



TELMA
MARGARIDA
FALÉ CLEMENTE
N.º 200140003

**O *FEEDBACK* NO PROCESSO DE
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE
MATEMÁTICA**

Relatório do Projeto de Investigação do
Mestrado em Educação Pré-Escolar e
Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Orientadora

Professora Doutora Catarina Raquel
Santana Coutinho Alves Delgado

Dezembro de 2022

Versão Definitiva

TELMA
MARGARIDA
FALÉ CLEMENTE
N.º 200140003

**O *FEEDBACK* NO PROCESSO DE
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE
MATEMÁTICA**

JÚRI

Presidente: Professora Doutora Joana Filipa Oliveira Cabral, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal

Orientador: Professora Doutora Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal

Arguente: Professora Doutora Célia Maria Martins Vitorino Mestre, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal

Dezembro de 2022

Versão Definitiva

DEDICATÓRIA

Às crianças da minha vida, que tanto me inspiram.

À minha pessoa preferida, o meu filho, pela sabedoria que alberga, por me surpreender todos os dias, por respeitar o meu sonho, por saber que é na luta pela concretização dos sonhos que se vive bem. Inspira-me ver a criança feliz que é, o seu sorriso, o olhar brilhante, a sua perseverança, e o valor que dá a pequenas coisas que, realmente, são importantes.

À minha sobrinha, minha “gémea”, pela luz e alegria que tem, pela determinação que demonstra, pela forma como nos cativa, pelo muito que me ensinou e por tudo o que, ainda, me vai ensinar. Minha pequena gigante.

Ao meu afilhado, que nasceu quando eu tinha 18 anos, que me fez ver, desde cedo, que a chegada de uma criança é sempre um acontecimento bonito. Acredito que vai continuar a lutar para concretizar os seus sonhos.

À minha irmã, que já não é criança, mas que será sempre a minha primeira criança. Nasceu quando eu tinha quase 6 anos, para me mostrar que seres pequeninos ensinam-nos coisas grandiosas. É inteligente, é lutadora, é resiliente e ignora a existência da palavra *desistir*. Ela foi e será sempre capaz!

À minha tia, que foi criança comigo. Partilho com ela, desde sempre, as alegrias, as conquistas, as tristezas e os segredos. Torce sempre muito por mim. E eu cá estou, sempre a torcer por ela.

Ao meu irmão, que não estando, hoje, na minha vida, fez parte dela.

À minha mãe, que não tendo sido uma criança na minha vida, se não surgir nesta dedicatória, comportar-se-á como tal. À criança que não pôde ser.

Às crianças com quem tive o privilégio de conviver e trabalhar em contexto de estágio, que muito contribuíram para concluir esta etapa e que me fizeram apreciar, ainda mais, este caminho bonito que escolhi seguir.

Às crianças de quem serei educadora ou professora, porque sei que aprenderei muito com elas.

Às crianças da minha vida, que tanto me inspiram. Todos os dias.

AGRADECIMENTOS

Foram muitos os que contribuíram para tornar este sonho realidade.

Ao meu filho, por tudo o que não fizemos para que pudesse cumprir o que me era pedido. O sonho tornou-se realidade. Obrigada pela companhia.

Ao Hugo, por me acompanhar neste percurso, que foi repleto de desafios. Obrigada pelo silêncio quando a minha cabeça tinha tanto ruído, pela força, pelo apoio, pela paciência, por acreditar, por não desistir.

À minha irmã, que sempre me incitou e sempre acreditou que eu era capaz, mesmo quando eu duvidava. E à minha tia por me apoiar.

À minha avó, pelas visitas que ficaram por fazer nestes últimos dois anos, pelos mimos que me deu a título gratuito, pelos melhores abraços da minha infância, pelo carinho e pelo amor. Por guardar em mim o melhor dela.

À minha mãe, pela guerreira que sempre foi, pela força, por ser a rocha que me protegeu de tempestades. Por ter desejado este sonho tanto como eu.

Ao meu pai, que me ensinou que é difícil ser em adulto o que não se pôde ser em criança. Apesar da ausência, aprendi muito com ele. Acredito que está feliz por mim, acredito que está em paz.

Ao grupo de WhatsApp *As estudantes desesperadas*, do qual fazem parte a Ana, a Cláudia, a Joana C., a Joana L. e a Patrícia, que tornou esta etapa mais leve e menos solitária, que possibilitou que partilhássemos dúvidas e receios, com humor. À Patrícia, por apoiar a implementação deste projeto.

À professora Cristina que influenciou o meu caminho. Um dia perguntou-me: Que curso queres seguir quando terminares o secundário? Uma questão normal para muitos, não para mim. Obrigada, professora.

A todos os educadores e professores, que muito me ensinaram, sem os quais não teria sido possível concretizar esta etapa da minha formação.

Um agradecimento especial à minha orientadora, Professora Doutora Catarina Delgado, que apoiou as minhas escolhas, que me orientou, que valorizou o meu trabalho. Obrigada pelo *feedback* construtivo que guiou a minha aprendizagem e por ter percorrido este caminho comigo.

Obrigada a todos, mesmo os que não consegui mencionar, por tanto.

RESUMO

A presente investigação tem como objetivos compreender o contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática e identificar a perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de Matemática e sobre a importância que atribuem ao *feedback* na sua resolução.

A fundamentação teórica legitima as opções tomadas no decorrer deste estudo e abrange as temáticas de avaliação, resolução de problemas e contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática.

Este estudo enquadra-se numa abordagem de investigação qualitativa e quantitativa (paradigma de investigação misto) e segue uma abordagem de investigação sobre a prática. Relativamente às técnicas de recolha de dados, recorreu-se à observação participante, à pesquisa documental e aos inquéritos por questionário. A análise de dados foi efetuada através da análise de conteúdo e da análise estatística.

Os resultados deste estudo evidenciam que: (i) os alunos, através do *feedback*, apropriaram-se, progressivamente, do modo como devem resolver problemas de Matemática, seguindo as etapas de resolução de problemas de Pólya, alguns alunos conseguiram identificar os seus erros e corrigi-los, outros, identificar estratégias adequadas e obter um resultado correto ou identificar estratégias mais eficazes; (ii) o professor, quando redige um *feedback* com a finalidade de potenciar a resolução de problemas de Matemática, deve ter em consideração as operações e estratégias subjacentes ao problema, as dificuldades dos alunos, as características dos alunos e a tipologia das tarefas; (iii) os alunos preferem resolver problemas que constituem um desafio para si, que são divertidos ou que se relacionam com temáticas do seu interesse; (iv) a maioria dos alunos reconhece que seguir as etapas de Pólya apoiou o processo de resolução de problemas de Matemática;

(v) a maioria dos alunos considera que o *feedback* que foi facultado apoiou a resolução de problemas de Matemática.

Palavras-chave: Ensino da Matemática, Avaliação Formativa, Resolução de Problemas de Matemática, *Feedback*.

ABSTRACT

This research aims to understand the contribution of feedback in the math problem solving process and to identify the perception of students about math problem solving and the importance they give to feedback in their resolution.

The background supports the options taken during this study and includes the themes of evaluation, problem solving and feedback contribution in the process of solving math problems.

This study is a qualitative and quantitative research approach (mixed research paradigm) and follows an approach of research on the practice. In terms of data collection techniques, participant observation, documentary research and questionnaire surveys were used. Data analysis was performed through content analysis and statistical analysis.

The results of this study show that: (i) the students, through feedback, progressively owned the way they should solve math problems, following Pólya's stages of problem solving, some students were able to identify their errors and correct them, others, to identify appropriate strategies and obtain a correct result or to identify more effective strategies; (ii) the teacher, when writing feedback in order to enhance the resolution of math problems, should take into account the operations and strategies underlying the problem, the difficulties of the students, the characteristics of the students and the typology of the tasks; (iii) students prefer to solve problems that are a challenge to them, that are fun or that relate to topics of interest to them; (iv) most students recognize that following Pólya's stages supported the math problem solving process; (v) the majority of students consider that the feedback that has been provided supported the resolution of math problems.

Keywords: Mathematics Teaching, Formative Assessment, Math Problem Solving, Feedback.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	18
CAPÍTULO 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	25
1.1 Avaliação	26
1.1.1 Perspetivas de avaliação no sistema educativo português: legislação vs realidade.....	26
1.1.2 Avaliação Formativa.....	30
1.1.3 Uma prática avaliativa formativa: o <i>feedback</i>	34
1.2 Resolução de problemas	42
1.2.1 A Resolução de Problemas no Currículo	42
1.2.2 Significados e tipos de problemas.....	45
1.2.3 O professor enquanto facilitador do processo de aprendizagem de Resolução de Problemas	48
1.3 Avaliação formativa na resolução de problemas	55
1.3.1 Avaliar a capacidade de resolução de problemas através das etapas de resolução de problemas de Pólya.....	55
1.3.2 O contributo do <i>feedback</i> no processo de resolução de problemas de Matemática.....	58
CAPÍTULO 2 METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	62
2.1 Opções metodológicas	62
2.2 Técnicas de recolha de dados.....	67
2.2.1 Observação: participante, estruturada e não estruturada.....	68
2.2.2 Pesquisa documental.....	71
2.2.3 Inquérito por questionário.....	72
2.3 Procedimentos de análise de dados.....	74
CAPÍTULO 3 INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA	79

3.1 Contexto e participantes	79
3.1.1 O Contexto.....	79
3.1.2 A Turma.....	81
3.2 Apresentação e fundamentação da intervenção pedagógica proposta ...	82
3.2.1 Opções que nortearam Intervenção Pedagógica	82
3.2.2 Fases do trabalho em torno das tarefas	88
3.2.3 Problemas propostos	92
CAPÍTULO 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	113
4.1 O <i>feedback</i> no processo de resolução de cada um dos problemas de matemática propostos	113
4.1.1 Problema 1 – As compras da Inês.....	114
4.1.2 Problema 2 – A gelataria.....	130
4.1.3 Problema 3 – O sistema de arrumação dos pinguins.....	147
4.1.4 Problema 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas	164
4.1.5 Problema 5 – Os passageiros do autocarro	180
4.2 O <i>feedback</i> no processo de resolução dos problemas – análise global ..	195
4.3 Perceção dos alunos sobre a importância do <i>feedback</i> na resolução de problemas de matemática	198
4.4 Perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática ..	210
4.3.1 A perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática antes de realizarem a sequência das tarefas.....	210
4.3.2 A perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática depois de realizarem a sequência das tarefas propostas	215
CAPÍTULO 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	230
5.1 Síntese do estudo	230
5.2 Conclusões do estudo	232

5.3 Reflexão sobre o estudo desenvolvido	243
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	252
ANEXOS	257
Anexo A – Grelha de observação/avaliação	258
Anexo B – Inquérito por questionário sobre a resolução de problemas de Matemática (realizado antes da sequência de tarefas propostas no âmbito deste projeto de investigação)	260
Anexo C – Inquérito por questionário sobre a resolução de problemas de Matemática (realizado depois da sequência de tarefas propostas no âmbito deste projeto de investigação)	262
Anexo D – Inquérito por questionário referente ao <i>feedback</i>	264
Anexo E – Planificação da sequência de tarefas que inclui o problema “As compras da Inês”	266
Anexo F - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “As compras da Inês” e apresentação e resolução do problema “A gelataria” .279	
Anexo G - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “A gelataria”	288
Anexo H - Planificação de uma tarefa integradora com a apresentação e resolução do problema “O sistema de Arrumação dos pinguins”	296
Anexo I - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “O sistema de arrumação dos pinguins”	304
Anexo J - Planificação apresentação e resolução do problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas”	313
Anexo K - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas”	320
Anexo L - Planificação apresentação e resolução do problema “Os passageiros do autocarro”	330

Anexo M - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “Os passageiros do autocarro”	337
Anexo N – Grelha de observação do problema 1 “As compras da Inês” ...	346
Anexo O – Grelha de observação do problema 2 “A gelataria”	348
Anexo P – Grelha de observação do problema 3 “O sistema de arrumação dos pinguins”	350
Anexo Q – Grelha de observação do problema 4 “A arrumação dos pinguins nas gavetas”	352
Anexo R – Grelha de observação do problema 5 “Os passageiros do autocarro”	354

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Tipologia de tarefas quanto ao nível de desafio e grau de abertura.....	38
Figura 2 Operacionalização do projeto de investigação	85
Figura 3 <i>Problemas propostos no âmbito deste projeto de investigação</i>	86
Figura 4 Inquérito por questionário referente ao feedback	92
Figura 5 Problema "O lucro do Pedro"	95
Figura 6 Etapas de resolução de problemas de Pólya	96
Figura 7 Problema 1: As compras da Inês	96
Figura 8 Problema 2: A Gelataria.	99
Figura 9 Problema 3: O sistema de arrumação dos pinguins.....	102
Figura 10 Cubo de pinguins integrante do problema 3, "O sistema de arrumação de pinguins"	105
Figura 11 Problema 4: A arrumação dos pinguins nas gavetas	105
Figura 12 Problema 5: Os passageiros do autocarro.....	109
Figura 13 Problema 1 - A 1. ^a resolução da AP e do S	115
Figura 14 Problema 1 - Feedback escrito dado à AP e ao S	116
Figura 15 Problema 1 - A 2. ^a resolução da AP e do S	117
Figura 16 Problema 1 - O questionário do feedback da AP e do S.....	118
Figura 17 Problema 1 - A 1. ^a resolução da AM e do DR.....	119
Figura 18 Problema 1 - Feedback escrito dado à AM e ao DR.....	120
Figura 19 Problema 1 - Tarefa Extra "As compras da Inês"	120
Figura 20 Problema 1 - A resolução da tarefa extra da AM e do DR	121
Figura 21 Problema 1 - O questionário do feedback da AM e do DR.....	122
Figura 22 Problema 1 - Discussão coletiva: A resolução final do G e da MJ e da B e da BS	123
Figura 23 Problema 1 - Feedback escrito dado à B e à BS	124
Figura 24 Problema 1 - Feedback escrito dado ao G e à MJ e a resolução da tarefa extra	125
Figura 25 Comparação entre as resoluções do G e da MJ e da B e da BS.....	127
Figura 26 Problema 2 - A 1. ^a resolução do I e do J.....	130
Figura 27 Problema 2 – Feedback escrito dado ao I e ao J.....	131

Figura 28 Problema 2 - A 2. ^a resolução do I e do J.....	132
Figura 29 Problema 2 - O questionário do feedback do I e do J.....	133
Figura 30 Problema 2 - A 1. ^a resolução da MA e do R.....	134
Figura 31 Problema 2 – Feedback escrito dado à MA e ao R.....	135
Figura 32 Problema 2 - Tarefa Extra "A gelataria".....	136
Figura 33 Problema 2 - A resposta à tarefa extra da MA e do R.....	136
Figura 34 Problema 1 - O questionário do feedback da MA e do R.....	137
Figura 35 Problema 2 - A 2. ^a resolução da MA e do R.....	138
Figura 36 Problema 2 - Discussão coletiva: A resolução final do M e do RG e do H e da L.....	139
Figura 37 Problema 2 - Feedback escrito dado ao H e à L.....	140
Figura 38 Problema 2 - Discussão coletiva: A resolução final do M e do RG, do H e da L e a da estagiária.....	145
Figura 39 Lista de verificação das etapas de resolução de problemas e da utilização do feedback.....	148
Figura 40 Problema 3 - A 1. ^a resolução da B e da BS.....	149
Figura 41 Problema 3 – Feedback escrito dado à B e à B.....	151
Figura 42 Problema 3 - A 2. ^a resolução da B e da BS.....	152
Figura 43 Problema 3 - O questionário do feedback da B e da BS.....	153
Figura 44 Problema 3 - A 1. ^a resolução do E e do SA.....	154
Figura 45 Problema 3 - Feedback escrito dado ao E e ao SA.....	155
Figura 46 Problema 3 - A 2. ^a resolução do E e do SA.....	156
Figura 47 Problema 3 - O questionário do feedback do E e do SA.....	157
Figura 48 Problema 3 - Discussão coletiva: A resolução final do E e do SA, do I e do J e da AM e do DR.....	158
Figura 49 Problema 3 - Feedback escrito dado ao I e ao J.....	159
Figura 50 Problema 3 - A 1. ^a e 2. ^a resoluções do I e do J.....	159
Figura 51 Problema 3 - Questionário do feedback do I e do J.....	161
Figura 52 Feedback escrito dado à AM e ao DR.....	161
Figura 53 Problema 3 - Questionário do feedback da AM e do DR.....	162
Figura 54 Problema 4 - A 1. ^a resolução da B e da AS.....	164
Figura 55 Problema 4 - Feedback escrito dado à B e à BS.....	165

Figura 56 Problema 4 - A 2. ^a resolução da B e da BS	166
Figura 57 Problema 4 - O questionário do feedback da B e da BS.....	167
Figura 58 Problema 4 - A 1. ^a resolução da C e do X.....	168
Figura 59 Problema 4 - Feedback escrito dado à C e ao X.....	168
Figura 60 Problema 4 - A 1. ^a resolução da C e do X, depois de receberem o feedback escrito.....	169
Figura 61 A 2. ^a resolução da C e do X, depois de receberem o feedback escrito e oral	171
Figura 62 Problema 1 - O questionário do feedback da C e do X	172
Figura 63 Problema 4 - Discussão coletiva: A resolução final da B e da BS, da A e da Y e da AM e do DR.....	173
Figura 64 Problema 4 - Feedback escrito dado à A e à Y e registo das alunas....	174
Figura 65 Problema 4 - O questionário do feedback da A e da Y	175
Figura 66 Registo da AM e do DR durante a discussão coletiva.....	176
Figura 67 Excerto do feedback escrito dado à A e à Y e a resolução das alunas	177
Figura 68 Excerto do feedback escrito dado à M e ao R e o registo da resposta dos alunos.....	178
Figura 69 Problema 5 - A 1. ^a resolução do B e do DS.....	181
Figura 70 Problema 5 - Feedback escrito dado ao B e ao DS.....	182
Figura 71 Problema 5 - A 2. ^a resolução do B e do DS.....	183
Figura 72 Problema 1 - O questionário do feedback do B e do DS	184
Figura 73 Problema 5 - A 1. ^a resolução do G e da MJ.....	185
Figura 74 Problema 5 - Feedback escrito dado ao G e à MJ	186
Figura 75 Problema 5 - A 2. ^a resolução do G e da MJ.....	187
Figura 76 Problema 5 - O questionário do feedback do G e da MJ.....	187
Figura 77 Problema 5 - Discussão coletiva: A resolução final do B e do DS, do G e da MJ e da estagiária.....	188
Figura 78 Problema 5 - Discussão coletiva: A resolução final do B e do DS.....	189
Figura 79 Problema 5 - Discussão coletiva: A resolução final do G e da MJ.....	190
Figura 80 Problema 5 - Tarefa adicional proposta e resolução do B.....	194
Figura 81 Percentagem de pares que estabeleceu o plano e seguiu as etapas de resolução de problemas.....	197

Figura 82 Problema 1: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback	199
Figura 83 Problema 1 - O questionário do feedback da C e do X	200
Figura 84 Problema 1 - O questionário do feedback do I e do J.....	201
Figura 85 Problema 2: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback	202
Figura 86 Problema 2 - O questionário do feedback do M e do RG.....	203
Figura 87 Problema 2 - O questionário do feedback da A e da Y e da M e do R	203
Figura 88 Problema 3 - O questionário do feedback da B e da BS, da M e do R e da AM e do DR.....	205
Figura 89 Problema 4: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback	206
Figura 90 Problema 4 - O questionário do feedback do I e do J.....	207
Figura 91 Problema 5: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback	208
Figura 92 Problema 5 - O questionário do feedback do G e da MJ e da A e da Y	209
Figura 93 Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas (antes da sequência de tarefas).....	211
Figura 94 Questão 1: Resposta do SA	211
Figura 95 Questão 1: Resposta da L e da BS.....	212
Figura 96 Questão 2: Resposta da AM	214
Figura 97 Questão 2: Resposta do S	214
Figura 98 Questão 2: resposta do J	215
Figura 99 Questão 1: Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas (depois da sequência de tarefas).....	216
Figura 100 Questão 1: Resposta do SA	217
Figura 101 Questão 1: Respostas da BS e da A.....	217
Figura 102 Questão 2: Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas.....	219
Figura 103 Questão 2: Resposta da MJ.....	219
Figura 104 Questão 2: Resposta do B.....	220

Figura 105 Questão 2: Resposta da M.....	220
Figura 106 Questão 2: Resposta do H.....	221
Figura 107 Questão 3: Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas.....	222
Figura 108 Questão 3: Respostas do DS e do R	223
Figura 109 Questão 4: Respostas do X, do G e do J.....	224
Figura 110 Questão 4: Resposta do R.....	225
Figura 111 Questão 5: Resposta do RG.....	226
Figura 112 Questão 5: Resposta da L	226
Figura 113 Questão 5: Resposta da M	227
Figura 114 Questão 5: Resposta do J.....	227
Figura 115 Questão 5: Resposta do DR.....	228
Figura 116 Questão 5: Tipologias de aprendizagem de acordo com as respostas dos 24 alunos	228
Figura 117 Percepção dos alunos sobre a importância do feedback na resolução de problemas de Matemática	242

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 Relação entre a tipologia das tarefas e o tipo e dimensão do feedback...39	39
Tabela 2 Objetivos do projeto de investigação 64	64
Tabela 3 Calendarização das tarefas propostas..... 84	84
Tabela 4 Capacidades Matemáticas transversais e respetivos objetivos de aprendizagem..... 87	87
Tabela 5 Problema 1 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático..... 97	97
Tabela 6 Problema 2 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático..... 100	100
Tabela 7 Problema 3 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático..... 103	103
Tabela 8 Problema 4 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático..... 106	106
Tabela 9 Problema 5 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático..... 110	110
Tabela 10 Número de pares que utilizou o feedback para corrigir/melhorar a sua resolução ou realizar uma tarefa extra/extensão da tarefa. 195	195

INTRODUÇÃO

O projeto de investigação que deu origem a este relatório foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular de Estágio IV do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Teve início com a seleção de uma temática a partir da qual foi desenvolvida uma investigação em contexto de estágio, com uma turma de 3.º ano de escolaridade, no ano letivo de 2021/2022.

De maneira a justificar a seleção da temática, apresentam-se, de seguida, as motivações pessoais, a pertinência e atualidade da temática escolhida, os objetivos e as questões de partida do presente estudo. No final da introdução é apresentado o modo como está organizado este relatório.

A procura por uma metodologia de ensino que considere os alunos sujeitos ativos no seu processo de aprendizagem e que potencie a sua aprendizagem e o seu sucesso escolar levou-me a definir a avaliação formativa como tema principal da minha investigação.

De acordo com Pinto e Santos (2006), a avaliação é uma das áreas com maior visibilidade da profissão docente, no entanto reflete muitas incertezas pessoais. A necessidade de avaliar é encarada de diferentes formas, consoante as conceções e significados que cada professor tem acerca da mesma. As respostas em torno da questão “para que serve avaliar?”, segundo os autores, parecem refletir ambiguidades o que, na minha opinião, torna o processo de avaliar pouco justo para os alunos. Para contrariar esta tendência, considero que uma investigação focada no procedimento da avaliação, nesta fase da minha formação, ganha um lugar de destaque para a prática profissional que quero adotar no futuro.

Lopes e Silva (2020) referem que a avaliação feita pelos professores condiciona o sucesso escolar dos alunos, o que, por sua vez, determina, em

grande parte, a vida futura dos mesmos. Com efeito, avaliar acarreta uma grande responsabilidade, pelo que fará todo o sentido encarar a avaliação como um ato consciente, livre de ambiguidades e decisões subjetivas ou suscetíveis de interpretações questionáveis.

De modo a clarificar o tema principal desta investigação, importa, nesta fase, confrontar o conceito de duas modalidades de avaliação. Como refere o Artigo 23.º do Decreto-lei n.º 55/2018 de 6 de julho, a avaliação interna das aprendizagens, que é da responsabilidade dos professores e dos órgãos de gestão pedagógica da escola, deve ser feita de acordo com duas modalidades: Sumativa e Formativa. A primeira, conforme referido no ponto 3 do Artigo 24.º do mesmo Decreto-lei, traduz-se na formulação de um juízo global sobre as aprendizagens e tem como objetivos a classificação e a certificação. A segunda modalidade, sobre a qual recairá a atenção desta investigação, é encarada como uma modalidade que se encontra ao serviço das aprendizagens, numa perspetiva sistemática e de continuidade, que deve recorrer a uma variedade de procedimentos, técnicas e instrumentos de recolha de informação, adequados à diversidade das aprendizagens, dos destinatários e das circunstâncias em que as aprendizagens ocorrem.

Segundo Lopes e Silva (2020), a avaliação sumativa reflete uma relação de poder entre professor-aluno e está intimamente ligada a uma forma mais tradicional de se obterem informações sobre as aprendizagens. Já a avaliação formativa é baseada numa relação de apoio e entretida que permite aos professores ter acesso a dados que podem ser utilizados para melhorar o seu ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos. É também designada como avaliação para a aprendizagem.

Pinto e Santos (2006) também distinguem as modalidades de avaliação sumativa e avaliação formativa. Para os autores, a primeira está ligada a uma escola normativa, em que a preocupação principal é controlar o desempenho escolar dos alunos no final do processo dedicado à aprendizagem, uma vez que implica um juízo avaliativo que, em regra, se

traduz numa nota. A segunda relaciona-se com uma escola que compreende a heterogeneidade do seu público e permite trabalhar o currículo de forma diferenciada, sendo a avaliação utilizada para a produção de informação que visa melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Assumir a minha dificuldade em produzir e analisar esta informação, cuja finalidade deve centrar-se em adequar práticas e implementar novas estratégias, leva-me a encarar esta investigação como um desafio que visa melhorar o meu desempenho enquanto futura educadora-professora.

Roldão (2009) refere que prever o momento e modo de avaliação quando se concebe uma estratégia de ensino é indispensável para aferir se a mesma foi adequada para se alcançar a aprendizagem esperada. Assim sendo, considero que é importante integrar na planificação e nas estratégias de ensino, de forma contínua, o modo e o momento de avaliar uma sequência de aprendizagens.

Os motivos que me levaram a definir a avaliação formativa como tema central desta investigação são diversos. Por um lado, sinto necessidade de aprofundar conhecimentos sobre técnicas e instrumentos utilizados no processo de avaliação formativa, bem como compreender de que forma posso utilizar a informação recolhida ao serviço da aprendizagem dos alunos. Por outro, ainda que a avaliação formativa seja referenciada como a principal modalidade de avaliação nos documentos oficiais, perceciono, através dos estágios que realizei em contexto de 1.º ciclo do ensino básico e no papel de mãe de uma criança que frequenta o 2.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, que na prática tal não se verifica de forma objetiva e sistemática. Pelo contrário, ainda se verifica uma tendência que a avaliação sumativa é determinante no processo de avaliação final dos alunos.

Ao refletir sobre o meu percurso enquanto aluna do ensino básico e secundário, recordo que a avaliação surgia intrinsecamente ligada à classificação obtida em fichas de avaliação sumativa, não tendo retido nenhuma experiência que me envolvesse no processo avaliativo. Tudo se

traduzia numa ideia simplista de que se estudasse, se conseguisse compreender ou memorizar os conteúdos, podia obter uma nota positiva. Atualmente, considerando a minha percepção pessoal, esta prática ainda se mantém em muitas das nossas escolas.

Existe, ainda, um aspeto mencionado no Decreto-lei n.º 55/2018 de 6 de julho que importa realçar no âmbito de desenvolvimento desta investigação que é o apelo ao envolvimento dos alunos no processo de autorregulação das aprendizagens. Indo ao encontro desta ideia, identifico nesta investigação um grande potencial para experienciar práticas que potenciem a participação dos alunos no processo de avaliação das suas aprendizagens.

Um dos desafios apresentados às escolas é precisamente “reforçar as dinâmicas de avaliação das aprendizagens centrando-as na diversidade de instrumentos que permitem um maior conhecimento da eficácia do trabalho realizado e um acompanhamento ao primeiro sinal de dificuldade nas aprendizagens dos alunos” (Decreto-lei n.º 55/2018, p. 2929).

Tendo em consideração as ideias e conceitos apresentados anteriormente, bem como a minha experiência e motivação pessoal, considero que a área da avaliação formativa é uma área de grande pertinência para se melhorar o processo de ensino e aprendizagem, pelo que a minha pesquisa centrar-se-á em encontrar formas de a pôr em prática, numa turma do 3.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, numa sequência de tarefas.

Da necessidade de planificar esta sequência de tarefas para pôr em prática a minha investigação sobre a avaliação formativa, defini que a mesma incidiria sobre o tópico “Resolução de Problemas”, da Área Curricular de Matemática.

De acordo com alguns autores, a resolução de problemas é o tópico da área curricular de matemática em que os alunos mostram ter mais dificuldades, sendo que estas podem surgir relacionadas a diferentes aspetos, tais como as estratégias utilizadas para a resolução de problemas, as

dificuldades ao nível da língua materna, uma vez que pode condicionar a interpretação e compreensão do enunciado, entre outras (Sousa & Mendes, 2017).

Brunheira (2020) refere que a resolução de problemas é uma tarefa complexa, bem como o seu ensino, logo, avaliar esta tarefa reflete essa complexidade. Não obstante este facto, a autora acredita “que a avaliação não deve ser um obstáculo à resolução de problemas, mas deve sim contribuir para a evolução dos alunos no desenvolvimento dessa capacidade” (p. 9).

Sadler (1989) refere que o *feedback* é um elemento fundamental na avaliação formativa, talvez o que mais contribui para as aprendizagens, no entanto, “o tipo de *feedback*, a relação entre este e a natureza das tarefas matemáticas em presença e as características dos alunos são fatores que podem influenciar a eficácia que se pretende com o *feedback*” (Santos, 2018, p. 57).

Santos (2018) refere, ainda, que o *feedback* associado à resolução de problemas é, por norma, mais longo e focado nos conteúdos matemáticos. O *feedback* oral poderá complementar o escrito, uma vez que, como refere a autora, torna-se eficaz porque acontece quase em simultâneo com as experiências de aprendizagem.

A sequência de tarefas propostas aos alunos no âmbito deste projeto incluem vários momentos, tais como: a planificação da tarefa, que inclui a seleção de um problema, previsão das dificuldades sentidas pelos alunos e identificação de eventuais estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de cada problema proposto; a realização da tarefa por parte dos alunos, que tomaram conhecimento dos critérios de avaliação atempadamente; o *feedback* oral que vai sendo dado aos alunos durante a realização dos problemas; a avaliação da resolução do problema e elaboração do *feedback* escrito; a possibilidade de os alunos reverem e alterarem a resolução do problema efetuado anteriormente (se necessário) a partir do *feedback* escrito recebido;

a comunicação da resolução do problema à turma, bem como a explicitação das estratégias utilizadas.

As Aprendizagens Essenciais para a área Curricular de Matemática preconizadas pela Direção-Geral da Educação (DGE, 2021) reconhecem na avaliação uma dimensão contributiva para a aprendizagem dos alunos. Relativamente à avaliação formativa continuada, é realçada a importância que esta assume nas aprendizagens dos alunos, sendo assim impreterível a sua aplicação em contexto de sala de aula. Ao nível da resolução de problemas é ainda referido que os alunos devem apropriar-se dos critérios de avaliação inerentes à capacidade de resolver problemas, com vista ao desenvolvimento da sua capacidade de autorregulação. Identifica-se no *feedback*, oral e escrito, uma estratégia de avaliação formativa eficaz.

A resolução de problemas surge no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, documento editorado pela Direção-Geral da Educação (DGE, 2017), como uma das áreas de competência que os alunos devem alcançar no final da escolaridade obrigatória. A capacidade de resolução de problemas é uma das capacidades matemáticas transversais, considerada ao longo de todo o Ensino Básico. Como tal, considero que é fundamental encontrar estratégias que apoiem os alunos a superar as dificuldades sentidas na resolução de problemas.

Devido à dificuldade sentida pelos alunos no tópico “Resolução de Problemas” e à eficácia que os *feedbacks* oral e escrito podem assumir para colmatar esta dificuldade, considero que esta investigação pode contribuir para a construção de uma prática profissional de qualidade, uma vez que pretende cumprir os objetivos de compreender o contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática e identificar a perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de Matemática e sobre a importância que atribuem ao *feedback* na sua resolução.

Partindo destes objetivos, este estudo é orientado pelas seguintes questões de investigação:

- De que modo o *feedback* contribui para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de Matemática?
- Que aspetos do *feedback* potenciam a resolução de problemas de Matemática?
- Qual a perceção dos alunos:
 - sobre a resolução de problemas de Matemática?
 - sobre a importância do *feedback* na sua resolução?

De forma a apresentar o percurso que permitiu responder às questões de investigação, foi elaborado o presente relatório que, para além desta introdução, integra mais cinco capítulos.

No capítulo 1 é apresentada a fundamentação teórica que legitima este estudo. Tem a finalidade de justificar as escolhas efetuadas relativamente às temáticas que contribuíram para a construção desta investigação, nomeadamente, a avaliação, a resolução de problemas de Matemática e o contributo da avaliação formativa, mais especificamente o contributo do *feedback*, na aprendizagem da resolução de problemas.

O capítulo 2 diz respeito à metodologia de investigação e fundamenta as opções metodológicas e a seleção das técnicas de recolha e análise de dados utilizadas no período em que decorreu a investigação.

O capítulo 3 surge com a finalidade de apresentar o contexto e os participantes, bem como descrever e fundamentar a intervenção pedagógica.

O capítulo 4 consiste na apresentação da análise dos dados que foram recolhidos no decorrer do projeto de investigação.

Por fim, no capítulo 5, surgem as considerações finais que incluem uma síntese do estudo, as conclusões do estudo e uma reflexão pessoal sobre o estudo desenvolvido.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta o enquadramento teórico deste estudo e tem a finalidade de fundamentar as opções tomadas no decorrer da investigação, bem como a pertinência do estudo para a minha prática profissional futura.

Apesar de existir uma relação entre as diferentes temáticas apresentadas neste capítulo, estas surgem divididas, de maneira a dar maior ênfase a cada um dos temas que contribuíram para a construção deste projeto de investigação.

O ponto 1.1 refere-se à Avaliação e encontra-se dividido em três partes: na primeira é efetuada uma breve referência aos princípios orientadores alusivos à avaliação das aprendizagens preconizados em alguns documentos oficiais e é apresentada a visão de alguns autores em relação às modalidades de avaliação praticadas nas escolas portuguesas; na segunda parte são aprofundados alguns dos conceitos e princípios relacionados com a avaliação formativa; na última parte caracteriza-se o *feedback* como uma prática de avaliação formativa.

O ponto 1.2 apresenta várias ideias e conceitos associados à área curricular de Matemática, mais precisamente à Resolução de Problemas. Realiza-se um breve enquadramento da Resolução de Problemas no currículo; faz-se alusão a algumas ideias associadas ao significado de problema e descrevem-se vários tipos de problemas; é descrito, ainda, o modo como o professor pode ser facilitador das aprendizagens durante o processo de Resolução de Problemas.

O ponto 1.3, relacionado com o papel da Avaliação Formativa, mais especificamente o *Feedback*, na aprendizagem da Resolução de Problemas, descreve o modo como se pode avaliar a capacidade de Resolução de

Problemas e apresenta alguns estudos que demonstram o contributo que o *feedback* pode assumir no processo de Resolução de Problemas.

1.1 Avaliação

1.1.1 Perspetivas de avaliação no sistema educativo português: legislação vs realidade

Do conjunto de princípios orientadores alusivos à conceção, operacionalização e avaliação das aprendizagens do currículo do ensino básico, descritos no artigo 4.º do Decreto-lei 55/2018, reconhece-se que a avaliação das aprendizagens é parte integrante da gestão do currículo e deve ser utilizada como instrumento ao serviço do ensino e da aprendizagem.

De maneira a compreender-se como é recomendada a avaliação no sistema educativo português, importa distinguir a avaliação externa da avaliação interna. Nesta última é fundamental que se compreendam as modalidades de avaliação sumativa e formativa. É sobre a modalidade de avaliação formativa que incide o presente estudo, pelo que será a mais aprofundada.

De acordo com o Decreto-lei 55/2018, as diversas formas utilizadas para recolher informação sobre as aprendizagens dos alunos, tanto ao nível da avaliação interna como da avaliação externa, devem ter em consideração três objetivos:

- a) “Informar e sustentar intervenções pedagógicas, reajustando estratégias que conduzam à melhoria da qualidade das aprendizagens, com vista à promoção do sucesso escolar;
- b) Aferir a prossecução dos objetivos definidos no currículo;
- c) Certificar aprendizagens” (p. 2936).

A avaliação externa conta com a intervenção de avaliadores externos, ou seja, “é da responsabilidade dos serviços ou organismos da área

governativa da Educação” (p. 2936) e é encarada como um complemento à avaliação interna. A avaliação externa, dependendo da natureza da oferta educativa, integra as provas de aferição, as provas finais do ensino básico, os exames finais nacionais e as provas de aptidão artística ou profissional (Decreto-lei 55/2018).

A avaliação interna é da responsabilidade dos professores e dos órgãos de gestão pedagógica das escolas e deve mobilizar técnicas, instrumentos e procedimentos variados e adaptados. Abrange duas modalidades: sumativa e formativa.

Em relação à avaliação sumativa, esta tem a função de formular um juízo global acerca das aprendizagens alcançadas pelos alunos, sendo a classificação e a certificação os objetivos desta modalidade.

Relativamente à avaliação formativa, esta deve ser encarada como a principal modalidade de avaliação e “permite obter informação privilegiada e sistemática nos diversos domínios curriculares”. Visa apoiar a definição de estratégias de diferenciação pedagógica, com o intuito de os alunos superarem as suas dificuldades, de verem a sua integração escolar facilitada e de serem apoiados na sua orientação escolar e vocacional (DL 55/2018).

Santos (2020), seguindo esta linha de pensamento, refere que o que distingue a avaliação sumativa da formativa não é o instrumento de avaliação utilizado, não é o momento em que ocorre, nem quem são os intervenientes (alunos ou professores), mas sim como é recolhida, interpretada e utilizada a informação que resulta do processo avaliativo. Por exemplo, se a informação recolhida for utilizada para se atribuir uma classificação, estamos perante uma avaliação sumativa; se a informação recolhida for utilizada a favor da tomada de decisões importantes acerca de tarefas que serão planificadas posteriormente ou se permitir que os alunos trabalhem novamente um conteúdo, de forma apoiada e orientada, e melhorem as suas aprendizagens, estamos perante uma avaliação formativa.

A perspetiva veiculada por Pinto (2019) também opõe as finalidades da avaliação sumativa às da avaliação formativa: a primeira é apresentada com a função de balanço/controlado da aprendizagem e tem, geralmente, fins administrativos; a segunda, também denominada como “avaliação para as aprendizagens”, surge com a função pedagógica, ou seja, tem a finalidade de melhorar o ensino e a aprendizagem.

O Decreto-lei n.º 55/2018 reforça esta finalidade ao assumir como prioridade, a concretização de uma política educativa centrada nas pessoas, promotora do sucesso educativo e, conseqüentemente, da igualdade de oportunidades. Apesar de este ser um dos propósitos inscritos na Lei de Bases do Sistema Educativo, muitos autores referem que este objetivo não foi, ainda, totalmente alcançado. Para alguns autores, referenciados de seguida, a avaliação continua a ter um carácter, maioritariamente, classificativo.

Segundo Fernandes (2008), o sistema de educação e de formação continua a demonstrar dificuldades em materializar práticas de ensino e de avaliação que contribuam para o desenvolvimento de competências necessárias para as crianças e os jovens prosseguirem os seus percursos escolares e profissionais. Para o autor, ainda prevalecem modelos avaliativos “pouco integrados no ensino e na aprendizagem, mais orientados para a atribuição de classificação do que para a análise do que os alunos sabem e fazem, para a compreensão das suas dificuldades e para a ajuda à sua superação” (p. 15). Pinto (2019) destaca a ideia de que “apesar da avaliação formativa ser tão promissora em termos de aprendizagem dos alunos o facto é que as suas práticas são ainda raras e pouco consistentes” (p. 12).

Como referem Santos et al. (2010), as práticas de avaliação ainda estão muito associadas ao uso da avaliação como medida, percecionando-se que a sua utilização é credível, na medida em que é, ainda, legitimada institucionalmente. Além deste aspeto, os autores acrescentam que procura “criar-se um nexo de causalidade linear entre avaliação/medida e qualidade” (p. 10).

Pinto (2019) também se posiciona contra esta causalidade de “avaliação/medida”, ao aludir que se a aprendizagem está associada à compreensão, ou seja, à atribuição de significados, é fácil depreender que a aprendizagem é um processo complexo e não linear. O aluno leva tempo a apropriar-se do significado que o professor atribui a determinado conhecimento.

Lopes e Silva (2020), através de uma perspectiva histórica, consideram que a avaliação tem sido mais uma barreira do que uma oportunidade para os alunos melhorarem as suas aprendizagens, na medida em que, através da classificação, “a avaliação tem sido usada mais frequentemente para rotular os alunos e colocá-los em situações de insucesso ou exclusão (...) do que para lhes facultar as ajudas que os conduzam a compreender as razões do seu insucesso” (p. 3).

Pinto (2019) corrobora esta ideia ao referir que a avaliação, ainda, emerge como uma técnica de medida numa cultura em que alcançar os objetivos e o desempenho é fundamental, valorizando-se os rankings, os exames nacionais ou os quadros de mérito. Para o autor, esta forma de encarar a avaliação condiciona o futuro escolar das crianças e dos jovens, colocando-os em situações de exclusão.

A investigação mostra-nos que a avaliação deve promover a autonomia nos alunos e torná-los mais capazes de aprender, conseguindo recorrer de forma mais eficaz aos recursos cognitivos e metacognitivos que possuem, porém, os modelos de avaliação das aprendizagens que predominam são mais direcionadas para a classificação, seleção e certificação dos alunos. Mudar o paradigma de uma “avaliação orientada para classificar” para uma “avaliação orientada para melhorar” requer uma reflexão informada conjunta (Fernandes, 2005).

Neste sentido, o presente projeto de investigação procura refletir sobre esta necessidade de mudança do paradigma da avaliação e, conseqüentemente, contrariar situações de exclusão dos alunos.

1.1.2 Avaliação Formativa

Fernandes (2008), fazendo alusão aos anos de investigação que evidenciam que práticas de avaliação formativa melhoram significativamente as aprendizagens dos alunos e a qualidade do sistema educativo, questiona “por que esperamos?” (p. 16).

O autor apresenta-nos o conceito de avaliação formativa alternativa como uma proposta para se alterarem as práticas de avaliação nas salas de aula e caracteriza-a como sendo mais direcionada para a regulação e melhoria das aprendizagens do que para a classificação destas. Trata-se de uma avaliação mais humanizada e participada, na medida em que os alunos assumem um papel mais relevante.

A designação *Avaliação para as Aprendizagens*, criada pelo *Assessment Reform Group (ARG)*, ganha destaque, uma vez que surge associada à finalidade de apoiar as aprendizagens dos alunos: os alunos são avaliados para que possam aprender melhor; a informação que resulta da avaliação é interpretada por professores e alunos para que estes reconheçam em que situação se encontram, para que identifiquem onde querem chegar e qual a melhor forma para o fazer, ou seja para regularem as suas aprendizagens; os alunos, durante este processo avaliativo, conseguem verificar se têm os recursos necessários para alcançarem as suas aprendizagens (Fernandes, 2019; Pinto, 2019)

De acordo com esta perspetiva, o professor assume o papel de organizar o processo de ensino, propondo a realização de tarefas adequadas aos alunos, definindo previamente e objetivamente as finalidades do processo de ensino e de avaliação, apoiando os alunos na regulação das suas aprendizagens através de *feedbacks*, ajustando o ensino de acordo com eventuais dificuldades que surjam e desenvolvendo um clima que favoreça a comunicação entre alunos e professores. Com efeito, refletir sobre a avaliação desde o momento da planificação torna-se incontornável para o professor. Na verdade, um dos princípios inerentes à *Avaliação para as Aprendizagens* é o

de a avaliação ser integrada de forma eficaz na planificação do processo de ensino e aprendizagem (Fernandes, 2019).

Segundo Santos (2020), o processo de avaliação deve ser planificado pelo professor, de modo a clarificar a intencionalidade do mesmo desde o início. O facto de a finalidade da avaliação ser definida na etapa da planificação, permite reconhecer se estamos perante uma modalidade de avaliação formativa ou sumativa. Se a finalidade for a de “apoiar a aprendizagem e/ou regular o ensino, estamos num registo formativo” (p. 3).

Em relação ao papel assumido pelos alunos na perspetiva de avaliação formativa alternativa, estes assumem uma maior responsabilidade no processo de ensino e aprendizagem ao participarem ativamente no processo de avaliação e ao organizarem o seu processo de aprendizagem. Esta participação é evidente nos momentos em que os alunos desenvolvem as tarefas que lhes são propostas, quando utilizam o *feedback* dado pelos professores para regular as suas aprendizagens, quando autoavaliam o trabalho que desenvolvem e, conseqüentemente, utilizam essa autoavaliação para melhorarem as suas produções ou quando partilham o seu trabalho com o professor e com os colegas (Fernandes, 2008).

Realizada a descrição acerca dos papéis que professores e alunos assumem na avaliação formativa, pode constatar-se que esta implica uma partilha de responsabilidades entre professor e alunos, tanto ao nível de avaliação, como o de regulação das aprendizagens - o papel de avaliar e regular a aprendizagem deixa de ser exclusivo dos professores. Como refere Pinto (2019), o papel de possíveis avaliadores pode ser atribuído aos professores, aos estudantes ou aos pares.

Santos et al. (2010), ao se afastarem das teorias que defendem que a avaliação deve surgir associada à ideia de medida do saber, cuja principal finalidade é produzir uma espécie de “balança, acima de qualquer suspeita” (p. 8), destacam uma problemática que a avaliação formativa pode ajudar a contornar: se solicitarmos ao mesmo professor que avalie uma determinada

prova, passado um determinado intervalo de tempo, a nota atribuída em cada um dos momentos é diferente, o que, para os autores, põe em causa a credibilidade dos resultados da avaliação. Ainda que a medida ou o balanço das aprendizagens sejam necessários, importa compreender o que significa essa medida para os professores e para os alunos no decorrer do processo de aprendizagem.

Desta forma, numa perspectiva de se afastar a avaliação do conceito simplista de medida e de práticas de tecnocracia, partindo da influência de vários estudos acerca da aprendizagem humana, reconhece-se que a avaliação: “(i) acontece num contexto relacional; (ii) através de um processo de comunicação interpessoal; (iii) inscrito num determinado contexto marcado por um sistema de valores e de procedimentos” (Santos et al., 2010, p. 9). A avaliação passa, assim, a ser encarada como um processo socialmente complexo, que deve ser construído tendo em vista determinadas finalidades.

De acordo com a perspectiva construtivista da aprendizagem, e tal como já foi referido, na modalidade de avaliação formativa o aluno passa a ter um papel mais central no processo de avaliação, não implicando isto que o do professor seja menos relevante. O professor deve promover contextos de aprendizagem adequadas aos alunos, através de situações que constituam um desafio para os mesmos. Daí resulta o facto de a avaliação formativa passar a ser encarada “como um processo de acompanhamento e regulação do ensino e aprendizagem” (Santos et al., 2010, p. 12).

Na avaliação formativa deixa de fazer sentido definir momentos formais para avaliar. É no dia a dia da sala de aula que as práticas de avaliação acontecem, devendo considerar-se que as mesmas devem:

- a) Ser dirigidas aos alunos;
- b) Integrar o processo de ensino e aprendizagem;
- c) Permitir que alunos e professores conheçam e se apropriem dos objetivos da aprendizagem;
- d) Focar-se tanto nos resultados como nos processos;

e) Levar alunos e professores a refletir sobre os processos de aprendizagem;

f) Promover a autoconfiança dos alunos durante o processo de aprendizagem;

g) Desenvolver a capacidade de se refletir acerca dos dados que são recolhidos no processo de ensino e aprendizagem, de modo a compreender-se o que se faz e porque se faz (Santos et al., 2010).

Apesar destas considerações, importa realçar que a avaliação formativa não culmina com a recolha dos dados referidos na alínea g), é fundamental que o professor interprete a informação recolhida, de modo a agir em conformidade posteriormente. Ao refletir sobre os dados recolhidos, o professor pode, de seguida, interagir com os alunos de acordo com as especificidades e particularidades que os mesmos demonstraram durante o processo avaliativo, adequando, assim, as suas práticas a essas especificidades e particularidades (Santos et al., 2010).

Segundo Oliveira e Amante (2016), as informações fornecidas aos professores possibilitam a adaptação de práticas pedagógicas, nomeadamente decidir “sobre o tipo de *feedback* a dar ao estudante, acentuando o carácter formador da avaliação e a regulação dos processos e aprendizagem” (pp. 41-42).

Pinto (2019) corrobora estas ideias ao defender que a informação obtida no decorrer do processo de avaliação formativa deve ser devolvida, partilhada e trabalhada com os alunos, de maneira a apoiar a decisão sobre os passos que estes devem seguir para prosseguirem com as suas aprendizagens. Acrescenta, ainda, que a avaliação formativa deve estar presente em todo o processo de ensino e aprendizagem de forma continuada.

De acordo com Santos (2020), a partir da análise dos dados recolhidos, o professor deve procurar identificar as tipologias de dificuldades sentidas pelos alunos e propor-lhes tarefas específicas que os apoiem a ultrapassá-las. Não obstante este facto, é importante reconhecer que a finalidade da avaliação

formativa vai para além da superação de dificuldades, uma vez que os alunos que não demonstram ter dificuldades devem continuar a aprender. Como tal, é expectável que o professor prepare tarefas adicionais que podem funcionar como uma extensão da tarefa inicial.

Esta forma de atuação traduz-se numa prática de diferenciação pedagógica, uma vez que “na mesma sala de aula, num dado momento, podem estar a resolver-se propostas de trabalho muito diferentes” (Santos et al., 2010, p. 13).

Sabendo que a avaliação formativa é da responsabilidade dos professores e considerando os benefícios que uma prática continuada desta modalidade de avaliação, evidenciada pela investigação nacional e internacional, traz para os alunos, é importante que se identifiquem estratégias para a pormos em prática de forma contínua. Uma das estratégias pode ser, por exemplo, a de iniciarmos práticas de avaliação formativa com outros colegas que lecionem o mesmo ano de escolaridade. A esta ideia, Santos (2020) acrescenta que a iniciação de uma prática de avaliação formativa não implica a adição de mais tarefas, implica, sim, a preparação de tarefas diferentes, perspetivando-se que “uma planificação continuada para uma prática de avaliação formativa, vai sendo progressivamente menos exigente, quando dispusermos de material de anos anteriores já usados e experimentados” (p. 8).

1.1.3 Uma prática avaliativa formativa: o *feedback*

O decreto-lei 55/2018 refere que a concretização de aprendizagens significativas e o desenvolvimento de competências mais complexas preveem, para além da valorização dos saberes disciplinares, do trabalho interdisciplinar, do desenvolvimento da capacidade de trabalho cooperativo com autonomia e da promoção de técnicas de exposição e argumentação, a utilização de diversos procedimentos e instrumentos de avaliação. Tendo em consideração a orientação apresentada neste documento, é fácil depreender

que o professor deve incluir na sua prática pedagógica práticas avaliativas diversificadas, com o objetivo de facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Uma das práticas avaliativas possível é o *feedback*. Sendo este o objeto de estudo do presente projeto de investigação, importa considerar a opinião de alguns autores sobre esta prática, bem como os benefícios e as limitações que o mesmo pode apresentar.

Sadler (1989), descreve o *feedback* como um diálogo intencional que tem o propósito de apoiar os alunos a superarem as suas dificuldades. Já William, considera que existem algumas condições para que o *feedback* prestado pelo professor seja útil para os alunos, tais como: i) deve ser centrado na tarefa realizada e não nas características do aluno; ii) o aluno deve poder controlar o *feedback* que recebe; iii) o trabalho do aluno deve ser superior ao do professor (as cited in Pinto, 2019).

Um dos aspetos valorizados por Pinto (2019) na modalidade de avaliação formativa relaciona-se, precisamente, com as interações entre os alunos e professores, muitas vezes presentes na sala de aula e no *feedback* que vai sendo dado aos alunos. Importa, contudo, sublinhar que, numa perspetiva de avaliação formativa, nem todas as interações promovem a modificação do pensamento ou comportamento dos alunos com a intenção de sustentar as aprendizagens (Shute, 2008, as cited in Pinto, 2019).

No conceito de avaliação formativa alternativa, apresentada por Fernandes (2008), também se considera que um ambiente que promove a comunicação e interação entre os alunos e professores é fundamental, pois é através da comunicação que os alunos reconhecem os progressos e as dificuldades relativas às aprendizagens que têm de alcançar e que os professores tomam consciência do que devem alterar na sua prática profissional para apoiar os alunos a ultrapassarem as suas dificuldades. Como tal, para que seja possível superá-las, é fundamental que as dificuldades sejam explicitadas e reconhecidas (Pinto, 2019).

De acordo com Fernandes (2008), os alunos devem receber orientações sistemáticas e informações claras sobre a avaliação do trabalho que desenvolvem, de maneira que sejam estimulados e motivados a prosseguirem as suas aprendizagens. Através do *feedback* dado pelo professor, os alunos devem conseguir reconhecer o seu progresso e sucesso, bem como obter apoio na superação das suas dificuldades. Deste modo, constata-se que “os alunos precisam de *feedback* acerca dos processos e produtos do seu trabalho e acerca dos seus comportamentos sociais” (p. 83), podendo depreender-se, assim, que na ausência de *feedback*, os alunos podem ter mais dificuldades em superar as suas dificuldades.

Fernandes (2008), relativamente à natureza do *feedback*, acrescenta que este não pode ser reduzido a uma simples mensagem, é fundamental que o professor integre este procedimento no processo de aprendizagem dos alunos e que garanta que os mesmos compreendem o que se pretende comunicar. Ou seja, os alunos devem identificar um sentido na mensagem que é comunicada pelo professor e esta mensagem deverá conduzi-los a uma ou mais ações que promovam as suas aprendizagens. Se o *feedback* facultado aos alunos não conduzir a nenhuma ação, ou conjunto de ações, que contribua para reduzir a diferença entre o que se alcançou e o que tem de se alcançar, não é um *feedback* formativo nem estamos perante uma avaliação formativa. A eficácia do *feedback* “é determinante para ativar os processos cognitivos e metacognitivos dos alunos que, por sua vez, regulam e controlam os processos de aprendizagem” (Fernandes, 2008, p. 69).

As tarefas que o professor propõe, de acordo com esta modalidade de avaliação, devem, idealmente, facilitar a articulação entre ensino, avaliação e aprendizagem; devem ser selecionadas a partir dos domínios do currículo e ser diversificadas (Fernandes, 2008). Desta forma, as tarefas propostas devem ter a tripla função de incluir as estratégias usadas pelo professor, facilitar a aprendizagem dos alunos e integrar um processo de avaliação.

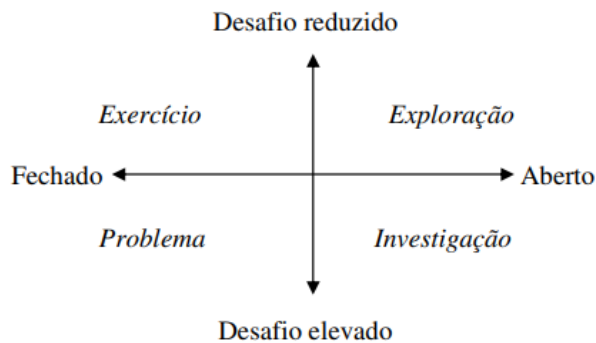
Como já referido, Sadler (1989), também considera que o *feedback* é um elemento-chave na avaliação formativa, possivelmente, dos que mais contribui para a aprendizagem. Não obstante, será importante considerar alguns aspetos que podem condicionar a eficácia do *feedback* facultado aos alunos, tais como a relação entre este e a natureza das tarefas e/ou as características dos alunos.

Realçando a importância que se deve dar à diversidade de tarefas promotoras da aprendizagem, incluem-se as que se relacionam com a vida real, as que recorrem à utilização de materiais manipuláveis, as que recorrem ao trabalho de grupo e as que implicam a realização de projetos que visam a resolução de situações problemáticas (Fernandes, 2008). Para o autor, na modalidade de avaliação formativa alternativa, uma avaliação baseada em testes é desadequada, uma vez que não contemplam as competências adquiridas, apenas os conhecimentos adquiridos. Será, então, importante que as tarefas de aprendizagem coincidam com as tarefas de avaliação, sempre que possível.

Relativamente à tipologia das tarefas, de maneira a compreender-se qual o tipo de *feedback* mais eficaz para cada uma delas, importa, antes de mais, distinguir e relacionar os diferentes tipos de tarefas com o nível de desafio e abertura que cada uma constitui, como ilustrado na figura 1.

Figura 1

Tipologia de tarefas quanto ao nível de desafio e grau de abertura.



Nota. Retirado de Ponte (2005, p. 8)

Segundo Ponte (2005), uma tarefa fechada é aquela em que o que é dado e o que é pedido aos alunos é objetivamente referido no enunciado. Numa tarefa aberta o que é dado e/ou pedido acarreta um certo nível de indeterminação (o que é dado e/ou pedido não é objetivamente dito aos alunos).

Partindo da análise da figura 1, Dias et al. (2013) apresentam a distinção entre exercícios e problemas (ambos são tarefas fechadas). Nos exercícios, o aluno recebe um enunciado claro, na sua resolução deve aplicar diretamente os conhecimentos adquiridos sem haver a necessidade de realizar grande esforço cognitivo. Na resolução de problemas, o aluno tem de interpretar o enunciado, nem sempre é claro para o aluno o que se pretende que ele realize e requer uma maior reflexão e persistência.

Quanto às tarefas abertas, as de exploração e investigação, os autores referem que os alunos têm oportunidade de formular as suas questões e objetivos, espera-se que os alunos “formulem parte do próprio problema, conjeturem e explorem as hipóteses e testem os resultados obtidos” (Dias et al., 2013, p. 4627). A grande diferença entre as tarefas de exploração e investigação relaciona-se com o grau de desafio que a sua resolução implica

para o aluno. As de exploração implicam um grau de desafio mais reduzido e são aquelas que permitem que o aluno comece a trabalhar sem grande planeamento acerca do que vai fazer. As de investigação, pelo contrário, exigem elevado planeamento, logo traduzem-se num desafio mais elevado (Ponte, 2005).

Depois de se identificarem as diferentes tipologias de tarefas, é importante refletir sobre o tipo de *feedback* que deve ser dado em cada uma delas, com o propósito de garantir a sua eficácia no processo de ensino e aprendizagem. Deste modo, relacionando a natureza das tarefas de Matemática com o *feedback*, constata-se que este pode assumir diferentes dimensões e ser mais focado em determinados aspetos, como podemos verificar na tabela 1, elaborada a partir da análise de um estudo desenvolvido por Santos (2018).

Tabela 1

Relação entre a tipologia das tarefas e o tipo e dimensão do feedback.

Tipos de tarefa	Baixo nível de dificuldade/desafio reduzido	Alto nível de dificuldade/desafio elevado
Aberta	<i>Feedback</i> curto e, geralmente, focado nos aspetos formais do trabalho. (Exploração)	<i>Feedback</i> longo, focado nos aspetos formais do trabalho, e inclui diversas pistas. (Investigação)
Fechada	<i>Feedback</i> curto, focado em conteúdos matemáticos. (exercícios de Matemática)	<i>Feedback</i> longo, focado em conteúdos matemáticos. (Resolução de problemas).

Nota. Adaptado de Santos (2018, p. 55)

A partir da análise desta tabela, verifica-se que nas tarefas com um grau de desafio reduzido para os alunos, os comentários são curtos. No entanto, nos exercícios (tarefa fechada), o comentário é focado em conteúdos matemáticos, nas explorações (tarefa aberta) é focado nos aspetos formais do trabalho.

Nas tarefas que constituem um desafio elevado, o *feedback* traduz-se em mensagens longas. No caso da resolução de problemas (tarefa fechada) devem ser mais focadas nos conteúdos de matemática, nas investigações (tarefa aberta) devem incidir sobre os aspetos formais do trabalho e incluir pistas (Santos, 2018).

Além da natureza das tarefas, as características dos alunos também podem influenciar a eficácia do *feedback*, quando este se revela inadequado para os alunos que aparentam ter determinadas particularidades. Para Santos (2018), um *feedback* simbólico, por exemplo, é interpretado por todos os alunos como a presença de um erro, no entanto, só os alunos com um desempenho mais elevado o conseguem utilizar para melhorarem as suas produções. Os alunos com estas características, perante a não compreensão do *feedback* dado pelo professor, questionam-no, havendo, assim, oportunidade de serem promovidas novas aprendizagens. Pelo contrário, os alunos com menor desempenho a Matemática, têm tendência a não considerar o *feedback* e a não pedir ajuda ao professor (Santos, 2018).

Um outro aspeto importante que não deve ser descurado numa prática de avaliação formativa é, precisamente, que o *feedback* ao ser utilizado para os alunos autorregular as suas aprendizagens, ou seja ao ser utilizado para os alunos identificarem e autocorrigirem os seus erros, estes não devem ser escondidos ou sancionados. Devem assumir-se, sim, como parte inerente ao processo de aprendizagem, pois é através da identificação e autocorreção dos erros que os alunos autorregulam as suas aprendizagens (Terroso et al., 2018).

Desta forma, o erro deve adquirir um novo significado e assumir um papel de maior relevo no processo de ensino e aprendizagem, na medida em

que promove a construção do conhecimento por parte do aluno e a criação de situações didáticas, por parte do professor, que visem a superação desse erro. O professor utiliza o erro do aluno para adequar as suas opções didáticas, ou seja, “o professor aprende com o aluno” (Lima, 2012, p. 47).

A representação que alguns alunos têm acerca do processo de ensino e aprendizagem, em que consideram que aprender é ouvir e praticar/aplicar o que se ouviu, também pode condicionar a utilização do *feedback* a favor da aprendizagem, na medida em que este exige que os alunos sejam mais ativos, autónomos e que exponham publicamente as suas ideias (Santos, 2018).

Uma das dificuldades descritas por Terroso et al. (2018) nas considerações finais de um estudo realizado foi, precisamente, a falta de autonomia, a necessidade constante de os alunos solicitarem o apoio dos professores para a elaboração de uma resposta ao *feedback*, sendo que “por diversas vezes foi necessário remetê-los para a mensagem escrita, coisa que (...) tinham relutância em fazer, talvez por não estarem habituados a lidar com situações semelhantes em contexto de sala de aula” (p. 66). Será, então, importante, através de uma prática de *feedback* continuada, que os alunos o entendam como uma ferramenta reguladora do seu trabalho e que o utilizem autonomamente para refletir e melhorar o que já fizeram.

Como refere Santos (2018), existe a necessidade de se definir a utilização do *feedback* escrito, oral ou ambos. Para os alunos mais novos, por exemplo, em que não há um grande domínio do código escrito, a utilização do *feedback* oral será fundamental. De acordo com Semana e Santos (2009), ao apresentarem os resultados de uma investigação que contou com a participação de quatro alunos do 8.º ano de escolaridade, mesmo para os alunos mais velhos, existe, por vezes, a necessidade de se utilizar o *feedback* oral para complementar o escrito.

Segundo Santos (2018), e considerando que o professor ao elaborar um *feedback* escrito tem de ter em consideração vários fatores, como a natureza das tarefas e as características dos alunos, é fácil deduzir que esta

prática exige reflexão e tem ancorados vários desafios. Será, assim, de extrema importância reconhecê-los para poder minimizá-los.

Alguns professores podem sentir-se receosos em integrar o *feedback* na sua prática de avaliação formativa, uma vez que “dar *feedback* é muito complexo e exige uma constante reflexão do professor acerca do efeito que este tem na aprendizagem de cada aluno” (Terroso et al., 2018, p. 66). Outros, “acreditam que a adoção de uma prática avaliativa na perspectiva formativa pode diminuir a sua credibilidade perante o aluno, uma vez que o índice de reprovação tende a diminuir” (Lima, 2012, p. 118). De acordo com a autora, para muitos, a ideia de que o bom professor é o que reprova ainda está muito enraizada, apesar de errada.

Estes receios e dúvidas poderão ser superados através de uma prática continuada de *feedback*, em que os professores refletem e melhoram as mensagens que querem comunicar e os alunos aperfeiçoam a comunicação das suas ideias e dos seus raciocínios. Tanto os professores como os alunos beneficiam com esta prática.

1.2 Resolução de problemas

1.2.1 A Resolução de Problemas no Currículo

A aprendizagem de Matemática ocupa um lugar de destaque no currículo de vários países, Portugal incluído, sendo reconhecida a importância que pode assumir no desenvolvimento pessoal e cognitivo dos alunos e na preparação para conhecerem, compreenderem e atuarem melhor no mundo no qual estão inseridos (DGE, 2021).

Nas Aprendizagens Essenciais para o 3.º ano de escolaridade, tanto capacidades matemáticas transversais, como conhecimentos matemáticos são assumidos como conteúdos de aprendizagem na área curricular de Matemática. A resolução de problemas surge como uma das seis capacidades

matemáticas transversais integrada no tema “Capacidades Matemáticas” e inclui objetivos diversos, tanto relacionados com o processo, como por exemplo, “Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas” (DGE, 2021, p. 13), como relacionados com as estratégias de resolução, tais como, “Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos” e “Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema” (pp. 13-14). Alcançar este último objetivo, considerando as ações estratégicas de ensino que o professor pode assumir, recomendadas neste documento, pode incluir a orquestração de problemas por parte do professor. Esta prática possibilita que várias estratégias de resolução de um determinado problema possam ser discutidas coletivamente (DGE, 2021).

De um modo geral, o professor quando prepara as suas aulas de Matemática deve ter em consideração três princípios indicados nas Aprendizagens Essenciais de Matemática:

i) A Matemática é para todos, na medida em que “ninguém pode ficar excluído da Matemática e que cada um deve ter oportunidade de ser sujeito de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes” (DGE, 2021, p. 2).

ii) A Matemática, apesar de ser singular, não é a única, por isso deve, juntamente com outras áreas curriculares, contribuir “para o desenvolvimento das áreas de competências transversais indicadas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória” (DGE, 2021, p. 2).

iii) Na “Matemática para o século XXI” assume-se que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática deve ser adequado e pertinente para os tempos atuais, tendo em consideração as tendências internacionais.

É, assim, fundamental que o professor considere estes princípios quando prepara tarefas relacionadas com a resolução de problemas, procurando que as mesmas sejam desafiantes para os alunos, que todos tenham a oportunidade de as desenvolver, ainda que se possam efetuar

adequações de acordo com as características e conhecimentos prévios dos alunos, que se relacionem com outras áreas curriculares e que incidam sobre temáticas que sejam pertinentes e tenham significado para os alunos.

A interpretação e utilização da Matemática na resolução de problemas é considerada fundamental “para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável” (DGE, 2021, p. 2), pelo que é crucial desenvolver nos alunos a capacidade de resolverem problemas, ou seja, torná-los progressivamente mais eficazes.

A par do desenvolvimento desta capacidade, e indo ao encontro da perspetiva veiculada por Ponte (2005), ao referenciar a ideia defendida por George Pólya, “o professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes se sintam desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experienciem o gosto pela descoberta” (p. 3).

O trabalho realizado para desenvolver a capacidade de resolução de problemas, tal como as restantes capacidades matemáticas transversais, deve ser permanente e integrado em todos os temas matemáticos, traduzindo-se assim num objetivo de aprendizagem. A resolução de problemas deve facilitar não só a abordagem aos conhecimentos matemáticos como a sua aplicabilidade (DGE, 2021).

Uma das competências que integram “O perfil dos Alunos à saída da escolaridade obrigatória” é precisamente o “raciocínio e a resolução de problemas”. Tanto as competências como os valores preconizados neste documento convergem para que os alunos consigam “intervir na vida e na história dos indivíduos e das sociedades, tomar decisões livres e fundamentadas sobre questões naturais, sociais e éticas, e dispor de uma capacidade de participação cívica, ativa, consciente e responsável” (DGE, 2017, p. 10), pelo que o professor deve preparar as suas aulas tendo em vista o alcance destes propósitos por parte dos alunos.

As competências que devem ser adquiridas no âmbito da resolução de problemas relacionam-se com os processos que visam encontrar respostas

para uma situação nova e mobilizam o raciocínio com a finalidade de apoiar a tomada de decisões, a construção e utilização de estratégias e, até, a formulação de novas questões (DGE, 2017). Deste modo, espera-se que os alunos sejam capazes de:

- “interpretar informação, planear e conduzir pesquisas;
- gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas;
- desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados” (p. 23).

Para além das recomendações mencionadas nos documentos oficiais e devido às numerosas potencialidades que representa, a resolução de problemas pode, ainda, ser encarada como uma abordagem de ensino de Matemática, ao ser considerada uma “via facilitadora da aprendizagem” (Boavida et al., 2008, p. 14). Para os autores, ao ser utilizada para dirigir a atividade de Matemática numa sala de aula, a resolução de problemas permite que se apresentem novos conceitos ou que se aprofundem e apliquem conceitos adquiridos anteriormente. Deste modo, investir em processos que facilitem o ensino e a aprendizagem da resolução de problemas deve ser um objetivo fundamental do professor.

1.2.2 Significados e tipos de problemas

É difícil encontrar uma definição única para o conceito de problema, no entanto importa descrever algumas características que estão intrinsecamente ligadas a este conceito. Um enunciado que se apresente ou uma questão que se coloque a uma turma pode traduzir-se num problema apenas para determinados alunos. Daí resulta o facto de os alunos e os seus conhecimentos prévios determinarem se estão perante um problema ou não (Pólya, 2003, as cited in Sousa & Mendes, 2017).

Boavida et al. (2008), fazendo alusão a alguns autores, definem a resolução de problemas como “o processo de aplicar o conhecimento

previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjecturas” (p. 14).

Kantowski refere que um aluno está perante um problema quando é confrontado com uma situação ou questão para qual não consegue encontrar resposta/solução, recorrendo aos conhecimentos que tem disponíveis naquele exato momento (as cited in Sousa & Mendes, 2017). Para ser considerado problema, o aluno para resolver a situação ou encontrar uma resposta para determinada questão tem de construir um percurso “não rotineiro, que envolva a utilização de estratégias que conduzam à solução” (Sousa & Mendes, 2017, p. 245).

Brunheira (2020), referenciado uma terminologia utilizada por Pólya, apresenta a distinção entre problemas rotineiros e problemas não rotineiros. Aos problemas rotineiros associa-se a ação de aplicação de uma regra por parte do aluno, disponibilizada pelo professor ou por um manual. Aos problemas não rotineiros está associada alguma criatividade e originalidade por parte do aluno, bem como uma maior exigência e uma maior motivação, podendo estes constituir um maior desafio para os alunos e “contribuir para o seu desenvolvimento intelectual” (p. 10). Pelo contrário, os alunos que apenas resolvem problemas do tipo rotineiros, pouco desafiantes, concluem a sua escolaridade sem saber o que a Matemática é ou pode ser, sem desenvolverem a capacidade de fazer Matemática (Kilpatrick, 2014).

A resolução de um problema de Matemática não rotineiro, ao trazer um esforço acrescido para o aluno, deve suscitar o seu interesse, ser atraente, ser oportuno e fazer sentido, pelo que é fundamental que se relacione com coisas ou situações que lhe são familiares (Pólya, 1967, as cited in Guimarães, 2014).

O autor, não desvalorizando a importância que os problemas rotineiros podem ter, nomeadamente para se verificar se o aluno usa o vocabulário/termo/símbolo que aprendeu recentemente de forma adequada,

chama a atenção que este tipo de problemas não apela à inteligência dos alunos e realça que o seu maior protesto contra este tipo de problemas é a sua utilização abusiva, na medida em que contribui, muitas vezes, para a aversão que alguns alunos desenvolvem em relação à Matemática.

Uma eventual forma de ultrapassar esta aversão implica considerarem-se as características que os problemas devem reunir, de acordo com Boavida et al. (2008): i) serem compreendidos pelos alunos, apesar de estes não conseguirem uma solução imediata; ii) serem motivantes e estimulantes; iii) terem mais do que um processo de resolução; iv) possibilitarem a integração de vários temas.

Pólya salienta a importância que o professor pode ter quando apresenta um problema à turma: um problema preparado cuidadosamente, com um tema que permita trabalhar novos conteúdos da área curricular de Matemática pode ser trabalhado, com tranquilidade, de acordo com o princípio do ensino ativo, em que o aluno é conduzido a descobrir a solução, ou seja, é orientado pelo professor à descoberta (as cited in Guimarães, 2014). A condução do aluno a esta descoberta deve respeitar o princípio de que o professor deve interferir pouco durante o processo de aprendizagem (durante o nascimento de uma ideia), e deve colocar questões que levem o aluno a mobilizar conhecimentos, conduzindo-o, assim, a chegar mais perto da resolução do problema proposto. Desta forma, “o aluno deve fazer o máximo possível por si mesmo” (p. 49).

Mason apresenta uma outra classificação de problemas, ao distinguir problemas fechados de problemas abertos, estando os primeiros associados a uma única solução e os segundos a várias soluções (Mason, 1996, as cited in Brunheira, 2020).

Os problemas podem, ainda, ser classificados de acordo com a informação que contêm: estáticos ou dinâmicos. Os problemas são estáticos quando toda a informação relevante é apresentada; são interativos quando

existe informação que tem de ser descoberta pelos alunos através de uma exploração da situação (Brunheira, 2020).

Para finalizar este tópico, é importante que se reconheçam diferentes tipologias de problemas, tendo em consideração o enunciado e o processo de resolução: problemas de cálculo; problemas de processo; problemas abertos (Boavida et al., 2008).

Para os autores, os problemas de cálculo implicam que os alunos tomem decisões relativamente às operações que tem de aplicar, tendo em consideração os dados apresentados. Depois de lerem o problema, os alunos avaliam o que lhes é dado e o que lhes é pedido no enunciado e realizam uma ou mais operações que considerem adequadas.

Em relação aos problemas de processo, já implicam mais do que a seleção de uma ou mais operações adequadas, requerem mais esforço, um pensamento mais flexível e uma maior organização por parte dos alunos, na medida em que têm de recorrer a estratégias de resolução para encontrarem um percurso a seguir. “Estes problemas podem ser usados para desenvolver diferentes capacidades, para introduzir diferentes conceitos ou para aplicar conhecimentos e procedimentos matemáticos anteriormente aprendidos” (Boavida et al., 2008, p. 19).

Por fim, os problemas abertos, ou também designados por investigações pelos autores, apresentam vários caminhos para os alunos alcançarem a solução e permitem mais do que uma resposta correta. Para a alcançarem, “os alunos têm de fazer explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, apelando, por isso, ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão” (p. 20).

1.2.3 O professor enquanto facilitador do processo de aprendizagem de Resolução de Problemas

Segundo Kilpatrick (2014), é possível ensinar a resolução de problemas, porém para que isso aconteça é necessário expor os alunos a um elevado número de oportunidades de resolução. Não é determinante possuir

capacidades ou características específicas para a aprendizagem de resolução de problemas, no entanto é importante que os alunos tenham “sucesso na resolução de problemas e a confiança que daí resulta” (p. 7).

As diretrizes descritas nas Aprendizagens Essenciais, para o 3.º ano de escolaridade, relativamente ao modo como se deve promover a aprendizagem da Matemática realçam, entre outros aspetos:

- o papel contributivo que o aluno deve assumir no processo de aprendizagem;
- a dinâmica de sala de aula que deve oferecer oportunidade e tempo para os alunos pensarem, partilharem e discutirem as suas produções, promovendo-se assim capacidades matemáticas transversais, como o raciocínio e a comunicação matemática;
- a organização do trabalho deve abranger momentos em que os alunos interagem entre si, em que trabalham autonomamente, individualmente ou em pequenos grupos. Estes momentos devem culminar em discussões coletivas (DGE, 2021).

Pôr em prática estas diretrizes implica reflexão, tomadas de decisão e preparação por parte do professor, tendo em vista o sucesso dos alunos no decorrer do seu processo de aprendizagem. O professor deve definir a abordagem que faz sentido seguir, a forma como a tarefa é apresentada aos alunos, o número de etapas em que decorre o trabalho, qual a sua interferência nas diferentes etapas do trabalho a desenvolver, o modo como a tarefa é avaliada e como são sistematizadas as aprendizagens alcançadas pelos alunos.

O ensino exploratório é uma das abordagens possíveis e consiste em que os alunos desenvolvam o seu trabalho a partir de tarefas “para as quais não têm um método de resolução imediato – para as resolver têm de construir as suas próprias estratégias, usando conhecimentos prévios” (Ponte et al., 2020, p. 10).

Não obstante este facto, como refere Canavarro (2011), o ensino exploratório não significa “que os alunos descubrem sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco inventem conceitos e procedimentos e lhes adivinhem os nomes (...) enquanto o professor espera tranquilamente sentado pelos rasgos iluminados e criativos dos seus alunos” (p. 11). Os alunos têm, nesta abordagem de ensino, a oportunidade “de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática” (p. 11).

A ideia de participação ativa dos alunos, inerente ao conceito de avaliação formativa, já referida no âmbito deste projeto de investigação, está presente na abordagem de ensino exploratório, na medida em que os alunos participam ativamente na interpretação dos enunciados, na representação que fazem da informação que dispõem, quando constroem e executam as suas estratégias ou quando apresentam e justificam a forma como pensaram para alcançar determinada resolução (Ponte et al., 2020).

Canavarro et al. (2012), ao descreverem a prática de ensino exploratório da Matemática de uma professora de 1.º Ciclo do Ensino Básico, referem que uma aula preparada de acordo com a abordagem de ensino exploratório pode ser dividida em 4 fases: 1) introdução da tarefa; 2) desenvolvimento da tarefa; 3) discussão da tarefa; 4) sistematização das aprendizagens.

Lima et al. (2021) caracterizam cada uma das fases da seguinte forma:

1) Introdução da tarefa – fase em que é explicada a dinâmica de sala de aula, o modo de organização dos alunos, o tempo de duração da tarefa e as fases em que a mesma decorrerá. Nesta fase, os alunos contactam pela primeira vez com o enunciado da tarefa e procuram interpretá-lo.

O professor deve estar atento às interpretações que os alunos fazem e ao facto de os alunos se sentirem motivados e desafiados a concretizá-la.

2) Desenvolvimento da tarefa – fase que corresponde ao momento em que os alunos desenvolvem o seu trabalho de forma autónoma, procurando estratégias para chegar a um resultado.

O professor não deve validar estratégias, deve, sim, colocar questões aos alunos que os orientem a chegar às resoluções. Nesta fase é, ainda, importante que o professor oriente os alunos a organizarem as suas resoluções com o intuito de as apresentarem à turma na fase seguinte.

3) Discussão da tarefa – fase em que os alunos têm oportunidade de apresentarem e discutirem as suas resoluções coletivamente. Cabe ao professor selecionar as tarefas que serão apresentadas e discutidas em grande grupo, bem como promover a participação dos alunos na discussão, colocando questões, por exemplo, acerca das estratégias que utilizaram e das ideias matemáticas que surgem durante a discussão.

4) Sistematização das aprendizagens – nesta fase é fundamental que o professor estabeleça relações entre as diferentes resoluções apresentadas e discutidas em grande grupo.

Os alunos devem registar os conhecimentos sistematizados nesta fase.

Seguir a abordagem exploratória implica que o professor, por um lado, prepare um ambiente que promova a comunicação na sala de aula, a reflexão e a participação por parte dos alunos, por outro, que selecione tarefas adequadas que favoreçam a “construção de conceitos, a formulação de conjeturas, generalizações e justificações” (Ponte et al., 2020, p. 10).

De acordo com Oliveira et al. (2016), a escolha das tarefas de Matemática requiere particular atenção, sendo que podem assumir a forma de explorações, investigações ou problemas. Independentemente da natureza das tarefas, e tal como já foi referido neste enquadramento teórico, os autores destacam algumas características que promovem uma aprendizagem de matemática significativa, tais como:

- as tarefas surgem de uma situação apelativa e desafiadora para os alunos;

- favorecem a utilização de diferentes estratégias;
- promovem o pensamento matemático;
- apoiam a articulação entre os conhecimentos matemáticos;
- permitem aprofundar a compreensão dos conceitos e processos matemáticos;
- evidenciam o que os alunos conseguem, ou não, fazer.

No paradigma de aprendizagem significativa, o aluno deve estar inserido num ambiente que valorize a investigação, em que tenha a oportunidade de agir como um matemático, tanto na formulação de questões e conjecturas, na formulação de provas, e nas refutações, como na apresentação e discussão dos resultados com os colegas e com o professor (Lima, 2012).

Para Stein et al. (2008), existem cinco práticas, que promovem orquestrações de discussões matemáticas mais produtivas, que o professor deve seguir:

1) Antecipar – corresponde à previsão que o professor faz relativamente ao modo como os alunos irão resolver as tarefas propostas, como as interpretam, como se envolvem na resolução e quais as estratégias que poderão utilizar na resolução da tarefa. Esta prática permite ao professor prever algumas das dificuldades que os alunos podem sentir e adquirir “a confiança necessária para a sua boa exploração com os alunos” (Canavarro, 2011, p. 13). Antecipar as estratégias que os alunos podem utilizar na resolução da tarefa ajuda o professor a refletir sobre possíveis conexões que pode estabelecer entre as diferentes estratégias utilizadas.

2) Monitorizar – Esta prática permite ao professor apropriar-se das estratégias que os alunos utilizaram para resolver as tarefas autonomamente. O professor deve circular pelos diferentes grupos de maneira a verificar se os alunos se encontram a trabalhar, se as suas ideias são adequadas à tarefa

proposta e para apoiar os alunos que demonstrem mais dificuldades, sem, no entanto, dar-lhes respostas.

3) Selecionar – Esta etapa corresponde à identificação das produções que são importantes partilhar com a turma, considerando-se aquelas que proporcionam uma variedade de ideias matemáticas ajustadas às finalidades definidas para aquela aula. Podem selecionar-se tarefas que incluam um erro recorrente, de modo a esclarecê-lo ou tarefas que apresentem diferentes estratégias e representações.

4) Sequenciar – Esta prática relaciona-se com a anterior e consiste em definir uma sequência pela qual as resoluções são apresentadas durante a discussão coletiva. Os critérios para sequenciar podem ser diversos, mas devem mostrar-se vantajosos para a aprendizagem dos alunos.

Começar com uma resolução que torne a discussão acessível a todos os alunos pode ser uma vantagem, já que os alunos têm a possibilidade de ver esclarecidos os aspetos mais básicos que apoiam a compreensão de ideias mais sofisticadas (pode ser, inclusive, uma resolução incorreta).

Um possível critério será o de se iniciar a discussão com a exploração de uma resolução mais informal e terminar com uma mais formal relativamente às representações matemáticas.

Um outro critério é o de “caminhar progressivamente para as resoluções que permitem generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar aprendizagens” (Canavarro, 2011, p. 16).

5) Estabelecer conexões – consiste em relacionar as diferentes resoluções apresentadas com o propósito de promover as aprendizagens matemáticas dos alunos. O professor deve levar os alunos a analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções, procurando semelhanças e diferenças entre elas, bem como as potencialidades e as vantagens que cada uma demonstra ter. Pretende-se que os alunos se apropriem das conclusões alcançadas em grande grupo e que as utilizem em tarefas futuras.

Kilpatrick (2014) ao descrever algumas das aprendizagens que adquiriu ao ver Pólya ensinar, refere “que os alunos precisam de observar técnicas de resolução de problemas concretizadas por um professor que pensa em voz alta enquanto resolve um problema como nunca o tivesse visto ou resolvido antes” (p. 8). Levar os alunos a envolverem-se no processo de resolução de problemas, questionando-os sobre qual o próximo passo, foi também uma das aprendizagens destacadas pelo autor.

Deste modo, na fase correspondente à discussão coletiva acerca de diferentes estratégias para resolver um determinado problema, o professor pode e deve dar o seu contributo, apresentando e discutindo estratégias que não tenham sido concretizadas pelos alunos, desde que sejam consideradas pertinentes para facilitar, enriquecer e/ou consolidar as aprendizagens.

Como referem Boavida et al. (2008), as estratégias utilizadas podem ser ferramentas “bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas” (p. 23). Entre as estratégias que podem ser utilizadas no ensino básico, os autores, incluem a realização de uma simulação ou dramatização; a concretização de várias tentativas; a redução de um problema mais complexo a um problema mais simples; a elaboração de uma lista organizada, de um desenho, de um esquema ou de uma tabela; e trabalhar do fim para o princípio.

De acordo com Lima (2012), o professor aprende nos momentos que está em interação com os alunos, nos momentos em que elabora a planificação das tarefas que pretende propor aos alunos e durante o processo avaliativo dessas tarefas. Segundo a autora, no decorrer deste processo de avaliação, a aprendizagem alcançada pelos professores é, ainda, mais visível, uma vez que, para além de aprender sobre o aluno, aprende sobre a sua prática profissional e confronta-se com as suas opções metodológicas.

Seguindo esta ideia, pode considerar-se que o professor aprende desde o momento em que inicia a planificação, que abrange uma grande variedade de aspetos, tais como a seleção e preparação da tarefa, a definição dos

objetivos de aprendizagem, a antecipação de eventuais estratégias utilizadas e dificuldades sentidas pelos alunos, a organização do grupo, do espaço e dos materiais, a definição de como é avaliada a aprendizagem dos alunos ou quando define o papel que pretende assumir nas diferentes fases em que decorrerá a tarefa. O professor continua a aprender quando analisa e avalia as estratégias utilizadas pelos alunos durante a resolução de um determinado problema, quando prepara um *feedback* eficaz, nos momentos em que prepara e orchestra as discussões coletivas, durante a sistematização das aprendizagens ou quando constata que necessita de alterar o rumo da sua intervenção.

Se, de acordo com os documentos oficiais já referenciados, um dos princípios que orientam o ensino da Matemática preconiza que “esta pode e deve estar ao alcance de todos” (Lima, 2012, p. 47), a promoção da aprendizagem de conteúdos matemáticos por parte dos alunos deve ser o principal objetivo do trabalho do professor. Este, considerando as orientações descritas neste tópico relativamente ao trabalho que deve desenvolver para promover a aprendizagem e a aplicabilidade da Matemática, nunca deve descurar aquele princípio.

1.3 Avaliação formativa na resolução de problemas

1.3.1 Avaliar a capacidade de resolução de problemas através das etapas de resolução de problemas de Pólya

Quando se pretende avaliar a capacidade que os alunos têm para resolver problemas é fundamental identificar as competências envolvidas na resolução de problemas e definir aquelas a partir das quais será recolhida a informação.

Os aspetos avaliados no âmbito da resolução de problemas podem ter por base as quatro etapas de resolução de problemas preconizadas por Pólya

que, de acordo com Brunheira (2020), têm as seguintes finalidades: “1.^a compreender o problema; 2.^a estabelecer um plano; 3.^a executar o plano; 4.^a refletir sobre a resolução, revê-la ou discuti-la” (p. 10).

Como referem Sousa e Mendes (2017), as quatro etapas são sequenciais e visam apoiar a sistematização e organização do que é necessário fazer para se chegar a uma solução.

Pólya refere que a compreensão do problema é a etapa mais importante e defini-a como a primeira das quatro. Consiste em que os alunos compreendam o enunciado do problema, ou seja, o que é pedido para resolver. Como estratégia para facilitar esta etapa, os alunos podem reescrever os dados por palavras suas, podem sublinhar informação importante ou podem ser colocadas questões sobre o enunciado (as cited in Sousa & Mendes, 2017).

A segunda etapa consiste em definir o que se vai fazer para resolver o problema, para encontrar uma solução, bem como qual a estratégia que se vai utilizar. Como defende Duarte (2000), é importante que os alunos reconheçam que podem existir várias formas para resolver um determinado problema, de maneira a contrariar a ideia de “que há só uma maneira de resolver qualquer problema” (p. 99). Serrazina e Ponte (2000), complementam esta ideia ao defenderem que existem várias estratégias para solucionar um determinado problema, sendo que umas se revelam mais vantajosas do que outras.

A terceira etapa traduz-se na execução do plano que se estabeleceu na segunda etapa. Os alunos podem chegar à conclusão, nesta etapa, que a estratégia escolhida não é a mais adequada e terem a necessidade de alterá-la. Um bom resolvidor de problemas deve desenvolver a capacidade de reconhecer que uma determinada estratégia não é adequada à resolução de um determinado problema (O’Connell, 2007, as cited in Sousa & Mendes, 2017).

A quarta etapa sugere que, após se alcançar uma resposta, é importante compreender se a mesma é adequada àquele problema. Para Brunheira (2020), esta etapa consiste em refletir, rever e/ou discutir a resolução

efetuada. Para que isto aconteça, é fundamental que os professores proporcionem espaços para os alunos partilharem, com os seus pares e com o professor, o motivo pelo qual recorreram a determinada estratégia para alcançar uma resolução, ou seja, o motivo que os levou a construírem determinada representação (Pinto & Canavarro, 2012).

Ao optar por avaliar a resolução de problemas através da capacidade que os alunos demonstram ter em resolver os problemas do início ao fim, seguindo estas etapas sequencialmente, considero que, tal como referem Sousa e Mendes (2017), é importante que o professor oriente os alunos, desde os primeiros anos de escolaridade obrigatória, a verificarem os passos que seguem durante a resolução de um problema. Isto não significa que pensem todos da mesma maneira, que utilizem as mesmas estratégias ou que todos alcancem uma solução correta, denota apenas que os alunos ao adquirirem uma maior consciência sobre as diferentes etapas de resolução de problemas são orientados a resolvê-los do início ao fim (Sousa & Mendes, 2017).

Apesar das quatro etapas poderem apoiar o processo de avaliação, o professor pode deparar-se com algumas dificuldades nos momentos em que tenta extrair a informação recorrendo apenas à resolução realizada pelos alunos. Pode ser difícil, por exemplo, aferir se um aluno compreendeu o problema, uma vez que se trata de um processo maioritariamente mental; verificar o estabelecimento de um plano, se este não for registado; ou averiguar se o aluno realizou uma reflexão sobre a resolução do problema, pois o aluno nem sempre o explicita (Brunheira, 2020).

Para colmatar eventuais dificuldades que surjam no processo avaliativo de resolução de problemas, é primordial que se tomem decisões de acordo com o fim que pretendemos alcançar e é fundamental definir quais os critérios de avaliação que indiciam o que o aluno conseguiu fazer, ou não, para resolver determinado problema (Brunheira, 2020).

É igualmente importante selecionar e/ou desenvolver ferramentas que permitam registar e analisar a informação recolhida, nomeadamente grelhas

de análise/observação, cuja finalidade deve ser avaliar para as aprendizagens. Para se implementar esta prática, é fundamental que “a informação a transmitir aos alunos seja produtiva, é fundamental que se apropriem da grelha, pelo que o professor deve discuti-la previamente com os alunos” (Brunheira, 2020, p. 11).

A discussão coletiva sobre a resolução de um determinado problema, que integra a quarta etapa de resolução de problemas preconizada por Pólya, deve ser encarada como um momento proveitoso para os alunos identificarem e compreenderem as diferenças entre estratégias mais ou menos eficientes, podendo, assim, traduzir-se numa oportunidade para os alunos aprenderem a melhorar as suas produções (Brunheira, 2020).

Este momento pode, também, traduzir-se numa oportunidade para o professor avaliar, na medida em que o facto de os alunos conseguirem estabelecer conexões entre as diferentes estratégias apresentadas durante a discussão coletiva pode ser objeto de avaliação.

1.3.2 O contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática

São vários as experiências ou estudos realizados em contexto de sala de aula que demonstram a importância que o *feedback* assume na melhoria do processo de aprendizagem de conteúdos da área curricular de Matemática. Algumas vantagens associadas a esta prática de avaliação formativa já foram, inclusive, referidas anteriormente. De seguida, descrevem-se algumas evidências, refletidas em estudos ou experiências, que nos mostram o contributo que o *feedback* pode ter, efetivamente, no processo de ensino e aprendizagem.

Santos (2018) ao apresentar o resultado de um estudo realizado em Portugal, relativamente ao *feedback* aplicado na área de Matemática, começa por referir que o tipo de *feedback* dado aos alunos foi sofrendo alterações ao longo do tempo em que decorreu o estudo, tendo como premissas iniciais ser

descritivo e não focado no aluno e só surgir depois de o aluno ter oportunidade de trabalhar sobre a tarefa proposta. Inicialmente, o *feedback* surgiu na forma de simbologia para indicar ao aluno a existência de um erro; mais tarde, este tipo de *feedback* foi sendo substituído por comentários afirmativos ou interrogativos, que se podiam traduzir em chamadas de atenção; no final, os comentários passaram a apresentar-se na forma mista, incluindo frases afirmativas e frases interrogativas, com o intuito de facultarem pistas para os alunos melhorarem o seu trabalho e promover a reflexão.

Da análise sobre o efeito que a utilização deste último tipo de *feedback* teve no referido estudo, o comentário que incluía frases interrogativas foi o mais compreendido por alguns alunos, na medida em que estes compreenderam mais facilmente como deviam prosseguir o trabalho, procurando obter resposta para as questões apresentadas. Porém, para a autora, as respostas diretas dadas às questões colocadas no *feedback*, por vezes, impedem que os alunos reflitam e reorientem o seu raciocínio e, conseqüentemente, melhorem as suas produções.

Não estabelecendo aqui uma relação direta entre os resultados com a natureza das tarefas ou o tipo de *feedback* dado pelos professores no estudo citado anteriormente, apresenta-se o efeito que aquele teve no desempenho dos alunos de um modo global: alguns alunos conseguiram aprender a estrutura solicitada, apresentar as suas estratégias e melhorar as justificações das suas escolhas; certos alunos utilizaram o *feedback* para resolver uma segunda versão da resolução do exercício; outros desenvolveram o seu trabalho, apresentaram exemplos e alcançaram generalizações (Santos, 2018).

A autora realça que numa primeira fase do trabalho, os alunos apresentaram as suas explicações com base nos procedimentos que seguiram para resolver determinada tarefa, posteriormente, depois de receberem o *feedback*, os alunos já conseguiram justificar as estratégias que adotaram. Destacou, ainda, o facto de os trabalhos realizados em grupos refletirem uma

maior evolução quando comparados com os trabalhos realizados individualmente.

Terroso et al. (2018) defendem que uma prática profissional que integre o *feedback* escrito de forma continuada apoia, por um lado, o professor a melhorar a qualidade do comentário que fornece aos alunos, por outro permite que os alunos compreendam e interpretem os comentários respeitantes ao seu trabalho. Os autores, ao apresentarem uma experiência realizada com quatro alunos, no âmbito da resolução de problemas, concluem que o *feedback* teve o efeito desejado em dois deles e que não surtiu efeito nos outros dois alunos.

Ao sucesso de dois dos quatro alunos associou-se o facto de o *feedback* os ter orientado para uma reflexão sobre as respostas dadas e de os ter incentivado a completar e melhorar o seu trabalho, bem como comunicar melhor as suas ideias.

Ao insucesso de um dos alunos associou-se a ideia de que o *feedback* curto, apesar de claro e direto, não o desafiou a procurar outro caminho. Tal como já foi referido, o *feedback* associado a uma tarefa que implique a resolução de problemas deve ser longo e focado nos conteúdos matemáticos (Santos, 2018).

Ao insucesso do último aluno também se associa a dimensão do comentário, que neste caso foi um pouco longo e integrou várias questões, o que poderá ter causado alguma confusão na interpretação do mesmo por parte do aluno.

Analisando os resultados apresentados pelos autores, “o *feedback* escrito deve ter em consideração o recetor da mensagem para que de facto possa funcionar como um elemento comunicativo com a firme intenção de ajudar os alunos a melhorar as suas produções e as suas aprendizagens” (Terroso et al., 2018, p. 65), pelo que é importante que o professor adequue o conteúdo do que pretende comunicar a cada aluno. Na experiência levada a

cabo pelos autores, em que o *feedback* dado aos alunos não surtiu o efeito esperado, o professor, depois de refletir sobre o comentário elaborado, poderia adaptar o conteúdo do mesmo aos alunos a quem se destinava.

Costa (2021), ao relatar uma experiência realizada com alunos do 6.º ano de escolaridade, em que os estes realizaram tarefas relacionadas com a resolução de problemas, menciona “que o *feedback* escrito promove a melhoria das aprendizagens dos alunos com maiores dificuldades” (p. 20), ao nível dos conhecimentos e procedimentos matemáticos, e ao nível das capacidades envolvidas na resolução de problemas.

O autor conclui que o *feedback* escrito foi mais eficaz com alguns alunos, sendo que esta eficácia foi mais visível nas situações em que o *feedback* escrito se assemelhou ao *feedback* oral dado em contexto de sala de aula. Salienta, ainda, a importância de os comentários serem claros e de orientarem o aluno a refletir antes de registar as suas conclusões.

Todos os autores envolvidos nas experiências ou estudos anteriormente descritos reconhecem que a elaboração de um *feedback* eficaz é uma tarefa complexa, porém reconhecem e demonstram o grande potencial que esta prática de avaliação formativa pode ter na aprendizagem de conteúdos da área curricular de Matemática, em geral, e na resolução de problemas, em particular. Como tal, a investigação nesta área, a partilha de resultados sobre experiências e estudos realizados, a reflexão continuada e uma prática regular de *feedback* continuam a ser práticas pertinentes que necessitam de ajustes e melhorias constantes.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresentam-se e justificam-se as opções metodológicas adotadas neste projeto de investigação. São, também, apresentados as técnicas e os instrumentos de recolha de dados, bem como os procedimentos adotados para a análise dos mesmos.

2.1 Opções metodológicas

O método de investigação utilizado no âmbito da realização deste projeto de investigação é a investigação sobre a prática.

De acordo com Ponte (2002), o professor, no decorrer da sua prática profissional, depara-se com várias situações problemáticas que nem sempre podem ser resolvidas tendo por base apenas a sua experiência profissional, a sua boa vontade ou bom senso. Assim, surge a necessidade de o professor fazer uma investigação sobre as situações problemáticas que surgem na sua prática profissional, de maneira a lidar com as mesmas. Esta postura exige uma avaliação constante acerca da prática profissional e reformulação da mesma. Este autor refere que, tal como a participação no desenvolvimento curricular, a investigação sobre a prática profissional integra a identidade profissional dos professores.

Segundo Alarcão (2000), o desenvolvimento de práticas de qualidade não acontece sem investigação, reconhece-se, inclusive, uma relação entre a investigação, a qualidade da educação, o desenvolvimento profissional e institucional e a inovação. “Todo o professor merecedor deste nome é, no seu fundo, um investigador e a sua investigação tem íntima relação com a sua função de professor” (Alarcão, 2000, p. 6). Para esta autora, o professor tem de questionar as suas decisões educativas, tem de se questionar, por exemplo, quando se depara com o insucesso dos alunos, quando elabora uma crítica aos

manuais ou às propostas didáticas sugeridas. Assim sendo, o professor deve assumir o papel de professor-investigador.

Ponte (2002) refere que existem quatro motivos para que o professor assuma o papel de investigador sobre a sua própria prática:

i) Porque lhe permite ser protagonista no campo curricular e profissional, tendo mais ferramentas para contornar eventuais problemas que surjam.

ii) Porque potencia o desenvolvimento profissional e organizacional.

iii) Porque ajuda na construção do conhecimento dos professores, enquanto grupo profissional.

iv) Porque o ajuda a identificar com mais facilidade os problemas educativos.

Este autor define como objetivos da investigação sobre a prática: “alterar algum aspeto da prática” (p. 3) e “compreender a natureza dos problemas que afetam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de ação” (pp. 3-4).

A adoção de uma metodologia de investigação sobre a prática é adequada no âmbito deste estudo, uma vez que se pretende adotar uma prática que, de forma sistemática, procura refletir sobre as escolhas pedagógicas efetuadas e, conseqüentemente, desenvolver práticas profissionais ajustadas a cada contexto que possam colmatar eventuais problemas que surjam. Pretende-se, assim, assumir o papel de professor-investigador preconizado por Alarcão (2000) e referido anteriormente.

O estudo desenvolvido enquadra-se, maioritariamente, numa abordagem de investigação qualitativa, no entanto também integra a abordagem quantitativa. Para se compreender de que forma surgem estas duas abordagens no presente estudo, recordam-se, na Tabela 2, os objetivos que norteiam a realização deste projeto de investigação:

Tabela 2

Objetivos do projeto de investigação

Objetivos de investigação	
1.º objetivo	2.º Objetivo
Compreender o contributo do <i>feedback</i> no processo de resolução de problemas de Matemática	Identificar a perceção dos alunos sobre: - a resolução de problemas de Matemática - a importância que atribuem ao <i>feedback</i> na sua resolução

O primeiro objetivo é analisado através da comparação das resoluções concretizadas pelos alunos antes e depois do *feedback* escrito e/ou oral, bem como através da análise dos *feedbacks* redigidos por mim, ou seja, é analisada a primeira resolução dos alunos; de seguida, o *feedback* redigido por mim; no final, é analisada a segunda resolução dos alunos. Através da concretização deste objetivo, é possível responder às duas primeiras questões desta investigação: “De que modo o *feedback* contribui para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de Matemática?” e “Que aspetos do *feedback* potenciam a resolução de problemas de Matemática?”.

Foi, também, desenvolvida, no final da primeira tarefa, uma grelha de observação em função dos objetivos de aprendizagem definidos (Cf. Anexo A), com o intuito de facilitar a organização e análise dos dados recolhidos. O segundo objetivo é subdividido em dois e permite responder às seguintes questões da investigação: “Qual a perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de Matemática?” e “Qual a perceção dos alunos sobre a importância do *feedback* na sua resolução?”.

Este segundo objetivo será concretizado através da análise dos seguintes inquéritos por questionário:

1 - Foram concebidos e aplicados dois questionários aos alunos. Um foi aplicado antes do início da exploração das tarefas associadas a este estudo, outro, depois de concluída a exploração da sequência dessas tarefas, com o intuito de se recolher e analisar dados referentes à apreciação dos alunos sobre a resolução de problemas de Matemática (Cf. Anexos B e C).

2 - Foi elaborado um questionário referente ao *feedback* (Cf. Anexo D), de maneira a recolher dados sobre a percepção dos estudantes sobre a sua importância na reflexão e revisão da resolução de problemas de matemática (ou seja, se consideram que a informação facultada através do *feedback* os ajudou a alterar, completar ou melhorar a resolução de um determinado problema).

Perante os objetivos definidos para este projeto de investigação e a forma como será analisada a sua concretização, o trabalho desenvolvido enquadra-se num paradigma de investigação misto (qualitativo e quantitativo), uma vez que o investigador, por um lado, envolve-se com os sujeitos da investigação, através dos *feedbacks* dados e da observação participante, por outro, quantifica resultados obtidos através dos inquéritos por questionário (Cardoso, 2018).

Como referem Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa atribui ao investigador o papel de “instrumento principal” e caracteriza-se por ser o ambiente natural a fonte direta de dados. Mesmo quando o investigador utiliza um bloco de notas ou um equipamento de áudio, é através do contacto direto com o ambiente natural que recolhe a informação. A informação é revista pelo investigador e a compreensão que este faz da informação recolhida constitui o instrumento principal de análise.

Tendo em consideração as cinco características alicerçadas à abordagem de investigação qualitativa preconizada por Bogdan e Biklen

(1994), considera-se que esta abordagem é adequada à natureza deste estudo, na medida em que:

i) O investigador investiga e reflete sobre a sua prática no ambiente natural, em contacto com os alunos, confrontando a compreensão que estes têm acerca dos conteúdos e o desenvolvimento das suas aprendizagens com o *feedback* que lhes é facultado.

ii) Grande parte dos dados a analisar são apresentados na forma descritiva e “os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens” (p. 48). Incluem citações dos alunos, notas de campo e fotografias das resoluções dos alunos.

iii) Para o investigador é mais importante o processo do que apenas o resultado ou o produto, ou seja, o que é experienciado no decorrer do estudo é de extrema importância e prevê, se necessário, a adequação de práticas e ajuste de estratégias.

Foi no decorrer do processo que se planificaram as diferentes tarefas, que se previram dificuldades, que se anteviram estratégias que os alunos podiam utilizar durante a resolução de problemas de matemática, que se prepararam as discussões coletivas, que se elaboraram *feedbacks* adequados a cada resolução analisada, que os alunos se apropriaram desses *feedbacks* e os utilizaram para reverem ou melhorarem as suas resoluções. Assim, comparado com todos estes aspetos, o produto final tem, efetivamente, menor importância.

iv) No presente projeto de investigação, o investigador tende a analisar os dados de forma indutiva, uma vez que não se pretende comprovar nenhuma teoria pré-concebida. De acordo com esta abordagem, o rumo da teoria sobre o objeto de estudo “só se começa a estabelecer após a recolha dos dados e o passar de tempo com os sujeitos” (p. 50).

v) As opiniões ou as conjeturas dos sujeitos interessam ao investigador, ou seja, “O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos”

(p. 51). O significado que os sujeitos atribuem às coisas é fundamental nesta abordagem.

Indo ao encontro desta ideia, no decorrer deste projeto de investigação, procurou-se questionar os alunos sobre as suas experiências (as suas interpretações, resoluções, revisões, decisões), bem como sobre o modo como as interpretam.

No paradigma da investigação quantitativa, os objetivos passam por “encontrar factos” e descrever estatisticamente determinadas situações; os dados obtidos são quantitativos, uma vez que se traduzem num número; e as técnicas de recolha de dados podem ser efetuadas através de inquéritos por questionário. Nesta perspetiva, a análise de dados é dedutiva e é verificável depois da recolha dos dados (Bogdan & Biklen, 1994).

Para Coutinho (2016), de acordo com a perspetiva quantitativa de investigação, a pesquisa é centrada na análise dos factos e dos fenómenos observáveis, bem como na medição/avaliação em variáveis passíveis de serem medidas, comparadas e/ou relacionadas.

Este paradigma está presente neste projeto de investigação pela recolha e análise de dados obtidos através dos inquéritos por questionário passíveis de serem quantificados. Além destes inquéritos por questionário, também a grelha de observação permite obter dados passíveis de serem quantificáveis.

2.2 Técnicas de recolha de dados

De acordo com Coutinho (2016), os termos “Metodologia”, “Métodos” ou “Técnicas”, são utilizados para designar os diferentes meios que visam apoiar o investigador na sua procura pelo conhecimento.

O método é o caminho e as técnicas correspondem ao modo como esse caminho deve ser percorrido (Latorre et al., 1996, as cited in Coutinho, 2016). A metodologia terá a função de identificar os limites e alcance dos métodos,

de definir os princípios, procedimentos e estratégias que são mais apropriadas para uma determinada investigação (Latorre et al., 1996, as cited in Coutinho, 2016).

Nesse sentido, considera-se que é importante selecionar os procedimentos e as estratégias da investigação, de refletir sobre o modo como a investigação é planeada e proceder-se à caracterização e justificação do uso de determinadas técnicas e instrumentos. Assim sendo, importa referir quais os procedimentos de recolha de dados que serão utilizados durante este projeto de investigação: a observação participante, a pesquisa documental e os inquéritos por questionário.

2.2.1 Observação: participante, estruturada e não estruturada

Afonso (2005) descreve a observação como uma técnica de recolha de dados de grande utilidade e confiável por não ser condicionada pelas opiniões dos sujeitos de investigação. Para o autor, esta traduz-se em registos escritos, de vídeo ou áudio realizados pelo investigador.

A observação, quando comparada com outras técnicas, tem a vantagem de os factos serem compreendidos diretamente, sem qualquer intermediação, reduzindo-se, assim, a subjetividade que pode permear o processo de investigação (Gil, 2008).

Gil (2008) refere que, de acordo com o nível de participação do observador, a observação pode ser participante ou não participante. Para a concretização deste projeto de investigação, optou-se pela observação participante. Esta “consiste na participação real do conhecimento na vida da comunidade, do grupo ou de uma situação determinada” (p. 103). Deste modo, o investigador, até certo ponto, é membro integrante do grupo.

No decorrer do projeto de investigação, através da técnica de observação participante, com o intuito de alcançar o conhecimento almejado, foram identificadas as vantagens que esta técnica apresenta e que são reconhecidas por Kluckhohn, na medida em que:

i) Facilitou o acesso aos dados relacionados com as situações em que os alunos estão envolvidos habitualmente, nomeadamente nas aulas lecionadas, nas quais foram propostas e realizadas diferentes tarefas;

ii) Possibilitou o acesso a dados que podem ser considerados pelo grupo de domínio privado, tais como as produções realizadas pelos alunos;

iii) Possibilitou captar as explicações que acompanham o comportamento e/ou as decisões dos observados (dos alunos) no decorrer das tarefas (as cited in Gil, 2008).

É habitual distinguir-se o conceito de observação estruturada de observação não estruturada: a observação estruturada, por norma, inclui grelhas que contêm os objetivos de pesquisa previamente definidos; a observação não estruturada pode surgir a partir das notas de campo manuscritas ou gravadas em áudio. Não obstante esta distinção, para Afonso (2005), toda a observação deve ser estruturada, uma vez que parte de questões iniciais, previamente definidas - são estas que regem a observação realizada.

Recorrendo-se à distinção habitual dos dois conceitos referidos anteriormente, no campo da observação estruturada foi utilizada, em cada uma das tarefas propostas no âmbito deste projeto de investigação, uma grelha de observação que ordena os aspetos a ter em consideração no decorrer da observação, que permitem verificar o cumprimento dos objetivos de investigação. Nesta grelha, os registos foram efetuados com base em “informação anteriormente pré-codificada, de teor quantitativo ou facilmente quantificável, através de menções simples” (Afonso, 2005, p. 92), nomeadamente S/N/NO (Cf. Anexo A).

Em relação aos produtos que resultam de uma observação não estruturada, podem ser produzidos, numa primeira fase, na forma de notas de campo manuscritas ou gravadas em áudio, numa segunda fase, através de relatórios de campo (textos mais elaborados e reflexivos) que são redigidos a partir das notas de campo (Afonso, 2005).

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 150), “nos estudos de observação participante todos os dados são considerados notas de campo”. As notas de campo são “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (p. 150). Neste sentido, a observação efetuada, para além dos registos áudio e da grelha de observação, foi complementada pelas notas de campo. Muitas vezes, estas surgiram no decorrer do projeto de investigação para complementarem as informações registadas na grelha de observação.

Segundo os autores supracitados, as notas de campo podem ser descritivas ou reflexivas. Relativamente às descritivas, no presente projeto de investigação, podem descrever-se algumas ações ou diálogos realizados pelos alunos – tipo descritivo. Salienta-se que, indo ao encontro da ideia preconizada por Afonso (2005), procurou-se que as notas de campo fossem concretas em vez de vagas e que descrevessem as observações do investigador em vez das inferências que podiam resultar dessa observação.

Quanto à parte reflexiva das notas de campo, em adição ao material descritivo, reflete um relato mais pessoal e, conseqüentemente, mais subjetivo. “As reflexões são um meio para a realização de um estudo melhor, e não um fim em si próprias” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 165). No âmbito deste projeto, a parte reflexiva inclui, por exemplo, algumas das dificuldades sentidas, impressões ou aspetos que podem ser melhorados numa futura investigação.

Nos momentos de dinamização das tarefas propostas por mim, existiam 11 ou 12 pares de alunos a realizar a tarefa em simultâneo, pelo que se seria impossível recordar ou registar todas as suas interações. De modo a colmatar esta dificuldade, as gravações áudio foram utilizadas para se registarem algumas interações entre os pares e os momentos das discussões coletivas, de maneira a poder estar concentrada nas comunicações que os pares realizavam, para propor uma nova estratégia, se necessário, ou, ainda,

para estabelecer conexões entre as diferentes resoluções selecionadas para cada discussão coletiva.

As gravações áudio realizadas nos momentos de trabalho a pares, permitiram analisar o efeito do *feedback* oral dado aos alunos e compreender de que forma os alunos interpretaram e se apropriaram do *feedback* escrito, ou seja, como o discutiram entre pares e como o utilizaram na revisão da resolução do problema de matemática. As gravações áudio das discussões coletivas permitiram analisar como os alunos comunicaram com a turma a resolução do problema de matemática, como comunicaram a estratégia que utilizaram e como descreveram a sua forma de pensar.

Para Gil (2008, p. 105), “O registo da observação é feito no momento em que esta ocorre e pode assumir diferentes formas”. No decorrer deste projeto de investigação, no que respeita à observação, recorreu-se, maioritariamente, ao registo através de gravações áudio, à grelha de observação desenvolvida e, de forma mais pontual, às notas de campo (registos escritos).

2.2.2 Pesquisa documental

A pesquisa documental é uma técnica de recolha de dados e pode ser classificada de acordo com a natureza dos documentos a investigar. Os documentos podem ser classificados em documentos oficiais, documentos públicos ou documentos privados (Afonso, 2005).

No âmbito desta investigação opta-se por uma pesquisa documental afeta à documentação privada, mais precisamente, a uma categoria de documentos intitulada “documentos pessoais”, da qual fazem parte os trabalhos desenvolvidos pelos alunos.

Sendo este um projeto que investiga o contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de matemática, esta opção vai ao encontro da ideia preconizada por Máximo-Esteves (2008) que defende que

a análise das produções das crianças é fundamental quando o foco da investigação é centrado nas aprendizagens dos alunos.

Para facilitar a pesquisa documental, todas as primeiras resoluções de problemas de matemática dos alunos foram fotografadas, os *feedbacks* entregues aos alunos foram registados em formato Word e as segundas resoluções de problemas de matemática foram, também, fotografadas.

2.2.3 Inquérito por questionário

De acordo com Afonso (2005), o inquérito por questionário consiste num conjunto de questões escritas às quais devem ser dadas respostas também por escrito. Para este autor, quando se constrói um questionário, o objetivo principal consiste na conversão da informação obtida, através das respostas dos inquiridos (alunos), em dados pré-formatados. As respostas dadas pelos alunos a algumas das questões que integram os inquéritos por questionário, realizados no decorrer do projeto, são exemplos de informação recolhida que pode ser convertida em dados pré-formatados.

O inquérito por questionário consiste em, entre outras possibilidades, colocar “a um conjunto de inquiridos, geralmente representativo de uma população, ... perguntas relativas ... às suas opiniões ..., ao seu nível de conhecimento ... ou ainda sobre qualquer outro ponto que interesse os investigadores” (Quivy & Campenhoudt, 1998, p. 188). Nos questionários aplicados no decorrer desta investigação, foram colocadas questões aos alunos relacionadas com a sua opinião e sobre o nível de conhecimento que têm referente às etapas de resolução de problemas preconizadas por Pólya.

Duas das vantagens desta técnica de investigação identificadas por Gil (2008), relacionam-se com o facto de esta possibilitar atingir um grande número de pessoas e por permitir que os inquiridos não sejam influenciados por opiniões de terceiros.

Neste projeto de investigação pretendeu-se analisar a opinião de todos os alunos acerca da resolução de problemas de matemática e analisar a

opinião de todos os pares relativamente à utilidade do *feedback* na revisão da resolução de problemas. Assim, devido à quantidade de inquiridos no primeiro e último questionário (24 alunos) e nos questionários intermédios relativos ao *feedback* (11 ou 12 pares), considerou-se a aplicação de inquéritos por questionário adequada a esta investigação.

Os inquéritos por questionário aplicados neste projeto de investigação cobrem as três áreas da recolha de informação preconizadas por Afonso (2005):

i) O que o sujeito da investigação/respondente sabe (na questão em que se solicita aos alunos para descreverem os passos que costumam seguir quando resolvem um problema de matemática);

ii) O que o sujeito da investigação/respondente quer ou prefere (na questão em que os alunos devem escolher o problema que mais/menos gostaram de resolver);

iii) O que o sujeito da investigação/respondente pensa ou crê (por exemplo, na questão em que os alunos devem indicar se o *feedback* foi útil e respetiva justificação).

Quanto às questões do inquérito por questionário, estas foram desenvolvidas a partir das questões de pesquisa deste projeto; procurou-se utilizar um vocabulário adequado ao contexto dos sujeitos da investigação (alunos); as questões foram formuladas de forma clara; e foram ordenadas de acordo com uma sequência lógica.

Em relação ao formato das respostas, com base na classificação de Tuckman, os inquéritos por questionário desenvolvidos no âmbito deste projeto, incluem respostas do tipo categórico (sim ou não); em escala, nas situações em que os alunos devem avaliar a utilidade do *feedback* dado pelo investigador (os alunos podem escolher entre 3 possibilidades); não estruturada ou aberta, quando os sujeitos da investigação (os alunos) são convidados a elaborar uma frase ou um pequeno texto que justifique as suas

escolhas ou que descreva o que sabem sobre as etapas de resolução de problemas (Afonso, 2005).

Para o inquérito por questionário ser fiável é importante envolver os sujeitos da investigação/respondentes, é fundamental que aceitem responder de forma voluntária e que respondam, realmente, sobre o que sabem, querem ou pensam (Afonso, 2005). Como tal, os sujeitos envolvidos neste projeto de investigação – os alunos, depois de o mesmo ter sido apresentado e devidamente contextualizado, foram convidados a responder às perguntas colocadas de forma clara e franca. No papel de investigadora, procurei realçar que não existem respostas certas ou erradas, todas as respostas têm igual valor; evitei as sugestões de respostas, procurando apenas esclarecer dúvidas relacionadas com a interpretação de algumas das questões.

2.3 Procedimentos de análise de dados

Quivy e Campenhoudt (1998) defendem que a maioria dos métodos de análise das informações depende da análise estatística dos dados e da análise de conteúdo.

A análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições (...) de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205)

No âmbito desta investigação, a análise dos dados recolhidos sucedeu em duas fases: na primeira, a análise foi concomitante com a recolha de dados e resultou das reflexões e alterações que foram sendo realizadas no decurso da minha prática; na segunda fase, a análise dos dados foi efetuada depois da

recolha dos dados, de forma mais formal e aprofundada, no momento de redação do presente relatório.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), ainda que a análise concomitante seja uma prática que é utilizada, maioritariamente, por investigadores mais experientes, alguma análise deve ser efetuada durante a recolha de dados, de maneira a evitar que os dados recolhidos não sejam “suficientemente completos para realizar posteriormente a análise” (p. 206).

Considerando que nem todos os dados foram analisados no momento da sua recolha, houve necessidade de organizá-los de maneira a facilitar a análise posterior. As primeiras resoluções de cada tarefa foram fotografadas e arquivadas em pastas no computador, organizadas por tarefas, juntamente com os *feedbacks* redigidos por mim.

Os dados recolhidos a partir da folha de resolução revista e melhorada pelos alunos (segunda resolução), os inquéritos por questionário referentes à importância do *feedback* e as grelhas de observação foram arquivados numa pasta de fole A4, organizados por tarefa (uma divisória continha todos os dados recolhidos no decorrer de uma tarefa). Nesta pasta foram, ainda, arquivados, em divisórias definidas para o efeito, os inquéritos aplicados antes e depois da realização da sequência de tarefas sobre a resolução de problemas de Matemática. Além das primeiras resoluções, todos os dados recolhidos e ilustrados neste relatório foram fotografados posteriormente.

Considerando os dados recolhidos no âmbito deste projeto de investigação, a análise dos dados é efetuada através da análise estatística e análise de conteúdo.

Em relação à análise estatística dos dados, esta é realizada a partir dos inquéritos por questionário e de alguns dados registados nas grelhas de observação, passíveis de ser quantificados. A análise destes dados insere-se na estatística descritiva, envolvendo a construção de tabelas de frequências ou representações gráficas de dados e consequente interpretação desses dados. Através da quantificação da informação recolhida, é possível verificar,

por exemplo, o número de alunos que considerou que o *feedback* os ajudou a reverem e a resolverem o problema de matemática, bem como o número de alunos que gosta (ou não) de resolver problemas de matemática. Importa, também, referir que os dados quantitativos obtidos são referentes ao número total de alunos da turma na qual decorreu esta investigação.

Quanto à análise de conteúdo, é realizada a partir dos *feedbacks* redigidos por mim e facultados aos alunos, das notas de campo registadas, muitas vezes, na grelha de observação, das gravações áudio e das produções dos alunos (primeira resolução do problema de matemática realizado pelos alunos e revisão/nova resolução do problema de matemática efetuado pelos alunos).

Desta forma foi possível analisar de que modo os alunos utilizaram o *feedback* escrito para reverem e melhorarem a sua primeira resolução, bem como a estratégia que utilizaram na segunda resolução; foi possível analisar se os alunos identificaram e adicionaram as informações em falta; se obtiveram um resultado válido depois de receberem o *feedback* (no caso dos alunos que obtiveram um resultado incorreto na primeira resolução); ou se identificaram uma nova estratégia de resolução para o problema proposto (no caso dos alunos que obtiveram um resultado correto na primeira resolução).

Deste processo resultaram categorias de análise de conteúdo baseadas nos seguintes critérios:

- I. Tipologia das dificuldades sentidas pelos alunos e identificadas durante a análise da primeira resolução;
- II. Características do *feedback* redigido de acordo com a análise da primeira resolução;
- III. Alterações realizadas pelos alunos depois de receberem o *feedback*.

Estas categorias de análise de conteúdo foram definidas com o propósito de orientar a análise sobre o contributo do *feedback* no processo de aprendizagem dos alunos acerca da resolução de problemas de matemática.

Ainda em relação à análise dos dados, é pertinente referir que o presente estudo incidiu sobre todos os alunos da turma. Porém, devido à elevada quantidade de informação recolhida, a análise dos dados referente a cada problema proposto recai apenas sobre a resolução de alguns pares, sendo o critério desta seleção o foco do *feedback* redigido por mim: *feedback* dado com o intuito de os alunos identificarem informação em falta; *feedback* transmitido com o propósito de os alunos efetuarem alterações que influenciem o resultado; *feedback* redigido com a finalidade de propor uma extensão da tarefa inicial ou uma tarefa adicional.

Para se compreender como foi organizada a análise dos dados recolhidos, apresenta-se de seguida o modo como foi organizado o capítulo 4 deste relatório, que se encontra dividido em quatro secções:

- I. Na primeira secção, apresenta-se a análise e discussão dos dados recolhidos através das produções realizadas pelos alunos, dos *feedbacks* redigidos por mim, das grelhas de observação, de algumas notas de campo registadas e de diálogos mantidos com os alunos.
- II. Na segunda secção, apresenta-se uma análise global dos dados recolhidos durante a realização dos cinco problemas propostos, relativamente ao número de pares que reviu e corrigiu as suas resoluções ou que completou informação em falta/realizou tarefas extra/realizou extensões de tarefas.
- III. A terceira secção, apresenta a análise dos dados recolhidos através de inquérito por questionário referente à importância que os alunos atribuem ao *feedback* na resolução de problemas.
- IV. Na quarta secção, apresenta-se a análise dos dados recolhidos através dos inquéritos por questionário sobre a resolução de problemas de Matemática, aplicados antes e depois da sequência de tarefas propostas.

Para finalizar este capítulo, apresenta-se a ideia preconizada por Jacky Beillerot, que defende que uma investigação deve cumprir três requisitos mínimos: produzir conhecimentos novos; utilizar uma metodologia rigorosa e ser pública (as cited in Ponte, 2002). Este Projeto de Investigação procura cumprir estes requisitos, na medida em que produz conhecimentos novos para a autora, assume uma natureza metódica e sistemática e espera-se que o resultado seja comunicado, apreciado e avaliado.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

O presente capítulo, uma vez que tem duas finalidades distintas, encontra-se dividido em duas secções. A primeira secção consiste na apresentação do contexto onde decorreu o projeto de investigação e os participantes. A segunda surge com o propósito de descrever e fundamentar a intervenção pedagógica.

3.1 Contexto e participantes

Nesta secção são apresentados, de forma sucinta, o contexto no qual desenvolvi este estudo e os participantes que integraram este projeto de investigação.

3.1.1 O Contexto

O presente projeto de investigação foi desenvolvido em contexto de estágio, o último que frequentei no âmbito do Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, que decorreu durante 10 semanas. A escola na qual estagiei e desenvolvi este projeto localiza-se numa zona periurbana, no concelho de Palmela, distrito de Setúbal. Foi inaugurada em outubro de 2004 e iniciou as suas atividades letivas durante o mês de novembro do mesmo ano.

Em relação às infraestruturas, o edifício tem dois pisos, com 3 salas de Jardim de infância no rés do chão e 13 salas destinadas ao 1.º Ciclo do Ensino Básico no primeiro andar. Para além das 16 salas, a escola tem uma receção, um gabinete de coordenação e gestão, uma sala de professores, um gabinete destinado ao apoio educativo, duas arrecadações, sendo que uma delas é utilizada, em exclusivo, para acondicionar material didático, um ginásio, um refeitório, uma biblioteca, uma sala de informática, um vestiário e várias casas de banho, distribuídas pelos dois pisos que integram o edifício,

que servem as diferentes salas, valências e departamentos. Tem, ainda, um espaço exterior amplo do qual fazem parte áreas de jogo e recreio, com alguns equipamentos lúdicos e um campo de futebol.

Relativamente aos Recursos Humanos, o corpo docente e não docente é constituído por uma Coordenadora (professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico, sem turma atribuída), um professor bibliotecário, treze professoras titulares de turma, três educadoras, uma professora de Educação Especial, uma psicóloga e várias assistentes operacionais que apoiam a Educação Pré-escolar e o 1.º Ciclo do Ensino Básico.

A população escolar é constituída por cerca de 380 alunos, distribuídos por 16 salas, nas valências de Jardim de infância e 1.º Ciclo do Ensino Básico. A escola tem três grupos a frequentar a Educação Pré-escolar; três turmas que frequentam o 1.º ano; três turmas que frequentam o 2.º ano; três turmas a frequentar o 3.º ano; três turmas a frequentar o 4.º ano; e uma turma mista com alunos que frequentam o 3.º e 4.º anos de escolaridade.

A escola em que estagiei pertence a um agrupamento que se rege por determinados valores, como a qualidade, a inovação, a eficácia, o respeito, a tolerância, a liberdade, a solidariedade, a sustentabilidade e a responsabilização. Relativamente à sua Missão, o agrupamento pretende contribuir para a formação de cidadãos participativos, interessados e despertos para a vida económica, social e cultural do país. Por fim, em relação à Visão, defende que todos devem ser mobilizados no sentido de contribuir para uma melhoria do desempenho individual e para a integração de todos os seus elementos, procurando, assim, ser uma escola inclusiva de referência.

Considero que a investigação que desenvolvi vai ao encontro de alguns ideais defendidos pelo agrupamento, na medida em que procurei que a mesma contribuísse para a melhoria do desempenho dos alunos, incentivei a participação ativa destes nas discussões coletivas e promovi, através das metodologias e dos métodos de aprendizagem aos quais recorri, que os alunos respeitassem as opiniões dos colegas.

3.1.2 A Turma

Este estudo foi desenvolvido com uma turma de 3.º ano de escolaridade, da qual fazem parte 24 alunos, 14 rapazes e 10 raparigas, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos.

Com base nas conversas informais mantidas com a professora cooperante, foi possível perceber que se trata de uma turma que, globalmente, demonstra interesse nos novos conteúdos trabalhados, que participa nas propostas de tarefas ou desafios com empenho e que evidencia alguma autonomia no trabalho que é proposto pela professora. A turma demonstra, também, autonomia nos momentos em que é necessário formar pequenos grupos de trabalho, quando são definidas as tarefas semanais ou quando é necessário utilizarem o computador para a realização de trabalhos (cada aluno traz o seu computador, pelo menos, dois dias por semana).

Ainda de acordo com a professora cooperante, é uma turma bem-sucedida ao nível da aquisição das aprendizagens contempladas nas Aprendizagens Essenciais, não tendo existido casos de insucesso (negativas) no ano letivo de 2021/2022. Não obstante este facto, tendo em consideração o que observei e segundo a professora cooperante, os alunos têm diferentes ritmos de aprendizagem e de trabalho. Apesar de todos terem positiva em todas as áreas curriculares, alguns alunos demonstram ter mais dificuldades em determinados temas/determinadas áreas curriculares. Existem, inclusive, dois alunos que beneficiam do apoio dado por uma docente de apoio educativo.

No âmbito desta investigação, e focando-me na temática em estudo, ou seja, o *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática, será importante realçar que uma das dificuldades identificadas pela professora cooperante, relaciona-se com a resolução de problemas, mais precisamente, com o facto de os alunos não seguirem todas as etapas recomendadas por Pólya, especialmente a etapa relacionada com a definição do plano. De acordo com a professora cooperante, a maioria dos alunos apresenta dificuldades em

definir o plano que quer seguir para resolver determinado problema de Matemática e alguns alunos, por vezes, demonstram dificuldades na compreensão dos enunciados.

Tendo em consideração a dificuldade identificada pela professora cooperante, a qual pude constatar no decorrer do estágio, considero que a realização deste projeto de investigação foi bastante pertinente para os participantes envolvidos, na medida em que procurou colmatar uma dificuldade sentida pelos mesmos.

3.2 Apresentação e fundamentação da intervenção pedagógica proposta

Nesta secção são apresentadas as opções que nortearam a intervenção pedagógica deste estudo, é descrito o modo como foram exploradas as tarefas em contexto de sala de aula e são apresentados os problemas propostos no decurso do projeto de investigação.

3.2.1 Opções que nortearam Intervenção Pedagógica

Foram propostas e realizadas cinco tarefas relacionadas com a resolução de problemas de Matemática. Houve uma preocupação em articular estas tarefas com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante, com conteúdos trabalhados em outras áreas curriculares, com situações do quotidiano da turma que suscitassem o interesse dos alunos ou com algumas dificuldades sentidas pelos alunos e identificadas por mim.

Tipos de problemas

Procurou-se que as tarefas propostas constituíssem um problema para os alunos, no sentido de não se assemelharem a problemas de matemática realizados anteriormente ou a problemas em que os alunos tivessem apenas de aplicar uma regra conhecida. Optou-se, assim, por se propor a realização

de problemas do tipo *não rotineiro*, por constituírem uma maior exigência e desafio para os alunos, e *fechados*, uma vez que estão associados a uma única solução. Não obstante este facto, os problemas propostos permitiram que os alunos recorressem a diferentes estratégias para alcançar a solução.

Em relação à informação apresentada no enunciado do problema, os problemas que integram este estudo são estáticos, na medida em que toda a informação relevante é apresentada no enunciado.

Modalidade de trabalho

Optou-se pela modalidade de trabalho a pares em todas as propostas de tarefas realizadas no âmbito deste estudo, sendo que, devido à ausência de um aluno em duas das aulas, optou-se pela constituição de um grupo de 3 alunos nestes dias. De maneira a seguir a prática adotada pela professora cooperante, os pares foram formados pelos próprios alunos, ou seja, foram estes que selecionaram o colega com quem iriam trabalhar. No momento da constituição dos pares, foi conversado que os mesmos deveriam manter-se no decorrer do projeto (durante a realização das 5 tarefas propostas).

Deste modo, considerou-se que os alunos tiveram um papel ativo e decisivo na formação dos pares, foi-lhes dado o poder de decisão e promovida uma maior autonomia. Além deste aspeto, esta modalidade de organização do grupo teve o propósito de proporcionar aos alunos a possibilidade de discutirem entre si as interpretações dos enunciados; definirem e executarem um plano para a resolução de determinado problema; reverem as tarefas; interpretarem os *feedbacks* redigidos por mim; melhorarem as suas resoluções; e partilharem, com os colegas, as estratégias que utilizaram para resolver determinado problema. Considerou-se, assim, que a organização dos alunos a pares promoveria a partilha de responsabilidades e o trabalho cooperativo.

Voltando a referir uma ideia realçada por Santos (2018), a propósito de um estudo que efetuou, o facto de os trabalhos realizados em grupo

refletirem uma maior evolução, comparativamente com os realizados individualmente, influenciou a decisão de optar por esta modalidade de trabalho.

Calendarização das tarefas

Para se compreender como foram calendarizadas as tarefas, apresenta-se de seguida a tabela 3 com a calendarização e designação das tarefas propostas, bem como a modalidade de trabalho adotada.

Tabela 3

Calendarização das tarefas propostas

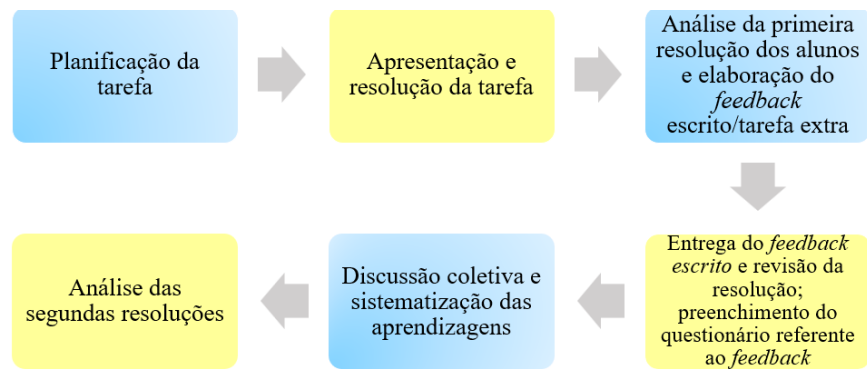
N.º da tarefa	Data	Semana da intervenção	Designação da tarefa	Modalidade de trabalho
1	20 e 27-04-2022	4 e 5	As compras da Inês	12 pares
2	27-04-2022 e 09-05-2022	5 e 6	A Gelataria	12 pares
3	04 e 10-05-2022	6 e 7	O sistema de arrumação dos pinguins	10 pares e 1 grupo de 3 alunos
4	18 e 25-05-2022	8 e 9	A arrumação dos pinguins nas gavetas	12 pares
5	25 e 30-05-2022	9 e 10	Os passageiros do autocarro	11 pares

Operacionalização do projeto de investigação

De maneira a explicar como foi operacionalizado esta investigação, é apresentado na figura 2 um esquema exemplificativo que refere as diferentes etapas que cada tarefa abrangeu.

Figura 2

Operacionalização do projeto de investigação



Cada tarefa que integra este projeto de investigação seguiu o esquema acima apresentado, o qual passo a descrever:

- 1) Efetuei a planificação de uma tarefa ou sequência de tarefas que integrou a resolução de um problema de Matemática;
- 2) Apresentei a tarefa à turma e os alunos realizaram o problema proposto a pares;
- 3) Posteriormente, analisei as resoluções dos alunos e elaborei o *feedback* escrito e, sempre que necessário, preparei uma tarefa adicional ou extensão da tarefa inicial;
- 4) Na semana seguinte, entreguei o *feedback* escrito numa folha colorida a cada par, que procedeu à revisão e melhoria da sua primeira resolução, identificou uma nova estratégia para resolver o mesmo problema ou realizou uma tarefa adicional. No final da segunda resolução, os alunos preencheram o inquérito por questionário referente à importância do *feedback* na melhoria da primeira resolução do problema.
- 5) Depois de uma breve apreciação sobre as segundas resoluções realizadas pelos alunos, selecionei os pares que participaram

na discussão coletiva. Esta contou com a participação ativa dos alunos, sob a minha orientação, e procurei que fossem estabelecidas conexões entre as estratégias apresentadas e discutidas em grande grupo. No final da discussão coletiva foi realizada uma sistematização das aprendizagens.

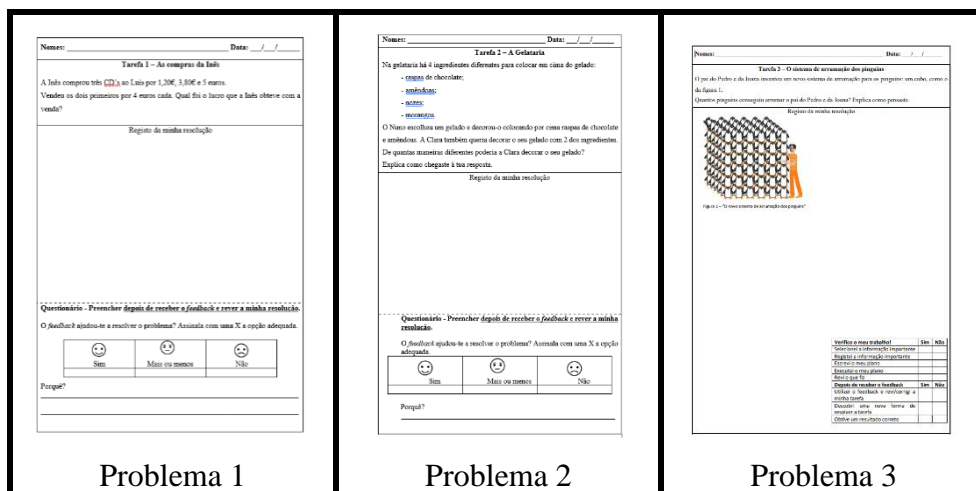
- 6) Numa fase posterior, analisei as segundas resoluções realizadas pelos alunos.

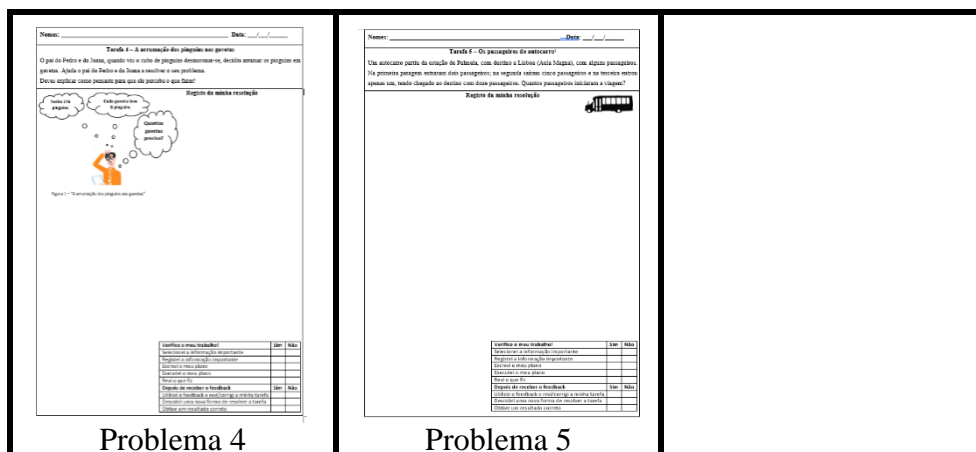
Apresentação das tarefas (formato)

Todas as tarefas, independentemente da sua contextualização, incluíram o enunciado de um problema, apresentado numa folha em formato A4, como exemplificado na figura 3. Os enunciados dos problemas serão detalhados posteriormente, ainda neste capítulo, na alínea 3.2.3.

Figura 3

Problemas propostos no âmbito deste projeto de investigação





Foram, também, efetuadas algumas alterações no decorrer do projeto, que serão pormenorizadas no capítulo 4, com o intuito de facilitar a autorregulação do trabalho dos alunos.

Objetivos de aprendizagem

Todos os problemas propostos tiveram inerentes objetivos de aprendizagem comuns, nomeadamente os relacionados com as etapas de resolução de problemas preconizadas por Pólya, definidos nas Aprendizagens Essenciais do 3.º ano de escolaridade, como descrito na tabela 4.

Tabela 4

Capacidades Matemáticas transversais e respetivos objetivos de aprendizagem

Capacidades Matemáticas:	Objetivos de aprendizagem
Tópico: Resolução de problemas Subtópico: Etapas do processo de resolução de problemas	- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.
Tópico: Resolução de problemas Subtópico: Estratégias de Resolução de problemas	- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas; - Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.

Capacidades Matemáticas:	Objetivos de aprendizagem
Tópico: Comunicação Matemática Subtópico: Expressão de ideias	- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito
Tópico: Comunicação Matemática Subtópico: Discussão de ideias	- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento

Nota. Retirado de DGE (2021, pp. 13-14, 18)

3.2.2 Fases do trabalho em torno das tarefas

Todas as tarefas propostas, depois da planificação, integraram cinco fases, quatro que correspondem às que integram a abordagem de ensino exploratório, já caracterizada no capítulo 1, e uma outra fase correspondente à análise das resoluções dos alunos e à elaboração do *feedback*. Como tal, de um modo geral, o trabalho desenvolvido em torno das tarefas seguiu a seguinte sequência:

1) Em cada tarefa proposta, depois de uma breve contextualização e apresentação da mesma à turma, o enunciado do problema foi entregue aos alunos e procedeu-se à leitura do mesmo. Combinei com os alunos, previamente, que durante a apresentação da tarefa não se discutiam estratégias que podiam ser utilizadas na resolução do problema e defini que não seriam dadas quaisquer pistas de resolução. Houve, sim, uma preocupação em orientar os alunos a lembrarem as etapas de resolução de problemas de Pólya.

2) Seguiu-se a fase de exploração do problema a pares. Nesta fase, principalmente nas primeiras tarefas, os alunos foram incentivados a relerem atentamente o enunciado, a registarem os dados importantes, a definirem um plano, a executarem o plano e a reverem a resolução do problema. Os alunos desenvolveram o seu trabalho, procurando identificar estratégias adequadas para resolver determinado problema.

Durante o desenvolvimento da tarefa, procurei circular pelos pares registando, através de gravações áudio e/ou registos, alguns diálogos

estabelecidos entre os alunos e entre mim e os alunos. Coloquei, quando considerei necessário, algumas questões que visaram apoiar a aprendizagem dos alunos, a exploração, o diálogo entre os pares e a definição de estratégias que apontassem para uma direção a seguir e que culminasse com a resolução da tarefa. Procurei não dar pistas de resolução, mas incentivei os alunos a registrar os passos que seguiam, fazendo-os lembrar as etapas que deveriam seguir para resolver os problemas de Matemática. Este incentivo foi sendo reduzido progressivamente, em cada novo problema, com a finalidade de promover uma maior autonomia nos alunos relativamente à resolução da tarefa. Esta fase termina com a recolha da tarefa.

3) A fase seguinte, que não integra a abordagem de ensino exploratório, incidiu sobre a análise que efetuei às resoluções desenvolvidas pelos alunos e incluiu a elaboração do *feedback* escrito.

Procurei que o *feedback* escrito fosse centrado nas tarefas realizadas e que os alunos se apropriassem do mesmo para melhorar as suas produções. Houve uma preocupação para que os alunos conseguissem compreender o progresso do seu trabalho, ou seja o que já tinham conseguido alcançar e o que faltava realizar para melhorar e/ou concluir as suas resoluções.

Estando associado à resolução de problemas, procurei que o *feedback* escrito fosse mais longo e focado nos conteúdos matemáticos. Durante a elaboração do *feedback* escrito, no caso dos pares que não demonstraram dificuldades na resolução, foi preparada uma tarefa adicional ou uma sugestão de resolução da mesma tarefa com recurso a outra estratégia, na medida em que esta prática avaliativa formativa não se destina apenas aos alunos que demonstraram ter dificuldades.

Esta fase incluiu, ainda, a etapa correspondente ao momento em que devolvi os problemas aos alunos com o respetivo *feedback* escrito. Os alunos foram orientados para uma leitura atenta deste *feedback* e para a revisão do problema realizado na semana anterior, tendo por base as indicações, sugestões, questões ou pistas da mensagem escrita. Neste momento circulei,

novamente, pela sala (pelos diferentes pares), de maneira a aferir se os alunos compreenderam a mensagem escrita e, sempre que se justificou, facultei *feedback* oral, com o objetivo de apoiar a interpretação ou complementar o *feedback* escrito.

Progressivamente, antes de ser dado o *feedback* oral, os alunos foram sendo cada vez mais orientados para uma segunda leitura do *feedback* escrito e discussão entre pares, com o intuito de os alunos reconhecerem no *feedback* escrito uma oportunidade para refletirem e melhorarem a sua resolução.

O *feedback* redigido por mim não teve como objetivo realçar ou sancionar os erros, mas sim dar pistas aos alunos para encontrarem uma resolução válida. Para além deste aspeto, o *feedback* teve como finalidade situar os alunos nas suas aprendizagens.

Procurei que, a partir da análise e reflexão sobre o *feedback*, os alunos desenvolvessem a sua aprendizagem através da melhoria das suas primeiras resoluções ou através da resolução de uma tarefa adicional, no caso dos pares que obtiveram um resultado correto na primeira resolução. Assim sendo, e refletindo uma prática de diferenciação pedagógica, na mesma sala de aula, e ao mesmo tempo, os diferentes pares poderiam desenvolver propostas de trabalho diferentes, dependendo dos *feedbacks* recebidos.

4) A “Discussão da tarefa”, que é uma das fases da abordagem de ensino exploratório, teve em consideração as cinco práticas preconizadas por Stein, descritas no Capítulo I, com a finalidade de se promoverem orquestrações de discussões matemáticas mais produtivas.

A partir de uma análise efetuada por mim, relativamente às estratégias que os alunos utilizaram para resolver cada problema, foram selecionados alguns pares para apresentarem a estratégia que utilizaram para resolver determinada tarefa.

Apesar de esta ser referida como a quarta fase do trabalho desenvolvido em torno das tarefas, a verdade é que teve início quando a planificação foi elaborada, quando foram antecipadas algumas das

dificuldades com as quais os alunos poderiam deparar-se durante a realização da tarefa, bem como quando foram previstas algumas das estratégias que poderiam utilizar.

O facto de contemplar várias estratégias de resolução durante o momento da planificação (não foram contempladas, apenas, na primeira planificação), ajudou-me nos momentos em que monitorizei o trabalho dos alunos, uma vez que consegui identificar, mais facilmente, as estratégias que estavam a utilizar, bem como se eram adequadas à tarefa proposta. Apoiou-me, ainda, a seleccionar os pares que participaram nas discussões coletivas e a apresentar estratégias que não foram utilizadas pelos alunos.

Em relação à ordem pela qual foram apresentadas as resoluções dos pares seleccionados, optei por começar da estratégia de resolução mais concreta à mais abstrata, da mais informal à mais formal ou da utilizada pela maioria à mais criativa, partindo do princípio de que os pares seriam seleccionados de acordo com o tipo de estratégia utilizada (estratégias diferentes). Cada par seleccionado para a discussão coletiva, teve oportunidade de registar no quadro e explicar a sua estratégia, esclarecendo, por vezes, dúvidas demonstradas pelos colegas.

5) Depois dos pares seleccionados apresentarem as suas estratégias à turma e destas serem discutidas em grande grupo, procurou-se estabelecer conexões entre as resoluções (5.^a prática preconizada por Stein) e identificar vantagens ou desvantagens em cada uma delas.

Defini, ainda, que se existisse alguma estratégia, considerada importante para a discussão e sistematização das aprendizagens, que não fosse utilizada pelos alunos, eu apresentá-la-ia como a “minha estratégia”, de maneira a enriquecer a discussão e a potenciar a aprendizagem de novas estratégias de resolução de problemas.




Em todas as planificações, o *feedback* escrito ou oral facultado foi identificado como uma estratégia de diferenciação pedagógica, na medida em que considera as dificuldades que cada par de alunos demonstrou ter para

resolver um determinado problema. O *feedback* redigido por mim pretendeu colmatar as dificuldades demonstradas por cada par de alunos, logo, cada par recebeu uma mensagem relacionada com a sua resolução.

De maneira a compreender-se qual a perceção que os alunos tiveram acerca da importância do *feedback* na resolução de problemas de Matemática, foi distribuído um inquérito por questionário a todos os pares no final da resolução de cada tarefa, como ilustrado na figura 4.

Figura 4

Inquérito por questionário referente ao feedback

Questionário - Preencher <u>depois de receber o feedback e rever a minha resolução.</u>		
O <i>feedback</i> ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.		
 Sim	 Mais ou menos	 Não
Porquê?		
<hr/>		
<hr/>		

3.2.3 Problemas propostos

Em articulação com a professora cooperante e com o apoio da professora orientadora, efetuei uma pesquisa relativamente aos problemas de Matemática que podiam ser utilizados ou adaptados no âmbito deste projeto de investigação. Alguns dos problemas propostos surgiram integrados em sequências de tarefas ou tarefas integradoras que, apesar de referidas ou descritas sucintamente, não serão objeto de análise neste estudo.

A maioria dos problemas propostos e tarefas adicionais foram retirados ou adaptados dos seguintes documentos:

- “A Experiência Matemática no Ensino Básico”, de Boavida et al. (2008);
- “Avaliação da resolução de problemas, mais um problema?”, de Brunheira (2020);
- “Números e Operações - 3.º ano”, de Mendes et al. (2010);
- “Aprender a Resolver Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico”, de Sousa e Mendes (2017)

De seguida, são apresentados os cinco problemas que foram propostos no decorrer da investigação. Na descrição de cada problema é referido o contexto que propiciou a realização do mesmo, são indicados os objetivos de aprendizagem da área curricular de Matemática, é apresentada a antevisão de possíveis estratégias que os alunos podiam utilizar para resolver cada problema e são indicadas eventuais dificuldades sentidas pelos alunos que antecipei.

Problema 1 – As compras da Inês

Contextualização e descrição do problema

O problema 1 surgiu integrado numa sequência de tarefas, detalhadas no Anexo E, relacionadas com a simulação de compra e venda de miniaturas de animais, de modo a introduzir o tópico matemático “Dinheiro” e a promover o debate e a sistematização das etapas de resolução de problemas preconizadas por Pólya, relacionando-se, ainda, com alguns objetivos da área curricular de Cidadania e Desenvolvimento. A planificação referente ao *feedback*, à revisão e melhoria das resoluções e à discussão coletiva encontra-se detalhada no Anexo F.

Esta sequência de tarefas permitiu, numa fase inicial, conversar com os alunos sobre o projeto de investigação que pretendia realizar, bem como convidá-los a participarem no mesmo. Como tal, contextualizei as tarefas que

iriam ser propostas no decorrer do estágio sobre a resolução de problemas de Matemática, expliquei que o trabalho seria realizado a pares e que teria uma periodicidade semanal, mas sujeita a alterações, se necessário.

Foi, ainda, comunicado que a avaliação da tarefa seria efetuada através de uma prática de *feedback*. Expliquei que, depois de os pares realizarem cada um dos problemas propostos, analisaria todas as resoluções e escreveria um comentário num post-it com o objetivo de os ajudar a reverem e a melhorarem as suas resoluções, se necessário. Os alunos, depois de lerem o *feedback*, efetuariam as alterações que considerassem necessárias e adequadas.

O indutor desta primeira sequência de tarefas foi uma visita ao Jardim Zoológico, na qual pude verificar que alguns alunos demonstraram dificuldades em selecionar as lembranças que poderiam comprar com um determinado montante. No momento da compra de gelados, alguns alunos demonstraram, também, ter dificuldades em verificar se o troco recebido estava correto. De modo a rever e a consolidar as aprendizagens já adquiridas no âmbito da área curricular de matemática (tema de Geometria e Medida, tópico Dinheiro), recriaram-se situações que envolveram a compra e venda de miniaturas de animais. Os alunos, através de simulações, tiveram a possibilidade de experienciar o papel de comprador e/ou de vendedor.

Antes de os alunos serem desafiados a realizar as simulações, foram recriadas duas simulações exemplificativas. Na primeira, o troco facultado estava correto; na segunda estava incorreto. Foi pedido aos alunos que comentassem as situações, sendo que os dados foram registados no quadro para facilitar o diálogo e as conclusões.

Depois de realizadas algumas tarefas desta sequência, descritas no Anexo E, informei os alunos que gostaria de saber qual a sua opinião relativamente à resolução de problemas, se gostavam de resolver problemas de matemática e de que forma é que os resolviam, reforçando que não existiam respostas certas ou erradas, o importante seria saber qual a opinião sincera dos alunos. Para recolher as opiniões dos alunos foi utilizado um

inquérito por questionário inicial acerca da resolução de problemas, conforme Anexo B.

Depois de preenchidos e recolhidos os questionários, foi resolvido, em grande grupo, um problema intitulado “O lucro do Pedro”, cujo enunciado é ilustrado na figura 5.

Figura 5

Problema "O lucro do Pedro"

Tarefa: O lucro do Pedro
<p>O Pedro comprou a miniatura de uma girafa no Jardim Zoológico por 4,50€ euros. A sua tia, que é colecionadora de miniaturas de animais, ofereceu-lhe 11€ pela girafa. Ele aceitou a proposta da tia.</p> <p>Quanto ganhou o Pedro com a venda da sua girafa?</p>

A resolução desta tarefa, em grande grupo, teve como finalidade promover a aprendizagem do conceito de “lucro” e, com os contributos dos alunos, sob a minha orientação, propiciou a construção de uma tabela com as etapas de resolução de problemas propostas por Pólya, conforme apresentado na figura 6. Posteriormente, esta tabela foi impressa e entregue aos alunos para que a pudessem consultar, sempre que considerassem necessário.

Figura 6

Etapas de resolução de problemas de Pólya

Etapas de resolução de problemas	
1.ª etapa - Compreender o problema	Ler o enunciado, sublinhar a informação importante, registar os dados de forma pessoal.
2.ª etapa - Estabelecer um plano	Decidir o que se vai fazer: um desenho, utilizar uma reta, realizar uma tabela, usar o algoritmo da adição ou da subtração, etc.
3.ª etapa - Executar o plano	Realizar o que se decidiu fazer na etapa 2. Atenção, pode ser necessário realizar mais do que um plano ou mudar de plano.
4.ª etapa - Avaliar os resultados	Refletir, rever e discutir sobre a resolução. Esta etapa incluirá a comunicação da resolução por parte dos grupos (não comunicam todos de uma vez).

De seguida, foi distribuída pelos pares o enunciado do primeiro problema que integra este projeto de investigação, como ilustrado na figura 7.

Figura 7

Problema 1: As compras da Inês

Nomes: _____ Data: ___ / ___ / _____
<p style="text-align: center;">Tarefa 1 – As compras da Inês</p> <p>A Inês comprou três <u>CD's</u> ao Luís por 1,20€, 3,80€ e 5 euros. Vendeu os dois primeiros por 4 euros cada. Qual foi o lucro que a Inês obteve com a venda?</p>

Nota. Adaptado de Boavida et al. (2008, p. 19)

Este é um problema de processo que, não apresentando uma solução óbvia, requer, para além da seleção de uma ou mais operações adequadas, um

esforço por parte dos alunos na definição da estratégia que devem seguir para alcançar uma solução válida. Sendo um problema com informação extra no enunciado, era esperado que os alunos refletissem para além da informação “enganadora” que o mesmo apresentava.

Objetivos de aprendizagem

Para além dos objetivos de aprendizagem que constam na tabela 4, este problema visa atingir o objetivo da tabela 5. Estes objetivos são evidenciados nas estratégias de resolução previstas e descritas de seguida.

Tabela 5

Problema 1 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático

Tema; tópico; subtópico	Objetivo de aprendizagem
Tema: Números Tópico: Operações Subtópico: Significados e usos das operações	Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e resolver problemas associados

Nota. Retirado de DGE (2021, p. 27)

Estratégias de resolução previstas

Apesar de não terem sido contempladas na planificação, apresentam-se de seguida duas possíveis estratégias de resolução que podiam ser utilizadas pelos alunos para resolverem o problema “As compras da Inês”:

1) Na transação do 1.º CD, a Inês comprou por 1,20€ e vendeu por 4,00€, logo, lucrou 2,80€ ($4,00€ - 1,20€ = 2,80€$). Na segunda transação, a Inês comprou por 3,80€ e vendeu por 4,00€, logo o lucro foi de 0,20€ ($4,00€ - 3,80€ = 0,20€$). Adicionando os lucros obtidos com as duas transações, ($2,80€ + 0,20€$), os alunos alcançariam o lucro total de 3,00€.

2) Os alunos considerariam em simultâneo o custo e o lucro dos dois CD's, ou seja: A Inês comprou por $1,20\text{€} + 3,80\text{€} = 5\text{€}$ (valor de custo dos 2 CD's); A Inês vendeu os CD's por $4,00\text{€} + 4,00\text{€} = 8\text{€}$. De seguida, poderiam realizar uma operação de subtração: $8\text{€} - 5\text{€} = 3\text{€}$ de lucro obtido.

Qualquer uma das estratégias implica a realização de várias operações e o desprezo pela informação extra facultada no enunciado.

Dificuldades previstas

Uma vez que os alunos não estão habituados a resolver problemas, seguindo e explicitando todas as etapas de resolução de problemas de Pólya, as dificuldades que antecipei quando efetuei a planificação da tarefa relacionam-se com este processo: os alunos seguirem e explicitarem todas as etapas, principalmente ao nível da definição do plano. Nesse sentido houve uma preocupação em lembrar as etapas junto dos alunos, quando resolveram o problema.

Sendo o *feedback* escrito, também, uma prática avaliativa nova para os alunos, previ que estes poderiam ter dificuldades em utilizar a mensagem escrita para rever e melhorar as suas resoluções, pelo que houve uma preocupação acrescida em complementar o *feedback* escrito com o *feedback* oral.

Problema 2 – A gelataria

Contextualização e descrição do problema

A planificação da apresentação e realização da tarefa integram o Anexo F. A planificação referente ao *feedback*, à revisão e melhoria das resoluções e à discussão coletiva encontra-se detalhada no Anexo G.

No seguimento da tarefa anterior, partindo-se da experiência vivenciada pelos alunos, relativamente à compra de gelados no Jardim Zoológico, foi desenvolvida e apresentada a segunda tarefa deste projeto de

investigação, com um problema intitulado “A gelataria”, como apresentado na figura 8.

Figura 8

Problema 2: A Gelataria.

Nomes: _____ Data: ___/___/____
Tarefa 2 – A Gelataria
Na gelataria há 4 ingredientes diferentes para colocar em cima do gelado: - <u>raspas</u> de chocolate; - <u>amêndoas</u> ; - <u>nozes</u> ; - <u>morangos</u> . O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspas de chocolate e amêndoas. A Clara também queria decorar o seu gelado com 2 dos ingredientes. De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado? Explica como chegaste à tua resposta.

Nota. Adaptado de Brunheira (2020, p. 11).

Trata-se de um problema de processo, na medida em que os alunos dificilmente o resolvem apenas por seleção das operações adequadas. Implica que recorram a estratégias de resolução mais criativas para obter uma solução válida, exige persistência e boa capacidade de organização.

Objetivos de aprendizagem

Para além dos objetivos de aprendizagem que constam na tabela 4, este problema visa atingir o objetivo da tabela 6. Estes objetivos são evidenciados nas estratégias de resolução previstas e descritas de seguida.

Tabela 6

Problema 2 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático

Tema; tópico; subtópico	Objetivo de aprendizagem
Tema: Números Tópico: Operações Subtópico: Significados e usos das operações	Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.

Nota. Retirado de DGE (2021, p. 27)

Estratégias de resolução previstas

Durante a planificação do problema "A gelataria", previ que os alunos recorressem a estratégias de resolução que implicassem representações icónicas, ou seja, que realizassem desenhos para representar as combinações possíveis. Além desta estratégia, a realização de esquemas, listas ou tabelas também foram contempladas na planificação como possíveis estratégias.

Por fim, antecipei uma resolução mais formal, o uso da multiplicação e adição.

Dificuldades previstas

Considerarei que, durante a resolução desta tarefa, os alunos poderiam manter algumas dificuldades em seguir e explicitar todas as etapas de resolução de problemas de Pólya, pelo que as mesmas foram lembradas, em grande grupo, antes do início da tarefa.

Continuei a prever que alguns pares teriam dificuldade em utilizar o *feedback* escrito que elaborei para reverem e melhorarem a sua resolução. Assim sendo, continuei a complementar o *feedback* escrito com o oral, junto dos pares que demonstraram mais dificuldades, realçando a importância que o *feedback* pode assumir para melhorarem as suas resoluções, evidenciando, por vezes, algumas pistas escritas.

Tal como descrito na planificação que se encontra no Anexo G, na alínea referente à discussão coletiva da resolução deste problema, delineei que se nenhum par recorresse às operações de multiplicação e adição, orientaria a discussão coletiva no sentido de relacionar estas operações com uma resolução em que os alunos efetuassem uma lista com as possíveis combinações, por exemplo. Esta possibilidade foi referida na planificação, por prever que nenhum par recorresse à multiplicação e/ou adição na sua resolução.

Problema 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

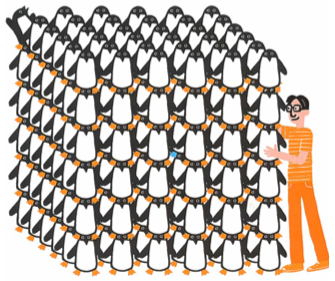
Contextualização e descrição do problema

O terceiro problema proposto faz parte de uma tarefa integradora, que pode ser lida na íntegra nos Anexos H e I, e abrange duas áreas curriculares: Português e Matemática. Trata-se de uma tarefa que é proposta a partir da leitura e exploração do livro “365 pinguins” de Jean-Luc Fromental e Joelle Jolivet (2013).

Durante a leitura da história, alguns dos desafios que integram a própria história, que envolvem operações de multiplicação, foram sendo lançados e resolvidos em grande grupo. Depois de concluída a leitura da história e da interação desenvolvida com os alunos no decorrer da mesma, foi proposta a resolução de um novo problema, como ilustrado na figura 9.

Figura 9

Problema 3: O sistema de arrumação dos pinguins

<p>Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins</p> <p>O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.</p> <p>Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.</p>
<p>Registo da minha resolução</p>  <p>Figura 1 – “O novo sistema de arrumação dos pinguins”</p>

Nota. Adaptado de Fromental e Jolivet (2013) e de Mendes et al. (2010, p. 59)

Apesar de os alunos terem de tomar decisões relativamente às operações que iriam utilizar, trata-se de um problema de processo, uma vez que está integrado num contexto mais complexo. É através da análise de uma imagem que os alunos decidem que operações vão realizar ou que estratégias vão utilizar na resolução do problema. Para resolver este problema, os alunos tiveram de mobilizar alguns conhecimentos prévios, nomeadamente, os relacionados com a definição de cubo (6 faces iguais, por exemplo).

Objetivos de aprendizagem

Para além dos objetivos de aprendizagem que constam na tabela 4, este problema visa atingir o objetivo da tabela 7. Estes objetivos são evidenciados nas estratégias de resolução previstas e descritas de seguida.

Tabela 7

Problema 3 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático

Tema; tópico; subtópico	Objetivo de aprendizagem
Tema: Números Tópico: Operações Subtópico: Significados e usos das operações	Interpretar e modelar situações com a adição e multiplicação e resolver problemas associados.

Nota. Retirado de DGE (2021, p. 27)

Estratégias de resolução previstas

Antecipei como possíveis estratégias de resolução, a utilização de adições sucessivas, de adição de duas parcelas iguais ou de multiplicações sucessivas, como exemplificado de seguida:

1) Adições sucessivas, por exemplo, começar por calcular $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36$; depois $36 + 36 + 36 + 36 + 36 + 36$.

2) Adições de duas parcelas iguais, depois de os alunos obterem o número de pinguins presentes numa das faces do cubo (36), por contagem ou por adições sucessivas, como ilustrado de seguida.

$$36 + 36 = 72$$

$$36 + 36 = 72$$

$$36 + 36 = 72$$

E depois

$$72 + 72 + 72 = 210 + 6 = 216$$

3) Multiplicações sucessivas, tais como, $6 \times 6 \times 6 = 216$

Dificuldades previstas

Por prever que a dificuldade em seguir e explicitar as etapas de resolução de problemas se mantinha, inseri uma lista de verificação que será detalhada no capítulo 4, com o intuito de os alunos verificarem se seguem as etapas de Pólya durante a primeira resolução e se utilizavam o *feedback* para rever e melhorar a primeira resolução.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos continuou a suscitar a minha preocupação, pelo que continuei a avaliar detalhadamente as produções dos alunos, antes e depois do *feedback*, de maneira a verificar se este estava a contribuir para os alunos melhorarem as suas resoluções.

Nas planificações respeitantes a este problema, defini que durante a discussão coletiva seria dada ênfase às estratégias que implicassem o uso da multiplicação, por considerá-la mais formal e por deduzir que pudesse ser a estratégia menos utilizada pelos pares. À semelhança do que referi no problema anterior, se nenhum par recorresse à utilização da multiplicação, esta seria apresentada, por mim, durante a discussão coletiva e seria estabelecida uma relação entre esta e outras operações realizadas, nomeadamente adições.

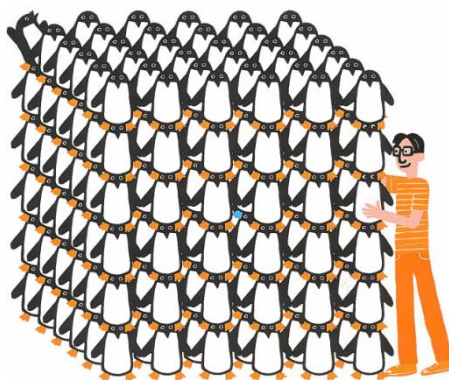
Problema 4 - A arrumação dos pinguins nas gavetas

Contextualização e descrição do problema

A planificação detalhada deste problema é apresentada nos Anexos J e K. No seguimento do problema anterior, e por alguns alunos terem referido que um dos pinguins estava a cair, apresentei a imagem que faz parte do problema “O sistema de arrumação de pinguins” (Cf. figura 10) e referi que “Foi isso mesmo que aconteceu! O cubo de pinguins desmoronou-se e alguns conseguiram fugir!”.

Figura 10

Cubo de pinguins integrante do problema 3, “O sistema de arrumação de pinguins”



Partindo deste acontecimento, disse aos alunos que o pai do Pedro e da Joana precisava de ajuda para encontrar um novo sistema de arrumação para os pinguins. Deste modo, foi apresentado o problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas”, como ilustrado na figura 11.

Figura 11

Problema 4: A arrumação dos pinguins nas gavetas

Tarefa 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas	
O pai do Pedro e da Joana, quando viu o cubo de pinguins desmoronar-se, decidiu arrumar os pinguins em gavetas. Ajuda o pai do Pedro e da Joana a resolver o seu problema. Deves explicar como pensaste para que ele perceba o que fazer!	
Registo da minha resolução	
Tenho 176 pinguins	Cada gaveta leva 8 pinguins
Quantas gavetas preciso?	
A man in an orange shirt is sitting at a desk with a laptop, looking thoughtful. Several thought bubbles are floating above him, containing the text from the task and the question.	
<small>Figura 1 – “A arrumação dos pinguins nas gavetas”</small>	

Nota. Adaptado de Fromental e Jolivet (2013) e de Mendes et al. (2010, pp. 89-94)

É considerado um problema de processo, no sentido em que requer um maior esforço dos alunos para compreenderem de que forma podem chegar à solução através da análise das questões apresentadas, no enunciado, pelo pai do Pedro e da Joana.

Considerando que os alunos ainda não aprenderam formalmente o algoritmo da divisão, a resolução deste problema requer um pensamento flexível relativamente à compreensão do enunciado e à estratégia que é utilizada na sua resolução. Exige, ainda, a organização da informação dada pelo enunciado (que inclui uma imagem) e das operações que os alunos têm de utilizar (os alunos podem ter de realizar várias operações para obter uma solução válida).

Objetivos de aprendizagem

Para além dos objetivos de aprendizagem que constam na tabela 4, este problema visa atingir o objetivo da tabela 8. Estes objetivos são evidenciados nas estratégias de resolução previstas e descritas de seguida.

Tabela 8

Problema 4 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático

Tema; tópico; subtópico	Objetivo de aprendizagem
Tema: Números Tópico: Operações Subtópico: Significados e usos das operações	Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados

Nota. Retirado de DGE (2021, p. 27)

Estratégias de resolução previstas

De seguida, são apresentadas as estratégias que prevê que os alunos utilizassem na resolução deste problema:

1) Realizar adições sucessivas, até perfazerem 176 ($8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 \dots$).

Ou realizar adições sucessivamente: $8 + 8 = 16$; $16 + 8 = 24$; $24 + 8 = 32$; $32 + 8 = 40 \dots$ até $168 + 8 = 176$

2) Realizar a adição de duas parcelas iguais a partir de $8 + 8 = 16$ (2 gavetas); depois $16 + 16 = 32$ (4 gavetas); depois $32 + 32 = 64$ (8 gavetas); $64 + 64 = 128$ (16 gavetas), ou seja, recorrem a uma estratégia que implica usar a adição de dobros. Em simultâneo vão registando as gavetas até ao número 16 (gavetas). A partir deste momento reconhecem que não podem usar adições de dobros, uma vez que ultrapassariam os 176 pinguins. Depois, vão adicionando com cuidado até perfazerem os 176 pinguins.

A estratégia dos alunos pode incluir a realização de um esquema ilustrativo da resolução.

3) Realizar a subtrações sucessivas, por exemplo $176 - 8 = 168$; $168 - 8 = 160 \dots$; $8 - 8 = 0$.

4) Realizar a multiplicações e adições (estratégias mistas), por exemplo, $10 \times 8 + 10 \times 8 = 80 + 80 = 160$ (20 gavetas) ou $20 \times 8 = 160$ (20 gavetas); de seguida $160 + 8 + 8 = 176$ pinguins.

5) Compreender que se trata de um problema que se resolve através da divisão. Apesar de não saberem o algoritmo desta operação, poderão indicar " $176 : 8 = ?$ ". Para resolverem a operação, podem pensar qual será o número que multiplicando por 8 é igual a 176, ou

seja, “ $? \times 8 = 176$ ”. Ao pensarem deste modo estão, intuitivamente, a recorrer à ideia de que a multiplicação é a operação inversa da divisão, tentando efetuar cálculos multiplicativos por aproximação. Por exemplo:

- $10 \times 8 = 80$

- $20 \times 8 = 160$

- $30 \times 8 = 240$ (já passa, não consideram esta operação, ficam com a anterior, faltam 16)

- $2 \times 8 = 16$

- Então, $22 \times 8 = 176$.

Dificuldades previstas

Antecipei que a dificuldade em definir o plano se manteria. Assim sendo, a lista de verificação continuou a ser inserida na folha de resolução do problema, para que os alunos pudessem autorregular o seu trabalho.

A apropriação do *feedback* escrito por parte dos alunos, ou seja, o modo como o utilizam para rever e melhorar as suas produções, continuou a requerer uma preocupação da minha parte. No entanto, procurei que os alunos revissem a resolução da tarefa recorrendo, apenas, ao *feedback* escrito, promovendo, assim, um nível de autonomia cada vez mais elevado no que respeita à utilização do *feedback* (sem recorrerem tantas vezes ao *feedback* oral).

Em relação ao enunciado problema, antevi que o algoritmo da divisão pudesse suscitar dúvidas ao grande grupo, caso algum par recorresse a esta estratégia. Se isso acontecesse, o par seria incentivado a explicar o modo como pensou. Não obstante este facto, não considerei apresentar o algoritmo da divisão como uma estratégia minha, uma vez que a professora cooperante não definiu introduzir este conteúdo no 3.º ano de escolaridade.

Problema 5 - Os passageiros do autocarro

Contextualização e descrição do problema


A planificação da apresentação e realização da tarefa integram o Anexo L. A planificação referente ao *feedback*, à revisão e melhoria das resoluções e à discussão coletiva encontra-se detalhada no Anexo M.

Este problema foi proposto depois de os alunos realizarem uma viagem de autocarro a Lisboa, mais precisamente à Aula Magna, para assistirem a um espetáculo intitulado “A Floresta d’Água”, que faz parte do Programa de Expressão e Educação Musical da Foco Musical. Pedi ajuda aos alunos para descobrir o número de passageiros que iniciaram uma viagem que teve início na Estação de Palmela (Concelho onde reside a maioria dos alunos) com destino a Lisboa (Aula Magna).

De maneira que os alunos pudessem “ajudar-me” nesta tarefa, distribui o enunciado do problema pelos pares, como ilustrado na figura 12, e efetuei a leitura do mesmo para o grande grupo sem antecipar as estratégias que podiam ser utilizadas.

Figura 12

Problema 5: Os passageiros do autocarro

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹	
Um autocarro partiu da estação de Palmela, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?	
Registo da minha resolução	

Nota. Adaptado de Sousa e Mendes (2017, p. 253)

Trata-se de um problema de processo, na medida em que os alunos têm de recorrer a estratégias de resolução mais criativas para definir quais as operações que têm de utilizar.

Objetivos de aprendizagem

Para além dos objetivos de aprendizagem que constam na tabela 4, este problema visa atingir o objetivo da tabela 9. Estes objetivos são evidenciados nas estratégias de resolução previstas e descritas de seguida.

Tabela 9

Problema 5 - objetivos de aprendizagem da tarefa associados ao tema matemático

Tema; tópico; subtópico	Objetivo de aprendizagem
Tema: Números Tópico: Operações Subtópico: Significados e usos das operações	Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e resolver problemas associados

Nota. Retirado de DGE (2021, p. 27)

Estratégias de resolução previstas

Para resolver o problema “Os passageiros do autocarro” antecipei que os alunos pudessem recorrer às seguintes estratégias:

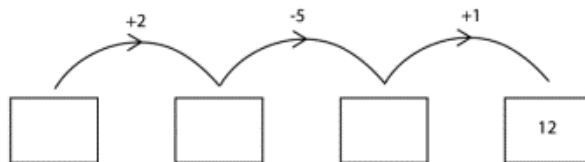
- 1) Elaborar representações icónicas para auxiliar a resolução do problema, desenhando os passageiros.
- 2) Recorrer a adições e a uma subtração, indicando a ausência da primeira parcela e registando o resultado: $_ + 2 - 5 + 1 = 12$. Posteriormente, os alunos tentam descobrir o valor que falta.

Experimentam, por exemplo, $10 + 2 - 5 + 1 = 8$ e verificam que faltam 4 para chegarem ao número 12 (número de passageiros que chegou ao destino):

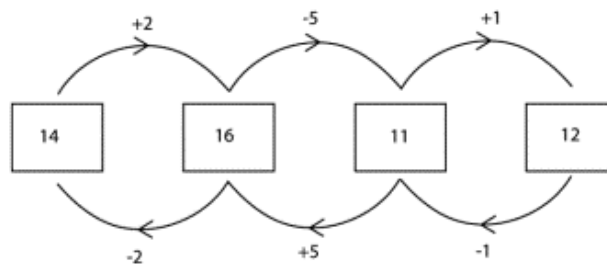
Adicionam 4 à primeira parcela e obtêm: $14 + 2 - 5 + 1 = 12$, conseguindo, assim, obter o resultado correto, ou seja 14.

3) Utilizar a estratégia trabalhar do fim para o princípio.

Numa primeira etapa: realizar um esquema onde se começa por identificar e relacionar os dados.



Numa segunda etapa: o esquema é preenchido do fim para o princípio, realizando-se operações inversas.



Dificuldades previstas

Previ, durante a realização da planificação da tarefa, que a definição do plano podia, ainda, suscitar algumas dificuldades, pelo que incentivei os alunos a refletirem sobre o que iriam fazer antes de iniciarem a resolução do problema. Este incentivo teve um propósito adicional, na medida em que

considerarei que os alunos pudessem não recorrer à estratégia de trabalhar do fim para o princípio. Ao definirem, inicialmente, o seu plano de forma clara, teriam a possibilidade de confrontar o que planearam inicialmente com uma estratégia mais eficaz, que poderia ser apresentada por mim no momento da discussão coletiva, caso nenhum par recorresse a essa estratégia.

Em relação ao *feedback*, antecipando que alguns alunos não identificassem no mesmo, também, a finalidade de realçar os aspetos positivos do seu trabalho, procurei questioná-los oralmente se identificaram essa vantagem no *feedback* dado.

No final da sequência de tarefas propostas no âmbito desta investigação, foi aplicado o inquérito por questionário final com o intuito de se recolher e analisar a apreciação dos alunos relativamente à resolução de problemas de Matemática (Cf. Anexo C). À semelhança do que foi conversado com os alunos quando foi aplicado o primeiro questionário, reforcei que não existiam respostas certas ou erradas, o importante seria cada um responder de acordo com a sua opinião sincera. As questões do questionário foram lidas em grande grupo e esclarecidas as dúvidas que surgiram, no entanto solicitei que não fossem referidas/antecipadas respostas, uma vez que cada aluno deveria responder ao seu questionário sem a influência das opiniões dos colegas.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

O presente capítulo tem a finalidade de analisar e discutir os dados recolhidos no decurso do projeto de investigação e encontra-se dividido em três secções.

Na primeira secção, procede-se à análise e discussão dos dados recolhidos através das produções realizadas pelos alunos; dos *feedbacks*, orais e escritos, elaborados por mim; e de algumas notas de campo registadas e diálogos mantidos durante as discussões coletivas.

Na segunda secção, apresenta-se uma análise global dos dados recolhidos durante a realização dos cinco problemas propostos, relativamente ao número de pares que reviu e corrigiu as suas resoluções ou que completou informação em falta/realizou tarefas extra/realizou extensões de tarefas.

Na terceira secção, analisam-se os dados recolhidos através de inquérito por questionário referente à importância que os alunos atribuem ao *feedback* na resolução de problemas.

Na quarta e última secção, analisam-se e apresentam-se os dados recolhidos através dos Inquéritos por questionário sobre a resolução de problemas de Matemática, conforme Anexos B e C, aplicados, respetivamente, antes e depois da sequência de tarefas propostas no âmbito deste projeto de investigação.

4.1 O *feedback* no processo de resolução de cada um dos problemas de matemática propostos

Nesta secção, o foco da análise incide, especialmente, sobre: as primeiras resoluções realizadas por alguns pares em cada um dos cinco problemas propostos; o *feedback* redigido por mim, baseado na análise das primeiras resoluções; a revisão e melhoria, por parte dos alunos, das primeiras

resoluções ou a realização de uma tarefa adicional ou extensão da primeira tarefa proposta (integrada no *feedback* escrito). A sistematização das aprendizagens durante a discussão coletiva também será analisada, na medida em que pode espelhar evidências do contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática.

Importa relembrar que o projeto foi realizado com todos os alunos da turma, porém, devido à elevada quantidade de dados recolhidos, para analisar o contributo do *feedback* na resolução de problemas, foram selecionadas apenas as produções e *feedbacks* de alguns pares, sendo o critério desta seleção o foco do *feedback* redigido por mim.

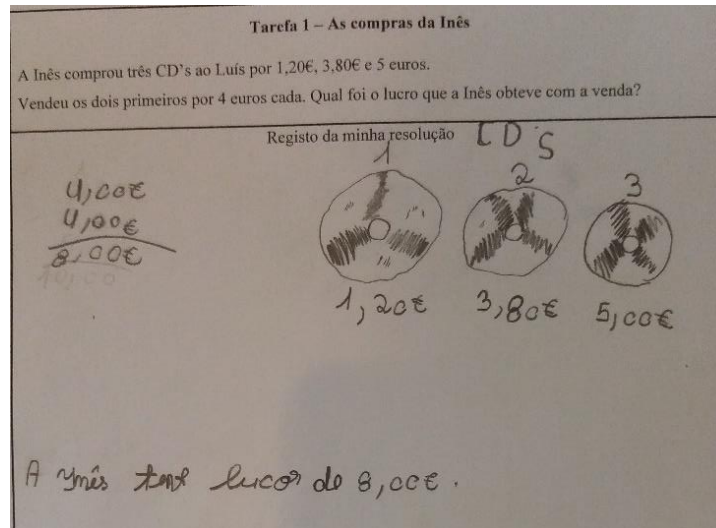
4.1.1 Problema 1 – As compras da Inês (Figura 7)

A resolução da AP e do S

A análise dos registos deste par permite perceber que, para resolverem o primeiro problema, em que era necessário calcularem o lucro obtido com a venda de 2 dos 3 CD's referidos no enunciado, os alunos recorreram à representação icónica dos 3 CDs com indicação do valor de compra de cada um, mostrando, assim, não terem desprezado a informação extra do enunciado. Contudo, apesar deste registo, os alunos não utilizaram os valores de compra de cada CD na sua resolução, recorrendo, apenas, aos valores de venda dos dois primeiros CDs, como mostra a figura 13.

Figura 13

Problema 1 - A 1.ª resolução da AP e do S



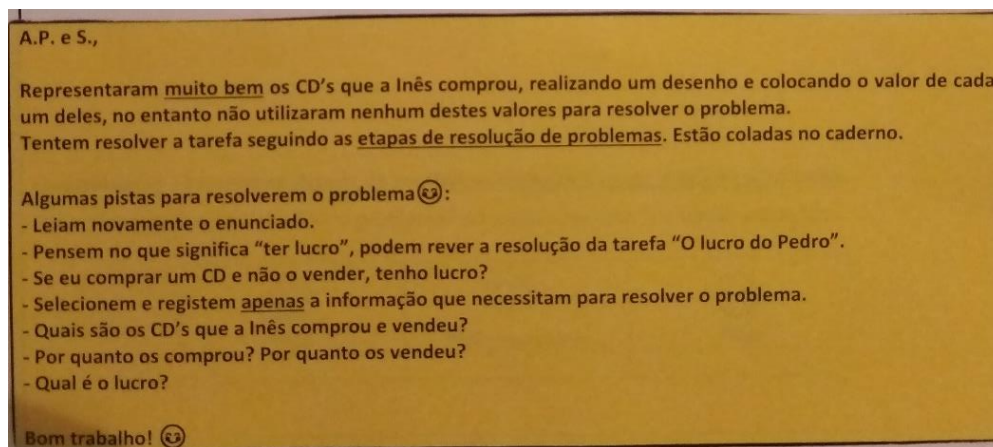
Na sua resolução, os alunos parecem ter recorrido à operação adição dos valores de venda dos 2 primeiros CDs, sem considerarem os restantes dados do enunciado. No seguimento desta opção, não obtiveram um resultado válido.

Em relação às etapas de resolução de problemas de Pólya, o par, provavelmente, tentou compreender o enunciado do problema e registou os dados que considerou importantes, mas não explicitou o seu plano. Terá passado para a etapa da execução das operações que considerou serem adequadas. Relativamente à última etapa de resolução de problemas, não é claro que os alunos tenham verificado a sua resolução.

Procurei que o *feedback* escrito dado a este par orientasse os alunos a analisarem criticamente o seu trabalho, confrontando-os com os dados que registaram e os que utilizaram na sua resolução. Através do *feedback*, ilustrado na figura 14, sugeri, ainda, uma segunda leitura do enunciado, que registassem apenas a informação necessária e que pesquisassem o significado do conceito de “lucro” que foi trabalhado anteriormente.

Figura 14

Problema 1 - Feedback escrito dado à AP e ao S



Como podemos verificar na figura anterior, trata-se de um *feedback* longo, centrado na revisão de um conceito, o lucro, mas que, também, orienta os alunos a reverem e a analisarem o trabalho realizado, bem como a verificarem se seguiram as etapas de resolução de problemas de Pólya.

Os alunos, depois de receberem o *feedback*, juntamente com a primeira resolução do problema, reviram e efetuaram as alterações que consideraram adequadas, como exemplificado na figura 15. Antes de iniciar a revisão, o par pediu a minha ajuda para interpretar o *feedback* escrito. Nesse sentido orientei o par a reler todas as pistas e a verificar se conseguia responder a cada uma delas.

Figura 15

Problema 1 - A 2.^a resolução da AP e do S

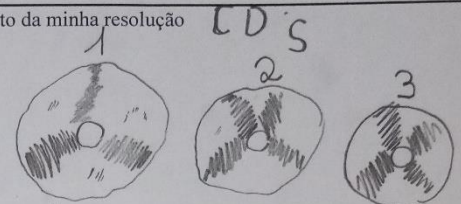
Tarefa 1 – As compras da Inês

A Inês comprou três CD's ao Luís por 1,20€, 3,80€ e 5 euros.
Vendeu os dois primeiros por 4 euros cada. Qual foi o lucro que a Inês obteve com a venda?

Registo da minha resolução

$$\begin{array}{r} 4,00€ \\ 4,00€ \\ \hline 8,00€ \\ 10,00 \end{array}$$

CD's



1,20€ 3,80€ 5,00€

$$\begin{array}{r} 1,20€ \\ + 3,80€ \\ \hline 5,00€ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,00€ \\ - 5,00€ \\ \hline 3,00 \end{array}$$

A Inês tem lucro de 3,00€. porque comprou os 2 CD's por 5€ e vendeu por 8€

A análise da segunda resolução dos alunos permite perceber que, apesar de não terem apagado a informação extra do enunciado referente ao terceiro CD, este dado não foi considerado nas operações realizadas.




Tal como os alunos explicaram, “A Inês teve lucro de 3.00€, porque *compro os 2 CDs por 5€ e vendeu por 8€” e apresentaram as adições que refletem esta ideia: “4,00€ + 4,00€ = 8,00€” (que já tinha sido realizada na primeira resolução) e “1,20€ + 3,80€ = 5,00€”. Por fim, recorreram à subtração “8,00€ - 5,00€ = 3,00€” e obtiveram o resultado correto.

Os alunos consideram que o *feedback* os ajudou a resolver o problema e explicitaram “que faltava uma conta de subtração, que era 8 menos 5”, como apresentado na figura 16.

Figura 16

Problema 1 - O questionário do feedback da AP e do S

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
*entendemo que faltava uma conta de subtração
que era 8 menos 5.*

Apesar de recear que o *feedback* fosse demasiado longo e que suscitasse dúvidas, considero que os alunos o utilizaram para melhorar a sua resolução e alcançar o resultado correto.

A resolução da AM e do DR

Para resolver o primeiro problema, este par parece ter recorrido às operações adição e subtração, como explicitado na figura 17.

Figura 17

Problema 1 - A 1.ª resolução da AM e do DR

Tarefa 1 – As compras da Inês

A Inês comprou três CD's ao Luís por 1,20€, 3,80€ e 5 euros.
Vendeu os dois primeiros por 4 euros cada. Qual foi o lucro que a Inês obteve com a venda?

Registo da minha resolução

$\begin{array}{r} 1,20 \\ + 3,80 \\ \hline 5,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,20 - 4,00 \\ + 3,80 - 4,00 \\ \hline 5,00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4,00 \\ + 4,00 \\ \hline 8,00 \end{array}$
--	--	--

$\begin{array}{r} 8,00 \\ - 5,00 \\ \hline 3,00 \end{array}$
--

R: A Inês recebeu de lucro 3,00€.

A análise da resolução permite compreender que os alunos começaram por realizar duas adições, uma relacionada com o valor de compra dos dois primeiros CDs, “ $1,20€ + 3,80€ = 5,00€$ ”, e uma outra relacionada com o valor venda dos mesmos, “ $4,00€ + 4,00€ = 8,00€$ ”. Posteriormente, com os dados obtidos nas duas adições, recorreram à subtração ($8,00€ - 5,00€ = 3,00€$), obtendo, assim, o resultado correto.

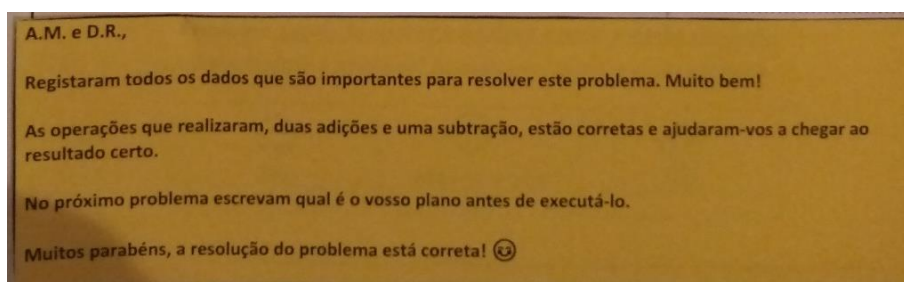
Em relação às etapas de resolução de problemas, depreende-se que os alunos tentaram compreender o enunciado. Numa fase inicial, poderão ter considerado o valor de compra dos 3 CDs, no entanto, percebe-se que eliminaram a informação extra do enunciado (apagaram os primeiros dados

registados). Questionei os alunos acerca do motivo pelo qual apagaram os dados, os alunos responderam que a “a professora (cooperante) explicou o problema e nós corrigimos” (AM e DR, aula de 27-04-2022), evidenciando, assim, que o *feedback* oral dado pela professora os terá conduzido a uma solução correta durante a primeira resolução.

O *feedback* redigido a este par procurou que os alunos conseguissem interpretar o resultado do seu trabalho, referindo os aspetos conseguidos com sucesso e um aspeto que devem melhorar na próxima resolução, relacionado com a elaboração do plano, como mostra a figura 18.

Figura 18

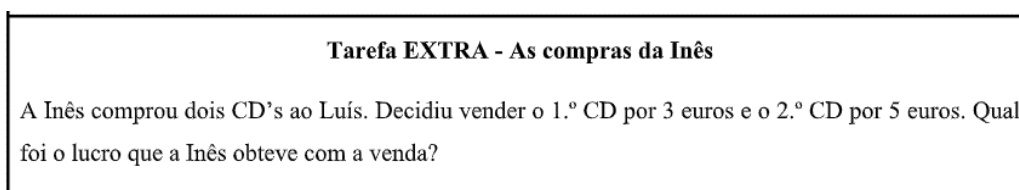
Problema 1 - Feedback escrito dado à AM e ao DR



Além do *feedback* escrito, surgiu a necessidade de ser preparada uma tarefa extra para os alunos que obtiveram um resultado válido na primeira resolução, como podemos verificar na figura 19.

Figura 19

Problema 1 - Tarefa Extra "As compras da Inês"



Nota. Retirado de Boavida et al., (2008, p. 17)

Trata-se de um problema com informação insuficiente no enunciado e um dos objetivos ao propô-lo a alguns pares foi, precisamente, que estes reconhecessem na falta de informação o impedimento para a sua resolução.

Este par, como ilustrado na figura 20, identificou este impedimento e apresentou a sua resposta “Não conseguimos resolver porque falta dados”.

Figura 20

Problema 1 - A resolução da tarefa extra da AM e do DR

The image shows a worksheet with a math problem and a student's handwritten response. The problem is titled "Tarefa EXTRA - As compras da Inês" and asks for the profit from selling two CDs. The student's response, written in cursive at the bottom of the page, is "Não conseguimos resolver porque falta dados".

Tarefa EXTRA - As compras da Inês

A Inês comprou dois CD's ao Luís. Decidiu vender o 1.º CD por 3 euros e o 2.º CD por 5 euros. Qual foi o lucro que a Inês obteve com a venda?

Registo da minha resolução

Não conseguimos resolver porque falta dados

Através da análise da resposta destes alunos, percebe-se que, relativamente à primeira etapa de resolução de problemas de Pólya, procuraram, com sucesso, compreender o enunciado do problema.

Apesar de não ter sido contemplada na planificação inicial, propus uma tarefa adicional aos pares que obtiveram o resultado correto na primeira




resolução, por considerar que mesmo os alunos que não demonstram ter dificuldades numa determinada tarefa devem continuar a ser desafiados e a evoluir no seu processo de aprendizagem.

Os alunos consideram que o *feedback* os ajudou a resolver o problema, na medida em que perceberam “que era para fazer um plano” como mostra a figura 21.

Figura 21

Problema 1 - O questionário do feedback da AM e do DR

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

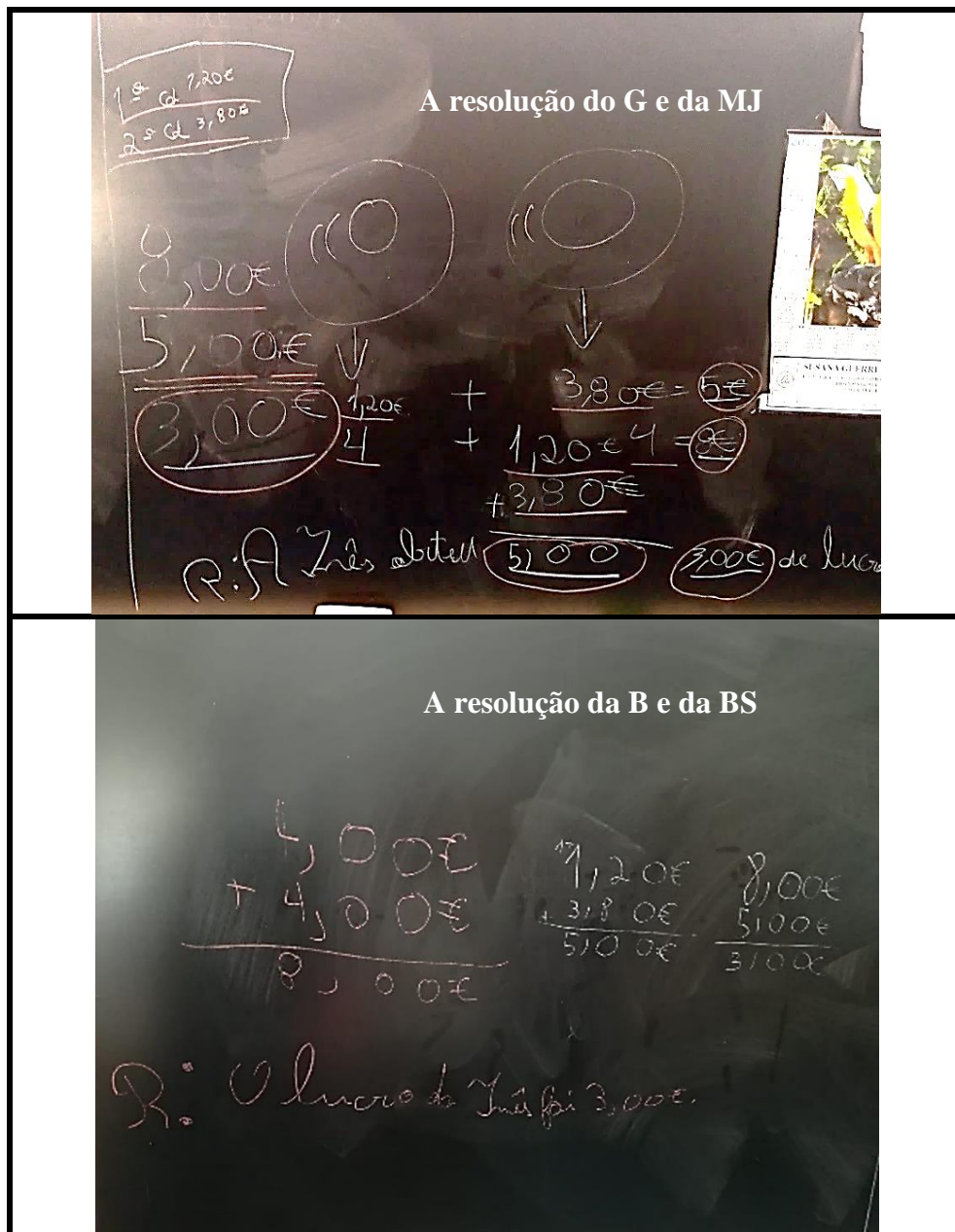
Porquê?
Fiz com que percebesse - mais - que era para fazer um plano. :-)

A discussão coletiva:

Foram selecionados dois pares para a discussão coletiva da resolução deste problema. Como ilustrado na figura 22, a discussão teve início com uma resolução que recorreu à representação icónica e terminou com uma resolução mais formal, em que os alunos recorreram às operações adição e subtração.

Figura 22

Problema 1 - Discussão coletiva: A resolução final do G e da MJ e da B e da BS

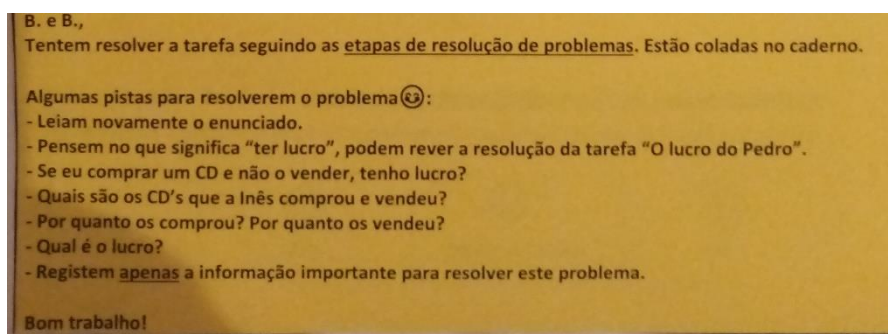


Durante a discussão coletiva, cada par explicitou o modo como registou e organizou a informação do enunciado, bem como as estratégias

utilizadas. Apesar de os dois pares terem alcançado, no final, um resultado correto, o par constituído pela B e pela BS, na primeira resolução, não alcançou um resultado válido. Através do *feedback* escrito, ilustrado na figura 23, este par, reviu e alterou o trabalho realizado, conseguindo obter a resolução que apresentou na discussão coletiva.

Figura 23

Problema 1 - Feedback escrito dado à B e à BS



Depois de as alunas registarem a sua resolução no quadro, apresentaram as estratégias que utilizaram à turma. Durante esta apresentação, coloquei algumas questões que orientaram as alunas a fundamentar suas escolhas, como ilustrado no seguinte diálogo:

Est. (Estagiária): Querem explicar-nos a vossa resolução?

B e BS: Fizemos 4 mais 4 igual a 8 (...), porque ela vendeu cada CD por 4 euros.

Est.: E depois?

B e BS: Fizemos 3,80 euros mais 1,20 euro, que deu 5 euros.

Est.: E porque é que fizeram essa operação?

B e BS: Porque estes também eram os números mais importantes.

Est.: Também são dados importantes do enunciado do problema, é isso?

B e BS: Sim.

Y: (...) Porque o problema diz que os CDs custaram 3,80 euros e 1,20 euro.

Est: E depois, qual foi a operação que realizaram?

B e BS: 8 euros menos 5 euros, que deu 3 euros. É este o lucro.

(Diálogo áudio gravado, 27 de abril de 2022)

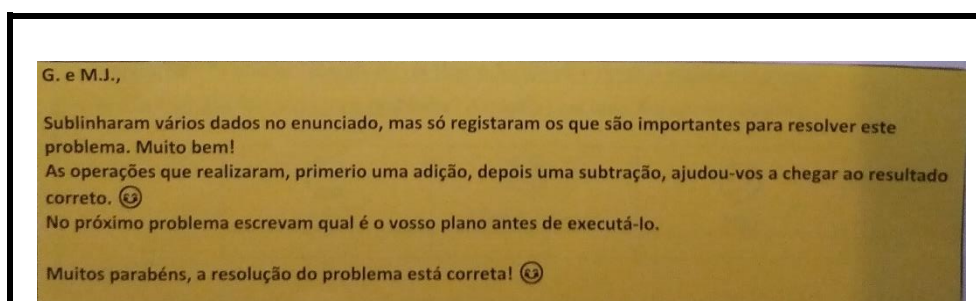
Através da análise da apresentação efetuada por este par, tendo em consideração que não alcançou um resultado válido na primeira resolução, depreende-se que o *feedback* escrito ajudou as alunas a melhorarem a sua resolução, a alcançarem uma solução válida e a comunicarem a sua estratégia à turma.

Já o par constituído pelo G e pela MJ, que alcançou um resultado correto na primeira resolução, admitiu, oralmente, que o *feedback* os ajudou, referindo que “Não estava totalmente certo. Faltava o plano” (G e MJ, aula de 27-4-2022).

Um outro aspeto que pode evidenciar que este par se apropriou do *feedback* que recebeu, relaciona-se com o facto de ter definido o plano quando executou a tarefa extra, como podemos observar na figura 24, apesar de não ter especificado qual a operação/operações que iria realizar.

Figura 24

Problema 1 - Feedback escrito dado ao G e à MJ e a resolução da tarefa extra



Tarefa EXTRA - As compras da Inês


A Inês comprou dois CD's ao Luis. Decidiu vender o 1.º CD por 3 euros e o 2.º CD por 5 euros. Qual foi o lucro que a Inês obteve com a venda?

Registo da minha resolução

1.º CD - 3€

2.º CD - 5€

O mesmo plano é
desenhar e fazer as
contas necessárias.



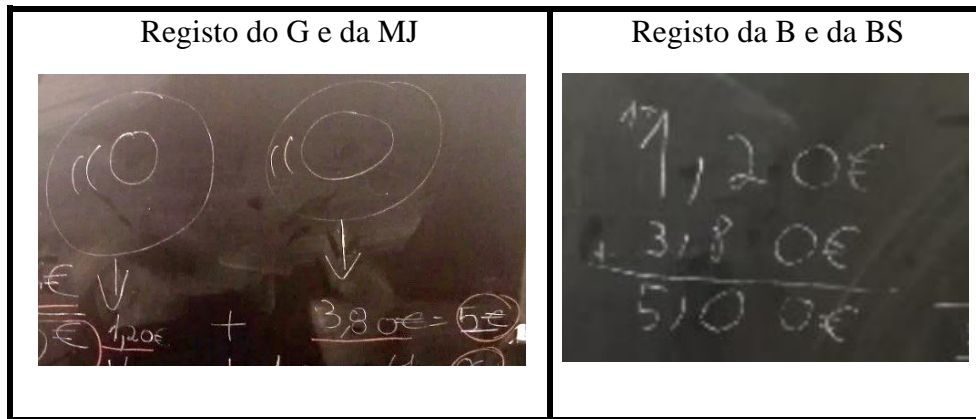
$3€ + 5€ = 8€$

Falta um elemento, P. 1/2

Ainda durante a discussão coletiva, procurei que os alunos estabeleçam conexões entre as representações/operações apresentadas pelos dois pares. Por exemplo, depois de o par da B e da BS registar a segunda operação que realizou, comparei-a com a registada pelo par do G e da MJ, como exemplificado na figura 25, referindo que “esta operação, que elas [B e BS] registaram aqui, é igual a esta [do G e da MJ], só que está representada de outra forma” (Est, aula de 27-4-2022).

Figura 25

Comparação entre as resoluções do G e da MJ e da B e da BS



Ainda durante a discussão coletiva, o grupo reconheceu que os 5 euros referidos no enunciado, referentes ao terceiro CD, não foram utilizados na resolução porque a Inês não o vendeu, logo, não obteve lucro com este CD. No final questioneei a turma se os pares que apresentaram as suas resoluções obtiveram o mesmo resultado, como ilustra seguinte diálogo:

Est.: Chegaram, ou não, ao mesmo resultado?

Vários alunos: Chegaram.

Est.: Chegaram ao mesmo resultado, apesar de terem utilizado estratégias diferentes. (...) Isto é importante para perceberem que há várias formas de resolver o mesmo problema.

(Diálogo áudio gravado, 27 de abril de 2022)

Tal como evidencia o diálogo, colocar uma questão relacionada com o facto de os pares obterem o mesmo resultado, quando recorreram a diferentes estratégias, teve a finalidade de os alunos reconhecerem que podem resolver o mesmo problema de diferentes formas, recorrendo a diferentes estratégias.

Reflexão sobre os *feedbacks*:

No final da primeira tarefa proposta considerei que era necessário elaborar uma grelha de observação (Cf. Anexo A), que me possibilitou enumerar os aspetos que queria observar no decorrer da minha intervenção, registar e organizar os dados recolhidos.

Através da análise dos dados registados nesta grelha (Cf. Anexo N), é possível perceber que na resolução do primeiro problema proposto, 5 pares alcançaram um resultado válido na primeira resolução. Os restantes 7 pares, depois de receberem o *feedback* escrito, conseguiram obter um resultado válido, sendo que em alguns casos aquele foi complementado com o *feedback* oral. Esta grelha, possibilitou, ainda, perceber que nenhum par estabeleceu o plano durante a primeira resolução.

Dos 5 pares que obtiveram um resultado correto, 1 par melhorou a sua resolução, registando as operações que se encontravam em falta, e 4 pares realizaram tarefas adicionais e alcançaram resultados corretos.

Contudo, deparei-me com algumas dificuldades no decorrer desta tarefa, nomeadamente: o papel que os adultos presentes na sala (eu, a minha colega de estágio e a professora cooperante) deviam assumir durante a fase de exploração da tarefa; na elaboração do *feedback*; e no momento da discussão coletiva.

Em relação ao papel que os adultos deviam assumir durante a concretização das tarefas, senti dificuldades por considerar que houve demasiados contributos/sugestões dados pelos adultos. Considero normal que os alunos, não estando habituados a reverem e melhorarem as suas resoluções através de *feedback* escrito, procurassem apoio e validação do adulto para avançar na revisão da resolução, mas esta situação exigiu reflexão da minha parte, de maneira a contrariar a tendência de informar os alunos se obtiveram, ou não, um resultado válido ou de dar sugestões. Acabei, também, por conversar com a minha colega de estágio e com a professora cooperante

acerca desta dificuldade, reforçando que durante esta fase, correspondente à fase de exploração da abordagem de ensino exploratório, não é suposto serem dadas pistas de resolução aos alunos.

Sendo o primeiro problema proposto no âmbito deste projeto, houve uma preocupação acrescida na análise das resoluções dos alunos e na redação do *feedback* escrito. Consequentemente, acabou por ser um processo moroso. Ao aperceber-me da necessidade em redigir mensagens mais longas, dando a indicação de várias pistas, em vez de utilizar o post-it, optei por escrever os *feedbacks* num documento em formato Word, imprimi-lo em folhas A4 coloridas, recortar a mensagem de cada par e entregá-la, juntamente com a primeira resolução, aos respetivos pares.

Ao nível da seleção dos pares para a discussão coletiva também senti algumas dificuldades, na medida em que queria escolher resoluções que contribuíssem para uma discussão mais rica, que permitissem consolidar aprendizagens e que possibilitassem estabelecer conexões. O facto de não ter previsto, atempadamente, as estratégias que os alunos poderiam utilizar na resolução da tarefa dificultou a seleção das resoluções apresentadas durante a discussão coletiva. Considero, por exemplo, que podia ter apresentado uma outra estratégia à turma, nomeadamente uma das que identifiquei e descrevi na alínea 3.2.3 (capítulo 3 deste relatório).

A planificação cuidada e pormenorizada foi, sem dúvida, muito importante para conduzir a sequência de tarefas proposta, porém, a ausência de antecipação de estratégias dificultou, também, a elaboração do *feedback* escrito.

4.1.2 Problema 2 – A gelataria (Figura 8)

A resolução do I e do J

Para resolver este problema, em que os alunos deviam calcular de quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado, este par parece ter enumerado as combinações logo no enunciado do problema, como ilustrado na figura 26.

Figura 26

Problema 2 - A 1.ª resolução do I e do J

Tarefa 2 – A Gelataria

Na gelataria há quatro ingredientes diferentes para colocar em cima do gelado:

- Raspas de chocolate: 135
- Amêndoas: 126
- Nozes: 234
- Morangos: 156

O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspas de chocolate e amêndoas. A Clara também queria decorar o seu gelado com dois dos ingredientes.

De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado?

Explica como chegaste à tua resposta.

Registo da minha resolução

ela pediu Nuno as formas: raspas de chocolate e amêndoas, amêndoas e nozes, nozes e raspas de chocolate, nozes e morangos, morangos e raspas de chocolate, amêndoas e morangos.

A análise da resolução deste par sugere que os alunos começaram por atribuir números a cada combinação de ingredientes que iam descobrindo, mostrando respeitar a condição de que cada decoração do gelado só podia ter dois ingredientes (esta informação foi sublinhada no enunciado) e que não podiam repetir combinações. Atribuíram o número 1 ao primeiro e segundo ingredientes do enunciado (primeira combinação encontrada) e registaram

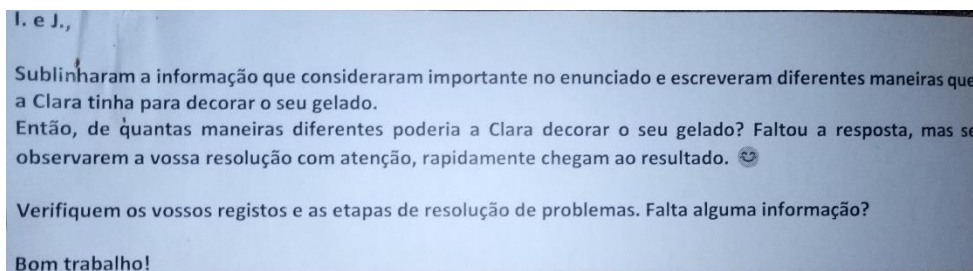
essa combinação na folha de resolução. Posteriormente, seguindo a mesma linha de pensamento, atribuíram os restantes números: o 2 ao segundo e terceiro ingredientes; o 3 ao terceiro e ao primeiro; o 4 ao terceiro e ao quarto; o 5 ao primeiro e ao quarto; e o 6 ao segundo e ao quarto ingredientes. O registo das combinações que iam definindo poderá ter ajudado a verificar que não repetiam combinações.

Em relação às etapas de resolução de problemas de Pólya, depreende-se que os alunos compreenderam o enunciado, até porque mostraram respeitar as condições indicadas no mesmo, mas não elaboraram o plano e não responderam à questão do problema, o que poderá sugerir que não reviram a sua resolução ou que não o conseguiram fazer (por implicar uma resolução morosa, por exemplo).

Nesse sentido, o *feedback* redigido a este par procurou que os alunos relessem o trabalho que desenvolveram, remeteu-os para a verificação das etapas de resolução de problemas e orientou-os a apresentar a resposta à questão colocada no enunciado do problema, como mostra a figura 27.

Figura 27

Problema 2 – Feedback escrito dado ao I e ao J



Os alunos, depois de receberem o *feedback* juntamente com a primeira resolução do problema, reviram e efetuaram as alterações, como exemplificado na figura 28.

Figura 28

Problema 2 - A 2.ª resolução do I e do J

Tarefa 2 – A Gelataria

Na gelataria há quatro ingredientes diferentes para colocar em cima do gelado:

- Raspas de chocolate: 135
- Amêndoas: 126
- Nozes: 234
- Morango: 156

O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspas de chocolate e amêndoas. A Clara também queria decorar o seu gelado com dois dos ingredientes.

De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado?

Explica como chegaste à tua resposta.

Registo da minha resolução

Ela poderia usar as formas: raspas de chocolate e amêndoas, amêndoas e morango, morango e raspas de chocolate, morango e morango, raspas de chocolate, amêndoas e morango.

Clara: 2 formas as formas

Ela teria 126 formas para a Clara

A análise da segunda resolução mostra que os alunos, através do *feedback*, passaram a incluir o plano na segunda resolução e apresentaram a resposta à questão do problema.




No questionário referente à importância do *feedback*, os alunos explicitaram isso mesmo, referindo que “nos tínhamos esquecido de fazer a resposta e o plano”, como mostra a figura 29.

Figura 29

Problema 2 - O questionário do feedback do I e do J

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.

O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?
Sempre nos tinhamos na equidade fizha a resposta e o plano

A resolução da MA e do R

Este par, para resolver o segundo problema, também, parece ter recorrido à combinação dos quatro ingredientes dois a dois, como explicitado na figura 30.

Figura 30

Problema 2 - A 1.ª resolução da MA e do R

Tarefa 2 – A Gelataria

Na gelataria há quatro ingredientes diferentes para colocar em cima do gelado:

- Raspas de chocolate;
- Amêndoas;
- Nozes;
- Morangos.

O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspas de chocolate e amêndoas. A Clara também queria decorar o seu gelado com dois dos ingredientes.

De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado?

Explica como chegaste à tua resposta.

Registo da minha resolução

plano: $n \rightarrow$ contando sem repetir as varias maneiras:

1-2-3-4-5-6

1.º Raspas de chocolate / amêndoas

2.º Raspas de chocolate / nozes

3.º Raspas de chocolate / morango

4.º amêndoas / nozes

5.º amêndoas / morango

6.º nozes / morango

R: Há 6 varias formas de fazer combinações

A análise da resolução deste par permite perceber que os alunos foram combinando ingredientes e registando as descobertas, atribuindo-lhes um número. À semelhança do par analisado anteriormente, este par parece respeitar a condição de que cada decoração do gelado só podia ter dois ingredientes e que não deviam repetir combinações.

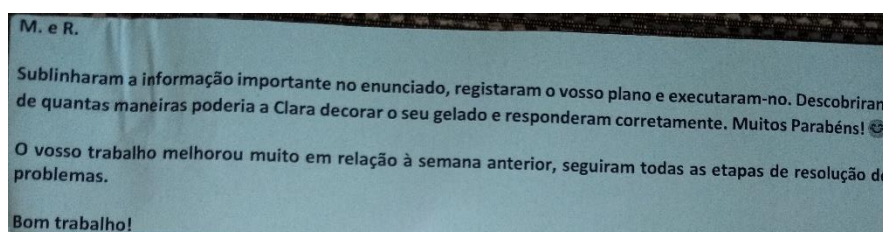
A atribuição de um número a cada nova combinação encontrada espelha que os alunos tiveram a preocupação em organizar a informação para obter uma resposta válida.

Quanto às etapas de resolução de problemas depreende-se que estes compreenderam o enunciado, na medida em que sublinharam informação importante para alcançarem um resultado correto, nomeadamente, sublinharam os dois ingredientes que a Clara podia utilizar para decorar o seu gelado (condição imposta no enunciado) e sublinharam os 4 ingredientes que podiam utilizar. Este par registou o seu plano e executou-o. Em relação à revisão da resolução, apesar de não termos evidências claras acerca da mesma, é possível que os alunos a tenham realizado, uma vez que a numeração das combinações aparece escrita duas vezes: uma por cima de cada combinação; outra do lado esquerdo da folha de resolução, “1-2-3-4-5-6”, o que poderá sugerir que uma das vezes foi escrita para os alunos verificarem a sua resolução.

O *feedback* deste par evidenciou os aspetos positivos da resolução efetuada e o facto de terem obtido um resultado correto, como apresentado na figura 31. Para além destes aspetos, referiu, ainda, a evolução do trabalho dos alunos comparativamente com o desenvolvido na resolução do problema anterior, destacando que nesta resolução seguiram as etapas de resolução de problemas.

Figura 31

Problema 2 – Feedback escrito dado à MA e ao R



Por terem utilizado uma estratégia que lhes permitiu obter um resultado correto, foi proposta uma tarefa adicional, como exemplificado na figura 32.

Figura 32

Problema 2 - Tarefa Extra "A gelataria"

Imaginem o seguinte:

A Clara, voltou à gelataria na semana seguinte, mas só existiam três ingredientes para decorar o seu gelado: amêndoas, nozes e morangos. Para além de poder escolher a cobertura do seu gelado, a Clara podia, também, optar se queria o gelado num cone de baunilha ou num copo.

Para saber quantos gelados diferentes poderia escolher, ela utilizou a seguinte estratégia:

$$3 \times 2 = 6$$

Concordam com esta resolução? Justifiquem a vossa resposta.

Na resolução desta tarefa, os alunos responderam que “Sim, porque podia escolher 3 ingredientes e podia duas vezes, por causa do cone e do copo”, como ilustrado na figura 33.

Figura 33

Problema 2 - A resposta à tarefa extra da MA e do R

Frente do enunciado da tarefa extra

Imaginem o seguinte:

A Clara, voltou à gelataria na semana seguinte, mas só existiam três ingredientes para decorar o seu gelado: amêndoas, nozes e morangos. Para além de poder escolher a cobertura do seu gelado, a Clara podia, também, optar se queria o gelado num cone de baunilha ou num copo.

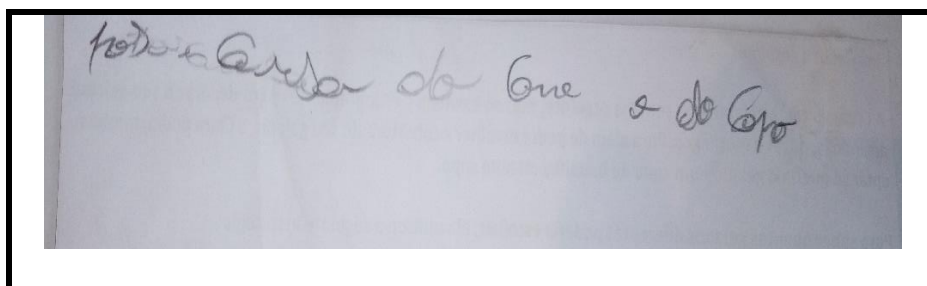
Para saber quantos gelados diferentes poderia escolher, ela utilizou a seguinte estratégia:

$$3 \times 2 = 6$$

Concordam com esta resolução? Justifiquem a vossa resposta.

R/4
Sim, porque podia escolher 3 ingredientes e podia duas vezes, por causa do cone e do copo.

Verso do enunciado da tarefa extra



Através da análise da resposta dada pelos alunos, percebe-se que, relativamente à primeira etapa de resolução de problemas de Pólya, procuraram, com sucesso, compreender o enunciado do problema e apresentaram uma resposta válida.

No questionário referente à importância do *feedback*, apesar de este evidenciar os aspetos positivos, sem indicar qualquer aspeto que tenha de ser melhorado, os alunos consideraram o *feedback* importante, uma vez que identificaram que “faltava uma coisa no plano” como mostra a figura 34.

Figura 34

Problema 1 - O questionário do feedback da MA e do R

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.

O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

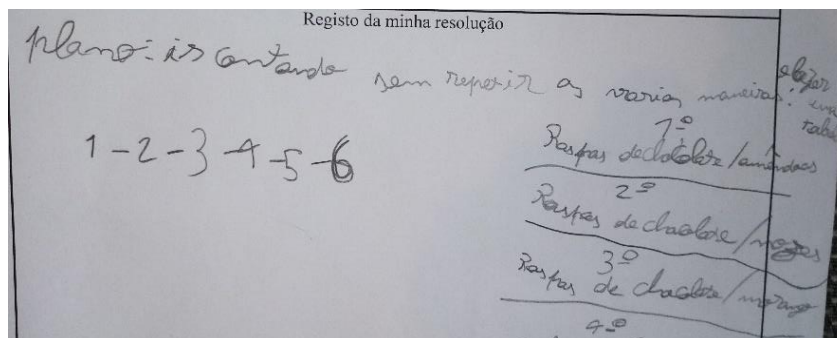
😊 Sim	😐 Mais ou menos	😞 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Porque faltava uma coisa no plano

Ao analisar a folha de resolução dos alunos, percebe-se que acrescentaram no plano apresentado na primeira resolução “e fazer uma tabela”, como ilustra a figura 35.

Figura 35

Problema 2 - A 2.ª resolução da MA e do R



Depreende-se que a inclusão desta informação se relacione com a estratégia utilizada por um outro par, que foi apresentada durante a discussão coletiva. Por norma, os alunos preencheram o questionário referente ao *feedback* antes da discussão coletiva, no entanto ficavam com a folha de resolução (que integra o questionário), pelo que poderão ter acrescentado esta informação no seguimento da discussão coletiva.

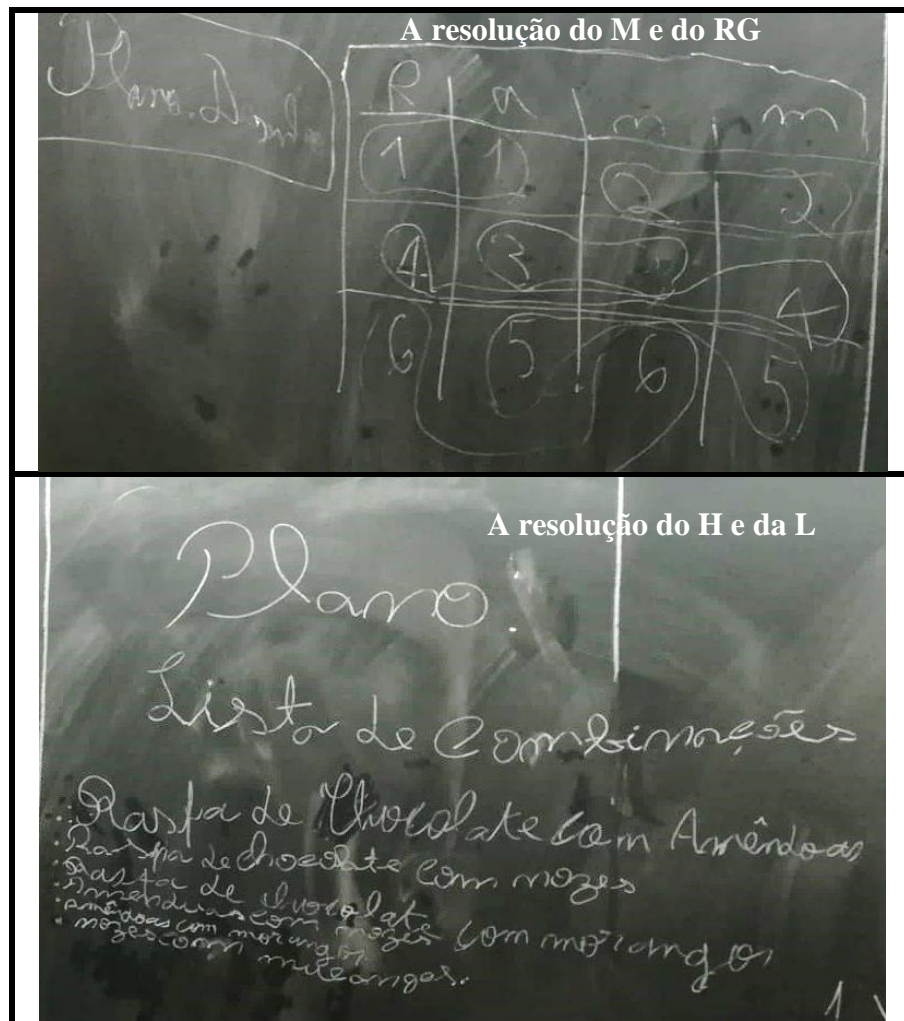
A discussão coletiva:

Para a discussão coletiva deste problema foram selecionados dois pares e foi apresentada uma estratégia minha, uma vez que nenhum par apresentou uma estratégia de resolução que recorresse à multiplicação.

Como ilustrado na figura 36, a discussão teve início com um par que ilustrou a sua resolução através de uma tabela, seguindo-se uma resolução em que os alunos recorreram à elaboração de uma lista de combinações. A estratégia que apresentei, com recurso a multiplicações e uma adição, foi a última a ser apresentada e foi sendo desenvolvida à medida que iam sendo estabelecidas conexões com a resolução apresentada anteriormente (a lista de combinações).

Figura 36

Problema 2 - Discussão coletiva: A resolução final do M e do RG e do H e da L



Durante a discussão coletiva, cada par explicitou o modo como registou e organizou a informação do enunciado, bem como as estratégias utilizadas. Os dois pares alcançaram um resultado correto na primeira resolução.

O *feedback* dado ao par constituído pelos alunos M e RG incluía uma questão relacionada com a definição do plano, não por não terem definido o

plano na primeira resolução, mas devido à forma como o designaram. Os alunos referiram que era um desenho e mantiveram a sua decisão durante a discussão coletiva, como ilustra a figura anterior. Daí resultou o facto de orientar um diálogo para esclarecer, em grande grupo, o plano estabelecido por este par:

Est.: Qual foi o vosso plano?

RG: Um desenho.

Est.: É mesmo um desenho? Lembram-se do que escrevi no *feedback*? O que é que isto parece? (apontei para a tabela registada no quadro pelos alunos).

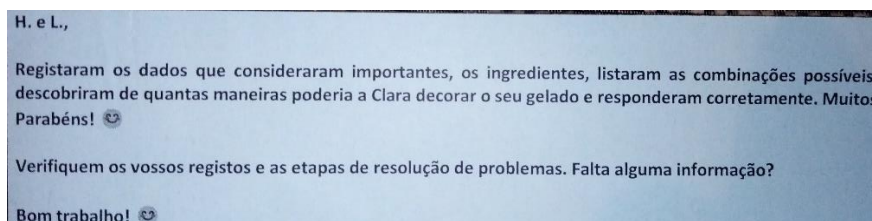
M: É uma tabela.

(Diálogo áudio gravado, 9 de maio de 2022)

Já o H e a L não registaram o plano na sua resolução, no entanto, através do *feedback* que receberam (Cf. figura 37), depois da revisão da sua primeira resolução, identificaram que faltava registar o plano (apesar de eu não ter especificado que era essa a informação que se encontrava em falta). Ao apresentar a sua resolução à turma, este par fez questão de registar o seu plano, “Lista de combinações”, como ilustrado na figura anterior.

Figura 37

Problema 2 - Feedback escrito dado ao H e à L



Fazendo, aqui, uma alusão ao momento em que este par recebeu o *feedback*, os alunos demonstraram algumas dificuldades em compreender o

que deviam fazer com o mesmo (se tinham de alterar alguma coisa, por exemplo). Assim sendo, procurei complementar o *feedback* escrito com o oral, sem, no entanto, referir qual a informação que faltava, como se pode constatar no seguinte diálogo:

(Depois de pedir para rerelem o primeiro parágrafo do *feedback*)

Est.: O que diz a primeira parte do *feedback*? São aspetos positivos ou aspetos que têm de melhorar?

H: Positivos.

Est.: E a última parte (o último parágrafo)?

L: Diz que falta informação.

Est.: Lembram-se das etapas de resolução de problemas? Onde é que estão?

L: No caderno.

(...)

Est.: Muito bem. Então verifiquem se falta alguma informação.

(Diálogo áudio gravado, 9 de maio de 2022)

À semelhança deste par, outros, que não estabeleceram o plano, também sentiram dificuldades em compreender o que era pedido. Foram, igualmente, orientados, através do *feedback* oral, a verificar as etapas de resolução de problemas.

Retomando a discussão coletiva, depois de cada par registar a sua resolução no quadro, comuniquei que vários pares alcançaram um resultado correto, apesar de não terem resolvido o problema da mesma forma. O diálogo seguinte ilustra as interações que estabeleci com os dois pares durante a discussão coletiva para realçar as estratégias utilizadas pelos mesmos, em que um par recorreu a uma tabela, o outro a uma lista:

Est.: Querem explicar a vossa estratégia?

M e RG: Colocamos as iniciais dos ingredientes e fizemos números.
(Silêncio).

Est.: E registaram as combinações? Colocaram aqui o 1 nestes dois ingredientes. É esta a primeira combinação?

M. Sim.

RG: Esta foi a segunda (apontou para os ingredientes que têm o número 2).

(Os alunos foram referindo todas as combinações fazendo a correspondência com a informação registada na tabela, apontando para o quadro).

Est.: Não há combinações repetidas?

M e RG: Não.

Est.: E deu muito trabalho? Quais foram as dificuldades que tiveram quando fizeram a tabela?

RG: Foi ver se não havia nenhum igual.

Est.: Foi verificarem se não havia combinações iguais?

(...)

Est.: E (aluno), qual foi a estratégia que utilizaste?

E: Uma lista.

Est.: E qual é a estratégia que achas mais fácil? A tabela ou a lista?

E: A lista.

DR: A minha dificuldade é ver como é que aquilo (a tabela) funciona. É que se eu puser números ao calhas... (pausa)

Est.: Eles explicaram. Acham que foi assim que eles fizeram? Colocaram números ao calhas?

A estratégia utilizada pelo M e pelo RG, apesar de os ter conduzido a uma solução correta, suscitou algumas dificuldades de resolução, principalmente a de verificarem se não ocorriam repetições de combinações. Esta dificuldade acabou por ser evidenciada na discussão coletiva, com o DR a referir que não compreendia como “funcionava” aquela tabela. Nesse

sentido, de modo a clarificar o modo como os alunos pensaram para resolver aquele problema e para que todos pudessem compreender a estratégia utilizada por este par, estabeleci o diálogo acima descrito. Considero, ainda, que para o par que recorreu a esta estratégia, este diálogo também foi importante, na medida em que teve oportunidade de rever e refletir sobre a sua resolução, aspeto este que integra a 4.^a etapa da resolução de problemas. Posteriormente, este par pôde, ainda, confrontar a sua estratégia com a estratégia utilizada pelo outro par que acabou por não suscitar tantas dúvidas aos restantes colegas.

Em grande grupo, verificámos que as combinações não se repetiam e concordámos que era uma estratégia que exigia muita atenção, porém, apesar das dificuldades, realcei o facto de os colegas terem alcançado o resultado correto. No final, o DR compreendeu que os colegas não colocaram os “números ao calhas”.

D R: Agora já percebi aquilo, mas da primeira vez que olhei para ali...

Est.: Utilizaram uma estratégia que vocês podem achar mais difícil, mas chegaram ao resultado correto.

E agora, vocês (H e L), querem explicar a vossa estratégia?

(A L. leu a resolução que escreveu no quadro.)

Est.: Reparem nas três primeiras combinações. O que é que há ali em comum?

H: Raspas de chocolate.

Est.: Quantas combinações conseguiram fazer com as raspas de chocolate.

H e L: 3.

Est. Vou escrever aqui, 1 ingrediente, que são as raspas de chocolate, aparece 3 vezes em primeiro lugar (escrevi no quadro $1 \times 3 = 3$).

Est.: B (aluna), e depois? Olhando para esta lista, depois das raspas de chocolate, o que é que eles colocaram?

B: Amêndoas. Amêndoas com nozes e com morangos.

Est.: E porque é que eles não colocaram amêndoas com raspas de chocolate?

S: Porque eles só iam mudar a ordem, mas ia ficar igual.

Est.: Porque iam repetir uma combinação. Por isso eles só fizeram duas combinações com as amêndoas no início. Vou escrever 1 ingrediente, que são as amêndoas, aparece duas vezes em primeiro lugar (e escrevi no quadro $1 \times 2 = 2$).

Est.: E por fim, o que fizeram?

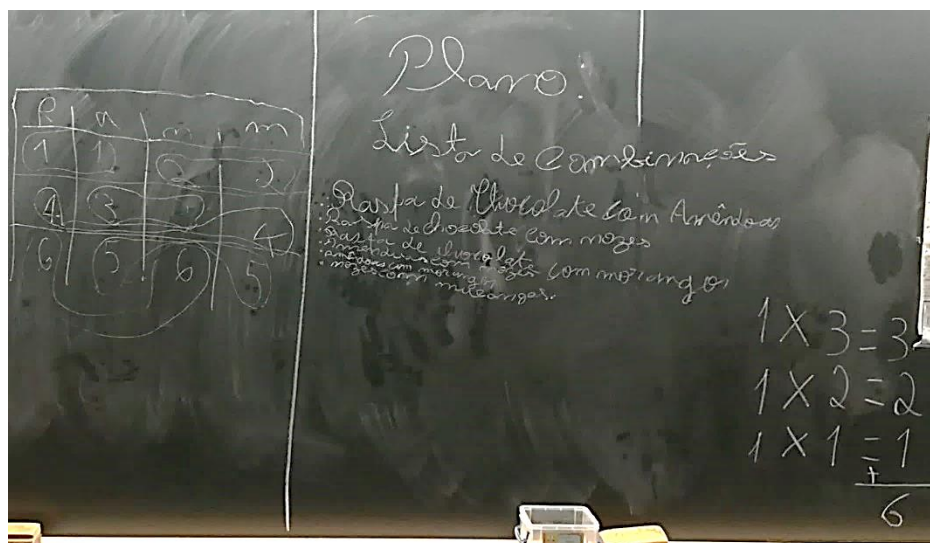
L: Nozes com morangos (...) porque já tínhamos feito raspas de chocolate e amêndoas.

(Diálogo áudio gravado, 9 de maio de 2022)

Depois de verificarmos, em grande grupo, que não podíamos acrescentar combinações com morangos em primeiro lugar, porque repetiríamos combinações, acrescentei no quadro $1 \times 1 = 1$, como ilustrado na figura 38.

Figura 38

Problema 2 - Discussão coletiva: A resolução final do M e do RG, do H e da L e a da estagiária



Posteriormente, realizei uma adição dos produtos obtidos nas três multiplicações, chegando, assim, às 6 combinações que os dois pares tinham alcançado recorrendo a estratégias diferentes.

Considero que o diálogo descrito anteriormente foi importante para os alunos irem estabelecendo relações entre a lista de combinações utilizada pelo H e pela L e a minha estratégia. Antevi que a estratégia relacionada com a multiplicação e adição não fosse óbvia, pelo que considerei importante ir estabelecendo as conexões entre as duas resoluções gradualmente, de modo a facilitar a compreensão destas por parte dos alunos.

Terminei a discussão coletiva reforçando a possibilidade de recorrer a diferentes estratégias para resolver o mesmo problema, referindo os diferentes planos definidos: tabela; lista de combinações; e uso da multiplicação e adição.

Reflexão sobre os *feedbacks*:

Através da análise da grelha de observação (Cf. Anexo O), é possível perceber que na primeira resolução do segundo problema proposto, 7 pares alcançaram um resultado válido com indicação da resposta à questão colocada no enunciado e 3 pares, apesar de não apresentarem a resposta, apresentaram estratégias que evidenciam que alcançaram uma solução válida. Os outros 2 pares, apresentaram duas resoluções incorretas ou incompletas, que, tal como já foi referido, pode indiciar que a execução da estratégia que escolheram foi morosa, não conseguindo alcançar o resultado correto.

Dos 10 pares que obtiveram uma solução correta na primeira resolução, 6 pares utilizaram o *feedback* para melhorar a sua resolução, completando a informação em falta, e 4 pares realizaram uma tarefa adicional em que obtiveram um resultado correto. Os dois pares que não obtiveram um resultado correto na primeira resolução, depois de receberem o *feedback* escrito, complementado com o *feedback* oral, conseguiram alcançar uma solução válida.

A grelha de observação permite, também, perceber que 3 dos 12 pares estabeleceram o plano e que 2 pares evidenciaram seguir as etapas de resolução de problemas de Pólya, sendo que em um deles a revisão da resolução não é clara.

Os *feedbacks* que elaborei para esta tarefa relacionaram-se, maioritariamente, com a explicitação de uma ou mais etapas de resolução de problemas em falta. Não referi qual ou quais as etapas se encontravam em falta, mas orientei os pares para uma verificação do trabalho. Além deste aspeto, para os pares que conseguiram apresentar uma resolução válida com as etapas explicitadas, foi desenvolvida uma tarefa extra.

O papel que o *feedback* pode assumir na melhoria das produções dos alunos, continuou a ser uma preocupação, logo, procurei avaliar detalhadamente as produções dos alunos antes de elaborar o *feedback*, com o

intuito de este, não dando uma resposta concreta, orientar os alunos a seguirem um caminho que os conduzisse a uma solução válida ou a melhorar/completar a sua resolução.

A seleção dos pares para comunicar os resultados à turma continuou a requerer especial atenção, sendo que a antecipação de estratégias que os alunos poderiam utilizar para resolver o problema, definidas na planificação, apoiou a minha decisão e facilitou que apresentasse uma estratégia com recurso à multiplicação e adição. Tal como defendem Stein et al. (2008), a antecipação do modo como os alunos podiam resolver esta tarefa contribuiu para orquestrar uma discussão matemática mais produtiva, facilitando, inclusive, as conexões estabelecidas.

Considero que o facto de ir apresentando a minha estratégia à medida que se discutia a resolução do H e da L, contribuiu para os alunos compreenderem a minha representação (ao que correspondia). Porém, considero que poderia ter redigido um *feedback* ao H e à L que os orientasse a identificarem a estratégia que apresentei.

4.1.3 Problema 3 – O sistema de arrumação dos pinguins (Figura 9)

Depois de verificar que muitos pares mantinham a dificuldade em explicitar e seguir todas as etapas de resolução de problemas, optei por incluir, na folha de resolução, uma lista de verificação acerca das etapas de resolução de problemas e da utilização do *feedback*, como ilustrado na figura 39.

Figura 39

Lista de verificação das etapas de resolução de problemas e da utilização do feedback

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante		
Registei a informação importante		
Escrevi o meu plano		
Executei o meu plano		
Revi o que fiz		
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa		
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa		
Obtive um resultado correto		

A inclusão desta lista teve como finalidades: os alunos autorregularem o seu trabalho, à medida que o iam desenvolvendo; apoiar a minha verificação relativamente ao facto de os alunos seguirem as etapas de resolução de problemas, uma vez que é difícil aferir a concretização de algumas etapas, se não forem explicitadas pelos alunos. Desta forma, no final da primeira resolução, antes da recolha do problema, os pares puderam verificar se seguiram e explicitaram todas as etapas de resolução de problemas (colocando uma cruz no campo adequado). Depois de receberem o *feedback* escrito, de reverem e melhorarem as suas resoluções, os alunos tiveram oportunidade de registar se utilizaram o *feedback* para rever/corrigir a sua resolução ou identificar uma nova estratégia de resolução.

O inquérito por questionário referente ao *feedback* passou a ser entregue aos alunos numa folha à parte, mantendo o propósito de os alunos registarem se o mesmo foi importante e de justificarem a sua escolha.

A resolução da B e da BS

Para resolver o terceiro problema, em que é preciso saber quantos pinguins é que o pai do Pedro e da Joana conseguiu arrumar num cubo ilustrado numa figura que integra a folha de resolução, as alunas parecem ter recorrido às operações adição e multiplicação, como explicitado na figura 40.

Figura 40

Problema 3 - A 1.ª resolução da B e da BS

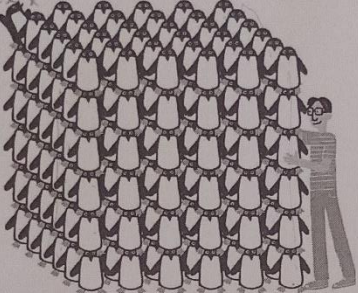
Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.

Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.

o maior plano e fazer outro de + 30

Registo da minha resolução



$6 \times 6 + 6 \times 6 = 72$

$5 \times 6 = 30$

174

72

72

144

180

$+ 30$

210

$5 \times 6 = 30$

144

$+ 30$

174

$+ 36$

180

Figura 1 – "O novo sistema de arrumação dos pinguins"

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante	X	
Registei a informação importante	X	
Escrevi o meu plano	X	
Executei o meu plano	X	
Revi o que fiz	X	

A análise dos registos das alunas permite perceber que começaram por usar a multiplicação, provavelmente por terem identificado que a primeira fila de pinguins tinha 6 pinguins em cada lado. Ao realizarem a primeira operação, optaram por tentar encontrar, logo, o número de pinguins para as duas primeiras filas, apresentando, assim, a operação “ $6 \times 6 + 6 \times 6 = 72$ ”. Deste modo obtiveram o número de pinguins para 2 filas.

De seguida, ao recorrerem à adição “ $72 + 72 = 144$ ”, obtiveram o número de pinguins que se encontram em 4 filas. Ao resultado obtido até então, as alunas adicionaram mais 36 pinguins, ou seja, “ $144 + 36 = 180$ ”, chegando ao número de pinguins que estão em cinco filas, 180.

Porém, antes de chegar a este resultado, pelos registos efetuados, as alunas terão recorrido à multiplicação e obtiveram o produto “ $5 \times 6 = 30$ ”, dando a entender que contaram os pinguins que se encontravam em duas das arestas consecutivas do cubo (possivelmente, nesta fase, enganaram-se na contagem). Chegaram, inclusive, a registar, de forma isolada, o número 174 pinguins (possivelmente, para cinco filas), podendo este registo indiciar que é o resultado de “ $144 + 30 = 174$ ”. No entanto, acabaram por não considerar este resultado, mas sim os 180 pinguins.

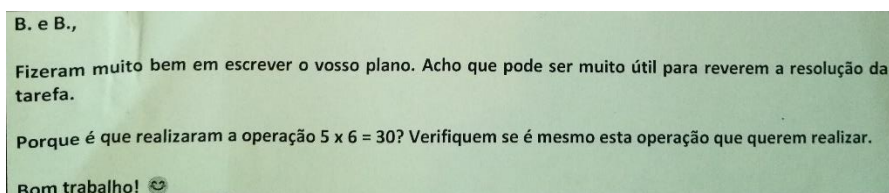
Para a última fila de pinguins, parecem ter recorrido, novamente, à multiplicação e obtiveram novamente o produto “ $5 \times 6 = 30$ ”. Ao adicionarem este produto aos 180 pinguins, não conseguiram obter o resultado correto, obtiveram, sim, “ $180 + 30 = 210$ ”.

Relativamente às etapas de resolução de problemas, através da análise da resolução, parece que as alunas compreenderam o enunciado, uma vez que seguiram uma estratégia adequada ao problema proposto, ainda que tenha sido uma resolução demorada e que se tenham enganado numa operação. As alunas indicaram na lista de verificação que seleccionaram e registaram os dados importantes do problema, ainda que não seja evidente na sua resolução, que definiram e executaram o plano e que reviram a sua resolução.

O *feedback* redigido a este par realça a importância de terem registado o plano, e questiona as alunas acerca da operação “ $5 \times 6 = 30$ ”, com o intuito de as orientar a rever a sua resolução, como explicitado na figura 41.

Figura 41

Problema 3 – Feedback escrito dado à B e à B



O *feedback* foi utilizado pelo par na revisão e obtenção de um resultado correto, uma vez que retificaram a multiplicação e a adição, conseguindo obter, no final, 216 pinguins, como ilustrado na figura 42.

Figura 42

Problema 3 - A 2.ª resolução da B e da BS

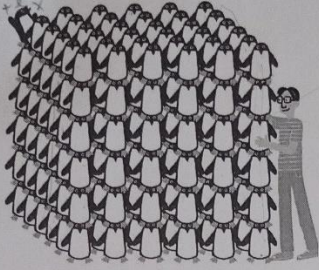
Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.

Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.

g maior plano e fazer cubo de 6x6x6

Registo da minha resolução



$6 \times 6 + 6 \times 6 = 72$
 $6 \times 6 = 36$
 $72 + 36 = 108$
 $108 + 108 = 216$

$6 \times 6 = 36$
 $36 \times 6 = 216$

Figura 1 – “O novo sistema de arrumação dos pinguins”




Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante	X	
Registei a informação importante	X	
Escrevi o meu plano	X	
Executei o meu plano	X	
Revi o que fiz	X	
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa	X	
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	+	
Obtive um resultado correto	X	

Na resposta dada ao inquérito por questionário referente ao *feedback*, as alunas reconheceram que este as ajudou porque não acertaram “uma parte da conta que era $5 \times 6 = 30$ ”, como apresentado na figura 43.

Figura 43

Problema 3 - O questionário do feedback da B e da BS

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.
O feedback ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Sim porque antes não tínhamos acertado uma parte da conta que era $5 \times 6 = 30$ e depois com o feedback conseguimos.

A resolução do E e do SA

Na resolução do terceiro problema, este par, à semelhança do anterior, parece ter recorrido às operações multiplicação e adição, sendo que a estratégia de resolução foi diferente, como se pode verificar na figura 44.

Figura 44

Problema 3 - A 1.ª resolução do E e do SA

Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.

Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.

Registo da minha resolução

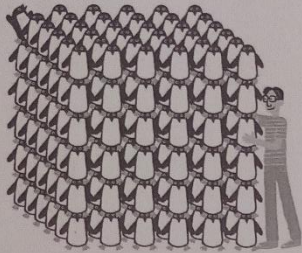


Figura 1 – “O novo sistema de arrumação dos pinguins”

$$\begin{array}{r}
 6 \times 6 = 36 \quad 30 \quad 6 \\
 6 \times 6 = 36 \quad 30 \quad 6 \\
 6 \times 6 = 36 \quad 30 \quad 6 \\
 6 \times 6 = 36 \quad 30 \quad 6 \\
 6 \times 6 = 36 \quad 30 \quad 6 \\
 6 \times 6 = 36 \quad 30 \quad 6 \\
 \hline
 + 30 \quad + 6 \\
 180 \quad 36
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 180 \quad 1 \\
 + 36 \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Registei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Escrevi o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Executei o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Revi o que fiz	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Obtive um resultado correto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A análise da resolução permite perceber que os alunos começaram por registar seis produtos, “ $6 \times 6 = 36$ ”, devendo estes estar associados com o número de filas que o cubo tem. Depois de representarem os seis produtos, recorrem a adições sucessivas de 30 e de 6: “ $30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 =$

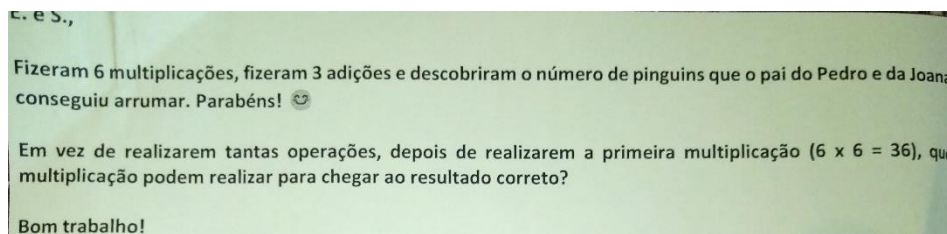
180” e “ $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36$ ”, concluindo a resolução com a adição “ $180 + 36 = 216$ ”, alcançando um resultado válido.

Relativamente às etapas de resolução de problemas, depreende-se que compreenderam o enunciado, na medida em que a estratégia se revelou adequada, assinalaram na lista de verificação que selecionaram e registaram a informação importante, apesar de não ser evidente na sua resolução, referiram que não definiram o plano e assinalaram afirmativamente a opção de terem revisto a sua resolução.

O *feedback* redigido a este par evidenciou as estratégias que os alunos utilizaram e orientou-os a identificar uma estratégia mais eficaz de resolução (em que não tivessem de realizar tantas operações), como exemplificado na figura 45.

Figura 45

Problema 3 - Feedback escrito dado ao E e ao SA



Os alunos, depois de lerem o *feedback*, conseguiram identificar uma estratégia mais eficaz e assinalaram na lista de verificação que descobriram uma nova forma de resolver a tarefa, como ilustrado na figura 46.

Figura 46

Problema 3 - A 2.ª resolução do E e do SA

Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como da figura 1.

Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.

Registo da minha resolução

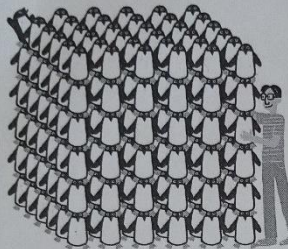


Figura 1 – “O novo sistema de arrumação dos pinguins”

Handwritten calculations:

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$+ 30 \quad + 6$$

$$\hline 180 \quad 36$$

$$6 \times 36 =$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 36 \\ \hline 216 \end{array}$$

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Registei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Escrevi o meu plano	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Executei o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Revi o que fiz	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Obtive um resultado correto	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>




Este par considerou que o *feedback* foi importante na resolução do problema, na medida em que se esqueceram “de uma resposta”, como ilustrado na figura 47, apesar de o *feedback* não referir nada a este respeito. Não obstante este facto, a sua segunda resolução reflete o contributo do

feedback, uma vez que os alunos apresentaram uma resposta à questão colocada no mesmo e registaram uma nova estratégia.

Figura 47

Problema 3 - O questionário do feedback do E e do SA

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

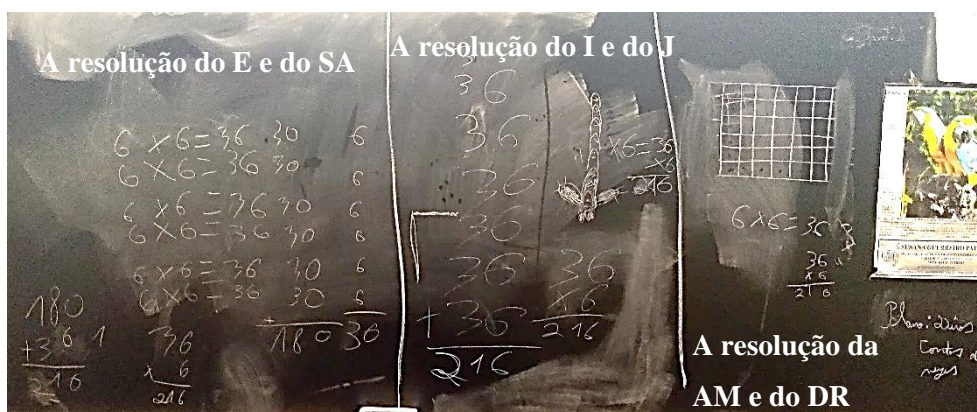
Porquê?
*nos nos tinhamos esquecidos de uma
restrição*

A discussão coletiva:

Foram selecionados três pares para a discussão coletiva da resolução deste problema, como ilustra a figura 48. A discussão teve início com a resolução de um par que recorreu a 6 multiplicações e 2 adições, seguindo-se uma outra em que o par recorreu a uma multiplicação e a uma adição. Na última resolução apresentada, o par recorreu a uma estratégia que envolveu duas multiplicações. Procurei que as estratégias fossem apresentadas e discutidas da menos eficaz para a mais eficaz.

Figura 48

Problema 3 - Discussão coletiva: A resolução final do E e do SA, do I e do J e da AM e do DR



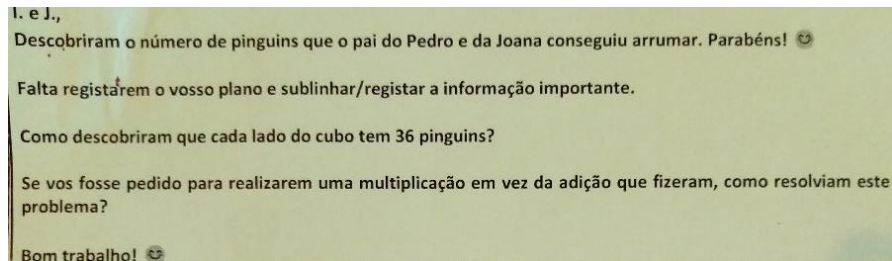
A ordem de apresentação das estratégias utilizadas pelos pares selecionados teve início com a resolução do E e do SA, já apresentada anteriormente. A decisão de iniciar a discussão por uma estratégia em que os alunos recorreram a várias operações até alcançar o resultado correto cumpriu o propósito de poder relacioná-la, de forma progressiva, com a resolução da AM e do DR, que realizaram duas multiplicações. Esperei, desta forma, que a turma reconhecesse que existem estratégias mais eficazes do que outras.

Considerarei a resolução do I e do J uma resolução intermédia, que foi selecionada com o intuito da turma compreender, paulatinamente, como podemos passar da primeira estratégia para a terceira.

Fazendo uma referência ao segundo par, constituído pelos alunos I e J, que na sua primeira resolução só recorreu à adição, depois de receber o *feedback*, ilustrado na figura 49, conseguiu usar a multiplicação e realizar o produto " $36 \times 6 = 216$ ".

Figura 49

Problema 3 - Feedback escrito dado ao I e ao J



Este produto é apresentado na sua segunda resolução, bem como o registo do seu plano, como explicita a figura 50 (a 2.ª resolução do I e do J).

Figura 50

Problema 3 - A 1.ª e 2.ª resoluções do I e do J

A 1.ª Resolução do I e do J

Verifico o meu trabalho!		
	Sim	Não
Selecionei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	
Registei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	
Escrevi o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	
Executei o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	
Revi o que fiz	<input checked="" type="checkbox"/>	
Depois de receber o feedback		
	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa		
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa		
Obtive um resultado correto		

A 2.ª Resolução do I e do J, depois de receberem o *feedback*

Handwritten notes and calculations on a piece of paper:

- Handwritten text: "também 276", "Cubo = 1", "36 x 6 = 6 x 6 = 36", "36 x 6 = 216", "36 x 6 = 216", "multiplicar", "36 x 6 = 216".
- Handwritten text: "Sim, pinguins do feedback", "Dona: Costa".
- Checklist table:

Verifico o meu trabalho!		
	Sim	Não
Selecionei a informação importante	X	
Registei a informação importante	X	
Escrevi o meu plano	X	
Executei o meu plano	X	
Revi o que fiz	X	
Depois de receber o feedback		
	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa	X	
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	X	
Obtive um resultado correto	X	




Durante a discussão coletiva, além do produto que realizou, depois de receber o *feedback*, este par registou a representação icónica das 6 filas de pinguins do cubo, em que cada uma tem 36 pinguins.

Este par considerou que o *feedback* ajudou na resolução do problema, mas não justificou esta opção com a identificação de uma nova estratégia, referiu, apenas, que se tinha “esquecido do plano”, como exemplificado na figura 51. Contudo, na lista de verificação, ilustrada na figura anterior, assinalou afirmativamente que descobriu uma nova forma de resolver a tarefa.

Figura 51

Problema 3 - Questionário do feedback do I e do J

Questionário - Preencher **depois de receber o feedback e rever a minha resolução.**
O feedback ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

		
Sim	Mais ou menos	Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

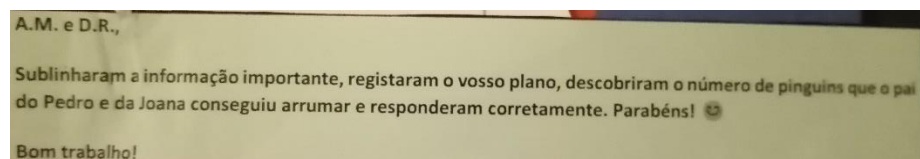
Porquê?
Porque nós trabalhamos nos quadrados do plano e de amorio

JJ

A última estratégia apresentada pela AM e pelo DR, acabou por possibilitar que, através da identificação das características de um cubo (6 faces iguais) e recorrendo, apenas, a duas multiplicações é possível chegar ao mesmo resultado que os colegas alcançaram nas suas resoluções. Este par obteve um resultado correto na primeira resolução e o *feedback* escrito evidencia os aspetos positivos alcançados, como mostra a figura 52.

Figura 52

Feedback escrito dado à AM e ao DR






Os alunos consideraram o *feedback* importante, na medida em que o mesmo “disse que *tava tudo certo”, como ilustra a figura 53.

Figura 53

Problema 3 - Questionário do feedback da AM e do DR

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Porque disse que tava tudo certo.

A discussão coletiva permitiu, ainda, comunicar à turma as vantagens que a última estratégia discutida apresenta (mais rápida; envolve, apenas duas operações; menos probabilidade de os alunos se engarem).

Reflexão sobre os *feedbacks*:

A análise da grelha de observação (Cf. Anexo P) permite verificar que na primeira resolução do terceiro problema proposto, 10 pares obtiveram o resultado correto e 1 par não obteve o resultado correto, contudo, depois de receber o *feedback* conseguiu rever e alterar a sua resolução, obtendo uma solução válida.

Dos 10 pares que obtiveram um resultado correto, 8 concretizaram, com sucesso, a extensão da tarefa proposta no próprio *feedback* e 1 par completou a informação em falta. Ao par constituído pela AM e pelo DR não foi proposta nenhuma extensão da tarefa, na medida em que utilizaram uma estratégia eficaz logo na primeira resolução. Considero que poderia ter proposto uma tarefa adicional a este par com o objetivo de consolidar a aprendizagem já alcançada.

A grelha de observação permite, ainda, verificar que 6 dos 11 pares estabeleceram o plano e que 4 pares evidenciaram seguir as etapas de resolução de problemas de Pólya, sendo que 3 das 4 resoluções não evidenciaram o registo dos dados importantes (mas sublinharam a informação que consideraram importante).

Os *feedbacks* que elaborei para esta tarefa relacionaram-se, com a explicitação das etapas de resolução de problemas em falta, principalmente a definição do plano (mesmo com a lista de verificação, 5 pares não o incluíram na sua resolução) e com a identificação de estratégias de resolução mais eficazes.

Considero que a elaboração do *feedback* foi sendo cada vez mais fácil, na medida em que procurei, logo no início da análise das resoluções, agrupá-las de acordo com as dificuldades/erros demonstrados pelos alunos. Desta forma, elaborei os *feedbacks* de acordo com esses grupos de resoluções e, conseqüentemente, de acordo com os aspetos que podiam ser melhorados.

A planificação desta tarefa não contempla a proposta de uma tarefa adicional, no entanto foi proposta a alguns pares, no *feedback* escrito, que procurassem identificar estratégias de resolução mais eficazes, sendo que dois dos pares que apresentaram a sua resolução na discussão coletiva, registaram, também, a nova estratégia identificada depois de receberem o *feedback*.

Considero que a antecipação de estratégias definidas na planificação continuou a ser bastante útil na seleção dos pares que comunicaram as suas resoluções à turma e na elaboração do *feedback*. Relativamente à ordem de apresentação, optei por começar pela estratégia menos eficaz (mais morosa e com maior probabilidade de ocorrerem enganos) para a mais eficaz (com recurso a duas multiplicações), procurando sempre estabelecer conexões entre elas, sendo enfatizada a estratégia que implica a operação multiplicação.

4.1.4 Problema 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas (Figura 11)

A resolução da B e da BS

Para resolver o problema 4, em que era necessário calcular o número de gavetas necessárias para arrumar 176 pinguins, tendo em consideração que cada gaveta levava 8 pinguins, este par recorreu à multiplicação, como ilustrado na figura 54.

Figura 54

Problema 4 - A 1.ª resolução da B e da AS

The image shows a student's handwritten solution to a math problem. The problem is titled "Tarefa 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas" and asks for the number of drawers needed to hold 176 penguins if each drawer holds 8. The student's work includes:

- Problem statement: "Tarefa 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas. O pai do Pedro e da Joana, quando viu o cubo de pinguins desmoronar-se, decidiu arrumar os pinguins em gavetas. Ajuda o pai do Pedro e da Joana a resolver o seu problema. Deves explicar como pensaste para que ele perceba o que fazer!"
- Handwritten notes in thought bubbles: "Tenho 176 pinguins", "Cada gaveta leva 8 pinguins", and "Quantas gavetas preciso?".
- A multiplication calculation:
$$\begin{array}{r} 176 \\ \times 8 \\ \hline 1508 \end{array}$$
- A drawing of a smiling face with the text "Mais fazemos de vezes" written above it.
- A small caption at the bottom left: "Figura 1 – 'A arrumação dos pinguins nas gavetas'"

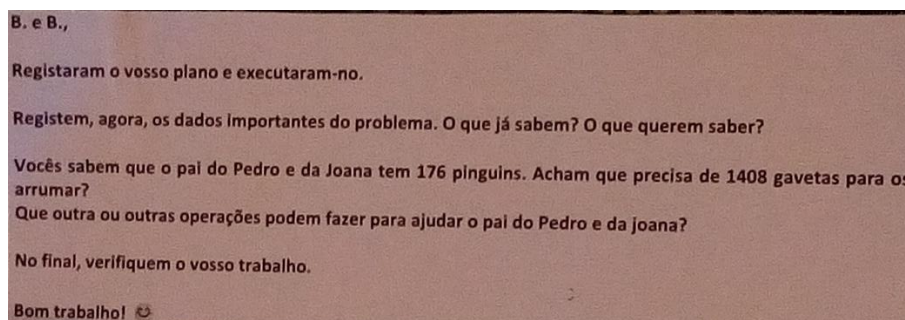
Em relação às etapas de resolução de problemas, este par evidencia não ter compreendido o enunciado do problema, na medida em que utilizou uma estratégia que o conduziu a uma solução incorreta. As alunas não utilizaram a lista de verificação para conferir o trabalho realizado.

O *feedback* redigido por mim procurou orientar as alunas a refletirem sobre o trabalho que desenvolveram na primeira resolução, sugerindo-lhes

que confrontassem o que era solicitado no enunciado com o que realizarem, como ilustra a figura 55.

Figura 55

Problema 4 - Feedback escrito dado à B e à BS



Depois de receberem o *feedback* escrito, as alunas apagaram a primeira resolução e iniciaram uma nova resolução, ilustrada na figura 56. No entanto pediram-me ajuda para interpretar a mensagem do *feedback*. Depois de as remeter para uma segunda leitura, uma das alunas reconheceu que “ele não precisa de 1408 gavetas (...) são só 176 pinguins...” (BS, 25 de maio de 2022). Durante o diálogo estabelecido, não acrescentei qualquer informação, apenas realcei a frase “Acham que precisa de 1408 gavetas para os arrumar?”.

Figura 56

Problema 4 - A 2.ª resolução da B e da BS

Tarefa 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas

O pai do Pedro e da Joana, quando viu o cubo de pinguins desmoronar-se, decidiu arrumar os pinguins em gavetas. Ajuda o pai do Pedro e da Joana a resolver o seu problema.
Deves explicar como pensaste para que ele perceba o que fazer!

Registo da minha resolução

Tenho 176 pinguins

Cada gaveta leva 8 pinguins

Quantas gavetas preciso?

176
8

22

176
8

22

Figura 1 – “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

R: Precisam de 22 gavetas.

8 16 24 32 40 48 56 64 72 80

144 136 128 120 112 104 96 88 80 72 64 56 48 40 32 24 16 8

176 | 8

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante	✓	
Registei a informação importante	✓	
Escrevi o meu plano	✓	
Executei o meu plano	✓	
Revi o que fiz	✓	
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa	✓	
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	✓	
Obtive um resultado correto	✓	

Analisando os registos da segunda resolução, as alunas parecem ter recorrido a representações icónicas das gavetas (na primeira fila de gavetas começaram da esquerda para a direita; nas segunda e terceira filas começaram da direita para a esquerda), sendo que cada uma tem o valor acumulado de pinguins arrumados (os desenhos das alunas contêm, assim, dados). A primeira gaveta tem o valor 8 que corresponde ao número de pinguins

arrumados, a segunda gaveta, tem o valor 16, ou seja, 16 pinguins arrumados, a terceira tem o valor 24, que corresponde a 24 pinguins arrumados, e assim sucessivamente até chegarem ao número de 176 pinguins arrumados. No final, contaram o número de gavetas e constataram que eram necessárias 22 gavetas, como ilustra a resposta apresentada na figura anterior. Este par parece ter reconhecido, nesta resolução, que a operação a utilizar para resolver este problema é uma divisão, uma vez que representou o algoritmo da mesma, no entanto, não sabendo utilizá-lo, optou por outra estratégia.

Em relação às etapas de resolução de problemas, as alunas assinalaram na lista de verificação que seguiram todas as etapas, sendo observável que sublinharam a informação importante, definiram e executaram o plano. Em relação ao questionário do *feedback*, as alunas consideraram que este foi importante e justificaram a sua resposta, “Porque nós antes tínhamos o resultado errado, quando recebemos o *feedback* nós conseguimos”, como mostra a figura 57.

Figura 57

Problema 4 - O questionário do *feedback* da B e da BS

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
 O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

😊 Sim	😐 Mais ou menos	😞 Não
✓		

Porquê?
 Porque nós antes tínhamos o resultado errado, quando recebemos o *feedback* nós conseguimos

A resolução da C e do X

A análise dos registos deste par permite perceber que não conseguiram resolver o problema proposto, não apresentando nenhuma tentativa de

resolução. No entanto, descreveram as etapas de resolução de problemas (em que consistem), como ilustrado na figura 58.

Figura 58

Problema 4 - A 1.^a resolução da C e do X

Tarefa 4 - A arrumação dos pinguins nas gavetas
O pai do Pedro e da Joana, quando viu o cubo de pinguins desmorronar-se, decidiu arrumar os pinguins em gavetas. Ajuda o pai do Pedro e da Joana a resolver o seu problema.
Deves explicar como pensaste para que ele perceba o que fazer!

Tenho 176 pinguins

Cada gaveta leva 8 pinguins

Quantas gavetas preciso?

Registo da minha resolução

1. ler o problema.
2. pensar uma conta.
3. fazer a conta.
4. fazer a resposta.

Figura 1 - "A arrumação dos pinguins nas gavetas"

O *feedback* escrito orientou os alunos a sublinharem ou registarem a informação do enunciado importante e a registarem o seu plano, questionando-os acerca das operações que podiam usar na sua resolução, como exemplificado na figura 59.

Figura 59

Problema 4 - Feedback escrito dado à C e ao X

Sublinhem ou registem a informação importante e realizem o vosso plano.
Qual é ou a operação (conta) ou quais são as operações que vão usar? Adição, subtração, multiplicação ou divisão?
Executem o vosso plano e registem a vossa resposta.

No final, verifiquem o vosso trabalho. 178

Bom trabalho!

Os alunos utilizaram o *feedback* escrito para resolverem o problema, registrando que o seu plano implicaria a realização de uma multiplicação, como apresentado na figura 60

Figura 60

Problema 4 - A 1.ª resolução da C e do X, depois de receberem o feedback escrito

Tarefa 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas

O pai do Pedro e da Joana, quando viu o cubo de pinguins desmoronar-se, decidiu arrumar os pinguins em gavetas. Ajuda o pai do Pedro e da Joana a resolver o seu problema.
Deves explicar como pensaste para que ele perceba o que fazer!

Tenho 176 pinguins

Cada gaveta leva 8 pinguins

Quantas gavetas preciso?

Registo da minha resolução

1. vou ler o problema.
2. penso em uma conta.
3. fazer a conta.
4. fazer a resposta.

fazer conta de multiplicação

Figura 1 – “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

A opção de recorrerem ao uso da multiplicação surge no seguimento de um diálogo estabelecido entre mim e os alunos, evidenciando a necessidade de complementar o *feedback* escrito com o *feedback* oral (os alunos chamaram-me para ajudar a interpretar o *feedback* escrito):

Est.: Que dados importantes é que vão sublinhar (aponte para a figura do enunciado)?

X: O 8.

C: Eu acho que isto aqui também é importante (aponta para o 176).

X: E agora temos de ver que conta fazer.

Est.: Exatamente.

X. Isto aqui já não é preciso (apontando para a pergunta que está num dos balões da figura).

(...)

Est.: E qual é o vosso plano? O que vão fazer? (silêncio)

Est.: Vão fazer um desenho? Uma tabela?

(...)

C.: Vamos fazer uma conta de vezes.

Est.: Então, esse é o vosso plano? Vão usar a multiplicação.

X: Sim.

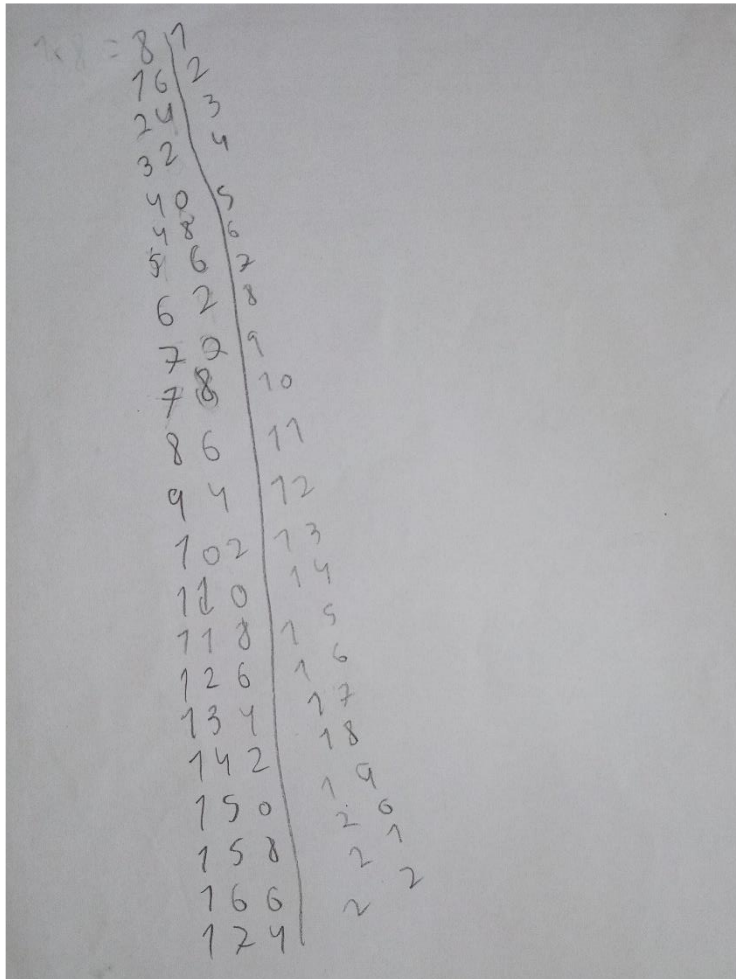
(Diálogo áudio gravado, 25 de maio de 2022)

Os alunos fizeram o produto $176 \times 8 = 1408$.

Questionei se achavam que eram necessárias 1408 gavetas para arrumar 176 pinguins. Através desta questão, os alunos reconheceram que não e retificaram a resolução (na figura apresentada anteriormente percebe-se que os alunos apagaram o produto realizado). De seguida, procuraram identificar uma nova estratégia, desta vez optaram por uma tabela em que numa das colunas registaram uma contagem de 8 em 8 e na outra o número de gavetas correspondente. Esta estratégia, apesar de adequada ao problema proposto, talvez por exigir muitos cálculos mentais, induziu os alunos em erro, na medida em que se enganaram na contagem, como ilustrado na figura 61.

Figura 61

A 2.^a resolução da C e do X, depois de receberem o feedback escrito e oral






Depois de orientar o par a verificar o seu registo, os alunos identificaram o erro e obtiveram o resultado correto, ou seja, que são necessárias 22 gavetas para 176 pinguins (não os 174 ilustrados na figura anterior).

Os alunos registaram que o *feedback* os ajudou a resolver o problema, uma vez que conseguiram identificar “...o que estava mal e a faltar”, como ilustra a figura 62.

Figura 62

Problema 1 - O questionário do feedback da C e do X

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

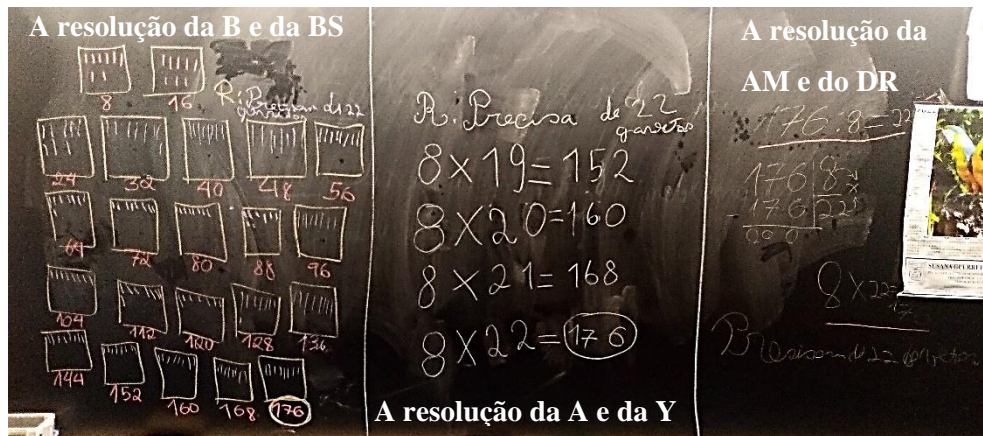
Porquê? *Porque assim como registamos o que estava mal e a faltar.*

Discussão coletiva:

Foram seleccionados três pares para a discussão coletiva do quarto problema. A discussão foi iniciada com uma resolução em que se recorreu à representação icónica das gavetas de pinguins, já apresentada anteriormente (a resolução da B e da BS). Seguiu-se a apresentação de uma resolução em que as alunas explicaram que utilizaram a multiplicação (a tabuada do 8) e terminou com uma resolução em que os alunos registaram o algoritmo da divisão, mas referiram que recorreram à multiplicação, como exemplifica a figura 63.

Figura 63

Problema 4 - Discussão coletiva: A resolução final da B e da BS, da A e da Y e da AM e do DR



O par constituído pela B e pela BS explicou a sua resolução, apresentando a estratégia a que recorreu depois de receber o *feedback*, já descrita aquando da análise da sua resolução.

O segundo par, constituído pela A e pela Y, referiu que fez a tabuada do 8, mas que só começou a registar a partir do 19. De maneira a estabelecer uma relação entre a primeira e a segunda resolução, iniciei o seguinte diálogo:

Est: B e a BS, na vossa resolução onde está representado este produto?

(Apontei para o produto $8 \times 19 = 152$, realizado pela A e pela Y).

(As alunas, depois de analisarem a sua resolução, apontaram para a gaveta que tem o número 152. Entretanto, a Y estabelece uma comparação entre a sua resolução e a das colegas)

Y: Isto pode ser a tabuada do 8 em desenho (aponta para a resolução das colegas).

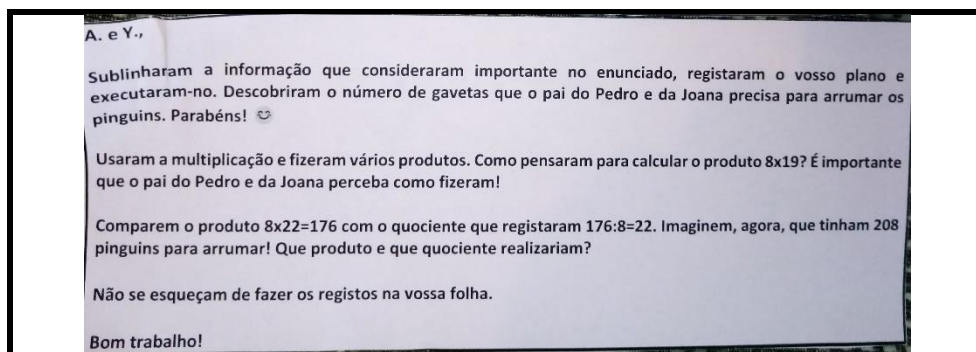
Est.: Cada produto que tu representas aqui (aponte para a resolução da A e da Y), corresponde a uma gaveta de pinguins representada aqui (aponte para a resolução da B e da BS).

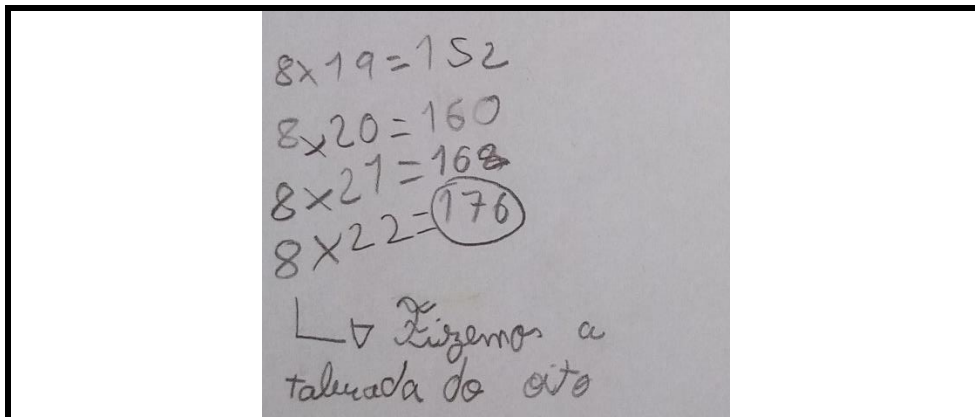
(Diálogo áudio gravado, 25 de maio de 2022)

O par da A e da Y obteve um resultado correto na primeira resolução, no entanto não era claro o modo como pensou para chegar à resolução final. Através do *feedback* escrito, apresentei uma extensão da tarefa e questionei de que forma pensaram para calcular o produto “ $8 \times 19 = 152$ ”. No seguimento desta questão, as alunas reconheceram que “fizemos a tabuada do 8”, como ilustra a figura 64. Durante a discussão coletiva, o par mencionou este aspeto (esta constatação), que surgiu e foi registado depois de receber o *feedback* escrito.

Figura 64

Problema 4 - Feedback escrito dado à A e à Y e registo das alunas





O par considerou que o *feedback* ajudou na resolução do problema, mencionando que faltava dizer como chegaram à conclusão, como ilustra a figura 65.

Figura 65

Problema 4 - O questionário do feedback da A e da Y

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
 O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

😊 Sim	😐 Mais ou menos	😞 Não
X		

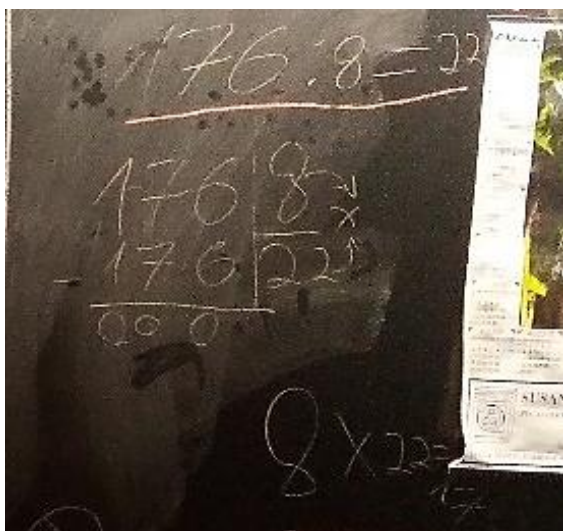
Porquê?
 Porque faltava - nos dizer como chegamos a esta conclusão.

O par da AM e do DR, que registou o algoritmo da divisão, referiu na sua apresentação que “Sabemos que é para dividir, mas procurámos um número que a multiplicar por 8 dá 176” (DR, aula de 25-5-2022).

O par registou, inclusive, o produto “8 x 22”, como ilustrado na figura 66.

Figura 66

Registro da AM e do DR durante a discussão coletiva



No final, procurando estabelecer a relação entre a segunda e terceira resoluções, surgiu o seguinte diálogo:

Est.: Então, vocês também usaram a tabuada do 8 para verificarem qual o número que a multiplicar por 8 dá 176?

DR: Sim, multiplicámos por 8.

(Diálogo áudio gravado, 25 de maio de 2022)

Acabei por referir, ainda, que a divisão é a operação inversa da multiplicação. O par da A e da Y e o par constituído pela AM e pelo DR, nas suas primeiras resoluções, não explicitando que são operações inversas, representaram a divisão e a multiplicação, parecendo reconhecerem que, de alguma forma, estas operações se relacionavam. A extensão da tarefa que propus a estes pares no *feedback* escrito teve como finalidade a consolidação deste reconhecimento, como exemplificado na figura 67.

Figura 67

Excerto do feedback escrito dado à A e à Y e a resolução das alunas

Comparem o produto $8 \times 22 = 176$ com o quociente que registaram $176 : 8 = 22$. Imaginem, agora, que tinham 208 pinguins para arrumar! Que produto e que quociente realizariam?

Não se esqueçam de fazer os registros na vossa folha.

Bom trabalho!

$8 \times 23 = 184$
 $8 \times 24 = 192$
 $8 \times 25 = 200$
 $8 \times 26 = 208$

$208 : 8 = 26$
Fizemos a continuação da tabuada de 8

Analisando a resolução deste par, as alunas parecem ter conseguido compreender a relação existente entre a divisão e a multiplicação, uma vez que conseguiram obter o produto “ $8 \times 26 = 208$ ” e registaram o quociente “ $208 : 8 = 26$ ”. Aproveitei a discussão coletiva para sistematizar esta relação.

Reflexão sobre os *feedbacks*:

A análise da grelha de observação (cf. Anexo Q) permite perceber que na primeira resolução do quarto problema proposto, 7 pares obtiveram o resultado correto e 5 pares apresentaram resoluções incorretas. Depois de receberem o *feedback* escrito, todos os pares conseguiram rever e alterar a sua resolução, obtendo uma solução válida. No entanto, foi necessário complementar o *feedback* escrito com o oral, algumas vezes, apenas, para orientar os alunos a lerem a mensagem do *feedback* atentamente.

Dos 7 pares que obtiveram um resultado correto na primeira resolução, 5 concretizaram, com sucesso, a extensão da tarefa proposta no próprio *feedback*, 1 par não conseguiu obter um resultado válido e 1 aluno (que optou por realizar o problema sozinho, uma vez que o seu colega faltou) não realizou a extensão da tarefa proposta.

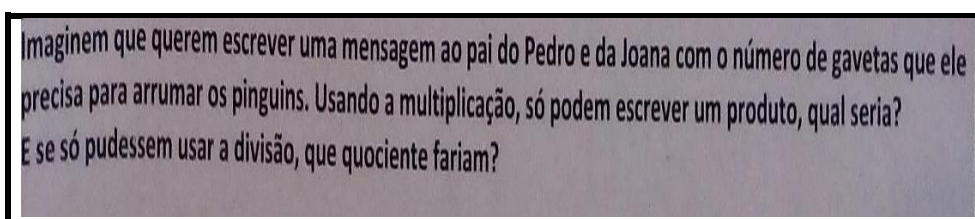
A grelha de observação permite, também, perceber que 8 dos 12 pares estabeleceram o plano e que 7 pares evidenciaram seguir as etapas de resolução de problemas de Pólya, sendo que a resolução de um deles não evidencia a revisão da resolução (não utilizou a lista de verificação).

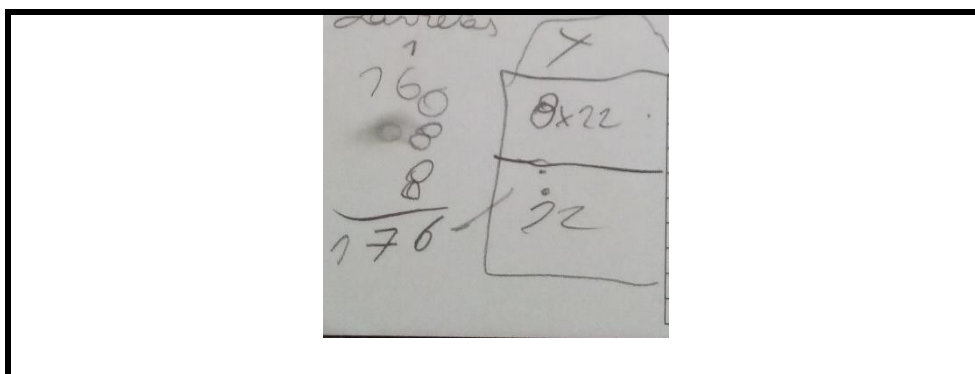
Os *feedbacks* que elaborei relacionaram-se, essencialmente, com conteúdos matemáticos. Para os pares que representaram os algoritmos da divisão e da multiplicação, integrei no *feedback* escrito uma extensão da tarefa, como já ilustrado na figura 67.

Para os pares que recorreram a adições sucessivas, o *feedback* escrito dado consistiu em orientar os alunos a identificarem um produto e/ou um quociente, sendo que os alunos conseguiram identificar, pelo menos, um deles, como ilustra a figura 68 (este par registou “8 x 22” e inseriu uma linha a ligar o número 176 com “: 22”).

Figura 68

Excerto do feedback escrito dado à M e ao R e o registo da resposta dos alunos





Tal como já foi referido, a planificação desta tarefa não contemplou, especificamente, uma tarefa extra, no entanto foi proposta a alguns pares, no *feedback* escrito, uma extensão da tarefa inicial.

A antecipação de estratégias definidas na planificação continuou a ter um papel fundamental na seleção dos pares que comunicaram as suas resoluções à turma, na definição da ordem das apresentações, bem como na elaboração de *feedback* escrito.

Sendo a quarta tarefa proposta no âmbito deste estudo, o *feedback* oral facultado aos pares consistiu, essencialmente, em remeter os alunos para uma leitura atenta do *feedback* escrito. Quando os alunos solicitaram o meu apoio para interpretar o *feedback* escrito, procurei apenas realçar algum aspeto crucial escrito no mesmo que os orientasse a descobrirem um novo caminho a seguir para alcançarem uma solução correta.

Seguindo uma sugestão da professora orientadora, procurei melhorar a linguagem utilizada relacionada com conteúdos matemáticos, tanto nos discursos estabelecidos com os alunos, como no *feedback* escrito, nomeadamente, “Comparem o produto $8 \times 22 = 176$ com o quociente $176 : 8 = 22$ ”. Sem esta orientação, possivelmente, utilizaria “Comparem a multiplicação $8 \times 22 = 176$ com a divisão $176:8 = 22$ ”. Considero este aspeto importante, na medida em que se eu utilizar uma linguagem correta com os alunos, estes, gradualmente, apropriam-se da mesma.

4.1.5 Problema 5 – Os passageiros do autocarro (Figura 12)

A resolução do B e do DS

A análise da resolução que este par apresentou para resolver o quinto problema, em que era necessário calcular o número de passageiros que iniciou uma viagem de autocarro, sugere que os alunos, através de representações icónicas que contêm dados (representam o número de passageiros que entrou e saiu), resolveram o problema recorrendo a adições e a uma subtração, partindo do número de passageiros que chegou ao destino, como mostra a figura 69.

Figura 69

Problema 5 - A 1.ª resolução do B e do DS

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹

Um autocarro partiu da estação de Palmela, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Registo da minha resolução

resultado

1.º
2+

2.º
5-

3.º
1+

Iniciaram 10 passageiros.

Verifico o meu trabalho	Sim	Não
Selecionei a informação importante		
Registei a informação importante		
Escrevi o meu plano		
Executei o meu plano		
Revi o que fiz		

A análise da resolução dos alunos sugere que iniciaram a sua resolução partindo do número 12, que adicionaram 2, subtraíram 5 e adicionaram 1, obtendo o resultado que os alunos apresentam na sua resposta, ou seja, 10 passageiros. Ao optar por esta estratégia, o par não alcançou uma solução correta.

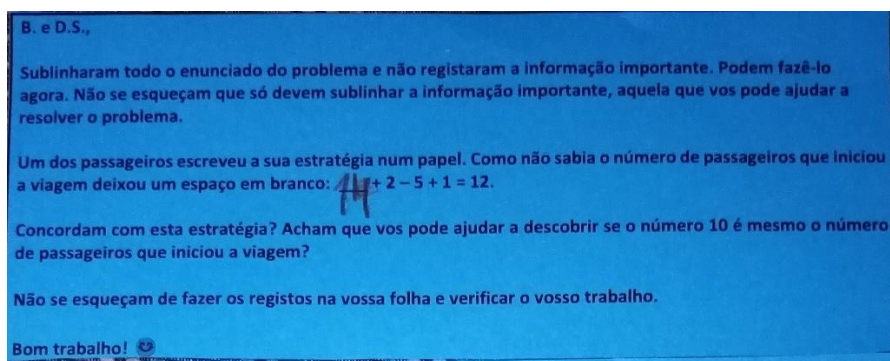
Em relação às etapas de resolução de problemas de Pólya, o par parece ter tentado compreender o enunciado do problema, optou por sublinhar todo

o enunciado e explicitou o seu plano, “Vamos desenhar”. Terá passado para a etapa da execução do plano, sendo que a estratégia utilizada não foi adequada ao problema proposto. Relativamente à última etapa de resolução de problemas, os alunos indicaram na lista de verificação que reviram a sua resolução.

O *feedback* escrito dado a este par procurou que os alunos sublinhassem/registassem a informação importante e apresentou uma estratégia utilizada por um dos passageiros, em que faltava uma parcela. De seguida, questionou se concordavam com a estratégia e se a mesma os podia ajudar a verificar se 10 é mesmo o número de passageiros que iniciou a viagem, como exemplificado na figura 70.

Figura 70

Problema 5 - Feedback escrito dado ao B e ao DS



A análise da segunda resolução permite perceber que os alunos, depois de receberem o *feedback*, transcreveram a estratégia para a ficha de resolução de problemas e experimentaram preencher o espaço em branco (correspondente à parcela em falta) com vários números. A folha de resolução, como mostra figura 71, ilustra a tentativa de utilizarem o número 16. Os alunos acabaram por apresentar a resposta correta na folha colorida

respeitante ao *feedback*, como se pode verificar na figura anterior, permitindo perceber que alcançaram o resultado correto.

Figura 71

Problema 5 - A 2.ª resolução do B e do DS

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹

Um autocarro partiu da estação de Palmela, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Registo da minha resolução

resultado final
12 12

Vamos de...
1ª 2+ 2ª 5- 3ª +1

Iniciaram 10 passageiros.

$2+2=4$ $4-5=-1$ $-1+1=0$

$11-5+1=7$

$11-5+1=7$




Verifico o meu trabalho!		Sim	Não
Selecionei a informação importante		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Registei a informação importante		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Escrevi o meu plano		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Executei o meu plano		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Revi o que fiz		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Depois de receber o feedback		Sim	Não
Utilizei o feedback e revi/corrigi a minha tarefa		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Obtive um resultado correto		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Os alunos consideraram que o *feedback* os ajudou “a resolver o problema”, como exemplificado na figura 72.

Figura 72

Problema 1 - O questionário do feedback do B e do DS

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Porque me ajudou a resolver o problema

A resolução do G e da MJ

Analisando os primeiros registos do G e da MJ, é possível compreender que os alunos apresentaram duas resoluções no primeiro registo que fizeram, sendo que a primeira parece ter seguido a linha de raciocínio que o par, constituído pelo B e pelo DS, seguiu na sua primeira resolução, ainda que representada de forma diferente. Na segunda resolução, também desenvolvida no primeiro momento da tarefa, o par parece ter mantido a opção de começar pelo número 12 (número de passageiros que chegou ao destino), mas optou por inverter as operações efetuadas na resolução anterior. Assim, passou de “ $12 + 2 - 5 + 1 = 10$ ” para “ $12 - 2 + 5 - 1 = 14$ ” e alcançou o resultado correto, como ilustra a figura 73.

Figura 73

Problema 5 - A 1.ª resolução do G e da MJ

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹

Um autocarro partiu da estação de Palmela, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Uma lista

Registo da minha resolução

1.ª Resolução

12 → Total

+ 2 → entraram

14


- 5 → saíram

09

+ 1 → entrou

10

2.ª resolução



12 → Total

- 2 → entraram

10

+ 5 → saíram

15

- 1 → entrou

14

R: inicialmente iam 14 passageiros

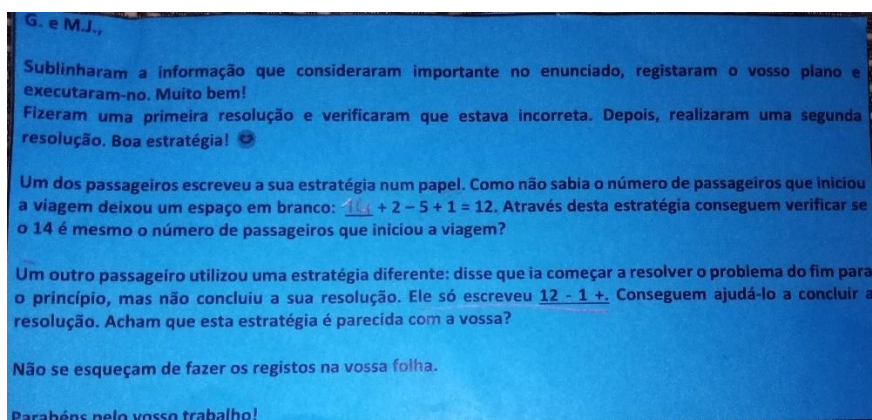
Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Registei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Escrevi o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Executei o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Revi o que fiz	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Em relação às etapas de resolução de problemas de Pólya, o par, evidenciou ter compreendido o enunciado do problema, sublinhou os dados que considerou importantes, explicitou e executou o seu plano. Relativamente à última etapa de resolução de problemas, o par registou na lista de verificação que reviu a sua resolução. O facto de ter apresentado duas estratégias (uma incorreta e outra correta) na primeira resolução evidencia este registo.

Procurei que o *feedback* escrito dado a este par apresentasse uma estratégia utilizada por um dos passageiros, de maneira que pudessem verificar se o número de passageiros que iniciou a viagem é, efetivamente, 14. Apresentei, ainda, a estratégia de resolução de trabalhar do fim para o princípio, mas incompleta, solicitei que a concluíssem e questionei se a consideravam semelhante à que utilizaram, como ilustra a figura 74.

Figura 74

Problema 5 - Feedback escrito dado ao G e à MJ



A segunda resolução dos alunos permite perceber que, depois de receberem o *feedback* escrito, confirmaram que foram, efetivamente, 14 os passageiros que iniciaram viagem, como ilustrado na figura 75. Relativamente à questão relacionada com a estratégia de resolução de trabalhar do fim para o princípio, este par, sabendo que o resultado era 14, acrescentou um número que permitisse obter este resultado, ou seja, em vez de “ $12 - 1 + 5 - 2 = 14$ ”, em que teria de acrescentar “ $+ 5 - 2 = 14$ ”, registou “ $12 - 1 + 3 = 14$ ”, demonstrando não considerar os dados do enunciado do problema e incluindo o número 3, que não faz parte do enunciado.

Figura 75

Problema 5 - A 2.^a resolução do G e da MJ




Handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top left, there is a small '10' with a horizontal line underneath it. Below this, the equation $14 + 2 - 5 + 7 = 12$ is written. Below that, the equation $12 + 1 + 1 = 14$ is written.

Este par considerou que o *feedback* ajudou na resolução do problema, uma vez que os ajudou “a descobrir novas formas de resolver os problemas”, como ilustra a figura 76.

Figura 76

Problema 5 - O questionário do *feedback* do G e da MJ

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?
Porque ajudou-me a descobrir novas formas de resolver os problemas.

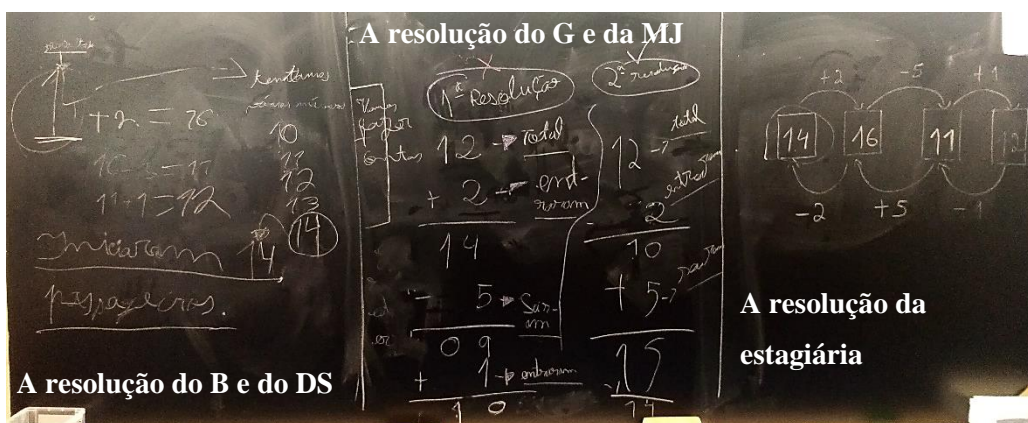
A discussão coletiva:

Para a discussão coletiva foram seleccionados os dois pares, cujas resoluções e *feedbacks* escritos foram analisados anteriormente. Foi, ainda, apresentada e discutida a estratégia de resolução de trabalhar do fim para o princípio como sendo minha, como ilustra a figura 77. Optei por começar pela estratégia que me pareceu menos eficaz, aquela em que os alunos

conseguiram alcançar um resultado válido depois de várias tentativas incorretas, para a mais eficaz, a que me parece apresentar menor probabilidade de os alunos se enganarem e por possibilitar uma resolução mais rápida.

Figura 77

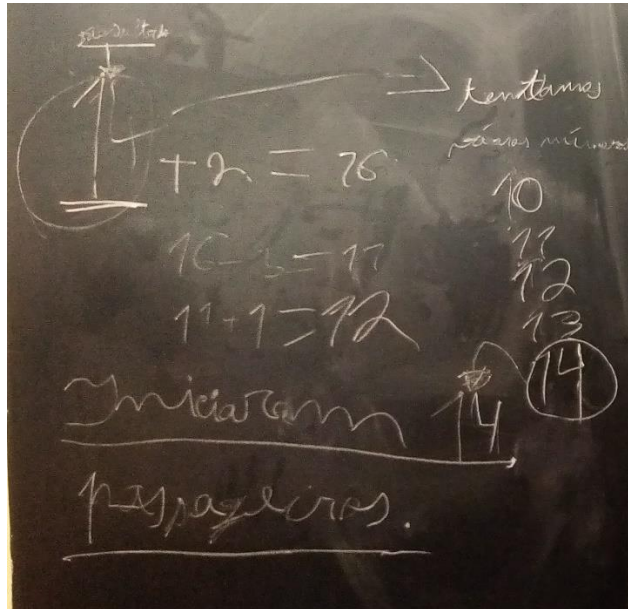
Problema 5 - Discussão coletiva: A resolução final do B e do DS, do G e da MJ e da estagiária



Assim sendo, a ordem de apresentação das estratégias utilizadas pelos pares seleccionados teve início com a resolução do B e do DS, que apresentou a estratégia que descobriu depois de receber o *feedback* escrito, no entanto representou-a de forma diferente. Começou por deixar um espaço em branco, tal como apresentado no *feedback* escrito que recebeu, que corresponde ao número de passageiros que iniciou a viagem, e foi realizando uma operação de cada vez, como explicita a figura 78. Explicou oralmente e registou no quadro que “tentámos vários números”, até obter o resultado correto, 14 passageiros.

Figura 78

Problema 5 - Discussão coletiva: A resolução final do B e do DS



O segundo par, por opção, apresentou as duas resoluções para explicar como pensou. O raciocínio dos alunos foi explicado no momento da discussão coletiva:

G: Nós começamos pelo fim que eram 12; nós pensávamos que entraram 2, acrescentamos 2; e depois saíram 5, vamos tirar 5; depois entrou 1, vamos pôr 1.

MJ: E deu 10.

G: Depois tentávamos fazer assim: Estavam 10, como estávamos a pensar; entraram 2, ficaram 12; saíram 5 ficou 7; entrou 1 e deu 8, por isso não dava para ser, porque tinha de dar 12. (...) Então nós resolvemos fazer os cálculos invertidos, em vez de fazermos mais, fizemos menos, para ver se dava o resultado correto. Então fizemos 12 menos 1.

Est.: Fizeram 12 menos 1?

G: (..) Fizemos 12 menos 2 que deu 10; e depois fizemos ...

(Diálogo áudio gravado, 30 de maio de 2022)

Os alunos demonstraram ter algumas dificuldades em explicar de forma clara a sua segunda resolução, a correta, ilustrada na figura 79.

Figura 79

Problema 5 - Discussão coletiva: A resolução final do G e da MJ

The image shows a chalkboard with two columns of handwritten mathematical work. The left column is titled "1ª Resolução" and the right column is titled "2ª Resolução".

1ª Resolução:

$$\begin{array}{r} 12 \rightarrow \text{Total} \\ + 2 \rightarrow \text{entram} \\ \hline 14 \\ - 5 \rightarrow \text{Saíram} \\ \hline 9 \\ + 1 \rightarrow \text{entram} \\ \hline 10 \end{array}$$

2ª Resolução:

$$\begin{array}{r} 12 \rightarrow \text{Total} \\ - 2 \rightarrow \text{entram} \\ \hline 10 \\ + 5 \rightarrow \text{Saíram} \\ \hline 15 \\ - 1 \rightarrow \text{entram} \\ \hline 14 \end{array}$$

Evidenciando a estratégia apresentada pelo G e pela MJ, em que os alunos referiram que “fizeram os cálculos invertidos”, apresentei a minha estratégia. Elaborei o esquema e preenchi apenas a informação contida no enunciado. Para explicar a minha estratégia iniciei o seguinte diálogo:

Est.: Este número 12 corresponde a quê? (apontei para o número 12 da segunda resolução do G e da MJ).

(Silêncio)

Est.: Corresponde ao número de passageiros que chegou ao...

Vários alunos: Ao destino.

Est.: Então, eles começaram por onde?

R: Pelo fim.

Est.: Como começaram pelo fim, inverteram os cálculos.

DR: Mas porque é que inverteram os cálculos?

(...)

MJ: Como vimos que esta estava errada, decidimos fazer assim.

G: É um bocado difícil explicar porque é que invertemos. Foi uma maneira que encontramos de fazer diferente da primeira que nós fizemos, para ver se dava um resultado certo. E se esta não desse o resultado certo, podíamos fazer outras contas quaisquer.

(...)

Est.: Partindo da vossa ideia (G e MJ) vou utilizar um esquema (...).

(Aponte para o esquema com os dados contidos no enunciado).

I: Isso é qualquer coisa mais 2.

Est.: O que é este “mais 2”, este “menos 5” e este “mais 1”?

(...)

Est.: Têm este dado no problema (aponte para o mais dois)?

R: Os 2 passageiros que entraram.

Est.: E este (apontando para o menos 5)

Vários alunos: Os cinco que saíram.

Est.: E este (apontando para o mais 1)

Vários alunos: O que entrou.

Est.: Então, estes são os dados que o problema nos dá. (Inseri o 12 no último quadrado em branco, uma vez que é, também, um dado do enunciado).

Est.: Seguindo a ideia do G e da MJ vou resolver o problema começando do fim para o princípio.

Ali coloquei mais 1, e aqui? (aponte para o espaço que está em branco na parte inferior)

R: Menos 1.

Est.: 12 menos 1!?

Vários alunos: 11 (preenchi o quadrado em branco imediatamente antes do 12).

Est.: O que vou colocar aqui?

J: Mais cinco.

P: 11 mais 5?

R. 16.

Est. E aqui que número vou colocar?

M: Menos dois.

Est.: 16 menos 2?

Vários alunos: 14.

Est.: Consegui, ou não, obter o número de passageiros que iniciou a viagem?

Vários alunos: Consegui.

Est.: G e MJ, acham que esta estratégia ajuda a explicar a vossa resolução?

G e MJ: Sim.

(...)

Est.: DR, achas que esta estratégia é mais fácil ou mais difícil do que aquela em que os colegas tentaram encontrar vários números (aponte para a resolução do B e do DS)?

Vários alunos: Mais fácil.

Est.: E em relação a esta (aponte para a resolução do G e da MJ)?

Vários alunos: Mais fácil.

(...)

Est.: Quando se depararem com desafios semelhantes a este, em que têm de encontrar o valor inicial, podem utilizar esta estratégia.

(Diálogo áudio gravado, 30 de maio de 2022)

A análise da discussão coletiva, permite perceber que o primeiro par contribuiu na discussão, recorrendo a uma estratégia que se apropriou através do *feedback* escrito que recebeu, explicando como pensou até obter o resultado correto. Além deste aspeto, permite perceber que o G e a MJ, através da correspondência que estabeleci entre a estratégia apresentada pelo par e a “minha”, identificaram que esta última ajudou a explicar a forma como pensaram para alcançar a solução correta, nomeadamente a “os cálculos invertidos”. Vários alunos admitiram, ainda, que a “minha” estratégia era mais fácil.

Reflexão sobre os *feedbacks*:

Através da análise da grelha de observação (Cf. Anexo R), é possível verificar que na primeira resolução do quinto problema proposto, 5 pares obtiveram o resultado correto e 6 pares registaram estratégias que não os conduziram a uma solução correta. Estes pares, depois de receberem o *feedback* escrito, conseguiram rever e melhorar a sua resolução, alcançando uma solução válida.

Os 5 pares que obtiveram um resultado correto na primeira resolução, concretizaram, com sucesso, a extensão da tarefa proposta no próprio *feedback*, porém 1 par não utilizou de forma correta os dados do enunciado.

A grelha de observação permite, também, perceber que 10 dos 11 pares estabeleceram o plano e que 7 pares evidenciaram seguir todas as etapas de resolução de problemas de Pólya.

Os *feedbacks* elaborados durante a realização deste problema consistiram, essencialmente, em orientar os alunos a identificarem novas estratégias de resolução ou a confirmarem a resposta dada na primeira resolução, incluindo, assim extensões da tarefa inicial. Durante a revisão e melhoria da primeira resolução, à semelhança do problema anterior, procurei que os alunos interpretassem o *feedback* escrito sem recurso ao *feedback* oral, sem me pedirem tantas vezes apoio para interpretarem o *feedback* escrito,

para reverem e melhorarem a sua resolução. A proposta de uma tarefa adicional¹ (Figura 80) só surgiu depois da discussão coletiva e foi apresentada a toda a turma.

Em relação à discussão coletiva, considero que a apresentação e discussão em torno da minha estratégia e alguns *feedbacks* orais contribuíram para os alunos reconhecerem a eficácia da estratégia de trabalhar do fim para o princípio. Esta contribuição tornou-se mais evidente, quando propus um desafio à turma e um dos alunos registou no quadro a sua resolução, sendo que esta evidenciou a utilização desta estratégia, como ilustrado na figura 80 (o desafio foi projetado no quadro).

Figura 80

Problema 5 - Tarefa adicional proposta e resolução do B

The image is a composite of two parts. The top part is a projection of a problem statement on a screen. The bottom part is a photograph of a chalkboard with a student's handwritten solution.

Desafio

Com a proximidade do Natal, Jéssica preparou alguns biscoitos para oferecer aos seus amigos da turma B. Quando chegou deu 8 às suas amigas e no intervalo deu 6 a alguns rapazes da turma do primeiro ano. Quando chegou a casa tinha 6 biscoitos. Quantos biscoitos tinha levado a Jéssica para a escola?

The chalkboard solution shows a flow diagram and a calculation. The flow diagram consists of three boxes containing the numbers 20, 12, and 6. Arrows connect the boxes: from 20 to 12 with '-8' above the arrow, from 12 to 6 with '-6' above the arrow, and from 6 back to 12 with '+6' below the arrow. To the right of the diagram is the equation: $20 - 8 = 12 - 6 = 6$.

¹ Retirado de Sousa e Mendes (2017, p. 254).

Concluo a análise do quinto problema, realçando, mais uma vez, a importância da planificação, no sentido em que antecipa estratégias que os alunos podem utilizar. Esta antecipação influenciou as minhas decisões relativamente ao *feedback* escrito, à seleção dos pares que comunicaram as suas resoluções à turma e em relação à ordem de apresentação das resoluções.

4.2 O *feedback* no processo de resolução dos problemas – análise global

Através da análise dos dados recolhidos durante a realização dos cinco problemas propostos, é possível verificar o número de pares que reviu e corrigiu as suas resoluções, de maneira a obter um resultado correto, ou que, obtendo um resultado correto na primeira resolução, completou informação em falta ou realizou tarefas extra/extensões de tarefas, como ilustra a tabela 10.

Tabela 10

*Número de pares que utilizou o *feedback* para corrigir/melhorar a sua resolução ou realizar uma tarefa extra/extensão da tarefa.*

Problema	Análise da 1.^a resolução - n.º de pares que obtiveram resultado correto/incorrecto	Usou o <i>feedback</i> para corrigir a resolução / realizar tarefa extra / completar informação	Obteve resultado válido na 2.^a resolução / na tarefa extra. Completou informação.
1- As compras da Inês	5 pares (correto)	5 pares	5 pares
	7 pares (incorrecto)	7 pares	7 pares
2- A gelataria	10 pares (correto)	10 pares	10 pares
	2 pares (incorrecto)	2 pares	2 pares
3- O sistema de arrumação dos pinguins	10 pares (correto)	9 pares	9 pares
	1 par (incorrecto)	1 par	1 par

4- A arrumação dos pinguins nas gavetas	7 pares (correto)	6 pares	5 pares
	5 pares (incorreto)	5 pares	5 pares
5- Os passageiros do autocarro	5 pares (correto)	5 pares	4 pares
	6 pares (incorreto)	6 pares	6 pares
TOTAL	37 pares (correto)	35 pares	33 pares
	21 pares (incorreto)	21 pares	21 pares

A análise da tabela permite perceber que das 58 resoluções realizadas e analisadas, 37 evidenciaram um resultado correto (primeira resolução). Das 37 resoluções corretas, através do *feedback*, foram realizadas 35 tarefas extra/extensões de tarefas/complementação de informação (1 par não recebeu proposta de tarefa extra e 1 aluno não resolveu a extensão da tarefa proposta), sendo que 33 evidenciaram resultados corretos e 2 ilustraram resultados incorretos.

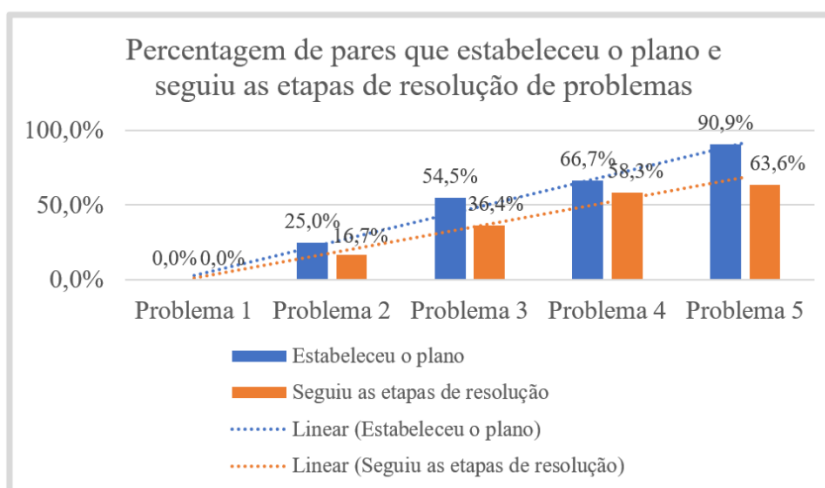
Em relação às 21 resoluções que não ilustraram um resultado correto, foram redigidos *feedbacks* com o intuito de os pares identificarem um caminho a seguir para alcançarem uma solução válida. Todos os pares o conseguiram concluir a resolução do problema, ou seja, todos os pares apresentaram um resultado correto na segunda resolução, ainda que em alguns casos, o *feedback* escrito tenha sido complementado com o *feedback* oral.

Desde a primeira tarefa proposta no âmbito deste estudo que as etapas de resolução de problemas de Pólya foram apresentadas, discutidas e relembradas em grande grupo, de modo a facilitar a apropriação das mesmas por parte dos alunos. O *feedback* escrito foi, muitas vezes, utilizado para os alunos identificarem quais as etapas que se encontravam em falta na sua resolução. A partir do terceiro problema foi, inclusive, incluída uma lista de verificação na folha de resolução para que os alunos verificassem se seguiam todas as etapas. A análise efetuada a partir das grelhas de observação

utilizadas em cada um dos problemas, permite verificar que, gradualmente, os alunos foram definindo o plano e seguindo as etapas de resolução de problemas, como ilustra a figura 81. O estabelecimento do plano é evidenciado nesta análise, uma vez que a professora cooperante identificou a dificuldade de os alunos seguirem esta etapa.

Figura 81

Percentagem de pares que estabeleceu o plano e seguiu as etapas de resolução de problemas



Este gráfico apresenta os valores percentuais, na medida em que nem todos os problemas foram realizados pelo mesmo número de pares. Através da sua análise é possível perceber que nenhum par seguiu todas as etapas de resolução de problemas/estabeleceu o plano durante a realização do primeiro problema. Percebe-se que, tanto ao nível da definição do plano como ao nível de seguir as etapas de resolução de problemas, houve um crescimento contínuo, sendo que no último problema (1.^a resolução), cerca de 91% dos pares estabeleceu o plano e cerca de 64% evidenciou seguir todas as etapas de resolução de problemas. A etapa referente ao estabelecimento do plano,

que inicialmente foi identificada como a etapa em que os alunos demonstravam mais dificuldades em seguir, no final da sequência de tarefas propostas foi evidenciada por quase todos os pares (10 de 11 pares).

Considero que o *feedback* contribuiu para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas por ter procurado orientar os alunos de acordo com as suas dificuldades e, conseqüentemente, por ter acompanhado a sua evolução no que respeita à capacidade de resolver problemas de matemática.

Não sendo, no âmbito deste projeto, o objetivo primordial do *feedback* informar os alunos acerca dos seus erros, mas sim orientá-los a autorregularem o seu trabalho e a identificarem o caminho a seguir para alcançarem sucesso na resolução de problemas de Matemática, considero que os alunos evidenciaram que alcançaram este objetivo, quer por terem identificado e corrigido os seus erros, por terem identificado estratégias mais adequadas ou mais eficazes, por terem seguido as etapas de resolução de problemas, por terem completado informação em falta ou por terem consolidado ou adquirido aprendizagens através das tarefas extra/extensões de tarefas propostas.

4.3 Perceção dos alunos sobre a importância do *feedback* na resolução de problemas de matemática

Foi definido como um dos objetivos deste projeto de investigação, “identificar a perceção que os alunos têm acerca da importância do *feedback* na resolução de problemas de Matemática”. Para alcançar este objetivo, foi aplicado, no final de cada resolução, um inquérito por questionário a todos os pares com o propósito de aferir a importância que o *feedback* teve na revisão e resolução de um determinado problema de Matemática. Esta secção apresenta, assim, a análise das respostas dadas por todos os pares aos inquéritos por questionário aplicados em cada uma das tarefas propostas.

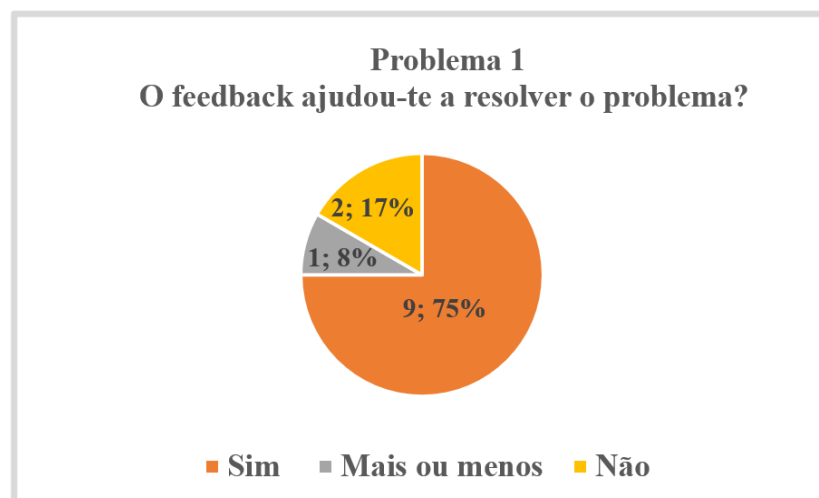
Problema 1 - As compras da Inês

No final da resolução do primeiro Problema foram aplicados 12 questionários, sendo que cada par registou a sua opinião relativamente à importância que o *feedback* teve na sua resolução.

Como ilustrado na figura 82, em resposta à questão “O *feedback* ajudou-te a resolver o problema?”, 2 pares referiram que o *feedback* não ajudou na resolução do problema, 1 par optou pela opção “mais ou menos” e 9 pares consideraram que o *feedback* os ajudou a resolver o problema.

Figura 82

Problema 1: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback



Através da análise das justificações registadas pelos pares, os alunos que referiram que o *feedback* não os ajudou a resolver o problema, apresentaram como justificação o facto de terem alcançado o resultado correto na primeira resolução.

O par que assinalou a opção “mais ou menos” justifica a sua resposta referindo que através do *feedback* escrito tiveram algumas dificuldades em compreender a mensagem, mas que “com a ajuda que deram” foi mais fácil obter um resultado correto, como ilustrado na figura 83. A ajuda que os alunos referiram está relacionada com o *feedback* oral, que foi utilizado para complementar o *feedback* escrito.

Figura 83

Problema 1 - O questionário do *feedback* da C e do X

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
 O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

😊 Sim	😐 Mais ou menos	😞 Não
----------	--------------------	----------




Porquê?
 Porque com o papel tivemos dificuldade mas com a ajuda que deram foi mais fácil entender.

Relativamente aos pares que responderam afirmativamente à questão colocada no inquérito por questionário, a maioria das justificações relacionam-se com o facto de o *feedback* os ter ajudado a identificar os erros ou a informação que faltava. Um par referiu que com o *feedback* conseguiu perceber que só devia utilizar os dados referentes aos primeiros dois CDs (aspeto relacionado com a compreensão do enunciado e seleção da informação importante para a resolução do problema), como mostra a figura 84, um outro par especificou que foi importante para perceber que faltava fazer o plano (uma das etapas de resolução de problemas de Pólya).

Figura 84

Problema 1 - O questionário do feedback do I e do J

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a *minha resolução*.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?
Sim porque nós não tínhamos suporido que era
o lado principal etc.

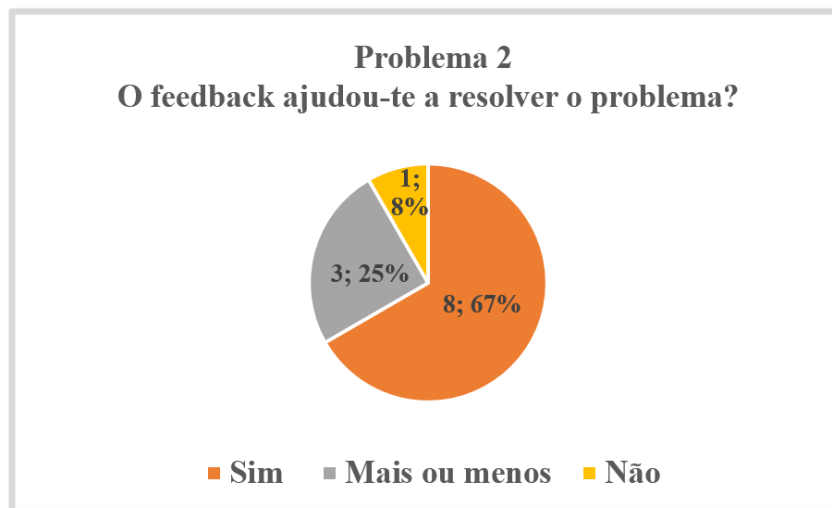
Problema 2 - A gelataria

Foram aplicados 12 questionário no final da resolução do segundo problema e cada par teve oportunidade de registar a sua opinião relativamente à importância que o *feedback* teve na resolução desta tarefa.

Como ilustra a figura 85, em resposta à questão “O *feedback* ajudou-te a resolver o problema?”, 1 par referiu que o *feedback* não ajudou na resolução do problema, 3 pares seleccionaram a opção “mais ou menos” e 8 pares consideraram o *feedback* importante.

Figura 85

Problema 2: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback



Através da análise das respostas dos 12 pares, o par que referiu que o *feedback* não ajudou a resolver o problema, justificou a sua escolha mencionando o facto de não ter recebido o *feedback* na semana anterior (logo depois da primeira resolução), demonstrando a sua preferência em receber o *feedback* logo depois de realizar o problema.




Os pares que assinalaram a opção “mais ou menos” apresentaram justificações diversas: uma relacionada com o facto de não terem concluído o problema, dando a entender que se tivessem concluído a sua resolução, o *feedback* seria outro/teria outra importância; um outro par refere que assinalou esta opção, porque já tinha “acertado” mesmo antes receber o *feedback*, como ilustra a figura 86; o último par justifica a sua opção referindo que o *feedback* permitiu identificar que se tinha esquecido de escrever a resposta à questão do enunciado. Esta última resposta poderá sugerir que os alunos consideram este esquecimento “mais ou menos” importante.

Figura 86

Problema 2 - O questionário do feedback do M e do RG

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.

O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Porque já tinha resolvido o problema sem.




Em relação aos pares que responderam afirmativamente à questão colocada no inquérito por questionário, as justificações relacionaram-se com o facto de o *feedback* os ter ajudado a identificar os erros ou a informação que faltava, sendo que alguns pares conseguiram perceber que não seguiram algumas etapas de resolução de problemas de Pólya, como exemplificado na figura 87, dois pares identificaram, especificamente, que faltava o plano.

Figura 87

Problema 2 - O questionário do feedback da A e da Y e da M e do R

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.




O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Porque percebemos que faltava realizar duas etapas.

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.

O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
Porque faltava uma coisa no plano

Problema 3 - O sistema de arrumação dos pinguins

Por ter faltado um aluno, este problema foi realizado por 10 pares e um pequeno grupo de 3 elementos, pelo que foram aplicados 11 questionários no final da resolução do problema.




Em resposta à questão “O *feedback* ajudou-te a resolver o problema?”, os 11 pares consideraram o *feedback* importante, não existindo, assim, pares, a selecionar as opções “Mais ou menos” ou “Não”.

As justificações dadas pelos pares relativamente ao *feedback* dado neste problema são diversificadas e relacionam-se com diferentes aspetos, tais como: o *feedback* ajudou a realizar o plano; a identificar a informação que faltava; a compreender que uma operação estava incorreta; a identificar uma forma mais fácil de resolver o problema. Houve, ainda, um par que considerou o *feedback* importante porque este referiu que estava tudo certo. Na figura 88 são ilustradas as respostas de 3 pares.

Figura 88




Problema 3 - O questionário do feedback da B e da BS, da M e do R e da AM e do DR

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.
O feedback ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>		




Porquê?
Sim porque antes não tínhamos a certeza de uma parte da conta que era $5 \times 6 = 30$ e depois com o feedback conseguimos.

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.
O feedback ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>		

Porquê?
Porque podia nos fazer de uma forma mais fácil.

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.
O feedback ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>		

Porquê?
Porque disse que estava tudo certo.

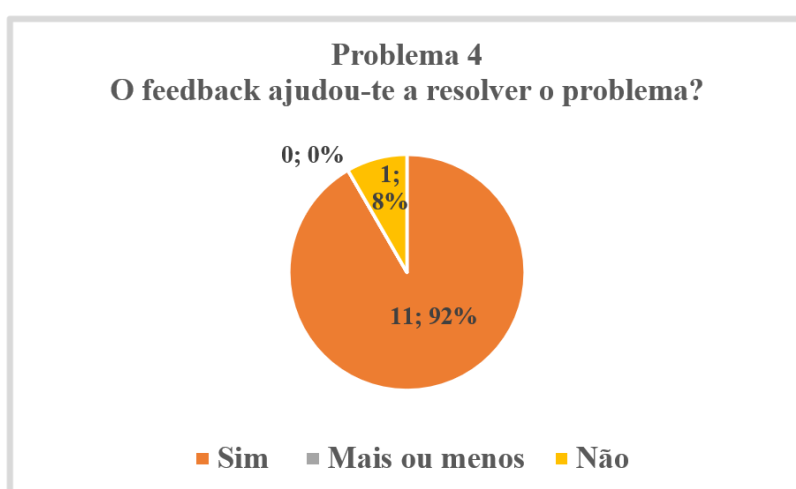
Problema 4 - A arrumação dos pinguins nas gavetas

Foram aplicados 12 questionário no final da resolução do quarto problema e cada par registou a sua opinião relativamente à importância que o *feedback* teve na resolução desta tarefa.

Como ilustra a figura 89, em resposta à questão “O *feedback* ajudou-te a resolver o problema?”, 1 par referiu que o *feedback* não ajudou na resolução do problema e 11 pares consideram o *feedback* importante.

Figura 89

Problema 4: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do feedback



A partir da análise das respostas dos 12 pares, foi possível verificar que o par que referiu que o *feedback* não ajudou a resolver o problema, associou a sua escolha ao facto de ter alcançado um resultado correto na primeira resolução.




Em relação aos pares que responderam afirmativamente à questão colocada no inquérito por questionário, as justificações relacionaram-se com o facto de o *feedback* os ter ajudado a identificar a informação que faltava, nomeadamente a definição do plano, a definir qual a operação que deviam realizar e a corrigir os erros. Dois pares consideraram o *feedback* importante, na medida em que os informou que estava tudo certo.

Um outro par respondeu afirmativamente e justificou escrevendo que “o pai do Pedro e da Joana podia não saber fazer contas de dividir, mas sim de vezes”, referindo-se à extensão da tarefa proposta no próprio *feedback*, como mostra a figura 90.

Figura 90

Problema 4 - O questionário do *feedback* do I e do J

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?
O pai do Pedro e da Joana podia não saber fazer contas de dividir mas sim de vezes

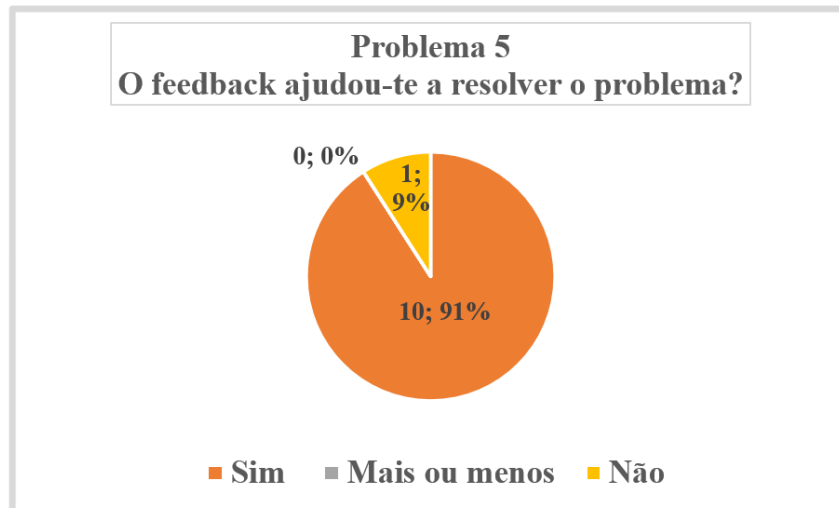
Problema 5 - Os passageiros do autocarro

Por terem faltado dois alunos, este problema foi realizado por 11 pares e, conseqüentemente, foram aplicados 11 questionários no final da resolução do problema.

Como exposto na figura 91, em resposta à questão “O *feedback* ajudou-te a resolver o problema?”, 1 par referiu que o *feedback* não ajudou na resolução do problema e 10 pares consideraram o *feedback* importante na resolução do mesmo.

Figura 91

Problema 5: Respostas dos alunos ao questionário sobre a importância do *feedback*






Analisando as respostas dos 11 pares, foi possível verificar que o par que referiu que o *feedback* não ajudou a resolver o problema, associou a sua escolha ao facto de ter alcançado um resultado correto na primeira resolução.

Em relação aos pares que consideraram o *feedback* importante, as justificações relacionaram-se com o facto de os alunos reconhecerem que esta técnica de avaliação formativa os ajudou a resolver o problema. Quatro pares referem, mesmo, que o *feedback* os ajudou a descobrirem novas estratégias/novas formas de resolver o problema, sendo que um deles especifica que descobriu que podia “resolver este problema de trás para a frente”, como ilustra a figura 92.

Figura 92




Problema 5 - O questionário do feedback do G e da MJ e da A e da Y

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?
Porque ajudaram a descobrir novas formas de resolver os problemas.

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?
Sim, porque percebemos que podíamos resolver este problema de trás para a frente.

Reflexão sobre a perceção dos alunos acerca da importância do *feedback*:

Fazendo uma análise retrospectiva das respostas dadas pelos alunos, verifica-se que nos dois primeiros problemas, os alunos, quando respondem afirmativamente à questão colocada no questionário, justificam a sua escolha, maioritariamente, com o facto de o *feedback* os ajudar a identificar os erros ou a informação em falta (por vezes, relacionada com as etapas de resolução de problemas de Pólya). A partir do terceiro problema, alguns alunos admitem ser importante o facto de o *feedback* referir que conseguiram alcançar o resultado correto e começam a considerar o *feedback* importante para os ajudar a identificar novas estratégias (ou estratégias mais fáceis) para resolver determinado problema. A identificação das novas estratégias valorizada pelos alunos surge, muitas vezes, a partir da extensão da tarefa proposta no *feedback* escrito.

4.4 Percepção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática

De maneira a compreender-se a percepção dos alunos acerca da resolução de problemas de Matemática, foram aplicados dois inquéritos por questionário: o primeiro foi aplicado antes da resolução das tarefas propostas no âmbito deste estudo (Cf. Anexo B); o segundo, depois de realizada a sequência de tarefas (Cf. Anexo C). Deste modo, esta secção apresenta duas alíneas que correspondem a cada um dos questionários aplicados, sendo que cada uma dessas alíneas encontra-se dividida de acordo com as questões que integram cada um dos questionários.

Estes questionários foram aplicados individualmente, pelo que serão analisadas as respostas dos 24 alunos.

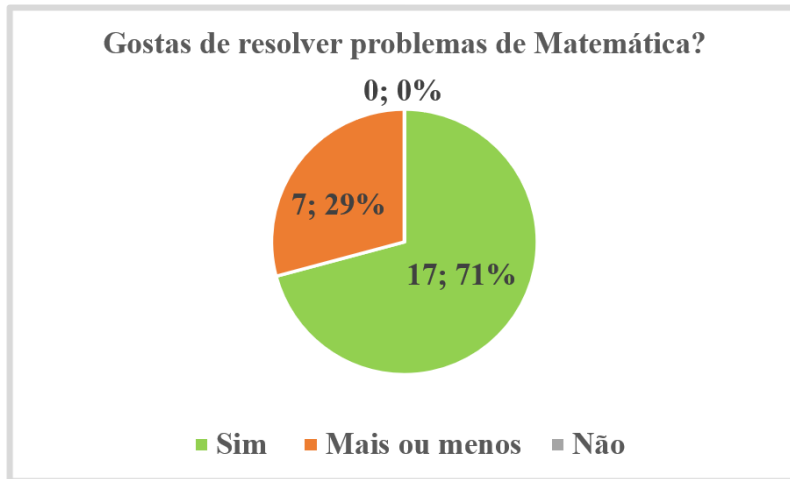
4.3.1 A percepção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática antes de realizarem a sequência das tarefas

Questão 1: Gostas de resolver problemas de matemática?

Em resposta à questão “Gostas de resolver problemas de matemática?”, 7 alunos admitiram gostar “mais ou menos” de resolver problemas de matemática e 17 alunos responderam que “Sim” à questão colocada no questionário, como ilustrado na figura 93.

Figura 93

*Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas
(antes da sequência de tarefas)*






Através da análise das respostas dos 24 alunos, foi possível verificar que os que referiram que gostam, mais ou menos, de resolver problemas de Matemática associam a sua escolha à dificuldade que, por vezes, sentem em resolvê-los, como ilustra a figura 94.

Figura 94

Questão 1: Resposta do SA

1. Gostas de resolver problemas de matemática?

 Sim	 Mais ou menos	 Não
	X	

Porquê?




porque as regras é um bocado difícil

Já os alunos que responderam afirmativamente à questão colocada, justificam a sua resposta com o facto de gostarem de “fazer contas”, por ser desafiante ou por ser divertido, como exemplificado na figura 95. Esta figura também evidencia a opinião de uma aluna que refere que aprende e melhora o que não entende. Um dos alunos associa a resolução de problemas à sua “disciplina favorita” e outro aluno indica que gosta de resolver problemas de Matemática por ser “bom e estar na final do campeonato de contas”.

Figura 95

Questão 1: Resposta da L e da BS




1. Gostas de resolver problemas de matemática?

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?

Porque parece um jogo e é divertido.

1. Gostas de resolver problemas de matemática?

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?

Porque posso aprender e melhorar o problemas que não sei ou não entendo.

A análise das respostas dadas pelos alunos à questão 1, permite perceber que o facto de os alunos gostarem, mais ou menos, de resolverem problemas de matemática surge associado à dificuldade que sentem quando os resolvem. Por outro lado, os alunos que gostam de resolver problemas associam-nos a algo divertido, alguns destacam que gostam de “fazer contas” e relacionam a sua opção com facto de gostarem e/ou terem sucesso na área curricular de matemática/resolução de problemas.

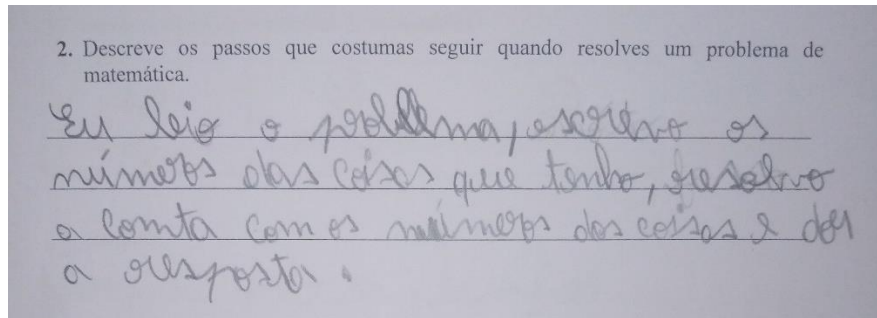
Esta análise poderá evidenciar que os alunos que não têm tanto sucesso na resolução de problemas, ou seja, que referem que é difícil resolver problemas de Matemática, não gostem tanto de os resolver.

Questão 2: Descreve os passos que costumam seguir quando resolves um problema de matemática.

Em relação à questão na qual é solicitado aos alunos para descreverem os passos que costuma seguir quando resolvem um problema de Matemática, 18 alunos apresentam respostas que indiciam que leem o problema, sendo que 7 alunos especificam que “escrevem as coisas que têm/anotam os números/registam”, podendo depreender-se que estas respostas estão associadas à leitura e compreensão do problema e ao registo ou seleção da informação importante contida no enunciado (1.^a etapa de resolução de problemas de Pólya), como exemplificado na figura 96.

Figura 96

Questão 2: Resposta da AM

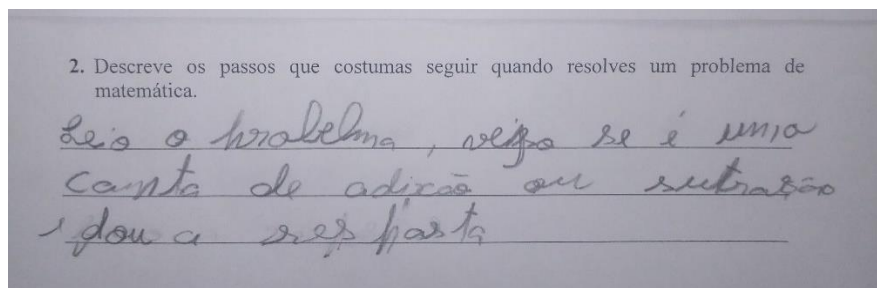


É, ainda, possível perceber que 19 alunos admitem que “resolvem o problema/fazem contas” e 10 referem que “dão a resposta/chegam ao resultado”, podendo estas respostas sugerirem que os alunos reconhecem que executam um plano, independentemente de o terem definido anteriormente (3.^a etapa de resolução de problemas de Pólya).

Dos 24 alunos, 8 mencionam o facto de verificarem se têm de recorrer à adição, à subtração, “fazer uma conta de mais ou de menos”, “de dividir ou de multiplicar”, como ilustra a figura 97. Este tipo de resposta poderá estar associado à definição do plano (2.^a etapa de resolução de problemas de Pólya).

Figura 97

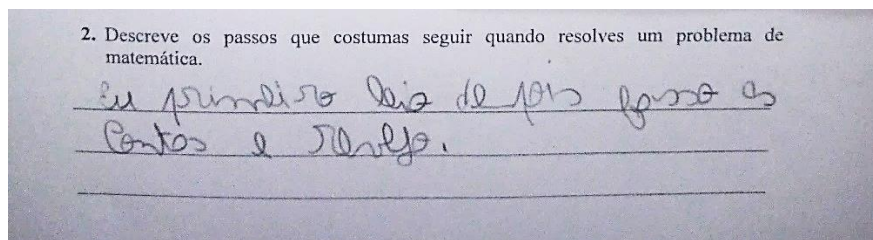
Questão 2: Resposta do S



Do total de alunos, 6 admitem rever/voltar a ler/reler o problema, pelo que se pode inferir que reveem a sua resolução (4.^a etapa de resolução de problemas de Pólya), como mostra a figura 98.

Figura 98

Questão 2: resposta do J



Através da análise das respostas dos alunos, é possível depreender que a maioria dos alunos reconhece que lê o enunciado e tenta compreender o mesmo, apesar de muitos não registarem os dados importantes do enunciado; um terço dos alunos (8 de 24), ainda que não o explicita por escrito, estabelece o plano; a maioria regista que executa as operações que considera serem adequadas; e um quarto dos alunos (6 de 24) assume que revê o trabalho que realiza.

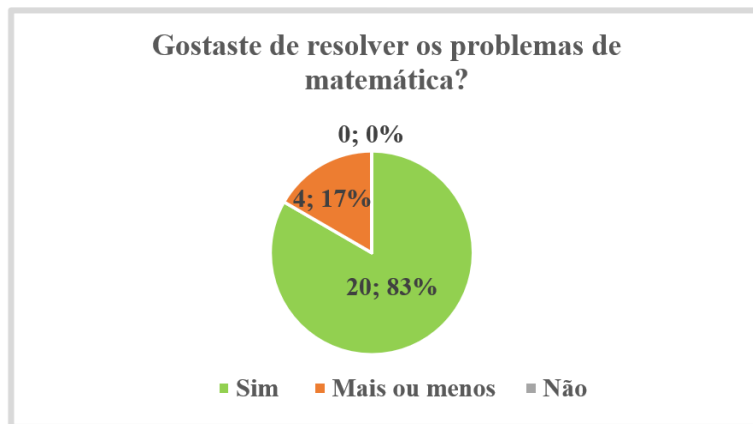
4.3.2 A percepção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática **depois** de realizarem a sequência das tarefas propostas

Questão 1: Gostaste de resolver os problemas de matemática?

Depois de realizada a sequência de tarefas propostas no âmbito desta investigação, em resposta à questão “Gostaste de resolver os problemas de matemática?”, 4 alunos referiram que gostaram “mais ou menos” de resolver problemas de matemática e 20 alunos responderam que “Sim” à questão colocada no questionário, como ilustrado na figura 99.

Figura 99

Questão 1: Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas (depois da sequência de tarefas)






A análise das respostas dos 4 alunos que referiram que gostaram, mais ou menos, de resolver os problemas de Matemática, permite perceber que 2 deles associam a sua escolha à dificuldade que, por vezes, sentem em resolvê-los, como mostra a figura 100; 1 aluno refere que não gosta “muito de matemática”; e 1 aluno menciona que resolveu os problemas praticamente sozinho, mas que também gosta de resolver os problemas.

Figura 100

Questão 1: Resposta do SA

1. Gostaste de resolver os problemas de matemática?

 Sim	 Mais ou menos	 Não
	X	




Porquê?
Porque é um pouco difícil

Os 20 alunos que responderam afirmativamente à questão colocada, justificam, maioritariamente, a sua escolha relacionando-a com o facto de os problemas propostos terem sido divertidos, por terem sido realizados a pares, por terem proporcionado novas aprendizagens e devido ao facto de a Matemática ser a sua disciplina preferida, como ilustra a figura 101.

Figura 101




Questão 1: Respostas da BS e da A

1. Gostaste de resolver os problemas de matemática?

 Sim	 Mais ou menos	 Não
X		

Porquê?
Porque gosto de matemática e foi muito divertida.

1. Gostaste de resolver os problemas de matemática?

		
Sim	Mais ou menos	Não
X		

Porquê?

Porque foram todos engraçados
por serem em pares.
É também porque a matemática
é a minha disciplina que eu
gosto mais

A análise das respostas à questão número 1 permite perceber que os alunos que gostaram, mais ou menos, de resolver os problemas de Matemática propostos no âmbito deste estudo, relacionaram a sua opção com o facto de não gostarem de Matemática ou de a resolução de problemas ser difícil.

Os alunos que gostaram de resolver os problemas de Matemática propostos justificaram a sua escolha, maioritariamente, referindo que foram muito divertidos/engraçados.

É pertinente realçar que 1 aluno referiu que resolveu os problemas de Matemática praticamente sozinho, o que pode indiciar que não apreciou trabalhar com o seu par, e que 4 alunos, pelo contrário, referiram apreciar trabalhar a pares.

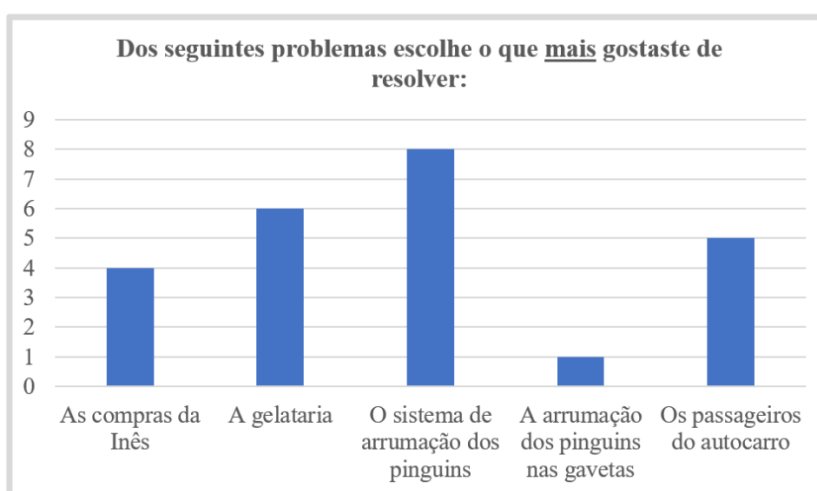
Questão 2: Dos seguintes problemas escolhe o que mais gostaste de resolver.

Considera-se que na análise das respostas dos alunos relativamente à questão acerca do problema que mais gostaram de resolver, mais importante do que compreender as preferências de cada aluno, importa perceber os motivos pelos quais os alunos preferiram um problema em detrimento dos

outros, ou seja, importa perceber as motivações que os levaram a selecionar determinado problema. Não obstante este facto, apresenta-se de seguida um gráfico que ilustra as escolhas dos alunos, como mostra a figura 102.

Figura 102

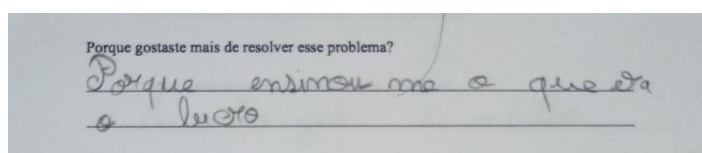
Questão 2: Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas



Os alunos que preferiram o problema “As compras da Inês” justificam a sua opção indicando que aprenderam o significado de lucro, como ilustra a figura 103, referindo que gostam de ouvir música e por ter sido desafiante.

Figura 103

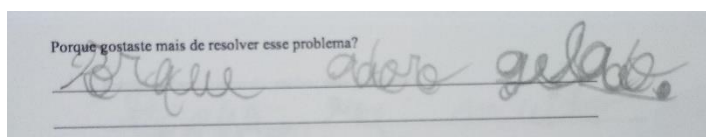
Questão 2: Resposta da MJ



Os alunos que selecionaram o problema “A gelataria” como sendo o seu preferido, justificaram a sua escolha por gostarem de gelado, como mostra a figura 104, e por ter sido divertido. Um dos alunos justifica a sua opção referindo que “adora a forma como resolveu o problema” (G, 30 de maio de 2022).

Figura 104

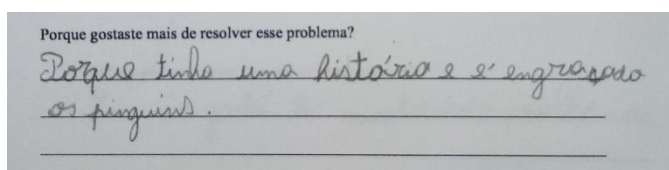
Questão 2: Resposta do B



Em relação ao problema “O sistema de arrumação dos pinguins”, os alunos que o identificaram como sendo o seu preferido, justificam a sua escolha fazendo alusão à história que serviu de indutor à tarefa proposta, como mostra a figura 105, e referiram que foi difícil e desafiante. Um dos alunos referiu que recorreu à multiplicação e salientou que gosta de tabuadas.

Figura 105

Questão 2: Resposta da M

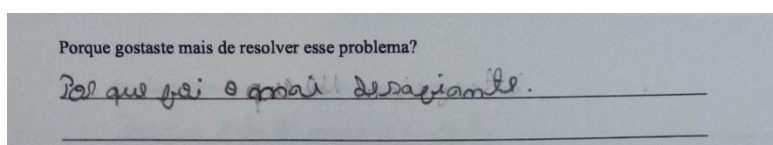


O aluno que preferiu o problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas” justifica a sua opção indicando que foi o mais desafiante. Também os alunos que selecionaram o problema “Os passageiros do autocarro” como sendo o seu preferido, justificam a sua escolha referindo que este problema

foi desafiante, como ilustra a figura 106. Um dos alunos justifica a sua opção referindo que acertou depois de duas tentativas, mas que o seu pai errou, evidenciando que propôs o desafio fora do contexto escolar.

Figura 106

Questão 2: Resposta do H



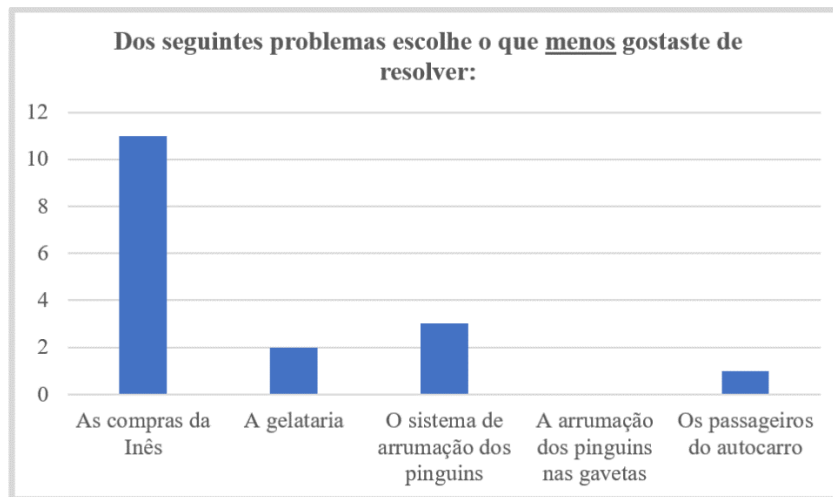
A análise das respostas dos 24 alunos permite perceber, de um modo global, que os alunos preferem problemas que constituem um desafio para si ou que se relacionam com temáticas do seu interesse. Nesta análise, os alunos realçam o gosto por gelados ou por ouvir música e o seu interesse pela história utilizada como indutor de uma das tarefas.

Questão 3: Dos seguintes problemas escolhe o que menos gostaste de resolver.

À semelhança da análise efetuada anteriormente, a análise das respostas dos alunos relativamente à questão acerca do problema que menos gostaram de resolver, incide, essencialmente, sobre os motivos pelos quais os alunos selecionaram um determinado problema. Contudo, apresenta-se, de seguida, um gráfico que ilustra as escolhas dos alunos, como mostra a figura 107.

Figura 107

Questão 3: Respostas dos alunos ao questionário sobre a resolução de problemas



A análise das justificações dadas pelos alunos que escolheram “As compras da Inês” permite perceber que os alunos apresentam justificações antagónicas: alguns alunos consideraram o problema muito difícil, outros alunos consideraram-no muito fácil/pouco desafiador, como ilustra a figura 108. Um dos alunos especificou que não gosta de fazer contas que envolvem dinheiro.

Figura 108

Questão 3: Respostas do DS e do R

3. Agora escolhe o que menos gostaste de resolver:
(Escolhe apenas um!)

As compras da Inês 	<input checked="" type="checkbox"/>
A Gelataria 	<input type="checkbox"/>
O sistema de arrumação dos pinguins 	<input type="checkbox"/>
A arrumação dos pinguins nas gavetas 	<input type="checkbox"/>
Os passageiros do autocarro 	<input type="checkbox"/>

Porque gostaste menos de resolver esse problema?
Porque é muito difícil.

3. Agora escolhe o que menos gostaste de resolver:
(Escolhe apenas um!)

As compras da Inês 	<input checked="" type="checkbox"/>
A Gelataria 	<input type="checkbox"/>
O sistema de arrumação dos pinguins 	<input type="checkbox"/>
A arrumação dos pinguins nas gavetas 	<input type="checkbox"/>
Os passageiros do autocarro 	<input type="checkbox"/>

Porque gostaste menos de resolver esse problema?
Porque não foi desafiador mas gostei de todas.

À semelhança do problema anterior, os 2 alunos que optaram por seleccionar o problema “A gelataria”, registaram justificações opostas: um aluno referiu que foi confuso; o outro aluno registou que foi fácil, que gosta de desafios.

Em relação à análise das respostas dos alunos que escolheram o problema “O sistema de arrumação dos pinguins”, 2 alunos consideraram-no difícil e 1 aluno justificou a sua escolha referindo que não o realizou (faltou no dia em que foi proposto o problema).

Os alunos que escolheram o problema “Os passageiros do autocarro” justificaram a sua opção mencionando que consideraram este problema muito confuso/muito difícil.

A análise das respostas dos 24 alunos permite perceber, de um modo geral, que os alunos elegeram um determinado problema como sendo o que

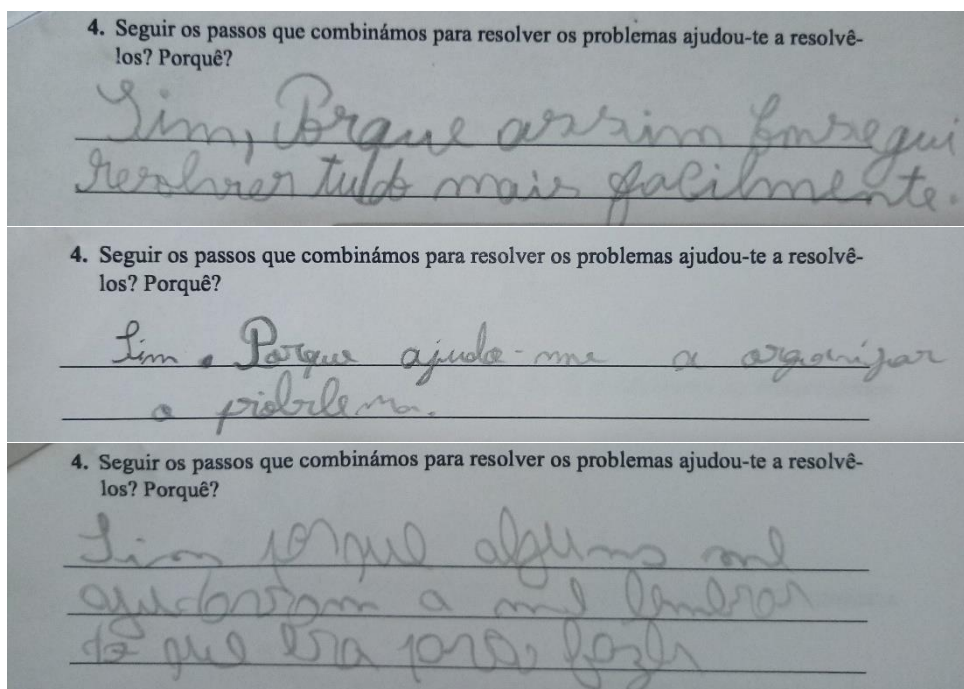
menos gostaram de resolver de acordo com dois critérios opostos: por considerá-lo demasiado difícil ou demasiado fácil.

Questão 4: Seguir os passos que combinámos para resolver os problemas ajudou-te a resolvê-los? Porquê?

A análise das respostas dos alunos em relação a esta questão permite verificar que 23 alunos responderam afirmativamente. As respostas analisadas mostram que os alunos consideram que seguir as etapas de resolução de problemas, preconizados por Pólya, os ajudou a resolver os problemas propostos, ajudou-os a organizar a informação e orientou-os acerca do que deviam fazer, como ilustra a figura 109.

Figura 109

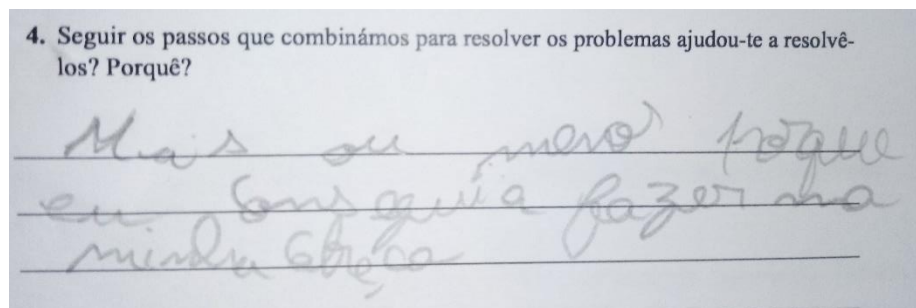
Questão 4: Respostas do X, do G e do J



O aluno que refere que os passos ajudaram, mais ou menos, a resolver os problemas propostos, justifica a sua opção por conseguir “fazer na minha cabeça”, como exemplifica a figura 110, podendo esta justificação relacionar-se com o facto de os alunos, muitas vezes, não seguirem algumas das etapas de resolução de problemas, nomeadamente a definição do plano.

Figura 110

Questão 4: Resposta do R



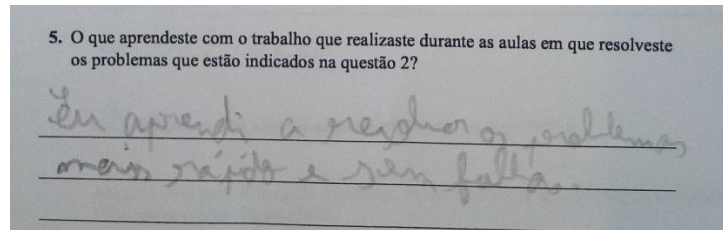
Questão 5: O que aprendeste com o trabalho que realizaste durante as aulas em que resolveste os problemas que estão indicados na questão 2.

A análise das respostas dos alunos em relação a esta questão permite perceber que os alunos reconhecem ter alcançado aprendizagens diversas, tais como:

- Aprendizagens que permitiram melhorar o processo de resolução de problemas, em que os alunos, não especificando as etapas de resolução, consideram que aprenderam a resolver melhor os problemas de Matemática, como mostra a figura 111;

Figura 111

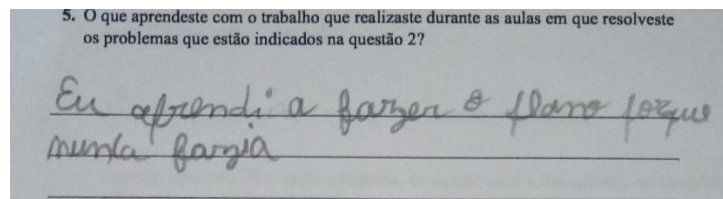
Questão 5: Resposta do RG



- Aprendizagens relacionadas com as etapas de resolução de problemas, em que os alunos especificam uma ou mais etapas, como ilustra a figura 112;

Figura 112

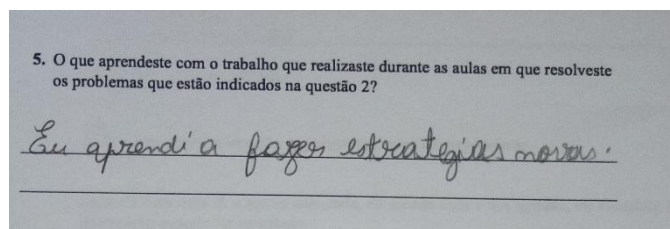
Questão 5: Resposta da L



- Aprendizagens relacionadas com a identificação de novas estratégias, na medida em que os alunos reconhecem que podem resolver um determinado problema de várias maneiras, recorrendo a diferentes estratégias, como mostra a figura 113;

Figura 113

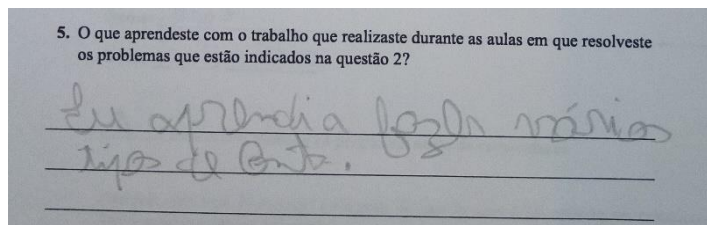
Questão 5: Resposta da M



- Aprendizagens relacionadas com as operações que os problemas propostos permitiram trabalhar, uma vez que os alunos referem que aprenderam a fazer vários tipos de contas, como ilustra a figura 114;

Figura 114

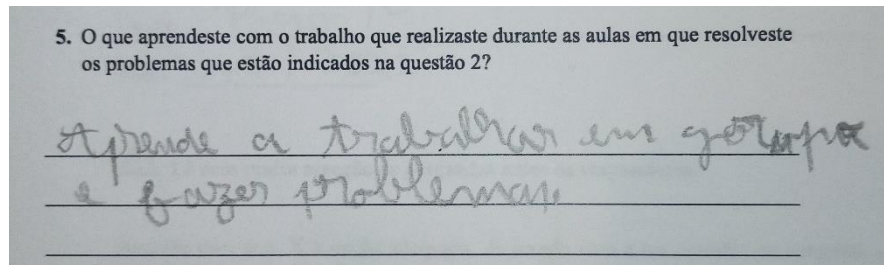
Questão 5: Resposta do J



- Aprendizagens relacionadas com o trabalho desenvolvido a pares/em grupo, como mostra a figura 115.

Figura 115

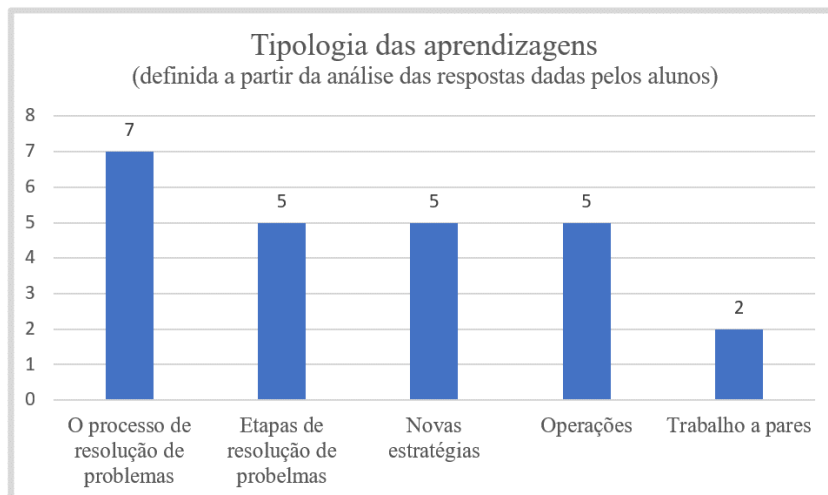
Questão 5: Resposta do DR



De modo a evidenciar a preponderância das respostas analisadas, foram definidas cinco tipologias de aprendizagem, relacionadas com as respostas dadas pelos alunos, como ilustra a figura 116.

Figura 116

Questão 5: Tipologias de aprendizagem de acordo com as respostas dos 24 alunos



A análise do gráfico, que reflete as respostas dadas pelos alunos, permite perceber que dos 24 alunos, 17 evidenciaram ter adquirido

aprendizagens relacionados com o processo de resolução de problemas de Matemática, quer referindo as aprendizagens de um modo mais generalista (aprenderam a resolver melhor os problemas), quer especificando as etapas de resolução de problemas ou reconhecendo que é possível recorrer a diferentes estratégias para resolver os problemas de Matemática. Dos 24 alunos, 5 referiram que aprenderam mais operações de Matemática e 2 identificaram o trabalho a pares/em grupo como uma aprendizagem adquirida.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo encontra-se dividido em três secções: (i) a síntese do estudo, na qual são lembrados os objetivos e as questões do estudo, a metodologia utilizada e a proposta de intervenção; (ii) as conclusões do estudo; (iii) uma reflexão sobre o estudo desenvolvido.

5.1 Síntese do estudo

O presente projeto de investigação, que incide sobre o contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática, foi desenvolvido em contexto de estágio, no âmbito da UC de Estágio IV, com uma turma de 3.º ano de escolaridade.

O estudo foi concretizado através da resolução de cinco problemas de Matemática e abrangeu várias etapas, nomeadamente: (i) a planificação das tarefas; (ii) a apresentação das tarefas aos alunos e resolução destas por parte dos mesmos; (iii) análise das resoluções dos alunos e elaboração do *feedback* escrito; (iv) revisão e melhoria da primeira resolução por parte dos alunos, com base no *feedback* escrito recebido e preenchimento do inquérito por questionário referente ao *feedback*; (v) discussão coletiva e sistematização das aprendizagens; (vi) análise das segundas resoluções dos alunos.

Na construção desta operacionalização foram definidos os seguintes objetivos: compreender o contributo do *feedback* no processo de resolução de problemas de Matemática e identificar a perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de Matemática e sobre a importância que atribuem ao *feedback* na sua resolução.

Partindo destes objetivos, este estudo foi orientado pelas seguintes questões de investigação:

- De que modo o *feedback* contribui para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de matemática?

- Que aspetos do *feedback* potenciam a resolução de problemas de Matemática?
- Qual a perceção dos alunos:
 - sobre a resolução de problemas de Matemática?
 - sobre a importância do *feedback* na sua resolução?

Assumindo a minha dificuldade em compreender como utilizar a avaliação formativa para melhorar o processo de ensino e aprendizagem e, conseqüentemente, melhorar o desempenho dos alunos, considerei a seleção do tema deste projeto de investigação pertinente. Em relação à área curricular de Matemática, o tópico “Resolução de problemas” foi selecionado por ser uma capacidade matemática transversal e, de acordo com vários autores, o tópico da área curricular de Matemática em que os alunos demonstram ter mais dificuldades (Sousa & Mendes, 2017).

A metodologia utilizada seguiu uma abordagem mista, quantitativa e qualitativa, e incidiu sobre a investigação sobre a prática. Em relação às técnicas de recolha de dados utilizadas no decurso desta investigação recorreu-se à observação participante, à pesquisa documental e aos inquéritos por questionário.

Para responder às questões de investigação foram propostos cinco problemas de Matemática aos alunos de uma turma de 3.º ano. Depois da primeira resolução de cada problema, foram analisadas as produções dos alunos e redigidos *feedbacks* com a finalidade de orientarem os alunos a autorregular as suas aprendizagens, a melhorarem as suas resoluções ou a realizarem tarefas adicionais. Por fim, foram analisadas as resoluções revistas e melhoradas pelos alunos.

Foram, ainda, aplicados inquéritos por questionário para analisar a perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de Matemática e sobre a importância que atribuem ao *feedback* na sua resolução.

Relativamente aos procedimentos de análise de dados recorreu-se à análise das resoluções dos alunos, dos *feedbacks* que redigi, das gravações áudio e das notas de campo. A análise estatística incidiu nos dados recolhidos através dos inquéritos por questionário e da grelha de observação.

5.2 Conclusões do estudo

As conclusões do estudo são apresentadas tendo em consideração as questões de investigação definidas, já apresentadas anteriormente. Deste modo, procuro responder a estas questões realçando as conclusões alcançadas.

De que modo o *feedback* contribui para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de Matemática?

Para responder a esta questão, começo por referir de que modo foi avaliada a capacidade de os alunos resolverem problemas de Matemática. Logo na primeira tarefa proposta, foi definido e conversado com os alunos que o processo de resolução de problemas implicava, para além da utilização de uma estratégia adequada que conduzisse a uma solução válida, seguir as etapas de resolução de problemas preconizadas por Pólya. Definir estes aspetos e partilhá-los com os alunos foi importante, na medida em que, tal como defende Brunheira (2020), perante a intenção de analisar e avaliar a capacidade que os alunos têm para resolver um problema de Matemática, é necessário identificar os aspetos que este processo envolve e sobre os quais pretendemos recolher informação.

Ao definir que os alunos seriam avaliados através da capacidade de seguirem as etapas de resolução de problemas de Pólya, sempre que as suas resoluções evidenciavam que não seguiam essas etapas, o *feedback* que redigi procurou orientá-los a reverem e a refletirem sobre as suas resoluções e a identificarem as etapas que se encontravam em falta. Considero que o

feedback redigido com este propósito orientou os alunos a reverem a tabela das etapas de resolução de problemas de Pólya, que foi discutida em grande grupo, impressa e colada no caderno durante a realização da primeira tarefa (Figura 6). Esta tabela, ao apresentar as etapas numeradas, teve o propósito de os alunos se apropriarem, além das etapas, da ordem pela qual devem resolver um problema de Matemática.

O *feedback*, como prática de avaliação formativa, acabou por orientar, também, a minha prática pedagógica, na medida em que ao verificar que os alunos ainda não tinham conseguido apropriar-se das etapas de resolução de problemas, decidi integrar uma lista de verificação na folha do enunciado, a partir do terceiro problema proposto (Figura 39), de modo que os alunos pudessem autorregular o seu trabalho (esta lista será detalhada na alínea 5.3).

Através da análise dos dados recolhidos é possível verificar que na primeira resolução nenhum par evidenciou seguir todas as etapas de resolução de problemas nem estabeleceu o plano que pretendia executar. Depois do trabalho desenvolvido e do *feedback* redigido em torno das etapas de resolução de problemas, as resoluções do último problema evidenciam que cerca de 91% dos pares estabeleceu o plano e cerca de 64% evidenciou seguir todas as etapas de resolução de problemas, sugerindo, assim, que a prática de *feedback*, que tantas vezes incidiu sobre as etapas de resolução de problemas, contribuiu para desenvolver a capacidade de resolução de problemas de Matemática.

O presente estudo evidencia que a prática de *feedback* possibilitou que os alunos regulassem as suas aprendizagens, isto é, que compreendessem o que já tinham conseguido alcançar com sucesso e que identificassem o que faltava para alcançarem uma resolução correta, tornando-os, assim, mais competentes na resolução de problemas de Matemática. Deste modo, indo ao encontro de uma ideia defendida por Fernandes (2008), o *feedback* permitiu que os alunos reconhecessem o seu progresso e sucesso e que assumissem uma maior responsabilidade no processo de ensino e aprendizagem. De

acordo com Oliveira e Amante (2016), os alunos devem entender o *feedback* como uma ferramenta reguladora do seu trabalho e utilizá-lo autonomamente para refletir e melhorar o que já fizeram.

Para que o *feedback* promovesse a aprendizagem dos alunos, foi importante identificar as dificuldades que cada um dos pares evidenciou nas suas resoluções, de modo a redigir mensagens que os apoiassem a superá-las. Assim sendo, indo ao encontro da perspectiva veiculada por Santos (2020), a partir da análise dos dados que recolhi (as resoluções dos alunos), procurei identificar as tipologias de dificuldades sentidas pelos alunos e facultei, através do *feedback*, orientações específicas que os apoiou a ultrapassá-las.

O *feedback* que redigi teve diferentes intencionalidades, de acordo com as dificuldades evidenciadas pelos alunos, acabando por incidir sobre diferentes aspetos, tais como: as etapas de resolução de problemas de Pólya; os erros ou a informação que se encontrava em falta; as operações subjacentes ao problema; ou a identificação de estratégias de resolução. Como defende Sadler (1989), o *feedback* é um diálogo intencional, que tem o propósito de apoiar os alunos a superarem as suas dificuldades.

Este estudo, além de evidenciar que o *feedback* foi utilizado pelos pares que não alcançaram uma solução correta na primeira resolução para refletirem e corrigirem a mesma, mostra, ainda, que esta prática de avaliação formativa não deixou de fora os alunos com bom desempenho, na medida em que foram preparadas extensões de tarefas ou tarefas adicionais que os fez refletir além da resolução correta que conseguiram alcançar. De acordo com Santos (2020), é expectável que isto aconteça, na medida em que a avaliação formativa, neste caso a prática de *feedback*, vai para além da superação de dificuldades, é esperado que os alunos que não demonstram ter dificuldades continuem a aprender.

Das 58 resoluções realizadas pelos alunos, foram redigidos 57 *feedbacks* com propostas de revisão/nova resolução (foi redigido apenas 1 *feedback* que referiu só os aspetos bem conseguidos e que não propôs a

realização de uma tarefa extra/extensão de tarefa). Destes 57 *feedbacks*, 56 foram utilizados pelos alunos para reverem/melhorarem a resolução ou realizarem tarefa extra/extensão de tarefa (1 aluno não realizou a tarefa extra solicitada), sendo que 54 conseguiram alcançar uma solução válida. Ou seja, a mensagem que foi facultada aos alunos conduzi-os, na sua grande maioria, a uma ou mais ações que promoveram as suas aprendizagens, característica esta inerente à avaliação formativa (Fernandes, 2008).

É pertinente salientar que estes resultados, que refletem que os alunos se apropriaram do *feedback* para rever e melhorar as suas resoluções, foram, também, evidenciados nos momentos de discussão coletiva, em que os pares, através de uma estratégia identificada depois de receberem o *feedback*, tiveram oportunidade de explicá-la e discuti-la com os colegas, em grande grupo.

A análise dos dados recolhidos evidencia a importância de o professor dar *feedback* aos alunos acerca do trabalho que desenvolvem, de modo que estes possam prosseguir no seu processo de aprendizagem, porém, é importante que os alunos compreendam e se apropriem da mensagem que lhes é dirigida. Segundo Fernandes (2008), os alunos devem identificar o sentido da mensagem que é comunicada pelo professor e esta deverá conduzi-los a uma ou mais ações que promovam as suas aprendizagens, caso contrário, não é um *feedback* formativo.

Em síntese, a análise dos dados recolhidos permite constatar que o *feedback* redigido contribuiu para os alunos desenvolverem a capacidade de resolução de problemas de Matemática, na medida em que é perceptível que, através do *feedback*, conseguiram apropriar-se, progressivamente, do modo como deviam resolver um problema de Matemática, seguindo as etapas de resolução de problemas de Pólya. Através do *feedback*, certos alunos conseguiram identificar os seus erros ou a informação em falta e melhoraram a sua resolução, alguns alunos conseguiram identificar uma estratégia de

resolução adequada e alcançaram uma solução válida, outros alunos conseguiram identificar estratégias de resolução mais eficazes.

Que aspetos do *feedback* potenciam a resolução de problemas de Matemática?

Para responder a esta questão é importante referir que os *feedbacks* redigidos, no âmbito deste estudo, incidiram sobre diferentes aspetos, tais como: (i) as características do próprio problema (as operações subjacentes, por exemplo); (ii) as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos, bem como as previstas por mim durante a planificação; (iii) as dificuldades manifestadas pelos alunos; (iv) as características dos alunos; (v) a tipologia da tarefa.

Em relação ao ponto (i), o *feedback* redigido, sempre que necessário, incidiu sobre as operações subjacentes (também consideradas estratégias subjacentes) ao problema, com o propósito de:

1. Orientar os alunos a identificar uma operação diferente da utilizada, nas situações em que esta não os conduziu a uma resolução correta (não adequada àquele problema). Por exemplo, no problema 4, “A arrumação dos pinguins nas gavetas”, ilustrado na figura 11, quando os alunos recorreram à multiplicação para resolver o problema e obtiveram um número de gavetas superior ao número total de pinguins referido no enunciado, o *feedback* orientou os alunos a refletirem sobre o resultado obtido, a reverem a sua resolução e a identificarem outra operação que podiam utilizar para alcançar um resultado válido.
2. Orientar os alunos a substituírem as operações utilizadas por outras que, também, os conduziria a uma solução válida. Por exemplo, no problema 3, “O sistema de arrumação dos pinguins”, ilustrado na figura 9, quando os alunos recorreram

a sucessivas adições, o *feedback* orientou os alunos a identificarem o produto que os conduziria a uma solução, igualmente, correta.

3. Orientar os alunos, que optaram por estratégias em que recorreram a representações icónicas, a identificarem estratégias de resolução com recurso a determinadas operações.

Este tipo de *feedback* potenciou que os alunos reconhecessem que podem resolver o mesmo problema recorrendo a diferentes operações, que os alunos identificassem que determinada operação não é adequada para a resolução de um determinado problema e que reconhecessem, por exemplo, que a multiplicação é a operação inversa da divisão.

O *feedback*, ao propor aos alunos que identificassem estratégias (ii) mais eficazes, nas situações em que recorreram a estratégias mais informais, mais morosas ou menos sofisticadas, contribuiu para que os alunos reconhecessem que existem estratégias mais eficientes do que outras na resolução de problemas de Matemática. Indo ao encontro da ideia defendida por Duarte (2000), foi importante para os alunos reconhecerem que existem várias formas para resolver um determinado problema.

Relativamente ao ponto (iii), o *feedback* redigido por mim teve em consideração as dificuldades que identifiquei nas resoluções dos alunos e procurou que estes as reconhecessem. Este aspeto foi visível na diversidade do *feedback* redigido, nomeadamente nas situações em que:

- Solicitou que os pares revissem e identificassem as etapas de resolução de problemas quando a sua resolução não as evidenciava;
- Orientou os alunos a reverem conceitos trabalhados, como o lucro, quando o resultado obtido refletiu que os alunos não se apropriaram do conceito corretamente;
- Orientou os alunos a refletirem e a retificarem os cálculos incorretos;

- Apresentou uma estratégia incompleta para que os alunos verificassem se o resultado apresentado na sua resolução estava correto e, simultaneamente, se apropriassem de outra estratégia;
- Sugeriu que os alunos identificassem estratégias mais eficazes das utilizadas;
- Propôs uma tarefa extra ou extensão da tarefa quando os alunos obtiveram um resultado correto e evidenciaram que seguiram as etapas de resolução de problemas na primeira resolução.

Através da explicitação e reconhecimento das suas dificuldades, os alunos, através do *feedback*, melhoraram as suas produções, evidenciando, assim, que foram desenvolvendo a capacidade de resolução de problemas. Tal como refere Pinto (2019), para os alunos superarem as suas dificuldades, é importante que as mesmas sejam explicitadas e reconhecidas.

É pertinente destacar que um dos aspetos que tive em consideração quando redigi os *feedbacks* relaciona-se com as características dos alunos (iv). Uma vez que o *feedback* foi redigido a alunos do 3.º ano de escolaridade, optei por mensagens longas, sem recurso à utilização de simbologia, no entanto, sempre que algum par evidenciou não compreender o *feedback* escrito, procurei complementar com o *feedback* oral, de maneira que a incompreensão da mensagem não impedisse a revisão/melhoria da resolução. Como salienta Semana e Santos (2009), mesmo com alunos mais velhos, que já dominam o código escrito, existe, por vezes, a necessidade de se recorrer ao *feedback* oral para complementar o escrito.

No seguimento desta ideia, importa, também, realçar que o *feedback* redigido no âmbito deste estudo teve em consideração a tipologia das tarefas propostas (v), ou seja, tratando-se da resolução de problemas de Matemática, o *feedback* foi mais longo e focado em conteúdos matemáticos, tal como defende Santos (2018).

O facto de o *feedback* ter sido redigido de acordo com o que cada par demonstrou conseguir, ou não, alcançar e ter promovido, através das suas

mensagens/pistas, situações de aprendizagem, contribuiu para todos os alunos desenvolverem a capacidade de resolver problemas de Matemática, independentemente do patamar em que se encontravam. Destacando uma ideia defendida por Santos et al. (2010), num dado momento diferentes alunos resolveram propostas de tarefas diferentes, refletindo, assim, a ideia de que o *feedback* é uma prática de diferenciação pedagógica eficaz.

Em síntese, este estudo permite compreender que existem vários aspectos que um professor deve ter em consideração quando redige *feedbacks* com a finalidade de potenciar a resolução de problemas de Matemática, tais como, as operações e estratégias subjacentes ao problema proposto, as dificuldades evidenciadas pelos alunos nas suas resoluções, as características dos alunos e a tipologia das tarefas. Este estudo evidencia que o *feedback*, ao considerar estes aspectos quando foi redigido, potenciou a resolução de problemas de Matemática e revelou ser, em simultâneo, uma prática de diferenciação pedagógica.

Qual a perceção dos alunos sobre a resolução de problemas de matemática?

Antes e depois da realização da sequência de tarefas propostas no âmbito deste estudo, foram aplicados dois inquéritos por questionário aos 24 alunos da turma, através dos quais foi possível analisar a perceção dos mesmos sobre a resolução de problemas de Matemática. Assim sendo, as conclusões serão apresentadas tendo em conta estes dois momentos.

Antes da sequência de tarefas. A análise dos dados recolhidos através do inquérito por questionário permite compreender que, antes da sequência de tarefas, sete alunos referiram que “gostam mais ou menos” de resolver problemas de Matemática, associando a sua escolha à dificuldade que, por vezes, sentem quando os resolvem. Os dezassete alunos que referiram gostar de resolver problemas de Matemática justificam a sua

escolha referindo que os consideram divertidos, desafiantes ou porque gostam de efetuar cálculos e da disciplina de Matemática

Em relação aos passos que os alunos seguem para resolver os problemas de Matemática, a leitura e compreensão do enunciado e a execução de um plano são as etapas que os alunos mais referem que seguem. Por outro lado, o estabelecimento do plano e a revisão da resolução são as etapas menos referidas pelos alunos.

Depois da sequência de tarefas. A análise dos dados recolhidos através do inquérito por questionário realizado, depois da sequência de tarefas, permite compreender que 4 alunos referiram que “gostaram mais ou menos” de resolver os problemas de Matemática propostos, sendo que apenas 2 alunos associam a sua resposta à dificuldade sentida na resolução de problemas. Os 20 alunos que referem que gostam de resolver problemas de matemática justificam a sua opção referindo, maioritariamente, que os problemas foram divertidos.

Quando os alunos referem ter gostado mais de um problema em detrimento dos outros justificam a sua opção evidenciando os aspetos que consideram positivos, tais como: por gostarem da temática do problema; por terem aprendido novos conceitos; por ser divertido; por gostarem da forma como o problema foi proposto (através de uma história, por exemplo), por ser desafiante. Esta última justificação é corroborada por Ponte (2005) que defende que o professor deve ter a preocupação em “propor problemas aos seus alunos para que estes se sintam desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experienciem o gosto pela descoberta” (p. 3).

Por outro lado, os alunos que referem ter gostado menos de resolver um determinado problema, justificam a sua opção por ser demasiado fácil ou demasiado difícil.

A análise das respostas recolhidas permite perceber que os alunos referiram que seguir as etapas de resolução de problemas os ajudou a resolvê-

los, na medida em que os ajudou a organizar a informação e orientou-os sobre o que deviam fazer.

As aprendizagens que os alunos reconhecem ter alcançado com a realização desta sequência de tarefas relacionam-se com o processo de resolução de problemas, com as etapas de resolução de problemas, com a identificação de novas estratégias ou utilização de novas operações e com o facto de o trabalho ter sido desenvolvido a pares.

Os alunos reconhecem, ainda, que seguir as etapas os ajudou no processo de resolução de problemas e identificam este processo como a principal aprendizagem alcançada no decorrer desta investigação.

Em síntese, a análise dos dois questionários permite perceber que os alunos preferem resolver problemas de Matemática quando estes constituem um desafio para si, são divertidos ou se relacionam com temáticas do seu interesse. Permite, também, perceber que certos alunos que referem que não gostam de resolver problemas de Matemática, justificam a sua escolha por os considerarem demasiado difíceis ou demasiado fáceis. A maioria dos alunos, depois de realizar a sequência de tarefas no âmbito deste estudo, reconhece que alcançou aprendizagens relacionadas com o processo de resolução de problemas e que as etapas de Pólya ajudou a melhorar esse processo.

Qual a percepção dos alunos sobre a importância do *feedback* na resolução de problemas de Matemática?

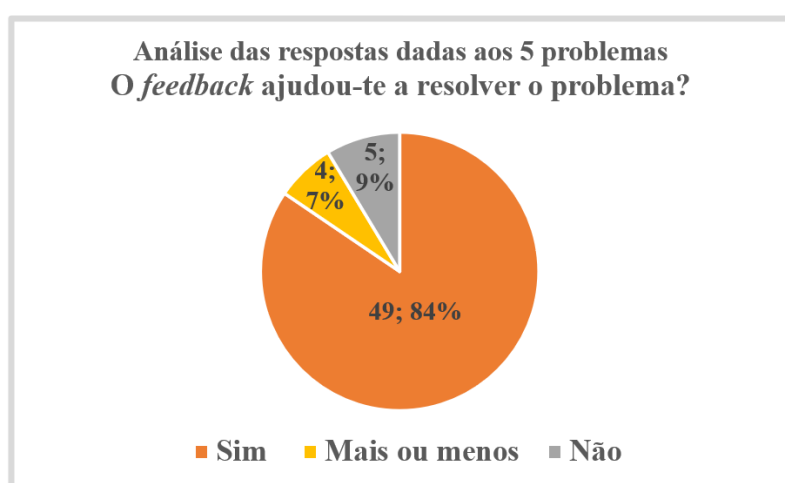
No decorrer desta investigação, no final da resolução de cada problema de Matemática proposto, foram aplicados questionários com o intuito de compreender a percepção dos alunos acerca da importância do *feedback* na resolução de um determinado problema.

No total dos cinco problemas propostos, foram aplicados 58 questionários, sendo que 49 respostas (84%) mostraram que os pares consideraram que o *feedback* os ajudou a resolver os problemas de Matemática; 4 respostas (7%) evidenciaram que os pares consideraram que o

feedback os ajudou, mais ou menos; e 5 respostas (9%) refletem a opinião de pares que consideraram que o *feedback* não os ajudou na resolução de problemas, como ilustra a figura 117.

Figura 117

Perceção dos alunos sobre a importância do feedback na resolução de problemas de Matemática



Como se pode constatar, a maioria dos pares considerou que o *feedback* os ajudou a resolver os problemas de Matemática e justificou a sua opção referindo que a mensagem que receberam os ajudou a identificar: os erros ou a informação em falta; que faltava definir o plano; que não seguiram as etapas de resolução de problemas; que um cálculo estava incorreto; que um problema pode ser resolvido de diferentes formas/com recurso a diferentes estratégias/operações; que estava tudo certo.

Foi, ainda, possível perceber que nos dois primeiros problemas, os alunos referiram que o *feedback* os ajudou a identificar os erros ou a informação em falta (por vezes, relacionada com as etapas de resolução de problemas de Pólya). A partir do terceiro problema, alguns alunos começaram

a admitir ser importante o facto de o *feedback* referir que conseguiram alcançar o resultado correto e começam a considerar o *feedback* importante para os ajudar a identificar novas estratégias.

Em síntese, através da análise efetuada e das justificações dadas pelos alunos e ilustradas anteriormente, cerca de 84% dos pares (envolvidos em todas as resoluções) consideraram que o *feedback* ajudou na resolução de problemas de Matemática.

5.3 Reflexão sobre o estudo desenvolvido

Esta secção apresenta os desafios que senti no decorrer do projeto de investigação, uma reflexão sobre a metodologia utilizada e uma breve síntese sobre o contributo do estudo para a construção do seu perfil profissional docente.

Desafios enquanto professora

Considero que me deparei com vários desafios no decorrer deste projeto de investigação que acabaram por propiciar várias aprendizagens, à medida que fui identificando formas de os contornar.

Logo na fase inicial do projeto de investigação, surgiu a necessidade em definir como seriam propostas as tarefas aos alunos, bem como a metodologia que seguiria. Optei por seguir a abordagem de ensino exploratório, uma vez que os alunos desenvolveram o seu trabalho a partir de tarefas para as quais não tinham um método de resolução imediato (Ponte et al., 2020). Esta abordagem, de acordo com o autor, pode facilitar o desenvolvimento de capacidades matemáticas, nomeadamente a resolução de problemas, possibilita a participação ativa dos alunos e pressupõe que o professor promova a comunicação na sala de aula, pelo que se revelou uma abordagem adequada ao estudo realizado.

A primeira fase, a da introdução da tarefa, correspondeu aos momentos em que apresentei as tarefas à turma e que expliquei como decorreriam as tarefas; a fase do desenvolvimento da tarefa correspondeu aos momentos em que os alunos desenvolveram o seu trabalho de forma autónoma; a terceira fase, a da discussão da tarefa, correspondeu à discussão coletiva; e a última fase correspondeu às dinâmicas que possibilitaram que fossem estabelecidas conexões entre as resoluções dos alunos e sistematizadas as aprendizagens.

A orquestração das discussões, inicialmente, revelou ser um desafio para mim, na medida em que não sabia como mediá-las, que resoluções devia selecionar para a discussão ou que papel devia assumir durante as mesmas. Estas dificuldades acabaram por ser contornadas através das cinco práticas que um professor deve ter em consideração na orquestração de discussões matemáticas, defendidas por Stein et al. (2008) e acabaram por apoiar, também, a planificação das tarefas propostas e a elaboração do próprio *feedback*.

A prática de antecipar eventuais dificuldades sentidas pelos alunos e estratégias que estes poderiam utilizar revelou-se fundamental, não apenas por me fazer refletir sobre possíveis conexões que podia estabelecer durante as discussões coletivas, mas, também, porque facilitou a elaboração do *feedback* escrito, que na primeira tarefa foi muito morosa. Ao antecipar as dificuldades sentidas pelos alunos, foi possível identificá-las mais facilmente quando analisei as suas primeiras resoluções. A antecipação de várias estratégias, também facilitou a elaboração do *feedback*, na medida em que ao ter consciência das várias estratégias que podiam ser utilizadas pelos alunos, consegui mais facilmente orientá-los a seguir um caminho que os apoiasse a identificá-las na segunda resolução.

A prática de monitorização foi importante e fez-me ganhar uma maior consciência de que existem momentos, em contexto de sala de aula, em que os alunos devem ter a possibilidade de resolver as tarefas autonomamente,

com pouca interferência dos professores. Esta etapa foi importante para acompanhar o trabalho que ia sendo realizado pelos alunos, procurando, no entanto, não interferir no trabalho dos alunos. Esta opção relaciona-se com o facto de pretender dar oportunidade aos alunos de resolverem as tarefas antes de lhes facultar o *feedback*. Esta opção é corroborada por Santos (2018), quando apresenta os resultados de um estudo, na medida em que refere que o *feedback* só deve surgir depois de o aluno ter oportunidade de trabalhar sobre a tarefa proposta.

A prática de selecionar os pares que participaram na discussão coletiva, que suscitou algumas dificuldades nas primeiras tarefas propostas, foi apoiada pelas práticas de antecipação e monitorização das tarefas, uma vez que logo no momento da planificação, quando antecipei estratégias, e durante a monitorização, em que fui verificando de que modo os diferentes pares resolviam um determinado problema, fui definido que estratégias queria selecionar, seguindo o princípio que queria selecionar resoluções diferentes.

As práticas que correspondem aos momentos em que é necessário definir a sequência pelas quais as estratégias são apresentadas e em que há necessidade de estabelecer conexões permitiu-me definir que começaria da estratégia mais informal para a mais formal, da menos eficaz para a mais eficaz.

Considero, assim, que seguir as fases da abordagem de ensino exploratório e as práticas inerentes à orquestração de discussões matemáticas foram decisões adequadas à forma como organizei o trabalho desenvolvido no decorrer da investigação, permitiram-me superar algumas das minhas dificuldades, apoiaram a elaboração do *feedback*, contribuíram para as aprendizagens dos alunos. Revelaram, deste modo, ser duas aprendizagens muito importantes que alcancei e que procurarei aplicar na minha prática profissional futura.

Um outro desafio com o qual me deparei, surgiu no final da primeira resolução, quando comecei a analisar as resoluções dos diferentes pares e

senti dificuldade em organizar a informação que pretendia recolher. Ponderei registar informações em folhas A4, com os nomes dos pares, mas facilmente percebi que precisava de elaborar uma grelha de observação que me orientasse, por um lado, a analisar em todas as resoluções os aspetos que considerava importantes, por outro, que me permitisse registar a informação recolhida e que facilitasse a análise e interpretação da mesma, posteriormente.

Desenvolvi, assim, uma grelha de observação (Cf. Anexo A) com o intuito de orientar a minha análise e a registar a informação recolhida em dois momentos distintos: antes e depois do *feedback*. Antes do *feedback*, a grelha que desenvolvi orientou-me a analisar e facilitou o registo de informações relacionadas com as quatro etapas de resolução de problemas de Pólya e com o resultado obtido (se os pares seguiam as etapas de resolução e se obtinham um resultado válido na primeira resolução). Depois do *feedback*, o registo da informação recolhida durante a análise das segundas resoluções dos alunos, permitiu-me analisar se os alunos utilizaram o *feedback* para rever e melhorar a sua resolução, se alcançaram um resultado válido na segunda resolução e, no caso de os pares que participaram na discussão coletiva, se conseguiram descrever a forma como pensaram para resolver um determinado problema, ou seja, se conseguiram explicar a estratégia utilizada aos restantes colegas.

Alguns dos resultados apresentados no capítulo 4, foram analisados através da informação registada nesta grelha de observação, pelo que esta acabou por ser um instrumento utilizado durante todo o projeto de investigação e facilitou a análise dos dados recolhidos. Além de apoiar a investigação, esta grelha de observação acabou por ter, também, a função de registo/avaliação das aprendizagens dos alunos, na medida em que me permitiu verificar, numa primeira fase, as dificuldades evidenciadas pelos alunos ou as aprendizagens já adquiridas, numa segunda fase, as aprendizagens alcançadas depois do *feedback*.

Considero que se tivesse de realizar uma nova grelha de observação para o mesmo tipo de tarefas propostas no âmbito deste estudo, certamente

acrescentaria alguns campos para registar informações que considero importantes, nomeadamente no momento “Depois do *feedback*”. Procuraria inserir um campo no qual pudesse especificar se os alunos utilizaram o *feedback* para corrigir a resolução, identificar a informação em falta e/ou identificar uma nova estratégia de resolução. Relativamente ao campo da discussão coletiva, acrescentaria um campo para registar se os pares que participaram na discussão coletiva utilizaram o *feedback* durante a apresentação e explicação das suas estratégias e se conseguiram estabelecer conexões entre as resoluções.

Um outro aspeto que considero que podia ser melhorado ao nível desta grelha de observação, e uma vez que a mesma acabou por ter a função de registar/avaliar as aprendizagens dos alunos, é o de a mesma ser partilhada e discutida com os alunos, na medida em que, tal como defende Brunheira (2020), considero que é fundamental que as ferramentas desenvolvidas com a finalidade de avaliar as aprendizagens dos alunos sejam discutidas, previamente, com os alunos.

A fase final da discussão coletiva, em que foram estabelecidas conexões entre as resoluções apresentadas, também constituiu um desafio para mim, na medida em que, algumas vezes, fui eu a estabelecer essas conexões. Considero que deveria ter orientado os alunos a procurarem essas relações entre resoluções de forma mais eficaz. Talvez o tempo disponível para a realização de cada tarefa proposta tenha influenciado esta minha atitude, mas acho que de futuro é um aspeto que devo melhorar: devo procurar orientar os alunos a estabelecerem as conexões existentes.

Em relação à lista de verificação, que foi integrada na folha do enunciado a partir do terceiro problema proposto e que é apresentada no Anexo G, considero que poderia ter sido desenvolvida em conjunto com os alunos, ainda que eu pudesse acrescentar algum item não referido pelos mesmos. Esta lista apoiou os alunos a verificarem se tinham seguido todos os passos para resolverem um determinado problema enquanto o resolviam

(funcionou como uma *checklist*) e permitiu-me verificar se os alunos consideravam ter seguido determinadas etapas que, muitas vezes, não são explicitadas nas suas resoluções. Não obstante estas vantagens, pude constatar que alguns pares assinalaram etapas como se as tivessem seguido, mas que não eram evidentes na sua resolução, nomeadamente, o registo/seleção da informação do enunciado que consideravam importante.

Esta lista de verificação incluiu, também, três campos que deveriam ser preenchidos depois de os alunos receberem o *feedback* e reverem/melhorarem as suas resoluções, com o intuito de refletirem sobre a utilização deste: se o utilizaram para rever/corrigir a resolução; se descobriram uma nova estratégia de resolução; ou se obtiveram um resultado correto na segunda resolução.

Julgo que, se os alunos se envolvessem no processo de construção desta lista de verificação, se definissem os aspetos que deveriam verificar, se reconhecessem que teriam de evidenciar esses aspetos nas suas resoluções, se apropriariam, mais facilmente, desta lista de verificação. Ainda assim, apesar de só ter sido integrada no terceiro problema e de ter sido desenvolvida por mim, considero que a sua introdução foi importante, uma vez que visou colmatar uma dificuldade que os alunos continuavam a evidenciar nas suas resoluções: não seguirem as etapas de resolução de problemas.

Em suma, constato que me deparei com vários desafios, os quais fui procurando superar durante o projeto de investigação, refletindo sobre as decisões que tomei e procurando melhorar a minha prática tendo em vista a promoção da aprendizagem dos alunos. Considero que, tal como defende Alarcão (2000), o professor tem de questionar as suas decisões educativas.

Reflexão sobre a metodologia utilizada

A opção de utilizar a metodologia de investigação sobre a prática revelou ser apropriada ao desenvolvimento deste estudo, uma vez que, tal como já referido, através de uma prática reflexiva continuada sobre a minha

intervenção, fui conseguindo reconhecer algumas fragilidades do projeto, bem como as minhas dificuldades, e fui efetuando algumas alterações para as contornar, nomeadamente: passei a antecipar eventuais estratégias utilizadas pelos alunos no momento da planificação; desenvolvi uma grelha de observação, que não foi contemplada na primeira planificação; passei a considerar apresentar estratégias minhas sempre que as mesmas contribuíssem para discussões coletivas mais produtivas e para as aprendizagens dos alunos; o *feedback* foi sendo melhorado no sentido de orientar os alunos a identificarem novas estratégias de resolução; foi incluída uma lista de verificação (apresentada no Anexo G) a partir do terceiro problema, de maneira que os alunos pudessem verificar o seu trabalho.

Considero, assim, que as alterações que fui realizando no decorrer do projeto de investigação cumprem um dos objetivos do método de investigação sobre a prática que, de acordo com Ponte (2002), passa por alterar aspetos da prática que constituem um problema.

Seguir o paradigma de investigação misto, abordagem qualitativa e quantitativa, revelou-se adequado ao estudo que realizei e às questões de investigação do presente estudo. Seguir a abordagem qualitativa foi importante, na medida em que me envolvi com os sujeitos da investigação (alunos) no decorrer do projeto, durante as resoluções dos problemas e as discussões coletivas, e tive oportunidade de refletir sobre a minha prática no ambiente natural. Como defendem Bogdan e Biklen (1994), esta abordagem atribui ao investigador o papel de “instrumento principal” e caracteriza-se por ser o ambiente natural a fonte direta de dados. Revelou, ainda ser adequada a este estudo, uma vez que grande parte dos dados que recolhi e analisei foram apresentados no capítulo 4 na forma descritiva e incluíram diálogos, citações dos alunos, notas de campo e fotografias.

Em relação à abordagem quantitativa, foi adequada, na medida em que os dados recolhidos através dos inquiridos por questionário e da grelha de observação foram passíveis de serem quantificados. De acordo com Bogdan

e Biklen (1994), nesta abordagem, a análise de dados é dedutiva e é verificável depois da recolha dos mesmos.

O facto de pretender, enquanto futura docente, adotar metodologias de ensino que consideram os alunos sujeitos ativos no seu processo de aprendizagem, fez-me optar pela utilização dos inquéritos por questionário, com o intuito de perceber qual a perceção dos alunos em relação à resolução de problemas e ao *feedback*. Considero que poder quantificar a informação recolhida foi importante para identificar preferências, dificuldades e perceções sentidas pelos alunos.

Contributo do estudo para a construção do seu perfil profissional docente

Nesta secção importa referir que as aprendizagens que adquiri quando procurei contornar as dificuldades que fui sentido no decorrer do projeto de investigação, apresentadas na secção 5.3.1, contribuíram, inevitavelmente, para a construção do meu perfil profissional docente, na medida em que muitas das estratégias ou métodos de trabalho a que recorri serão adotados no futuro, com as adaptações e/ou melhorias necessárias.

Depois de ter assumido, no início deste estudo, ter dificuldades em analisar a informação recolhida durante o processo de avaliação formativa, bem como utilizá-la a favor das aprendizagens dos alunos, considero que a opção de selecionar o *feedback* como a grande temática deste estudo, que implicou a recolha, a análise e a utilização dessa informação a favor das aprendizagens dos alunos, contribuiu para superar a dificuldade inicialmente sentida. Efetivamente, as informações que recolhi durante a análise das resoluções dos alunos, possibilitaram-me adaptar práticas pedagógicas e decidir sobre o tipo de *feedback* a dar aos alunos.

Contudo, estou consciente de que este projeto é apenas o primeiro passo para seguir uma prática consistente e eficaz de avaliação para as aprendizagens. Encaro como um desafio futuro, aprofundar conhecimentos

sobre outras práticas de avaliação formativa, bem como utilizá-las em todas as áreas curriculares. Ao nível da área curricular de Matemática e da prática de *feedback*, considero que será importante conseguir utilizar o *feedback* escrito em outro tipo de tarefas, nomeadamente, as investigações ou recorrer a outras práticas de avaliação formativa.

Iniciei o projeto de investigação perspetivando que o *feedback* é uma técnica de avaliação formativa eficaz e consegui, através deste estudo, confirmar que contribui, efetivamente, para a aprendizagem dos alunos, corroborando a ideia defendida por Sadler (1989) que refere que o *feedback* é um elemento-chave na avaliação formativa, possivelmente, dos que mais contribui para a aprendizagem dos alunos. O processo inerente à prática de avaliação formativa relacionada com o *feedback*, além de me permitir aprender mais sobre os alunos, sobre os conhecimentos que alcançaram, sobre o modo como desenvolveram o seu trabalho a pares ou como comunicaram as suas ideias matemáticas, possibilitou-me aprender mais sobre a minha prática profissional e levou-me a refletir mais sobre as minhas opções metodológicas, refletindo a ideia preconizada por Lima (2012), que refere que o professor aprende com os alunos durante o processo avaliativo das tarefas.

Tal como já foi referido, o *feedback* revelou ser, também, uma prática de diferenciação pedagógica que tenciono adotar no futuro.

Termino esta reflexão referindo que, de acordo com o que perspetivei no início deste relatório, esta investigação, sendo focada num procedimento de avaliação formativa, mais precisamente no *feedback*, terá um lugar de destaque na minha prática profissional futura por tudo o que aprendi e por prever que, através de uma prática de *feedback* continuada, poderei potenciar as aprendizagens e o sucesso escolar dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação*. Edições ASA.
- Alarcão, I. (2000, 24-Novembro). *Professor-investigador: Que sentido? Que formação?* Formação Profissional de Professores no Ensino Superior, Aveiro.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação - Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.
- Brunheira, L. (2020). Avaliação da resolução de problemas, mais um problema? *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 158, 9-14.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso de Célia. *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre.
- Cardoso, C. A. (2018). Sou, Sinto e Faço...Histórias vividas e partilhadas na creche. In C. Tomás, T. Almeida, & D. Lino, *Educação e Práticas Pedagógicas com crianças dos 0 aos 3 anos: Diálogos entre Pedagogia, Psicologia e Sociologia* (pp. 131-166). CIED.
- Costa, J. (2021). Avaliação formativa, feedback escrito e resolução de problemas nas aulas de matemática: uma experiência com alunos do 2.º ciclo. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 160, 20-23.

- Coutinho, C. P. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática*. Edições Almedina.
- Decreto-Lei n.º 55/2018 da Presidência do Conselho de Ministros. (2018). Diário da República: I série, n.º 129. <https://data.dre.pt/eli/dec-lei/55/2018/07/06/p/dre/pt/html>
- Dias, E., Viseu, F., Cunha, M. d., & Martins, P. M. (2013). Natureza das Tarefas e o Envolvimento dos Alunos nas Atividades da Aula de Matemática. *Atas do XII Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia*. Braga.
- Direção-Geral da Educação (DGE) (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória Direção-Geral da Educação*. Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf#:~:text=O%20Perfil%20dos%20Alunos%20C3%A0%20Sa%C3%ADda%20da%20Escolaridade,interna%20e%20externa%20do%20ensino%20e%20da%20aprendizagem.
- Direção-Geral da Educação (DGE) (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática - 3.º ano - 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf
- Duarte, J. (2000). A resolução de problemas no ensino da matemática. *Educação & Comunicação*, 4, 97-100.
- Fernandes, D. (2005). Avaliação das Aprendizagens: Reflectir, Agir e Transformar. *Livro do 3.º Congresso Internacional Sobre Avaliação na Educação*, 65-78.
- Fernandes, D. (2008). *Avaliação das Aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas*. Texto Editores.

- Fernandes, D. (2019). Para um Enquadramento Teórico da Avaliação Formativa e da Avaliação Sumativa das Aprendizagens Escolares. In A. C. Lopes, E. Macedo, M. I. Ortigão, D. Fernandes, T. V. Pereira, & L. Santos, *Avaliar para aprender em Portugal e no Brasil: Perspectivas teóricas, práticas e de desenvolvimento* (pp. 139-164). EDITORA CRV.
- Fromental, J.-L., & Jolivet., J. (2013). *365 pinguins*. Orfeu Negro.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social* (6.^a ed.). Editora Atlas S.A.
- Guimarães, H. M. (2014). A Matemática não é um desporto para espectadores: não a podemos apreciar, nem aprender, sem uma participação activa em "O ensino por problemas" (G. Pólya, 1967). *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 130, 44-50.
- Kilpatrick, J. (2014). Como vamos de resolução de problemas? Uma conversa escrita com Jeremy Kilpatrick. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 130, 3-9.
- Lima, I. (2012). Avaliação em matemática: um desafio para o professor. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 118, 44-48.
- Lima, M. S., Braga, T. A., & Marins, A. S. (2021). Ensino Exploratório de Matemática: Uma proposta de aula para a Educação Básica elaborada no Contexto do Projeto de Residência Pedagógica. *BOCEHM - Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 8(23), 501-518.
- Lopes, J. P., & Silva, H. S. (2020). *50 Técnicas de Avaliação Formativa* (2.^a ed.). Pactor.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Accção*. Porto Editora.
- Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). *Números e Operações - 3.º ano*.

- Oliveira, H., Canavarro, A. P., & Menezes, L. (2016). Casos multimédia sobre ensino exploratório da Matemática: Do retrato de uma prática à formação de professores. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 139 e 140, 53-61.
- Oliveira, I., & Amante, L. (2016). Nova cultura de avaliação: contextos e fundamentos. In L. Amante, & I. Oliveira, *Avaliação das Aprendizagens: Perspetivas, contextos e práticas* (pp. 41-53). Universidade Aberta-LE@D.
- Pinto, J. (2019). Avaliação formativa: uma prática para a aprendizagem. In A. C. Lopes, E. Macedo, M. I. Ortigão, D. Fernandes, T. V. Pereira, & L. Santos, *Avaliar para aprender no Brasil e em Portugal: perspectivas teóricas, práticas e de desenvolvimento* (pp. 19-45). CRV Editores.
- Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de Avaliação das Aprendizagens*. Universidade Aberta.
- Pinto, M. E., & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In O. Magalhães, & A. Folque, *Práticas de Investigação em Educação*. Departamento de Pedagogia e Educação.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*, (pp. 5-28). APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In G. -G. *Investigação, O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 156, 7-11.
- Quivy, R., & Campenhoudt, L. (1998). *Manual de Investigação em Ciências Sociais* (2.ª ed.). Gradiva.
- Roldão, M. d. (2009). *Estratégias de ensino - o saber e o agir do professor* (2.ª ed.). Fundação Manuel Leão.

- Sadler, D. R. (1989). Formative Assessment and Design of Instructional Systems. *Instructional Science*, 18(2), 119-144.
- Santos, L. (2018). O que nos diz a avaliação sobre os contributos da avaliação para a aprendizagem: algumas notas. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 144 e 145, 53-58.
- Santos, L. (2020). A avaliação pedagógica em matemática: um desafio e uma inevitabilidade? *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 158, 3-8.
- Santos, L., Pinto, J., Rio, F., Pinto, F. L., Varandas, J. M., Moreirinha, O., Dias, P., Dias, S., Bondoso, T. (2010). *Avaliar para Aprender - Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário*. Porto Editora .
- Semana, S., & Santos, L. (2009). Estratégias de avaliação na regulação das aprendizagens em Matemática. *XIX SIEM*, Viana do Castelo.
- Serrazina, M. d., & Ponte, J. P. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Universidade Aberta.
- Sousa, C., & Mendes, F. (2017). Aprender a Resolver Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 57(31), 243-265.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Terroso, J. C., Dias, J., & Machado, F. (2018). O feedback escrito como elemento regulador na resolução de problemas. *Revista da Associação de Professores de Matemática*, 149 e 150, 62-66.

ANEXOS

Anexo A – Grelha de observação/avaliação

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback				Observações
	Seleciona a informação importante	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	Descreve a forma de pensar durante a comunicação	
A. e Y.											
C. e X.											
B. e B.											
A.P. e S.											
B. e D.S.											
E. e S.											
M. e R.											
G. e M.J.											
H. e L.											
I. e J.											
M. e R.											
A.M. e D.R.											

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

**Anexo B – Inquérito por questionário sobre a resolução de
problemas de Matemática (realizado antes da sequência de tarefas
propostas no âmbito deste projeto de investigação)**



Questionário sobre a resolução de problemas de Matemática

Nome: _____

Data: ____/____/____



Lê com muita atenção antes de preencheres.

Este questionário tem como objetivo compreender se gostas de resolver problemas de matemática e o modo como os resolves.

Assinala com uma **X** a opção adequada, de acordo com a tua opinião, ou completa a informação quando for solicitado.

1. Gostas de resolver problemas de matemática?

 Sim	 Mais ou menos	 Não

Porquê?

2. Descreve os passos que costumas seguir quando resolves um problema de matemática.

Anexo C – Inquérito por questionário sobre a resolução de problemas de Matemática (realizado depois da sequência de tarefas propostas no âmbito deste projeto de investigação)



Questionário sobre a resolução de problemas de Matemática

Em algumas das nossas aulas resolvemos problemas de matemática. Gostava de saber a tua opinião sobre este tipo de trabalho. Para isso, peço-te o favor de preencheres este breve questionário.

Nome: _____

Data: ____/____/____

Lê com muita atenção as perguntas antes de responderes.

Assinala com uma X a opção adequada, de acordo com a tua opinião, ou completa a informação quando for solicitado.

1. Gostaste de resolver os problemas de matemática?

Sim	Mais ou menos	Não

Porquê?

2. Dos seguintes problemas escolhe o que mais gostaste de resolver: (Escolhe apenas um!)

As compras da Inês 	
A Gelataria 	
O sistema de arrumação dos pinguins 	
A arrumação dos pinguins nas gavetas 	
Os passageiros do autocarro 	

Porque gostaste mais de resolver esse problema?

3. Agora escolhe o que menos gostaste de resolver: (Escolhe apenas um!)

As compras da Inês 	
A Gelataria 	
O sistema de arrumação dos pinguins 	
A arrumação dos pinguins nas gavetas 	
Os passageiros do autocarro 	

Porque gostaste menos de resolver esse problema?

4. Seguir os passos que combinámos para resolver os problemas ajudou-te a resolvê-los? Porquê?




5. O que aprendeste com o trabalho que realizaste durante as aulas em que resolveste os problemas que estão indicados na questão 2?

Muito obrigada pela tua colaboração!

Anexo D – Inquérito por questionário referente ao *feedback*

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.

O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?

Anexo E – Planificação da sequência de tarefas que inclui o problema “As compras da Inês”

Designação da tarefa (1)	Sequência de tarefas Duração: 3h30 min. a 4h.	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e resolver problemas associados.</p> <p>Áreas Curricular: Matemática Tema das AE Geometria e Medida – Dinheiro Elaborar e analisar listas de compras com diferentes fins, incluindo a estimativa dos custos, reconhecendo a importância do dinheiro para a aquisição de bens e distinguindo entre bens de primeira necessidade e bens supérfluos;</p> <p>Comparar diferentes formas de poupar, reconhecendo a importância da poupança.</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Usos do dinheiro</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>1.ª parte - Material manipulável (notas e moedas). - Miniaturas de animais etiquetadas com o preço. - Registo da informação relativa à compra e venda de miniaturas de animais.</p> <p>2.ª parte - Material manipulável (notas e moedas). - Tabelas de Preços - Registo “A minha lista de compras” - Registo “O que devo fazer para poupar?”</p> <p>3.ª parte Questionário (Anexo B) Tarefa “O lucro do Pedro” Tabela da Resolução de Problemas</p> <p>4.ª parte Tarefa “As compras da Inês” Tabela da Resolução de Problemas</p>

Nas simulações que envolvem a compra e venda de miniaturas de animais e durante a realização da tarefa “O lucro do Pedro”, que permitirá a construção da tabela com as etapas de resolução de problemas, os alunos estão organizados em grande grupo. Durante a realização da lista de compras e do registo “O que devo fazer para poupar?”, os alunos trabalham de forma individual.

A tarefa “As compras da Inês” é a primeira tarefa que integra o projeto de investigação e é realizada a pares. Os alunos, na primeira sessão, devem organizar-se a pares, de acordo com a sua preferência (seguindo, assim, a prática habitual da professora cooperante). Estes pares devem manter-se fixos até ao final da sequência de tarefas propostas.

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

1.ª parte – simulação de compra e venda de miniaturas

Para recriar a compra e venda de miniaturas de animais, existirá uma banca na qual estarão expostas várias miniaturas de animais, cada uma delas tem uma etiqueta com o respetivo preço. O aluno comprador deve aproximar-se da banca com o seu saco de notas e moedas e o aluno vendedor deve ter o seu saco de notas e moedas para poder realizar o troco, se necessário.

Os preços das miniaturas de animais são diversos: 1,75€; 2,50€; 4,50€; 5,00€; 6,00€; 7,50€; 8,25€; 9,00€.

Se os alunos compradores optarem por comprar miniaturas de animais que lhes facilitam os cálculos, serão desafiados a seguir instruções preparadas previamente para o efeito, por exemplo:

Para o comprador:

- Compra 2 miniaturas com preços diferentes e paga com uma nota de 20€. Confere o troco.
- Compra 3 miniaturas com preços diferentes e paga com uma nota de 50€. Confere o troco.
- Compra 1 miniatura que custa 1,75€ e 1 miniatura que custa 7,50€. Paga e confere o troco.
- Compra 2 miniaturas com preços diferentes, de maneira a gastares 10,00€ (sem receberes troco).

Para o vendedor:

- Utiliza apenas moedas para efetuar o troco.
- Entrega o troco incorreto ao comprador e questiona-o se o troco está correto.

A estagiária vai informando toda a turma quais as miniaturas que o comprador quer comprar (refere os animais), informa os preços e comunica o valor que o comprador deu ao vendedor para efetuar o pagamento (registra no quadro). Deste modo, os alunos que estão sentados podem registar os dados e refletir acerca do troco que o vendedor deve entregar ao comprador (Utilizar modelo da Fig. 1). O vendedor pode utilizar o quadro para realizar os cálculos que considere necessários.

Nome do aluno: _____			
Data: ___/___/_____			
Atenção: Regista os dados na tabela e todos os teus cálculos.			
Nome das miniaturas de animais comprados	Preços de cada miniatura	Valor que o comprador entregou ao vendedor para pagar.	Qual é o troco que o vendedor deve entregar ao comprador?

Figura 1 – Registo da informação relativa à compra e venda de miniaturas de animais

Os trocos realizados vão sendo discutidos em grande grupo, de maneira a ser promovido um diálogo entre o vendedor, o comprador e os restantes alunos. A estagiária sistematiza as aprendizagens e realça as estratégias que os alunos apresentam, registando-as no quadro.

2.ª parte – A minha lista de compras

A estagiária convida os alunos a refletir sobre um episódio hipotético e pede-lhes para justificarem as suas escolhas (Cf. Fig. 2).

Nome do aluno/grupo: _____
Tarefa Imagina que foste ao Jardim Zoológico e deixaste a tua mochila com o lanche e com o almoço em casa, no entanto, tens a tua carteira no bolso do casaco com 10,00€. O que comprarias com este valor, tendo em conta que estarias o dia inteiro no Jardim Zoológico? Consulta as listas de preços dos diferentes estabelecimentos do Jardim Zoológico, regista os produtos que comprarias e os respetivos preços. No final justifica as tuas escolhas.
A minha lista de compras

Figura 2 – Lista de compras

Depois de os alunos consultarem as Tabelas de Preços (Cf. Figura 3), de registarem e justificarem as suas escolhas, é realizado um debate no qual os alunos devem referir as suas escolhas e justificá-las.


Bar-pastelaria do Zoo	Recordações do Zoo	Gelados
<p>Tabela de Preços</p> <p>Sandes:</p> <p>Cachorro 5,25€</p> <p>Panado de frango 4,00€</p> <p>Hambúrguer 5,00€</p> <p>Carne assada 4,50€</p> <p>Queijo ou fiambre 1,50€</p> <p>Bebidas:</p> <p>Água 0,75€</p> <p>Sumo 1,50€</p> <p>Outros:</p> <p>Bolo caseiro 1,50€</p> <p>logurte 1,00€</p> <p>Leite 1,00€</p> <p>Fruta 1,00€</p>	<p>Tabela de Preços</p> <p>Miniaturas de animais</p> <p>Crocodilo 5,00€</p> <p>Elefante 7,50€</p> <p>Girafa 9,00€</p> <p>Hipopótamo 6,00€</p> <p>Leão 6,00€</p> <p>Macaco 4,00€</p> <p>Panda 4,00€</p> <p>Rinoceronte 6,00€</p> <p>Diversos</p> <p>Lápis c/ animais 1,00€</p> <p>Canecas c/animais 5,00€</p> <p>Estojo c/ animais 7,50€</p> <p>Caderno c/animais 2,00€</p>	

Figura 3 – Tabelas de preços

A estagiária medeia a discussão, podendo levantar algumas questões, tais como:

- Ineriste na tua lista apenas coisas que são mesmo necessárias? Porquê?
- O que será um bem (uma coisa) necessário? E um bem (uma coisa) supérfluo? Vamos à procura do significado no dicionário?
- O que é uma necessidade? O que é um desejo? O que devemos satisfazer em primeiro lugar?
- Na tua lista incluíste ou tiveste vontade de incluir alguma coisa que não fosse mesmo necessária? O quê?
- Optaste por comprar isso por ser uma necessidade ou um desejo?
- O que significa poupar? Conseguieste poupar algum dinheiro? É importante poupar?

Depois de ouvir as opiniões dos alunos, a estagiária refere alguns truques que podem utilizar para poupar: registar os gastos; pensar no que fazer com o dinheiro; poupar sempre que possível; ter pouco dinheiro na carteira; ter uma poupança ou um mealheiro. Realça também a importância de poupar, procurando que os alunos refiram alguns exemplos.

Para sistematizar este tema, é proposta a tarefa apresentada na figura 4.

Nome do aluno: _____	
Lê as frases e escreve-as no local correto. Gastar todo o dinheiro que tenho no mealheiro. Comprar coisas desnecessárias. Não gastar tudo o que tenho. Comprar apenas o que é preciso. Comprar só coisas de marca. Reciclar roupa e brinquedos. Deitar fora coisas boas e comprar novas. Comparar preços antes de comprar.	
O que devo fazer para poupar?	O que não devo fazer

Figura 4 – Tarefa “O que devo fazer para poupar?”

3.^a parte – “O lucro do Pedro” e a construção da tabela com as etapas de resolução de problemas de Pólya

A estagiária conversa com os alunos acerca de um trabalho que vai desenvolver no âmbito da formação que está a realizar e refere que, numa primeira etapa, quer saber se os alunos do 3.º C gostam de resolver problemas de matemática e pretende compreender de que forma é que os alunos resolvem os problemas.

Para isso, distribuí um questionário (Cf. Anexo B) por todos os alunos e pedi-lhes que respondam de acordo com a sua opinião. Reforça que não há respostas certas ou erradas; os alunos que não gostam de resolver problemas devem assinalar essa opção sem qualquer receio e devem referir os motivos. As questões são lidas em grande grupo e os alunos são orientados a responder individualmente, por escrito, de acordo com a sua opinião. A estagiária circula pelas mesas e pode questionar os alunos acerca do que registaram (algumas conversas são gravadas).

É reforçada a ideia de que todos têm direito a dar a sua opinião. A opinião dos alunos (os que gostam e os que não gostam de resolver problemas) é muito importante para a estagiária encontrar estratégias que ajudem os alunos a resolver problemas.

Depois do preenchimento e recolha dos questionários, é apresentada uma tarefa (Cf. Fig. 5) à turma. À medida que o problema vai sendo resolvido, em grande grupo, vai sendo construída uma tabela com as várias etapas de resolução de problemas preconizadas por Pólya. Para apoiar a realização desta tabela, são colocadas algumas questões:

- O que devo fazer em primeiro lugar?
- Como registo os dados de forma pessoal?
- O que significa estabelecer um plano?
- O que devo fazer quando concluo a resolução do problema/da tarefa?

Tarefa: O lucro do Pedro
<p>O Pedro comprou a miniatura de uma girafa no Jardim Zoológico por 4,50€ euros. A sua tia, que é colecionadora de miniaturas de animais, ofereceu-lhe 11€ pela girafa. Ele aceitou a proposta da tia.</p> <p>Quanto ganhou o Pedro com a venda da sua girafa?</p>

Figura 5 – Tarefa “O lucro do Pedro”

Aproveitando os contributos dos alunos, com a mediação e sistematização da estagiária, será desenvolvida uma tabela com as etapas de resolução de problemas de Pólya, que acompanhará os alunos nas tarefas que impliquem a resolução de problemas (Cf. Fig. 6). Com a resolução deste problema é também apresentado o conceito de lucro.

Etapas de resolução de problemas	
1. ^a etapa - Compreender o problema	Ler o enunciado, sublinhar a informação importante, registrar os dados de forma pessoal.
2. ^a etapa - Estabelecer um plano	Decidir o que se vai fazer: um desenho, utilizar uma reta, realizar uma tabela, usar o algoritmo da adição ou da subtração, etc.
3. ^a etapa – Executar o plano	Realizar o que se decidiu fazer na etapa 2. Atenção, pode ser necessário realizar mais do que um plano ou mudar de plano.
4. ^a etapa – Avaliar os resultados	Refletir, rever e discutir sobre a resolução. Esta etapa incluirá a comunicação da resolução por parte dos grupos (não comunicam todos de uma vez).

Figura 6 – Tabela com as Etapas de resolução de problemas de Pólya

De seguida, a estagiária explica aos alunos que como será organizado o trabalho:

- Durante as próximas semanas, serão propostas algumas tarefas aos alunos com o intuito de resolverem problemas.
- A tarefa de resolução de problemas é realizada a pares. Os pares devem manter os mesmos elementos.
- A estagiária corrige as tarefas e escreve num post-it uma mensagem que pode ajudar os alunos a reverem e a melhorarem a resolução da sua tarefa (a esta mensagem chamamos *feedback*).
- Os alunos leem o *feedback* e efetuam as alterações que consideram necessárias.
- O *feedback* também pode ser dado oralmente, ou seja, durante a realização da tarefa. Algumas conversas serão gravadas para a estagiária saber o que disse a cada grupo.
- Alguns pares, selecionados pela estagiária, apresentam a forma como resolveram determinada tarefa à turma.

A estagiária reforça a ideia de que o objetivo do *feedback* é que alunos melhorem as suas resoluções e, conseqüentemente, as suas aprendizagens (não é apenas uma informação para ser lida).

No final são formados os pares, tendo em consideração a preferência dos alunos.

4.^a parte - As compras da Inês

Esta parte implica a resolução da primeira tarefa do projeto de investigação.

Antes de entregar a tarefa aos pares, a estagiária comunica que a resolução de cada problema será avaliada tendo em conta os seguintes aspetos:

- Os alunos recorrem a todas as etapas de resolução de problemas e explicitam-nas durante a resolução da tarefa (devem apoiar-se na tabela das *Etapas de Resolução de Problemas*).
- Utilizam uma estratégia adequada à tarefa proposta.
- Os alunos utilizam o *feedback* para reverem a resolução da tarefa.
- Os alunos obtêm um resultado válido.
- Os alunos descrevem a sua forma de pensar, acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente.

Os alunos recebem a tarefa “As compras da Inês” e resolvem o problema a pares (Cf. Figura 7).

Nomes: _____		Data: _/ _/ _	
Tarefa 1 – As compras da Inês			
A Inês comprou três CDs, ao Luís por 1,20€, 3,80€ e 5 euros. Vendeu os dois primeiros por 4 euros cada. Qual foi o lucro que a Inês obteve com a venda?			
Registo da minha resolução			
Questionário - Preencher depois de receber o <i>feedback</i> e rever a minha resolução.			
O <i>feedback</i> ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.			
<input type="checkbox"/> 😊 Sim	<input type="checkbox"/> 😐 Mais ou menos	<input type="checkbox"/> ☹️ Não	
Porquê?			

Figura 7 – Problema “As compras da Inês”

A estagiária circula pela sala, procurando compreender o trabalho que os alunos estão a desenvolver; dá *feedback* oral; evidencia e elogia estratégias originais utilizadas na resolução do problema; grava os diálogos, de maneira a verificar o impacto que o *feedback* oral tem; regista por escrito algumas situações que considere relevantes.

Pode colocar algumas questões, tais como:

Quais são as etapas da resolução de problemas?

Registaram ou sublinharam a informação importante?

Qual é a informação que precisam de saber? Qual é a informação que já têm?

O que vão fazer para resolver este problema? Qual é o vosso plano?

Porque é que escolheram esta estratégia?

No final, o problema proposto é recolhido. Na semana seguinte, os alunos receberão a resolução do problema com o *feedback* e alguns pares comunicam as estratégias que utilizaram.

iii - Dificuldades previstas:

A introdução de conceitos como “poupança”, “bem essencial”, “bem supérfluo”, “necessidade”, “desejo” pode suscitar dúvidas, bem como a realização de pagamentos e conferências de trocos. Para colmatar esta situação, procurar-se-á dar exemplos do quotidiano dos alunos e simular situações reais.

Relativamente à resolução de problemas, uma vez que os alunos não estão habituados a trabalhar desta forma, podem surgir algumas dúvidas relacionadas com as etapas de resolução de problemas e com a forma como podem utilizar o *feedback* para rever e melhorar a sua resolução. Nas primeiras propostas, a estagiária terá uma preocupação acrescida em relembrar as etapas de resolução de problemas, os critérios de avaliação e o objetivo do *feedback* (para que serve).

A professora cooperante referiu que os alunos têm algumas dificuldades em estabelecer o plano. Assim sendo, haverá uma maior preocupação em explorar esta etapa da resolução de problemas.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos é uma preocupação, pelo que se procurará nesta fase inicial avaliar de forma mais minuciosa as produções dos alunos depois do *feedback*.

iv - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

Uma vez que se trata de uma sequência de tarefas, as questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada.

6 – Discussão e sistematização

Uma vez que se trata de uma sequência de tarefas, a discussão e a sistematização foram sendo descritas na proposta de trabalho/atividade esperada.

No caso da 4.^a parte desta sequência, a discussão e sistematização em torno de cada problema proposto surgirá quando um ou mais pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

Os pares que apresentam a resolução de uma determinada tarefa são selecionados em função de terem escolhido estratégias diferentes para a resolução da mesma.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo);

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta sequência de tarefas é o *feedback* oral e escrito.

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos pares é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par de alunos demonstra ter. Assim, considera-se que a revisão da tarefa proposta a cada par é uma estratégia de diferenciação, na medida em que as mensagens efetuadas pela estagiária são diferenciadas e pretendem colmatar as dificuldades sentidas por cada par de alunos.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV. Haverá uma preocupação em articular as tarefas propostas com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos. Na semana seguinte, os alunos terão a possibilidade de rever a resolução do problema, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária e alguns pares de alunos apresentarão a sua resolução à turma.

Anexo F - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “As compras da Inês” e apresentação e resolução do problema “A gelataria”.

Designação da tarefa (1)	Tarefa 1 “As compras da Inês”: Revisão, correção e comunicação. Tarefa 2 “A gelataria”: realização da tarefa. Duração: 2h	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Discussão de ideias Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>1.ª parte Revisão e correção dos problemas realizados. Devolução (com <i>feedback</i> escrito), revisão e correção do problema “As compras da Inês”.</p> <p>2.ª parte Problemas revistos pelos alunos depois do <i>feedback</i> e selecionados pela estagiária. Comunicação do problema “As compras da Inês”, depois de revisto e corrigido pelos alunos.</p> <p>3.ª parte Tarefa “A gelataria” (Figura 2)</p> <p>Grelha de observação/avaliação – professor (Anexo A)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No seguimento da sequência de tarefas realizada na semana anterior, no âmbito das Áreas Curriculares de Matemática e de Cidadania e Desenvolvimento, a estagiária relembra a conversa que tiveram em grande grupo sobre as tarefas relacionadas com a resolução de problemas, que serão propostas durante algumas semanas. Tal como combinado, relembra que os pares irão manter-se.

A estagiária questiona:

- Recordam-se do que combinámos relativamente à resolução e avaliação da tarefa? Pretende-se que os alunos recordem que vão receber a sua tarefa com um post-it com uma mensagem escrita que os pode ajudar a rever e a melhorar a sua resolução (*feedback*).

Antes de receberem o *feedback*, a estagiária faz uma apreciação geral da resolução do primeiro problema, referindo que alguns pares já alcançaram o resultado correto, outros terão oportunidade de rever e corrigir o que fizeram através das “pistas” que vão encontrar no Post-it. Para além disto, refere que nenhum par registou ou explicitou as 4 etapas de resolução de problemas. Nesse sentido, pede-se a todos os pares que revejam as etapas que têm no caderno (Cf. Fig. 3) e que as utilizem.

Etapas de resolução de problemas	
1. ^a etapa - Compreender o problema	Ler o enunciado, sublinhar a informação importante, registar os dados de forma pessoal.
2. ^a etapa - Estabelecer um plano	Decidir o que se vai fazer: um desenho, utilizar uma reta, realizar uma tabela, usar o algoritmo da adição ou da subtração, etc.
3. ^a etapa – Executar o plano	Realizar o que se decidiu fazer na etapa 2. Atenção, pode ser necessário realizar mais do que um plano ou mudar de plano.
4. ^a etapa – Avaliar os resultados	Refletir, rever e discutir sobre a resolução. Esta etapa incluirá a comunicação da resolução por parte dos grupos (não comunicam todos de uma vez).

Figura 1 – Tabela com as etapas de resolução de problemas de Pólya

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A revisão e a correção da tarefa “As compras da Inês”, bem como a realização da tarefa “A gelataria”, são realizadas a pares (previamente definidos).

A comunicação e discussão sobre a tarefa “As compras da Inês” é realizada em grande grupo.

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

1.ª parte – Devolução do problema “As compras da Inês”

A estagiária devolve, a cada par, a resolução do problema “As compras da Inês” com o respetivo *feedback* escrito, reforçando que o objetivo deste é que alunos melhorem as suas resoluções e, conseqüentemente, as suas aprendizagens.

Cada par deve ler o *feedback* escrito recebido e efetuar as alterações que considere necessárias, seguindo as informações e pistas da mensagem.

A estagiária circula pela sala, procurando passar pelos pares que apresentaram mais dificuldades na resolução da tarefa, de maneira a verificar se há necessidade de complementar o *feedback* escrito com *feedback* oral.

Exemplos de *feedback* escrito:

D. S. e B.,

Esforçaram-se muito, trocaram ideias e rodearam a informação importante no enunciado, mas também utilizaram informação que não rodearam.

Para melhorar a resolução deste problema, tenham em consideração apenas os CD’s que a Inês vendeu. Utilizem apenas a informação que sublinharam.

Revejam o problema “O lucro do Pedro” que fizemos a semana passada, está colado no vosso caderno. O que significava “ter lucro?”.

Bom trabalho! 😊

Feedback 1

A.P. e S.,

Representaram muito bem os CD’s que a Inês comprou, realizando um desenho e colocando o valor de cada um deles, no entanto não utilizaram nenhum destes valores para resolver o problema.

Para melhorar a resolução deste problema:

- Pensem no que significa “ter lucro”. Se eu comprar um CD e não o vender, tenho lucro?

- Registem ou selecionem **apenas** a informação importante.
- Quais são os CD's que a Inês comprou e vendeu?
- Por quanto os comprou? Por quanto os vendeu?
- Qual é o lucro?

Bom trabalho! 😊

Feedback 2

A. e Y.,

Registem de que forma obtiveram o valor de 5€ que utilizaram na subtração.

Não se esqueçam de registar todas as etapas de resolução de problemas na próxima tarefa.

Parabéns pelo vosso trabalho. 😊

Feedback 3

No final, os alunos devem responder ao questionário que integra o problema, de maneira a registarem se o *feedback* foi útil para a revisão e correção do problema, devendo justificar a sua opção. Antes deste preenchimento o enunciado é lido em grande grupo e são esclarecidas eventuais dúvidas.

2.ª parte – Discussão da resolução do problema “As compras da Inês”

Alguns pares, selecionados pela estagiária, apresentam a forma como resolveram a tarefa à turma. Esta seleção é efetuada a partir de uma observação atenta relativamente às estratégias que os alunos utilizaram na resolução do problema.

Poderá ser escolhido um par que recorreu à estratégia utilizada pela maioria dos alunos, seguido de um par que recorreu a uma estratégia diferente; ou poderá ser escolhido um par que utilizou uma estratégia mais concreta seguido de um par que utilizou uma estratégia mais abstrata ou mais criativa.

Alcançar o resultado correto é importante, no entanto um par de alunos que explicita as etapas de resolução de problema, utiliza uma estratégia criativa e adequada para resolver determinado problema, ainda que se engane durante a realização de uma operação pode ser selecionado para comunicar a sua resolução.

3.ª parte – Apresentação e realização do problema “A gelataria”

Os alunos recebem a segunda tarefa que integra o projeto de investigação, “A Gelataria”, e iniciam a resolução da mesma (Cf. Figura 2).










Nomes: _____	Data: __/__/____						
Tarefa 2 – A Gelataria							
<p>Na gelataria há 4 ingredientes diferentes para colocar em cima do gelado:</p> <ul style="list-style-type: none"> - raspas de chocolate; - amêndoas; - nozes; - morangos. <p>O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspas de chocolate e amêndoas. A Clara também queria decorar o seu gelado com 2 dos ingredientes. De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado? Explica como chegaste à tua resposta.</p>							
Registo da minha resolução							
<p>Questionário - Preencher <u>depois de receber o <i>feedback</i> e rever a minha resolução.</u></p> <p>O <i>feedback</i> ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; padding: 10px;"> Sim</td> <td style="width: 33%; padding: 10px;"> Mais ou menos</td> <td style="width: 33%; padding: 10px;"> Não</td> </tr> <tr> <td style="height: 20px;"></td> <td style="height: 20px;"></td> <td style="height: 20px;"></td> </tr> </table> <p>Porquê?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>		 Sim	 Mais ou menos	 Não			
 Sim	 Mais ou menos	 Não					

Figura 2 – Problema “A gelataria”

A estagiária relembra que a resolução de cada problema será avaliada tendo em conta os seguintes aspetos:

- Os alunos recorrem a todas as etapas de resolução de problemas e explicitam-nas durante a resolução da tarefa (devem apoiar-se na tabela das *Etapas de Resolução de Problemas*).
- Utilizam uma estratégia adequada à tarefa proposta.
- Os alunos utilizam o *feedback* para reverem a resolução da tarefa.
- Os alunos obtêm um resultado válido.
- Os alunos descrevem a sua forma de pensar, acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente.

No decorrer da tarefa, a estagiária circula pela sala, procurando compreender o trabalho que os alunos estão a desenvolver; dá *feedback* oral, se necessário; evidencia e elogia estratégias originais utilizadas na resolução do problema; grava os diálogos, de maneira a verificar o impacto que o *feedback* oral tem; regista por escrito algumas situações que considere relevantes.

- Pode colocar algumas questões, tais como:
 - Quais são as etapas da resolução de problemas?
 - Registaram ou sublinharam a informação importante?
 - Essa informação é mesmo importante? Porquê?
 - Qual é a informação que já sabem?
 - Qual é a informação que precisam de saber?
 - O que vão fazer para resolver este problema? Qual é o vosso plano? Como o vão registar?
 - Porque é que escolheram esta estratégia?

No final, o problema proposto é recolhido. Na semana seguinte, os alunos receberão a resolução do problema com o *feedback* escrito e alguns pares comunicam as estratégias que utilizaram.

iii – Antecipação de estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos:

Para resolver o problema “A gelataria” antecipa-se que os alunos possam realizar desenhos, esquemas ou que recorram à multiplicação.

iv - Dificuldades previstas:

Relativamente à resolução de problemas, considera-se que alguns alunos manterão a dificuldade em recorrer e explicitar as etapas de resolução de problemas. Para colmatar esta situação, a estagiária relembra e realça a importância de recorrerem às etapas de resolução de problemas e ao *feedback*.

Prevê-se que nem todos os pares consigam utilizar o *feedback* escrito que recebem para rever e melhorar a sua resolução, pelo que haverá uma preocupação acrescida em complementar o *feedback* escrito com o oral em algumas situações.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos é uma preocupação, pelo que se procurará nesta fase avaliar de forma mais minuciosa as produções dos alunos antes e depois do *feedback*.

A seleção dos pares para comunicar os resultados à turma é outra preocupação da estagiária, uma vez que se trata da primeira vez que é efetuada.

v - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada. Algumas surgem através do *feedback* escrito, como exemplificado anteriormente.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização de cada tarefa surgirá quando um ou mais pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

A estagiária procurará, ainda, estabelecer conexões entre as duas resoluções apresentadas.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo);

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback* escrito. O *feedback* oral surge como um complemento.

A estagiária terá ainda uma grelha de observação/avaliação para efetuar os seus registos (Cf. Anexo A).

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback			Comunicação
	Seleciona a informação	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos pares é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par de alunos demonstra ter. Assim, considera-se que a revisão da tarefa proposta a cada par é uma estratégia de diferenciação, na medida em que as mensagens efetuadas pela estagiária são diferenciadas e pretendem colmatar as dificuldades sentidas por cada par de alunos.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV. Haverá uma preocupação em articular as tarefas propostas com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos. Na semana seguinte, os alunos terão a possibilidade de rever a resolução do problema, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária e alguns pares de alunos apresentarão a sua resolução à turma.

**Anexo G - Planificação da revisão, correção e discussão do
problema “A gelataria”**

Designação da tarefa (1)	Tarefa 2 “A Gelataria”: Revisão, correção e comunicação. Duração: 1h	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino/aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Discussão de ideias Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>1.ª parte Revisão e correção dos problemas realizados. Devolução (com <i>feedback</i> escrito), revisão e correção do problema “A gelataria”.</p> <p>2.ª parte Problemas revistos pelos alunos depois do <i>feedback</i> e selecionados pela estagiária. Comunicação de resoluções do problema “A gelataria”, depois de revisto e corrigido pelos alunos.</p> <p>Grelha de observação/avaliação – professor (Anexo A)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No âmbito do projeto de Investigação, a estagiária relembra as tarefas que já foram realizadas e refere que vamos dar continuidade ao projeto já iniciado.

Antes de receberem o *feedback* escrito, a estagiária faz uma apreciação geral das resoluções realizadas na semana anterior, referindo que muitos pares alcançaram o resultado correto, outros terão oportunidade de rever e/ou concluir o que fizeram através das “pistas” que vão encontrar no Post-it. Para além disto, refere que alguns pares registaram o plano que queriam realizar; alguns, apesar de apresentarem um plano, não apresentaram uma resposta; muitos pares não registaram todas as etapas de resolução de problemas.

Numa tentativa de diminuir esta ocorrência, na próxima tarefa, os alunos são informados que será integrada uma lista de verificação no enunciado da tarefa, que permite aos alunos regularem o seu trabalho (Cf. Fig. 2).

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante		
Registei a informação importante		
Escrevi o meu plano		
Executei o meu plano		
Revi o que fiz		
Depois de receber o <i>feedback</i>	Sim	Não
Utilizei o <i>feedback</i> e revi/corrigi a minha tarefa		
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa		
Obtive um resultado correto		

Figura 2 – Lista de verificação

A estagiária relembra os alunos que as etapas de Resolução de Problemas estão coladas no caderno e que as podem consultar sempre que necessário. Os pares serão os mesmos, tal como combinado na primeira sessão.

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A revisão e a correção da tarefa “A gelataria”, depois dos alunos receberem o *feedback* escrito, são realizadas a pares (previamente definidos).

A comunicação e a discussão sobre a tarefa “A gelataria” é realizada em grande grupo.

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

1.ª parte – Devolução do problema “A gelataria”

A estagiária devolve, a cada par, a resolução do problema “A gelataria” com o respetivo *feedback* escrito, reforçando que o objetivo deste é que alunos melhorem as suas resoluções e, conseqüentemente, as suas aprendizagens.

Cada par deve ler o *feedback* escrito recebido e efetuar as alterações que considere necessárias, seguindo as informações e pistas da mensagem.

Depois de se analisarem as resoluções dos alunos, constatou-se que a maioria dos pares acertou, no entanto recorreram à utilização de listas ou esquemas, conforme ilustrado na figura 3.

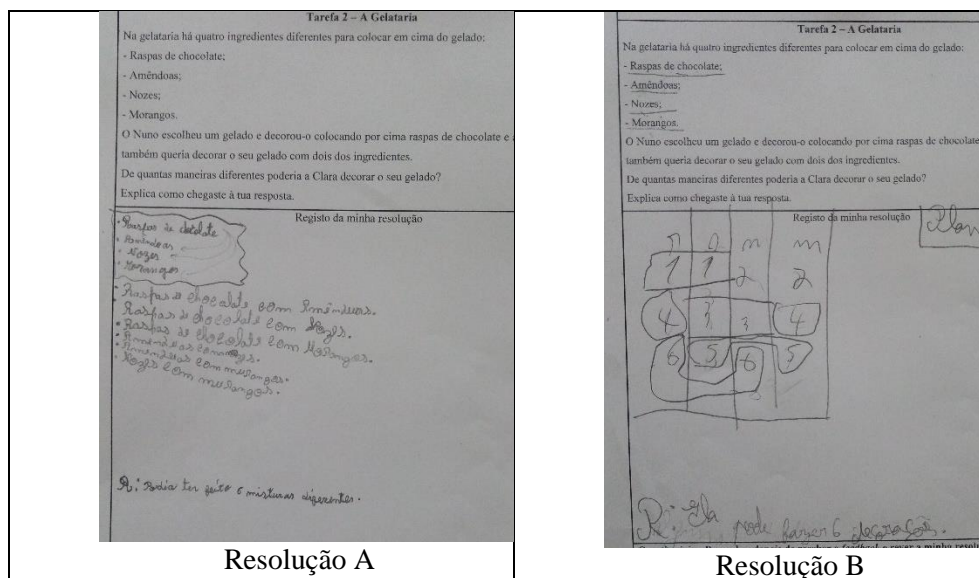


Figura 3 – Exemplos de resoluções da tarefa “A gelataria”

Assim, o *feedback* dado aos alunos, referente à tarefa “A gelataria”, pretende orientá-los a identificarem diferentes estratégias de resolução.

Exemplo de *feedback* escrito:

C. e X.,

**Faltou escrever de quantas maneiras poderia a Clara decorar o seu gelado, mas pelos vossos registos, julgo que chegaram à resposta correta. Parabéns 😊
Escrevam os dados importantes do enunciado do problema, o vosso plano e registem a vossa resposta.**

Imaginem o seguinte:

A Clara, voltou à gelataria na semana seguinte, mas só existiam três ingredientes para decorar o seu gelado: amêndoas, nozes e morangos. Para além de poder escolher a cobertura do seu gelado, a Clara podia, também, optar se queria o gelado num cone de baunilha ou num copo.

Para saber quantos gelados diferentes poderia escolher, ela utilizou a seguinte estratégia:

$$3 \times 2 = 6$$

Concordam com esta resolução? Justifiquem a vossa resposta.

Bom trabalho! 😊

A estagiária circula pela sala, procurando passar pelos pares que apresentaram mais dificuldades na resolução da tarefa, de maneira a verificar se há necessidade de complementar o *feedback* escrito com *feedback* oral.

No final, os alunos devem responder ao questionário que integra o problema, de maneira a registarem se o *feedback* foi útil para a revisão, para a correção do problema ou para a identificação de uma estratégia diferente da que utilizaram na primeira resolução, devendo justificar a sua opção.

2.ª parte – Discussão da resolução do problema “A gelataria”

A partir de uma observação atenta relativamente às estratégias que os alunos utilizaram para resolver o problema, a estagiária seleciona alguns pares para apresentarem a forma como resolveram a tarefa.

A estagiária prevê selecionar pares de alunos que tenham recorrido a estratégias diferentes, por exemplo um par que tenha utilizado uma lista, outro que tenha utilizado um esquema (Cf. Figura 3) ou algum que tenha recorrido à multiplicação depois de receber o *feedback*. Independentemente de algum par realizar uma

multiplicação, a estagiária, partindo da Resolução A da figura 3 (apresentada novamente na Fig. 4), pode orientar a discussão coletiva para uma resolução que implique a realização de operações de multiplicação. Para isso aproveita o facto de os alunos terem listado combinações em que as “raspas de chocolate” surgem **três vezes** em primeiro lugar, as “amêndoas” **duas vezes** e as “nozes” surgem **uma vez** em primeiro lugar. Assim, uma outra possibilidade de resolução pode ser:

$$1 \text{ (raspas de chocolate)} \times 3 = 3$$

$$1 \text{ (amêndoas)} \times 2 = 2$$

$$1 \text{ (nozes)} \times 1 = 1$$

$$1 \text{ (morangos)} \times 0 = 0$$

$$\text{De seguida: } 3 + 2 + 1 + 0 = 6$$

Será importante realçar que os morangos não surgem em primeiro lugar nesta lista, porque se isso acontecesse uma das combinações seria repetida.

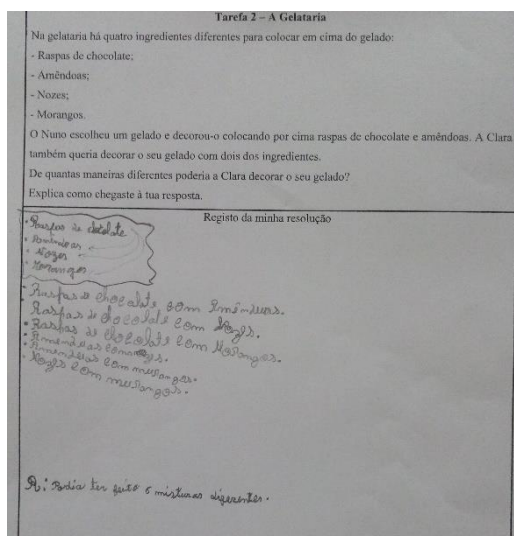


Figura 4 – Resolução A da tarefa “A gelateria”

Alcançar o resultado correto é importante, no entanto um par de alunos que explicita as etapas de resolução de problema, utiliza uma estratégia criativa e adequada para resolver determinado problema, ainda que se engane durante a realização de uma operação pode ser selecionado para comunicar a sua resolução.

A estratégia da Clara, dada no *feedback*, será apresentada durante a discussão coletiva pela estagiária, caso nenhum dos pares a apresente.

iii - Dificuldades previstas:

Prevê-se que nem todos os pares consigam utilizar o *feedback* escrito que recebem para rever e melhorar a sua resolução, pelo que haverá uma preocupação acrescida em complementar o *feedback* escrito com o oral em algumas situações.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos é uma preocupação, pelo que se avaliará, de forma atenta, as produções dos alunos antes e depois do *feedback*. No entanto, procurar-se-á que os alunos tentem rever a sua resolução da tarefa e refazê-la, se necessário, através do *feedback* escrito, com um nível de autonomia cada vez mais elevado (sem necessitarem tanto do *feedback* oral).

A seleção das resoluções, para a dinamização da discussão em grande grupo, continua a requerer especial atenção, mas ao estar ciente das possíveis estratégias que os alunos podem utilizar para resolver as tarefas, torna-se mais fácil refletir atempadamente sobre o *feedback* escrito que se pretende dar aos alunos e de que forma as diferentes resoluções podem contribuir para enriquecer a discussão final.

iv - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada. Algumas surgem através do *feedback* escrito, como exemplificado anteriormente.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização de cada tarefa surgirá quando um ou mais pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

A estagiária procurará, ainda, estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas, nomeadamente, entre os esquemas e o produto.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo);

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback* escrito. O *feedback* oral surge como um complemento.

É utilizada uma grelha de observação/avaliação para a estagiária efetuar os seus registos (Cf. Anexo A).

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos pares é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada um revela ter. Assim, considera-se que a revisão da tarefa proposta a cada par é uma estratégia de diferenciação, na medida em que as mensagens efetuadas pela estagiária são diferenciadas e pretendem colmatar as dificuldades sentidas por cada par de alunos.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV. Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos.

Na semana seguinte, os alunos terão a possibilidade de rever a resolução do problema, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária e alguns pares de alunos apresentarão a sua resolução à turma.

**Anexo H - Planificação de uma tarefa integradora com a
apresentação e resolução do problema “O sistema de Arrumação
dos pinguins”.**

Designação da tarefa (1)	<p>- Leitura da história “365 pinguins” - Tarefa 3 “O sistema de arrumação dos pinguins”: realização da tarefa. Duração: 1h30</p>	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino/ aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Português</p> <p>Oralidade – Compreensão Fazer inferências, esclarecer dúvidas, identificar diferentes intencionalidades comunicativas.</p> <p>Oralidade – Expressão Falar com clareza e articular de modo adequado as palavras.</p> <p>Gerir adequadamente a tomada de vez na comunicação oral, com respeito pelos princípios da cooperação e da cortesia.</p> <p>Educação Literária</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ouvir ler obras literárias - Antecipar o tema em elementos do paratexto (ilustrações) - Compreender textos narrativos - Manifestar ideias, sentimentos e pontos de vista suscitados pelas histórias ouvidas <p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração</p>	<p>Compreensão de textos</p> <p>Articulação, acento, entoação, pausa</p> <p>Formas de tratamento e princípio de cortesia</p> <p>Regras e papéis da interação oral</p> <p>Assunto; ideia principal</p> <p>Texto narrativo</p> <p>Leitura orientada</p> <p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p>	<p>Livro “365 pinguins” (o resultado da tarefa que será proposta posteriormente, que surge numa das páginas do livro, será ocultada).</p> <p>Grelha de observação/avaliação – professor (Anexo A)</p> <p>Tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins” (Figura 1)</p>

<p>Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias</p> <p>Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Discussão de ideias</p> <p>Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento</p>	<p>Comunicação matemática</p> <p>Comunicação matemática</p>	
--	---	--

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

A tarefa terá início com a análise da capa do livro “365 pinguins” de Jean-Luc Fromental e Joelle Jolivet.

A capa é projetada no quadro e as estagiárias colocam algumas questões aos alunos:

- A partir da capa do livro, quem são as personagens desta história?
- Quem serão as personagens principais deste livro?
- Como estão as personagens ilustradas na capa? Que adjetivos utilizariam para caracterizar as personagens da capa do livro?
- O que terá acontecido?
- Terá havido algum problema?

No seguimento desta última questão, as estagiárias comunicam que esta história colocará vários problemas. Alguns deles vão sendo resolvidos em grande grupo, durante a leitura, um deles será resolvido a pares.

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

Os momentos “antes da leitura” e “durante a leitura” da história “365 pinguins” são dinamizados em grande grupo.

A realização da tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”, são realizadas a pares (previamente definidos).

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

Depois de analisada a capa do livro, procede-se à leitura da história e algumas questões relacionadas com a interpretação da mesma são colocadas, de maneira a promover-se a compreensão da mesma. A história sugere alguns desafios de matemática que serão utilizados para lançar tarefas relacionadas com as operações de divisão e multiplicação (conteúdo que a professora cooperante pretende trabalhar).

As questões relacionadas com as áreas curriculares de português e de matemática que serão colocadas durante a leitura são:

- Quando escrevemos uma carta que informação devemos escrever? Quem é que devemos identificar numa carta? Como o devemos fazer?
- Imaginem que a família do Pedro recebia 4 pinguins por semana durante 17 semanas. No final das 17 semanas, quantos pinguins recebeu?
- O que acham da ideia de arrumar os pinguins?
- Como se sentiriam os pinguins na casa do Pedro e da Joana?
- Imaginem que a família do Pedro e da Joana tem 84 pinguins em casa e 7 caixas para os arrumar. Quantos pinguins conseguirão colocar em cada caixa.
- Qual foi o problema com que a família do Pedro e da Joana se deparou no final da história?

Depois da leitura da história, e da interação criada com os alunos no decorrer da mesma, é proposta a resolução de um novo problema, “O sistema de arrumação dos pinguins”, (Cf. Figura 1). Esta proposta integra o projeto de investigação de uma das estagiárias. Os alunos organizam-se a pares e iniciam a resolução da mesma.

Nome: _____ Data: ____/____/____

Tarefa 3 - O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana tentou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.

Quanto pinguins conseguiram arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explique como pensaste.

Registo da minha resolução

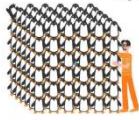


Figura 1 - "O novo sistema de arrumação dos pinguins"

Verifico o meu trabalho	Sim	Não
Seleccionei a informação importante		
Registei a informação importante		
Escrevi o meu plano		
Escutei o meu plano		
Revisei o que fiz		
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e reestruturei a minha tarefa		
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa		
Obtive um resultado correto		

Figura 1 – Problema “O sistema de arrumação dos pinguins”

A estagiária relembra que a resolução de cada problema será avaliada tendo em conta os aspetos que estão referidos na lista de verificação que se encontra no enunciado do problema.

No decorrer da tarefa, a estagiária circula pela sala, procurando compreender o trabalho que os alunos estão a desenvolver; dá *feedback* oral, se necessário; evidencia e elogia estratégias originais utilizadas na resolução do problema; grava os diálogos, de maneira a verificar o impacto que o *feedback* oral tem; regista por escrito algumas situações que considere relevantes.

- Pode colocar algumas questões, tais como:
- Quais são as etapas da resolução de problemas? O que vais fazer em primeiro lugar?
- Registaram a informação importante?
- Qual é o vosso plano?
- Qual é a informação que precisam de saber?
- O que vão fazer para resolver este problema? Qual é o vosso plano? Como o vão registar?
- Porque é que escolheram esta estratégia?

No final, o problema proposto é recolhido - na semana seguinte, os alunos receberão a resolução do problema com o *feedback* escrito e alguns pares comunicam as estratégias que utilizaram.

iii – Antecipação de estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos:

Para resolver o problema “O sistema de arrumação dos pinguins” antecipa-se que os alunos possam realizar adições sucessivas, adicionar duas parcelas ou realizar multiplicações sucessivas, como exemplificado de seguida:

1. Adições sucessivas, por exemplo, começar por calcular $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36$; depois $36 + 36 + 36 + 36 + 36 + 36$.

2. Adicionar parcelas, depois de obterem o resultado de 36,

$$36 + 36 = 72$$

$$36 + 36 = 72$$

$$36 + 36 = 72$$

E depois

$$72 + 72 + 72 = 210 + 6 = \mathbf{216}$$

3. Ou multiplicações sucessivas, tais como, $6 \times 6 \times 6 = \mathbf{216}$

Ao refletir-se sobre a forma como será organizada a discussão na semana seguinte e ao analisar-se estas três possíveis estratégias, considera-se que será mais indicado começar da estratégia mais informal para a mais formal, procurando sempre estabelecer conexões entre elas. Será dado uma maior ênfase às estratégias que implicam a utilização de propriedades da multiplicação (esta será a última a ser apresentada). Os alunos serão, ainda, questionados acerca das vantagens que esta estratégia apresenta e incentivados a efetuarem uma análise crítica das várias estratégias apresentadas.

iv - Dificuldades previstas:

Relativamente à resolução de problemas, considera-se que alguns alunos manterão a dificuldade em recorrer e explicitar as etapas de resolução de problemas. Para colmatar esta situação, foi inserida uma lista de verificação no próprio problema, para que os alunos regulem o seu trabalho.

Em relação às questões colocadas no decorrer da leitura da história, receia-se que, devido a várias interrupções, os alunos não compreendam alguma parte da história. Para que isso não aconteça, procuraremos que participem na discussão o maior número de alunos; que a sua participação seja dinâmica (os alunos podem, inclusive, ir ao quadro); que, depois de se chegar a uma resposta para as questões que vão sendo colocadas, retoma-se a leitura da história e refere-se o último acontecimento narrado (antes da interrupção).

v - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização da leitura implica retomar algumas questões colocadas no momento “antes da leitura”:

- Afinal, quem são as personagens desta história?
- Do que falava a história?
- Qual foi o problema com que a família do Pedro e da Joana se deparou no início da história? Conseguiu resolvê-lo?
- E no final?
- Que operações de matemática, realizámos?

Desta forma, pretende-se sistematizar o tema da história.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo);

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback*. A tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”, para além da grelha de observação/avaliação utilizada para efetuar os seus registos (Cf. Anexo A), as tarefas passam a integrar uma lista de verificação, para facilitar o processo de autoavaliação dos pares e regular o trabalho realizado.

Ao nível da leitura e das questões que são colocadas no decorrer da mesma, a avaliação é efetuada a partir da análise das respostas dadas pelos alunos.

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* oral facultado aos alunos é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada um revela ter, tanto nas respostas que vão dando oralmente, como nas respostas que registam, relativamente à tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”. Assim, o *feedback* acaba por ser uma estratégia de diferenciação.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV.

Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos. A tarefa proposta esta semana foi desenvolvida a partir de uma história e integra uma sequência de tarefas das áreas curriculares de matemática e português. A multiplicação, a divisão e os tempos verbais são conteúdos que a professora cooperante pretende trabalhar, pelo que esta sequência integrará tarefas que incidem sobre estas temáticas.

Na próxima semana será desenvolvida uma ficha de trabalho sobre esta história que visa trabalhar conteúdos relacionados com a temática “gramática”. Os alunos terão, ainda, a possibilidade de rever a resolução do problema “O sistema de arrumação de pinguins”, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária, e alguns pares apresentarão a sua resolução à turma.

**Anexo I - Planificação da revisão, correção e discussão do
problema “O sistema de arrumação dos pinguins”**

Designação da tarefa (1)	Tarefa 3 “O sistema de arrumação dos pinguins”: Revisão, correção e comunicação. Duração: 45 min	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Discussão de ideias Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>1.ª parte Revisão e correção dos problemas realizados. Devolução (com <i>feedback</i> escrito), revisão e correção do problema “O sistema de arrumação dos pinguins”.</p> <p>2.ª parte Problemas revistos pelos alunos depois do <i>feedback</i> e selecionados pela estagiária. Comunicação de resoluções do problema “O sistema de arrumação dos pinguins”, depois de revisto e corrigido pelos alunos.</p> <p>Grelha de observação/avaliação – professor (Anexo A)</p> <p>Formulário do <i>feedback</i> (Fig. 2)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No âmbito do projeto de Investigação, a estagiária relembra as tarefas que já foram realizadas e refere que vamos dar continuidade ao projeto já iniciado.

Antes de receberem o *feedback* escrito, a estagiária faz uma apreciação geral das resoluções realizadas na semana anterior, referindo que:

- a maioria dos pares obtiveram o resultado correto;

- todos terão oportunidade de rever e/ou concluir o que fizeram através das “pistas” que vão encontrar no post-it/papel colorido;
- ainda há pares que não registaram o seu plano;

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A revisão e a correção da tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”, depois dos alunos receberem o *feedback* escrito, são realizadas a pares (previamente definidos). A comunicação e a discussão em torno das estratégias utilizadas para resolver a tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins” (Anexo B) são realizadas em grande grupo.

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

1.ª parte – Devolução do problema “O sistema de arrumação dos pinguins”

A estagiária devolve, a cada par, a resolução do problema “O sistema de arrumação dos pinguins” com o respetivo *feedback* escrito, reforçando que o objetivo deste é que alunos melhorem as suas resoluções e, conseqüentemente, as suas aprendizagens.

Cada par deve ler o *feedback* escrito recebido e efetuar as alterações que considere necessárias, seguindo as informações e pistas da mensagem.

Depois de se analisarem as resoluções dos alunos, constatou-se que apenas 1 par não conseguiu chegar ao resultado correto, no entanto as estratégias utilizadas foram diversas, como podemos verificar na Figura 1.

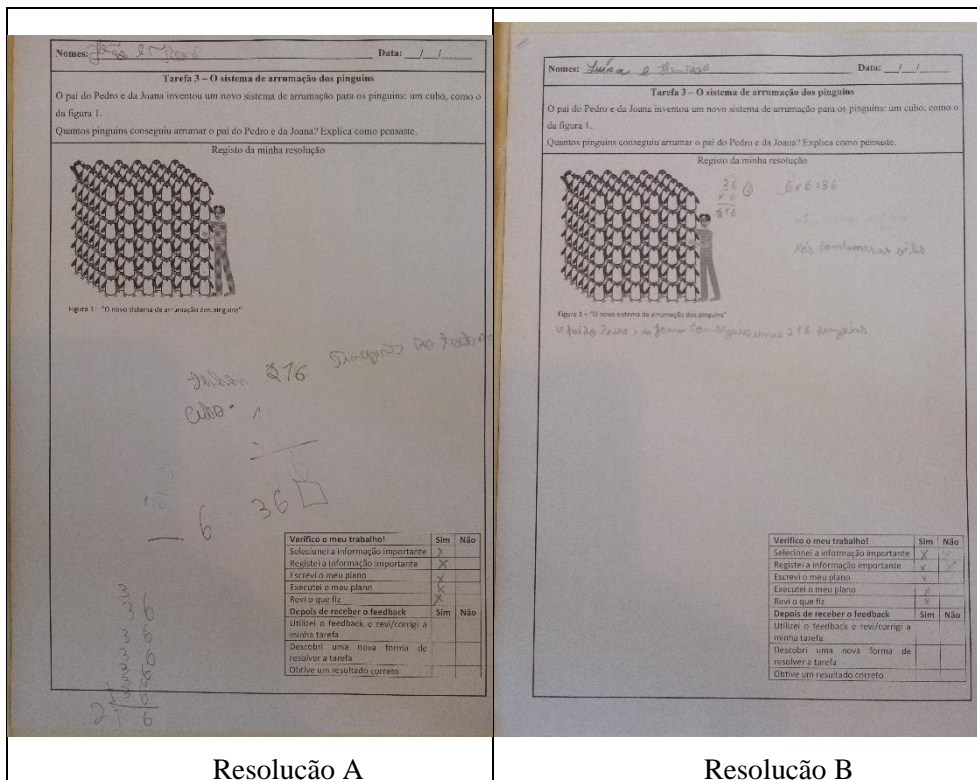


Figura 1 – Exemplos de resoluções da tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”

Assim, o *feedback* dado aos alunos, referente a esta tarefa, poderá orientá-los para registarem informações que não registaram ou para identificarem outras estratégias de resolução.

Exemplo de *feedback* escrito:

A. e Y.
Sublinharam a informação importante, registaram o vosso plano, descobriram o número de pinguins que o pai do Pedro e da Joana conseguiu arrumar. Parabéns! 😊
Como descobriram que cada fila tem 36 pinguins?
Falta, ainda, escreverem a vossa resposta.

Bom trabalho!

Feedback 1

Ben.
Muitos parabéns, o resultado que apresentas está correto. 😊
Como chegaste ao número 36? Regista como pensaste.

Na verificação do teu trabalho referes que escreveste e executaste o teu plano. Onde escreveste o teu plano? Podes escrevê-lo agora.

Bom trabalho!

Feedback 2

**B. e B.,
Fizeram muito bem em escrever o vosso plano. Acho que pode ser muito útil para reverem a resolução da tarefa.**

Porque é que realizaram a operação $5 \times 6 = 30$? Verifiquem se é mesmo esta operação que querem realizar.

Bom trabalho! 😊

Feedback 3

**I. e J.,
Descobriram o número de pinguins que o pai do Pedro e da Joana conseguiu arrumar. Parabéns!** 😊

Falta registarem o vosso plano e sublinhar/registar a informação importante.

Se vos fosse pedido para realizarem uma multiplicação em vez de uma adição, como resolviam este problema?




Bom trabalho! 😊

Feedback 4

A estagiária circula pela sala, de maneira a verificar se os pares compreenderam o *feedback*.

No final, os alunos devem responder ao questionário (Cf. Fig. 2), de maneira a registarem se o *feedback* foi útil para a revisão, para a correção do problema, para a identificação de uma estratégia diferente da que utilizaram na primeira resolução, devendo justificar a sua opção.

Questionário - Preencher depois de receber o *feedback* e rever a minha resolução.
O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?

Figura 2 – Questionário do feedback

2.ª parte – Discussão da resolução do problema “O sistema de arrumação dos pinguins”

A partir de uma observação atenta relativamente às estratégias que os alunos utilizaram para resolver o problema, a estagiária seleciona alguns pares para apresentarem a forma como resolveram a tarefa.

A estagiária prevê selecionar os pares de alunos que tenham recorrido a estratégias diferentes, por exemplo um par que tenha utilizado procedimentos aditivos, outro que tenha recorrido a contagem (numa primeira etapa) e a uma multiplicação (posteriormente) e a um par que tenha recorrido a multiplicações sucessivas (ver exemplos da Figura 3).

Nome: Valtteri, Hugo Data: 11/11/2023

Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.

Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.

Registo da minha resolução

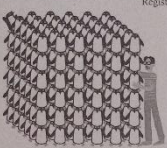


Figura 1 – “O novo sistema de arrumação dos pinguins”

$$\begin{array}{r}
 6 \times 6 = 36 \\
 6 \times 6 = 36 \\
 6 \times 6 = 36 \\
 6 \times 6 = 36 \\
 6 \times 6 = 36 \\
 6 \times 6 = 36 \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

Verifico o meu trabalho	Sim	Não
Selecionei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Registei a informação importante	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Escrevi o meu plano	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Executei o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Revi o que fiz	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corrigi a minha tarefa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Obtive um resultado correto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Resolução C

Nome: Alcides, António C. Data: 11

Tarefa 3 – O sistema de arrumação dos pinguins

O pai do Pedro e da Joana inventou um novo sistema de arrumação para os pinguins: um cubo, como o da figura 1.

Quantos pinguins conseguiu arrumar o pai do Pedro e da Joana? Explica como pensaste.

Registo da minha resolução

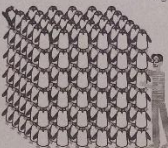


Figura 1 – “O novo sistema de arrumação dos pinguins”

$$\begin{array}{r}
 6 \times 6 = 36 \\
 36 \times 6 = 216 \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

Verifico o meu trabalho	Sim	Não
Selecionei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Registei a informação importante	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Escrevi o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Executei o meu plano	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Revi o que fiz	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corrigi a minha tarefa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Obtive um resultado correto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Resolução D

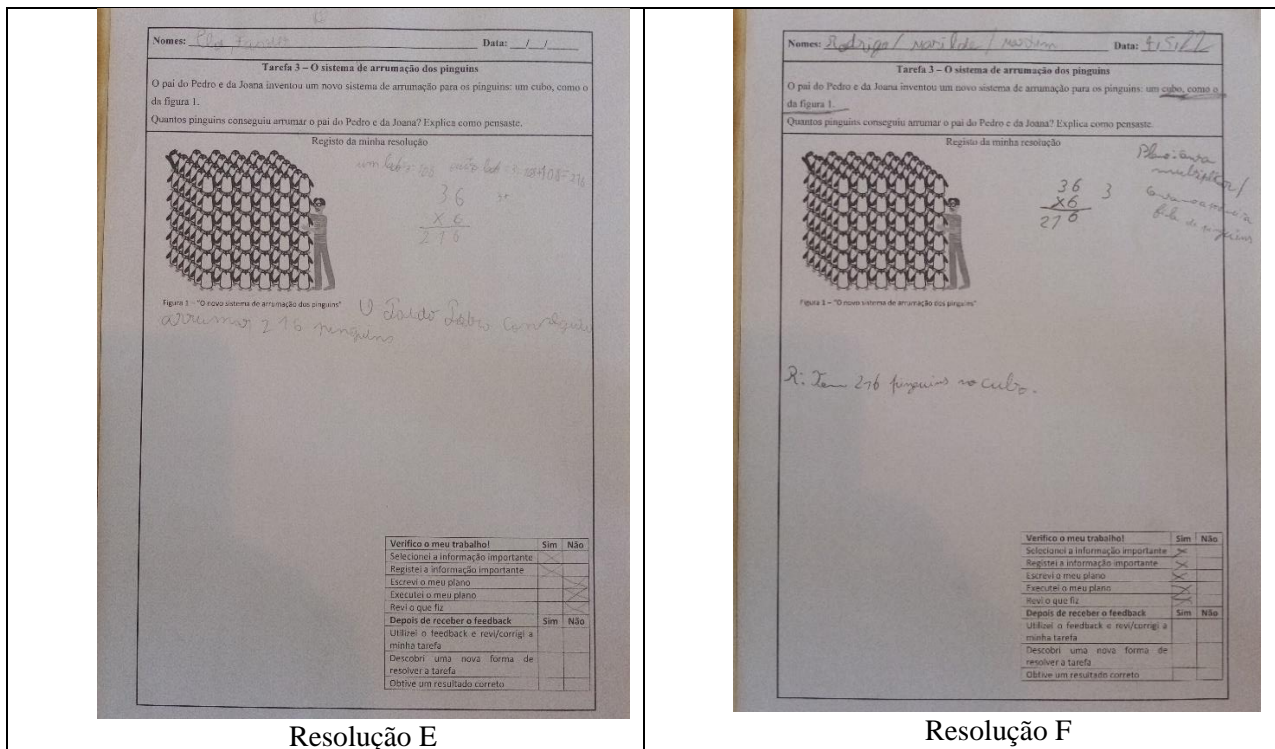


Figura 3 – Resolução A da tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”

Algumas questões serão colocadas:

- Qual é a relação entre estas adições sucessivas (Resolução C) e esta multiplicação (Resolução F – 36×6)?

- Estes 108 pinguins (Resolução E) correspondem a que parte do cubo? Espera-se que os alunos identifiquem que corresponde a metade

Alcançar o resultado correto é importante, no entanto um par de alunos que explicita as etapas de resolução de problema, utiliza uma estratégia criativa e adequada para resolver determinado problema, ainda que se engane durante a realização de uma operação pode ser selecionado para comunicar a sua resolução.

iii - Dificuldades previstas:

Os alunos apropriam-se cada vez mais do *feedback* escrito que recebem para rever, completar ou corrigir as suas resoluções. Continuar-se-á a dar uma especial atenção ao modo como os alunos utilizam o *feedback*.

Considera-se importante que os alunos reconheçam que o *feedback* tem, também, a finalidade de realçar os aspetos positivos do trabalho que desenvolvem, pelo que, caso os alunos não registem esta ideia de forma espontânea no questionário sobre o *feedback*, a estagiária poderá questioná-los oralmente.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos continua a ser uma preocupação, pelo que se avaliará, de forma atenta, as produções dos alunos antes e depois do *feedback*. No entanto, procurar-se-á que os alunos tentem rever a sua resolução da tarefa e refazê-la, se necessário, através do *feedback* escrito, com um nível de autonomia cada vez mais elevado (sem necessitarem tanto do *feedback* oral). A seleção das resoluções, para a dinamização da discussão em grande grupo, continua a requerer especial atenção, mas ao estar ciente das possíveis estratégias que os alunos podem utilizar para resolver as tarefas, tornou-se mais fácil refletir atempadamente sobre o eventual *feedback* escrito que se pretende dar aos alunos e de que forma as diferentes resoluções podem contribuir para enriquecer a discussão final.

iv - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada. Algumas surgem através do *feedback* escrito, como exemplificado anteriormente.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização de cada tarefa surgirá quando um ou mais pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

Tal como já foi referido, a estagiária procurará estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas. Prevê-se que possam ser estabelecidas conexões entre adições sucessivas, adições + multiplicações e sucessivas multiplicações. Se não surgir a resposta: $6 \times 6 \times 6$, a estagiária apresenta-a como a sua estratégia e orienta a discussão para os alunos estabelecerem relações entre esta e outras estratégias.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo):

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback* escrito. O *feedback* oral surge como um complemento.

É utilizada uma grelha de observação/avaliação para a estagiária efetuar os seus registos (Cf. Anexo A).

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos pares é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par de alunos demonstra ter. Assim, considera-se que a revisão da tarefa proposta a cada par é uma estratégia de diferenciação, na medida em que as mensagens efetuadas pela estagiária são diferenciadas e pretendem colmatar as dificuldades sentidas por cada par de alunos.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV. Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos.

Na semana seguinte, os alunos terão a possibilidade de rever a resolução do problema, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária e alguns pares de alunos apresentarão a sua resolução à turma. Será ainda proposta a resolução de um problema relacionado com a divisão.

**Anexo J - Planificação apresentação e resolução do problema “A
arrumação dos pinguins nas gavetas”.**

Designação da tarefa (1)	Tarefa 4 “A arrumação dos pinguins nas gavetas”: realização da tarefa. Duração: 30 min.	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extraír a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>Tarefa “A arrumação dos pinguins nas gavetas” (Figura 2)</p> <p>Grelha de observação/avaliação – professor (Anexo A)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No seguimento da leitura do livro “365 Pinguins” e das atividades que foram propostas relacionadas com a mesma, na área de português e matemática, a estagiária comunica que temos mais um desafio para resolver relacionado com a arrumação dos pinguins.

Na imagem apresentada na última tarefa foi possível observar que um dos pinguins estava a cair do sistema de arrumação que o pai do Pedro e da Joana encontrou (Cf. Fig. 1), antevendo-se que o cubo de pinguins se iria desmoronar. A estagiária refere que foi isso mesmo que aconteceu.

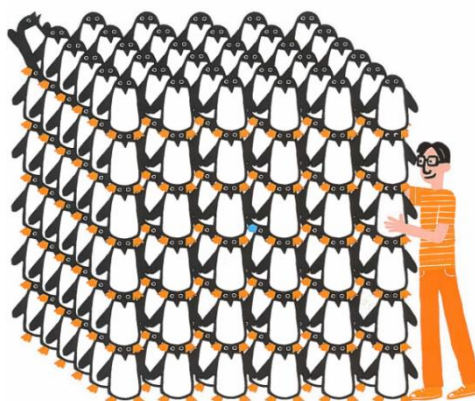


Figura 1 – imagem que integra a tarefa “O sistema de arrumação dos pinguins”

O pai teve de encontrar um novo sistema de arrumação para os pinguins, decidiu arrumá-los em gavetas.

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A tarefa “A arrumação dos pinguins nas gavetas” é realizada a pares (previamente definidos).

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

Depois de apresentado contexto do novo problema, a estagiária lê o enunciado da tarefa (Cf. figura 2) e distribui os enunciados pelos alunos. Os alunos organizam-se a pares e iniciam a resolução da mesma.

Nomes: _____ Data: ___/___/___

Tarefa 4 – A arrumação dos pinguins nas gavetas

O pai do Pedro e da Joana, quando viu o cubo de pinguins desmoronar-se, decidiu arrumar os pinguins em gavetas. Ajuda o pai do Pedro e da Joana a resolver o seu problema.
Deves explicar como pensaste para que ele perceba o que fazer!

Registo da minha resolução

Figura 1 – “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

Verifico o meu trabalho!	Sim	Não
Selecionei a informação importante		
Registei a informação importante		
Escrevi o meu plano		
Executei o meu plano		
Revi o que fiz		
Depois de receber o feedback	Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corriji a minha tarefa		
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa		
Obtive um resultado correto		

Figura 2 – Problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

A estagiária relembra os alunos que têm a possibilidade de verificar se estão a realizar todas as etapas de resolução de problemas através da lista de verificação, que se encontra no enunciado do problema.

No decorrer da tarefa, a estagiária circula pela sala, procurando compreender o trabalho que os alunos estão a desenvolver; dá *feedback* oral, se necessário; evidencia e elogia estratégias originais utilizadas na resolução do problema; grava alguns diálogos; regista por escrito algumas situações que considere relevantes. Pode colocar algumas questões, tais como:

- Quais são as etapas da resolução de problemas? O que vais fazer em primeiro lugar?
- Registaram a informação importante?
- Qual é o vosso plano?
- Qual é a informação que precisam de saber?
- O que vão fazer para resolver este problema? Qual é o vosso plano? Como o vão registar?

- Porque é que escolheram esta estratégia?

No final, o problema proposto é recolhido. Na semana seguinte, os alunos receberão a resolução do problema com o *feedback* escrito e alguns pares comunicam as estratégias que utilizaram.

iii – Antecipação de estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos:

Para resolver o problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas” antecipa-se que os alunos possam:

1. Realizar adições sucessivas, até perfazerem 176 ($8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 \dots$).

Os alunos poderão realizar adições sucessivamente: $8 + 8 = 16$; $16 + 8 = 24$; $24 + 8 = 32$; $32 + 8 = 40 \dots$ até $168 + 8 = 176$

2. Realizar a adição de duas parcelas a partir de $8 + 8 = 16$ (2 gavetas); depois $16 + 16 = 32$ (4 gavetas); depois $32 + 32 = 64$ (8 gavetas); $64 + 64 = 128$ (16 gavetas), ou seja, recorrem a uma estratégia que implica usar a adição de dobros. Em simultâneo vão registando as gavetas até ao número 16 (gavetas). A partir deste momento reconhecem que não podem usar adições de dobros, uma vez que ultrapassariam os 176 pinguins. Depois, vão adicionando com cuidado até perfazerem os 176 pinguins. A estratégia dos alunos pode incluir a realização de um esquema ilustrativo da resolução.
3. Realizar a subtrações sucessivas, por exemplo $176 - 8 = 168$; $168 - 8 = 160 \dots$; $8 - 8 = 0$.
4. Realizar a multiplicações e adições (estratégias mistas), por exemplo, $10 \times 8 + 10 \times 8 = 80 + 80 = 160$ (20 gavetas) ou $20 \times 8 = 160$ (20 gavetas); de seguida $160 + 8 + 8 = 176$ pinguins.
5. Compreender que se trata de um problema que se resolve através da divisão. Apesar de não saberem o algoritmo desta operação, poderão indicar “ $176 : 8 = ?$ ”. Para resolverem a operação, podem pensar qual será o número que multiplicando por 8 é igual a 176, ou seja, “ $? \times 8 = 176$ ”. Ao pensarem deste modo estão, intuitivamente, a recorrer à ideia de que a multiplicação é a operação inversa da divisão, tentando efetuar cálculos multiplicativos por aproximação. Por exemplo:
 - $10 \times 8 = 80$
 - $20 \times 8 = 160$

- $30 \times 8 = 240$ (já passa, não consideram esta operação, ficam com a anterior, faltam 16)
- $2 \times 8 = 16$
- Então, $22 \times 8 = 176$.

Ao refletir-se sobre a forma como será organizada a discussão na semana seguinte, depois de se analisarem estas cinco possíveis estratégias e outras a que os alunos utilizem, considera-se que será mais indicado começar da estratégia mais informal para a mais formal, procurando sempre estabelecer conexões entre elas, relacionando, por exemplo as adições sucessivas com as multiplicações.

Assim, será dada uma maior ênfase às estratégias mais rápidas e eficazes, ligadas à multiplicação (esta será a última a ser apresentada). Os alunos serão, ainda, questionados acerca das vantagens que esta estratégia apresenta e incentivados a efetuarem uma análise crítica das várias estratégias apresentadas (quais as que demoram mais tempo; quais as que apresentam maior probabilidade de nos enganarmos).

iv - Dificuldades previstas:

Relativamente às etapas de resolução de problemas, a definição do plano é, ainda, uma das etapas que suscita dúvidas (alguns pares ainda não o registam). Nesta tarefa, será realçada a importância de os alunos pensarem sobre o que vão fazer antes de iniciar a resolução da tarefa, não só para refletir se a estratégia é adequada à resolução da tarefa, mas também para verificarem se conseguem identificar uma estratégia mais simples e eficaz para resolver o problema.

A lista de verificação continua inserida no próprio problema, para que os alunos regulem o seu trabalho (Cf. Figura 2).

O questionário referente ao *feedback* será entregue na semana seguinte, juntamente com o *feedback* escrito.

v - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização em torno desta tarefa surgirá quando alguns pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

Os pares que apresentam a resolução de uma determinada tarefa são selecionados em função de terem escolhido estratégias diferentes para a resolução da mesma.

A estagiária procurará, ainda, estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo)

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback*.

A tarefa “A arrumação dos pinguins nas gavetas” integra uma lista de verificação, para facilitar o processo de autoavaliação dos pares e a regulação do trabalho realizado.

A estagiária utiliza, também, uma grelha de avaliação (Cf. Anexo B), de maneira a verificar as aprendizagens dos alunos.

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos alunos é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par demonstra ter, tanto nas respostas que vão sendo dadas oralmente, como nas respostas que registam, relativamente à tarefa “A arrumação dos pinguins nas gavetas”. Assim, o *feedback* acaba por ser uma estratégia de diferenciação.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV.

Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante, com situações do quotidiano dos alunos ou outras áreas curriculares. A tarefa proposta esta semana surgiu no seguimento de uma história.

Na próxima semana, os alunos terão, ainda, a possibilidade de rever a resolução do problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas”, tendo em consideração o *feedback* escrito dado pela estagiária, e alguns pares apresentarão a sua resolução à turma.

Anexo K - Planificação da revisão, correção e discussão do problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

Designação da tarefa (1)	Tarefa 4 “A arrumação dos pinguins em gavetas”: Revisão, correção e comunicação. Duração: 45 min	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Discussão de ideias Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>1.ª parte Revisão e correção dos problemas realizados. Devolução (com <i>feedback</i> escrito), revisão e correção do problema “A arrumação dos pinguins em gavetas”.</p> <p>2.ª parte Problemas revistos pelos alunos depois do <i>feedback</i> e selecionados pela estagiária. Comunicação de resoluções do problema “A arrumação dos pinguins em gavetas”, depois de revisto e corrigido pelos alunos.</p> <p>Grelha de observação/avaliação – professor (Anexo A)</p> <p>Formulário do <i>feedback</i> (Fig. 2)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No âmbito do projeto de Investigação, a estagiária relembra as tarefas que já foram realizadas e refere que vamos dar continuidade ao projeto já iniciado.

Antes de receberem o *feedback* escrito, a estagiária faz uma apreciação geral das resoluções realizadas na semana anterior, referindo que:

- 7 pares obtiveram o resultado correto, 5 pares, ainda, não conseguiram obter o resultado certo;
- todos terão oportunidade de rever e/ou concluir o que fizeram através das “pistas” que vão encontrar no post-it/papel colorido;
- nesta tarefa alguns pares não registaram a informação importante, não registaram o seu plano nem verificaram o seu trabalho. Como o tempo para a realização da tarefa foi inferior ao previsto, os alunos terão oportunidade de melhorar o seu trabalho.

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A revisão e a correção da tarefa “A arrumação dos pinguins nas gavetas”, depois dos alunos receberem o *feedback* escrito, são realizadas a pares (previamente definidos). A comunicação e a discussão em torno das estratégias utilizadas para resolver a tarefa “A arrumação dos pinguins em gavetas” (Anexo B) são realizadas em grande grupo.

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

1.ª parte – Devolução do problema “A arrumação dos pinguins em gavetas”

A estagiária devolve, a cada par, a resolução do problema “A arrumação dos pinguins nas gavetas” com o respetivo *feedback* escrito, reforçando que o objetivo deste é que alunos melhorem as suas resoluções e, conseqüentemente, as suas aprendizagens.

Cada par deve ler o *feedback* escrito recebido e efetuar as alterações que considere necessárias, seguindo as informações e pistas da mensagem.

Depois de se analisarem as resoluções dos alunos, constatou-se que 5 pares não conseguiram obter o resultado correto. Nas resoluções corretas, verifica-se que foram utilizadas diferentes estratégias, como podemos verificar na Figura 1.

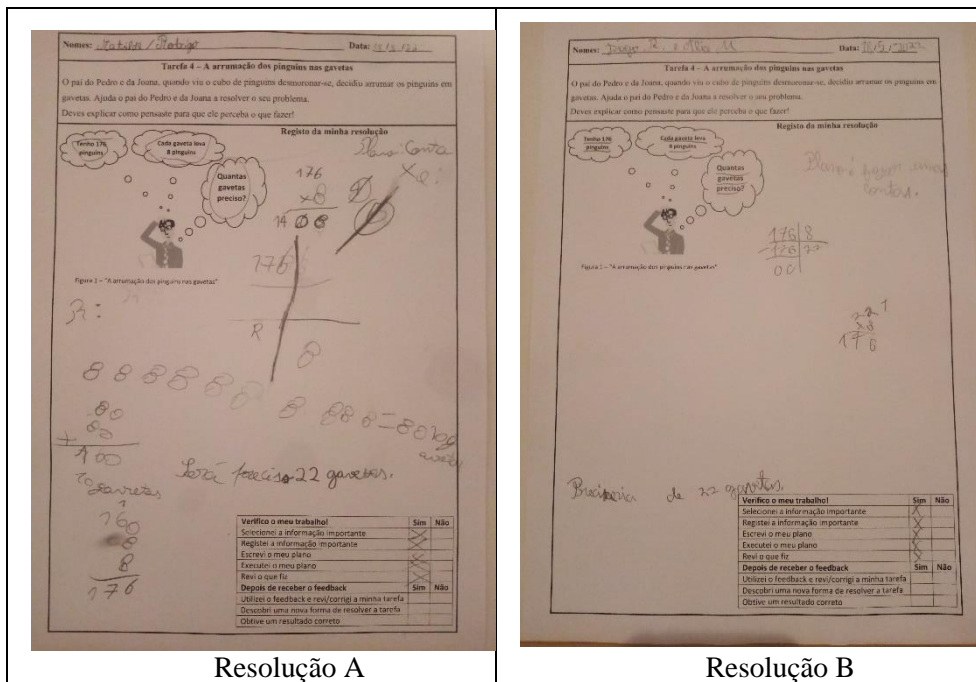


Figura 1 – Exemplos de resoluções da tarefa “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

Assim, o *feedback* dado aos alunos, referente a esta tarefa, poderá orientá-los para registarem informações que não registaram, corrigirem a resolução ou para identificarem outras estratégias de resolução.

Exemplo de *feedback* escrito:

A. e Y.

Sublinharam a informação que consideraram importante no enunciado, registaram o vosso plano e executaram-no. Descobriram o número de gavetas que o pai do Pedro e da Joana precisa para arrumar os pinguins. Parabéns!

😊

Usaram a multiplicação e fizeram vários produtos. Como pensaram para calcular o produto 8×19 ? É importante que o pai do Pedro e da Joana perceba como fizeram!

Comparem o produto $8 \times 22 = 176$ com o quociente que registaram $176 : 8 = 22$.

Imaginem, agora, que tinham 208 pinguins para arrumar. Que produto e que quociente realizariam?

Não se esqueçam de fazer os registos na vossa folha.

Bom trabalho!

Feedback 1

E. e S.,
Desta vez, não registaram a informação importante nem o vosso plano. Podem fazê-lo agora.

Registem os dados importantes do problema. O que já sabem? O que querem saber?

Usaram a multiplicação. Vocês sabem que o pai do Pedro e da Joana tem 176 pinguins. Acham que precisa de 1408 gavetas para os arrumar?

Que outra ou outras operações podem fazer para ajudar o pai do Pedro e da Joana?

No final, verifiquem o vosso trabalho.

Bom trabalho! 😊

Feedback 2

R. G. (o par faltou, o aluno realizou sozinho)

Sublinhaste a informação importante, registaste e executaste o teu plano e descobriste o número de gavetas que o pai do Pedro e da Joana precisa para arrumar os pinguins. Parabéns! 😊

Imagina que queres escrever uma mensagem ao pai do Pedro e da Joana com o número de gavetas que ele precisa para arrumar os pinguins. Sabes que ele tem dificuldades em usar a multiplicação, mas compreende facilmente a divisão. Que cálculo com a operação divisão escreverias na mensagem?

Regista a resposta na tua folha.

Bom trabalho!

Feedback 3

H. e L.,

Sublinharam a informação que consideraram importante, registaram o vosso plano e executaram-no. É muito importante que o façam, porque assim podem verificar se estão a fazer o que planearam ou se precisam de alterar o plano.

Fizeram várias adições e contagens e verificaram que são 18. Depois, calcularam o produto $18 \times 8 = 144$ e perceberam que conseguem arrumar 144 pinguins em 18 gavetas.

Como o pai do Pedro e da Joana tem 176 pinguins, quantas gavetas precisa, ainda, para arrumar os restantes pinguins?

Também realizaram o cálculo $64 + 64 = 128$. Ajudou-vos?

No final, verifiquem o vosso trabalho.

Bom trabalho! 😊

Feedback 4

A estagiária circula pela sala, de maneira a verificar se os pares compreenderam o *feedback*.

No final, os alunos devem responder ao questionário (Cf. Fig. 2), de maneira a registarem se o *feedback* foi útil para a revisão, para a correção do problema, para a identificação de uma estratégia diferente da que utilizaram na primeira resolução, devendo justificar a sua opção.




Questionário - Preencher depois de receber o <i>feedback</i> e rever a minha resolução.		
O <i>feedback</i> ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.		
 Sim	 Mais ou menos	 Não
Porquê?		
<hr/>		
<hr/>		

Figura 2 – Questionário do *feedback*

2.^a parte – Discussão da resolução do problema “A arrumação dos pinguins em gavetas”

A partir de uma observação atenta relativamente às estratégias que os alunos utilizaram para resolver o problema, a estagiária seleciona alguns pares para apresentarem a forma como resolveram a tarefa.

A estagiária prevê selecionar os pares de alunos que tenham recorrido a estratégias diferentes, por exemplo um par que tenha utilizado procedimentos aditivos sucessivos, multiplicações sucessivas, estratégias mistas que implicam adições e multiplicações e outro que tenha recorrido à divisão (ver exemplos da Figura 3).

Algumas questões serão colocadas:

- Qual é a relação entre estas adições sucessivas (Resolução C) e as multiplicações (Resolução D)? Qual destas estratégias é a melhor para evitar erros?

- Na resolução E, se apresentasse apenas um produto, qual seria? Espera-se que os alunos identifiquem $22 \times 8 = 176$.

- Depois de apresentada a resolução F, constata-se que alguns pares já realizam o algoritmo da divisão. Assim apresentam-se as operações $176 : 8 = 22$ e $22 \times 8 = 176$, pede-se aos alunos para comentarem o que observam.

Espera-se que os alunos relacionem as operações e que expliquem, por palavras suas, que a multiplicação é a operação inversa da divisão. Diferentes exemplos podem ser apresentados.

Alcançar o resultado correto é importante, no entanto um par de alunos que explicita as etapas de resolução de problema, utiliza uma estratégia criativa e adequada para resolver determinado problema, ainda que se engane durante a realização de uma operação pode ser selecionado para comunicar a sua resolução.

O par que efetuou a resolução C não conseguiu, ainda, obter o resultado correto. Espera-se que o *feedback* escrito ajude os alunos a conseguirem o resultado certo.

iii - Dificuldades previstas:

Os alunos apropriam-se cada vez mais do *feedback* escrito que recebem para rever, completar ou corrigir as suas resoluções. Continuar-se-á a dar uma especial atenção ao modo como os alunos utilizam o *feedback*.

Considera-se importante que os alunos reconheçam que o *feedback* tem, também, a finalidade de realçar os aspetos positivos do trabalho que desenvolvem, pelo que, caso os alunos não registem esta ideia de forma espontânea no questionário sobre o *feedback*, a estagiária poderá questioná-los oralmente.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos continua a ser uma preocupação, pelo que se avaliará, de forma atenta, as produções dos alunos antes e depois do *feedback*. No entanto, procurar-se-á que os alunos tentem rever a sua resolução da tarefa e refazê-la, se necessário, através do *feedback* escrito, com um nível de autonomia cada vez mais elevado (sem necessitarem tanto do *feedback* oral).

A seleção das resoluções, para a dinamização da discussão em grande grupo, continua a requerer especial atenção, mas ao estar ciente das possíveis estratégias que os alunos podem utilizar para resolver as tarefas, tornou-se mais fácil refletir atempadamente sobre o eventual *feedback* escrito que se pretende dar aos alunos e de que forma as diferentes resoluções podem contribuir para enriquecer a discussão final.

O algoritmo da divisão pode suscitar dúvidas aos alunos que ainda não o utilizam. Os alunos que o realizaram explicam como pensaram à turma.

Esta estratégia só será apresentada em grande grupo se a professora cooperante concordar. O nível de aprofundamento desta estratégia também depende da opinião da professora.

iv - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada. Algumas surgem através do *feedback* escrito, como exemplificado anteriormente.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização de cada tarefa surgirá quando um ou mais pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

Tal como já foi referido, a estagiária procurará estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas. Prevê-se que possam ser estabelecidas conexões entre adições sucessivas, adições + multiplicações e multiplicações sucessivas. Será ainda estabelecida uma conexão entre a multiplicação e a divisão (multiplicação é a operação inversa da divisão).

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo);

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback* escrito. O *feedback* oral surge como um complemento.

É utilizada uma grelha de observação/avaliação para a estagiária efetuar os seus registos (Cf. Anexo A).

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos pares é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par de alunos demonstra ter. Assim, considera-se que a revisão da tarefa proposta a cada par é uma estratégia de diferenciação, na medida em que as mensagens efetuadas pela estagiária são diferenciadas e pretendem colmatar as dificuldades sentidas por cada par de alunos.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV. Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos.

Na semana seguinte, os alunos terão a possibilidade de rever a resolução do problema, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária e alguns pares de alunos apresentarão a sua resolução à turma.

Anexo L - Planificação apresentação e resolução do problema “Os passageiros do autocarro”.

Designação da tarefa (1)	Tarefa 5 “Os passageiros do autocarro”: realização da tarefa. Duração: 30 min.	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>Tarefa “Os passageiros do autocarro” (Figura 1)</p> <p>Grelha de avaliação – professor (Anexo A)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No seguimento de um passeio realizado no dia anterior, que implicou uma viagem de autocarro, é proposta a resolução de uma tarefa intitulada “Os passageiros do autocarro”. A estagiária refere que necessita da ajuda dos alunos para descobrir quantos passageiros iniciaram a viagem de autocarro que partiu da estação de Palmela com destino a Lisboa (Aula Magna).

A estagiária relembra a 2.^a etapa da resolução de problemas - *estabelecer um plano* - e pede aos alunos que, em grande grupo relembrem algumas estratégias que podem definir nesta etapa. Espera-se que os alunos refiram que podem decidir fazer um

desenho, utilizar uma reta, realizar um esquema, etc.

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A tarefa é realizada a pares (previamente definidos).

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

Depois de apresentado contexto do novo problema, a estagiária lê o enunciado da tarefa (Cf. Figura 1) e distribui os enunciados pelos alunos. Os alunos organizam-se a pares e iniciam a resolução da mesma.


Nomes: _____		Data: ____/____/____	
Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro			
Um autocarro partiu da estação de Palmela, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?			
Registo da minha resolução			
			
Verifico o meu trabalho!		Sim	Não
Seleciono a informação importante			
Registo a informação importante			
Escrevo o meu plano			
Executo o meu plano			
Revi o que fiz			
Depois de receber o feedback		Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corriji a minha tarefa			
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa			
Obtive um resultado correto			

Figura 1 – Problema “Os passageiros do autocarro”

A estagiária relembra os alunos que têm a possibilidade de verificar se estão a realizar todas as etapas de resolução de problemas através da lista de verificação, que se encontra no enunciado do problema.

No decorrer da tarefa, a estagiária circula pela sala, procurando compreender o trabalho que os alunos estão a desenvolver; dá *feedback* oral, se necessário; evidencia e elogia estratégias originais utilizadas na resolução do problema; grava alguns

diálogos; regista por escrito algumas situações que considere relevantes. Pode colocar algumas questões, tais como:

- Quais são as etapas da resolução de problemas?
- O que vão fazer em primeiro lugar?
- Registaram a informação importante?
- Qual é a informação que têm? E qual é a informação que precisam de saber?
- O que vão fazer para resolver este problema? Qual é o vosso plano?
- Porque é que escolheram esta estratégia?

No final, o problema proposto é recolhido. Na semana seguinte, os alunos receberão a resolução do problema com o *feedback* escrito e alguns pares comunicam as estratégias que utilizaram.

iii – Antecipação de estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos:

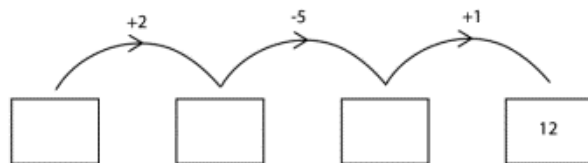
Para resolver o problema “Os passageiros do autocarro” antecipa-se que os alunos possam:

1. Elaborar representações icónicas para auxiliar a resolução do problema, desenhando os passageiros.
2. Recorrer a adições e a uma subtração, indicando a ausência da primeira parcela e registando o resultado: $_ + 2 - 5 + 1 = 12$. Posteriormente, os alunos tentam descobrir o valor que falta.

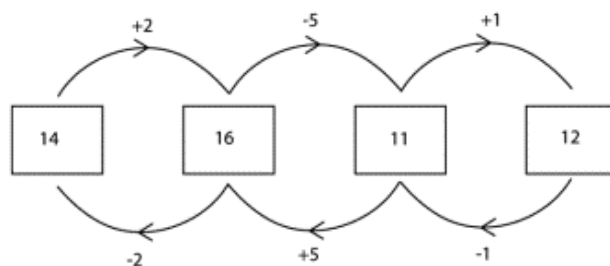
Experimentam, por exemplo, $10 + 2 - 5 + 1 = 8$ e verificam que faltam 4 para chegarem ao número 12 (número de passageiros que chegou ao destino):

Adicionam 4 à primeira parcela e obtêm: $14 + 2 - 5 + 1 = 12$, conseguindo, assim, obter o resultado correto, ou seja 14.

3. Utilizar a estratégia trabalhar do fim para o princípio.
Numa primeira etapa: realizar um esquema onde se começa por identificar e relacionar os dados.



Numa segunda etapa: o esquema é preenchido do fim para o princípio, realizando-se operações inversas.



Ao refletir-se sobre a forma como será organizada a discussão na semana seguinte, depois de se analisarem estas três possíveis estratégias e outras a que os alunos utilizem, considera-se que será mais indicado começar da estratégia mais informal para a mais formal, procurando sempre estabelecer conexões entre elas, relacionando, por exemplo, as representações icônicas (primeira estratégia) com as adições e subtração (segunda estratégia) e estas com o esquema da terceira estratégia. Assim, será dada uma maior ênfase às estratégias mais rápidas e eficazes. Os alunos serão, ainda, questionados acerca das vantagens que esta estratégia apresenta e incentivados a efetuarem uma análise crítica das várias estratégias apresentadas (quais as que demoram mais tempo; quais as que apresentam maior probabilidade de nos enganarmos).

iv - Dificuldades previstas:

Relativamente às etapas de resolução de problemas, a definição do plano ganha, nesta tarefa, um maior destaque, uma vez que se prevê que os alunos tenham dificuldade em utilizar a estratégia de “trabalhar do fim para o princípio”. Ao definirem, inicialmente, o seu plano de forma clara, os alunos terão a possibilidade de confrontar o que planejaram com uma estratégia mais eficaz, que será apresentada no momento da discussão coletiva (se nenhum par utilizar a terceira estratégia

referida na exploração da tarefa, a estagiária apresenta-a e pede aos alunos para comentá-la). Assim, a estagiária incentiva os alunos a pensarem sobre o que vão fazer antes de iniciarem a resolução da tarefa.

A lista de verificação continua inserida no próprio problema, para que os alunos regulem o seu trabalho (Cf. Anexo A).

O questionário referente ao *feedback* será entregue na semana seguinte, juntamente com o *feedback* escrito.

v - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada.

6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização em torno desta tarefa surgirá quando alguns pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

Os pares que apresentam a resolução de uma determinada tarefa são selecionados em função de terem escolhido estratégias diferentes para a resolução da mesma.

A estagiária procurará, ainda, estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas. Se a estratégia de “trabalhar do fim para o princípio” não surgir por parte dos alunos, a estagiária inclui a mesma na discussão final, apresentando-a como sendo sua. Esta opção visa dar ferramentas aos alunos para lidarem com problemas futuros do mesmo tipo.

7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo)

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback*.

A tarefa “Os passageiros do autocarro” integra uma lista de verificação, para facilitar o processo de autoavaliação dos pares e a regulação do trabalho realizado.

A estagiária utiliza, também, uma grelha de avaliação (Cf. Anexo B), de maneira a verificar as aprendizagens dos alunos.

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos alunos é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par demonstra ter, tanto nas respostas que vão sendo dadas oralmente, como nas respostas que registam, relativamente à tarefa “Os passageiros do autocarro”. Assim, o *feedback* acaba por ser uma estratégia de diferenciação.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV. Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante, com situações do quotidiano dos alunos ou outras áreas curriculares.

Na próxima semana, os alunos terão, ainda, a possibilidade de rever a resolução do problema “Os passageiros do autocarro”, tendo em consideração o *feedback* escrito dado pela estagiária, e alguns pares apresentarão a sua resolução à turma.

**Anexo M - Planificação da revisão, correção e discussão do
problema “Os passageiros do autocarro”**

Designação da tarefa (1)	Tarefa 5 “Os passageiros do autocarro”: Revisão, correção e comunicação. Duração: 45 min	
Objetivos de aprendizagem (2)	Conteúdos de ensino / aprendizagem (3)	Recursos (4)
<p>Área Curricular: Matemática</p> <p>Tema das AE - Operações Interpretar e modelar situações com a adição/subtração e multiplicação/divisão e resolver problemas associados</p> <p>Tema das AE Resolução de Problemas - Processo Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Tema das AE Pensamento computacional - Abstração Extrair a informação essencial de um problema.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Expressão de ideias Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</p> <p>Tema das AE Comunicação Matemática – Discussão de ideias Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumento</p>	<p>Significado e usos das operações</p> <p>Etapas do processo de resolução de problemas</p> <p>Comunicação matemática</p> <p>Comunicação matemática</p>	<p>1.ª parte Revisão e correção dos problemas realizados. Devolução (com <i>feedback</i> escrito), revisão e correção do problema “Os passageiros do autocarro”.</p> <p>2.ª parte Problemas revistos pelos alunos depois do <i>feedback</i> e selecionados pela estagiária. Comunicação de resoluções do problema “Os passageiros do autocarro”, depois de revisto e corrigido pelos alunos.</p> <p>Grelha de avaliação – professor (Anexo A)</p> <p>Formulário do <i>feedback</i> (Fig. 2)</p>

5 - Desenvolvimento da situação de ensino e aprendizagem

5.1 Apresentação da tarefa:

No âmbito do projeto de Investigação, a estagiária relembra as tarefas que já foram realizadas e refere que vamos dar continuidade ao projeto já iniciado.

Antes de receberem o *feedback* escrito, a estagiária faz uma apreciação geral das resoluções realizadas na semana anterior, referindo que:

- 5 pares obtiveram o resultado correto, 6 pares, ainda, não conseguiram obter o resultado certo;
- Todos os alunos terão oportunidade de rever e/ou concluir o que fizeram através das “pistas” que vão encontrar no post-it/papel colorido;
- Alguns alunos serão desafiados a testarem uma estratégia diferente da que utilizaram.

5.2 Exploração da tarefa:

i - Organização dos alunos

A revisão e a correção da tarefa “Os passageiros do autocarro”, depois dos alunos receberem o *feedback* escrito, são realizadas a pares (previamente definidos).

A comunicação e a discussão em torno das estratégias utilizadas para resolver a tarefa “Os passageiros do autocarro” (Anexo B) são realizadas em grande grupo.

ii - Proposta de trabalho/atividade esperada:

1.ª parte – Devolução do problema “Os passageiros do autocarro”

A estagiária devolve, a cada par, a resolução do problema “Os passageiros do autocarro” com o respetivo *feedback* escrito, reforçando que o objetivo deste é que alunos melhorem as suas resoluções e, conseqüentemente, as suas aprendizagens.

Cada par deve ler o *feedback* escrito recebido e efetuar as alterações que considere necessárias, seguindo as informações e pistas da mensagem.

Depois de se analisarem as resoluções dos alunos, constatou-se que 6 pares não conseguiram obter o resultado correto. Nas resoluções apresentadas, verifica-se que foram utilizadas diferentes estratégias, como podemos verificar na Figura 1.

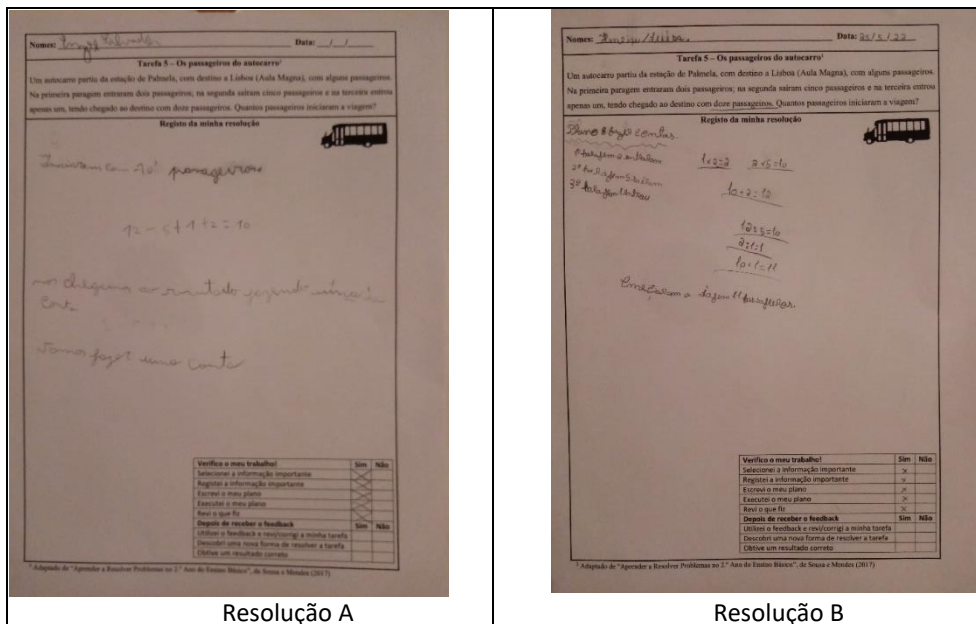


Figura 1 – Exemplos de resoluções da tarefa “Os passageiros do autocarro”

Algumas questões podem ser colocadas para apoiar a aprendizagem:

- Acham que o número 12 pode estar no início desta operação? Porquê? Acham que o 12 pode ser o resultado? Se for, como devem escrever a operação? (Resolução A)
- Por que motivo usaram a multiplicação e a divisão? Que informação vos dá o enunciado? O que têm de descobrir? (Resolução B)

Assim, o *feedback* dado aos alunos, referente a esta tarefa, poderá orientá-los para registarem informações que não registaram, corrigirem a resolução ou para identificarem outras estratégias de resolução.

Exemplo de *feedback* escrito:

E. e S., - Resolução A

Registaram e executaram o vosso plano. Muito bem!

Não sublinharam nem registaram a informação importante. Podem fazê-lo agora.

Um dos passageiros escreveu a sua estratégia num papel. Como não sabia o número de passageiros que iniciou a viagem deixou um espaço em branco:

___ + 2 - 5 + 1 = 12.

Concordam com esta estratégia? Acham que vos pode ajudar a descobrir se o número 10 é mesmo o número de passageiros que iniciou a viagem?

Não se esqueçam de fazer os registos na vossa folha e verificar o vosso trabalho. Bom trabalho! 😊

Feedback 1

H. e L., - Resolução B

Sublinharam a informação importante e registaram o vosso plano. Muito bem!

Um dos passageiros escreveu a sua estratégia num papel. Como não sabia o número de passageiros que iniciou a viagem deixou um espaço em branco: $\underline{\quad} + 2 - 5 + 1 = 12$.

Concordam com esta estratégia? Acham que vos pode ajudar a descobrir se o número 11 é mesmo o número de passageiros que iniciou a viagem? Não se esqueçam de fazer os registos na vossa folha e verificar o vosso trabalho.

Bom trabalho! 😊




Feedback 2

A estagiária circula pela sala, de maneira a verificar se os pares compreenderam o *feedback*.

No final, os alunos devem responder ao questionário (Cf. Fig. 2), de maneira a registarem se o *feedback* foi útil para a revisão, para a correção do problema, para a identificação de uma estratégia diferente da que utilizaram na primeira resolução, devendo justificar a sua opção.

Questionário - Preencher depois de receber o feedback e rever a minha resolução.

O *feedback* ajudou-te a resolver o problema? Assinala com uma X a opção adequada.

 Sim	 Mais ou menos	 Não
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Porquê?

Figura 2 – Questionário do *feedback*

2.^a parte – Discussão da resolução do problema “Os passageiros do autocarro”

A partir de uma observação atenta relativamente às estratégias que os alunos utilizaram para resolver o problema, a estagiária seleciona alguns pares para apresentarem a forma como resolveram a tarefa.

A estagiária prevê selecionar os pares de alunos que tenham recorrido a estratégias diferentes, por exemplo um par que tenha recorrido a representações icónicas e/ou

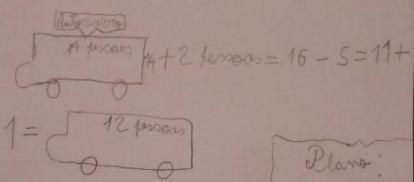
procedimentos aditivos e subtrativos e um par que tenha utilizado a estratégia de “trabalhar do fim para o princípio” (ver exemplos da Figura 3).

Nome: Yolana / Catarina Data: 29/1/2022

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹

Um autocarro partiu da estação de Palmeira, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Registo da minha resolução



Plano:
fazer um desenhinho e contas.

R: Iniciaram 14 pessoas na viagem do autocarro.

Verifico o meu trabalho!		Sim	Não
Selecionei a informação importante		X	
Registei a informação importante		X	
Escrevi o meu plano		X	
Executei o meu plano		X	
Revi o que fiz		X	
Depois de receber o feedback		Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corrigi a minha tarefa			
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa			
Obtive um resultado correto			

¹ Adaptado de "Aprender a Resolver Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico", de Sousa e Mendes (2017)

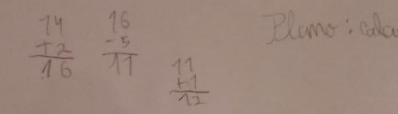
Resolução C

Nome: Diana, Inês e Alice M. Data: 29/1/2022

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹

Um autocarro partiu da estação de Palmeira, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Registo da minha resolução



R: No autocarro estavam 14 pessoas

Verifico o meu trabalho!		Sim	Não
Selecionei a informação importante		X	
Registei a informação importante		X	
Escrevi o meu plano		X	
Executei o meu plano		X	
Revi o que fiz		X	
Depois de receber o feedback		Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corrigi a minha tarefa			
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa			
Obtive um resultado correto			

¹ Adaptado de "Aprender a Resolver Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico", de Sousa e Mendes (2017)

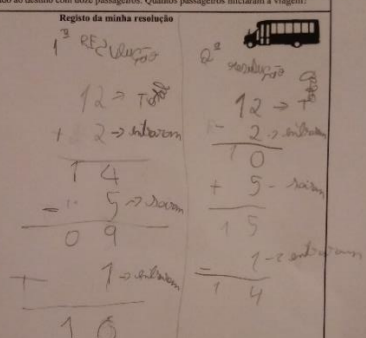
Resolução D

Nome: Henriete / Catarina Data: 29/1/2022

Tarefa 5 – Os passageiros do autocarro¹

Um autocarro partiu da estação de Palmeira, com destino a Lisboa (Aula Magna), com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco passageiros e na terceira entrou apenas um, tendo chegado ao destino com doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Registo da minha resolução



R: No autocarro iam 14 passageiros

Verifico o meu trabalho!		Sim	Não
Selecionei a informação importante		X	
Registei a informação importante		X	
Escrevi o meu plano		X	
Executei o meu plano		X	
Revi o que fiz		X	
Depois de receber o feedback		Sim	Não
Utilizei o feedback e reví/corrigi a minha tarefa			
Descobri uma nova forma de resolver a tarefa			
Obtive um resultado correto			

¹ Adaptado de "Aprender a Resolver Problemas no 2.º Ano do Ensino Básico", de Sousa e Mendes (2017)

Resolução E

Figura 3 – Diferentes resoluções da tarefa “Os passageiros do autocarro”

Algumas questões serão colocadas:

- Como chegaram ao número 14? (Resolução C e D)
- Porque invertem as operações? Têm a certeza de que iniciaram a viagem 14 passageiros? (resolução E)

Alcançar o resultado correto é importante, no entanto um par de alunos que explicita as etapas de resolução de problema, utiliza uma estratégia criativa e adequada para resolver determinado problema, ainda que se engane durante a realização de uma operação pode ser selecionado para comunicar a sua resolução.

iii - Dificuldades previstas:

Os alunos apropriam-se cada vez mais do *feedback* escrito que recebem para rever, completar ou corrigir as suas resoluções. Continuar-se-á a dar uma especial atenção ao modo como os alunos utilizam o *feedback*.

Considera-se importante que os alunos reconheçam que o *feedback* tem, também, a finalidade de realçar os aspetos positivos do trabalho que desenvolvem, pelo que, caso os alunos não registem esta ideia de forma espontânea no questionário sobre o *feedback*, a estagiária poderá questioná-los oralmente.

O efeito do *feedback* oral e escrito a prestar aos alunos continua a ser uma preocupação, pelo que se avaliará, de forma atenta, as produções dos alunos antes e depois do *feedback*. No entanto, procurar-se-á que os alunos tentem rever a sua resolução da tarefa e refazê-la, se necessário, através do *feedback* escrito, com um nível de autonomia cada vez mais elevado (sem necessitarem tanto do *feedback* oral). A seleção das resoluções para a dinamização da discussão em grande grupo, tem requerido especial atenção, mas ao estar ciente das possíveis estratégias que os alunos podem utilizar para resolver as tarefas, tornou-se mais fácil refletir atempadamente sobre o eventual *feedback* escrito que se pretende dar aos alunos e de que forma as diferentes resoluções podem contribuir para enriquecer a discussão final.

iv - Questões a colocar para apoiar as aprendizagens

As questões a colocar para apoiar as aprendizagens foram sendo apresentadas na descrição da proposta de trabalho/atividade esperada. Algumas surgem através do *feedback* escrito, como exemplificado anteriormente.

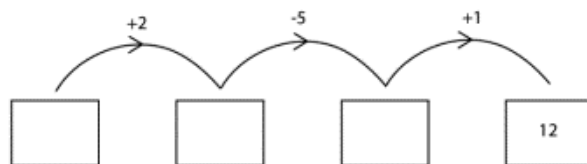
6 – Discussão e sistematização

A discussão e sistematização de cada tarefa surgirá quando alguns pares comunicarem os resultados à turma. A informação que selecionaram, o plano que estabeleceram, as estratégias que utilizaram, bem como a avaliação que fizeram serão evidenciadas pela estagiária perante o grande grupo.

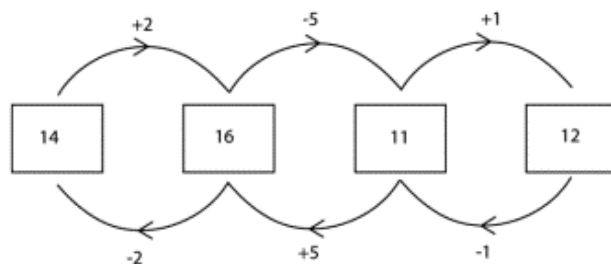
A estagiária procurará, ainda, estabelecer conexões entre as resoluções apresentadas. Considera-se que será mais indicado começar da estratégia mais informal para a mais formal, procurando-se sempre estabelecer conexões entre elas, relacionando, por exemplo, as representações icônicas com as adições e subtrações.

Se a estratégia de “trabalhar do fim para o princípio”, depois do *feedback*, não surgir por parte dos alunos, a estagiária inclui a mesma na discussão final, apresentando-a como sendo sua. Esta opção visa dar ferramentas aos alunos para lidarem com problemas futuros do mesmo tipo.

Na estratégia da estagiária, numa primeira etapa, será realizado um esquema onde se começa por identificar e relacionar os dados, conforme exemplos apresentados de seguida.



Numa segunda etapa, o esquema é preenchido do fim para o princípio, realizando-se operações inversas.



7 - Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo);

A estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada nesta tarefa é o *feedback* escrito. O *feedback* oral surge como um complemento.

É utilizada uma grelha de avaliação para a estagiária efetuar os seus registos (Cf. Anexo A).

8 - Estratégias de diferenciação a usar

O *feedback* facultado aos pares é realizado tendo em consideração as dificuldades que cada par de alunos demonstra ter. Assim, considera-se que a revisão da tarefa proposta a cada par é uma estratégia de diferenciação, na medida em que as mensagens efetuadas pela estagiária são diferenciadas e pretendem colmatar as dificuldades sentidas por cada par de alunos.

9 - Articulação/relação com outras atividades que se seguem

A sequência de problemas propostos é desenvolvida durante várias semanas no âmbito do Projeto de Investigação solicitado na Unidade Curricular de Estágio IV.

Há uma preocupação em articular as tarefas propostas no âmbito deste projeto com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e com situações do quotidiano dos alunos.

Na semana seguinte, os alunos terão a possibilidade de rever a resolução do problema, tendo em consideração o *feedback* dado pela estagiária e alguns pares de alunos apresentarão a sua resolução à turma.

Anexo N – Grelha de observação do problema 1 “As compras da Inês”

Grelha de Observação - professor - Tarefa 1 - As compras da Inês

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback				Observações
	Seleciona a informação importante	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	Descreve a forma de pensar durante a comunicação	
A. e Y.	S	S	N		NO	S	S	S	S	-	"fizemos operações da cabeça". Tarefa extra correto
C. e X.	N	N	N		NO	N	S	S	S	-	Não aparecem info. extra, mas resultado correto
B. e B.S.	(alguns dados) S	N	N		NO	N	S	S	S	S	Apresentam estratégias da 2ª resolução
A.P. e S.	N	mas não utilizaram todos	N		NO	N	S	S	S	-	
B. e D.S.	S	N utilizaram corretamente	N		NO	N	S	S	S	-	
E. e S.A.	N	N utilizaram corretamente	N		NO	N	S	S	S	-	
M.A. e R.	S	Sim N utilizaram corretamente	N		NO	N	S	S	S	-	
G. e M.J.	S	S	N		NO	S	S	S	S	S	"Não estava totalmente certo. Falta o plano". Registaram a operação que faltava
H. e L.	Alguns dados S	S	N		NO	Faltou uma operação S	S	Malhucou a resolução S	S	-	
I. e J.	N	N utilizaram corretamente S	N		NO	N	S	S	S	-	
M. e R.G.	N	S	N		NO	S	S	S	S	-	Atenção de feedback oral percebem e faltam dados
A.M. e D.R.	N	S	N		NO	S	Tarefa extra S	S	S	-	Fiz o plano na tarefa extra.

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

S corretos
7 incorretos

A professora começou a ajudar na primeira resolução "explica o problema", "discutimos"

Anexo O – Grelha de observação do problema 2 “A gelataria”

Grelha de Observação - professor - Problema 2 - A gelatina

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback				Observações
	Seleciona a informação importante	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	Descreve a forma de pensar durante a comunicação	
A. e Y.	N	N	N			S	Completaram a informação em tabela S	S	S	-	
C. e X.	N	N	N			S	Sem resposta Conclusão S	Completaram a informação em tabela S	S	-	
B. e B.S.	N	N	N			S	Sem resposta S	Completaram a informação em tabela S	S	-	
A.P. e S.	N	N	N	N		N	Feedback oral S	S	S	-	Registou o plano e obteve resultado concreto
B. e D.S.	S	S	N			S	Plano e o plano S	S	S	-	
E. e S.A.	N	N	N			N	Feedback oral S	S	S	-	
M.A. e R.	S	S	S	S	S	S	Tabela Extra S	S	S	-	Registaram combinações duas vezes
G. e M.J.	S	S	S	S		S	Tabela Extra S	S	S	-	
H. e L.	S	S	N			S	Melhorar resolução S - Feed. oral	Revisão Plano S	S	S	No discussão coletiva registou o plano - Acrescentou plano e resposta.
I. e J.	S	S	N		NO	S	mas não resolvi com a gelatina S	Pouco melhorar resolução S	S	-	
M. e R.G.	S	S	N	S		S	Tabela Extra S	S	S	S	Só na discussão coletiva a q. Recordou-se um tabela.
A.M. e D.R.	S	S	N			S	Tabela Extra S	S	S	-	

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

Anexo P – Grelha de observação do problema 3 “O sistema de arrumação dos pinguins”

Grelha de Observação - professor - Problema 3 - O sistema de azeumação dos pinguins

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback				Observações
	Seleciona a informação importante	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	Descreve a forma de pensar durante a comunicação	
A. e Y.	S		S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	"continua a fila de pinguins"
C. e X.	N	N	N		N	S	Extensão do traço completa info S	S	S	-	
B. e B.S.	Refecção Sim no list N	Refecção Sim no list N	S	S	S	N	Extensão e coloca e traço S	S	S	-	
A.P. e S.	N		N		S	S	Extensão do traço S	S	S	-	
B. e D.S.	Sublinhou todo o enunciado N	N	S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	
E. e S.A.	Refecção Sim no list N	Refecção Sim no list N	N		S	S	Extensão do traço S	S	S	S	
M.A. e R. μ M	S		S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	
G. e M.J.	S	S	S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	
H. e L.						S	Completa informação S	S	S	-	
I. e J.	Refecção Sim no list N	Refecção Sim N	Refecção Sim N		Refecção Sim S	S	Extensão do traço S	S	S	S	
M. e R.G. ↳ Fez cl M.A. e R	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
A.M. e D.R.	S		S	S	S	S	N	N	N	S	

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

Anexo Q – Grelha de observação do problema 4 “A arrumação dos pinguins nas gavetas”

Grelha de Observação - professor - Problema 4 - A acumulação dos pinguins nas gavetas

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback				Observações
	Seleciona a informação importante	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	Descreve a forma de pensar durante a comunicação	
A. e Y.	S	S	S	S	S	S	Extensão da tarefa S	S	S	S	
C. e X.	N	N	Realizou em etapas	N	N	N	Feedback oral S	S	S depois do feedback oral S	-	Só o apresentam as etapas da res. - 1:2
B. e B.S.	N	N	S	S	N	N	Consegue a resolução S	Feedback oral S	S	S	Não utilizaram a lista de verificação na resolução.
A.P. e S.	Regista q Sim no lista N	Regista q Sim N	Regista que Sim N	S	S	S	Extensão da tarefa S	Clapoteo do feedback oral S	S	-	
B. e D.S.	N	N	N	N	N	N	Consegue a resolução S	S	S	-	
E. e S.A.	N	N	N	N	N	N	Consegue a resolução S	Clapoteo do feedback oral S	S	-	
M.A. e R.	S	S	S	S	S	S	Extensão da tarefa S	S	S	-	
G. e M.J.	S	S	S	S	S	S	Extensão da tarefa S	S	N	-	
H. e L.	(Só utilizaram mas usou o S) S	S	S	S	Não usou a lista de verificação NO	N	Consegue a resolução S	Clapoteo do feedback oral S	S	-	
I. e J.	S	S	S	S	S	S	Extensão da tarefa S	S	S	-	alguns da divisão mas recorrem à multiplicação
M. e R.G. Preferiu fazer sozinho Colagem falta	S	S	S	S	S	S	N	N	N	-	Não realizou extensão da tarefa. Sabemos que é P durante, mas acumulamos em n: que a multiplicação
A.M. e D.R.	S	S	S	S	S	S	Extensão da tarefa S	S	S	S	8 dá 176.

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

Anexo R – Grelha de observação do problema 5 “Os passageiros do autocarro”

Grelha de Observação - professor - Problema 5 - Os passageiros do autocarro

Pares	Antes do feedback						Depois do feedback				Observações
	Seleciona a informação importante	Regista os dados	Estabelece o plano	Executa o plano	Revê a resolução	Obtém um resultado válido	Utiliza o feedback	Concretiza a resolução	Obtém um resultado válido	Descreve a forma de pensar durante a comunicação	
A. e Y.	S	S	S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	Todas as etapas Boa apresentação
C. e X.	(S)N	(S)N	(S)N	(S)N	(S)N	N	Plataforma resultado correto S	S	S	-	Respondeu as etapas mas não se utilizou
B. e B.S.	S	S	S	S	S	N	Plataforma resultado correto S	S	S	-	Todas as etapas Especificou as operações
A.P. e S.	S	S	N	-	S	N	Plataforma resultado correto S	S	S	-	Muito bem organizado
B. e D.S.	Substituíam todo o enunciado N	N	"Vamos desenhar" S	S	S	N	Plataforma resultado correto S	S	S	S	Fizeram o plano
E. e S.A.	Na lista dizem que Sim N	Na lista dizem que Sim N	Registaram no final da res. S	S	S	N	Plataforma resultado correto S	S	S	-	Fizeram o plano no final
M.A. e R. ↓ Faltou	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
G. e M.J.	S	S	S	S	S	S	Extensão do traço S	S	Mas não usaram dados do enunciado S	S	Todas as etapas Apresentaram a resolução
H. e L.	S	S	S	S	S	N	Plataforma resultado correto S	S	S	-	Todas as etapas Boas registos do plano e dos dados
X. e J. e R. ↓ Faltou	S	S	S	S	S	S	Extensão traço S	S	S	-	Todas as etapas Registaram a revisão efetuada
M. e R.G.	S	S	S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	Todas as etapas
A.M. e D.R.	S	S	S	S	S	S	Extensão do traço S	S	S	-	Todas as etapas

Legenda: S (Sim); N (Não); NO (Não observável)

10 pares estabeleceram o plano