

A importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Evandra Alves Varela

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre para a Qualificação para a
Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

dezembro de 2020

VERSÃO FINAL

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre para a Qualificação para a
Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

A importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Autora: Evandra Alves Varela

Orientador: Professor Doutor Ricardo Machado

dezembro de 2020

*Dedico esta dissertação aos meus filhos, Paulo
Ricardo e Vitória Maria, e à minha avó Rosalina Silva*

Agradecimentos

A concretização deste trabalho exigiu uma enorme dedicação que só foi possível graças ao apoio de todos aqueles que partilham comigo a minha vida familiar. Foram várias as pessoas que contribuíram, de diversas formas, diretamente ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

Não poderia de deixar de agradecer em primeiro lugar aos meus filhos, que um dia irão entender a minha ausência durante esta jornada.

Ao professor Doutor Ricardo Machado, que foi o responsável por despertar este meu interesse pela matemática, uma vez que não me identificava por esta área. Agradeço toda a sua dedicação, apoio e disponibilidade para me ajudar durante esta jornada.

À minha avó, por todo o apoio, incentivo a continuar a correr atrás dos meus sonhos e por nunca duvidar das minhas capacidades. Pela grande ajuda com os meus filhos que me deu ao longo desta caminhada. Sem si esta caminhada teria um outro destino.

À minha mãe, pelo verdadeiro apoio incondicional e incentivo tão importante na prossecução deste meu objetivo.

À professora cooperante Susana Freitas, que me despertou o interesse em lecionar no 1.º ciclo do ensino básico e a ganhar confiança perante os alunos. Agradeço por todo o carinho que recebi durante o estágio e também pela partilha de conhecimentos.

De forma carinhosa, agradeço aos alunos pelo empenho da realização das atividades propostas, motivando-os para a aquisição de hábitos de resolverem problemas matemáticos.

Às pessoas que, de forma negativa, me incentivaram a desistir e tentaram deitar-me abaixo, esta dissertação é a prova que nunca devemos desistir dos nossos sonhos.

A todos, muito obrigada!

Resumo

O presente estudo integra-se na área da matemática, mais propriamente na resolução de problemas, tendo como principal objetivo compreender e caracterizar o modo como alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade resolvem problemas matemáticos. Neste âmbito, este estudo pretende identificar as estratégias usadas pelos alunos e as dificuldades que manifestam quando resolvem problemas. A fundamentação teórica apresenta tópicos essenciais para o estudo, nomeadamente: a resolução de problemas; o problema como tarefa matemático; as fases da resolução do problema; tipos de estratégias de resolução de problemas; a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática; a resolução de problemas no currículo da matemática no 1.º ciclo do ensino básico e a importância da resolução e na aprendizagem da matemática.

Este estudo enquadrou-se num paradigma interpretativo e desenvolvemos um projeto de investigação-ação. No total, foram 71 alunos que participaram na resolução dos problemas. Também foram considerados participantes deste estudo, a professora/investigadora e a professora titular de cada turma participante. A proposta pedagógica elaborada, constituída por seis problemas matemáticos, foi desenvolvida entre o mês de novembro de 2018 e fevereiro de 2019. Durante esse tempo, foram recolhidos os dados necessários à investigação, conseguida principalmente através da observação participante e da recolha documental. As conclusões do estudo mostram que os alunos recorrem a diversas estratégias para resolver problemas e que as principais dificuldades que os alunos apresentaram na resolução dos mesmos são relacionadas com a compreensão dos problemas, em encontrar a estratégia apropriada e o processo de resolução.

Palavras-chave: Matemática; 1.º ciclo do ensino básico; Resolução de problemas.

Abstract

The present study is integrated in the area of mathematics, more specifically in problem-solving, having as main goal to understand and to characterize the way students of the 2nd, 3rd and 4th grades solve mathematical problems. In this context, this study aims to identify the strategies used by students and the difficulties they manifest when solving problems. The theoretical background presents essential topics for the study, namely: problem solving; the problem as a mathematical task; the problem-solving phases; types of problem-solving strategies; solving problems in teaching and learning mathematics; solving problems in the mathematics curriculum in primary education and the importance of solving and learning mathematics. We assumed an interpretive paradigm and we developed an action research project. The participants were 71 students from these three classes who solve some problems. We also considered as participants the teacher/researcher and the full professor of each participating class. The pedagogical proposal, consisting of six problems, was developed between the month of November of 2018 and February of 2019. During that time, the data necessary for the investigation was collected through participant observation and documentary collection. The results illustrated that students use different strategies to solve problems and that the main difficulties that students presented in solving them are related to understanding problems, finding the appropriate strategy and the resolution process.

Keywords: Mathematics; Primary Education; Problem-solving.

ÍNDICE GERAL

Dedicatória	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice geral	ix
Índice de tabelas	xiii
Índice de figuras	xv
Introdução	1
CAPÍTULO 1 – QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO	3
1.1. Resolução de problemas	3
1.1.1. O problema como tarefa matemática	4
1.1.2. Fases da resolução de problemas	5
1.1.3. Tipos de estratégias de resolução de problemas.....	6
1.2. A resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática....	7
1.2.1. A resolução de problemas no currículo da matemática no 1.º ciclo do ensino básico	7
1.2.2. A importância da resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática.....	9
CAPÍTULO 2 – PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA	11
2.1. Problematização	11
2.2. PARADIGMA INTERPRETATIVO.....	12
2.3. INVESTIGAÇÃO-AÇÃO	12
2.4. PARTICIPANTES.....	13
2.4.1. Caracterização da instituição de ensino	13
2.4.2. Caracterização da turma do 2.º ano de escolaridade	13

2.4.3. Caracterização da turma do 3.º ano de escolaridade	14
2.4.4. Caracterização da turma do 4.º ano de escolaridade	15
2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS.....	16
2.5.1. Observação.....	16
2.5.2. Diário de bordo.....	16
2.5.3. Conversas informais	17
2.5.4. Recolha documental	17
2.5.5. Protocolos dos alunos	18
2.6. PROCEDIMENTOS.....	18
2.6.1. Procedimentos de recolha de dados	18
2.6.2. Procedimentos de tratamento e análise de dados	20
2.6.3. Proposta de intervenção	20
CAPÍTULO 3 - RESULTADOS	23
3.1. PROBLEMA <i>ABRAÇOS ENTRE AMIGOS</i>	23
3.2. PROBLEMA <i>A ROUPA DO ANDRÉ</i>	35
3.3. PROBLEMA <i>COMPRAS DO PAULO</i>	50
3.4. PROBLEMA <i>MESAS E CADEIRAS</i>	64
3.5. PROBLEMA <i>PASSAGEIROS NO AUTOCARRO</i>	81
3.6. PROBLEMA <i>OS CARRINHOS DO MARTIM</i>	92
Considerações finais.....	107
Referências bibliográficas	112
Anexos.....	116
ANEXO 1 AUTORIZAÇÃO PARA A DIREÇÃO DO AGRUPAMENTO	
ANEXO 2 ENUNCIADO DO PROBLEMA CONHECIMENTO E AUTORIZAÇÃO PARA	
O ENCARREGADO DE EDUCAÇÃO	

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Calendarização dos problemas propostos.....	19
Tabela 2 – Análise geral do problema “ <i>Abrços entre amigos</i> ” das três turmas.....	34
Tabela 3 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “ <i>Abrços entre amigos</i> ” das três turmas	35
Tabela 4 – Análise geral do problema “ <i>A roupa do André</i> ” das três turmas	48
Tabela 5 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “ <i>A roupa do André</i> ” das três turmas	49
Tabela 6 – Análise geral do problema “ <i>As compras do Paulo</i> ” das três turmas	62
Tabela 7 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “ <i>As compras do Paulo</i> ” das três turmas	63
Tabela 8 – Análise geral do problema “ <i>Mesas e cadeiras</i> ” das três turmas	79
Tabela 9 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “ <i>Mesas e cadeiras</i> ” das três turmas	80
Tabela 10 – Análise geral do problema “ <i>Passageiros no autocarro</i> ” das três turmas	90
Tabela 11 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “ <i>Passageiros no autocarro</i> ” das três turmas	91
Tabela 12 – Análise geral do problema “ <i>Os carrinhos do Martim</i> ” das três turmas	104
Tabela 13 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “ <i>Os carrinhos do Martim</i> ” das três turmas	105

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de uma adivinha realizada na sala de aula	14
Figura 1 – Enunciado problema "Abraços entre amigos"	23
Figura 3 – Estratégia de resolução do aluno JB (2.º ano de escolaridade)	24
Figura 4 - Estratégia de resolução do aluno PG (2.º ano de escolaridade)	25
Figura 5 – Estratégia de resolução da aluna BF (2.º ano de escolaridade)	25
Figura 6 – Estratégia de resolução do aluno RF (2.º ano de escolaridade).....	26
Figura 7 – Estratégia de resolução da aluna AR (2.º ano de escolaridade).....	26
Figura 8 – Estratégia de resolução do aluno AC (3.º ano de escolaridade)	27
Figura 9 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade)	27
Figura 10 – Estratégia de resolução do aluno KR (3.º ano de escolaridade).....	28
Figura 11 – Estratégia de resolução da aluna IH (3.º ano de escolaridade).....	29
Figura 12 – Estratégia de resolução do aluno DS (4.º ano de escolaridade).....	31
Figura 13 – Estratégia de resolução da aluna LAC (4.º ano de escolaridade)	30
Figura 14 – Estratégia de resolução da aluna EP (4.º ano de escolaridade)	32
Figura 16 – Discussão da resolução no quadro	33
Figura 17 - Enunciado problema "A roupa do André"	35
Figura 18 – Estratégia de resolução do aluno DPG (2.º ano de escolaridade)	36
Figura 19 – Estratégia de resolução da aluna AR (2.º ano de escolaridade).....	37
Figura 20 – Estratégia de resolução da aluna MSC (2.º ano de escolaridade)	37
Figura 21 – Estratégia de resolução da aluna BF (2.º ano de escolaridade)	38
Figura 22 – Estratégia de resolução do aluno RM (2.º ano de escolaridade)	39
Figura 23 – Estratégia de resolução do aluno GP (2.º ano de escolaridade)	39
Figura 24 – Estratégia de resolução do aluno JM (2.º ano de escolaridade)	40
Figura 25 – Estratégia de resolução da aluna IF (3.º ano de escolaridade)	41
Figura 26 – Estratégia de resolução do aluno DFR (3.º ano de escolaridade)	41
Figura 27 – Estratégia de resolução da aluna EC (3.º ano de escolaridade)	42
Figura 28 – Estratégia de resolução do aluno TB (3.º ano de escolaridade).....	42
Figura 29 – Estratégia de resolução do aluno AM (3.º ano de escolaridade)	43
Figura 30 – Estratégia de resolução do aluno MFS (3.º ano de escolaridade)	44
Figura 31 – Estratégia de resolução do aluno MS (3.º ano de escolaridade).....	44
Figura 32 – Estratégia de resolução da aluna NN (4.º ano de escolaridade)	45
Figura 33 – Estratégia de resolução da aluna SM (4.º ano de escolaridade)	46
Figura 34 – Estratégia de resolução da aluna NC (4.º ano de escolaridade)	47

Figura 35 – Estratégia de resolução do aluno FM (4.º ano de escolaridade).....	47
Figura 36 - Enunciado problema "Compras do Paulo".....	50
Figura 37 – Estratégia de resolução da aluna CN (2.º ano de escolaridade)	52
Figura 38 – Estratégia de resolução do aluno GP (2.º ano de escolaridade)	52
Figura 39 – Estratégia de resolução do aluno JM (2.º ano de escolaridade)	53
Figura 40 – Estratégia de resolução do aluno GS (2.º ano de escolaridade)	54
Figura 41 – Estratégia de resolução da aluna BF (2.º ano de escolaridade)	55
Figura 42 – Estratégia de resolução do aluno MFS (3.º ano de escolaridade).....	56
Figura 43 – Estratégia de resolução da aluna LS (3.º ano de escolaridade).....	56
Figura 44 – Estratégia de resolução da aluna NP (3.º ano de escolaridade).....	57
Figura 45 – Estratégia de resolução da aluna NV (4.º ano de escolaridade)	58
Figura 46 – Estratégia de resolução do aluno DG (4.º ano de escolaridade).....	59
Figura 47 – Estratégia de resolução da aluna BF (4.º ano de escolaridade)	60
Figura 48 – Desempenho do aluno RV que não recorre a nenhuma estratégia de resolução ...	61
Figura 49 – Enunciado problema "Mesas e cadeiras".....	64
Figura 50 – Estratégia de resolução da aluna MSC (2.º ano de escolaridade).....	65
Figura 51 – Estratégia de resolução do aluno JB (2.º ano de escolaridade)	66
Figura 52 – Estratégia de resolução da aluna ML (2.º ano de escolaridade)	67
Figura 53 – Estratégia de resolução do aluno GH (2.º ano de escolaridade).....	68
Figura 54 – Estratégia de resolução do aluno GS (2.º ano de escolaridade)	69
Figura 55 – Estratégia de resolução da aluna ABC (2.º ano de escolaridade).....	69
Figura 56 – Estratégia de resolução da aluna TO (3.º ano de escolaridade).....	71
Figura 57 – Estratégia de resolução da aluna NF (3.º ano de escolaridade).....	71
Figura 58 – Estratégia de resolução da aluna LSS (3.º ano de escolaridade).....	72
Figura 59 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade	73
Figura 60 – Estratégia de resolução do aluno BM (3.º ano de escolaridade)	74
Figura 61 – Estratégia de resolução do aluno DM (4.º ano de escolaridade).....	75
Figura 62 – Estratégia de resolução do aluno DS (4.º ano de escolaridade).....	76
Figura 63 – Estratégia de resolução da aluna NV (4.º ano de escolaridade)	76
Figura 64 – Estratégia de resolução da aluna BF (4.º ano de escolaridade)	77
Figura 65 – Estratégia de resolução da aluna NC (4.º ano de escolaridade)	78
Figura 66 – Enunciado problema "Passageiros no autocarro".....	81
Figura 67 – Estratégia de resolução do aluno PC (2.º ano de escolaridade).....	82
Figura 68 – Estratégia de resolução da aluna BC (2.º ano de escolaridade).....	83
Figura 69 – Estratégia de resolução do aluno GH (2.º ano de escolaridade).....	83

Figura 70 – Estratégia de resolução do aluno AG (2.º ano de escolaridade)	84
Figura 71 – Estratégia de resolução da aluna BS (3.º ano de escolaridade)	85
Figura 72 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade)	86
Figura 73 – Estratégia de resolução do aluno FJ (3.º ano de escolaridade).....	86
Figura 74 – Estratégia de resolução do aluno LC (3.º ano de escolaridade)	87
Figura 75 – Estratégia de resolução da aluna NV (4.º ano de escolaridade)	88
Figura 76 – Estratégia de resolução da aluna EF (4.º ano de escolaridade)	88
Figura 77 – Estratégia de resolução do aluno DS (4.º ano de escolaridade).....	89
Figura 78 – Estratégia de resolução do aluno FO (4.º ano de escolaridade)	89
Figura 79 – Enunciado problema "Os carrinhos do Martim"	92
Figura 80 – Estratégia de resolução da aluna CN (2.º ano de escolaridade)	93
Figura 81 – Estratégia de resolução do aluno CV (2.º ano de escolaridade)	94
Figura 82 – Estratégia de resolução do aluno RD (2.º ano de escolaridade)	94
Figura 83 – Estratégia de resolução da aluna MC (2.º ano de escolaridade).....	95
Figura 84 – Discussão da resolução do problema no quadro	96
Figura 85 – Estratégia de resolução da aluna EC (3.º ano de escolaridade)	96
Figura 86 – Estratégia de resolução da aluna BCS (3.º ano de escolaridade)	97
Figura 87 – Estratégia de resolução da aluna BCS (3.º ano de escolaridade)	97
Figura 88 – Estratégia de resolução da aluna IF (3.º ano de escolaridade)	98
Figura 89 – Estratégia de resolução do aluno AC (3.º ano de escolaridade)	99
Figura 90 – Discussão do problema no quadro	99
Figura 91 – Estratégia de resolução do aluno DG (4.º ano de escolaridade)	100
Figura 92 – Estratégia de resolução do aluno DG (4.º ano de escolaridade)	100
Figura 93 – Estratégia de resolução da aluna EA (4.º ano de escolaridade)	101
Figura 94 – Estratégia de resolução da aluna JA (4.º ano de escolaridade).....	102
Figura 95 – Discussão do problema no quadro pelo aluno QP	103
Figura 96 – Discussão do problema no quadro/apresentação da estratégia	103

INTRODUÇÃO

Desenvolver nos alunos capacidades de usar a Matemática eficazmente na sua vida diária, resolver problemas oferece uma oportunidade única de demonstrar a importância da Matemática no quotidiano dos alunos (Palhares, 2004, p.7). Deste modo, é necessário que o ensino da matemática se centralize na abordagem de problemas bem selecionadas envolvendo os alunos. Selecionar bons problemas, oferece aos alunos uma exploração de conceitos matemáticos e reforçam a necessidade de compreender e utilizar várias estratégias de resolução, pois em conformidade com Palhares (2004) “a resolução de problemas é um meio para aprender novas ideias e capacidades matemáticas” (p. 7). E segundo o matemático Pólya (1995), é necessário resolver muitos problemas, pois, aprende-se a resolver problemas resolvendo problemas.

Segundo os autores Boavida et al., (2008), defendem que “a resolução de problemas permite aprender de uma forma ativa, ajudar os alunos a construir conhecimento matemático novo e também testar os seus conhecimentos sobre os diversos temas de ensino” (p. 33). À vista dos autores Boavida et al., (2008), é necessário que os professores proponham aos seus alunos “experiências diversificadas que permitam desenvolver as suas capacidades de resolução de problemas, de modo a poderem tirar partido da Matemática ao longo da vida” (p. 13). Deste modo, o papel do professor é fundamental, sendo que este deve apresentar problemas matemáticos que possam conduzir ao envolvimento dos seus alunos. Por esta razão, tal como afirma Piedade & Reis (2019) “parece pertinente procurar compreender o que é que os alunos consideram ser um problema matemático e como é que a realização de uma sequência de tarefas focada na formulação de problemas influencia essas concepções” (p. 182).

No entanto, o problema que se deu origem a esta investigação é a pouca importância que os professores proporcionam à resolução de problemas. Evidenciando o objeto de estudo desta investigação, o trabalho centra-se em alunos das turmas do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico de uma instituição de ensino público do concelho de Sintra.

Deste problema, emergiram as seguintes questões de investigação que nortearam este estudo:

(1) Que estratégias de resolução estes alunos recorrem na resolução de um problema?

(2) Que dificuldades ou potencialidades estes alunos apresentam na resolução de um problema?

No que diz respeito à estrutura, este relatório encontra-se dividido numa Introdução, três Capítulos, Considerações Finais, Referências Bibliográficas e, por fim, os Anexos. Na Introdução é apresentado o tema escolhido, o problema que deu origem à presente investigação, as questões de investigação e a estrutura do trabalho. No capítulo 1, referente ao Quadro de Referência Teórico, fazemos uma breve revisão da literatura, nomeadamente o conceito da resolução de problemas, o problema como tarefa matemática, as fases e os tipos de estratégias de resolução de problemas. Ainda neste capítulo, abordamos a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática, a resolução de problemas no currículo da matemática no 1.º ciclo do ensino básico. Neste mesmo capítulo, abordamos a importância da resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática. No capítulo 2, designado por Problema e Metodologia, é apresentado o problema e as questões de investigação, o paradigma, o *design* de estudo e os participantes. Também neste capítulo é explícito quais os instrumentos de recolha de dados, os procedimentos de recolha, de tratamento e análise desses dados e também é apresentada a proposta de intervenção. No capítulo 3, Resultados, são apresentados e discutidos os resultados do estudo obtidos, tendo em conta o Quadro de Referência Teórico do capítulo 1. Nas Considerações Finais, fazemos uma reflexão sobre os resultados obtidos apresentados no capítulo anterior e procuramos dar respostas às questões de investigação. Posteriormente, é mencionado as Referências Bibliográficas. Por último, incluímos os Anexos, que permitem consultar os documentos que completam a investigação, como os enunciados, a autorização para a Direção e para os Encarregados de Educação.

CAPÍTULO 1

QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO

No presente capítulo é apresentado um enquadramento teórico no que concerne ao tema desta investigação: *Importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º ciclo do ensino básico*. Assim, numa primeira fase, é abordada a resolução de problemas, mais especificamente, o problema como tarefa matemática. De seguida apresentamos as fases da resolução de problemas e quais os tipos de estratégias existentes na resolução de problemas. Numa segunda fase, referimos a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática, a resolução de problemas no currículo da matemática no 1.º ciclo do ensino básico e, por último, a importância da resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática.

1.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resolver problemas faz parte da natureza humana, e, ao longo dos anos, a importância da resolução de problemas tem vindo a evoluir sucessivamente. De acordo com o Bivar, Grosso, Oliveira e Timóteo (2013)

a resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais. (p.5)

No que diz respeito a resolução de problemas, o professor tem um papel fundamental e determinante para que as tarefas propostas e atividades realizadas pelos alunos resultem em aprendizagens com sentido e que, posteriormente, sejam colocadas em ação noutras situações e/ou contextos. Promover a resolução de problemas não é uma tarefa fácil, pois exige uma planificação antecipada do professor,

disponibilidade e tempo para que esta forma de trabalho seja desenvolvida de forma adequada, por forma a que os alunos consigam desenvolver capacidades e competências essenciais, tais como o raciocínio matemático, comunicação e a argumentação (matemática), criatividade, sentido crítico, entre outras.

1.1.1 O problema como tarefa matemática

A tarefa matemática tem um papel fundamental no desenvolvimento da educação matemática. Christiansen e Walther (1986), referem que a “Matemática escolar pode basear-se muito mais na atividade pessoal dos alunos do que é habitual hoje” (p. 3). Desta forma, espera-se que os problemas matemáticos despertem o sentido desafiador dos alunos com a envolvência na resolução dos mesmos. Assim, é pedido ao professor que, para além da apresentação da resolução dos problemas, este tenha a sua própria experiência de resolução, ou seja, os vários caminhos, as várias estratégias que possam existir até chegar ao resultado pretendido. Como afirma Pólya, in Ponte (2005), “o professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta” (p. 3). O mesmo autor afirma, que a resolução de um problema é um caminho desconhecido a percorrer, com alguns obstáculos, e, como tal, é necessário que sejam utilizadas estratégias de resolução e os recursos necessários que levem à resposta final.

Apesar de a literatura apresentar diversas terminologias para definir o problema matemático, concordamos com ME (2001) in Boavida et al. (2008) quando define que “os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução” (p. 68). Pólya, foi um dos primeiros investigadores a dar ênfase à resolução de problemas. Para este autor, um problema define-se como sendo uma questão para qual não se conhece a resposta de imediato, estimulando o aluno a despertar o seu interesse e requer do aluno uma reflexão para alcançar o resultado pretendido. Portanto, definimos um problema matemático como sendo algo que o aluno desconhece o que fazer, mas desafiadora, pois existe o interesse em descobrir e

aprender. Esta situação exige, então, a construção de caminhos na procura de sua solução, podendo, na maioria dos casos, admitir várias estratégias de resoluções para o mesmo problema. Ponte (2005) realça que

um problema comporta sempre um grau de dificuldade apreciável. No entanto, se o problema for demasiado difícil, ele pode levar o aluno a desistir rapidamente (ou a nem lhe pegar). Se o problema for demasiado acessível, não será então um problema, mas sim um exercício. (p. 3)

1.1.2. Fases da resolução de problemas

Em consonância com Palhares (2004), “não existe apenas um único método para resolver problemas nem para ensinar a resolver problemas” (p. 21).

Na resolução de um problema, os alunos devem ter em conta as várias fases. Pólya (1995) constatou que a resolução de problemas matemáticos se desenvolve seguindo um processo composto por quatro fases fundamentais, em que cada uma delas envolve processos cognitivos, ou capacidades de pensamento. A primeira fase é designada por **Compreensão do problema**, a segunda fase é a **Elaboração de um plano**, a terceira fase é a **Execução do plano** e, por último, a quarta fase, **Verificação e interpretação dos resultados obtidos**. O autor refere que na 1ª fase, compreensão do problema, é necessário o aluno compreenda o problema, identifique o que é conhecido, ou seja, os dados do problema, o desconhecido, ou seja, o objetivo e as condições que são apresentadas. Esta fase é considerada a mais importante na resolução de um problema, pois é necessário compreender o que é pedido no enunciado para elaborar um plano, realizá-lo, chegar a uma conclusão e, no fim, verificar o resultado. A partir da leitura e interpretação do problema, o aluno procura estratégias de resolução e persiste em encontrar uma solução. Tal como refere Pólya (1995) “É uma tolice responder a uma pergunta que não se tenha compreendido” (p. 4). De seguida, na 2ª fase, elaboração de um plano, o aluno deverá pensar numa estratégia de resolução, ou seja, identificar um plano, onde define o que pretende saber. Nesta fase o aluno poderá pensar nas suas experiências anteriores e encontrar algo que se relacione com o problema em causa e que já o tenha resolvido. Na 3ª fase, o aluno executa o plano delineado na fase anterior. Caso não consiga chegar à solução

deverá recuar até à fase anterior, isto é, à fase de delinear um plano. Na 4ª fase, o aluno deverá verificar e interpretar o resultado obtido. Esta última etapa pode incluir a verificação do resultado através do desenvolvimento do problema por outros meios.

Segundo Palhares (2004), este modelo, que foi descrito pelo Pólya, serve como uma guia na organização do ensino e também é relevante para identificar as dificuldades sentidas pelos alunos.

Assim, o professor deve estimular o aluno a realizar uma leitura atenta, a definir um plano, realiza o plano delineado e, por fim, verificar os resultados obtidos. Neste processo, o aluno poderá utilizar os conhecimentos (matemáticos) anteriormente apropriados e construir novos conhecimentos, bem como desenvolver capacidades e competências.

1.1.3. Tipos de estratégias de resolução de problemas

Machado (2014) entende estratégia de resolução como uma ferramenta segundo a qual se consegue aceder ao raciocínio (matemático) que um aluno evidencia quando resolver um problema.

Segundo Palhares (2004), “os alunos devem ser submetidos a um ensino que lhes dê oportunidade de praticar um número significativo de estratégias através da resolução de vários problemas” (p. 25), uma vez que é a partir dessas experiências de aprendizagem que os alunos conseguem aceder, através da partilha de ideias e argumentações, a outras estratégias de resolução e formas de pensamento matemático.

Tal como sustenta Bivar e seus colaboradores (2013) “no 1.º ciclo, solicita-se explicitamente que o número de passos necessários à resolução dos problemas vá aumentando de ano para ano” (p. 5). Ainda os mesmos também referem que os alunos podem resolver um problema matemático através de diversas estratégias de resolução de problemas e darem atenção à análise retrospectiva da sua resolução e apreciação das soluções que obtêm.

Existem diversas as estratégias de resolução às quais podemos recorrer para resolver um determinado problema matemático: tentativa-e-erro, representação gráfica, aritmética e algébrica (Machado, 2014). A estratégia de tentativa-e-erro centra-se em várias tentativas que são realizadas para encontrar a solução do problema perante os dados fornecidos (Palhares, 2004). A estratégia de representação gráfica está relacionada com a utilização de um desenho, esquema, diagrama, tabela ou gráfico como forma de explicitar o raciocínio matemático utilizado. A estratégia aritmética baseia-se na utilização das quatro operações elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão. Tal como menciona O'Connell (2007) "Determinar qual a operação mais adequada para resolver um problema é a estratégia mais frequentemente utilizada na resolução de problemas" (p. 35). No entanto, esta estratégia é tão importante como as restantes estratégias e é necessário que os alunos compreendam totalmente as quatro operações, pois não basta apenas saber aplicá-las.

Por fim, a estratégia algébrica está relacionada com a utilização de expressões algébricas, de relações, de padrões e funções.

De acordo com Boavida et al (2008), é importante salientar que as estratégias de resolução podem ser utilizadas isoladamente, em simultâneo ou em conjunto com outras representações, que podem ser desenho, diagrama, esquema, tabela ou gráfico, pois o "conhecimento matemático e as estratégias de raciocínio devem ser aprendidos e usados de simultâneo e não isoladamente" (p. 23).

1.2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

1.2.1. A resolução de problemas no currículo da matemática no 1.º ciclo do ensino básico

O currículo tem vindo a sofrer alterações ao longo dos anos, tal como a sociedade e a Matemática, a maneira que possa dar resposta às necessidades dos alunos e da sociedade envolvida. Deste modo, no Programa Curricular de Matemática

para o ensino básico (Bivar et al., 2013) encontramos, de um modo pormenorizado, as finalidades de ensino, os objetivos gerais do ensino a serem atingidos, os conteúdos e as aptidões gerais a desenvolver nos alunos.

No que diz respeito à Matemática no 1.º ciclo do ensino básico, de acordo com o Programa e Metas Curriculares da Matemática (Bívar et al., 2013), tem descrito como principais finalidades os seguintes pontos: 1. A estruturação do pensamento; 2. A análise do mundo natural e 3. A interpretação da sociedade (p. 2). Estas finalidades destacadas, “apontam para uma construção consistente e coerente do conhecimento” (Bivar et al., 2013, p. 2).

Para que se alcance as finalidades mencionadas acima, determinaram “objetivos que traduzem os desempenhos fundamentais que os alunos deverão evidenciar em cada um dos três ciclos de escolaridade básica” (Bivar et al., 2013, p.3). No 1.º ciclo requerem-se os seguintes quatro desempenhos:

- (1) Identificar/designar:** Na qual o aluno deve utilizar corretamente a designação referida;
- (2) Estender:** O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, reconhecendo que se trata de uma generalização.
- (3) Reconhecer:** O aluno deve reconhecer a veracidade do enunciado.
- (4) Saber:** O aluno deve conhecer o resultado.

Apesar da unanimidade em reconhecer que a importância da resolução de problemas desempenha num currículo escolar de Matemática, o modo como encaram a Matemática pode afetar todo o processo de ensino e da aprendizagem da mesma como a própria resolução de problemas. Palhares (2004) entende que a resolução é vista como três perspetivas: (1) um processo, em que o professor pretende enriquecer os alunos com estratégias de resolução; (2) uma finalidade, quando o professor tenta atender aos aspetos matemáticos como explorar, questionar, investigar, descobrir e usar raciocínios aceitáveis; (3) método de ensino, que surge para introduzir conceitos.

1.2.2. A importância da resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática

“É frequente observar que os nossos alunos seguem as instruções dos professores sem se interrogarem porque o fazem, raramente questionam as suas próprias estratégias de aprendizagem ou avaliam a sua eficiência nas atividades e são incapazes de explicar porque usam determinadas estratégias para resolver um problema” (Lobo, 1989, p.4 in Afonso et al., 2008, p.29).

Ao nível da disciplina de Matemática, é habitual os alunos não questionarem o motivo de fazerem do que fazem. Isto deve-se ao tipo de ensino nas escolas, que se revela não estar ajustado com o que se pretende com o papel da disciplina de Matemática na formação dos alunos. De acordo com Afonso et al. (2008) “em detrimento de um processo de ensino-aprendizagem baseado no desenvolvimento de competências de conhecimento e de memorização, deve-se apostar cada vez mais, no desenvolvimento da reflexão, da compreensão e da aplicação dos conhecimentos adquiridos.

Na aprendizagem da matemática a resolução de problemas prevê-se que o ensino esteja centralizado no aluno, pois através da resolução de problemas, o objetivo do professor é que o aluno desenvolva diversas capacidades e competências, tais como, o raciocínio matemático, comunicação (matemática), persistência na tarefa, sentido crítico, entre outras.

Quando se promove a resolução de problemas, as formas de ensino tendem a afastar-se do dito tradicional, ou seja, um ensino mais centrado no professor e na memorização e repetição. Desta forma, emergem outras formas de ensino para levar o aluno a compreender os conceitos matemáticos de modo a tornar a aprendizagem mais significativa.

Na aprendizagem da Matemática a resolução de problemas é fundamental, pois desperta a curiosidade nos alunos, ao mesmo tempo proporciona a possibilidade da descoberta do novo (Amorim, 2015). Visto que o processo de ensino e de aprendizagem é muito complexo e exige bastante para que os alunos consigam

desenvolver aprendizagens significativas e motivadoras que possam despertar o interesse dos alunos, é essencial o empenho e determinação dos professores, pois a prática que os professores desenvolvem tem repercussões na forma como os alunos constroem o seu conhecimento e interesse matemático.

CAPÍTULO 2

PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA

Neste capítulo, expomos a problematização e a metodologia de investigação utilizada, nomeadamente o problema e as questões de investigação, o paradigma e o *design* de estudo, os participantes, os instrumentos de recolha de dados, os procedimentos de recolha de dados, os procedimentos de tratamento e análise de dados e as propostas de intervenção.

2.1. PROBLEMATIZAÇÃO

A matemática sempre fez e fará parte do nosso quotidiano, estando presente na vida de cada um e de uma forma muito decisiva contribui para o desenvolvimento do raciocínio, da organização do pensamento e também da forma e capacidade de entender este mundo em que fazemos parte. É importante que a aprendizagem do conhecimento matemático dos alunos seja bastante motivadora, apelativa e que possa permitir cooperar na construção dos conhecimentos de uma forma sistemática e integrada. Para tal, é importante que o professor trabalhe com os seus alunos nesta área envolvendo a resolução de problemas que possibilite o uso de diferentes estratégias de resolução permitindo aos alunos compreender que na Matemática existe diferentes visões sobre a mesma questão e diferentes formas de chegar à solução de um problema.

Segundo Lopes e Silva (2010) ensinar estratégias de resolução de problemas requer em desenvolver no aluno capacidades e competências que permitam elaborar planos de ação, ou seja, estratégias, que lhe sirva de guia ou metodologia para que possa realizar a tarefa proposta.

Desta forma, o problema surgiu através da pouca importância que os professores dão à resolução de problemas e à importância da existência de múltiplas estratégias de resolução para um mesmo problema.

Deste problema, emergiram as seguintes questões de investigação que nortearam este estudo:

1 – Que estratégias de resolução os alunos recorrem na resolução de um problema?

2 – Que dificuldades ou potencialidades que os alunos apresentam na resolução de um problema?

2.2. PARADIGMA INTERPRETATIVO

De acordo com Guba e Lincoln (1994), o paradigma interpretativo é definido como um conjunto de crenças que orientam a ação da investigação a ser desenvolvida com base nas exigências norteadoras do estudo, incluindo a formulação de questões e as interpretações dos diferentes resultados obtidos.

Nesta investigação situamo-nos no paradigma interpretativo, uma vez que nos permite conhecer quais as estratégias de resolução utilizadas na resolução de problemas matemáticos, interpretando as mesmas, através dos desempenhos dos alunos.

2.3. INVESTIGAÇÃO-AÇÃO

Este estudo assentou num *design* de investigação-ação que “consiste na recolha de informações sistemáticas com o objetivo de promover mudanças sociais” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 292). Pode dizer-se que esta neste *design* o investigador se envolve ativamente na causa da investigação (Bogdan & Biklen, 1994).

Uma vez que enfatiza a exploração do meio em que decorre ação investigativa, este método é considerado por Fischer (2001) referido por Máximo-Esteves (2008) como sendo um processo dinâmico-interativo e aberto aos emergentes e necessários reajustes, provenientes da análise das ocorrências e dos fenómenos em estudo. Portanto, para que este processo se torne interativo, é importante que o investigador assuma, em primeiro lugar, um carácter aberto e um ponto de partida das ações a desenvolver e dos objetos a observar previamente bem definida, para, então, em segundo momento, segundo Morés (2013) “contextualizar os procedimentos que envolvem o trabalho de campo, destacando a sensibilidade de olhar, da escuta e do registo” (p. 85).

2.4. PARTICIPANTES

A recolha de dados deste estudo foi realizada em contexto do 1.º ciclo do ensino básico, entre novembro de 2018 e fevereiro de 2019 numa instituição de ensino pública, situada no concelho de Sintra. Foram considerados participantes deste estudo os alunos de três turmas, de anos distintos, uma turma do 2.º ano de escolaridade, uma turma do 3.º ano de escolaridade e uma turma 4.º ano de escolaridade. Consideramos, também, como participantes deste estudo cada professora titular das três turmas e a professora/investigadora.

De forma a preservar a identidade dos alunos participantes, iremos utilizar apenas as iniciais do nome dos mesmos.

2.4.1. Caracterização da instituição de ensino

A instituição é do ensino público e situa-se no concelho de Sintra, encontrando-se em funcionamento há cerca de 12 anos.

Esta instituição disponibiliza para além de quinze salas de aula do 1.º ciclo do ensino básico, duas salas de jardim-de-infância e quatro salas de apoio educativo.

É uma escola de área aberta, que ao longo dos anos foi remodelado, a fim de criar novos espaços respondendo às necessidades da escola e dos alunos, como por exemplo: novas salas onde se desenvolvem as Atividades de Enriquecimento Curricular e de Apoio Educativo. Possui uma biblioteca, que integra a Rede Nacional de Bibliotecas, e uma unidade de apoio especializado para a educação a alunos com Multideficiência e Surdo Cegueira Congénita. Tem ainda, uma extensa zona de recreio e um campo de jogos.

2.4.2. Caracterização da turma do 2.º ano de escolaridade

Esta turma é composta por 25 alunos, dos quais treze são do género masculino e doze são do género feminino. A idade destes alunos varia entre os 7 e os 8 anos, sendo que há alunos que já completaram os 9 anos.

Deste grupo, três alunos que são referenciados como apresentado Necessidades Educativas Especiais (NEE).

É um grupo bastante autónomo e participativo. São alunos que têm um bom relacionamento na turma e com a professora titular. Em relação ao comportamento, os alunos respeitam as regras da sala e bastante a professora.

No que diz respeito à participação nas tarefas propostas pela professora, todos os alunos demonstram ter interesse em fazê-lo, mostrando empenho na concretização das mesmas com a finalidade de serem bem-sucedidas, porém, existe um número grande de alunos que apresenta ter dificuldades em gerir o seu ritmo de trabalho, pois raramente finalizam o trabalho no tempo sugerido e previsto pela professora. Por outro lado, na turma, existem alunos que realizam as tarefas propostas demasiado rápido não apresentando quaisquer dificuldades na sua concretização.

Em relação à disciplina da Matemática, existem alunos que apresentam muitas dificuldades nesta área curricular, em todos os domínios.

Neste grupo existe uma rotina diária no que respeita à primeira hora do dia: assim que entram na sala, após escreverem o nome, a data, a freguesia, o tempo no quadro e realizarem um problema matemático, que é designado por uma “adivinha”, na qual os alunos têm de adivinhar o número, tal como mostra o exemplo da Figura 1, a professora escolhe um aluno para responder a várias perguntas de Matemática, Português e Estudo do Meio.

Adivinha

Estou entre o 250 e o 270;
Os meus números somados são o 13;
Sou um número par;
Quem sou eu?

Figura 2 – Exemplo de uma adivinha realizada na sala de aula na turma do 2.º ano de escolaridade

2.4.3. Caracterização da turma do 3.º ano de escolaridade

Este grupo é composto por 26 alunos, sendo que dezasseis são do género masculino e dez são do género feminino. Os alunos desta turma têm idades compreendidas entre os 8 e 9 anos de idade.

No grupo há apenas um aluno do género masculino que está referenciado como apresentando NEE de carácter permanente. Este aluno não realizou nenhuma das tarefas propostas para o estudo, pois nos dias e na hora em que a turma realizava a tarefa ele não se encontrava na sala de aula.

Em relação à turma, numa forma geral, é de referir que em contexto de sala de aula, os alunos respeitam bastante as regras, são alunos com muito sentido de responsabilidade, bastantes dinâmicos, participativos, demonstrando sempre bastante interesse nas tarefas propostas pela professora.

O grupo, na maioria, não revela grandes dificuldades na Matemática, apenas um número bastante reduzido que tem dificuldades no domínio da resolução de problemas que decorrem na compreensão do problema e elaboração e execução de um plano para o mesmo. Relativamente às outras áreas curriculares, de forma geral, o grupo não revela ter dificuldades.

Nesta turma, existe também uma rotina diária, em que os alunos responsáveis pela distribuição entregam os cadernos das disciplinas de Português e Matemática e depois os restantes realizam no caderno tarefas propostas pela professora relacionadas com as três áreas curriculares e posteriormente são corrigidas.

Nesta turma, os alunos são incentivados a terem sempre uma atitude correta em sala de aula, valorizar a autoestima e é entregue uma responsabilidade/tarefa a cada um. Neste grupo são valorizados os momentos de autoavaliação e as assembleias de turma.

2.4.4. Caracterização da turma do 4.º ano de escolaridade

Esta turma é composta por 22 alunos, dos quais onze são do género masculino e onze do género feminino. São alunos com idades compreendidas entre os 9 e 10 anos de idade. Existem 4 alunos, todos do género masculino, que apresentam NEE.

No que concerne à Matemática, existem poucos alunos que manifestam dificuldades em todos os domínios. No entanto, alguns alunos beneficiam de apoio educativo a Matemática, por forma a ajudá-los a superar as dificuldades. No que concerne à disciplina de Português, são três os alunos que revelam ter sérias

dificuldades acentuadas ao nível da expressão escrita, no que se refere à ortografia, pontuação e criatividade.

Em relação à turma, numa forma geral, é de referir que em contexto de sala de aula, os alunos são meigos, educados e motivados para realizar as atividades propostas. No entanto, são muito desatentos e faladores, atitudes que têm vindo progressivamente a melhorar. Um grupo significativo de alunos continua com dificuldades em gerir o seu ritmo de trabalho, raramente terminando o trabalho sugerido, no tempo previsto, embora se tenha verificado alguma evolução.

Nesta turma são valorizados os momentos de autoavaliação e as assembleias de turma, de modo a corrigir atitudes e valorizar a autoestima.

2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS

Dado o tipo de estudo e os objetivos definidos a que se propôs, foram vários os tipos de instrumentos de recolha de dados utilizados, tais como: a observação participante, diário de bordo do professor/investigador, conversas informais com as professoras titulares de cada turma, recolha documental e protocolos dos alunos dos três anos de escolaridade distintos.

2.5.1. Observação

A observação desempenha um papel importante na investigação educativa, ou seja, uma vez que constitui a primeira e necessária etapa de uma formação científica geral e uma intervenção pedagógica pela prática quotidiana, cujo objetivo é fixar-se na situação em que se produzem os comportamentos, a fim de obter dados que possam garantir uma interpretação “situada” desses comportamentos (Estrela, 1990, p.31).

Para obter uma informação direta e detalhada acerca desta investigação, optámos por recorrer à observação participante. Nesta posição, o investigador desempenha um papel “bem definido, na organização social que observa. Este papel poderá ser percebido diferentemente pelo grupo, conforme a função de observação, ou seja, não conhecida” (Estrela, 1990, p.32).

Em cada turma realizou-se, num primeiro momento, observações das rotinas diárias, do papel do professor na sala de aula, a sua relação com os alunos, como os

alunos estavam distribuídos pela sala, como trabalhavam com e sem a presença da professora na sala de aula, o interesse e empenho de cada aluno, o respeito pelas normas da sala de aula. Num segundo momento desta investigação, seguimos para a intervenção, sendo que a professora/investigadora era também participante.

2.5.2. Diário de bordo

O diário de bordo (DB) é um instrumento de investigação que permite ao investigador refletir sobre o que sucedeu durante o desenrolar da sua pesquisa. Segundo Alves (2004), o diário de bordo aplica-se quando se procura recolher uma informação escrita sobre aquilo que os professores pensam durante o processo de planificação ou durante qualquer outro tipo de atividade por eles desempenhada.

Na prossecução da investigação, registou-se em DB (ver anexo 3), cada dia de observação das três turmas, as propostas realizadas pelos alunos, o tempo percorrido para a realização das propostas, as dificuldades sentidas pelos alunos e professoras titulares, as frustrações manifestadas pelos alunos aquando não executaram o problema com sucesso, a rotina diária dos participantes e conversas informais.

2.5.3. Conversas informais

Durante esta investigação efetuamos várias conversas informais que nos possibilitou recolher informações acerca dos alunos e dos métodos de ensino de cada professora cooperante desta instituição, que segundo Patton (1990) citado por Carmo (2018) é possível obter “relatos dos participantes, mas de uma forma informal, sem constrangimentos ou pressões” (p.25). No presente estudo, estas conversas desenrolaram-se ao longo de cada semana da nossa intervenção com os alunos do 2.º ano de escolaridade, do 3.º ano de escolaridade e do 4.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, tal como as professoras responsáveis das três turmas da instituição em que foi realizada.

2.5.4. Recolha documental

A recolha documental permite complementar toda a informação obtida através de outros instrumentos de recolha de dados. De acordo com Oliveira (2006) in Machado (2014), “Os documentos proporcionam um leque de informações relevantes para as questões de investigação e, como tal, para a compreensão do caso” (p. 151).

Nesta investigação considerámos como recolha documental todos os documentos disponibilizados pela instituição e professoras titulares de turma que nos possibilitaram complementar as informações recolhidas, por meio dos outros instrumentos de recolha de dados. Dessa recolha documental fizeram parte o projeto curricular da instituição, o projeto curricular de turma, registos individuais de cada aluno, entre outros.

2.5.5. Protocolos dos alunos

Uma vez objetivo desta investigação centra-se nos desempenhos dos alunos, torna-se indispensável a análise dos protocolos destes.

Neste estudo considerámos como protocolos dos alunos todo o material produzido pelos alunos na sala de aula, nomeadamente, os desempenhos dos alunos aos problemas propostos.

2.6. PROCEDIMENTOS

Para uma melhor compreensão desta investigação, iremos explicitar quais os procedimentos de recolha de dados, os procedimentos de tratamento e análise de dados e a proposta de intervenção elaborada para este estudo.

2.6.1. Procedimentos de recolha de dados

A recolha de dados desta investigação foi realizada em duas partes distintas: no primeiro momento, nas turmas do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, comecei por observar a rotina das turmas, nomeadamente, a dinâmica

na sala de aula, como trabalhavam e qual o papel do professor na sala de aula. Foi nesta fase que se deu a conhecer aos encarregados de educação a minha presença na sala de aula do seu educando ao longo de alguns meses e a solicitação de autorização para observação e recolha de dados no âmbito desta investigação.

No segundo momento, foi colocada em ação a proposta de intervenção, que consistia na resolução de 6 problemas matemáticos, e, posterior, discussão dos mesmos, em grande grupo. Todos os problemas foram resolvidos individualmente.

A tabela seguinte, tabela 1, apresenta os dias em que foram realizadas todas as propostas às turmas:

Tabela 1 – Calendarização dos problemas propostos

Problemas	Turmas		
	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade
“Abraços entre amigos”	11/02/2019	09/01/2019	10/12/2018
“A roupa do André”	11/02/2019	12/12/2018	07/01/2019
“As compras do Paulo”	17/12/2018	16/01/2019	21/01/2019
“Mesas e cadeiras”	08/02/2019	23/01/2019	14/01/2019
“Passageiros no autocarro”	13/02/2019	30/01/2019	28/01/2019
“Os carrinhos do Martim”	13/02/2019	07/02/2019	08/02/2019

Dado que apenas um encarregado de educação não autorizou a participação do seu educando nesta investigação, este aluno realizava tarefas propostas pela professora titular, enquanto os restantes colegas realizavam os problemas propostos pela professora/investigadora.

A recolha de dados das produções dos alunos do 1.º ciclo do ensino básico foi realizada uma vez por semana entre o mês de novembro de 2018 a fevereiro de 2019.

2.6.2. Procedimentos de tratamento e análise de dados

Para Bardin (1994), a análise de dados caracteriza-se como

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (p.42).

Desta forma, foi feita uma análise dos desempenhos dos alunos para cada tarefa proposta, a que Bardin (1994) designa por leitura flutuante, uma vez que é uma “leitura intuitiva, muito aberta a todas as ideias, reflexões, hipóteses, numa espécie de “brain-storming” individual” (p. 75). Assim, dessa leitura emergiram as estratégias de resolução que os alunos recorreram na resolução dos problemas propostos.

De seguida, organizaram-se as diferentes estratégias de resolução utilizadas pelos alunos e procedeu-se à sua análise, por ano de escolaridade. Para além disso, foram construídas tabelas síntese dos desempenhos dos alunos na resolução dos problemas propostos, bem como dos tipos de estratégia de resolução, por forma a ilustrar o percurso das turmas no decorrer da intervenção.

2.6.3. Proposta de intervenção

Para alcançar os objetivos definidos delineou-se uma proposta de intervenção a aplicar nas três turmas do 1.º ciclo do ensino básico (2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade), que consiste na resolução de seis problemas matemáticos: (1) Abraços entre amigos; (2) A roupa do André; (3) As compras do Paulo; (4) Mesas e cadeiras; (5) Passageiros no autocarro; e, por último, (6) Os carrinhos do Martim.

O primeiro problema tinha como finalidade a contagem dos abraços dados entre os amigos, sem repetições, pelo que os alunos teriam de mobilizar conhecimentos matemáticos associados à contagem e à adição de números naturais. O segundo problema tinha como objetivo descobrir de quantas maneiras diferentes se podia utilizar as peças de roupa. À semelhança do problema anterior, os alunos teriam de mobilizar conhecimentos matemáticos associados à contagem, à adição de números naturais e à organização de dados. O terceiro problema, “*As compras do*

Paulo”, pretendia que os alunos determinassem o valor das compras e, posteriormente, o valor do troco a receber das compras. É um problema com duas questões, em que na 1.ª questão o objetivo era explorar, convenientemente, a adição e na 2.ª questão, o objetivo era calcular a diferença de preço, ou seja, o troco a receber, pelo que os alunos só poderiam concluir o resultado final depois de compreender a adição na 1.ª questão. O quarto problema pretendia que os alunos determinassem o número de cadeiras existentes numa sala com 13 mesas (1.ª questão) e com 15 mesas (2.ª questão), sabendo que cada mesa tinha 2 cadeiras. O quinto problema pretendia que os alunos, através dos dados fornecidos no enunciado, chegassem à conclusão de quantos passageiros iniciaram a partida. O sexto problema tinha como finalidade que os alunos determinassem o número de carros que o Martim tinha levado para a casa dos primos, através dos dados conhecidos no enunciado.

Em suma, todos os problemas permitiam o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação matemática, competências essenciais na aprendizagem da matemática (Machado, 2014).

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

Este capítulo está organizado em 6 pontos, sendo que cada um diz respeito a um problema proposto na intervenção. Para cada análise dos problemas, encontram-se exemplos de estratégias de resolução que os alunos escolheram para resolverem o mesmo, por ano de escolaridade.

No fim da análise de cada problema, é apresentada uma síntese dos desempenhos dos 3 anos de escolaridade (2.º, 3.º e 4.º anos), recorrendo a uma tabela que é possível identificar o sucesso e as dificuldades das estratégias de resoluções dos alunos e outra tabela que é possível identificar quais as estratégias de resolução utilizadas nos 3 anos de escolaridade.

3.1. PROBLEMA “ABRAÇOS ENTRE AMIGOS”

Quatro amigos resolveram ir almoçar ao cinema. Quando lá chegaram cumprimentaram-se todos, dois a dois, com um abraço, sem repetirem abraços a quem já tinham cumprimentado. Quantos abraços foram dados?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

Figura 3 Enunciado problema "Abraços entre amigos"

Esta tarefa pretendia que os alunos conseguissem determinar o número de abraços que os amigos dariam entre si, sem que os repetissem. Às 3 turmas entregamos o enunciado, e após cada aluno ter feito uma leitura individual silenciosa,

fizemos uma leitura em voz alta e foi explicado qual era o objetivo desta tarefa. No enunciado, pedimos que os alunos justificassem o seu raciocínio, usando palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade obtiveram-se 22 respostas, no 3.º ano de escolaridade 24 e no 4.º ano de escolaridade 21 respostas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade, 11 alunos optaram por recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica, dos quais 9 optaram por fazer um esquema e 2 optaram por desenhar. Os restantes 11 alunos preferiram recorrer à estratégia de resolução aritmética, sendo que 8 recorreram à adição e 3 recorreram à multiplicação. A maioria dos alunos respondeu corretamente à tarefa, sendo que 17 deram uma resposta acertada e 5 alunos deram uma resposta errada.

Na Figura 3 encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica.

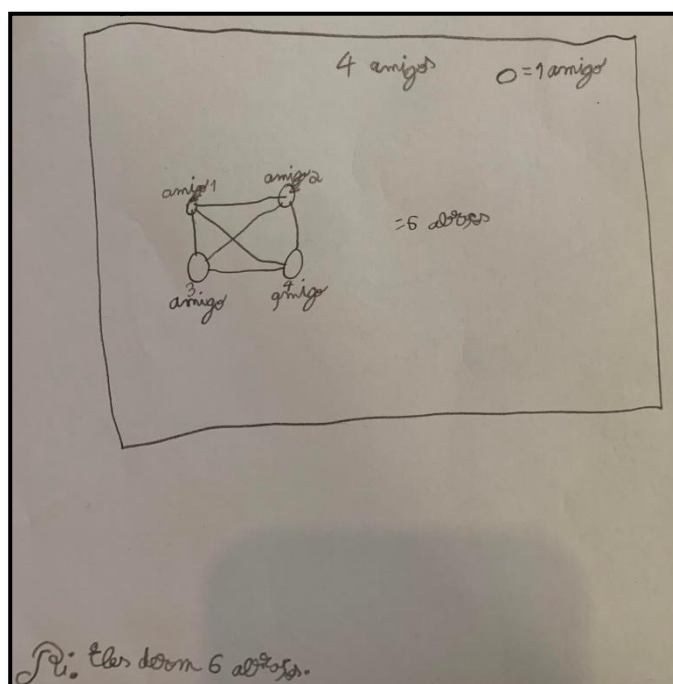


Figura 4 – Estratégia de resolução do aluno JB (2.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, o aluno JB optou por fazer um esquema representando cada amigo por uma bola e os abraços representados por um traço. No fim, o aluno contou o número de ligações que tinha no esquema. É importante referir que este aluno não sentiu dificuldades ao resolver este problema.

Na Figura 4, encontra-se um exemplo de um aluno que recorreu à estratégia de resolução aritmética.

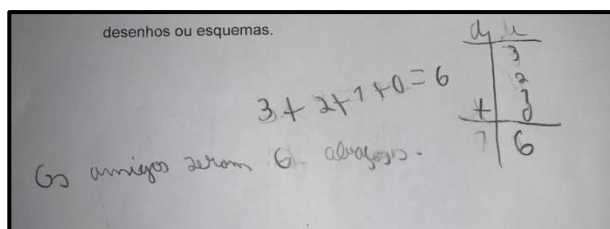


Figura 5 - Estratégia de resolução do aluno PG (2.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, o aluno PG recorreu à operação aritmética de adição para conseguir chegar à solução da tarefa. O aluno calculou que o primeiro amigo deu 3 abraços, o segundo deu 2 abraços (uma vez que não podia haver repetições), o terceiro amigo deu apenas um abraço e o último não deu nenhum. Somando esses abraços, o total seria 6.

Na Figura 5 encontra-se um exemplo de uma resposta errada recorrendo à estratégia de resolução aritmética.

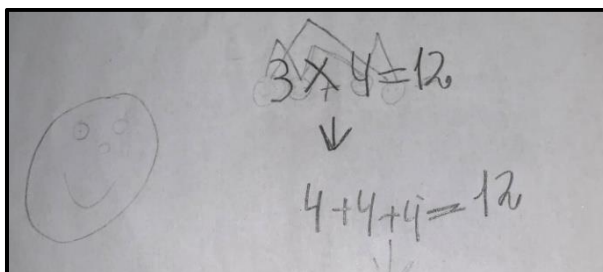


Figura 6 – Estratégia de resolução da aluna BF (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, a aluna BF recorreu a uma estratégia de resolução aritmética, utilizando duas operações: a adição e a multiplicação. No entanto, estas aparecem descontextualizadas face à situação problemática, uma vez que não interpretou o que era pretendido. Neste caso, e como tinham estado a trabalhar a multiplicação, a aluna quis mostrar que sabia multiplicar ($3 \times 4 = 12$) e que, ainda, sabia que a multiplicação é uma soma sucessiva ($4 + 4 + 4$).

Na Figura 6, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica associada à estratégia de resolução aritmética.

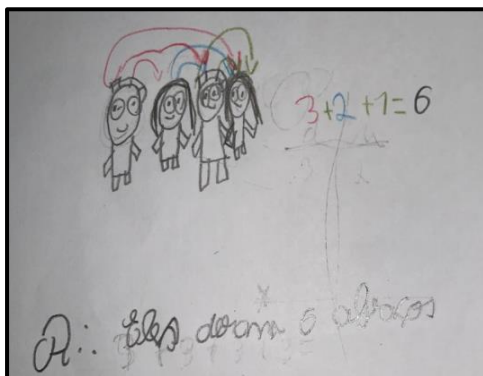


Figura 7 – Estratégia de resolução do aluno RF (2.º ano de escolaridade)

A análise do desempenho do aluno RF permite perceber que este recorreu ao desenho para representar os 4 amigos e para representar os abraços que cada um dá utilizou uma seta colorida. O aluno também recorreu à estratégia de resolução aritmética, a adição, para calcular o total dos abraços.

Na Figura 7, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica, recorrendo a um esquema e ao desenho. No entanto, a aluna não conseguiu dar uma resposta certa ao problema, uma vez que apenas contou 5 abraços.

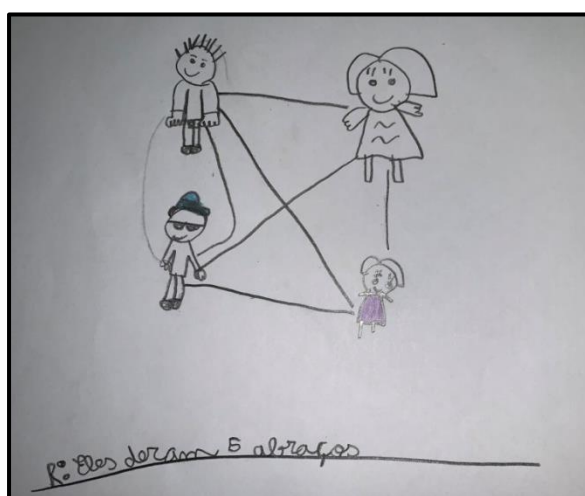


Figura 8 – Estratégia de resolução da aluna AR (2.º ano de escolaridade)

Após os alunos terminarem a tarefa e estas serem recolhidas, houve uma discussão/correção da mesma, na qual os alunos partilharam as suas estratégias de resolução e argumentações.

Na turma do 3.º ano de escolaridade, 13 alunos optaram por recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica como forma de resolução, 10 alunos recorreram à estratégia de resolução aritmética e 1 aluno recorreu apenas à linguagem natural. Contudo, grande parte da turma não conseguiu dar resposta ao que era solicitado na tarefa, uma vez que 15 alunos responderam errado, 8 alunos responderam corretamente e apenas um aluno não respondeu.

Nesta turma os alunos estão distribuídos por ilhas, ou seja, em cada ilha estão duas mesas que se encontram sentados 2 alunos por mesa e 4 no total. A professora titular aconselhou os seus alunos que podem utilizar essa vantagem de estarem sentados em ilhas e fazerem um esquema com os nomes dos amigos que são da mesma ilha para chegar ao resultado final.

Na Figura 8, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução com recurso à linguagem natural que um aluno utilizou como resultado final.

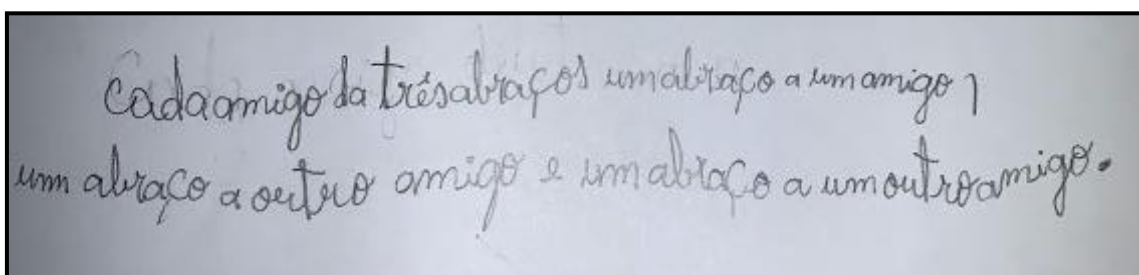


Figura 9 – Estratégia de resolução do aluno AC (3.º ano de escolaridade)

No desempenho anterior, o aluno AC recorreu à linguagem natural para obter a solução do problema. O aluno ao dar a resposta ao que lhe era solicitado, determinou o número de abraços que cada amigo dá. No entanto, não somou todos os “abraços” de forma a encontrar a solução do problema, uma vez que este aluno não tem em conta que não pode haver repetições de abraços entre os amigos.

Na Figura 9 encontra-se um exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica.

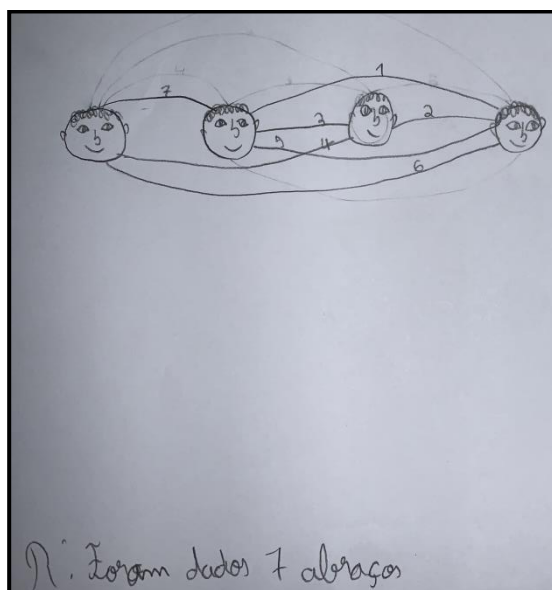


Figura 10 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, aluna MF recorreu à representação gráfica para conseguir resolver o problema, contudo, não evidenciou a sua perceção do que lhe era solicitado, uma vez que, no total, foram dados 6 abraços e não 7 como resposta final.

Na Figura 10 podemos observar um desempenho de um aluno que recorra à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

Figura 11 – Estratégia de resolução do aluno KR (3.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, aluno KR recorreu à operação da multiplicação ($4 \times 2 = 8$). No entanto, esta estratégia não permite resolver o problema, uma vez que o aluno não tem em conta que não pode haver repetição de abraços.

Na figura seguinte, Figura 11, encontra-se outro exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica.

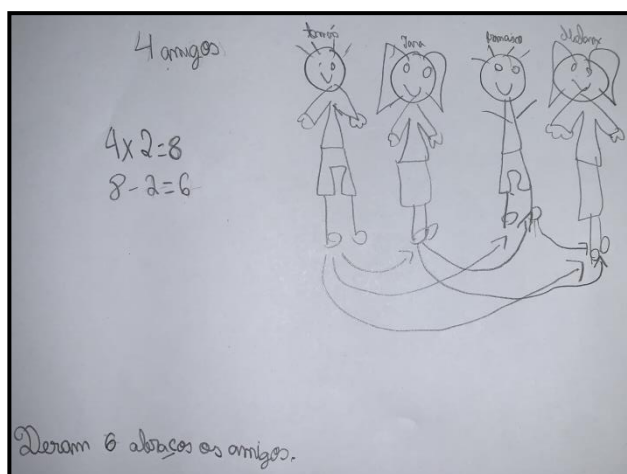


Figura 12 – Estratégia de resolução da aluna IH (3.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, a aluna IH utiliza a estratégia de resolução de representação gráfica, da qual ilustra e nomeia cada colega que faz parte da sua ilha. Para dar resposta ao que lhe era solicitado, representou os abraços que cada amigo dá com uma seta, na qual podemos observar que não repete nenhum abraço, dando no final uma resposta correta. Salientamos, ainda, que no desempenho desta aluna, ela também realiza a multiplicação 4×2 , mas retira os abraços repetidos ($8 - 2 = 6$), o que evidencia que a aluna foi capaz de transpor o raciocínio com recurso à estratégia de resolução de representação gráfica para a aritmética.

Após todos os alunos terem concluído a tarefa, em grupo foi feita a correção/discussão no quadro, tendo sido solicitada a participação de 4 alunos para demonstrarem *in loco* que era pretendido na tarefa. Posteriormente, recorreremos a uma estratégia de resolução de representação gráfica e a uma tabela de dupla entrada (estratégias sugeridas pelos alunos) para obtermos a solução do problema.

Na turma do 4.º ano de escolaridade, dos 21 alunos, 18 decidiram recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica (4 utilizaram uma tabela de dupla entrada, 9 escolheram desenhar, 5 escolheram apresentar a solução através de um esquema). Para além dessa estratégia, 2 alunos escolheram apresentar a solução do

problema através da estratégia de resolução aritmética, a multiplicação, e por fim, 1 aluna representou a resolução com recurso apenas à linguagem natural.

Neste problema 20 alunos não apresentaram um raciocínio correto por sentirem dificuldade na interpretação e compreensão do enunciado e apenas uma aluna conseguiu apresentar a resolução do problema corretamente.

Na Figura 12, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica.

The image shows a handwritten 4x4 grid on a light blue background. The grid contains the following letters:

A	B	C	D
B	D	C	A
C	D	A	B
D	B	A	C

Below the grid, the text "Foram dados 12 abraços" is written in cursive.

Figura 13 – Estratégia de resolução do aluno DS (4.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, o aluno DS utilizou a estratégia de resolução de representação gráfica, na qual usou uma tabela de dupla entrada, em que a informação constante em cada linha diz respeito ao amigo que é abraçado (por exemplo, na 2.ª linha, o amigo B dá um abraço ao amigo D, C e A). No entanto, o aluno não responde corretamente (12 abraços em vez dos 6 abraços), uma vez que na tabela que apresenta não tem em conta os abraços repetidos, condição que estava expressa no enunciado do problema.

Na Figura 13 podemos observar um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica.

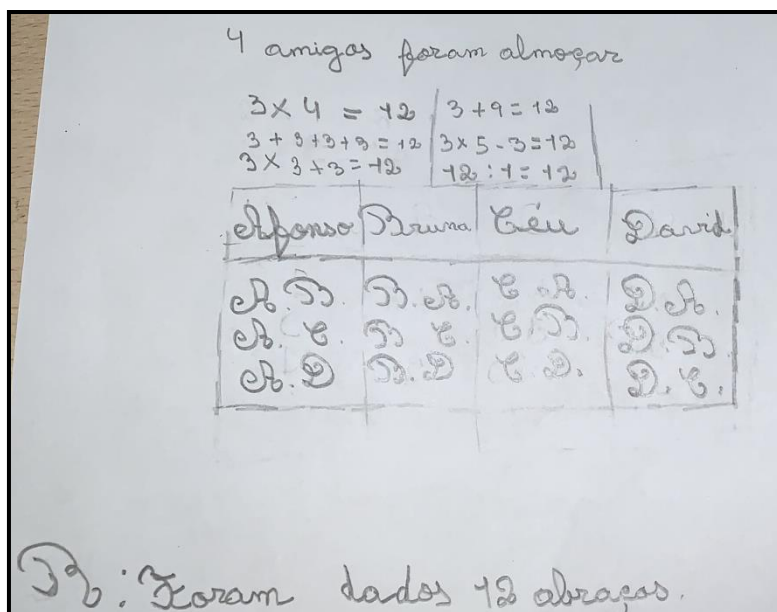


Figura 14 – Estratégia de resolução da aluna LAC (4.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, a aluna LAC recorreu também a uma tabela como estratégia de resolução, em que cada coluna está a informação do amigo que é abraçado pela letra inicial do nome (por exemplo, na 3.ª coluna, a Céu abraça o Afonso, a Bruna e o David). No entanto, não teve em atenção que não se podia repetir os abraços. Ainda na mesma figura, podemos constatar que, na parte superior da folha, a aluna teve uma necessidade de mostrar que sabe decompor o número 12 (resposta dada ao problema pela aluna), através da utilização da adição, multiplicação e divisão.

Na Figura 14 encontra-se um exemplo de outra estratégia de resolução de representação gráfica.

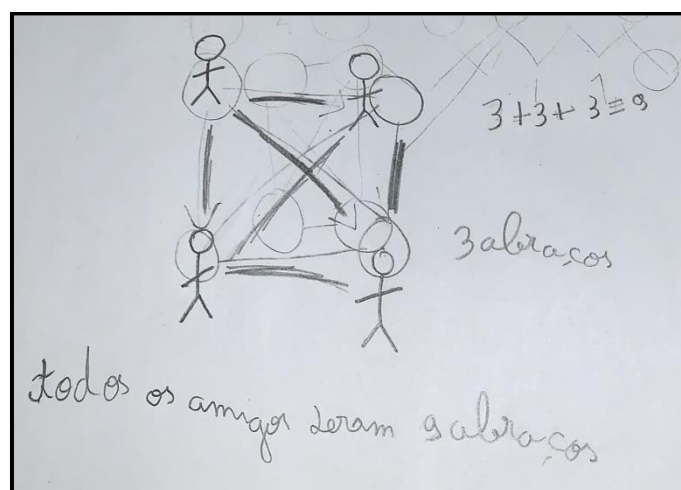


Figura 15 – Estratégia de resolução da aluna JA (4.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa a aluna recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica com recurso a um esquema e à adição para explicar o seu raciocínio. Apesar de não estar explícito nesta resolução, o pensamento demonstrado pela aluna foi somar os abraços apenas de 3 amigos, pelo que não obteve com sucesso a resposta ao problema.

A figura seguinte, Figura 15, apresenta um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica associada ao recurso à linguagem natural, como forma de explicitar o raciocínio.

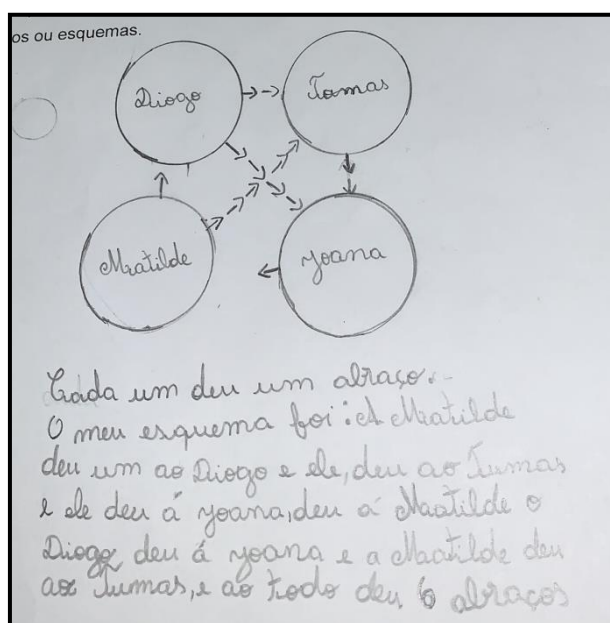


Figura 16 – Estratégia de resolução da aluna EP (4.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, a aluna EP recorreu a um esquema complementando o mesmo com uma justificação, utilizando a linguagem natural. Desta forma, obteve, sem dificuldades, a resposta correta ao problema.

Na fase de correção/discussão da tarefa, pedimos a colaboração de alguns alunos para explicarem o seu raciocínio. À semelhança do que aconteceu no 3.º ano de escolaridade foi feita a demonstração *in loco* do que era pretendido na tarefa e, posteriormente, alguns alunos realizaram a sua estratégia de resolução no quadro, conforme podemos observar na Figura 16.

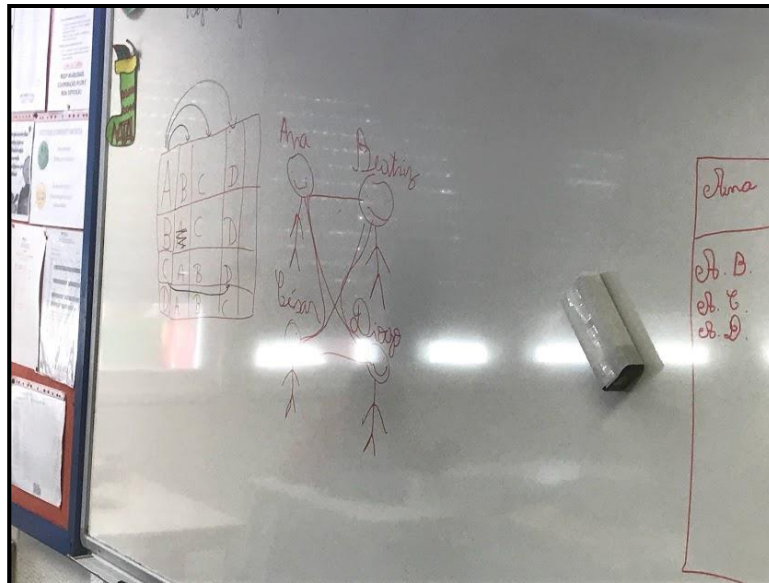


Figura 17 – Discussão da resolução no quadro

Na Tabela 2, podemos observar o total das respostas certas e erradas das 3 turmas. Na turma do 2.ºano de escolaridade, dos 22 alunos que responderam a esta tarefa, 17 obtiveram sucesso e 5 demonstraram ter dificuldades. Na turma do 3.º ano de escolaridade, dos 24 alunos que realizaram o problema, apenas 8 obtiveram sucesso e os restantes 15 revelaram ter dificuldades na sua execução. Enquanto na turma do 4.ºano de escolaridade os alunos revelaram uma grande dificuldade na compressão e interpretação do problema, pois apenas uma aluna que obteve sucesso na solução do problema.

Tabela 2 – Análise geral do problema “Abraços entre amigos” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Estratégia de resolução adequada e resposta correta	12	6	1	19
Estratégia de resolução adequada, mas resposta incorreta	1	1	1	3
Estratégia de resolução desadequada, mas resposta correta	4	2	0	6
Estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta	5	15	19	39
Total	22	24	21	67

Analisando a Tabela 2, podemos constatar que, num total de 67 respostas das três turmas, 19 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e obtiveram resposta correta, 3 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada, mas obtiveram uma resposta incorreta, 6 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada, mas obtiveram uma resposta correta e 39 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada, mas obtiveram uma resposta incorreta.

Comparando as três turmas, observou-se que na turma do 4.º ano de escolaridade, os alunos revelaram mais dificuldades e que tiveram uma taxa de sucesso mais baixa (aproximadamente 5%), enquanto a turma do 2.º ano de escolaridade, foi a turma em que apresentou uma taxa de sucesso mais elevada (aproximadamente 55%).

Na Tabela 3 pode observar-se as estratégias de resolução que os alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade optaram para a primeira tarefa que realizaram.

Tabela 3 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “*Abraços entre amigos*” das três turmas

Estratégias utilizadas	Turmas			
	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Representação gráfica	3	7	13	23
Representação gráfica associada à estratégia aritmética	14	7	5	26
Tentativa erro	0	0	0	0
Aritmética	5	9	3	17
Algébrica	0	0	0	0
Linguagem Natural	0	1	0	1
Total	22	24	21	67

Analisando a Tabela 3, podemos observar que neste problema apenas houve quatro tipos de estratégias de resolução usadas – a de representação gráfica, a de representação gráfica associada à estratégia aritmética, a de aritmética e a de linguagem natural. Contudo, a estratégia de resolução mais usada foi a de representação gráfica com recurso à estratégia aritmética nos 3 anos de escolaridade.

3.2 PROBLEMA A ROUPA DO ANDRÉ

No dia do aniversário do André, ele recebeu como prenda 3 calças: uma preta, uma azul e uma verde. Também recebeu 3 camisolas: uma branca, uma vermelha e uma verde.

Descobre todas as diferentes maneiras que o André pode vestir com estas peças de roupa que ganhou no dia do seu aniversário.

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

Figura 18 Enunciado problema "A roupa do André"

Esta tarefa consistia em descobrir de quantas maneiras diferentes se podia utilizar as peças de roupa. Às 3 turmas entregamos o enunciado, e após cada aluno ter feito uma leitura individual silenciosa, fizemos uma leitura em voz alta e foi explicado qual era o objetivo desta tarefa. Tal como no primeiro problema, no enunciado, pedimos aos alunos que justificassem o seu raciocínio, usando palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

Nas turmas do 2.º ano e 3.ºanos de escolaridade obtiveram-se 24 respostas, em cada turma, e na turma do 4.ºano de escolaridade obtiveram-se 21 respostas.

Na turma do 2.ºano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram: estratégia de representação gráfica, estratégia de representação gráfica associada à aritmética e a estratégia de resolução aritmética. Nesta turma, a maioria dos alunos responderam corretamente, pois dos 24 alunos, 22 tiveram sucesso na resposta e apenas 2 alunos deram uma resposta incorreta.

Na figura seguinte, Figura 18, podemos observar um exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica.

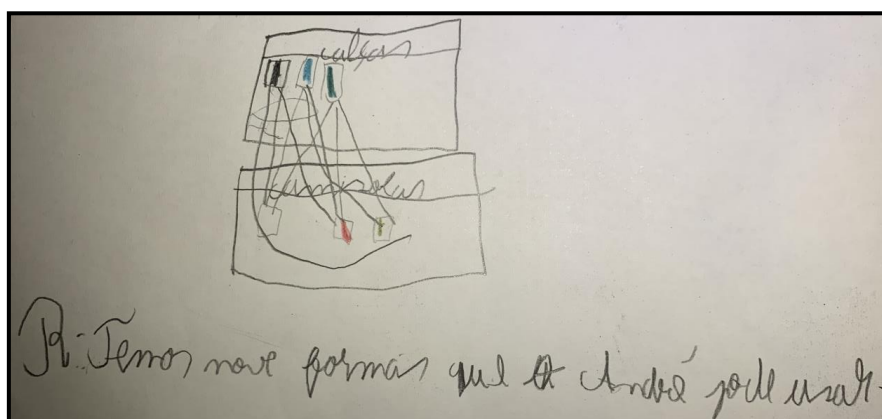


Figura 19 – Estratégia de resolução do aluno DPG (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, Figura 18, o aluno DPG escolheu a estratégia de resolução de representação gráfica com recurso a um esquema como forma de resolver o problema. O aluno representa as peças de roupas como um quadrado e a respetiva cor que representa a peça de roupa. Fez a ligação e obteve, sem dificuldades, a resposta correta ao problema (9 formas possíveis).

Na Figura 19, podemos observar um desempenho de um aluno que recorreu apenas à estratégia de resolução de representação gráfica.



Figura 20 – Estratégia de resolução da aluna AR (2.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, a aluna AR, recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica, da qual ilustra cada conjunto e enumera-o. Ainda na mesma figura, Figura 19, podemos constatar que, na parte superior da folha, a aluna teve a necessidade de escrever toda a informação do problema para elaborar e executar um plano. Desta forma, a aluna, obteve, sem dificuldades, a resposta correta ao problema.

Na Figura 20 encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica associada a uma estratégia de resolução aritmética (adição).

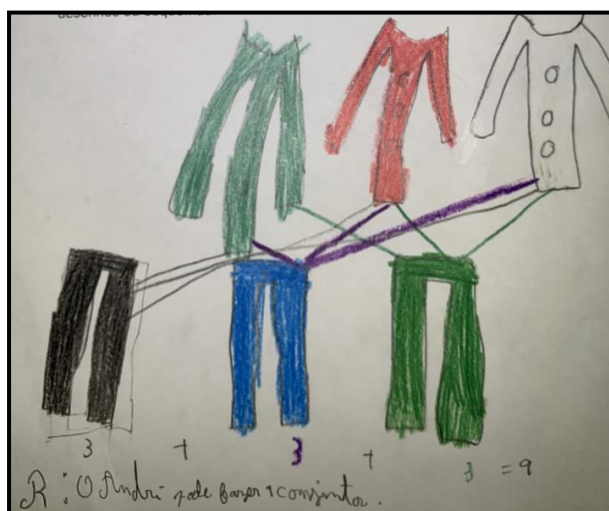


Figura 21 – Estratégia de resolução da aluna MSC (2.º ano de

Nesta tarefa, a aluna MSC recorreu a uma estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética. A aluna começa por recorrer a um esquema desenhando as três camisolas, uma branca, uma vermelha e uma verde e desenhou também as três calças, uma preta, uma azul e uma verde. De seguida, a aluna fez uma ligação das calças às camisolas. Uniu a calça preta às camisolas verde, vermelha e branca, totalizando 3 conjuntos. Uniu a calça azul às três camisolas, totalizando três conjuntos e por fim, uniu a calça verde às três camisolas, totalizando mais três conjuntos. Ainda na mesma figura, podemos constatar que, a aluna utilizou uma cor diferente para unir cada calça às camisolas. Também podemos constatar que, de baixo de cada calça, a aluna escreveu o número de conjunto que se pode fazer com a calça daquela cor, recorrendo, posteriormente, a uma estratégia de resolução aritmética (adição) para dar resposta ao problema. Esta aluna conseguiu resolver o problema de forma adequada.

A figura seguinte, Figura 21, apresenta um exemplo de uma estratégia de resolução gráfica, recorrendo ao desenho, como forma de explicitar o seu raciocínio.

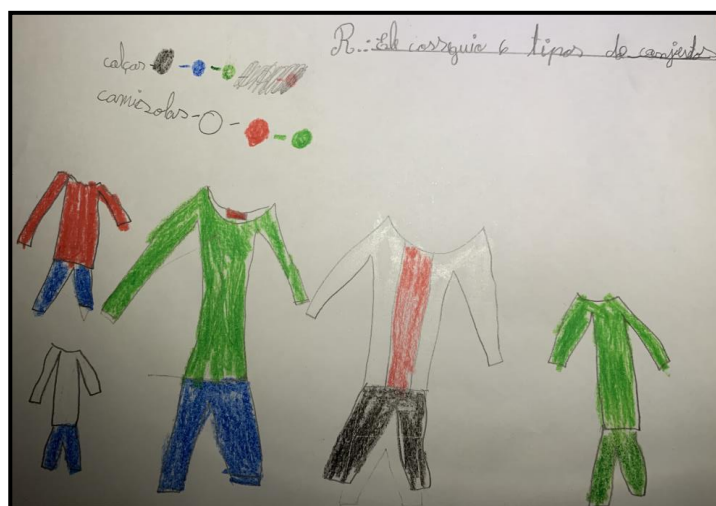


Figura 22 – Estratégia de resolução da aluna BF (2.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, a aluna BF, recorreu apenas à estratégia de resolução de representação gráfica para explicar o seu raciocínio. Apesar de não estar correta a solução (uma vez que respondeu 6 hipóteses em vez de 9 hipóteses), o raciocínio demonstrado pela aluna é adequado. Contudo, esta aluna ilustra 5 conjuntos de roupa,

não representando a totalidade das hipóteses possíveis, mas a resposta final foi “6 tipos de conjuntos”, que pode evidenciar dificuldades ao nível da compreensão do problema.

Na Figura 22 podemos observar mais um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética, uma vez que recorreu a uma adição para dar resposta ao problema.

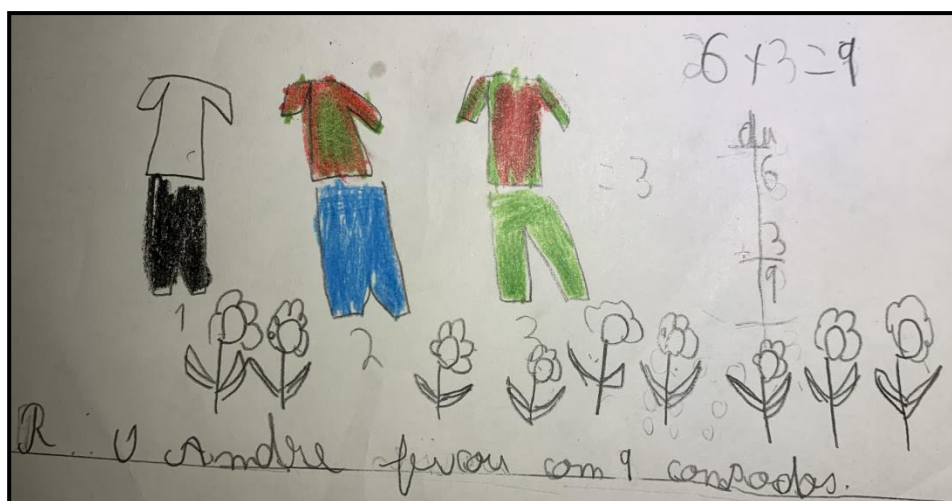


Figura 23 – Estratégia de resolução do aluno RM (2.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, o aluno desenhou apenas três conjuntos como forma de explicitar a sua forma de raciocínio e, de seguida, recorre à adição para responder ao problema ($6 + 3 = 9$).

Na Figura 23, podemos observar um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

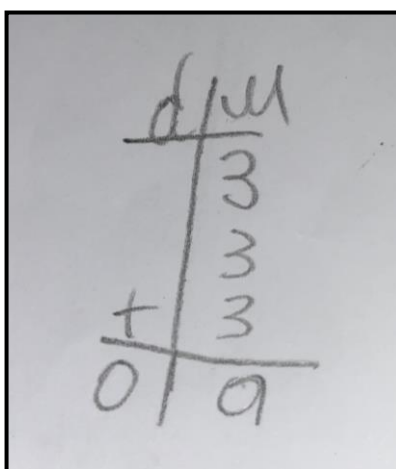


Figura 24 – Estratégia de resolução do aluno GP (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, aluno GP recorreu ao algoritmo da adição ($3 + 3 + 3 = 9$), para dar resposta ao problema.

Na Figura 24, podemos observar um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica como forma de resolver o problema.

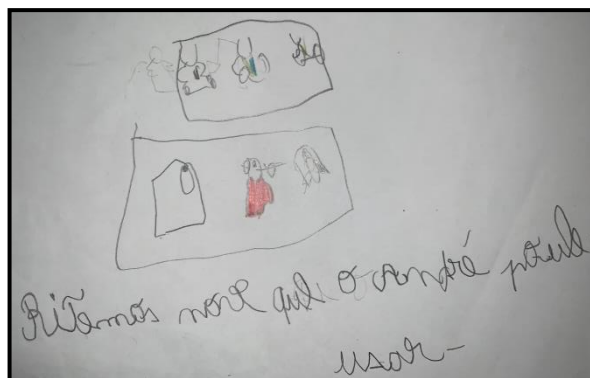


Figura 25 – Estratégia de resolução do aluno JM (2.º ano)

Neste exemplo, o aluno JM optou por recorrer a um desenho para ilustrar o seu raciocínio. No entanto, e apesar de estar correta a solução (uma vez que respondeu “nove”, o aluno não explicitou de que forma o desenho que utilizou o facilitou na obtenção da resposta ao problema.

Após todos os alunos terem concluído a tarefa, em grupo foi feita a correção/discussão no quadro, tendo sido solicitada a participação de alguns alunos para apresentarem as suas estratégias de resolução. Posteriormente, recorremos a uma estratégia de resolução de representação gráfica para obtermos a solução do problema.

Na turma do 3.ºano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram: estratégia de representação gráfica e estratégia de resolução de aritmética. Nesta tarefa 18 alunos obtiveram, sem nenhuma dificuldade, a resposta correta ao problema. No entanto, 6 alunos obtiveram resposta errada no mesmo problema.

Na Figura 25 encontra-se um exemplo de um desempenho de uma aluna que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica como forma de resolver o problema.

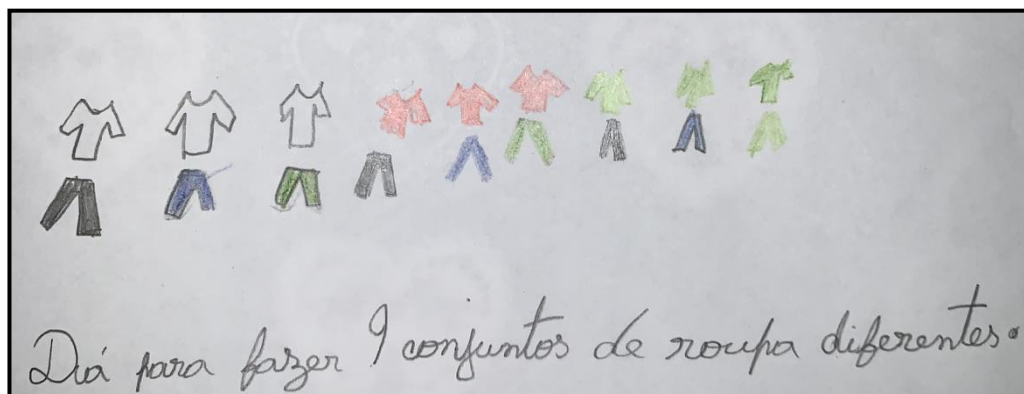


Figura 26 – Estratégia de resolução da aluna IF (3.º ano de escolaridade)

Na figura anterior, Figura 25, observamos um desempenho da aluna IF que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica, da qual optou pelo desenho como forma de resolução do problema. A aluna desenhou na parte superior as camisolas das três cores e na parte inferior desenhou as calças, de maneira a fazer conjuntos. Ao observar a Figura 25 podemos constatar que a aluna não revelou sentir dificuldades na resolução do problema.

Na Figura 26 encontra-se um exemplo de um desempenho de um aluno que recorreu a uma estratégia de resolução de representação gráfica.



Figura 27 – Estratégia de resolução do aluno DFR (3.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, o aluno do 3.º ano de escolaridade, recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica com recurso a um esquema, da qual o aluno desenhou as peças com a respetiva cor e depois fez a ligação das peças como forma de encontrar a solução para o problema, que obteve, sem dificuldades, a resposta correta.

Na figura seguinte, Figura 27, observamos um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica.

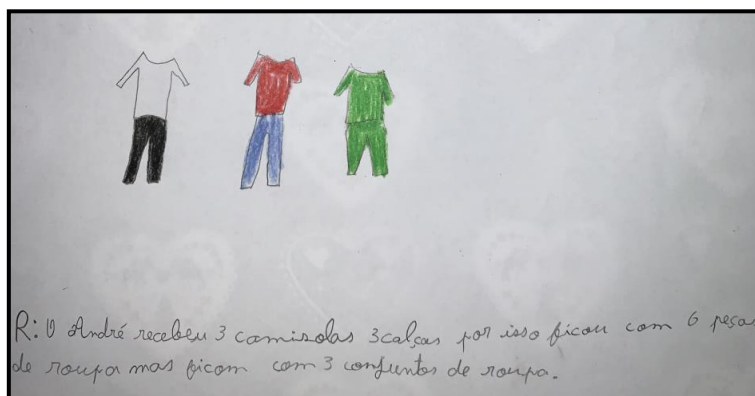


Figura 28 – Estratégia de resolução da aluna EC (3.º ano de escolaridade)

Na Figura 27, a aluna EC recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica com recurso ao desenho. No entanto, esta aluna revelou ter dificuldades na compreensão do enunciado do problema, visto que apenas considerou a existência de 3 hipóteses de formar conjuntos.

No exemplo a seguir, Figura 28, podemos observar um desempenho de um aluno que opta por utilizar uma estratégia de resolução aritmética.

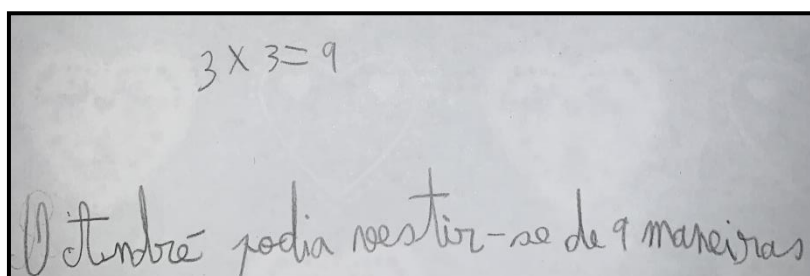


Figura 29 – Estratégia de resolução do aluno TB (3.º ano de escolaridade)

Neste desempenho podemos observar que o aluno TB recorreu à multiplicação como forma de resolver o problema, pelo que não revelou dificuldades na resolução do problema.

No seguinte desempenho, na Figura 29, encontramos outro exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica associada à estratégia de resolução aritmética.

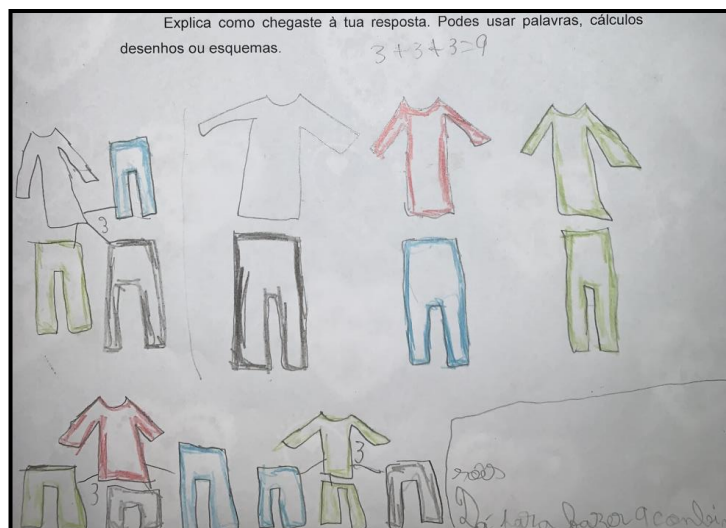


Figura 30 – Estratégia de resolução do aluno AM (3.º ano de escolaridade)

A análise do desempenho do aluno AM permite perceber que este recorreu com recurso ao desenho e a um esquema para representar as peças de roupas de acordo com as respetivas cores. Ainda na mesma figura, podemos observar que, na parte superior da folha, o aluno também recorreu à estratégia de resolução aritmética, a adição, para calcular o total dos conjuntos que conseguiu fazer com as peças de roupa.

No seguinte exemplo, Figura 30, encontra-se um exemplo de estratégia de resolução gráfica.

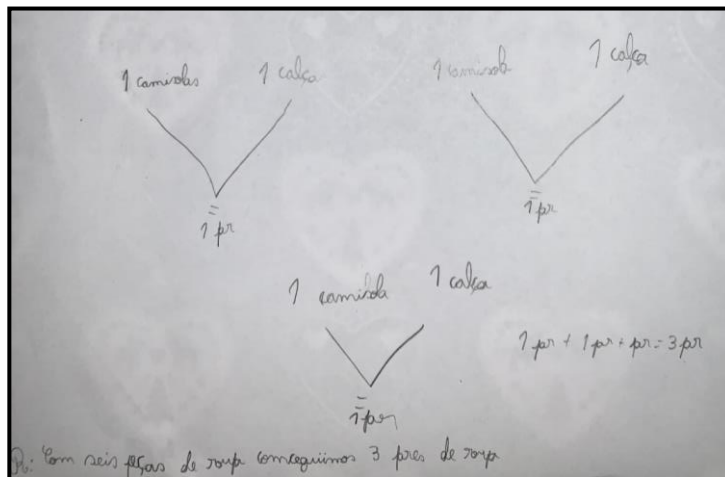


Figura 31 – Estratégia de resolução do aluno MFS (3.º ano de escolaridade)

Neste desempenho, o aluno MFS recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica, na qual optou por um esquema. Uma vez que o aluno não interpretou o que era pretendido no enunciado, este não obteve uma resposta correta visto que responde: "Com seis peças de roupa conseguimos 3 pares de roupa".

Na Figura 31 encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução aritmética.

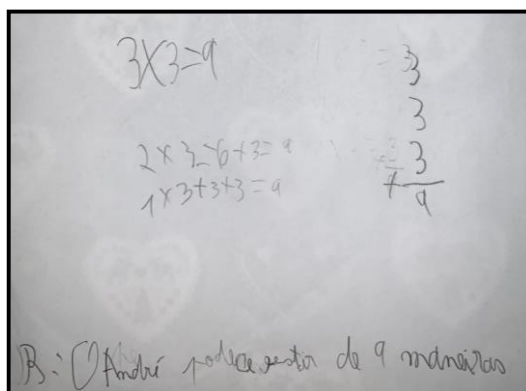


Figura 32 – Estratégia de resolução do aluno MS (3.º ano de escolaridade)

Neste desempenho o aluno recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando as duas operações: a adição e a multiplicação para explicar o seu raciocínio. O aluno revelou não ter dificuldades na resolução do problema, visto que obteve uma resposta correta.

Após os alunos terminarem a tarefa e estas serem recolhidas pela investigadora, houve uma discussão/correção da mesma, na qual alguns alunos partilharam as suas estratégias de resolução e argumentações no quadro.

Na turma do 4.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram: estratégia de resolução de representação gráfica e a utilização da linguagem natural. Nesta turma, 11 alunos obtiveram uma resposta correta ao problema, enquanto 7 alunos não obtiveram sucesso na resposta. Ainda nesta turma, 3 alunos não responderam, sendo que recorreram à estratégia de resolução de representação gráfica recorrendo apenas ao desenho das peças de roupa, o que se evidenciou que estes alunos revelarem dificuldades na compreensão do problema.

Na Figura 32 encontra-se um exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica.

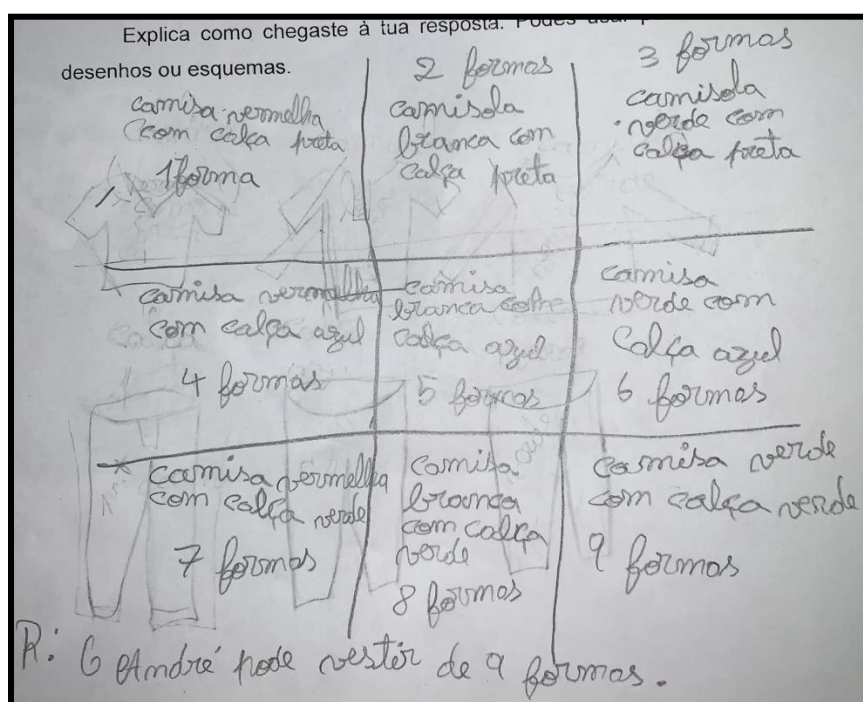


Figura 33 – Estratégia de resolução da aluna NN (4.º ano de escolaridade)

Neste desempenho a aluna NN recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica, utilizando uma tabela 3 x 3, em que a informação constante em cada linha diz respeito a um conjunto (como exemplo, na 3.ª linha, observamos um conjunto de camisa vermelha com calça verde, um conjunto de camisa branca com

calça verde e um conjunto de camisa verde com calça verde). Ainda neste desempenho a aluna enumera cada “quadrado” como uma forma de conjunto (como exemplo, na 2.ª linha, podemos observar que se encontra a 4.ª, 5.ª e 6.ª forma). Assim sendo, a aluna obteve com sucesso a resposta ao problema.

No exemplo seguinte observamos um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica (ver Figura 33).

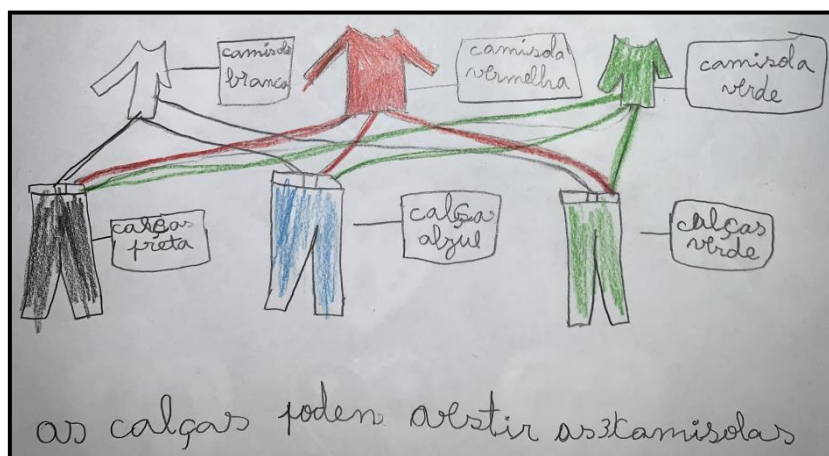


Figura 34 – Estratégia de resolução da aluna SM (4.º ano de escolaridade)

Neste desempenho a aluna SM escolheu recorrer a um esquema como estratégia de resolução. A aluna representou corretamente a situação descrita no problema, fazendo uma ligação entre todas as peças de roupa que se podem formar um conjunto possível. No entanto, a aluna não evidenciou o que lhe era pretendido, uma vez que deu como resposta: “as calças podem vestir as 3 camisolas”. Esta situação ilustra que a aluna não voltou a reler o problema para perceber qual a resposta que tinha de dar, ou seja, não realizou o último passo da resolução de problemas proposto por Pólya (1995).

No exemplo seguinte encontra-se um desempenho de um aluno que recorreu apenas à linguagem natural como estratégia de resolução.

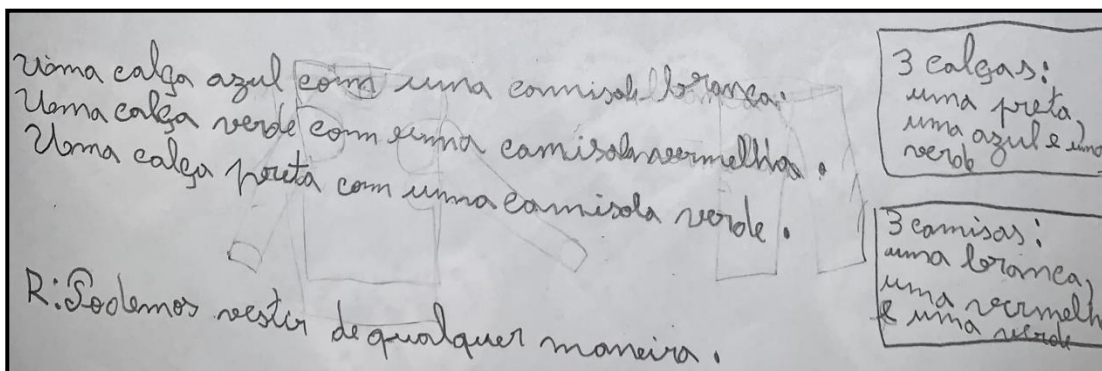


Figura 35 – Estratégia de resolução da aluna NC (4.º ano de escolaridade)

A aluna NC, nesta tarefa, recorre à linguagem natural como forma de resolução deste problema. Observamos que no lado esquerdo a aluna aponta todos os dados do enunciado, no entanto, a aluna não interpretou o que era pretendido e não obteve sucesso na resolução do problema.

Na Figura 35, encontra-se um exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica associado à aritmética.

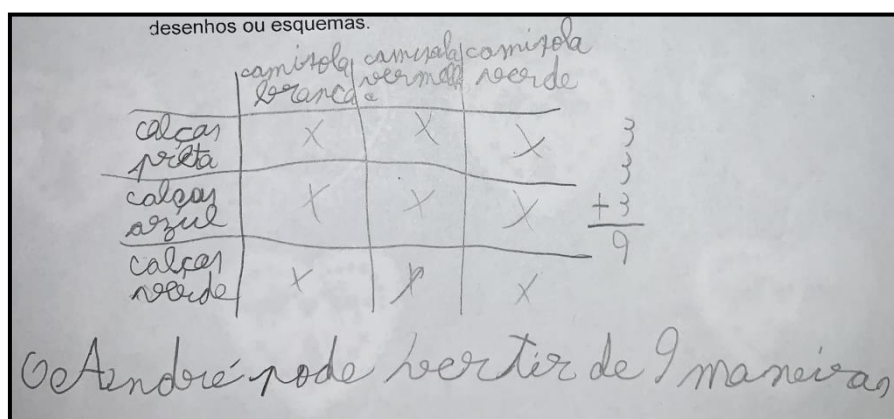


Figura 36 – Estratégia de resolução do aluno FM (4.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, o aluno FM recorreu a uma tabela de dupla entrada para representar a situação descrita no problema e à adição como forma de obter a resposta correta ao mesmo (3 + 3 + 3).

Assim que os alunos terminaram a tarefa e estas serem recolhidas, houve uma discussão/correção da mesma, na qual os alunos partilharam as suas estratégias de resolução e argumentações.

Na Tabela 4 podemos observar a análise geral do problema “A roupa do André” dos três anos de escolaridade.

Tabela 4 – Análise geral do problema “A roupa do André” das três turmas

Problema A roupa do André				
	Turmas			Total
	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	
Estratégia de resolução adequada e resposta correta	19	17	11	47
Estratégia de resolução adequada, mas resposta incorreta	0	1	5	6
Estratégia de resolução desadequada, mas resposta correta	3	0	0	3
Estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta	2	6	5	10
Total	24	24	21	67

Na Tabela 4, podemos constatar que, num total de 67 respostas, na turma do 2.º ano de escolaridade, 19 alunos utilizaram uma estratégia de resolução adequada e resposta errada, 3 alunos utilizaram uma estratégia de resolução desadequada, mas tiveram resposta correta e 2 alunos utilizaram uma estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta. Na turma do 3.º ano de escolaridade, 17 alunos usaram uma estratégia de resolução correta e apresentaram uma resposta correta, apenas 1 aluno utilizou uma estratégia adequada, mas obteve uma resposta incorreta

os restantes 6 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada e obtiveram uma resposta incorreta. Na turma do 4.º ano de escolaridade, 11 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e obtiveram uma resposta correta, 5 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada, mas obtiveram resposta incorreta e 2 alunos recorreram a uma estratégia desadequada e obtiveram resposta incorreta. 3 alunos do 4.º ano de escolaridade não recorreram a nenhuma estratégia de resolução. Comparando as três turmas, observa-se que foi no 2.º ano de escolaridade que os alunos tiveram uma maior taxa de sucesso, enquanto o 3.º ano e o 4.º ano de escolaridade foram os anos em que apresentaram uma taxa de sucesso mais baixa.

Na Tabela 5 pode observar-se as estratégias de resolução que os alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade optaram para realizarem esta tarefa.

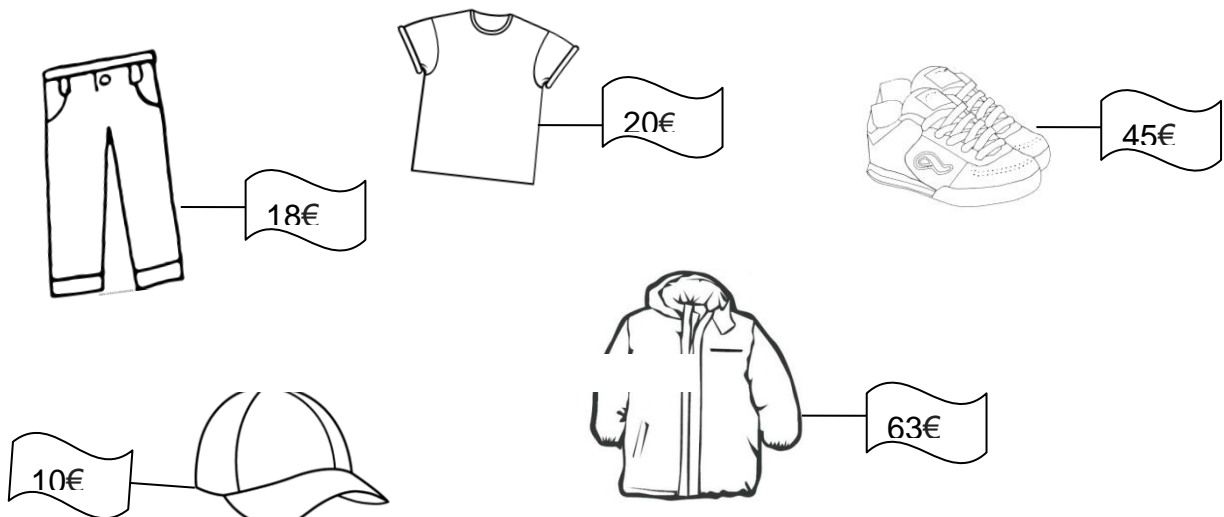
Tabela 5 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “A roupa do André” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Representação gráfica	15	12	16	43
Representação gráfica associada à aritmética	8	7	2	17
Aritmética	1	5	0	6
Linguagem natural	0	0	2	2
Representação gráfica com recurso à linguagem natural	0	0	1	1
Total	24	24	21	69

Analisando a Tabela 4, podemos observar que neste problema houve cinco tipos de estratégias de resolução usadas – a de representação gráfica, representação gráfica associada à aritmética, aritmética, linguagem natural e representação gráfica com recurso à linguagem natural.

3.3. PROBLEMA COMPRAS DO PAULO

O Paulo foi às compras com o pai e comprou os seguintes artigos:



Quanto dinheiro gastou o Paulo e o seu pai nesses artigos todos?
Sabendo que pagaram pelos artigos com uma nota de 200€, quanto receberam de troco?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

Figura 37 Enunciado problema "Compras do Paulo"

O problema "Compras do Paulo" pretendia que os alunos determinassem o valor das compras e, posteriormente, o valor do troco a receber das compras. Para as

três turmas o procedimento foi o mesmo, foi entregue o enunciado, e após cada aluno ter feito uma leitura individual silenciosa, fizemos uma leitura em voz alta e foi explicado qual era o objetivo deste problema. Tal como os outros problemas, no enunciado, pedimos que os alunos justificassem o seu raciocínio, usando palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade, para este problema, obtiveram-se 24 respostas, na turma do 3.º ano de escolaridade 25 respostas e na turma do 4.º ano de escolaridade obtiveram-se 21 respostas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade, unicamente, 1 aluno recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à estratégia de resolução aritmética, utilizando a operação de adição. Na mesma turma, 3 alunos recorreram à estratégia de resolução aritmética, utilizando apenas a adição, 19 alunos recorreram à estratégia de resolução aritmética, utilizando as duas operações, adição e subtração, como forma de resolverem o problema. Ainda na turma do 2.º ano de escolaridade, 1 aluno não apresentou uma estratégia de resolução clara, de forma a que se conseguisse aferir a sua forma de raciocínio. Nesta turma, 18 alunos responderam corretamente ao problema e 6 não responderam de forma adequada. Queremos salientar que, os alunos do 2.º ano de escolaridade, tinham ainda trabalhado uma única vez a subtração com empréstimo e com transporte e nunca trabalharam a subtração com três dígitos, pois desses 6 alunos que não responderam de forma adequada, para a primeira questão do problema, 4 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e apresentaram uma resposta correta, mas para a segunda questão responderam de forma desadequada.

Na Figura 37 encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução aritmética.

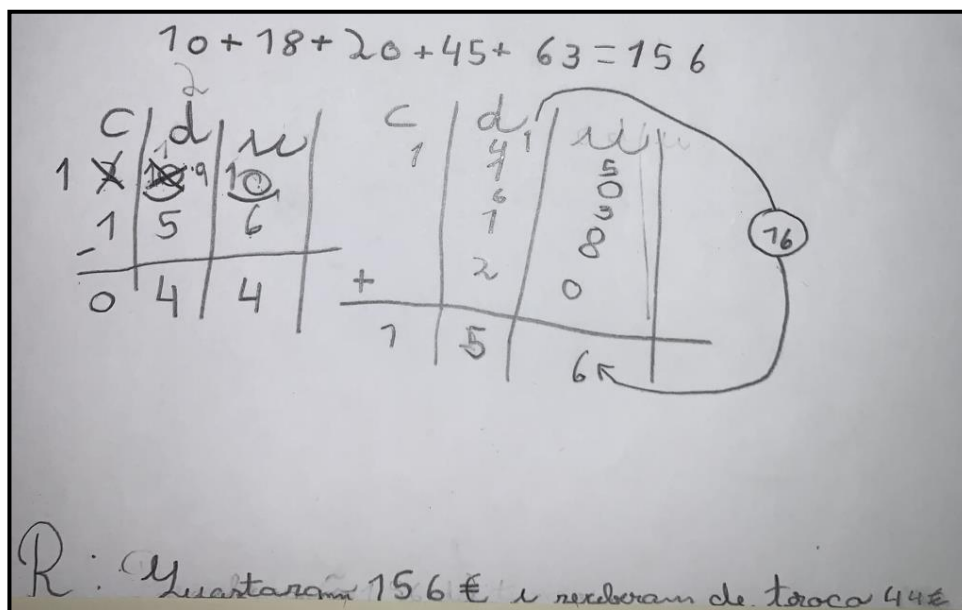


Figura 38 – Estratégia de resolução da aluna CN (2.º ano de escolaridade)

Na Figura 37 podemos observar o desempenho da aluna CN que recorreu à adição e à subtração como estratégia de resolução para obter as duas respostas ao problema.

Na figura seguinte, encontra-se um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética (ver Figura 38).

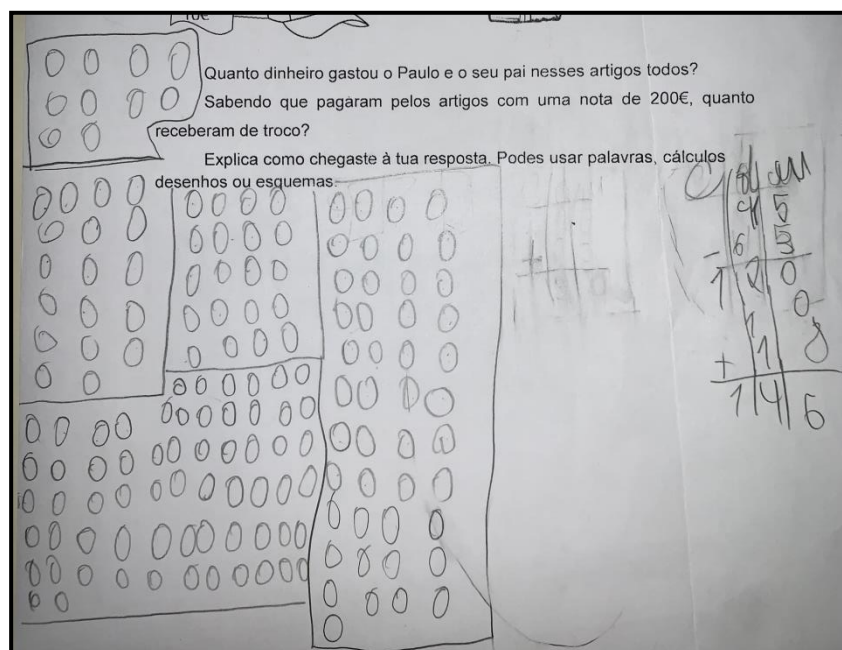


Figura 39 – Estratégia de resolução do aluno GP (2.º ano de escolaridade)

Na Figura 38, observamos que o aluno GP recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associado à estratégia de resolução aritmética, uma vez que recorrer a bolas para representar os preços de cada objeto (lado esquerdo da folha de resposta) e, se seguida, recorre à adição para obter o que o pai do Paulo gastou. No entanto, esta estratégia não permite que o aluno resolva o problema de forma adequada, pois obtém como resposta à primeira questão 146 e não 156, o que mostra dificuldades na realização da adição. Refira-se ainda que este aluno não evidencia qualquer estratégia de resolução para a segunda questão deste problema.

Na Figura 39, podemos observar um desempenho de um aluno que recorreu a uma estratégia desadequada como forma de resolver o problema.

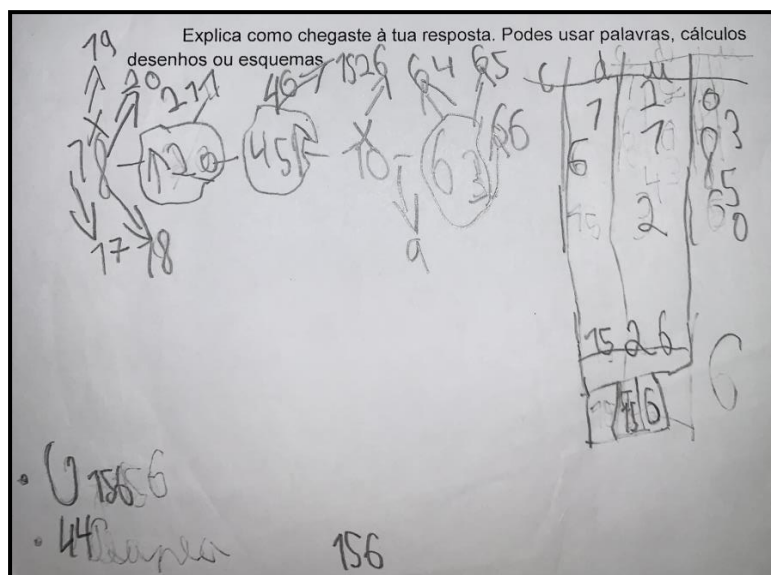


Figura 40 – Estratégia de resolução do aluno JM (2.º ano de escolaridade)

A análise do desempenho do aluno JM permite perceber que este não utiliza nenhuma estratégia de resolução. Na parte inferior da folha, podemos observar que o aluno anota a solução, no entanto, não consegue apresentar os cálculos de como chegou à solução.

Na figura seguinte, Figura 40, podemos observar o desempenho do aluno GS.

Quanto dinheiro gastou o Paulo e o seu pai nesses artigos todos?
Sabendo que pagaram os artigos com uma nota de 200€, quanto receberam de troco?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

$18 + 20 = 38$
 $38 + 10 = 48$
 $48 + 45 = 93$
 $93 + 63 = 156$

$200 - 156 = 44$

2	0	0
-	1	5
6		
0	4	4

R.: Paulo e o pai gastaram 156 euros.
R.: receberam de troco 44 euros.

Figura 41 – Estratégia de resolução do aluno GS (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, o aluno GS opta por recorrer à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema, utilizando duas operações básicas: a adição e a subtração. Podemos constatar que o aluno utiliza uma estratégia de cálculo mental para resolver a primeira parte do problema e à medida que foi calculando, foi riscando os valores que já calculou, o que evidencia que este aluno já consegue colocar em ação uma forma de abordagem do problema (abordagem passo-a-passo) que permite obter sucesso.

Na Figura 41 encontra-se outro desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução aritmética.

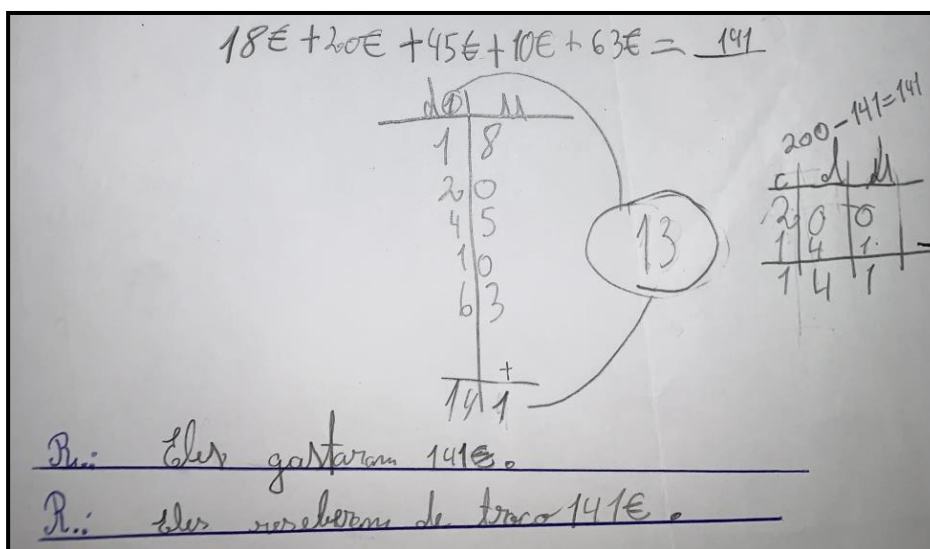


Figura 42 – Estratégia de resolução da aluna BF (2.º ano de escolaridade)

Na Figura 41, para resolver o problema, a aluna BF recorreu à adição para resolver a primeira questão do problema e à subtração para resolver a segunda questão do problema. Contudo, a aluna BF comete um erro ao somar o preço dos artigos comprados (144 e não 156), mas, apesar desse erro, a aluna realiza com sucesso a segunda parte do problema, que se pretendia que obtivesse o valor do troco recebido.

Após todos os alunos terem concluído a tarefa, em grupo foi feita a correção/discussão no quadro, tendo sido solicitada a participação de alguns alunos para demonstrarem as suas estratégias de resolução.

Na turma do 3.º ano de escolaridade, como forma de resolverem o problema, todos os alunos recorrem unicamente à estratégia de resolução aritmética, utilizando as duas operações: a adição e a subtração. Desses alunos, 5 alunos recorreram unicamente à operação adição e os outros 20 alunos recorreram às duas operações básicas, adição e subtração. Nesta turma, 18 alunos tiveram sucesso na resolução do mesmo (resposta adequada às duas questões), e 7 não tiveram sucesso, pois fizeram de forma adequada os cálculos para a primeira questão, mas desadequada na segunda questão.

Na Figura 42, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução aritmética (com recurso à adição e subtração).

$$63€ + 45€ + 20€ + 18€ + 10€ = 156€$$

Q1: gastaram 156€.

$$200€ - 156€ = 044€$$

$$\begin{array}{r} 200€ \\ - 156€ \\ \hline 044€ \end{array}$$

Q2: ficaram com 44€

Figura 43 – Estratégia de resolução do aluno MFS (3.º ano de escolaridade)

Na Figura 42, observamos que o aluno MFS recorreu à estratégia de resolução aritmética, da qual optou, corretamente, pelas operações adição e subtração como forma de resolver o problema. O aluno obteve uma resposta de forma adequada.

Na Figura 43 podemos observar outro desempenho de um aluno que também recorreu à estratégia de resolução aritmética (com recurso à adição e subtração).

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 20 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 45 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ + 10 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93 \\ + 63 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ - 156 \\ \hline 044 \end{array}$$

O pai do Paulo pagou 156 euros e recebeu 44 euros.

Figura 44 – Estratégia de resolução da aluna LS (3.º ano de escolaridade)

Neste desempenho, a aluna também recorreu à adição e subtração, para as duas questões do problema. Por saber que o problema tinha duas questões, a aluna dividiu a folha em duas partes, do lado (esquerdo) fez os cálculos e do outro (direito)

apresentou as respostas. É notório a forma como a aluna soma o valor gasto pelas compras, pois a aluna somou separadamente as peças de roupa, começando por somar $18 + 20$, em que o resultado foi 38, de seguida somou $38 + 45$, em que o resultado foi 83, depois somou $83 + 10$, em que o resultado foi 93 e depois somou $93 + 63$ e o resultado foi 156. Sabendo o total gasto nas compras, a aluna subtraiu a nota que foi paga as compras pelo total das compras, ou seja, $200 - 156$, e obteve o valor do troco a receber. Desta forma, é evidente a compreensão que a aluna revelou do problema e a forma como esta o abordou (abordagem passo-a-passo, para a primeira parte do problema).

Na Figura 44 encontra-se um exemplo de um aluno que recorreu à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

Handwritten work showing a vertical addition of 1, 63, 45, 20, 18, and 10, resulting in 156. To the right, a vertical subtraction of 156 from 200, resulting in 100. Below the calculations are two handwritten responses: "R: O Paulo e o pai gastaram 156€." and "R: Eles receberam de troco 100€."

Figura 45 – Estratégia de resolução da aluna NP (3.º ano de escolaridade)

Tal como mostra a figura, a aluna NP utiliza uma estratégia de resolução adequada, uma vez que recorre ao algoritmo da adição para obter o montante gasto na compra dos artigos elencados no enunciado, mas determina de forma incorreta, o resultado da 2.ª questão do problema ($200 - 156 = 100$). Este exemplo ilustra que a aluna não conseguiu realizar a última etapa sugerida por Pólya (1995), a verificação do resultado. Para além disso, este exemplo, evidencia algo muito comum nos alunos quando resolvem uma tarefa matemática: falta de sentido crítico face ao resultado obtido (Machado, 2014).

Na turma do 4.º ano de escolaridade, tal como na turma do 3.º ano de escolaridade, todos os alunos recorreram à estratégia de resolução aritmética, sendo que 17 recorreram às duas operações, adição e subtração e 2 alunos recorreram

apenas à adição. Nesta turma, 2 alunos não recorreram a nenhuma estratégia como forma de encontrar a solução do problema. A maioria da turma obteve sucesso nas respostas deste problema, sendo que 15 alunos deram uma resposta correta, 5 deram uma resposta incorreta e 1 não respondeu. Dos 5 alunos que deram uma resposta incorreta, 3 deles apresentaram uma resposta correta na 1.ª questão do problema, no entanto, responderam de forma desadequada na 2.ª questão.

Na Figura 45, encontra-se um exemplo de um desempenho de um aluno que recorreu a uma estratégia de resolução aritmética.

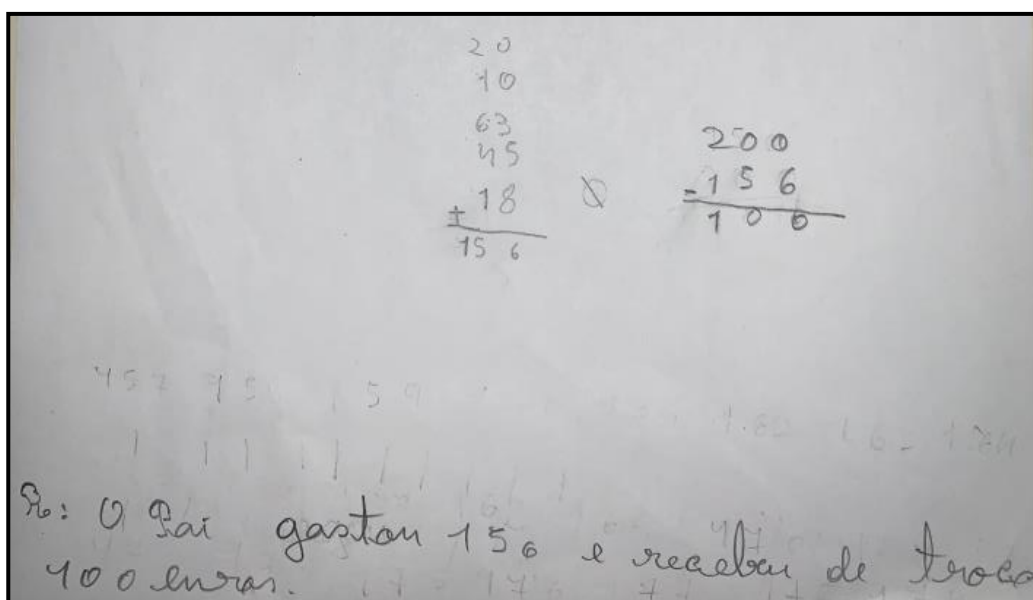


Figura 46 – Estratégia de resolução da aluna NV (4.º ano de escolaridade)

A resolução da aluna NV mostra que esta recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando as duas operações: adição e subtração, como forma de resolver este problema. Tal como a imagem mostra, a aluna soma, de forma correta, o valor das compras. Mas é possível verificar que a aluna se engana ao realizar a operação de subtração, o que leva a obter uma resposta errada. À semelhança do que aconteceu no 3.º ano de escolaridade, esta aluna não realiza a última etapa proposta por Pólya (1995) quando se resolve um problema.

Na figura seguinte, Figura 46, encontra-se outro exemplo de um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução aritmética (com recurso à adição e à subtração).

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

$$\begin{array}{r} 63 \\ 45 \\ 20 \\ 18 \\ + 10 \\ \hline 156 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 200 \\ - 156 \\ \hline 44 \end{array}$$

R: ~~Eu juntei todos e deu 156 depois fiz 200 menos 156 deu 44.~~

Figura 47 – Estratégia de resolução do aluno DG (4.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, o aluno DG realiza de forma adequada as duas questões do problema. Para a primeira, recorre ao algoritmo da adição para obter o valor da compra dos artigos e, na segunda parte, utiliza a subtração para determinar o valor do troco.

Na Figura 47, encontra-se outro exemplo de um desempenho da aluna BF que recorreu à estratégia de resolução aritmética para explicar o seu raciocínio e obter o resultado pretendido.

$$\begin{array}{r} \text{DU} \\ 18 \\ 20 \\ +45 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{DU} \\ 10€ \\ 63€ \\ \hline 73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{DU} \\ 200 \\ -83 \\ \hline 117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{DU} \\ 73 \\ +83 \\ \hline 156 \end{array}$$

R: Recabaram de Trocar 256 € euros.

Figura 48 – Estratégia de resolução da aluna BF (4.º ano de escolaridade)

Como forma de resolver o problema, a aluna BF começa por somar o valor das calças, o valor da *t-shirt* e o valor dos ténis ($18 + 20 + 45 = 83$). Depois soma o valor do boné e o valor do casaco ($10 + 63 = 73$) e, por fim, adiciona esses dois resultados ($73 + 83 = 156$). Ao analisar a resolução da aluna, observamos que esta recorre adequadamente à uma estratégia de resolução (subtração), mas determina de forma errada o resultado à segunda questão. ($200 - 156 = 256$).

Na Figura 48, encontra-se um exemplo de um aluno que não recorreu a nenhuma estratégia como forma de resolver este problema.

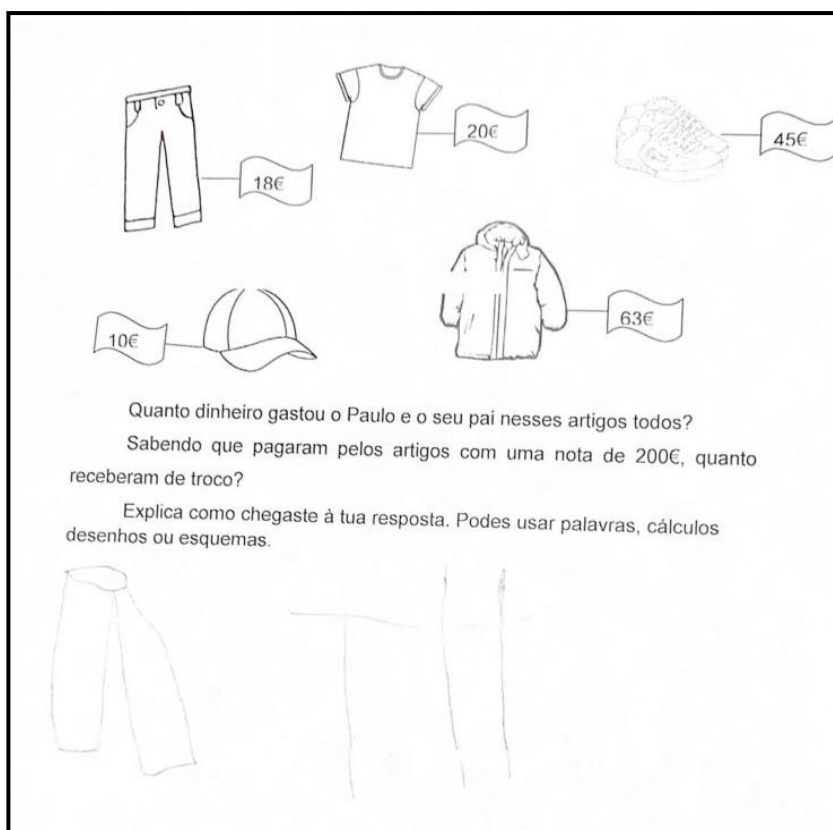


Figura 49 – Desempenho do aluno RV que não recorre a nenhuma estratégia de resolução (4.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, podemos observar que o aluno RV não recorre a nenhuma estratégia de resolução para resolver o problema. Reparamos que o aluno, inicialmente, recorre ao desenho, mas depois apaga e não concluiu o pretendido.

Após todos os alunos terem concluído a tarefa, em grupo foi feita a correção/discussão no quadro. Visto que todos os alunos recorreram à mesma estratégia de resolução, foi solicitado a participação apenas de um aluno para demonstrar a sua resolução.

Na Tabela 6 podemos observar a análise geral do problema “As compras do Paulo” dos três anos de escolaridade.

Tabela 6 – Análise geral do problema “As compras do Paulo” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Estratégia de resolução adequada e resposta correta	19	18	15	51
Estratégia de resolução adequada, mas resposta incorreta	3	6	3	12
Estratégia de resolução desadequada, mas resposta correta	0	0	0	0
Estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta	2	1	3	7
Total	24	25	21	70

Analisando a Tabela 6, podemos constatar que, num total de 70 respostas, na turma do 2.º ano de escolaridade, 19 alunos utilizaram uma estratégia de resolução adequada e uma resposta correta, 3 alunos utilizaram uma estratégia de resolução adequada, mas tiveram resposta incorreta e 2 alunos utilizaram uma estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta. Na turma do 3.º ano de escolaridade, 17 alunos usaram uma estratégia de resolução correta e obtiveram uma resposta correta, 6 alunos utilizaram uma estratégia adequada, mas obteve uma resposta incorreta e 2 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada e obtiveram uma resposta incorreta. Na turma do 4.º ano de escolaridade, 15 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e obtiveram uma resposta correta, 3 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada, mas obtiveram resposta incorreta e também 3 alunos recorreram a uma estratégia desadequada, mas obtiveram resposta incorreta. Comparando as três turmas, verifica-se que foi no 2.º ano de escolaridade que os alunos tiveram uma maior taxa sucesso (aproximadamente

79%). No 3.º ano de escolaridade a taxa de sucesso foi de, aproximadamente, 72% e no 4.º ano de escolaridade a taxa de sucesso foi de, aproximadamente, 71%. Num total de 70 respostas, para resolver este problema, aproximadamente, 73% dos alunos mostraram que conseguiram recorrer às formas de raciocínio utilizadas no problema “As compras do Paulo”.

Na Tabela 7 pode observar-se as estratégias de resolução que os alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade optaram para realizarem esta tarefa.

Tabela 7 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “As compras do Paulo” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Representação gráfica	1	0	0	1
Aritmética	23	25	20	68
Não recorre a nenhuma estratégia	0	0	1	1
Total	24	25	21	70

Analisando a Tabela 7, podemos verificar que neste problema houve apenas dois tipos de estratégias de resolução usadas – a estratégia de resolução de representação gráfica, recorrendo a um esquema, e a estratégia de resolução aritmética. Aproximadamente, 97% dos alunos das três turmas recorreram à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema “As compras do Paulo”. Apenas um aluno da turma do 4.º ano de escolaridade que não recorreu a nenhum tipo de estratégia para explicar o seu raciocínio e obter o resultado pretendido

3.4 PROBLEMA MESAS E CADEIRAS

Na sala de aula cada mesa tem 2 cadeiras. Sabendo que existem 13 mesas, quantas cadeiras há na sala?

E se fossem 15 mesas, quantos alunos poderiam se sentar?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

Figura 50 - Enunciado problema "Mesas e cadeiras"

Esta tarefa pretendia que os alunos determinassem o número de cadeiras existentes numa sala com 13 mesas (1.ª questão) e com 15 mesas (2.ª questão), sabendo que cada mesa tinha 2 cadeiras. Às 3 turmas entregamos o enunciado, e após cada aluno ter feito uma leitura individual silenciosa, fizemos uma leitura em voz alta e foi explicado qual era o objetivo desta tarefa. No enunciado, pedimos que os alunos justificassem o seu raciocínio, usando palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade obtiveram-se 23 respostas, no 3.º ano de escolaridade também 23 e no 4.º ano de escolaridade 22 respostas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade, 13 alunos optaram por recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica, dos quais 11 optaram por recorrer ao desenho e 2 optaram por fazer um esquema. Para além dessa estratégia de resolução, 5 alunos preferiram recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética, sendo que 4 alunos recorreram ao desenho e à adição e 1 aluno recorreu ao desenho e à multiplicação. Apenas 5 alunos recorreram à estratégia de resolução aritmética, dos quais apenas 1 aluno utilizou unicamente a adição para resolver o problema e os restantes utilizaram duas operações. Nesta turma, 19 alunos responderam corretamente à tarefa e 4 alunos responderam de forma desadequada sendo que 1 aluno respondeu corretamente uma questão e erradamente a outra.

Na Figura 50, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica.

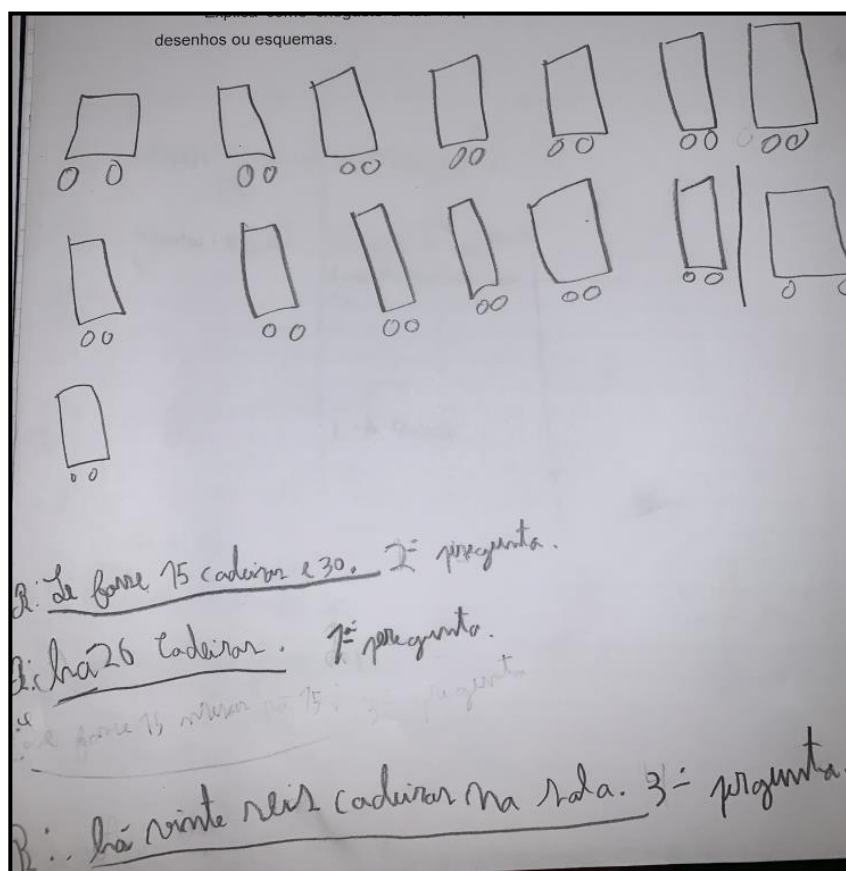


Figura 51 – Estratégia de resolução da aluna MSC (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, a aluna MSC recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica, recorrendo ao desenho para resolver o problema. A aluna opta por desenhar, em primeiro lugar, 13 mesas e coloca em cada mesa duas cadeiras (assinaladas por dois círculos), tendo de seguida efetuado a contagem das cadeiras (26). Em segundo lugar, acrescentou mais duas mesas (após o traço na vertical), coloca duas cadeiras em cada uma delas e efetua a contagem total do número de cadeiras (30). O desempenho da aluna permite perceber que esta não teve dificuldades ao resolver o problema.

Na Figura 51 podemos observar o desempenho de um aluno que também recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica.

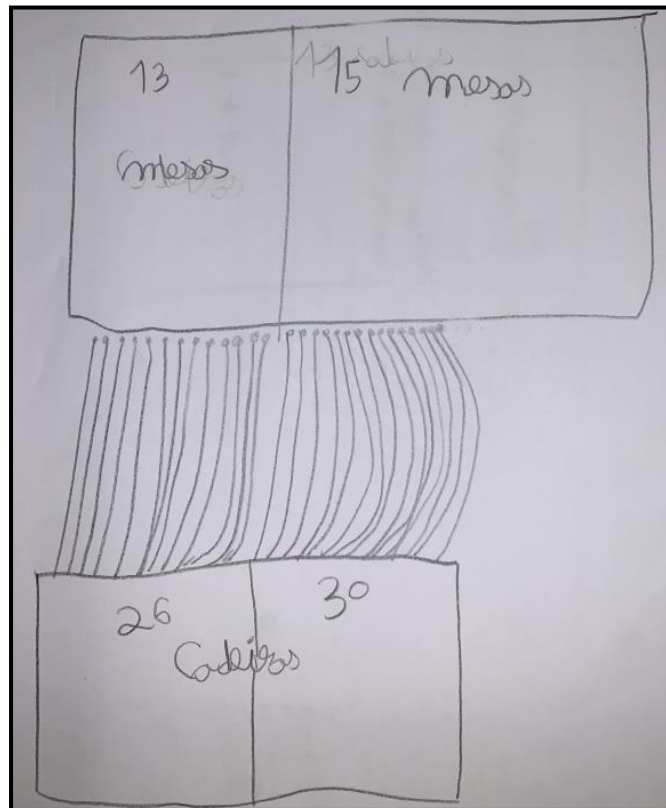


Figura 52 – Estratégia de resolução do aluno JB (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, para resolver o problema, o aluno JB recorre a um esquema como estratégia de resolução. Na parte superior da folha o aluno desenha uma tabela, em que divide o número de mesas (13 mesas e 15 cadeiras) e na parte inferior da folha o aluno escreve a resposta para cada tabela, fazendo a ligação das duas partes (superior e inferior da folha). Embora este aluno tenha utilizado uma estratégia de resolução diferente dos restantes colegas, conseguiu resolver de forma adequada e correta.

A Figura 52 apresenta um exemplo de estratégia de resolução de representação gráfica associada à estratégia de resolução aritmética, recorrendo ao desenho, como forma de explicar o seu raciocínio.

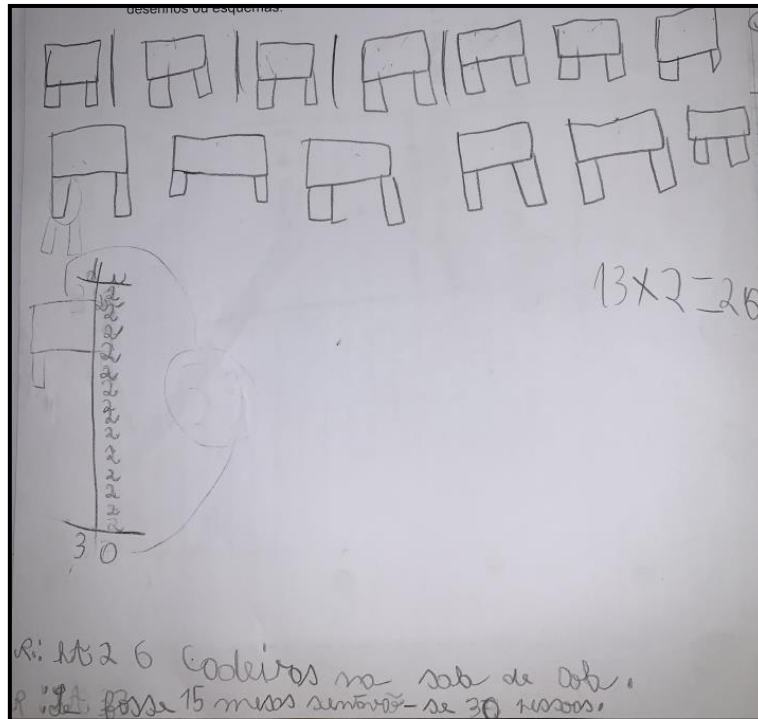


Figura 53 – Estratégia de resolução da aluna ML (2.º ano de escolaridade)

Nesta tarefa, a aluna ML representa as 13 mesas da primeira situação da tarefa. Ao observar o desempenho desta aluna, constatamos que esta à operação de multiplicação para responder à primeira questão colocada no problema: “Sabendo que existem 13 mesas, quantas cadeiras há na sala?” ($13 \times 2 = 26$). Do lado esquerdo da folha, observamos que a aluna recorre à operação de adição para responder à segunda questão colocada no problema, somando sucessivamente “2” quinze vezes, obtendo a resposta correta à segunda parte do problema (30 cadeiras).

No exemplo seguinte, Figura 53, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução aritmética.

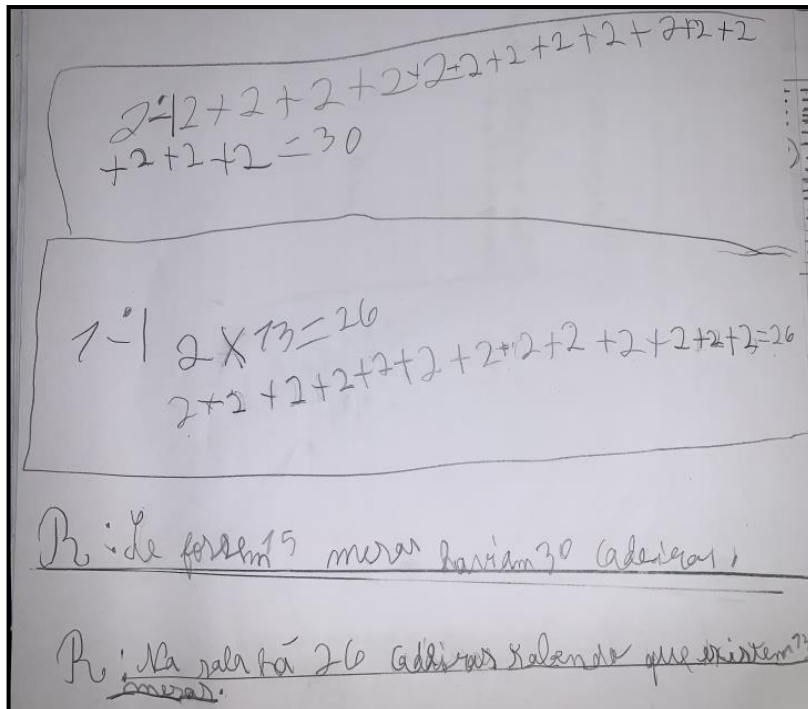


Figura 54 – Estratégia de resolução do aluno GH (2.º ano de escolaridade)

Neste desempenho, o aluno GH recorreu à estratégia de resolução aritmética, na qual optou, para a primeira questão, recorrer à operação de multiplicação (2×13) e depois somou sucessivamente o “2” treze vezes para confirmar o resultado, evidenciando ter apropriado o conhecimento sobre o conceito de multiplicação (soma sucessiva da mesma parcela). Para a segunda questão, o aluno utilizou a operação de adição, obtendo, em ambas as questões, as respostas adequadas ao problema.

No exemplo da Figura 54, o aluno GS, optou por recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica para explicar o seu raciocínio. O aluno soma sucessivamente até chegar à 13ª mesa, dando continuidade ao raciocínio, obtém de forma correta, o número de cadeiras quando se tem quinze mesas.

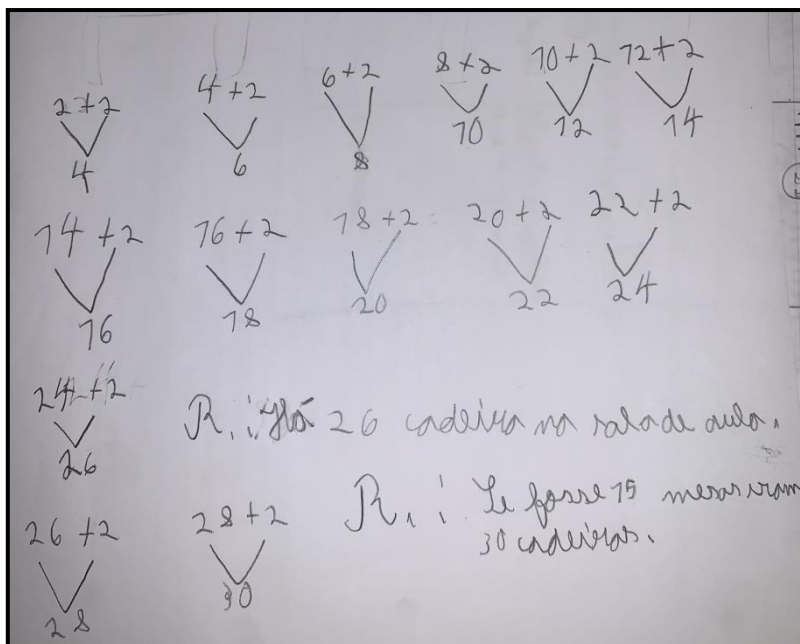


Figura 55 – Estratégia de resolução do aluno GS (2.º ano de escolaridade)

No exemplo seguinte, observamos um desempenho de uma aluna que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética (ver Figura 55).

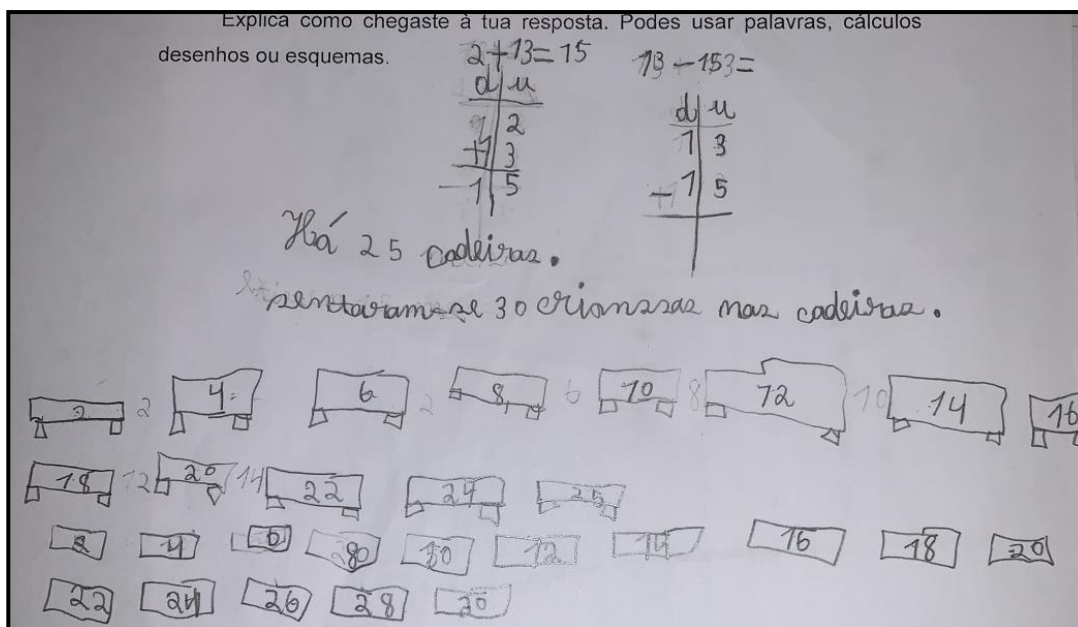


Figura 56 – Estratégia de resolução da aluna ABC (2.º ano de escolaridade)

Neste desempenho, a aluna ABC opta por recorrer a um esquema e às operações de adição e subtração como estratégia de resolução. Nesta figura, podemos

observar que a aluna primeiro soma ($2 + 13$) e depois subtrai o resultado ($15 - 13$), o que ilustra algo muito comum nos alunos quando estes resolvem um problema: operam os dados do problema, sem qualquer sentido. No entanto, mais abaixo, podemos observar que a aluna recorre ao desenho para representar as mesas e cadeiras, desenhando treze mesas e em cada mesa duas cadeiras, contando de “2” em “2” até chegar à última mesa. A aluna volta a desenhar as mesas e cadeiras, mas desta vez para responder à segunda questão, desenhando 15 mesas e as respectivas cadeiras. A aluna consegue obter as respostas adequadas ao problema recorrendo à estratégia de resolução de representação gráfica, mas recorrendo à estratégia de resolução aritmética, a aluna explica mal o seu raciocínio, não obtendo sucesso na resposta. Para além disso, esta aluna não percebe que as respostas obtidas pelos dois processos de resolução são diferentes e, portanto, teria de voltar a analisar as estratégias de resolução, ou seja, o que Pólya (1995) designa por Verificação dos resultados.

Após todos os alunos terem concluído a tarefa, em grupo foi feita a correção/discussão no quadro, tendo sido solicitada a participação de alguns alunos para apresentarem as suas estratégias de resolução.

Na turma do 3.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram: estratégia de resolução de representação gráfica e estratégia de resolução de aritmética. Nesta tarefa 19 alunos obtiveram, sem nenhuma dificuldade, a resposta correta ao problema. No entanto, 4 alunos responderam de forma desadequada no mesmo problema, sendo que 3 deles acertaram a uma questão e erraram a outra.

No exemplo seguinte, Figura 56, encontra-se um exemplo de desempenho da aluna TO que recorreu à multiplicação como estratégia de resolução para resolver o problema.

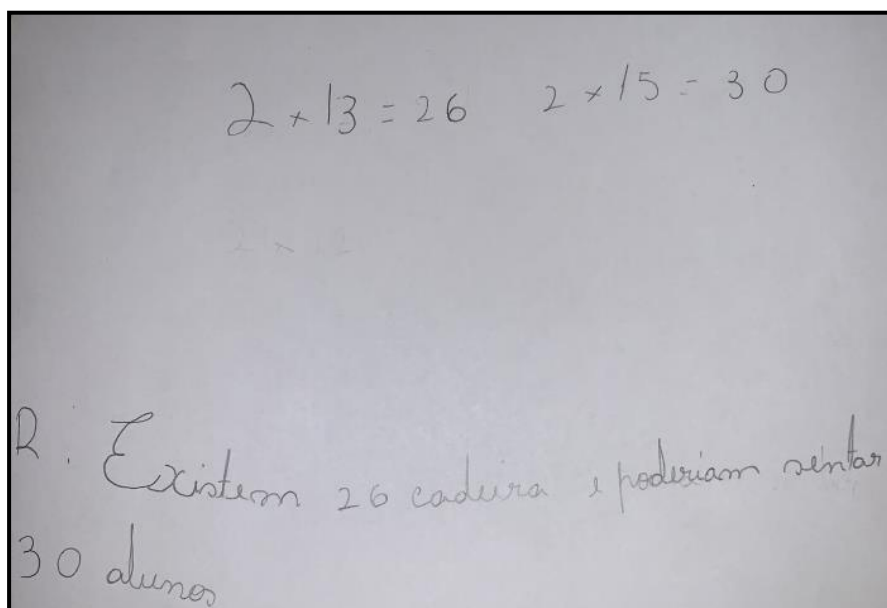


Figura 57 – Estratégia de resolução da aluna TO (3.º ano de escolaridade)

Na Figura 57, encontra-se um exemplo do desempenho da aluna NF que recorreu à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

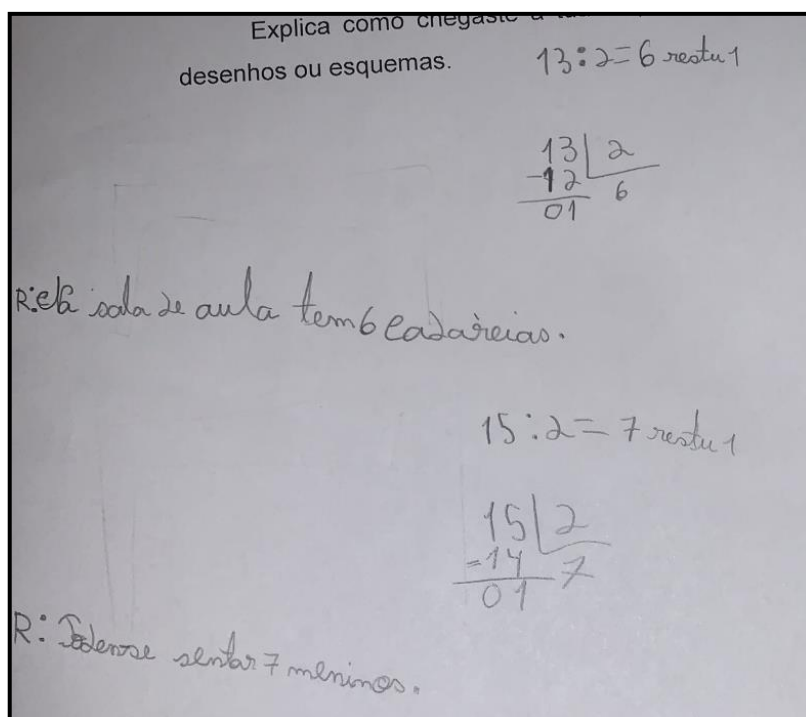


Figura 58 – Estratégia de resolução da aluna NF (3.º ano de escolaridade)

Ao analisar este exemplo, percebemos que a aluna NF recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando uma operação: a divisão para resolver o problema. A aluna opta por uma estratégia de resolução desadequada para resolver o problema, sendo assim, não consegue obter uma resposta correta ao problema, o que revela ter tido dificuldades na compreensão do problema.

Na Figura 58, encontra-se um desempenho da aluna LSS que recorreu à estratégia de resolução aritmética (com recurso à multiplicação) para resolver o problema.

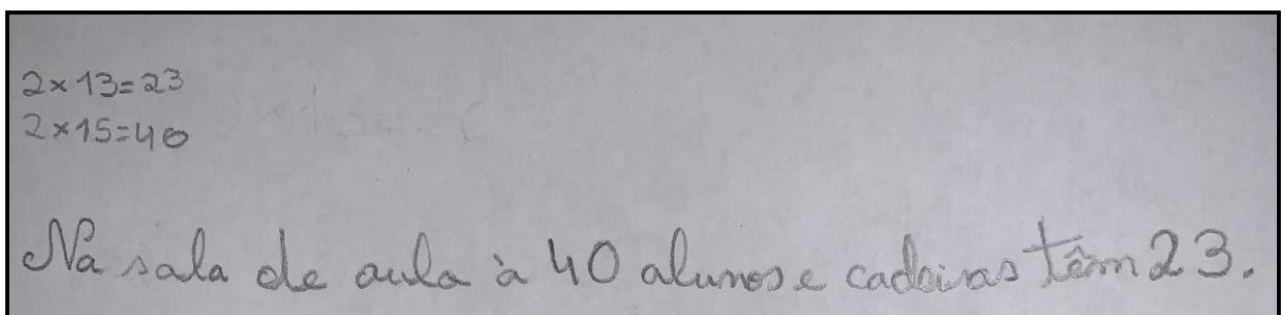


Figura 59 – Estratégia de resolução da aluna LSS (3.º ano de escolaridade)

Na figura anterior (Figura 58), observamos um desempenho da aluna LSS que recorreu à estratégia de resolução aritmética, da qual optou pela operação multiplicação como forma de resolução do problema. A aluna LSS utiliza uma estratégia de resolução adequada, o recurso à multiplicação, mas determina, de forma errada, o resultado dessa operação ($2 \times 13 = 23$ e $2 \times 15 = 40$).

Na figura seguinte, Figura 59, observamos um desempenho da aluna MF que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica.

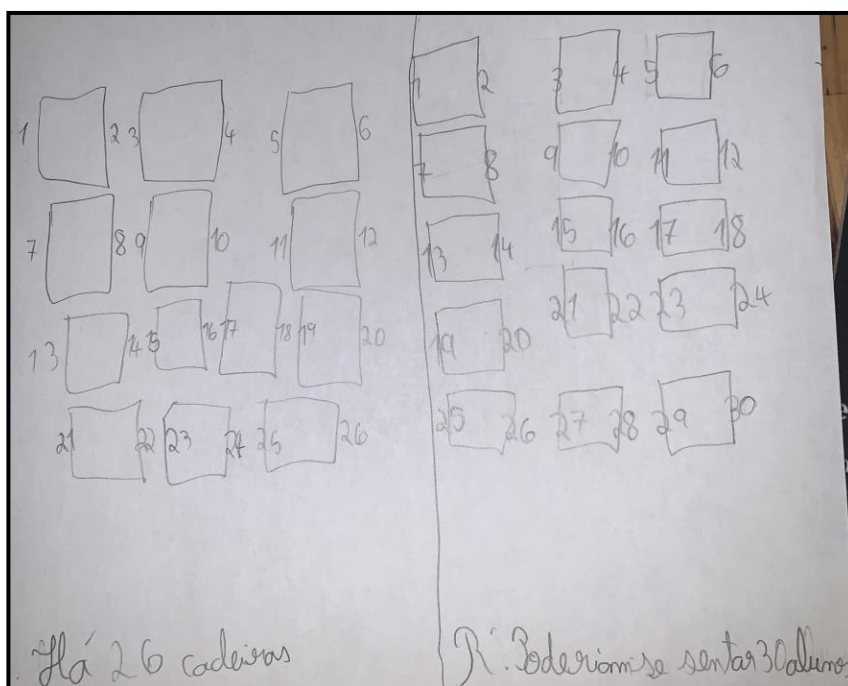


Figura 60 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade)

Na Figura 59, observamos que a aluna recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica. Por serem duas questões, a aluna divide a folha para as duas respostas. Do lado direito, a resposta da primeira questão, desenhando retângulos que representam as mesas. Em cada mesa a aluna enumera as cadeiras. Do lado esquerdo, a aluna procede da mesma forma, mas desenhando 15 mesas. A aluna recorre a uma estratégia de resolução adequada e obteve uma resposta correta, não revelando ter dificuldades na resolução do problema.

No exemplo seguinte, podemos observar que o aluno BM recorreu à estratégia de resolução aritmética (ver Figura 60).

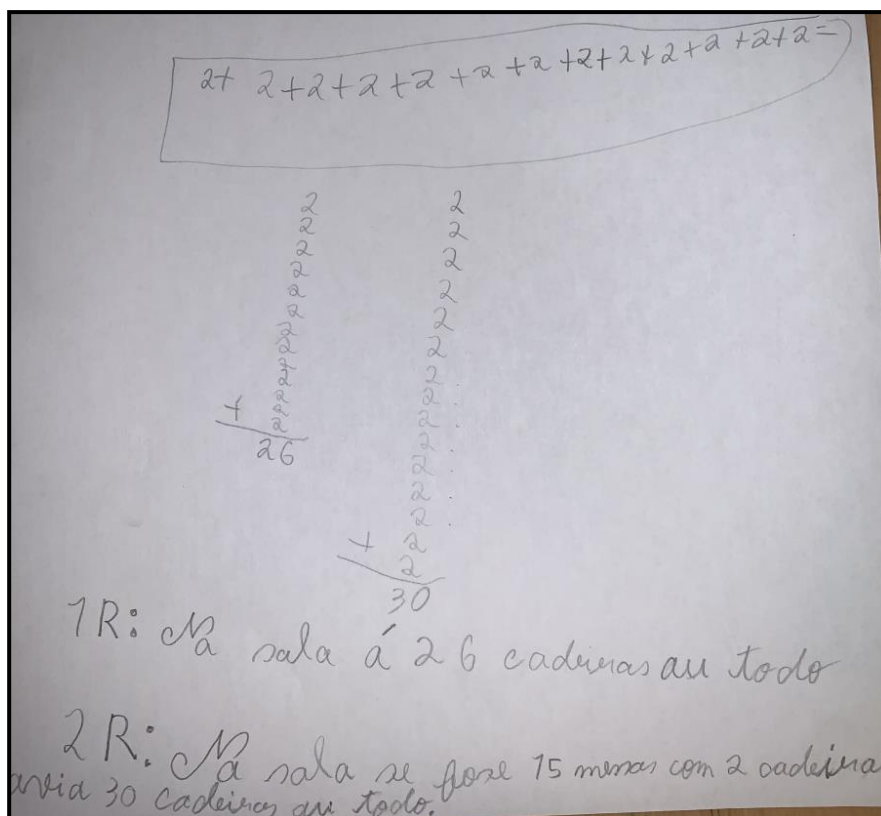


Figura 61 – Estratégia de resolução do aluno BM (3.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, o aluno BM recorreu à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema. O aluno calcula sucessivamente $2 + 2$ para obter o resultado. A análise deste desempenho, permite perceber que o aluno BM não revelou ter dificuldades no problema.

Queremos salientar que este problema se realizou em apenas 15 minutos, o que revela que os alunos não tiveram dificuldades na resolução desta tarefa.

Após os alunos terminarem a tarefa e estas serem recolhidas pela investigadora, houve uma breve discussão/correção da mesma, na qual foi apresentada apenas uma estratégia de resolução aritmética, recorrendo apenas à uma operação: a multiplicação.

Na turma do 4.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram: estratégia de resolução de representação gráfica, estratégia de resolução de representação gráfica associada à estratégia de resolução aritmética e a estratégia de resolução aritmética. Nesta tarefa 18 alunos obtiveram, sem nenhuma

dificuldades, a resposta correta ao problema. Por outro lado, 4 alunos obtiveram resposta errada no mesmo problema.

No exemplo seguinte, Figura 61, encontra-se um exemplo de desempenho do aluno DM que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

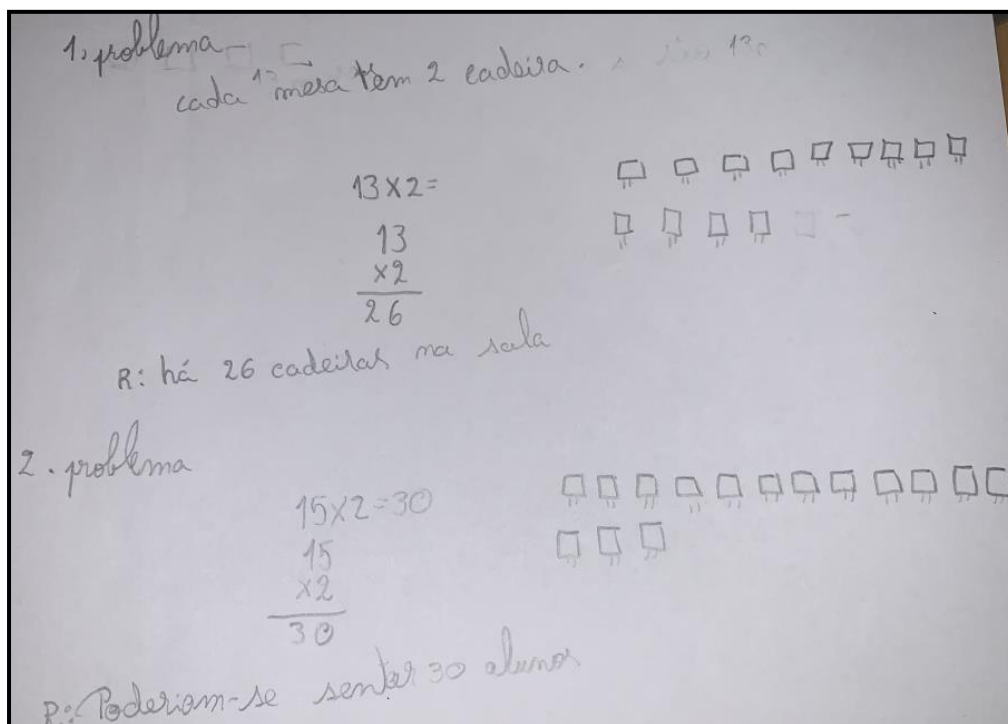


Figura 62 – Estratégia de resolução do aluno DM (4.º ano de escolaridade)

Para resolver este problema, o aluno DM recorreu ao desenho e a operação de multiplicação como estratégia de resolução, tal como mostra a figura. O aluno recorre ao algoritmo da multiplicação para obter o número de cadeiras quando existem 13 mesas e 15 mesas. Contudo, também recorrer à estratégia de representação gráfica como forma de validar os cálculos obtidos, uma vez que o aluno representou as mesas através de retângulos e as cadeiras por dois traços e proceder à contagem dos traços, em cada situação.

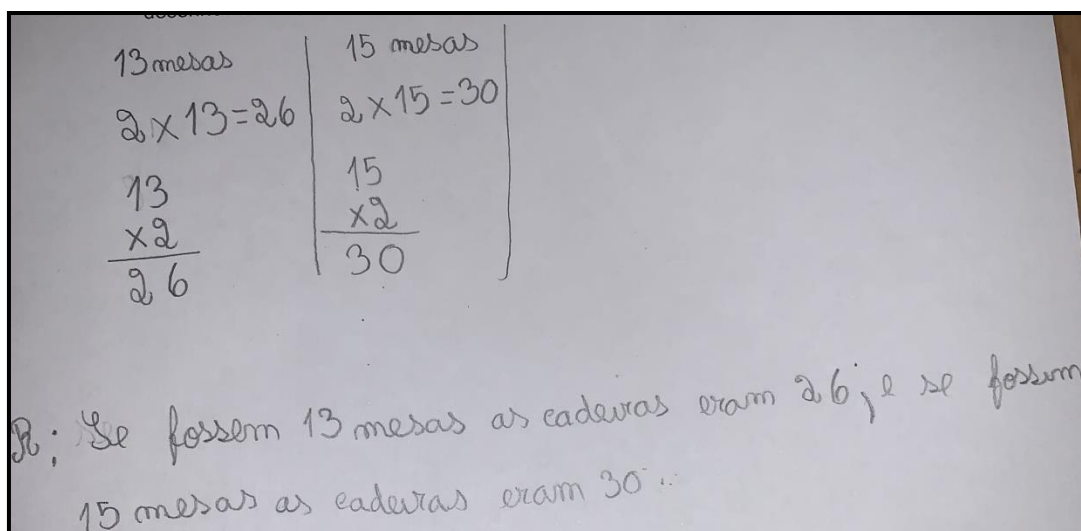


Figura 63 – Estratégia de resolução do aluno DS (4.º ano de escolaridade)

Na Figura 62, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução aritmética, no qual o aluno DS recorre ao algoritmo da multiplicação para explicitar o seu raciocínio e obter o resultado pretendido.

No exemplo seguinte, Figura 63, encontra-se outro exemplo de uma estratégia de resolução aritmética.

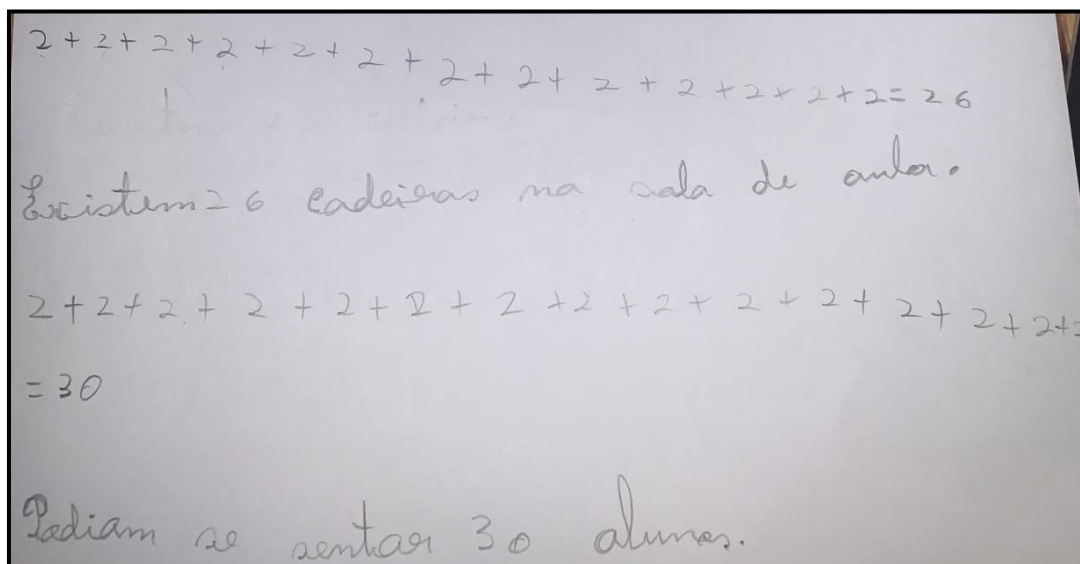


Figura 64 – Estratégia de resolução da aluna NV (4.º ano de escolaridade)

Analisando o desempenho da aluna NV, observamos que esta recorre apenas à adição como estratégia de resolução. NV. A aluna soma sucessivamente o 2, treze vezes, e depois volta a somar o 2, 15 vezes. A aluna obtém uma resposta correta na resolução do problema.

Na Figura 64, encontra-se um desempenho de um aluno que recorreu apenas à estratégia de resolução aritmética.

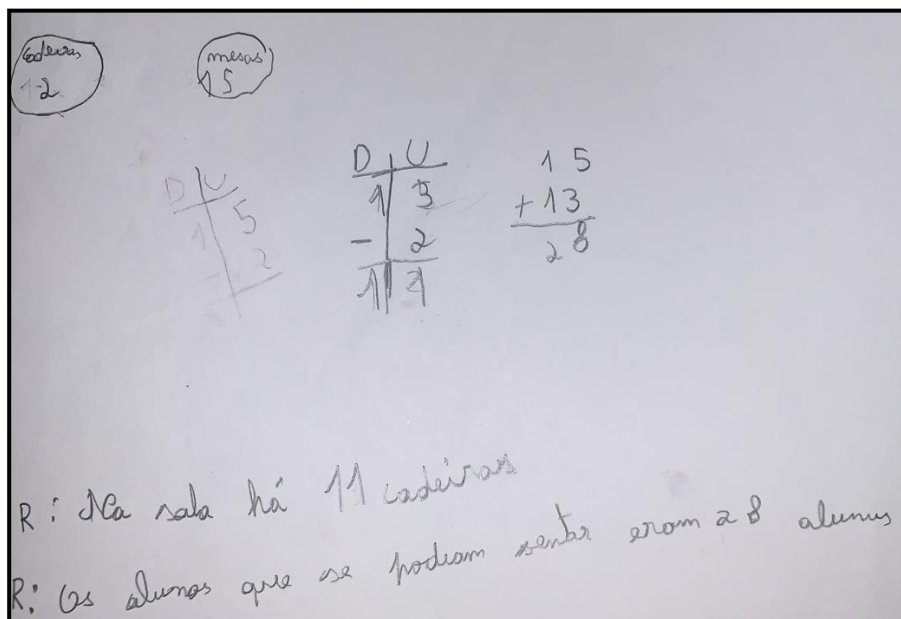


Figura 65 – Estratégia de resolução da aluna BF (4.º ano de escolaridade)

Ao analisar este exemplo, Figura 64, observamos que a aluna BF recorreu apenas à estratégia de resolução aritmética, optando por duas operações: subtração e adição. A aluna primeiro subtrai $13 - 2$, obtendo o resultado 11 cadeiras para a primeira questão, e posteriormente, soma $15 + 13$, obtendo 28 como resultado da segunda questão. Ao analisar este desempenho, observamos que a aluna escolhe uma estratégia de resolução desadequada sem qualquer significado no contexto do problema e, tal como mostra a Figura, obteve uma resposta errada.

Na figura seguinte, Figura 65, observamos um desempenho de um aluno que recorreu a uma estratégia de resolução de representação gráfica.

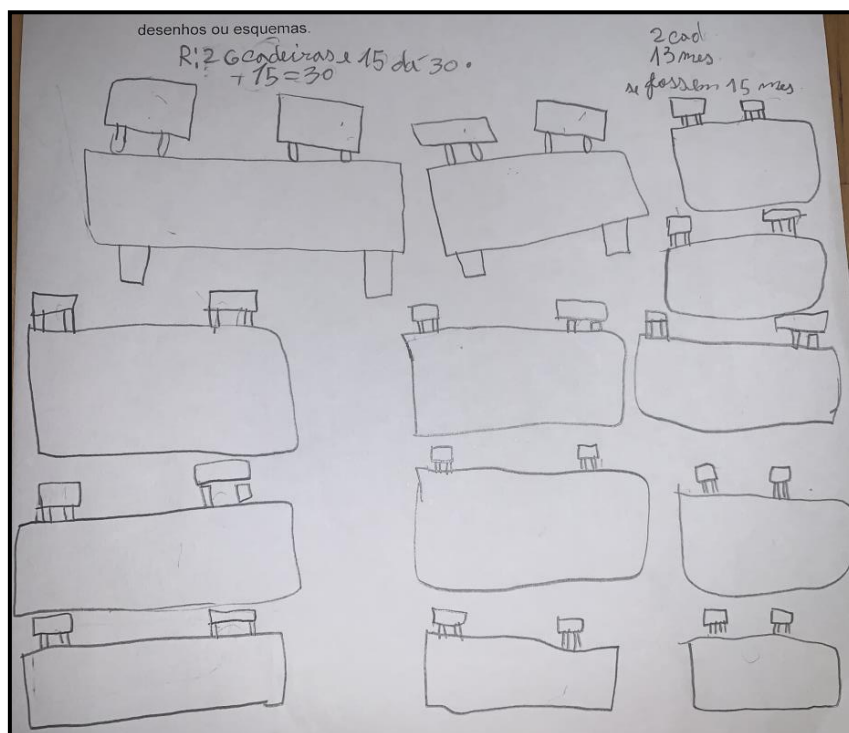


Figura 66 – Estratégia de resolução da aluna NC (4.º ano de escolaridade)

Ao analisarmos a figura anterior, Figura 65, observamos que, a aluna NC utilizou um desenho como estratégia de resolução. Apesar de a aluna ter desenhado apenas treze mesas e as respectivas cadeiras, esta demonstra que não sentiu a necessidade de desenhar novamente as quinze mesas para obter o resultado da segunda questão. A aluna obteve sucesso nas respostas do problema.

No final de todos os alunos terem resolvido o problema, procedeu-se à correção/discussão, em grande grupo, na qual os alunos apresentaram as suas estratégias de resolução.

Na Tabela 8 podemos observar o total das respostas certas e erradas das 3 turmas. Na turma do 2.º ano de escolaridade, dos 24 alunos que responderam a esta tarefa, 19 obtiveram sucesso e 4 demonstraram ter tido dificuldades. Na turma do 3.º ano de escolaridade, dos 23 alunos que realizaram o problema, 19 obtiveram sucesso e os 4 revelaram ter dificuldades na sua execução. Enquanto na turma do 4.º ano de escolaridade, 18 alunos obtiveram resposta correta e também 4 alunos obtiveram resposta errada, sendo que 3 desses alunos não recorreram a nenhuma estratégia de resolução.

Tabela 8 – Análise geral do problema *Mesas e cadeiras* das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Estratégia de resolução adequada e resposta correta	19	19	18	56
Estratégia de resolução adequada, mas resposta incorreta	2	3	0	5
Estratégia de resolução desadequada, mas resposta correta	0	0	0	0
Estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta	2	1	4	7
Total	23	23	22	68

Analisando a Tabela 8, podemos constatar que, num total de 68 respostas das três turmas, 56 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e obtiveram resposta correta, 5 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada, mas obtiveram uma resposta incorreta e 7 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada e obtiveram uma resposta uma estratégia de resolução incorreta.

Comparando as três turmas, observa-se que, nas turmas do 2.º e 3.º anos de escolaridade, os alunos tiveram uma taxa de sucesso aproximadamente 83%, enquanto na turma do 4.º ano de escolaridade os alunos apresentaram uma taxa de sucesso mais baixa (aproximadamente 78%). Observando as três turmas, podemos concluir que, na sua maioria, os alunos não revelaram dificuldades, visto que a taxa de sucesso das três turmas é de 82%.

Na tabela seguinte, Tabela 9 pode observar-se as estratégias de resolução que os alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade optaram para realizarem esta tarefa.

Tabela 9 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “*Mesas e cadeiras*” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Representação gráfica	13	1	2	16
Representação gráfica associada à aritmética	5	0	5	10
Aritmética	5	22	12	36
Não recorre a nenhuma estratégia	0	0	3	3
Total	23	23	22	68

Analisando a Tabela 9, podemos observar que neste problema houve três tipos de estratégia de resolução usadas – a de representação gráfica, representação gráfica associada à aritmética e a estratégia de resolução aritmética. Contudo, tal como mostra a Tabela 8, a estratégia de resolução mais usada foi a de aritmética nos três anos de escolaridade.

3.5. PROBLEMA “PASSAGEIROS NO AUTOCARRO”

Um autocarro partiu da estação com alguns passageiros. Na primeira paragem entraram dois passageiros; na segunda saíram cinco e na terceira entrou um, tendo chegado ao destino doze passageiros. Quantos passageiros iniciaram a viagem?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

Figura 67 - Enunciado problema "Passageiros no autocarro"

Esta tarefa pretendia que os alunos determinassem o número de passageiros que iniciaram a viagem de autocarro, uma vez que já tinham conhecimento do número de passageiros que terminaram a partida. Às 3 turmas entregamos o enunciado, e após cada aluno ter feito uma leitura individual silenciosa, fizemos uma leitura em voz alta e foi explicado qual era o objetivo desta tarefa. No enunciado, pedimos que os alunos justificassem o seu raciocínio, usando palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade obtiveram-se 21 respostas, no 3.º ano de escolaridade 23 e no 4.º ano de escolaridade 21 respostas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade, 6 alunos optaram por recorrer à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética, recorrendo ao esquema para resolver o problema. Para além dessa estratégia de resolução, 14 alunos recorreram à estratégia de resolução aritmética. Unicamente 1 aluno não recorreu a nenhuma estratégia de resolução como forma de resolver o problema.

Queremos salientar que, a maioria dos alunos, foram recorrendo à ajuda da professora titular para resolver o problema.

A Figura 67 apresenta um exemplo de estratégia de resolução aritmética como forma de explicar o seu raciocínio.

$12 - 2 + 5 = 5$

O passageiro tinha 5 passageiros

Figura 68 – Estratégia de resolução do aluno PC (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, percebemos que o aluno PC recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando as duas operações básicas: adição e subtração para resolver o problema. O aluno opta por uma estratégia de resolução desadequada para resolver este problema ($12 - 2 + 5 = 5$), uma vez que não tem em consideração a ordem pela qual deve ser realizado (do fim para o início). Para além disso, o aluno esqueceu-se de um dado do problema (a entrada de um passageiro).

Na Figura 63, encontra-se um desempenho da aluna BC que também recorreu a uma estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

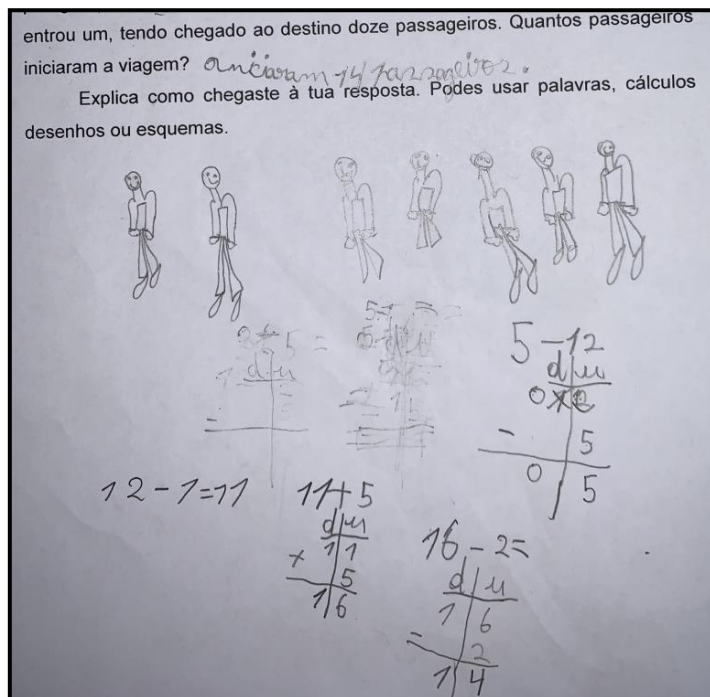


Figura 69 – Estratégia de resolução da aluna BC (2.º ano de escolaridade)

Como podemos observar, na Figura 68, a aluna BC recorre à adição e subtração como estratégia de resolução, abordando o problema do fim para o início, realizando as operações pela ordem inversa ($12 - 1 = 11$; $11 + 5 = 16$; $16 - 2 = 14$). No entanto, tem a necessidade de iniciar o seu desempenho desenhando sete passageiros, mas que desistiu de prosseguir com essa estratégia.

Na Figura 69, observamos um desempenho de um aluno que também recorreu uma estratégia de resolução aritmética, com uma abordagem do fim para o início.

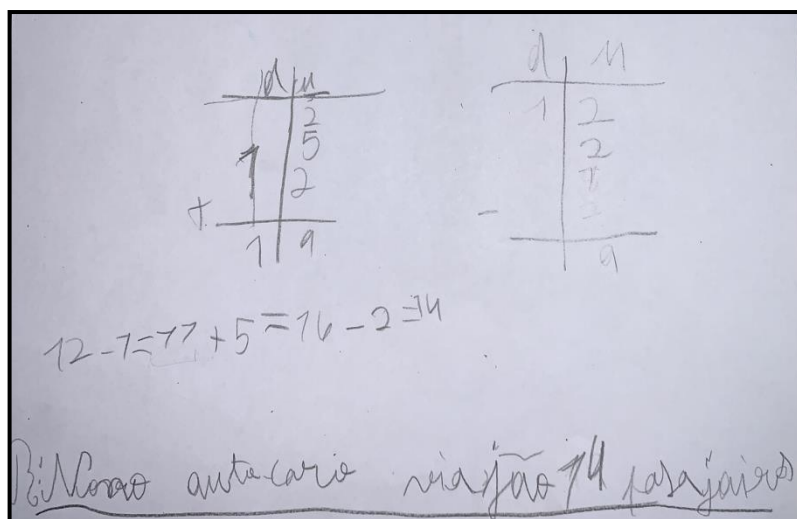


Figura 70 – Estratégia de resolução do aluno GH (2.º ano de escolaridade)

Inicialmente, o aluno GH recorre à estratégia de resolução aritmética, utilizando a operação adição para somar todos os valores que constam do enunciado, com exceção do último passageiro que entra no autocarro ($2 + 5 + 12 = 19$). Quando a professora se aperceber dessa situação, auxiliou-o, informando que o aluno pode trabalhar as operações inversas, ou seja, quando diz que o passageiro entrou, ele teria de utilizar a operação de subtração. Após a ajuda da professora, o aluno consegue reorganizar a sua estratégia de resolução e, consegue obter o resultado pretendido, 14 passageiros.

O aluno AG também recorre a uma abordagem do fim para o início. Contudo, opta por utilizar uma estratégia de representação gráfica, para resolver o problema. (ver Figura 70).

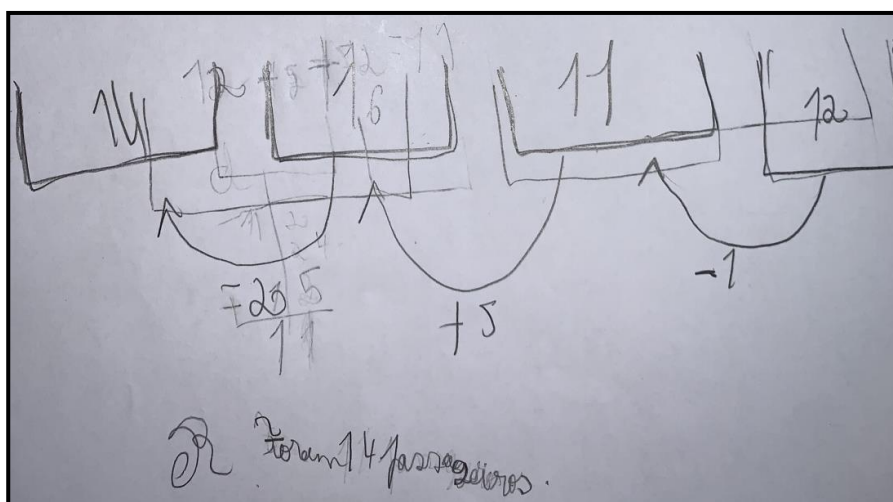


Figura 71 – Estratégia de resolução do aluno AG (2.º ano de escolaridade)

Neste exemplo de desempenho, o aluno AG esquematiza o que ocorre no problema, revelando compreensão do problema, e adota uma abordagem do fim para o início para obter a solução desta tarefa.

Queremos salientar que alguns alunos sentiram dificuldades para resolver este problema, uma vez que este problema assume características diferentes dos anteriores e dos que habitualmente são trabalhados em aula, nomeadamente, o tipo de abordagem (do fim para o início) e a relação entre as operações de adição e subtração (operações inversas).

No final de todos os alunos terem resolvido o problema, procedeu-se à correção/discussão pela professora/investigadora no quadro, em grande grupo.

Na turma do 3.º ano de escolaridade emergiram 4 estratégias de resolução: estratégia de representação gráfica com recurso a aritmética, aritmética, tentativa-e-erro. Nesta tarefa 5 alunos recorreram a uma estratégia adequada e obtêm uma resposta correta ao problema, 2 alunos recorrem a uma estratégia de resolução adequada, mas obtêm de forma errada a resposta e 16 alunos recorreram de forma desadequada a uma estratégia e não conseguiram chegar ao resultado pretendido.

No exemplo seguinte, Figura 71, encontra-se um desempenho de uma aluna que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética como forma de resolver o problema.

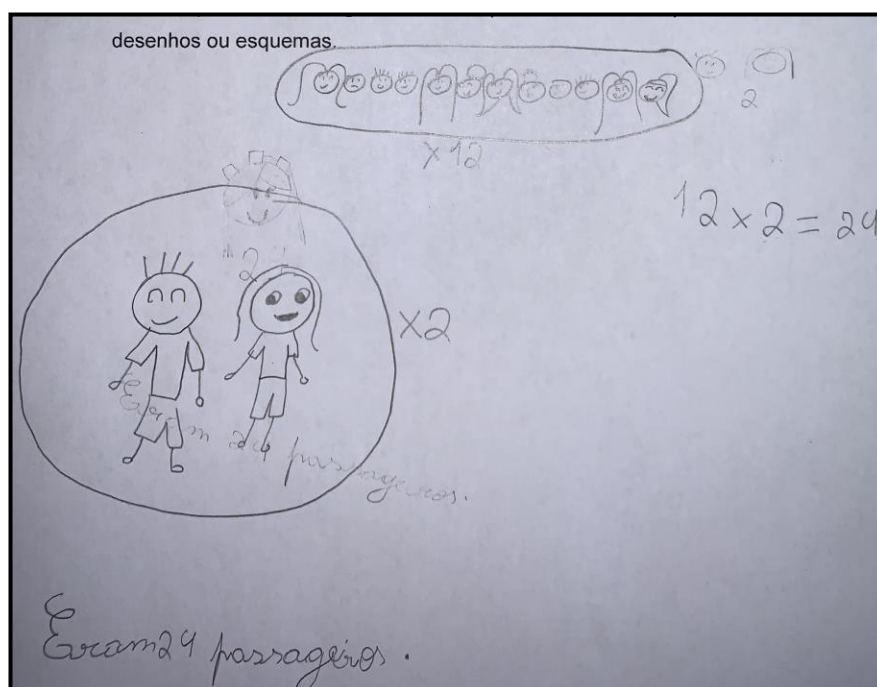


Figura 72 – Estratégia de resolução da aluna BS (3.º ano de escolaridade)

Ao analisar este desempenho, percebemos que a aluna BS optou pelo desenho e pela operação de multiplicação como forma de resolução do problema. A aluna BS utiliza uma estratégia de resolução desadequada para resolver o problema e não consegue chegar ao resultado pretendido.

Na Figura 72, encontra-se um exemplo do desempenho da aluna MF que recorreu a uma estratégia de tentativa-e-erro, como forma de resolver o problema.

$$14 + 2 - 5 + 1 = 12$$

$$12 - 5 + 1 = 8$$

Iniciou com 14 passageiros

Figura 73 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade)

Na Figura 72, a aluna MF começa a sua estratégia considerar o número 14 e comprova que este número é a solução do problema (números de passageiros que iniciaram a viagem de autocarro), realizando as etapas contempladas no enunciado.

No seguinte desempenho (ver Figura 73), o aluno recorre à estratégia de resolução aritmética com uma abordagem do fim para o início.

$$12 - 1 = 11$$

$$11 + 5 = 16$$

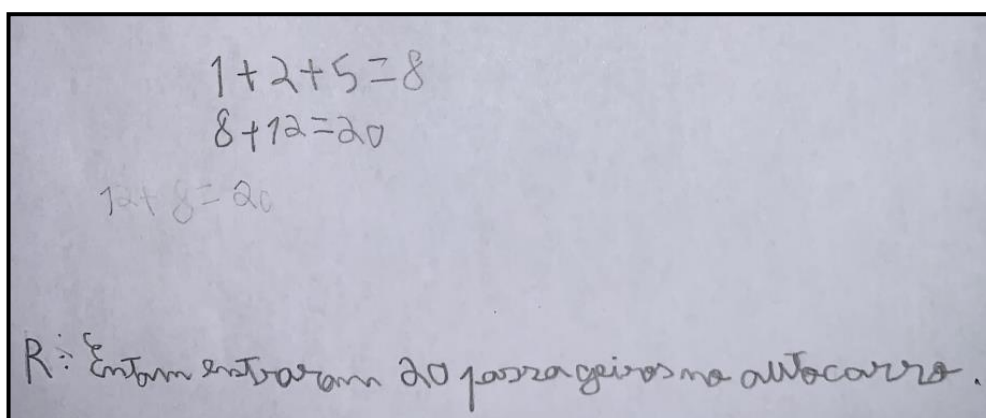
$$16 - 2 = 14$$

Começaram com 14 passageiros.

Figura 74 – Estratégia de resolução do aluno FJ (3.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, o aluno FJ coloca em cada linha uma etapa do problema, pela ordem inversa: parte do número de passageiros que chegaram ao final e subtrai um passageiro ($12 - 1$); depois $11 + 5 = 16$ e, de seguida, $16 - 2 = 14$, obtendo a resposta ao problema. Contudo, ao observar o seu desempenho, constatamos que o aluno se esqueceu de um “1” quando escreve “16”, mas que não influencia a sua resposta final.

Na Figura 74 encontra-se um exemplo de desempenho do aluno LC que recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando a operação de adição como forma de resolver o problema. No entanto, o aluno apenas adiciona sem qualquer critério os dados que constam do enunciado do problema, obtendo uma resposta desadequada ao problema (20 passageiros).



Handwritten work on a piece of paper. At the top, the student has written three addition equations: $1+2+5=8$, $8+12=20$, and $12+8=20$. Below these, the student has written a response: "R: Então entraram 20 passageiros no autocarro."

Figura 75 – Estratégia de resolução do aluno LC (3.º ano de escolaridade)

No final de todos os alunos terem resolvido o problema, procedeu-se à correção/discussão pela professora/investigadora no quadro, em grande grupo, na qual se recorreu à estratégia de resolução trabalhar do fim para o início.

Na turma do 4.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram: representação gráfica, aritmética, tentativa-e-erro e linguagem natural. Nesta tarefa, 3 alunos obtiveram, sem dificuldades, a resposta correta ao problema. Mas por outro lado, 18 alunos obtiveram resposta errada no mesmo problema.

Na Figura 75, encontra-se um exemplo de desempenho da aluna NV que recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando duas operações básicas: adição e subtração como forma de resolver o problema.

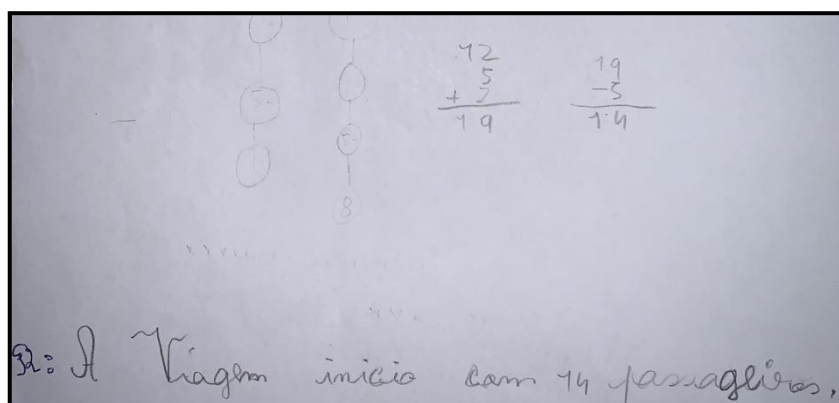


Figura 76 – Estratégia de resolução da aluna NV (4.º ano de escolaridade)

A aluna NV começou por adicionar $12 + 5 + 2 = 19$ e depois, desse resultado, subtraiu 5, em que o resultado obtido é 14. A aluna recorreu a uma estratégia de resolução desadequada, mas obteve uma resposta correta ao problema.

Na Figura 76, encontra-se um exemplo do desempenho da aluna que recorreu à estratégia de resolução aritmética como forma de resolver o problema.

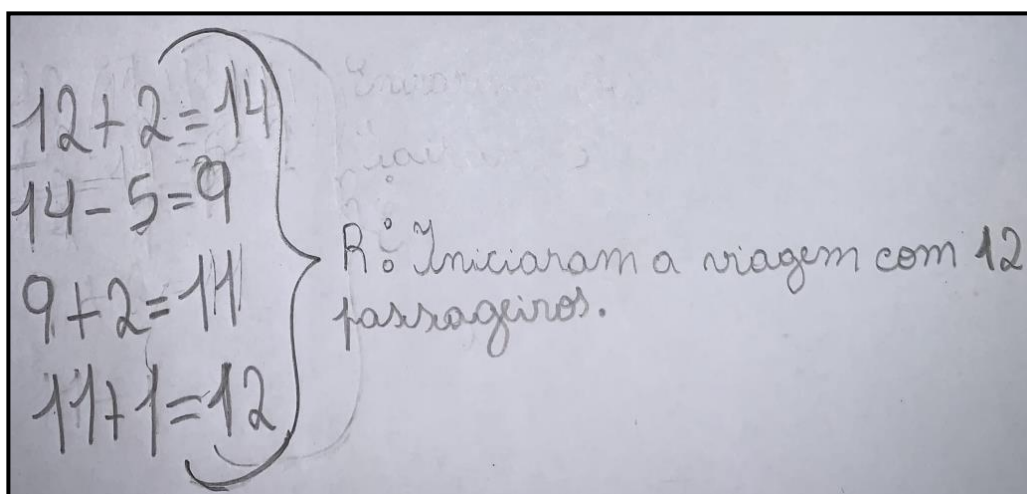


Figura 77 – Estratégia de resolução da aluna EF (4.º ano de escolaridade)

Na Figura 76, podemos observar que a aluna EF considera que 12 é o número inicial de passageiros e não o número final, como descrito no enunciado do problema. Para além disso, aborda o problema do início para o fim, ou seja, considera a ordem pela qual aparecem os acontecimentos, associando-os à adição ou subtração, pelo que não conseguiu obter a solução pretendida ao problema.

Na seguinte figura, Figura 77, o aluno DS recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica, utilizando um esquema como forma de resolver o problema. Neste desempenho, o aluno parece resolver o problema trabalhando do fim para início, mas não inverte os sinais das operações, o que determina, de forma errada, o resultado pretendido.

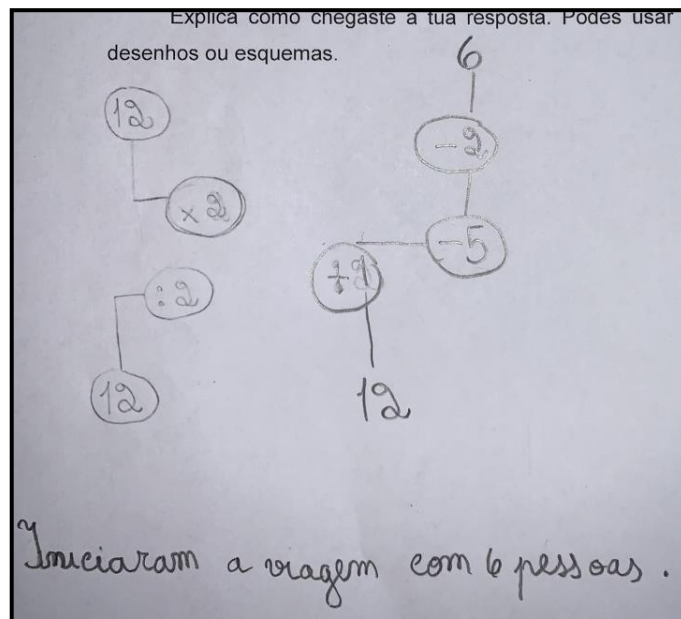


Figura 78 – Estratégia de resolução do aluno DS (4.º ano de escolaridade)

Na Figura 78, o aluno FO recorreu à estratégia de resolução tentativa-e-erro como forma de resolver o problema.

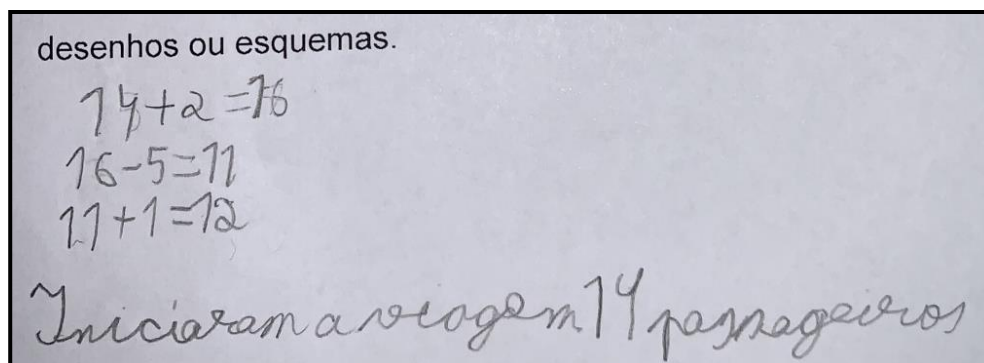


Figura 79 – Estratégia de resolução do aluno FO (4.º ano de escolaridade)

Neste exemplo, o aluno FO foi tentando até obter o resultado conhecido (o número de passageiros que chegaram ao destino). O aluno determina de forma correta o resultado pretendido.

Após todos os alunos terem resolvido o problema, procedeu-se à correção/discussão, em grande grupo, na qual os alunos apresentaram os resultados que obtiveram na resolução e as suas estratégias de resolução do problema.

Na Tabela 10 podemos observar o total das respostas corretas e erradas das 3 turmas deste problema. Na turma do 2.º ano de escolaridade, dos 21 alunos que responderam a esta tarefa, 16 obtiveram sucesso e 5 demonstraram terem tido dificuldades na realização. Na turma do 3.º ano de escolaridade, dos 23 alunos que realizaram o problema, somente 5 alunos obtiveram sucesso e 16 revelaram ter dificuldades. Enquanto na turma do 4.º ano de escolaridade, 3 alunos obtiveram resposta correta e 18 alunos obtiveram resposta errada, sendo que 4 desses alunos não recorreram a nenhuma estratégia de resolução.

Tabela 10 – Análise geral do problema “Passageiros no autocarro” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Estratégia de resolução adequada e resposta correta	15	5	2	22
Estratégia de resolução adequada, mas resposta incorreta	2	2	2	6
Estratégia de resolução desadequada, mas resposta correta	1	0	1	2
Estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta	3	16	16	35
Total	21	23	21	65

Analisando a Tabela 9, podemos constatar que, num total de 65 respostas das três turmas, 22 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e obtiveram uma resposta correta, 6 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada, mas obtiveram uma resposta incorreta 2 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada e obtiveram uma resposta correta e, 35 alunos recorreram a uma estratégia de resolução desadequada e obtiveram uma resposta incorreta.

Comparando as três turmas, observa-se que, a turma com uma maior taxa de sucesso foi a turma do 2.º ano de escolaridade (aproximadamente 76%). Na turma do 3.º ano de escolaridade a taxa de sucesso foi, aproximadamente, de 22%. Enquanto na turma do 4.º ano de escolaridade, os alunos apresentaram uma taxa de sucesso mais baixa (aproximadamente 14%). Observando as três turmas, podemos concluir que, na sua maioria, os alunos revelaram dificuldades, visto que a taxa de sucesso das três turmas é de 37%.

Na tabela seguinte, Tabela 11 pode observar-se as estratégias de resolução que os alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade optaram para realizarem esta tarefa.

Tabela 11 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “Passageiros no autocarro” das três turmas

Estratégias utilizadas	Passageiros no autocarro			
	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Representação gráfica	0	0	3	3
Representação gráfica associada à aritmética	6	2	0	8
Tentativa-e-erro	0	1	3	4
Aritmética	14	20	10	44
Linguagem Natural	0	0	1	1
Não respondeu	1	0	4	5
Total	21	23	21	65

Ao analisar a Tabela 11, podemos constatar que neste problema houve seis tipos de estratégias de resolução usadas – a de representação gráfica, representação gráfica associada à aritmética, tentativa-e-erro, aritmética linguagem natural. Ainda

houve um total de 5 alunos que não recorreram a nenhuma estratégia de resolução como forma de resolver o problema. Contudo, tal como se mostra a Tabela 10, a estratégia de resolução mais usada nos três anos de escolaridade foi a estratégia de resolução aritmética, aproximadamente 68% dos alunos.

3.6. PROBLEMA OS CARRINHOS DO MARTIM

O Martim foi visitar os seus primos e levou com ele os seus carros de coleção. Ao seu primo João, o Martim emprestou metade dos seus carros. Ao seu primo Carlos, emprestou metade dos seus carros que tinha e mais um. E ao seu primo Miguel, emprestou metade e mais um dos seus carros que tinha. O Martim ficou triste porque já só tinha um carro para brincar.

Quantos carros o Martim levou para a casa dos seus primos?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos desenhos ou esquemas.

Figura 80 - Enunciado problema "Os carrinhos do Martim"

O sexto e último problema, pretendia que os alunos determinassem o número de carros que o Martim tinha levado para a casa dos primos. No enunciado, os alunos tinham como dados as informações respeitantes a cada parte de carros que foram emprestados pelo Martim e o número de carros que o Martim ficou no final para brincar. Às 3 turmas entregamos o enunciado, e após cada aluno ter feito uma leitura individual silenciosa, fizemos uma leitura em voz alta e foi explicado qual era o objetivo desta tarefa. No enunciado, pedimos que os alunos justificassem o seu raciocínio, usando palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade obtiveram-se 20 respostas, no 3.º ano de escolaridade 24 e no 4.º ano de escolaridade 21 respostas.

Na turma do 2.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que surgiram como forma de resolução foram: estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética, tentativa-e-erro, linguagem natural e aritmética. Nesta turma, unicamente um aluno conseguiu responder, de forma correta, a este problema, enquanto 19 alunos responderam de forma desadequada.

Na Figura 80, encontra-se um exemplo de uma estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética.

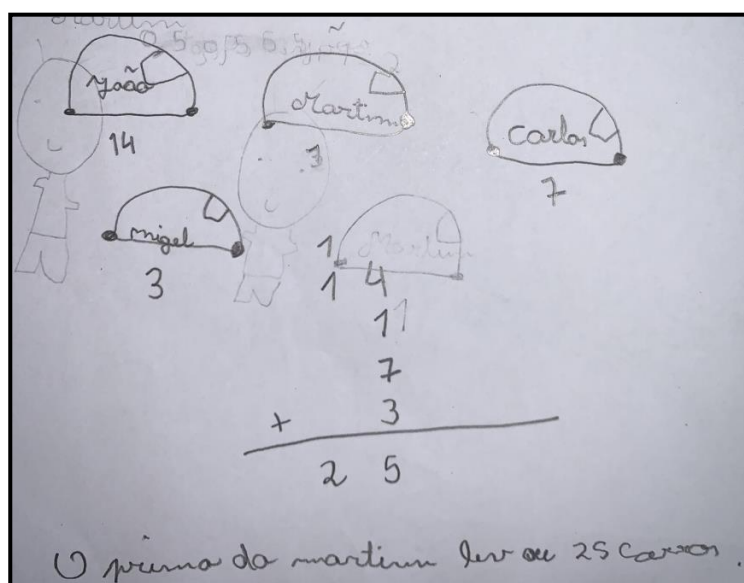


Figura 81 – Estratégia de resolução da aluna CN (2.º ano de escolaridade)

No exemplo anterior (Figura 80), a aluna CN recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética como forma de resolver o problema. O aluno CN ilustra os carros a cada um dos elementos do problema, mas determina, de forma errada, o resultado obtido, uma vez que adiciona os valores sem qualquer sentido no contexto do problema.

Na Figura 81, encontra-se um exemplo de um desempenho de um aluno que recorreu à estratégia de resolução aritmética, utilizando as operações multiplicação e adição.

Na Figura 83, podemos observar o exemplo do desempenho de uma aluna que recorreu à linguagem natural e à adição como estratégia de resolução.

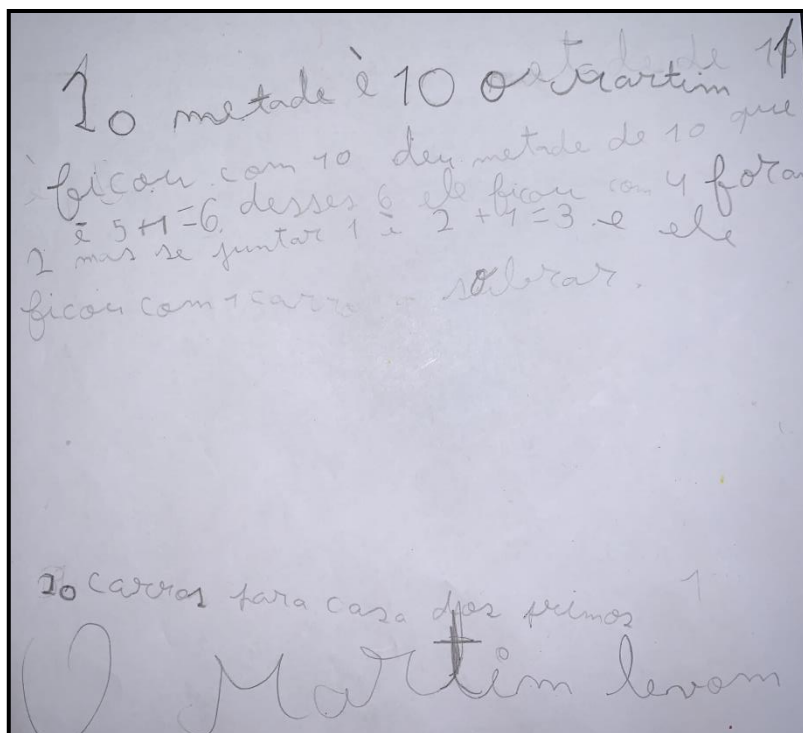


Figura 84 – Estratégia de resolução da aluna MC (2.º ano de escolaridade)

A aluna MC elabora uma composição matemática em que explica: “20 metade é 10 o Martim ficou com 10 deu metade de 10 que é $5 + 1 = 6$. Desses 6 ele ficou com 4 foram 2 mas se juntar 1 é $2 + 1 = 3$ e ele ficou com 1 carro a sobrar”. Desta forma, a aluna consegue uma resposta correta ao problema. Queremos salientar que esta aluna recorria sempre à professora/investigadora a perguntar se a resolução estava correta.

Os alunos do 2.º ano de escolaridade concluíram o problema “Os carrinhos do Martim”, aproximadamente em 50 minutos. Após todos os alunos terem concluído a tarefa, em grupo foi feita a correção/discussão no quadro, na qual recorremos à estratégia de resolução tentativa-e-erro. Aceitamos a sugestão dos alunos quando sugeriram em iniciarmos a tentativa de resolver o problema com o número 10. À medida que observávamos que não dá para dividir e acrescentar mais 1, riscávamos o número e passávamos para o seguinte (como mostra a Figura 84) até percebemos que com o número 20 conseguimos obter o resultado pretendido.

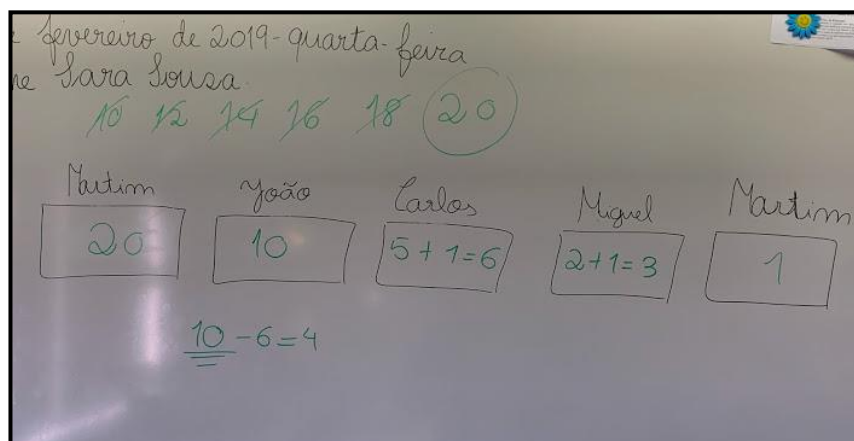


Figura 85 – Discussão da resolução do problema no quadro

Na turma do 3.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que surgiram como forma de resolução foram: estratégia de representação gráfica, representação gráfica associada à aritmética, tentativa-e-erro, aritmética e linguagem natural. Ainda nesta turma, 3 alunos apresentaram uma resposta correta e os restantes 21 responderam de forma desadequada.

No exemplo seguinte, Figura 85, encontra-se um desempenho de uma aluna que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica. A aluna EC desenha, em cada círculo, o número de carros que ficaram distribuídos pelas pessoas do problema. Desta forma, o Martim ficou com 1 carro, o seu primo Carlos com 4 carros, os seus primos João e Miguel com 3 carros. Assim, a resposta do problema encontra-se incorreta, uma vez que não tem em consideração todos os dados do problema.

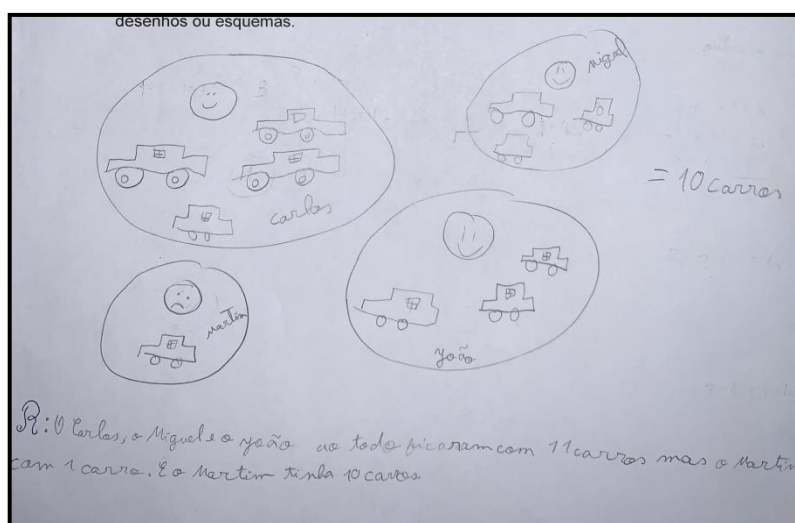


Figura 86 – Estratégia de resolução da aluna EC (3.º ano de escolaridade)

No exemplo seguinte, Figura 86, a aluna BCS recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética como forma de resolver o problema. Numa tabela, a aluna BCS ilustra os carros distribuídos pelos primos e com a estratégia de resolução aritmética apresenta o resultado obtido. No entanto, a resposta obtida, não se adequa ao problema em questão.

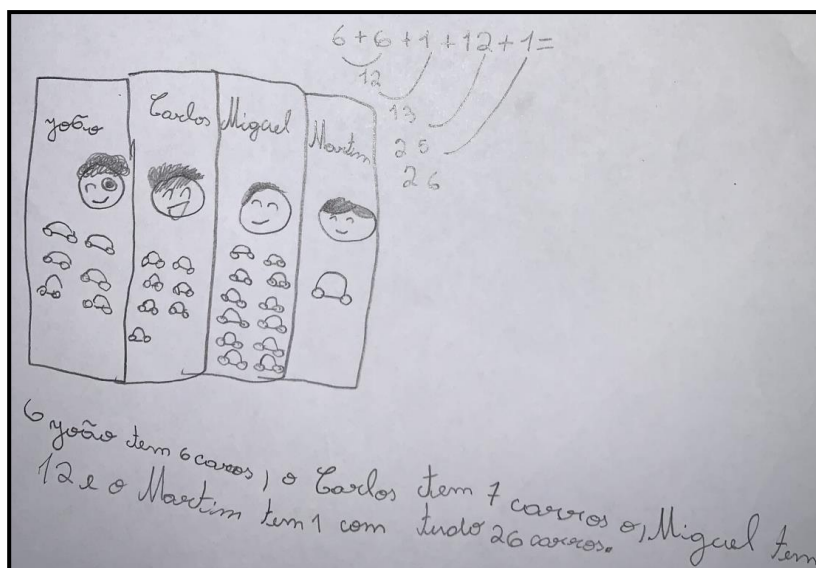


Figura 87 – Estratégia de resolução da aluna BCS (3.º ano de escolaridade)

Na Figura 87, é apresentada uma estratégia de resolução de tentativa-e-erro da aluna MF que recorreu como forma de resolver esta tarefa. A aluna foi realizando várias tentativas até que encontrou o número 20, que cumpria todos os requisitos do problema, obtendo, dessa forma, uma resposta correta ao mesmo.

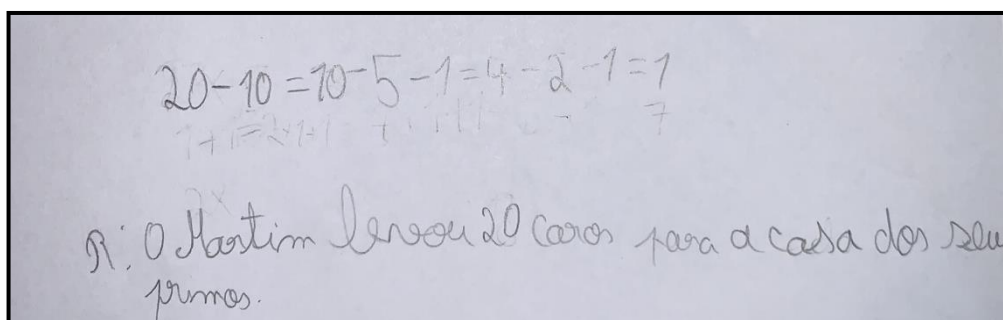


Figura 88 – Estratégia de resolução da aluna MF (3.º ano de escolaridade)

No exemplo seguinte, Figura 88, encontra-se uma estratégia de resolução de representação gráfica associada à aritmética, sendo que a abordagem utilizada é do fim para o início.

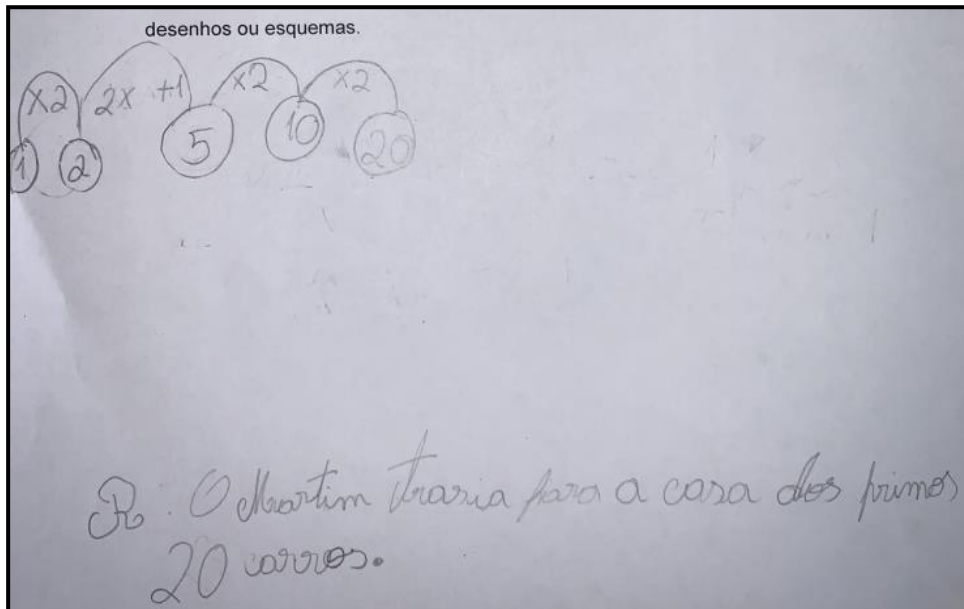


Figura 89 – Estratégia de resolução da aluna IF (3.º ano de escolaridade)

No exemplo anterior, Figura 88, aluna IF recorreu a um esquema como forma de resolver o problema. Para além disso, à semelhança do problema anterior (problema “Os passageiros no autocarro”), esta aluna recorre a uma abordagem do fim para o início, em que utiliza a operação inversa da divisão (multiplicação) e consegue determinar o resultado pretendido.

Na Figura 89, encontra-se um exemplo de desempenho do aluno AC que recorreu à estratégia de resolução linguagem natural associada à aritmética (subtração e multiplicação) como forma de resolver o problema. No entanto, o raciocínio do aluno não é o mais adequado e explícito, pois, por exemplo, afirma que: “emprestou a metade de 5 e ficou com 1 carro”.

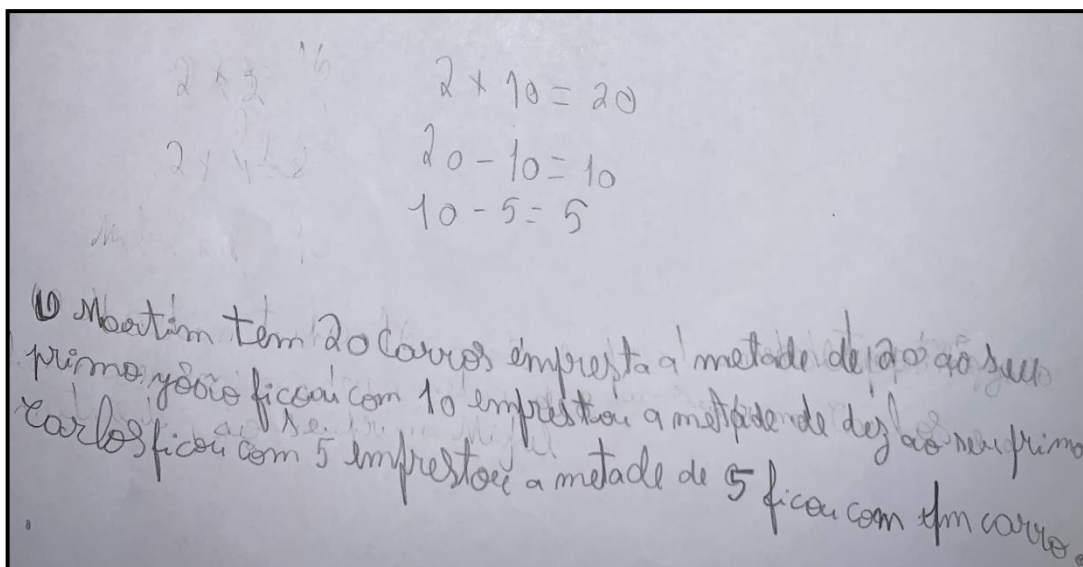


Figura 90 – Estratégia de resolução do aluno AC (3.º ano de escolaridade)

Após todos os alunos terem concluído a tarefa, foi feita a correção/discussão no quadro, em grupo, na qual recorremos à abordagem do fim para o início, fazendo também referência a um problema anterior, e recorreu-se a materiais da sala de aula para uma melhor explicação (ímanes) (ver Figura 84).

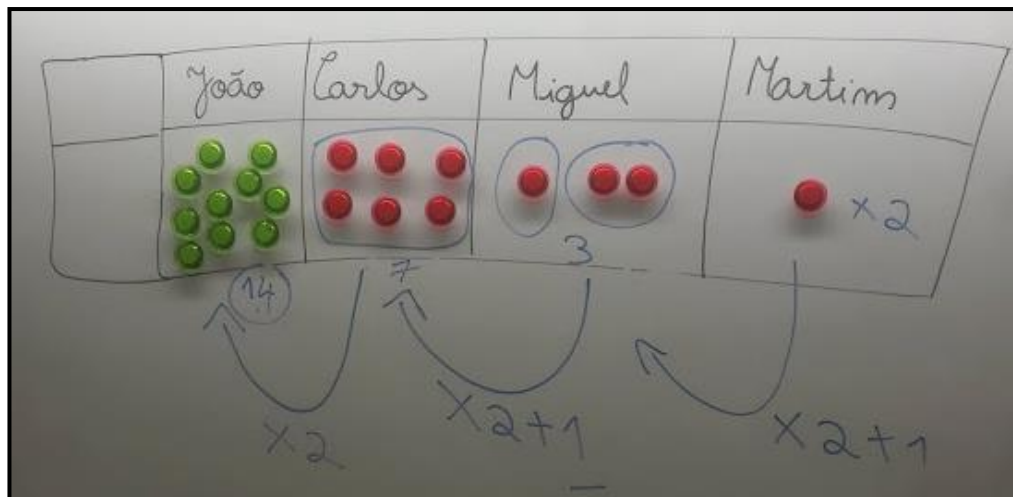


Figura 91 – Discussão do problema no quadro

Na turma do 4.º ano de escolaridade, as estratégias de resolução que emergiram foram as seguintes: estratégia de resolução de representação gráfica, tentativa-e-erro, aritmética e linguagem natural. Nesta tarefa 3 alunos obtiveram a resposta correta ao problema. No entanto, 18 alunos responderam de forma desadequada ao mesmo problema.

No exemplo seguinte, Figura 891, encontra-se um exemplo de desempenho do aluno que recorreu a uma estratégia de resolução aritmética como forma de explicar o seu raciocínio ao resolver este problema.

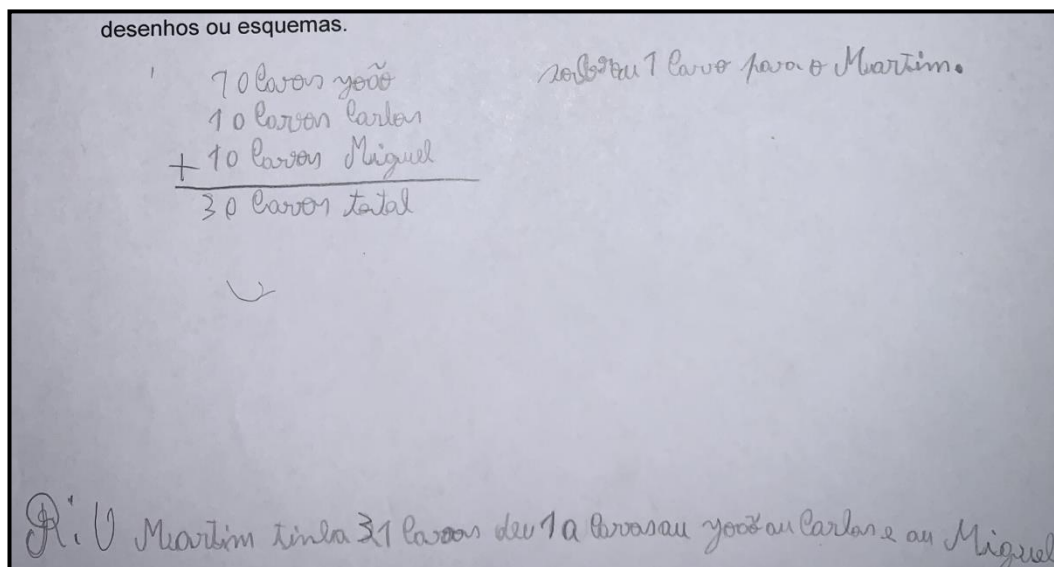


Figura 92 – Estratégia de resolução do aluno DG (4.º ano de escolaridade)

Ao analisarmos este desempenho do aluno DG, podemos constatar que o aluno apenas recorreu à adição para resolver o problema, utilizando números sem significado no contexto do problema. Desta forma, aluno DG apresentou de forma desadequada o resultado obtido.

Na Figura 92, encontra-se um exemplo de um desempenho de um aluno que também recorre à estratégia de resolução aritmética, utilizando a operação de divisão e subtração para resolver o problema.

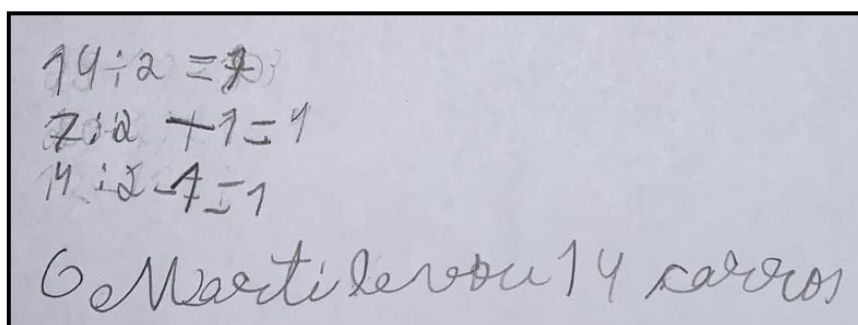


Figura 93 – Estratégia de resolução do aluno DG (4.º ano de escolaridade)

Para explicar o seu raciocínio, o aluno DG começa por utilizar a divisão ($14 : 2 = 7$), mas depois realiza, de forma incorreta a seguinte expressão: $7 : 2 - 1 = 4$. Este exemplo evidencia que o aluno revela dificuldades ao nível do cálculo e da compreensão do sentido do número, não demonstrando sentido crítico face ao resultado obtido.

Na Figura 93, observamos o desempenho de uma aluna que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica.

A: Ele tinha 33 carros.

O Martim foi visitar os seus primos e levou com ele os seus carros de coleção. Ao seu primo João, o Martim emprestou metade dos seus carros. Ao seu primo Carlos, emprestou metade dos seus carros que tinha e mais um. E ao seu primo Miguel, emprestou metade e mais um dos seus carros que tinha. O Martim ficou triste porque já só tinha um carro para brincar.

Quantos carros o Martim levou para a casa dos seus primos?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, cálculos, desenhos ou esquemas.

MAP




































































MARTIM	JOÃO	Carlos	Miguel
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			
			

Figura 94 – Estratégia de resolução da aluna EA (4.º ano de escolaridade)

Ao analisarmos este desempenho da aluna EA, constatamos que esta recorre ao desenho de carros distribuídos numa tabela. No entanto, não é explícita a forma como a aluna preenche a tabela e encontra o número de carros para cada primo do Martim. Queremos salientar que esta foi uma das poucas alunas que sublinhou o que considerava as informações importantes a ter em consideração do problema.

No exemplo seguinte, Figura 94, encontra-se o desempenho da aluna JA que recorreu à estratégia de resolução de representação gráfica associada à linguagem natural.

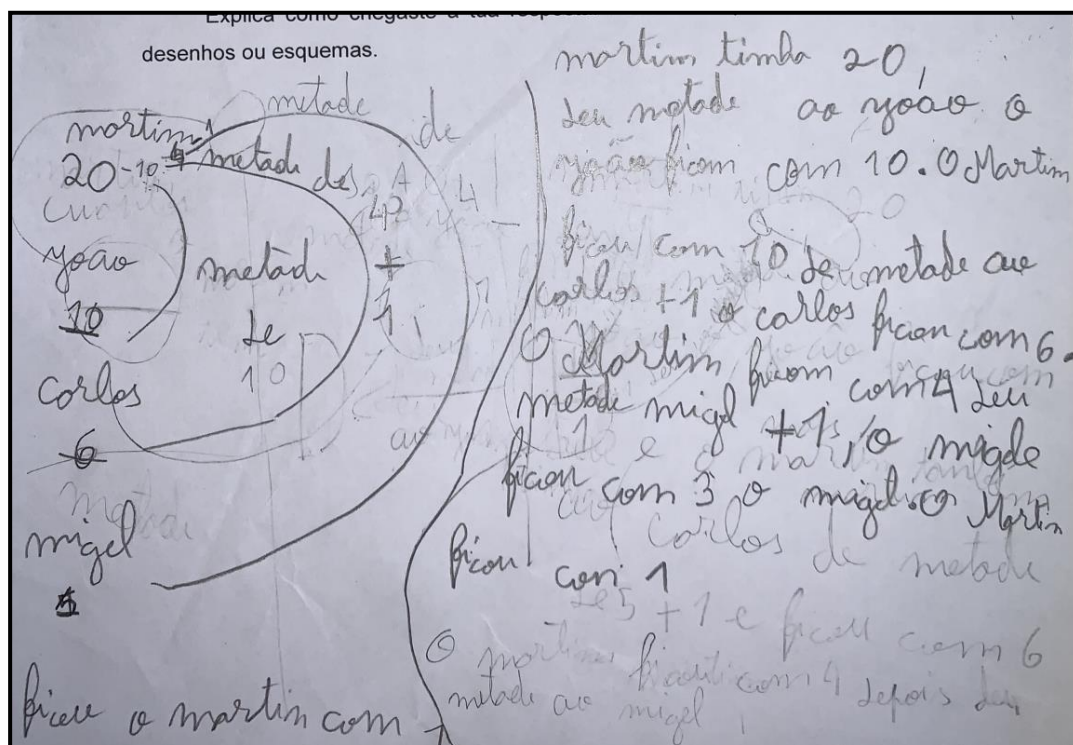


Figura 95 – Estratégia de resolução da aluna JA (4.º ano de escolaridade)

Neste desempenho, a aluna primeiro recorre à estratégia de representação gráfica (esquema) e, posteriormente, recorre à linguagem natural para explicar o seu raciocínio. A aluna JA utiliza uma estratégia de resolução de forma adequada, que lhe permite obter uma resposta correta ao problema.

Queremos salientar que muitos alunos revelaram ter dificuldades na realização deste problema, inclusive um aluno que recusou em fazer o problema assim que o leu.

Após todos os alunos terminarem a tarefa e estas serem recolhidas pela professora/investigadora, houve uma breve discussão/correção do problema no quadro pelos alunos JA e QP que apresentaram as suas estratégias de resolução e os seus raciocínios aos colegas e à professora titular, tal como mostram a Figura 95 e Figura 96.

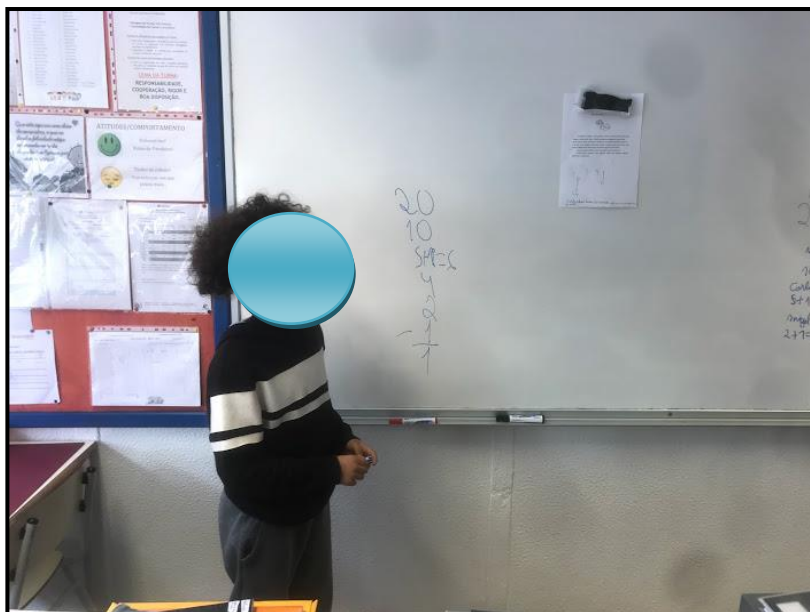


Figura 96 – Discussão do problema no quadro pelo aluno QP

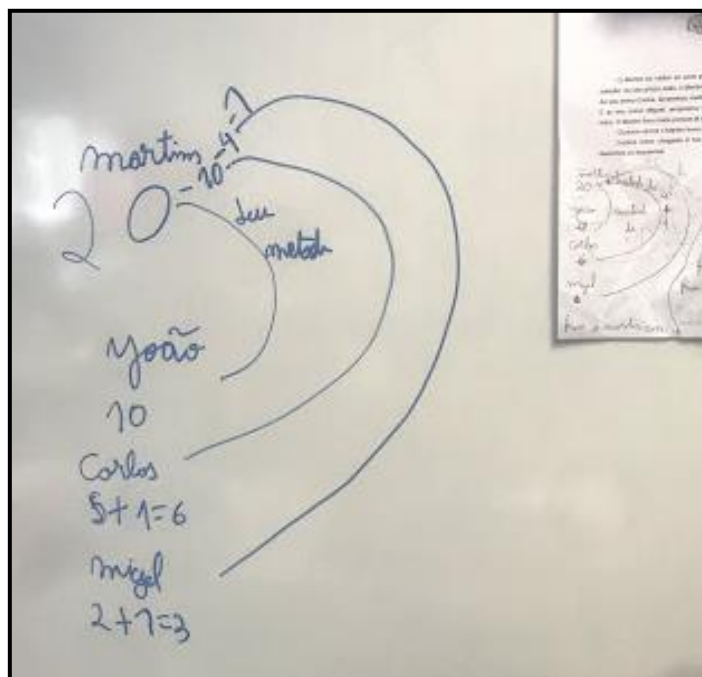


Figura 97 – Discussão do problema no quadro/apresentação da estratégia de resolução da aluna JA

Na Tabela 12, podemos observar o total das respostas certas e erradas das 3 turmas. Na turma do 2.º ano de escolaridade, unicamente 1 aluno obteve sucesso na resposta e os restantes 19 alunos demonstraram ter tido dificuldades, apresentando

uma resposta desadequada. Na turma do 3.º ano de escolaridade, 3 alunos obtiveram sucesso na resposta e os 21 revelaram ter dificuldades na sua realização. Enquanto na turma do 4.º ano de escolaridade, à semelhança da taxa de sucesso da turma do 3.º ano de escolaridade, 3 alunos obtiveram resposta correta, mas 18 alunos obtiveram uma resposta errada.

Tabela 12 – Análise geral do problema “*Os carrinhos do Martim*” das três turmas

	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Estratégia de resolução adequada e resposta correta	1	3	2	6
Estratégia de resolução adequada, mas resposta incorreta	2	1	0	3
Estratégia de resolução desadequada, mas resposta correta	0	0	1	1
Estratégia de resolução desadequada e resposta incorreta	17	20	18	55
Total	20	24	21	65

Analisando a Tabela 12 podemos constatar que, num total de 65 respostas das três turmas, apenas 6 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada e obtiveram uma resposta correta, 3 alunos recorreram a uma estratégia de resolução adequada, mas obtiveram uma resposta incorreta, 1 aluno recorreu a uma estratégia de resolução desadequada e obteve uma resposta correta e 55 alunos recorreram a

uma estratégia de resolução desadequada e obtiveram uma resposta uma estratégia de resolução incorreta.

Comparando as três turmas, observamos que, na turma do 2.º ano de escolaridade, a taxa de insucesso é muito superior à taxa de sucesso, aproximadamente 95% dos alunos obtiveram resposta desadequada no problema. Na turma do 3.º ano de escolaridade, aproximadamente 13% os alunos apresentaram uma taxa de sucesso. Na turma do 4.º ano de escolaridade, os alunos apresentaram uma taxa de sucesso, também aproximadamente 13%. Observando as três turmas, podemos concluir que, na sua maioria, quase todos os alunos revelaram dificuldades, pois a taxa de sucesso das três turmas é de 11%.

Na tabela seguinte, Tabela 13 pode observar-se as estratégias de resolução que os alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade optaram para realizarem esta tarefa.

Tabela 13 – Estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na tarefa “*Os carrinhos do Martim*” das três turmas

Estratégias utilizadas	Os carrinhos do Martim			
	2.º ano de escolaridade	3.º ano de escolaridade	4.º ano de escolaridade	Total
Representação gráfica	0	2	3	5
Representação gráfica associada à aritmética	11	4	0	15
Tentativa-e-erro	1	1	0	2
Aritmética	6	16	11	32
Linguagem Natural	2	1	2	5
Não respondeu	0	1	5	6
Total	20	24	21	65

Analisando a Tabela 13, podemos observar que neste problema houve seis tipos de estratégia de resolução usadas – a de representação gráfica, representação gráfica associada à aritmética, estratégia de resolução aritmética, tentativa-e-erro e linguagem natural. Contudo, tal como mostra a Tabela 12, a estratégia de resolução mais usada foi a de aritmética (aproximadamente 49%) nos três anos de escolaridade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Contributo da investigação para o avanço do conhecimento

O problema que deu origem nesta investigação está relacionado com a pouca relevância em que os professores de 1.º ciclo do ensino básico proporcionam à resolução de problemas em sala de aula e, por conseguinte, à importância da existência de múltiplas estratégias de resolução para o desenvolvimento do raciocínio e comunicação matemática. Neste sentido, com a presente investigação procurámos compreender a importância da resolução de problemas para a aprendizagem da matemática. Portanto, foi indispensável realizar observações e investigar teoricamente na área da Matemática, para que nos fosse possível delinear as propostas de intervenção para as três turmas.

Desta forma, formulámos duas questões de investigação que nortearam o nosso estudo e que passamos a apresentar em seguida, com as respetivas respostas encontradas.

Questão 1: Que estratégias de resolução os alunos recorrem na resolução de um problema?

Como forma de alcançar o objetivo e responder à primeira questão, foram apresentados aos alunos do 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade, seis problemas matemáticos, na qual cada um realizou-os individualmente e verificamos que as estratégias de resolução que emergiram ao longo desta investigação foram: de representação gráfica, representação gráfica associada à aritmética, aritmética, tentativa-e-erro e também linguagem natural.

Através da observação direta e participante e de uma análise detalhada e aprofundada dos desempenhos dos alunos aos problemas propostos, foi-nos possível chegar à conclusão que muitos alunos utilizaram, preferencialmente, as estratégias de resolução de representação gráfica, recorrendo ao desenho e esquemas, a estratégia de resolução aritmética, utilizando as quatro operações básicas: adição, subtração,

multiplicação e divisão, e a estratégia de resolução de representação gráfica (desenho) associada à aritmética.

Após analisarmos os resultados obtidos ao longo desta investigação, entendemos que muitos alunos recorreram a estratégias de resolução idênticas. Os alunos usam os mesmos tipos de estratégias porque não se encontram familiarizados com outros tipos. De acordo com Boavida et al. (2008) “a familiaridade com o uso de estratégias irá permitir ao aluno passar gradualmente de uma situação fechada para outra mais aberta sem se sentir perdido. Estas estratégias podem ser aplicadas a muitos problemas, sós ou combinadas com outras.” (p. 22). Neste sentido, cada aluno tentou chegar ao resultado estratégia de resolução que considerou ser a mais apropriada e com a qual se sentia mais à vontade.

Questão 2: Que dificuldades ou potencialidades que os alunos apresentam na resolução de um problema?

Em termos de resposta à segunda questão, podemos constatar, que mesmo quando os alunos não determinaram o resultado pretendido do problema proposto, as estratégias de resolução apresentadas revelaram se o aluno em questão tinha ou não compreendido e interpretado corretamente o problema. Com a análise pormenorizada dos desempenhos dos alunos aos problemas propostos, observamos que, a maior parte das respostas desadequadas aos problemas, das dificuldades dos mesmos na interpretação e compreensão do problema. A motivação e o interesse que os alunos demonstravam face à resolução de problemas contribuíram para os resultados obtidos. Tal situação foi-nos possível observar, na turma do 3.º ano de escolaridade, os alunos esperavam, atenciosamente, pelas propostas de intervenção, pois estão habituados, na primeira hora, a realizar tarefas matemáticas diariamente, tal como na turma do 2.º ano de escolaridade. No entanto, podemos observar que, na turma do 4.º ano de escolaridade, os alunos não estão habituados a resolverem problemas com regularidade e, conseqüente, não exploravam estratégias de resolução possíveis de serem utilizadas para encontrar a solução. Desta forma demonstravam pouco interesse em realizar os problemas propostos. Por outro lado, uma vez que os alunos demonstravam vontade em realizar as várias tarefas matemáticas propostas, estes

demonstraram também o interesse em partilhar as suas descobertas e estratégias de resolução com os restantes colegas e com a professora titular, envolvendo-se claramente nas aprendizagens matemáticas. Desta forma, mobilizavam capacidades e competências (matemáticas) essenciais, tais como, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, a persistência na tarefa, a argumentação matemática, entre outras.

Outra dificuldade observada prende-se com o facto de os alunos associarem a resolução de um problema a um determinado conteúdo matemático. Por exemplo, nos problemas *“Passageiros no autocarro”* e *“Os carrinhos do Martim”* tal situação foi observada. Nesses problemas, os alunos ficaram bastantes confusos, pensando que, para ser um problema, este tinha de ter sempre cálculos e questionavam bastante *“é conta de mais?”*, o que dificultou em encontrarem a estratégia de resolução apropriada e o processo de resolução. Ao longo da resolução das tarefas, os alunos solicitaram sempre que surgiram dúvidas e para confirmar resultados e raciocínios.

Tendo em conta os resultados obtidos ao longo desta investigação, é possível constatar que alcançamos os objetivos delineados inicialmente. Foi indispensável na exploração dos problemas em sala de aula, nomeadamente, a apresentação inicial do problema (leitura em voz alta para todos os alunos e delinear os objetivos), a resolução do problema e o momento de partilha e discussão/correção no final dos problemas, não só de modo a desenvolver a comunicação matemática como também a partilha de ideias, de raciocínios e dar a explorar diversas estratégias para a resolução de um mesmo problema.

Desenvolvimento profissional e pessoal

No que diz respeito no desenvolvimento profissional e pessoal, a realização desta investigação foi gratificante, pois constatamos, mais uma vez, que são muitas as potencialidades quando se trabalha a resolução de problemas em Matemática. Este estudo foi uma oportunidade de refletir sobre as formas de atuação das professoras do 1.º ciclo do ensino básico, onde se realizaram as intervenções propostas, como princípio da nossa própria ação e que a nossa aprendizagem é um processo contínuo. Esta investigação foi mais um passo de crescimento na nossa caminhada como pessoa

e como educadora/professora. Ser professor não basta ter um papel social ativo, deve-se ter consciência do esforço dedicado na atualização de conhecimentos sobretudo no âmbito dos métodos e das práticas pedagógicas.

Trajetórias futuras

Sabemos que a resolução de problemas pode ser sinónimo de pouca motivação e interesse, por parte dos alunos. Resolver problemas matemáticos torna-se bastante importante para o desenvolvimento de capacidades e competências (matemáticas), neste sentido é relevante dar continuidade a esta investigação.

Em futuras trajetórias, entende-se ser pertinente dar continuidade ao estudo desenvolvido, aplicando o máximo de recursos auxiliares de ensino, tais como recursos lúdico-didáticos que permitissem o envolvimento efetivo dos alunos na sua aprendizagem, pois facilitariam a exploração e a compreensão dos problemas, possibilitando aos alunos que se sintam motivados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P. (1988). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7- 10 e 35.
- Afonso, P., Conceição, A., Costa, F., Filipe, J., Serrasqueiro, M. (2008) *Aprender Matemática nos Primeiros Anos – Algumas Propostas de Tarefas*. Instituto Politécnico de Castelo Branco.
- Alves, F. C. (2004). Diário - um contributo para o desenvolvimento profissional dos professores e estudo dos seus dilemas. *Millenium*, 28, 222-239. [On-line: <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium29/30.pdf>]
- Amorim, S. (2015). *Que escolho eu? A importância da resolução de problemas e das intenções sociais para a aprendizagem matemática*. (Tese de Mestrado). Instituto Superior de Educação e Ciências, (ISEC Lisboa), Lisboa.
- Carmo, A. (2018). *A integração do livro-jogo como recurso didático no ensino e na aprendizagem da matemática no 2.º ano do ensino básico* (Tese de Mestrado). Instituto Superior de Educação e Ciências (ISEC Lisboa), Lisboa.
- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.
- Bardin, L. (1994). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Metas Curriculares de Matemática - Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e da Ciência.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação (ME).

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos* (M. J. Alvarez, S. dos Santos, & T. Baptista, Trans.). Porto: Porto Editora.
- Estrela, A. (1990). *Teoria e Prática de Observação de Classes – Uma estratégia de formação de professores*. Lisboa: Instituto Nacional de Investigação Científica.
- Guerra, I. C. (2006). *Pesquisa qualitativa e análise de conteúdo: Sentidos e formas de uso* (1.ª ed.). Cascais: Príncipia.
- Guba, E., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of quality research* (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Lopes, J., & Silva, H. S. (2010). *O professor faz a diferença*. Lisboa: Lidel.
- Machado, R. (2014). *Trabalho colaborativo e matemática: Um estudo de caso sobre o instrumento de avaliação de capacidades e competências do projeto interacção e conhecimento*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-acção*. Porto: Porto Editora.
- Morés, A. (2013). Investigação qualitativa em educação: Tessituras com a metodologia estudo caso. In N. Stecanela (Org.), *Diálogos com a educação: A escolha do método e a identidade do pesquisador* (pp. 85-90, Vol. 2). Rio Grande do Sul: Editora da Universidade de Caxias do Sul
- Palhares, P. (2004). *Elementos de matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: Lidel.
- Piedade, B., & Reis, S. (2019). *O que é um problema matemático? – Concepções de alunos do 4.º ano de escolaridade*, 50, 180-196.
- Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático* (H. Araújo, Trad.). Rio de Janeiro. Interciência

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

ANEXOS

ANEXO 1

AUTORIZAÇÃO PARA A DIREÇÃO DO AGRUPAMENTO

Lisboa, 25 de outubro de 2018

Exmo. Sr. Diretor da Escola / do
Agrupamento de Escolas

Sou aluna do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo no Instituto Superior de Educação e Ciências, em Lisboa, e, no âmbito do Trabalho Final de Mestrado, orientada pelo Professor Doutor Ricardo Machado, pretendo realizar um estudo sobre a importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º ciclo do ensino básico. Este trabalho consiste na elaboração de tarefas matemáticas, na sua aplicação junto dos alunos e, posteriormente, na análise dos dados recolhidos.

Para isso, torna-se essencial recolher as produções e desempenhos dos alunos na realização das tarefas matemáticas propostas, atividades durante o primeiro e segundo períodos deste ano letivo. Estes dados serão utilizados unicamente no âmbito deste trabalho e será mantido o anonimato dos alunos, de acordo com os princípios éticos e epistemológicos característicos de uma investigação.

A fim de concretizar este projeto, venho por este meio solicitar a V^a Ex.^a autorização para a recolha dos dados acima mencionados.

Na expectativa de poder contar com a Vossa colaboração, apresento os meus respeitosos cumprimentos.

Evandra Varela

ANEXO 2
CONHECIMENTO E AUTORIZAÇÃO PARA O ENCARREGADO DE
EDUCAÇÃO

Exmo (a) Senhor (a) Encarregado (a) de Educação.

Eu, Evandra Alves Varela, aluna do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo no Instituto Superior de Educação e Ciências, em Lisboa, e, no âmbito da Tese do trabalho Final de Mestrado pretendo realizar um estudo sobre a importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º ciclo do ensino básico.

Para isso, torna-se essencial recolher as produções e os desempenhos do seu educando na realização das tarefas matemáticas propostas. Estas atividades terão uma duração de dois meses: com início a 19 de novembro de 2018 e fim a 15 de fevereiro de 2019.

Obrigada pela Vossa atenção e compreensão.

Eu, _____
Encarregado (a) de Educação do (a) aluno (a)
_____ do ano e turma
_____ declaro que tomei conhecimento.

