

**ON OSCILLATION OF SOLUTIONS OF SECOND ORDER  
NONLINEAR DIFFERENCE EQUATIONS\***

**ПРО КОЛИВАННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНИХ  
РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ**

**R. Koplatadze**

*Tbilisi State Univ.  
University st. 2, Tbilisi 0186, Georgia  
e-mail: r\_koplatadze@yahoo.com*

**S. Pinelas**

*Academia Militar  
Departamento de Ciências Exactas e Naturais  
Av. Conde Castro Guimarães  
2720-113 Amadora, Portugal  
e-mail: sandra.pinelas@gmail.com*

*The difference equation*

$$\Delta^2 u(k) + p(k) |u(\sigma(k))|^\lambda \operatorname{sign} u(\sigma(k)) = 0,$$

*is considered, where  $0 < \lambda < 1$ ,  $p : N \rightarrow R_+$ ,  $\sigma : N \rightarrow N$ ,  $\sigma(k) \geq k + 1$  for  $k \in N$  and the difference operator is defined by  $\Delta u(k) = u(k + 1) - u(k)$ ,  $\Delta^2 = \Delta \circ \Delta$ . Necessary conditions are obtained for the above equation to have a positive solution. In addition, oscillation criteria of new type are obtained.*

*Розглядається різницеве рівняння*

$$\Delta^2 u(k) + p(k) |u(\sigma(k))|^\lambda \operatorname{sign} u(\sigma(k)) = 0,$$

*де  $0 < \lambda < 1$ ,  $p : N \rightarrow R_+$ ,  $\sigma : N \rightarrow N$ ,  $\sigma(k) \geq k + 1$  для  $k \in N$ , різницевий оператор визначається як  $\Delta u(k) = u(k + 1) - u(k)$  та  $\Delta^2 = \Delta \circ \Delta$ . Отримано необхідні умови для існування додатного розв'язку наведеного рівняння. Також встановлено нові критерії коливання розв'язку.*

**1. Introduction.** Consider the difference equation

$$\Delta^2 u(k) + p(k) |u(\sigma(k))|^\lambda \operatorname{sign} u(\sigma(k)) = 0, \quad (1.1)$$

where

$$p : N \rightarrow R_+, \quad \sigma : N \rightarrow N \quad (1.2)$$

are functions defined on the set of natural numbers  $N = \{1, 2, \dots\}$ ,  $\Delta u(k) = u(k + 1) - u(k)$  and  $\Delta^2 = \Delta \circ \Delta$ . Everywhere below it is assumed that

$$\sigma(k) \geq k + 1 \quad \text{for } k \in N, \quad 0 < \lambda < 1, \quad (1.3)$$

---

\* The work was supported by the Georgian National Science Foundation (Grant No. GNSF/ST09-81-3-101).