Trabalhar os números racionais numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número

Joana Brocardo

O Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (Ponte *et al.*, 2007) perspectiva uma abordagem do tema Números e Operações com significativas diferenças em relação ao que estava previsto no programa anterior. Assume-se o desenvolvimento de sentido do número como o *pano de fundo* que contextualiza e orienta o trabalho com os números e das operações e altera-se a perspectiva e o ano de escolaridade em que determinados tópicos são introduzidos.

A introdução e trabalho em torno dos racionais não negativos é uma das alterações significativas assumidas pelo PMEB, e é este aspecto que abordo neste artigo. Começo por explicitar as alterações introduzidas e por avançar argumentos que as justificam. De seguida, discuto um conjunto de ideias que considero basilares para trabalhar os números racionais numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número.

Os números racionais não negativos: o que se altera e porquê

Perceber a evolução e a mudança do currículo de Matemática é fundamental para interiorizar o que se passa a valorizar e porquê. No PMEB, no caso do tema Números e Operações, destacam-se duas alterações significativas embora com ‹fôlego› bastante diferente: a um nível mais pontual, identifica-se a introdução, desde o 1.º ciclo, das várias representações dos números racionais e, a um nível de fundo, identifica-se a ideia de subordinar o trabalho em torno dos números racionais a uma perspectiva de desenvolvimento de sentido de número. O que poderá justificar estas alterações? Será que se trata de uma evolução pouco significativa ou, pelo contrário, ela encerra uma visão diferente sobre os números e as operações que importa reter e aprofundar?

Números decimais[1] versus fracções[2]

Nos programas de Matemática anteriores ao de 2007, embora surgissem algumas referências à importância do cálculo não algorítmico, a verdade é que todo o 1.º ciclo era perspectivado considerando a introdução rápida dos algoritmos tradicionais das operações aritméticas e o seu uso repetido na resolução de exercícios e problemas. Sendo o foco dominante o cálculo algorítmico, era expectável que para além dos números naturais, só se incluissem os números representados na forma decimal, uma vez que quando se introduzem estes números se generaliza a estrutura decimal do sistema de numeração e se usam as mesmas regras de cálculo. Além disso, com os decimais percorre-se um caminho semelhante (paralelo até) ao dos naturais, em direcção ao algoritmo de cada uma das operações aritméticas, a partir das regras já definidas para estes números.

Numa perspectiva didáctica em que rapidamente se começava a trabalhar com base nas ‹unidades›, ‹dezenas› ou ‹centenas›, era relativamente fácil fazer a transição para as ‹décimas›, ‹centésimas› ou ‹milésimas›. Para os alunos que aprendiam a ter de representar os números e os cálculos usando uma ‹grelha tipo CDU›, a introdução dos decimais era mais uma oportunidade de continuar a usar o mesmo tipo de representação.

C	D	U
4	5	1

U	d	c
7,	4	3

Os algoritmos usados para adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números decimais são os mesmos que os usados para os números naturais. Numa perspectiva de grande valorização dos algoritmos tradicionais, importava ‹insistir› no seu uso, alterando o conjunto numérico mas persistindo no mesmo tipo de estrutura numérica.

7	2	3	3	1
1	0	3	2	3
	1	0		

7,	2	3	3,	1
1	0	3	2,	3
0,	1	0		

No programa actual, o foco do trabalho em torno dos Números e Operações não é o cálculo algorítmico. Por isso, os números racionais na sua representação fraccionária *podem* ser introduzidos antes dos decimais[3]. Embora prevendo, como é natural, uma abordagem «intuitiva a partir de situações de partilha e de divisão da unidade em partes iguais, recorrendo a modelos e à representação em forma de fracção nos casos mais simples» (Ponte *et al.*, 2007, p. 15), considera-se que se deve trabalhar com estes números que, do ponto de vista histórico, surgiram muito antes dos decimais, atribuindo-lhes sentido a partir de contextos significativos.

Perspectivar o desenvolvimento de sentido de número

Uma das características que destaco como muito positiva no PMEB é o facto de nele se considerar que o trabalho em torno do tema Números e Operações deve ser perspectivado em termos de desenvolvimento do sentido de número. Do meu ponto de vista, importa perceber bem o significado desta diferença basilar relativamente a programas anteriores e analisar algumas das suas consequências a partir de um olhar sobre três aspectos que dizem respeito aos racionais.

Um primeiro, diz respeito à valorização do cálculo, considerando os seus diferentes tipos e não apenas o algorítmico. Contrariamente ao que muitos poderão pensar, trabalhar o sentido de número envolve ser exigente em termos de cálculo e na escolha do tipo que melhor se adequa ao cálculo a efectuar. Não podemos pensar, por exemplo, que ‹tudo vai bem› se os alunos:

- usarem o algoritmo para calcular 23,5 + 12,5 ou 6 : 15;
- não souberem calcular automaticamente 12 × 0,6 ou 1,25 × 100;
- recorrerem à calculadora para calcular 123,6 – 103,5 ou 0,75 × 24.

Um segundo aspecto diz respeito à valorização da construção do *sentido* que os números podem progressivamente ir assumindo para os alunos. Seja qual for o conjunto numérico de que falemos, as crianças começam por dar sentido ao que são e podem representar os números que pertencem a esse conjunto. Seja a propósito de números naturais, fraccionários ou decimais a aprendizagem decorre seguindo um processo de colocar e retirar rótulos (*labelled* e *unlabelled* no original, Galen *et al.*, 2009). Inicialmente, os números estão directamente ligados a objectos: 5 peças de Lego, três quartos de uma pizza, a mesa tem 1 metro e 5 centímetros de comprimento. Quando começa a lidar com os números naturais, uma criança pode saber que 5 peças de Lego mais 4 peças de Lego são 9 peças de Lego, mas não saber quanto é 5 + 4. Os números 5 e 4 são ainda rótulos que liga às peças de Lego. Só depois de passar por numerosas experiências em que lida com os números como rótulos de cubos, lápis, berlindes, etc., é que consegue começar a retirar os rótulos e a pensar em 5 e 4 sem estarem relacionados com objectos concretos, dando-lhes o *estatuto* de objectos em si mesmos. Nesta altura a criança vê 5 e 4 como números e sabe que 5 mais 4 é igual a 9. O mesmo se passa com os racionais. A criança sabe que três quartos de *pizza* mais um quarto de *pizza* é uma *pizza*. Só depois de muitas experiências usando fracções como rótulos é que começa a poder (e a ser vantajoso em termos da sua aprendizagem) retirá-los e a compreender que o rótulo não é importante para o sentido que atribue a ¾, a ¼ e aos cálculos associados. Nesta altura percebe, por exemplo, que ¾ + ¼ = 1 ou que 1 – ¼ = ¾.

Este processo de rotular e retirar rótulos evidencia que as crianças não conseguem compreender um trabalho numérico que passe, rapidamente, do exemplo para a definição e para a manipulação abstracta dos números e das operações entre eles. A figura 1 ilustra um tipo de proposta muito comum em alguns manuais: mesmo numa fase inicial em que não pode ser compreendido o que é um sistema de numeração de posição, ilustra-se a representação dos números num ábaco e propõem-se exercícios cujo resultado é sempre o número que se está a ‹dar›.

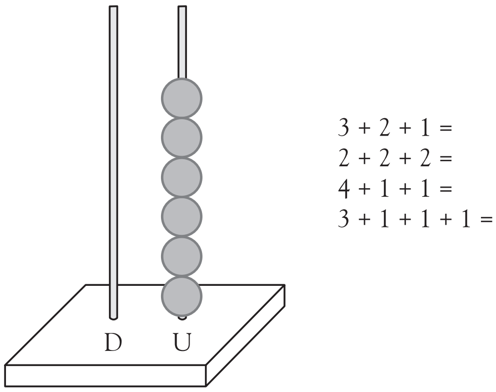

Figura 1. Representação de 6 no ábaco e exercícios cujo resultado é sempre 6

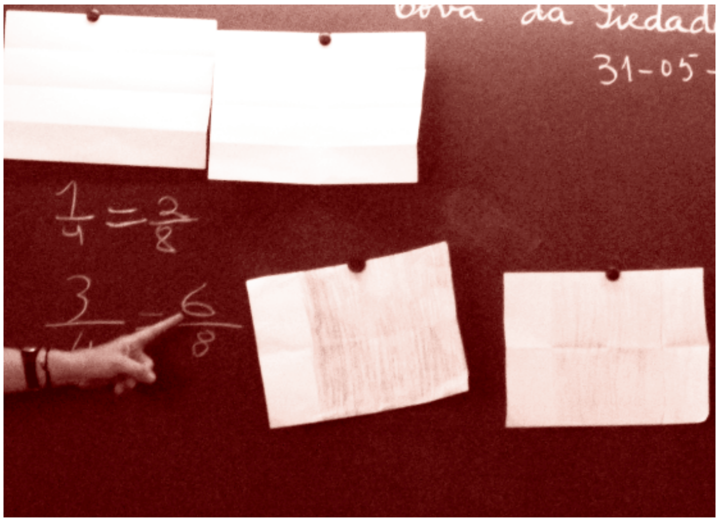

Figura 2. Eva e Raquel mostram que 1/2 = 2/4 e 3/4 = 6/8

Este processo também significa que a ordem de introdução dos vários conjuntos numéricos deve ser cuidadosamente pensada de acordo com a complexidade dos contextos que permitem rotular e a complexidade da representação que se introduz. Muitos contextos ligados à representação na forma de fracção — partilha equitativa de objectos e relação parte-todo a partir da divisão de uma unidade em partes iguais — são inicialmente mais acessíveis aos alunos do que os associados à representação decimal. Estes últimos envolvem o uso de unidades de medida padronizadas que são demasiado abstractas para poderem ser introduzidas logo no início do 1.º ciclo. A única excepção, em termos de contexto facilitador da introdução dos decimais, é o uso do dinheiro. No entanto, para além de implicar que as crianças estejam sempre a colocar rótulos no mesmo tipo de contexto, o dinheiro é um contexto pobre para essa rotulação uma vez que faz mais apelo ao uso de números naturais do que de números decimais.

Finalmente, um terceiro aspecto, diz respeito à atenção dada à construção de relações numéricas. Trabalhar de acordo com uma perspectiva de desenvolvimento de sentido do número implica incluir explicitamente a exploração de propriedades e relações numéricas ciclicamente revisitadas. Esta exploração intencional de propriedades e relações numéricas está muito relacionada com o planeamento cuidadoso de modos de trabalhar o cálculo mental, tanto com números inteiros, como com números racionais.

Por exemplo, saber usar o conceito de dobro de um número vai muito além de saber calcular o dobro de um número natural. Envolve conseguir mobilizar este conceito para calcular 2410 – 1205; 1– 0,5 ou metade de 50%. Também, conhecer as propriedades das operações vai muito além da sua enumeração e representação simbólica. Implica conseguir identificar situações em que elas facilitam o cálculo e ser capaz de as usar de forma flexível e produtiva. Por isso é que nenhum aluno deve usar uma calculadora para determinar 12 ×13 ou 12,5 × 24. Deverá ser quase imediato pensar que 12 × 13 é igual a 130 + 26, ou seja, 156. Para calcular 12,5 × 24 pode usar a propriedade associativa (no caso particular da relação dobro-metade) obtendo 25 × 12 = 50 × 6 = 100 × 3 = 300.

Três princípios para trabalhar os números racionais

Para além de compreender possíveis razões que fundamentam determinadas opções de carácter curricular, importa ao professor reflectir sobre os modos de as concretizar ao nível da sua prática. Nos pontos seguintes proponho três princípios que considero importantes para orientar a acção do professor no que se refere ao trabalho com os racionais.

Princípio 1. Usar contextos e modelos apropriados

O PMEB chama a atenção para a importância de usar diferentes contextos que permitam aprofundar a compreensão dos números racionais e as destrezas de cálculo. Fracções, decimais e percentagens são representações de números que só ganham sentido quando percebemos como são utilizadas em diferentes contextos.

Um contexto que tem bastantes potencialidades para trabalhar aspectos relacionados com as fracções é o de dobragens a partir de uma folha ou tira de papel[4]. Na figura 2 ilustra-se o modo como Eva e Raquel, duas alunas a iniciar o estudo das fracções, concluíram que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ tendo como base dobragens feitas em folhas de papel.

No quadro, para explicar como pensaram, Eva e Raquel colocam lado a lado duas folhas, afixadas no canto superior esquerdo do quadro (figura 2). A primeira está dobrada em quatro partes iguais e a segunda em 8. Registam e explicam que uma parte da folha dobrada em quatro é igual a duas partes da folha que está dobrada em 8, ou seja, $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

Para mostrar que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ recorrem a um processo idêntico, mas usam outra forma de dobrar a folha em 4 e 8 partes iguais: as duas folhas estão colocadas no canto inferior direi-

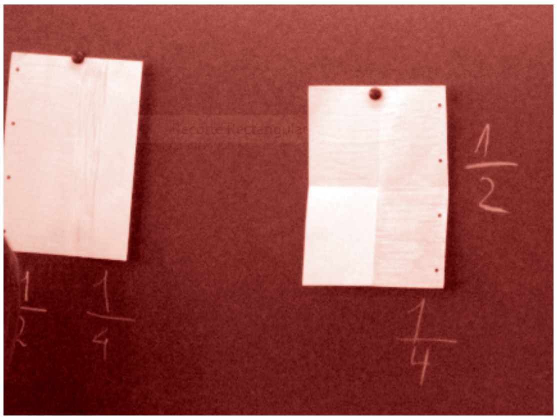

Figura 3. Eva e Raquel comparam <metades> e <quartos> de uma mesma folha de papel

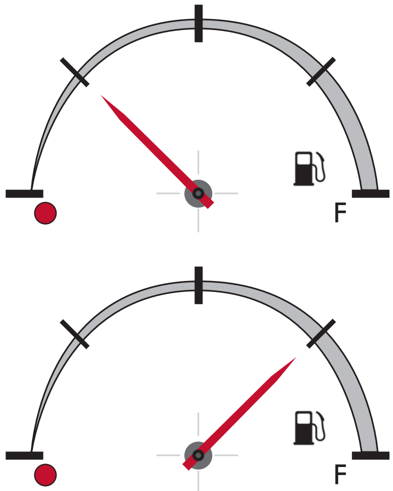

Figura 4. Mostrador do depósito de combustível de um automóvel

to da imagem e foram dobradas ao meio pelo lado maior, em cada dobragem (figura 2) e pintam de vermelho 3 das quatro partes e de preto 6 das oito partes iguais.

Este mesmo contexto permitiu também determinar e começar a comparar ‹metades› e ‹quartos› de uma mesma folha de papel. Como se mostra na figura 3, os alunos comparam formas diferentes de dobrar uma folha ao meio e em quatro partes iguais. Na primeira, dobram sempre a folha a partir do lado menor; na segunda dobram sempre a partir do lado que, em cada dobragem, fica maior.

Nas explicações que estas alunas e os seus colegas de turma iam dando, era visível que estavam, como é de esperar, numa fase de ‹colocar etiquetas›, relacionando as fracções com as partes de papel dobradas e pintadas. Percebiam que ½ é igual 2⁄4 a porque olhavam para as duas folhas, uma dobrada em 2 partes iguais e outra em 4, e ‹viam› que uma das tiras da primeira folha cobria o mesmo espaço que duas das tiras da segunda. O mesmo se passava na comparação das metades e quartos com as folhas dobradas de forma diferente.

O que torna este contexto um bom exemplo é (i) ter significado e ser entusiasmante para os alunos que gostam sempre de dobrar, pintar e cortar e (ii) permitir lidar a um nível informal com ideias que progressivamente vão sendo formalizadas.

Um outro contexto diferente mas com as mesmas potencialidades é o mostrador do depósito de gasolina de um automóvel (figura 4). Numa primeira fase, os alunos percebem como é que funciona o ponteiro e como é que ele pode indicar que o depósito está cheio ou tem um quarto de gasolina[5].

Mais tarde, já no 2.º ciclo, este mesmo contexto pode proporcionar explorações mais complexas que permitem relacionar diferentes representações dos números. Percebem, por exemplo, que ¾ de um depósito não representa sempre a mesma quantidade de combustível e que o ‹todo› é importante para saber o que representa uma das suas partes.

Este contexto é também apropriado para apoiar a construção de dois modelos — a barra rectangular e a recta dupla — que, neste caso, explicitam a relação de proporcionalidade entre ‹litros› e ‹fracções do depósito›. Na figura 5 ilustra-se a representação desta relação considerando que o depósito tem 40 litros de capacidade máxima.

Outros contextos, baseados na exploração de situações relacionadas com as imagens que surgem no ecrã do computador quando se imprimem ou gravam documentos, permitem também apoiar o uso da barra rectangular e da recta, associando percentagens a fracções (figura 6).

A estreita relação entre alguns contextos e modelos não é simples de perceber e nem sempre é interpretada correcta-

Figura 5. Representação de que num depósito com 40 litros restam 3/4 de combustível

Figura 6. Progresso de gravação de documento

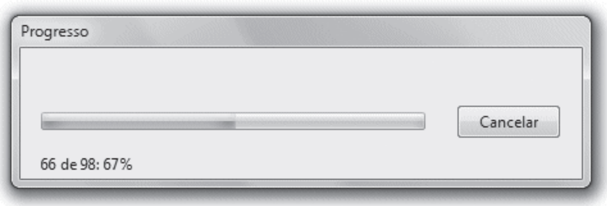

Figura 7. Relógio de ponteiros

Figura 8. Pizza repartida em partes iguais

mente. Pelo facto de se propor um contexto tendo em mente um certo modelo, isso não significa que os alunos o interpretem como se tinha previsto. No entanto, é bastante provável que esse contexto influencie de alguma forma o modo como modelam a situação.

Vejamos mais três tipos de exemplos de contextos e de modelos que lhes podem ser associados.

O relógio de ponteiros pode servir de contexto para várias tarefas (figura 7).

Este modelo permite relacionar os minutos com fracções da hora e facilitar a compreensão da adição e subtracção de fracções. Os alunos podem perceber que intervalos de 10 minutos são $\frac{1}{6}$ da hora, intervalos de 15 minutos são $\frac{1}{4}$ da hora, intervalos de 5 minutos são $\frac{1}{12}$ da hora, etc. Podem também pensar em $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ como sendo 20 mais 15 minutos. O total é 35 minutos ou seja, 7 intervalos de 5 minutos ou $\frac{7}{12}$ da hora.

Tarefas que exploram contextos de divisão de *pizzas* ou tartes (figura 8) apoiam a estruturação do modelo circular (figura 9).

Este modelo pode ser muito expressivo para representar partes da unidade e as relações entre essas partes, o que explica porque é que ele é muito usado para expressar, por exemplo, resultados de eleições.

Contextos tais como receitas de bolos, preços de diferentes quantidades do mesmo artigo ou percentagens de uma determinada quantia, podem facilitar o uso de tabelas de proporcionalidade (figura 10).

Existem também vários *applets*[6] que permitem trabalhar os números racionais, relacionando fracções, percentagens, números naturais e números decimais a partir da manipulação do modelo circular e da barra rectangular. Note-se, no entanto, que a sua exploração deve ser cuidadosamente planeada e pensada pois é fundamental que estes modelos façam sentido para os alunos, e isto só acontece depois de terem tido oportunidades, a partir da exploração de contextos significativos, de os irem descobrindo por si sós.

Figura 9. Representação de resultado obtido por duas listas

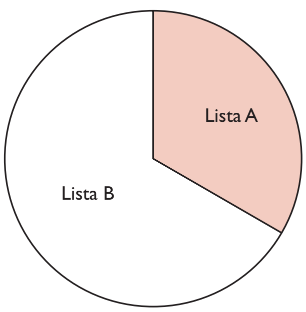

Figura 10. Tabelas de proporcionalidade

1 kg	100 g	25 g	125 g
20 euros			

100%	50%	25%	75%
532	266		

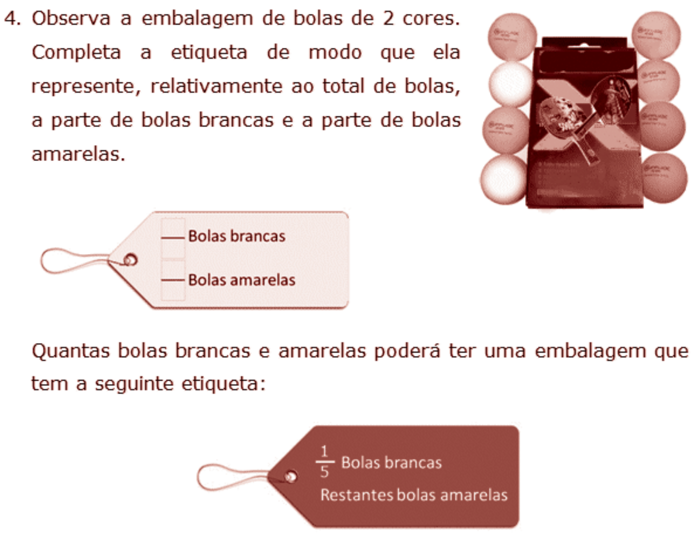

Figura 11. Tarefa sobre as embalagens com bolas de duas cores

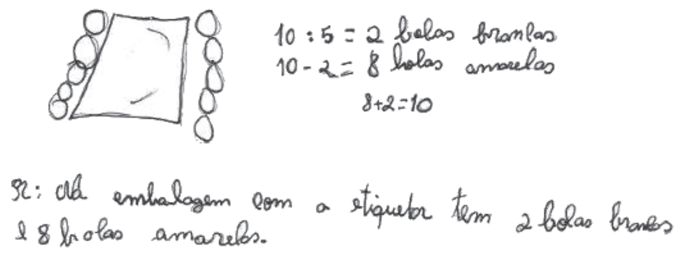

Figura 12. Resposta de Francisco e Gustavo

Princípio 2. Desenvolver gradualmente as «grandes» ideias subjacentes aos números racionais

No PMEB identifica-se a preocupação de ter em conta os sentidos das operações e os diferentes significados das fracções. Em relação a estas últimas, refere-se ser necessário trabalhar com fracções com significado de partilha, parte-todo, quociente, operador e medida.

Considero que esta indicação é importante para chamar a atenção de que se devem propor situações que abranjam, de acordo com uma evolução adequada, os vários sentidos e significados. Por exemplo, da mesma forma que não se podem propor contextos relacionados com a operação subtracção que envolvam apenas o sentido «retirar» e não incluam o sentido «completar», também não se podem apresentar situações com fracções que só envolvem o significado parte-todo, como tendia muitas vezes a acontecer. Esta indicação também é muito relevante porque se pretende que os alunos adquiram um conhecimento aprofundado e completo dos números e operações aritméticas. No entanto, não podem ser confundidas com tópicos a ensinar.

Quando pensamos nos números racionais e na sua aprendizagem, que ideias globais é fundamental destacar? O que poderão ser marcos importantes ao nível da evolução da sua aprendizagem numa perspectiva de desenvolvimento do sentido do número?

Fosnot e Dolk (2002) apresentam uma resposta bastante interessante e que pode ser produtiva ao nível de planear a aprendizagem dos números racionais. Estes autores identificam sete ‹grandes› ideias a desenvolver: relação parte-todo, equivalência *versus* congruência, relacionar a multiplicação e a divisão com as fracções, o todo importa, relações de relações, decimais e percentagens — representações equivalentes, e valor de posição.

A relação parte-todo está no centro da compreensão do que é uma fracção e envolve perceber que as partes são equivalentes entre si e também o são em relação ao todo. Explorar situações como a de dobrar uma tira de papel em partes iguais permite realçar, desde muito cedo, a divisão da unidade em partes iguais e a relação que a fracção pode representar.

A compreensão desta ideia pode ser aprofundada na exploração de questões idênticas à segunda questão da tarefa da embalagem com bolas de duas cores[7] (figura 11).

Neste caso estava em causa perceber que a fracção ⅕ representa uma relação que pode ter diferentes todos, sendo o 5 o mais rapidamente identificado. No entanto, tal como Francisco e Gustavo identificaram a possibilidade de o todo poder ser também 10 (figura 12), os alunos podem começar a perceber que o todo pode assumir outros valores.

Uma ideia igualmente muito importante é a de que as partes de um mesmo todo não precisam de ser congruentes. Ilustrei anteriormente como Eva e Raquel começaram a lidar com esta ideia ao comparar metades e quartos de folhas iguais, mas dobradas de forma diferente.

Relacionar as fracções com a multiplicação e a divisão é também uma ideia que deve ser desenvolvida. Os contextos de partilha equitativa, como o de repartir três pizzas por quatro pessoas, permitem trabalhar desde cedo esta ideia e integrar os sentidos de partilha e de medida. Três pizzas repartidas por quatro pessoas (divisão por partilha) origina três em quatro partes de uma pizza (divisão por medida). Também relacionam a divisão e a multiplicação ao verificarem, por exemplo, que três vezes um quarto de cada pizza é igual a três quartos de uma pizza.

Uma ideia que está constantemente presente ao comparar e operar com fracções é a de que as fracções represen-

Figura 13. Composição de um sumo de fruta

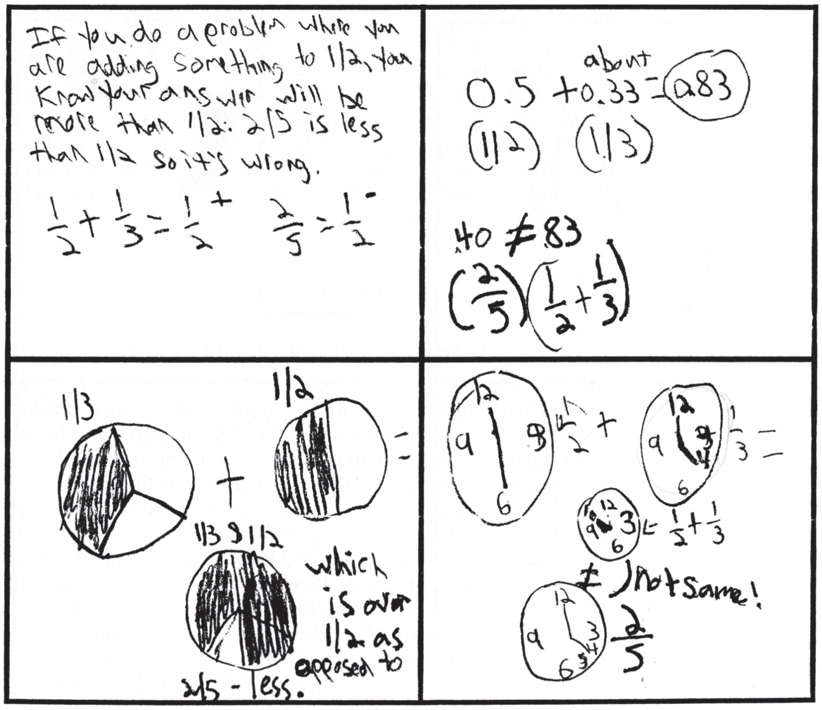

Figura 14. Justificações de que 1/2 + 1/3 ≠ 2/5 (Fosnot & Dolk, 2002, p. 138)

tam relações em que o todo importa. Vimos na tarefa com dobragens de uma folha de papel como Eva e Raquel usam esta ideia para comparar ‹metades› e ‹quartos› de uma mesma folha de papel. Embora de uma forma ainda informal, transformam as fracções iniciais em fracções equivalentes e que têm o mesmo todo.

Quando comparam, adicionam e subtraem fracções, os alunos devem referir-se a um mesmo todo. Quando multiplicam ou dividem devem ter em conta relações de relações, outra das grandes ideias identificadas por Fosnot e Dolk (2002). Para calcular ⅓ de ½ importa tomar um terço de um todo que é metade e indicar qual a relação que traduz o que foi feito, tendo em conta o todo um (e não a metade). Esta mudança de todo, embora não sendo fácil, pode ser trabalhada com significado a partir da exploração de problemas de partilha equitativa com sandes ou pizzas[8].

Fazendo a ponte entre fracções e decimais e percentagens, os números decimais podem ser representados numa fracção cujo denominador é uma potência de 10 e as percentagens representam relações relativamente a um todo igual a 100. Assim, é importante perceber que as «grandes» ideias relativas às fracções são igualmente válidas para os decimais e percentagens, aspecto também destacado por Fosnot e Dolk (2002). Para tal, é necessário proporcionar experiências em que estas diferentes formas de representação sejam relacionadas, como acontece ao analisar a composição de sumos (figura 13).

Em contrapartida, uma ideia importante para compreender os números decimais, o valor de posição, não é comum às fracções e percentagens. Esta última grande ideia, ‹unifica› números inteiros e decimais tanto do ponto de vista conceptual, como do ponto de vista do cálculo, como já referi anteriormente.

Princípio 3. Construir significados e relações

Compreender os vários conjuntos numéricos e ser capaz de efectuar cálculos usando os números nas suas diferentes representações, é um objectivo de aprendizagem da Matemática muito relevante. Para o atingir, os alunos percorrem um longo caminho que vai das primeiras aprendizagens numéricas, só com números naturais, até à fase em que completam o estudo dos números racionais. Este caminho é suportado pelo estabelecimento de uma teia de relações entre os conjuntos numéricos e as operações neles definidas, mantendo sempre uma perspectiva clara sobre o que é significativo em cada fase.

Um aspecto a ter em conta neste caminho prende-se com a ‹desestabilização› provocada pelos ‹novos› números e que tem como consequência, numa fase inicial, prolongamentos incorrectos de regras de cálculo, como por exemplo:

- pensar que 1,23 é maior que 1,3
- pensar que ½ + ⅓ = ⅖

Este tipo de erros ilustra como é importante atender sempre ao significado das novas representações numéricas e das relações entre elas. A análise dos erros a partir de contextos em que os números e as suas relações têm significado, constitui uma tarefa que pode ser interessante discutir com os alunos, uma vez que exige o pensar sobre os conceitos numéricos envolvidos.

Na figura 14 ilustra-se como os alunos conseguem pensar no que representa cada fracção e usar diferentes argumentos para justificar que ½ + ⅓ ≠ ⅖.

Um segundo aspecto a ter em conta prende-se com a importância de estabelecer relações e significados. Saber ope-

1. A Ana convidou 4 amigas para irem almoçar a um pequeno restaurante no dia dos seus anos. Todas decidiram escolher o prato do dia. No entanto, estavam indecisas sobre como encomendar as doses pois consideram que uma dose dá para duas pessoas. Que diferentes possibilidades teriam de o fazer? Qual das possibilidades é mais económica?

Figura 15. Problema das ementas

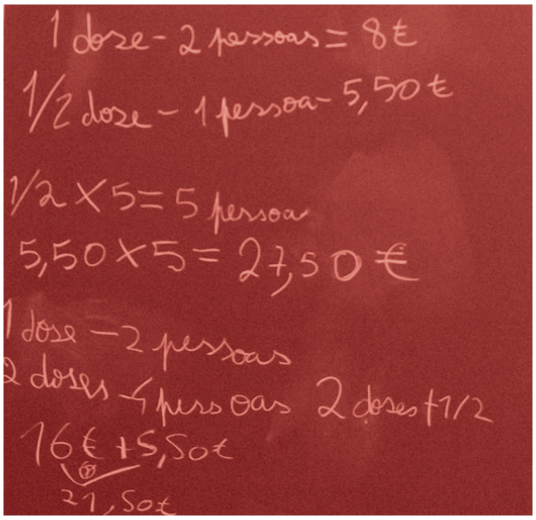

Figura 16. Resolução de José e Leandra

rar com os naturais, fraccionários ou decimais é importante. Mas é-o porque isso é necessário para resolver problemas de forma flexível, percebendo relações entre as várias representações dos números e seleccionando estratégias adequadas. Concretizo esta ideia procurando perspectivar o caminho a percorrer por José e Leandra. Numa das primeiras tarefas em que trabalharam com números representados na forma de fracção, resolveram o problema das ementas (Mendes *et al.*, 2010, p. 103), pensado para ser introduzido no 3.º ano (figura 15).

Ao explicar no quadro como pensaram (figura 16), José e Leandra registam nas duas primeiras linhas as relações estabelecidas no enunciado. Depois, indicam duas possibilidades de encomendar o prato do dia que correspondem à mais e menos cara, respectivamente. Analisando os registos que efectuaram percebemos que parecem muito expeditos na realização de cálculos e que parecem ter desenvolvido uma forma de representar como pensam usando os símbolos matemáticos. Com ½ × 5 = 5 pessoas parecem querer dizer tenho 5 vezes meia dose para 5 pessoas. O cálculo que fazem em seguida mostra que certamente pensaram assim. Nesta fase da aprendizagem é melhor o professor pedir para explicitarem o que pensam e não corrigir de imediato esta representação, uma vez que os alunos não têm ainda os conhecimentos suficientes para perceber o que ‹está mal›.

Mais tarde, após a exploração de várias tarefas que incidem sobre estes conteúdos, os alunos devem começar a compreender que este registo não está correcto. Nessa altura, devem ser capazes de perceber relações entre diferentes representações numéricas, percebendo que ½ × 5 não representa o mesmo que 5,50 × 5 pois ½ de uma dose não é o mesmo que o preço de meia dose. ½ × 5 pode representar metade de 5 doses ou de 5 pessoas (o que tendo em conta o contexto não faz sentido) e não o preço de cinco meias doses.

Imaginemos agora que José e Leandra estão no final do 2.º ciclo. Deverão ter tido oportunidade de aprofundar aspectos centrais relativos aos números racionais que lhe permitam relacionar, com sentido, as suas várias representações e ser capazes de manipulá-las adequadamente na resolução de problemas. É fundamental que compreendam, por exemplo, que:

- o preço de 0,764 kg de laranjas a 1,40 euros por quilo é aproximadamente ¾ de 1,40 euros;
- ter um desconto de 25% corresponde a pagar ¾ do preço inicial;
- é mais barato comprar um frasco de compota que pesa 400 gramas e custa 3,80 euros do que um frasco com 300 gramas da mesma compota mas que custa 3 euros;
- numas eleições em que 40 em cada 100 portugueses votou, houve maior percentagem de abstenção do que nas eleições anteriores, em que votaram 5 em cada 9 portugueses.

Globalmente, José e Leandra deverão ter tido oportunidade de explorar problemas matemáticos ricos, lidando e relacionando as diferentes formas de representar os números racionais. Por último, a partir de um processo sucessivo de retirar rótulos, deverão saber comparar e representar números racionais na recta numérica, assim como calcular o valor de expressões numéricas em situações sem contexto, estabelecendo relações entre os números nas suas várias representações e usando o tipo de cálculo que melhor se adequa aos números envolvidos e suas representações.

Reflexão final

Trabalhar com fracções, decimais e percentagens envolve saber operar formalmente com estas diferentes formas de representação dos números. Este objectivo deve ser atingido depois de um longo processo de aprendizagem cuidadosamente planeado e baseado em sucessivos ciclos de colocar e retirar rótulos, tal como foi referido anteriormente. Saber operar com os objectos matemáticos abstractos é um importante objectivo do PMEB que não pode ser relegado para segundo plano nem pode ser ‹substituído› pelo uso da calculadora. Esta pode e deve ser usada para ajudar a pensar, aumentando a compreensão sobre os números e as operações. Deve ser utilizada para efectuar cálculos em situações em que este aspecto não é central. Não pode, no entanto, recorrer-se à calculadora como argumento para prescindir de um trabalho aprofundado em torno do desenvolvimento das capacidades de cálculo mental e escrito, objectivos de aprendizagem fundamentais e claramente destacados no PMEB.

O ditado popular que diz «nem oito nem oitenta» pode resumir bem o que referi anteriormente. Importa não passar de:

- um excessivo peso do cálculo formal, para uma situação em que ele não é contemplado;
- uma situação em que não se pode usar a calculadora para uma em que ela é usada indiscriminadamente;
- um uso reduzido ou mesmo inexistente de materiais manipuláveis para um uso indiscriminado de qualquer tipo de material.

Conseguir este equilíbrio não é fácil. No entanto, há indícios claros de que ‹as coisas› estão a mudar no bom sentido. Existem cada vez mais materiais com qualidade de apoio ao trabalho do professor, a introdução do PMEB criou em algumas escolas dinâmicas de trabalho bastante interessantes, o Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º ciclos já abrangeu um número significativo de professores. Por isso, termino este artigo com uma tónica positiva, destacando que, embora haja ainda muito por fazer no âmbito de uma concretização efectiva das ideias prescritas no PMEB relativamente aos racionais, estamos no bom caminho. Precisamos é de continuar!

Notas

[1] A partir daqui usa-se o termo número decimal ou apenas decimal no sentido de número racional na sua representação decimal.

[2] Usa-se o termo fracção no sentido de número racional na sua representação na forma de fracção.

[3] No programa de 1991 a introdução no 1.º ciclo de números racionais não representados na forma decimal estava limitada ao uso de operadores como «metade» ou «terça parte», não constituindo, de facto, uma verdadeira inclusão dos números racionais representados na forma de fracção.

[4] No *site* da DGIDC estão disponíveis várias tarefas que envolvem dobragens de papel. Neste artigo usam-se exemplos de exploração de uma delas e que está incluída em Mendes, Brocardo, Delgado, & Gonçalves (2010).

[5] Tarefa destinada ao 3.º ano e incluída em Mendes *et al.* (2010).

[6] Como os *Fractions model I, II e III*, disponíveis no *site* do NCTM.

[7] Tarefa incluída em Mendes *et al.* (2010).

[8] No artigo de Boavida, Silva e Fonseca (2009) da revista *Educação e Matemática* n.º 102 podem ver-se exemplos do modo como esta ‹grande› ideia pode surgir no contexto de uma partilha equitativa de sandes.

Referências bibliográficas

Fosnot, C., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, The Netterlands: Heinemann.

Galen, F., Feijs, E., Figueiredo, N., Gravemeijer, K., Herpen, E. & Keijzer, R. (2008). *Fractions, percentages, decimals and proportions: A learning-traching trajectory for grades 4, 5 and 6*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). *Números e operações — 3.º ano. Materiais de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação (disponível em `http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica`).

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. (disponível em `http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica`)

Joana Brocardo
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal