi escolhida com o objetivo de elucidar todos os que utilizaram a representação pictórica para a necessidade de diversificarem as suas estratégias. Este grupo utilizava sistematicamente a mesma estratégia, por isso, optei por deixar que os mesmos a explicassem sinteticamente, para mostrar a diferença entre contarmos de 1 em 1 e darmos saltos na reta numérica.

A estratégia 2, realizada pelo grupo de Filipe e Raíssa, foi escolhida com o objetivo de mostrar outra forma de realizar a reta numérica, recorrendo à contagem de 5 em 5. Este grupo utilizou 3 estratégias em simultâneo: cálculo mental, a reta numérica e, para confirmar o resultado, registaram a contagem efetuada de 1 em 1. O esforço dos elementos do grupo foi evidente e, por isso, achei que os mesmos deveriam ser valorizados pela dedicação na resolução do problema. Para além disso, o facto de terem utilizado 3 estratégias e terem efetuado os registos de forma pormenorizada serviu para constatar a importância do registo de cada passo efetuado no problema.

A estratégia 3, elaborada pelo grupo de Cassandra e Absalão, foi escolhida com o objetivo de destacar uma estratégia que ainda não tinha sido apresentada. Este grupo utilizou o cálculo mental como estratégia, recorrendo à decomposição dos números tendo em conta o valor posicional dos algarismos (dezenas e unidades). Apesar de ter compreendido o que tinha sido efetuado pelos mesmos no período de monitorização, a Cassandra e o Absalão tinham a folha riscada mostrando as complicações que tiveram até chegarem ao que pretendiam e, ao mesmo tempo, evidenciando a dificuldade em registar a forma como tinham pensado.

4.1.2. Condução da discussão

a) Problema 1

A primeira estratégia a ser apresentada foi explicada por Rui. O episódio 19 ilustra esta apresentação.

<u>Episódio 19</u>

1. **Eu:** A primeira proposta que temos aqui é do Rui. O Rui vai-se levantar e vai até ao seu papel, para nos explicar como é que ele pensou. [*o Rui levanta-se e coloca-se junto à folha com a sua estratégia de resolução que se encontra afixada no quadro*] Rui, conta-nos lá como é que tu pensaste, explica como explicaste a mim e à Joana. [*o Rui olha para a sua estratégia e volta a olhar para mim*] Não estou a ouvir nada…
2. **Rui:** O Gabriel tinha 56 e deu ao João 26 igual a 30.
3. **Eu:** Então, o Gabriel tinha 56 cartas e deu 26 ao João e tu descobriste que eram 30. Como é que tu descobriste que eram 30 cartas? O que é que tu fizeste primeiro?
4. **Rui:** Pus as bolas.
5. **Eu:** E quantas bolas contaste primeiro?
6. **Rui:** [*olha para a estratégia*] 26.
7. **Eu:** 26, e o que é que fizeste a seguir?
8. **Rui:** Contei mais 56.
9. **Eu:** Então tu contaste a partir de que número?
10. **Rui:** 56 [*continua a olhar para mim e ao aperceber-se que não reagi à resposta, alterou-a*] 26.
11. **Rui:** 30.

(TIS$_1$)

Como referi anteriormente, Rui explorou os problemas sozinho. Neste momento, a minha intenção era tornar a sua estratégia compreensível para todos os elementos da turma e, para o efeito, comecei por incentivá-lo a “contar-nos” a forma como tinha pensado (§1). Como o aluno apenas dizia o que estava na folha de registo (§2), não explicitando o raciocínio utilizado, utilizei o questionamento para o orientar sobre como iniciar a explicação (§3). Perante respostas não esclarecedoras (§4) coloquei novas questões tentando, por esta via, tornar visível o seu raciocínio (§5), (§7). Com o objetivo de dar ênfase à contagem a partir do número menor, perguntei a partir de que número o aluno tinha iniciado a contagem (§9). Inicialmente a resposta do aluno estava errada mas rapidamente mudou a sua resposta após analisar a minha expressão facial (§10).

Após a apresentação da estratégia de Rui, optei por envolver outros alunos na discussão, tentando que os mesmos se pronunciassem sobre a estratégia do colega, tal como ilustra o episódio 20.

Episódio 20

1. **Eu:** 30 cartas. Muito bem Rui. [*dirijo o meu discurso para todos os alunos*] Perceberam como é que o Rui fez? [*os alunos dizem sim*] Beatriz e Ana, o que é que o Rui fez?
2. **Ana:** Fez 56 menos 26 igual a 30 e pôs 56 bolas.
3. **Eu:** Alguém percebeu como é que o Rui pensou? [*silêncio*] O Rui tinha 56 bolas e riscou as 26? [*vários alunos respondem que não*] Então o que é que o Rui fez? [*silêncio*] Ele contou até que número João?
4. **João:** Até ao 26.
5. **Eu:** Então o Rui contou até ao 26 e depois o que é que ele fez?
6. **João:** Tirou 30.
7. **Eu:** Foi do 26 até que número? [*silêncio*] Qual é o número total de cartas?
8. **João:** 30.
9. **Eu:** O número total de cartas!
10. **João:** 56!
11. **Eu:** 56. Então o Rui primeiro contou as cartas que o Gabriel deu ao João, foram quantas?
12. **João:** 26.
13. **Eu:** Então ali foi isso que o Rui fez. Ele fez 26 bolinhas, depois a partir do 26 contou até que número? [*silêncio*] Qual é o número total?
14. **João:** 56.

(TIS$_1$)

Durante a monitorização, apercebi-me que Ana e Beatriz estavam a tentar utilizar a mesma estratégia que Rui. Optei por solicitar a participação das alunas (§1) com o objetivo de verificar se tinham compreendido a estratégia apresentada.

Ana apenas relatou a operação que estava na folha de registo, parecendo ter dificuldade em explicar essa estratégia. Perante isto, optei por rever, novamente, os passos dados por Rui para resolver o problema (§3). Comecei por tentar que os alunos atribuíssem significado aos números, com o objetivo de se aperceberem qual era o número que representava o total de cartas (56) e o número de cartas que Gabriel deu a João (26). Esta tentativa foi feita à medida que revia os passos dados por Rui em função dos números utilizados (§19; §23).

Nesta discussão, optei por valorizar a compreensão da estratégia de Rui, evidenciando que há várias maneiras de utilizar uma representação pictórica. Para além disso, destaca-se que não foi simples conseguir que os alunos participassem na discussão. Uma vez que, colocava questões e perante o "silêncio" tinha que colocar outras perguntas.

O episódio 21 ilustra e explicação da estratégia 2.

Episódio 21

1. **Eu:** Agora o grupo do Gabriel e da Catarina. Quem é que vai ao quadro? [*decidem que vai o Gabriel*] Vamos agora tomar atenção ao que o Gabriel e a Catarina fizeram.
2. **Gabriel:** Tirámos 10 do 56 e ficou 46.
3. **Eu:** Gabriel, estou cá atrás e não te consigo ouvir. Tens que falar mais alto.
4. **Gabriel:** [*Volta a repetir, mais alto*] Tirámos 10 do 56 e ficou 46, depois tirei 10 do 46 e ficou 36, depois tirei 6 e ficou 30.

(TIS$_1$)

Optei por me afastar do quadro procurando incentivar Gabriel a falar de modo a que todos o conseguissem ouvir. Além disso, chamei explicitamente a atenção para este aspeto (§3). O aluno foi muito rápido a explicar e não estabeleceu contacto visual com os colegas, não havendo participação por parte dos mesmos. Com a finalidade de tornar a sua estratégia mais clara, entreguei ao aluno uma caneta preta e procurei incentivá-lo dizendo que iria ser ele a dar a aula (episódio 22).

Episódio 22

1. **Eu:** Então tu fizeste o quê na reta numérica? [*no quadro afixei uma reta numérica graduada de 5 em 5*] Vais explicar o que fizeste na reta, agora vais ser tu a dar a aula, sabias? Tens aqui esta reta numérica onde podes escrever, vais explicar os números que utilizaste e os saltinhos que deste. Então vá, força. [*afastei-me do quadro e o Gabriel continuou a olhar para mim*] Olha para a reta, qual é o número de que estás à procura?
2. **Gabriel:** Do 56.
3. **Eu:** O 56. Então onde achas que está o 56?
4. **Gabriel:** Está aqui no 50.
5. **Eu:** Então o 56 está a seguir a que número?
6. **Gabriel:** A seguir ao 55.
7. **Gabriel:** Na reta só está o 55.
8. **Eu:** Eu sei, porque eu quero que descubras o 56.
9. **Gabriel:** É ao lado.
10. **Catarina:** Agora do 56 ao 46 [*o Gabriel regista na reta*]
11. **Eu:** Então do 56 ao 46 andaste para trás quantas casas?
12. **Gabriel:** 10.
13. **Eu:** E agora?
14. **Catarina:** E agora até ao 36. Andaste 10.
15. **Gabriel:** Tirei mais 10 [*começa a fazer o próximo salto até ao número 30*].
16. **Catarina:** E tiraste 6!
17. **Eu:** Então deste quantos saltos nesta reta?
18. **Gabriel:** Dei 26 saltos.
19. **Eu:** Deste 26 saltos, e chegaste a que número?
20. **Gabriel:** Ao 30.

(TIS$_1$)

Neste caso específico, coloquei uma reta graduada de 5 em 5 no quadro. Esta reta apenas foi utilizada para esta estratégia, uma vez que fazia sentido a explicação ser feita passo a passo recorrendo a este material. Pretendia que o aluno explicasse passo a passo a forma como ele e o seu par pensaram. O episódio 22 revela que começou a surgir a voz do par de Gabriel (§ 10) que foi apoiando este aluno enquanto estava a explicar. O facto de a reta estar graduada de 5 em 5 foi intencional. Pretendia que os alunos identificassem onde se localizaria um número que não era múltiplo de 5 ou de 10. Gabriel notou isso mesmo e apercebeu-se que na reta apenas estava o 55, por isso, questionei-o sobre a localização do número 56 (§7, §8, §9). Posteriormente, o meu papel passou por moderadora, colocando questões que permitissem a continuação da explicação.

O episódio 23 ilustra a apresentação da terceira estratégia do problema 1.

Episódio 23

1. **Eu:** Então, faz favor de ir ao quadro. João, o que é que tu e o teu grupo fizeram?
2. **João:** Contámos 26 para trás.
3. **Eu:** Contaram 26 para trás? [*o João confirma*] E como é que vocês contaram 26 para trás?
4. **João:** Contámos com as mãos.
5. **Eu:** Contaram com as mãos? Mas como? Vocês têm que explicar como é que contaram com as mãos.
6. **João:** Contámos a partir dos dedos.
7. **Eu:** Mas vocês contaram do 26 para trás? Fizeram 26, 25,24… foi isso que fizeram?
8. **João:** [*antes de responder, olha na direção dos elementos do grupo que acenavam com a cabeça*] Sim.

(TIS$_1$)

Como este grupo apresentou muitas dificuldades durante o trabalho autónomo, o meu papel durante o período da discussão passou por apoiar os alunos na explicação e compreensão do que tentaram executar. Comecei por perguntar a João como é que tinham contado 26 para trás (§5), com a intencionalidade de o ajudar a refletir e dar continuidade à explicação. Apesar de tentar que o aluno fosse mais concreto na estratégia utilizada (§7), este apenas referia que tinha contado pelos dedos. O episódio 24 ilustra a continuidade da explicação.

Episódio 24

1. **João:** [*antes de responder, olha na direção dos elementos do grupo que acenavam com a cabeça*] Sim.

2. **Eu:** Foi isto que vocês fizeram? Então como é que chegaram ao 30 a contarem 26,25, 24? [*silêncio*] Vocês assim conseguiam chegar ao 30? [*concordam abanando a cabeça*] Então vocês devem ter pensado de outra forma. Queres ir ajudar o João, Carlos? [*silêncio]* João, olha para mim. Vocês para fazerem essa conta e terem esse resultado tiveram de pensar, não foi? O que é que estava dentro da vossa cabeça para vocês chegarem ao 30?
3. **João:** Números.
4. **Eu:** E que números estavam na vossa cabeça?
5. **João:** O 56 e o 26.
6. **Eu:** O 56 e o 26. Joel e Carlos, está na altura de vocês ajudarem o vosso colega. Vocês pensaram os 3 juntos, como é que vocês pensaram para chegarem ao 30? [*silêncio*] João, começaste a contar para trás a partir de que número?
7. **João:** Do 56.
8. **Eu:** E foste andando para trás até ao 26?
9. **João:** Sim.
10. **Eu:** E como é que descobriram que era 30? O que utilizaram?
11. **João:** Dedos.
12. **Eu:** Vocês os dois [*referindo-me ao Joel e ao Carlos*], vão ter com o João ao quadro [*os três reúnem-se e ficam a observar a estratégia*].Virem-se para a frente e fiquem lado a lado. Estiquem as vossas mãos. Agora mostrem-nos como contaram. [*silêncio*] Contaram de 2 em 2? [discordam *abanando a cabeça*] De 5 em 5? [*voltam a abanar a cabeça da mesma forma*]
13. **Margarida:** De 1 em 1!
14. **João:** Sim, foi de 1 em 1.
15. **Eu:** E vocês começaram a partir de que número?
16. **João:** Do 56.

(TIS$_1$)

Procurei evidenciar que com a estratégia que estavam a utilizar dificilmente conseguiriam chegar à resposta correta, privilegiando e respeitando a forma como os alunos tinham pensado. Os silêncios eram frequentes o que indiciava que o aluno estava confuso. Face à dificuldade em explicitarem de onde surgiu o número 30 e como forma de promover e desafiar o pensamento recorri a várias perguntas focalizadas (§2; §4; §6) tentando que atribuíssem significado aos números envolvidos no problema.

Durante a monitorização do trabalho dos alunos tinha-me apercebido que os elementos deste grupo tinham tentado juntar as mãos e contar para trás a partir do 56. Optei chamar Joel e Carlos para irem ao quadro porque só assim a estratégia podia ser partilhada. Tentei, duas vezes, que estes alunos fossem ao quadro sem serem obrigados mas, como não fui bem-sucedida, decidi pedir-lhes diretamente que o fizessem (§12). Para ser possível proceder à contagem como anteriormente tinham feito e para que todos percebessem a estratégia utilizada, pedi que esticassem os braços e perguntei como tinham contado. Procurei “provocá-los” começando por colocar hipóteses que não correspondiam ao processo de contagem que tinham usado (§12), esperando que os mesmos dissessem que tinha sido de 1 em 1 (§14).

Como a estratégia escolhida por este grupo era complicada, optei por lhes solicitar que a exemplificassem e tentei que outros alunos refletissem sobre ela (episódio 25).

Episódio 25

1. **Eu:** Então comecem lá a contar para trás. [*silêncio*] Então 55, 54… [*contagem feita em conjunto*]. O que é que vocês acham da estratégia que este grupo utilizou? Quero ouvir opiniões!
2. **Margarida:** Eles pensaram de uma forma difícil.
3. **Eu:** Tanto que até se perderam na contagem. O que é que eles podiam ter utilizado para ajudar a pensar?
4. **Ana:** O ábaco.
5. **Eu:** Podiam ter utilizado o ábaco, por exemplo. Quando vocês sentem muita, muita dificuldade, sabem que podem pedir o ábaco.

(TIS_1)

Procurei, através das interações que estabeleci com os alunos evidenciar que existem outras estratégias mais eficientes para chegar ao resultado (§3). Além disso, pretendi que os alunos percebessem que há recursos que os podem ajudar a pensar sempre que sentem dificuldades e que os podem ajudar a encontrar outras formas de resolução (§3; §5).

Para finalizar a discussão/sistematização do problema 1, questionei os alunos sobre as estratégias que tinham sido apresentadas, procurando compreender quais as que tinham considerado mais fáceis e o porquê, e incentivando-os a fundamentarem as suas posições. O episódio 26 ilustra um segmento desta fase da aula.

Episódio 26

1. **Eu:** Destas 3 estratégias quais é que vocês acharam que eram mais fáceis? [*os alunos colocam os dedos no ar*].
2. **Ana:** A do Rui.
3. **Eu:** Porque é que achaste a do Rui mais fácil?
4. **Ana:** Porque tinhas as bolinhas todas.
5. **Eu:** Porque tinha as bolinhas para o ajudar [*dou a palavra à Catarina*].
6. **Catarina:** A do Rui.
7. **Eu:** Porquê?
8. **Catarina:** Porque assim é mais fácil de contar.

(TIS_1)

Ao analisarem as estratégias apresentadas, os alunos consideraram a representação pictórica a opção mais fácil (§2;§6). Por isso, para que no próximo problema houvesse uma maior diversidade de estratégias optei por apresentar-lhes outra possibilidade (episódio 27).

<u>Episódio 27</u>

1. **Eu:** Então outra forma que podiam ter feito era pensar nas dezenas e unidades. Porque nós sabíamos que 6-6=0 e 50-20=30. Então como é que nós pensámos os algarismos? [*silêncio*] Este número pertence a que casa? [*apontando para o 6*]
2. **Margarida:** Unidades.
3. **Eu**: E este? [*apontando para as 2 dezenas*]
4. **Catarina**: Dezenas.
5. **Eu:** Quem me consegue explicar como cheguei ao 30?
6. **Rodrigo:** Fizemos as unidades e depois as dezenas.
7. **Eu:** Ou seja, fizemos 50-20 que representam as dezenas. Quanto dá?
8. **Margarida:** 30.
9. **Eu:** Pronto, as dezenas estão despachadas. O que falta a seguir?
10. **Catarina:** As unidades.
11. **Eu:** E como fazemos as unidades?
12. **Margarida:** 6-6.
13. **Ana:** Igual a zero.

(TIS$_1$)

Como ilustra o episódio 27, expliquei uma forma de resolução diferente das que tinham apresentado: a decomposição dos números, tendo em conta o valor posicional dos algarismos (§1). Achei que era importante fazê-los contactar com esta estratégia que era diferente daquelas que utilizavam frequentemente, para os fazer avançar no seu conhecimento matemático. Para que a compreendessem, registei no quadro os números envolvidos no problema e efetuei a decomposição dos mesmos, envolvendo os alunos no processo de resolução (§5).

b) Problema 2

A primeira estratégia a ser apresentada foi a de Margarida e de Igor (episódio 28).

<u>Episódio 28</u>

1. **Margarida:** Nós fizemos o primeiro ábaco. Fizemos 69 e tirámos para que ficasse 25.
2. **Eu:** Tiraram quanto ao 69?
3. **Margarida:** 4.
4. **Eu:** Tiraram 4 ao 69?
5. **Margarida:** Sim, 4 ao 69.
6. **Eu:** Então diz-me uma coisa, tu aí fizeste o quê ao 69 e ao 25?
7. **Margarida:** Ao 69 e ao 25?

8. **Eu:** Sim, utilizaste o quê?
9. **Margarida:** O ábaco.

(TIS$_2$)

Dei a palavra a Margarida para que explicasse o seu raciocínio e fui utilizando o questionamento para que a estratégia se tornasse clara para toda a turma (§2, §4, §6). Considerei importante mostrar a forma como poderia ser utilizado o ábaco pois, apesar de outros grupos também o terem utilizado, como não conseguiram registar o raciocínio, acabaram por mudar de estratégia. O episódio 29 ilustra como procurei que o registo da estratégia usada pelo par ficasse mais completo.

Episódio 29

1. **Eu:** Utilizaste o ábaco e tentaste saber quantas dezenas e quantas unidades tinha tanto no 69 como no 25. Que conta é que parece que tens aí? [*a Margarida fica a olhar para a estratégia*] Tinhas o 69 e o 25, certo?
2. **Margarida:** 69 menos… [*desloco-me ao quadro e aponto para o segundo ábaco*] 25.
3. **Eu:** A Margarida com o ábaco fez o 69 e o menos 25, mas falta-lhe fazer o quê no final? [*silêncio*] Quando nós fazemos uma conta o que é que temos?
4. **Margarida:** O resultado.
5. **Eu:** O resultado. Então o que falta colocar aqui no final?
6. **Catarina:** O resultado.
7. **Eu:** Então como fazíamos?
8. **Margarida:** O que tirámos do 69 e meter aqui [*apontando para o local onde deveria estar o resultado*].

(TIS$_2$)

O facto de Margarida e de Igor terem utilizado o ábaco para representar a operação efetuada, permitiu-me destacar, para os colegas, como podem representar esta estratégia na folha de registo. O meu papel passou por evidenciar que a estratégia deste grupo se apoiou na subtração (§1), que o aditivo e o subtrativo estavam representados no ábaco tendo os números sido decompostos em dezenas e unidades, e que se deveria acrescentar entre eles o sinal menos e usar o sinal de igual para indicar o resultado também representado no ábaco (§5; §7).

A estratégia de Gabriel e Catarina foi a segunda a ser apresentada e serviu para rever os passos importantes associados à utilização da reta numérica enquanto modelo de apoio ao cálculo. O episódio 30 ilustra a explicação de Catarina.

Episódio 30

1. **Catarina:** Nós usámos a reta, colocámos no 69 até ao 50.
2. **Eu:** Deste um salto do 69 até ao 50?
3. **Catarina:** Não. Do 69 até ao 60.
4. **Eu:** E deram um salto de quanto? [*Silêncio. Desloco-me ao quadro*] Então estavas no 69 e andaste até ao 60. Foste até à dezena mais próxima ou mais longe?
5. **Catarina:** Mais próxima.
6. **Eu:** Então andaste quantas casas para trás?
7. **Catarina:** 9.
8. **Eu:** Andaste 9 casas para trás. Do 60 foste até ao?
9. **Catarina:** 50.
10. **Eu:** Quantas casas andaste para trás?
11. **Catarina:** 10.
12. **Eu:** Depois foste ...
13. **Catarina:** Do 50 até ao 40.
14. **Eu:** Andaste quantas casas para trás?
15. **Catarina:** 10.
16. **Eu:** Que número obtiveste aqui em cima?
17. **Catarina:** 29.
18. **Eu:** 29. Mas tu precisavas de ter quanto? 25. Fizeste 9 e tiraste quanto ao 9?
19. **Catarina:** 5.
20. **Eu:** Deu...
21. **Catarina:** 44.

(TIS$_2$)

O meu papel passou por destacar os saltos dados na reta, bem como o valor de cada um deles (§4), procurando que os alunos percebessem que assim perdiam menos tempo do que se recorressem à contagem 1 em 1. Por isso, repeti várias vezes a questão "quantas casas andaste para trás" (§6; §10; §14).

O episódio 31 ilustra como fui tentando que os alunos se apercebessem da importância de registarem os seus raciocínios (§1) bem como procurei fazer a revisão dos passos dados com o objetivo de ajudar os alunos a detetar um erro que tinham feito.

Episódio 31

1. **Eu:** [*falo para toda a turma*] O que faltou aqui nesta estratégia foi explicar as contas que vocês fizeram. Porque vocês fizeram muitas contas na vossa cabeça, mas aqui não está nada escrito [*referindo-me à resolução*]. Utilizaram a reta, chegaram a um resultado, muito bem. Mas não explicaram porque está aqui o 9, o 10 e outro 10 [*referindo-me ao valor dos saltos*] e porque é que o 4 apareceu aqui. Então o que é que vocês fizeram aqui em cima? Vocês primeiro sabiam que o Gabriel tinha quantas cartas?
2. **Gabriel:** 69.
3. **Eu:** E quantas cartas tinha o João?
4. **Gabriel:** 25.

5. **Eu:** Vocês queriam saber quantas cartas é que o Gabriel tinha a mais. O que vocês tentaram fazer aqui em cima [*referindo-me aos saltos*] foi a decomposição do 25, mas não conseguiram porque tinham 29. Como tinham 29 acabaram por tirar os 4 que estavam a mais. Então quantas cartas foi no total?
6. **Gabriel:** 44.

(TIS2)

Pretendi que os alunos compreendessem que quando se usa a reta numérica o subtrativo pode ser decomposto e que esta decomposição se relaciona com os saltos dados (§1). Embora a estratégia do grupo tenha sido importante para evidenciar estes aspetos, apresentava um pequeno erro e faltava, no registo, o cálculo que indicava qual era o resultado do problema. Por isso, revi sumariamente todos os passos dados e atribui significado a cada salto, referindo-me aos mesmos como sendo a decomposição do número correspondente ao subtrativo (§5). O questionamento acabou por ser utilizado como uma forma de focalizar a atenção dos alunos em determinados aspetos, o que permitiu corrigir o referido do erro.

c) Problema 3

A primeira estratégia apresentada apoiava-se numa representação pictórica (episódio 32).

<u>Episódio 32</u>

1. **Eu:** E digam-me uma coisa, vocês sentiram dificuldades em contar os risquinhos todos? [*silêncio*] Imagina que nós tínhamos um número muito, muito grande, por exemplo, 500. Vocês faziam 500 bolinhas ou 500 tracinhos?
2. **João:** Não.
3. **Eu:** E ficávamos muito tempo a fazer a conta e a chegar a um resultado, está bem? Mas para estes números assim podemos utilizar estas estratégias de forma a conseguirmos dar uma resposta. Qual é a vossa resposta Luís?
4. **Luís:** Faltava ao TigerShark 78.
5. **Eu:** 78? Diz lá Bianca, ajuda o teu colega. Faltava quanto ao Tigershark?
6. **Bianca:** Faltava... [*silêncio*]
7. **Eu:** Vocês contaram do 32 até ao 78 e contaram quantos tracinhos?
8. **Bianca:** 78.
9. **Eu:** Então vocês começaram no 1 não começaram no 32.
10. **Luís:** Não, nós começámos no 32.
11. **Eu:** Então o que é que faltou para vocês não se esquecerem da resposta?
12. **Bianca:** Apontar.

(TIS3)

Durante a fase de monitorização, apercebi-me que este grupo não registou a resposta ao problema. Assim, durante a apresentação perguntei qual era a resposta ao problema (§3), suspeitando que não conseguiria responder, o que se verificou (§4; §6). Por esta via, tornou-se visível o que eu pretendia destacar: a importância de registar (§12). Neste âmbito, o questionamento foi utilizado como forma de obter clarificações acerca do raciocínio dos alunos, acabando por serem os próprios a compreenderem a importância do registo.

O episódio 33 ilustra a apresentação da estratégia 2 da autoria de Igor e Margarida.

Episódio 33

1. **Igor:** Fizemos uma reta numérica. Contámos de 10 em 10.
2. **Eu:** Começaste em que número?
3. **Igor:** 10.
4. **Eu:** Começaram no 10 a dar saltos na reta?
5. **Margarida:** Não, começámos no..
6. **Eu:** Margarida, podes ajudá-lo.
7. **Margarida:** Nós contámos do 32 até ao 78. [*o Igor no quadro ia apontando para os números que a Margarida referia*] Fizemos do 32 até ao 40. Depois do 40 ao 50, do 50 ao 60, do 60 ao 70 e do 70 ao 78.
8. **Eu:** E quantos saltinhos deram na reta?
9. **Margarida:** Primeiro contámos os de 8 que deu 16 e depois contámos os de 10 e vimos que dava 40 depois pusemos o 6 e deu 46.
10. **Eu:** Então vocês viram o número de saltinhos que tinham dado e somaram os saltinhos todos. E chegaram a que resultado?
11. **Margarida**: Ao 46.
12. **Eu**: Chegaram ao 46. [*falo para toda a turma*] Vocês perceberam como eles utilizaram a reta? Então quem quer tentar explicar? [*silêncio*] Eles utilizaram a reta porque era mais difícil ou porque ajudava a contar?
13. **Catarina**: Ajudava a contar.
14. **Eu:** E eles contaram de 1 em 1?
15. **Catarina:** Não, de 10 em 10.
16. **Eu:** Então eles tentaram sempre chegar à quê?
17. **Catarina:** À dezena mais próxima.

(TIS$_3$)

A estratégia de Igor e Margarida foi apresentada com o objetivo de continuar a evidenciar a utilização da reta numérica enquanto modelo de apoio ao cálculo. Pretendia que os alunos, ao ouvirem a explicação, conseguissem compreender e memorizar os aspetos mais importantes. Neste âmbito, o meu papel passou por evidenciar os saltos dados e o registo dos mesmos, procurando destacar a importância de adicionarem as quantidades correspondentes aos saltos para chegarem ao resultado (§10). Coloquei uma questão e tentei dar visibilidade à ideia que a reta numérica os pode ajudar a calcular

(§12). A partir daqui, e com a ajuda de Catarina, os alunos chegaram à conclusão que, nesta estratégia, os saltos dados tinham como objetivo chegar à dezena mais próxima (§17). Pretendia que os alunos compreendessem como a reta pode ser utilizada corretamente, procurando evidenciar a importância dos saltos e da respetiva contagem.

d) Problema 4

O episódio 34 ilustra a apresentação, na turma, da primeira estratégia que selecionei relativamente ao problema 4: a de Afonso e Iara.

<u>Episódio 34</u>

1. **Eu:** Afonso explica a tua estratégia.
2. **Afonso:** Fizemos 55 bolas e riscámos 15.
3. **Eu:** Deu quanto?
4. **Afonso:** 40.
5. **Eu:** Deu 40. Viram a estratégia que ele utilizou? Voltou a utilizar a estratégia das bolinhas.
6. **Rodrigo:** Nós também fizemos.
7. **Eu:** Sim Rodrigo, vocês fizeram com riscos. Conseguiram contá-los?
8. **Rodrigo:** Conseguimos.
9. **Eu:** Deu quanto?
10. **Rodrigo:** 45.
11. **Eu:** 45? Então significa que contaram a mais!

(TIS$_4$)

A estratégia de Afonso e de Iara foi apresentada com o objetivo de evidenciar a viabilidade de usar uma representação pictórica quando o problema tem números de maior grandeza. Privilegiei e respeitei a forma como os elementos deste grupo pensaram embora houvesse a necessidade de focar a atenção num determinado aspeto: não diversificavam as estratégias (§5). Não atribuí uma conotação negativa à estratégia apresentada. No entanto, procurei evidenciar que há estratégias que são mais eficazes quando se trata de números maiores (§7, §11).

O episódio 35 ilustra a explicação da estratégia do grupo de Filipe e Raíssa, a segunda a ser apresentada relativamente ao problema 4.

<u>Episódio 35</u>

1. **Raíssa:** Nós fizemos esta conta, 15 + 40 é igual a 55.
2. **Eu:** Vocês fizeram a conta primeiro ou a reta?
3. **Raíssa:** A conta.
4. **Eu:** Então vocês primeiro descobriram quanto é que faltava?
5. **Raíssa:** Sim. Depois fizemos a reta até ao 55.
6. **Eu:** Começaram em que número?

7. **Raíssa:** No 15.
8. **Eu:** Viram? Eles começaram no 15 e foram até ao 55. [*volto a dirigir-me à Raíssa*] Deste saltos de quanto em quanto?
9. **Raíssa:** De 5 em 5.
10. **Eu:** Então a partir do 15 deram saltos de 5 em 5 até chegarem ao 55. E ali ao lado o que é que está Raíssa?
11. **Raíssa:** Está 5+5+5+5+5+5+5+5.
12. **Eu:** Quantas vezes tens o 5?
13. **Raíssa:** 8.
14. **Eu:** E é igual a quanto? [*Silêncio*] Vamos ajudar a Raíssa, vamos meter 8 dedos na mão. Cada dedo vale quanto?
15. **Margarida:** 10.
16. **Eu:** Não, ela não contou de 10 em 10.
17. **Catarina:** 5. Ela contou de 5 em 5.
18. **Eu:** Agora vamos contar 8 vezes o número 5. [*em conjunto*] 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40. Então quantas cartas faltavam colar na caderneta?
19. **Raíssa:** 40.
20. **Eu:** E se juntarmos os 40 cromos que faltam colar aos 15 cromos que já estão colados iremos encher a nossa caderneta. Então quanto é 40 que faltam colar mais os 15 que já foram colados?
21. **Gabriel:** 55.
22. **Eu:** 55, que era o total de cromos que podia ter a caderneta.
23. **Raíssa:** Depois fizemos outra reta.
24. **Eu:** E porque é que a fizeram? [*silêncio*] vocês primeiro queriam fazer o quê?
25. **Raíssa:** A reta.
26. **Eu:** Vocês primeiro fizeram aquela reta e depois quiseram fazer outra de 1 em 1. Para quê? [*silêncio*] vocês queriam ter a certeza do que estavam a fazer?
27. **Raíssa:** Sim.

(TIS$_4$)

Nesta apresentação, o meu papel passou pelo apoio no momento da explicação de cada passo dado. Este grupo utilizou três estratégias. Para que todos percebessem o conjunto destas estratégias, comecei por questionar um dos seus elementos sobre o que tinham feito em primeiro lugar (§2). Tornou-se visível para a turma que tinha sido "a conta" (§3) e que, posteriormente, recorreram à reta numérica começando pelo número menor do problema (§5; §7). Realcei que este grupo tinha dado saltos de 5 em 5 até chegarem ao número pretendido, com o objetivo de mostrar como esta estratégia de contagem pode facilitar o cálculo (§10). Raíssa registou os saltos dados mas não sabia o resultado. Como tal o meu papel passou por auxiliar a aluna na contagem, acabando por ter sido realizada em grande grupo (§18), Em seguida, intervim com o objetivo de dar a conhecer à turma o porquê de este grupo ter realizado uma reta de 1 em 1 (§26) para confirmarem todos os cálculos anteriormente efetuados.

O episódio 36 ilustra a apresentação da estratégia utilizada por Cassandra e Absalão, a terceira a ser partilhada na turma.

Episódio 36

1. **Eu:** Conta-nos lá como vocês pensaram.
2. **Cassandra:** Nós pensámos que 50 -10 dava 40 e a Cátia ajudou-nos nestes, 5-5 = 0.
3. **Eu:** E porque é que eu ajudei nesse?
4. **Cassandra:** Porque eu e o Absalão não estávamos a conseguir.
5. **Eu:** Eu perguntei-te "como é que vocês resolveram a conta?" e o que me respondeste?
6. **Cassandra:** Que pensámos que 50 menos o 10 igual a 40.
7. **Eu:** Então tu acabaste por me explicar, não conseguiste foi registar a forma como estavas a pensar.
8. **Cassandra:** [*aponta para os riscos*] Por isso é que nós temos tantos erros.
9. **Eu:** Sim, porque aquilo que está nessa folha foram os vários pensamentos que a Cassandra e o Absalão tiveram.
10. **Catarina:** Mas que não eram aqueles que eles queriam.
11. **Eu:** Pois não, mas quando lhes expliquei o que estava escrito... [*referindo-me ao enunciado do problema*].
12. **Catarina:** Eles aí perceberam o que tinham que fazer.
13. **Eu:** Eles perceberam e rapidamente fizeram de cabeça. Mas quando nós resolvemos um problema temos de explicar passinho a passinho.
14. **Margarida:** Como pensámos.
15. **Catarina:** Como é que a nossa cabeça pensou.

(TIS$_4$)

Com esta apresentação, pretendia valorizar a importância de o registo corresponder à estratégia utilizada. Para além disso, durante a monitorização, auxiliei este grupo, sugerindo um modelo de registo que se adequava à estratégia que me explicaram oralmente. Assim, quando iniciaram a explicação, referiram o meu papel na concretização do registo efetuado (§2)

A folha de registo deste grupo tinha muitos riscos. Tentei destacar que os mesmos não eram erros mas sim várias formas de pensar (§9) pois nem sempre o problema é compreendido o que leva à utilização de várias tentativas de resolução. Optei por realçar o erro como sendo uma forma de pensar sem lhe atribuir um sentido negativo (§9). Para além disso, achei crucial esta estratégia ser apresentada devido ao seu potencial matemático.

Pode colocar-se a hipótese da estratégia utilizada por este grupo estar relacionada com as ideias com que os alunos contactaram durante a fase de sistematização do problema 1 em que apresentei a decomposição dos números como uma possível estratégia de resolução.

4.1.3. Desafios

Nesta tarefa, os desafios estiveram relacionados com a antecipação das estratégias de resolução da tarefa, com a monitorização do trabalho autónomo, com a seleção das estratégias a apresentar/discutir e com a condução das discussões.

Antecipar estratégias que poderão ser utilizadas pelos alunos, bem como possíveis dificuldades e formas de lhes fazer face, são processos que requerem uma exploração aprofundada dos problemas que serão propostos. Conhecer os alunos, no que se refere às estratégias utilizadas, é algo que exige um período de observação significativo. Foi um desafio conseguir antecipar estratégias, conseguindo apenas equacionar as que poderiam surgir depois de ter proposto a primeira tarefa. As estratégias antecipadas para esta tarefa, acabaram por ser uma replicação das que foram observadas e a ambição pouco realista de, possivelmente, poderem surgir resoluções mais eficazes.

A monitorização do trabalho dos alunos foi difícil. Previa que conseguiria tirar apontamentos à medida que acompanhava a atividade de cada grupo. Revelou-se uma tarefa impossível, uma vez que dedicava a minha atenção ao apoio a prestar e acabava por me esquecer de fazer registos. Embora tivesse a tabela de monitorização na mão, apenas conseguia anotar a ordem das apresentações. Todas as informações relativas aos aspetos positivos e negativos de cada estratégia, só eram registados após a aula, correndo o risco de deixar de lado aspetos importantes.

Escolher as estratégias a serem apresentadas e organizá-las tendo em conta determinados critérios, foi, também, um desafio. Apesar de saber o porquê de escolher determinadas estratégias, havia sempre o receio de haver outras que pudessem ser mais relevantes do ponto de vista matemático. Por exemplo, nesta tarefa "Invizimals à Solta" Filipe e Raíssa utilizaram como estratégia o cálculo sequencial. Poderia ter sido uma estratégia a apresentar e discutir, tendo em conta o seu potencial matemático. Analisando as resoluções dos outros grupos e as suas dificuldades, considerei que deveria esclarecer as dúvidas existentes em vez de apresentar algo novo.

No momento de discussão das estratégias dos alunos e posterior sistematização, o desafio passava por conseguir envolver os alunos na discussão. Várias vezes, quando tentava que participassem ou auxiliassem um colega, não obtinha resposta. Acabava por ter que "convidá-los" a irem ao quadro. Esta situação foi referida aquando da análise relativa à estratégia 3 do problema 1. João encontrava-se no quadro mas estava com dificuldades em explicar o raciocínio utilizado pelo grupo. Neste momento solicitei que

Joel e Carlos o ajudassem. Não obtive resposta e não queria obrigá-los a irem ao quadro. Como a estratégia tinha que ser demonstrada pelos três para fazer sentido, acabei por insistir para que o fossem ajudar.

Para além disso, foi um desafio conduzir as discussões coletivas: conseguir que os alunos participassem, sentissem que havia abertura para comentarem as estratégias apresentadas, foi algo que me preocupou. Tinha receio que as discussões acabassem por se focar apenas na apresentação das estratégias, não havendo espaço para comentários. Embora tenha tido sempre esse aspeto em consideração, tenho noção que em alguns momentos as discussões serviram apenas para tirar dúvidas ou focar determinados aspetos: por exemplo, como se efetuava o registo quando se usava o ábaco e como usar, corretamente, a reta numérica.

A gestão do tempo também era algo difícil de controlar. Acabava por ter que prolongar as discussões coletivas para momentos letivos destinados a outras áreas curriculares. Considero que o facto de esta tarefa ter quatro problemas não foi favorável a uma gestão adequada do tempo disponível.

4.2. Explorando a tarefa "A fábrica de brinquedos"

A tarefa "A fábrica de brinquedos" foi concebida tendo como tema o Natal e o fabrico de brinquedos. Os brinquedos referidos no seu enunciado vão ao encontro dos interesses dos alunos: Diários da Violeta e Carros telecomandados. É constituída por três problemas (anexo 3) em que os números envolvidos são múltiplos de 5 e de 10 e números vizinhos destes múltiplos. Escolhi-os por serem números de referência para os alunos ou estarem perto deles.

Com os três problemas pretendi que os alunos encontrassem estratégias de resolução para tarefas associadas a diferentes sentidos da subtração: o sentido completar (problema 1 e 2) e o sentido comparar com diferença desconhecida (problema 3). Escolhi estes sentidos porque senti que os alunos tinham tendência para calcular usando apenas estratégias subtrativas. Aparentemente não compreendiam que em problemas de subtração pode ser usada uma estratégia aditiva, parecendo não entender que há uma relação entre a adição e a subtração que permite facilitar o raciocínio matemático.

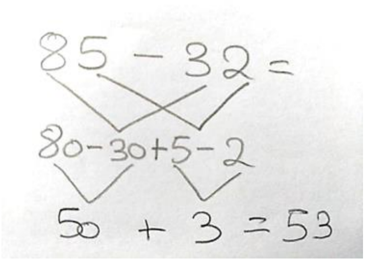
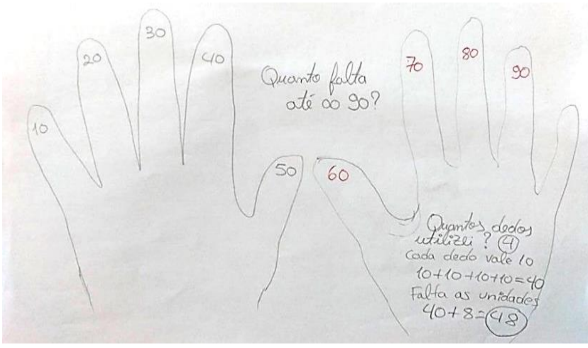
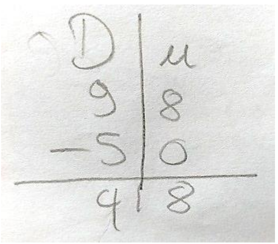
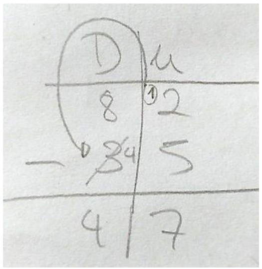
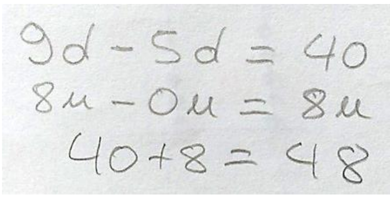
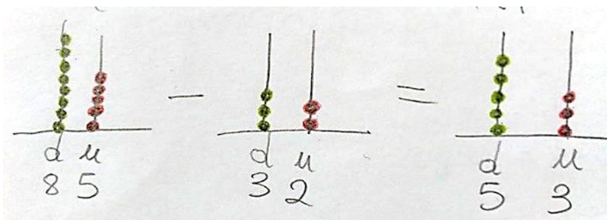
Além disso, os números do problema 3, foram escolhidos de modo a que o algarismo das unidades do subtrativo fosse superior ao das unidades do aditivo. Pretendia introduzir o algoritmo vulgarmente designado por subtração com transporte e averiguar se os alunos, durante a exploração do problema, se apercebiam que poderia ser vantajoso conhecerem uma determinada regra

4.2.1. Preparação das discussões

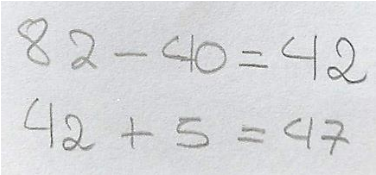
a. O que fiz antes das aulas?

Tal como na tarefa anterior, antes das propor a tarefa à turma antecipei possíveis resoluções dos alunos para cada um dos três problemas, dúvidas/dificuldades que poderiam surgir e como é que poderia lidar com elas.

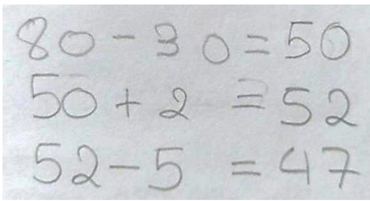
A figura 7 ilustra um excerto da planificação da aula, onde constam possíveis estratégias dos alunos e a designação que atribuí a cada uma.

<table>
<tr><td>Cálculo em árvore subtrativo

</td><td>Cálculo por contagem dos dedos das mãos

</td></tr>
<tr><td>Algoritmo da subtração

</td><td>Algoritmo da subtração com transporte

</td></tr>
<tr><td>Decomposição dos números

</td><td>Valor posicional dos algarismos: recurso ao ábaco móvel

</td></tr>
</table>

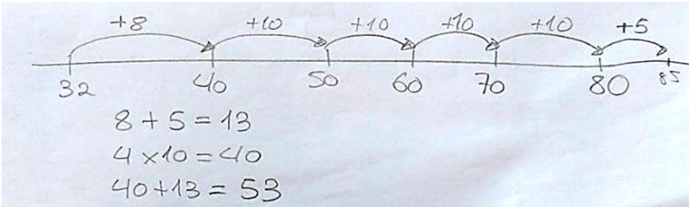
<table>
<tr>
<td>Cálculo com compensação



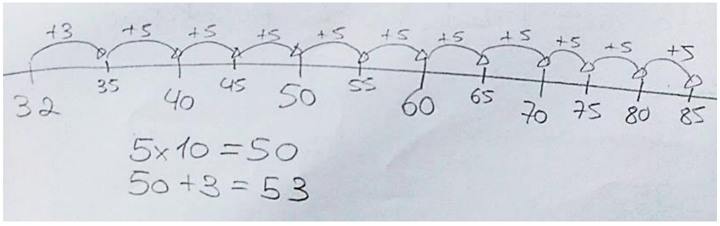
</td>
<td>Cálculo sequencial



</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Reta numérica: saltos de 10 em 10



</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Reta numérica: saltos de 5 em 5



</td>
</tr>
</table>

Figura 7 - Extrato da planificação da aula: antecipação das estratégias dos alunos (TFB)

Na antecipação das estratégias dos alunos, previ que poderiam recorrer a estratégias com as quais se sentiriam seguros: saltos de 10 em 10 ou de 5 em 5 com o apoio da reta numérica; cálculo por contagem dos dedos das mãos; decomposição dos números apoiado na utilização do ábaco móvel e o algoritmo da subtração. Como o último problema desta tarefa é mais complexo previ, também, as estratégias: cálculo em árvore subtrativo; cálculo sequencial, cálculo com compensação e, ainda, o algoritmo da subtração com transporte pois, como referi, pretendi-a introduzi-lo.

Depois de ter pensado em possíveis estratégias, refleti acerca das dificuldades que poderiam surgir. A figura 8 ilustra um excerto da planificação referente às dificuldades previstas e à forma como poderia agir para as colmatar.

Dificuldades previstas		Como resolver as dificuldades?
1	Os alunos poderão não associar, de imediato, que a presente operação tem como operação inversa a adição, ou seja, 32+53=85 e que 85-32=53 representa o mesmo.	A relação entre a adição e a subtração, referindo que 32+53=85 não é o mesmo que 85+32=117.
2	Os alunos que têm mais dificuldade irão tentar chegar ao resultado através de estratégias pictóricas.	A diferença entre o 85 e o 32 é grande, por isso a utilização de bolinhas/traços não é a escolha mais adequada, têm que começar a utilizar estratégias matemáticas mais eficazes; incentivar os alunos a utilizarem outra estratégia.
3	Poderão não compreender qual a operação a utilizar para a resolução do problema.	Explorar o enunciado do problema e atribuir significado aos números envolvidos.
4	Como é uma subtração com transporte, os alunos irão tentar retirar duas unidades às cinco unidades sem compreenderem o que estão a fazer de errado.	Explicar as operações de subtração com transporte, recorrendo a um exemplo; realizar a resolução do problema em conjunto.

Figura 8 - Extrato da planificação da aula: antecipação das dificuldades dos alunos (TFB)

Decidi que para apoiar os alunos que optam por utilizar uma estratégia aditiva mas não sabem de que forma utilizá-la, o meu papel passaria por lhes mostrar a impossibilidade de utilizarem a adição no sentido de juntar, justificando que se efetuassem 85+32 iriam ultrapassar o número total de brinquedos necessários (85). Para tal, colocaria a seguinte questão: “Se já temos 32, quanto é que falta para termos 85?”.

De uma forma geral, os alunos quando não se sentiam confiantes para utilizarem estratégias diferentes acabavam por recorrer à representação pictórica. Para tentar que os alunos se fossem apercebendo das limitações desta estratégia,, sugeriria que pensassem noutra forma de resolver o problema, incentivando-os a expandir as suas opções e a não terem receio de experimentarem uma estratégia diferente. Nesta perspetiva, decidi que auxiliaria diretamente os alunos para que compreendessem a estratégia escolhida. Caso os alunos sentissem dificuldades em escolher uma estratégia, por não compreenderem o sentido do problema, a minha intervenção passaria por atribuir significado aos números envolvidos e a clarificar o objetivo do problema.

Para além disso, supus que os alunos que optassem por utilizar a decomposição dos algarismos se poderiam esquecer de juntar as unidades, ou seja, poderiam apenas subtrair as dezenas (90-50=40) ignorando as unidades (40+8=48). Para resolver esta situação, alertaria os alunos para o possível esquecimento, revendo as contagens efetuadas em conjunto. Previ que os alunos poderiam sentir dificuldades significativas em resolver o problema 3. Como tal, considerei que, se fossem observáveis muitas dificuldades, solicitaria aos alunos que parassem para tentarem compreender o porquê desta subtração ser diferente de todas as outras realizadas até à data.

b. O que fiz durante as aulas?

Durante as aulas o meu papel focou-se na apresentação da tarefa, na monitorização do trabalho autónomo dos alunos e na seleção e sequenciação das estratégias a serem apresentadas à turma.

Antes de introduzir a tarefa, achei que seria pertinente relembrar os alunos o nome da operação que temos trabalhado. O episódio 37 relata esta breve conversa introdutória.

<u>Episódio 37</u>

1. **Eu:** Nós temos trabalhado problemas… Alguém me sabe dizer qual é a operação que temos utilizado para resolver esses problemas?

   (Silêncio)
2. **Eu:** Nós conhecemos: a subtração...
3. **João:** … a adição e a multiplicação.
4. **Eu:** Os problemas que nós temos feito é para descobrir uma diferença. Qual é a operação em que nós descobrimos uma diferença?

   (Vários alunos levantam o dedo e esperam que eu dê a palavra a um deles.)
5. **Bianca:** A multiplicação.
6. **Eu:** Não, não é a multiplicação.
7. **Catarina:** É na subtração.
8. **Eu:** É na subtração que nós descobrimos a diferença entre dois números. Só que a subtração muitas vezes tem uma grande amiga, que nos ajuda muito a pensar.
9. **João:** Que é a adição.
10. **Eu:** E nós podemos tirar partido das duas para conseguirmos chegar a um resultado.

(TFB$_1$)

Quando perguntei qual a operação que tinha sido abordado nas tarefas propostas até então (§1), não obtive resposta. Por isso, decidi que deveria relembrar-lhes as operações que já conheciam, com o objetivo de os envolver e conseguir que participassem. Além disso, considerei relevante evidenciar a relação entre a adição e a subtração, visto que na exploração dos problemas anteriores a maior parte dos alunos não usaram esta relação (§8; §10). Considerei que devia abordar a adição como uma “grande amiga” da subtração, de modo a torná-la facilmente memorizável por parte dos alunos.

Tal como em todas as aulas, a apresentação da tarefa "A fábrica de brinquedos" foi tratada com especial atenção. Introduzi-a com a leitura de uma pequena história adaptada do livro "A Oficina do Pai Natal"[5] que foi reescrita com o objetivo de tornar os problemas que se seguissem mais significativos para os alunos. O episódio 38 ilustra a exploração da história lida.

Episódio 38

1. **Eu:** Então, o Chefe dos Duendes como é que se chamava?
2. **Vários alunos:** Jeremias!
3. **Eu:** O Jeremias, foi à oficina do Pai Natal e descobriu que havia muitos brinquedos de meninos que queriam carros telecomandados e de meninas que queriam diários da Violeta.
4. **Cassandra:** Eu não quero diários da Violeta!
5. **Vários alunos:** Eu quero!
6. **Eu:** Ele chegou à oficina e disse assim: "Bem, deixa-me lá ver… é melhor eu registar tudo o que está aqui numa tabela para não me baralhar! Vou contar os brinquedos que já estão feitos, ora bem, já temos 32 brinquedos da Violeta, mas quantos é que precisamos? Precisamos de 85, ainda faltam muitos. Vou contar agora os carros telecomandados: já temos 50, mas preciso de 98.. ainda faltam uns quantos!" Então o duende Jeremias precisa da nossa ajuda para perceber quantos é que faltam para conseguirem construir a tempo do Natal.

(TFB_1)

Procurei destacar a importância de organizar a informação numa tabela (§6) e, com o objetivo de envolver os alunos, tentei evidenciar a importância de ajudarmos o duende Jeremias a descobrir quantos brinquedos faltavam construir, uma vez que o Natal se estava a aproximar. Deste modo, evidenciei o objetivo dos dois primeiros problemas.

Tal como nas tarefas anteriores, preparei para cada um dos problemas uma tabela de monitorização da atividade dos grupos que, na sua maioria, eram constituídos por dois elementos (5 grupos); havia apenas dois constituídos por três alunos, o que perfazia um total de sete grupos.

Estando definida a constituição dos grupos, antes da leitura de cada problema organizava os materiais necessários para a aula e estes materiais eram distribuídos aos alunos: enunciado da tarefa, folhas brancas A3 e marcadores de ponta grossa.

Começava por pedir a um aluno que lesse o enunciado de cada problema e, seguidamente, o mesmo era lido por mim com o objetivo de o tornar claro para todos os

[5] "A Oficina do Pai Natal", de Cristina Quental e Mariana Magalhães (2010)

elementos da turma. Após a leitura, eram afixadas no quadro imagens que ilustravam o que se pretendia (tabela 9).

Tabela 9 - Exploração dos problemas (TFB)

<table>
<tr><th colspan="2">Apresentação dos problemas</th></tr>
<tr><th>Problema 1 e 2</th><th>Problema 3</th></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>Brinquedos</th><th>Brinquedos produzidos</th><th>Total de brinquedos</th></tr>
<tr><td></td><td>32</td><td>85</td></tr>
<tr><td></td><td>50</td><td>98</td></tr>
</table>
</td><td>


</td></tr>
</table>

- **Monitorização do trabalho autónomo**

Quando começava a monitorizar o trabalho de cada grupo, tentava compreender as estratégias que os alunos estavam a utilizar pedindo clarificações e justificações. Além disso, ajudava quando notava que havia grupos parados devido ao surgimento de dificuldades e, quando necessário, fornecia pistas e sugeria representações. O episódio 39 ilustra o meu papel face a um grupo que estava com dúvidas acerca da estratégia que poderia utilizar.

<u>Episódio 39</u>

1. **Igor:** Cátia, é para fazer mais com menos? [*querendo perguntar se utilizava a adição ou a subtração*]
2. **Eu:** O que é que tu achas? Se é para descobrir uma diferença, o que achas?
3. **Igor e Joel:** É com mais.
4. **Eu:** Olhem lá, se vocês fizessem uma conta de mais, uma adição, vocês iam ter um resultado maior do que aquele [*aponto para o total de brinquedos relativo ao diário da violeta*].
5. **Margarida:** Pois é.
6. **Eu:** Iam ter mais do que 85 e vocês só querem 85.
7. **Margarida:** Por isso é que temos de fazer de menos. 85- …. Vamos fazer uma reta numérica!

(TFB_1)

Com o objetivo de ajudar os alunos do grupo a refletir sobre a estratégia que me pareceu que estavam a querer utilizar (adição no sentido juntar), usei o questionamento e apontei para a tabela exposta no quadro para evidenciar qual era o número total de brinquedos, ou seja, um valor que não poderia ser ultrapassado (§4; §6). O meu papel, neste contexto, passou por ajudá-los a compreender o porquê de não poderem utilizar a adição da forma que pretendia, o que contribuiu para se surgisse uma nova ideia que que os poderia conduzir ao objetivo a alcançar (§7).

O episódio 40 revela como agi perante um grupo cuja dificuldade se centrava no registo da resolução.

Episódio 40

1. **Eu:** Como chegaram a este resultado?
2. **Cassandra:** Comecei a contar com os dedos.
3. **Eu:** E como é que contaste pelos dedos? Tens que explicar na folha como o fizeste. Começa por me explicar como pensaste.
4. **Cassandra:** Eu contei. 30,40,50,60,70,80. [*começa a contar os dedos que utilizou (1,2,3,4)]*
5. **Eu:** Então vais ter que explicar na folha como chegaste ao 80 e depois como explicas como chegaste ao 5.

(TFB$_1$)

Quando me aproximei do grupo de Cassandra e de Absalão, notei que os alunos estavam a contar os dedos das suas mãos de 10 em 10. Optei por me aproximar sem os interromper, com o objetivo de permitir a continuação da contagem para compreender a estratégia utilizada antes de intervir. Ao observar a folha de registo, apercebi-me que o registo não coincidia com a estratégia utilizada. Assim, utilizei o questionamento como forma de focalizar a sua atenção num determinado aspeto: o registo (§1). Pedi que me mostrassem como utilizaram as mãos para efetuarem a contagem com o objetivo de, indiretamente, dar evidência a um modelo de apoio ao cálculo (§3). Optei por fornecer pistas sem revelar concretamente a forma como poderiam fazer, deixando-os a refletir sobre a forma de registo (§5).

O episódio 41 ilustra o apoio prestado a um grupo que não compreendeu o enunciado do problema.

Episódio 41

1. **Bianca:** Nós enganámo-nos aqui, por isso decidimos fazer a conta em pé.

2. **Eu:** Não é a conta em pé, é o algoritmo. Então porque é que não dá para fazer o algoritmo?
3. **Bianca:** Porque ainda agora fizemos aqui o 3 [*nas dezenas*] e aqui o 2 [*nas unidades*] e aqui 50 [*nas dezenas*] e aqui 98 [*nas unidades*].
   (*Começaram a utilizar todos os dados que estavam na tabela*)
4. **Eu:** Nós só estamos a fazer a parte de cima [*aponto para a tabela*]. Por isso, quais são os números que estamos a utilizar?
5. **Todos:** 32 e 85.
6. **Eu:** Quero saber uma coisa. Qual é o total que vocês precisam de diários da violeta?
7. **Bianca:** 85.

(TFB$_1$)

Ao aproximar-me deste grupo, notei que estavam a utilizar os quatro números registados na tabela exposta no quadro (§3). Como havia outros grupos a fazer o mesmo, optei por tapar os dados da tabela que correspondiam ao problema seguinte com uma folha branca. Utilizei o questionamento para focalizar a atenção dos alunos nos números envolvidos neste problema (§4; §6). Apesar das dificuldades na "montagem" do algoritmo da subtração, não lhes revelei muitos pormenores, pensando que poderia ser benéfico a exploração do mesmo no período da aula destinado à discussão

Nas situações, em que me deparava com uma estratégia incorreta, procurava que os próprios elementos do grupo se responsabilizassem pela correção, ou seja, tentava não validar nem refutar o resultado obtido. Tendo em conta as dificuldades de alguns alunos, quando os ajudava preocupava-me em não utilizar expressões que os desmotivassem. O episódio 42 ilustra a minha ação numa destas situações.

Episódio 42

1. **Eu:** Qual é o total que nós precisamos de brinquedos? Que são os carros que o duende ainda vai ter que construir, quantos carros precisa no total?
2. **Martim:** 98
3. **Eu:** E ele já tinha quantos?
4. **Martim:** 50
5. **Eu:** Então ele vai ter que ir do 50 até ao 98. E se eu fizer 98 + 50 será que vai ter mais brinquedos do que aqueles que precisa?
6. **Iara:** Não.
7. **Eu:** Vocês ao juntarem vocês estão a pensar que o duende precisa de muito, muitos brinquedos. Ele não precisa assim de tantos brinquedos ele só precisa de 98. Façam lá a conta 98 + 50 para verem se o resultado não é maior do que aquele que ele precisa.

(TFB$_2$)

Os alunos pretendiam adicionar 50 com 98 (problema 2). Optei por os deixar seguir esta estratégia pois, desta forma, poderiam analisar se o resultado obtido era inferior ou superior ao número total de brinquedos (§7). Esta conversa fez com que Iara e Martim se apercebessem de que não poderiam utilizar a adição como pretendiam e, por isso, tentaram usar uma reta numérica graduada de um em um.

Quando um aluno mostrava vontade de testar os seus conhecimentos na resolução de um problema, permitia-o tal como ilustra o episódio 43.

<u>Episódio 43</u>

1. **João:** Posso fazer também a conta?
2. **Eu:** Podes. Gabriel tapa a que já está feita com a tua mão, para o João fazer também.

(TFB$_2$)

Neste caso, Gabriel tinha usado o algoritmo da subtração e João queria comprovar que o conseguiria fazer sem a ajuda do colega, o que considerei importante pelo que anuí (§2) tal como fiz sempre que observava este tipo de interesse por parte dos alunos. Este modo de agir poderia, a meu ver, aumentar o seu o nível de confiança e incrementar a sua participação durante a discussão ou a resolução de outros problemas.

O episódio 44 ilustra a minha intervenção perante respostas incompletas.

<u>Episódio 44</u>

1. **Eu:** Quais são os números que já sabíamos?
2. **Ana:** O 50 e o 98.
3. **Eu:** Qual é que tínhamos que descobrir?
4. **Filipe:** o 40 + o 8.
5. **Ana:** 48.
6. **Eu:** Então faltam quantos brinquedos?
7. **Ana e Filipe:** 48.

(TFB$_2$)

Quando me aproximei do grupo de Ana e de Filipe, apercebi-me que tinham realizado a adição como operação inversa da subtração, descobrindo a parcela que faltava para obterem o total pretendido. Apesar de todos os passos estarem corretamente efetuados, apercebi-me que os alunos não sabiam qual era a resposta ao problema. Nestas situações, colocava questões que visavam obter clarificações ou justificações adicionais com o intuito de dirigir a atenção dos alunos para aspetos críticos (§1;§3). Desta forma, o grupo chegou à resposta do problema (§7).

O episódio 45 ilustra o momento em que uns dos grupos tenta utilizar o esquema em árvore para resolver o problema 3.

<u>Episódio 45</u>

1. **Eu:** Então o que vocês estão a fazer meninas?
2. **Catarina:** Nós estamos a tentar fazer a árvore mas..
3. **Eu:** Está complicado?
4. **Catarina:** Sim, nesta parte aqui..
5. **Eu:** Achas que esta conta é igual a todas as outras que já fizemos? Será que há alguma regra especial?

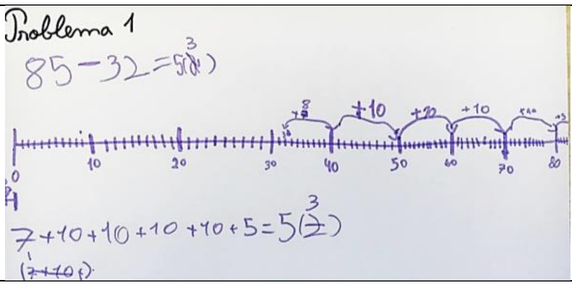
(TFB[3])

Ao monitorizar o trabalho deste grupo, constatei que não estavam a conseguir concretizar a estratégia que tentavam utilizar. Como este grupo estava com dificuldades, durante a monitorização optei por pedir que comparassem o cálculo que tinham que realizar com outros que já tinham feito (§5). Assim, deixei as alunas a observar a folha de registo e a refletirem sobre a razão de não estarem a conseguir concretizar a estratégia escolhida. Considerei que, desta forma, conseguia deixar os alunos curiosos e motivados para tentarem descobrir o que falhava na estratégia escolhida.

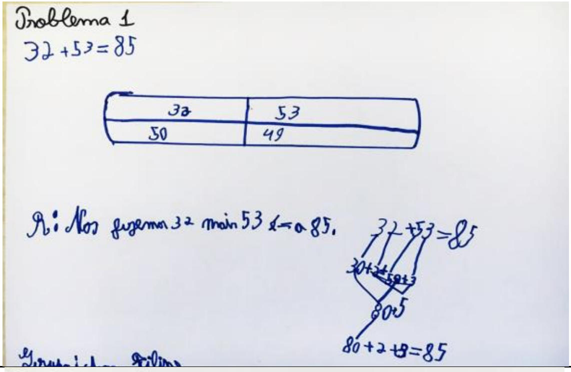
- **Seleção e sequenciação das estratégias**

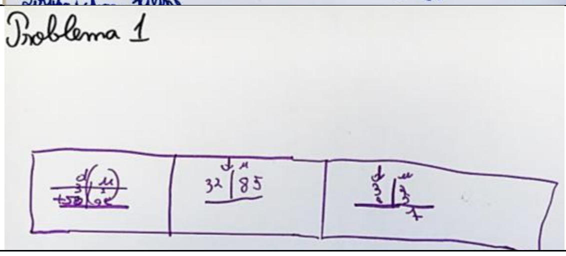
A tabela 10 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 1.

Tabela 10 – TFB - *Problema 1: seleção e ordem de apresentação das estratégias*

Problema 1	
Estratégia 1 Reta numérica: saltos de 10 em 10 (*Margarida, Igor e Joel*)	

<table>
<tr>
<td>Estratégia 2
Adição como operação inversa da subtração

(Filipe e Raíssa)</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Estratégia 3
Algoritmo da subtração

(Bianca, Rodrigo e Luís)</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Decidi selecionar três estratégias para serem apresentadas e discutidas na turma e optei por as seriar do seguinte modo: as duas primeiras tendo em conta a eficiência dos procedimentos utilizados (do menos para o mais eficiente); e deixei para o final uma que envolvia o recurso ao algoritmo da subtração, que estava incorreta e incompleta mas que poderia permitir esclarecer dúvidas de muitos alunos.

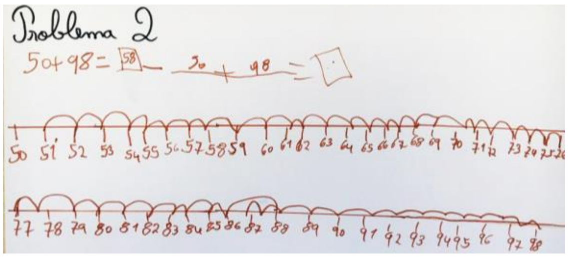
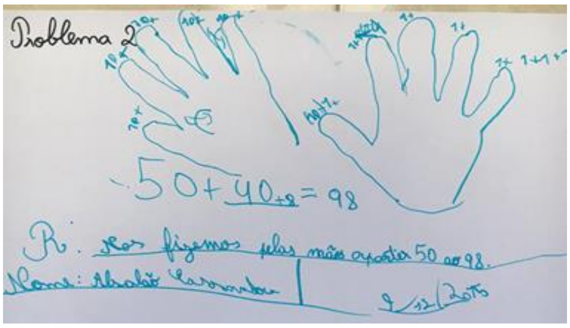
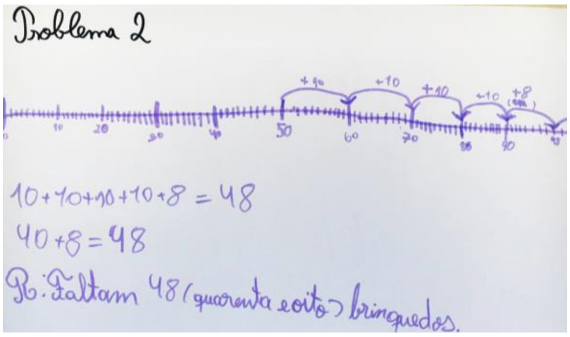
A estratégia 1, da autoria do grupo de Margarida, Igor e Joel, foi escolhida com o objetivo de reforçar a forma como a reta deve ser utilizada e evidenciar que a mesma serve de suporte ao cálculo e ao raciocínio. De um modo geral, os alunos tinham tendência para utilizar a reta numérica sem registar os "saltos" ou utilizam-na para a contagem de 1 em 1.

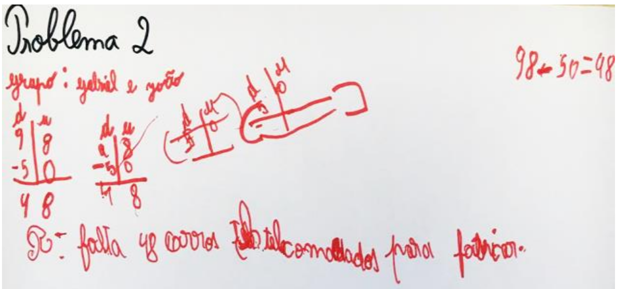
A estratégia 2, do grupo de Ana e de Filipe, foi escolhida visando destacar a importância de relacionar a adição e a subtração. A utilização de uma estratégia aditiva num problema de subtração era uma dúvida frequente na maior parte dos grupos. Este grupo relacionou a adição com a subtração, embora não o tenha sabido explicar com clareza.

A estratégia 3, do grupo de Bianca, Rodrigo e Luís, foi escolhida com o objetivo de ajudar a compreender o algoritmo da subtração. Como esta é uma operação em que o conhecimento dos alunos ainda tem bastantes fragilidades, notei que muitos tiveram dificuldades em perceber como poderiam esquematizar corretamente o cálculo usando o algoritmo. Assim, considerei pertinente escolher esta estratégia pois a sua análise e discussão poderia ser um meio para esclarecer dúvidas e elucidar os alunos sobre as regras a respeitar quando se utiliza o referido algoritmo.

A tabela 11 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 2.

Tabela 11 – TFB - *Problema 2: seleção e ordem de apresentação das estratégias*

Problema 2	
Estratégia 1 Reta numérica: graduada de 1 em 1 (*Iara e Afonso)*	
Estratégia 2 Cálculo por contagem dos dedos das mãos (*Cassandra e Absalão)*	
Estratégia 3 Reta numérica: saltos de 10 em 10 (*Margarida, Joel e Igor*)	

Estratégia 4 Algoritmo da subtração (*Gabriel e João*)	

A estratégia 1, da autoria do grupo de Iara e de Afonso, foi escolhida com o objetivo de evidenciar que a forma como os alunos, no início da resolução do problema, utilizaram a adição para resolver o problema (calcular 98+50) não permite obter uma resolução correta.

A segunda tentativa de resolução apoiou-se na reta numérica e na contagem dos “saltinhos” aí registados. Considerei que esta estratégia indiciava uma evolução da representação pictórica, habitual nos elementos deste grupo, que entendi ser importante valorizar mesmo que a contagem tenha sido feita de 1 em 1.

A estratégia 2, do grupo de Cassandra e de Absalão, foi escolhida com o objetivo de salientar como é possível usar, corretamente, uma estratégia aditiva num problema de subtração. Quis conectá-la com a primeira estratégia usada pelo grupo anterior de modo a evidenciar as diferenças entre 98 + 50 = 140 e 50 + 48 = 98.

Além disso, pretendia que os alunos observassem como pode ser efetuado o registo quando recorrem à contagem dos dedos das mãos.

A estratégia 3, do grupo de Margarida, Joel e Igor, foi escolhida com o objetivo de evidenciar como se pode resolver o problema recorrendo à utilização reta numérica e a saltos de 10 em 10.

A estratégia 4, da autoria de Gabriel e de João, foi escolhida com o objetivo de destacar o processo de resolução recorrendo ao algoritmo da subtração. Durante o período de monitorização apercebi-me que vários grupos estavam a tentar utilizar esta estratégia, persistindo, no entanto, várias dificuldades.

Para o problema 3, não selecionei nenhuma estratégia para ser apresentada e discutida. Este problema serviu de contexto para introduzir o algoritmo da subtração “com transporte”. Tal como previ, como este algoritmo apresenta caraterísticas específicas, os alunos tentavam usar o que já sabiam sobre cálculo algorítmico em casos de subtração "sem transporte". Quando não o conseguiam, tentavam resolver o problema através da adição, da reta numérica ou do cálculo em árvore (realizado também com a adição). Ao observar as dificuldades sentidas, optei por pedir aos alunos que parassem de explorá-lo. Considerei que seria enriquecedor resolvermos este problema em conjunto, explorando a forma como se usa este algoritmo.

4.2.2. Condução da discussão

a) Problema 1

O episódio 46 ilustra a explicação da primeira estratégia a ser apresentada.

Episódio 46

1. **Margarida:** Primeiro fizemos a reta numérica e depois marcámos do 32 ao 40, depois do 40 ao 50, do 50 ao 60, do 70 ao 80 e do 80 ao 85.
2. **Eu:** E depois, o que é que fizeste? [*Margarida olha para a reta para tentar perceber*] Foste dando saltos na reta, não é? Começaste em que número?
3. **Margarida:** No 32.
4. **Eu:** Começaste no 32. Que eram os brinquedos produzidos ou o total? Olha para a tabela. Quais foram os brinquedos que assinalaste? Os produzidos ou o total?
5. **Margarida:** O total.
6. **Eu:** Começaste no 32, por isso onde está o 32 na tabela?
7. **Margarida:** Nos brinquedos produzidos.
8. **Eu:** Então procuraste o 32, que são os brinquedos produzidos e tentaste saber quantos é que faltavam. Foste fazendo o quê na reta?
9. **Margarida:** Fui dando saltinhos.
10. **Eu:** E deste saltinhos com o mesmo valor? Foram todos iguais?
11. **Margarida:** Não, foram 2 diferentes e todos 10 quase.

(TFB_1)

A Margarida iniciou a explicação dizendo, muito rapidamente, o que tinha feito (§1). Para dar continuidade à explicação e tentar que os alunos atribuíssem significado aos passos dados por este grupo, utilizei o questionamento. Durante a fase da monitorização, apercebi-me que os alunos não sabiam a partir de que número deveriam iniciar a contagem. Assim, optei por destacar este aspeto (§2, §4, §6). Além disso, pareceu-me que a aluna não compreendia o significado do número 32 no problema, pelo que procurei que atribuísse significado aos números envolvidos (§4; §7). Para além disso, pretendia que os alunos se focassem num aspeto fundamental quando se recorre à reta numérica: os saltos e a quantidade que representam (§8; §10). Com frequência, vários alunos ainda graduavam a reta graduada de 1 em 1 e/ou não registavam o valor dos saltos.

Como sabia que Gabriel e João também tinham utilizado a reta numérica, encorajei-os a comentarem a estratégia do grupo de Margarida, tal como ilustra o episódio 47.

<u>Episódio 47</u>

1. **Eu:** Então é assim esta foi a primeira estratégia apresentada. O Gabriel e o João também a utilizaram, vocês pensaram como a Margarida?
2. **Filipe:** Eles engaram-se na reta!
3. **Gabriel:** Fizemos de uma forma diferente. Começámos a fazer esta reta mas enganámo-nos.
4. **Eu:** Enganaram-se no quê? João, consegues explicar onde se engaram?
5. **João:** Foi aqui, na segunda reta.
6. **Eu:** Se vocês já sabem em que número têm que começar, quiseram utilizar a reta, podem começar pelo número menor. Neste caso é aquele que nós já conhecemos, o 32. Vocês podiam ter começado no 32 e ir dando saltinhos.

(TFB$_1$)

Optei por envolver estes alunos na discussão utilizando o questionamento, com o objetivo de ajudá-los a pensar e a compararem a sua estratégia com a que foi apresentada (§1;§3). Desta forma, os alunos confrontaram-se com a dificuldade que sentiram em utilizar a reta numérica como modelo para o cálculo efetuado. Isto porque chegaram ao resultado através de cálculo mental e queriam registar na reta numérica o raciocínio utilizado, mas não sabiam como o fazer tendo em conta os números existentes no problema. Considerei que, participarem na discussão, poderia contribuir para que se apropriassem de como se pode usar corretamente a reta numérica começando, neste caso, no subtrativo (§6).

O episódio 48 ilustra a apresentação da segunda estratégia de resolução da autoria de Ana e Filipe.

<u>Episódio 48</u>

1. **Ana:** Fizemos 32 + 53 que é 85.
2. **Eu:** Foi só isso que vocês fizeram? [*aponto para a tabela afixada no quadro*] Vocês olharam para ali e [*coloco uma hipótese que não corresponde ao que fizeram*] pensaram "Ah! Já sei, 32 + 53 é 85"?

(...)

3. **Eu:** Mas como é que vocês conseguiram pensar que 32 + 53 é igual a 85? O que é que vocês fizeram a seguir?
4. **Filipe:** Porque 5 + 3 é 8, por isso como era 5 dezenas e 3 dezenas juntámos os dois ficou 80, juntámos o 2 e o 5 e ficou 85.
5. **Eu:** Muito bem! [*falo para toda a turma*] Vocês viram o que eles fizeram? Pensaram no número como se fossem dezenas e unidades. Primeiro fizeram a adição com as dezenas, depois fizeram a adição com as unidades. E para eles confirmarem se estava certo ou errado, o que é que eles fizeram em baixo?
6. **João:** A árvore!

(TFB$_1$)

Durante o período de monitorização percebi que a estratégia tinha sido realizada por Filipe, por isso optei por conversar com o grupo para que fosse Ana a ir ao quadro. A ida desta aluna ao quadro poderia ser uma forma de a motivar e permitir que, após a explicação, Filipe acabasse por participar. Acabando por "a voz" surgir de outro aluno que não está no quadro evidenciando que todos podem participar.

A explicação de Ana resumiu-se à leitura da operação contida na folha de registo. Considerei que devia utilizar o questionamento com o objetivo de promover e desafiar o pensamento da aluna. Como a mesma não se sentia confiante, procurei ser cautelosa com as expressões utilizadas, evitando colocá-la numa posição vulnerável. Para promover o pensamento da aluno, permitindo que expusesse o seu raciocínio, coloquei uma hipótese que não correspondia ao cálculo que efetuaram (§2). Como esta situação não se verificou, optei por tornar a pergunta mais simples e direta (§3). Foi Filipe quem acabou por explicar o que tinha feito, passo a passo, tornando mais percetível a estratégia utilizada. Para dar visibilidade e destacar esta estratégia relatei o que Filipe tinha dito e, além disso, fiz notar que este grupo utilizou outra estratégia, o cálculo em árvore, (§5) que acabou por ser identificada por um aluno que não pertencia ao grupo (§ 6). O facto de possibilitar que surja a "a voz" de outro aluno que não está no quadro permite evidenciar que todos podem participar na troca de ideias.

Antes de se passar à discussão da terceira estratégia de resolução que tinha selecionado, decidi interpelar o grupo de Catarina e de Beatriz que, também tinha utilizado o cálculo em árvore, mas de uma forma não adequada (episódio 49).

<u>Episódio 49</u>

1. **Eu:** A vossa árvore está bem feita? Qual foi o resultado da vossa árvore?
2. **Catarina:** 117
3. **Eu:** E qual era o resultado que tínhamos que ter?

4. **Catarina:** Era 85…

(TFB$_1$)

Enquanto Filipe e Ana usaram o cálculo em árvore para confirmar se a resolução estava correta (32+53=85), Catarina e Beatriz adicionaram os dois números que surgiam no enunciado do problema (85+32). Perguntei-lhes se o resultado do cálculo em árvore tinha sido igual ao que tinha sido apresentado por Filipe (§1) procurando evidenciar que o total de brinquedos que tínhamos que ter não era 117 mas sim 85 (§3). Utilizei o questionamento com o objetivo de focalizar a atenção dos alunos em aspetos que considerei importantes mas sem referir se a estratégia das alunas estava incorreta ou incompleta.

O episódio 50 ilustra a apresentação da terceira estratégia da autoria de Bianca, Rodrigo e Rui.

<u>Episódio 50</u>

1. **Eu:** O grupo do Rui tentou fazer uma coisa... não foi Rui? O que tentaram fazer? [silêncio] Vocês tentaram fazer o quê?
2. **Bianca:** Uma conta em pé.
3. **Eu:** Conta em pé? Qual é o nome que damos a essa conta?
4. **Rui:** Não, foi o algoritmo.

(TFB$_1$)

Quando perguntei a Rui o que ele e o grupo tinham tentado fazer não obtive resposta e, por isso, remeti a questão para os outros elementos do grupo que se encontravam sentados nos seus lugares (§1). Quando Bianca respondeu "uma conta em pé" (§2) perguntei qual era o nome correto (§3). Deste modo, tentei ensinar os alunos a falar de um modo matematicamente mais preciso.

A estratégia deste grupo não estava terminada. Optaram por utilizar o algoritmo da subtração, mas o conseguiram fazer sentindo muitas dúvidas. Para além disso, não sabiam como posicionar corretamente os algarismos no algoritmo. Como tal, pedi a Rui que voltasse para o seu lugar e iniciei a explicação do algoritmo da subtração. Registei no quadro o esquema habitualmente usado como base para o algoritmo da subtração (separação das dezenas e das unidades por um traço) e coloquei o sinal de subtração no local correto. O episódio 51 ilustra esta explicação.

Episódio 51

1. **Eu:** Até ao 85. Então se nós queremos fazer o algoritmo da subtração, temos que olhar para os dois números e pensar: bem, na parte de cima temos que colocar o número… menor. É isto?
2. **Margarida:** O número maior.
3. **Eu:** Na parte de cima é sempre o número maior. Qual é o número maior entre estes dois?
4. **Iara:** 85.
5. **Eu:** Então meto o 8 nas dezenas e o 5…
6. **Alguns alunos:** Nas unidades.
7. **Eu:** Falta que número?
8. **Alguns alunos:** O 32.
9. **Eu:** Agora sim, estamos preparados para fazer a nossa conta. Começamos por cima ou por baixo?
10. **Alguns alunos:** Por cima.
11. **Eu:** Não, nós temos que começar daqui para cima.
12. **Catarina:** Por baixo.
13. **Iara:** Debaixo para cima.
14. **Eu:** Então temos que número em baixo?
15. **Margarida:** 2
16. **Eu:** E em cima?
17. **Margarida:** 5
18. **Eu:** Então temos de contar de 2 até quanto?
19. **Iara:** 5.

(TFB$_1$)

Para iniciar a explicação do algoritmo da subtração, optei por salientar a importância de olharmos para os números com o objetivo de saber qual é o que fica na parte superior do esquema do algoritmo. Assim, questionei os alunos se deveríamos colocar na parte superior o número menor, com o objetivo de me corrigirem e, assim, acabarem por afirmar que é o número maior (§1; §2).

Posteriormente, coloquei os números separando por um traço os algarismos pelas respetivas ordens, ou seja, unidades e dezenas. Durante este processo verbalizei o que estava a fazer e, ao mesmo tempo, dei abertura aos alunos para repetirem o que dizia e para completarem frases que não conclui propositadamente (§5). Desta forma, consegui manter os alunos envolvidos na explicação.

Seguidamente, foquei a atenção noutro passo do algoritmo, questionando os alunos se começávamos nas unidades no sentido de baixo para cima ou de cima para baixo (§11). Para perceberem como se processa a cálculo numa subtração questionei-os como iriamos fazer a contagem (§18), ou seja, nas unidades teríamos que contar do número 2 até ao número 5. Como não estavam a perceber como se procedia, decidi alterar a estratégia, “guardando o número” a partir do qual iriamos contar na mão e recorrendo aos dedos para continuar a contagem. Esta minha intervenção acabou por ser significativa, elucidando os alunos acerca da forma correta de efetuar a operação usando o algoritmo. O questionamento foi utilizado com o objetivo de envolver os alunos na resolução.

b) Problema 2

A primeira estratégia a ser apresentada foi a de Iara e Martim. As dificuldades apresentadas por este grupo durante a resolução do problema 1 e também problema 2 fez com que optasse por escolhê-los para explicarem a toda a turma as estratégias que tentaram utilizar para resolver este problema (episódio 52).

<u>Episódio 52</u>

1. **Iara:** A gente pensámos que 50 + 98 dava 58.
2. **Eu:** A Iara e o Martim pensaram que 50 + 98 era igual a 58, acham que eles pensaram da forma correta?
3. **Vários alunos:** Não!
4. **Eu:** Depois eles tentaram fazer outra coisa. O que tentaram fazer Iara?
5. **Iara:** Fizemos até ao 98 [*referindo-se à reta*].
6. **Eu:** A Iara tentou fazer uma reta numérica, só que deu saltinhos de um em um até ao 98. Ela teve ou não teve muito trabalho? Como é que poderia ter feito isto de uma forma mais simples?
7. **Martim:** De 10 em 10.
8. **Eu**: Podias ter pedido ajuda ao Martim, ele tinha-te dito o que disse agora. Outra coisa: A Iara fez 50+98=58. Ela juntou os números do nosso problema. Qual era o total de carros telecomandados que precisávamos?
9. **Joel:** De 98.
10. **Eu:** Então se nós juntarmos o 50 com o 98 vamos ter mais carros do que aqueles que precisamos?

(…)

11. **Eu:** Temos ou não temos mais carros do que precisamos?
12. **Ana:** Muitos, muitos mais.
13. **Eu:** Ela devia ter feito desta forma ou devia ter feito com a subtração?
14. **Martim:** Com a subtração.

(TFB$_2$)

Ao analisar o episódio anterior verifica-se que o grupo recorreu à adição, no sentido de juntar, à reta numérica. Relativamente à utilização da adição (§2), pretendi que os alunos chegassem à conclusão que 50+98 iria ultrapassar o número total de carros telecomandados necessários (98). Ao questioná-los (§10), apercebi-me, no entanto, que não tinham a noção que o resultado obtido através da adição seria maior do que 98. Por isso, optei por realizar a adição no quadro (50 + 98 = 148) para voltar a colocar a questão relativamente à junção de 50 com 98 (§11). Como efetuei a adição no quadro, os alunos acabaram por concluir que não seria possível utilizar esta estratégia (§14). Através deste modo de agir, procurei, mostrar o porquê de não conseguirem chegar ao resultado pretendido.

A reta numérica usada por este grupo estava estruturada de 1 em 1. Por isso, chamei a atenção dos alunos para o tempo que demorariam a desenhá-la, questionando-os sobre se existira uma forma mais rápida e fácil de resolver o problema (§6). Martim (§7) acabou por referir que podiam ter feito "de 10 em 10".

A explicação da estratégia 2 acabou por não ser realizada pelos seus autores (Cassandra e Absalão). Como estes alunos não estavam a respeitar as explicações dos colegas quando estes estavam no quadro, considerei que deveria mostrar-lhes que se queriam ser ouvidos também deveriam ouvir e respeitar o tempo dos outros. Por isso, não permiti que fossem ao quadro. Não tenho a certeza se este modo de agir teve repercussões mas é um facto que estes alunos melhoraram o seu comportamento eventualmente para que pudessem, num próximo problema, serem eles a explicar o que fizeram.

O episódio 53 ilustra como foi feita a apresentação da estratégia usada por estes alunos.

<u>Episódio 53</u>

1. **Eu:** Como é que eles contaram?
2. **Martim:** De 10 em 10.
3. **Eu:** Numa mão tinham quanto?
4. **Martim:** 50!
5. **Eu:** Vamos contar de 10 em 10.
6. **Eu:** E eles depois contaram até chegarem ao...
7. **Margarida:** 40.
8. **Eu:** Até chegarem ao 90. Porque eles sabiam que era a dezena que precisavam. Então com esta mão temos 50 e vamos continuar a contar até ao 90.
9. **Eu:** Quantos dedos estão nesta mão?
10. **Rui:** 4
11. **Eu:** Cada dedo vale quanto?
12. **Alguns alunos:** 10.
13. **Eu:** Então que número está aqui?
14. **Filipe:** 40
15. **Eu:** Então eles fizeram 50 + 40, mas esqueceram-se do 8, das unidades. Coitadas das unidades que ficam sempre esquecidas.

(TFB_2)

Notei que houve um maior envolvimento por parte dos alunos, visto que não se poderiam limitar a ouvir a explicação. Para que todos entendessem como este grupo tinha pensado, optei por colocar questões que permitissem encaminhar os alunos para a compreensão da estratégia. Inicialmente, questionei como é que este grupo tinha pensado (§1), mostrando que os mesmos tinham recorrido às mãos para procederem às contagens de 10 em 10 (§5). Procurando que compreendessem como foi efetuada a contagem, optei por pedir a todos os alunos que colocassem as mãos no ar e contássemos todos juntos, separando os dois números de dezenas pelas duas mãos, ou seja, o número 50 foi representado numa mão e o número 40 noutra mão (§8). Desta forma, era mais fácil contar de dez em dez pois cada dedo correspondia a 10 (§9; §11). Para terminar, resumi o que este grupo tinha feito e alertei para não se esquecerem juntar à quantidade de dezenas as unidades.

O episódio 54 ilustra a explicação da terceira estratégia elaborada por Margarida, Igor e Joel.

<u>Episódio 54</u>

1. **Eu:** Joel, o que é que a Margarida e o Igor te ajudaram a fazer? [*silêncio*] Igor queres ajudá-lo?
2. **Igor:** [*Levanta-se, vai até ao quadro e aponta para a folha*] Fizemos a reta numérica e fizemos saltinhos.
3. **Eu:** E começaram em que número?
4. **Igor:** Do 50 ao 60, depois do 60 ao 70, 70 ao 80, 80 ao 90 e do 90 ao 98.
5. **Eu:** Então deram saltinhos de quanto em quanto?
6. **Igor:** De 10 em 10.
7. **Eu:** Mas houve um salto que foi diferente não foi?
8. **Igor:** Sim, do 90 ao 98.

(TFB$_2$)

Para a explicação desta estratégia escolhi Joel para ir ao quadro. Durante o período de monitorização, apercebi-me que o aluno não participava na resolução do problema: limitava-se a observar o que os outros colegas faziam. Como Joel não conseguia explicar, pedi a Igor que fosse ao quadro ajudar o seu colega (§1). Este aluno explicou a estratégia usada pelo grupo e, neste processo, meu papel focou-se no questionamento com o intuito de a tornar percetível para todos os alunos (§3; §5; §7).

O episódio 55 ilustra a discussão da quarta e última estratégia, da autoria de Gabriel e João.

<u>Episódio 55</u>

1. **Eu:** Explica-nos como é que fizeram. Passinho a Passinho.
2. **Gabriel:** Primeiro contámos do 5 até ao 9 e foi 4.
3. **Eu:** Começaste pelo lado esquerdo? Ou pelo lado direito?
4. **João:** Pelo lado direito

5. **Gabriel:** Não, foi pelo esquerdo.
6. **Gabriel:** Começámos pelo lado direito.
7. **Eu:** Olhaste para o número que tinhas em baixo ou em cima?
8. **Gabriel:** Para o número de baixo.
9. **Eu:** E contaste...
10. **Gabriel:** Contei o que falta para o número de cima.
11. **Eu:** Que número está em cima?
12. **Gabriel:** O 8. Contei do 0 até ao 8. Dava 8.
13. **Eu:** Depois foste para o outro lado. E viste o número que estava onde?
14. **Gabriel:** Em baixo, que era o 5 e contei até ao 9 e era 4.

(TFB$_2$)

Quando Gabriel iniciou a explicação, pedi-lhe que o fizesse passo a passo para mostrar a todos a forma como pensou (§1). Durante a explicação do aluno, utilizei o questionamento para reforçar os passos usados para efetuar o algoritmo da subtração (§3; §7; §9). Compreendi que os alunos não sabiam qual era o lado esquerdo e o lado direito. Por isso, fui até ao quadro e perguntei por onde tinham começado, diferenciando estes dois lados (§3). Após a explicação de Gabriel, optei por registar, novamente, o algoritmo da subtração no quadro, com o objetivo de rever os seus passos.

O episódio 56 retrata a sistematização das regras do algoritmo da subtração.

<u>Episódio 56</u>

1. **Eu:** Então qual é a primeira regra? Temos que saber o quê entre os dois números?
2. **Martim:** Qual é o número maior.
3. **Eu**: O maior fica sempre...
4. **Absalão:** Em cima!
5. **Cassandra:** E o menor em baixo.
6. **Eu:** E começamos pelas dezenas ou unidades?
7. **Vários alunos:** Unidades.
8. **Ana:** E de baixo para cima.

(TFB$_2$)

Comecei por questionar os alunos acerca do que teríamos que saber relativamente aos dois números (§1), com o objetivo de compreenderem que têm que comparar os números quanto à sua grandeza (§2). Depois disso, Absalão (§4) concluiu a minha frase, deixada por terminar propositadamente, afirmando que o número maior fica sempre em cima e o menor em baixo (§5). Para concluir, questionei se começávamos o algoritmo pelos algarismos representativos das dezenas ou das unidades, havendo uma resposta em uníssono relativamente ao início pela casa das unidades (§7) terminando com uma afirmação de Ana que indicia que sabe que devem focar-se, em primeiro lugar, no subtrativo (§ 8). Com esta sistematização pretendi focar a atenção dos alunos em aspetos importantes relativos à aprendizagem do algoritmo da subtração e averiguar se tinham compreendido a explicação anterior.

c) *Problema 3*

Quando os alunos iniciaram a exploração deste problema sentiram muitas dificuldades. Aperceberam-se que, por algum motivo, a forma de resolução tinha um grau de complexidade superior ao dos problemas anteriores. Face a esta situação e como pretendia usá-lo para introduzir o algoritmo da subtração "com transporte", decidi não selecionar estratégias para serem discutidas e optei, antes, por resolvê-lo no quadro com a colaboração dos alunos.

Comecei por registar no quadro o esquema habitualmente usado como base para o algoritmo da subtração (separação das dezenas e das unidades) e anotei os números 82 e 35 nos locais corretos com a ajuda dos alunos e conforme as etapas que anteriormente já tínhamos abordado. Em seguida, estabeleci um diálogo com os alunos para lhes mostrar o que poderíamos fazer quando queremos usar o algoritmo da subtração e o algarismo das unidades do subtrativo é superior ao do aditivo. Neste âmbito recorri à expressão "há uma regra especial" para indicar que temos que adicionar dez unidades ao número correspondente ao algarismo das unidades do aditivo e uma dezena ao número correspondente ao algarismo das dezenas do subtrativo (algoritmo baseado na propriedade da invariância do resto). Mais tarde procedi à sistematização dos passos do algoritmo, como ilustra o episódio 57.

<u>Episódio 57</u>

1. **Eu:** Qual é a nossa regra especial nesta conta?
2. **Catarina:** É o 1. Pôr o 1 no número menor.
3. **Eu:** E contamos como João?
4. **João:** De 5 até 12. Dá 7.
5. **Eu:** E o que acontece a este um cá de cima?
6. **Absalão:** Vai saltar para as dezenas.
7. **Eu:** Mas para as dezenas de cima ou de baixo?
8. **Vários alunos:** De baixo!
9. **Eu:** Vai para a dezena de baixo porque ela está com muiiito frio e precisa de se aconchegar.
10. **Margarida:** Coitadinha.
11. **Catarina:** O 1 vai para o 3!
12. **Eu:** O 1 vai-se juntar ao 3 e vai-se transformar
13. **João e Catarina:** no 4.
14. **Catarina:** Risca o 3 e fica o 4.

15. **Eu:** Agora fazes
16. **Catarina:** do 4 ao 8.
17. **João:** Dá 4. 47!

(TFB$_3$)

Tendo por apoio o cálculo efetuado no quadro com o recurso ao algoritmo da subtração comecei por perguntar aos alunos qual era “a nossa regra especial” (§1) com o objetivo de perceber se o que antes tinha sito dito tinha sido compreendido. Continuei a colocar questões que evidenciassem as novas etapas do algoritmo. Achei que devia questionar o que iria acontecer ao “1” (1 dezena) que acrescentámos às unidades para dar continuidade à subtração (§5) conseguindo obter a resposta pretendida por parte de um aluno que normalmente não costumava participar nas discussões (§6).

Para facilitar a memorização do “salto” do número “1” (dezena) que acrescentámos nas unidades para as dezenas e, consequentemente, a junção ao número que se encontra na parte de baixo, optei por dramatizar como se sentia a dezena: estava com muito frio e precisava de se aconchegar, por isso, juntou-se à sua amiga que estava nas dezenas (o número 3) e transformou-se no 4 (§9;§12).

4.2.3. Desafios

Foi complicado conseguir colocar-me no lugar dos alunos e pensar nas suas dificuldades e nas dúvidas que poderiam surgir. Para além disso, tinha receio de, no momento de monitorização, quando surgisse alguma dúvida relativamente à compreensão do enunciado ou acerca do registo, acabar por influenciar a estratégia dos alunos com o meu apoio. Este aspeto sobressaiu, nomeadamente no momento em que apoiei o grupo de Cassandra e de Absalão enquanto os mesmos resolviam o problema 2 (episódio 58).

<u>Episódio 58</u>

Eu: Vocês utilizaram o quê para contar?
Cassandra: As mãos.
Eu: Então na folha de registo podem desenhar as vossas mãos.

(TFB$_2$)

Os alunos estavam a utilizar as mãos para auxiliar o cálculo mental e não sabiam como poderiam representar a estratégia utilizada na folha de rascunho. Acabei por sugerir que desenhassem as mãos e mostrassem a quanto correspondia cada dedo nesse desenho.

Mesmo pensando que a minha intervenção foi importante pois considero que auxiliou o grupo, questiono-me se não terá acabado por interferir excessivamente na representação da estratégia em causa

Para além disto, tinha receio que os alunos com mais dificuldades se sentissem frustrados por necessitarem de mais apoio ou por não conseguirem concluir uma estratégia. Esta situação aconteceu durante a exploração do problema 1, com o grupo de Iara e Martim. Quando me aproximei deste grupo e olhei para a folha de registo, observei que tinham cerca de cinco estratégias inacabadas. Considerei que estes alunos estavam tão baralhados que seria difícil prestarem atenção às minhas explicações e, até para mim, seria difícil escolher em qual das estratégias me deveria focar. Se optasse por as explicar a todas, iria demorar muito tempo e, mesmo assim, penso que não seria proveitoso para os alunos. Podia tê-lo feito e ter entregue outra folha a este grupo, uma vez que a deles já estava completamente preenchida. Optei por os incentivar a escutarem e a tentarem perceber as estratégias dos outros grupos, o que penso ter sido uma decisão acertada. Com efeito, na resolução do problema 2 já estiveram mais perto de conseguir apresentar duas estratégias.

A gestão do tempo foi a maior dificuldade que senti, uma vez que tinha que respeitar o horário curricular da turma destinado à Matemática. Este facto fez-me esquece de alguns aspetos fundamentais para a discussão. Por exemplo, na discussão da estratégia 2 do problema 1, no momento em que surgiu o cálculo em árvore, podia ter feito a ligação entre a estratégia do grupo que estava a apresentar e a do grupo de Catarina e de Beatriz. Este grupo utilizou o cálculo em árvore com estratégia aditiva, acabando por ultrapassar o resultado final pretendido para o problema em causa. O grupo que estava a apresentar utilizou, também, o cálculo em árvore recorrendo a uma estratégia aditiva. Poderia ter exposto lado a lado as estratégias dos grupos e incentivado a turma a refletir sobre as diferenças.

O receio de os momentos de discussão coletiva não serem produtivos esteve sempre presente. Uma vez que a turma não estava habituada a debater e a partilhar diferentes formas de pensar, foi complicado conseguir envolver os alunos na discussão. Muitas vezes, quando se dirigiam ao quadro para explicarem o que tinham feito e a forma como tinham pensado, havia uma explicação muito rápida e não havia questões colocadas por parte dos colegas. Nesses momentos, para conseguir tornar a discussão coletiva mais apelativa e rica, colocava questões que, a meu ver, poderiam ler os alunos a explicar as suas ideias. No entanto, considero que algumas das questões colocadas para os alunos poderiam ter sido remetidas para a turma.

Considerei que, no momento da apresentação das tarefas e nas respetivas discussões acerca do conteúdo matemático, os alunos que mais se envolviam eram apenas os do grupo cuja estratégia estava exposta no quadro. Só quando estavam em jogo a de novos conteúdos matemáticos e que suscitavam dúvidas é que parecia haver um maior envolvimento na troca de ideias, como foi o caso das estratégias que envolviam o algoritmo da subtração e o algoritmo da subtração com transporte.

Com frequência, senti que a minha voz dominava as discussões, havendo o receio de não "dar voz" aos alunos ou então de não tornar a voz deles mais audível. Por exemplo, em vez de ser eu a explicar/explorar a estratégia de Cassandra e Absalão (episódio 54), poderia ter pedido a um aluno que a explicasse e, posteriormente, ter pedido aos seus autores que validassem ou refutassem o que havia ter sido dito. Teria sido um momento mais dinâmico e, possivelmente, acabaria por possibilitar uma troca de ideias mais significativa.

4.3. Explorando a tarefa "A primeira prenda do Pai Natal"

A tarefa "A primeira prenda do Pai Natal" (anexo 4) foi pensada com o objetivo de consolidar os novos conhecimentos explorados a partir da tarefa 5 "A fábrica de brinquedos". Durante a exploração desta tarefa anterior foi introduzido o algoritmo da subtração "com empréstimo", evidenciando-se a necessidade de colmatar dificuldades detetadas.

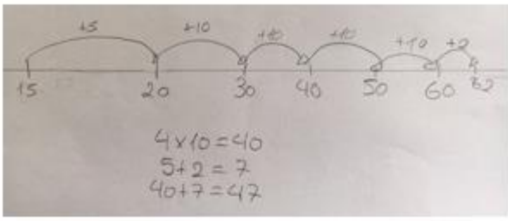
A tarefa foi estruturada com o objetivo de ser apelativa para os alunos, tendo como base a época festiva em que nos encontrávamos: o Natal. Foi apresentada a partir de história reescrita a partir de um excerto que tinha sido trabalhado em sala de aula, que acabou por ser reconhecida. Os números escolhidos para os três problemas desta tarefa, seguem a lógica dos problemas anteriores: são múltiplos de 5 e de 10 ou números vizinhos destes múltiplos. Comparativamente com as tarefas anteriores, nesta os números representados pelos algarismos das unidades dos subtrativos são sempre superiores aos correspondentes dos aditivos (há sempre "transporte").

Embora haja uma maior grandeza dos números envolvidos, a diferença obtida entre os dois números é menor. Como os problemas são complexos em comparação com os anteriores, optei por utilizar números cuja diferença não fosse muito significativa. Com os três problemas pretendi que os alunos encontrassem estratégias de resolução para tarefas associadas aos diferentes sentidos da subtração: o sentido comparar com diferença desconhecida (problema 1), o sentido completar (problema 2) e o sentido comparar com referente desconhecido (problema 3)

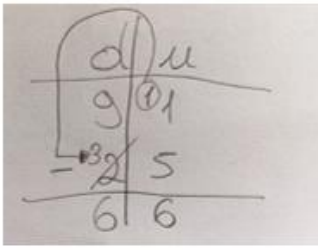
4.3.1. Preparação das discussões

a. O que fiz antes das aulas?

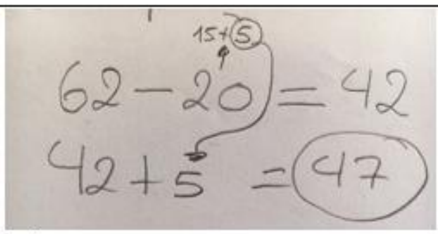
Para esta aula, tal como para as anteriores, antecipei possíveis resoluções dos alunos, dúvidas/dificuldades que poderiam surgir e como é que poderia lidar com elas. A figura 9 ilustra um excerto da planificação da aula, onde constam possíveis estratégias dos alunos.



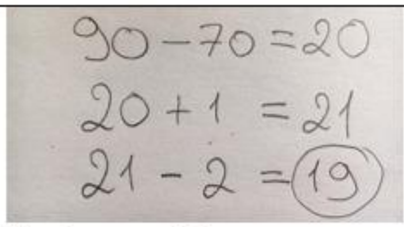
Reta numérica: saltos de 10 em 10



Algoritmo da subtração com transporte



Cálculo com compensação



Cálculo sequencial

Figura 9 - Extrato da planificação da aula: antecipação das estratégias dos alunos (TPPN)

Tendo em conta as estratégias utilizadas pelos alunos em aulas anteriores, apercebi-me que algumas delas eram recorrentes. Por isso, para esta tarefa antecipei as que eram habitualmente utilizadas (recurso à reta numérica e ao algoritmo da subtração) e acrescentei duas que poderiam surgir que designei por cálculo com compensação e cálculo sequencial.

Depois de ter pensado em possíveis estratégias, refleti acerca das dificuldades que poderiam surgir. A figura 10 ilustra um excerto da planificação relativo a este aspeto.

Dificuldades previstas		Como resolver as dificuldades?
1	Os alunos poderão sentir dificuldade no momento em que terão que selecionar a estratégia mais adequada. Alguns irão recorrer à adição	**Informar:** • Nesta aula não poderão utilizar "riscos" e "bolinhas" como estratégia. **Questionar:** • O GPS mais caro custa 91€ e nós queremos saber quanto falta ao GPS do Continente para ter o mesmo preço que o do Jumbo? • Se juntarmos 91+72 qual é o resultado? Irá passar do número que nós queremos (91)? • Como poderemos fazer para descobrirmos quanto falta?
2	Os alunos que têm mais dificuldade irão tentar chegar ao resultado através de estratégias pictóricas.	• Os números utilizados são números grandes? • Acham que será fácil continuarem com essa estratégia? Que outras estratégias poderão utilizar?
3	Os alunos poderão não se aperceber que se trata de uma subtração com transporte.	• Não consegues resolver? • Será que se estão a esquecer de alguns passos muitos importantes?

Figura 10 - Extrato da planificação da aula: antecipação das dificuldades dos alunos (TPPN).

Tendo em conta as observações efetuadas em aulas anteriores, pensei que a estratégia aditiva iria voltar a surgir devido aos tipos de sentidos presentes nesta tarefa, uma vez que é usual os alunos recorrem a estratégias aditivas em problemas de comparar e de completar. Para mostrar aos alunos que ao juntarem os dois números envolvidos no problema não conseguiriam resolvê-lo utilizaria um exemplo concreto. Por exemplo, ao juntarem 91+72 não iriam descobrir a diferença entre o preço do GPS do Jumbo e do GPS do Continente. Para tal, colocaria as seguintes questões: "Se já temos 72€, quanto é que falta para chegarmos ao 91€?" ou "Quando falta ao GPS do Continente para ter o mesmo preço que o GPS do Jumbo?".

Para além disto, nas observações efetuadas em aulas anteriores, apercebi-me que os alunos recorriam frequentemente a estratégias pictóricas, para evitarem utilizar outras estratégias nas quais sentem dificuldade, tal como o recurso à reta numérica e aos "saltos", o cálculo em árvore e o algoritmo. Assim, pensei que poderia optar por, inicialmente, informar os alunos que teriam que utilizar outras estratégias e, caso não soubessem o que fazer, que ajudaria a rever as estratégias já usadas.

Na utilização do algoritmo da subtração, previ que uma das dificuldades se prenderia com o esquecimento do acréscimo de uma dezena nas unidades e na compensação nas dezenas, aquilo que é usualmente designado por “e vai um”. Como forma de colmatar esta dificuldade, pensei que poderia rever com os alunos os passos dados incentivando-os a pensar sobre o que estaria em falta. Colocaria as seguintes questões, utilizando como exemplo os número 62 e 15: “Nas unidades tens o algarismo 5 e o 2, é possível contar de 5 até 2?”; “O que teremos que acrescentar a 2 ”; “Onde é que iremos juntar a dezena que acrescentámos?”.

Foi difícil conseguir antecipar estratégias diversificadas, tanto que, para os três problemas, não houve uma diferenciação notável. Colocar-me no lugar dos alunos, pensar onde os mesmos poderiam bloquear ou errar, revelou-se, também, um desafio. Para lidar com este desafio tive que me focar nas caraterísticas de cada estratégia inventariada, analisando e refletindo sobre cada passo que dei até chegar à resolução.

b. O que fiz durante as aulas?

Tal como nas aulas anteriores, durante as aulas o meu papel focou-se na apresentação da tarefa, na monitorização do trabalho autónomo dos alunos e na definição de critérios para selecionar e sequenciar as estratégias a serem apresentadas à turma.

Antes de passar para a fase de exploração dos problemas, apresentei um excerto adaptado do livro “2 Histórias de Natal”[6] que reescrevi com o objetivo de tornar os problemas que se seguissem significativos para os alunos. O excerto não foi escolhido por acaso. Na aula anterior à exploração desta tarefa, um excerto deste livro denominado “A primeira prenda do Pai Natal” foi trabalhado na aula de Português.

A sua exploração e discussão em contexto letivo despertou nos alunos um interesse e, ao mesmo tempo, indignação por ninguém se preocupar com a prenda do Pai Natal. Aproveitei este interesse e dei continuidade à história. Foi pedido, pela professora cooperante, que os alunos treinassem a leitura com o enunciado do problema. Assim, inicialmente, devido à extensão do enunciado, a leitura foi realizada por mim. Seguidamente, lemos todos ao mesmo tempo para depois cada aluno ler uma frase.

O episódio 59 ilustra a exploração da história lida.

<u>Episódio 59</u>

1. **Eu:** O que é que o Pai Natal queria muito?
2. **Iara:** Queria uma prenda de Natal.
3. **Eu:** Como é que vocês acham que ele se sentia?
4. **Ana:** Muito triste.

[6] “2 histórias de Natal” de Alice Vieira (2006)

5. **Eu:** Porquê?
6. **Ana:** Porque queria receber uma prenda de Natal.
7. **Eu:** E toda a gente recebia uma prenda de Natal, menos ele. Por isso, o que é que a Mãe Natal decidiu fazer?
8. **Filipe:** Comprar-lhe um GPS.
9. **Eu:** Comprar-lhe um GPS. E a Mãe Natal juntou o dinheiro sozinha?
10. **Martim:** Juntou com a Filha Natal.
11. **Eu:** Juntou com a Filha Natal. E o que é que elas fizeram para juntarem o dinheiro?
12. **Bianca:** Fizeram dois mealheiros.
13. **Eu:** Onde é que elas foram ver os preços dos GPS?
14. **Joel:** Ao Continente e ao Jumbo.

(TPPN$_1$)

A análise do episódio 59 revela que, após a leitura, debatemos os aspetos relevantes do texto da história. Para confirmar se tinha sido compreendida pelos alunos, as questões colocadas focaram-se nas ideias mais importantes, nomeadamente qual era o grande desejo do Pai Natal (§1). Ao pedir aos alunos a sua opinião acerca do que o Pai Natal sentia, consegui que os mesmos pensassem o que sentiriam se a situação se passasse com eles (§3; §5). Para destacar qual foi a solução encontrada para conseguir concretizar o desejo do Pai Natal (§7) evidenciei o papel da Mãe e da Filha Natal (§9), a necessidade que as mesmas tiveram de juntar dinheiro (§11) e informarem-se sobre o valor monetário da prenda (§13). Desta forma, o contexto dos problemas foi desmontado e penso que compreendido por todos antes de passar para a exploração dos problemas.

Para esta aula, tal como para as anteriores, para cada um dos problemas preparei uma tabela para monitorizar o trabalho dos alunos. Os grupos de trabalho acabavam por ser os mesmos de tarefa para tarefa; apenas sofriam pequenas alterações quando havia elementos da turma a faltar. Para a aula em que foi explorada esta tarefa, os grupos eram constituídos na sua maioria por dois elementos (seis grupos), havendo apenas dois constituídos por três alunos, num total de oito grupos.

Antes da leitura de cada problema organizava os materiais necessários para a aula e estes materiais eram distribuídos aos alunos: enunciado da tarefa, folhas brancas A3 e marcadores de ponta grossa.

Para a leitura de cada problema, começava por pedir a um aluno que lesse o enunciado e, seguidamente, o mesmo era lido por mim com o objetivo de o tornar claro para todos os elementos da turma. Após a leitura, eram afixadas imagens que ilustravam o que se pretendia (tabela 12).

Tabela 12 - Exploração dos problemas (TPPN)

<table>
<tr><td colspan="2">Apresentação dos problemas</td></tr>
<tr><td>Problema 1</td><td>Problema 2</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problema 3</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

- **Monitorização do trabalho autónomo**

Quando começava a monitorizar o trabalho de cada grupo, tentava compreender as estratégias que os alunos estavam a utilizar pedindo clarificações e justificações, ajudava quando notava que haviam grupos parados devido ao surgimento de dificuldades e, quando necessário, fornecia pistas e sugeria representações.

O episódio 60 ilustra o apoio prestado ao grupo de Afonso e de Ana durante a exploração do problema 1.

<u>Episódio 60</u>

1. **Afonso:** Fizemos a reta e depois contámos quantos é que faltavam e faltavam 8.
2. **Eu:** De 72 até 91?
3. **Afonso:** Sim.
4. **Eu:** Então contem lá novamente utilizando as vossas mãos.
5. **Ana:** [*começa a contar*] 1, 2, 3, 4, 5 …
6. **Afonso:** Ana! [*chama-a à atenção para que pare de contar*].
7. **Eu:** O que vocês fizeram não foi a reta, porque na reta dão saltinhos. Por exemplo, dão saltinhos do 72 até ao 80, do 80 até ao 90, isto é utilizar a reta.

8. **Ana:** É 9!
9. **Eu:** Estiquem as vossas mãos. 72…
10. **Afonso:** 73, 74, 75, 76, ….. 91.
11. **Eu:** É 8 como vocês registaram na vossa folha? [*silêncio*] Vocês contaram quantos dedos?
12. **Afonso:** Não, faltam 40.
13. **Eu:** Vocês contaram de 1 em 1. Ana, estica lá as mãos outra vez. A Ana só não utilizou este dedo. Quantos dedos tens?
14. **Afonso:** 10
15. **Eu:** Tu tens 10 dedos e a Ana tem quantos?
16. **Afonso:** Também tem 10.
17. **Eu:** Isso mesmo então as vossas mãos juntas valem quanto?
18. **Afonso**: 10 e 10.
19. **Eu:** Então 10 + 10 é igual a ..
20. **Afonso:** A 10.. a 20!
21. **Eu:** Só que vocês não contaram um dedo, por isso quanto é que temos? 20- 1 dedo que não utilizaram?
22. **Afonso:** 19.
23. **Eu**: Então vocês agora que já descobriram podem fazer a reta correta ou mostrar como contaram agora.

(TPPN$_1$)

Quando me aproximei deste grupo, antes de os interromper, observei a folha de registo. Estranhei terem efetuado uma reta e o resposta ao problema ser 8, acabando por me aperceber que contaram de 72 até 80. Perante a minha observação, utilizei o questionamento para os ajudar a refletir. Ao questioná-los se tinham contado de 72 até 91 (§2) pretendia que se apercebessem que não contaram até 91 mas sim até 80. Como os alunos não detetaram este erro, optei por pedir-lhes que utilizassem as mãos para efetuarem a contagem (§9) e confirmarem se o resultado seria 8 ou outro número (§11). Indiretamente, forneci-lhes um modelo que lhes permitia calcular sem se perderem na contagem. Ao sugerir que mostrassem como contaram ou então que tentassem fazer outra reta numérica (§23) dei-lhes liberdade para refletirem sobre a melhor estratégia para registarem na folha sem lhes indicar diretamente uma forma de registo.

Para além deste género de intervenções, muitas vezes tentava perceber se todos os elementos do grupo participavam na resolução do problema. O episódio 61 ilustra uma destas situações.

<u>Episódio 61</u>

1. **Eu:** Então Catarina e Beatriz, como está a correr?
2. **Catarina:** Nós fizemos o 9 nas dezenas e o 1 nas unidades. Como o 1 era o mais pequenino em cima nós para fazermos com que ele fosse maior colocámos outro 1 e contámos nas unidades do 2 para o 11. Depois fomos devolver o 1 às dezenas cá de baixo e ficou 7 e ficou 19.

3. **Eu:** Muito bem Catarina, já vi que percebeste como se faz o algoritmo. E tu Beatriz, percebeste? [*acena com a cabeça*] Então explica-me o que fizeram [*silêncio*]. Catarina, tens que explicar passinho a passinho à Beatriz para que ela também perceba.

(TPPN$_1$)

Catarina e Beatriz optaram por utilizar o algoritmo da subtração. Ao questionar o grupo sobre o que estavam a fazer (§1) pretendia averiguar qual o seu conhecimento, sobre o mesmo. Rapidamente Catarina enumerou todos os passos efetuados para concluírem a estratégia escolhida. Habitualmente, era sempre Catarina a explicar o que tinha sido feito. Por esta razão, já me tinha apercebido que Beatriz nem sempre participava na resolução dos problemas. Com o objetivo de detetar eventuais dificuldades, pedi a Beatriz que explicasse o que tinham feito (§3). Dei tempo para que a aluna pudesse expor o seu raciocínio, mas acabou por se manter em silêncio. Assim, pedi a Catarina que explicasse todos os passos do algoritmo a Beatriz, com o objetivo de valorizar a colaboração entre pares, procurando mostrar-lhes que têm que trabalhar em grupo e ajudarem-se uma à outra.

O meu papel também passava por elucidar os alunos acerca da viabilidade das estratégias por que optavam utilizar (episódio 62).

Episódio 62

1. **Eu:** O que estão a fazer?
2. **Bianca:** Mãos.
3. **Eu:** Estão a contar de quanto em quanto?
4. **Bianca:** De 5 em 5.
5. **Eu:** Acham que vão conseguir desenhar as mãos todas na folha?
6. **Luís:** A Bianca está a dizer que cada um desenha uma mão.
7. **Eu:** E achas que cabem as mãos todas? Vocês têm quantas mãos?
8. **Bianca:** 30.
9. **Eu:** E achas que chega?
10. **Bianca:** Não.
11. **Eu:** Acham que vai ser fácil utilizar as mãos? A diferença no outro problema era menor, agora não acham que a diferença será maior?
12. **Bianca:** Sim.
13. **Eu:** Assim vai ser muito difícil vocês chegarem lá. Em vez desta estratégia qual é que podem utilizar?
14. **Bianca:** O algoritmo.
15. **Eu:** Podem utilizá-lo. Como vão fazer?
16. **Bianca:** 91-25.
17. **Eu:** Então força, comecem a fazer.

(dou tempo para tentarem fazer)

18. **Eu:** Então, como está a correr? Aqui fizeste de 5 até quanto?
19. **Luís:** Até 11.
20. **Eu:** Isso mesmo. E o 1 que acrescentaste depois juntaste aqui, o 2 desaparece e transforma-se num 3.

21. **Bianca:** Ah! Já percebi.
22. **Eu:** E agora contas de 3 até?
23. **Bianca:** Até 9.

(TPPN$_1$)

As questões colocadas ao grupo de Bianca, Luís e Rodrigo tinham como intenção levá-los a problematizar a estratégia que tinham escolhido. Os alunos optaram por recorrer à contagem dos dedos das suas mão, querendo juntá-las para alcançarem o número pretendido: o número 91. Através do questionamento pretendia que os alunos se confrontassem com a dificuldade de o fazer (§1; §3;§5). Sem lhes dizer que estavam a errar, questionei-os acerca da viabilidade da estratégia que estavam a utilizar (§5), uma vez que a própria folha de registo não tinha espaço suficiente para que desenhassem as mãos dos três elementos do grupo. Como se aperceberam que desenhar as mãos não iria resultar e pareciam perdidos perguntei-lhes que outra estratégia poderiam utilizar. Optaram por utilizar o algoritmo. Assim, afastei-me por uns minutos e dei-lhes tempo para que pudessem desenvolver o seu raciocínio em grupo. Ao regressar as questões colocadas tinham como intenção testar o conhecimento dos alunos relativamente a alguns passos da realização do algoritmo (§18; §22).

O episódio 63 ilustra como procurei sugerir uma forma de representação e incentivar os alunos a refletir sobre a sua estratégia.

<u>Episódio 63</u>

1. **Eu:** [*quando me aproximo o grupo está a contar para trás recorrendo às mãos, espero que parem*] Já percebi que vocês estão a contar para trás com as vossas mãos, por isso, vocês têm que mostrar na vossa folha de registo que utilizaram as mãos. Primeiro, estiquem as vossas mãos [*eles esticam*] vocês utilizaram quantos dedos?
2. **Filipe:** Só usámos 15.
3. **Eu:** Então falta aqui a outra mão [*mostro-lhes contando a quanto corresponde cada mão*] Então: 5, 10..
4. **Raíssa:** 15.
5. **Eu:** Vão começar em que número?
6. **Raíssa:** No 62.
7. **Eu:** Então agora mostram como contaram: 62,
8. **Raíssa e Filipe:** 61, 60, 59, 58, 57, 56, 55, 54, 53, 52, 51, 50, 49, 48 e 47.
9. **Eu:** Viram como é que vocês fizeram? Então vocês têm que colocar aqui as vossas mãos.
10. **Filipe:** Então agora vamos contar as nossas mãos na folha?
11. **Eu:** Desenham as mãos e explicam como contaram.

(TPPN$_3$)

Quando me aproximei de Filipe e de Raíssa estavam ambos com as mãos esticadas e a contarem para trás com o apoio dos dedos. Observei a folha de registo e notei que o registo efetuado não correspondia à estratégia utilizada, por isso, aproximei-me com o objetivo de evidenciar que "*têm que mostrar na vossa folha de registo que utilizaram as mãos*" (§1). A minha intervenção passou por guiá-los mediante a formulação de perguntas direcionadas para um objetivo concreto: a representação da estratégia (§9; §10).

O episódio 64 ilustra o momento em que forneço informação necessária para que os alunos consigam prosseguir com a resolução do problema.

<u>Episódio 64</u>

1. **Catarina:** Cátia precisamos de ajuda, não estamos a perceber.
2. **Eu:** Então nós sabemos que a Mãe Natal tem quanto?
3. **Catarina:** Tem 62 euros.
4. **Eu:** E o que é que ela disse à Filha?
5. **Catarina:** Que tinha 62 euros e que tinha mais 15 euros do que a filha.
6. **Eu:** Tinha 15 euros a mais. Ou seja, está aqui o 62 e nós sabemos que é o dinheiro que a Mãe Natal tem. Do 62 temos que andar 15 para trás para sabermos quanto dinheiro tem a Filha Natal.

(TPPN$_3$)

A minha intervenção no grupo de Catarina e de Beatriz passou por ajudá-las a compreender o enunciado do problema em causa procurando que atribuíssem significado aos números envolvidos (§2;§4). Quando me apercebia que os alunos não conseguiam avançar devido a dificuldades na interpretação do problema, revia-o recorrendo às imagens afixadas no quadro com o objetivo de atribuírem sentido ao mesmo. Para além destas ações, muitas vezes decidia proporcionar *feedback* positivo com o objetivo de manter os alunos envolvidos e motivados, tal como ilustra o episódio 65.

<u>Episódio 65</u>

1. **Eu:** Então o que estão a fazer?
2. **Iara:** Fizemos o algoritmo.
3. **Eu:** Muito bem.
4. **Martim:** Eu não estava aqui mas a Iara ajudou-me.
5. **Eu:** Assim é que é. Muito bem, esta parte está espetacular. Gosto muito que tenham apagado o 1. Só tenho uma coisa a dizer vocês esqueceram-se de juntar este 1 às dezenas. Vai-se transformar em que número?
6. **Iara:** 11.

7. **Eu:** 1+1?
8. **Martim:** 2.
9. **Eu:** Este 1 vai-se transformar num 2.

(TPPN$_3$)

Em grupos constituídos por alunos que apresentavam dificuldades na interpretação dos enunciados e na execução da estratégia, o *feedback* positivo era essencial. Nestas situações, tentava evitar que se sentissem desmotivados e frustrados por necessitarem de mais apoio. O episódio anterior ilustra o que acabei de referir. Optei por evidenciar a minha satisfação por Martim e Iara estarem a esforçar-se e a conseguir levar a bom porto a estratégia escolhida (§3) proferindo expressões que traduzem isto mesmo. Quando me dirigia a grupos com bastantes dificuldades, tinha especial atenção ao apoio prestado, acabando por lhes dar pistas para que corrigissem ou completassem as suas respostas, esperando, com estas intervenções, desencadear ações favorecedoras da aprendizagem.

O episódio 66 ilustra o apoio prestado perante respostas incompletas.

Episódio 66

1. **Eu:** Conseguem contar de 5 até 2?
2. **Afonso:** Não.
3. **Eu:** Então têm que contar de 5 até?
4. **Afonso:** 5-2.
5. **Eu:** Não podes trocar a ordem. Tens que fazer sempre de baixo para cima. Então têm que fazer de 5 para?
6. **Afonso:** 12.
7. **Eu:** Têm que acrescentar 1 e agora fazem de 5 para 12.
8. **Afonso:** Como assim de 5 para 12?
9. **Eu:** 6,7,8,9,10,11,12. Deu quanto?
10. **Afonso:** 7.
11. **Eu:** Agora este 1 coitadinho não gosta de estar sozinho, vamos agarrar no 1 e transportá-lo [*faço o som de um avião*] para junto deste 1. E vai ficar que número?
12. **Afonso:** 2.
13. **Eu:** E agora contam de 2 até 6.

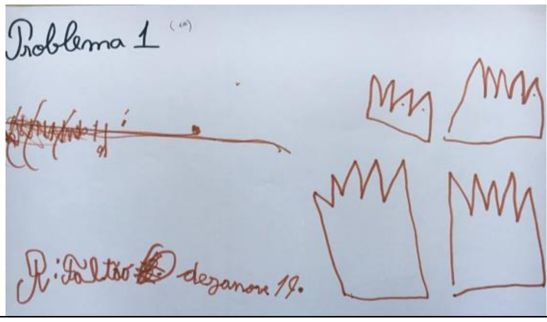
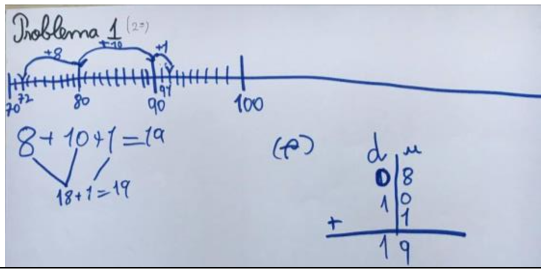
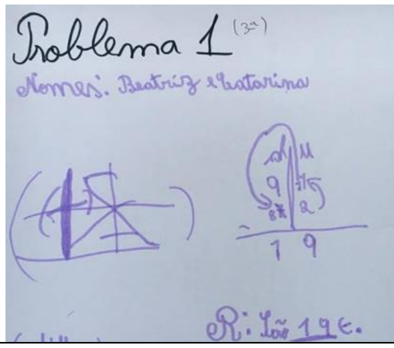
(TPPN$_3$)

Afonso e Ana estavam a usar o algoritmo da subtração. Ao observar a representação da estratégia apercebi-me que tinham alterado a ordem dos algarismos que estavam nas unidades. Assim, aproximei-me do grupo com o objetivo de os elucidar sobre aspetos associados ao uso do algoritmo (§3). Perante estratégias incorretas ou incompletas, como a de Afonso e Ana, colocava questões que visavam obter explicações ou justificações adicionas com o intuito de dirigir a atenção dos alunos para aspetos críticos (§5; §7) ou dando pistas para que corrigissem ou completassem as suas estratégias. Muitas vezes, para que a explicação fosse compreendida pelos alunos, utilizava expressões verbais ou inventava uma história em torno de um determinado aspeto (§11) com o objetivo de manter a atenção dos mesmos.

- **Seleção e sequenciação das estratégias**

Durante o período de monitorização do trabalho autónomo dos alunos, decidia quais eram as estratégias que iriam ser apresentadas no quadro e discutidas bem como a sua sequência. A tabela 13 ilustra as estratégias escolhidas, a designação que lhes atribuí e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 1.

Tabela 13 - TPPN - Problema 1: Seleção e ordem de apresentação das estratégias

<table>
<tr><th colspan="2">Problema 1</th></tr>
<tr><td>Estratégia 1
Representação pictórica: Cálculo por contagem dos dedos das mãos.
(Afonso e Ana)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Estratégia 2
Reta numérica (aproximação à dezena mais próxima).
(Margarida, Joel e Igor)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Estratégia 3
Algoritmo da subtração com transporte
(Catarina e Beatriz)</td><td>
</td></tr>
</table>

Optei por seriar as estratégias pelo grau de complexidade das mesmas, deixando para último lugar o algoritmo da subtração.

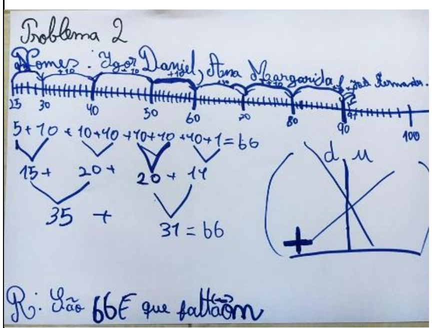
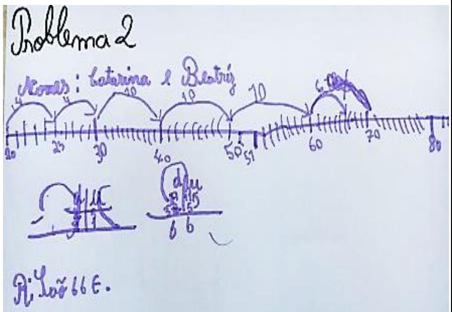
A estratégia 1, da autoria de Afonso e Ana, foi escolhida com o objetivo de mostrar uma estratégia menos complexa que fugia aos "riscos e bolinhas", embora fosse uma representação pictórica. Considerei que era importante este grupo apresentar a sua estratégia, uma vez que são alunos que costumam ter dificuldades e que devem ver o seu esforço valorizado. Para além disso, tinha como objetivo evidenciar que a estratégia não estava registada de uma forma clara.

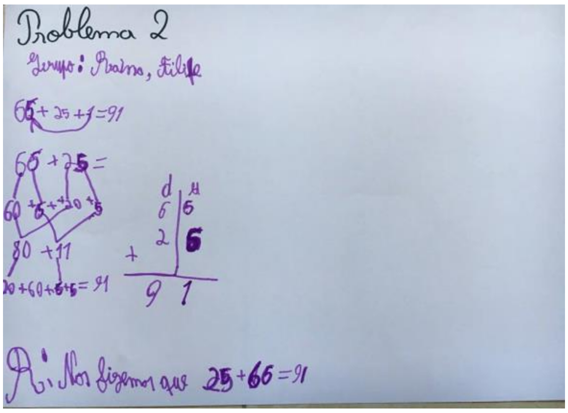
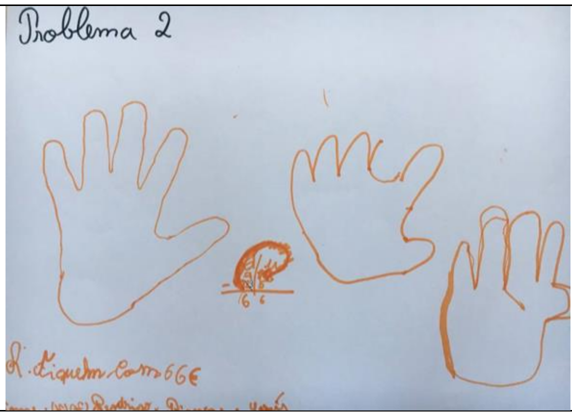
A estratégia 2, do grupo de Margarida, de Joel e de Igor, foi escolhida com o objetivo de evidenciar o uso adequado da reta numérica enquanto modelo de apoio ao cálculo. Durante o período de monitorização observei que alguns alunos estavam a tentar usar a reta numérica, mas com bastante dificuldade. De um modo geral, tinham tendência para não registar os "saltos" e/ou a quantidade a que correspondiam ou a utilizarem-na para a contagem de 1 em 1. Achei fundamental voltar a reforçar a forma como a reta deve ser utilizada e como serve de suporte para o raciocínio.

A estratégia 3, do grupo de Catarina e Beatriz, foi escolhida com o objetivo de evidenciar o algoritmo da subtração bem como os passos essenciais para a sua concretização.

A tabela 14 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 2.

Tabela 14 - TPPN - Problema 2: Seleção e ordem de apresentação das estratégias

Problema 2		
Estratégia 1 **a)** Reta numérica (saltos de 10 em 10) (*Margarida, Joel e Igor*) **b)** Reta + algoritmo da subtração (*Catarina e Beatriz*)	**a)**  	**b)** 

Estratégia 2 Cálculo em árvore (adição como operação inversa da subtração) (*Filipe e Raíssa*)	
Estratégia 3 Algoritmo da subtração com transporte (*Luís, Rodrigo e Bianca*)	

Optei por seriar as estratégias para que a última estratégia fosse explorada para clarificar as dúvidas do grupo em causa.

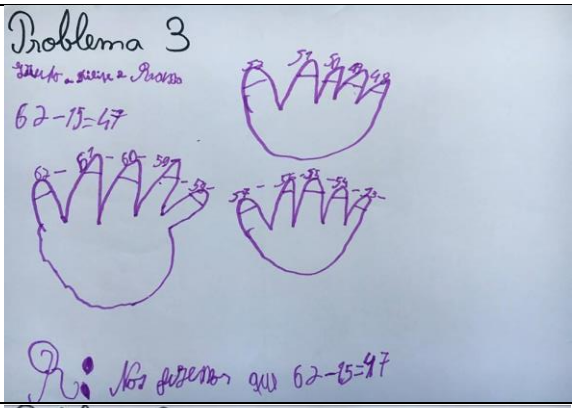
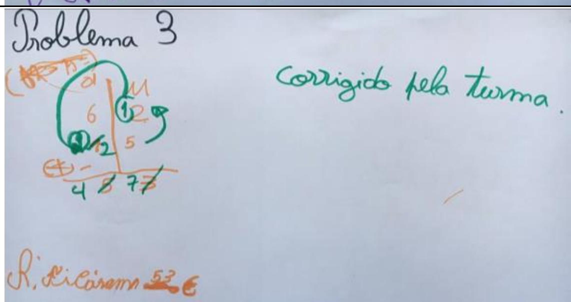
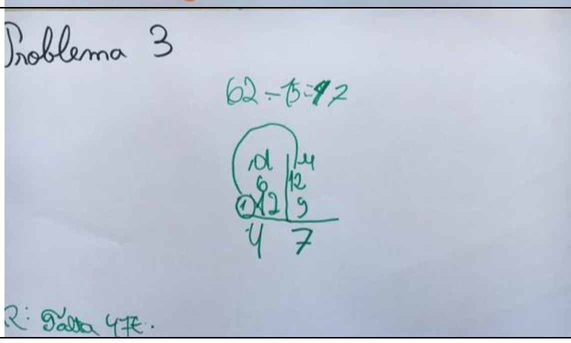
Para o problema 2, optei por agrupar duas primeiras estratégias, uma vez que ambas representavam a utilização da reta numérica. Assim, a estratégia 1, foi usada por dois grupos: (a) Margarida, Joel Igor; (b) Catarina e de Beatriz. Decidi juntar estas duas estratégias com o objetivo de as comparar, uma vez que a reta numérica de Catarina e Beatriz tinha alguns erros que importava explorar e clarificar. Pareceu-me que esta junção era favorável a este fim e permitia dar visibilidade à utilização adequada da reta numérica. É que me tinha apercebido, durante a monitorização do trabalho dos grupos, que voltaram a surgir representações pictóricas (riscos), embora estivessem cada vez mais perto de uma reta numérica.

A estratégia 2, da autoria do grupo de Filipe e de Raíssa, foi escolhida por terem utilizado a adição como operação inversa da subtração e terem apoiado o cálculo num diagrama em árvore. Optei por escolher esta estratégia como forma de reforçar como é que uma estratégia aditiva pode ser bem utilizada em problemas subtrativos, uma vez que esta era uma das grandes dúvidas dos alunos.

A estratégia 3, do grupo de Luís, de Rodrigo e de Bianca, foi escolhida por ser evidente que os alunos tentaram utilizar a contagem com recurso às mãos mas depois utilizaram o algoritmo da subtração. Optei, assim, por durante a discussão os questione sobre o porquê da mudança de estratégia. Esperava que os alunos referissem a dificuldade em utilizar a representação pictórica e que, por esta via, sobressaíssem as vantagens de a abandonar. Para além disso, era uma forma de rever o algoritmo da subtração quando há "com transporte".

A tabela 15 ilustra as estratégias escolhidas e a ordem de apresentação, relativamente à exploração do problema 3.

Tabela 15 - TPPN - Problema 3: Seleção e ordem de apresentação das estratégias

Problema 3	
Estratégia 1 Cálculo por contagem dos dedos das mãos (contar para trás) (*Filipe e Raíssa*)	
Estratégia 2 Algoritmo da subtração com transporte (*Luís, Rodrigo e Bianca*)	
Estratégia 3 Algoritmo da subtração com transporte (*Gabriel e João)*	

As estratégias foram seriadas tendo em conta as representações utilizadas: a representação pictórica e a simbólica (o algoritmo). As estratégias 2 e 3 foram escolhidas para que fossem comparadas tendo em vista a deteção de erros pelos alunos e sua correção em grande grupo.

A estratégia 1, do grupo de Filipe e de Raíssa, foi escolhida devido ao grau de complexidade. Embora na folha de registo se note que foi utilizada uma representação pictórica, os alunos utilizaram o cálculo por contagem dos dedos das mãos como suporte para a contagem regressiva. Considerei que seria importante a turma contactar com esta estratégia.

A estratégia 2, do grupo de Luís, de Rodrigo e de Bianca, foi escolhida devido aos erros que apresentava que foram recorrentes em quase todos os grupos que optaram por utilizar o algoritmo da subtração.

A estratégia 3, do grupo de Gabriel e de João, foi escolhida por terem utilizado corretamente o algoritmo. Assim, seguidamente à apresentação da estratégia 2, um dos elementos deste grupo poderia explicar o que fizeram.

4.3.2. Condução da discussão

a) Problema 1

O episódio 67 ilustra a apresentação da primeira estratégia selecionada.

Episódio 67

1. **Eu**: Expliquem como fizeram.
2. **Ana:** Nós fizemos a reta numérica [*Afonso interrompe Ana e segreda-lhe ao ouvido*] Nós fizemos...
3. **Afonso:** As mãos.
4. **Ana:** As mãos e contámos de 20 em 20.
5. **Eu:** Foi de 20 em 20? Vocês fizeram [*ilustro a situação com a contagem dos meus dedos*] 20, 40, 60, foi isto?
6. **Ana:** Não.
7. **Eu:** Então vocês contaram de quanto em quanto?
8. **Afonso:** De 1 em 1.
9. **Eu:** De 1 em 1, mas expliquem como é que vocês contaram *[silêncio*] vocês utilizaram o quê para contar?
10. **Afonso:** As nossas mãos.
11. **Eu:** Então para que os vossos colegas percebam como contaram têm que esticar as vossas mãos e mostrar como fizeram.
12. **Afonso:** [*muito baixinho, diz à Ana como eles têm que fazer e começam a contagem levantando cada dedo à medida que conta*] 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82 [*vira-se para Ana*] continua, és tu!
13. **Ana:** [*com a ajuda de Afonso*] 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91.
14. **Eu:** E contaram quantos dedos?
15. **Afonso:** 19 dedos.

(TPPN$_1$)

Como pretendia que Ana e Afonso exemplificassem a estratégia ambos foram ao quadro para apresentarem a sua estratégia. Era importante que a explicação deste grupo fosse compreensível por todos os elementos da turma e a mera observação dos seus registos escritos não permitia compreender como pensaram. Por isso, durante a explicação preocupei-me em utilizar o questionamento como forma de incentivar a clarificação e justificação oral das suas ideias (§1; §5; §7). Em particular, sugeri aos elementos do grupo que efetuassem a contagem tal como tinham feito durante o trabalho autónomo (§11). O episódio 68 ilustra a tentativa de envolver os restantes alunos na análise desta estratégia.

Episódio 68

1. **Eu:** A estratégia que eles utilizaram foi contar pelo quê?
2. **Absalão:** Pelos dedos.
3. **Eu:** Pelos dedos, eles fugiram àquilo que eu tinha dito: não podiam fazer risquinhos nem bolinhas. É uma hipótese, só que nem em todas as situações esta estratégia pode resultar.

(TPPN$_1$)

Ao direcionar o discurso para a turma, pretendia que outros alunos se pronunciassem acerca da estratégia utilizada por Ana e Filipe (§1). Acabou por não ser uma tentativa bem-sucedida, uma vez que a pergunta colocada era fechada e de resposta óbvia, não dando espaço para comentários. Assim, optei por evidenciar que o grupo tinha respeitado as indicações que tinha dado — "*não podiam fazer risquinhos nem bolinhas*" — e sublinhei que a estratégia pode não ser adequada para todas as situações (§3).

O Episódio 69 ilustra o momento em que a segunda estratégia é apresentada à turma.

Episódio 69

1. **Igor:** Nós fizemos a reta numérica do 72 ao 100.
2. **Eu:** Ajuda-o lá Joel.
3. **Joel:** Do 70 ao 100.
4. **Eu:** Depois o que é que vocês encontraram?
5. **Igor:** O número 72 depois fomos até ao 80, do 80 ao 90 e do 90 ao 91.
6. **Eu:** E deram saltinhos de quanto em quanto?
7. **Joel:** Oito, dez e um.
8. **Eu:** E o que é que vocês fizeram depois para chegarem ao resultado?
9. **Igor:** Uma conta.
10. **Eu:** Que conta?
11. **Igor:** 8+10+1=19

(TPPN$_1$)

Durante a monitorização do trabalho autónomo dos alunos, quem me explicou a estratégia utilizada foi Igor e, por isso, nesta altura, sugeri que fosse o próprio a explicá-la no momento da discussão. Foi importante ter aceite a minha proposta, pois pareceu-me que se sentiu mais motivado para compreender o que tinha sido realizado pelo grupo. Com o objetivo de envolver Joel na apresentação da estratégia, quando Igor se enganou, aproveitei para lhe pedir que ajudasse o colega (§2). Importa destacar que Joel raramente participava na resolução dos problemas e, por isso, considerei pertinente envolvê-lo. A minha intenção na apresentação desta estratégia era evidenciar os "saltos" dados na reta numérica, por isso, questionei acerca dos números que a que correspondiam (§4; §6).

O episódio 70 ilustra a participação de outros alunos que utilizaram a reta numérica.

<u>Episódio 70</u>

1. **Eu:** Muito bem. Os meninos que tentaram utilizar a reta numérica [*os elementos dos grupos colocam o dedo no ar*] vocês utilizaram a reta numérica da forma correta?
2. **Luís:** Não.
3. **Eu:** O que é que vos faltou?
4. **Bianca:** Nós enganámo-nos.
5. **Eu:** No quê?
6. **Bianca:** Em quase tudo.
7. **Eu:** Se vocês repararem bem os saltos que eles deram foram até que números? [*silêncio, dirijo-me ao quadro e aponto para os números*]Temos o 70, o 80, o 90 e temos o 100. Fizeram a marcação de quanto em quanto?
8. **Bianca:** De 10 em 10.
9. **Eu:** Eles na reta não fizeram como vocês fizeram.. vocês fizeram 70,71,72,73.. quando nós utilizamos a reta não é necessário fazer dessa forma, basta colocar as dezenas e a partir daí começamos a contar com tracinhos para encontrarmos o número que nós queremos.

(TPPN$_1$)

No período de monitorização do trabalho autónomo, apercebi-me que alguns grupos estavam a tentar utilizar a reta numérica mas estavam a ter dificuldade em representá-la de forma adequada. Para envolver outros alunos na discussão, convidei o grupo – Luís, Bianca e Rodrigo - que tinha tentado utilizar a reta numérica a participar. Desta forma direcionei o foco da discussão para a forma mais eficaz de utilizar a reta numérica (§1). Ao questionar acerca dos saltos (§7), dei tempo aos alunos para que pudessem expor o seu raciocínio.

Como isso não aconteceu, acabei por me dirigir ao quadro e apontar diretamente para os números marcados na reta numérica, para tornar a resposta à questão mais concreta (§7). Aproveitei a resposta da Bianca (§8) para contrastar as diferenças entre esta reta e a que fora utilizada por ela e seu par, evidenciando a diferença relativamente à eficiência matemática (§9).

O episódio 71 ilustra a apresentação da estratégia da autoria do grupo de Catarina e Beatriz.

<u>Episódio 71</u>

1. **Catarina:** do 2 ao 1 não podemos contar, porque o 1 é um número muito pequenino por isso juntámos 1 dezena ao 1 e deu-nos 9, e acrescentámos 1 dezena ao 7 e contámos de 8 até 9 e deu-nos 1 e ficou 19.
2. **Eu:** Então primeiro o que é que vocês fizeram? [*silêncio*] Vocês tinham dois números, para conseguirem montar a operação o que tiveram que descobrir entre os dois números?
3. **Catarina:** O número maior.
4. **Eu:** Depois… explica lá outra vez o que estavas a dizer sobre ir do 2 até ao 1 [*referindo-me aos algarismos das unidades*].
5. **Catarina:** Era muito difícil fazer de 2 até 1.
6. **Eu:** Porquê?
7. **Catarina:** Porque o dois é maior.
8. **Eu:** Maior do que..
9. **Catarina:** O um.
10. **Eu:** E conseguias contar a partir do 2 até o 1?
11. **Catarina:** Não.
12. **Eu:** Não conseguias, por isso, o que é que fizeste?
13. **Catarina:** Juntei 10 ao 1 e fiquei com 11.
14. **Eu:** E esse 10 que juntaste depois acrescentaste onde?
15. **Catarina:** Ao 7 [*aponta para o algarismo das dezenas*]
16. **Eu:** Que pertence às quê?
17. **Catarina:** Às dezenas.

(TPPN$_1$)

Esta estratégia foi escolhida porque, para além dos alunos terem conseguido usar o algoritmo da subtração para chegar ao resultado pretendido, sentiram dificuldades até compreenderem como se efetuava: a folha de registo apresentava vários riscos. Catarina assim que chegou ao quadro explicou muito rapidamente. Devido à complexidade desta estratégia, o meu papel passou por colocar questões que destacassem, indiretamente, os passos associadas ao uso do algoritmo (§2; §4). A pergunta "porquê?" (§6) e a intervenção subsequente (8) serviram, neste contexto, para esclarecer para uma das dúvidas recorrentes para os grupos que tentavam utilizar o algoritmo.

Estes grupos quando tentavam subtrair os números correspondentes aos algarismos das unidades, apercebiam-se que o do subtrativo era maior do que o do aditivo e, por isso, para conseguirem realizar a operação alteravam a ordem dos algarismos: o maior passava para cima e o menor para baixo. Por isso, era importante que Catarina disse-se a solução que encontrou para ser possível efetuar o cálculo (§12; §14). Neste exemplo, o questionamento serviu como forma de dar continuidade à explicitação da estratégia, com o objetivo clarificar e justificar oralmente o que tinha sido efetuado.

O episódio 72 ilustra a participação de Gabriel e João na discussão.

Episódio 72

1. **Eu:** Às dezenas. Então juntaste o 1 e depois acrescentaste-o às dezenas. Gabriel, ainda te lembras do nome deste algoritmo? [*silêncio*] é o algoritmo da? [*remeto a pergunta a toda a turma*] É o algoritmo do quê?
2. **Catarina:** Da subtração.
3. **João:** Com transporte.
4. **Eu:** E porque é que é com transporte? Que nome tão estranho … [*silêncio*] nós transportamos o que de onde para onde?
5. **João:** Transportamos o número de um lado para o outro.
6. **Eu:** Transportamos este 1 das unidades para [*João interrompe-me*]…
7. **João:** Para as dezenas.

(TPPN$_1$)

Com o objetivo de envolver um maior número de alunos na discussão, decidi encorajar Gabriel a participar. A escolha não foi feita ao acaso: Gabriel e João também tinham tentar o algoritmo e sentiram dificuldades em alguns aspetos.

A designação do algoritmo não era conhecida por todos os alunos e, por isso, optei por elucidá-los acerca do mesmo e justificar a sua designação. Como Gabriel já a tinha referido no momento de trabalho autónomo, encorajei-o a partilhá-la com toda a turma. Após atribuir-lhe alguns minutos para que pudesse pensar na resposta, acabei por remeter a questão à turma (§1). Com o objetivo de tornar clara a explicação do porquê da palavra "transporte" para todos, procurei que a turma refletisse sobre ela, dando a ideia que só os alunos poderiam esclarecer a razão de ser desta palavra (§4).

b) Problema 2

O que indiquei como sendo a estratégia 1, corresponde, na realidade, a duas estratégias. O episódio 73 ilustra a sua apresentação.

Episódio 73

1. **Eu:** Temos no quadro duas estratégias em que tanto uma como a outra utilizaram o quê?
2. **Bianca:** A reta numérica.
3. **Eu:** Margarida podes começar por explicar a estratégia do teu grupo.

4. **Margarida:** Primeiro nós fizemos a reta numérica do 25 ao 100, contámos do 25 ao 30, do 30 ao 40, do 40 ao 50, do 50 ao 60, do 60 ao 70, do 70 ao 80, do 80 ao 90 e do 90 ao 91.
5. **Eu:** A Margarida deu saltinhos de quanto em quanto?
6. **Filipe:** De 10 em 10.
7. **Eu:** De 10 em 10.
8. **Margarida:** Também demos uma vez de 5 e um de 1.
9. **Eu:** Mas se reparares a tua ideia foi fazeres sempre de 10 em 10, sempre que fosse possível. Catarina, agora explica a tua estratégia e a da Beatriz.
10. **Catarina:** Eu e a Beatriz fizemos a reta numérica e depois para termos a certeza fizemos o algoritmo.
11. **Eu:** Como é que vocês fizeram os saltinhos na reta?
12. **Catarina:** Primeiro fizemos dois de 4 em 4, depois três de 10 em 10 e um de 6.
13. **Eu:** E todos os saltos que juntaste deu 66? [*observa a estratégia e mantém-se em silêncio*] Deu 66 ou depois fizeste 91-25?
14. **Catarina:** Sim, foi isso.

(TPPN$_2$)

Ao monitorizar o trabalho efetuado pelo grupo de Catarina e de Beatriz, notei que as mesmas chegaram ao resultado correto através do algoritmo, não constando na reta o número de saltos necessários para conseguirem obter o número 66. Assim, ao associar esta estratégia à do grupo de Margarida, Igor e Joel, pretendia abordar o erro que constava na resolução através da comparação entre as duas representações.

Neste contexto, o meu papel passou por tornar a explicação dos dois grupos explícita para toda a turma. O questionamento focou-se na clarificação e justificação das ideias utilizadas pelos elementos do grupo. As questões colocadas a Margarida (§5; §9) e, seguidamente, a Catarina foram as mesmas (§12), uma vez que pretendia que se notasse a diferença ao nível das respostas das alunas e das representações da reta numérica. Pretendia destacar que havia diferenças sem referir quais eram. A última questão colocada teve por objetivo de dirigir a atenção de Catarina e de todos os alunos para este aspeto.

O episódio 74 ilustra a discussão em torno do erro detetado.

<u>Episódio 74</u>

1. **Eu:** Então fizeste 91-25. [*falo para a turma*] Vocês acham que a Catarina e a Beatriz utilizaram corretamente a reta?
2. **Vários alunos:** Não.
3. **Eu:** Porquê?
4. **Filipe:** Porque usaram o algoritmo para terem a certeza se era aquele número.
5. **Margarida:** Que elas procuravam.
6. **Eu:** E elas começaram em que número? Diz lá em que número começaste Catarina.

7. **Catarina:** No 20.
8. **Eu:** Elas começaram no 20, nós tínhamos que começar no 20?
9. **Alguns alunos:** Não.
10. **Eu:** Podíamos começar a partir de que número?
11. **Filipe:** A partir do 25.
12. **Eu:** E tínhamos que ir do 25 até que número?
13. **Filipe:** Ao 91.
14. **Eu:** Catarina, foste até que número?
15. **Catarina:** Até ao 66.
16. **Eu:** A Catarina foi até ao 66 e porquê?
17. **Filipe:** Porque ela fez o algoritmo.
18. **Eu:** Porque ela fez o algoritmo e sabia que o resultado era 66. Foi isto, Catarina?
19. **Catarina:** Sim.
20. **Eu:** Quando queres utilizar as duas coisas primeiro faz-se a reta, depois é que podes fazer o algoritmo para confirmar.

(TPPN$_2$)

Ao reencaminhar a questão para a turma, direcionei também o comentário e a correção do erro detetado para os alunos, evidenciando que os reconheço como interlocutores que podem, tal como eu, pronunciar-se sobre a avaliação da legitimidade e correção e de estratégias e raciocínios (§1; §4). Através da exploração do erro os alunos aperceberam-se que Catarina apenas tinha colocado saltinhos até ao número 66 porque já tinha efetuado o algoritmo e sabia até que número teria que ir (§16).

O episódio 75 ilustra a apresentação da segunda estratégia selecionada, da autoria de Filipe e Raíssa.

<u>Episódio 75</u>

1. **Eu:** A próxima estratégia é da Raíssa e do Filipe, quem é que vem ao quadro?
2. **Raíssa:** Vai o Filipe.
3. **Eu:** Explica lá a vossa estratégia.
4. **Filipe:** Nós fizemos 66 + 25 é igual a 91.
5. **Eu:** Ou seja, tu sabias que tinha que dar 91 e sabias que tinhas que utilizar o 25, por isso tentaste descobrir quanto é que faltava. O que o Filipe fez foi a operação inversa, significa que utilizou a adição para chegar ao resultado. Só que o Filipe não fez o que muitos de vocês estavam a fazer que era 91+25.
6. **Ana:** Então está mal.
7. **Eu:** Está certo Ana, porque o Filipe não fez 91+25 fez 25 + qualquer coisa que vai dar 91. O Filipe descobriu quanto é que faltava.

(TPPN$_2$)

A apresentação da estratégia deste grupo foi importante para elucidar os alunos que pretendiam utilizar uma estratégia aditiva, por vezes, sem serem bem sucedidos. O meu papel, durante esta apresentação, focou-se em expandir a contribuição de Filipe e clarificar a forma correta de utilizar a adição (§5). Acabei por não colocar questões nem direcionar o comentário para outros alunos, destacando apenas a diferença entre juntar os dois números que estão no enunciado e utilizar a adição como a operação inversa da subtração (§7).

O episódio 76 relata a apresentação da terceira estratégia, a elaborada por Luís, Rodrigo e Bianca.

Episódio 76

1. **Eu:** Ora bem, na estratégia deles houve uma coisa que correu mal no início, expliquem lá o que correu mal.
2. **Bianca:** Foram as mãos.
3. **Eu:** As mãos correram mal? Então?
4. **Bianca:** Porque nós não sabíamos se conseguíamos fazer com as mãos e depois fizemos o algoritmo.
5. **Eu:** E fizeram o algoritmo.
6. **Luís:** Que deu 66.
7. **Eu:** No início eles queriam utilizar as mãos deles para chegarem ao 66. Primeiro eles fizeram as mãos..
8. **Ana:** Fizeram muito grandes.
9. **Eu:** Depois já não sabiam como iriam contar. Perderam-se. Depois ficaram bloqueados, já não sabiam o que fazer para resolver o problema. E aí, decidiram utilizar o quê?
10. **Bianca:** O algoritmo.
11. **Eu:** O algoritmo. Foi fácil?
12. **Luís:** Tivemos dificuldades.

(TPPN$_2$)

Esta estratégia foi escolhida para ser apresentada em último lugar porque continha representações relevantes: tentaram utilizar a representação pictórica mas acabaram por desistir, começando a usar o algoritmo da subtração com transporte. Com esta estratégia, pretendia evidenciar a diferença entre a eficiência matemática das duas estratégias anotadas na folha de registo do grupo.

No início da apresentação da estratégia, dei destaque à utilização das mãos como recurso para a contagem, evidenciando que algo correu mal (§1). Com esta intervenção, pretendia que os alunos refletissem sobre a viabilidade das representações pictóricas quando os números envolvidos são maiores (§4). Embora tenham conseguido efetuar o cálculo recorrendo ao algoritmo, só o conseguiram devido ao apoio prestado no durante o trabalho autónomo. Pretendia, durante a discussão coletiva, detetar se os alunos ainda tinham dificuldades ou se tinham compreendido como se processava (Episódio 77).

Episódio 77

1. **Eu:** Então para usar o algoritmo o que é que nós primeiro temos que fazer?
2. **Catarina:** Pôr o número maior em cima!
3. **Eu:** Então o número maior fica sempre em.. [*levanto o braço*]
4. **Cassandra:** Cima e o menor em baixo.
5. **Eu:** [*baixo o braço*] e o menor em baixo. E quando olhamos para as unidades e o número de baixo é maior do que o de cima, o que é que nós fazemos? [*silêncio*] Por exemplo, aqui em baixo temos 5 e em cima 1. Podemos contar de 5 até 1?
6. **Catarina:** Não, pomos um 1 ao lado.
7. **Eu:** E transforma-se em que número?
8. **Catarina:** 11.
9. **Eu:** Então aqui contamos de 5 até 11 e este 1 que acrescentámos vamos transportar para as dezenas que se transformou em que número?
10. **Luís:** Em 3.
11. **Eu:** E contaste de 3 até ..
12. **Bianca:** Até 9.
13. **Eu:** Quanto deu?
14. **Luís:** 66.

(TPPN$_2$)

Como ilustra o episódio 77, acabei por rever, em grande grupo, quais os passos da subtração com transporte recorrendo a expressões verbais acompanhadas de gestos que pudessem servir para memorizarem os mesmos (§3; §5). Como o grupo apresentou dificuldades na realização do cálculo usando o algoritmo, considerei que seria importante questionar os alunos sobre alguns dos passos do algoritmo (§7; §9). Assim, o meu papel focou-se em guiar as intervenções do alunos através do questionamento, tendo como fim analisar o domínio dos conhecimentos acerca do algoritmo da subtração.

c) Problema 3

O episódio 78 ilustra o momento em que é efetuada a explicação da primeira estratégia selecionada.

Episódio 78

1. **Filipe:** Nós pensámos que 62-15 era 47.
2. **Eu:** E como é que vocês chegaram a esse resultado?
3. **Filipe:** Pela cabeça.
4. **Eu:** Então porque é que desenharam mãos?
5. **Raíssa:** Nós utilizámos as mãos.
6. **Eu:** Expliquem porque é que têm mãos na vossa folha.
7. **Filipe:** Para ajudar a contar.
8. **Eu:** E vocês contaram como? [*ficam confusos*] Estiquem as vossas mãos, vocês utilizaram quanto?
9. **Filipe:** 15.

(TPPN$_3$)

Como se pode observar no episódio 78, Filipe e Raíssa recorreram à contagem dos dedos das mãos como forma de chegarem ao resultado. É um facto, vários alunos já tinham recorrido a este modelo de apoio ao cálculo, mas ainda nenhum grupo tinha utilizado a contagem regressiva tal como fez este grupo. A análise do episódio permite evidenciar que o meu papel se focou na gestão das ideias dos alunos, tentando que os mesmos apresentassem uma explicação que pudesse a ser compreendida por todos, isto é, usei, basicamente, o questionamento como forma de clarificar as ideias apresentadas (§4;§6).

No entanto, a explicação de Filipe e Raíssa não foi suficientemente esclarecedora, pelo que sugeri que exemplificassem contando em grande grupo (Episódio 79).

Episódio 79

1. **Eu:** Utilizaram 15. Então contem todos para trás com eles, quero ver mãos esticadas. 62...[*Filipe lidera a contagem*]. Perceberam como eles fizeram?
2. **Margarida:** Eles usaram as mãos e contaram para trás.
3. **Eu:** Vocês acham que contar para trás é fácil?
4. **Alguns alunos:** Não, é difícil.
5. **Filipe:** Eu acho muito fácil.
6. **Eu:** Se é difícil, querem tentar outra vez?
7. **Vários alunos:** Sim [*esticam as mãos*]
8. **Eu:** Vá Filipe e Raíssa, vocês é estão a comandar a contagem. Primeiro tens que dizer o que eles têm de fazer. Vão contar quantos para trás?
9. **Filipe:** 1.
10. **Eu:** Então o resultado final é 61? Assim só andas um para trás.
11. **Filipe:** Não, vamos andar 15 para trás.
    (*inicia-se a contagem em grande grupo*)
12. **Eu:** Pronto já está, é um bocadinho difícil mas foi a estratégia que eles utilizaram.
13. **João:** Eu contei para trás e fiquei todo baralhado.

(TPPN$_3$)

Como Filipe conta fluentemente solicitei que liderasse a contagem, evitando que os restantes alunos se perdessem ou se baralhassem (§1). Após a contagem, os outros alunos compreenderam a estratégia utilizada, acabando por tecer comentários sobre a dificuldade em contar para trás (§4; §13). Ao proporcionar a oportunidade de Filipe ser, também "professor" procurei ensinar que podem, também, aprender uns com os outros.

Para o último momento coletivo, juntei as estratégias 2 e 3 da autoria, respetivamente, de (a) Luís, Rodrigo e Bianca e (b) de Gabriel e de João. Os dois grupos utilizaram como estratégia o algoritmo da subtração com transporte, embora a estratégia do primeiro grupo tivesse alguns erros que deviam ser explorados coletivamente. Desta forma, pretendia que os alunos comparassem as duas estratégias e que detetassem e corrigissem os erros detetados.

O episódio 80 ilustra a explicação da estratégia pelo grupo de Luís, Rodrigo e Bianca.

Episódio 80

1. **Eu:** Então expliquem-nos lá o que vocês fizeram. Expliquem passinho a passinho.
2. **Bianca:** Fizemos o algoritmo. Pusemos o 62 e depois o 15. Fizemos que 6-1 era 5 e que 5-3 era 3.
3. **Eu:** Digam-me lá uma coisa… quando estamos a fazer uma conta começamos pelas dezenas ou pelas unidades?
4. **Bianca:** Pelas unidades.
5. **Eu:** Começamos pelas unidades. E fazemos de baixo para cima ou de cima para baixo?
6. **Catarina:** De baixo para cima.
7. **Eu:** Sempre de baixo para cima. Consegues contar de 5 até 2?
8. **Catarina:** Não.
9. **Eu:** Porquê?
10. **Cassandra:** Porque o 5 é maior.
11. **Eu:** Então o que falta aqui para ser possível a contagem?
12. **Vários alunos:** O 1!
13. **Catarina:** Temos que acrescentar 1 ao 2 para ficarmos com o 12.

(TPPN$_3$)

A explicação da estratégia acabou por ser bastante rápida (§2). Desta forma, direcionei o comentário e a correção para os outros alunos, esperando que se envolvessem ativamente na discussão (§3). Perante isto, começamos a rever cada passo do algoritmo. Ao aperceber-me que havia uma forte necessidade de tornar a correção concreta, decidi parar a explicação de cada passo e pedir ao Gabriel que explicasse a sua estratégia (episódio 81).

Episódio 81

1. **Eu:** Vamos fazer uma pausa. [*aponto para a terceira estratégia*] João e Gabriel, um de vocês venha ao quadro e traga a caneta verde sff. O que vocês acham da estratégia da Bianca e do Luís?
2. **Vários alunos:** Está errada.
3. **Eu:** Agora, vamos todos corrigir. Agora o Gabriel vai explicar à Bianca como se faz. Vocês podem ajudar também.
4. **Gabriel:** Começámos por acrescentar 10 ao 2 e ficou 12 [*fala muito baixo, ninguém o consegue ouvir*].
5. **Eu:** Quando nós começamos o que temos que ver primeiro?
6. **Gabriel:** Qual é o número maior.

7. **Eu:** Então olhamos para os números e em cima colocamos o maior. Começamos pelas dezenas ou pelas unidades?
8. **Gabriel:** Pelas unidades.
9. **Eu:** Pelas unidades. Fazemos sempre de baixo para cima ou de cima para baixo?
10. **Gabriel:** De baixo para cima.
11. **Eu:** De baixo para cima. Quais são os números que temos nas unidades?
12. **Gabriel:** O 5 e o 2.
13. **Eu:** Vocês conseguem contar de 5 até 2?
14. **Catarina:** Não temos que acrescentar 1.
15. **Margarida:** Não, porque o 2 é menos do que o 5.
16. **Eu:** Exatamente, então não dá para contar. Por isso, o que é que nós acrescentamos ao 2?
17. **Catarina:** O 1!
18. **Eu:** Acrescentamos uma..
19. **Catarina:** Dezena.
20. **Eu:** E transforma-se em que número?
21. **Margarida:** No 12.
22. **Eu:** E esta dezena que acrescentámos depois vai para onde?
23. **Margarida:** Para as dezenas.
24. **Eu:** Então juntamos o 1 ao 1 que já tínhamos nas dezenas e transforma-se.
25. **Margarida:** Num 2. Riscamos o 1 e colocamos logo o 2!

(TPPN$_3$)

Pedi a Gabriel que se dirigisse ao quadro e que trouxesse a caneta verde (cor atribuída ao seu grupo). Perguntei aos alunos o que pensavam sobre a estratégia do primeiro grupo, encarregando-os de validar, refutar e decidir sobre a eficiência da estratégia apresentada, reforçando o papel deles enquanto reguladores da aprendizagem (§1).

Como Gabriel tem alguma dificuldade em expor oralmente as suas ideias, sugeri que explicasse a sua estratégia passo a passo para que pudéssemos corrigir em conjunto, dando também liberdade aos outros alunos para participarem (§3). Gabriel fala muito baixo, por isso, para que todos compreendessem o que o mesmo dizia eu repetia e com a caneta verde executava o passo proferido pelo aluno (§5). Para que todos os passos fossem revistos e focados, ao longo da correção o meu papel passava por guiar as intervenções de Gabriel e dos colegas que interviessem, formulando perguntas com o fim de analisar o domínio dos conhecimentos em questão, apoiando-os enquanto os efetuava na estratégia a ser corrigida (§7; §9; §11; §13; §16; §21).

Após a correção da estratégia, importava referir quais foram os aspetos que foram corrigidos (episódio 82).

Episódio 82

1. **Eu:** Então digam-me lá quais foram os erros do grupo da Bianca e do Luís?
2. **Catarina:** Eles começaram pelas dezenas a contar.
3. **Eu:** Então erro 1- começaram pelas dezenas.
4. **Margarida:** Eles começaram de cima para baixo.
5. **Eu:** Eles começaram de cima para baixo, eles aqui tiraram 2 ao 5. Temos que fazer sempre de baixo para cima. Outro erro.
6. **Catarina:** Foi contar de 5 para 2 que não dá. Tem-se que acrescentar 1.
7. **Eu:** Ou seja, aqui um e transformou-se em que número?
8. **Martim:** 12.
9. **Eu:** E este número depois vai para onde?
10. **Martim:** Para as dezenas.
11. **Eu:** Então este 1 vai ser transportado para as dezenas cá de baixo. E o que vai acontecer?
12. **Bianca:** Fica 2!
13. **Eu:** Este 1 junta-se à dezena que já cá está e transforma-se num 2. Então quanto é que é 5 até 12?
14. **Ana:** É 7.
15. **Eu:** E quanto é que é de 2 até 6?
16. **Rodrigo:** É 4.
17. **Ana:** Dá 47.

(TPPN$_3$)

Para que as correções se destacassem, foram feitas com a caneta verde. Pedi aos alunos que identificassem os erros e os corrigissem como forma de sistematizar o que tinha sido dito (§1). Inicialmente a minha intervenção passou por aguardar pela reação dos alunos, acabando por repetir o que cada aluno detetava como erro (§3; §5). Posteriormente, comecei a colocar questões que desencadeavam as correções por parte dos alunos (§7; §9; §11; §13).

Tendo em conta que as correções já estavam identificadas na estratégia, a caneta verde acabou por servir de *feedback*, ajudando os alunos a monitorizarem os aspetos críticos e a conseguirem corrigir ou completar o que faltava. Desta forma, permiti que comparassem as duas estratégias e reagissem perante a identificação e correção dos erros, acabando por me ajudar a avaliar o seu conhecimento.

4.3.3. Desafios

Para esta tarefa, já tinha decidido iria ter como temática o Natal mas não sabia ao certo como iria estruturá-la, que números utilizar e que contexto criar. Após a exploração do texto que foi adaptado na aula de Português, apercebi-me que os alunos ficaram com curiosidade para saberem o que iria acontecer depois.

Desta forma, encontrei o contexto para a tarefa. Acabei por dar continuidade ao excerto da história contida no Manual, inventando problemas que pudessem ser ilustrados no momento da apresentação de cada um deles. Os números escolhidos acabaram por seguir a lógica que utilizei nas tarefas anteriores.

Nesta tarefa, acabei por não diversificar o número de estratégias que poderiam surgir, acabando por registar as resoluções que tinha a certeza que poderiam aparecer. Embora tenha pensado no cálculo em árvore e no cálculo recorrendo à contagem dos dedos das mãos, acabei por não as registar no momento da antecipação das estratégias.

No momento de trabalho autónomo dos alunos verificou-se outro desafio. Devido à complexidade das tarefas em causa e à dificuldade em utilizarem corretamente o algoritmo, quando me aproximava dos grupos acabava por auxiliá-los para que o usassem corretamente. Nem sempre o compreendiam e, por isso, deixei algumas dessas dúvidas para serem exploradas quando as estratégias tivessem a ser apresentadas e debatidas. Tive dificuldade em não validar a correção das respostas matemáticas dos alunos, acabando por denunciar o meu pensamento através de expressões faciais ou através da utilização de determinadas entoações.

Apesar de tudo, o maior desafio foi conseguir gerir o tempo. Considero que poderia ter aprofundado as discussões coletivas se tivesse gerido melhor o tempo. Cada apresentação poderia ter sido seguida de um curto período de discussão em vez de se focar apenas "no que foi feito" e para realçar o porquê "de ter sido feito assim?".

Capítulo V

Conclusões

No presente capítulo apresento uma síntese do estudo realizado, respondo às questões de investigação e termino com uma reflexão crítica acerca do desenvolvimento deste estudo e da importância para as minhas práticas enquanto futura professora.

5.1. Síntese do estudo

O presente estudo foca-se na análise da minha prática enquanto orquestradora de discussões coletivas e tem como objetivo compreender de que modo posso preparar e conduzir discussões coletivas orientadas para o ensino da subtração através da resolução de problemas. Para tal, o estudo foi orientado por duas questões de investigação: (1) A que aspetos dei especial atenção na preparação das aulas? Que desafios experienciei? e (2) Como conduzi a discussão de estratégias de resolução de problemas de subtração? Que desafios experienciei?

Em termos metodológicos, a investigação desenvolvida insere-se num paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa de investigação. Trata-se de uma investigação sobre a minha prática em que concebi e concretizei uma intervenção pedagógica orientada para a aprendizagem da subtração. Assim, esta investigação pode ser perspetivada como um estudo de caso em que “o caso” são as minhas práticas de preparação e orquestração de discussões coletivas orientadas para o ensino da subtração. Esta intervenção decorreu de 9 de novembro a 15 de dezembro de 2015 e, neste período, propus, à turma de 2º ano, tarefas matemáticas relacionadas com a aprendizagem da subtração, que procurei que fossem problemas.

Os dados empíricos foram obtidos através da observação participante e recolha documental. Neste âmbito, foram realizadas notas de campo e transcrições áudio e vídeo das aulas onde foram exploradas as tarefas. Estes dados foram objeto de uma análise de conteúdo qualitativa orientada por categorias temáticas.

5.2. Resultados do estudo

Seguidamente, apresento as conclusões da investigação em que procurei responder às questões do estudo. Assim, esta subsecção encontra-se organizada em torno de dois pontos: (1) preparando aulas orientadas para discussões coletivas e (2) conduzindo discussões coletivas.

5.2.1. Preparando aulas orientadas para discussões coletivas

Durante a preparação das aulas foquei-me sobretudo na escolha de tarefas e na antecipação de possíveis estratégias de resolução dos alunos, nas suas eventuais dificuldades e nos modos de lidar com as mesmas.

Para assegurar que as discussões seriam produtivas, primeiro procurei elaborar tarefas desafiantes e adequadas aos alunos, uma vez que "é formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a actividade do aluno" (Ponte, 2005, p. 11). Para permitir um maior envolvimento, o fator motivacional foi um dos aspetos fundamentais para conceber as tarefas, para que "sejam interessantes para estes, na aceção de constituírem um desafio, criarem surpresa e suscitarem questões" (Delgado, 2013, p. 82). Assim, procurei que os contextos das tarefas fossem próximos da vivência dos alunos, com o objetivo de atribuírem significado e manterem-se envolvidos.

Um dos desafios com que me deparei está relacionado com a escolha das tarefas. Inicialmente, tinha dúvidas se deveria apenas adaptar tarefas já experimentadas por outros professores ou se deveria construí-las de raiz. Por um lado, colocar em prática tarefas que constam em materiais curriculares que já tinham sido exploradas seria uma mais-valia, uma vez que assim poderia ter uma noção dos aspetos que poderiam surgir. Por outro lado, conceber uma tarefa de raiz adaptada ao nível de conhecimentos dos alunos e próxima das suas vivências, que nunca tinha sido explorada, poderia ser um risco mas conseguiria motivá-los. Optei assim, por construir tarefas tendo em conta as observações que efetuava dos alunos. Durante os intervalos observava os alunos, as brincadeiras e, até mesmo, os assuntos sobre os quais conversavam. Em contexto letivo, observava a forma como reagiam a determinadas temáticas e propostas de trabalho. Foi um desafio decidir quais as temáticas que utilizaria como contexto para as tarefas e, consequentemente, de que forma as estruturaria. Assim, começava por decidir qual o tema para determinada tarefa e pensava na estrutura global da mesma. Por exemplo, a tarefa 1 "Olha as castanhas quentes e boas" foi estruturada tendo em conta uma conversa tida durante uma aula. No exterior da escola, havia um castanheiro. Um aluno ao ir para a escola, apanhou um ouriço e levou-o para a sala. O interesse demonstrado sobre os ouriços e o castanheiro culminaram na elaboração desta tarefa.

Apesar de procurar que as tarefas fossem próximas das vivências dos alunos, tinha dúvidas se conseguiria manter o interesse dos mesmos durante a exploração e se as tarefas seriam realmente significativas. Esta dúvida persistia até ao momento em que as tarefas eram exploradas em sala de aula.

Outra preocupação, ainda relacionada com o contexto das tarefas, relaciona-se com os números escolhidos para os problemas, uma vez que "os números envolvidos nos contextos fornecem pistas sobre aspetos importantes relacionados com a resolução da tarefa e ajudam os alunos a tomar decisões" (Delgado, 2013, p. 86). A este nível, os números envolvidos nas tarefas, no geral, são múltiplos de 5 e de 10 ou números vizinhos destes múltiplos. Esta escolha foi intencional, uma vez que são números de referência para os alunos. Procurei que houvesse um aumento gradual da grandeza dos números envolvidos, com o objetivo de possibilitar a utilização de determinadas estratégias para a resolução dos problemas. Perante isto, tinha receio que os números escolhidos não fossem adequados à turma, devido à sua grandeza e que não potenciassem o uso de determinadas estratégias. Para lidar com esta dificuldade, recorri a recursos e materiais curriculares que contêm propostas de tarefas e desafios matemáticos indicadas para o mesmo ano de escolaridade da turma onde se realizou o estudo.

O nível de dificuldade das tarefas propostas foi outra das minhas preocupações, é importante que "o professor atenda às idades dos alunos, aos níveis de aprendizagem em que se encontram, aos conhecimentos que possuem e às suas experiências anteriores" (Delgado, 2013, p. 76). Procurei conceber tarefas que fossem adaptadas aos alunos da turma, não propondo problemas demasiado difíceis que não conseguissem resolver. Com isto, pretendia que os alunos não se sentissem desmotivados e se mantivessem envolvidos na exploração dos problemas.

Seguidamente, antecipei as estratégias dos alunos, as dificuldades que poderiam surgir e a forma como poderia lidar com as mesmas.

Para antecipar as estratégias que poderiam surgir, resolvi os problemas recorrendo a diferentes formas de resolução, visto que "só experimentando a matemática implícita numa tarefa se consegue imaginar algumas das dificuldades que esta pode colocar aos outros" (Canavarro, 2011, p. 13). Desta forma, procurei analisar quais os aspetos que poderiam trazer dúvidas aos alunos e inventariar possíveis formas de lidar com as dificuldades que surgiriam.

A antecipação das estratégias dos alunos revelou-se outro desafio. Foi difícil colocar-me no lugar dos alunos, pensar onde os mesmos poderiam bloquear ou errar. Desta forma, ao realizar diferentes estratégias acabei por analisar o processo de resolução de cada estratégia e pensar onde poderiam sentir dificuldades. O facto de ter acompanhado esta turma no 1º ano de escolaridade ajudou a conhecer os alunos e as suas dificuldades. Por isso, ao iniciar o segundo período de estágio optei por primeiramente analisar o grau de desenvolvimento dos alunos e, posteriormente, colocar em prática o presente projeto de investigação.

A preparação pormenorizada das aulas - "o tipo de trabalho que o professor faz para estar preparado para a aula" (Lampert, 2001, p. 119) - demonstrou ser uma prática fulcral para a boa gestão da prática letiva. Assim, antes de propor a tarefa à turma, já tinha uma ideia das estratégias e das dúvidas que poderiam surgir, conseguindo inventariar possíveis tópicos que pudessem ser explorados na discussão coletiva. O facto de explorar as tarefas antes de as propor permitia que me sentisse mais segura no momento de iniciar e conduzir discussões coletivas.

5.2.2. Conduzindo discussões coletivas

Durante as aulas, vários foram os aspetos importantes para a orquestração de discussões coletivas, nomeadamente: a apresentação das tarefas; a monitorização do trabalho autónomo dos alunos e a gestão da apresentação e da discussão coletiva.

A apresentação das tarefas foi um dos aspetos da aula tratados com atenção, visto que nesta fase "o professor deve assegurar, em poucos minutos, que estes entendem o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa" (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014, p. 219) . Era importante que a mesma fosse realizada de modo a que todos os alunos compreendessem o enunciado, ou seja, atribuíssem significado aos números envolvidos e estabelecessem o objetivo. Para tal ser possível, era necessário conseguir que os alunos se mantivessem atentos e interessados durante a apresentação. Quando as tarefas começaram a ser mais complexas (tarefas 5 e 6), começaram a ser introduzidas com pequenas histórias reescritas para servirem de contexto para os problemas. Assim, optei por utilizar esta estratégia para os manter envolvidos.

A exploração do enunciado de cada problema era tratado como habitualmente os alunos atribuíam significado aos textos explorados na aula de português. O enunciado era lida várias vezes: primeiro era lido em grande grupo; seguidamente era lido por mim; depois pedia a um aluno que explicasse o que tinha sido lido e, no fim, era realizada a interpretação através do questionamento. Depois da leitura, pedia aos alunos que pegassem num lápis de carvão e, em conjunto, eram sublinhadas as frases do enunciado que continham os dados essenciais para a realização do problema. Quando os enunciados começaram a ser mais complexos (tarefas 5 e 6), comecei a utilizar imagens para ilustrar o conteúdo do problema.

Na fase da aula destinada ao trabalho autónomo dos alunos, encontrava-me a monitorizar o funcionamento de cada grupo, tendo "especial atenção ao pensamento matemático dos alunos e às soluções utilizadas como estratégia enquanto trabalham na tarefa" (Smith & Stein, 2011, p. 9). Antes de me aproximar dos grupos, dava-lhes tempo para discutirem entre si a estratégia que poderiam utilizar. Passados uns minutos, começava a observar se os alunos estavam a conseguir resolver o problema ou se estavam com dificuldades.

Ao monitorizar as resoluções dos grupos focava-me em determinados aspetos: observava o trabalho realizado pelos alunos, com o objetivo de perceber se estavam a compreender a tarefa e se a resolução coincidia com o objetivo do problema; utilizava o questionamento para obter clarificações/justificações acerca das estratégias utilizadas, com o propósito de me aperceber dos raciocínios dos mesmos; utilizava a grelha de monitorização para registar as estratégias observadas, selecionar e sequenciar as que iriam ser apresentadas no quadro. O apoio prestado durante a monitorização do trabalho autónomo era crucial para os alunos. A forma como iria agir perante a observação da folha de registo ou da explicação dada pelos alunos, era realizada no momento. Não havia tempo para pensar devidamente no que devia ser dito ou nos aspetos que deveria destacar, acabando por ser um apoio intuitivo baseado na previsão efetuada antes de propor a tarefa. Perante isto, tinha receio que os comentários pudessem não ser adequados ou que fornecesse demasiada informação, acabando por cingir os alunos a determinadas estratégias. Por exemplo, na tarefa 5, ao monitorizar o trabalho de Cassandra e Absalão, apercebi-me que estavam a utilizar as mãos para auxiliar o cálculo mental e não sabiam como poderiam representar a estratégia utilizada na folha de rascunho. Acabei por sugerir que desenhassem as mãos e mostrassem quanto valia cada dedo nesse mesmo desenho, mesmo que tenha auxiliado o grupo a minha intromissão acabou por interferir na representação da estratégia em causa.

Durante a monitorização do trabalho dos alunos selecionava as estratégias a serem apresentadas e sequenciava a ordem da apresentação. Segundo Canavarro (2011) selecionar "corresponde a identificar os alunos ou grupos cujas resoluções são importantes para partilhar" (p. 14) e sequenciar refere-se a "tomar decisões ponderadas acerca da ordem pela qual se dá a apresentação e partilha dos trabalhos dos alunos" (idem), em que cabe ao professor "delinear o percurso de exploração das ideias matemáticas" (idem) consoante o objetivo matemático da aula.

Para selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, estabelecia critérios com base nas observações efetuadas durante a monitorização. Procurava que as estratégias escolhidas fossem, no geral, sequenciadas pelo seu grau de complexidade, com o objetivo de comparar a eficácia matemática de cada uma delas. Desta forma, pretendia que na exploração dos problemas seguintes os alunos optassem por utilizar estratégias mais complexas. Quando observava que haviam resoluções que apresentavam erros, erros estes recorrentes em mais do que uma resolução, optava por selecioná-los para serem explorados em grande grupo. Por exemplo, na tarefa 4 (problema 3), optei por selecionar uma estratégia próxima da correta representação da reta numérica e, seguidamente, outra resolução que utilizava corretamente a reta. Desta forma, os alunos após ouvirem a apresentação da segunda estratégia de resolução, acabaram por associar o que estava em falta na estratégia do primeiro grupo.

Para além disso, quando observava que um grupo estava perto de chegar a uma ideia matemática importante, selecionava a estratégia para ser aprofundada na discussão coletiva. Por exemplo, na tarefa 5 (problema 1), ao notar que o grupo de Bianca, Luís e Rodrigo optou por utilizar o algoritmo da subtração embora não tenham conseguido concretizá-lo corretamente, considerei que esta estratégia devia ser aprofundada na discussão coletiva.

Foi difícil conseguir selecionar e sequenciar as resoluções. Apesar da antecipação ser fundamental para ter noção das possíveis estratégias e ideias matemáticas que poderiam surgir, na prática deparar-me com várias resoluções e ter que decidir no momento quais é que deviam ser selecionadas e qual a ordem da apresentação, culminou em várias dúvidas e incertezas. Tinha receio que as estratégias escolhidas não desencadeassem discussões matemáticas poderosas ou que a sequenciação não fosse a mais adequada. Apesar de justificar as estratégias escolhidas e a sua ordem de apresentação, havia sempre o receio de haver outras que pudessem conter ideias matemáticas mais relevantes. Por exemplo, na tarefa 4, Filipe e Raíssa utilizaram como estratégia o cálculo sequencial. Poderia ter sido uma estratégia a ser apresentada, tendo em conta o seu potencial matemático. Analisando as resoluções dos outros grupos e as dificuldades sentidas, optei por aprofundar as dúvidas existentes em vez de apresentar algo novo.

No momento de propor a exploração das tarefas, surgiu mais um desafio: criar uma cultura de sala de aula propícia ao surgimento de discussões coletivas.

Para ser possível a exploração e discussão coletiva das resoluções dos alunos, era necessário "construir uma cultura de sala de aula" (Lampert, 2001, p. 51) que possibilitasse a comunicação matemática. Era necessário criar uma cultura regulada por certo tipo de normas sociais que destacassem a importância dos alunos ouvirem os outros, respeitarem as regras de participação e que soubessem expressar as suas ideias de forma audível. Assim, antes de propor as tarefas à turma procurava evidenciar como deveria ser o funcionamento do trabalho a pares. Quando os alunos não respeitavam as normas sociais estabelecidas, procurava encontrar formas concretas de lhes mostrar porque deviam ser respeitadas. Por exemplo, na tarefa 5 na exploração do problema 1, como Cassandra e Absalão não estavam a respeitar as apresentações dos outros colegas não permiti que fossem ao quadro apresentar a sua estratégia, acabando por ser explorada em grande grupo. Desta forma, o comportamento destes alunos melhorou durante as apresentações. Outra situação, a nível do trabalho a pares, passou-se com Rui na tarefa 4. Como o aluno não aceitava as opiniões do seu par e apenas seguia a estratégia escolhida por ele, nesta tarefa o aluno ficou sozinho com o objetivo de compreender como é importante trabalhar com os colegas. Relativamente à forma como comunicavam as suas ideias, muitas vezes os alunos não explicavam a sua estratégia de forma audível. Os alunos por se sentirem expostos e inseguros, acabavam por falar muito baixo e explicarem a resolução virados para o quadro. Inicialmente, quando sentia que os alunos necessitavam que eu estivesse perto dele, deslocava-me para o quadro e repetia a explicação, tornando-a audível. Desta forma, os alunos não lidavam a sua dificuldade porque eu acabava por transmitir o essencial à turma, parecendo que era eu quem estava a apresentar. Assim, optei por me afastar e sentar-me num lugar longe do quadro. Quando o aluno começava a explicar, incentivava-o a virar-se na minha direção e quando não se ouvia dizia "Aqui atrás não estou a ouvir muito bem. Podes agora repetir um bocadinho mais alto?".

Relativamente à apresentação e discussão das estratégias dos alunos, tinha como principais preocupações: envolver o maior número de alunos na discussão; pedir aos alunos que clarificassem e justificassem as suas estratégias, de modo a serem explícitas para a turma; pedir aos alunos que explicassem a estratégia apresentada pelos colegas; incentivar os alunos a colocarem questões aos colegas que estão a apresentar ou a comentarem a resolução; realçar os erros que foram frequentes, compará-los com a resolução correta e incentivá-los a debater as suas ideias. No momento da sistematização das discussões coletivas, procurei consolidar novas estratégias e sistematizar as ideias matemáticas que mais se destacaram na apresentação das resoluções dos alunos.

O maior desafio deste estudo foi a condução das discussões coletivas, destaco: a gestão do tempo, o incentivo à discussão e reflexão e como lidar com os erros dos alunos.

Gestão do tempo. Canavarro (2011) destaca a importância de gerir o tempo " para que na mesma aula se complete o trabalho em torno de uma tarefa, evitando ao máximo adiar para a aula seguinte a discussão e/ou a síntese dos conhecimentos produzidos pelos alunos em resposta à tarefa" (p. 17). Inicialmente, as aulas demoravam mais tempo devido a vários fatores: os problemas eram resolvidos no caderno e, as resoluções escolhidas, tinham que ser passadas do caderno para o quadro. Com o objetivo de poupar tempo nestas tarefas, os alunos começaram a realizar cada problema em folhas A3 e, no momento da apresentação, as mesmas passaram a ser coladas no quadro com bostik. Desta forma, deixou de se perder muito tempo nestes aspetos.

Para além disso, no momento da apresentação das tarefas acabava por perder a noção do tempo que já tinha passado, sendo apanhada de surpresa pelo toque para os alunos saírem da sala para o intervalo. Por este motivo, era obrigada a interromper a discussão e, quando os alunos voltavam para a sala, a mesma tinha que ser novamente iniciada. Este fator fazia com que houvesse "a perda de envolvimento dos alunos e o seu distanciamento das produções matemáticas realizadas" (Canavarro, 2011, p. 17), acabando por não ser significativo para os mesmos. Ao aperceber-me desta dificuldade, comecei a ter mais atenção ao tempo. Não tinha um relógio, por isso, pedia à minha colega de estágio que me fosse dizendo quanto tempo faltava para o intervalo. Desta forma, acabei por o conseguir gerir sem que houvesse uma apresentação/discussão a ser interrompida.

Embora tenha encontrado forma de gerir o tempo, considero que esta preocupação fez com que determinados aspetos não fossem tão aprofundados. Com o receio de ouvir o toque, acabava por pedir aos alunos que apresentassem as estratégias e havia pouco tempo destinado para a discussão, acabando por, no final, apenas realizar uma breve sistematização do que tinha sido falado. Por exemplo, na tarefa 5 (problema 1), no momento em que surgiu o cálculo em árvore, podia ter feito a ligação entre a estratégia do grupo que estava a apresentar e a do grupo de Catarina e de Beatriz. Este grupo utilizou o cálculo em árvore com estratégia aditiva, acabando por ultrapassar o resultado final pretendido para o problema em causa. O grupo que estava a apresentar utilizou o cálculo em árvore recorrendo a uma estratégia aditiva, por isso, poderia ter exposto a estratégia de Catarina e de Beatriz e ter questionado quais eram as diferenças.

Ao aperceber-me deste pormenor, acabei por gerir o tempo para que as estratégias mais complexas e eficazes fossem devidamente exploradas no momento da discussão coletiva. Por exemplo, na tarefa 5, organizei a tarefa para que o problema 3 fosse explorado em último lugar. Com este problema, introduzi o algoritmo da subtração com transporte e, como sabia que iria suscitar dúvidas, destinei uma parte da aula para que fosse devidamente explorado.

Incentivo à discussão e à reflexão. Nem sempre os alunos participavam nas discussões, havendo a perceção de que eram sempre os mesmos a contribuírem com as suas ideias e comentários. Por este motivo, inicialmente, sentia que o meu discurso dominava as apresentações e a discussão das estratégias, acabando por não lhes dar tempo para refletirem. Para tentar que houvesse um maior envolvimento, utilizava o questionamento para promover o pensamento dos alunos e a reflexão acerca do que tinha sido apresentado, uma vez que "a pergunta constitui um instrumento que permite manter o grupo coeso e comprometido com as ideias matemáticas em discussão" (Boavida et al., 2008, p. 65). Embora, tenha noção que formulava várias perguntas e, como não obtinha respostas dos alunos, acabava por responder às minhas próprias questões. Algumas vezes, colocava perguntas demasiado extensas, levando os alunos a não compreenderem a questão e, consequentemente, a não responderem. Quando me apercebia disto, tentava colocar questões claras e concisas. Para além disso, em estratégias complexas que os alunos tentavam utilizar mas sem serem bem-sucedidos, optava por explorá-las com a colaboração da turma no quadro para que houvesse um maior envolvimento dos alunos e uma exploração mais aprofundada, conseguindo assim que mais alunos participassem. Desta forma, ao partilharem as suas ideias "pode ainda criar o conflito cognitivo que encoraja as crianças a reorganizarem o seu pensamento e a construírem entendimentos mais complexos" (Baroody, 2002, p. 345). Outra estratégia que utilizava para mais alunos participarem, passava por encorajar os grupos que utilizaram estratégias semelhantes às que estavam a ser apresentadas, a confrontarem a sua resolução com a dos colegas e a comentarem-nas. As NCTM (2008) referem que "comunicar sobre ideias matemáticas é uma forma de os alunos enunciarem, esclarecerem, organizarem e consolidarem os seus pensamentos (p.148). Assim, ao compararem o que tinham feito com o que outros fizeram acabavam por detetar erros nas suas estratégias ou na resolução apresentada, acabando por surgir comentários para a correção.

Lidar com os erros. Nesta perspetiva, segundo Staples e Colonis (2007) "a ação do professor passa pela gestão destas situações onde o erro surge, orientando a sua ação para uma orquestração que leve os alunos a identificarem o erro e a compreenderem-no" (p. 259). Assim, procurava que os alunos com tendência a errar não se sentissem desmotivados e desistissem de tentar resolver os problemas. Para além disso, tentava não destacar os que erram dos que "acertam", não colocando os alunos numa posição vulnerável. Para evitar que isto acontecesse, procurei evidenciar os erros como "tentativas" e "formas de pensar", retirando-lhe o sentido negativo e evitando que os alunos se sentissem frustrados. Optei por escolher estratégias, a serem apresentadas e discutidas, que contivessem erros e que pudessem ser comparadas e corrigidas em grande grupo, ou seja, quando surgia um erro ou ideia errónea consistente esta situação era utilizada para ajudar os alunos a compreenderem o porquê de ser um erro (Staples & Colonis, 2007, p. 259) . Desta forma, direcionava os comentários e a correção para os outros alunos, em que se focavam no que faltava na estratégia incorreta ou incompleta, sem realçarem o que estava errado para refletirmos em conjunto sobre o que faltava, envolvendo também os autores da estratégia. Assim, todos se envolviam na "correção" não havendo espaço para a crítica. Para além disto, quando alunos com dificuldades conseguiam utilizar determinadas estratégias, escolhia-os para irem ao quadro apresenta-la, acabando por os manter motivados e empenhados na resolução dos problemas. Por exemplo, na tarefa 4 (problema 4) Cassandra aponta para a sua folha de resolução e refere que a mesma está riscada e que esses riscos são e "erros". Neste momento, evidenciei que os riscos contidos na folha evidenciam as diferentes formas de pensar que o grupo utilizou, retirando o sentido negativo.

Em suma, considero que as discussões coletivas que promovi foram predominantemente discussões de partilha, gostava que tivessem sido discussões colaborativas mas não as consegui alcançar. Tenho noção que, de uma forma geral, muitas vezes, os alunos apenas apresentavam as suas estratégias, acabando por se assemelhar a um "desfile" de diferentes resoluções do problema. Embora considere que, num dos aspetos que Staples e Colonis (2007) consideram essenciais (gerindo respostas "erradas", existiram momentos em que houve a apresentação e exploração de estratégias que continham "erros", de modo a haver a compreensão do "porquê de estar errado". Talvez devido à minha inexperiência tenha tido mais dificuldades em que as discussões se encaminhassem no sentido das discussões colaborativas e, para além disso, não havia uma cultura de sala de aula regulada por certo tipo de normas sociais, tendo que a construir. Tentei negociar esse tipo de normas em profundidade, mas apenas tinha possibilidade para tal uma vez por semana, acabando por haver uma quebra.

Os vários desafios que surgiram levaram-me a refletir acerca da complexidade de preparar e lecionar aulas onde ocorrem discussões coletivas. Procurei lidar com os desafios tentando ensaiar soluções e refletindo sobre o que acontecia num ciclo que se manteve durante todo o estudo. Neste percurso procurei que as aulas fossem um espaço progressivamente mais propício a uma comunicação matemática favorecedora da aprendizagem. Conduzir discussões coletivas, apesar de ser uma prática complexa, não é "uma missão impossível" (Boavida, 2005, p. 915), sendo uma prática que requer "reflectir na acção com "mil olhos" a tudo o que acontece" (idem, p. 914). Toda esta prática complexa envolve "agir na urgência e decidir na incerteza" (Perrenoud, 2001), ou seja, "agir sem poder adiar a acção" (Boavida, 2005, p. 89) e decidir na incerteza ao fazer "escolhas mobilizando recursos disponíveis, apelando à razão e à intuição" (idem).

Procurei pela "prática da orquestração de discussões colectivas e pela reflexão sobre o trabalho que se realiza" (Boavida, 2005, p. 915) lidar com as dificuldades experienciadas e melhorar as minhas práticas enquanto orquestradora de discussões coletivas.

5.3. Reflexão crítica

A realização do presente estudo constituiu uma fonte de aprendizagem ao nível da compreensão de como se realiza uma investigação e, também, do desenvolvimento dos meus conhecimentos relativos aos aspetos inerentes à prática de discussões coletivas. Para além disso, contribuiu para me voltar a interessar pela matemática e querer encontrar estratégias para, enquanto futura professora, tornar a matemática interessante para os meus alunos.

Enquanto professora investigadora, estando a analisar a minha própria prática, senti dificuldades em distanciar-me do que "os alunos estavam a fazer" e refletir acerca do que “eu fiz para que eles fizessem”. À medida que realizava esta investigação, foi um desafio analisar as minhas ações e justificar as minhas intenções, acabando por ser uma análise introspetiva sobre as minhas práticas.

Relativamente aos dados recolhidos, considero que devia ter utilizado o gravador áudio desde a primeira tarefa explorada. Nas primeiras tarefas propostas à turma (tarefas 1,2 e 3), durante o período de monitorização, muitos foram os comentários e conversas com os alunos que não foram registadas. Embora nas minhas notas de campo, escritas após a tarefa explorada, tenha anotado alguns diálogos dos alunos, tenho noção que nem todos os momentos importantes foram registados. O facto de nestas tarefas apenas ter recorrido à utilização de uma câmara de vídeo e a notas de campo, fez-me perder certos aspetos da aula. Em comparação, nas três tarefas que se seguiram (tarefas 4,5 e 6) recorri ao gravador, à câmara de vídeo e às notas de campo o que me permitiu ter dados mais ricos. Para além disso, transcrever a gravação áudio e ver os vídeos das aulas permitiram-me reviver as aulas favorecendo a análise. No momento da redação deste trabalho, gostava de ter revivido as aulas em que foram exploradas todas as tarefas propostas, teria sido interessante recordar determinados aspetos e compará-los.

Embora tal não tenha acontecido, tenho noção de um aspeto que sobressaiu desde a primeira tarefa explorada até à última: o aumento do meu nível de segurança e confiança. É interessante verificar que à medida que me apropriava de certos aspetos inerentes à preparação das aulas, a minha postura corporal e a forma como comunicava com os alunos transmitiam calma e segurança. Considero que este pormenor tenha ajudado os alunos a sentirem-se confiantes a experimentarem diferentes estratégias, a errar e a comunicar.

Claro que, apesar desta evolução, considero que ainda tenho muito que aprender. Da mesma forma que observei evoluções, também observei vários aspetos que necessito de melhorar. Ao nível da comunicação, tenho que ter mais cuidado com as expressões que utilizo e com as frases oralmente formuladas. Com isto, não pretendo dizer que, para falar com os alunos se tenha que utilizar uma comunicação matemática muito formal, mas sim privilegiar um discurso inteligível para os alunos, preciso e coerente. Importa não esquecer que o nosso público-alvo são crianças e, como tal, temos que adaptar o nosso discurso ao seu nível de desenvolvimento, recorrendo a histórias e a expressões que as mantenham envolvidas.

Ao nível do questionamento, tenho que evitar formular demasiadas perguntas quase em simultâneo a que os alunos nem tinham tempo de responder, visto que assim acabava por não obter respostas bem como responder às minhas próprias perguntas. Futuramente, tenho que ter em atenção que as questões devem ser colocadas de forma a serem claras e concisas e, além disso, espaçadas de modo a que haja tempo para que os alunos pensem.

Considero que houve evolução ao nível das intervenções dos alunos. Inicialmente, os alunos apenas apresentavam as suas estratégias, acabando por o período destinado à discussão coletiva ser utilizado para a consolidação e compreensão das resoluções apresentadas. A partir da quarta tarefa, começou a ser notável a participação dos alunos, havendo uma maior interação e envolvimento dos mesmos. Agora, no fim deste estudo, consigo compreender o que fui fazendo para que houvesse esta evolução. Considero que, após cada aula, foi essencial refletir acerca dos aspetos positivos e negativos, procurando encontrar estratégias para ser possível um maior envolvimento dos alunos e enquanto refletia colocava-me várias perguntas e ia procurando melhorar de aula para aula. Entre as mais frequentes estão: será que estava a ser dinâmica o suficiente? Estaria a privilegiar estratégias potenciadoras de discussões coletivas poderosas? Estaria a permitir que todos os alunos participassem na discussão?

Não registei este "processo de reflexão" e foi pena. Teria sido muito útil quer para melhorar o próprio processo de reflexão quer para elaborar este trabalho, por exemplo teria sido mais fácil pensar nos desafios que enfrentei e no que fiz para lidar com eles.

A nível pessoal, considero que esta investigação foi muito importante para mim. Acabou por ser uma forma de enfrentar as minhas inseguranças relativamente à matemática e à forma como, enquanto futura professora, irei trabalhar conteúdos matemáticos com os meus alunos. Com as pesquisas efetuadas, as leituras teóricas e associando a teoria com a prática, acabei por me aperceber que tenho o desejo de saber mais sobre o tema, pesquisar sobre mais formas de ensinar matemática e, consequentemente, enriquecer os meus conhecimentos. Acabei por me aperceber que, apesar dos meus receios e inseguranças, gosto de matemática e interesso-me pelas investigações realizadas nesta área.

A nível profissional, o presente estudo permitiu-me aprofundar um tema que despertava o meu interesse mas de que tinha receio quando pensava na minha prática: as discussões coletivas. Ao explorar este tema, acabei por me aperceber da complexidade de planear e conduzir aulas onde ocorrem discussões coletivas, e comecei a valorizar mais o papel de uma boa preparação prévia. Apesar de orquestrar uma discussão coletiva ser uma prática complexa, todo o tempo investido na preparação das aulas, toda a atenção aos detalhes, são recompensados quando consideramos a aprendizagem dos alunos.

Considero importante compreenderem o "porquê" por trás de cada conteúdo matemático, levando-os a sentirem interesse e motivação para a compreensão.

Futuramente, pretendo que as minhas aulas, não só as de matemática, valorizem a compreensão e que sejam significativas para os alunos. Para isto, pretendo que sejam adaptadas ao nível de desenvolvimento dos alunos e próximas das suas vivências, procurando que haja uma exploração dos vários conteúdos curriculares para que sejam significativos e, consequentemente, compreendidos. Ambiciono que os alunos sejam sujeitos ativos na sua aprendizagem e, para isso, pretendo criar uma cultura de sala de aula em que haja abertura para isso. Focando-me, agora, apenas nas aulas de matemática, pretendo que, na lógica do que foi dito anteriormente, os alunos não se sintam desmotivados por sentirem dificuldades na compreensão de determinados conteúdos, desejo que ultrapassem esses obstáculos coletivamente e cheguem a ideias matemáticas poderosas.

Em suma, quero continuar a preparar aulas que privilegiam a prática de discussões coletivas, procurando melhorar as minhas práticas e tornando as aulas de matemática num espaço onde a comunicação reflexiva é valorizada. Para além disso, tenho o desejo de continuar a aprofundar os meus conhecimentos sobre o ensino da matemática no ensino básico, como forma de melhorar a minha prática profissional.

Referências

Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática, 8*, 7-10.

Afonso, N. (2014). *Investigação naturalista em Educação - Um guia prático e crítico.* Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão.

Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? In B. P. Campos (Org.), *Formação profissional de professores no Ensino Superior/Cadernos de Formação de Professores* (pp. 21-30). Porto: Porto Editora.

Anderson, N. C., Chapin, S. H., & O'Connor, C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades K-6.* Sausalito, California: Math Solutions.

APM (1988). *A renovação do currículo de Matemática.* Lisboa: APM.

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo.* Lisboa: Edições 70.

Baroody, A. J. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças. In B. Spoked (Org.), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (pp. 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Bell, J. (1997). *Como realizar um projeto de investigação? - Um guia para a pesquisa em ciências sociais e da educação.* Lisboa: Gradiva.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, C. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática - Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Boavida, A. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Boavida, A. (1993). *Resolução de problemas em educação matemática: Contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores* (tese de mestrado, Universidade Nova de Lisboa). Lisboa: APM.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico: Programa de formação contínua* *em Matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de Matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Eds.), *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática, 115,* 11-17.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2014). Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma Professora. In J. P. Ponte (Ed.) *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 217-233). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). *Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia.* Obtido em 5 de setembro de 2016 de Repositório da Universidade de Lisboa (IE): http://repositorio.ul.pt/handle/10451/7041.

Coutinho, C. P. (2015). *Metodologia de investigação em Ciências Sociais e Humanas - Teoria e prática.* Coimbra: Almedina.

Delgado, C. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento de sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

DGE (2013-2017). *Projeto Educativo TEIP - Fase III.* Setúbal: Ministério da Educação. Obtido em 19 de dezembro de 2016, de http://www.aveordemsantiago.pt/pdfs/projecto_educativo.pdf

Ferreira, E. (2008). A adição e a subtração no contexto do sentido do número. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 135-157). Lisboa: Escolar Editora.

Ferreira, E. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2º. ano de escolaridade* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Fonseca, P. (2012). *Avaliação reguladora das aprendizagens em contexto de congresso matemático: um projeto de colaboração com uma professora do 3.º ano de escolaridade (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).* Obtido em 8 de outubro de 2016, de http://repositorio.ul.pt/handle/10451/8247

Guerreiro, A. (2014). Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 139 - 168). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Guerreiro, A. (2012). O que é que a Maria quer saber? In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Ed.), *Investigação em Educação Matemática* (pp. 296-306). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching.* New Haven: Yale University Press.

Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2005). *Investigação qualitativa - Fundamentos e práticas.* Lisboa: Instituto Piaget.

Martinho, M. H. (2013). Comunicação nas aulas de Matemática: perspetivas de uma professora. *Revista Educação Matemática em Foco, 2,* 88-116.

Matos, J. M., & Serrazina, M. d. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Mendes, M. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Mendes, F., & Delgado, C. (2008). A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido de número. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 159-182). Lisboa: Escola Editora.

Menezes, L., Oliveira, H., & Canavarro, A. P. (2013). Descrevendo as práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso da professora Fernanda. *Actas del VII Congresso Ibero Americano de Educação Matemática* (pp. 5795-5803). Montevideu, Uruguay: CIBEM. Obtido em 6 de setembro de 2016, de

Repositório da Universidade de Évora: http://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/10625

Mestre, C., & Oliveira, H. (2014). A construção coletiva da generalização num contexto de ensino exploratório com alunos do 4º ano. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profisisonais dos Professores de Matemática* (pp. 283-309). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o Ensino da Matemática.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

NCTM (2008). *Príncipios e normas para a matemática escolar.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática | APM.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods.* Thousand Oaks: Sage Publications.

Perrenoud, P. (2001). *Ensinar: Agir na urgência, decidir na incerteza.* Porto Alegre: Artmed Editora.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática: Em GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante XXII* (2), 55-81.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2014). A condução de discussões matemáticas como vertente da prática profissional do professor. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 165-179). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Sineiro, B. (2015). *Ensinar a argumentar em matemática no 6.º ano de escolaridade: Complexidades e desafios do trabalho de uma professora.* Instituto Politénico de Setúbal. Setúbal: Escola Superior de Educação.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 Practices for orchestrating productive mathematics discussions.* Reston: NCTM.

Stake, R. (1994). Case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-247). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Staples, M., & Colonis, M. M. (2007). Making the most of mathematical discussions. *Mathematics Teacher*, *101* (4), 257-261.

Stein, M. H., & Smith, M. S. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. *Educação e Matemática , 105,* 22-28.

Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em Educação - Como conceber e realizar o processo de investigação em Educação.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.

Anexos

Anexo 1 – Autorização aos Encarregados de Educação

Autorização dos encarregados de educação

Exmo. (a) Sr. (a). Encarregado(a) de Educação

Como professora estagiária, encontro-me a desenvolver um Projeto de Investigação na Área da Matemática, no âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico, sob a orientação da Professora Doutora Ana Boavida, na Escola Superior de Educação de Setúbal.

Para a realização deste projeto, necessito de gravar em suporte de vídeo algumas aulas, a lecionar até ao dia 15 de janeiro de 2015, onde serão propostos problemas matemáticos, assim de ter possibilidade de recolher os dados de que necessito para o desenvolvimento desse projeto.

Assim, venho solicitar a Vª Ex.ª autorização para proceder à gravação das referidas aulas, ao longo do estágio. Esta gravação destina-se exclusivamente ao fim indicado e a privacidade do(a) seu (sua) educando(a) será protegida.

Espero poder contar com a sua colaboração e manifesto disponibilidade para qualquer esclarecimento que considere necessário.

Com os melhores cumprimentos,

Cátia Prata

Autorização

Eu, (nome)____, Encarregado(a) de Educação do(a)

☐ Autorizo a gravação, em vídeo de aulas da turma 18 para os fins acima descritos.

☐ Não autorizo a gravação em vídeo de aulas da turma 18 para os fins acima descritos.

aluno(a)____, da turma 18, declaro que:

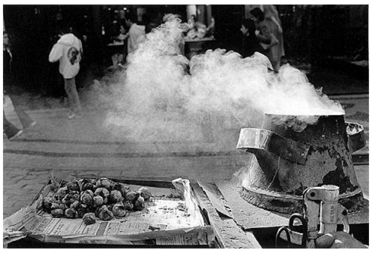
____

(Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação)

Setúbal, _____ de ___________de 2015

Anexo 2 – Tarefa 1 “Olha as castanhas, quentes e boas!”

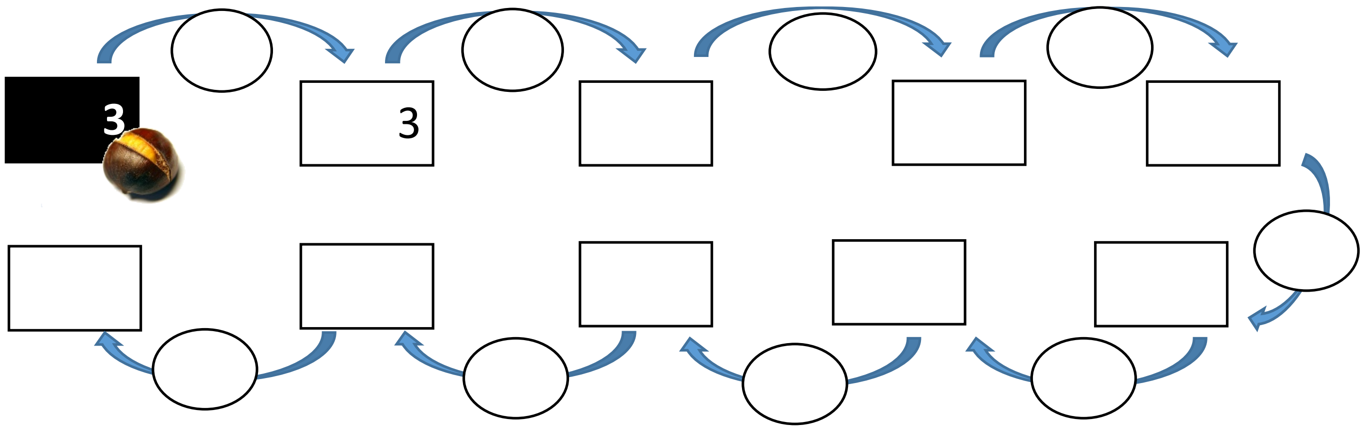
“Olha as Castanhas, quentes e boas!”



1. *No exterior da nossa escola, há um castanheiro cheio de ouriços. O castanheiro tem 30 ouriços, mas com o vento caíram 19. Quantos ouriços ficaram na árvore?*

2. *O Martim e o Rui apanharam os ouriços que estavam no chão e levaram-no para a sala de aula. Abriram os ouriços e contaram as castanhas que estavam lá dentro. Percebera que tinham 38 castanhas. E decidiram distribuí-las por alguns amigos. A figura 1 mostra como fizeram esta distribuição. No final sobraram algumas castanhas? Explica como pensaste.*

Fig.1 – Distribuição das castanhas



3. No dia da festa de São Martinho, cada aluno recebeu um cartucho com castanhas assadas.

3.1. A professora já preparou 15 cartuchos com castanhas, mas precisa de distribuir 35. Quantos cartuchos lhe falta preparar?

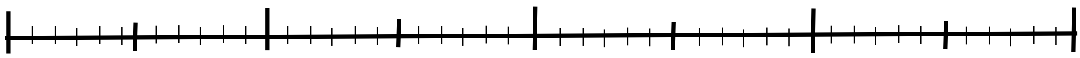
3.2. Na escola há 57 alunos a ter aulas, mas 20 alunos já saíram para a festa de São Martinho. Quantos ainda estão na escola?

Anexo 3 – Tarefa 2 “As retas numéricas são nossas amigas!”

As retas numéricas são nossas amigas!

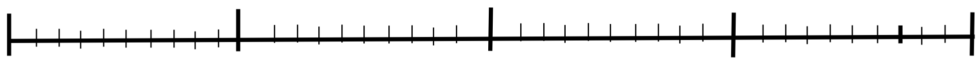
Problema 1

A Alice demora 45 minutos a chegar à escola. O João mora mais perto da escola e só demora 15 minutos. Quanto tempo é que é que a Alice demora a mais do que o João a chegar à escola?



Problema 2

O Miguel, como gosta muito de ler, foi à biblioteca da sua escola requisitar um livro. O livro tem 37 páginas e o Miguel já leu 26. Quantas páginas faltam ler?



Problema 3

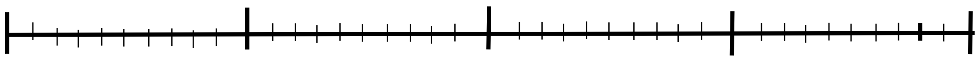
A Maria é muito curiosa, por isso decidiu perguntar à sua tia Joana:

- Tia, se tu tens 38 anos e eu tenho 11, quantos anos é que tinhas quando eu nasci?

A tia da Maria sorriu e respondeu:

- Vais ter que descobrir!

Calcula a diferença de idades e descobre que idade tinha a tia Joana quando a Maria nasceu.



Desafio da Cátia: Qual é a diferença entre a tua idade e a da tua mãe? E entre a do teu pai?

Anexo 4 – Tarefa 3 "O dado da subtração"

O dado da subtração

Olá! Hoje vais subtrair até ficares cansado.

Antes de saberes o que vais fazer, a tua professora vai sortear um número para cada grupo.

Já sabes qual foi o número que te calhou? Então regista aqui: ☐

Queres saber o que vais fazer com este número? Então toma atenção:

1º A tua professora vai-te dar um dado. Em cada face do dado está uma subtração diferente.

2º Vais lançar o dado e ver quanto vais ter que retirar ao teu número. Repete este processo.

3º Regista as subtrações que vais fazer na folha de registo.

Anexo 5 – Tarefa 4 "Invizimals à solta"

Invizimals à solta

<u>Problema 1</u>

O Gabriel tem 56 cartas dos Invizimals. No intervalo, deu 26 cartas ao João. Com quantas cartas ficou o Gabriel?

<u>Problema 2</u>

O Gabriel tem 69 cartas e o João tem 25. Quantas cartas tem o Gabriel a mais do que o João?

<u>Problema 3</u>

A coleção do Gabriel tem muitas cartas, mas ele, como gosta muito de fazer contas decidiu escolher duas cartas e brincar com os números. Observa as duas cartas que se seguem:

3.1. O Gabriel olhou para os valores de ataque que estão nas duas cartas e pensou:

- Quanto faltará ao Tigershark para ser tão poderoso como o Minotaur?

Ajuda o Gabriel a descobrir. Explica como pensaste.

<u>Problema 4</u>

O Afonso estava a colocar as cartas numa caderneta onde cabiam 55. Já tinha colado 15. Quantos lhe falta colar?

Anexo 6 – Tarefa 5 “Fábrica de brinquedos”

A Fábrica de brinquedos

No Pólo Norte há uma Fábrica de brinquedos, onde estão duendes a construir os presentes para todas as crianças do Mundo receberem no Natal.

Na Oficina há muitas máquinas a funcionar, tapetes rolantes, ferramentas diferentes e peças a girar.

O Pai Natal tem a tarefa de ler todas as cartas que as crianças lhe enviam e fazer uma lista dos brinquedos que é preciso fabricar. Esta lista é depois dada ao chefe dos Duendes - o Jeremias.

O duende Jeremias viu a lista de brinquedos que o Pai Natal lhe deu e reparou que havia muitos pedidos de Diários da Violeta e Carros telecomandados para serem construídos. Dirigiu-se à oficina e reparou que já havia alguns destes brinquedos construídos mas não sabia se seriam os suficientes. Por isso, pensou que o melhor seria registar numa tabela os brinquedos que já havia e quantos eram precisos. Quando olhou para os números informou o resto dos duendes:

- Já faltam poucos dias para o Natal e ainda temos muito que fazer!

Rapidamente todos os duendes começaram a trabalhar e só irão parar quando todos os presentes de Natal estiverem prontos.

Adaptado de *A Oficina do Pai Natal*, Cristina Quental e Mariana Magalhães, Gailivro,2010

Brinquedos	Brinquedos produzidos	Total de brinquedos
	32	85
	50	98

Problema 1

Observa a tabela, quantos diários é preciso construir?

Problema 2

Observa a tabela, quantos carros telecomandados é preciso construir?

Problema 3

O Duende Guga trabalha 82 horas e o Duende Ginjas trabalha 35 horas. Quantas horas trabalha a mais o duende Guga do que o duende Ginjas?

Anexo 7 – Tarefa 6 “A primeira prenda do Pai Natal”

A primeira prenda do Pai Natal

«Mas por que é que, em todo o mundo, só eu é que não tenho direito a receber um presente de Natal?».

A Mãe Natal, ao ouvir o Pai Natal a murmurar, decidiu que estava na altura de lhe comprar uma prenda de Natal.

«Já sei! Vou oferecer-lhe um GPS, assim nunca mais se irá perder com o seu trenó!»

A Filha Natal, ao ouvir a mãe, decidiu que também queria ajudar a comprar o presente. Assim, a Filha Natal e a Mãe Natal fizeram dois mealheiros para conseguirem juntar dinheiro para a prenda do Pai Natal.

A Mãe Natal foi então à procura de um GPS barato, primeiro foi ver preços ao Continente e depois foi ao Jumbo.

Adaptado de Alice Vieira, 2 histórias de Natal, Caminho, 2002

Problema 1

Quanto falta para o GPS do Continente ser tão caro como o do Jumbo?

Problema 2

A Mãe Natal tem 25€ quanto lhe falta para comprar o GPS do Jumbo?

Problema 3

Dias antes do Natal, a Mãe Natal e a Filha Natal abriram os seus mealheiros para verem se tinham dinheiro suficiente para comprar um GPS ao Pai Natal. A Mãe Natal contou as moedas e disse:

- *Consegui juntar 62€. Tenho mais 15€ do que tu.* Quanto dinheiro tem a Filha Natal?