



**Instituto Politécnico de Beja**

Escola Superior de Educação

**Mestrado em Ensino na Especialidade de Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo  
do Ensino Básico**

Estudo a Apresentar no Relatório Final

A Resolução de Problemas Numéricos no 1º Ciclo do Ensino Básico – Representações  
utilizadas

Marília de Jesus Leandro Cenrada nº 10693

**Beja 2012**



**Instituto Politécnico de Beja**

**Escola Superior de Educação**

**Mestrado em Ensino na Especialidade de Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo  
do Ensino Básico**

Estudo elaborado sob a orientação dos docentes: José António Reis do Espírito Santo e  
Maria Manuela Duarte de Oliveira e Azevedo

Marília de Jesus Leandro Cenrada nº 10693

**Beja 2012**

## **Agradecimentos**

À Professora Maria Manuela Azevedo e ao Professor José António Espírito Santo, o meu sincero agradecimento, pelo apoio e disponibilidade no decorrer do estudo

Reconheço também a importância da Professora cooperante, Teresa Tavares de Almeida, pelo apoio e carinho demonstrado ao longo de todo este percurso, pois apresentou sempre a máxima disponibilidade.

Agradeço também aos meus pais pelo carinho demonstrado nas horas mais difíceis.

A todos quantos tornaram possível este trabalho, o meu muito obrigada!

## **Resumo**

O presente estudo insere-se na área da Educação Matemática, mais especificamente na temática de resolução de problemas numéricos no 1º Ciclo do Ensino Básico. No decorrer da investigação, foram apresentados diferentes problemas, com o desígnio primordial de averiguar quais as representações (ativas, icónicas e simbólicas) utilizadas pelos alunos na sua resolução. É um estudo de caso, de natureza qualitativa, inserido num paradigma interpretativo.

O estudo foi realizado numa turma do 2º ano. Através dos dados recolhidos pude constatar que os alunos tendem preferencialmente a utilizar a representação simbólica. Constatou-se que nenhum dos alunos utilizou a representação ativa, embora alguns utilizassem a representação icónica associadas à representação simbólica.

**Palavras-chaves:** resolução de problemas, representações, representações icónicas, representações simbólicas e representações ativas.

## Índice

Introdução .....	10
<b>I Enquadramento teórico .....</b>	<b>9</b>
1. Considerações gerais .....	12
2. O que é um problema?.....	12
3. Resolução de Problemas no 1º Ciclo do Ensino Básico .....	12
4. O Papel das Representações no Raciocínio Matemático .....	14
4.1. Conceito de representação .....	14
4.2. Tipos de representações .....	15
4.2.1. Representações Ativas .....	15
4.2.2. Representações icónicas .....	16
4.2.3. Representações Simbólicas .....	16
<b>II - Estudo empírico .....</b>	<b>17</b>
1. Metodologia.....	17
2. Formulação do Objeto de Estudo .....	17
3. Participantes.....	18
4. Instrumentos .....	18
4.1. Entrevistas .....	18
4.2. Observação direta.....	18
4.3. Recolha Documental .....	19
5. Tratamento de dados .....	19
6. Procedimentos.....	19
7. Contexto da investigação.....	21
7.1. A escola .....	21
7.2. A turma .....	21
8. Desenvolvimento da proposta pedagógica .....	22
8.1. Apresentação geral.....	22

8.2. Metodologia de implementação das tarefas.....	23
8.3. Apresentação das tarefas .....	24
8.3.1. Tarefas.....	24
8.4. Objetivos das tarefas .....	25
9. Apresentação e análise dos dados .....	26
9.1. Representações utilizadas nos problemas propostos .....	26
9.1.1. Representações simbólicas.....	27
9.1.2. Estratégia icónicas .....	34
Conclusão.....	37
Bibliografia.....	39
Apêndices .....	41

## **Índice de apêndices**

Apêndices I- Problemas propostos aos alunos no âmbito da investigação Matemática (pág42)

Apêndice II- Planificação Diária: 13 de dezembro de 2011 (pág. 44)

Apêndice III - Entrevista realizada à professora da sala (pág.48)

## **Índice de tabelas**

Tabela 1 – Tipos de representações (pág. 12)

Tabela 2 - Tarefas (pág.21)

## **Índice de figuras**

Figura 1: Resolução da Tarefa 1 (José) - (pág.24)

Figura 2: Resolução da Tarefa 1 (Joana) - (pág. 25)

Figura 3: Resolução da Tarefa 1 (Ana) - (pág.26)

Figura 4: Resolução da Tarefa 1 (Gonçalo) - (pág.27)

Figura 5: Resolução da Tarefa 2 (Miguel) - (pág.27)

Figura 6: Resolução da Tarefa 2 (Carolina) - (pág.28)

Figura 7: Resolução da Tarefa 2 (Ana) - (pág.29)

Figura 8: Resolução da Tarefa 2 (Jorge) - (pág.29)

Figura 9: Resolução da Tarefa 3 (Filipe) - (pág.30)

Figura 10: Resolução da Tarefa 3 (Filipe) - (pág.30)

Figura 11: Resolução da Tarefa 3 (Jorge) - (pág.32)

Figura 12: Resolução da Tarefa 3 (Miguel) - (pág.33)

Figura 13: Resolução da Tarefa 3 (Gonçalo) - (pág.33)

## Introdução

O presente documento, decorre de uma das componentes da avaliação final do Mestrado em Ensino na Especialidade de Pré-Escolar e Ensino do 1.º ciclo do Ensino Básico. Este engloba, por um lado, alguma da experiência adquirida ao longo de todo o processo de estágio, e por outro, uma vasta aprendizagem teórico-conceitual, adquirida nas diversas unidades curriculares.

Trata-se de um estudo a apresentar com a finalidade de identificar quais as representações utilizadas pelos alunos na resolução de problemas numéricos. A temática é pertinente na medida em que o professor deve ter em conta a forma de pensar dos alunos. O professor deve traçar estratégias incentivadoras, favorecendo uma relação mais estreita do aluno com a matemática, elevando deste modo, o rendimento nesta área, pois, tal como é referenciado na Organização Curricular e Programas do 1º Ciclo do Ensino Básico (2006:163), *“Caberá ao professor organizar os meios e criar ambiente propício à concretização do programa, de modo a que a aprendizagem seja (...) o reflexo do dinamismo das crianças e do desafio que a própria Matemática constitui para elas.”*

No presente estudo assume-se, a resolução de problemas como uma atividade de extrema importância na aprendizagem do aluno no 1º Ciclo do Ensino Básico.

A metodologia de investigação segue uma abordagem interpretativa, tratando-se mais concretamente de um Estudo de Caso, de natureza qualitativa. A base investigativa do presente trabalho, fez-se mediante o contato diário com uma turma de 1.º Ciclo onde foi desenvolvida a Prática de Ensino Supervisionada.

De referir, ainda, que as técnicas de recolha de dados adotadas, incluíram a análise documental e observação direta. Assim, e no que respeita à recolha de dados, foram tidos em conta, os documentos produzidos pelos alunos, as gravações de áudio realizadas no contexto de sala de aula, os registos escritos feitos pela investigadora, e ainda, reflexões e a entrevista realizada à professora. Dada a natureza dos dados optou-se por recorrer à análise de conteúdo.

O presente documento está estruturado em duas partes principais: enquadramento e estudo empírico.

O enquadramento teórico contempla os seguintes pontos: 1. Considerações gerais; 2. O que é um problema?; 3. Resolução de problemas no 1º Ciclo de Ensino Básico; 4. O Papel das Representações no Raciocínio Matemático.

A componente empírica do estudo é composta pelos seguintes pontos: 1. Metodologia; 2. Formulação do objeto em estudo; 3. Participantes; 4. Instrumentos; 5.

Tratamento de dados. 6. Procedimentos; 7. Contexto da Investigação e Desenvolvimento da Proposta Pedagógica e 8. Desenvolvimento da proposta pedagógica.

Este documento comporta ainda conclusões finais e três apêndices.

## I – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

### 1. Considerações gerais

Implícita, de forma mais ou menos significativa, é certo que, a matemática está presente no quotidiano de todo e qualquer cidadão, fazendo parte da vida de todos nós.

Ora, a Matemática, segundo Ramalho (1994) é cada vez mais utilizada em vastos domínios da sociedade, sendo usada em todo o mundo como uma ferramenta essencial em muitos campos, incluindo as ciências naturais, a engenharia, a medicina, e também as ciências sociais. É também utilizada no nosso dia-a-dia, como no simples ato de ver as horas, nas mais diversas tarefas culinárias, na compra de bens materiais, entre outras situações. Deste modo, coloca-se com grande acuidade a necessidade de que os alunos aprendam a gostar de Matemática e a dominá-la (Dienes, 1967). Entende-se, por isso que, o domínio da matemática tem um papel fulcral na estruturação do raciocínio e do pensamento, porventura favorecendo desse modo, aprendizagens futuras, dando um contributo importantíssimo para o desenvolvimento pessoal de cada indivíduo.

### 2. O que é um problema?

Um problema é uma situação que não é possível ser resolvida através da utilização de processos conhecidos e estandardizados, ou seja, é exigido a busca de estratégias para chegar à solução. Com efeito (...) *os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução*". (Ministério da Educação, 2001; citado por Boavida *et al.*, 2008). Tratam-se de situações que muitas vezes podem solicitar que o aluno comece por utilizar estratégias simples de tentativa e erro, averiguando a possibilidade de soluções diferentes. Neste sentido é importante que o enunciado de um problema forneça informação necessária com vista à sua resolução.

### 3. Resolução de Problemas no 1º Ciclo do Ensino Básico

Como é referido no Programa de Matemática do Ensino Básico, os alunos ao entrarem para o 1º Ciclo do Ensino Básico já transportam consigo uma série de conhecimentos que favorecem o desempenho em contexto de sala de aula e todo o processo

de aprendizagem. De facto, nesta fase o aluno já possui algum saber, no que respeita aos números e suas representações, tal como situações que envolvam contagens simples, identificação, enunciado, comparação e ordenação numérica, estabelecendo relações simples entre números. Ora, quando um aluno se propõe resolver um problema, está a colocar em prática os conhecimentos adquiridos ao longo da sua aprendizagem. Entende-se, por isso, que *“a resolução de problemas é uma actividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático. Neste processo, os alunos devem compreender que um problema matemático, frequentemente, pode ser resolvido através de diferentes estratégias e dar atenção à análise retrospectiva da sua resolução e apreciação das soluções que obtêm.”* (Programa de Matemática do Ensino Básico. Ministério da Educação; 2007:6).

Os alunos devem ser ensinados a resolver problemas com regularidade, problemas esses que permitam diferentes representações e que possibilitem aos mesmos a aquisição de experiência e confiança na procura dos dados necessários, no modo de os interpretar de acordo com as condições dadas e, também, de os relacionar entre si e com o que é pedido. Face ao exposto, importa que o problema possua as seguintes características: seja compreendido pelo aluno, embora a solução não seja imediatamente atingida; que seja intrinsecamente estimulante e motivador; que existam vários processos de resolução e que se possam integrar em diversos temas (Boavida, *et al.* 2008).

A resolução de problemas no 1º Ciclo do Ensino Básico proporciona a aprendizagem de novos conceitos, assim como, aplicar e aprofundar conceitos adquiridos. É através da resolução de problemas que o ensino desta disciplina permite aprender como utilizar e aplicar no dia-a-dia a Matemática fora da escola. Deste modo, a resolução de problemas *“(…) apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana”* (Boavida, *et al.* 2008:14), contribuindo para o desenvolvimento de processos cognitivos e metacognitivos. Isto porque, os alunos ao resolverem problemas do quotidiano necessitam de encontrar um modelo já conhecido, necessitando de desfragmentar o conhecimento que até então possuem. Desta forma, a resolução de problemas ajuda os alunos a organizar e utilizar concepções adquiridas anteriormente.

## 4. O Papel das Representações no Raciocínio Matemático

Muitos são os autores que nos revelam que, desde os anos 80, as representações dos problemas numéricos têm vindo a ser alvo de grande atenção (Bishop & Goffree, 1986; Janvier, 1987, citado por Pontes e Velez). Tem sido evidenciado que é através de representações matemáticas que o aluno desenvolve/apresenta o raciocínio matemático. De facto, torna-se fundamental que os alunos desenvolvam as suas capacidades matemáticas, ou por outras palavras: “*Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações*” (Ponte *et al.*, 2007:5).

Ora, segundo dados, do Programa de Matemática do Ensino Básico, reajustado recentemente, sabe-se que, a resolução de problemas surge como uma capacidade transversal onde as representações no ensino e aprendizagem ocorrem de forma mais precisa e organizada. Segundo este programa os alunos devem:

- Ler e interpretar representações simbólicas, tabelas e gráficos, e apresentar informação em qualquer destas formas de representação;
- Traduzir informação apresentada numa forma de representação para outra, em particular traduzir para termos matemáticos informação apresentada em linguagem natural;
- Elaborar e usar representações para registar, organizar e comunicar ideias matemáticas;
- Usar representações para modelar, interpretar e refletir sobre situações matemáticas e não matemáticas, incluindo fenómenos naturais ou sociais.

Enumerados todos estes objetivos, pretende-se destacar, a necessidade dos alunos reconhecerem e compreenderem diferentes tipos de representações, reconhecendo qual a representação mais eficaz para cada situação, como de resto, nos esclarece Bruner, com a seguinte afirmação: “*O desenvolvimento cognitivo da criança depende da utilização de técnicas de elaboração da informação, com o fim de codificar a experiência, tendo em conta os vários sistemas de representação ao seu dispor*” (Bruner, 1989).

### 4.1. Conceito de representação

As representações, segundo Goldin (2002), consideram-se como configurações que podem representar algo de alguma forma, ou seja, é a apresentação que pode surgir no lugar de, ser interpretada como, conectar-se, corresponder a, designar, caraterizar, figurar, descrever,

encarar, compilar, significar, produzir, assemelhar-se, servir como metáfora para substituir, sugerir, ou simbolizar o elemento representado. Neste sentido, a representação, ou um sistema de representação, no campo do desenvolvimento cognitivo pode designar-se como um conjunto de regras através das quais se pode preservar aquilo que foi experimentado em diferentes situações (Bruner, 1999)

De acordo com Jerome Bruner (1999:66), citado por Elisa Pinto (2009), na resolução das tarefas os alunos podem utilizar diferentes representações, como é ilustrado no excerto seguinte: *“A estrutura de qualquer domínio do conhecimento pode caracterizar-se de três maneiras: por um conjunto de acções apropriadas para alcançar certo resultado (representação activa); por um conjunto de imagens ou gráficos sumários que representam um conceito sem o definirem plenamente (representação icónica); e por um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições (representação simbólica).”*

Procurei esquematizar o referido pelo autor na tabela seguinte:

Tabela nº 1 – Tipos de representações

<b>Tipos de Representações</b>	<b>Representações ativas</b>	Manipulação de Objetos
	<b>Representações Icónicas</b>	Representações pictóricas (desenhos)
		Diagramas
		Símbolos não convencionais
	<b>Representações simbólicas</b>	Algarismos e Números
		Sinais de operações e sinais de igual/ expressões matemáticas
		Letras/ palavras

## 4.2. Tipos de representações

### 4.2.1. Representações Ativas

No que respeita às representações ativas, estas podem considerar-se como a exposição de algo sem recorrer a imagens ou palavras, sendo frequentemente utilizadas para ensinamento mais difíceis de apresentar de outra forma que não a própria prática. Ora, a

representação explica-se então, através de ações e do uso de materiais manipulativos. Relacionando-se desta forma com o princípio do *aprender fazendo: eu faço e aprendo*. Segundo (Bruner, 1999:28) “*a representação ativa baseia-se, ao que parece, na aprendizagem de resposta e formas de habituação.*” O aluno nesta faixa etária precisa de associar ideias abstratas a situações concretas, desenvolvendo deste modo, modelos mentais que dão sentido a símbolos abstratos. Nas representações ativas propostas por Bruner, podem-se enquadrar os modelos de manipulação, ou seja, a utilização de materiais manipulativos pelos alunos, como na aprendizagem da Matemática e resolução de problemas.

#### **4.2.2. Representações icônicas**

Por representações icônicas entende-se a organização visual ou outra organização sensorial e do recurso a imagens de resumo (Bruner, 1999). Na reprodução de objetos a criança encontra-se muito dependente da memória visual, concreta e específica. Efetivamente, a imagem mental permite à criança organizar e sequenciar as ações, baseando-se na organização visual, no uso de imagens concisas e na organização de percepções. Neste sentido, e fundamentando a ideia com uma afirmação de Bruner, conclui-se que, “*(...) as imagens não se limitam a captar a particularidade de eventos e objectos: dão origem a classes de eventos, servindo-lhes de protótipos, fornecendo pontos de referência em relação aos quais se compara exemplos que aspiram a ser membros dessas classes.*” (Bruner, 2000:202)

#### **4.2.3. Representações Simbólicas**

No que diz respeito às representações simbólicas, estas constituem uma forma mais elaborada de representação da realidade por palavras ou linguagem, cuja principal característica é ser simbólica por natureza. Importa referir que o significado linguístico depende do domínio de um código simbólico. Desta forma, para produzir uma descrição linguística é essencial compreender os referentes das palavras e as regras específicas da linguagem construindo e transformando as descrições. Isto porque, “*(...) a criança começa a ser capaz de representar a realidade através de uma linguagem simbólica, de carácter abstracto e sem uma dependência directa da realidade. Ao entrar nesta etapa, a pessoa começa a ser capaz de manejar os símbolos em ordem não só a fazer a sua leitura da realidade mas também a transformar a realidade.*” Bruner (1989:35)

## **II - Estudo empírico**

### **1. Metodologia**

Neste estudo pretende-se identificar quais as representações utilizadas pelos alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico na resolução de problemas. Foi realizado um estudo de caso. Trata-se de uma investigação de natureza qualitativa, interpretando as respostas às tarefas propostas. A investigação qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), tem como base a fonte direta de dados num ambiente natural, complementando-se através da informação que se obtém com a situação em si, por intermédio da observação e da entrevista, entre outras técnicas e instrumentos de recolha de dados. A investigação qualitativa é caracterizada como descritiva dando muita ênfase ao processo e não ao produto. A análise de dados de uma investigação qualitativa é feita de forma indutiva.

A escolha da metodologia de investigação, estudo de caso, deve-se ao facto de *“que se assume como particularista, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supões ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico.”* (Ponte et al. 2007: 38) Por outro lado, a escolha da metodologia deve-se ao facto, da intenção do estudo ser primordialmente descrever de forma rigorosa uma situação específica ou um grupo de indivíduos, obtendo a informação pretendida. Optei pelo estudo de caso, pois, pretendo identificar particularidades de alguns alunos nas estratégias que estes utilizam na resolução de problemas.

Foram apresentadas aos alunos, tarefas com problemas numéricos, onde através de observação direta, pude identificar o tipo de representações utilizadas na sua resolução. Na resolução das tarefas produzidas pelos alunos procedeu-se ao questionamento das crianças no sentido de perceber qual o raciocínio utilizado na resposta a cada uma das tarefas.

### **2. Formulação do Objeto de Estudo**

O presente estudo visa clarificar aspetos relacionados com o processo de resolução de problemas numéricos das crianças no 1º Ciclo de Ensino Básico na resolução de problemas numéricos. Pretendendo-se, deste modo, atingir o seguinte objetivo: identificar as

representações utilizadas na resolução de problemas numéricos no 1º Ciclo do Ensino Básico por parte de alunos do 2º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico.

### **3. Participantes**

Os participantes foram 25 alunos do 2º ano, do 1º Ciclo do Ensino Básico, onde realizei a prática de ensino supervisionada.

### **4. Instrumentos**

Para prosseguir com a pesquisa, e na tentativa de recolher as informações necessárias foram utilizados alguns instrumentos que a seguir se apresentam: uma entrevista semiestruturada realizada à professora da sala, observação direta e recolha documental dos trabalhos produzidos pelos alunos; os quais foram analisados identificando as representações utilizadas e o raciocínio apresentado, questionando-se também os alunos sobre qual o raciocínio utilizado para obter a resposta aos problemas colocados.

#### **4.1. Entrevistas**

Através da entrevista semiestruturada realizada à professora responsável pela sala (vide apêndice nº III) pretendia-se saber como a turma aderiu à resolução de problemas numéricos e qual a sua motivação nesta tarefa. A entrevista foi analisada, identificando possíveis evidências de problemáticas ou indicações relevantes, obtidas nas respostas da entrevistada. Sendo esta uma técnica utilizada na aquisição de informação verbal, com o objetivo de obter informações relevantes para a investigação.

#### **4.2. Observação direta**

A observação é uma técnica de investigação sobre uma situação, sem que esta seja modificada, é por isso um método de coleta de dados para conseguir informações, utilizando os sentidos para a obtenção de alguns aspetos da realidade. É através da observação que o investigador identifica e obtém provas a respeito de objetivos sobre os quais os indivíduos orientam o seu comportamento. Neste estudo foi utilizada a observação de caráter naturalista.

### **4.3. Recolha Documental**

A recolha documental teve como base registos escritos produzidos pelos alunos, registos áudio e registo fotográfico. Este conjunto de registos decorreu das tarefas realizadas em contexto sala de aula, possibilitando uma análise pormenorizada das representações usadas pelos alunos. Foram ainda, analisados os registos escritos feitos, no final de cada aula, pela investigadora tendo por base a observação direta, assim como os registos escritos no diário de campo, resultantes de reflexões conjuntas entre a investigadora e a professora responsável pela sala.

### **5. Tratamento de dados**

Em termos de tratamento de dados, optou-se pela análise ao conteúdo da entrevista realizada à professora da sala, e as produções dos alunos, tendo sempre em conta os dados obtidos através observação direta, efetuado no decorrer da realização das tarefas, assim como registos diários feitos pela investigadora no diário de campo. De facto, segundo Sanches, *“(...) o cruzamento da informação recolhida com as várias técnicas e a sua cuidada interpretação permite compreender melhor a situação problemática, o seu envolvimento e as variáveis desencadeadoras dos fenómenos a eliminar/atenuar, as fortes e as fracas, nas várias áreas. Desta análise compreensiva da “situação real”, cotejada com toda a informação teórica sobre a/s problemática/s alvo, vão sair as decisões a tomar relativamente à intervenção a realizar, para chegar à “situação desejável” (...).”* (Sanches, 2005:128), ou seja, torna-se essencial o conhecimento do real, pois só desta forma é possível fazer uma intervenção adequada.

### **6. Procedimentos**

Numa primeira fase, realizou-se uma entrevista à professora responsável pela sala, com o intuito de recolher informações respeitantes ao tema. Pretendo desta forma conhecer melhor a turma no que se refere ao interesse demonstrado pelos alunos na resolução de problemas numéricos, se estes aderem com facilidade, se estão acostumados com este tipo de tarefas e por sua vez quais as estratégias utilizadas pela professora ao apresentar tarefas com problemas numéricos à turma.

Numa segunda fase, foram apresentados à turma problemas numéricos. No decorrer da realização da tarefa, elaborou-se ainda, um registo com base na observação direta, gravações de áudio e registo fotográfico. Posteriormente, analisaram-se as respostas/resolução das tarefas, bem como, as representações utilizadas pelos alunos, na resolução dos problemas. No decurso de todas as aulas procedeu-se ao registo escrito de todos os acontecimentos, considerados mais relevantes, no contexto desta investigação.

## **7. Contexto da investigação**

### **7.1. A escola**

A investigação decorreu no Centro Escola de S. João Batista, pertencente ao Agrupamento de Escolas nº2 de Mário Beirão, em Beja. A Escola Básica Integrada de Mário Beirão situa-se numa zona residencial da cidade de Beja, situado na Cidade de Beja, Freguesia de São João Batista, na Rua Maria Isabel Covas Lima s/nº. A escola foi criada em 1968, funcionando inicialmente no edifício do antigo Liceu Nacional de Beja, passando a ter instalações próprias a partir de 1972 (pavilhões pré-fabricados até dezembro de 1995 e o novo edifício a funcionar desde 1996). O agrupamento é constituído por oito estabelecimentos de ensino.

### **7.2. A turma**

O grupo era composto por vinte e cinco crianças, das quais, doze são do sexo masculino, e treze do sexo feminino, estando todas elas na faixa etária dos 7 anos de idade. A turma em questão, estava constituída desde o 1º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico, altura em que as crianças ingressaram na Instituição. Este facto, fazia com que entre elas existisse uma grande coesão e à-vontade nas relações entre pares, e com qualquer adulto que com eles se relacionasse.

As crianças do grupo eram criativas, autónomas, alegres, ativas, meigas, barulhentas, curiosas e sociáveis. O grupo funcionava como um todo verificando-se muito raramente conflitos entre o grupo. Pode, por isso, afirmar-se que, de um modo geral, as relações interpessoais eram positivas.

Relativamente aos aspetos socioeconómicos, a maioria dos alunos da turma enquadrava-se na classe média e na classe baixa.

## **8. Desenvolvimento da proposta pedagógica**

### **8.1. Apresentação geral**

As tarefas apresentadas abarcavam estruturas similares, apesar de cada proposta pedagógica conter objetivos particulares. Cada problema a desenvolver, partiu de um enunciado/ situação de partida, através da qual, os alunos iriam aplicar conhecimentos já adquiridos ao longo do processo de aprendizagem.

Numa tentativa de resolução dos problemas adoptou-se como suporte teórico, o modelo preconizado por Schoenfeld (1985), sob a forma de quatro fases, consideradas pelo autor como: 1) Análise – baseada na compreensão, simplificação e reformulação do problema; 2) Desenho/ estrutura ou exploração – onde o que se pretende é uma estrutura do argumento, decomposição hierárquica, global e específica; 3) Implementação – consiste na execução passo a passo; 4) Verificação – visa sobretudo rever a estrutura geral realizada necessária para a solução.

Neste contexto, pode dizer-se que, a fase introdutória de todo o processo, fez-se com a apresentação das propostas de trabalho a realizar pelos alunos e as tarefas propostas foram apresentadas definindo a sua natureza, preparando os alunos para a realização. Por conseguinte, a realização dos problemas, foi de carácter individual, o que permitiu identificar as representações usadas pelos alunos. Importa sublinhar que foi feita também a discussão no final das resoluções dos problemas, em grupo, das estratégias adotadas pelos alunos, seguindo-se neste particular, o defendido por Borralho (1990).

Procurei sempre apresentar as sessões, de forma apelativa e com uma componente lúdica, o que se traduziu, posteriormente, numa atitude positiva por parte dos alunos, sendo notória uma constante preocupação na forma como apresentavam os registos.

## 8.2. Metodologia de implementação das tarefas

A investigadora apresentou as tarefas propostas em voz alta, devido à faixa etária com a qual se confrontava, de modo a garantir uma clara compreensão e interpretação do enunciado, por parte dos alunos. Pois, segundo a professora titular da sala: *“Poucos são os alunos que percebem logo o que se pretende quando são confrontados com os enunciados escritos. Considero, que existe um desfasamento entre as competências na leitura e da escrita que se pretende que já estejam consolidadas quando se confrontem os alunos com enunciados em matemática. Pois, estes exigem mais que uma operação para serem resolvidos. Ou seja, na faixa etária em que os alunos estão, em que o domínio de leitura e da escrita ainda se está a processar, na nova abordagem da matemática é imperioso que já estejam adquiridos esses conhecimentos. Tudo isso tem resultado numa quebra de autonomia na resolução de problemas já que a dependência do auxílio do docente é uma constante.”* (Ver apêndice nº III- Protocolo da entrevista à professora da turma 2º A)

Importa sublinhar ainda que, durante a resolução dos problemas, houve sempre o cuidado de esclarecer dúvidas que surgissem, bem como, em apoiar os alunos com maiores dificuldades, de modo a propiciar uma melhor aprendizagem a todos os presentes na sala de aula, sem exceção. Ulteriormente foram escolhidos de modo aleatório, alguns alunos para irem ao quadro desenvolver a estratégia que aplicaram, explicando aos restantes colegas do grupo, como à professora, de que modo haviam resolvido a tarefa e obtido o resultado. Tendo em conta que o trabalho de partilha nem sempre é bem recebido pelos alunos, por se sentirem expostos, a opção centrou-se em torno de uma participação voluntária. Assim, os alunos que se mostravam interessados em demonstrar como haviam resolvido a tarefa, representavam no quadro como tinham resolvido o problema, explicando oralmente aos colegas o seu raciocínio. Desta forma, foi possível à investigadora fomentar a comunicação matemática, já que a explicitação dos processos, das representações e das operações a utilizar, implicava uma discussão entre docente e alunos e, entre os próprios alunos. Deste modo garantiu-se e favoreceu-se o gosto pela descoberta e pela argumentação favorecendo ao mesmo tempo a compreensão e flexibilidade nos processos cognitivos utilizados.

As tarefas apresentadas pretendiam consciencializar os alunos acerca das diferentes representações que podiam ser adotadas a quando da resolução dos problemas.

### 8.3. Apresentação das tarefas

Antes de dar início à resolução das tarefas, propriamente ditas, foi realizado um exercício mediante o qual, os alunos elaboraram um problema. De facto, o desenvolvimento deste tipo de atividade era frequentemente adotado pela professora titular da sala, onde pude constatar o à-vontade dos alunos nesse mesmo exercício.

#### 8.3.1. Tarefas

**Tabela 2 – Tarefas**

	Tarefa	Descrição
<b>Tarefa nº1</b>	Os livros do Zé	O Zé tinha 10 livros. No dia dos anos deram-lhe 5 livros. O Zé resolveu então dar 2 livros que já tinha lido, à biblioteca da sua escola. Quantos livros tem agora o Zé?
<b>Tarefa nº2</b>	O aviário	A Inês foi ao aviário e viu uma centena de galinhas, 38 pintainhos e 4 galos. Quantas aves viu no aviário?
<b>Tarefa nº3</b>	Diferença de idades	A Marta tem 15 anos e o avô tem 78. Qual é a diferença de idades entre os dois?

Tarefa nº1 - A tarefa inicial fez-se através da leitura em voz alta, procurando garantir que todos os alunos percebiam o que era solicitado. Os alunos não revelaram dificuldades na resolução das tarefas, pois todos eles chegaram ao resultado final

No que diz respeito à primeira tarefa, pode considerar-se a mesma como sendo, relativamente simples, pretendendo desta forma incentivar os alunos para a resolução de problemas mais complexos. Aquando da resolução da tarefa, constatou-se que, os alunos apresentavam bastante autonomia, não solicitando qualquer tipo de

apoio, sendo notória a vontade dos mesmos em colaborar na resolução da dita tarefa. Individualmente foram seleccionados alguns alunos para resolver o problema no quadro, onde se observaram as diferentes representações encontradas.

Tarefa nº2 - A tarefa foi inicialmente lida em voz alta para que todos os alunos a compreendessem, facilitando o processo de resolução. A opção passou por, expor-se o problema desta forma, devido ao nível de escolaridade do grupo em questão. Terminada a leitura a turma ficou muito agitada, verificando-se especulações dos alunos mais perspicazes, o que acabou por se traduzir, num momento especial de interação e de diálogo entre eles. A tarefa foi ao encontro dos interesses das crianças pois, de acordo com o Programa do 1º Ciclo do Ensino Básico, estes interessam-se por problemas práticos.

Tarefa nº 3 – A tarefa, tal como as anteriores, foi bem aceite pelos alunos, pois estes ao ouvirem o enunciado do problema não hesitaram em iniciar a sua resolução, tentando sempre encontrar diferentes representações e sempre fomentando o diálogo. A resolução deste problema exigiu a utilização de conhecimentos e domínios de técnicas. Neste sentido, a tarefa visa a utilização de propriedades das operações com um objetivo útil, pois é através de exemplos práticos que se relacionem com a sua vida, que o aluno consegue uma atitude ativa de aprendizagem. O aluno, constrói desta forma, noções através de respostas a interrogações levantadas (Programa 1º Ciclo do Ensino Básico).

#### **8.4. Objetivos das tarefas**

Tarefa nº 1- Pretendia-se com esta tarefa desenvolver a destreza com operações e números, facilitando a sua compreensão.

Ao ler o enunciado não foi feita qualquer referência à forma como os alunos deveriam representar as suas estratégias. Entenda-se, por isso que, a tarefa pretendia, possibilitar a exploração de formas pessoais de cálculo. *“A busca de estratégias pessoais de realização do cálculo envolve diversos conhecimentos a respeito dos números e da maneira de operar com eles. Todo esse aprendizado será fundamental para a compreensão dos passos envolvidos.”* (Alex. 1998:58)

Tarefa nº2 - Ao apresentar esta tarefa visava-se essencialmente, ampliar a aptidão nas operações, desenvolvendo a compreensão do número e a maneira de operar com eles. Isto porque, é essencial que o aluno possa utilizar as propriedades das operações com um objetivo útil, de modo a sentir-se estimulado e ver esta aprendizagem como relevante para o seu quotidiano. Desta forma, foi possível confrontar o grupo com situações estimulantes que contemplavam o cálculo, em que o mesmo aparecia com uma finalidade.

Esta tarefa pretendia também, tal como na tarefa nº 1, que os alunos compreendessem as diferentes etapas para a sua resolução, pois a compreensão do processo é, fundamentalmente, para os alunos perceberem que os diferentes passos têm significados categóricos.

Tarefa nº 3 – Ao realizar esta tarefa pretendia-se explorar o uso de regularidades e padrões na adição e da subtração, ou seja, compreender a relação inversa entre a adição e a subtração, utilizando-as para resolver problemas. Perspetivando-se desta forma que os alunos desenvolvessem representações pessoais de resolução de problemas e que estes assumissem progressivamente uma atitude crítica perante os resultados.

A tarefa tinha também como objetivo principal, compreender as relações existentes entre o contexto do problema e os cálculos necessários, assim como ter consciência dos diversos tipos de representações. Através da realização, esperava-se que a mesma, ajudasse na construção do cálculo formal, dependendo claro, do nível de desenvolvimento do sentido do número por parte de cada criança.

## **9. Apresentação e análise dos dados**

### **9.1. Representações utilizadas nos problemas propostos**

Tal como já foi referido anteriormente, é possível chegar à resolução de um problema através de várias estratégias utilizando diferentes representações. Desta forma, foi feito um levantamento das diferentes representações utilizadas para cada um dos problemas, agrupando os que se enquadram na mesma categoria. Importa referir que no decorrer da resolução das tarefas, embora disponíveis (ábaco, cuisenaire e

outros materiais) na sala de aula, ao contrário do que esperava, nenhum aluno recorreu a representações ativas.

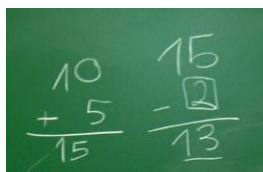
### 9.1.1. Representações simbólicas

As representações simbólicas, tal como referi anteriormente, traduzem-se numa descrição por palavras ou linguagem, mediante a qual é essencial conhecer referências das palavras com regras para poder construir e transformar as referidas descrições.

Repare-se então que o José ao ir ao quadro resolveu a tarefa nº1 (cf. figura 1), utilizou uma linguagem matemática formal. A resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. O aluno organizou e estruturou a informação, tal como é possível verificar na fig.1, utilizando o seguinte raciocínio:

*“(...)Somei o 10 com o 5 (10 livros + 5 livros) e depois vamos tirar de 15, 2 que deu à biblioteca e ficam 13(...)”( José).*

O aluno, optou pelo algoritmo tradicional da adição e uma subtração, sendo que, soma 10 (livros) com 5 (livros) que lhe ofereceram, resultando no total de 15 (livros). Seguidamente, apresenta uma subtração onde retira 2 (livros) que deu à biblioteca dos 15 (livros) que obtivera no total da soma anterior. Neste sentido, pode dizer-se que o José revelou um raciocínio matemático rápido e organizado. O mesmo aluno soube identificar as diferentes etapas da resolução do problema.

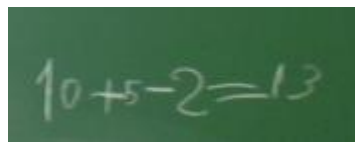

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 5 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ - 2 \\ \hline 13 \end{array}$$

**Figura 1 - Resolução da Tarefa 1 (José)**

A Figura 2 representa a estratégia utilizada pela Joana, onde a mesma optou pelo uso de uma representação simbólica, nas subcategorias: algarismos e números, sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas.

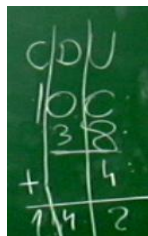
*“Faço 10 mais 5 e dá 15 e do 15 tiro 2. Vai dar aqui 13”* (Joana).

Este raciocínio, julgo ser um reflexo do que o José apresentou na figura 1, uma vez que, as resoluções dos exercícios foram desenvolvidas no quadro, sendo acompanhadas por todo o grupo. A mesma aluna, apresentou a estratégia de uma forma sucinta, fazendo um raciocínio quase automático na medida em que somou o  $10+5=15$  sem fazer uma representação simbólica do seu raciocínio. Se não se considerar que este raciocínio possa ter sido um reflexo da resolução da tarefa do José, pode constatar-se que tem um raciocínio rápido e desenvolvido.


$$10 + 5 - 2 = 13$$

**Figura 2 - Resolução da Tarefa 1 (Joana)**

A Ana, ao resolver a tarefa nº 2 (fig. 3) apresentou uma estratégia muito semelhante à do José (fig.1).


$$\begin{array}{r} \text{CDU} \\ 100 \\ 38 \\ + \quad 4 \\ \hline 142 \end{array}$$

**Figura 3 - Resolução da Tarefa 2 (Ana)**

A tarefa 2, pressupunha a aplicação de conhecimentos já adquiridos anteriormente, nomeadamente: o que se entende pelo conceito de centena, dezena e unidade, matéria trabalhada recentemente com a turma, envolvendo a mesma, noções de adição de parcelas. Relativamente a este caso, importa referir também que foi somente utilizada a representação simbólica.

Quando questionei a Ana sobre o porquê da disposição dos números, esta apresentou a seguinte resposta: *“meti o 100 e o 38 e o 4. Depois meti unidades de baixo de unidades, as dezenas debaixo das dezenas e as centenas. Depois  $8+4$  dá 12. Meto 2 e vai 1. Dá 4 porque  $1+3$  dá 4. Depois somei as centenas.”* Ao explicar-me o

seu raciocínio, a aluna separou com riscas verticais as unidades, as dezenas e as centenas, identificando-as com as iniciais das palavras que as designavam (C/D/U).

Entenda-se então que a estratégia utilizada permite, de uma forma eficaz, somar as unidades, as dezenas e as centenas, recorrendo à categoria de representação simbólica e à subcategoria algarismos e números, sinais de operações e sinal de igual/expressões matemáticas. A Ana, segundo a sua explicação, percebe porque os números estão nesta disposição (fig.3), o que me permite concluir que domina o sistema decimal.

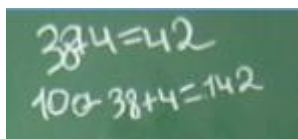
A seguinte estratégia foi apresentada pelo Miguel (fig.4), este aluno somou unidades com unidades, dezenas com dezenas e as centenas, tal como descreve: *“Juntei as unidade  $8+4+0$  dão 12 e as dezenas  $0+30$  dão 30, como era 12, 1 veio para aqui e deu 4 mais 2 deu 42 mais 100 deu 142, que é o que está aqui.”*

A representação utilizada pelo Miguel (fig.4) é muito semelhante à do José e da Ana, no entanto, esta pode considerar-se mais complexa. Ao somar as unidades o aluno não encontra dificuldades porque facilmente percebeu que  $8+4+0=12$ , identificando o resultado apenas desta soma mediante traços para melhor estruturar o seu pensamento usando um esquema em árvore. No entanto ao somar as dezenas, soma  $3+0$ , percebendo que não se trata de 3, mas sim de 30 pois o que ele está a somar são as dezenas. Não obstante, o aluno revelou algumas dificuldades na explicação oral da sua estratégia, não sendo suficientemente claro para a percepção do restante grupo.

**Figura 4- Resolução da Tarefa 2 (Miguel)**

O Miguel ao somar as unidades, as dezenas e as centenas, contrariamente ao que eu esperava não fez a representação  $30+12+100=142$ , limitando-se a fazer um cálculo mental. Desta forma possibilita-me afirmar que o aluno tem um cálculo mental muito desenvolvido que lhe permite resolver o problema.

Quando questionei a possibilidade da existência de mais alguma estratégia diferente a Carolina foi ao quadro e explicou a forma como resolveu o problema:


$$38+4=42$$
$$100+38+4=142$$

**Figura 5 - Resolução da Tarefa 2 (Carolina)**

A Carolina revelou destreza com os números, utilizando estratégias de cálculo mental para facilitar o processo de resolução. A mesma aluna não seguiu a ordem do exercício (tarefa 2), somando numa primeira fase os números mais “pequenos” e por último o “maior”. Esta aluna utilizou a representação em grupos facilitadores para a contagem. Desta forma, somou  $38+4=42$  e por fim somou o  $42+100$ , chegando, deste modo, à resolução do problema (fig.5). Posso concluir que a aluna tem noção que a soma goza do poder da comutação, como se poderá constatar no excerto seguinte:

*“Eu juntei 38 mais o 4 e deu 42 e depois juntei o 100 mais o 38 mais o 4 e deu 142”* (Carolina).

Na sequência da resolução do mesmo exercício, questionou-se o Gonçalo, a fim de perceber qual o raciocínio utilizado por ele, no resultado a que chegou, quando fez  $38+4=42$ , ao que o aluno explicou:

*“Porque eu pensei logo que este 8 corta-se o 4, punha  $38+2$  que era 40, mas ainda me sobrava 2 e depois juntei que dá 42 e estão aqui os 100 que dá 142.”*

O aluno em questão, mostrou em diversas situações, grande destreza de cálculo, seguindo estratégias e raciocínios flexíveis e eficazes, permitindo-lhe chegar facilmente ao resultado. Para além disso, demonstrou ter adquirido o conceito de número, como representante de uma quantidade, evidenciando-se o seu domínio mental com os números.

Neste sentido, deve reter-se que, este raciocínio não foi de imediato compreendido pelos restantes alunos, o que permitiu verificar também a existência de algumas dificuldades na comunicação por parte do aluno, quando confrontado com a tarefa de explicar o exercício aos colegas.

Posteriormente, quando se questionou o Jorge, sobre qual a estratégia que utilizou, surgiu o seguinte diálogo:

**Jorge:** “(...)100 + 30 Pintainhos, depois somei logo 8 com os 2 e deu logo 10. Depois pus o outro 2 que me sobrava e deu-me 142 (...)”

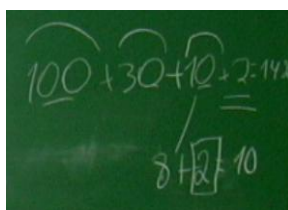
**Investigadora:** “ - Esta estratégia facilita o cálculo?”

**Jorge:** “ (...) Sim. Porque é 100+30+ 10 e não tenho de estar sempre a dividir e se tiver uma unidade numa conta é melhor (...)”

**Investigadora:** “Porque é que achas mais fácil ter 10?”

**Jorge:** “(...) porque os zeros facilitam as contas (...) sim, pois se só tivermos uma unidade para somar é fácil, porque zero não é nada(...)”.

Podemos desta forma verificar a representação utilizada pelo Jorge através da figura 6:


$$100 + 30 + 10 = 140$$
$$8 + 2 = 10$$
$$140 + 2 = 142$$

**Figura 6 - Resolução da Tarefa 2 (Jorge)**

Tendo por base a resposta do aluno, pude constatar que se trata de um aluno que detém grande domínio no conhecimento do sistema decimal, utilizando este raciocínio como facilitador do cálculo mental (fig.6). O Jorge revela cálculo flexível, destreza com os números e compreensão do sistema decimal, utilizando-o como referência, nomeadamente quando pensa nas quantidades em dezenas. O aluno compreendeu facilmente que poderia facilitar o cálculo ao transformar o 8 em 10 através da retirada de 2 unidades do número 4.

Na resolução da tarefa nº3, a primeira estratégia foi apresentada pelo Filipe, que ao analisar o problema organizou o seu pensamento da seguinte forma:

“ (...) peguei no 78 a idade que o avô depois de 8 tirei 5 ficaram 3. De 7 tirei um e 6 (...) 78 menos 15. Porque as unidades têm de ficar debaixo das unidades e as dezenas. E vou tirar 5 e dá 3 (...) e 7 menos 1 igual a 6 (...).”

O Filipe percebeu que, desta forma, teria de retirar do número maior (78) o número menor (15), encontrando a diferença entre os dois números, o que lhe permitiu encontrar rapidamente a diferença de idades entre as idades do avô e da Marta (fig.7 e 8). Para obter esse resultado o Filipe recorreu a duas estratégias diferentes, embora muito semelhantes, à exceção da forma como é apresentada – horizontal e verticalmente. As estratégias inserem-se na categoria simbólica e na subcategoria de algarismo e números, tal como se pode verificar nas imagens seguintes:

$$78 - 15 = 63$$

**Figura 7- Resolução da Tarefa 3 (Filipe)**

$$\begin{array}{r} 78 \\ -15 \\ \hline 63 \end{array} \quad (3)$$

$$7 - 1 = 6$$

**Figura 8 - Resolução da Tarefa 3 (Filipe)**

Depois das diferentes estratégias apresentadas, um dos alunos, quis certificar-se se o resultado estava correto, apresentando o seguinte cálculo mostrado na figura 9:

$$78 - 63 = \underline{\underline{15}}$$

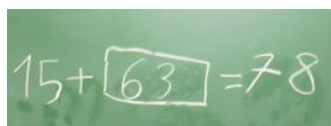
**Figura 9 - Resolução da Tarefa 3 (Jorge)**

O Jorge revelou ter propensão para revisão dos dados, constatando se o resultado obtido estava correto. Como é possível apurar, através da figura 10, aplicou o resultado obtido através da subtração anterior (fig. 8 e 9). Este aluno fez a diferença dos anos do avô (78) com o resultado obtido (63) com o objetivo de apurar se o resultado era igual aos anos da Marta. Desta forma teria certeza que a estratégia realizada anteriormente havia sido eficaz, como se pode observar, pelo seguinte excerto:

*“Ele está a ver se a conta esta certa, o resultado tem de ser 15(...)”(Jorge).*

Por sua vez, ao verificar que o Jorge conseguiu averiguar que a conta estava certa, o Miguel também quis apresentar uma estratégia de revisão do resultado obtido. O aluno optou então pela seguinte estratégia (fig.10), explicando:

*“15 mais alguma coisa vai dar os anos do avô, depois fiz 8 menos 5 deu me 3 e 7 menos 1 deu-me 6. 8 menos o 5 deu 3 e o 7 menos 1 deu 6.”*


$$15 + [63] = 78$$

**Figura 10 - Resolução da Tarefa 3 (Miguel)**

Com a realização desta tarefa, pôde constatar-se que o aluno reconhecia a subtração como operação inversa da adição. No entanto, o Miguel, contrariamente ao que esperava apenas fez o cálculo mentalmente, sem utilizar uma representação escrita como forma de organizar o pensamento.

Desta forma, foi possível averiguar que grande parte dos alunos domina a representação simbólica, utilizando-a muito frequentemente na organização e sistematização do seu raciocínio. Estes formalizaram a interpretação e os raciocínios efetuados através de símbolos matemáticos formais. Tal fator, está fortemente ligado à cultura de sala de aula, pois foi evidente que a professora titular da turma, estimulava frequentemente a expressão de percepções subjetivas acerca dos símbolos, garantindo e respeitando as ideias parcialmente desenvolvidas.

No seguimento de tais constatações, é de assinalar que os alunos revelavam um bom raciocínio lógico-dedutivo e um cálculo mental rápido. Patentearam capacidade de conceberem diferentes estratégias/ representações que lhe possibilitavam resolver as diferentes situações com que se deparavam. No decorrer da resolução das tarefas, os mesmos sempre revelaram entusiasmo e empenho na sua resolução, em todas as representações manifestaram capacidade de seleccionar uma possível representação simbólica, assim como, manipular e interpretá-las. Neste sentido, foi claro perceber que os alunos se encontravam consciencializados dos significados dos símbolos durante todo a atividade, tal como conhecedores dos papéis distintos que estes desempenham de acordo com o contexto onde se inserem.

### 9.1.2. Estratégia icónicas

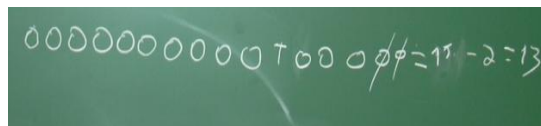
Tal como já havia referido, por representações icónicas entende-se a organização visual ou outra organização sensorial e do recurso a imagens de resumo (Bruner,1999).

O Gonçalo apresentou a sua representação no quadro (uma outra estratégia possível para a resolução da tarefa). No entanto, este aluno apenas a utilizou como forma de demonstrar mais uma estratégia possível, não sendo sua prática utilizar este tipo de representação (icónica) na resolução de problemas, pois a professora da sala, sempre os estimulou, desde certa altura, à não utilização deste tipo de estratégia. A representação insere-se na categoria icónica na subcategoria de símbolos não convencionais incluindo-se também na representação simbólica na subcategoria algarismos e números.

No caso do Gonçalo, este revelou grande capacidade na compreensão matemática, pois, fez uma reflexão do problema, utilizando termos como a dezena e a unidade, tal como é possível verificar:

*“Vou fazer as bolinhas e depois conto os 15 e tirava 2. (...) Uma dezena de livros e depois fiz as 5 unidades que lhe deram nos anos, aqui deu-me 15 e depois tirei dois que foi os que ele deu à biblioteca e ficou com 13. (...) é preciso cortar as bolinhas”*(Gonçalo).

Ao fazer a representação icónica o Gonçalo colocou sinais de operação mantendo todos os símbolos não convencionais. Ao ser questionado sobre o número de livros com que o Zé tinha ficado, apercebeu-se que “ (...) é preciso cortar as bolinhas” para melhor se perceber que aqueles dois símbolos (livros) foram excluídos, tal como se pode observar na figura 11:



**Figura 11 - Resolução da Tarefa 1 (Gonçalo)**

O Jorge por fim pôde concluir que:

*“Tirar de 15, 13 para verificar se dá 2. Dos 15 depois vou tirar 13 para ver se está bem, para ver se vai dar o 2 que ele foi dar à biblioteca (...) Para verificar se dava dois, se não desse dois estava mal”* (Jorge).

O mesmo aluno adotou uma resolução inversa optando pelo raciocínio, não recorrendo a representações gráficas, constatando que a conta estava correta.

O Gonçalo, embora achasse uma estratégia muito morosa, quis apresentar uma outra forma de resolver a tarefa: *“Agora estou a fazer 78 riscos e vou tirar 63”*



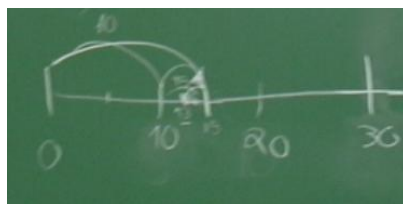
**Figura 12 - Resolução da Tarefa 3 (Gonçalo)**

A estratégia insere-se em duas categorias - icónica e simbólica. Na categoria icónica enquadra-se a subcategoria de símbolos não convencionais, pois este representou os anos com traços. Na categoria simbólica enquadra-se a subcategoria algarismo e números. O aluno recorreu a uma representação de símbolos e à organização visual. Por meio de traços, o aluno colocou os anos do avô (78) e ao circundar alguns traços (anos) deixou de “fora” os anos da Marta (15), tal como podemos constatar na fig.12.

De seguida, a Ana explicou o seu raciocínio, utilizando a reta numérica (fig.13). Esta aluna demonstrou, numa primeira fase, dificuldade na sua elaboração, verificando-se fragilidade na orientação espacial. A aluna recorreu ao meu auxílio para definir qual seria a melhor forma de divisão da reta numérica.

A estratégia apresentada pode considerar-se uma apresentação da categoria icónica na subcategoria representações pictóricas, utilizando em simultâneo a representação simbólica na subcategoria algarismos e números, tal como é evidente no seguinte excerto:

*“Eu meti aqui o 10 e mais 5 e depois tirei 2 que deu 13”* (Ana).



**Figura 13 - Resolução da Tarefa 1 (Ana)**

Fazendo referência às representações descritas anteriormente pude constatar que estas, não se podem apenas considerar unicamente icónicas, existindo sempre uma componente simbólica. Os alunos basearam-se em imagens mentais e em percepções, sob forma de esquemas estáveis para a resolução das tarefas de forma eficaz. A professora da sala, como já havia referido anteriormente, pretendia que os alunos se distanciassem da representação icónica. Julgo que esta deliberação se deve ao facto de: *“um dos receios (...) relativamente às representações icónicas é o facto de que nem todas as tarefas podem ser resolvidas desse modo, podendo levar os alunos a ficar perdidos e desmotivados.(...) os alunos devem recorrer às representações informais quando não conseguem resolver os problemas de outro modo, mas consideram que têm as suas limitações, não sendo por vezes eficazes para a resolução dos problemas.”* (Pontes e Velez, S/d). Na verdade, julgo que, os alunos empregam preferencialmente representações simbólicas principalmente devido ao facto da professora valorizar sobretudo representações mais formais, de natureza simbólica.

No que diz respeito à utilização da reta numérica, embora esta seja bastante trabalhada na sala de aula, e por consequência ser uma estratégia que se procura que os alunos utilizem frequentemente, estes não se sentem motivados para a sua utilização. Esta estratégia foi apenas utilizada por uma das alunas como forma de mostrar um raciocínio diferente. No entanto, esta aluna revelou dificuldades na sua organização, principalmente nos espaços que dividiam a reta. Ora, o facto dos alunos não perceberem como se opera eficazmente com a reta, faz com que estes se desinteressem da sua utilização.

## Conclusão

A realização de uma pesquisa surge, normalmente, de inquietações e questionamentos por parte do investigador, o caso concreto desta pesquisa, não foi exceção. No decorrer do processo de estágio, através do contato diário com uma turma de 2.º ano, um dos assuntos de pesquisa que me suscitou mais interesse, versava sobre as representações utilizadas ao nível da resolução de problemas numéricos, encarando o tema como um contributo muito enriquecedor no meu percurso profissional, enquanto futura professora de 1º Ciclo do Ensino Básico, bem como, ao nível pessoal, com o reavivar de conhecimentos que carecem de alguma reflexão.

Neste contexto, ao longo deste percurso, pude contactar que era notória a utilização das diferentes representações na sala de aula. Devendo reter-se que as representações simbólicas e icónicas eram mais adotadas, quando comparadas com as representações ativas.

Ao longo desta pesquisa, e tendo presente qual o meu fio condutor de interesse, apercebi-me que os alunos utilizam preferencialmente as representações simbólicas, ou seja, representações que constituem uma forma mais elaborada de representação da realidade por palavras ou linguagem. Desta forma, os alunos recorreram somente à representação icónica (recurso à organização visual, no uso de imagens concisas e na organização de perceções) como meio de demonstrar a existência de outras formas de representação/ resolução de um dado problema. Ao analisar as representações icónicas comprovei que estas não são puramente icónicas verificando-se sempre uma componente simbólica, por meio da utilização de números ou símbolos matemáticos formais. No que respeita às representações ativas (ações e uso de materiais manipulativos) pude também constatar que os alunos não sentiram necessidade de recorrer a objetos como meio de resolução dos problemas, mesmo dispondo de alguns materiais matemáticos.

De salientar, ainda, que os alunos da turma onde se inseriu o estudo, na sua grande maioria, são possuidores de bom raciocínio lógico-dedutivo e um cálculo mental rápido tendo sido reveladas dificuldades na resolução das tarefas.

Perante o que me foi dado observar, posso afirmar que, o presente estudo por mim desenvolvido, revelou ser uma mais-valia para o meu futuro profissional na

medida em que me proporcionou uma visão mais abrangente das representações que os alunos utilizam na estruturação do seu pensamento. Facto que se traduziu num maior enriquecimento profissional, pois o contacto com uma turma permite-nos, enquanto aprendizes e futuros profissionais, perceber que o conhecimento deve ser promovido, tendo em conta as capacidades e raciocínios dos alunos.

Por outro lado, deverá ser sublinhado o contributo da professora responsável pela turma, que ao longo deste percurso foi incansável, no apoio incondicional, no auxílio à planificação dos conteúdos programáticos das atividades realizadas em sala de aula. De realçar ainda, uma prática rotineira, adotada pela mesma com muita frequência, que dizia respeito à resolução de problemas matemáticos, na qual a docente, estimulava e desenvolvia competências matemáticas. A meu ver, esta é uma prática que merece ser valorizada, porque de facto, possibilitou uma maior coerência em todo o processo de estudo, constituindo-se também ela como um motor importante de aquisição de conhecimento, enquanto investigadora e claro está, atendendo ao meu enfoque de estudo.

## Bibliografia

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L. & OLIVEIRA, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação. Lisboa: Departamento da Educação Básica.

BOAVIDA, A.; PAIVA, A., CEBOLA, G., VALENTE, I. & PIMENTEL, T., (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico- Programa de Formação Continua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico*. Editorial do Ministério da Educação.

BOGDAN, R. & B, S.K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.

BORRALHO, A. (1990). *Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de matemática: proposta de intervenção* (Tese Mestrado). Lisboa: Associação de Professores de Matemática

BRUNER, J. (1999). *Para uma Teoria da Educação*. Lisboa: Relógio D'Água.

BRUNER, J. (2000). *A Cultura da Educação*. Lisboa: Edições 70.

DIENES, ZP (1967). *A Matemática Moderna no Ensino*. Paris: Opyright- OCDL.

FAUOL, M.; TOOM, A.; BIVAR, A.; SANTOS, C. & AIRES, L. *Fazer Contas Ajuda a Pensar?* Porto: Porto Editora.

FURINI, A.; ARANTES, E. (1998). *Programação da TV Escola PCN na Escola - Matemática 1*. Secretaria de Educação a Distância/MEC.

GONÇALVES, J.; SANTOS, M. (2010). O Carpinteiro: Problema com várias soluções, desenvolvido num contexto de Aprendizagem Cooperativa. *Educação e Matemática*, 106, 27-33.

HIEBERT, J.(1988). A theory of developing competence with written mathematical symbols. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 333-355.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico-Competências Essenciais*. Lisboa: DEB.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (2006). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1º Ciclo*. 5ª Edição. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

PONTE, J. P.; SERRAZINHA, L.; GUIMARÃES, H. M.; BREDAS, A.; GUIMARÃES, F.; MENEZES, L.; MARTINS, M. & OLIVEIRA, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação, 1ª Ed.

PONTES, J.; VELEZ, I. (s/d) *As representações matemáticas nas concepções dos professores do 1.º ciclo do ensino básico: um estudo exploratório*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

RAMALHO, G. (1994). *As nossas crianças e a Matemática*. Lisboa: DEPGEF.

SANCHES, I. (2005). Compreender, Agir, Mudar, Incluir. Da investigação-acção à educação inclusiva. *Revista Lusófona de Educação*, 5, 127-142.

## **Apêndice**

## **Apêndice I**

**Problemas propostos aos alunos no âmbito da investigação**

**Matemática**

## Problemas numéricos

### Resolve:

O Zé tinha 10 livros. No dia dos anos deram-lhe 5 livros. O Zé resolveu então dar 2 livros que já tinha lido, à biblioteca da sua escola.

Quantos livros tem agora o Zé?



Resposta: \_\_\_\_\_

A Inês foi ao aviário e viu uma centena de galinhas, 38 pintainhos e 4 galos.

Quantas aves viu no aviário?



Resposta: \_\_\_\_\_

A Marta tem 15 anos e o avô tem 78.

Qual é a diferença de idades entre os dois?

Resposta: \_\_\_\_\_

## **Apêndice II**

**Planificação Diária: 13 de dezembro de 2011**

<b>Agrupamento de Escolas nº2 de Beja</b> <b>Centro escolar S. João Batista</b>	
<b>Prof. Orientador:</b> Rosa Delgado/ Viviane Soares <b>Prof. Cooperante:</b> Maria Teresa Almeida <b>Director de Curso:</b> Dr. José Espírito Santo <b>Estagiária Responsável:</b> Marília Cenrada	<b>Escolaridade:</b> 2ºano <b>Horário:</b> Normal <b>N.º de Alunos:</b> 25
<b>Beja, 13 de dezembro de 2011 - Terça-feira</b>	

Áreas de conteúdo	Competências	Objetivos Gerais	Objetivos Específicos	Conteúdos	Estratégias /Atividades	Recursos	Tempo	Avaliação
Matemática	Adotar metodologias personalizadas de trabalho e de aprendizagem adequadas a objetivos visados.	Resolver problemas em contextos matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando resultados;	Identificar a informação relevante para a resolução de um dado problema.	<b>Operações com números naturais</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adição</li> <li>• Subtração</li> </ul> <b>Resolução de problemas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema;</li> <li>• Conceção, aplicação e justificação de estratégias.</li> </ul>	Resolver operações de adição e subtração utilizando a reta numérica. A estagiária redige algumas contas de mais e de menos no quando. Seguidamente, os alunos irão resolver com recurso à reta numérica. Para tal, serão facultadas algumas retas (de 5 em 5; 10 em 10; 50 em 50) numa folha A4, protegida por uma mica, para fácil utilização.  Posteriormente será pedido às crianças a resolução de problemas números.  <b>Problemas:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) O Zé tinha 10 livros. No dia dos anos deram-lhe 5 livros. O Zé resolveu então dar 2 livros que já tinha lido, à biblioteca da sua escola. Quantos livros tem agora o Zé?</li> <li>2) A Inês foi ao aviário e viu uma centena de galinhas, 38 pintainhos e 4 galos. Quantas aves viu no aviário?</li> <li>3) A Marta tem 15 anos e o avô tem 78.</li> </ol>	Ficha de trabalho;  Lápis.	25 min  30 min	Aferir se os alunos identificam a informação relevante para a resolução de um dado problema.

					Qual é a diferença de idades entre os dois? Os problemas serão corrigidos pelos alunos no quadro, expressando o raciocínio utilizado e as diferentes formas de solucionar o problema.			
Recreio								
Expressão Dramática	Relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal promotora da saúde e da qualidade de vida.	Explorar a dimensão verbal em improvisações.	Participar na elaboração oral de uma história.	<b>Jogos dramáticos:</b> Linguagem verbal; Linguagem gestual.	<p><b>1ª Parte:</b></p> <p>Será colocada a música ao mesmo tempo que as crianças se deslocam aleatoriamente pela sala. Quando a música parar, as crianças vão deitar-se no chão e, quando recomeçar, vão levantar-se muito rapidamente.</p> <p><b>2ª Parte:</b></p> <p>Pedir às crianças que se organizem em pequenos grupos, onde cada um terá um papel representando uma figura do Natal.</p> <p>Ex: Pai Natal, Mãe Natal, Renas, menino a receber a prenda, duende...</p> <p>Depois de um “pequeno ensaio” as crianças vão representar para a turma as suas peças.</p> <p><b>3ª Parte:</b></p> <p>Pedir às crianças que, a pares, façam uma pequena massagem aos colegas.</p>	Computador Colunas CD com música relaxante	30 min	Averiguar se a criança participará ativamente na elaboração oral de uma história.
Almoço								

Língua Portuguesa	Usar corretamente a língua portuguesa para comunicar de forma adequada e para estruturar o pensamento próprio.	Desenvolver competências de Escrita e de Leitura.	Desenvolver o gosto pela escrita.	<b>Comunicação escrita:</b>  Escrita expressiva e lúdica	As crianças individualmente irão organizar um texto desordenado: “O Leão e o Rato” de Esopo.  Depois de organizado o texto este será copiado para o caderno diário.	Caderno diário;  Folhas A4 com a história.	20 min  30 min	Através de observação direta:  Averiguar se as crianças desenvolver o gosto pela escrita.
Recreio								
Oficinal de Língua Portuguesa	Usar corretamente a língua portuguesa para comunicar de forma adequada e para estruturar o pensamento próprio.	Desenvolver competências de Escrita e de Leitura.	Desenvolver o gosto pela leitura.	<b>Comunicação oral:</b>  Interação verbal	No âmbito das tecnologias e introdução à comunicação será pedido às crianças que copiem o texto para o computador: “Magalhães”.		30 min	

## **Apêndice III**

### **Entrevista realizada à professora da sala**

## Escola Superior de Educação de Beja

### Mestrado em Ensino na Especialidade de Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

**Tema:** Entrevista à professora da turma 2º A – Maria Teresa Tavares Almeida

**Objetivos Gerais:** Obter informações, da professora, sobre a motivação da turma perante a resolução de problemas matemáticos.

Blocos	Objetivos específicos	Tópicos	Formulário de Perguntas
<b>Bloco 1</b>  Legitimação da entrevista e motivação do entrevistado	Legitimar a entrevista.  Motivar o entrevistado.		Informar o entrevistado sobre a temática e objetivo do trabalho de investigação.  Sublinhar a importância da participação do entrevistado para a realização do trabalho.  Desenvolver um clima de confiança e empatia.  Assegurar a confidencialidade e o anonimato das informações prestadas.  Informar que posteriormente poderá ver a transcrição da entrevista.

<p><b>Bloco 2</b> Informações sobre a motivação dos alunos na resolução de problemas.</p>	<p>Averiguar a opinião da professora, quanto à motivação dos alunos.</p>	<p>Motivação dos alunos.</p>	<p>1 – Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?</p>
<p><b>Bloco 3</b> Informações sobre as dificuldades dos alunos na resolução de problemas.</p>	<p>Averiguar a opinião da professora sobre as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas.</p>	<p>Dificuldades dos alunos</p>	<p>2 – No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?</p> <p>3- A turma demonstra dificuldades na interpretação, dos enunciados dos problemas?</p>
<p><b>Bloco 4</b> Informações sobre as atividades respeitantes à resolução de problemas.</p>	<p>Conhecer as atividades/aprendizagens realizadas em sala.</p>	<p>Atividades realizadas.</p>	<p>4 – Trabalha frequentemente a resolução de problemas que envolvam a adição?</p>
<p><b>Bloco 5</b> Informações sobre as estratégias respeitantes à resolução de problemas.</p>	<p>Averiguar quais as estratégias utilizadas pelos alunos.</p>	<p>Estratégias utilizadas pelos alunos.</p>	<p>5 – A turma utiliza diferentes estratégias para a resolução de problemas numéricos?</p>

## Respostas da professora da turma 2º A – Maria Teresa Tavares Almeida

- 1) Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?

*“Os alunos são interessados e participativos em todas as áreas. Também no que respeita a área da matemática se verifica um bom nível de motivação”.*

- 2) No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?

*“No geral não revelam grandes dificuldades”.*

- 3) A turma demonstra dificuldades na interpretação, dos enunciados dos problemas?

*“Sim, tenho exercitado a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas. Tenho observado que no que respeita ao recurso à reta numérica, por exemplo, esta tem-se revelado uma estratégia difícil de entender pelas crianças que têm um raciocínio mental menos desenvolvido, principalmente no que respeita à subtração”.*

- 4) Trabalha frequentemente a resolução de problemas que envolvam a adição?

*“Poucos são os alunos que percebem logo o que se pretende quando são confrontados com os enunciados escritos. Considero que existe um desfasamento entre as competências na leitura e escrita que se pretende que já estejam consolidadas quando se confrontem os alunos com enunciados em matemática que exigem mais que uma operação para serem resolvidos. Ou seja, na faixa etária em que os alunos estão, em que o domínio de leitura e da escrita ainda se está a processar, na nova abordagem da matemática e imperioso que já estejam adquiridos esses conhecimentos. Tudo isso tem resultado numa quebra de autonomia na resolução de problemas já que a dependência do auxílio do docente é uma constante. Por outro lado, numa abordagem da matemática com o recurso à oralidade, os desafios colocados, levam a um aumento da necessidade de comunicação matemática já que a explicitação dos processos, das estratégias e das operações a utilizar implicam uma discussão entre*

*docente e alunos e entre os próprios alunos favorecendo o gosto pela descoberta e pela abertura e flexibilidade nos processos cognitivos a utilizar. “O caminho faz-se caminhando” aplica-se bem nesta nova matemática mas tenho constatado que a complexidade do sistema avaliativo tem acarretado bastante ansiedade tanto nos docentes como nos pais e encarregados de educação”.*

**5) A turma utiliza diferentes estratégias para a resolução de problemas numéricos?**

*“Todas as semanas são trabalhados problemas que recorrem para a sua resolução, tanto à operação da adição como da subtração. A multiplicação também já vai sendo utilizada”.*