ESCOLA NAVAL

Talant de bien faire

Jorge Oliveira de Jesus Pires

Determinação da Latitude por Alturas Extrameridianas do Sol,
Evolução Histórica do Processo

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ciência Militares Navais, na especialidade de Marinha

Alfeite
2021

ESCOLA NAVAL

talant de bien faire

Jorge Oliveira de Jesus Pires

Determinação da Latitude por Alturas Extrameridianas do Sol,
Evolução Histórica do Processo

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ciência Militares Navais, na especialidade de Marinha

Orientação de: CMG M RES Costa Canas
Coorientação de: Professora Teresa Sousa

O Aluno de Mestrado

Jorge Pires

ASPOF Jesus Pires

O Orientador

António Costa Canas

CMG M RES Costa Canas

Alfeite
2021

“*What we gain with a new technology, of course, is precision and accuracy. But what we lose, I think, is an accurate -- a felt sense of the sky*”

Tom Wujec (TedTalks 2009, “*Learn to use the 13th century astrolabe*”, disponível em www.youtube.com)

A todos aqueles que contribuíram para a minha formação académica, militar e pessoal e em especial ao meu irmão José António Pires, pela inspiração que é para mim e por apoiar-me desde sempre incondicionalmente.

Agradecimentos

Neste estudo que realizei está um toque daquilo que sou hoje como pessoa. Sem os meus pais nunca tinha sido para escrever; sem a minha professora da primária não saberia construir uma única frase. Por essa mesma razão, quero começar por agradecer a todos aqueles que de alguma forma marcaram, contribuíram ou fizeram parte essencial do meu crescimento como indivíduo.

A realização desta dissertação também não teria sido possível sem algumas pessoas que acompanharam de perto o meu trabalho. Começo por agradecer ao Capitão-de-mar-e-guerra Costa Canas por ter sido o meu principal apoio e alicerce científico. A sua partilha de conhecimento, orientação e disponibilidade foram essenciais para o desenvolvimento esta dissertação.

Também dirijo um agradecimento especial à Professora Teresa Sousa que foi incansável no acompanhamento deste estudo e que, apesar do tema não estar totalmente integrado na sua área profissional, foi uma ajuda essencial para a compreensão de questões de cariz matemático.

À Joana e ao meu irmão José António que acompanharam de perto o meu trabalho.

A todos os funcionários do Arquivo Histórico de Marinha por me terem prestado o apoio necessário à recolha de documentação bibliográfica, em especial à Dra. Isabel, por inclusivamente ter debatido comigo algumas das questões levantadas na minha dissertação de mestrado.

À minha família e, em especial à minha mãe, por ser o meu porto de abrigo e pelo apoio, sem restrições e sem condicionalismos, que me deu ao longo da minha vida.

Ao meu curso Capitão-tenente Raúl Alexandre Cascais e a todos os professores, militares e civis que me escoltaram no meu percurso na Escola Naval.

Resumo

Não obstante o número de estudos dos métodos de navegação antigos, não existe nenhum sobre a evolução histórica dos métodos da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, entre o século XVI e o século XIX.

Nesta dissertação de mestrado descrevemos, analisámos e comparámos a teoria, os processos práticos, e os instrumentos utilizados para os métodos descritos por Pedro Nunes em *Tratado da Esfera*, Valentim Estancel em *Tiphys Lusitano [...]*, Militão da Mata em *O Destro Observador [...]*, e Peregrino Leitão em *Guia Nautica [...]*, que tiveram lugar respetivamente nos séculos XVI, XVII, XVIII e XIX.

Resumimos a biografia de cada autor para explicar em que contexto foram escritas as obras e clarificar quais as áreas de estudo, bem como quais as experiências de mar de cada um, antes de escreverem a respetiva obra.

Concluímos que no decorrer dos quatro séculos há diferenças na teoria para a conceção dos métodos, impulsionadas pelo progresso da matemática. Deixa de ser necessária a conceção de métodos mecânicos, descritos nas obras dos primeiros dois autores analisados, resultado da formação dos indivíduos e da facilidade de cálculo exigida nos últimos métodos estudados. Constatámos ainda, semelhanças nos métodos de Pedro Nunes e Valentim Estancel, tal como nos métodos de Militão da Mata e Peregrino Leitão.

Palavras-chave: Pedro Nunes; Valentim Estancel; Militão da Mata; Peregrino Leitão; Navegação Astronómica.

Abstract

Despite several studies have already been done on ancient navigation methods, there is no study on the historical evolution of the methods for determining the latitude by observing extra-meridian heights of the Sun between 16th and 19th centuries.

In this master's thesis we describe, analyse, and compare the theory, the practical processes and the instruments developed and used for the methods described by: Pedro Nunes in *Tratado da Esfera*, Valentim Estancel in *Tiphys Lusitano [...]*, Militão da Mata in *O Destro Observador [...]* and Peregrino Leitão in *Guia Nautica [...]*, that arose in the XVI, XVII, XVIII and XIX centuries, respectively.

We summarize each author's biography to explain the context in which the works were done; and clarify which areas of study, as well as which sea experiences each author had, before writing the respective work.

We conclude that over the four centuries there have been differences in the theory for the conception of the methods, driven by the progress of mathematics. It is no longer necessary to design mechanical methods as described in the works of the first two authors analysed, because of the instruction of individuals and the ease of calculation required in the last methods studied. We also found similarities in the methods of Pedro Nunes and Valentim Estancel, as well as in the methods of Militão da Mata and Peregrino Leitão.

Keywords: Pedro Nunes; Valentim Estancel; Militão da Mata; Peregrino Leitão; Celestial Navigation.

Índice

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de gráficos

Lista de abreviaturas, acrónimos e siglas

AA.VV. – Autores vários

cap. – capítulo

cf. - conforme

CFR – Capitão-de-fragata

CMG – Capitão-de-mar-e-guerra

D. – Dom

ed. – edição

e.g. *– exempli gratia*

fol. - folha

i. é – isto é

min. – minutos

p. – página

pp. – páginas

p. ex. – por exemplo

séc. – século

v. – verso

v.g. *– verbi gratia*

vol. – volume

Introdução

Durante a época dos Descobrimentos Portugueses, desde o marco do seu início – a conquista de Ceuta em 1415 – até princípios do século XVI, os pilotos apenas conheciam um método para a determinação da latitude através do Sol, que requeria a observação deste astro na sua passagem meridiana. Se no momento da passagem meridiana, por algum motivo, não se conseguisse observar a altura meridiana num determinado dia, já não seria possível conhecer o valor da latitude, prejudicando, por conseguinte, a informação da posição do navio nessa data.

Ciente deste problema, Pedro Nunes, no século XVI na obra *Tratado da Esfera* descreve um método mecânico de determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, que prometia resolver a dita limitação. Este método foi inclusivamente experimentado no mar por um nobre, D. João de Castro. Mas será que Pedro Nunes face aos condicionalismos[1] da sua época conseguiu encontrar de facto uma solução eficaz para este problema? Acompanhe-nos neste estudo e ficará a conhecer a resposta a esta questão.

Sensivelmente um século mais tarde, Padre Valentim Estancel refere em *Tiphys Lvsitano ov Regimento Navtico Novo* ter encontrado uma nova solução para o problema descrito, por ele considerada acessível a qualquer piloto. Mas seria o regimento proposto por Estancel de facto inédito ou algo muito idêntico ao trabalho de Pedro Nunes? Seriam os progressos matemáticos e dos próprios instrumentos, entre o século XVI e XVII, de tal forma importantes que possibilitariam o desenvolvimento de um novo método? Iremos nesta dissertação dar resposta a estas e outras questões, sobre o seu método.

Já no século XVIII, Militão da Mata em *O Destro Observador [...]* traduz um método de um autor estrangeiro para a resolução do mesmo problema. O dito método na prática é muito diferente dos descritos pelos dois autores anteriores. No nosso estudo iremos explicar quais as diferenças entre este novo método e os anteriores, assim como o que possibilitou a conceção deste último.

Por fim, iremos analisar a *Guia Nautica [...]* de Peregrino Leitão. Uma obra elaborada com a intenção de vir a ser um guia de navegação para os oficias da marinha

[1] Como iremos explicar posteriormente neste estudo, no século XVI ainda não estavam definidos alguns conceitos na matemática que se vieram a mostrar relevantes para a resolução do problema em discussão. A falta de instrumentos precisos na medição do tempo (variável valiosa para a resolução dos problemas de navegação) foi outra condicionante para Pedro Nunes.

portuguesa e uma referência para o ensino na Escola Naval. Nesta última obra estão descritos três métodos práticos para a resolução do problema ora em causa. Serão estes três métodos novos, ou já eram conhecidos em Portugal e no estrangeiro? Terá Peregrino Leitão transposto estes métodos de outras obras, ou seriam originais? Iremos também dar resposta a estas questões.

Narramos para cada um uma breve biografia para contextualizar em que circunstância foi escrita a respetiva obra e dar a conhecer, dentro das informações biográficas que conseguimos encontrar, quais as habilitações e experiências de mar que tinham quando escreveram os seus estudos. Depois da referida contextualização iremos transcrever os métodos de cada Autor, explicando ao pormenor cada um deles. Pelos motivos devida e oportunamente expostos, com o propósito de completar a explicação dos métodos, tivemos a necessidade de recorrer a obras de outros autores, nomeadamente, Henry Pemberton e John Norie.

Antes de descrevermos os referidos métodos, iremos começar por explicar as diferenças entre a determinação da latitude pela passagem meridiana e a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas, para esclarecer as dificuldades inerentes à elaboração deste último.

O objetivo central deste estudo é a análise da evolução histórica dos métodos descritos nas obras já referidas. Existem três trabalhos que foram fontes fundamentais para a análise dos processos dos dois primeiros autores são eles *A Marinharia dos Descobrimentos* de Abel Fontoura da Costa; "A Latitude pelo Sol a Qualquer hora do Dia" e "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel" ambos publicados por António Costa Canas. No primeiro dos referidos estudos de António Costa Canas e no de A. Fontoura da Costa são analisados os regimentos de Pedro Nunes, bem como as experiências de D. João de Castro no mar. No artigo "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel" é explicado o método de Valentim Estancel e são comparados os métodos propostos por Pedro Nunes e Valentim Estancel. No que respeita a Militão da Mata e Peregrino Leitão, desconhecemos qualquer estudo que tenha sido feito sobre os métodos descritos por estes.

Nas transcrições dos métodos mais antigos optámos por transcrever algumas passagens em português arcaico, para deixar a cada um a liberdade de interpretação do texto. Quando transcrevemos texto em idiomas estrangeiros disponibilizamos uma tradução em apêndice à nossa responsabilidade.

Uma das nossas principais dificuldades neste estudo foi a compreensão da escrita do português antigo (principalmente, no que se refere a Pedro Nunes), que acabámos por nos habituar.

Já na análise de Militão da Mata e Peregrino Leitão, o principal obstáculo foi a compreensão da notação, assim como o entendimento da origem de algumas fórmulas utilizadas na teoria da conceção dos métodos. Ao contrário do que acontece nos estudos atuais, nos quais se tem particular atenção a demonstrar (ou a remeter para uma demonstração) as fórmulas empregues, constatámos que na época, o que muitas vezes sucedia era a omissão das demonstrações.

No texto principal do nosso estudo, resultado de algumas decisões que iremos esclarecer, ultrapassámos o limite aconselhado nas *Normas para a elaboração de dissertações, trabalhos de projecto ou relatórios* da Escola Naval. Os principais motivos que nos levaram a transpor a margem definida foram os seguintes:

i) Para o entendimento dos métodos, parte do texto principal é a transcrição (seja por palavras nossas, citando os autores, ou diretamente retirada dos textos originais) dos processos práticos;

ii) Optámos por ilustrar os diversos instrumentos, tábuas e esboços (utilizados para explicar a teoria de alguns processos) no texto principal. Decidimos colocar as figuras no texto principal para facilitar o leitor, no sentido de conseguir acompanhar as explicações escritas com um auxiliar visual, sem necessitar de estar constantemente a conferir os anexos.

Findos os quatro capítulos com os esclarecimentos dos métodos propostos pelos quatro autores, iremos fazer uma análise comparativa dos processos, na qual explicaremos quais as semelhanças e diferenças entre os métodos, e os principais fatores que contribuíram para a evolução dos mesmos.

Terminaremos a nossa dissertação com a exposição das descobertas que alcançámos com este estudo e as conclusões da nossa análise.

1. Cálculo da latitude na passagem meridiana

No período diurno, em consequência do movimento de rotação da Terra de Oeste para Este, o Sol aparenta fazer o movimento inverso, de Este para Oeste. Se ao longo do dia medíssemos consecutivamente a altura deste astro com, p. ex., um sextante, constataríamos que do nascer, até um determinado momento, a altura do Sol relativa ao horizonte aumenta, atingindo um máximo (que se mantém durante alguns segundos), até que volta a diminuir. O instante em que o Sol está na altura máxima referida é comummente denominado passagem meridiana do Sol. Determinar a latitude neste ponto máximo é um processo simples que iremos descrever neste capítulo.

Os *Libros del Saber de Afonso X*, vol. III, cap. XI do reinado de D. Afonso X[2] indicam que o processo de determinação da latitude na passagem meridiana do Sol já era conhecido desde o século XI pelo astrónomo Abruysac Azarquiel[3].

Consideramos relevante saber-se o quão antigo é o conhecimento do método de determinação da latitude pela observação da passagem meridiana do Sol; porém, neste capítulo não iremos descrever o método da referida época[4]. Optámos por descrever um processo de um autor posterior, mais próximo à época de Pedro Nunes[5]. Assim, o *Regimento da declinação do Manual de Munich* parece-nos o mais indicado[6], por ter sido escrito algures entre 1483 e 1484. Transcrevemos o dito regimento da obra de Abel Fontoura da Costa:

---

[2] D. Afonso X nasceu em 1221 e foi rei de Leão e Castela de 1252 até ao ano da sua morte em 1284. Ficou conhecido como o *Sábio*, por promover a poesia e os estudos em vários assuntos. “D. Afonso X” in *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira de Cultura*, ed. séc. XXI, pp. 721-726.

[3] “Os técnicos do Infante conheciam as regras para o cálculo da latitude terrestre ao meio dia, exaradas nos *Libro del Saber de Afonso X*... vol. III, cap. XX – Devidas ao célebre astrónomo árabe, cordovês, Abruysac Azarquiel (Al Zarkali), que viveu no século XI […]” A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 66.

[4] O método dos *Libros del Saber de Afonso X*, vol. III, cap. XI está descrito na obra de A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, pp. 66 e 67.

[5] Considerámos pertinente abordar um autor mais próximo ao século XVI por estar cronologicamente menos afastado do primeiro método que iremos estudar (o que foi elaborado por Pedro Nunes).

[6] Como iremos ver no capítulo “2. Pedro Nunes, séc. XVI” deste estudo, Pedro Nunes nasceu em 1502. Consideramos o regimento do *Manual de Munich* o mais adequado para transcrever por de ter sido redigido alguns anos antes do nascimento de Nunes. O *Manual* “[…] é genuinamente português, sendo provável que fosse enunciado, aí por 1483 ou 1484, pelos técnicos de D. João II […]” A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 69.

"«Regimento do astrolábio e do quadrante para saber a declinaçam e o lugar do sol em cada um dia» (Latitude norte)

DECLINAÇÃO NORTE:

Sombra norte - Tirarás a altura que tomaste de 90 e o que ficar ajuntarás à declinação que achares, e quantos graus e minutos forem tanto estás afastado da linha equinocial para o norte.

$$\Phi = (90 - a) + \delta$$

[a=90] - E se por acaso for que achares 90 graus de altura, sabe que estás afastado da linha tantos graus quanto o sol tem de declinação, nem mais nem menos.

Sombra sul – Ajuntarás a altura que tomaste com a declinação, o que sobejar de 90 é o que estás afastado da linha.

$$\Phi = (a + \delta) - 90$$

DECLINAÇÃO SUL:

Sombra norte - Toma a altura do sol e olha a declinação que o sol tem, e ajunta tudo e o que fôr tira-o de 90 e o que sobejar é o que estás afastado da linha.

$$\Phi = 90 - (a + \delta)$$

[Se] não ficar cousa nenhuma [a + δ = 90] então estás debaixo da linha directamente.

«E êste regimento é o que has de ter do norte até à linha equinocial, Mas da linha equinocial para o sul: é o regimento per o contrário» ([86])."[7].

O regimento anteriormente transcrito só servia para o hemisfério norte, mas pela nota final da citação concluímos que o Autor tinha conhecimento desse facto e conjeturamos que saberia fazer as alterações necessárias para aplicar o regimento no hemisfério sul.

[7] A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 68.

Como pode verificar, o cálculo da latitude na passagem meridiana resume-se a contas simples de somar e subtrair tendo sempre como variáveis a declinação e a altura do Sol e como fatores preponderantes para a distinção de que fórmula utilizar, a declinação (norte ou sul) e a sombra (norte ou sul).

Sendo o objeto deste estudo a análise de métodos para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol iremos descrever qual a diferença entre o cálculo da latitude por observação da passagem meridiana, e o cálculo da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, assim como qual a razão que torna este último mais complexo.

Definindo-se certos conceitos de trigonometria esférica (que iremos definir), acompanhados por ilustrações adequadas e uma breve demonstração com a fórmula fundamental da trigonometria, facilmente se consegue esclarecer a diferença entre a complexidade da resolução dos problemas acima descritos.

1.1. Diferenças entre o cálculo da latitude por observação da altura meridiana do Sol e observação de alturas extrameridiana do Sol

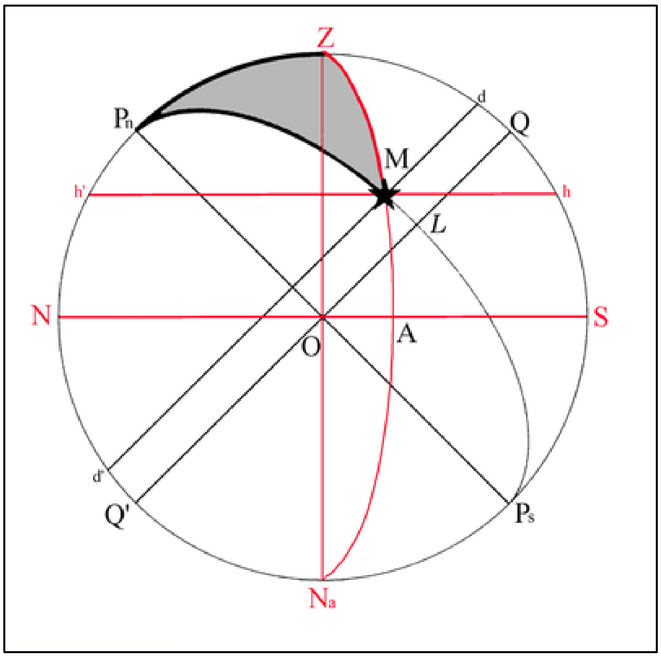


Figura 1- Esfera Celeste. Fonte: Nathaniel Bodwditch, *American Practical Navigator*, vol. I, p. 24 (https://msi.nga.mil/Publications).

Iniciamos este subcapítulo com uma representação da esfera celeste[8]: a Figura 1. Por forma a não entrar em demasiados detalhes e a facilitar um primeiro contacto com a esfera celeste, iremos cingir-nos a definir algumas linhas e o triângulo esférico, que consideramos como essenciais para dar resposta às questões em discussão.

Começamos por dar a definição da própria esfera celeste: a esfera celeste define-se como uma esfera imaginária de raio infinito, concêntrica com a Terra, na qual na sua superfície interior[9] se encontram projetados todos os astros, independentemente da sua distância real à Terra. A Figura 2 ilustra o conceito de esfera celeste.

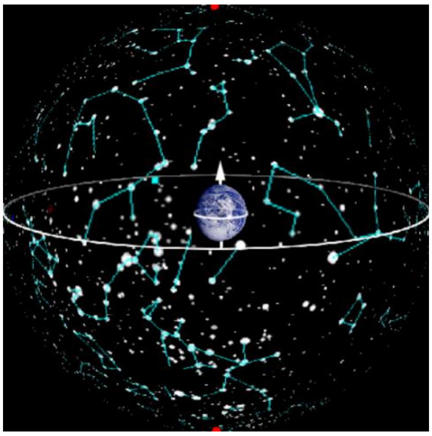


Figura 2 – Ilustração da Esfera Celeste. Fonte: L. Mederos, *Introducción a la Navegación Astronómica*, página sem numeração.

Dada a definição de esfera celeste, atente-se novamente na Figura 1.

O círculo ZSN_aN representa a esfera celeste. A intersecção do eixo vertical com a esfera dá origem aos pontos Z e N_a, que representam respetivamente os pontos do zénite

[8] "A figura tanto pode representar a esfera celeste como a terrestre. Na realidade, a mesma contém elementos terrestres, como por exemplo a latitude, e celestes, como a declinação do astro. O procedimento mais usual é considerar a esfera celeste, na qual os elementos da esfera terrestre são substituídos pela sua projeção na esfera celeste. Assim, por exemplo, a posição do observador é substituída pelo seu zénite, que é a projeção da sua posição na esfera celeste, sendo a latitude medida desde o equador celeste até ao zénite do observador." António Costa Canas, "Instrumentos Propostos por Pedro Nunes", p. 10 (no prelo).

[9] E. Da Silva Gameiro, em *Astronomia Náutica*, p.1, relativamente à esfera celeste, faz a seguinte analogia "Observando o céu durante a noite, vemo-lo recamado de astros e temos a ilusão de que eles se encontram fixados sobre uma grande esfera." Esta esfera ilusória é precisamente a superfície interior da esfera celeste.

e o nadir[10]. A linha NS[11] perpendicular à vertical do lugar[12] (ZN_a) representa o horizonte do observador projetado na esfera celeste.

Se observarmos atentamente, para além da linha ZN_a, está também desenhado um arco ZMN_a. Cortando a esfera pela linha do horizonte, obtém-se o esquema representado na Figura 3 que poderá facilitar a compreensão da perspetiva de esfera celeste para um indivíduo no mar.

Regressando à Figura 1, a altura do astro é medida no arco ZN_a. Conhecendo este último arco, conseguimos desvendar o primeiro lado do triângulo esférico, o arco MZ, geralmente designado por distância zenital, ou complemento da altura. A distância zenital calcula-se subtraindo a noventa graus a altura observada e corrigida[13] (do horizonte ao astro).

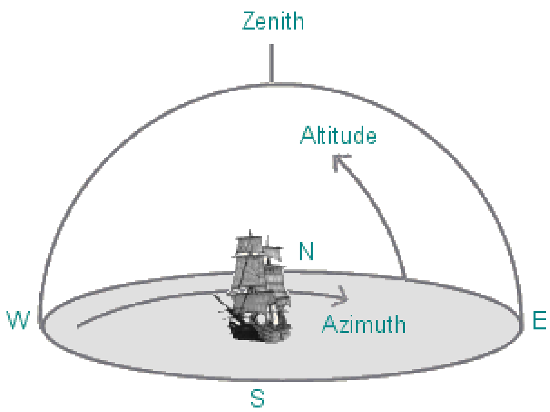


Figura 3- Esquema da esfera celeste do ponto de vista do observador. Fonte: https://www.wwu.edu/planetarium/a101/a101_coordinates.shtml.

Vejamos agora as linhas perpendiculares QQ' e P_nP_s. Estas linhas representam, respetivamente, o equador terrestre projetado na esfera celeste e o prolongamento do eixo

[10] Neste caso, utilizou-se como eixo vertical a linha zénite-nadir o que nem sempre acontece. Essa opção prende-se sobretudo com uma questão de conveniência, dependendo do problema que se pretende resolver.

[11] Geralmente representada como um círculo máximo.

[12] "Vertical do lugar (ZN) – raio da esfera que passa pelo observador prolongado até encontrar a esfera celeste (definido aproximadamente pela direcção do fio de prumo)" cf. E. Da Silva Gameiro, em *Astronomia Náutica*, p. 3.

[13] Como mais adiante neste estudo iremos explicar existiam correções necessárias a fazer à altura observada para se determinar a altura verdadeira.

terrestre. Neste último (o eixo P_nP_s), uma vez mais, há um semimeridiano que os une, passando pelo astro. Nesse arco, é medida a declinação, que se define como o arco medido (em graus, minutos e segundos) no dito semimeridiano, do equador ao astro. Conhecido este arco, revelamos outro lado do triângulo esférico representado por MP_n. Habitualmente denominado por distância polar ou complemento da declinação, o valor do arco MP_n determina-se subtraindo a noventa graus o valor da declinação[14].

Por fim, resta-nos um dos arcos do triângulo esférico (ZP_n). Este último está contido no semimeridiano P_nZP_s, que toma a designação de semimeridiano superior. Neste semimeridiano é medida a latitude, que se define como o ângulo compreendido entre o equador celeste e o zénite[15]. O arco ZP_n é o que se denomina habitualmente por colatitude. A colatitude é o resultado da subtração da latitude a noventa graus. Conclui-se que o triângulo esférico é composto pelos lados representados na Figura 4.

Naturalmente, a estes lados estão associados ângulos: o ângulo entre a complemento da altura e o complemento da declinação é o azimute, contando-se do ponto cardeal do mesmo nome da latitude, para E ou W, de 0 a 180º; o ângulo entre a colatitude e o complemento da declinação é o ângulo no polo, conta-se do meridiano superior, para E ou W, de 0º a 180º; e, por fim, o ângulo S representado na Figura 4, é o ângulo no astro (com pouco interesse para a navegação). A partir deste triângulo, juntamente com a fórmula fundamental da trigonometria esférica, grande parte dos problemas da navegação astronómica são hoje resolvidos.

Considerando as variáveis altura (a), latitude (φ), declinação (δ) e ângulo no polo (Pl), reproduzimos a fórmula fundamental da trigonometria esférica:

$$\cos(90 - \mathrm{a}) = \cos(90 - \varphi) \times \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \times \sin(90 - \delta) \times \cos(\mathrm{Pl})$$

14 Os valores de declinação já eram conhecidos e tabelados muito antes de Pedro Nunes escrever o seu regimento. A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, pp. 81 e 82.

15 Dado que a esfera celeste é concêntrica à esfera terrestre e, como a latitude é uma medida angular, sucede que a latitude celeste é igual à latitude terrestre (substituindo a posição do observador pelo zénite).

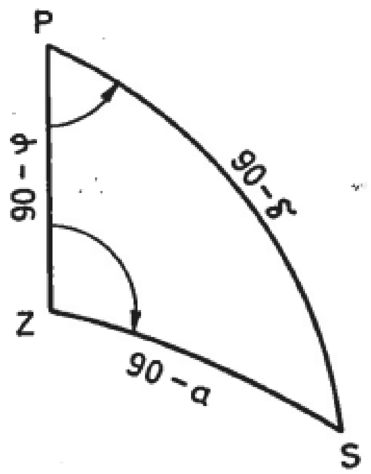


Figura 4 - Triângulo esférico.
Fonte: E. Da Silva Gameiro,
Astronomia Náutica, p. 82.

Quando se trata do cálculo da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, o triângulo esférico aplica-se. Por outro lado, na passagem meridiana do Sol sucede algo muito particular. Neste caso, o ângulo no polo "não existe" por ser um ângulo degenerado, i. é, um ângulo de amplitude 0º. Como o Sol se encontra alinhado no mesmo meridiano que o observador, os três vértices do triângulo passam a estar no mesmo arco, traduzindo-se o problema da determinação da latitude nesse mesmo arco (ver Figura 5). Esta é a principal razão pela qual o cálculo da latitude com o valor da altura na passagem meridiana é significativamente mais simples do que o mesmo cálculo com valores de alturas extrameridianas. Para aplicar a fórmula fundamental assuma-se o caso concreto em que o zénite se encontra no mesmo hemisfério que o Sol, assim:

$$\cos(90-\mathrm{a}) = \cos(90-\varphi)\times\cos(90-\delta)+\sin(90-\varphi)\times\sin(90-\delta)\times\cos(\mathrm{Pl})$$
$$\sin(\mathrm{a}) = \sin(\varphi)\times\sin(\delta)+\cos(\varphi)\times\cos(\delta)\times\cos(\mathrm{Pl})$$

Como neste caso Pl = 0º, cos(Pl) = 1, assim:

$$\sin(\mathrm{a}) = \sin(\varphi)\times\sin(\delta)+\cos(\varphi)\times\cos(\delta)\times 1$$
$$\sin(\mathrm{a}) = \cos\,(\varphi-\delta)$$
$$\cos\,(90°-a) = \cos\,(\varphi-\delta)$$
$$\begin{cases} 90°-a = -\varphi+\delta+2\mathrm{k}\pi, \mathrm{k}\in \mathrm{Z} \\ 90°-a = \varphi-\delta+2\mathrm{k}\pi, \mathrm{k}\in \mathrm{Z} \end{cases}$$

Dada a génese do problema pode-se considerar k=0, pelo que:

$$\begin{cases} \varphi = -90° + a + \delta \\ \varphi = 90° - a + \delta \end{cases}$$

Estas duas soluções encontradas são exatamente as mesmas que estavam escritas no *Regimento da declinação do Manual de Munich* (que transcrevemos anteriormente), quando o Sol tinha declinação norte e o observador estava no hemisfério norte.[16]

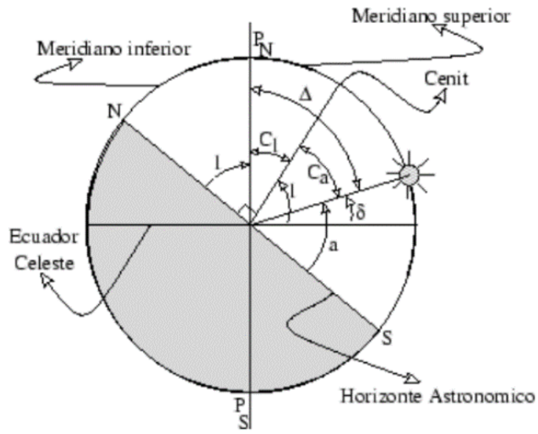


Figura 5 - Determinação da latitude na passagem meridiana. Fonte: L. Mederos, *Introducción a la Navegación Astronómica*, página sem numeração.

[16] No caso do observador se encontrar no hemisfério de nome diferente do da declinação, em vez da distância polar $(90 - \delta)$ ter-se-ia que assumir esse lado do triângulo esférico como noventa graus mais a declinação $(90 + \delta)$ e, dessa forma, obter-se-ia o mesmo resultado que vem descrito no *Regimento da declinação do Manual de Munich*, quando o nome da declinação é diferente do hemisfério onde está o observador.

2. Pedro Nunes, séc. XVI

Pedro Nunes, de provável ascendência judaica[17], nasce em Alcácer do Sal em 1502[18]. Pouco se sabe sobre os seus primeiros anos de vida. Segundo depoimento de seu neto[19], Pedro Nunes Pereira, o seu avô "foi natural de Alcácer do Sal […], como elle declara nos livros que compoz da qual vila, sendo de pouca edade se foi a estudar à Universidade de Salamanca"[20], donde se pode presumir que Pedro Nunes tenha feito os seus estudos primários, nomeadamente, aprender a ler e escrever em Alcácer do Sal e, mais tarde, ingressado na Universidade de Salamanca. Nesta Universidade, conheceu sua esposa Guiomar Áreas, com a qual teve quatro filhas e dois filhos.

Neste resumo da vida de Pedro Nunes, considerou-se que seria relevante esclarecer concretamente a que saberes o pensador se dedicou neste período académico em Salamanca, mas não existe muita informação acerca deste ponto. Foi na Universidade de Salamanca, que Pedro Nunes terá dado os primeiros passos no estudo da medicina e concluído o seu bacharelato. Já apelidado "bachiller", a 26 de maio de 1526 é eleito conselheiro no estudo de Salamanca[21]. A 8 de agosto de 1526, Pedro Nunes "havia concorrido à oposição para uma cátedra de Artes, que acabou por não ganhar [...]"[22], o que muito provavelmente resultou em "repercussões importantes na carreira de Pedro Nunes"[23]. À data deste desfecho, o nome de Pedro Nunes praticamente desaparece dos registos que há desta altura em Salamanca. É neste período que o rei D. João III envia

[17] É convicção geral entre os historiadores que Pedro Nunes era de família judaica. Contudo, há ainda algumas dúvidas neste assunto, por alguns registos indicarem o contrário. Henrique Leitão, em "Para uma biografia de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático, 1502-1542", *Cadernos de Estudos Sefarditas* n° 3, 2003, pp. 50-61.

[18] Segundo o estudo de Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", pp. 47-48, é muito provável que Pedro Nunes tenha nascido àquela data, em Alcácer do Sal.

[19] As declarações dos netos de Pedro Nunes durante os processos inquisitoriais a que foram submetidos são, possivelmente, os documentos mais importantes para apurar muitos aspetos da biografia deste Autor. Principalmente, as declarações de Matias Pereira, que esteve preso pela Inquisição de Coimbra entre 1623 e 1631 e de Pedro Nunes Pereira, também encarcerado pela Inquisição entre 1623 e 1632, na cidade de Lisboa.

[20] Declaração prestada por Pedro Nunes Pereira, transcrita de António Baião, "O matemático Pedro Nunes e sua família à luz de documentos inéditos", In *Boletim da Segunda Classe da Academia das Sciencias de Lisboa*, 9 (1914-1915), p. 90.

[21] As informações aqui descritas da carreira do futuro cosmógrafo-mor foram recolhidas de A.U.S., *Claustros*, livro 7, fol. 61. primeiro documento que se conhece da vida de Pedro Nunes, que veio publicado em Joaquim Veríssimo Serrão, *Portugueses no Estudo de Salamanca*, p. 421.

[22] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 66.

[23] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 63.

uma carta a Pedro Nunes convidando-o a regressar a Portugal[24]. No regresso a Portugal, na proximidade da corte portuguesa, de intelectuais, de jovens fidalgos, dos príncipes e do próprio rei D. João III, Pedro Nunes entrega-se ao estudo de várias matérias. Sublinhe-se ainda que nesta nova etapa da sua vida vai lecionar na universidade portuguesa, na cidade de Coimbra.

A 16 de novembro de 1529[25] é nomeado cosmógrafo do reino. Este é um marco no envolvimento de Pedro Nunes nas atividades náuticas e, mais concretamente, no estudo da arte e ciência da navegação. Adicionalmente, o cosmógrafo dedica-se mais vinculadamente ao estudo da matemática[26]. Leciona alguns saberes aos Infantes D. Luís, D. Henrique e D. Duarte pelo que podemos afirmar que havia naturalmente grande confiança da família real em Pedro Nunes.

Na cidade de Évora, em 1533 demonstra ao rei o regimento por si proposto, para determinar a altura do polo a qualquer hora do dia (período diurno)[27].

Em 1537 surge a obra de Pedro Nunes intitulada *Tratado da Sphera*. Esta obra continha "cinco tratados, três vertidos do latim – de Ptolomeu, de Sacrobosco e de Purbáquio – e dois, da sua autoria, compostos diretamente em vulgar."[28]. Num dos textos de sua autoria são dadas as respostas a algumas interrogações proferidas pelo nobre Martim Afonso de Sousa[29]; no outro, é redigido o "Tratado em defensão da carta de marear"[30].

---

[24] Há alguma incerteza quanto aos motivos do envio da carta do rei D. João III a Pedro Nunes. Existe a hipótese de estar relacionada com o resultado negativo que obteve quando interpôs à oposição para uma cátedra de Artes e, sabendo o rei que não estava a ser dado o devido valor a Pedro Nunes, quis trazê-lo de volta a Portugal. Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 64.

[25] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 68.

[26] Refira-se ainda que na época de Pedro Nunes fazia parte do estudo da medicina uma forte componente de matemática e astronomia, devido sobretudo às crenças da existência de momentos mais oportunos para a realização de determinados tratamentos. António Costa Canas, "Instrumentos Propostos por Pedro Nunes" (no prelo).

[27] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 79.

[28] Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera,* vol. I, p. X.

[29] Martim Afonso de Sousa foi um nobre que se interessava pelos assuntos náuticos. Este nobre foi aluno de Pedro Nunes, juntamente com os Infantes e o nobre D. João de Castro (que também se interessou vivamente pela náutica). A 3 de Dezembro de 1530 inicia a sua viagem até ao Brasil, de onde regressa no ano de 1533. Foi nesta viagem que surgiram as conhecidas "questões náuticas" colocadas a Pedro Nunes. Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", pp. 78 e 79.

[30] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 74.

Notável matemático, Pedro Nunes procurava fundamentar as suas respostas e teorias com regras da ciência de método, essencialmente, dedutivo que define a matemática. Na sua obra *Tratado da Sphera* estão descritos os processos para o cálculo da latitude a qualquer hora do dia, sendo por isso a principal referência para os subcapítulos subsequentes.

Henrique Leitão diz no seu estudo que Pedro Nunes quando chegou ao Estudo Geral de Lisboa entrou em contacto com alguns antigos alunos de matemática em Paris.

> "Ao chegar ao Estudo Geral de Lisboa, Pedro Nunes entrou em contacto com um interessante grupo de antigos alunos da universidade de Paris. De especial interesse é o facto de alguns desses, como Francisco de Melo, Pedro Margalho e João Ribeiro, terem recebido formação em matemática e convivido com alguns eminentes matemáticos de Paris"[31]

No ano de 1548 Pedro Nunes já teria deixado por completo a sua atividade na medicina[32], se é que alguma vez chegou mesmo a praticá-la[33]. O Autor ficou internacionalmente conhecido, principalmente pela sua obra *De crepusculis* publicada em 1542, que "mostra uma tal maturidade intelectual, um tão seguro domínio de matérias científicas muito complexas e de um conjunto tão vasto de autores, que exigiu seguramente alguns anos de estudo e reflexão"[34].

Faleceu em Coimbra, em 11 de agosto de 1578, mas a suas obras perpetuaram-se no tempo.

---

[31] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 70.

[32] O reitor João Fernandes em 1548 refere "o amor da divina Matemática arrebatou-te da terra para o céu, onde, já que não há lugar para as enfermidades, com razão afastaste, não a ciência, mas a prática da medicina." Referindo-se a Pedro Nunes, concluímos que o já nomeado cosmógrafo-mor deixa de exercer e dedicar-se à medicina neste ano. Vid. João Fernandes, *A Oração Sobre a Fama da Universidade* (1548), Prefácio, Introdução, Tradução e Noras de Jorges Alves Osório, (Coimbra: Faculdade de Letras dá Universidade de Coimbra, Instituto de Estudos Clássicos, 1967), p. 147. Apud Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 70.

[33] "Em vista da carreira futura de Nunes é também interessante procurar determinar se terá chegado a praticar como médico, assunto a que nenhuma fonte dá grande relevo. Para além dos argumentos conjecturais que alguns biógrafos explanaram, a evidência comprovada de actividades enquanto médico é muito fragmentária e aponta, quando muito, para uma resposta positiva num breve período da sua vida.". Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 72.

[34] Henrique Leitão, "Para uma biografia de Pedro Nunes [...]", p. 82.

2.1. Método de Pedro Nunes, contexto e originalidade

No século XVI, como já esclarecemos no capítulo "1. Cálculo da latitude na passagem meridiana", o método para a determinação da latitude na passagem meridiana já era conhecido. Contudo, considerando as grandes viagens dos navegadores portugueses, este método não era suficiente porque, como explica Pedro Nunes, bastava o céu estar encoberto nessa altura para já não ser possível a determinação da latitude, mesmo que poucas horas depois o céu estivesse limpo.

> "PORQUE a cousa mais necessaria e mais proveitosa pera a navegação: e o principal fundamëto della: he o conhecimento da altura do polo sobre o horizonte: ou distancia do circulo equinocial que he o mesmo: e os antigos autores não nos deixarão escripto como se isto podese alcançar somente ao meo dia que he conta muy certa e sem falencia: mas que não basta principalmente pera as viagës compridas: nas quaes mui[Fol. 157]tas vezes acõtece encobrirse o sol ao meo dia: e dahi a poucas oras amostrarsenos muito craro."[35]

O cosmógrafo-mor, ciente deste problema, procurou uma solução para a determinação da latitude a qualquer hora do dia. Pedro Nunes apresenta o seu método como sendo inédito. Existem, contudo, duas versões que contrariam a originalidade do Autor:

> "Nunes dá claramente a entender ser sua a ideia do método; mas Schõner diz que este já era conhecido de Monterrégio (1472). (Vide Luciano, Obras Completas, II, pp. 375 e segs., [...]"[36]

> "[...] a autoria do processo descrito por Pedro Nunes, e que quase todos os historiadores atribuem a este cosmógrafo, é abertamente reivindicada por Manuel Lindo no seu guia náutico, que Luís de Matos encontrou e editou; com efeito, ele diz que ao regressar a Espanha em 1533 já conhecia o regimento do Sol «toda a hora» [...]"[37]

[35] Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera,* vol. I, p. 160.

[36] Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, p. 132, nota de rodapé "2".

[37] Idem, *ibidem*, pp. 137 e 138.

Luís de Albuquerque reconhece que existe a sobredita reivindicação, contudo constata que pode ter havido algum interesse da parte de Lindo em reclamar o processo como seu:

> "Se notarmos que Nunes, ao divulgar o processo, declara ter feito a primeira demonstração prática, perante o cardeal infante D. Henrique, exactamente naquele ano de 1533, parece evidente o proposito de Lindo em afirmar a sua prioridade no passo acima transcrito."[38]

Não iremos aprofundar este assunto que só uma análise detida e aprofundada, fora do âmbito deste estudo, poderá vir a esclarecer. Limitamo-nos a revelar que existem as ditas dúvidas quanto à originalidade do método.

No subcapítulo seguinte descrever-se-á o método, já por diversas vezes aludido, para a determinação da latitude a qualquer hora do dia.

2.2. Descrição do método de Pedro Nunes

O método pode-se dividir em dois regimentos independentes[39], adotando ambos a mesma fundamentação teórica. O que os distingue é o conhecimento, ou não, do valor da declinação da agulha; empregava-se o primeiro processo quando a agulha não fosse afeta a nenhuma interferência magnética e por isso, não tinha declinação ("… «a agulha vai justa ao polo, sem nordestear nem noroestar»;"[40]) ou quando era conhecido o valor da declinação e assim se pudesse proceder à correção da mesma. Por haver menos uma incógnita (o valor da declinação) neste processo, apenas era necessário determinar uma altura extrameridiana do Sol. No caso de a declinação ser desconhecida ("…quer a agulha «nordesteie quer noroesteie."[41]), aplicar-se-ia o segundo regimento, para o qual seria necessário determinar duas alturas extrameridianas.

Antes da explicação prática, Pedro Nunes descreve a teoria com que fundamentou o seu processo:

---

[38] Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, p. 138.

[39] Luís de Albuquerque refere que Pedro Nunes, mais tarde, numa obra editada em 1573 aborda ainda um terceiro processo, recorrendo a três alturas extrameridianas. Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, p. 132.

[40] A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 110.

[41] Idem, *ibidem*, p. 110.

> "…me pareceo cousa conueniente: antes de trazer a arte como se aja de tomar a altura a toda hora do dia: q precedesse algüa theorica disso: e separeya da pratica por não misturar o regimento de que cada hora se ha de vsar cõ demostrações de geometria pois isto fez a ptolomeu ser escuro no Almagesto."[42].

Pedro Nunes abordou o problema da determinação da latitude a qualquer hora do dia geometricamente. Considerando a declinação, a posição relativa entre o observador, o Sol e o polo, verificou geometricamente quais as possibilidades da posição do astro na esfera celeste, consoante a posição do observador e, consegue desta forma, resolver o problema da determinação da latitude a qualquer hora do dia.

O cosmógrafo-mor deixou escrita toda a base teórica do seu método. Não é, contudo, objeto deste estudo uma análise minuciosa a toda a teoria descrita pelo Autor. Por essa mesma razão, não se irá aprofundar o capítulo do *Tratado da Sphera* relativo a este assunto[43]. Em contrapartida, tendo em conta que a descrição da metodologia prática para a determinação da latitude é uma parte fundamental deste estudo, iremos analisar essa parte nos subcapítulos seguintes.

2.2.1. Instrumentos necessários aos processos de Pedro Nunes

Antes de descrevermos os regimentos práticos, vamos identificar os instrumentos utilizados para determinar as variáveis necessárias à execução do método.

Uma das variáveis necessárias era o valor da altura extrameridiana do Sol sobre o horizonte. Para a observação do Sol e respetiva determinação das alturas extrameridianas podia ser utilizado um astrolábio (ver Figura 6)[44].

---

[42] Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera*, vol. I, p. 161.

[43] Para inteirar-se de toda a explicação pode consultar Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera,* vol. I, p. 161.

[44] É importante assinalar que a data do astrolábio apresentado (1582) é posterior à data da escrita do *Tratado da Sphera* por Pedro Nunes. Foi, contudo, a representação mais próxima à época de Pedro Nunes que encontrámos.

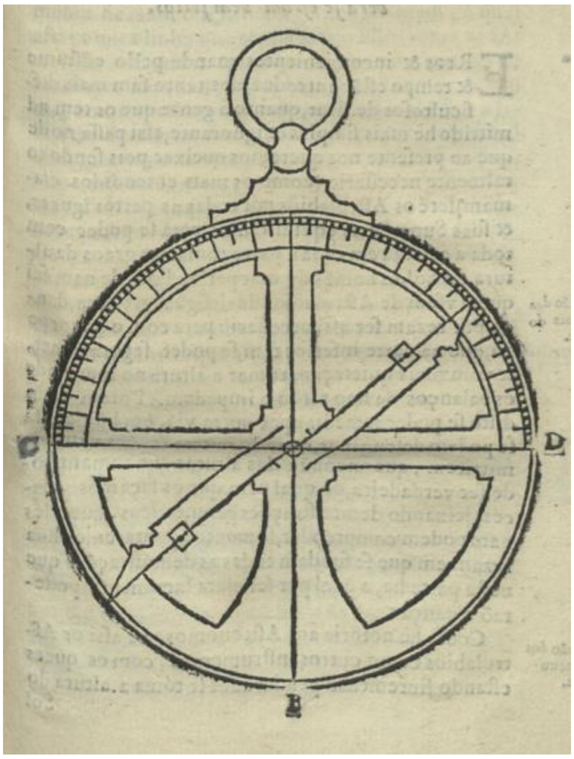


Figura 6 - Astrolábio. Fonte: Simão d' Oliveira, *Arte de Navegar*, p. 57.

A determinação do azimute do Sol no momento da observação da altura extrameridiana era outra das variáveis necessárias. Para determinar esta variável era utilizado um instrumento de sombras (ver Figura 8).

Para a concretização do método mecânico de Pedro Nunes, como iremos ver adiante na explicação do mesmo, era indispensável um globo que representava a esfera celeste (ver Figura 7). Constituído por dois círculos máximos, um que correspondia ao horizonte e o outro seria uma metade de um círculo máximo graduado, sendo o eixo da esfera a linha Zénite – Nádir, esta poma seria fundamental à execução de ambos os regimentos. Transcrevemos, seguidamente, da obra de Pedro Nunes a identificação e utilidade dos instrumentos já referidos.

> "…E porq não vejo cousa que no mar possamos leuar: que sendo indiferente a todalas alturas do polo: nos possamos della mais aproueitar q da agulha q representa ho horizõte em toda parte: e estrelabio e globo q representa

o vniuerso e ho regimento da declinação do sol que he comũ a todallas alturas… Pera as quaes cousas teremos hũa lamina circular”[45].

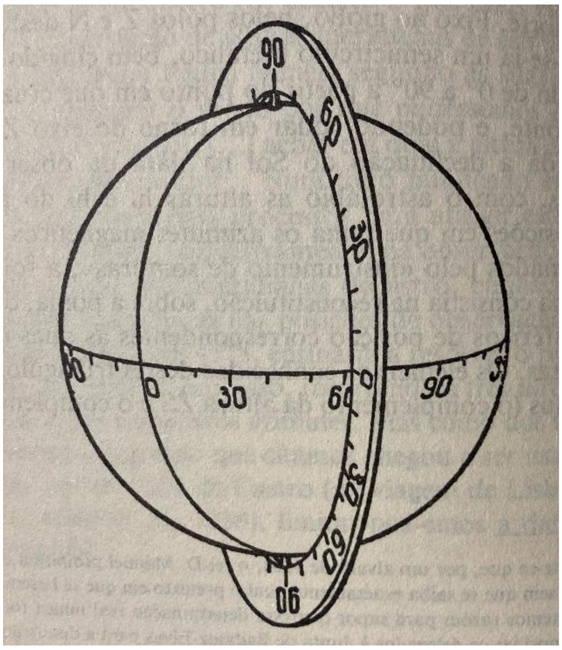


Figura 7 - Representação da poma que poderia ser utilizada para o processo de determinação da latitude por duas alturas extrameridianas do Sol, segundo Luciano Pereira da Silva. Fonte: Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, p. 134.

No excerto transcrito verificamos que eram ainda necessárias as tábuas da declinação do Sol (para determinar o valor desta variável) e, é também referida, uma lâmina circular que tinha igualmente a denominação de instrumento de sombras. Como já explicámos, esta servia para a determinação dos azimutes do Sol. Era construída em latão em forma de círculo, graduada de 0º a 360º e dividida em quartas (11º15’) que estavam desenhadas do centro ao exterior do círculo. A fim de orientar o instrumento a Norte, podia ser incorporada uma agulha entre o centro e os 180º, na linha do diâmetro dos 0º-180º[46]. Através da projeção da sombra de um ponteiro vertical centrado no instrumento, o azimute observado era o ângulo descrito entre os 0º e o ponto onde caísse

[45] Idem, *ibidem*, p. 165.

[46] Pedro Nunes na sua obra não refere a posição da agulha. A posição da agulha que mencionámos foi em conformidade com esboço ilustrado na Figura 8. Podemos afirmar que a agulha nesta posição faria todo o sentido quando a sombra dissesse para Norte. Contudo, se a agulha estivesse realmente colocada naquela posição, não seria possível determinar o azimute quando a sombra fosse projetada para Sul.

a sombra. Para ser determinado o azimute com precisão seria necessário nivelar o instrumento, contrariando o balanço do navio. Por essa razão, Pedro Nunes descreve que a lâmina deveria estar suspensa num mecanismo idêntico à suspensão cardã[47], colocando-se um peso em forma de pião no centro, por baixo do instrumento, de forma a baixar o centro de gravidade e, desse modo, permitir que independentemente do balanço do navio, a lâmina permanecesse nivelada. Na Figura 8 está ilustrada a dita lâmina circular, faltando na ilustração a graduação (0º a 360º) que permitia determinar os graus da sombra e a suspensão que permitia que ficasse nivelada. A graduação seria imprescindível para a determinação de azimutes. A busca de azimutes e sua determinação são várias vezes referidas no *Tratado da Sphera* e por D. João de Castro[48], como p. ex. no excerto "[...] e isto é de tal maneira que, quando a variação da sombra é pequena, a saber. 3 ou 4 graus, […] e pelo contrário saindo a variação grande, a saber, 14 ou 15 graus e mais."[49]

Identificados os instrumentos necessários à prática do método de Pedro Nunes, iremos ver nos próximos subcapítulos cada um dos processos.

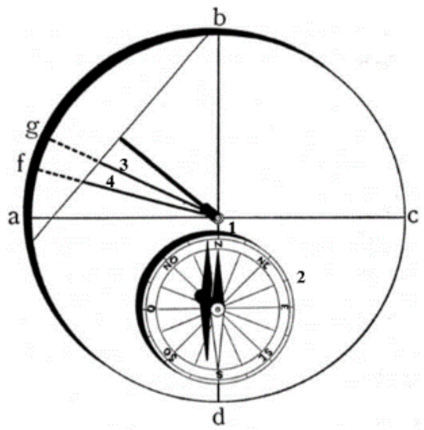
A explicação dos dois processos que iremos fazer por palavras nossas, foi escrita utilizando como referência a obra de Pedro Nunes *Tratado da Esfera*. No entanto, é importante sublinhar que para o nosso bom entendimento dos regimentos, também foram essenciais *A Marinharia dos Descobrimentos* de Abel Fontoura da Costa e "A Latitude pelo Sol a Qualquer hora do Dia" de António Costa Canas.

---

[47] A suspensão cardã pode definir-se como um mecanismo que permite a estabilidade de um instrumento, enquanto o navio balança. Atualmente as giro bússolas mantêm-se niveladas graças a esta suspensão. Nathanel Bowditch, *American Practical Navigator*, vol. I, p. 145.

[48] D. João de Castro numa viagem marítima a Goa testou, a fim de verificar os resultados, o método de determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol proposto por Pedro Nunes. Os testes e respetivos resultados vêm descritos em D. João de Castro, *Roteiro de Lisboa a Goa*.

[49] Transcrição de A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 114; apud D. João de Castro, *Roteiro de Lisboa a Goa* (1538), p. 40 verso.



Legenda:
1 - Estilo cuja sombra é projetada;
2 - Agulha;
3 e 4 - Exemplos de sombras.

Figura 8- Instrumento de Sombras. Fonte: Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera*, vol. I, p. 172.

2.2.2. Primeiro processo – Regimento da altura do polo por uma só altura extrameridiana do Sol

A execução deste processo tinha como premissa saber precisamente qual o valor da declinação da agulha ou que o valor da declinação fosse nulo. No caso de não se cumprir esta indicação, não seria possível com este método obter um valor de latitude preciso.

Na prática, começava-se por observar uma altura extrameridiana do Sol, determinava-se a altura ("a") medida com o astrolábio; o azimute ("Z") com o instrumento de sombras e procurava-se a declinação ("δ") tabelada.

Obtendo estas variáveis iniciais, iniciava-se o trabalho na poma. Começava-se por marcar no círculo máximo do horizonte, a partir de qualquer ponto (que designaremos por "M")[50], o arco "MA" que correspondia ao azimute ("MA = Z"). Colocava-se seguidamente o semimeridiano móvel graduado no ponto "A", e nesse semimeridiano media-se a altura observada, escriturando-se "S" onde se encontrasse o valor da altura; correspondendo assim o arco "AS" à altura do astro ("AS = a"). O ponto "S" era a projeção da posição do Sol na esfera celeste, relativa ao lugar cujo zénite é representado por "Z". Com um compasso curvo, centrado em "S" e com abertura igual à distância

[50] Utilizámos as mesmas designações que A. Fontoura da Costa em *A Marinharia dos Descobrimentos*.

polar[51], delineava-se no globo o arco pp'. Levando seguidamente o meridiano móvel ao ponto "M", ele cruzava o arco desenhado em dois pontos: p e p' (ver Figura 9), um dos quais correspondia ao polo celeste.

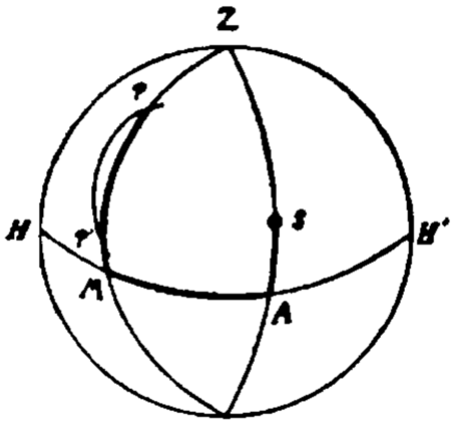


Figura 9- Esquema ilustrativo do primeiro processo para a determinação da altura do polo, por duas alturas extrameridianas do Sol. Fonte: A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 112.

Se, por exemplo, neste caso considerarmos "p" o polo verdadeiro, o arco "Mp" seria a altura do polo sobre o horizonte do lugar, que toma o mesmo valor que a latitude do observador no momento da observação.

Durante o processo, a principal dificuldade seria saber qual dos polos p ou p' seria a representação do polo verdadeiro. Para os pilotos deduzirem qual o polo verdadeiro existiam duas alternativas: eliminavam um dos polos por a latitude calculada a partir daquele polo não ser coerente com a estimada; ou, procuravam a solução na parte teórica da obra de Pedro Nunes, onde estavam descritas as várias posições em que o Sol poderia estar em relação ao observador.

2.2.3. Segundo processo – Regimento da altura do polo por duas alturas do Sol, em todo o tempo em que houver Sol

O segundo regimento que iremos seguidamente descrever, para além de servir para a determinação da altura do polo sobre o horizonte, permitia conhecer o valor da declinação da agulha. Este segundo processo foi criado tendo como pressuposto o

[51] Distância polar que se define como 90º menos a declinação (90º- δ). A distância polar era medida no meridiano móvel graduado.

desconhecimento do valor da declinação. No entanto, no caso em que o valor da declinação fosse nulo, poder-se-ia utilizar este processo, sem nenhuma diferença na prática e sem correr o risco de determinar um valor incorreto de latitude.

Para a concretização deste processo o Autor propunha que se observasse o Sol (altura e azimute) por duas vezes, devendo entre as duas observações ocorrer uma variação sensível do azimute.

Após realizada a primeira observação utilizando a escala do horizonte, media-se o azimute, marcando o ponto inicial "A" (a escolha da posição de "A" no horizonte seria aleatória) e o ponto final da medição "A_1", correspondendo "AA_1" ao primeiro azimute ("$AA_1=Z_1$"). Movendo o semimeridiano móvel até à posição de "A_1", considerando o valor da primeira altura observada, marcava-se no globo o ponto "S_1" (ver Figura 10) que correspondia à primeira posição do Sol.

Havendo uma variação sensível do azimute do Sol, determinava-se um novo azimute e outra altura extrameridiana. Tendo os novos valores para as variáveis (altura e azimute), regressava-se ao globo. Utilizando novamente a graduação do horizonte, media-se o segundo azimute. Iniciava-se a medição no ponto marcado anteriormente como "A", seguindo a graduação no horizonte com o valor do segundo azimute, até escriturar-se "A_2" (o ponto final do azimute), ficando assim "[...]como ao princípio [$AA_2 = Z_2$]: ou com a diferença das sombras [$A_1 A_2 = Z_1 - Z_2$], que é o mesmo [...]"[52].

Movendo o semimeridiano para a posição de "A_2" media-se na esfera o valor da segunda altura observada e marcava-se "S_2". Após a determinação das duas posições possíveis do Sol ("S_1" e "S_2"), utilizando um compasso curvo com abertura igual ao valor da codeclinação (90-δ), colocando a ponta do compasso, respetivamente, em cada uma das posições do astro ("S_1" e "S_2"), traçavam-se dois círculos, sendo que da mesma forma que no primeiro regimento, haveria dois pontos de intersecção[53]. Mais uma vez, da mesma forma que no regimento anterior, deduzia-se qual o ponto "P" que correspondia à posição do polo verdadeiro.

[52] Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera*, vol. I, p. 172

[53] Na Figura 10 os arcos do esboço não são prolongados até fazerem círculos e por essa razão é que apenas se nota um ponto de intesecção.

Por fim, levava-se o arco móvel a intersectar esse ponto "P" e media-se a altura do polo sobre o horizonte (compreendida entre o círculo máximo da esfera, que representava o horizonte, e o ponto "P").

Deixamos, seguidamente, a descrição de Pedro Nunes do processo que já descrevemos por palavras nossas, seguindo rigorosamente a explicação do Autor. A transcrição seguinte contém alguns parenteses de Fontoura da Costa, para que se pudesse correlacionar a explicação com a ilustração da Figura 10.

> "Situaremos segunda vez o sol em seu lugar [S_2] no globo: ou começando dum meridiano imaginário [desde A] como ao princípio [$AA_2 = Z_2$]: ou com a diferença das sombras [$A_1 A_2 = Z_1 – Z_2$] que é o mesmo: e sobre os dois pontos [S_1,S_2] em que situamos o sol faremos arcos de circunferência com o que há do sol ao polo [dist. Polar]: o qual se sabe pela declinação que tem esse dia [dist. Polar = 90º - δ]: e o lugar do encontro necessariamente será o ponto que no globo representa o polo [p]. E posto que estes encontros são dois [...]: um para uma banda e outro para a parte contrária: por serem tão desaviados um do outro: que as mais das vezes um deles fica debaixo do horizonte. E a agulha não faz tanta diferença que nos preverta ordem do céu: se estivermos bem exercitados no primeiro modo com seus documentos [regras] saberemos em qual destes encontros está o polo [Fol. 169]"[54]

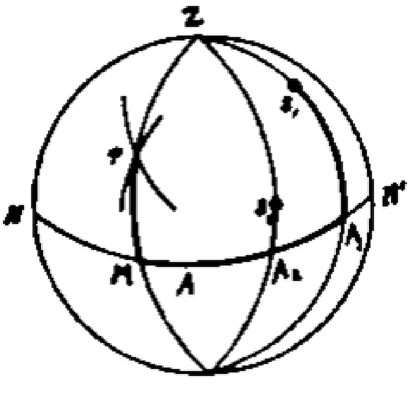


Figura 10 - Esquema ilustrativo do segundo processo para a determinação da altura do polo, por duas alturas extrameridianas do Sol. Fonte: A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 112.

[54] A transcrição foi feita de A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 113. Confirmámos que na obra de Nunes esta parte vem escrita em Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera*, vol. I, p. 172. Optámos por transcrever da obra de Fontoura da Costa pois este faz alguns parênteses para correlacionar a explicação com a figura e porque escreveu o método num português mais atual, o que torna a transcrição mais percetível a quem não está acostumado ao português antigo.

Recordemos que este regimento também permitia determinar a declinação da agulha. Como era assumido um meridiano fictício, através da diferença azimutal entre este meridiano e o meridiano verdadeiro do lugar conseguia-se calcular o valor da declinação da agulha:

> "Situaremos por tanto ho dito ponto debaixo do meridiano sobre que o globo anda: e saberemos ho sitio do verdadeiro meridiano: e per quantos graos se alça ho polo manifesto sobre ho horizonte. E a deferença que ouuer antre ho verdadeiro meridiano: & o que a agulha nos amostraua: sera a deferença per que nordestea ou norestea ou se ficarem ambos em hum mesmo sitio: saberemos que a agulha vay justa ao polo."[55]

Como se pode concluir da transcrição, Pedro Nunes refere que se ficarem os meridianos no mesmo sítio "[...] saberemos que a agulha vay justa ao polo." que é o mesmo que dizer, que naquele local não há declinação. Assim, verifica-se a conclusão que já tínhamos tecido previamente, de que este método podia ser sempre utilizado, independentemente do conhecimento do valor da declinação.

2.2.3.1. Terceira observação para resolução da ambiguidade da posição do polo

No livro *Curso de História Náutica* de Luís de Albuquerque, dizia que Pedro Nunes mais tarde concebeu um método que tinha por objetivo resolver a ambiguidade no momento da determinação do polo verdadeiro: "Com as três observações [...] pretendia exatamente desfazer esta ambiguidade; o círculo traçado em correspondência com a terceira observação devia passar também pelo ponto P."[56]

Este terceiro método, segundo Albuquerque, teria sido escrito numa obra editada em 1573. Ao lermos o capítulo décimo quinto de *Obras. De Arte Atque Ratione Navigandi,* vol. IV constatámos que o objetivo principal de Pedro Nunes ao conceber o método com as três observações não era esclarecer a posição do polo nestes regimentos. Pedro Nunes descreve este processo para o caso concreto em que o observador desconhecesse a posição do meridiano e a declinação do sol, acrescentando uma variável:

[55] Idem, *ibidem*, p. 172.

[56] Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, p. 136, nota de rodapé n.º 1.

a terceira altura. O título do décimo quinto capítulo sugere exatamente isso: “Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, situ meridiani et declinatione Solis ignoratis. Cap. 15.”[57].

Apesar desta conclusão, podemos afirmar que em teoria esta hipótese parece-nos credível. Com a observação das três alturas acreditamos que seria possível, de facto, eliminar a ambiguidade da posição do polo. Contudo, apenas no caso em que o observador permanecesse no mesmo sítio durante as três observações. Se considerarmos um navio a navegar e a imprescindível mudança de posição, para este método resultar seria pelo menos necessário acertar duas das alturas observadas. Pedro Nunes, no regimento em que emprega duas alturas, não aborda o assunto da correção à primeira altura (conclusão também tecida por Luís de Albuquerque); portanto, concluímos que Pedro Nunes não considerava ainda as correções à primeira altura observada, tornando-se pouco crível que esta hipótese das três observações estivesse bem sustentada para ser aplicada no mar.

2.2.4. Experiências de D. João de Castro

Na viagem até à Índia em 1538 e em mais algumas pequenas viagens no Oceano Índico, D. João de Castro experimentou os regimentos de Pedro Nunes. Inicialmente, D. João de Castro obteve bons resultados. Contudo, no decorrer da viagem, quando ainda navegava rumo a Goa, verificou que os processos podiam conduzir a erros grosseiros. Começa por referir algumas irregularidades na conceção da poma que estava a utilizar na viagem:

> “... desta demonstração ser a poma não tão redonda como conuem, e os meredianos de latão serem mal graduados, e orizonte não andar justo com a poma, mas todas estas cousas serem feitas de fancaria e sem primor.”[58].

D. João de Castro, além do reparo que faz da forma da esfera, afirma que o que verdadeiramente interferia com a assertividade dos valores da latitude era a variação de azimute entre a primeira e a segunda observação:

> “Este dia na maior altura tomei o sol e leuantauase sobre o orizonte 31 graos 1/2; a declinação deste dia era 23 graos, 23 minutos, do que se segue

[57] Tradução disponível em “Apêndice”. Pedro Nunes, *Obras. De Arte Atque Ratione Navigandi*, vol. IV, p. 172

[58] D. João de Castro, *Roteiro de Lisboa a Goa* (1538), pp. 39 e 39 verso.

estarmos em 35 graos, 7 minutos: o mestre tomou na mayor altura do sol ao orizonte 31 graos 2/3, e hum marinheiro outros tantos; e logo passandome á poma com a primeira e segunda altura, em que ouue 3 graos de variação de sombra do estilo, e obrando pella maneira acostumada, achey de leuação do polo 36 graos; e assy tornando a obrar com a segunda e 3ª altura, em que variou a sombra do estilo 9 graos 1/2, achey de leuação do polo 35 graos. Desta operação e de algas que vão atrás, parece que pera o sentido do nordestear das agulhas estorua pouco hum grao maes ou menos na quantidade dos arquos, mas pela demostração da poma virmos a alcançar a aleuação do polo, he erro muy notauel; e isto he de tal maneira que, quando a variação da sombra he pequena, a saber, 3 ou 4 graos, qualquer cousa de maes ou de menos causa grande mudança. na altura; e pello contrario sahindo a variação grande, a saber, 14 ou 15 graos e maes, inda que no obseruar da sombra erremos até hum grao, nem por isso a altura sahe fóra dos termos da Rezão."[59]

Da citação acima transcrita, a experiência de D. João de Castro indicava que uma variação da sombra de três ou quatro graus traduzia-se num acentuado erro na altura do polo sobre o horizonte; enquanto variações superiores, de catorze a quinze graus, permitiam um cálculo mais preciso e aceitável para o valor da latitude.

Todavia, independentemente dos fatores relatados, D. João de Castro afirma que foi possível determinar alguns valores de latitude por este processo, que coincidiam com os valores obtidos pelo método da passagem meridiana.

"E porém com todos estes defectos mostrou verdade muito tempo, como atras se poderá ver [...]"[60].

2.2.5. Análise dos erros nos processos

A. Fontoura da Costa, em *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 115, analisou o erro induzido no valor da latitude, consoante a diferença de graus obtidos. O erro é proporcional à expressão:

$$\csc \Delta P$$

[59] Idem, *ibidem*, p. 40 verso.

[60] D. João de Castro, *Roteiro de Lisboa a Goa* (1538), pp. 39 e 39 verso.

"(onde ΔP representa a diferença dos ângulos no polo das duas observações), a qual atinge elevados valores quando ΔP é pequeno […]"[61].

Na segunda linha da Tabela 1[62], podemos verificar que as colunas representam, respetivamente: a diferença de graus obtidos entre a primeira e segunda observação; o tempo decorrido entre as duas observações; e os valores em graus dos respetivos erros[63].

ΔP		cossecante (ΔP)
Diferença do ângulo no polo entre observações	**Tempo decorrido entre duas observações (h:min)**	**Valor em graus do erro**
0º	0:00	∞
5º	0:20	11,5º
10º	0:40	5,8º
15º	1:00	3,9º
30º	2:00	2,9º
45º	3:00	2,0º

Tabela 1 - Erro do método de Pedro Nunes considerando variações do ângulo no polo.

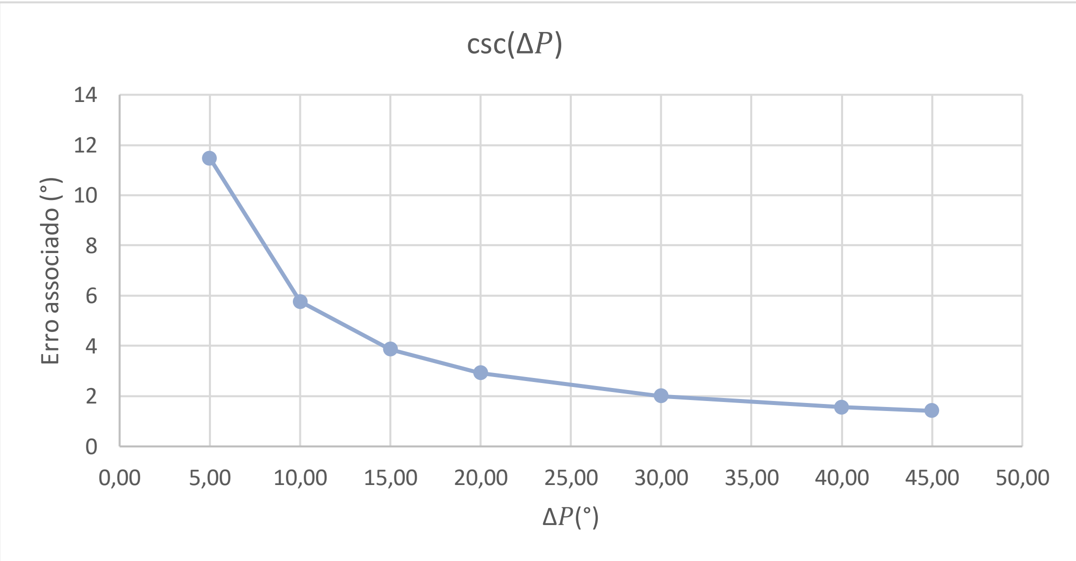


Gráfico 1 - Análise gráfica do erro consoante a variação do ângulo no polo.

---

61 A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 115

62 A tabela 1 foi reproduzida de A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 115, Tabela XII.

63 O erro obtido na tabela é em função da diferença de graus determinados nas duas observações, isto é, despreza erros induzidos "em instrumentos pouco rigorosos e usando pomas de escassa precisão". A. Fontoura da Costa, *A Marinharia dos Descobrimentos*, p. 115

Analisando o Gráfico 1 e a Tabela 1, constata-se que à medida que a diferença entre duas observações aumenta, o valor do erro diminui. Também se verifica que quanto maior o tempo decorrido entre as duas observações, maior será o ângulo de diferença entre as mesmas.

Pela análise do Gráfico 1 concluímos visualmente que a variação do erro até aos 20º é bastante significativa, tendendo o valor do erro a diminuir e estabilizar.

Os processos de determinação da altura do polo sobre o horizonte que aqui abordámos, para além dos erros referidos (induzidos pela pouca variação do azimute), podiam padecer de vários outros erros: os valores dos azimutes e alturas eram obtidos de forma aproximada e, por vezes, com erros; não se faziam correções à altura, nomeadamente no que se refere à refração, ou à altura do observador, entre outras correções que como veremos nos últimos dois autores são necessárias para obtenção da altura verdadeira; as medições no globo deviam estar igualmente afetadas de erros importantes, porque o globo, para ser realmente preciso, teria de ter uma dimensão bastante considerável[64]; e conceber uma esfera perfeita seria igualmente uma tarefa exigente, se não impossível naquela época. Como vimos anteriormente, D. João de Castro nas suas experiências refere defeitos na esfera que levava consigo.

A mudança de posição entre as duas observações implicaria a correção à primeira altura tomada[65], aspeto que nunca é referido por Pedro Nunes e que põe em causa a fundamentação do método. Para além disso, a mudança de posição podia fazer variar a declinação da agulha de forma significativa[66], o que iria comprometer o segundo processo de Pedro Nunes, para o qual seria necessário que a declinação magnética se mantivesse constante durante ambas as observações.

Todos os fatores anteriormente descritos resultavam numa acumulação de erros na determinação da altura do polo sobre o horizonte.

---

[64] Um globo de tal dimensão, além das dificuldades em concebê-lo, não seria viável o seu transporte, nem seria prático o seu manuseamento para aplicação dos processos.

[65] Como iremos ver nos dois últimos métodos analisados, seria importante fazer-se a correção à primeira altura dado que o navio não se encontraria, presumivelmente, na mesma posição quando fosse tomada a primeira e a segunda observação.

[66] Existem posições, muitas vezes marcadas nas cartas atuais, onde há perturbações magnéticas que induzem variações acentuadas na declinação magnética.

Independentemente disso, D. João de Castro refere que conseguiu durante as suas experiências alguns resultados bastante satisfatórios, concordantes com os resultados obtidos do regimento da determinação da latitude por passagem meridiana.

2.3. Súmula do estudo de Pedro Nunes

Recordemos a biografia de Pedro Nunes: começou por se dedicar ao estudo de medicina em Salamanca, que na época contemplava a compreensão e estudo da matemática e astronomia. Anos mais tarde, Pedro Nunes regressou a Portugal. Foi no seu país que aprofundou os estudos na matemática e conviveu com a comunidade científica da época que se ocupava dos problemas da navegação. Ao longo dos anos desenvolveu vários estudos no âmbito da navegação. Além dos vários trabalhos de cariz académico, também se destacou na sociedade portuguesa, alcançando o cargo de Cosmógrafo-mor.

A determinação da latitude por alturas extrameridianas foi um dos assuntos que Pedro Nunes estudou, face à necessidade de se procurar um método alternativo ao regimento da passagem meridiana.

Fruto dos conhecimentos adquiridos em geometria, Pedro Nunes consegue conceber dois regimentos mecânicos. Ambos requeriam a utilização de uma poma que representava a imensa esfera celeste[67]. Os métodos resumiam-se à projeção na poma de uma, ou duas posições do Sol (conforme se utilizasse o primeiro ou o segundo regimento). Conhecendo-se a posição do astro na esfera celeste, era possível determinar a altura do polo sobre o horizonte.

Um dos objetivos de Pedro Nunes, ao conceber estes métodos mecânicos, era a permitir a utilização destes por qualquer piloto (sem a necessidade de ter conhecimentos na geometria que Nunes utiliza para fundamentar o método). Luís de Albuquerque, sobre este assunto, escreve o seguinte:

> "As operações de certo modo delicadas que o método exigia, colocavam-no à margem do alcance da maioria dos pilotos; talvez por isso só voltamos a ouvir falar dele em obras de cosmógrafos, sendo de admitir que os homens do mar se tenham desinteressado da sua aplicação prática."[68]

---

[67] E outros instrumentos, que descrevemos anteriormente, para determinar as variáveis necessárias.

[68] Luís de Albuquerque, *Curso de História da Náutica*, p. 137.

Desta transcrição podemos retirar que o método de Pedro Nunes não terá sido amplamente praticado e é provável que tenha sido muito pouco utilizado no mar.

Independentemente da pouca difusão e utilização do método, temos uma prova documental[69] de que foi experimentado no mar, por D. João de Castro. As experiências do nobre provaram que, apesar de ser um método suscetível a vários erros, por vezes conseguiam-se resultados satisfatórios na determinação da latitude.

O método de Pedro Nunes não veio trazer aos pilotos uma solução perfeita para o problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol[70]. Consideramos o seu estudo uma obra inacabada; sendo inédita, naturalmente haveria de conter alguns erros próprios de uma originalidade.

Concluímos esta parte do nosso estudo enaltecendo Pedro Nunes pelo que consideramos um trabalho extraordinário. A conceção de uma solução para o problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, no século XVI, sem utilizar a variável tempo e limitado aos conceitos matemáticos conhecidos na época, é sem dúvida admirável.

[69] D. João de Castro, *Roteiro de Lisboa a Goa* (1538).

[70] Apesar de o método ser eficiente em terra, a navegar mostrou-se dificultoso e muitas vezes ineficiente.

3. Padre Valentim Estancel, séc. XVII

Neste capítulo, iremos começar por descrever os principais desenvolvimentos matemáticos, ocorridos entre a época de Pedro Nunes e a de Estancel, considerados relevantes ao assunto do cálculo da latitude por observação de passagens extrameridianas do Sol, prosseguindo depois para uma breve explicação da circunstância vivida poucos anos antes do nascimento de Valentim Estancel, e terminaremos esta parte introdutória com um breve resumo da vida de Valentim Estancel.

3.1. Contextualização científica e histórica

Antes do nascimento de Valentim Estancel é definido um importante conceito na matemática. Trata-se da função logarítmica, descoberta por John Napier[71]. A obra de John Napier *Mirifici Logarithmorm Canonis Descriptio* surge no ano de 1614[71], sete anos antes do nascimento de Valentim Estancel, daí que quando Estancel nasceu já havia um conhecimento entre os académicos da função logarítmica. John Napier também "Deduziu as fórmulas da trigonometria esférica conhecidas por "analogias de Napier" […]"[72].

Além de Napier, outro Autor muito conhecido publica importantes descobertas. Referimo-nos a Johannes Kepler. Em 1609[73] foram publicadas algumas das suas descobertas, conhecidas atualmente como as duas primeiras leis de Kepler. Em 1619 é publicada *Harmonices Mundi*[73], onde é escrita a terceira lei de Kepler. No ano de 1621 publica *Epitome Astronomiae*, que é considerada uma das suas obras mais influentes, onde discutiu o sistema heliocêntrico[74]. Kepler redige ainda as *Rudolphine Tables*, que incluíam cálculos usando a função logarítmica[75]. Esta última obra, além de cálculos com logaritmos, providenciou tabelas que permitiam o cálculo das posições dos planetas:

---

[71] Também Joost Bürgi acompanhou o estudo da função logarítmica. Florian Cajori, "History of the Exponential and Logarithmic Concepts", In *The American Mathematical Monthly*, vol. 20, No. 1 (Jan., 1913), pp. 6

[72] Carlos M. Lemos, "Os Logaritmos e as Suas Aplicações nas Ciências Náuticas – Um Apontamento Histórico", in *Boletim da SPM* 66, maio 2012, p. 70.

[73] NASA, *Johannes Kepler: His Life, His Laws and Times*, disponível em https://www.nasa.gov/kepler/education/johannes, acedido em fevereiro de 2021.

[74] Idem, *ibidem*.

[75] Idem, *ibidem*.

> "These included calculations using logarithms, which he developed, and provided perpetual tables for calculating planetary positions for any past or future date."[76]

Considerando os desenvolvimentos suprarreferidos na área da matemática, podemos afirmar que, comparativamente à época de Pedro Nunes, Valentim Estancel integra um meio académico onde havia mais conceitos matemáticos definidos, que podiam ter sido úteis à conceção de soluções ao problema em estudo. Objetivamente, o estudo da função logarítmica, bem como a sua tabulação poderiam ter sido úteis à conceção de um novo método para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol. Como iremos ver nos métodos descritos pelos dois últimos autores a função logarítmica será amplamente utilizada.

Carlos Lemos tece uma consideração que vem exatamente ao encontro do que afirmamos acerca da função logarítmica:

> "Desde a sua introdução no início do século XVI, os logaritmos desempenharam um papel importante na matemática, […]. É referida a importância dos logaritmos em muitos problemas das ciências náuticas, particularmente da astronomia náutica e da cartografia, com ênfase na concepção e desenvolvimento prático de métodos de determinação do ponto astronómico a bordo dos navios por parte de ilustres navegadores da Marinha Portuguesa, adaptados ao cálculo com logaritmos."[77]

Dados a conhecer os principais desenvolvimentos matemáticos, prossigamos para uma breve descrição da circunstância do momento histórico que se vivia, antes do nascimento de Estancel.

Nos princípios do século XVII (1618) emerge um conflito bélico que ficou conhecido como a Guerra dos Trinta Anos[78]. "De princípios religiosos, (entre a União Evangélica, protestante, [...] e a Santa Liga, católica) torna-se europeia e política, quando

---

[76] Tradução em "Apêndice". NASA, *Johannes Kepler: His Life, His Laws and Times*, disponível em https://www.nasa.gov/kepler/education/johannes, acedido em fevereiro de 2021.

[77] Carlos M. Lemos, "Os Logaritmos e as Suas Aplicações nas Ciências Náuticas – Um Apontamento Histórico", in *Boletim da SPM* 66, Maio 2012, p. 65.

[78] António G. Mattoso, "Guerra dos Trinta Anos" in *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira de Cultura*, ed. séc. XXI, p. 107.

intervêm certas potências [...]"[79]. A "Defenestração de Praga" seguida da eleição do calvinista[80] Frederico V são dois marcos do desencadear do conflito[81]. Frederico V vai trazer algumas transformações ao seu reinado, nomeadamente, "um processo de libertação das confissões religiosas perseguidas neste reino tradicionalmente regido pelo próprio imperador da família católica dos Hasburgos."[82] Desencadeada a guerra, ocorrem diversas batalhas pela Europa. O conflito termina em 1648, quando o imperador romano-germânico Fernando III é obrigado a submeter-se, aceitando a Paz de Vestfália[83].

A Guerra dos Trinta Anos vai desencadear reformas na igreja. Torna-se prioridade da Igreja Católica restabelecer a tradicional cultura religiosa nesta comunidade e, por certo, "a Companhia de Jesus não poderia debater com Kepler ou com os maiores astrônomos europeus usando os cansados argumentos de Ptolomeu; era preciso servir-se de teses e ideias da atualidade que pudessem apresentar alguma eficácia!"[84].

Por essa razão, a comunidade jesuíta procurou estudar as últimas descobertas desse tempo, bem como toda a documentação e estudos mais recentes em diferentes áreas científicas. É neste contexto que o Padre Valentim Estancel integra a igreja e, por conseguinte, a comunidade científica. Estancel seria então um dos homens envolvidos nesta "missão" de atualização do conhecimento da Igreja.

3.2. Síntese da biografia de Estancel

No que respeita a este assunto – a biografia de Valentim Estancel – os elementos biográficos são confusos e algumas informações divergem. Vai além do objeto deste estudo distinguir pormenorizadamente o que são os factos da vida de Estancel e o que são apenas possibilidades ou meras suposições. Iremos focar-nos essencialmente nas

[79] Idem, *ibidem*, p. 107.

[80] "calvinismo – [...] Doutrina religiosa do reformador francês Calvino, introdutor do protestantismo em França." cf. "calvinismo" In *Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea*, 2001, p. 643.

[81] António G. Mattoso, "Guerra dos Trinta Anos" in *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira de Cultura*, ed. séc. XXI, p. 107.

[82] Carlos Ziller Camenietzki, "Esboço Biográfico de Valentin Stansel (1621-1705), Matemático Jesuíta e Missionário na Bahia", p. 161.

[83] António G. Mattoso, "Guerra dos Trinta Anos" In *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira de Cultura*, ed. séc. XXI, p. 107.

[84] Carlos Ziller Camenietzki, "Esboço Biográfico de Valentin Stansel [...]", p. 163.

informações reconhecidas por vários autores e, sempre que assim não o seja, será esclarecido em nota de rodapé a fonte, ou uma justificação da informação descrita.

Existe uma concordância generalizada quanto ao ano de nascimento do Autor ser 1621[85]. Já no que toca à cidade em que nasceu há opiniões distintas[86], mas é aceite que terá nascido numa localidade algures no território onde se encontra atualmente a República Checa.

Dezasseis anos após o seu nascimento (1637), Estancel ingressou na Companhia de Jesus mergulhando no estudo das matemáticas e da filosofia natural (atual física). Em finais da década de cinquenta, viaja para Portugal, passando primeiro por Roma[87], com o propósito de partir para as antigas colónias portuguesas com o papel de missionário. Em 1658 redige uma obra intitulada *Orbe Affonsino Ov Horoscopio Vniuersal*. Verificámos na primeira página o que o Autor se propôs a tratar na mesma, que transcrevemos: "Que hora seja em qualquer lugar de todo o Mundo. O Círculo Meridional. O Oriente, & Poent do Sol. A quantidade dos dias. A Altura do Polo, & Equador, ou Linha."[88] Em 1663 parte

---

[85] "Segundo Luís de Albuquerque, o Padre Valentim Estancel, nasceu […] em 1621." Cf. autor António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval*, vol. CXXXVIII, p. 204. Também o autor Pavel Štěpánek delimita a vida de Estancel entre 1621 e 1705, nos parênteses da seguinte questão: "Mas quem é Valentim Stansel (1621–1705)?" em Pavel Štěpánek, "Valentin Stansel – Um Observador Tcheco do Céu Brasileiro", p. 189.

[86] Luís de Albuquerque defende que Estancel nasceu em Brno Cf. Luís de Albuquerque, "Duas obras inéditas do Padre Francisco da Costa", in: *Maria Emília Madeira Santos*, (ed.), *Estudos de História da Ciência Náutica.* Homenagem do *Instituto de Investigação Científica Tropical*, pp. 271-502. Instituto de Investigação Científica Tropical, Lisboa, 1994, pp. 282-284 e «Luís de Albuquerque, "A Aula de Esfera" do *Colégio de Santo Antão no século XVII*, in: *Maria Emília Madeira Santos*, (ed.), *Estudos de História da Ciência Náutica. Homenagem do Instituto de Investigação Científica Tropical*, pp. 533-579»; apud António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* vol. CXXXVIII, p. 204. «Instituto de Investigação Científica Tropical, Lisboa, 1994, p. 547»; apud António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* vol. CXXXVIII, p. 204. Saliente-se que o Autor afirma que parte dos dados biográficos que lhe foram conferidos foram fornecidos pela Professora Pavla Lidmilová. Por outro lado, também se afirma que Estancel terá nascido numa cidade mais a norte, Olmütz cf. Joaquim de Carvalho, "Galileu e a Cultura Portuguesa sua Contemporânea", pp. 405-484. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1982, p. 442.

[87] "[...] partiu de Praga para Roma no segundo semestre de 1655; a estadia na capital eclesiástica era uma escala quase obrigatória para os missionários vindos da Europa do Leste com destino ao Oriente." Pavel Štěpánek, em "Valentin Stansel – Um Observador Tcheco do Céu Brasileiro", p. 193.

[88] Valentim Estancel, *Orbe Affonsino Ov Horoscopio Vniuersal,* página sem numeração. De entre os tópicos tratados na obra, o Autor refere "[...] A Altura do Polo [...]", pelo que fomos confirmar o que era discutido na obra sobre este assunto. Encontrámos o seguinte: Estancel narra que se houvesse um instrumento que permitisse o cálculo da altura do Equador sobre o horizonte, o resultado da subtração a 90º dessa medida, era precisamente a altura do polo sobre o horizonte cf. Valentim Estancel, *Orbe Affonsino Ov Horoscopio Vniuersal*, p. 33 e 34; define os conceitos de altura do polo sobre o horizonte e latitude do lugar, concluindo que tomam o mesmo valor em idem, *ibidem*, pp. 48 a 51; e, por fim, descreve ainda um

para o Brasil e é lá que vai debruçar-se sobre o estudo no domínio de filosofia natural e astronomia. E foi nesse contexto que surgiu a sua obra de *Tiphys Lusitano* ou *Regimento Nautico Novo,* tendo sido escrita algures entre 1660 e 1669[89]. O assunto central da obra é a resolução de vários problemas de navegação, utilizando um instrumento de navegação inventado pelo próprio (ver Figura 11). Estancel explora vários temas de interesse, entre os quais destacamos a determinação da latitude e longitude e a determinação da declinação da agulha[90]. O instrumento concebido por Estancel é elogiado nos sonetos escritos por Botelho de Oliveira e Gregório de Matos[91].

Estancel dedicou grande parte da sua vida à investigação científica, fruto em parte dos motivos descritos na contextualização histórica. Foi docente em algumas instituições de ensino[92] e deixou-nos um grande legado em várias áreas.

> "Segundo uma opinião generalizada, os únicos experimentos ocorridos no Brasil a serem citados em uma das obras mais importantes da História da Ciência, os Principia, são, modernamente, a expedição de Couplet e as observações realizadas pelo padre Valentim Stansel (Stanzel), na Bahia, na segunda metade do século XVII." [93].

Quanto à data da sua morte há algumas incertezas. Carlos Sommervogel esclarece este assunto:

---

método para a determinação da latitude observando a altura meridiana do Sol em idem, *ibidem*, pp. 70 e 71.

[89] "Em 1669, ele comentou ao seu correspondente em Roma ter escrito duas obras. A primeira, *Tiphys Lusitano ou Regimento Nautico Novo*" Cf. Pavel Štěpánek, em "Valentin Stansel – Um Observador Tcheco do Céu Brasileiro", p. 199. Outros autores consideram, contudo, que a obra já estaria escrita anos antes: "Serafim Leite afirma que o texto teria sido escrito à volta de 1672 e certamente antes de 1679 […] Contudo, baseando-se na descrição de Luís de Albuquerque, Henrique Leitão considera que o mesmo teria sido redigido cerca de 1660." António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* vol. CXXXVIII, p. 204.

[90] Como descrito na capa da obra *Tiphys Lusitano "O QVAL ENSINA Tomar as alturas, descubrir os meridianos e demarcar as uaraçoens da agulha a qualquer hora do dia e noite com hum discurso practico sobre a navegação de Leste a Oeste"*; Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano* [...], capa.

[91] Enrique Rodrigues Moura, "Engenho poético para cantar um artifício engenhoso. O astrolábio de Valetim Estancel nos versos de Botelho de Oliveira e Gregório de Matos", In *Navegações* – v. 4, n. 2, jul./dez. 2011, p. 151.

[92] "Além das universidades de Praga e Olmütz, em Portugal teria ensinado em Elvas e no Colégio de Santo Antão." cf. António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* p. 204.

[93] Pavel Štěpánek, em "Valentin Stansel – Um Observador Tcheco do Céu Brasileiro", p. 193.

> "[…] il y mourut, le 18 décembre 1705, et non en 1715 ou en 1690 d'aprés la Biogr. Univ.; Pelzel dit q'on ignore l'année de sa mort. Dans nos Archives on ne trouve pas la date; mais il vivait encore en 1701, et n'est plus dans le catalogue de 1707"[94].

Apesar de não existir um consenso, Sommervogel parece-nos convicto que a data de falecimento de Estancel terá sido 18 de dezembro de 1705.

3.3. Obra de Estancel

Tiphys Lvsitano ov Regimento Navtico Novo, a obra do Padre Valentim Estancel que nos propomos analisar neste capítulo, é um texto de setenta folhas, atualmente guardado na Biblioteca Nacional de Lisboa como Cod.2264.

Na primeira página, além do título[95] que dá ao leitor uma primeira ideia do que será abordado, Estancel revela o que se propõe a "ensinar" na sua obra.

Seguidamente, escreve uma dedicatória dirigida à realeza portuguesa[96]. Logo após a dedicatória vêm três poemas: um do Padre André Rodrigues de Figueiredo dedicado ao Padre Valentim Estancel; outro de Manuel de Oliveira dedicado ao instrumento inventado; e, por fim, um poema em latim de Francyscus Carandinus dedicado também a Estancel, onde se diz que este "novo testamento" permitirá a qualquer momento determinar a altura do polo[97].

---

94 Tradução disponível em "Apêndice". «Carlos Sommervogel, "Stansel, Estancel, Valentim," in: *Bibliothéque de la Compagnie de Jésus*, vol. VII. Oscar Schepens, Bruxelas, 1896, col. 1482»; apud António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* vol. CXXXVIII, Tomos 4 A 6, abril-junho, Lisboa, 2008, p. 205.

95 *Tiphys Lvsitano ov Regimento Navtico Novo* o título aparece na obra desta forma. Por regimento náutico novo, subentende-se que o Autor estaria a propor um regimento original.

96 Durante a dedicatória, Estancel refere várias vezes os príncipes portugueses, pelo que não há dúvidas que a dedicatória é feita à realeza portuguesa. Contudo, há um aspeto curioso que devemos assinalar. Como referimos, Estancel terá escrito a sua obra *Tiphys Lusitano* entre 1660 e 1669 data em que reinava D. Afonso VI, por isso poder-se-ia concluir que quando Estancel se referia a "Vossa Alteza" na dedicatória estaria a referir-se a D. Afonso VI. No entanto, nos poemas de Gregório de Matos escritos para acompanhar o instrumento de Estancel a Lisboa, os poemas são dedicados a D. Pedro II. Francisco Topa, em *Edição crítica da obra de Gregório de Matos - vol. II: edição dos sonetos,* Dissertação de doutoramento em literatura brasileira, Faculdade de Letras da Universidade do Porto, Porto, 1999, p. 101 esclarece este ponto "[...] D. Pedro era regente desde 1668 e que, nessas circunstâncias, o título de rei é perfeitamente justificável." Por esta razão, não podemos concluir como toda a certeza que quando Estancel escreveu a sua dedicatória estaria a dedicá-la ao rei D. Afonso VI.

97 "[…] auctoris novi Instrumenti Mathematici quo nautas Oceanum navigant docet Singulis horis Solis, et Polorum altitudinem sumere" António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* vol. CXXXVIII, p. 206.

Considera-se também relevante referir que, para além dos autores anteriormente mencionados, também Gregório de Matos, poeta brasileiro contemporâneo dos anteriores, dedica um poema ao instrumento náutico criado por Valentim Estancel. O poema deste último terá sido escrito com a intenção de ser acompanhado na viagem de D. João de Lencastre, para levar o instrumento de Estancel até ao rei D. Pedro II.[98]

Depois dos poemas, Valentim Estancel escreve um proémio ao "leitor amigo e curioso" sobre a forma de fabrico do novo instrumento, onde afirma não se conhecer àquela data um método para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol: "Nem se achou athe o prezente dia, alguem que podesse desatar este trabalhoso nó da Astronomia."[99]

Ainda no proémio, indica ter descoberto a solução para o problema recorrendo à astronomia e à agulha magnética, prosseguindo com a fundamentação para esta descoberta:

> "E assi o fundamento, em que este Nó Gordiano se estriba, (segundo tenho alcançado) vem a ser os círculos imaginários no Ceo undécimo a que commumte chamamos o primeiro Mobil, o qual com seu arrebatado movimento, os anima, e excita a correr consigo. De baixo destes faz o Sol suas carreiras, caminhando de hum Tropico para o outro; e correndo o zodíaco todo, no espaço de 365 dias, 5, horas, e 48 minutos e tantos segundos […] Os Circulos pois em que o Sol faz suas carreiras, andão tão encadeados entre si, que sabendose, o em que anda o Sol, e que lugar, ou grão nelle ocupa, logo tambem se sabe o opposto circulo, em que o Apice da sombra caminha, e o grao que aponta, e tudo mais. Esta he a Theorica, em que se fundão as tres praxes Seg.[tes] que enventei, p.[a] tomar as Alturas, em qualquer hora ou tempo do dia"[99].

Conhecendo os movimentos do Sol na esfera, através das sombras e a declinação consegue obter a altura do polo, ou seja, a latitude a qualquer hora do dia.

---

[98] António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval*, vol. CXXXVIII, p. 207.

[99] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano* [...], fol. 6.

Nesta parte da obra deixa explicadas o que intitula como as três “praxes”. Conclui o proémio referindo que quando tiver mais disponibilidade irá desenvolver, aperfeiçoar e facilitar os referidos métodos:

> “[...] Dandome o tempo lugar e as occupações da minha profissão mais descanço, tratarei de o apurar, e augmentar, e facilitarei mais esta minha doutrina: Que nenhuã coura, em nascendo, sevio logo creçida, nem em seu principio logo perfeita […].”[100]

Concluído o proémio, apresenta a ilustração do instrumento com o título: “Forma Do Instrumento primeiro Polimetro”[101]. Posteriormente, sucede um capítulo designado “ELEMENTOS GEOCOSMICOS ou noticias necessárias da fábrica, e construção dos círculos imaginados nas duas esferas do Mundo, a Saber na do Ceo, e na da terra e mar.”[102], onde são esclarecidas algumas definições que Estancel considera importantes o leitor ter conhecimento, para melhor compreensão da sua obra; assim como “elementos geocósmicos” necessários à construção do seu instrumento. Dadas a conhecer as ditas definições, subsequentemente, escreve a designada “Parte Primeira Capitvlo I.” onde narra duas proposições, intituladas respetivamente: “Declaração da fabrica do Instrumento Prim^ro^ Proposição primeira” e “Proposição Segunda. Declaração da fabrica do Instrumento primeiro laurado em forma de hum dado circularmente vazado”. Na primeira proposição, descreve como se deve construir o instrumento e explica, detalhadamente, o que simbolizam, em termos celestes, os componentes do mesmo. Na segunda, começa por explicar que é difícil conceber com a exigida perfeição o instrumento anteriormente descrito e, por isso, inventou outro instrumento, com a forma de cubo.

> “Por quanto he coura difficil varar huã meya bolla, com tal perfeição, que fique tão esfericamente rodonda, como o negocio requere; em lugar della,

[100] Idem, *ibidem*, fol. 8.

[101] Idem, *ibidem*, fol. 10. Fazemos aqui uma chamada de atenção para a designação dada por Estancel ao instrumento, *polimetro*. Ao longo da obra de Estancel, o instrumento é também designado por cubo e dado.

[102] Idem, *ibidem*, fol. 11.

enventei outro Instrumento mais acomodado, e vem à ser hum corpo quadrado, à que os Mathematicos chamão Cubo”[103]

A segunda proposição é, de forma idêntica à primeira, uma descrição de um instrumento; a diferença incide no instrumento que está a ser descrito. Estancel faz a descrição deste último, apoiando-se muitas vezes na descrição do instrumento anterior.

Em conclusão desta primeira parte, num capítulo intitulado “*CAPITVLO II. Muitos, e agradaveis uzos deste instrumento.”*, o Autor identifica em sete subcapítulos os usos práticos deste instrumento (tanto do *polimetro*, como da apelidada meia-esfera).

Na segunda parte, qualificada por Estancel como teórica-prática, são exploradas resoluções, recorrendo a alguns cálculos e a trigonometria esférica, para vários problemas náuticos.

Por fim, a terceira parte da obra, classificada como prática, é o culminar de toda a sua obra, onde descreve métodos práticos e mecânicos para resolução dos problemas apresentados na segunda parte da obra, que teriam por fim a utilização prática no mar.

3.4. Descrição do instrumento de Estancel

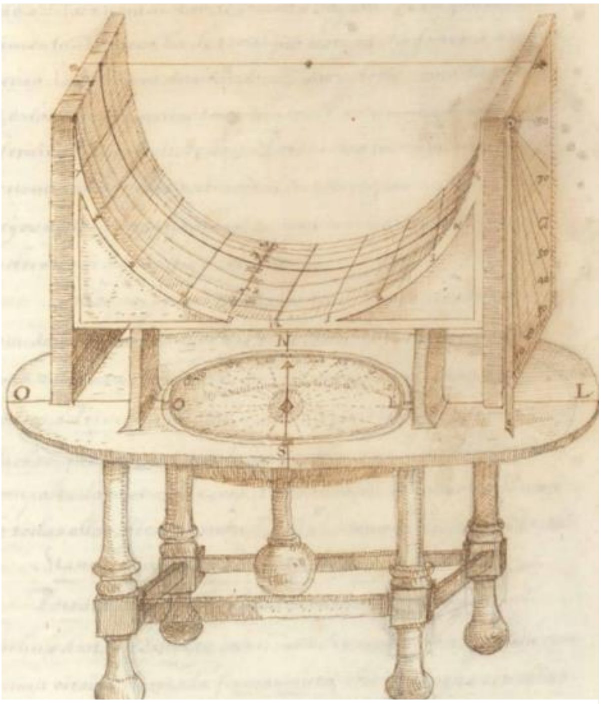


Figura 11 – *Polimetro*. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 10.

[103] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 15v.

Iniciamos a descrição do *polimetro*, da mesma forma que Estancel iniciou a sua própria descrição, ilustrando-o. Consideramos importante, antes de qualquer descrição escrita, ter uma referência visual do instrumento.

Como indicámos no subcapítulo "3.3. Obra de Estancel", Valentim Estancel vai descrever primeiro um instrumento composto por uma meia esfera concava e, pela dificuldade em construir com a perfeição necessária este instrumento, irá, posteriormente, descrever outro instrumento (o cubo). O instrumento representado na Figura 11 trata-se deste último.

O cubo tinha o mesmo fim que a meia esfera concava. Para descrevermos a constituição deste dado, iremos começar por explicar o primeiro instrumento apresentado na obra, a meia esfera concava[104]. Na descrição desta meia esfera Estancel começa por dividi-la em duas partes: A primeira é a designada por "meia Laranja", ou "Esfera concava" que deverá ser "feita de Latão, ou prata, ou Marfim, tambem de pao servira[…]"[105]; a segunda parte é o círculo que serve da base à meia esfera (ver Figura 12), "o qual lhe fica como de Horizonte; e podése fazer de pao, ou latão, seguindo o gosto, e as posses de cada hum[…]"[106]. Nesta representação do horizonte, está ainda acoplada uma agulha. Todo o instrumento é suportado por "três ou quatro Balaustes, que lhe servem de pernas […]"[107]. A metade de esfera concava é atravessada por um fio com uma pequena esfera no centro; esta pequena esfera "[...] representa o globo da terra, dependurada no centro do Universo […]"[108].

[104] Como iremos ver, Estancel para explicar as características do cubo cita partes da descrição do primeiro instrumento. Sem retratarmos previamente as particularidades da meia esfera concava (o primeiro instrumento), seria difícil perceber as citações descritivas do cubo.

[105] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 12 verso.

[106] Idem, *ibidem*, fol. 12 verso.

[107] Idem, *ibidem*, fol. 12 verso.

[108] Idem, *ibidem*, fol. 12 verso.

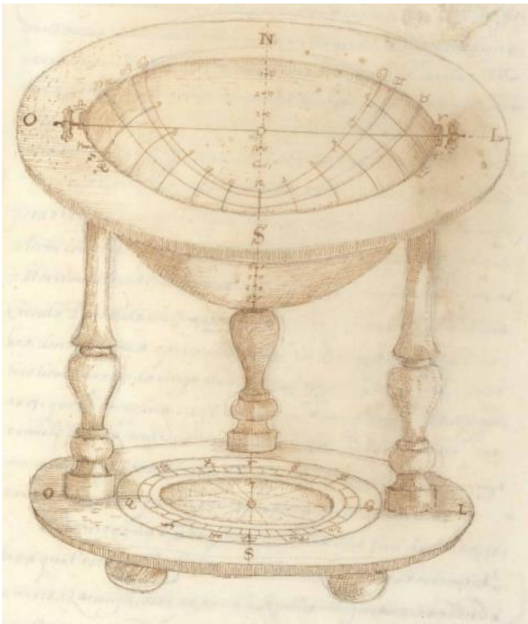


Figura 12 – Primeiro Instrumento de Estancel. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 14.

Voltando agora ao outro instrumento (o cubo), a materialidade é descrita da seguinte forma: "A materia delle pode ser a mesma, que a do outro. Como tambem os Balaustes, e o demais."[109] comparadas as citações da constituição do primeiro instrumento e esta última, podemos concluir que a matéria-prima para a construção do dado podia ser latão, prata, marfim ou madeira. Na Figura 11 é possível ver-se que o cubo tinha na mesma o círculo que representava o horizonte, com a agulha acoplada, o fio com a pequena pérola a representar o planeta Terra e quatro balaústres que suportavam o instrumento.

Relativamente às faces do cubo:

> "Nas duas faces opostas que hão de olhar Norte Sul, se descreve o Relógio Equinocial, pera saber juntamente as horas, que ouver naquelle tempo en aquella paragem, ou altura, em que se achar o Navegante"[110].

Nas outras duas faces, que dizem para Este e Oeste:

[109] Idem, *ibidem*, fol. 16.

[110] Idem, *ibidem*, fol. 16.

> "somãose dous Quadrantes, repartidos em seus graos costumados; No Centro dos quais dependurao duas regoas lisas de latão do tamanho do quadrante, que nos hão de servir em lugar de prumo, e apontar as Alturas que se buscão"[111].

Dados a conhecer os constituintes do cubo, iremos agora explorar a sua simbologia e descrição astronómica. Iremos fazer esta explicação abordando novamente os dois instrumentos, pela razão que já expusemos anteriormente.

A "meia laranja" representa metade da esfera celeste, onde estão desenhadas várias linhas. A linha no meio da concavidade representa um meridiano "o qual vaj em direitura dos Polos, ou do Eixo do mundo. […]"[112].A linha que passa pelo meio deste meridiano é o Equador, dividido em duas vezes 90º, começando a numeração de cima até ao meio da concavidade. É nesta linha que é medida a altura do Sol; "Estes 90 graos servem pera tomarmos a Altura do Sol". Dos paralelos que existem, interessa referir dois em particular: os terceiros paralelos contando desde o Equador para Norte ou para Sul, representam, respetivamente, o Trópico de Câncer e o Trópico de Capricórnio, que como sabemos, distam do Equador as declinações máximas (norte e sul) que o Sol tem num ano. O reduzido número de paralelos no instrumento é justificado: "Pûr sô Seis intervalos, ou linhas principais pera não embaraçara figura com a multidão dellas. O Sol em chegando à os Tropicos, ou acabando seu curso anual na Ecliptica[…]"[113].

Regressando novamente ao cubo, na concavidade do mesmo está representado o zodíaco, "com todos os Parallelos do Sol, como fizemos no concavo da Bola"[114].

Estancel, após esclarecer a construção do instrumento, descreve, pormenorizadamente, a forma de como desenhar as linhas para facilitar os artífices com pouco conhecimento dos círculos celestes.

---

[111] Idem, *ibidem*, fol. 16.

[112] Idem, *ibidem*, fol. 13.

[113] Idem, *ibidem*, fol. 13.

[114] Idem, *ibidem*, fol. 16. Os paralelos a que Estancel se refere são seis, citando: "As linhas, que cortão transversalmente as linhas das horas, são os Parallelos Circulos do Sol, ou Intervallos dos 12 Signos, como disse, os quais descreve a sombra do Eixo do mundo […] As linhas pois são 6., tres de huã parte e tres da outra, da linha Equinocial. De todas a ultima, de huã parte, reprezenta o Tropico de Cancer, e a ultima da outra reprezenta o Tropico de Capricornio.". Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 13.

> "Pera favorecer aos Artificies, (que commummente tem pouca noticia da Astronomia), pareceome conveniente, e necessário de lhes mostrar o modo e a fabrica desdes círculos celestes […]"[115].

Por não fazer parte do objeto deste estudo, não iremos abordar a descrição da forma de construção e desenho do instrumento[116]. Considerámos importante descrever o cubo por ser várias vezes referido ao longo da obra de Estancel e, principalmente, poder ser utilizado para determinar a latitude a qualquer hora do dia (apesar de apenas num caso específico, como iremos explicar).

No próximo subcapítulo, descreveremos a solução de Estancel para determinar a latitude a qualquer hora do dia. Adiantamos que o método se dividia em dois regimentos: um no caso em que se conhecesse o valor da declinação da agulha (ou numa posição que o seu valor fosse nulo); e outro, quando o piloto não conhecesse o referido valor.

3.5. Método de determinação da latitude a qualquer hora do dia

3.5.1. Valor da declinação conhecido ou nulo

No subcapítulo "3.3. Obra de Estancel" descrevemos que a obra se divide em três partes. O problema da determinação da latitude a qualquer hora do dia está vertido nas três, variando o teor em explicações mais teóricas ou práticas.

No capítulo II de *Tiphys Lusitano [...]*, é feita uma exposição dos usos do instrumento (cubo). O primeiro uso é precisamente "A qualquer hora tomar a Altura do Pólo, e da Linha" o qual iremos analisar detalhadamente neste capítulo.

Iniciamos a análise transcrevendo o método:

> "Estando o instrumento ào Livel, com o Horizonte, meneasse o Cubo movel, que esta dependurado em dous Eixos, com tal jeito que a linha meridional delle corresponda em Parallelo, ou direitura ào Agulhao, que esta posto na rosseta, dependurado ào pê do instrumento, mostrando na flor de Liz, o Norte, […] e que a sombrinha da Perola venha à cahir naquelle grao do zodíaco, […] em que então anda o Sol, e logo ficara o dito Dado levantado na Altura, que se procura, e busca. Porque onde o prumo, ou o perpendículo cortar o quadrante,

[115] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 16.

[116] A explicação completa e detalhada de como se concebia o instrumento está descrita em Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 16 e 16 verso.

que está debuxado nas ilhargas do dito Dado, alli se acharão logo os graos, que correspondem a Altura daquele lugar, em que estivermos."[117]

Resumindo a explicação transcrita, o instrumento teria de estar nivelado com o horizonte, ter-se-ia que orientá-lo garantindo que a linha meridional ficasse paralela ao ponteiro da agulha acoplada. Apurava-se onde era projetada a sombra da pérola suspensa e lia-se numa escala qual era a altura do polo naquele lugar. Estancel deixa um parentese: que só se utilizava este método quando o valor da declinação[118] fosse nulo ou conhecido ("Isto se entende aonde não ouver variação notável, que se ouuer, e não se souber o quanto varia, então forcozamente hemos de recorrer à nossa Theorica, como já tenho dito [...]"[119]).

Posteriormente a esta explicação, o Autor descreve ainda outra forma de cálculo para a quem "parecer enfandonho, ou difficultozo buscar o lugar do Sol, no zodiaco, por via ordinária, ou pellas praxes que falarei [...]"[120]. Para a prática deste outro método, devia-se procurar a declinação do Sol nas taboas, marcar a declinação na linha Equinocial "começando a contar do ponto do meyo, subindo pera sima até dar com elles, digo que alli anda o sol naquelle dia, no seu paralelo diurno"[121]. Percebendo o paralelo onde estava o Sol, seguidamente o piloto deveria ajustar o instrumento por forma a que a sombra da pérola viesse a cair no paralelo da declinação do Sol, e assim obteria a altura do polo: "forcozamente vira à cortar o dito prumo na superfície do quadrante os graos da Altura que se busca."[122].

---

[117] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 18 verso.

[118] Na obra não é usado o termo declinação, utiliza-se variação. Variação era a designação dada na época ao que hoje definimos por declinação. Declinação é "ângulo entre o meridiano verdadeiro e o meridiano magnético;" Escola Naval, *Caderno de Cálculos Náuticos*, cap. 2, p. 3. O que origina a declinação são os movimentos do núcleo da Terra, que têm como principal influência o Sol; as tempestades magnéticas e por vezes as próprias perturbações magnéticas locais, provocadas por grandes massas, podem induzir variações da declinação num local em específico.

[119] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 18 verso.

[120] Idem, *ibidem*, fol. 19.

[121] Idem, *ibidem*, fol. 19. Nesta transcrição, o Autor refere para cima porque estava a dar um exemplo em que a declinação do Sol era norte. Contava-se para cima ou para baixo conforme a declinação dissesse para Norte ou Sul.

[122] Idem, *ibidem*, fol. 19.

Seguida a esta explicação vem um subcapítulo intitulado “Advertencias acerca das variações da Agulha”[123] para o caso em que o piloto fosse “muito practico, e tiver noticia bastante das variações, que a Agulha faz nos Meridianos”[124], sendo que neste caso (quando o piloto conhece a sua declinação) não será “necessário valerse o Piloto das Theoricas, de que falo na segunda parte, ou da practica da parte 3ª”[125]. O método é simples: sabendo a declinação, basta ao navegante “abaterlhe há na redondeza da flor de Lis […] tanto quanto ela varea.”[126].

Nesta parte da obra, Estancel descreve ainda, no seu “Uzo Terceiro”, como saber a altura do Sol a qualquer hora do dia[127], usando o dado em vez dos habituais instrumentos (p. ex., o astrolábio ou a balestilha) que se usavam nesta época e, no seu “Uso Sexto”, como se poderá determinar a declinação do Sol, que mais uma vez implica a projeção da sombra da pérola na concavidade. A principal diferença em termos práticos prende-se com a linha que serve de referência para medir a variável desejada. Havia uma diversidade de problemas que podiam ser resolvidos com o cubo. Todavia, as várias linhas desenhadas no cubo e o seu bom uso requeriam dos utilizadores um bom conhecimento das linhas do mesmo, bem como um estudo cuidado do zodíaco e seus significados para a astronomia.

3.5.2. Valor da declinação desconhecido

No primeiro capítulo da segunda parte da sua obra, intitulado “Dase huâ breve noticia das couzas pertencentes ao segundo modo de tomar as Alturas, a que chamarei Especulativo-pratico”[128], Estancel começa por explicar o segundo método para determinar a altura do polo. Logo no primeiro parágrafo, dá a conhecer ao leitor os instrumentos/objetos (que iremos seguidamente discriminar) necessários para a determinação das variáveis indispensáveis à concretização deste segundo método.

---

[123] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 19.

[124] Idem, *ibidem*, fol. 19.

[125] Idem, *ibidem*, fol. 19.

[126] Idem, *ibidem*, fol. 19 verso.

[127] A explicação vem descrita na sua obra *Tiphys Lusitano*, na folha 24. A forma é muito idêntica à utilizada para saber a altura do polo. “Situaremos o instrumento de tal sorte, que a sombra da Perola venha à cair naquelle circulo; e logo nos saira a Altura do Sol […]” Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 24.

[128] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 29.

Os instrumentos fundamentais eram os seguintes: um astrolábio[129], para determinação do valor das alturas extrameridianas do Sol; uma agulha magnética; e uma taboa (de "comprido hum palmo e meyo, pouco mais, ou menos, e de largo hum palmo largo[…]"[130]) coberta com papel, colado com cera "pera se poder tirar, ou tornar a por outro em seu lugar, quando este se sujar"[131]. Seria também necessária uma "esquadra pequena, com que se tomarão as sobras, e huã Bosseta com Sua agulha Magnética[…]"[132] (ver Figura 13[133] e Figura 14) que servirá para auxiliar o piloto a direcionar a taboa. Por último, eram ainda necessários: uma régua "pera apontar os graos do Horizonte[…]"[134], um "compasso pequeno, para medir os graos pellas sombras assinaladas[…]"[135] e um "livrinho, chamado Elementos Trignometricos"[136].

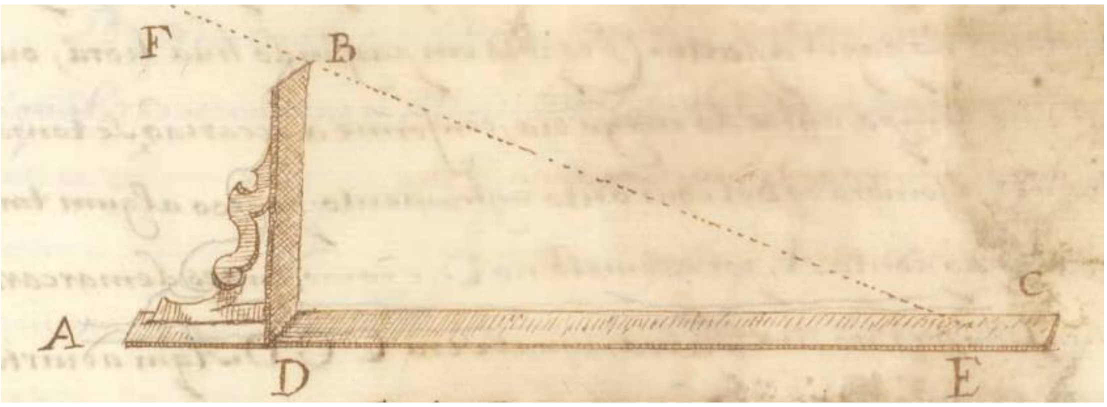


Figura 13 - Ilustração de Esquadra. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 30.

[129] São também referidos a balestilha ou quadrante, que tinham a mesma finalidade que o astrolábio. Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 29.

[130] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 29.

[131] Idem, *ibidem*, fol. 29.

[132] Idem, *ibidem*, fol. 29.

[133] Na figura 3, a linha a tracejado FBE representa um raio de sol e DE a sombra do segmento DB. A esquadra tinha de altura "dous dedos, pouco mais ou menos" e comprimento "de meyo palmo" Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 30.

[134] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 29.

[135] Idem, *ibidem*, fol. 29.

[136] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 29. Neste livro, o Autor escreve que vêm narradas "Taboas dos Signos Tangentes, e Secantes, que são huns certos números, com que calculamos os Triangulos Esphericos, em que se estriba toda esta nossa Theorica" Idem, *ibidem*, fol. 29 verso.

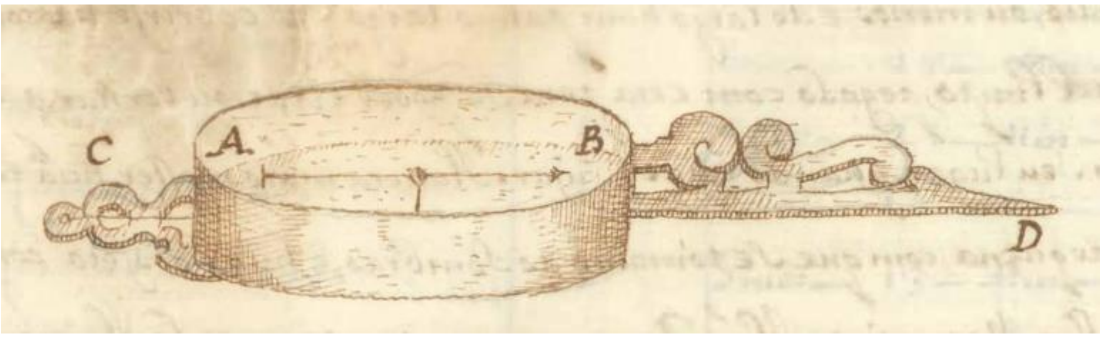


Figura 14 - Ilustração de Bosseta Magnética. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 29v.

Na prática, para a determinação da latitude utilizando este segundo método era necessário começar por procurar a declinação para o dia do cálculo que vinha nas Taboas de Regimentos. Seguidamente, na tábua de madeira ou latão representada na Figura 15, traçava-se uma linha vertical na folha estampada, assentava-se a Bosseta magnética por cima da linha colocando-a de forma que ficasse paralela à linha traçada na dita taboa, representada na Figura 15. Colocava-se a esquadra de sombras no ponto *A* (representado na Figura 15) e traçava-se a sombra para aquela hora. No exemplo de Estancel está desenhado um traço de sombra (ADB), para as oito horas da manhã[137]. Simultaneamente, determinava-se a altura do Sol àquela hora utilizando o astrolábio, ou outro instrumento dos acima referidos, e apontava-se esse valor. "Depos em passando huã hora, ou à qualquer tempo, antes do meyo dia[...], se tomara outra vez a sombra do Sol"[138] colocando o instrumento de sombras numa posição afastada do ponto *A*. No exemplo utiliza o ponto C, "e como dantes demarcarão a sua sombra na dita Taboa, a qual sera CGD."[139], e mais uma vez, simultaneamente, determina-se a altura do sol, apontando-a.

Nesta parte, é dada uma breve explicação das possíveis sombras que o piloto pode verificar que iremos transcrever:

> "Se o dito Gnomon, ou Esquadra não lançar Sombra, o Sol estara no seu zenith.

[137] "Ponhamos por cazo as 8, a qual sombra logo se demarcara na dita Taboa, qual sera por exemplo ADB" Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 30 verso. Refira-se que se consegue concluir, pela forma como Estancel faz a descrição, que a representação da figura 5 não foi feita com base em valores reais, ou seja, a sombra ADB (tal como o restante esboço) é meramente ilustrativa, não foi uma sombra de facto determinada às oito horas da manhã daquele dia.

[138] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 30 verso.

[139] Idem, *ibidem*, fol. 30 verso.

Estando o Sol entre o seu zenith, e a linha, lançara a sombra pera parte em que esta.

Se o seu zenith estiver entre a linha, e o sol, ou se a linha estiver entre o zenith, e o Sol, que as sombras do Gnomon vão pera a parte contraria, em que esta o Sol."[140].

Continuando a explicação do método, após traçadas as duas linhas das sombras estas irão intersetar-se. Estancel refere que nesta altura deverá ser feito um círculo centrado no ponto de intersecção das duas linhas, que tem de intersetar "todas as três riscas, ou linhas, AB,CD,EF[…]"[141] como representado na Figura 15. Por fim, media-se o arco AG com o compasso, "e tomados os graos pera que nos não esqueção, os apontarão a parte."[142].

[140] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 30 verso.

[141] Idem, *ibidem*, fol. 31.

[142] Idem, *ibidem*, fol. 31.

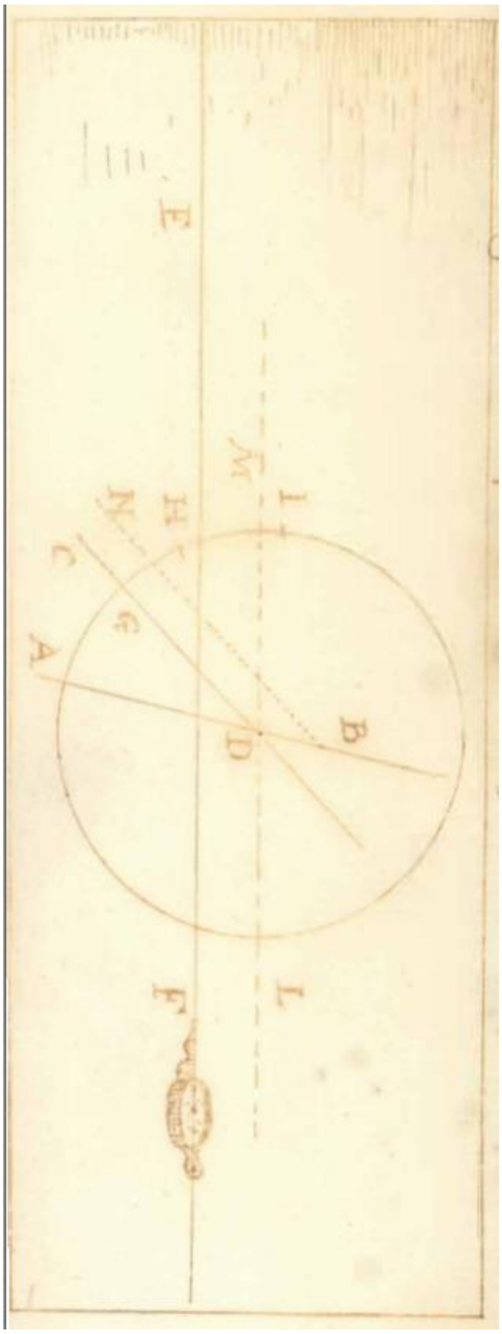


Figura 15 - Taboa com Esboço de prática de método. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 30v.

Determinando os valores das duas alturas e o arco entre a diferença de sombras, poder-se-ia então calcular o valor da latitude. Transcrevemos a explicação de Estancel, juntamente com a Figura 16 elucidativa de apoio à explicação:

“No primeiro lugar descreveraõ hum meyo circulo ABCD, o qual representa o Meridiano daquelle lugar, em que estiverem, cuias pontas aiuntaraõ com o arco AFED, o qual reprezentara o Horizonte. O ponto mais alto B, sera o Polo delle, que vem a ser o nosso zenith, ou ponto vertical. O arco FE, denota os graos, que tumarem entre huã, e outra sombra, na dita Taboa, que era o arco AG, demarcado na Taboa antecedente, do ponto vertical B, se desceveraõ dous Quadrantes, a saber BF, BE que comprehendem o dito arco Horizontal FE. O arco GE, correspondera a primeira altura do Sol, que se tinha tomado, de tantos, ou tantos graos; O outro arco FH, correspondera à altura do Sol, que segunda vez se tem tomado, Estas duas alturas fechara o arco HG, que vem a corresponder a certa parte do circulo da Declinaçaõ, que o Sol tem naquelle dia, e tempo em que faz esta observaçaõ. O ponto C, indeterminadamente tomado no circulo Meridional, ABCD, correspondera ao Polo do mundo que se busca; do qual se lançaraõ pelos pontos H e G, que vem a ser os complementos da Declinação. Finalmente dividido o arco HG, pelo meyo no I, lançarse há o ultimo arco pellos pontos I e C, que vem a ser IC. Esta vem a ser a construcçaõ da figura fundamental, da qual se tirara infallivelmente a Altura do Polo, ou da Linha, e consequentemente o Meridiano verdadeiro daquele lugar: e o que dahi se segue a variaçaõ da Agulha, se a ouver.”[143]

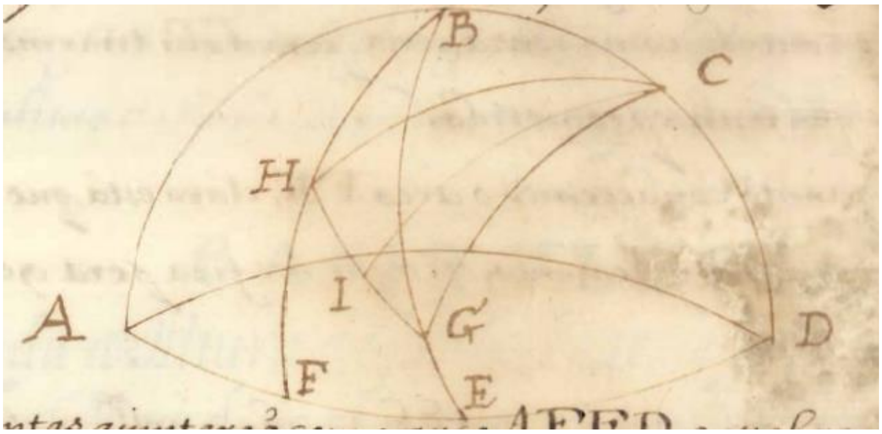


Figura 16 - Esboço elucidativo para a determinação da latitude. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 31.

[143] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 31.

Exposta esta explicação inicial do que representam os vários lados do esboço, Estancel aborda mais especificamente quais são os lados que conhecemos e quais os que podemos obter a partir destes, até concluir que com os valores conhecidos, fazendo uso das funções trigonométricas, juntamente com alguns cálculos elementares e regras três simples, consegue-se determinar a altura do polo sobre o horizonte. Dada a explicação teórica de como determinar a latitude, Estancel explica no capítulo seguinte como determinar a declinação da agulha, sabendo a atura do polo e, por conseguinte, a linha meridional.

Concluída esta explicação de como Estancel descreve o cálculo da latitude na segunda parte da sua obra, iremos por fim analisar o que o Autor narra sobre este assunto na terceira parte.

Nesta última parte começa por explicar o porquê de a ter escrito:

> "Esta terceira parte não vem à ser outra cousa que hum compendio, e resumo da especulação da segunda reduzida em praxe, e uso mecânico; da qual se poderão aproveitar, e servir geralmente todos, assi os que não forem muito practicos no Algarismo Astronomico, como tambem os que não quiserem enfadar, e molestar com números, e cálculos tão prolixos, e embarasados; os quaes tenho relatado por extenso, pera que não ficasse algum escrupulo, ou motivo aos Doutos pera duvidar da verdade da nossa doutrina"[144]

Verificamos que nesta terceira parte haverá um compêndio da segunda parte e a descrição de uma forma de qualquer indivíduo (independentemente dos seus conhecimentos matemáticos) conseguir determinar as várias incógnitas descritas na segunda parte da sua obra, graças a um processo mecânico[145].

Estancel para tratar deste método começa por descrever outro instrumento: uma "meya Bola ou Esphera"[146] (ver Figura 17). Esta meia esfera tem um quadrante movediço, "o qual abrange a quarta parte della", e a sua extremidade circular é repartida em 360 graus. Para além deste, seriam necessários os instrumentos que descrevemos

---

[144] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 43.

[145] Estancel aborda outros assuntos além da determinação da altura do polo. Iremos, contudo, cingir-nos ao processo para a determinação da altura do polo sobre o horizonte.

[146] Esta meia esfera é em tudo idêntica à esfera concebida por Pedro Nunes. Estancel usa apenas meio globo porque só interessa a porção acima do horizonte. Pedro Nunes, também poderia usar só meio globo, porque no processo não é utilizada a parte abaixo do horizonte.

anteriormente para a medição da altura, para a determinação do azimute (ou sombra) do astro, e as tábuas com os valores da declinação.

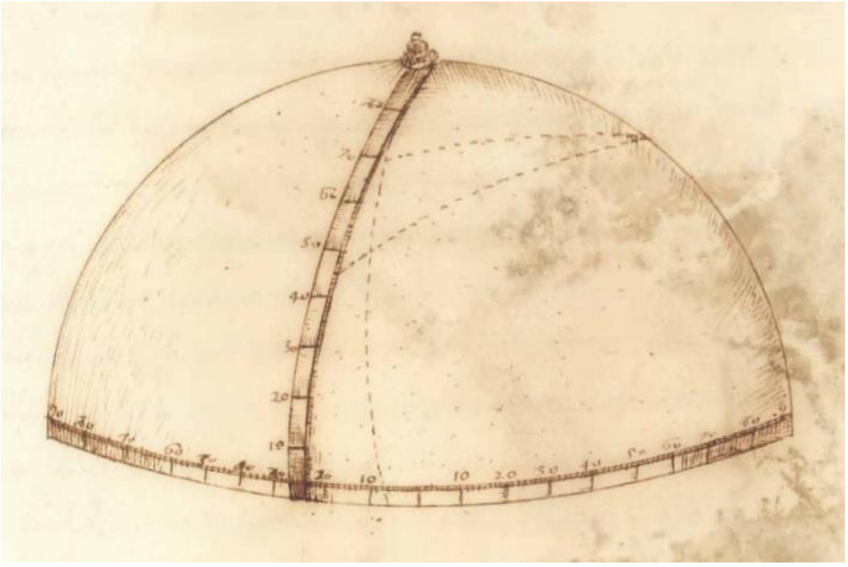


Figura 17 - Instrumento mecânico para o cálculo da latitude de Estancel. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 41.

Iremos agora transcrever o processo para determinar a latitude através deste instrumento:

> "Depois de ter tomado o Sol, ou pello Astrolabio, ou por via da Balestilha, ou finalmente pello dito instrumento cubico, à que chamei Dado Polimetro, para o dito Quadrante movediço em qualquer dos graos demarcados no extremo da dita meya Bola, e logo apoontara nelle os graos da Altura do Sol que tomou, E no mesmo tempo tomara e demarcara a sombra, que fizer a sua Esquadra, ou Gnomon, de que falei en sima na dita Taboa. Despois de hum bom pedaço, ponhamos por exemplo de meya hora, mais ou menos, tomando segunda vez o Sol, e à sua sombra; vera quantos graos lhe da o Arco do circulo descrito na dita Taboa do ponto da concorrencia daquellas duas sombras; Ponhamos por cazo que lhe vem a dar 6 graos; Estes mesmos descontara no circulo descrito no extremo da meya Bola, começando porem a contar do lugar, em que o Quadrante ficou a primeira vez parado, no cabo dos quais assentara o dito Quadrante, e tendoo fixo, tomara, ou apontara nelle a Altura que à segunda vez tomou. E então como sabe a Declinação do Sol daquelle dia, e pera onde declina, tomando com o compasso o seu complemento, ou o resto que fica pera os 90 (como por

> exemplo, se a declinação for 20 graos pera o Sul, o complemento vem à ser 70 graos) e pondo o compasso nas ditas duas Alturas do Sol demarcadas no dito Quadrante, ou no mesmo globo; descrevera dous arcos na superfície do dito Globo, de tal modo que o encontro delles venha à cahir na parte de seu Polo; Estes dous arcos forcosamente se hão de encontrar, ou cruzar em hum dous arcos, assentara este seu quadrante movediço, o qual immediatamente lhe descobrira os graos da Altura que se busca. Este he o misterio, e Segredo, Leitor amigo, que tanto cansou os engenhos dos homens, e tão embaraçado, e difficultozo nos parecia."[147]

Resumindo, a uma dada hora tomava-se a altura do astro, juntamente com a sua sombra, utilizando, respetivamente, um astrolábio e o instrumento de sombras. Desenhava-se a sombra na tábua e marcava-se a altura do Sol na meia esfera (com a escala marcada no quadrante do hemisfério representado na Figura 17). Esperava-se aproximadamente meia hora e observava-se nova altura do Sol e a sua sombra. Traçava-se a segunda sombra na tábua e verificava-se o valor do arco entre as duas sombras. Na base da meia esfera media-se, iniciando-se a medida no ponto onde se tinha marcado a primeira posição do Sol, o resultado da diferença entre as sombras (calculada na tábua). Movia-se o arco móvel para o ponto limite do arco de diferença entre as sombras e media-se no arco móvel a segunda altura observada, escriturando-se na meia esfera a segunda posição do Sol. Por fim, calculava-se a codeclinação e, abrindo-se um compasso curvo com esse valor, colocava-se a ponta do compasso numa das alturas marcadas e traçava-se um círculo (ou arco); procedia-se da mesma forma para o outro ponto que marcava a segunda posição do astro. Os arcos intersectar-se-iam num ponto. Encontrava-se assim o polo elevado que era o ponto onde os arcos se cruzavam. Medindo com o arco móvel a altura que ia desde a base da semiesfera até ao ponto de intersecção dos arcos, determinava-se a altura do polo sobre o horizonte.

[147] Idem, *ibidem*, fol. 43 e 44.

3.6. Súmula do estudo de Valentim Estancel

Valentim Estancel foi padre numa época de reforma da Igreja, nomeadamente, na investigação científica desta instituição. O contexto histórico em que Estancel viveu levou-o a estudar áreas de interesse científico da época. No século XVII o trânsito marítimo era em muitos casos a única forma, ou a mais expedita, de navegar entre continentes, pelo que a navegação era, evidentemente, uma área de interesse na comunidade científica europeia.

Na obra que analisámos *Tiphys Lusitano [...]* propõem-se algumas soluções para diversos problemas da navegação, sendo um dos assuntos da génese desta obra o problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

Como descrevemos na contextualização da época de Valentim Estancel, os desenvolvimentos matemáticos do século XVII, nomeadamente o início da utilização da função logarítmica e sua tabulação foram cruciais para o desenvolvimento dos métodos dos séculos vindouros. Estancel, todavia, não utiliza esta função para a conceção dos seus regimentos. Não encontrámos justificação para o Autor não ter utilizado a dita função. Estancel vai alicerçar-se sobretudo nas funções trigonométricas e nalguns conceitos simples de geometria e astronomia para conceber os dois regimentos.

Como descrevemos no estudo dos métodos, para o primeiro regimento era utilizado o *polimetro*, que permitia a determinação da latitude a qualquer hora do dia com a projeção de uma sombra de uma pequena esfera, sobre o instrumento. A utilização do instrumento exigia alguns conhecimentos em astronomia e só era possível aos pilotos servirem-se deste processo quando o valor da declinação fosse nulo ou conhecido.

Para o segundo processo mecânico descrito por Estancel era necessária uma meia esfera[148], que representava metade da esfera celeste. Nesta meia esfera representavam-se duas posições extrameridianas do Sol, em momentos distintos e traçavam-se dois arcos com o valor da codeclinação, que se iriam intersetar num ponto específico: o polo verdadeiro. Concluía-se o método medindo a altura do polo sobre o horizonte (da base da esfera, até ao dito ponto de interseção).

Estancel considerava que os seus regimentos para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol eram originais. Para além de inéditos, da

[148] E outros instrumentos, que descrevemos anteriormente, para determinar as variáveis necessárias à execução do método.

mesma forma que Pedro Nunes, Valentim Estancel considerava os processos acessíveis a qualquer piloto. Quanto à acessibilidade, utilização e sucesso dos métodos não nos foi possível extrair uma conclusão concreta, por não termos encontrado nenhum relato escrito da prática dos métodos propostos por Estancel. É possível que estes métodos tenham sido pouco divulgados na comunidade dos homens que andavam no mar.

Da mesma forma que concluímos o estudo do método de Pedro Nunes, consideramos também a obra de Estancel inacabada e, da mesma forma, haveria, naturalmente, de conter alguns erros.

Frisamos que Valentim Estancel foi mais um autor que procurou soluções para o problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, que como iremos mais tarde neste estudo concluir, com uma fundamentação teórica diferente da de Pedro Nunes e que certamente podia ter sido aproveitada pelos autores dos séculos vindouros.

4. Militão da Mata, séc. XVIII

Desconhecemos a data de nascimento de José Militão da Mata. Na verdade, não existe muita informação biográfica sobre este Autor. Foi piloto e viveu durante o século XVIII tendo, mais tarde, sido professor de pilotagem[149].

Da fase académica sabemos que terá frequentado a Aula Regia da Navegação: "[...] havendo aprendido na Aula Regia da Navegação [...]"[150]. Pudemos ainda concluir da "Prefação" da sua obra *O Destro Observador*, quando refere "[...] confesso nunca os usei no mar [...]"[151],que mais tarde terá embarcado. Militão afirma que terá feito navegações em navios de guerra portugueses (na Nau Nossa Senhora da Ajuda[152]) pelo que deduzimos que terá pertencido à Marinha Real Portuguesa: "Eu ultimamente tive occasião de as practicar a bordo da Nao de Sua Magestade Nossa Senhora da Ajuda, aonde por espaço de quatro annos experimentei quanto he facil a sua applicação, e grande a sua utilidade [...]"[153]. Como referimos anteriormente, há ainda indícios de ter sido professor de pilotagem[154] e "[...], curiosamente, o seu nome apareceu também associado à profissão de livreiro [...]"[155].

Escreveu várias obras e estudos[156], dos quais daremos mais atenção ao *Compêndio das Correcções que se Devem Fazer a's Alturas Dos Astros Observados, para Poderem*

[149] "MATA (José Militão da)," In *Grande Enciclopédia Portuguesa e Brasileira,* Volume XVI, p. 545.

[150] José Militão da Mata, *O Destro Observador, ou Methodo Facil de Saber a Latitude no Mar a Qualquer Hora do Dia [...],* p. xviii.

[151] Nesta transcrição o Autor confessa nunca ter usado no mar os métodos teóricos dos livros *Astronomie Nautique* e *Astronomie des Marins* que lhe foram lecionados na Aula Regia de Navegação. Idem, *ibidem*, p. xviii.

[152] A Nau "Nossa Senhora da Ajuda e São Pedro de Alcântara", lançada ao mar em 1759, foi um navio utilizado para o transporte de mercadoria das antigas colónias para Portugal, sendo um navio com 55,47 metros de comprimento (quilha) e 13.41 metros de boca, lotação de 562 homens e armado com 62 peças. Arquivo Histórico de Marinha, *A Nau "Nossa Senhora da Ajuda e São Pedro de Alcântara"*, https://arquivohistorico.marinha.pt/details?id=8856&fbclid=IwAR0yjMjhqb1kCb78KvdE3XASwFrXfXKrqyy0rQKD0sgH0KlDeIxJXKTLN5w , acedido em abril de 2021.

[153] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. xxi.

[154] Portugal – Dicionário Histórico, *Militão da Mata (José)* - https://www.arqnet.pt/dicionario/militaomata.html acedido em abril de 2021.

[155] Nuno Ferreira, *A Institucionalização do Ensino da Náutica em Portugal*, Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, p. 101

[156] Transcrevemos todos os títulos que aparecem no Dicionário Histórico online: "*Tábua das latitudes e longitudes dos principais lugares marítimos da terra, supondo o primeiro meridiano o que passa pela margem ocidental da Ilha do Ferro*, 4.ª edição, Lisboa, 1807; saiu com as iniciais J. M. da Matta 1.ª edição, julga-se que saiu em 1790; *Tábuas da declinação do Sol*, Lisboa, 1799, *Tábuas de redução para conhecer facilmente a diferença de latitude e apartamento da meridiano que se obtém em qualquer*

ser Empregadas nos Cálculos da Latitude, da Longitude, da Hora E do Azimute e, à obra *O Destro Observador, ou Methodo Facil de Saber a Latitude no Mar, a Qualquer Hora Do Dia, com uma Prefação Analytica Sobre os Progressos da Pilotagem Em Portugal*, sendo esta última, a obra onde descreve os métodos por si traduzidos e que será, por conseguinte, a nossa principal referência nos próximos subcapítulos.

Terminando este resumo biográfico, conhece-se ainda o ano do seu falecimento: 1809[157].

4.1. Obra

Neste subcapítulo, iremos abordar a estrutura da obra *O Destro Observador [...]* de José Militão da Mata, descreveremos do que trata a "Prefação" da mesma e, por fim, daremos uma breve explicação do assunto contido no *Compêndio das correções que se Devem Fazer a's Alturas Dos Astros [...]*.

A obra *O Destro Observador [...]* é dividida em três partes principais designadas, respetivamente, por: "Prefação", "O Destro Observador" e "Taboas". Antes da "Prefação" vêm apenas duas páginas escritas, a primeira com uma ilustração de um indivíduo com um instrumento (octante – ver Figura 20) e na segunda página vem o título, autor, local e data. Recordemos o título completo da obra: *O Destro Observador, ou Methodo Facil de Saber a Latitude a Qualquer Hora do Dia, Sem Dependencia da Observação Meridiana. Com Huma Prefação Analytica Sobre os Progressos da Pilotagem Em Portugal.* Do extenso título pode-se retirar que um dos assuntos centrais da obra seria o cálculo da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

Na segunda e principal parte da obra, são descritas as várias tábuas que vêm na última parte. Explica os valores apresentados em cada coluna, aborda vários conceitos essenciais para garantir que haja a necessária precisão na determinação da latitude a

derrota, Lisboa, 1800; 2.ª ed. 1803; 4.ª 1807; *Tábuas dos logaritmos dos senos e tangentes de todos os graus do quadrante e dos números naturais, desde 1 até 10.800*, Lisboa, 1801; 4.ª edição 1818; *O destro observador, ou método fácil de saber a latitude no mar, a qualquer hora do dia, com uma prefação sobre os progressos da pilotagem em Portugal*, Lisboa, 1781; 2.ª ed. 1789; *Compêndio das correcções que se devem fazer a's alturas dos astros observados, para poderem ser empregadas nos cálculos de latitude, de longitude, da hora e do azimute*, Lisboa, 1780; 4.ª ed., 1807; *Tratado das manobras*, traduzido de D. António Gabriel Fernandes, etc., Lisboa, 1793; *Carta plana das ilhas de Cabo Verde*, publicada em 1790." Portugal – Dicionário Histórico, *Militão da Mata (José)* - https://www.arqnet.pt/dicionario/militaomata.html acedido em abril de 2021.

[157] Portugal – Dicionário Histórico, *Militão da Mata (José)* - https://www.arqnet.pt/dicionario/militaomata.html acedido em abril de 2021.

qualquer hora do dia (que iremos descrever posteriormente) e, explica concretamente o método, deixando vários exemplos práticos da sua aplicação.

Na última parte da obra - "Taboas" -, estão presentes várias tábuas com valores indispensáveis à prática do método, que também iremos posteriormente descrever.

4.1.1. Análise da "Prefação"

Nesta parte, o Autor começa por narrar a forma de navegação mais primitiva, e, de seguida, explica como a mesma foi evoluindo para uma ciência e arte, envolvendo teóricos e navegadores, culminando numa recém-nascida disciplina de navegação, até chegar à complexidade presente (em que o Autor se encontrava).

Após Militão da Mata enquadrar o leitor no impressionante desenvolvimento da navegação até à sua época, vai justificar a utilidade e necessidade de um método simples para o cálculo da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, apresentando como razão principal o facto de o Sol poder estar tapado por alguma nuvem à hora da passagem meridiana. De notar que esta razão apresentada é em tudo idêntica à dada por Pedro Nunes no séc. XVI e por Estancel no séc. XVII. Transcrevemos a justificação de Militão da Mata:

> "A altura Meridiana de hum Astro, posto que na verdade a mais directa e exata para aquella Observaçao, verifica-se em hum só momento; e nella succede muitas vezes que importunas nuvens inutilizam a nossà vigilancia, interpondo-se ao objecto dos nossos desvélos, e frustrando o unico apoio da nossa fluctuação: supposta esta urgente extremidade fíca notoria qual seja a importancia de hum methodo practico e facil de saber a latitude a qualquer hora, sem dependencia da Observaçao Meridiana."[158]

Explicada a importância de haver um método para a determinação da latitude a qualquer hora do dia, Militão da Mata depois refere que à data da sua obra já existiam vários métodos com este fim. Contudo, todos pecavam pela sua dificuldade, tornando-se impraticáveis aos menos acostumados à matemática ou teórica da navegação. E mesmo os mais instruídos, tal como Militão da Mata se considerava, reconheciam os métodos existentes cansativos e suscetíveis a erros pela elevada quantidade de cálculos necessários:

[158] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. xvi e xvii.

“Estamos na precisão de recorrer aos differentes methodos de que andam cheios varios Livros de Navegação, principalmente a *Astronomie Nautique*, e *Astronomie des Marins*. Porém confessemos a verdade, são os referidos methodos practicaveis pelo commum dos Mareantes? He certo que a practica da Pilotagem os tem inteiramente abandonado como inuteis, sendo a unica causa os diffusos calculos q requerem.”[159].

O próprio refere nunca ter utilizado estes métodos a navegar:

“Da minha parte posso confirmar a dita opinião com a propria experiencia; pois havendo aprendido na Aula Regia da Navegação todos os sobreditos methodos, confesso nunca os usei no mar, por não incorrer em o erro a que provavelmente sujeita huma longa e abstrata operação Arithmetica, executada entre os practicos exercicios da nossa obrigação, e o estrepito inevitavel em hum Navio.”[160]

Na opinião de Militão da Mata, o seu estudo é de extrema relevância por vir trazer ao alcance de qualquer marinheiro português um método simples de determinação da latitude a qualquer hora do dia, que à data era apenas acessível aos mais acostumados à língua inglesa ou holandesa. O método a que se refere foi desenvolvido por “[...] John Douwes, Professor de Mathematica, e Examinador dos Cadetes de Marinha em Amsterdam [...]”[161]. O processo de determinação da latitude e respetivas tábuas, além de serem conhecidos na Holanda à data da publicação da obra de Militão da Mata, eram também conhecidos (pelo menos) em Inglaterra e França onde, respetivamente, os autores Ricardo Harrison e Mr. Levêque publicaram as traduções[162]. Em Portugal, o Militão refere que também já era conhecido o método, mas pouco utilizado devido à dificuldade de compreensão do idioma:

“Entre nós não foram até agora desconhecidas; mas pouco usadas, principalmente por aquelles que ignoram o Idioma Inglez, ou Hollandez, em que andava impressa a sua explicação. Eu ultimamente tive occasião de as practicar

[159] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. xvii.

[160] Idem, *ibidem*, p. xviii.

[161] Idem, *ibidem*, p. xix.

[162] Idem, *ibidem*, pp. xix a xxi.

a bordo da Nao de Sua Magestade Nossa Senhora da Ajuda, aonde por espaço de quatro annos experimentei quanto he facil a sua applicação, e grande a sua utilidade [...]"[163]

No último parágrafo da prefação, o Autor menciona que na sua obra se propõe a "[...] instruir ao commum dos Navegantes na practiva e uso destas tábuas, não daremos a sua demonstração theorica, a qual já varios Mathematicos tem explicado, e entre elles o Doutor Pemberton [...]"[164]. O principal objetivo desta obra é, portanto, de forma clara e simples, explicar aos navegadores portugueses um método (já estudado e aplicado) para a determinação da latitude a qualquer hora do dia.

Independentemente do propósito da obra de Militão da Mata, considerámos importante neste estudo também analisar a demonstração teórica de Henry Pemberton. Essa análise será feita no subcapítulo "4.2.1. Análise ao estudo de Pemberton*"*.

4.1.2. Compêndio das correções da altura observada

Far-se-á agora uma breve análise ao *Compêndio das Correcções que se Devem Fazer a's Alturas dos Astros Observados, para Poderem ser Empregadas nos Cálculos da Latitude, da Longitude, da Hora e do Azimute.*

Ao longo da sua obra *O Destro Observador [...]*, Militão da Mata faz referência em dois momentos diferentes a este compêndio onde são descritas explicações sobre como determinar a altura verdadeira do Sol: "[...] da qual se póde usar confórme referimos no Compêndio das Correcções das alturas dos Astros."[165]; e mais à frente "Em o Compêndio das Correcções das alturas dos Astros deixamos explicada diffusamente esta e as mais correcções, e por esta causa omittimos aqui maior explicação."[166]

Como mais adiante iremos explicar a forma de correção da altura, para obtenção da altura verdadeira, sendo essa explicação baseada em parte neste compêndio, considerámos relevante analisá-lo.

Divide-se em duas partes principais denominadas "Advertencias" e "Compêndio das Correções".

---

[163] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. xxi.

[164] Idem, *ibidem*, p. xxii.

[165] Idem, *ibidem*, p. 19.

[166] Idem, *ibidem*, p. 22.

A parte denominada “Advertencias” pode considerar-se um prólogo ou introdução ao compêndio, onde é descrita a importância da determinação das alturas dos astros para a determinação da posição no mar (latitude e longitude). No último parágrafo desta primeira parte, explica o assunto abordado no compêndio:

> “[...] nesta intelligencia me determinei a offerecer aos meus Collegas estas Taboadas, com a sua explicação, para que nellas tenhão promptas, sem recorrer a maiores volumes, as correcções que devem fazer ás suas Observações, promettende brevemente outras ainda não publicadas em o nosso Idioma, do que não pretendo mais recompensa que o seu beneplacito.”[167].

Desta transcrição podemos inferir que no *Compêndio das correções [...]* vem o desenvolvimento de como corrigir a altura do astro. Podemos ainda acrescentar que o Autor faz também uma descrição pormenorizada de cada uma das correções a serem consideradas. As correções são quatro e aparecem pela seguinte ordem: correção “Da Inclinação do Horizonte do mar.”[168]; “Da Refracção Astronomica”; “Do Semidiametro do Sol, e da Lua”; e “Da Parallaxe, ou do effeito que a situação do Observador póde produzir na posição apparente dos Astros.”[169]

Dadas as explicações de cada um destes conceitos, Militão da Mata deixa ainda vários exemplos práticos da correção da altura do Sol, Lua e outros astros. Nas últimas páginas do compêndio, descreve o conceito “Dos Horizontes artificiais”[170], dando alguns exemplos de aplicação dos mesmos e, por fim, deixa algumas advertências[171] de possíveis erros que, independentemente das referidas correções, poderão ainda prejudicar a obtenção da altura verdadeira.

---

167 Militão da Mata, *Compêndio das Correcções que se Devem Fazer a’s Alturas dos Astros,* p. 4.

168 A inclinação do horizonte é a correção que hoje designamos por depressão.

169 A descrição da primeira correção encontra-se descrita em Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...],* pp. 06 a 09; a segunda correção nas pp. 09 a 13, a terceira na pp. 13 a 21, e a quarta correção nas pp. 21 a 26.

170 O conceito de “Horizontes artificiais” consiste em usar como horizonte uma superfície de água (que não o mar) ou algo similar para a determinação da altura de um astro. O conceito vem explicado em Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...],* pp. 46 a 50.

171 Iremos posteriormente abordar essas advertências.

4.2. Método de determinação da latitude a qualquer hora do dia

4.2.1. Análise ao estudo de Pemberton

Militão da Mata não aborda a teoria escrita para o método que temos vindo a falar. Porém, como já referimos no subcapítulo «4.1.1. Análise da "Prefação"» na prefação da obra *O Destro Observador [...]* é referido o Autor da teórica, bem como das tabelas para executar o método: referimo-nos ao Holandês John Douwnes.

Além de John Douwnes, Militão da Mata também menciona Henry Pemberton. Este último expôs à Sociedade Real de Londres toda a composição de John Douwnes, demonstrou os limites do método, e algumas particularidades do mesmo.[172] "A interessante Memoria que contém todas as referidas explicações, foi publicada em o volume das Transacções Philosophicas do anno de 1760 [...]"[173]. Iremos analisar esse estudo de Pemberton com o propósito de fazer uma breve explicação de qual foi a abordagem teórica ao método concebido por John Douwes e, mais tarde, traduzido por Militão da Mata.

Há um aspeto curioso na obra de Pemberton, que não poderíamos deixar de comentar. Antes de ser abordada a explicação do método de John Douwes, Pemberton faz um comentário sobre o método de Pedro Nunes:

> "A problem similar to this is proposed, and solved instrumentally upon a globe, by a very early writer, Petrus Nonius (a) namely, to find the latitude by two altitudes of the sun, and the angle made by the azimuth circles passing through the sun, when the altitudes are taken."[174]

Por este comentário, podemos inferir que o método de Pedro Nunes era conhecido na Europa, existindo a possibilidade de a doutrina de Pedro Nunes para o método da determinação da latitude a qualquer hora do dia ter sido objeto de estudo. É importante, contudo, sublinhar que de acordo com a realidade científica e material[175] da época de

---

[172] John Robertson, *The Elements of Navigation*, p. 276.

[173] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. xxii.

[174] Tradução disponível em "Apêndice". H. Pemberton, "LXXXI *Some Considerations on a late Treatise [...]*", In *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, p. 910.

[175] Quando nos referimos a realidade científica estamos a considerar os desenvolvimentos científicos nas várias áreas (astronomia, matemática, etc.) que houve até ao século XVIII. Quanto à realidade material, referimo-nos principalmente às melhorias significativas na conceção e produção de instrumentos que

Pemberton e autores contemporâneos, foi possível resolver o problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol de uma forma muito diferente da que tinha sido desenvolvida por Pedro Nunes. Porém, acreditamos que podia ter sido útil perceber qual a aproximação ao problema dada por Pedro Nunes.

Após o referido comentário ao Autor do séc. XVI, Pemberton faz uma observação muito pertinente para este estudo:

> "And since more commodious and accurate instruments for measuring time have been invented, than were known to this author, the other problem has been proposed for the same purpose, of which a construction upon principles of the stereographic projection of the sphere is exhibited by Mr. Collins, in his Mariner's Plain Scale new planed (b). [...]"[176]

Na parte da transcrição "than were known to this author", Pemberton refere-se a Pedro Nunes. Ao contrário do que acontecia na época de Nunes (século XVI), no século XVIII já existiam instrumentos para a medição precisa do tempo, pelo que pode começar-se a assumir uma nova variável (o tempo) para a resolução dos problemas da navegação astronómica[177]. Para além de uma nova variável, a tabulação dos valores das funções trigonométricas e logarítmicas vieram facilitar significativamente os cálculos: "And as the direct method of solving both these problems by numbers requires a diversity of trigonometrical operations, a set of tables has lately been published [...]"[178].

Pemberton acrescenta ainda que, obtendo a latitude estimada através da carteação[179], foi possível criar um método expedito para a determinação da latitude, desde que fossem tidos em consideração alguns intervalos de tempo para as observações.

melhoravam significativamente a precisão da determinação das variáveis necessárias à determinação da posição no mar, mais concretamente, altura do astro, azimute e tempo.

[176] Tradução disponível em "Apêndice". H. Pemberton, "LXXXI *Some Considerations [...]*", In *Philosophical transactions of the Royal Society of London,* p. 910.

[177] O conhecimento da utilidade do tempo para a navegação já é anterior ao século XVIII. Contudo, a falta de instrumentos que medissem esta variável com a necessária precisão implicava que não fossem feitos grandes avanços na navegação utilizando o tempo. Hoje é amplamente reconhecida a importância do tempo para a determinação da longitude, bem como para a resolução de vários problemas de navegação.

[178] Tradução disponível em "Apêndice". H. Pemberton, "LXXXI *Some Considerations on a late Treatise [...]*", In *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, p. 911.

[179] Na obra é utilizado o termo "ship's dead reckoning".

Este método consistia em duas partes distintas: na primeira, a partir da latitude estimada calculava-se o (verdadeiro) intervalo de tempo entre o meio-dia e o meio intervalo das observações e, dessa forma, o momento de ambos; a segunda operação consistia no cálculo da altura meridiana do Sol. A altura meridiana calculada seria a que se iria verificar para a latitude verdadeira (e não para o valor da latitude estimada). Se as observações fossem feitas considerando determinadas regras para o tempo da sua observação, o piloto não teria de ter uma latitude estimada muito precisa, i. é, podia haver um erro de vários graus na latitude estimada.

Ambas as operações são consequência imediata de uma fórmula designada por Pemberton como "*fourth axiom*"[180], que o mesmo define como:

> "That the square of the radius is to the rectangle under the sines of the sides containing any angle, as the versed sine of that angle to the difference between the versed sines of the third side, and of the difference between the sides containing the angle."[181]

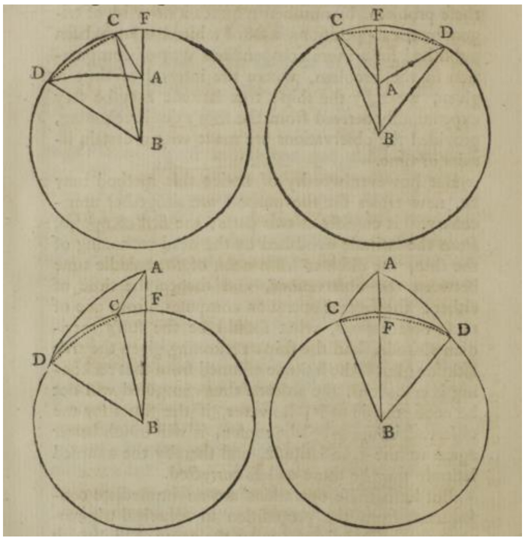


Figura 19 - Ilustração utilizada para a explicação teórica de Pemberton. Fonte: H. Pemberton, "LXXXI Some Considerations on a late Treatise [...]", In Philosophical transactions of the Royal Society of London, p. 912.

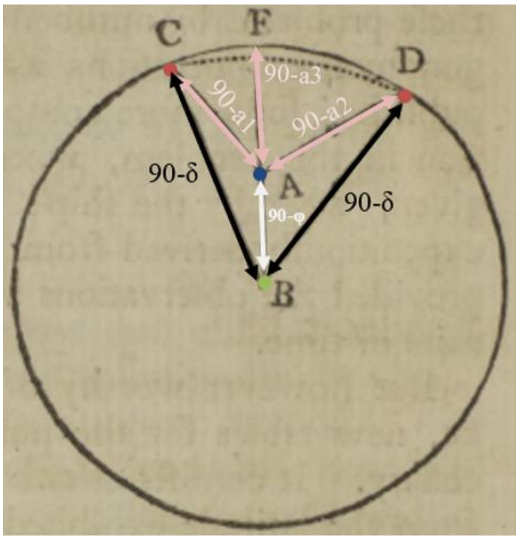


Figura 18 - Ilustração (editada) dos lados da figura da análise de Pemberton. Fonte: H. Pemberton, "LXXXI Some Considerations on a late Treatise [...]", In Philosophical transactions of the Royal Society of London, p. 912.

---

[180] Não conseguimos neste estudo descobrir qual a origem desta fórmula designada como o "quarto axioma".

[181] Tradução disponível em "Apêndice". H. Pemberton, "LXXXI *Some Considerations on a late Treatise [...]*", In *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, pp. 911 e 912.

Sendo os pontos “A” o zénite, “B” o polo elevado, “C” e “D” duas posições do Sol no paralelo da declinação “DF”. Podia-se considerar os lados a seguir definidos, também ilustrados na Figura 18:

i) AC e AD: $90 - \delta$;

ii) AB: $90 - \varphi$;

iii) AC: $90 - a_1$;

iv) AD:$90 - a_2$;

v) AF: $90 - a_3$.

Conhecendo os suprarreferidos lados, podia-se então aplicar a fórmula do “quarto axioma” de duas formas distintas:

1.ª fórmula:

$$\frac{\mathrm{R}^2}{\cos(\varphi) \times \cos(\delta)} = \frac{\text{versin (ABC)}}{\text{versin (AC)} - \text{versin (AF)}}$$

2.ª fórmula:

$$\frac{\mathrm{R}^2}{\cos(\varphi) \times \cos(\delta)} = \frac{\text{versin (ABD)}}{\text{versin (AD)} - \text{versin (AF)}}$$

A partir das duas fórmulas anteriores, o Autor deduz a 3.ª fórmula:

$$\frac{\mathrm{R}^2}{\cos(\varphi) \times \cos(\delta)} = \frac{\text{versin (ABD)} - \text{versin(ABC)}}{\text{versin (AD)} - \text{versin (AC)}}$$

Vejamos agora algumas funções trigonométricas[182]:

***Versin* (ou seno verso em português)**

i) $\text{versin }(\alpha) = 1 - \cos\,(\alpha)$

[182] Estas funções não vinham escritas na obra de Pemberton. Estão, contudo, expostas neste parte porque podiam servir de base para concretização da demonstração que não vem explanada na obra do Autor.

Haversine ou fórmula da bissecção:

ii) $\left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]^2 = \frac{1-\cos(\alpha)}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{versin}(\alpha)$

Desta última conclui-se que:

iii) $2\left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]^2 = \mathrm{versin}(\alpha)$

Fórmula para a diferença de cossenos:

iv) $\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \times \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

E ainda, a seguinte fórmula:

i) $$\begin{aligned}\mathrm{versin}(\alpha) - \mathrm{versin}(\beta) &= \cos(\beta) - \cos(\alpha)\\ &= -(\cos(\alpha) - \cos(\beta))\\ &= 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \times \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\end{aligned}$$

Ou seja,

ii) $\frac{1}{2}[\mathrm{versin}(\alpha) - \mathrm{versin}(\beta)] = \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \times \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

Utilizando a 3.ª fórmula e auxiliando-se (por exemplo) das expressões trigonométricas que descrevemos acima, o Autor elabora uma demonstração onde conclui que:

$$\frac{R^2}{\cos(\varphi) \times \cos(\delta)} = \frac{\sin\left(\frac{ABD + ABC}{2}\right) \times \sin\left(\frac{ABD - ABC}{2}\right)}{\frac{1}{2} \times (\mathrm{versin}(AD) - \mathrm{versin}(AC))}$$

E esta é a fórmula que permitia resolver a primeira parte do “tratado”.

Pemberton conclui que a utilização da função versin para a maior altura observada [versin(AD)] (ou da menor, conforme a fórmula que fosse utilizada [versin(AC)]) e, simultaneamente, a mesma função versin para a altura meridiana (AF), na fórmula do “quarto axioma”, permitia, que resultasse da equação um valor de altura meridiana (AF) mais próxima ao valor real; e, por conseguinte, uma latitude mais próxima à correta para aquela posição. O Autor adverte, contudo, que só seria possível este cálculo quando as horas para as observações fossem apropriadamente escolhidas[183].

Dada a explicação teórica, é dado um exemplo prático da aplicação do método.[184]

Pemberton enuncia ainda algumas advertências sobre o tempo em que devem ser tomadas as observações, também descritas na obra de Militão da Mata, a qual, sobre esta temática, servirá de referência à presente dissertação.

Por fim, é também importante realçar que um dos principais objetivos da obra de Pemberton foi simplificar o método descrito por John Douwes, procurando relações trigonométricas que pudessem simplificar os cálculos[185].

4.3. Método prático para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol

Militão da Mata descreve na sua obra *O Destro Observador [...]* como calcular a latitude a qualquer hora do dia, seguindo para esse fim sete etapas.

Iremos transcrever o processo da obra e, nos subcapítulos subsequentes, abordar algumas explicações relevantes, para esclarecer o método e os pormenores que Militão da Mata descreveu para os pilotos poderem alcançar uma latitude precisa.

As sete etapas para a determinação da latitude eram as seguintes:

> "1.º Ajuste-se o instrumento da observação com o relogio, e se note a altura do Sol em o instante em que o relogio mostra huma certa hora, e minuto: (e segundos se o relogio os apontar tambem) à dita altura se appliquem as correcções correspondentes à refracção, à elevação do Observador sobre a superfície do mar, e ao Semidiametro do Sol; e à altura assim correta chamaremos a verdadeira altura;

---

[183] Os intervalos das observações permitiam, maior ou menor, precisão a determinar os valores cruciais para a aplicação do "quarto axioma".

[184] Não iremos descrever esse exemplo porque nos subcapítulos seguintes iremos abordar vários exemplos descritos por Militão da Mata.

[185] O Autor narra formas de alcançar o mesmo objetivo com menos cálculos e simplificando os mesmos, de forma que se pudesse fazer grande parte dos cálculos com auxílio da função logarítmica, substituindo assim multiplicações e divisões por somas e subtrações.

2.º Ao Logarithmo da Secante menos o Radio da latitude, se junte o Logarithmo da Secante menos o Radio da Declinação do Sol, e da soma destes dous Logarithmos resultará hum, que chamaremos Logarithmo Racional;

3.º Busque-se nas Taboas dos Senos Naturaes os Senos correspondentes às duas altruas observadas: diminua-se hum do outro, e a differença se busque na Taboa dos Logarithmos dos numeros, o Logarithmo q lhe corresponde, e este se escreva debaixo do Logarithmo Racional;

4.º Tome-se o intervallo do tempo passado entre as duas observações, e à sua metade se lhe busque na Taboa dos Logarithmo Solares na columna do M.I.T. (Meio Intervallo de Tempo) o Logarithmo que lhe corresponde, o qual se escreva igualmente abaixo do Logarithmo da differença dos Senos acima dito;

5.º Somem-se os tres referidos Logarithmos: busque-se a sua somma, ou o número que lhe for mais proximo, na coluna da Taboa marcada com as letras T.M., (Tempo Medio) e veja-se a que tempo corresponde: este tempo se escreva debaixo do da metade do intervallo entre as duas observações; diminua-se hum do outro, e a differença será o verdadeiro espaço de tempo que mediou entre a observação da maior altura, e o meio dia; o qual espaço, differindo daquelle que mostrou o relogio, dará a conhecer o quando elle anda errado

6.º Na columna das Taboas marcada D.M. (Distancia ao Meridiano) se busque o Logarithmo do dito verdadeiro espaço de tempo entre a observação da maior altura e o meio dia, o qual Logarithmo deve ser diminuído do Logarithmo Racional de que acima se tratou; e o resto se procure, entre os Logarithmos dos numeros absolutos, o número a que corresponde; o qual número sommado com o Seno Natural da maior altura, completará o Seno Natural da altura Meridiana do Sol, no lugar em que se observou a maior altura.

7.º Ultimamente sabida a verdadeira altura Meridiana do Sol, será logo conhecida a sua distancia ao Zenith, e consequentemente a latitude pelos methodos ordinarios.

Advertindo, que se a latitude achada differir consideravelmente da latitude estimada, se repetirá o cálculo servindo-se nelle da latitude calculada, em lugar

> da estimada, que da primeira vez se empregou, até que a latitude que resultar, se ajuste com pouca differença com a de que se usou no cálculo."[186]

Durante a primeira leitura, várias questões terão surgido e algumas partes terão sido difíceis de perceber. Ao contrário de nós, Militão da Mata antes de dar a explicação do processo por extenso, explica alguns tópicos para clarificar as várias etapas. Considerámos que seria preferível ter-se inicialmente consciência do método e depois percorrer cada uma das suas etapas e dar as devidas explicações, a fim de não restarem dúvidas quanto a este processo.

Iniciaremos a explicação com a descrição dos instrumentos necessários, no próximo subcapítulo.

4.3.1. Instrumentos e considerações sobre o tempo

Figura 20 - Octante. Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, gravura extratexto.

[186] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 26 a 29.

Num capítulo designado “Instruções previas para a operação”[187], Militão descreve que se deve ter particular atenção na observação da altura, para que seja determinada a altura com o menor erro possível e, para esse fim, sugere que se utilize um Octante (ver Figura 20). Para além do Octante, face à necessidade de precisão na medição do intervalo de tempo entre observações, aconselha o uso de um relógio de algibeira (ver Figura 21) ou, quando não se tivesse acesso a um, “[...] alguma ampolheta bem ajustada.” [188]. Para a dita medição do tempo, não era necessário que o relógio estivesse certo, sendo contundo imprescindível que “tenha bom movimentos, isto he, que se não atrase ou adiante consideravelmente em o espaço de seis horas, que he o maior intervallo que póde mediar entre as duas observações.”[189]. Além dos instrumentos, seriam ainda indispensáveis à prática do método um valor de latitude estimada do local e todas as tábuas que iremos descrever posteriormente neste estudo.

Na última transcrição, quando é referido que o relógio tem de ter “bom movimento”, Militão da Mata faz referência ao intervalo máximo entre duas observações, que deverá ser de seis horas. Mas será este o único limite de tempo a considerar entre observações?

Não, as seis horas são apenas um dos limites a ter em consideração. E, como vimos na análise ao estudo de Pemberton, uma falha no cumprimento dos intervalos (que iremos descrever) poderia levar a um erro significativo no cálculo da latitude.

No capítulo de *O Destro Observador [...]* “Advertencias sobre a escolha do tempo mais proprio para as observações”[190], são enumerados, pormenorizadamente, os momentos mais apropriados à observação. Antes de descrevermos quais são esses momentos, há ainda dois tópicos que deviam ser tidos em conta, quando se estava a medir o intervalo das observações. Trata-se de dois casos distintos que deviam ser considerados: o primeiro quando ambas as observações fossem realizadas durante a manhã ou ambas à tarde e nesse caso, o intervalo de tempo seria a diferença entre os dois; o segundo quando uma observação fosse feita de manhã e outra à tarde, sendo que neste caso o cálculo do intervalo devia ser realizado da seguinte forma: somar à hora da observação da tarde doze

[187] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 22.

[188] Idem, *ibidem*, p. 22.

[189] Idem, *ibidem*, p. 22.

[190] Idem, *ibidem*, p. 57.

horas, e a essa soma subtrair-se a hora da manhã, sendo o resultado o valor do tempo de intervalo entre as duas observações.

O cálculo fazia-se desta forma devido à divisão das horas do dia utilizada na época. Não se dividia o dia em 24 horas, como hoje é costume. Havia antes uma divisão de 2 períodos de 12 horas (ver Figura 21) começando um período à meia-noite e o outro ao meio-dia (como ainda se utiliza nos relógios com ponteiros). Portanto, quando se somavam 12 horas à hora da tarde, convertia-se essa hora para o sistema de 24 horas e, subtraindo a hora da manhã, determinava-se o intervalo de tempo. Na prática, teríamos o seguinte:

Considerando $H_{OBS.1}$ – Hora da primeira observação de manhã; $H_{OBS.2}$ – Hora da 2.ª observação à tarde (que deveria estar no formato *Post Meridiem*)[191]:

$$\text{Intervalo de tempo} = H_{OBS.2} + 12h00 - H_{OBS.1}$$

Figura 21 - Relógio de Algibeira Século XVIII. Fonte: Lúcia Marinho, *Guardiães do Tempo - A Arte da Relojoaria na Colecção da Casa-Museu Dr. Anastácio Gonçalves*, p. 395.

4.3.1.1. Intervalos mais apropriados à observação do Sol

Devido à importância dada pelo Autor aos intervalos de tempo, considerámos pertinente escrever um subcapítulo onde descreveremos os ditos “intervalos mais apropriados” para a observação do Sol.

[191] Refira-se que esta fórmula nunca aparece apresentada desta forma na obra de Militão da Mata, mas vem descrita por extenso (texto) em Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 24.

A regra geral era o intervalo das observações ser entre as nove horas da manhã e as três da tarde e, quanto mais próximo ao meio-dia, tanto melhor seria, desde que se cumprissem algumas regras que estão explanadas no capítulo: "Advertencias sobre a escolha do tempo mais proprio para as observações", a partir da página 57 da obra, que passamos a descrever:

1.ª Regra: Se ambas as observações fossem feitas de manhã, o intervalo de tempo não devia ser significativamente inferior à metade da distância entre a primeira observação e o meio-dia[192];

2.ª Regra: Quando ambas as observações fossem feitas durante a tarde, "[...] o intervallo do tempo entre ellas não deve ser muito menor do que a distância da primeira das observações ao meio dia."[193];

3.ª Regra: Se uma observação fosse realizada durante a manhã e outra à tarde, "o intervallo do tempo não deve exceder quatro horas e meia."[194]; nesta regra, sublinhe-se que como uma altura seria tomada de manhã e outra à tarde, ter-se-ia de calcular o intervalo de tempo da forma que descrevemos anteriormente;

4.ª Regra: Esta 4.ª regra já dependia de dois fatores concretos, que eram a distância zenital na meridiana e a latitude; com estas duas variáveis delimitava-se ainda mais os intervalos; caso se verificasse que a distância zenital na meridiana era muito inferior à latitude do lugar, então as observações deveriam ser feitas mais próximas ao meio-dia.

Esta última regra repartia-se em quatro casos concretos que iremos descrever.

No primeiro caso, era considerada a hipótese de a latitude ser o dobro da distância zenital na meridiana. Quando isto sucedesse, o observador deveria respeitar o seguinte:

i) Não fazer a primeira observação antes das 09h30min., nem a segunda antes das 10h45min.;

ii) Para o caso de ambas as observações serem feitas pós-meridiana, a primeira deveria ser feita depois da 13h15min. e a segunda depois das 14h30min.;

[192] É importante ter em consideração que quando o Autor menciona meio-dia, não se refere às 12 horas do relógio, mas ao instante da passagem meridiana (que pode não coincidir com o meio-dia do relógio). Pelo que, na verdade os vários intervalos descritos são considerando a hora da passagem da meridiana e não o meio-dia dos nossos relógios.

[193] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 58.

[194] Idem, *ibidem*, p. 58.

*iii)*Por fim, caso uma observação fosse feita de manhã e outra à tarde, a primeira observação não deveria ser antes das 9h30min. e o intervalo de tempo entre as observações não deveria exceder as três horas e meia[195].

Num segundo caso, em que se verificasse que o valor da latitude era o triplo da distância meridiana do Sol ao zénite consideravam-se os seguintes intervalos:

> "[...] e sendo as observações ambas de manhãa, a primeira não deve ser antes das 10 horas e a segunda antes das 11. Sendo ambas de tarde, a primeira não deve ser depois da hua hora, nem a segunda depois das duas: mas se huma das observações for de manhãa, e a outra de tarde; então a da manhãa deve ser das 10 horas por diante; e o intervallo de tempo entre ella, e a da tarde, não deve exceder a 3 horas."[196]

No terceiro caso, em que o valor da latitude fosse o quíntuplo da distância meridiana do Sol ao zénite foram definidos os seguintes intervalos:

> "[...] as observações se fizerem ambas de manhãa; a primeira não deve ser antes das 10 horas e meia, nem a segunda antes das 11 e hum quarto. E se ambas se fizerem de tarde, a primeira deve fazer-se até aos tres quartos depois do meio dia, e a segunda até à hora e meia: porém se hua for feita de manhãa, e outra de tarde; a da manhãa deve ser das 10 horas e meia por diante; e o intervallo até à da tarde não deve exceder a 2 horas e hu quarto."[197]

No quarto caso, para um valor de latitude que fosse o duodécuplo da distância meridiana do Sol ao zénite, estavam escritos os seguintes intervalos para as observações:

> "[...] a primeira das observações não deve ser antes das 11 horas, e a segunda antes das 11 e meia. E sendo ambas de tarde, a primeira deve fazer-se até à meia hora depois do meio dia, e a segunda até à hua hora: mas sendo hua de manhãa, outra de tarde; a da manhãa deve fazer-se depois das 11 horas; e o intervallo até à da tarde não deve passar de hora e meia."[198]

---

[195] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 58 e 59.

[196] Idem, *ibidem*, p. 59.

[197] Idem, *ibidem*, p. 60.

[198] Idem, *ibidem*, p. 60.

Por fim, se a distância meridiana do Sol ao zénite fosse de tal forma inferior à latitude que não se aplicasse nenhuma das regras anteriormente mencionadas, seria necessário fazer as observações o mais próximo possível ao meio-dia, o que tornaria "[...]a vantagem deste método consideravelmente diminuta"[199]. Não esqueçamos que este método nunca seria preferível à determinação da latitude na passagem meridiana, que como já mencionámos, se trata de um método mais simples. Este último caso específico não seria uma alternativa viável ao cálculo da latitude na passagem meridiana, visto que, se o céu estivesse encoberto ao meio-dia, dificilmente não estaria poucos momentos antes ou depois.

4.3.2. Determinação da altura verdadeira

Conhecidos os intervalos mais apropriados à observação e algumas instruções prévias, recordemos a primeira etapa do processo:

> "1.º Ajuste-se o instrumento da observação com o relogio, e se note a altura do Sol em o instante em que o relogio mostra huma certa hora, e minuto: (e segundos se o relogio os apontar tambem) à dita altura se appliquem as correcções correspondentes à refracção, à elevação do Observador sobre a superfície do mar, e ao Semidiametro do Sol; e à altura assim correta chamaremos a verdadeira altura;"[200].

Militão da Mata refere que "se ajuste o instrumento com o relógio", o que significa que o piloto deveria marcar com precisão a hora a que observava a altura do astro.

Após obtida a altura, era necessário fazer acertos para obtenção da altura verdadeira. Iremos descrever as três correções necessárias, que deveriam ser feitas, para no final do processo, obter-se um valor de latitude mais preciso.

Pode nesta altura ter-se questionado da razão pela qual são apenas consideradas três correções, ao invés de quatro, que eram as necessárias, como descrevemos no subcapítulo "4.1.2. Compêndio das correções da altura observada". Esclarecendo: para o caso específico do Sol, devido à sua maior proximidade ao nosso planeta, não se considera a correção à "Parallaxe" porque, como justificado pelo Autor, é um valor ínfimo e, por isso, desprezável aos cálculos para navegação. Independentemente de não ser considerado

[199] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 61.

[200] Idem, *ibidem*, p. 26.

relevante para este caso, foi transcrita para o compêndio uma tábua (Taboa VI) que tem os valores da "Parallaxe" do Sol para quando existisse necessidade de uma rigorosa precisão no cálculo.

> "O Sol, ainda que muito distante, he incomparavelmente mais proximo a nós do que as Estrellas; e ainda assim dista da terra mais de trinta milhões de leguas. A parallaxe Horizontal do Sol he só quasi 9'' quantidade demasiadamente pequena para haver de ser attendida em as observações á Navegação; porém naquellas em que se pedir, ou for necessaria toda a exacção, se usará da Taboa VI., na qual se acha a parallaxe do Sol correspondente a todas as alturas, cuja parallaxe deve sempre ser sommada ás alturas apparentes do Sol."[201].

Consideremos, portanto, apenas as três correções que iremos esclarecer nos próximos subcapítulos.

4.3.2.1. Elevação do observador

A primeira correção tem que ver com a posição elevada do observador em relação à superfície do mar, mais concretamente "a differença que resulta da observação feita da superfície do mar, ou de hum lugar alto sobre ella, deve ser diminuída do angulo da altura do Astro observada."[202]. A proporção a considerar está indicada numa tabela da obra *O Destro Observador [...]* que reproduzimos na Figura 22.

Taboa para a Inclinaçaõ do Horizonte do mar.

Elevaçaõ do olho.		Incli-naçaõ.	Elevaçaõ do olho.		Incli-naçaõ.
Pés.	Poll.	Min.	Pés.	Poll.	Min.
0	11	1	33	7	6
3	8	2	45	11	7
8	6	3	60	3	8
15	1	4	76	1	9
23	6	5	93	10	10

Figura 22 - Taboa para a Inclinação do Horizonte do mar. Fonte: José Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 21.

[201] Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...]*, pp. 23 e 24.

[202] Idem, *ibidem*, p. 21.

A unidade de medida para estes acertos era "pés ingleses" por nesta época ser a unidade utilizada: "(*) Damos a inclinação do Horizonte calculada segundo a elevação sobre o mar em pes Inglezes, por serem os de que usamos em todas as medidas respectivas á nossa Marinha"[203].

4.3.2.2. Refração

Nota-se na obra de Militão da Mata o conhecimento do conceito de refração, ao contrário dos autores que analisámos anteriormente que, apesar de sabermos que conheciam o conceito[204], não consideravam esse valor para o acerto da altura do Sol.

Militão da Mata descreve a refração como "[...] lei da Optica, que os raios de luz padecem hua refracção proporcionada à densidade do meio por onde passam."[205] e, logo de seguida, o seu efeito: "[...] he fazer apparecer os objetos mais elevados do que na realidade estão, cuja optica apparencia he originada pela densa atmosphera, que cérca a superfície do globo terraque, a qual faz augmentar a refracção do Sol, à medida da proximidade em q elle estiver do Horizonte[...]"[206]. Para o piloto proceder à correção da refração, é transcrita uma "Taboa da Refracção" (representada na Figura 23). Esta tábua deve ser usada conforme explicação dada no *Compêndio das Correções das alturas dos Astros*.

No referido compêndio, após algumas considerações iniciais do conceito de refração, conclui que:

---

[203] Nota de rodapé descrita em Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...]*, p.8. Os pés ingleses eram uma unidade utilizada nesta tradução de Militão da Mata; não podemos, porém, garantir que fosse a habitualmente utilizada pelos pilotos portugueses. Por exemplo, José Dantas Pereira, autor contemporâneo de Militão da Mata, em Dantas Pereira, *Ephemerides Nauticas, ou Diario Astronomico para o anno 1798, Calculado para o meridiano de Lisboa,* p. 157 descreve medições de alturas observadas utilizando pés franceses como unidade de medida. Independentemente do que referimos, Militão da Mata afirma que usa os pés ingleses "por serem os de que usamos em todas as medidas respectivas á nossa Marinha" referindo-se provavelmente à Marinha Real Portuguesa pelos indícios referidos no início do capítulo *5. Militão da Mata, séc. XVIII* de que Militão da Mata terá sido piloto na Marinha Real.

[204] A prova que conheciam o conceito de refração está escrita na obra de Pedro Nunes, onde refere "Mas nos vemos ho cõtrairo: que mayor parece ho sol: ou outra qualquer estrella: no oriente ou ocidente: que no meyo do ceo. E na verdade não he assi: mas a causa deste parecer he: que no inuerno e no tempo chuyuoso: sobem algüs vapores antre a nossa vista e ho sol ou estrella: e porque os taes vapores sam corpo diaphano: apartão os rayos visuaes de sorte que não comprendemos a cousa em sua natural e verdadeira quantidade [...]". Pedro Nunes, *Obras. Tratado da Sphera,* vol. I, p. 160.

[205] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 18.

[206] Idem, *ibidem*, pp. 18 e 19.

"Temos visto que a refração faz elevar os Astros em apparencia: logo devemos sempre diminuilla da altura observada, ou acrescentalla à distância do Astro no Zenith; o que se executará facilmente, usando da Taboa II., (*) onde se achão as refracções correspondentes a todas as alturas dos Astros." [207]

Na sua obra, *O Destro Observador [...]*, no capítulo onde descreve as instruções para a operação, adverte ainda:

"Quanto mais distante do Meridiano estiver o Sol ao tempo das observações, mais sujeitas ficarão a erro; tanto por causa da velocidade apparente do movimento do Sol, como pela incerteza da verdadeira refracção.

E pelo contrário, quanto mais proximo estiver o Sol do Meridiano, tanto mais exacta será a altura observada, pelos motivos contrarios aos referido."[208]

Taboa da Refracçaõ.

Alturas obſervad.	Refrac-çaõ.		Alturas obſervad.	Refrac-çaõ.		Alturas obſervad.	Refrac-çaõ.	
Gr.	Min.	Dec	Gr.	Min.	Dec	Gr.	Min.	Dec.
0	33	0	10	5	2	20	2	6
1	24	5	11	4	8	25	2	0
2	18	6	12	4	4	30	1	6
3	14	6	13	4	0	35	1	4
4	11	9	14	3	8	40	1	1
5	9	9	15	3	5	50	0	8
6	8	5	16	3	3	60	0	5
7	7	3	17	3	1	70	0	3
8	6	5	18	2	9	80	0	2
9	5	8	19	2	7	90	0	0

Figura 23 - Taboa da Refração de Militão da Mata. Fonte: José Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 19.

[207] Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...]*, p. 13.

[208] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 24.

4.3.2.3. Consideração do semidiâmetro do Sol

Por fim, Militão da Mata refere que para se obter uma altura suficientemente precisa importa considerar o semidiâmetro do Sol, para que a medida de altura considerada fosse a altura do horizonte ao centro do astro e não a um dos limbos.

Nesta época, os astrónomos já estavam cientes da variação do diâmetro do Sol. Porém, "[...] na prática [...] da Navegação podemos suppôr sempre o seu diametro de 32 minutos"[209]. Conhecendo o valor do diâmetro (32'), é indicado na obra que quando determinada a altura do Sol, (com o procedimento mais usual, isto é, tirando a altura a um dos limbos, para se obter a altura verdadeira ao centro do Sol) se tinha de atentar ao valor de 16', que corresponde ao semidiâmetro do Sol. Conforme seja a medição da altura do astro ao limbo inferior ou superior devia-se, respetivamente, somar ou subtrair o semidiâmetro.

> "Quando se observa o limbo inferior do Sol ou da Lua por diante, sempre se deve accrescentar o seu semidiametro á altura observada, ou diminuillo da distancia ao Zenith. E se pelo contrario se observa o limbo superior, dever-se-ha diminuir o seu semidiametro da altura observada, ou accrescentallo á distancia do Zenith."[210]

Esta operação seria necessária caso o observador utilizasse um instrumento que não fizesse o acerto ao semidiâmetro do Sol, como por exemplo o octante. Fazemos este comentário porque na época existiam alguns instrumentos que já consideravam o semidiâmetro na observação:

> "Quando ſe obſerva o Sol com o Quadrante Inglez , no qual a sua imagem he representada por hum vidro ajustado a hum pequeno circulo descripto sobre o martinete do centro , a observação dá immediatamente a conhecer a altura do centro do Sol; e então he escusada esta terceirą correcção ; porém observando-se com o Octante, com o qual se usa ordinariamente fazer tocar o limbo inferior do Sol no Horizonte do mar, por não ser possivel o ajustar arbitrariamente o

[209] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 22.

[210] Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...]*, pp. 20 e 21.

> centro ao mesmo Horizonte, neste caso he preciso corrigir a observação do semidiametro [...]"[211]

Após as referidas correções, provavelmente o observador obteria a altura verdadeira. Não utilizamos a palavra "provavelmente" por acaso. Devido a alguns aspetos narrados nas últimas páginas do *Compêndio das Correcções que se Devem Fazer a's Alturas dos Astros,* como iremos ver, a altura, com os referidos acertos, poderia ainda não ser a "verdadeira", ou seja, não corresponder à necessária precisão para obter bons resultados na aplicação do método.

4.3.2.4. Últimas considerações sobre altura verdadeira

A primeira destas últimas considerações é respeitante aos valores tabelados nas tábuas da inclinação horizontal, os quais "Alguns Authores são de parecer, que não devem servir as tábuas calculadas para a inclinação do Horizonte do mar [...]"[212] devido às variações causadas pela refração a que os raios de luz estão sujeitos nas últimas camadas da atmosfera. A solução proposta é que seja o observador a determinar o valor da refração, do seguinte modo:

> "[...] e seria melhor, usando do Octante, achar a inclinação do Horizonte por meio de duas observações do mesmo Astro, isto he, observando em frente a sua altura, e de revéz o seu supplemento; e da sómma destas duas quantidades diminuir 180 gr.; e a ametade do resto será a actual inclinação do Horizonte, cujo cálculo só não será ajustado no caso em que não haja a mesma refracção em partes oppostas do Horizonte."[213]

Existe outra forma de conhecer a dita inclinação que Militão da Mata não descreve na sua obra, mas remete para *Guide du Navigateur*, p. 56 e seguinte.[214]

---

[211] Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...],* p.19.

[212] Idem, *ibidem*, p. 53.

[213] Idem, *ibidem*, p. 53. Esta forma de obter a inclinação, sendo praticada seguindo precisamente a forma explicada pelo Autor, seria impossível de executar. O mesmo observador, com o mesmo instrumento, no mesmo instante teria que fazer duas observações, o que não é possível. Contudo, teoricamente esta é uma forma de determinar o valor.

[214] Também não iremos analisar neste estudo qual seria o outro método. Consideramos importante clarificar que, segundo o Autor, a altura observada corrigida a partir das tábuas poderia estar sujeita ainda a alguns erros. Mas Militão da Mata apresenta pelo menos uma solução para contornar esses possíveis erros (seja na sua obra, ou remetendo para outros autores).

A segunda e última consideração, para a qual Militão da Mata adverte o leitor, é para os erros que o instrumento utilizado para a medição da altura poderá ter, sejam eles por falta de retificação do instrumento, ou por erros intrínsecos ao próprio instrumento (por exemplo, por mau fabrico ou utilização inadequada):

> "[...] as observações em que se usar do Octante, é demandarem huma exacta precisão, os erros que pode produzir o defeito de rectificação; a falta do paralelismo entre os espelhos; a deviação causada pelos raios da luz não chegarem direitamente parallelos ao plano do instrumento; ou em fim os erros que pode haver nas divisões do instrumento , &c.; o que tudo se pode ver miudamente em o já citado *Guide du Navigateur* , pag. 80., e seg.; Bézout, *Tratado de Navegação*, pag. 260.; e mais extensamente em a Viagem de *Verdun de la Créne*, Tom. I. pag. 326., e II. pag. 434. e seguintes."[215]

Nesta segunda consideração, apesar de Militão da Mata não dar uma solução para os erros que poderiam existir no instrumento, remete para várias obras, em que estão descritos os procedimentos que o observador deve tomar, a fim de garantir maior precisão do instrumento.

4.3.3. Tabelas auxiliares para os cálculos

Neste subcapítulo, iremos debruçar-nos na explicação das tábuas auxiliares ao cálculo da latitude.

As tabelas estão dispostas na obra pela seguinte ordem:

"

> I.
>
> As Taboas Solares Logarithmicas, as quaes comprehendem os Logarithmos e complementos Arithmeticos do tempo de seis horas, reduzido a graos, no modo que logo explicamos.
>
> II
>
> Hua Taboa da Declinação do Sol, calculada ao Meridiano de Lisboa, para o anno de 1781, até o de 1784.

---

[215] Militão da Mata, *Compêndio das Correcções [...]*, p. 54.

III

Taboa dos Senos naturaes, e Logarithmos de Secantes, abatido o Radio, de todos os graos e minutos do Quadrante.

IV

Taboa Logarithmica dos numeros naturaes, desde 1 até 10000."[216]

Iremos agora explicar a composição de cada uma das supramencionadas tábuas.

4.3.3.1. Tábua I – "Taboas Solares"

As Taboas Solares (ver Figura 24) compreendem vinte e quatro páginas, cada uma correspondendo a 15 minutos em tempo, o que perfaz nas primeiras quatro páginas uma hora e assim sucessivamente. As primeiras quatro páginas são intituladas H.O., as quatro páginas seguintes são designadas H.I. e contêm os valores da primeira hora até à segunda. A sequência continua sempre com o mesmo racional, H.II., H.III., H.IV. e finalmente H.V, ou seja, culminando o tempo em seis horas[217] (na Figura 24 está a primeira página destas tabelas, por isso uma H.O.).

Todas as páginas das Taboas Solares são constituídas por tabelas com 5 colunas. Identificando as colunas da esquerda para a direita, a primeira coluna marcada como "M" contém os minutos de tempo e a segunda "S" os segundos. A terceira coluna "M.I." que significa "Meio Intervalo", inclui os designados "[...] complementos Arithmeticos dos Logarithmos dos Senos do número de graos correspondente ao tempo marcado nas duas primeiras columnas"[218]; na quarta coluna, intitulada "T.M.", que significa "Tempo Medio", constam os Logaritmos do duplo Seno natural dos graus, correspondentes ao tempo das duas primeiras colunas[219]. Por fim, a quinta coluna D.M., i. é, "Distância ao Meridiano", "[...] contém os Logarithmos dos Senos versos, abatido o Semi-radio, do número de graos correspondente ao tempo das duas primeiras columnas." [220]

[216] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 3.

[217] Seis horas por ser o intervalo máximo de tempo definido para as observações, i. é, uma observação ser feita às 09h00min. e outra às 15h00min. que corresponde a um intervalo de tempo de seis horas.

[218] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 4.

[219] Não é aludido na obra, mas ao logaritmo dos duplos senos também é subtraído o semi-radio (5 unidades).

[220] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 5.

2 TABOA I.

TABOA SOLAR LOGARITHMICA.				
H. O.				
M.	S.	M. I.	T. M.	D. M.
0	30	2.66121	2.63982	$\bar{1}.37654$
1		2.36018	2.94085	$\bar{1}.97860$
1	30	2.18409	3.11694	0.33079
2		2.05916	3.24187	0.58066
2	30	1.96235	3.33878	0.77448
3		1.88307	3.41796	0.93284
3	30	1.81613	3.48490	1.06673
4		1.75814	3.54889	1.18271
4	30	1.70700	3.59403	1.28502
5		1.66125	3.63978	1.37653
5	30	1.61986	3.68117	1.45931
6		1.58208	3.71895	1.53488
6	30	1.54733	3.75370	1.60440
7		1.51515	3.78588	1.66877
7	30	1.48520	3.81583	1.72869
8		1.45718	3.84385	1.78474
8	30	1.43086	3.87017	1.83739
9		1.40605	3.89498	1.88703
9	30	1.38258	3.91845	1.93399
10		1.36032	3.94071	1.97854
10	30	1.33915	3.96188	2.02091
11		1.31896	3.98207	2.06131
11	30	1.29967	4.00136	2.09991
12		1.28120	4.01983	2.13687
12	30	1.26349	4.03754	2.17223
13		1.24647	4.05456	2.20638
13	30	1.23010	4.07093	2.23915
14		1.21432	4.08617	2.27073
14	30	1.19910	4.10193	2.30120
15		1.18440	4.11663	2.33063

Figura 24 - Exemplo de página de Tábua Solar Logarítmica. Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 2.

Esclarecemos seguidamente alguma da nomenclatura usada, assim como as fórmulas utilizadas para a conceção das tábuas, tendo como pressuposto que α é um qualquer ângulo:

- Radio correspondia ao valor de 10 unidades e semi-radio ao valor de 5 unidades;
- Seno verso: $1 - \cos(\alpha)$
- Secante: $\frac{1}{\cos(\alpha)}$

M.I. – convertendo-se em graus um determinado espaço de tempo[221], aplica-se a esses graus o logaritmo do seno, o qual diminuído do “Radio” resultará no complemento aritmético.

[221] A conversão do arco em tempo é um conceito útil à navegação, que ainda hoje é utilizado. O “tempo médio” definiu-se por conveniência, assumindo-se que o Sol passa duas vezes pelo mesmo meridiano no tempo exato de 24h. É dessa noção que surge a conversão do arco em tempo. Tida como uma conversão em que se assume que (como o nosso planeta executa o movimento de rotação de 360º em 24h) cada hora

"Seja (por exemplo) pedido o complemento Arithmetico de 12 minutos de tempo, que corresponde a 3 graos, cujo Seno Logarithmo he - - - - - - 8.71880

Abatido o Radio - - - - - - - - - 10.00000

Resta o complemento Arithmetico - - - - - - - - - 1.28120

Que he o mesmo que está nas Taboas, defronte de 12 minutos"[222].

Podemos traduzir este cálculo pela seguinte fórmula:

$$10 - (\log_{10}[\sin(\alpha)] + 10)$$

T.M. – Corresponde ao duplo seno do tempo representado nas duas primeiras colunas. Por conseguinte, para o mesmo exemplo dado anteriormente dos 12 minutos, que correspondem aos 3 graus é demosntrado que:

"[...] 3 graos, cujo Seno natural he – 5233.60 O duplo he - - - - - - - - - - 10467.20 e este número se busque nas Taboas dos Logarithmos o q lhe corresponde, que he 4.01983, e elle diremos he o de 12 minutos de tempo."[223]

Podemos traduzir este cálculo pela seguinte fórmula:

$$(\log_{10}[\sin(\alpha)+\sin(\alpha)] + 10) - 5$$

D.M. – Nesta última coluna, como vimos, estão contidos os valores dos "[...] Logarithmos dos Senos versos, abatido o Semi-radio, do número de graos correspondente ao tempo das duas primeiras columnas."[224]

Exemplo: "[...] Quero saber o Logarithmo do Seno verso de 12 minutos de tempo, ou de 3 graos: metade he 1 grao e 30 minutos, cujo Seno Log. he – 8.417919

Dobrado he igual a -16.835838

Acrescentado o Log. do número 2 - - - - - - - - - - - - - - - - - 0.301030

Somma - 17.136868

---

corresponde a quinze graus de arco de longitude. Obedecendo à relação de proporcionalidade entre tempo e arco de longitude, pode-se converter graus em tempo e vice-versa. E. Da Silva Gameiro, *Astronomia Náutica*, pp. 55 a 57.

[222] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 6 e 7.

[223] Idem, *ibidem*, p. 8.

[224] Idem, *ibidem*, p. 5.

Abatido o Log. do Radio - 10.0000

Resta - 07.136868”[225]

Para a coluna da “Distância do Meridiano” Militão da Mata, no fim da sua explicação, adverte que “[...] para os ditos Logarithmos dos Senos versos se ordenarem nas Taboas Solares, deve-se-lhe diminuir metade do Radio, ou 5 unidades da characteristica, e o resto será o número de que se deve compôr esta columna.”[226]

Podemos traduzir este cálculo pela seguinte fórmula:

$$(\log_{10}[1 - \cos(\alpha)] + 10) - 5$$

4.3.3.2. Tábua II – “Taboas da declinação do Sol”

Nesta tábua vêm descritos os valores da declinação do Sol de 1781 a 1784, calculadas para o meio-dia em Lisboa. As tábuas de declinação eram geralmente apresentadas para um ciclo de quatro anos (três comuns e um bissexto), contendo os valores exatos para esse ciclo. Com o fito de calcular a declinação nos anos posteriores, era necessário aplicar uma pequena correção fixa a todos os valores, tendo em vista a correção dos valores do ciclo subsequente e assim sucessivamente. Dado que este valor fixo não era significativo para a prática de navegação, podia-se usar um conjunto de tabelas por mais alguns ciclos (4 ou 5), sendo que quanto mais ciclos passassem, maior seria o erro.

[225] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 9 e 10.

[226] Idem, *ibidem*, p. 10.

28 TABOA II.

TABOA DA DECLINAÇAÕ DO SOL PARA O anno de 1781, primeiro depois do Biſſexto.

Dias do mez.	JANEIRO. G.	M.	S.		FEVEREIRO. G.	M.	S.		MARÇO. G.	M.	S.	
1	22	57	33	Sul.	16	53	33	Sul.	7	18	38	Sul.
2	22	52	2		16	36	5		6	55	43	
3	22	46	2		16	18	21		6	32	43	
4	22	39	34		16	0	19		6	9	38	
5	22	32	40		15	42	2		5	46	28	
6	22	25	20		15	23	27		5	23	12	
7	22	17	33		15	4	37		4	59	52	
8	22	9	21		14	45	33		4	36	28	
9	22	0	39		14	26	15		4	13	1	
10	21	51	34		14	6	40		3	49	31	
11	21	42	3		13	46	52		3	25	58	
12	21	32	7		13	26	50		3	2	23	
13	21	21	46		13	6	36		2	38	45	
14	21	11	1		12	46	9		2	15	6	
15	20	59	51		12	25	29		1	51	26	
16	20	48	17		12	4	38		1	27	45	
17	20	36	19		11	43	36		1	4	3	
18	20	23	59		11	22	22		0	40	21	
19	20	11	15		11	0	58		0	16	39	
20	19	58	7		10	39	23		0	7	0	Norte.
21	19	44	37		10	17	38		0	30	41	
22	19	30	47		9	55	44		0	54	20	
23	19	16	34		9	33	41		1	17	57	
24	19	2	0		9	11	29		1	41	32	
25	18	47	7		8	49	10		2	5	5	
26	18	31	51		8	26	43		2	28	35	
27	18	16	16		8	4	8		2	52	2	
28	18	0	21		7	41	27		3	15	26	
29	17	44	7						3	38	47	
30	17	27	34						4	2	2	
31	17	10	42						4	25	14	

Figura 25 - Exemplo de página da Tábua de Declinação do Sol. Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 28.

4.3.3.3. Tábua III – "Taboas dos senos naturais e logaritmos da secante, abatido o radio"

A primeira linha, ou coluna horizontal destas taboas (ver Figura 26), indica os graus a que se referem os valores (começando em 0º e terminando nos 89º). A coluna vertical mais à esquerda, intitulada M., representa os minutos e as colunas S.N e L.S.R, representam respetivamente o seno natural e o logaritmo da secante abatido o radio, para os respetivos graus e minutos.

A coluna do S.N pode-se representar por: $\sin(\alpha) \times 100\,000$

A coluna do L.S.R por: $\log_{10}(\sec(\alpha))$

46 TABOA III.

TABOA DOS SENOS NATURAES, E LOGARIthmos de Secantes, abatido o Radio.

	0 G.		1 G.		2 G.	
M.	S. N.	L. S. R.	S. N.	L. S. R.	S. N.	L. S. R.
0	0	0.00000	1745	0.00007	3497	0.00026
1	29	0.00000	1774	0.00007	3519	0.00027
2	58	0.00000	1803	0.00007	3548	0.00027
3	87	0.00000	1832	0.00007	3577	0.00028
4	116	0.00000	1862	0.00008	3606	0.00028
5	145	0.00000	1891	0.00008	3635	0.00029
6	175	0.00000	1920	0.00008	3664	0.00029
7	204	0.00000	1949	0.00008	3693	0.00030
8	233	0.00000	1978	0.00008	3721	0.00030
9	262	0.00000	2007	0.00009	3752	0.00031
10	291	0.00000	2036	0.00009	3781	0.00031
11	320	0.00000	2065	0.00009	3810	0.00032
12	349	0.00000	2094	0.00010	3839	0.00032
13	378	0.00000	2123	0.00010	3868	0.00033
14	407	0.00000	2152	0.00010	3897	0.00033
15	436	0.00000	2181	0.00010	3926	0.00034
16	465	0.00000	2211	0.00011	3955	0.00034
17	495	0.00001	2240	0.00011	3984	0.00035
18	524	0.00001	2269	0.00011	4013	0.00035
19	553	0.00001	2298	0.00011	4042	0.00036
20	582	0.00001	2327	0.00012	4071	0.00036
21	611	0.00001	2356	0.00012	4100	0.00037
22	640	0.00001	2385	0.00012	4129	0.00037
23	669	0.00001	2414	0.00013	4158	0.00038
24	698	0.00001	2443	0.00013	4188	0.00038
25	727	0.00001	2472	0.00013	4217	0.00039
26	756	0.00001	2501	0.00014	4246	0.00039
27	785	0.00001	2530	0.00014	4275	0.00040
28	814	0.00001	2560	0.00014	4304	0.00040
29	844	0.00002	2589	0.00015	4333	0.00041

Figura 26 - Exemplo de página da Tábua dos Senos Naturais e logaritmos de Secantes. Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 46.

4.3.3.4. Tábua IV – "Taboas dos logaritmos dos números naturais"

A tábua IV continha os logaritmos dos números naturais entre 1 e 10000. Podemos traduzir este cálculo pela seguinte fórmula:

$$\log_{10}(\alpha)$$

A partir desta tábua também poderia ser feito o cálculo inverso, determinando o número natural "α".

108 T A B O A IV.

TABOA LOGARITHMICA DOS NUMEROS NATURAES, desde 1 até 10000.

N.	L.	N.	L.	N.	L.
1	0.00000	31	1.49136	61	1.78533
2	0.30103	32	1.50515	62	1.79239
3	0.47712	33	1.51851	63	1.79934
4	0.60206	34	1.53148	64	1.80618
5	0.69897	35	1.54407	65	1.81291
6	0 77815	36	1.55630	66	1.81954
7	0.84510	37	1.56820	67	1.82607
8	0.90309	38	1.57978	68	1.83251
9	0.95424	39	1.59106	69	1.83885
10	1.00000	40	1.60206	70	1.84510
11	1.04139	41	1.61278	71	1.85126
12	1.07918	42	1.62325	72	1.85733
13	1.11394	43	1.63347	73	1.86332
14	1.14613	44	1.64345	74	1.86923
15	1.17609	45	1.65321	75	1.87506
16	1.20412	46	1.66276	76	1.88081
17	1.23045	47	1.67210	77	1.88649
18	1.25527	48	1.68124	78	1.89209
19	1.27875	49	1.69020	79	1.89763
20	1.30103	50	1.69897	80	1.90309
21	1.32222	51	1.70757	81	1.90849
22	1.34242	52	1.71600	82	1.91381
23	1.36173	53	1.72428	83	1.91908
24	1.38021	54	1.73239	84	1.92428
25	1.39794	55	1.74036	85	1.92942
26	1.41497	56	1.74819	86	1.93450
27	1 43136	57	1.75587	87	1.93952
28	1.44716	58	1.76343	88	1.94448
29	1.46240	59	1.77085	89	1.94939
30	1.47712	60	1.77815	90	1.95424

Figura 27 - Exemplo de página da Tábua Logarítmicas dos Números Naturais desde 1 até 10000. Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 108.

4.3.4. Exemplos da aplicação do método

Se reler o método de Militão da Mata, já perceberá a origem de todas as variáveis utilizadas nos vários cálculos e saberá em que tábua as encontrar.

Todavia, considera-se ainda essencial transcrever um exemplo, narrando as etapas, para que deste modo se consiga ter a perceção da prática do processo.

Para este exemplo, considere-se as seguintes premissas:

1. O observador não se moveu no intervalo das duas observações;
2. A primeira observação foi realizada durante a manhã e a segunda à tarde;
3. A latitude estimada toma o valor de 59º 20' N e declinação 20º54' N[227];

[227] Não é distinguido na obra o nome da declinação (norte ou sul). Supomos que seria norte, por uma conclusão de Militão da Mata depois de apresentar os dois primeiros exemplos: "Igualmente se collige dos exemplos precedentes, que quer tenha o Sol Declinação Norte, quer Sul, sempre a operaçao vem a ser a mesma; como tambem seja a latitude Norte, ou seja Sul." Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 35. Como referimos, esta conclusão vem escrita após os dois primeiros exemplos e no segundo exemplo, a latitude é norte e a declinação sul; portanto, para o Autor assumir que a operação é a mesma,

4. Considerando ainda que:

> "[...] mostrando o relogio 11 horas e 45 minutos da manhãa, observou-se a altura do limbo inferior do Sol sobre o Horizonte de 50º 41'. Aos 40' depois do meio dia observei 2.ª vez a altura do limbo inferior do Sol, e achei 51º 11': o lugar donde se observou era 22 pés alto sobre a superficie do mar, e o observador não mudou de situação no intervallo das observações. Quer-se saber a latitude, e a verdadeira hora do dia em que se observou a maior altura."[228]

Recordemos que a primeira etapa do processo era a correção das alturas observadas, para se obter a altura verdadeira do Sol.

Procedemos então à correção das alturas obtidas neste exemplo, pela ordem dos fatores que apresentámos anteriormente neste estudo.

A primeira consideração a tomar é a elevação do observador, ou "Inclinação do Horizonte" que neste caso se considerou como sendo 5' para ambas as observações. Subtrai-se este valor às alturas observadas:

1ª altura:	50º 41'	2ª altura:	51º11'
	-05'		-05'
	= 50º 36'		**= 51º 06'**

A segunda consideração seria a refração, mas neste caso específico, "A refracção he nesta altura tão pequena, que póde desprezar-se"[229] para ambas as observações.

Continuaremos para a seguinte correção, que se trata de ter em conta o semidiâmetro do Sol, que, como referimos, seria sempre aproximado ao valor de 16'. Tendo as alturas sido tomadas ao limbo inferior, o valor ter-se-ia que somar, assim:

1ª altura:	50º 36'	2ª altura:	51º06'
	+16'		+16'
	= 50º 52'		**= 51º 22'**

Findas as correções à altura, podemos considerar os valores acimas descritos como as alturas verdadeiras. Estava concluída a primeira etapa do processo.

---

independentemente do nome da declinação, pelos exemplos precedentes, sendo a declinação no segundo exemplo sul, no primeiro exemplo o nome da declinação teria que ser norte.

[228] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 29 e 30.

[229] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 30.

A segunda etapa do processo resume-se ao cálculo do designado "logaritmo racional". Este logaritmo não é mais que a soma dos L.S.R (logaritmo da secante abatido o radio) da latitude estimada e da declinação.

Dever-se-ia ir à tábua III procurar os respetivos graus e minutos da latitude e da declinação, escrever os valores do L.S.R. e somá-los, obtendo assim o "logaritmo racional":

Latitude estimada - 59º 20' => L.S.R.= $\log_{10}$(sec (59º 20')) = 0.29239;[230]
Declinação do Sol – 20º 54' => L.S.R = $\log_{10}$(sec (20º 54')) = 0.02956;
Logaritmo racional = 0.29239 + 0.02956 = **0.32195**

Calculado o "logaritmo racional", prosseguimos para a terceira etapa. Recordando esta etapa, o seu primeiro passo é ir buscar às taboas os senos naturais das duas alturas observadas, em segundo subtraem-se esses S.N. (senos naturais) e, por fim, procuramos na tábua IV (que tem os valores dos logaritmos dos números naturais até 10 000) o valor do logaritmo aplicado ao resultado da subtração, ao qual se designava "Logaritmo da diferença":

1.ª altura observada: 50º22' => S.N. (50º22') = sin(50º22') × 100 000 = 77568;
2.ª altura observada: 51º22' => S.N. (51º22') = sin(51º22') × 100 000 = 78116;
Diferença =78116 – 77568 = 548;
Logaritmo da diferença = $\log_{10}$(548) = **2.73878**

Seguimos agora para a 4.ª etapa: calculava-se o intervalo decorrido entre a primeira e a segunda observação e a metade desse intervalo procurava-se na Taboa I (Taboas Solares) na coluna do M.I., o logaritmo que lhe correspondia:

Hora da 1ª observação: 11h45'00''
Hora da 2ª observação: 12h40'00''
Metade do Intervalo de tempo[231]: $\frac{00h40' + 12h00' - 11h45'}{2} = 00h27'30''$
M.I. (27'30'') = 10 - ($\log_{10}$[sin(27'30'')] + 10) = 0.92189

Na 5.ª etapa, o primeiro passo era somar o **Logaritmo racional** com o **Logaritmo da diferença** e o **M.I.**, calculados nas etapas anteriores, e, seguidamente procurar na Taboa I (Taboas solares) na coluna T.M. o número mais próximo àquela soma. Anotava-

[230] Os ângulos eram convertidos em graus para se aplicar a função. Neste caso em concreto, em vez de $\log_{10}$(sec (59º 20')), seria aproximadamente $\log_{10}$(sec (59,33333º)) porque 59º 20' = 59,33333(3)º. As tábuas já tinham em conta esta operação.

[231] Recordemos que a hora da segunda observação estava no sistema horário de 12 horas (*ante meridiem* e *post meridiem).*

se o tempo a que corresponde esse número. Subtraía-se este tempo a metade do intervalo entre as duas observações, e o resultado era o espaço de tempo entre a observação da maior altura e o meio-dia e, assim, determinava-se o "Verdadeiro espaço de tempo" com o qual podemos saber quanto anda adiantado ou atrasado o relógio. Vejamos agora os passos desta etapa na prática:

Logaritmo racional = 0.32195
Logaritmo da diferença = 2.73878
M.I. (27'30'') = 0.92189
Soma = 0.32195 + 2.73878 + 0.92189 = 3.98262

Indo às tábuas solares, verificava-se que o número na coluna T.M. mais próximo a 3.98262 é **3.98207** que em tempo se traduz em **11 minutos.**

Nota: Para resolver este cálculo por uma fórmula ter-se ia que resolver a seguinte equação: $(\log_{10}[\sin(\alpha)+\sin(\alpha)] + 10) - 5 = 3.98207$

Metade do intervalo de tempo (entre observações): 27'30''
Verdadeiro espaço de tempo: 27'30'' – 11' = **16'30''**

Nota: Acerto da hora do relógio. Neste caso, o relógio indicava 12h40min. quando se obteve a maior altura, pelo que já tinham passado 40' do meio-dia. O **verdadeiro espaço de tempo** entre a maior altura observada e a passagem meridiana (ao meio-dia), concluía-se que neste caso seria **16'30''**. Logo, da diferença entre o intervalo de tempo que obtivemos no relógio (entre a maior altura e o meio-dia) e o **verdadeiro espaço de tempo** resultava o quanto o relógio andava adiantado ou atrasado. Considerando o exemplo:

12h40' – 12h16'30'' = **00h23'30;** O relógio neste caso estava adiantado 23'30''.

Avancemos para a 6.ª etapa. Indo à Taboa I (Taboas solares), procurava-se na coluna D.M. o logaritmo do "**verdadeiro espaço de tempo**", esse logaritmo subtraía-se ao **logaritmo racional,** o resultado procurava-se na taboa IV (tábua dos logaritmos até ao valor 10 000) e apontava-se o número inteiro que lhe correspondia. Esse número deveria ser somado ao seno natural da maior altura e assim determinava-se o seno natural da altura da passagem meridiana do Sol, no lugar em que se tinha observado a maior altura. Vejamos como isto se processa em termos de cálculos, prosseguindo com o exemplo na prática:

D.M. (16'30'') = $(\log_{10}[1 - \cos(16'30'')] + 10) - 5 = 2.41338$;
Logaritmo racional = 0.32195; (calculado anteriormente)

Diferença = 2.41338 - 0.32195 = 2.09143;
Número natural que corresponde ao valor da diferença (2.09143): 124;

Nota[232]: uma forma de obter este valor através de cálculos seria resolver a equação: $\log_{10}=2.09143 \Rightarrow 10^{2.09143} \approx 123{,}43$

Seno natural da maior altura = S.N. (51º22') = sin(51º22') × 100 000 = 78116;
Soma: 78116 + 124 = 78240;
Graus e minutos a que corresponde o Seno natural de 78240: **51º29'.**

- **51º29' é o valor da altura meridiana.**

Para obter este valor poderia resolver-se a seguinte equação:
Considerando "alt. M." – altura meridiana:
sin(alt. M.) × 100 000 = 78240

Por fim, chegava-se à última etapa onde se iria determinar a latitude. Esta etapa resumia-se ao cálculo da latitude pelo método da determinação na passagem meridiana, que já descrevemos no capítulo "1. Cálculo da latitude na passagem meridiana". No exemplo, concretamente, resume-se ao seguinte cálculo:

90º - altura meridiana + declinação = latitude
90º00' - 51º29'+20º54' = 59º25'

Como neste caso a latitude calculada apenas diferia em 05' da latitude estimada, não era necessário fazer mais cálculos, podendo assumir-se esse valor.

O mesmo não acontece no segundo exemplo, no qual o valor da latitude calculada é significativamente diferente da latitude estimada (ver Anexo 1). Deste segundo exemplo podemos dizer o seguinte:

- Quando o valor da latitude calculada no primeiro cálculo fosse significativamente diferente da latitude estimada, não deveriam tomar esse valor como a latitude verdadeira. Deviam utilizá-lo como a nova latitude estimada e fazer novamente todo o procedimento;
- Para a correção do relógio, só devia ser tido em conta o último cálculo;
- "Quer tenha o Sol Declinação Norte, quer Sul, sempre a operação vem a ser a mesma; como tambem seja a latitude Norte, ou seja Sul."[233].

[232] Advertimos que o número 2.09143 não existia na tabela dos logaritmos; sendo o número 2.09342 o que corresponde a 124. Por essa mesma razão, o resultado da função na nossa nota é aproximadamente 123, em vez de 124.

[233] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 35.

Nestes dois exemplos, assume-se que o indivíduo estaria no mesmo sítio durante o período entre as duas observações. Como sabemos, seria muito improvável que ocorresse essa situação quando o observador se encontrasse num navio a navegar. Ciente disso, Militão traduz em *O Destro Observador [...]* o modo de corrigir a primeira altura, ultrapassando desta forma essa limitação.

Para tanto, há que ter em conta três premissas para estas correções, que são as seguintes: a velocidade e rumo do navio, e o azimute do Sol durante a primeira observação.

No caso de o rumo do navio ser o mesmo que o azimute do Sol, somava-se à primeira altura os minutos[234] percorridos pelo navio no intervalo de tempo entre a primeira e a segunda observação.

Se, por outro lado, o Sol estivesse no azimute oposto ao rumo do navio, devia-se subtrair à primeira altura os minutos percorridos no intervalo de tempo entre as duas observações.

Por fim, se não se verificasse nenhuma das situações anteriores, devia-se verificar o ângulo que o azimute do Sol fazia com o rumo do navio e:

> "[...] cartêe-se a distancia navegada no intervallo das duas observações; e o valor do lado adjacente ao angulo, deve ser acrescentado á primeira altura, se o rumo do Sol formar hum angulo agudo com o do Navio; e diminuído da mesma 1.ª altura, se o rumo do Sol com o do Navio fizerem hum angulo obtuso: mas se o rumo do Sol formar um angulo recto com o Navio, não haverá correcção a fazer."[235]

Para clarificar o leitor, após esta descrição, Militão da Mata deixa ainda um exemplo para cada uma das situações[236].

O terceiro exemplo (ver Anexo 2), tem como premissa uma situação particular, em que se fez uso de "hum mao relogio, e que houve consideravel differença de longitude no intervallo das observações." Deste exemplo, conclui-se que se se soubesse o quanto

[234] Recorde-se que uma milha náutica é equivalente a um minuto de latitude.

[235] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 36 e 37.

[236] Não iremos transcrever esses exemplos. É apenas relevante deixar descrito que neste método eram consideradas essas correções. Para aprofundar este assunto e conferir os exemplos, os mesmos vêm escritos em Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 36 a 39.

andava o relógio errado, isto é, por exemplo, o relógio considerar durante um dia, 24 horas e 8 minutos (em vez de 24 horas) podia-se resolver o problema da determinação da latitude, realizando uma regra três simples para saber quanto tempo (a mais ou a menos) tinha sido considerado pelo relógio no intervalo de tempo entre as duas observações "[...] faremos huma regra de tres, dizendo: se o relogio se atraza 8 minutos, em 3 horas atrazar-se-ha 1 minuto[...]"[237].

A segunda explicação detalhada tem que ver com a diferença de longitude. Considerando as posições em que se obteve, respetivamente, a primeira e segunda observações. No dito exemplo, houve uma diferença de 18 minutos de longitude navegada, ao que corresponde 1 minuto em tempo, desprezando os segundos. Esse minuto acrescentar-se-ia ao intervalo de tempo entre as duas alturas registadas. Feitas estas correções, procedia-se ao método como já explicámos anteriormente.

Refira-se ainda que neste exemplo já foi considerado o rumo e a velocidade do navio, bem como o azimute do Sol.

Militão da Mata deixa um quarto exemplo (Anexo 3), no qual a principal diferença face aos anteriores é o instrumento utilizado para a medição do tempo. Em vez do habitual relógio, é feita com uma ampulheta. A utilização da ampulheta não implica nenhuma diferença no método, como podemos verificar em Anexo 3.

Dados estes quatro exemplos, é ainda escrito um tópico intitulado "Reflexões sobre o methodo precedente de achar a latitude, e modificações que em certos casos se lhe devem applicar". Iremos fazer uma breve explicação, indicando as ditas reflexões a ser tidas em consideração na aplicação deste método.

O primeiro caso aplicava-se quando o Sol passasse muito próximo ao zénite, o que fazia com que os senos das suas alturas tivessem pouca diferença entre si. Essa pouca diferença suscitaria dúvidas ao piloto de como escolher o seno natural da altura meridiana. Neste caso, devia-se proceder da seguinte forma:

> "1.º Busque-se a altura Meridiana que o Sol deveria ter se a latitude estimada fosse exacta: somme-se com a maior das duas alturas observadas; e metade da somma será huma a que chamaremos: Altura media.

[237] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 40 e 41.

2.º Busque-se pelo methodo que fica explicado, a distancia da observaçao da maior altura ao meio dia: tome-se o Logarithmo correspondente a esta distancia na columna D. M.: escreva-se abaixo o Logarithmo da Secante menos o Radio, da altura media, e o complemento arithmetico do Logarithmo Racional; e a soma destes tres Logarithmos (diminuida a characteristica de 5 unidades) será o Logarithmo do Seno de hum angulo, que accrescentado á maior altura, dará a altura Meridiana."[238]

O segundo caso a considerar era o seguinte:

"[...] quando o Sol passa perto do Zenith, e huma das duas alturas for observada muito proxima ao meio dia, e a outra a alguma distancia; no qual só pelas regras precedentes não seria facil concluir a latitude com bastante exacção, sem se praticar o methodo seguinte:

Busque-se a verdadeira hora do dia por meio da latitude estimada, da Declinação do Sol, e da sua altura, a mais distante do meio dia; e comparando a dita hora verdadeira, com a que o relogio mostrar, ver-se-ha quanto o mesmo relogio anda differente do tempo verdadeiro : calculada que seja esta differença, facilmente se pode conhecer a hora verdadeira ao tempo da observaçao da maior altura, e por consequencia a distancia verdadeira da dita observaçao ao meio dia; e depois pelas regras sobreditas se achará a mudança da altura, a altura Meridiana, e a latitude."[239]

Termina a obra com as "Advertencias sobre a escolha do tempo mais proprio para as observações"[240], que já fizemos alusão no subcapítulo "4.3.1.1. Intervalos mais apropriados à observação" em que descrevemos as considerações do tempo mais propício às observações das alturas.

[238] Depois desta explicação é dado um exemplo prático, acompanhado por uma descrição de algumas partes da operação. O exemplo vem descrito com o título de "Operação" em Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 49 a 52.

[239] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 53. Expondo esta última reflexão, deixa por fim um exemplo sobre a mesma.

[240] Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, p. 57.

4.4. Súmula do estudo de Militão da Mata

Militão da Mata, piloto do século XVIII, traduziu um método para a determinação da latitude por observação de duas alturas extrameridianas do Sol, considerado pelo Autor mais simples do que os conhecidos em Portugal.

A tradução do método viria trazer acessibilidade a qualquer piloto, independentemente dos seus conhecimentos de inglês.

Concebido por John Douwes, o método descrito para o fim suprarreferido requeria como variáveis: duas alturas extrameridianas, o intervalo de tempo decorrido entre elas, o valor da declinação e a latitude estimada. Para além destas, seria também porventura necessário o azimute do Sol e a velocidade e rumo do navio, quando houvesse significativa mudança de posição do navio entre a primeira e a segunda observação, para que o piloto pudesse proceder à correção da primeira altura.

Quanto a requisitos de conhecimento do piloto, o método apenas exigia a compreensão de como extrair os vários valores das diversas tábuas e a familiarização com os instrumentos necessários à determinação das variáveis referidas, bem como o conhecimento de alguns casos específicos na posição do astro face ao observador e algumas noções de astronomia[241].

Podemos resumir o método em três etapas distintas:

i) Determinava-se o verdadeiro espaço de tempo entre a passagem meridiana e o momento da observação da maior altura (que possibilitava o acerto do relógio, como vimos no subcapítulo “4.3.4. Exemplos da aplicação do método”);

ii) Sabendo o dito intervalo de tempo com as tábuas de Douwes, era possível determinar-se a altura meridiana do astro;

iii) Conhecendo o valor da altura meridiana para o local, concluía-se o método, calculando a latitude pelos métodos da determinação da latitude por passagem meridiana do Sol.

[241] Quanto aos conceitos de astronomia que referimos, consideramos o conhecimento do significado de declinação, distância zenital entre outros e familiarização com o método de cálculo para a determinação da latitude em passagem meridiana do Sol.

A tabulação das funções logaritmo e trigonométricas, bem como a precisão dos relógios[242] vieram possibilitar a transformação da conceção do processo da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

É ainda importante sublinhar que Militão da Mata teve um grande cuidado em garantir a perceção deste método, como demonstra a panóplia de situações possíveis descritas, bem como o número de exemplos deixados na sua obra. Apesar dos autores estudados anteriormente também terem deixado alguns exemplos, não se comparam em número aos que Militão da Mata nos deixou.

Pelas razões supramencionadas, acreditamos que Militão da Mata teve realmente particular atenção e cuidado para garantir o verdadeiro esclarecimento dos pilotos portugueses da época, do método descrito por John Douwes.

---

[242] A precisão dos relógios veio trazer a possibilidade de utilização de uma nova variável (o tempo) para a resolução deste tipo de problemas.

5. Peregrino Leitão, séc. XIX

João Peregrino Leitão foi oficial da Marinha Portuguesa[243]. Filho de João Chrisostimo Leitão, natural da Ilha da Madeira[244], nasceu no ano de 1821[245]. Assentou praça em 1835 (com 14 anos de idade) na Marinha, com o posto de Aspirante, tendo apanhado uma época de reformulação do ensino. Vivia-se um período conturbado, consequência da recém-terminada Guerra Civil[246]. No ano de 1837 é criada, em Portugal, a Escola Politécnica[247], que ficou a funcionar no local onde até então funcionava a Academia Real de Marinha, que foi extinta no mesmo momento. Peregrino Leitão terá apanhado esta reformulação e terá concluído os seus estudos na referida Escola Politécnica[248].

Na sua carreira na Marinha, embarcou em vários tipos de navios (p. ex.: Fragata *D. Maria II*, Corveta, Hiate, Charrua, Nau *Vasco da Gama*)[249]. Nota-se que durante a sua carreira, houve vários períodos de licenças. Existem exemplares de cartas no Arquivo Histórico de Marinha onde são pedidas licenças para Peregrino Leitão. No *Livro Mestre – Classe Marinha: A*, p. 41 aparecem referidos os seguintes períodos de licenças:

---

243 Por ter sido oficial da Marinha Portuguesa temos nos *Livros Mestres* uma fonte rica de informações sobre a vida deste Autor, particularmente, os *Livro Mestre - Classe Marinha: A* e o *Livro Mestre - Classe Marinha: B*. Estes livros quanto ao seu âmbito e conteúdo eram livros onde era registada "[...] a vida militar de cada Oficial, Guarda-Marinha, Subtenente, Aspirante e Cadete - data do seu primeiro alistamento, situações sucessivas, comissões extraordinárias, louvores, castigos, etc" Arquivo Histórico de Marinha, *Livros Mestres*, Livros Mestres - Marinha Portuguesa - Archeevo, acedido em maio de 2021.

244 *Livro Mestre - Classe Marinha: A*, p. 41.

245 Não encontrámos a data de nascimento do Autor escrita em nenhum local. Deduzimos a sua data de nascimento, considerando duas informações que vêm escritas no *Livro Mestre - Classe Marinha: A, p.41* são elas a idade de João Peregrino Leitão quando assentou praça, que era de 14 anos, e, a primeira data em que aparece no *Livro Mestre*, que é setembro de 1835, com o posto de Aspirante. Subtraindo os 14 anos a 1835, resulta o ano de 1821, ano que deduzimos ser o do seu nascimento. Para além desta dedução, como Peregrino Leitão foi sócio fundador do Clube Militar Naval, o seu ano de nascimento também aparece na Dissertação de Mestrado de Carlos Miguel M. Andrade da Cunha, *História do Clube Militar Naval Desde a Fundação até 1974*, p. B-1.

246 A Guerra Civil iniciou-se no ano de 1832 e terminou em 1834. Fábio Faria, *Circulações Internacionais e Liberalismo. O Exílio Liberal Português, 1829 – 1832*, Dissertação de mestrado, Instituto Universitário de Lisboa, p. 5.

247 Luís Fraga, *Para uma Perspetiva Sociológica da Evolução do Sistema de Educação Militar em Portugal entre 1790 e 1958*, p. 12.

248 "Completou o curso preparatorio de marinha na escola polytechnica, em 9 de Julho de 1842. Idem a da companhia dos GG[das] Marinhas, em 29 de Julho de 1843." *Livro Mestre - Classe Marinha: A*, p. 41.

249 Peregrino Leitão embarcou nos referidos navios antes de escrever a sua obra *Guia Nautica [...]*. Fonte: *Livro Mestre - Classe Marinha: A*, p. 41. Descrevemos apenas navios em que esteve antes de escrever o livro, para deixar patente que quando escreveu a sua obra já havia navegado em diversos tipos de navios.

i) No período compreendido entre 28 de maio de 1844 e 25 de julho do mesmo ano permanece quase ininterruptamente no hospital militar de Luanda;

ii) Licença registada pela junta de saúde naval de 6 de setembro de 1860 até 4 de março de 1863. Este período de licença não foi dado por questões de saúde, como pudemos verificar por uma anotação deixada no *Livro Mestre – Classe Marinha: A*: "A licença registada compreendida no período decorrido de 6 de setembro de 1860 até 4 de março de 1863 foi concedida por portaria [...] para embarcar nos barcos a vapor da Companhia União Mercantil, sem outra clausula [...]"[250];

iii) Licença de 4 de novembro de 1872 a 28 de fevereiro de 1873.

A primeira das licenças anteriormente descritas terá sido por alguma questão de saúde que desconhecemos. Considerámos relevante esclarecer estes períodos de licença, pela seguinte razão: Na *Guia Nautica [...]* o Autor refere "resolvi-me a aproveitar o tempo que a falta de saude me concedia em formular esta compilação quiçá imperfeita, mas necessaria[...]"[251]. Este tempo dado devido à falta de saúde deduzimos que poderia estar descrito no *Livro Mestre* como período de licença devido a algum problema de saúde. Concluímos, contudo, que não havia nenhum período de licença por motivos de saúde próximo à data em que Leitão publica a sua obra (1865)[252]. Termos ido verificar os períodos de licença levou-nos a uma outra descoberta; poucos anos antes da data em que publicou a sua obra esteve embarcado, aproximadamente dois anos e meio, em navios a vapor que pertenciam à Companhia União Mercantil.

Peregrino Leitão assina a obra como "1.º tenente da armada João Peregrino Leitão"[253], tendo sido promovido a este posto em 1859[254]. Dito pelo Autor a *Guia Nautica*

---

[250] *Livro Mestre – Classe Marinha: A*, p.41.

[251] João Peregrino Leitão, *Guia Nautica ou Tratado Pratico de Navegação*, p.IV.

[252] Apesar de essa data (1865) vir na *Guia Nautica [...]* acreditamos que a obra já tivesse sido escrita em 1864. Formulamos esta conclusão dado haver uma carta datada de 1864, que tivemos acesso no Arquivo Histórico de Marinha, em que João Peregrino Leitão pede ao rei que a sua obra seja analisada pelo Conselho da Escola Naval.

[253] Idem, *ibidem*, p.I.

[254] *Livro Mestre* - *Classe Marinha: A*, p. 41.

[...] foi escrita, entre outras razões, por considerar que não existia nenhum livro em português que fosse um guia para a instrução e consulta da doutrina da navegação.

Em setembro do ano de 1864, Peregrino Leitão envia uma carta ao rei (D. Luís I)[255] a solicitar que o Conselho da Escola Naval examinasse a sua obra "P. a vossa Majestade a graça de ordenar que pelo Conselho da Escola Naval lhe seja examinado o citado livro a fim de Officialmente se verificar a utilidade daquelle trabalho [...]"[256]

Noutra carta, datada de dezembro de 1864, vem referido que foi ordenado por portaria do Ministério da Marinha e do Ultramar que o Conselho da Escola Naval[257] avaliasse o mérito e a possibilidade da *Guia Nautica [...]* ser utilizada como referência para os exames e instrução. No fim da referida carta vem a decisão do Conselho: "[...] entendeo, que não deveria, como o author desejara, dar ao seu livro uma preferencia official, como texto que servisse de base aos exames de pilotagem nesta Escola, por tanto um tal favor prejudicaria os direitos, que por ventura possa ter outra composição mais esmeradamente redigida."[258] Pelo que o livro de Peregrino Leitão não seria utilizado como obra oficial para lecionar na Escola Naval.

Peregrino Leitão faleceu a 20 de janeiro de 1898[259].

5.1. Obra

O conteúdo da obra *Guia Nautica ou Tratado Pratico de Navegação,* de Peregrino Leitão, vem escrito na capa:

> "Os principios theoricos em que se funda a astronomia nautica, bem como a resolução de todos os seus problemas pelo uso dos processos praticos os mais expeditos de emprego das taboas requesta de Norie. Enriquecido com a explicação das mesmas taboas, e pela theoria ácerca das leis que regem os tufões,

[255] O rei D.Luís I não ia identificado na carta. Contudo, tendo o seu reinado compreendido o período entre 1861 e 1889 e a carta enviada para "[...] Vossa Majestade [...]" em 1864, concluímos que o destinatário mais provável seria D. Luís I.

[256] Carta enviada ao rei por Peregrino Leitão.

[257] A referência a esta ordem vem numa carta enviada por um Ministro Secretário de Estado dos Negócios do Mar e Ultramar, José da Silva Mendes Leal. Não conseguimos identificar a quem se dirigia a carta, mas pelo conteúdo acreditamos que fosse provavelmente dirigida a Peregrino Leitão.

[258] Idem, *ibidem*.

[259] O registo de óbito foi a fonte de informação para a data do falecimento de Peregrino Leitão.

para que se possa conhecer os meios a empregar a fim de se subtrair a seus horrores."[260]

Da transcrição pode inferir-se que a génese desta obra não foi a procura de um método para a determinação da latitude a qualquer hora do dia ou sua explicação. A *Guia Nautica [...]*, como o título indica, tinha por objetivo principal ser um compêndio de vários assuntos de interesse à prática da navegação para os pilotos portugueses do século XIX. Segundo o Autor, a elaboração desta guia deveu-se às seguintes razões: deixar escritos os métodos práticos que foi aprendendo com oficiais mais antigos nas navegações[261]; traduzir a aplicação prática das tábuas de Norie para português, visto que a explicação dessas tábuas apenas existia em idiomas estrangeiros[262]; e, por fim, considerava que nesta altura faltava um manual ou guia único para os pilotos, que incidisse simultaneamente em explicações teóricas e práticas necessárias à navegação:

> "Em firmeza do que vos posso desde já assegurar que em portuguez nada existe, em um só livro, que vos guie ou vos instrua, pois uns peccam por demasiada sciencia, outros por omissos na parte mais necessaria, sendo por isso preciso consultar muitos livros (quando todos se saibam ler) para colher o util. Eis o que procurei fazer: e foi, consultar muitos livros, e extrahir d'elles o que, segundo a pratica, achei mais conveniente para a formação da Guia Náutica que vos apresento."[263]

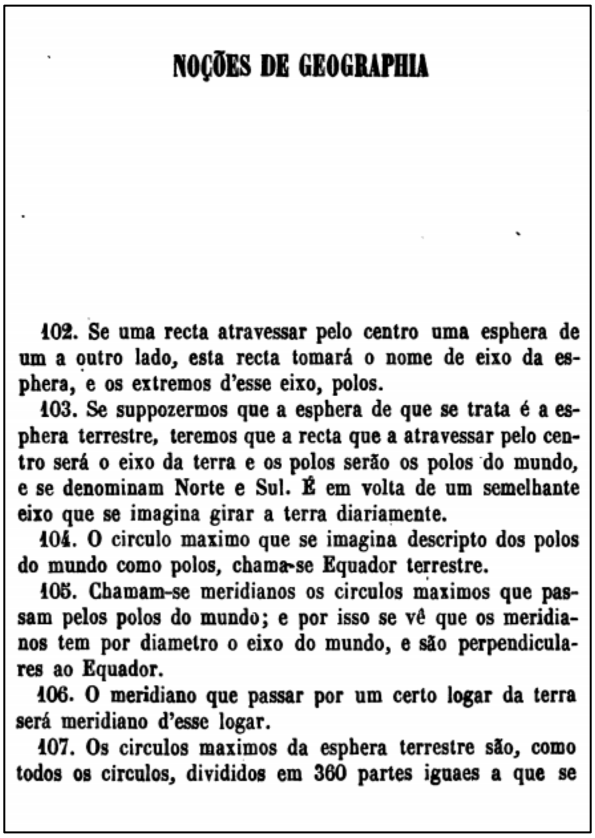
Quanto à estrutura da obra está divida em vários capítulos e subcapítulos, havendo uma numeração em cada parágrafo (ver Figura 28).

[260] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. I.

[261] Escreveu a *Guia Nautica [...]* para que mais tarde outros pudessem suportar-se nela, e para o próprio autor ficar com uma descrição dos processos "convencido da impossibilidade de conservar de memoria os typos de todos os calculos, mormente d'aquelles que não são de uso diario" Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. IV.

[262] Idem, *ibidem*, p. IV.

[263] Idem, *ibidem*, p. V.



NOÇÕES DE GEOGRAPHIA

102. Se uma recta atravessar pelo centro uma esphera de um a outro lado, esta recta tomará o nome de eixo da esphera, e os extremos d'esse eixo, polos.

103. Se suppozermos que a esphera de que se trata é a esphera terrestre, teremos que a recta que a atravessar pelo centro será o eixo da terra e os polos serão os polos do mundo, e se denominam Norte e Sul. É em volta de um semelhante eixo que se imagina girar a terra diariamente.

104. O circulo maximo que se imagina descripto dos polos do mundo como polos, chama-se Equador terrestre.

105. Chamam-se meridianos os circulos maximos que passam pelos polos do mundo; e por isso se vê que os meridianos tem por diametro o eixo do mundo, e são perpendiculares ao Equador.

106. O meridiano que passar por um certo logar da terra será meridiano d'esse logar.

107. Os circulos maximos da esphera terrestre são, como todos os circulos, divididos em 360 partes iguaes a que se

Figura 28 - Exemplo da numeração de parágrafos no capítulo "Noções de Geographia". Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 30.

Far-se-á uma breve explicação do que vem descrito em cada um dos capítulos da *Guia Nautica [...]*:

i) "Noções algebricas" – onde define, no primeiro subcapítulo "Theoria dos signaes", os sinais utilizados nas várias operações de cálculo (p. ex. soma, divisão e potência) e, de seguida, no subcapítulo intitulado "Das esquações", descreve os conceitos de equação de primeiro e segundo grau[264];

ii) "Elementos de geometria" – neste capítulo começa por definir conceitos de geometria (*e.g.* linha, curva, ângulo, triângulo retângulo e circunferência); e descreve seguidamente alguns problemas (*v.g.* determinação de uma perpendicular, determinação do centro de um

[264] As noções algébricas estão descritas em Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 1 a 10.

triângulo e divisão de uma reta em partes iguais) num subcapítulo intitulado “Problemas de geometria”[265];

iii) “Da trignometria” – onde começa por descrever, num subcapítulo designado “Da trigonometria rectilinea”, conceitos para a resolução de problemas de trigonometria no plano, utilizando as funções seno e cosseno, o teorema de Pitágoras, etc.; prossegue com um subcapítulo “Da trigonometria espherica”, onde expõe várias soluções para determinar um lado ou ângulo num triângulo esférico, úteis a problemas de navegação astronómica[266];

iv) “Noções de geographia” – neste capítulo define os conceitos de posição como latitude e longitude e outros, como círculo máximo ou círculo menor, etc.[267];

v) “Dos logarithimos” – define função logarítmica e as regras para a utilização da tábua XXIV que contêm os valores dos logaritmos dos números naturais de 1 até 9999; seguida esta descrição por um subcapítulo designado “Operações por logarithimos”, onde vai demonstrar como aplicar os logaritmos de forma a facilitar a resolução de cálculos aritméticos[268];

vi) “Elementos de astronomia” – neste capítulo Peregrino Leitão explica os conceitos de estrela, cometa, planeta, sistema solar, caracteriza cada um dos planetas do sistema solar e ainda o Sol e a Lua etc. prossegue depois com a definição de alguns conceitos da esfera celeste como zénite, eclíptica aparente do Sol, etc. e de coordenadas como declinação, ascensão reta, círculo de latitude e outros conceitos. Termina este capítulo com explicações de como obter a altura verdadeira dos astros[269];

vii) “Navegação” - começa por definir conceitos úteis à navegação, descreve alguns instrumentos, e aborda vários problemas de navegação, p. ex.:

---

[265] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 11 a 19.

[266] Idem, *ibidem*, pp. 20 a 29.

[267] Idem, *ibidem*, pp. 30 a 32.

[268] Idem, *ibidem*, pp. 33 a 36.

[269] Idem, *ibidem*, pp. 37 a 50.

determinação da longitude por observação de astros, cálculo do valor da variação da agulha, etc. É neste capítulo, num subcapítulo designado "Determinar a latitude pela observação dos astros", que vai debruçar-se sobre o problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol;

viii) "Appendice" - onde descreve os instrumentos de reflexão, termómetros e barómetros e as leis que regem os tufões;

ix) "Explicação das taboas de Norie" - Por fim, trata das tábuas de Norie onde vai descrever, em vários subcapítulos, cada uma das cinquenta e sete tábuas de Norie.

Terminada a nossa explicação da estrutura e tópicos da obra, importa referir que o capítulo mais importante para o nosso estudo é o da "Navegação", mais concretamente o parágrafo "321. Achar a latitude por duas alturas fóra do meridiano, de um mesmo astro, e o tempo decorrido entre ellas"[270] onde são explicados, como iremos ver, os métodos possíveis para a determinação da latitude a qualquer hora do dia praticados na época[271].

5.2. Método de determinação da latitude a qualquer hora do dia

Neste subcapítulo, iremos descrever os métodos de Peregrino Leitão para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol a qualquer hora do dia.

O Autor começa a explicação por uma forma teórica de determinar a latitude auxiliando-se da Figura 29, que transcrevemos para melhor entendimento do seu método e, posteriormente, descreve os processos práticos. Ao contrário de outros autores, que separam em subcapítulos as explicações práticas das teóricas, Peregrino Leitão apresenta apenas um subcapítulo, que engloba a teórica e a prática[272].

Iremos agora descrever, em subcapítulos distintos, primeiramente a teórica e, segundamente, os processos práticos do método de Peregrino Leitão.

---

[270] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p.88.

[271] Não podemos garantir, contudo, que os métodos descritos por Peregrino Leitão fossem todos os métodos praticados à data da obra, mas sim aqueles que o Autor considerou mais práticos e relevantes para os pilotos da época.

[272] Recordemos que um dos principais objetivos da obra *Guia Náutica* seria criar um compêndio onde estivessem as explicações práticas e teóricas mais importantes para a ciência e arte da navegação.

5.2.1. Teórica descrita por Peregrino Leitão

Peregrino Leitão utiliza a ilustração da Figura 29 para acompanhar a explicação teórica.

Antes de explicações mais concretas, comecemos por identificar alguns arcos e pontos da Figura 29 para melhor a compreender. O eixo vertical da figura é o zénite-nadir, o ponto P é o polo do nome do hemisfério em que se encontra o observador (polo elevado), e as circunferências máximas HO e EQ são respetivamente o horizonte e o equador. Os pontos S e S' são as duas posições extrameridianas do astro, determinadas com um certo intervalo de tempo, mantendo-se o observador na mesma posição. Considerando os arcos e pontos referidos, podemos descrever agora o arco MS que se trata da primeira altura observada e o NS' da segunda. Os arcos AS' e BS são as declinações do astro nas posições S' e S, considerando a hora e local das observações. Por fim, é ainda importante notar que "o intervallo de tempo entre as alturas será o angulo SPS' (ou B,A sua medida)"[273].

Consideremos agora um exemplo, no qual se determinaram duas alturas "verdadeiras", i. é, feitas as devidas correções. Estando estas representadas, na Figura 29, como os arcos S'N e SM. Cronometrava-se o intervalo de tempo entre as observações e, convertendo o tempo em arco, determinava-se o valor do ângulo de S'PS e, para concluir esta primeira etapa, calculavam-se as declinações para as duas observações, obtendo-se os arcos AS' e BS.

Para se resolver o problema da determinação da latitude ter-se-ia que determinar o arco EZ, que corresponde à latitude, ou a altura do polo sobre o horizonte (arco OP) que, como já vimos anteriormente, toma o mesmo valor que a latitude.

[273] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p.88.

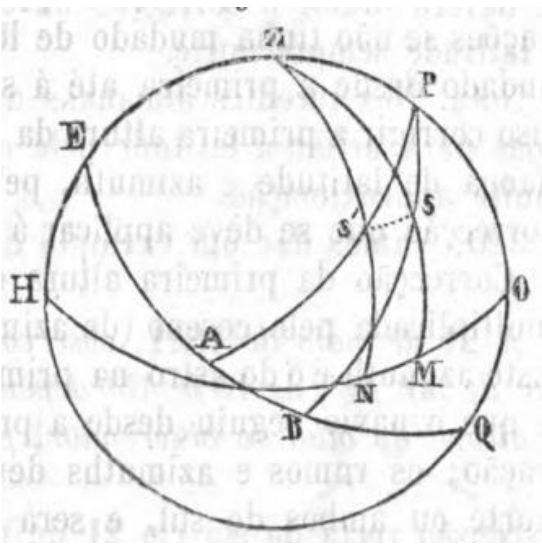


Figura 29 - Esboço de apoio à explicação do método de Peregrino Leitão. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 88.

Conhecendo as variáveis iniciais, vejamos como Peregrino Leitão apresenta a solução teórica e os cálculos para a resolução do problema[274]:

Iniciava-se o processo determinando o complemento das alturas verdadeiras ZS e ZS' e as distâncias polares arcos S'P e SP. Desta forma, para além do ângulo SPS', conheciam-se os lados SP e S'P do triângulo S'PS PSS' e PS'S.

Utilizando a **1.ª fórmula**:

$$\frac{\sin\left(\frac{SP+S'P}{2}\right)}{\sin\left(\frac{SP-S'P}{2}\right)}=\frac{\cot\left(\frac{SPS'}{2}\right)}{\tan\left(\frac{PSS'-PS'S}{2}\right)}$$

Determinava-se o valor de $S'SP - SS'P$.[275] Para obter cada uma das variáveis S'SP e SS'P era necessária outra equação, com ambas as variáveis.

Utilizando a **2.ª fórmula**:

[274] Não podemos deduzir que Peregrino Leitão estivesse a delinear uma nova teoria porque o Autor no princípio da *Guia Nautica [...]* refere que a sua obra é um compêndio de várias outras obras, pelo que a teoria descrita poderia já ter sido pensada e elaborada por outro autor.

[275] A fórmula descrita foi retirada do parágrafo 89 de Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p.26.

$$\frac{\cos\left(\frac{\mathrm{SP}+\mathrm{S'P}}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\mathrm{SP}-\mathrm{S'P}}{2}\right)} = \frac{\cot\left(\frac{\mathrm{SPS'}}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\mathrm{PSS'}+\mathrm{PS'S}}{2}\right)}$$

Calculava-se assim S’SP e SS’P.

Seguidamente, determinava-se o lado SS’ utilizando a analogia dos senos, ou seja, considerando num triângulo esférico ABC (ver Figura 30) os seus ângulos internos como “A”, “B” e “C” e os lados opostos a cada ângulo, respetivamente, “a”, “b” e “c”, sabemos que os senos dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos opostos, pelo que podemos considerar (segundo a analogia dos senos) a seguinte fórmula:

$$\frac{\sin(A)}{\sin(a)} = \frac{\sin(B)}{\sin(b)} = \frac{\sin(C)}{\sin(c)}$$

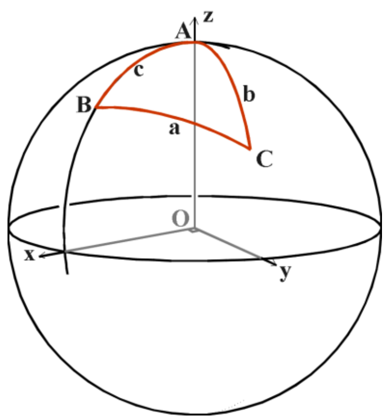


Figura 30 - Triângulo esférico, analogia de senos. Fonte: http://star-www.st-and.ac.uk/~fv/webnotes/chapter2.htm.

No caso concreto de Peregrino Leitão conheciam-se:

i) Os ângulos PSS’ e PS’S (calculados anteriormente);

ii) Os lados SP e S’P (complementos da declinação ou distâncias polares das duas observações);

iii) O ângulo S’PS que correspondia ao intervalo de tempo;

iv) E pretendia-se determinar o lado SS’, utilizando a analogia dos senos:

3.ª fórmula: $\frac{\sin(PSS')}{\sin(S'P)} = \frac{\sin(PS'S)}{\sin(SP)} = \frac{\sin(S'PS)}{\sin(S'S)}$

Determinado o lado SS' ficavam a conhecer-se todos os lados do triângulo ZSS'. Prosseguia-se determinando o ângulo ZSS' utilizando, por exemplo, a fórmula:

4.ª fórmula: $\sin\left(\frac{ZSS'}{2}\right)^2 = \frac{\sin(p-ZS)\times\sin(p-SS')}{\sin(ZS)\times\sin(SS')}$

Sendo a incógnita "p" calculada:

$$p = \frac{SS' + ZS + ZS'}{2}$$

Obtendo o valor de ZSS', do triângulo ZSP ficavam a conhecer-se os valores dos lados ZS, SP e o ângulo ZSP (PSS'-ZSS'=ZSP). Conhecendo estes lados e utilizando as fórmulas designadas anteriormente por 1.ª, 2.ª e 3.ª fórmula, determinava-se o lado ZP[276] que era precisamente o complemento da latitude.

Como inicialmente referimos, foi assumido que o observador se mantinha na mesma posição durante as duas observações. O Autor adverte que "[...] porém se o navio tiver andado desde a primeira até à segunda altura, então é preciso corrigir a primeira altura da variação proveniente da mudança de latitude e azimuth [...]"[277]. Peregrino Leitão descreve como se podia fazer o acerto referido e descreve algumas regras[278], para o erro do cálculo da latitude vir a ser inferior a 3'.

Iremos descrever no subcapítulo seguinte como era realizado o acerto, bem como todas as considerações descritas que garantiam um erro mínimo no cálculo da latitude.

[276] Para o cálculo de ZP utilizavam-se, p. ex., a 1.ª fórmula descrita anteriormente e a analogia de senos.

[277] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p.89.

[278] Não é explicado se as ditas normas apenas se aplicavam ao método teórico. Acreditamos que seriam apenas para o método teórico pela estrutura desta parte da obra. Mais concretamente, o Autor primeiro descreve o método teórico, prosseguindo com as ditas regras. Posteriormente, quando apresenta o primeiro método prático, este vem seguido de outras normas. Pelo que cremos que as considerações definidas neste subcapítulo foram indicadas exclusivamente para a aplicação do método teórico.

5.2.1.1. Considerações à precisão do método teórico

No caso de o observador não se encontrar na mesma posição durante as duas observações, seria necessário corrigir a primeira altura observada. A "Correção da primeira altura é igual á distancia navegada multiplicada pelo cosseno (do azimuth mais ou menos o rumo)."[279] O "azimuth" referido era o tomado ao astro durante a primeira observação e o "rumo" era o do navio entre a primeira e segunda observação. O azimute somava-se ao rumo quando dissessem cada um para seu ponto cardeal, i. é, "[...] quando fôr um para éste e outro para oeste, será o azimuth mais o rumo [...]"[280]; ou subtraia-se o rumo do azimute (sempre o maior menos o menor) quando dissessem ambos para Oeste ou Este[281].

Narrada esta primeira correção, o Autor descreve nos parágrafos seguintes as já mencionadas normas para que se determine a latitude com um erro inferior a 3'. Transcrevemos essas regras:

> "1.ª Que a altura meridiana não possa ser maior que 84°.
>
> 2.ª Que a menor altura seja maior que 7º, e que o seu azimuth correspondente não seja maior que 75°.
>
> 3.ª Que a maior altura seja observada o mais proximo do meridiano, de maneira que o seu azimuth não seja muito maior que 15°.
>
> 4.ª Finalmente convém que seja pouco mais ou menos o maior azimuth, igual a duas vezes e meia o menor; isto é, duas vezes o maior, igual a cinco vezes o menor.
>
> Nota. Os azimuths obtem-se pela marcação da agulha a que se applica a variação."[282]

---

[279] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p.89.

[280] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 89.

[281] Esta cálculo aplica-se considerando a definição dos conceitos de rumo e azimute da época de Peregrino Leitão. O azimute não se definia da mesma forma que hoje. No caso concreto do ângulo entre o meridiano do lugar (linha norte-sul) e o vertical do astro, media-se sempre a partir de norte, ou a partir de sul, para leste ou oeste, ou seja, o seu valor máximo era 90º. Idem, *ibidem*, pp. 40. Definição semelhante se aplicava aos rumos que na época se contavam a partir de norte ou de sul, para leste ou oeste, portanto também tinham valor máximo de 90º.

[282] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 90.

Das quatro considerações, a que poderia suscitar algumas dúvidas seria a quarta. Lendo a 4.ª regra em conjunto com a 3.ª (esta diz que o azimute mais pequeno não deve exceder 15º). No caso de o azimute mais pequeno estar no valor máximo admissível, que seriam os 15º, então pela 4.ª norma, o azimute maior devia ser aproximadamente 2,5 vezes o menor, ou seja 15 × 2,5=37,5. No caso em que o azimute mais pequeno fosse 10º, p. ex., então o maior devia ser mais ou menos 25º e assim sucessivamente.

5.2.2. Explicação do primeiro método prático

Como já referimos anteriormente, Peregrino Leitão na sua obra descreve mais do que um processo prático para a determinação da latitude.

O primeiro método que iremos transcrever tem como premissa serem conhecidas duas alturas verdadeiras do Sol, o intervalo de tempo decorrido entre elas[283] e (apenas) a declinação do Sol para a maior altura observada. Transcrevemos a primeira forma prática apresentada pelo autor:

> "325. l.° Sommem-se as alturas verdadeiras, e tome-se metade; tire-se a menor altura da maior, e tome-se metade da differença.
>
> 2.° O meio intervallo de tempo entre as observações se reduzirá a gráus, pela taboa XIX.
>
> 3.º Sommem-se a cosecante do meio intervallo de tempo e a secante da declinação; a somma será o logariihimo da cosecante do 1. ° arco.
>
> 4.º Sommem-se, a cosecante do 1. ° arco, o coseno da metade da somma das alturas, e o seno da metade da sua differença: a somma d'estes logarithimos será o logarithimo do seno do 2. ° arco.
>
> 5.° Sommem-se a secante do 1. ° arco, o seno da metade das alturas, o coseno da metade da sua differença, e a secante do 2. ° arco: a somma será o logarithimo do coseno do 3. ° arco.
>
> 6.° Sommem-se a secante do 1. ° arco, e o seno da declinação: a somma será o coseno do 4. ° arco, quando a latitude e a declinação forem da mesma

[283] No processo teórico o Autor usa as diferenças de azimute e aqui fala em intervalo de tempo. Na prática, existe uma relação entre ambas, mas não deixa de ser curiosa esta diferença entre a descrição do método teórico e o primeiro método prático.

denominação; mas sendo de differente nome, tome-se o supplemento para ter o 4. ° arco.

7.° A somma ou differença do 3. ° e 4. º arcos, dará o 5. ° arco.

8.º Sommem-se as secantes dos 2. ° e 5. ° arcos, a somma será o logarithimo da cosecante da latitude.

Nota. Quando a somma dos 3. ° e 4. ° arcos se veja ser igual ou maior que 90°, a sua differença será sempre o 5. ° arco, porém quando a sua somma fôr menor que 90°, (o que poucas vezes acontecerá) fica duvidoso se se deve tomar para o 5. ° arco, a sua somma ou differença. Por tanto faz-se o calculo nas duas hypotheses (sem dificuldade porque a secante do 5. º arco é o ultimo logarithimo que se procura, e os outros elementos do calculo, não têem alteração): um dos dois resultados será sem duvida a latitude que se pede; e a estima em geral bastará para mostrar qual d'ellas se deverá adoptar."[284]

Em Anexo 4 colocámos um exemplo da aplicação prática deste método, transcrito da *Guia Nautica [...]*.

5.2.2.1. Regras para a precisão do primeiro método prático

Tal como para o método teórico, Peregrino Leitão descreve regras para o primeiro método prático, para garantir um erro mínimo para a latitude calculada.

A primeira regra tem que ver com o intervalo de tempo. As observações deviam ser feitas entre as 9 da manhã e as 3 da tarde e, se fossem feitas ambas durante a manhã ou à tarde, o intervalo de tempo não deveria ser "[...] menor do que o espaço entre o meio dia e a hora da maior altura."[285] No caso de ser tomada uma altura durante a manhã e outra à tarde, o intervalo não deveria exceder quatro horas e trinta minutos e, em todo o caso, quanto mais perto estivesse a maior altura do meio dia, tanto melhor.

A segunda norma era a seguinte: "Se a distância zenithal meridiana do sol fôr menor do que a latitude, os intervallos deverão ser ainda mais curtos [...]"[286] do que os

[284] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 90 a 91.

[285] Neste caso considere-se "meio-dia" a passagem meridiana do Sol. Idem, *ibidem*, p. 90.

[286] Idem, *ibidem*, p. 91.

referidos anteriormente. Quanto maior fosse o valor da latitude em relação ao valor da distância zenital[287], mais reduzido seria o intervalo apropriado às observações. Assim, o piloto deveria optar por fazer ambas as observações o mais próximo possível ao meio-dia no caso de a distância zenital ser muito superior à latitude[288].

Quanto à declinação, utilizava-se apenas a da maior altura. É referido que, apesar do uso de diferentes declinações, para a primeira e segunda observações permitirem um resultado mais preciso, a utilização de apenas uma altura simplificava de forma considerável o cálculo e induzia um erro pouco significativo (para o propósito, que era a determinação da latitude em navegação oceânica).

Por fim, é deixado um conselho para a execução prática do método. Iremos transcrevê-lo, porque esta sugestão veio conduzir-nos até uma descoberta interessante:

> "331. Muito facilitaria a operação um typo antes do começo do calculo, por que muitos dos logarithimos se podem obter no mesmo logar em, que se abrem as taboas; por exemplo, a secante e o seno da declinação; a secante e cosecante do 1º arco (a secante emprega-se duas vezes); e os senos e cosenos da metade da somma e differença das alturas; o seno e secante do 2º arco. E sendo estes elementos procurados de uma vez, facilitarão consideravelmente o processo."[289]

Concluímos que neste método eram utilizadas tábuas com os valores de funções trigonométricas (seno, cosseno, etc.) utilizando também a função logarítmica, de forma idêntica ao que já acontecia na época de Militão da Mata.

5.2.2.2. Tábuas de Norie (primeiro método de Leitão)

Ao contrário do que sucede na obra de Militão da Mata, as tábuas referidas por Peregrino Leitão não foram transcritas na sua obra. Uma possível explicação para as tábuas não virem na mesma seria o facto de serem amplamente conhecidas por oficiais e pilotos, pelo que não haveria a necessidade de as transcrever para a *Guia Nautica [...]*.

---

[287] A distância zenital meridiana do Sol calculava-se somando a declinação e a latitude estimada quando de nomes diferentes; ou subtraindo-as quando do mesmo nome.

[288] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 91.

[289] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 92. Ambos os exemplos aparecem em inglês na obra de John William Norie, *A Complete Set of Nautical Tables [...]*, p. viii.

Durante a explicação por extenso, Leitão apenas faz referência às tábuas XIX, que serviam para converter graus de longitude em tempo e vice-versa. No exemplo prático (Anexo 4), o Autor remete para outras três tábuas: IX, XXI e XXV.

5.2.2.2.1. Tábua XIX

A primeira das referidas tábuas (tábua XIX) era utilizada conforme o valor que o piloto desejava determinar:

i) Sendo necessário converter 42º 13’ 42’’ de longitude em tempo:

Exemplo 1.º ***Pede-se o tempo correspondente a 42º 13′ 42″ de longitude.***

Tempo correspondente	a . .	42º 0′ 0″	é . .	2h.48′ 0″ 0‴
» »	a . .	13 0	é . .	52 0
» »	a . .	42	é . .	2 48
Logo o tempo correspond.	a	42 13 52	é . .	2 48 54 48

Figura 31 - Conversão de longitude em tempo. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 226.

ii) Converter o tempo de 7h.6’48’’ em graus:

Gráus de long. correspondente	a . . .	7h4′ 0″	são	106º 0′
» » »	a . . .	2 48	são	42
Logo os gráus de long. correspondente	a	7 6 48	são	106 42

Figura 32 - Conversão de tempo em graus. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 226.

A pesquisa dos valores na tábua era bastante simples, por ter bem explícito o significado dos vários valores (ver Figura 33).

TABLE XIX. 83

FOR REDUCING LONGITUDE INTO TIME, AND THE CONTRARY.

°	h. m.	°	h. m.	°	h. m.	°	h. m.	°	h. m.	°	h. m.
′	m. s.	′	m. s.	′	m. s.	′	m. s.	′	m. s.	′	m. s.
″	s. t.	″	s. t.	″	s. t.	″	s. t.	″	s. t.	″	s. t.
1	0 4	31	2 4	61	4 4	91	6 4	121	8 4	151	10 4
2	0 8	32	2 8	62	4 8	92	6 8	122	8 8	152	10 8
3	0 12	33	2 12	63	4 12	93	6 12	123	8 12	153	10 12
4	0 16	34	2 16	64	4 16	94	6 16	124	8 16	154	10 16
5	0 20	35	2 20	65	4 20	95	6 20	125	8 20	155	10 20
6	0 24	36	2 24	66	4 24	96	6 24	126	8 24	156	10 24
7	0 28	37	2 28	67	4 28	97	6 28	127	8 28	157	10 28
8	0 32	38	2 32	68	4 32	98	6 32	128	8 32	158	10 32
9	0 36	39	2 36	69	4 36	99	6 36	129	8 36	159	10 36
10	0 40	40	2 40	70	4 40	100	6 40	130	8 40	160	10 40
11	0 44	41	2 44	71	4 44	101	6 44	131	8 44	161	10 44
12	0 48	42	2 48	72	4 48	102	6 48	132	8 48	162	10 48
13	0 52	43	2 52	73	4 52	103	6 52	133	8 52	163	10 52
14	0 56	44	2 56	74	4 56	104	6 56	134	8 56	164	10 56
15	1 0	45	3 0	75	5 0	105	7 0	135	9 0	165	11 0
16	1 4	46	3 4	76	5 4	106	7 4	136	9 4	166	11 4
17	1 8	47	3 8	77	5 8	107	7 8	137	9 8	167	11 8
18	1 12	48	3 12	78	5 12	108	7 12	138	9 12	168	11 12
19	1 16	49	3 16	79	5 16	109	7 16	139	9 16	169	11 16
20	1 20	50	3 20	80	5 20	110	7 20	140	9 20	170	11 20
21	1 24	51	3 24	81	5 24	111	7 24	141	9 24	171	11 24
22	1 28	52	3 28	82	5 28	112	7 28	142	9 28	172	11 28
23	1 32	53	3 32	83	5 32	113	7 32	143	9 32	173	11 32
24	1 36	54	3 36	84	5 36	114	7 36	144	9 36	174	11 36
25	1 40	55	3 40	85	5 40	115	7 40	145	9 40	175	11 40
26	1 44	56	3 44	86	5 44	116	7 44	146	9 44	176	11 44
27	1 48	57	3 48	87	5 48	117	7 48	147	9 48	177	11 48
28	1 52	58	3 52	88	5 52	118	7 52	148	9 52	178	11 52
29	1 56	59	3 56	89	5 56	119	7 56	149	9 56	179	11 56
30	2 0	60	4 0	90	6 0	120	8 0	150	10 0	180	12 0

Figura 33 - Tabela XIX de Norie. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 83.

No exemplo do primeiro método prático, Peregrino Leitão utiliza a tábua XIX para converter o meio intervalo de tempo entre as observações em graus (ver Figura 7).

Declin. a 8 de setembro ao ½ dia de Greenw. 5°40′36″ *N*
Correcção para 11 h. 7′ (hora em Greenw.
quando foi observada a maior altura) . —10 35(tab. XXI)
Declin. do sol á hora media em Greenwich 5 30 1 *N*

Figura 34 - Exemplo onde Peregrino Leitão corrige a declinação. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 92.

5.2.2.2.2. Tábua IX

A tábua IX[290] servia para corrigir a altura observada do Sol ao limbo inferior. O valor da correção da tábua considerava o semidiâmetro do Sol, a depressão do horizonte, a refração e a paralaxe.

O valor da correção adicionava-se sempre à altura determinada e só servia para alturas superiores a cinco graus. O Autor justifica essa limitação nos seguintes termos: "[...] por ser esta a mais pequena que póde servir para as observações [...]"[291].

Apesar de considerarmos plausível a explicação, devemos dar nota do seguinte: como vimos nas regras para o método teórico, o Autor refere concretamente que não deveria ser considerada uma altura inferior a sete graus. Contudo, como iremos ver, não refere que se deva ter em atenção esse pormenor nas considerações para os métodos práticos. Consideramos, mais uma vez, que poderia ficar algo dúbio se se devia, ou não, considerar as limitações apresentadas para o método teórico, nos métodos práticos.

Há, contudo, uma explicação que nos parece plausível. A limitação referida dos cinco graus é também referida por J. W. Norie, *A Complete Set of Nautical Tables [...]*, p. iii "[...] and as it does not extend to altitudes less than 5°, the least altitude at which observations can be depended on for their accuracy, the corrections are always additive to the observed altitude of the sun's lower limb."[292] Comparando as duas obras (de Norie e Peregrino Leitão), rapidamente constatámos que grande parte das explicações das tabelas de Norie dadas por Peregrino Leitão são uma tradução integral do que vem explicado na obra de Norie[293].

O comentário dos "cinco graus" fez parte da tradução, mas acaba por não se enquadrar bem na obra de Peregrino Leitão[294].

---

290 J. W. Norie, *A Complete Set of Nautical Tables [...]*, p. iii. afirma em nota de rodapé que esta tábua foi concebida por Mr. W. Galbraith, professor de matemática em Edimburgo.

291 Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 216.

292 Tradução disponível em "Apêndice". J. W. Norie, *A Complete Set of Nautical Tables [...]*, p. iii

293 Como iremos ver mais à frente, os próprios métodos descritos por Peregrino Leitão eram muito idênticos aos escritos por Norie (ver Anexo 4).

294 Apesar de ser lógico referir os cinco graus como um limite mínimo para as observações, consideramos que o mesmo deveria estar bem explícito na *Guia Nautica [...]* como sendo uma limitação para a prática de qualquer um dos métodos propostos.

Nestas tábuas, o semidiâmetro do Sol tomava o valor fixo de 16’, sendo que a variação mensal do mesmo, que vinha descrita no final da tabela, deveria ser somada ou subtraída consoante o sinal “+” ou “–” antes do valor.

No exemplo do primeiro método prático é feita a correção utilizando a referida tábua[295].

1.ª alt. obs. do limb. inf. do sol. . . .	69°49′30″	2.ª alt. obs. do limb. inf. do sol. . . .	35°10′30″
Corr. tab. IX= . . +	11 24	Corr. tab. IX= . . +	10 30
Alt. verd. do centro do sol	70 00 54	Alt. verd. do centro do sol	35 21 00

Figura 35 - Exemplo da correção da altura observada, com auxílio das tábuas IX de Norie. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 93.

[295] Constatámos que, neste caso, é desconsiderada a correção ao semieixo, como é indicado na sua própria explicação para a correção.

TABLE IX. 71

For correcting the OBSERVED ALTITUDE of the SUN'S LOWER LIMB, when taken by a Fore Observation.

Obs. Alt.	Height of the Eye above the Sea in feet.															
	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
5° 0'	3'.8	3'.5	3'.1	2'.8	2'.5	2'.3	2'.1	1'.8	1'.6	1'.4	1'.2	1'.0	0'.8	0'.6	0'.5	0'.3
5 20	4.3	4.0	3.6	3.3	3.1	2.8	2.6	2.3	2.1	1.9	1.7	1.5	1.3	1.1	1.0	0.8
5 40	4.8	4.5	4.1	3.8	3.5	3.3	3.1	2.8	2.6	2.4	2.2	2.0	1.8	1.6	1.5	1.3
6 0	5.3	4.9	4.6	4.3	4.0	3.7	3.5	3.3	3.0	2.8	2.6	2.4	2.2	2.1	1.9	1.7
6 20	5.7	5.4	5.0	4.7	4.4	4.1	3.9	3.7	3.3	3.2	3.0	2.8	2.6	2.5	2.3	2.0
6 40	6.0	5.7	5.3	5.0	4.7	4.5	4.3	4.0	3.8	3.6	3.4	3.2	3.0	2.8	2.7	2.3
7 0	6.4	6.0	5.7	5.4	5.1	4.8	4.6	4.4	4.1	3.9	3.7	3.5	3.3	3.2	3.0	2.7
7 20	6.7	6.3	6.0	5.7	5.4	5.1	4.9	4.7	4.4	4.2	4.0	3.8	3.6	3.5	3.3	3.1
7 40	6.9	6.6	6.2	5.9	5.7	5.4	5.2	4.9	4.7	4.5	4.3	4.1	3.9	3.8	3.6	3.4
8 0	7.2	6.8	6.5	6.2	5.9	5.7	5.4	5.3	5.0	4.8	4.6	4.4	4.2	4.0	3.9	3.7
8 20	7.5	7.1	6.7	6.5	6.2	5.9	5.7	5.5	5.2	5.0	4.8	4.6	4.4	4.3	4.1	3.9
8 40	7.7	7.3	7.0	6.7	6.4	6.1	5.9	5.7	5.5	5.2	5.0	4.8	4.7	4.5	4.3	4.1
9 0	7.9	7.5	7.2	6.9	6.6	6.4	6.1	5.9	5.7	5.5	5.3	5.1	4.9	4.7	4.5	4.4
9 20	8.1	7.7	7.4	7.1	6.8	6.6	6.3	6.1	5.9	5.7	5.5	5.3	5.1	4.9	4.7	4.6
9 40	8.3	7.9	7.6	7.3	7.0	6.7	6.5	6.3	6.1	5.8	5.6	5.4	5.3	5.1	4.9	4.7
10 0	8.5	8.1	7.8	7.5	7.2	6.9	6.7	6.5	6.2	6.0	5.8	5.6	5.4	5.3	5.1	4.9
10 30	8.7	8.3	8.0	7.7	7.4	7.2	6.9	6.7	6.5	6.3	6.1	5.9	5.7	5.5	5.4	5.2
11 0	8.9	8.6	8.2	7.9	7.6	7.4	7.2	6.9	6.7	6.5	6.3	6.1	5.9	5.7	5.6	5.4
11 30	9.1	8.8	8.4	8.1	7.8	7.6	7.4	7.1	6.9	6.7	6.5	6.3	6.1	5.9	5.8	5.6
12 0	9.3	9.0	8.7	8.3	8.0	7.8	7.6	7.3	7.1	6.9	6.7	6.5	6.3	6.2	6.0	5.8
13 0	9.6	9.3	9.0	8.7	8.4	8.1	7.9	7.7	7.4	7.2	7.0	6.8	6.6	6.5	6.3	6.1
14 0	9.9	9.6	9.2	8.9	8.7	8.4	8.2	7.9	7.7	7.5	7.3	7.1	6.9	6.8	6.6	6.4
15 0	10.2	9.8	9.5	9.2	8.9	8.7	8.4	8.2	8.0	7.8	7.6	7.4	7.2	7.0	6.9	6.7
16 0	10.4	10.1	9.7	9.4	9.1	8.9	8.7	8.4	8.2	8.0	7.8	7.6	7.4	7.2	7.1	6.9
17 0	10.6	10.3	9.9	9.6	9.3	9.1	8.9	8.6	8.3	8.2	8.0	7.8	7.6	7.4	7.3	7.1
18 0	10.8	10.4	10.1	9.8	9.5	9.3	9.0	8.8	8.6	8.4	8.2	8.0	7.8	7.6	7.5	7.3
19 0	11.0	10.6	10.3	10.0	9.7	9.4	9.2	9.0	8.8	8.5	8.3	8.1	8.0	7.8	7.6	7.4
20 0	11.1	10.7	10.4	10.1	9.8	9.6	9.3	9.1	8.9	8.7	8.5	8.2	8.1	7.9	7.7	7.6
21 0	11.2	10.9	10.5	10.2	10.0	9.7	9.5	9.2	9.0	8.8	8.6	8.4	8.2	8.1	7.9	7.7
22 0	11.4	11.0	10.7	10.4	10.1	9.8	9.6	9.4	9.1	8.9	8.7	8.5	8.3	8.2	8.0	7.8
23 0	11.5	11.1	10.8	10.5	10.2	9.9	9.7	9.5	9.2	9.0	8.8	8.6	8.4	8.3	8.1	7.9
24 0	11.6	11.2	10.9	10.6	10.3	10.0	9.8	9.6	9.3	9.1	8.9	8.7	8.5	8.4	8.2	8.0
25 0	11.7	11.3	11.0	10.7	10.4	10.1	9.9	9.7	9.4	9.2	9.0	8.8	8.6	8.5	8.3	8.1
26 0	11.7	11.4	11.0	10.7	10.5	10.2	10.0	9.7	9.5	9.3	9.1	8.9	8.7	8.6	8.4	8.2
27 0	11.8	11.5	11.1	10.8	10.5	10.3	10.1	9.8	9.6	9.4	9.2	9.0	8.8	8.6	8.5	8.3
28 0	11.9	11.6	11.2	10.9	10.6	10.4	10.2	9.9	9.7	9.5	9.3	9.1	8.9	8.7	8.5	8.4
30 0	12.0	11.7	11.3	11.0	10.8	10.5	10.3	10.0	9.8	9.6	9.4	9.2	9.0	8.9	8.7	8.5
32 0	12.2	11.8	11.5	11.2	10.9	10.6	10.4	10.2	9.9	9.7	9.5	9.3	9.1	9.0	8.8	8.6
34 0	12.3	11.9	11.6	11.3	11.0	10.7	10.5	10.3	10.1	9.9	9.6	9.4	9.2	9.1	8.9	8.7
36 0	12.4	12.0	11.7	11.4	11.1	10.8	10.6	10.4	10.2	9.9	9.7	9.5	9.3	9.2	9.0	8.8
38 0	12.5	12.1	11.8	11.5	11.2	10.9	10.7	10.5	10.2	10.0	9.8	9.6	9.4	9.3	9.1	8.9
40 0	12.5	12.2	11.8	11.5	11.3	11.0	10.8	10.5	10.3	10.1	9.9	9.7	9.5	9.4	9.2	9.0
42 0	12.6	12.2	11.9	11.6	11.3	11.1	10.8	10.6	10.4	10.2	10.0	9.8	9.6	9.4	9.3	9.1
44 0	12.7	12.3	12.0	11.7	11.4	11.1	10.9	10.7	10.5	10.2	10.1	9.8	9.7	9.5	9.3	9.1
46 0	12.7	12.4	12.0	11.7	11.5	11.2	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	9.9	9.7	9.6	9.4	9.2
48 0	12.8	12.4	12.1	11.8	11.5	11.3	11.0	10.8	10.6	10.4	10.2	10.0	9.8	9.6	9.5	9.3
50 0	12.8	12.5	12.2	11.9	11.6	11.3	11.1	10.9	10.6	10.4	10.3	10.0	9.8	9.7	9.5	9.3
52 0	12.9	12.5	12.2	11.9	11.6	11.4	11.1	10.9	10.7	10.5	10.3	10.1	9.9	9.7	9.6	9.4
54 0	13.0	12.6	12.3	12.0	11.7	11.4	11.2	11.0	10.7	10.5	10.3	10.1	9.9	9.8	9.6	9.4
56 0	13.0	12.6	12.3	12.0	11.7	11.5	11.2	11.0	10.8	10.6	10.4	10.2	10.0	9.8	9.7	9.5
58 0	13.0	12.7	12.3	12.0	11.7	11.5	11.3	11.0	10.8	10.6	10.4	10.2	10.0	9.9	9.7	9.5
60 0	13.1	12.7	12.4	12.1	11.8	11.6	11.3	11.1	10.9	10.6	10.4	10.2	10.1	9.9	9.7	9.5
62 0	13.1	12.8	12.4	12.1	11.8	11.6	11.4	11.1	10.9	10.7	10.5	10.3	10.1	9.9	9.8	9.6
64 0	13.2	12.8	12.5	12.2	11.9	11.6	11.4	11.2	10.9	10.7	10.5	10.3	10.1	10.0	9.8	9.6
66 0	13.2	12.8	12.5	12.2	11.9	11.7	11.4	11.2	11.0	10.8	10.6	10.4	10.2	10.0	9.8	9.7
70 0	13.3	12.9	12.6	12.3	12.0	11.8	11.5	11.3	11.0	10.8	10.6	10.4	10.2	10.1	9.9	9.7
80 0	13.4	13.1	12.7	12.4	12.1	11.9	11.7	11.4	11.2	11.0	10.8	10.6	10.4	10.2	10.1	9.9
90 0	13.6	13.2	12.9	12.6	12.3	12.0	11.8	11.6	11.3	11.1	10.9	10.7	10.5	10.4	10.2	10.0

Month	Jan.	Feb.	Mar.	April	May	June	July	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Correct.	+0'.3	+0'.2	+0'.1	0'.0	−0'.2	−0'.2	−0'.3	−0'.2	−0'.1	+0'.1	+0'.2	+0'.3

Figura 36 - Tábua IX de Norie. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 71.

5.2.2.2.3. Tábua XXI

A terceira tábua mencionada é a XXI. Quando era necessário saber a declinação do Sol ao meio-dia num determinado meridiano, ou saber a declinação do Sol a qualquer hora no meridiano de Greenwich utilizava-se a referida tábua de Norie. Estas continham as correções a aplicar às declinações do Sol, dos valores escritos no Almanaque Náutico, calculadas para o meio-dia médio em Greenwich.

Nos dados iniciais do exemplo prático de Peregrino Leitão, não é dado o valor da declinação. Esta tábua é utilizada para calcular a declinação (em Greenwich) à hora em que foi observada a maior altura.

Nos dados iniciais do problema, é revelada a hora média em Greenwich, quando foi observada a maior altura (11h07min.). Para utilizar a tábua e obter o valor da correção, eram necessárias duas variáveis. Neste caso em concreto, em que se pretendia determinar a declinação a uma dada hora em Greenwich, as variáveis eram o valor da declinação ao meio-dia em Greenwich[296](ver na parte superior da tabela “Sun’s Declination” Figura 37) e a hora em Greenwich da observação da maior altura (ver na coluna à direita da tabela “Time fr. Noon.” Figura 37)[297]. Determinando-se o acerto, ter-se-ia depois que deliberar se se deveria somar ou subtrair o acerto, conforme explicação dada na parte superior da tabela (“When Sun’s dec. is increasing [...]”).

[296] Este valor podia ser consultado no Almanaque Náutico, para o dia pretendido. No exemplo seria para o dia 8 de setembro.

[297] Neste caso, desejava-se determinar a declinação para o Sol no momento da observação da maior altura.

TABLE XXI. 85

For reducing the SUN'S DECLINATION to Noon at any given Meridian, and to any Time at the Meridian of Greenwich.

When Sun's dec. is increasing.	add in W. lon. / sub. in E. lon.	Add for Greenw. time.	When Sun's dec. is decreasing.	sub. in W. lon. / add. in E. lon.	Sub. for Greenw. time.

Long.	SUN'S DECLINATION. 16°	17°	18°	19°	19°30'	20°	20°30'	21°	21°30'	22°	22°30'	23°	23°15'	23°27'	Time fr. Noon.
0°	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0' 0"	0h 0m
3	0 9	0 8	0 8	0 7	0 7	0 6	0 6	0 5	0 5	0 4	0 3	0 2	0 2	0 0	0 12
6	0 18	0 16	0 16	0 14	0 13	0 12	0 11	0 10	0 9	0 8	0 6	0 4	0 4	0 0	0 24
9	0 27	0 24	0 24	0 21	0 20	0 18	0 17	0 15	0 14	0 12	0 10	0 7	0 5	0 0	0 36
12	0 36	0 32	0 31	0 28	0 27	0 25	0 23	0 21	0 19	0 16	0 14	0 9	0 7	0 0	0 48
15	0 44	0 41	0 39	0 35	0 34	0 32	0 29	0 27	0 24	0 21	0 18	0 12	0 9	0 0	1 0
18	0 53	0 49	0 46	0 42	0 40	0 38	0 35	0 32	0 29	0 25	0 21	0 14	0 10	0 0	1 12
21	1 2	0 57	0 54	0 49	0 47	0 44	0 41	0 38	0 34	0 29	0 24	0 17	0 12	0 0	1 24
24	1 11	1 5	1 2	0 56	0 54	0 50	0 47	0 44	0 39	0 34	0 28	0 19	0 14	0 0	1 36
27	1 20	1 14	1 10	1 3	1 1	0 57	0 53	0 50	0 44	0 39	0 32	0 22	0 15	0 0	1 48
30	1 28	1 23	1 18	1 11	1 8	1 4	0 59	0 55	0 49	0 43	0 36	0 25	0 17	0 0	2 0
33	1 37	1 31	1 25	1 18	1 14	1 10	1 4	1 0	0 53	0 47	0 39	0 27	0 19	0 0	2 12
36	1 46	1 39	1 33	1 25	1 21	1 16	1 10	1 5	0 58	0 51	0 42	0 30	0 20	0 0	2 24
39	1 55	1 47	1 41	1 32	1 28	1 22	1 16	1 10	1 3	0 55	0 46	0 32	0 22	0 0	2 36
42	2 4	1 56	1 49	1 39	1 35	1 29	1 22	1 16	1 8	0 59	0 50	0 34	0 24	0 0	2 48
45	2 12	2 5	1 57	1 46	1 42	1 36	1 28	1 22	1 13	1 4	0 54	0 36	0 25	0 0	3 0
48	2 21	2 13	2 4	1 53	1 48	1 42	1 33	1 27	1 18	1 8	0 57	0 39	0 27	0 0	3 12
51	2 30	2 21	2 12	2 0	1 55	1 48	1 39	1 32	1 23	1 12	1 0	0 42	0 29	0 0	3 24
54	2 39	2 29	2 20	2 7	2 2	1 54	1 45	1 38	1 28	1 16	1 3	0 44	0 30	0 0	3 36
57	2 48	2 38	2 28	2 15	2 9	2 1	1 52	1 44	1 33	1 21	1 7	0 47	0 32	0 0	3 48
60	2 56	2 47	2 36	2 23	2 16	2 8	1 59	1 49	1 39	1 26	1 11	0 49	0 34	0 0	4 0
63	3 5	2 55	2 43	2 29	2 22	2 14	2 4	1 54	1 43	1 30	1 14	0 51	0 35	0 0	4 12
66	3 14	3 3	2 51	2 36	2 29	2 20	2 10	1 59	1 48	1 34	1 17	0 54	0 37	0 0	4 24
69	3 23	3 11	2 59	2 43	2 36	2 26	2 16	2 4	1 53	1 38	1 21	0 56	0 39	0 0	4 36
72	3 32	3 19	3 7	2 50	2 43	2 33	2 21	2 10	1 58	1 42	1 25	0 59	0 40	0 0	4 48
75	3 40	3 28	3 15	2 58	2 50	2 40	2 27	2 16	2 3	1 47	1 29	1 1	0 42	0 0	5 0
78	3 49	3 36	3 22	3 5	2 56	2 46	2 33	2 21	2 8	1 51	1 32	1 4	0 44	0 0	5 12
81	3 58	3 44	3 30	3 12	3 3	2 52	2 39	2 26	2 13	1 55	1 35	1 6	0 45	0 0	5 24
84	4 7	3 52	3 38	3 19	3 10	2 58	2 45	2 32	2 18	1 59	1 39	1 9	0 47	0 0	5 36
87	4 16	4 1	3 46	3 26	3 17	3 5	2 52	2 38	2 23	2 4	1 43	1 11	0 49	0 0	5 48
90	4 25	4 10	3 54	3 34	3 24	3 12	2 59	2 44	2 28	2 9	1 47	1 14	0 50	0 0	6 0
93	4 34	4 18	4 1	3 41	3 30	3 18	3 4	2 49	2 32	2 13	1 50	1 16	0 52	0 0	6 12
96	4 43	4 26	4 9	3 48	3 37	3 24	3 9	2 54	2 37	2 17	1 53	1 19	0 54	0 0	6 24
99	4 52	4 34	4 17	3 55	3 44	3 30	3 15	2 59	2 42	2 21	1 57	1 21	0 55	0 0	6 36
102	5 0	4 43	4 25	4 2	3 51	3 37	3 21	3 5	2 47	2 25	2 1	1 24	0 57	0 0	6 48
105	5 8	4 52	4 33	4 9	3 58	3 44	3 27	3 11	2 52	2 30	2 5	1 26	0 59	0 0	7 0
108	5 17	5 0	4 40	4 16	4 4	3 50	3 33	3 16	2 57	2 34	2 9	1 29	1 0	0 0	7 12
111	5 26	5 8	4 48	4 23	4 11	3 56	3 39	3 21	3 2	2 38	2 12	1 31	1 2	0 0	7 24
114	5 35	5 16	4 56	4 30	4 18	4 2	3 46	3 27	3 7	2 43	2 16	1 34	1 4	0 0	7 36
117	5 44	5 25	5 4	4 38	4 25	4 9	3 52	3 33	3 12	2 48	2 20	1 37	1 5	0 0	7 48
120	5 53	5 34	5 12	4 46	4 32	4 16	3 59	3 39	3 17	2 53	2 23	1 39	1 7	0 0	8 0
123	6 2	5 42	5 19	4 53	4 38	4 22	4 4	3 44	3 22	2 57	2 26	1 41	1 9	0 0	8 12
126	6 11	5 50	5 27	5 0	4 45	4 28	4 10	3 49	3 27	3 1	2 29	1 44	1 10	0 0	8 24
129	6 19	5 58	5 35	5 7	4 52	4 34	4 16	3 54	3 32	3 5	2 33	1 46	1 12	0 0	8 36
132	6 28	6 6	5 43	5 14	4 59	4 41	4 22	3 59	3 37	3 9	2 36	1 49	1 14	0 0	8 48
135	6 36	6 15	5 51	5 21	5 6	4 48	4 28	4 5	3 42	3 13	2 40	1 51	1 15	0 0	9 0
138	6 45	6 23	5 58	5 28	5 12	4 54	4 34	4 10	3 47	3 17	2 43	1 54	1 17	0 0	9 12
141	6 54	6 31	6 6	5 35	5 19	5 0	4 40	4 15	3 52	3 21	2 46	1 56	1 19	0 0	9 24
144	7 3	6 39	6 14	5 42	5 26	5 6	4 46	4 21	3 57	3 26	2 50	1 59	1 20	0 0	9 36
147	7 12	6 48	6 22	5 49	5 33	5 13	4 52	4 27	4 2	3 30	2 54	2 1	1 22	0 0	9 48
150	7 21	6 57	6 30	5 57	5 40	5 20	4 58	4 33	4 7	3 35	2 58	2 4	1 24	0 0	10 0
153	7 30	7 5	6 37	6 4	5 46	5 26	5 3	4 38	4 11	3 39	3 1	2 6	1 25	0 0	10 12
156	7 39	7 13	6 45	6 11	5 53	5 32	5 9	4 43	4 16	3 43	3 4	2 9	1 27	0 0	10 24
159	7 48	7 21	6 53	6 18	6 0	5 38	5 15	4 48	4 21	3 47	3 8	2 11	1 29	0 0	10 36
162	7 57	7 29	7 1	6 25	6 7	5 45	5 21	4 54	4 26	3 51	3 12	2 13	1 30	0 0	10 48
165	8 5	7 38	7 9	6 32	6 14	5 52	5 26	5 0	4 31	3 56	3 16	2 15	1 32	0 0	11 0
168	8 14	7 46	7 16	6 39	6 20	5 58	5 32	5 6	4 36	4 0	3 19	2 17	1 34	0 0	11 12
171	8 23	7 54	7 24	6 46	6 27	6 4	5 38	5 11	4 41	4 4	3 22	2 20	1 35	0 0	11 24
174	8 32	8 3	7 32	6 53	6 34	6 10	5 44	5 17	4 46	4 9	3 26	2 22	1 37	0 0	11 36
177	8 41	8 12	7 40	7 1	6 41	6 17	5 51	5 23	4 51	4 14	3 30	2 25	1 39	0 0	11 48
180	8 49	8 21	7 48	7 9	6 48	6 24	5 58	5 29	4 56	4 19	3 34	2 28	1 40	0 0	12 0

Figura 37 - Tábua XXI de Norie. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 85.

5.2.2.2.4. Tábua XXV

A última tábua à qual é feita referência (tábua XXV) contém os valores dos logaritmos do seno, cosseno, tangente, secante, cossecante e cotangente para os vários graus e minutos tabelados.

Na última parte da obra, onde Peregrino Leitão descreve como utilizar as várias tabelas de Norie, procurámos perceber como era utilizada a tábua XXV. O Autor apenas descreve como procurar os valores nas tábuas, sem descrever as fórmulas utilizadas para a conceção das tábuas e cálculo dos vários valores[298].Por a utilização desta última ser menos intuitiva, iremos explicar de que forma eram utilizadas as tábuas (aconselhamos que acompanhe a explicação com a Figura 39). O objetivo das tábuas XXV era procurar o valor do logaritmo do seno, cosseno, tangente, cotangente, secante ou cossecante para um determinado número de graus e minutos. Consoante o número de graus e minutos, a metodologia da pesquisa não era sempre a mesma. Deveria ser feita da seguinte forma:

i) Se o número de graus fosse inferior ou igual a 45º, o piloto deveria procurar esse número de graus por cima da tabela e, seguidamente, ir à coluna esquerda procurar os minutos e, por fim, ver na linha o valor que lhe interessasse;

ii) Se o número de graus fosse superior a 45º e inferior ou igual a 90º, devia procurar os graus no fundo da página e os minutos do lado direito;

iii) Por fim, se o número de graus fosse superior a 90º, devia ser subtraído a 180º e ao resultado aplicar-se-ia uma das regras acima descritas.[299].

Dado a conhecer o encadeamento para a obtenção dos valores tabelados, iremos agora apresentar as fórmulas que serviam para obter esses mesmos valores.

Como referimos anteriormente, estas fórmulas não vinham descritas na obra de Peregrino Leitão. Curiosamente, constatámos que Norie também não refere na sua obra

[298] Concluímos que o Autor não descreve as várias fórmulas, nem procura explicar os valores, na sua obra *Guia Nautica [...]*. Recordemos que o objetivo seria dar aos oficiais e pilotos uma ferramenta com o conteúdo que o Autor considerava essencial à prática dos métodos de navegação, sem procurar aprofundar os conceitos, nem se perdendo em explicações mais teóricas. O não conhecimento das fórmulas de cálculo utilizadas para a conceção das tábuas, não prejudicava a utilização das mesmas. Por outro lado, seria essencial saber como e quando utilizar os valores tabelados.

[299] Idem, *ibidem*, p. 236. Todas estas regras estão também descritas em inglês em J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. xiii.

A Complete Set of Tables [...] como calcular os valores tabelados. Norie apenas expõe mais detalhadamente do que Peregrino Leitão como utilizar a tábua XXV.

Não estando descrito em nenhuma das obras como se efetuaram os cálculos para obtenção dos valores tabelados foi necessário procurar perceber por tentativas de que forma foram calculados os mesmos.

A principal dificuldade em perceber as fórmulas dos valores tabelados estará relacionada com a nossa prática atual de execução dos cálculos. Na época, por não existirem instrumentos/equipamentos que permitissem fazer os cálculos de forma expedita (calculadoras, computadores, etc.), tornava-se mais simples trabalhar com todos os números em unidades, dezenas ou mesmo centenas ao invés de utilizarem-se os valores com várias casas decimais, que seriam o resultado das funções. Por essa razão, grande parte dos valores tabelados estão todos em unidades e dezenas, o que nos trouxe alguma dificuldade na perceção das fórmulas que eram utilizadas.

Calculando por exemplo o seno de dois graus:

Sin(2º00’00’’) ≈ 0,034899

Verificamos que este valor nada tem a ver com 8.542819 tabelado abaixo da coluna “Sine.” para os dois graus (ver Figura 39). Mas é garantido que a função seno foi utilizada para obter aquele valor, pelo que para determinarmos de que forma foi obtido já tínhamos uma pista. Além disso, os valores tabelados são designados por Norie como “*Logarithmic Sines, Tangents, and Secants.*”[300], concluindo-se que a função logarítmica também seria utilizada. Por fim, verificámos ainda as funções que já tínhamos desvendado das tabelas da obra de Militão da Mata e concluímos a fórmula para o cálculo dos valores tabelados.

Sendo “α” um ângulo convertido em graus, os valores tabelados nas tábuas de Norie correspondem ao resultado das seguintes fórmulas:

i) Coluna “Sine.”: $\log_{10}[\sin(\alpha)] + 10$;

ii) Coluna “Co-sine.”: $\log_{10}[\cos(\alpha)] + 10$;

iii) Coluna “Tang.”: $\log_{10}[\tan(\alpha)] + 10$;

iv) Coluna “Co-tan.”: $\log_{10}[\cot(\alpha)] + 10$;

v) Coluna “Secant.”: $\log_{10}[\sec(\alpha)] + 10$;

[300] J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. xiii.

vi) Coluna “Co-sec.”: $\log_{10}[\csc(\alpha)] + 10$.

Concluímos que a fórmula é sempre a mesma. Como se pode verificar são sempre acrescentadas 10 unidades, o que implicava mais tarde nos cálculos “eliminar” aqueles acréscimos. Nos exemplos dos métodos práticos, verifica-se que se vão subtraindo 10 ou 20 unidades, algumas vezes por necessidade, outras para eliminar os referidos acréscimos. Por exemplo, na explicação do primeiro método, para o cálculo do terceiro arco o Autor refere: “5.° Sommem-se a secante do 1. ° arco, o seno da metade das alturas, o coseno da metade da sua differença, e a secante do 2. ° arco: a somma será o logarithimo do coseno do 3. ° arco.”[301] Realizando o cálculo da transcrição:

0.02038 + 9.90053 + 9.97982 + 0.09832 = 19.99905 ≠ 9,99905 (ver Figura 38)

Subtraem-se 10 unidades ao resultado da soma, obtendo o valor apresentado de 9,99905. Neste caso, seria necessário fazer a subtração das 10 unidades porque o valor 19.99905 não estava sequer tabelado na coluna dos cossenos.

1.º arco . . .	17 25	cosec. 0,52386	sec. 0,02038	sec. 0,02038
1/2 s. das alt.	52 41	cos. . 9,78263	sen. 9,90053	
1/2 dif. das alt.	17 20	sen. . 9,47412	cos. 9,97982	
2.º arco . .	37 7 *N*	sen. 9,78061	sec. 0,09832	
3.º arco . .	3,47	. . . .	cos. 9,99905	

Figura 38 - Exemplo de acerto nos cálculos. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 93.

Nota: Na tabela XXV de Norie vinham algumas colunas denominadas “Diff. Ou D.” que não são relevantes para o nosso estudo[302] e, por essa razão, não esclarecemos anteriormente as mesmas.

301 Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 90.

302 As referidas colunas serviam para casos específicos em que fosse necessária precisão de segundos (*e.g.* avaliar a precisão dos cronómetros utilizados ou acertar a altura observada à lua com grande precisão)

112 TABLE XXV.

LOGARITHMIC SINES, TANGENTS, AND SECANTS.

2 Degrees.

M	Sine.	Diff.	Co-sine.	D.	Tang.	Diff.	Co-tan.	Secant.	Co-sec.	M
0	8.542819	6004	9.999735	07	8.543084	6012	11.456916	10.000265	11.457181	60
1	8.546422	5955	9.999731	07	8.546691	5962	11.453309	10.000269	11.453578	59
2	8.549995	5906	9.999726	08	8.550268	5914	11.449732	10.000274	11.450005	58
3	8.553539	5858	9.999722	08	8.553817	5866	11.446183	10.000278	11.446461	57
4	8.557054	5811	9.999717	07	8.557336	5819	11.442664	10.000283	11.442946	56
5	8.560540	5765	9.999713	08	8.560828	5773	11.439172	10.000287	11.439460	55
6	8.563999	5719	9.999708	07	8.564291	5727	11.435709	10.000292	11.436001	54
7	8.567431	5674	9.999704	08	8.567727	5682	11.432273	10.000296	11.432569	53
8	8.570836	5630	9.999699	08	8.571137	5638	11.428863	10.000301	11.429164	52
9	8.574214	5587	9.999694	08	8.574520	5595	11.425480	10.000306	11.425786	51
10	8.577566	5544	9.999689	07	8.577877	5552	11.422123	10.000311	11.422434	50
11	8.580892	5502	9.999685	08	8.581208	5510	11.418792	10.000315	11.419108	49
12	8.584193	5460	9.999680	08	8.584514	5468	11.415486	10.000320	11.415807	48
13	8.587469	5419	9.999675	08	8.587795	5427	11.412205	10.000325	11.412531	47
14	8.590721	5379	9.999670	08	8.591051	5387	11.408949	10.000330	11.409279	46
15	8.593948	5339	9.999665	08	8.594283	5347	11.405717	10.000335	11.406052	45
16	8.597152	5300	9.999660	08	8.597492	5308	11.402508	10.000340	11.402848	44
17	8.600332	5261	9.999655	08	8.600677	5270	11.399323	10.000345	11.399668	43
18	8.603489	5223	9.999650	08	8.603839	5232	11.396161	10.000350	11.396511	42
19	8.606623	5186	9.999645	08	8.606978	5194	11.393022	10.000355	11.393377	41
20	8.609734	5149	9.999640	08	8.610094	5158	11.389906	10.000360	11.390266	40
21	8.612823	5112	9.999635	10	8.613189	5121	11.386811	10.000365	11.387177	39
22	8.615891	5076	9.999629	08	8.616262	5085	11.383738	10.000371	11.384109	38
23	8.618937	5041	9.999624	08	8.619313	5050	11.380687	10.000376	11.381063	37
24	8.621962	5006	9.999619	08	8.622343	5015	11.377657	10.000381	11.378038	36
25	8.624965	4972	9.999614	10	8.625352	4981	11.374648	10.000386	11.375035	35
26	8.627948	4938	9.999608	08	8.628340	4947	11.371660	10.000392	11.372052	34
27	8.630911	4904	9.999603	10	8.631308	4913	11.368692	10.000397	11.369089	33
28	8.633854	4871	9.999597	08	8.634256	4880	11.365744	10.000403	11.366146	32
29	8.636776	4839	9.999592	08	8.637184	4848	11.362816	10.000408	11.363224	31
30	8.639680	4806	9.999586	10	8.640093	4816	11.359907	10.000414	11.360320	30
31	8.642563	4775	9.999581	10	8.642982	4784	11.357018	10.000419	11.357437	29
32	8.645428	4743	9.999575	08	8.645853	4753	11.354147	10.000425	11.354572	28
33	8.648274	4712	9.999570	10	8.648704	4722	11.351296	10.000430	11.351726	27
34	8.651102	4682	9.999564	10	8.651537	4691	11.348463	10.000436	11.348898	26
35	8.653911	4652	9.999558	08	8.654352	4661	11.345648	10.000442	11.346089	25
36	8.656702	4622	9.999553	10	8.657149	4631	11.342851	10.000447	11.343298	24
37	8.659475	4592	9.999547	10	8.659928	4602	11.340072	10.000453	11.340525	23
38	8.662230	4563	9.999541	10	8.662689	4573	11.337311	10.000459	11.337770	22
39	8.664968	4535	9.999535	10	8.665433	4544	11.334567	10.000465	11.335032	21
40	8.667689	4506	9.999529	08	8.668160	4516	11.331840	10.000471	11.332311	20
41	8.670393	4479	9.999524	10	8.670870	4488	11.329130	10.000476	11.329607	19
42	8.673080	4451	9.999518	10	8.673563	4461	11.326437	10.000482	11.326920	18
43	8.675751	4424	9.999512	10	8.676239	4434	11.323761	10.000488	11.324249	17
44	8.678405	4397	9.999506	10	8.678900	4407	11.321100	10.000494	11.321595	16
45	8.681043	4370	9.999500	10	8.681544	4380	11.318456	10.000500	11.318957	15
46	8.683665	4344	9.999493	12	8.684172	4354	11.315828	10.000507	11.316335	14
47	8.686272	4318	9.999487	10	8.686784	4328	11.313216	10.000513	11.313728	13
48	8.688863	4292	9.999481	10	8.689381	4303	11.310619	10.000519	11.311137	12
49	8.691438	4267	9.999475	10	8.691963	4277	11.308037	10.000525	11.308562	11
50	8.693998	4242	9.999469	12	8.694529	4252	11.305471	10.000531	11.306002	10
51	8.696543	4217	9.999463	10	8.697081	4228	11.302919	10.000537	11.303457	9
52	8.699073	4192	9.999456	10	8.699617	4203	11.300383	10.000544	11.300927	8
53	8.701589	4168	9.999450	10	8.702139	4179	11.297861	10.000550	11.298411	7
54	8.704090	4144	9.999443	12	8.704646	4155	11.295354	10.000557	11.295910	6
55	8.706577	4121	9.999437	10	8.707140	4132	11.292860	10.000563	11.293423	5
56	8.709049	4097	9.999431	12	8.709618	4108	11.290382	10.000569	11.290951	4
57	8.711507	4074	9.999424	10	8.712083	4085	11.287917	10.000576	11.288493	3
58	8.713952	4052	9.999418	12	8.714534	4062	11.285466	10.000582	11.286048	2
59	8.716383	4029	9.999411	12	8.716972	4040	11.283028	10.000589	11.283617	1
60	8.718800		9.999404		8.719396		11.280604	10.000596	11.281200	0
M	Co-sine		Sine.		Co-tan.		Tang.	Co-sec.	Secant.	M

87 Degrees.

Figura 39 - Exemplo de Tábua XXV de Norie. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 112

5.2.3. Explicação do segundo método prático

O segundo método prático descrito poderia ser utilizado em dois casos distintos: quando, como anteriormente, se observavam duas alturas do mesmo astro e o intervalo de tempo decorrido entre as observações; ou quando se observavam duas alturas de dois astros diferentes. Neste método, era necessário conhecerem-se as declinações da maior e menor altura empregues.

O método é exposto percorrendo-se onze etapas distintas até determinar a latitude. Ao longo da descrição do método vão sendo comentadas as diferenças a considerar para o caso de o piloto ter como premissa duas alturas do mesmo astro ou duas alturas de astros diferentes. Apesar de não serem diferenças muito significativas, considerámos relevante referir que as mesmas existem. Como o objetivo do nosso estudo é a determinação da latitude a qualquer hora do dia considerando o mesmo astro (Sol), iremos descrever as onze etapas ocultando as explicações das diferenças para o método em que se utilizavam dois astros diferentes[303].

341. Exemplo 1.º *Tendo obtido a altura verdadeira do centro do sol = 41° 33′, e sua declinação (n'esse instante) 14° N; depois de um intervallo de 1 h. 30′ pelo relogio, sua altura verdadeira do centro era 50° e sua declinação 13° 58′ N. Pede-se a latitude. O sol ao sul do obseevador, quando no meridiano.*

1.ª Columna	*2.ª Columna*	*3.ª Columna*
H = 1h.30′ sec. 10.03438	....	.... tg. 9.61722
(*d*) = 13°58′ *N* tg. 9.39569	.... sen. 9.38266	
A = 15° 4′ *S* tg. 9.43007	.... cosec. 10.58512	.... cos. 9.98481
(*D*) 14 0′ *N*		
B = 1 4 *S*	.... coseno 9.99992	.... cosec. 11.73012
C = 21 49 cosec. 10.42988	*C* .... cos. 9.96770	*F* = 2°40′ *N* cotg. 11,33215
		Z = 57 18 *N*
	G............ sen. 9.93738	*G* = 59 58 *N*
< alt. 41°33′ sec. 10.12588	.... cotg. 10.05243	...............sen. 9.82169
> alt. 50 00	*I* = 44°20′ *N* tg. 9.98981	*I*......... .... sec. 10.14552
Som. 113 22	*D* = 14 00 *N*	
½ s. 56 41 cos. 9.73978		
½ s.—		
> alt. 6 41 sen. 9.06589	*K* = 58 20 *N*...............	....sen. 9.02999
2)19.36143		Latitude = 52°7′ *N*.... sen. 9.89720
½ *Z* 28°39 sen. 9.68071		

Z = 57 18 *N* (denominação segundo o observador a respeito do astro).

Figura 40 - Exemplo do 2º Método prático de Peregrino Leitão. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 97.

303 No caso em estudo (no qual se usa o mesmo astro) nunca iria haver uma variação muito significativa da declinação entre a maior e menor altura, o que já não se aplicaria se se observassem astros diferentes. Contudo, no exemplo que está da Figura 40, na primeira coluna estão descritos os dois valores da declinação para as diferentes horas [“(d) = 13º 58’ N” e “D = 14º 0’ N”].

Para facilitar os vários cálculos do método e organizar de forma mais eficaz todos os dados necessários, começava-se por traçar três colunas na vertical e, desta forma, separavam-se as operações, organizando melhor os dados (ver Figura 40).

Iremos agora explicar cada uma das onze etapas. Recomendamos que siga a explicação com o exemplo da Figura 40.

1.ª Etapa: Na primeira coluna escrevia-se o valor de *H* que era o intervalo de tempo entre as duas observações. À frente de *H*, colocava-se o logaritmo da secante de *H* e, na 3.ª coluna a sua tangente[304];

Nota: Nesta etapa é omitida uma conversão que seria necessária efetuar, caso se utilizassem as tábuas de Norie. A referida omissão é a conversão do intervalo de tempo 1h30’ em arco de longitude que poderia ser feita por cálculos ou utilizando a tábua XIX de Norie. O resultado era 22º30’. Procurámos a tangente e a secante na tábua XXV de Norie (ver última linha, colunas Tang. e Secant. da Figura 41) e têm os valores apresentados na primeira linha do exemplo (ver Figura 40) para o logaritmo da secante e da tangente do ângulo *H.*

132 TABLE XXV.

LOGARITHMIC SINES, TANGENTS, AND SECANTS.

22 Degrees.

M	Sine.	Diff.	Co-sine.	D.	Tang.	Diff.	Co-tan.	Secant.	Co-sec.	M
0	9.573575	521	9.967166	85	9.606410	606	10.393590	10.032834	10.426425	60
1	9.573888	520	9.967115	85	9.606773	606	10.393227	10.032885	10.426112	59
2	9.574200	520	9.967064	85	9.607137	605	10.392863	10.032936	10.425800	58
3	9.574512	519	9.967013	85	9.607500	605	10.392500	10.032987	10.425488	57
4	9.574824	519	9.966961	85	9.607863	604	10.392137	10.033039	10.425176	56
5	9.575136	519	9.966910	85	9.608225	604	10.391775	10.033090	10.424864	55
6	9.575447	518	9.966859	85	9.608588	604	10.391412	10.033141	10.424553	54
7	9.575758	518	9.966808	85	9.608950	603	10.391050	10.033192	10.424242	53
8	9.576069	517	9.966756	86	9.609312	603	10.390688	10.033244	10.423931	52
9	9.576379	517	9.966705	86	9.609674	603	10.390326	10.033295	10.423621	51
10	9.576689	516	9.966653	86	9.610036	602	10.389964	10.033347	10.423311	50
11	9.576999	516	9.966602	86	9.610397	603	10.389603	10.033398	10.423001	49
12	9.577309	516	9.966550	86	9.610759	602	10.389241	10.033450	10.422691	48
13	9.577618	515	9.966499	86	9.611120	601	10.388880	10.033501	10.422382	47
14	9.577927	515	9.966447	86	9.611480	601	10.388520	10.033553	10.422073	46
15	9.578236	514	9.966395	86	9.611841	601	10.388159	10.033605	10.421764	45
16	9.578545	514	9.966344	86	9.612201	600	10.387799	10.033656	10.421455	44
17	9.578853	513	9.966292	86	9.612561	600	10.387439	10.033708	10.421147	43
18	9.579162	513	9.966240	86	9.612921	600	10.387079	10.033760	10.420838	42
19	9.579470	513	9.966188	86	9.613281	599	10.386719	10.033812	10.420530	41
20	9.579777	512	9.966136	86	9.613641	599	10.386359	10.033864	10.420223	40
21	9.580085	512	9.966085	87	9.614000	598	10.386000	10.033915	10.419915	39
22	9.580392	511	9.966033	87	9.614359	598	10.385641	10.033967	10.419608	38
23	9.580699	511	9.965981	87	9.614718	598	10.385282	10.034019	10.419301	37
24	9.581005	511	9.965929	87	9.615077	597	10.384923	10.034071	10.418995	36
25	9.581312	510	9.965876	87	9.615435	597	10.384565	10.034124	10.418688	35
26	9.581618	510	9.965824	87	9.615793	597	10.384207	10.034176	10.418382	34
27	9.581924	509	9.965772	87	9.616151	596	10.383849	10.034228	10.418076	33
28	9.582229	509	9.965720	87	9.616509	596	10.383491	10.034280	10.417771	32
29	9.582535	509	9.965668	87	9.616867	596	10.383133	10.034332	10.417465	31
30	9.582840	508	9.965615	87	9.617224	595	10.382776	10.034385	10.417160	30

Figura 41 - Tábua XXV de Norie para (22º) Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 132.

304 Apesar de o Autor, no decorrer da explicação do processo, não referir quais as tábuas que deviam ser utilizadas, concluímos pelos valores apresentados no exemplo, conferindo os mesmos nas tábuas, que podiam ter sido utilizadas as tábuas de Norie. Neste caso concreto, para saber os valores do logaritmo da secante e da tangente podia ser utilizada a tábua XXV (descrita no subcapítulo “62.3.2.2.3. Tábua XXV”).

2.ª: Escrevia-se a declinação correspondente à maior altura (d)[305], colocando-se a tangente do seu valor na 1.ª coluna e o seno na 2.ª coluna;

3.ª: Da soma dos valores da secante e tangente da 1.ª coluna (subtraindo a estes 10 unidades)[306] resultava a tangente de um valor a que o Autor designou por *A*. Este ângulo *A* seria menor que 90º quando o ângulo *H* também o fosse, e maior que 90º caso *H* fosse superior a 90º. A denominação norte ou sul do ângulo *A* seria contrária à do nome da declinação da maior altura (d). A cossecante e o cosseno de *A* seriam colocados respetivamente na 2.ª e 3.ª coluna;

4.ª: Colocava-se por baixo do ângulo *A* a declinação da menor altura (D)[307] e, sendo a declinação do mesmo nome do ângulo *A*, somavam-se; caso contrário, subtraiam-se e determinava-se desta forma o ângulo *B* (denominando norte ou sul conforme o ângulo que tivesse maior valor (*A* ou (D))[308]. Colocava-se por fim, respetivamente, o cosseno e a cossecante de *B* nas 2.ª e 3.ª colunas;

5.ª: Somavam-se os três valores da 3.ª coluna (tangente, cosseno e cossecante); ao resultado da soma subtraia-se 20 unidades. O resultado desta operação seria a cotangente de um ângulo designado *F* (menor que 90 graus) que seria designado norte ou sul, considerando que seria sempre contrário à denominação do ângulo *B*;

6.ª: Somavam-se os três valores da 2.ª coluna. Ao resultado da soma subtraia-se 20 unidades, resultando desta operação o cosseno do ângulo *C*. Este ângulo deveria ser menor que 90º, se *B* fosse menor que 90º ou maior que 90º, se *B* também o fosse[309]. O ângulo *C* e a sua cossecante colocavam-se na primeira coluna;

7.ª: Dispunham-se os valores da menor altura e maior altura, respetivamente, por baixo do valor do ângulo *C*. Somavam-se ambas as alturas e fazia-se a metade da soma. Subtraía-se à metade da soma o valor da maior altura observada. Colocava-se na primeira

---

[305] No exemplo a declinação é dada no enunciado do problema.

[306] Como já concluímos, para este método foram também utilizados os valores das tábuas de Norie, mais concretamente, para as funções trigonométricas a tábua XXV. Estas subtrações de 10 ou 20 unidades têm que ver, portanto, com o que explicámos no subcapítulo "6.2.2.2.4. Tábua XXV" sobre as correções necessárias devido à soma de 10 unidades nas fórmulas.

[307] Mais uma vez, a declinação da menor altura vinha descrita no enunciado do exemplo (ver Figura 40).

[308] Se *A* fosse o maior ângulo e tivesse denominação norte, *B* também seria norte; caso (D) fosse superior a *A*, *B* teria a mesma denominação que (D).

[309] Quando era referido que um ângulo deveria ser menor que 90º, queria dizer-se que, se o ângulo fosse superior, dever-se-ia fazer a conta do ângulo menos 180º.

coluna, respetivamente, a secante da menor altura, o cosseno da metade da soma das alturas e o seno da diferença entre a metade das alturas e a maior altura. Na segunda coluna, a cotangente da menor altura e, na terceira coluna o seno da menor altura. Na primeira coluna somavam-se os últimos quatro valores calculados, i. é, a cossecante de *C*, a secante da menor altura, o cosseno de metade da soma das alturas e o seno da diferença da metade da soma das alturas, com a maior altura (subtraindo a este valor 20 unidades). A divisão desse resultado por dois seria o seno da metade do ângulo zenital. Determinava-se metade do ângulo zenital e dobrando esse valor calculava-se *Z*. O ângulo *Z*, "[...] o qual era para ser chamado norte se o zenith e polo norte estivessem do mesmo lado do arco ou circulo maximo que passa pelos astros, (se são dois os objectos observados, ou pelas duas posições do astro, se só um o foi); isto é, se o zenith está ao norte d'aquelle arco ou circulo, em latitude norte; e se chamará sul, se o zenith está ao sul em latitude sul."[310].

8.ª: Somavam-se os ângulos *Z* e *F*[311], no caso de serem do mesmo nome, ou calculava-se a sua diferença se fossem de nomes diferentes. O resultado deste cálculo seria o ângulo *G*, que tomaria a mesma designação (norte ou sul) que o maior valor, de *Z* ou *F*. Apontava-se na 3.ª coluna o valor de *G* e, na 2.ª coluna escrevia-se o seu seno.

9.ª: Somavam-se os dois últimos valores escritos na 2.ª coluna, i. é, o seno de *G* e a cotangente da menor altura (subtraindo 10 unidades a esse valor), e o resultado seria a tangente de um novo ângulo designado *I*, que se escrevia na segunda coluna. Este ângulo teria que ser sempre inferior a 90 graus[312] e denominado norte ou sul seguindo a mesma designação que o ângulo *G*. Apontava-se na 3.ª coluna a secante de *I*.

10.ª: A declinação (D) correspondente à menor altura escrevia-se por baixo de *I*, calculava-se a soma ou a diferença, respetivamente, se fossem do mesmo nome ou de nomes diferentes. Ao resultado deste cálculo achava-se um ângulo, designado *K*, que seria colocado na 3.ª coluna.

---

[310] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 96.

[311] Caso resultasse da soma um valor superior a 180º, subtraia-se a 360º esse valor e o resultado seria o ângulo *G*.

[312] No caso de não ser, dever-se-ia subtrair a 180º o valor do ângulo.

11.ª: Por fim, para concluir o cálculo da latitude, nesta décima primeira etapa somavam-se os três últimos valores da 3.ª coluna, i. é, o seno da menor altura, a secante de *I* e o seno de *K* (subtraindo 20 unidades)[313], obtendo-se desta forma o seno da latitude.

5.2.3.1. Tábuas de Norie (segundo método de Leitão)

No enunciado do exemplo deste segundo método prático é dada a altura verdadeira e as declinações para ambas as alturas observadas (sem ser revelado de que forma seriam obtidas). *Ut supra* nas explicações das tábuas utilizadas para o primeiro método, concluímos que poderiam ser utilizadas a tábua IX de Norie para a correção da altura observada e a tábua XXI para obter os valores da declinação. Não deixa de ser curioso, não ter sido referido este aspeto na obra, neste segundo método prático.

Durante todo processo são utilizados diversos valores, que concluímos serem equivalente aos descritos nas tábuas XXV de Norie. Para além das referidas tábuas, como vimos anteriormente, podia ainda ser utilizada a tábua XIX para a conversão do intervalo de tempo em arco de longitude.

5.2.4. Explicação do terceiro método prático

O terceiro método apresentado por Peregrino Leitão tinha por premissa obter uma altura ao astro, conhecendo-se o espaço de tempo verdadeiro entre o momento da observação e a passagem meridiana, a latitude estimada e a declinação para o momento em que foi observada a altura.

Este método requeria menos cálculos que os anteriores. O Autor divide o método em apenas duas etapas que iremos transcrever:

> "350. Regras. 1.ª Da altura observada passe-se á verdadeira, e reduza-se a declinação á hora da observação pela taboa XXI ou pelo uso da XXXIII.
>
> 2.º Sommem-se os logarithimos, do espaço de tempo verdadeiro entre o meio dia e o momento da observação, tirado da taboa XXIX, o logarithimo do coseno da latitude estimada (taboa XXV), e o logarithimo do coseno da declinação; procure-se o numero natural correspondente á somma d'estes tres logarithimos (despresando as dezenas da caracteristica) (taboa XXIV), que junto

[313] Neste último cálculo reparámos num erro no valor da soma. Acreditamos que terá sido lapso do Autor (ver Figura 40).

> ao seno natural da altura verdadeira (taboa XXVI) tão somente as primeiras 5 letras, dará o coseno natural da distancia zenithal meridiana, á qual applicando a declinação como no §304 resultará a latitude."[314]

Deixámos um exemplo do método em Anexo 5, para verificar como se procedia na prática.

No parágrafo 304 referido na transcrição anterior, vem descrito o método da determinação da latitude para a passagem meridiana.

Peregrino Leitão após explicar este método deixa alguns comentários:

Em primeiro lugar diz que se a latitude determinada diferisse consideravelmente da estimada, repetia-se o processo com a latitude determinada anteriormente.

Seguidamente, esclarece como é que o piloto podia determinar "a hora verdadeira".

E, por fim, adverte o piloto para a seguinte restrição:

> "354. As observações devem ser sujeitas á seguinte restricção: o numero de minutos de tempo distante do meio dia, não deverá exceder ao numero de graus da distancia zenithal meridiana. Veja-se a nota do § 328."[315]

O parágrafo 328 indica a forma do cálculo da distância zenital, que seria a soma da latitude e declinação, quando fossem de nomes diferentes, ou a sua diferença, quando fossem do mesmo nome.

5.2.4.1. Tábuas de Norie (terceiro método de Leitão)

Iremos descrever neste subcapítulo as tábuas utilizadas neste terceiro método, que não são comuns às utilizadas no primeiro ou segundo método.

As tábuas comuns utilizadas foram a tábua XXI e a XXV. As tábuas que só foram utilizadas neste método são, pela ordem em que são referidas: XXXIII, XXIX, XXIV e, por fim, a XXVI. Vejamos agora o que vinha escrito em cada uma destas tábuas e como eram utilizadas.

5.2.4.1.1. Tábua XXXIII

A tábua XXXIII continha os valores para a correção da declinação do Sol e da ascensão reta do mesmo, para qualquer hora no meridiano de Greenwich. A designação

[314] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 101.

[315] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 102.

da tábua em inglês é precisamente "Logarithms for finding the Correction to reduce the Sun's Declination, Right Ascension, &c. to any Time under the Meridian of Greenwich."[316]

Utilizando esta tabela podia-se calcular a correção necessária para o cálculo da variação diurna da declinação do Sol, ascensão reta, ou outro qualquer elemento dos que vinham escritos no Almanaque Náutico, para o intervalo de vinte e quatro horas.[317]

Para calcular a parte proporcional correspondente a qualquer hora dada em Greenwich, somavam-se os logaritmos da variação diária e da hora de Greenwich; o resultado da soma seria o logaritmo da parte proporcional da mudança em vinte e quatro horas, que seria considerada da mesma forma que a mudança diária é definida. Esta parte proporcional seria subtraída ou adicionada à declinação (ou a qualquer outro dos valores do Almanaque Náutico) do meio-dia precedente, conforme estivesse a aumentar ou a diminuir, obtendo a partir deste cálculo a declinação (ou qualquer outro dos valores do Almanaque Náutico) para a hora de Greenwich desejada.

A tábua XXI, como explicámos anteriormente, permitia também o cálculo da declinação para qualquer hora em Greenwich. No exemplo de Peregrino Leitão (Anexo 5), o objetivo da utilização da tábua XXXIII seria precisamente o cálculo da declinação para uma determinada hora em Greenwich, pelo que na primeira regra o Autor refere que tanto podia ser utilizada a tábua XXI como a tábua XXXIII "[...] Regras. 1.ª Da altura observada passe-se á verdadeira, e reduza-se a declinação á hora da observação pela taboa XXI ou pelo uso da XXXIII."[318]

No exemplo dado por Peregrino Leitão é também utilizada a tábua XXI, em vez da XXXIII (ver Anexo 5).

Independentemente do descrito, como Norie e Peregrino Leitão referem que também poderia ser utilizada a tábua XXXIII, considerámos importante esclarecer a utilização desta mesma tábua. Deixamos um exemplo da sua utilização descrito na obra de Peregrino Leitão.

---

[316] J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. xx.

[317] J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. xx. e Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 249.

[318] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 101.

“Exemplo 1.º Pede-se a declinação e ascensão recta do sol em 17 de outubro de 1835 ás 15h. 36’ tempo médio em Greenwich.”[319]

Decl. do sol a 17 de outubro pag. 2 do Almanak Nautico	9° 5′56″ S	
Idem a 18 idem	9 27 56 S	
Variação diurna ou variação em 24 h. (vai augm.)	22 00	log. . 0378
Hora média em Greenwich	15h36′	log. . 1871
Variação em 15h 36′	+ 0°14 18″	log. 2249
Declinação do sol a 17 de outubro . .	9 5 56 S	
Idem á hora média em Gr.	9 20 14 S	
Ascensão recta do sol a 17 de outubro pag. 2 do A. Nautico	13h26′37″	
Dita a 18 idem	13 30 22	
Variação em 24 h.	3 25	log. 8062
Hora média em Greenwich	15 36 00	log. . 1871

Figura 42 - Exemplo da correção da declinação e ascensão reta, utilizando a tábua XXXIII. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 150.

[319] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 249 e 250.

TABLE XXXIII. 211

Logarithms for finding the correction to reduce the Sun's Declination, Right Ascension, &c. to any time under the Meridian of Greenwich.

Min. or Sec.	Hours, Degrees, or Minutes. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Min. or Sec.
0		1.3802	1.0792	9031	7781	6812	6021	5351	4771	4260	3802	3388	0
1	3.1584	1.3730	1.0756	9007	7763	6798	6009	5341	4762	4252	3795	3382	1
2	2.8573	1.3660	1.0720	8983	7745	6784	5997	5330	4753	4244	3788	3375	2
3	2.6812	1.3590	1.0685	8959	7728	6769	5985	5320	4744	4236	3780	3368	3
4	2.5563	1.3522	1.0649	8935	7710	6755	5973	5309	4735	4228	3773	3362	4
5	2.4594	1.3454	1.0614	8912	7692	6741	5961	5300	4726	4220	3766	3355	5
6	2.3802	1.3388	1.0580	8888	7674	6726	5949	5289	4717	4212	3759	3349	6
7	2.3133	1.3323	1.0546	8865	7657	6712	5937	5279	4708	4204	3752	3342	7
8	2.2553	1.3259	1.0512	8842	7639	6698	5925	5269	4699	4196	3745	3336	8
9	2.2041	1.3195	1.0478	8819	7622	6684	5913	5259	4690	4188	3737	3329	9
10	2.1584	1.3133	1.0444	8796	7604	6670	5902	5249	4682	4180	3730	3323	10
11	2.1170	1.3071	1.0411	8773	7587	6656	5890	5239	4673	4172	3723	3316	11
12	2.0792	1.3010	1.0378	8751	7570	6642	5878	5229	4664	4164	3716	3310	12
13	2.0444	1.2950	1.0345	8728	7552	6628	5866	5219	4655	4156	3709	3303	13
14	2.0122	1.2891	1.0313	8706	7535	6614	5855	5209	4646	4148	3702	3297	14
15	1.9823	1.2833	1.0280	8683	7518	6600	5843	5199	4638	4141	3695	3291	15
16	1.9542	1.2775	1.0248	8661	7501	6587	5832	5189	4629	4133	3688	3284	16
17	1.9279	1.2710	1.0216	8639	7494	6573	5820	5179	4620	4125	3681	3278	17
18	1.9031	1.2663	1.0185	8617	7467	6559	5809	5169	4611	4117	3674	3271	18
19	1.8796	1.2607	1.0153	8595	7451	6546	5797	5159	4603	4109	3667	3265	19
20	1.8573	1.2553	1.0122	8573	7434	6532	5786	5149	4594	4102	3660	3258	20
21	1.8361	1.2499	1.0091	8552	7417	6518	5774	5139	4585	4094	3653	3252	21
22	1.8159	1.2445	1.0061	8530	7401	6505	5763	5129	4577	4086	3646	3246	22
23	1.7966	1.2393	1.0030	8509	7384	6492	5752	5120	4568	4079	3639	3239	23
24	1.7782	1.2341	1.0000	8487	7368	6478	5740	5110	4559	4071	3632	3233	24
25	1.7604	1.2289	0.9970	8466	7351	6465	5729	5100	4551	4063	3625	3227	25
26	1.7434	1.2239	0.9940	8445	7335	6451	5718	5090	4542	4055	3618	3220	26
27	1.7270	1.2188	0.9910	8424	7318	6438	5706	5081	4534	4048	3611	3214	27
28	1.7112	1.2139	0.9881	8403	7302	6425	5695	5071	4525	4040	3604	3208	28
29	1.6960	1.2090	0.9852	8382	7286	6412	5684	5061	4516	4032	3597	3201	29
30	1.6812	1.2041	0.9823	8361	7270	6398	5673	5051	4508	4025	3590	3195	30
31	1.6670	1.1993	0.9794	8341	7254	6385	5662	5042	4499	4017	3583	3189	31
32	1.6532	1.1946	0.9765	8320	7238	6372	5651	5032	4491	4010	3576	3183	32
33	1.6398	1.1899	0.9737	8300	7222	6359	5640	5023	4482	4002	3570	3176	33
34	1.6269	1.1852	0.9708	8279	7206	6346	5629	5013	4474	3994	3563	3170	34
35	1.6143	1.1806	0.9680	8259	7190	6333	5618	5003	4466	3987	3556	3164	35
36	1.6021	1.1761	0.9652	8239	7174	6320	5607	4994	4457	3979	3549	3157	36
37	1.5902	1.1716	0.9625	8219	7159	6307	5596	4984	4449	3972	3542	3151	37
38	1.5786	1.1671	0.9597	8199	7143	6294	5585	4975	4440	3964	3535	3145	38
39	1.5673	1.1627	0.9570	8179	7128	6282	5574	4965	4432	3957	3529	3139	39
40	1.5563	1.1584	0.9542	8159	7112	6269	5563	4956	4424	3949	3522	3133	40
41	1.5456	1.1540	0.9515	8140	7097	6256	5552	4947	4415	3942	3515	3126	41
42	1.5351	1.1498	0.9488	8120	7081	6243	5541	4937	4407	3934	3508	3120	42
43	1.5249	1.1455	0.9462	8101	7066	6231	5531	4928	4399	3927	3501	3114	43
44	1.5149	1.1413	0.9435	8081	7050	6218	5520	4918	4390	3919	3495	3108	44
45	1.5051	1.1372	0.9408	8062	7035	6205	5509	4909	4382	3912	3488	3102	45
46	1.4956	1.1331	0.9382	8043	7020	6193	5498	4900	4374	3905	3481	3096	46
47	1.4863	1.1290	0.9356	8023	7005	6180	5488	4890	4365	3897	3475	3089	47
48	1.4771	1.1249	0.9330	8004	6990	6168	5477	4881	4357	3890	3468	3083	48
49	1.4682	1.1209	0.9305	7985	6975	6155	5466	4872	4349	3882	3461	3077	49
50	1.4594	1.1170	0.9279	7966	6960	6143	5456	4863	4341	3875	3454	3071	50
51	1.4508	1.1130	0.9254	7947	6945	6131	5445	4853	4333	3868	3448	3065	51
52	1.4424	1.1091	0.9228	7929	6930	6118	5435	4844	4324	3860	3441	3059	52
53	1.4341	1.1053	0.9203	7910	6915	6106	5424	4835	4316	3853	3434	3053	53
54	1.4260	1.1015	0.9178	7891	6900	6094	5414	4826	4308	3846	3428	3047	54
55	1.4180	1.0977	0.9153	7873	6885	6081	5403	4817	4300	3838	3421	3041	55
56	1.4102	1.0940	0.9128	7854	6871	6069	5393	4808	4292	3831	3415	3034	56
57	1.4025	1.0902	0.9104	7836	6856	6057	5382	4798	4284	3824	3408	3028	57
58	1.3949	1.0865	0.9079	7818	6841	6045	5372	4789	4276	3817	3401	3022	58
59	1.3875	1.0828	0.9055	7800	6827	6033	5361	4780	4268	3809	3395	3016	59
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	

Figura 43 - Tábua XXXIII. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 211.

5.2.4.1.2. Tábua XXIX

A tábua XXIX vem descrita juntamente com as tábuas XXVII e XXVIII, tanto em Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 243 como em J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. xvii. As descrições mais uma vez são idênticas; transcrevemos a primeira parte de ambas:

> "Estas taboas estão expressamente calculadas a fim de achar a latitude por duas alturas do sol, e o intervallo de tempo decorrido entre as duas observações;"[320]

> "These tables are calculated expressly for the purpose of finding the latitude by two altitudes of the sun and the elapsed time; but the last is applied to several other problems in nautical astronomy."[321]

Nesta descrição houve um aspeto que logo nos chamou a atenção. A primeira vez que esta tábua é referida na obra de Peregrino Leitão é justamente num método onde apenas foi utilizada uma altura extrameridiana do Sol. Considerando as transcrições anteriores, ambos os Autores sugerem que a tábua tinha como fim ser empregue nos métodos em que se observavam duas alturas extrameridianas. Contudo, neste método era apenas observada uma altura extrameridianas. De que forma era então empregue esta tábua?

Sendo uma das premissas deste método conhecer o intervalo de tempo verdadeiro entre a passagem meridiana e o momento da observação, era justamente com esse intervalo que se entrava nas tábuas XXIX, com o fito de se ficar a conhecer o logaritmo do espaço de tempo verdadeiro entre o meio-dia e o momento da observação, tal como Peregrino Leitão nos indica num dos passos da explicação deste terceiro método: "2.ª Sommem-se os logarithimos, do espaço de tempo verdadeiro entre o meio dia e o momento da observação, tirando da taboa XXIX [...]"[322].

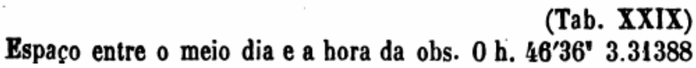

(Tab. XXIX)
Espaço entre o meio dia e a hora da obs. 0 h. 46′36″ 3.31388

Figura 44 - Emprego da tábua XXIX no terceiro método. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 103.

---

[320] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 243.

[321] Tradução disponível em "Apêndice". J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. xvii.

[322] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 101.

Quanto à forma de utilização, para se encontrar o valor desejado procurava-se primeiro a tábua necessária, através da hora desejada, que vinha no topo da tabela. Prosseguia-se com a busca dos minutos na coluna esquerda da tábua e, os segundos na parte superior da tabela. Os valores dos segundos estavam escritos de 5 em 5 unidades de segundo. Pelo que, por fim, era necessário acertar-se o valor dos segundos com os valores tabelados na coluna mais à direita[323].

Tivemos alguma dificuldade em perceber qual a fórmula utilizada na tábua XXIX[324]. Mais uma vez, por tentativa erro em excel procurámos desvendar a fórmula. Chegámos à conclusão que a fórmula utilizada era a mesma que havíamos descoberto numa das tabelas da obra de Militão da Mata[325]:

Considerando α o valor do intervalo de tempo convertido em arco de longitude:

$$(\log_{10}[1 - \cos(\alpha)] + 10) - 5$$

A tábua XXIX distinguia-se ainda das restantes por poder ser utilizada em muitos outros problemas da astronomia náutica, como refere Peregrino Leitão: "a ultima taboa é igualmente applicavel a varios outros problemas da astronomia nautica."[326], referindo-se à tábua XXIX.

[323] Esta tabela tinha a particularidade de permitir o cálculo com precisão de segundos.

[324] Nem Peregrino Leitão, nem Norie descrevem nas suas respetivas obras qual a fórmula utilizada.

[325] Concretamente, a fórmula das tábuas solares para o cálculo dos valores da D.M. (Distância Meridiana) da obra de Militão da Mata.

[326] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 243. Por não fazer parte do objeto deste estudo, não iremos descrever para que outros problemas poderia ser utilizada a tábua XXIX.

176

TABLE XXIX.

To find the LATITUDE by DOUBLE ALTITUDES, and the ELAPSED TIME.

RISING.

0 Hour.

M	0ˢ	5ˢ	10ˢ	15ˢ	20ˢ	25ˢ	30ˢ	35ˢ	40ˢ	45ˢ	50ˢ	55ˢ	Pro. pts.	
0	9.				02436	21818	37654	51044	62642	72873	82024	90303		
1	½.97860	04813	11250	17242	22848	28114	33079	37775	42230	46468	50509	54370		
2	0.58066	61612	65019	68297	71455	74503	77448	80296	83054	85726	88319	90837		
3	½.93284	95664	97980	00236	02435	04580	06673	08717	10714	12666	14575	16443		
4	1.18271	20062	21817	23537	25224	26878	28502	30095	31660	33198	34708	36195		
5	1.37653	39088	40501	41890	43258	44605	45931	47237	48524	49792	51041	52273		
6	53488	54686	55868	57034	58184	59320	60440	61547	62639	63718	64784	65837		
7	66877	67905	68920	69924	70917	71898	72869	73829	74778	75717	76646	77565		
8	78474	79374	80265	81147	82019	82884	83739	84587	85426	86257	87080	87896		
9	88703	89504	90297	91083	91862	92634	93399	94157	94909	95655	96394	97127		
10	½.97854	98574	99289	99998	00701	01399	02091	02777	03458	04134	04805	05470	s	
11	2.06131	06786	07437	08082	08723	09359	09991	10618	11240	11859	12472	13082	1	119
12	13687	14288	14885	15477	16066	16651	17232	17809	18382	18951	19517	20079	2	238
13	20638	21192	21744	22292	22836	23377	23915	24449	24980	25508	26033	26554	3	368
14	27073	27588	28100	28609	29116	29619	30120	30617	31112	31604	32093	32579	4	476
15	2.33063	33544	34023	34498	34972	35442	35910	36376	36839	37299	37758	38213	s	
16	38667	39118	39567	40013	40457	40899	41339	41776	42211	42644	43075	43504	1	84
17	43930	44355	44777	45198	45616	46033	46447	46859	47270	47678	48085	48490	2	168
18	48893	49294	49693	50090	50486	50879	51271	51661	52050	52436	52821	53205	3	252
19	53586	53966	54344	54721	55096	55469	55841	56211	56580	56947	57313	57676	4	336
20	2.58039	58400	58759	59117	59474	59829	60182	60534	60885	61234	61582	61929	s	
21	62274	62618	62960	63102	63641	63979	64316	64652	64987	65320	65652	65982	1	65
22	66312	66640	66967	67292	67617	67940	68262	68583	68903	69221	69538	69855	2	130
23	70170	70483	70796	71108	71418	71728	72036	72343	72649	72954	73258	73561	3	195
24	73863	74164	74464	74762	75060	75357	75652	75947	76241	76533	76825	77116	4	260
25	2.77405	77694	77982	78269	78555	78840	79124	79407	79689	79970	80251	80530	s	
26	80809	81086	81363	81639	81914	82188	82461	82734	83005	83276	83546	83815	1	53
27	84083	84350	84617	84883	85148	85412	85675	85937	86199	86460	86720	86979	2	106
28	87238	87496	87753	88009	88265	88519	88773	89027	89279	89531	89782	90032	3	159
29	90282	90531	90779	91027	91273	91520	91765	92010	92254	92497	92739	92981	4	212
30	2.93223	93463	93703	93942	94181	94419	94656	94893	95129	95364	95599	95833	s	
31	96067	96299	96532	96763	96994	97224	97454	97683	97912	98140	98367	98594	1	45
32	½.98820	99045	99270	99495	99719	99942	00164	00386	00608	00829	01049	01269	2	90
33	3.01488	01707	01925	02143	02360	02576	02792	03008	03222	03437	03651	03864	3	134
34	04077	04289	04501	04712	04922	05133	05342	05551	05760	05968	06176	06383	4	178
35	3.06590	06796	07001	07207	07411	07616	07819	08023	08225	08428	08629	08831	s	
36	09032	09232	09432	09632	09831	10029	10227	10425	10622	10819	11015	11211	1	39
37	11406	11601	11796	11990	12184	12377	12570	12762	12954	13146	13337	13527	2	77
38	13718	13908	14097	14286	14475	14663	14850	15038	15225	15411	15597	15783	3	116
39	15969	16154	16338	16522	16706	16889	17072	17255	17437	17619	17800	17982	4	154
40	3.18162	18343	18522	18702	18881	19060	19238	19417	19594	19771	19949	20125	s	
41	20301	20477	20653	20828	21003	21177	21351	21525	21699	21872	22044	22217	1	34
42	22389	22560	22732	22903	23073	23244	23414	23583	23753	23922	24090	24259	2	68
43	24427	24594	24762	24929	25095	25262	25428	25594	25759	25924	26089	26253	3	102
44	26418	26581	26745	26908	27071	27234	27396	27558	27720	27881	28042	28203	4	137
45	3.28363	28524	28683	28843	29002	29161	29320	29478	29637	29794	29952	30109	s	
46	30266	30423	30579	30735	30891	31047	31202	31357	31512	31666	31820	31974	1	31
47	32128	32281	32434	32587	32739	32892	33044	33195	33347	33498	33649	33800	2	62
48	33950	34100	34250	34400	34549	34698	34847	34995	35144	35292	35439	35587	3	92
49	35734	35881	36028	36175	36321	36467	36613	36758	36903	37048	37193	37338	4	122
50	3.37482	37626	37770	37914	38057	38200	38343	38486	38628	38770	38912	39054	s	
51	39195	39336	39477	39618	39759	39899	40039	40179	40319	40458	40597	40736	1	27
52	40875	41013	41152	41290	41427	41565	41702	41839	41976	42113	42250	42386	2	55
53	42522	42658	42794	42929	43064	43199	43334	43469	43603	43737	43871	44005	3	82
54	44138	44272	44405	44537	44670	44803	44935	45067	45199	45331	45462	45593	4	110
55	3.45724	45855	45986	46116	46247	46377	46507	46636	46766	46895	47024	47153	s	
56	47282	47410	47539	47667	47795	47923	48050	48177	48305	48432	48558	48685	1	25
57	48811	48938	49064	49190	49315	49441	49566	49691	49816	49941	50066	50190	2	50
58	50314	50438	50562	50686	50809	50933	51056	51179	51301	51424	51547	51669	3	75
59	51791	51913	52035	52156	52278	52399	52520	52641	52761	52882	53002	53122	4	100

Figura 45 - Tábua XXIX. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 176.

5.2.4.1.3. Tábua XXIV

Esta tábua continha exclusivamente a parte decimal dos logaritmos até às seis casas decimais. Ambos os Autores (Norie e Leitão) advertem que, regra geral, em problemas de navegação, utilizavam-se cinco casas decimais e as aproximações para as cinco casas deviam ser feitas utilizando o sistema designado hoje em dia por arredondamento. "A taboa XXIV é a que nos dá os logarithimos desde 1 até 9999. Os logarithimos exprimem-se em fórma decimal, chamando-se á parte inteira (se a ha) caracteristica."[327]

A tábua XXIV foi das que considerámos mais complexas para obter o resultado pretendido, ou seja, o logaritmo do valor que se desejava. Consoante as casas decimais ou o número de algarismos do número, havia regras para se obter o logaritmo. Como esta tábua foi utilizada no método, iremos descrever essas mesmas regras.

Determinação do logaritmo de um número natural

Peregrino Leitão, na sua explicação, começa por separar os valores de logaritmos em duas partes distintas, são elas a característica que equivale à parte inteira do número e a parte decimal, que é o que vinha depois da vírgula. A característica dos logaritmos não vinha tabelada, tinha de ser calculada pelas seguintes regras:

i) No caso de um número ter parte inteira diferente de zero, aplicava-se a seguinte regra: A característica do logaritmo de um número é sempre o número de algarismos da parte inteira desse número, menos uma unidade. Por exemplo, a característica do logaritmo de 125 é 2, isto é: $\log_{10}(125) = 2,...$ a característica do logaritmo de 162,5 também é 2 porque, apesar de ter quatro algarismos, um deles é decimal e por isso não é considerado[328];

ii) No caso de o número ter apenas casas decimais, a característica do logaritmo desse número será igual a nove unidades menos o número de zeros da parte decimal do número, que vêm antes do primeiro número diferente de zero. Por exemplo, o número 0,00025 tem três zeros na parte decimal antes do primeiro número diferente de zero (neste caso "2"). Ora, considerando a regra descrita, a característica do logaritmo de 0,00025

[327] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 8.

[328] Idem, *ibidem*, p. 232.

seria 9 – 3 = 6, portanto $\log_{10}(0{,}00025) = 6{,}...$.[329] Não obstante, se proceder ao cálculo de $\log_{10}(0{,}00025)$ concluir-se-á que a característica não é de facto “6”, mas sim “-3”. Ao invés de estar a ser calculada a verdadeira característica, estava-se a calcular o valor da característica adicionado de 10 unidades, para desta forma se trabalhar com valores positivos.

Após ser conhecida a característica do logaritmo, utilizava-se a tábua XXIV para obter a parte decimal obedecendo às seguintes regras:

i) Se o número tivesse somente um ou dois algarismos seguidos maiores que zero, fosse um número decimal ou inteiro, procurava-se diretamente o valor do logaritmo na primeira tabela (ver Figura 46); sendo a característica calculada segundo as regras que descrevemos anteriormente. P. ex., o logaritmo de 56 poderia ser visto diretamente na tabela 1,748188; o logaritmo[330] de 0,0025 seria a característica 7 (calculada com as regras anteriores), adicionada a parte decimal “397940” para o valor tabelado de 25, ficando assim 7,397940[331];

TABLE XXIV.

LOGARITHMS OF NUMBERS.

No. 1——100 Log. 0.000000——2.000000

No.	Log.	No.	Log.	No.	Log.	No.	Log.	No.	Log.
1	0.000000	21	1.322219	41	1.612784	61	1.785330	81	1.908485
2	0.301030	22	1.342423	42	1.623249	62	1.792392	82	1.913814
3	0.477121	23	1.361728	43	1.633468	63	1.799341	83	1.919078
4	0.602060	24	1.380211	44	1.643453	64	1.806180	84	1.924279
5	0.698970	25	1.397940	45	1.653213	65	1.812913	85	1.929419
6	0.778151	26	1.414973	46	1.662758	66	1.819544	86	1.934498
7	0.845098	27	1.431364	47	1.672098	67	1.826075	87	1.939519
8	0.903090	28	1.447158	48	1.681241	68	1.832509	88	1.944483
9	0.954243	29	1.462398	49	1.690196	69	1.838849	89	1.949390
10	1.000000	30	1.477121	50	1.698970	70	1.845098	90	1.954243
11	1.041393	31	1.491362	51	1.707570	71	1.851258	91	1.959041
12	1.079181	32	1.505150	52	1.716003	72	1.857332	92	1.963788
13	1.113943	33	1.518514	53	1.724276	73	1.863323	93	1.968483
14	1.146128	34	1.531479	54	1.732394	74	1.869232	94	1.973128
15	1.176091	35	1.544068	55	1.740363	75	1.875061	95	1.977724
16	1.204120	36	1.556302	56	1.748188	76	1.880814	96	1.982271
17	1.230449	37	1.568202	57	1.755875	77	1.886491	97	1.986772
18	1.255273	38	1.579784	58	1.763428	78	1.892095	98	1.991226
19	1.278754	39	1.591065	59	1.770852	79	1.897627	99	1.995635
20	1.301030	40	1.602060	60	1.778151	80	1.903090	100	2.000000

Figura 46 - Primeira parte tábua XXIV. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 88.

329 Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 232.

330 Neste último caso, a característica indicada na tabela foi ignorada, tendo sido calculada pelo método descrito anteriormente, retirando-se exclusivamente a parte decimal da tabela.

331 Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 232.

ii) Se o número tivesse somente três algarismo, procurava-se nas tabelas seguintes (ver Figura 48) na coluna mais à esquerda o número. Depois, na coluna indicada com um zero no topo, procurava-se à frente do número a parte decimal do logaritmo. Adicionando a respetiva característica, determinava-se o logaritmo do número. Por exemplo, $\log_{10}(101)$ seria aproximadamente 2,004321 e o logaritmo de 1,02 seria 0,008600 (ver Figura 48)[332];

iii) Quando o número fosse constituído por 4 algarismo, começava-se por procurar os primeiros três algarismos na coluna mais à esquerda (ignorando a vírgula). O quarto algarismo do número procurava-se na primeira linha ou última linha (conforme fosse mais conveniente a visualizar o dado), onde estavam os algarismos de 0 a 9. Intersetando a linha dos três algarismos, com a coluna do quarto algarismo determinava-se a parte decimal do número que se desejava. *V.g.* $\log_{10}(1001) = 3{,}000434$ e $\log_{10}(0{,}001001) = 7{,}000434$ mais uma vez calculavam-se as características com as primeiras regras que indicámos (ver Figura 48);

iv) Por fim, se o número tivesse cinco ou mais algarismos, procurava-se o logaritmo dos primeiros quatro algarismos, como indicado anteriormente. Prosseguia-se multiplicando o resto dos algarismos para além dos quatro (do número que se queria obter o logaritmo) pelo número que vinha mais à frente na coluna diff.[333]. Do resultado da multiplicação cortavam-se tantos algarismos da parte direita quantas fossem os algarismos do multiplicador. O que restasse desse "corte" adicionava-se ao logaritmo obtido das primeiras quatro letras. O resultado da soma era precisamente o logaritmo do número procurado (mais uma vez a característica seria calculada pelas regras concretas para encontrar esse valor). Pretendia-se

[332] Ao contrário dos restantes, estes exemplos não vinham descritos na obra de Peregrino Leitão. Para fazermos os cálculos do exemplo utilizámos as tábuas e regras descritas.

[333] Diff. correspondia à diferença entre dois logaritmos consecutivos. Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 233.

determinar, por exemplo, o logaritmo de 11012. Procurava-se na tabela a intersecção da linha com os três primeiros números “110”, e, a coluna do quarto número “1”; indo ao encontro do valor “041787” (ver Figura 48) e, percorrendo essa linha até à coluna mais à direita, com o valor de diff. “393”. Multiplicava-se neste caso “2”, que era o único algarismo que sobrava, por “393” resultando “786”. De “786” cortava-se, da direita para a esquerda, quantos algarismos tivesse o multiplicador. Neste caso o multiplicador era “2” portanto apenas tinha um algarismo, pelo que de “786” cortava-se o último “6” ficando assim “78”. Somava-se “78” a 041787, sendo o resultado 041865 e, assim, determinava-se a parte decimal do logaritmo de 11012. Para obter a característica, com as regras que indicámos anteriormente seria “5-1=4”. Neste caso, seguindo o método do Autor o resultado de $\log_{10}(11012) = 4{,}041865$. Operando com uma calculadora, o resultado seria 4,041866 pelo que concluímos que neste caso havia um erro de 0, 000001, que não era significativo para os cálculos necessários, salientando ainda que geralmente nos problemas de navegação desta época considerava-se suficiente fazer uma aproximação de 5 casas decimais.

Determinação do número natural, conhecendo o logaritmo

Toda a explicação antecedente, de como se procuravam os logaritmos nas tábuas XXIV, facilita a explicação e a própria perceção de como era realizada a operação inversa. Na descrição deste estudo do terceiro método apresentado por Peregrino Leitão, uma das etapas era precisamente, tendo o logaritmo, determinar o número natural que lhe correspondia (ver Figura 47).

(Taboa XXIV) numero natural. . . . 1320 Log. 3.12044

Figura 47 - Utilização da tábua XXIV no terceiro método. Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 103.

Como referimos, as regras para a determinação do número natural são bastante mais simples de explicar, se já conhecermos o modo de determinação dos logaritmos. A título exemplificativo, no caso concreto da Figura 48, onde se pretendia saber qual o número natural a que correspondia o logaritmo de “3.12044”, começava-se por procurar o valor mais próximo nas tábuas da parte decimal do logaritmo. Neste caso era “120574” (ver Figura 48). Verificava-se qual o número natural de três dígitos que correspondia a este valor, neste caso era “132” (ver Figura 48), e o número correspondente no topo da tabela, que era “0”. Assim, ficava-se a conhecer os quatro números do número natural “1320”. Sabendo os quatro algarismos, faltava verificar se o número tinha alguma vírgula. Para isso verificava-se o valor da característica, neste caso era de três unidades, pelo que o número teria que ter quatro algarismos inteiros para se obter uma característica com três unidades; por essa razão concluía-se que o número natural do qual resultava o logaritmo mais próximo de “3,12044” seria “1320”.

Calculado hoje através de uma calculadora:

$$10^{3,12044} \approx 1319,59299$$

Podemos então obter uma aproximação do erro do método tabelar:

$$1320 - 1319,59299 = 0,40701$$

Ou seja, resultava um erro de aproximadamente “0,407”, o qual não é significativo.

Todas as regras e formas de obtenção de valores que descrevemos sobre a tábua XXIV vinham descritas tanto na obra de Norie *A Complete Set of Tables [...]*[334], como na *Guia Nautica [...]*[335] de Peregrino Leitão, de forma muito idêntica. Quanto aos exemplos das regras, não seguimos sempre os descritos por estes Autores.[336]

---

[334] J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, pp. xi a xiii.

[335] Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, p. 232.

[336] Não o fizemos por neste estudo termos transposto somente duas tabelas e, para se poder acompanhar os cálculos com as referidas tabelas, cingimo-nos a valores descritos nas mesmas. (ver Figura 44).

TABLE XXIV. 89

LOGARITHMS OF NUMBERS.

No. 1000———1600 Log. 000000———204120

No.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
100	000000	000434	000868	001301	001734	002166	002598	003029	003460	003891	432
101	004321	004751	005180	005609	006038	006466	006894	007321	007748	008174	428
102	008600	009026	009451	009876	010300	010724	011147	011570	011993	012415	424
103	012837	013259	013680	014100	014520	014940	015360	015779	016197	016615	420
104	017033	017451	017868	018284	018700	019116	019532	019947	020361	020775	416
105	021189	021603	022016	022428	022841	023252	023664	024075	024486	024896	412
106	025306	025715	026124	026533	026942	027350	027757	028164	028571	028978	408
107	029384	029780	030195	030600	031004	031408	031812	032216	032619	033021	404
108	033424	033826	034227	034628	035029	035430	035830	036229	036629	037028	400
109	037426	037825	038223	038620	039017	039414	039811	040207	040602	040998	397
110	041393	041787	042182	042575	042969	043362	043755	044148	044540	044931	393
111	045323	045714	046105	046495	046885	047275	047664	048053	048442	048830	390
112	049218	049606	049993	050380	050766	051152	051538	051924	052309	052694	386
113	053078	053463	053846	054230	054613	054996	055378	055760	056142	056524	383
114	056905	057286	057666	058046	058426	058805	059185	059563	059942	060320	379
115	060698	061075	061452	061829	062206	062582	062958	063333	063709	064083	376
116	064458	064832	065206	065580	065953	066326	066699	067071	067443	067814	373
117	068186	068557	068928	069298	069668	070038	070407	070776	071145	071514	370
118	071882	072250	072617	072985	073352	073718	074085	074451	074816	075182	366
119	075547	075912	076276	076640	077004	077368	077731	078094	078457	078819	363
120	079181	079543	079904	080266	080626	080987	081347	081707	082067	082426	360
121	082785	083144	083503	083861	084219	084576	084934	085291	085647	086004	357
122	086360	086716	087071	087426	087781	088136	088490	088845	089198	089552	355
123	089905	090258	090611	090963	091315	091667	092018	092370	092721	093071	352
124	093422	093772	094122	094471	094820	095169	095518	095866	096215	096562	349
125	096910	097257	097604	097951	098297	098644	098990	099335	099681	100026	346
126	100370	100715	101059	101403	101747	102090	102434	102777	103119	103462	343
127	103804	104146	104487	104828	105169	105510	105851	106191	106531	106870	341
128	107210	107549	107888	108227	108565	108903	109241	109578	109916	110253	338
129	110590	110926	111262	111598	111934	112270	112605	112940	113275	113609	335
130	113943	114277	114611	114944	115278	115610	115943	116276	116608	116940	332
131	117271	117603	117934	118265	118595	118926	119256	119586	119915	120245	330
132	120574	120903	121231	121560	121888	122216	122543	122871	123198	123525	328
133	123852	124178	124504	124830	125156	125481	125806	126131	126456	126781	325
134	127105	127429	127752	128076	128399	128722	129045	129368	129690	130012	323
135	130334	130655	130977	131298	131619	131939	132260	132580	132900	133219	321
136	133539	133858	134177	134496	134814	135133	135451	135768	136086	136403	318
137	136721	137037	137354	137670	137987	138303	138618	138934	139249	139564	316
138	139879	140194	140508	140822	141136	141450	141763	142076	142389	142702	314
139	143015	143327	143639	143951	144263	144574	144885	145196	145507	145818	311
140	146128	146438	146748	147058	147367	147676	147985	148294	148603	148911	309
141	149219	149527	140835	150142	150449	150756	151063	151370	151676	151982	307
142	152288	152594	152900	153205	153510	153815	154119	154424	154728	155032	305
143	155336	155640	155943	156246	156549	156852	157154	157457	157759	158061	303
144	158362	158664	158965	159266	159567	159868	160168	160468	160769	161068	300
145	161368	161667	161967	162266	162564	162863	163161	163460	163757	164055	298
146	164353	164650	164947	165244	165541	165838	166134	166430	166726	167022	296
147	167317	167613	167908	168203	168497	168792	169086	169380	169674	169968	294
148	170262	170555	170848	171141	171434	171726	172019	172311	172603	172895	292
149	173186	173478	173769	174060	174351	174641	174932	175222	175512	175802	290
150	176091	176381	176670	176959	177248	177536	177825	178113	178401	178689	288
151	178977	179264	179552	179839	180126	180413	180699	180986	181272	181558	287
152	181844	182129	182415	182700	182985	183270	183554	183839	184123	184407	285
153	184691	184975	185259	185542	185825	186108	186391	186674	186956	187239	283
154	187521	187803	188084	188366	188647	188928	189209	189490	189771	190051	281
155	190332	190612	190892	191171	191451	191730	192010	192289	192567	192846	279
156	193125	193403	193681	193959	194237	194514	194792	195069	195346	195623	278
157	195900	196176	196452	196729	197005	197281	197556	197832	198107	198382	276
158	198657	198932	199206	199481	199755	200029	200303	200577	200850	201124	274
159	201397	201670	201943	202216	202488	202761	203033	203305	203577	203848	272
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

M

Figura 48 - Tábua XXIV. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 89.

5.2.4.1.4. Tábua XXVI

Por fim, era ainda referida a tábua XXVI. Nesta tábua, eram exibidos os senos e os cossenos naturais para cada grau e minuto do quadrante. Para se obter os senos devia-se procurar os graus no alto da página e os minutos na coluna esquerda. Já para se obterem os cossenos procuravam-se os graus no fundo da página e os minutos na coluna direita.

Tanto Norie como Peregrino Leitão nas suas descrições referiam que para se saber o seno ou cosseno de um ângulo superior a 90º, bastava calcular o seu suplemento, isto é, subtrair a 180º o dito número e depois procurar nas tábuas o resultado, que corresponderia ao valor pretendido.

As fórmulas utilizadas para a conceção destas tábuas foram as seguintes:

- $\sin(\alpha) \times 100\,000$;
- $\cos(\alpha) \times 100\,000$.

Na verdade, bastava uma das fórmulas, porque o Autor aproveitou a relação das funções seno e cosseno para conceber uma tábua onde é possível extrair os resultados de ambas as funções; tudo dependia de que forma se fizesse a pesquisa.

TABLE XXVI.——NATURAL SINES: 155

M	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	M
0	000000	017452	034899	052336	069756	087156	104528	121869	139173	156434	60
1	000291	017743	035190	052626	070047	087446	104818	122158	139461	156722	59
2	000582	018034	035481	052917	070337	087735	105107	122447	139749	157009	58
3	000873	018325	035772	053207	070627	088025	105396	122735	140037	157296	57
4	001164	018616	036062	053498	070917	088315	105686	123024	140325	157584	56
5	001454	018907	036353	053788	071207	088605	105975	123313	140613	157871	55
6	001745	019197	036644	054079	071497	088894	106264	123601	140901	158158	54
7	002036	019488	036934	054369	071788	089184	106553	123890	141189	158445	53
8	002327	019779	037225	054660	072078	089474	106843	124179	141477	158732	52
9	002618	020070	037516	054950	072368	089763	107132	124467	141765	159020	51
10	002909	020361	037806	055241	072658	090053	107421	124756	142053	159307	50
11	003200	020652	038097	055531	072948	090343	107710	125045	142341	159594	49
12	003491	020942	038388	055822	073238	090633	107999	125333	142629	159881	48
13	003782	021233	038678	056112	073528	090922	108289	125622	142917	160168	47
14	004072	021524	038969	056402	073818	091212	108578	125910	143205	160455	46
15	004363	021815	039260	056693	074108	091502	108867	126199	143493	160743	45
16	004654	022106	039550	056983	074399	091791	109156	126488	143780	161030	44
17	004945	022397	039841	057274	074689	092081	109445	126776	144068	161317	43
18	005236	022687	040132	057564	074979	092371	109734	127065	144356	161604	42
19	005527	022978	040422	057854	075269	092660	110023	127353	144644	161891	41
20	005818	023269	040713	058145	075559	092950	110313	127642	144932	162178	40
21	006109	023560	041004	058435	075849	093239	110602	127930	145220	162465	39
22	006399	023851	041294	058726	076139	093529	110891	128219	145507	162752	38
23	006690	024141	041585	059016	076429	093819	111180	128507	145796	163039	37
24	006981	024432	041876	059306	076719	094108	111469	128796	146083	163326	36
25	007272	024723	042166	059597	077009	094398	111758	129084	146371	163613	35
26	007563	025014	042457	059887	077299	094687	112047	129373	146659	163900	34
27	007854	025305	042748	060177	077589	094977	112336	129661	146946	164187	33
28	008145	025596	043038	060468	077879	095267	112625	129949	147234	164474	32
29	008436	025886	043329	060758	078169	095556	112914	130238	147522	164761	31
30	008727	026177	043619	061049	078459	095846	113203	130526	147809	165048	30
31	009017	026468	043910	061339	078749	096135	113492	130815	148097	165334	29
32	009308	026759	044201	061629	079039	096425	113781	131103	148385	165621	28
33	009599	027049	044491	061920	079329	096714	114070	131391	148672	165908	27
34	009890	027340	044782	062210	079619	097004	114359	131680	148960	166195	26
35	010181	027631	045072	062500	079909	097293	114648	131968	149248	166482	25
36	010472	027922	045363	062791	080199	097583	114937	132256	149535	166769	24
37	010763	028212	045654	063081	080489	097872	115226	132545	149823	167056	23
38	011054	028503	045944	063371	080779	098162	115515	132833	150111	167342	22
39	011344	028794	046235	063661	081069	098451	115804	133121	150398	167629	21
40	011635	029085	046525	063952	081359	098741	116093	133410	150686	167916	20
41	011926	029375	046816	064242	081649	099030	116382	133698	150973	168203	19
42	012217	029666	047106	064532	081939	099320	116671	133986	151261	168489	18
43	012508	029957	047397	064823	082228	099609	116960	134274	151548	168776	17
44	012799	030248	047688	065113	082518	099899	117249	134563	151836	169063	16
45	013090	030539	047978	065403	082808	100188	117537	134851	152123	169350	15
46	013380	030829	048269	065693	083098	100477	117826	135139	152411	169636	14
47	013671	031120	048559	065984	083388	100767	118115	135427	152698	169923	13
48	013962	031411	048850	066274	083678	101056	118404	135716	152986	170209	12
49	014253	031702	049140	066564	083968	101346	118693	136004	153273	170496	11
50	014544	031992	049431	066854	084258	101635	118982	136292	153561	170783	10
51	014835	032283	049721	067145	084547	101924	119270	136580	153848	171069	9
52	015126	032574	050012	067435	084837	102214	119559	136868	154136	171356	8
53	015416	032864	050302	067725	085127	102503	119848	137156	154423	171643	7
54	015707	033155	050593	068015	085417	102793	120137	137445	154710	171929	6
55	015998	033446	050883	068306	085707	103082	120426	137733	154998	172216	5
56	016289	033737	051174	068596	085997	103371	120714	138021	155285	172502	4
57	016580	034027	051464	068886	086286	103661	121003	138309	155572	172789	3
58	016871	034318	051755	069176	086576	103950	121292	138597	155860	173075	2
59	017162	034609	052045	069466	086866	104239	121581	138885	156147	173362	1
60	017452	034899	052336	069756	087156	104528	121869	139173	156434	173648	0
M	89°	88°	87°	86°	85°	84°	83°	82°	81°	80°	M
Natural Co-sines.											
Diff. to 100″	485	485	484	484	483	483	482	481	480	478	

Figura 49 - Tábua XXVI. Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. 155.

5.3. Conclusões dos métodos práticos de Peregrino Leitão

Cada método prático descrito por Peregrino Leitão exigia o conhecimento de determinadas variáveis. Elaborámos a Tabela 2 para facilitar a visualização das diferentes variáveis necessárias a cada método.

	Primeiro método	Segundo método	Terceiro método
Observações a astros	Duas observações ao Sol	Duas observações ao Sol, ou a dois astros distintos	Uma observação ao Sol próxima à passagem meridiana
Intervalo de tempo	Conhecido o intervalo de tempo entre as duas observações	Conhecido o intervalo de tempo entre as duas observações	Conhecido o intervalo de tempo entre a observação e o momento da passagem meridiana
Declinação	Apenas o valor da declinação para a maior altura	Necessários os valores da declinação para ambas as observações	Necessário o valor da declinação à hora em que fosse observada a altura do Sol
Latitude estimada	Não era necessária para o processo; contudo, o seu valor seria útil para concluir no final da resolução qual seria o valor correto da latitude	Não era necessária	Necessário à aplicação do método

Tabela 2 - Comparação das variáveis necessárias a cada método prático de Peregrino Leitão.

Acreditamos que a diferença das variáveis necessária, é uma das razões que esclarece a descrição de três métodos distintos na obra de Peregrino Leitão. Outro motivo que pode explicar a apresentação de três métodos é a facilidade de cálculo de uns, comparativamente a outros.

5.3.1. Obras de Norie e os métodos práticos de Leitão

No decorrer do estudo dos métodos práticos anteriormente descritos, concluímos que as tábuas de Norie eram imprescindíveis à concretização de dois dos métodos (no primeiro e no terceiro) e que poderiam também ser utilizadas no segundo método prático.

A importância prática das tábuas levou-nos a verificar toda a obra *A Complete Set of Tables [...]*, de J. W. Norie. Existe uma parte da obra onde são descritos vários problemas que se podem resolver utilizando as tábuas de Norie. Na panóplia de problemas descritos, são dados alguns exemplos de como determinar a latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol. Da mesma forma que Peregrino Leitão, Norie descreve primeiro as etapas dos processos por extenso, dando depois exemplos práticos da sua aplicação.

Nesta nossa análise, concluímos que o primeiro método prático de Peregrino Leitão é uma tradução integral de um dos métodos descritos por Norie (ver Anexo 4). Inclusivamente, o exemplo de Peregrino Leitão é muito idêntico ao de Norie. As diferenças entre os exemplos são unicamente alguns dos dados iniciais do problema[337] (ver Anexo 4).

Outro pormenor curioso é que o Autor ao longo da descrição do primeiro método descreve as tábuas de Norie em que o piloto deveria procurar os valores necessários às várias operações. O mesmo sucede no terceiro método prático; contudo, no segundo método prático não sugere a utilização de nenhuma tábua[338].

Considerando que, na descrição dos métodos, Leitão nunca faz referência a Norie, não podemos concluir que o segundo método seja original de Peregrino Leitão, ou se seria, tal como os outros dois, uma transposição de outra obra [estrangeira ou nacional] concretizada na *Guia Nautica [...]*.

Quando estudámos o segundo método prático, verificámos a partir do exemplo que os valores utilizados coincidiam com os tabelados nas tábuas de Norie.

Fomos procurar outras obras escritas por Norie[339] que pudessem ter outros métodos para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do

---

[337] As diferenças dos exemplos são concretamente: a data escolhida para o exemplo e as horas a que são realizadas as observações. Por outro lado, os valores das alturas e o valor da elevação do observador são os mesmos em ambos os exemplos, tal como o resultado da operação (ver Anexo 4).

[338] Acreditamos que não foi mera coincidência não serem mencionadas as tábuas utilizadas neste segundo método. Como iremos ver, o segundo método foi o único que não encontrámos nas obras de Norie. Poderá ter sido essa a razão pela qual o Autor não identifica que tábuas devem ser utilizadas.

[339] Da bibliografia de Norie encontrámos as seguintes obras: *A Complete Set of Nautical Tables* (1803) republicada como *A Complete Set of Nautical Tables, 13th* (1852); corrigiu a segunda parte da obra *The Mariner's New and Complete Naval Dictionary,* de William Falconer (1804 – publicação da 3ª ed.); *A New and Complete Epitome of Practical Navigation* (1805) republicada como *A Complete Epitome of Practical Navigation [...],* 15th (1852); *The complete East India pilot* (1816); *The shipwright's vade-mecum* (1822); *Complete North Sea and Baltic Pilot* (1824); *Complete North America and United States Pilot* (1825); *Piloting Directions for the River and Gulf of St. Lawrence* (1826); *West India directory, containing instructions for navigating the Caribbee* (1827) revista em 1857; *Complete West india Pilot* (1828); *Plates Descriptive of the Maritime Flags of All Nations* (1838); *A set of linear tables, for correcting the apparent distance of the moon from the sun, a fixed star, of planet, for the effect of*

Sol. Da vasta lista bibliográfica deste Autor, destacou-se das restantes a obra *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th. Pareceu-nos provável que poderia conter algum método para a determinação da latitude.

Concluímos que esta obra tem um capítulo que trata exclusivamente de métodos para a determinação da latitude e, mais concretamente, dois subcapítulos que tratam respetivamente, da determinação da latitude por duas observações de alturas extrameridianas do Sol e da determinação da latitude por uma observação próxima à passagem meridiana. Este último é precisamente o terceiro método que Peregrino Leitão descreve na sua obra, onde, mais uma vez, tanto as explicações como o próprio exemplo dado por Leitão têm poucas diferenças dos de Norie[340] (ver Anexo 5).

Ficámos, nestes termos, a conhecer as fontes bibliográficas que Peregrino Leitão utilizou para descrever o primeiro e terceiro métodos para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

5.4. Súmula do estudo de Peregrino Leitão

Peregrino Leitão foi um oficial da Marinha de Guerra Portuguesa do século XIX que considerou faltar em Portugal um manual ou compêndio que reunisse a matéria mais importante para a prática da navegação, fosse ela prática ou teórica.

Concluiu os seus estudos na Escola Politécnica, onde adquiriu os conhecimentos teóricos, navegou em várias classes de navios militares, tendo inclusivamente navegado em alguns vapores civis poucos anos antes de ter concluído a sua obra *Guia Nautica [...]*.

A obra de Leitão surge 22 anos depois do seu primeiro embarque, agrupando os conhecimentos teóricos que levava da aprendizagem em terra, e os práticos, que levava da sua própria experiência, bem como da partilha de experiências no mar com os oficiais mais antigos, que o próprio Autor refere como fundamental no seu início de carreira.

refraction, 6th (1840); *The naval gazetteer, biographer, and chronologist; new and improved* (1842); *Sailing directions for the navigation of the North Sea* (1852); *The British Channel pilot* (1854); *Sailing directions for the Mediterranean sea* (1856); *Sailing directions for the coasts of Spain and Portugal, from Cape Ortegal to Gibraltar* (1863); *The Seaman's New Guide and Coaster's Companion; Containing Sailing Directions for the River Thames, North Sea, Cattegat, Baltic Sea, Gulfs of Finland and Bothnia, and the White Sea.* (1877-88). Nesta extensiva lista estão grande parte das obras de Norie. Algumas destas obras foram realizadas em coautoria com Charles Wilson. Fonte: http://navalmarinearchive.com/ e https://archive.org acedidos em maio de 2021.

[340] Neste caso, a única diferença no enunciado do exemplo é a data do problema. Essa pequena diferença irá, contudo, influenciar o resultado final, mas o processo é o mesmo.

Ao contrário de outros autores que estudámos, a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol não era o assunto central da sua obra. Todavia, os métodos para a determinação da latitude por alturas extrameridianas eram um assunto de interesse à prática da navegação e, mais concretamente, à determinação da posição no mar. Possivelmente por estas razões, o Autor decidiu tratar deste assunto na sua obra.

Há duas razões distintas que deram particular interesse à obra *Guia Nautica [...]* para o nosso estudo: A primeira é que o Autor aborda mais do que um método para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol; a segunda é que a *Guia Nautica [...]*, como o Autor sugere, é um compendio de várias outras obras. Como concluímos, dois dos métodos foram traduzidos e transcritos das obras de Norie *A Complete Set of Tables [...]* e *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th. Não conseguimos neste estudo descobrir a obra de referência para o segundo método prático; se é que de facto o Autor transpôs o método.

No que respeita à formulação dos três métodos práticos, nota-se a importância da tabulação da função logarítmica e das funções trigonométricas, bem como o aproveitamento das propriedades da função logarítmica, que vieram trazer a possibilidade de conceber resoluções simples e expeditas para este tipo de problemas de navegação.

As diferenças entre as premissas dos três métodos práticos que descrevemos no subcapítulo “5.3. Conclusões dos métodos práticos de Peregrino Leitão” vieram permitir que no século XIX houvesse alguma redundância para a resolução deste problema. Por exemplo, se não fosse possível em determinado dia observar duas alturas extrameridianas, mas apenas uma, por o céu estar mais enublado, o piloto poderia determinar a latitude com apenas uma altura extrameridiana, utilizando o terceiro método descrito por Leitão.

A obra *Guia Nautica [...]* no que se refere ao assunto da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol, a despeito de, estar completa por serem descritos três métodos práticos para resolver o mesmo problema, consideramos que Peregrino Leitão ficou aquém, pois poderia ter aproveitado mais exemplos de Norie para a sua obra e, assim, demostrar que os processos serviam para várias situações distintas.

6. Análise comparativa dos métodos

6.1. Comparação do método de Pedro Nunes com Valentim Estancel

Pedro Nunes expõe na sua obra: um primeiro processo para a determinação da latitude a qualquer hora do dia, que tinha como requisito obrigatório o conhecimento do valor da declinação da agulha (ou que a mesma fosse nula); e um segundo processo para o qual o valor da declinação poderia ser desconhecido. Valentim Estancel procede da mesma forma que Pedro Nunes, no que respeita à apresentação de dois processos distintos, considerando as mesmas premissas.

Para o primeiro processo, Pedro Nunes utiliza a poma. Após ser observada uma altura extrameridiana e um azimute do Sol, escriturava-se a posição do astro no globo e, utilizando um compasso curvo, com abertura igual à distância polar, centrado na posição do astro, traçava-se um arco. Nesse arco achar-se-iam duas posições para o polo, cabendo ao piloto distinguir qual seria o polo verdadeiro e, por fim, medir a altura do polo sobre o horizonte.

O processo que Estancel propõe para o mesmo fim era o seguinte: utilizando o seu instrumento *polimetro*, estando este nivelado e orientado, deixava-se os raios de Sol projetarem a sombra de uma pequena esfera suspensa num fio. Tendo a projeção da esfera na concavidade do instrumento, bastava o piloto ler o valor da altura do polo sobre o horizonte, numa escala presente na concavidade do mesmo. Estancel indica que os indivíduos que praticassem o seu método teriam que estar acostumados à escala e ser conhecedores de alguns conceitos de astronomia, que explica na sua obra.

Comparando estes dois métodos (quando o piloto conhece o valor da declinação, ou quando o mesmo é nulo), o método de Estancel é, no contexto prático, inovador. O piloto apenas com a projeção de uma sombra poderia saber a sua latitude; e a conceção de tal instrumento para a época é considerada por nós, impressionante. Contudo, teoricamente, não terá havido nenhum desenvolvimento face ao primeiro processo de Pedro Nunes. O método elaborado por Estancel, tal como o primeiro processo de Pedro Nunes, baseia-se na resolução de triângulos esféricos, utilizando instrumentos que providenciavam um meio mecânico para a sua resolução.

Quanto ao segundo método, se proceder à (re)leitura do subcapítulo "2.2.3. Segundo processo – Regimento da altura do polo por duas alturas do Sol, em todo o tempo em que houver Sol", onde descrevemos o segundo processo de Pedro Nunes e, ao subcapítulo "3.5.2. Valor da declinação desconhecido", onde abordámos o segundo processo de Valentim Estancel irá concluir que existem poucas (ou nenhumas) diferenças entre o método mecânico de Pedro Nunes e o de Estancel. A única diferença dos métodos são os instrumentos utilizados, que, contudo, são muito idênticos e servem o mesmo fim.

Da mesma forma, António Costa Canas, conclui "que aquilo que Estancel propõe nada tem de original."[341] e nós não podíamos estar mais de acordo com esta conclusão, no que se refere ao ora em causa segundo processo mecânico, para o cálculo da latitude a qualquer hora do dia.

6.1.1. Comparação da fundamentação teórica dos processos de Estancel e Nunes

Tendo presente que o segundo processo dos dois Autores é em tudo idêntico, terá Estancel concluído o seu método da mesma forma que Pedro Nunes?

Concluímos que não: Valentim Estancel aborda o problema da determinação da latitude a qualquer hora do dia de uma forma muito diferente da de Pedro Nunes.

O Autor do século XVI soluciona o problema com uma fundamentação apoiada na geometria, i. é, com as variáveis: declinação, a altura (ou alturas) observada e azimute; e com o objetivo de determinar a altura do polo sobre o horizonte; Pedro Nunes consegue concluir através da geometria que escriturando na esfera que concebeu os arcos que anteriormente descrevemos está de facto a calcular a latitude do lugar[342]. Por outro lado, Estancel vai auxiliar-se das funções trigonométricas, juntamente com alguns cálculos elementares e analogia dos senos[343]. Realizando este processo algumas vezes, indo sucessivamente determinando lados e ângulos de triângulos esféricos, até concluir que é possível mecanicamente (usando a meia esfera) determinar a altura do polo sobre o horizonte. Toda esta descrição é feita numa parte da sua obra intitulada "Demonstração

[341] António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval*, vol. CXXXVIII, p. 223. Esta conclusão vem no capítulo "3.1. Latitude a qualquer hora do dia".

[342] Como vimos na análise ao método de Pedro Nunes, para além da conceção teórica do processo, o mesmo foi experimentado tanto em terra, quando Pedro Nunes demonstra o seu regimento ao Rei de Portugal em Évora (1533), como no mar na viagem de D. João de Castro à Índia (1538).

[343] Quando nos referimos a analogia dos senos, o que o Estancel explica que fazia na sua obra, era o seguinte: conhecendo-se três elementos (um ângulo e o lado oposto mais outro ângulo ou lado) de um triângulo esférico, conseguia-se calcular um quarto elemento, que seria o oposto ao ângulo ou lado conhecido. E é a este cálculo que nos referimos, quando descrevemos analogia dos senos.

e Rezolução Geométrica da Theorica antecedente”[344], onde o Autor esclarece que queria “resolver, e reduzir toda esta Theorica, ou Especulação, há praxe pello modo ordinario, e usado de geometras, para assi ficar mais claro e patente ào leitor, do que até agora temos practicado em geral e summariamente sem Algoritmo.”[345] Em suma, explica na teoria o que é que o piloto está a fazer quando está a executar o método mecânico.

Iremos clarificar, com uma transcrição a servir de exemplo, como Estancel esboça a referida fundamentação na sua obra. O objetivo do Autor, nesta parte que iremos transcrever, era calcular o arco HG (ver Figura 50):

> “No primeiro lugar busco a quantidade, ou os graos do arco HG. [...]
>
> Supponhamos, que huã das Alturas do Sol que tomei, reprezentada no arco EG, foi de 54 graos, e 14 minutos, 12 segundos; os quais tirados do quadrante EGB, à saber de 90 graos, ficarão 35 graos, 45 minutos, e 48 segundos; que vem à responder ào arco GB. Suponho mais, que o arco FE, que corresponde ào arco AG, na dita taboa, foi de 19 graos e 7 minutos, que vem à ser o angulo HBG. Finalmente supponhamos, que a segunda Altura do Sol, que tinha tomado, foi de 64 graos, e hum minuto: os quais tirados do quadrante FB, ficarão 26 graos, e hum minuto feitas estas suppozições, digo assi.
>
> A primeira Analogia
>
> Seia primeiro como o seno total 100000, pera o seno do arco BG, 58448 assi o Seno do arco BH, 43810, pera o outro, e acharemos pella Regra de Tres, ou Aurea, o numero quarto proporcional, que vem à ser 25606.
>
> A segunda Analogia
>
> Seia como o Seno total, 100000, pera o numero achado 25606 assim o seno verso do angulo HBG, 5515, pera o numero quarto; o qual achado, vem à ser 1412, ào qual numero se acrescentarmos o Seno verso do arco de 9 graos, e 46 minutos, (pello qual differe o arco BG, do arco BH) que vem à ser 1450; vem à fazer 2862 que hé o verso do arco HG pello que se este Seno se tirar do Seno total, fica sabido o seno do complemento, e pello conseguinte o seno recto, ào

[344] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 32v.

[345] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 32v.

qual correspondem as taboas dos senos, graos 13, minutos 45. E temos achado o arco HG."[346]

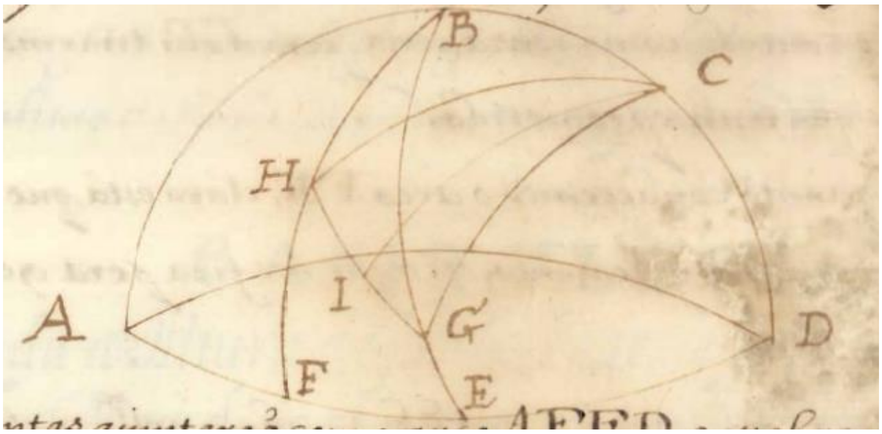


Figura 50 - Esboço elucidativo para a determinação da latitude. Fonte: Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 31.

Considerando este exemplo, concluímos que Valentim Estancel no século XVII já operou com as funções trigonométricas para resolver o problema da determinação da latitude a qualquer hora do dia.

6.2. Comparação do método de Militão e terceiro método prático de Leitão

Ao estudarmos o método de Militão da Mata e o terceiro prático de Peregrino Leitão deparámo-nos com algumas semelhanças nos processos.

O método de Militão da Mata tinha como premissas: a determinação de duas alturas extrameridianas do Sol; conhecer-se o intervalo de tempo entre as duas observações; o valor da declinação; e o valor da latitude estimada (aproximado).

Para mais facilmente se compreender o que verificámos de comum nos processos, dividimos o método de Militão da Mata em três etapas distintas.

1.ª Na primeira etapa, calculava-se o verdadeiro intervalo de tempo entre a observação da maior altura e a passagem meridiana;

2.ª Determinado este valor de tempo, conseguia-se calcular a altura na passagem meridiana do Sol na referida posição;

3.ª Sabendo o valor da altura meridiana, concluía-se o processo aplicando um

[346] Valentim Estancel, *Tiphys Lusitano [...]*, fol. 33 e 33v.

método de determinação da latitude em passagem meridiana.

Vejamos agora o terceiro método de Peregrino Leitão.

As premissas deste método eram: a determinação de uma altura extrameridiana do Sol; conhecer-se o intervalo de tempo verdadeiro entre a observação e a hora da passagem meridiana; o valor da declinação à hora em que era tomada a maior altura; e um valor da latitude estimada.

Como fizemos para Militão, também dividimos o método de Peregrino Leitão em etapas:

1.ª Determinava-se a distância zenital meridiana;

2.ª Obtendo aquele valor, concluía-se o processo aplicando um método de determinação da latitude em passagem meridiana.

Há certas semelhanças que são visíveis logo à partida, quando dividimos os métodos por etapas. Uma das semelhanças que mais nos chamou a atenção foi o facto de o terceiro método ser o único descrito por Peregrino Leitão que tinha como premissa o conhecimento de um valor de latitude estimada. Comparando cada premissa, constatámos que as únicas diferenças eram:

1.ª No método de Militão da Mata era necessário observar duas alturas, em vez de uma e;

2.ª No método de Peregrino Leitão era essencial saber o intervalo de tempo entre a observação e a hora da passagem meridiana.

Este segundo ponto, apesar de, *prima facie*, se revelar uma diferença, indica outra semelhança: A primeira etapa que descrevemos do método de Militão da Mata era precisamente determinar o valor que considerámos como a segunda diferença entre as premissas, ou seja, o valor do intervalo de tempo entre a observação da maior altura e a passagem meridiana.

Retirámos desta parte descritiva dos métodos que poderia realmente haver semelhanças entre as duas últimas etapas do método de Militão da Mata e as duas únicas etapas do terceiro método de Peregrino Leitão.

Contudo, para nos certificarmos de que realmente existiam semelhanças, fomos analisar os cálculos realizados em ambos os métodos.

Verificámos que os cálculos feitos no método descrito por Militão da Mata, durante a primeira etapa, nada têm a ver com o que é feito no terceiro método de Peregrino

Leitão. Por outro lado, a partir da segunda etapa de Militão há de facto semelhanças entre ambos os métodos.

Para mais facilmente verificar as semelhanças, colocámos os processos lado a lado. Ao invés de utilizar valores tabelados, fomos buscar as funções que concluímos que foram utilizadas para gerar os valores tabelados e descrevemos os métodos utilizando essas funções. É ainda relevante salientar que apenas descrevemos os cálculos até serem determinados os valores da segunda etapa de Militão da Mata e da primeira etapa de Peregrino Leitão. Procedemos desta forma por duas razões distintas: a primeira etapa de Militão da Mata não faria sentido comparar porque é independente do que vem explicado no terceiro método de Leitão; as terceiras etapas não fariam sentido comparar porque são somente a aplicação de métodos para a determinação da latitude por observação da altura meridiana do Sol.

Para além disso, a cada valor calculado atribuímos uma letra para mais facilmente descrevermos as conclusões da comparação.

Como na segunda etapa do método de Militão da Mata já tinha sido calculado o intervalo de tempo verdadeiro entre a maior observação e a passagem meridiana, esta variável torna-se comum nos dois métodos. Assim, tínhamos como variáveis:

i) φ_{est} = latitude estimada;

ii) δ = declinação;

iii) Δt = intervalo de tempo entre a observação e a passagem meridiana[347];

iv) a = altura observada;

v) a_M = altura meridiana;

vi) ζ = distância zenital = 90 - a_M.

Nos cálculos e fórmulas apresentados desprezámos algumas somas e subtrações de 10 unidades que, como já explicámos, serviam para acertar os acréscimos que eram feitos.

[347] No método de Militão da Mata, é referido como o "intervalo de tempo entre a observação da maior altura e a passagem meridiana".

Segunda etapa do método traduzido por Militão da Mata	Terceiro método descrito por Peregrino Leitão
$x = log_{10}\left(\frac{1}{\cos(\varphi_{est})}\right)$	$x_1 = log_{10}[\cos(\varphi_{est})] + 10$
$y = log_{10}\left(\frac{1}{\cos(\delta)}\right)$	$y_1 = log_{10}[\cos(\delta)] + 10$
$z = (log_{10}[1 - \cos(\Delta t)] + 10) - 5$	$z_1 = (log_{10}[1 - \cos(\Delta t)] + 10) - 5$
$L = x + y - z$	$L_1 = x_1 + y_1 + z_1$
$M = 10^{L}$	$M_1 = 10^{L_1}$
$N = sen(a) \times 100\,000$	$N_1 = sen(a) \times 100\,000$
$R = N + M$	$R_1 = M_1 + N_1$
$a_M = \sin^{-1}\left(\frac{R}{100000}\right)$	$\zeta = \cos^{-1}\left(\frac{R1}{100000}\right)$

Tabela 3 - Comparação de cálculos entre os métodos descritos por Militão da Mata e Peregrino Leitão.

Da comparação dos cálculos concluímos que:

i) Há fórmulas iguais, particularmente:

a. $z = z_1$;

b. $N = N_1$.

ii) Os cálculos são muito idênticos;

iii) O fim de ambos os processos é obter uma variável que permitisse determinar a latitude pelo método da passagem meridiana (no primeiro caso a altura meridiana, no segundo a distância zenital).

Ao notarmos as referidas semelhanças fomos procurar se havia alguma referência na *Guia Nautica [...]* ou em alguma das duas obras de Norie *A Complete Set of Nautical Tables [...]* ou *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th a John Douwes ou a Ricardo Harrison[348] com o propósito de perceber se Norie ou Peregrino Leitão estavam cientes da existência do método de John Douwes e se tinham propositadamente aproveitado as tábuas e os métodos deste Autor.

[348] Como já descrevemos no capítulo onde analisámos a obra de Militão da Mata, John Douwes foi quem formulou as tábuas assim como o método traduzido na obra *O Destro Observador [...]*. Ricardo Harrison foi quem traduziu os métodos para inglês. Foram estas as razões que nos levaram a ir procurar particularmente estes dois autores.

Nas três obras descobrimos apenas uma referência a John Douwes. Encontrámo-la no prefácio de *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th, onde estava escrito o seguinte:

> "The most approved methods of ascertaining the Latitude and Longitude at Sea by Celestial Observations, also the variation of the Compass by Amplitudes and Azimuths, are explained by proper rules and examples: there is also given a particular description, with the uses, of the various astronomical Instruments employed in taking the Observations. In this part of the work I have given Mr. Douwes' Rules for computing the Latitude by two Altitudes of the Sun, and four different methods of clearing the distance; the last of which, invented by Captain Mendoza Rios, has the advantage of not requiring any distinction of cases. The method of finding the Longitude by a Timekeeper being now much practised, the necessary rules and examples are introduced for that purpose."[349]

Da transcrição podemos concluir que Norie conhecia o trabalho de John Douwes e que na sua obra *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th, descreveu métodos elaborados pelo Professor de cadetes em Amesterdão, para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

Concluímos, portanto, que o terceiro método apresentado na *Guia Nautica [...]* que foi transcrito de *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th se tratava de um método que já tinha sido estudado por John Douwes e traduzido para português por Militão da Mata no século XVIII.

6.3. Evolução da ciência, método e instrumentos

Nos últimos dois Autores analisados (Militão da Mata e Peregrino Leitão), face aos anteriores (Pedro Nunes e Valentim Estancel) verificamos diferenças significativas fruto dos desenvolvimentos da ciência, mas não só; também os próprios instrumentos e formação dos indivíduos que andavam no mar contribuíram para uma diferença gradual (Militão da Mata já teve formação para ser piloto, da mesma forma que Peregrino Leitão também se formou oficial na Escola Politécnica). Deixa de ser necessária a conceção de

[349] Tradução disponível em "Apêndice". J. W. Norie, *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th, pp. 202 e 203

métodos mecânicos, resultado também da formação dos indivíduos e da simplicidade das operações de cálculo que os métodos exigiam (contas de somar e subtrair).

Após o estudo da obra de Militão da Mata, concluímos que houve um enorme progresso no que se refere ao cálculo da latitude, impulsionado sobretudo pelo desenvolvimento da matemática. Com efeito, do século XVII para o século XVIII, com o início da utilização da função logarítmica para a resolução de problemas da matemática, bem como com a tabulação das várias funções trigonométricas e logarítmica, nota-se um abandono total das propostas de métodos mecânicos, e um abandono parcial da abordagem teórica utilizada por Pedro Nunes baseada apenas na geometria[350]. A tabulação das funções trigonométricas e logarítmica, bem como o seu uso em diversas áreas foram como "um virar de página" na forma de resolução dos problemas da navegação.

Concluímos também que, apesar de ser útil o conhecimento das funções utilizadas nos métodos, não seria imprescindível grande aprofundamento na matemática para a prática dos mesmos. Por outro lado, era crucial que os homens que praticavam estes métodos no mar soubessem quando empregar os valores tabelados e que conseguissem realizar operações matemáticas básicas (contas de somar e subtrair)[351].

Não descuramos o trabalho e conhecimentos matemáticos, aí sim, mais aprofundados, dos eruditos que concebiam os métodos, que requeria um inquestionável conhecimento profundo tanto das funções trigonométricas para a resolução de problemas na esfera celeste, como da função logarítmica para, sobretudo, simplificarem os cálculos aos que não tinham tanto tempo para estudar as referidas matérias.

Independentemente da exigência do ensino e, particularmente, do mesmo ter sido alvo de reformas significativas desde a época de Pedro Nunes até aos últimos autores que estudámos, a acessibilidade e facilidade da prática dos métodos no mar nunca deixou de ser um fator a considerar para as conceções dos mesmos.

Na obra *O Destro Observador [...]* o piloto Militão da Mata não descreve a teórica do método por si traduzido, apenas remete para autores, como Pemberton, que a

[350] A geometria continua a ser útil. Tanto para servirem de auxiliar às explicações teóricas de Pemberton; como na *Guia Nautica [...]*, para ajudar a perceber a abordagem teórica feita aos problemas, assim como a compreender os vários cálculos.

[351] A incomensurável utilização da função logarítmica permitia a simplificação dos cálculos.

estudaram. Esta é uma prova concreta de que não era necessário compreender a teoria para passar à prática no mar.

No século que separa Militão da Mata de Peregrino Leitão verificámos o desenvolvimento de novos métodos, mas todos com conceções idênticas, tendo sempre como base a utilização das funções trigonométricas e logarítmica para a resolução dos vários problemas.

Conclusão

O nosso principal objetivo foi perceber qual a evolução dos métodos para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol entre o século XVI e o século XIX. Nesse sentido, analisámos os métodos propostos por Pedro Nunes, Valentim Estancel, Militão da Mata e Peregrino Leitão.

Pedro Nunes descreve na sua obra um processo para a determinação da latitude a qualquer hora do dia, que tinha como requisito obrigatório o conhecimento do valor da declinação da agulha (ou que a mesma fosse nula); e, um segundo processo para o qual o valor da declinação poderia ser desconhecido. Valentim Estancel procede de forma muito idêntica, no que respeita à apresentação de dois processos distintos, considerando as mesmas premissas.

Do primeiro processo destes autores concluímos que:

i) O processo prático é diferente e as fundamentações dos métodos são igualmente distintas;

ii) O método de Estancel apenas exigia a estabilidade do instrumento e a projeção de uma sombra, pelo que acreditamos que seria mais expedito e não estaria sujeito a erros por falta de rigor no desenho de linhas na esfera;

iii) Não pudemos, todavia, concluir se este método seria mais preciso do que o de Pedro Nunes por não haver, ou não termos encontrado, referências escritas da prática do método de Estancel.

Da comparação do segundo processo dos Autores retirámos as seguintes conclusões:

i) O processo prático é muito idêntico;

ii) Os próprios instrumentos utilizados são parecidos e têm as mesmas funções;

iii) A fundamentação da teoria para a elaboração dos métodos é diferente.

Concluímos nas respetivas obras as argumentações teóricas para a conceção dos métodos práticos são diferentes. Pedro Nunes vai-se auxiliar da geometria enquanto Estancel vai apoiar-se nas funções trigonométricas. Apesar de fundamentações diferentes para desenvolverem os métodos práticos, ambos estavam a resolver o mesmo problema, i. é, um ou mais triângulos esféricos. Consequentemente, quando os pilotos praticavam os métodos mecânicos estavam na realidade a resolver triângulos esféricos, utilizando um instrumento (a esfera de Pedro Nunes ou a meia esfera de Estancel).

De Pedro Nunes para Estancel deixa-se de utilizar fundamentações baseadas somente na geometria para a resolução do problema da determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol. O estudo e tabulação das funções trigonométricas vêm trazer a oportunidade de as utilizar em vários problemas da navegação. A tabulação da função logarítmica, assim como a compreensão da utilidade desta função na simplificação dos cálculos, vieram possibilitar a elaboração de métodos com cálculos simples para a resolução do problema em estudo. Assim, a fundamentação de Pedro Nunes sustentada somente na geometria, a partir do século XVII, torna-se obsoleta.

Quando Estancel escreveu a sua obra, a função logarítmica já estava definida e já era discutida no meio académico, ou seja, na época já existiam as ferramentas que vieram permitir a John Douwes a conceção do seu método. Valentim Estancel tinha, portanto, as ferramentas necessárias para "dar o salto" na conceção dos métodos para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

Sensivelmente um século depois de Estancel, Militão da Mata traduz o método concebido por John Douwes. A análise do estudo de H. Pemberton ajudou-nos a perceber a teoria (por detrás do método), que se suporta em fórmulas compostas essencialmente por funções trigonométricas. No método prático utilizavam-se as propriedades da função logarítmica para dessa forma se simplificarem os cálculos.

Peregrino Leitão, o último Autor que analisámos, descreve três métodos práticos. A argumentação teórica e os próprios métodos práticos são elaborados e descritos na mesma linha do que já tinha sido feito na época de Militão da Mata. Como viemos a descobrir da nossa análise comparativa (e na própria obra de Norie) para a conceção de um destes métodos (o terceiro) utilizou-se como referência o trabalho de John Douwes, que já tinha sido traduzido para português, aproximadamente um século antes por Militão da Mata.

No global deste estudo concluímos que: os desenvolvimentos da matemática, com o estudo e tabulação das funções trigonométricas e logarítmica; a evolução dos instrumentos, nomeadamente, o surgimento dos relógios de algibeira no séc. XVIII (que vieram aprimorar a precisão da medição do tempo) e os octantes que vieram substituir instrumentos antigos, como p. ex. o astrolábio e a balestilha; o desenvolvimento e descoberta de novos conceitos de astronomia que, designadamente, permitiram a correção da altura observada e o acerto da declinação; e, por fim, a própria formação dos indivíduos que andavam no mar, que possibilitou a compreensão e prática de métodos que exigiam noções de cálculo e astronomia; vieram possibilitar no século XIX a conceção e prática de métodos, que consideramos simples, para a determinação da latitude por observação de alturas extrameridianas do Sol.

Tendo neste estudo acompanhado, essencialmente, autores nacionais concluímos que o modelo de estudos que chegavam ao nosso país foi-se alterando. No século XVI tínhamos um português (Pedro Nunes) a conceber um método (provavelmente) original. Passado aproximadamente um século Valentim Estancel, um Autor estrangeiro, decide enviar ao rei português o método por si desenvolvido. Independentemente das razões que levaram Estancel a enviar o seu trabalho, uma vez mais, chegava um método considerado inédito a Portugal.

A partir do século XVII os estudos que chegam a Portugal deixam de ser versões originais. Os autores portugueses tentam acompanhar os métodos utilizados nas marinhas estrangeiras, traduzindo-os (importa sublinhar que estas conclusões se limitam ao método que analisámos). A obra *O Destro Observador [...]* de Militão da Mata que surge no século XVIII é a trasladação de um método de John Douwes, que como o próprio Militão indica, já era praticado noutras marinhas. Dois dos métodos da obra de Peregrino Leitão estavam explanados na obra de Norie, pelo que eram também, garantidamente, conhecidos no estrangeiro.

Asseveramos, por fim, que os objetivos propostos para esta dissertação se consideram atingidos, havendo, contudo, sempre espaço para melhorias, como por exemplo uma comparação mais aprofundada das diferenças entre a teoria proposta por cada um dos autores, principalmente no que se refere aos métodos traduzidos por Militão da Mata e Peregrino Leitão.

Fontes e Bibliografia

I. Fontes

CASTRO, João de, *Roteiro da Viagem que D. João de Castro fez a primeira vez que foi à India no ano de 1538.* Disponível a partir de HTTPS://PURL.PT/27123

ESTANCEL, Valentim, *Tiphys Lvsitano ov Regimento Navtico Novo*, Évora, 1658.

LEITÃO, João Peregrino, *Guia Náutica ou Tratado Prático de Navegação*, Lisboa, 1865.

MATA, José Melitão da, *Compendio do Calculo da Latitude no Mar pela Observação dos Astros*, Lisboa, Na Officina de Simão Thaddeo Ferreira ,1789.

MATA, José Melitão da, *O Destro Observador: Methodo Facil de Saber a Latitude no Mar a Qualquer Hora do Dia, Sem Dependência da Observação Meridiana*, Lisboa, Na Officina Luisiana, 1781.

NORIE, John William, *A Complete Epitome of Practical Navigation, containing all necessary instruction for keeping a ship's reckoning at sea: with most approved methods of ascertaining the latitude, by meridian, single, or double altitudes, and the longitude, by chronometers, or lunar observations; Including A Journal of a Voyage from London to Madeira; And every other requisite to form The Complete Navigator; The whole rendered perfectly easy, and illustrated by several engravings. To which is added a correct and extensive set of tables, preceded by a copious explanation of each table*, 8.ª ed., London, 1852.

NORIE, John William, *A Complete Set of Nautical Tables, containing all that are requisite, with the nautical almanac, in keeping a ship's reckoning at sea, and in ascertaining the latitude and longitude by Celestial Observations; Including na accurate and extensive table of the latitudes and longitudes of the principal ports, harbours, capes, etc. in the world; With several other new and improved tables. To which is prefixed a copious explanation of the tables; Likewise Astronomical Problems for finding the latitude by meridian and double altitudes: And the longitude by chronometers and lunar observations*, 15.ª ed., London, 1836.

NUNES, Pedro, *Obras vol. I: Tratado da Sphera Astronomici Introdvctorii de Spaera Epitome*, Fundação Calaouste Gulbenkian, novembro de 2002.

PEMBERTON, Henry, LOND, M. D. & BEROL, R. A., "LXXXI. Some considerations on a late Treatise intituled, a new set of logarithmic solar tables, &c. intended for a more commodious method of finding the latitude at sea, by two observations of the sun", In *Philosophical Transactions of the Royal Society of London,* 1760, pp. 910-929.

II. Bibliografia

Livro Mestre – Classe de Marinha: A, Lisboa: Arquivo Histórico da Marinha, Comando Geral da Armada, p. 41.

Livro Mestre – Classe de Marinha B, Lisboa: Arquivo Histórico da Marinha, Comando Geral da Armada, p. 207.

AA. VV. "MATA (José Militão da)", In *Grande Enciclopédia Portuguesa e Brasileira*, vol. XVI, Editorial Enciclopédia, Limitada, p. 545.

AA. VV. "D. Afonso X", In *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira de Cultura*, vol. 1, ed. séc. XXI, Verbo, pp. 721-726.

ALBUQUERQUE, Luís de, *Curso de História da Náutica*, alfa Biblioteca da Expansão Portuguesa, 1989, pp. 132-138.

ALBUQUERQUE, Luís de, "Duas obras inéditas do Padre Francisco da Costa", In: *Maria Emília Madeira Santos*, (ed.), *Estudos de História da Ciência Náutica*. Homenagem do *Instituto de Investigação Científica Tropical*, pp. 271 – 502.

ARQUIVO HISTÓRICO DA MARINHA, *A Nau "Nossa Senhora da Ajuda e São Pedro de Alcântara"*, Disponível a partir de https://tinyurl.com/6bbwjcz6 (Informação não tratada arquivisticamente).

ARQUIVO HISTÓRICO DA MARINHA, Cartas redigidas por e enviadas a Peregrino Leitão, Lisboa: Documentação Avulsa: João Peregrino Leitão, caixas 749 e 789.

ARQUIVO HISTÓRICO DA MARINHA, *Livros Mestres*, Disponível a partir de https://arquivohistorico.marinha.pt/details?id=41077&ht=livros%7cmestres%7clivro%7cmestre (Informação não tratada arquivisticamente).

BAIÃO, António, "O matemático Pedro Nunes e sua família à luz de documentos inéditos", In *Boletim da Segunda Classe da Academia das Sciencias de Lisboa*, vol. XVI, 9 (1914-1915), p. 90.

BOWDITCH, Nathaniel, *The American Practical Navigator: An Epitome of Navigation*, vol. I, Springfield, Virginia, National Geospatial – Intelligence Agency, 2019.

CAJORI, Florian, "History of the Exponential and Logarithmic Concepts", In *The American Mathematical Monthly*, vol. 20, n.º 2, fevereiro 1913, pp. 35-47.

CAMENIETZKI, Carlos Ziller, "Esboço Biográfico de Valentin Stansel (1621-1705), Matemático Jesuíta e Missionário na Bahia", In *Ideação*, Museu de Astronomia e Ciências Afins, pp. 159-182.

CANAS, António J. D. Costa, "A latitude pelo Sol a qualquer hora do dia", In *Anais Da universidade de Évora*, nº 12, dezembro 2002, pp. 63-86.

CANAS, António J. D. Costa, "Instrumentos Propostos por Pedro Nunes", no prelo.

CANAS, António J. D. Costa, "Tiphys Lusitano Do Padre Valentim Estancel", In *Anais Do Clube Militar Naval*, vol. CXXXVIII, Tomos 4 A 6, abril-junho, Lisboa, 2008, pp. 203-234.

COSTA, A. Fontoura da, *A Marinharia dos Descobrimentos*, Lisboa, Agência Geral do Ultramar, 1960.

CARVALHO, Joaquim de, "Galileu e a Cultura Portuguesa sua Contemporânea", In: *Obra completa. História da Cultura*. 1922 – 1948, vol. III, Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, [s.d.], pp. 405-484.

COTTER, Charles H., *A History of Nautical Astronomy*, London, Hollis & Carter, 1957.

COTTER, Charles H., *A History Review of the Ex-Meridian Problem*, 1964.

CUNHA, Carlos Miguel M. Andrade da, *História do Clube Militar Naval desde a Fundação até 1974*, Mestrado em Ciências Militares Navais (Marinha), Departamento de Ciências do Mar, 2014.

ESCOLA NAVAL, *Caderno de Cálculos Náuticos*, Serviço de Publicações Escolares, 1989.

ESTANCEL, Valentim, *Orbe Affonsino, ou Horoscopio Universal*, Évora, 1658.

FARIA, Fábio Alexandre, *Circulações Internacionais e Liberalismo. O Exílio Liberal Português, 1829 – 1832*, Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção de grau de Mestre em História Moderna e Contemporânea Especialidade em Relações Internacionais, Instituto Universitário de Lisboa, 2015.

FARIA, Fábio Alexandre, "Para uma Perspectiva Sociológica da Evolução do Sistema de Educação Militar em Portugal entre 1790 e 1958".

FRAGA, Luís M. Alves de, *Circulações Internacionais e Liberalismo. O Exílio Liberal Português, 1828-1832*, Dissertação Submetida como Requisito Parcial para a Obtenção do Grau de Mestre, Instituto Universitário de Lisboa, setembro 2015.

FERREIRA, Nuno Alexandre Martins, *A institucionalização do ensino da náutica em Portugal (1779-1807),* Tese de Doutoramento em História dos Descobrimentos e da Expansão, Universidade Clássica de Lisboa, 2013.

GABINETE DE FORMAÇÃO TÉCNICO-NAVAL DE MARINHA, *Navegação Astronómica*, Serviço de Publicações Escolares, 1995.

GAMEIRO, E. Da Silva, *Astronomia Náutica*, Lisboa, Edição do Autor, 1964.

GESSNER, Samuel, "The Conception of a mathematical instrument and its distance from the material world: the 'Pantometra' in Lisbon, 1638", In *Studium: Tijdschrift voor Wetenschaps – en Universiteitsgeschiedenis | Revue d'Histoire des Sciences et des Universités*, vol. 4, n. º 4, 2011, pp. 210-227.

LEITÃO, Henrique "Para uma biografia de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático, 1502-1542", In *Cadernos de Estudos Sefarditas,* n.º 3, Universidade de Lisboa, Centro de História das Ciências, 2003, pp. 45-82.

LEMOS, Carlos M., "Os Logaritmos e as Suas Aplicações nas Ciências Náuticas – Um Apontamento Histórico", In *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática,* n.º 66, maio 2012, pp. 65-104.

MARINHO, Lúcia Maria Rodrigues, *Guardiães do Tempo: a arte da relojoaria na colecção da Casa-Museu Dr. Anastácio Gonçalves*, Dissertação de Mestrado em Arte, Património e Teoria do Restauro, Instituto de História da Arte da Faculdade de Letras da Universidade Clássica de Lisboa, 2010.

MATTOSO, António G., "Guerra dos Trinta Anos", In *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira de Cultura*, vol. 14, ed. séc. XXI, p. 107.

MOURA, Enrique Rodrigues "Engenho poético para cantar um artifício engenhoso. O astrolábio de Valetim Estancel nos versos de Botelho de Oliveira e Gregório de Matos", In *Navegações* – vol. 4, n.º 2, jul./dez. 2011, pp. 151-166.

NASA, *Johannes Kepler: His Life, His Laws and Times*. Disponível a partir de https://www.nasa.gov/kepler/education/johannes .

NAVAL MARINE ARCHIVE - THE CANADIAN COLLECTION, *NORIE, John William 1772-1843*. Disponível a partir de http://navalmarinearchive.com/research/norie.html .

NUNES, Pedro, *Obras vol. IV: De Arte Atque Ratione Navigandi*, Fundação Calaouste Gulbenkian, novembro de 2008.

OLIVEIRA, Simão d', *Arte de Navegar*, Lisboa,1606.

PEREIRA, José Maria Dantas, *Ephemerides Nauticas ou Diario Astronomico para o anno 1798. Calculado para o Meiridiano de Lisboa*, Lisboa, Na Officina da Academia Real das Sciencias, 1796.

PORTUGAL – DCIONÁRIO HISTÓRICO, *Militão da Mata (José)*, Disponível a partir de https://www.arqnet.pt/dicionario/militaomata.html .

ROBERTSON, John, *The Elements of Navigation; containing the theory and practice: with the necessary tables and compendiums for finding the latitude and longitude at sea. To which is added, a treatise of marine fortification. Composed for the use of the Royal Mathematical School at Christ's Hospital, the Royal Academy at Portsmouth, and the gentlemen of the navy*, vol. II, London, 1805.

SILVA, Luciano Pereira da, *Obras Completas*, vol. II, Lisboa, Agência Geral das Colónias, 1945.

SPANEL PLANETARIUMI, *Coordinates*, Disponível a partir de https://www.wwu.edu/astro101/a101_coordinates.shtml.

ŠTĚPÁNEK, Pavel "Valentin Stansel – Um Observador Tcheco do Céu Brasileiro", In *Ibero-Amricana Pragensia* – Año XLI – 2007 – pp. 189-204.

TOPA, Francisco, *Edição crítica da obra poética de Gregório de Matos*, vol. II, Porto, Edição dos Sonetos, 1999.

Apêndice

Traduções

Tradução de latim para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "3.2.3.1. Terceira observação para resolução da ambiguidade da posição do polo"

"Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, situ meridiani et declinatione Solis ignoratis. Cap. 15."[352]	Uma forma de encontrar a altura do polo pelos raios do Sol, declinação e sítio do meridiano não conhecidos. Tradução livre do autor.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "4.1. Contextualização científica e histórica"

"These included calculations using logarithms, which he developed, and provided perpetual tables for calculating planetary positions for any past or future date."[353]	Isto incluía cálculos usando logaritmos, que ele desenvolveu e forneceu, e providenciou tabelas para calcular posições planetárias para qualquer data do passado ou futuro. Tradução livre do autor.

Tradução de francês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "4.2. Síntese da biografia de Estancel"

"[…] il y mourut, le 18 décembre 1705, et non en 1715 ou en 1690 d'aprés la Biogr. Univ.; Pelzel dit q'on ignore l'année de sa mort. Dans nos Archives on ne trouve pas la date; mais il vivait encore en 1701, et n'est plus dans le catalogue de 1707"[354]	Ele morreu a 18 de dezembro de 1705, e não em 1715 ou 1690 de acordo com a Biogr. Univ.; Pelzel diz que o ano da sua morte é desconhecido. Nos nossos arquivos nós não encontramos a data; mas ainda estava vivo em 1701 e não está mais no catálogo de 1707. Tradução livre do autor.

[352] Pedro Nunes, *Obras. De Arte Atque Ratione Navigandi*, vol. IV, p. 172

[353] NASA, *Johannes Kepler: His Life, His Laws and Times*, disponível em https://www.nasa.gov/kepler/education/johannes, acedido em fevereiro de 2021.

[354] «Carlos Sommervogel, "Stansel, Estancel, Valentim," in: *Bibliothéque de la Compagnie de Jésus*, vol. VII. Oscar Schepens, Bruxelas, 1896, col. 1482»; apud António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval*, vol. CXXXVIII, Tomos 4 A 6, abril-junho, Lisboa, 2008, p. 205.

Tradução de latim para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "4.3. Obra de Estancel"

"[…] auctoris novi Instrumenti Mathematici quo nautas Oceanum navigant docet Singulis horis Solis, et Polorum altitudinem sumere"[355]	autor do novo instrumento matemático que ensina/leva a todos os nautas que navegam no oceano a hora do Sol e a altura do polo Tradução livre do autor.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "5.2.1. Análise ao estudo de Pemberton"

"A problem similar to this is proposed, and solved instrumentally upon a globe, by a very early writer, Petrus Nonius (a) namely, to find the latitude by two altitudes of the sun, and the angle made by the azimuth circles passing through the sun, when the altitudes are taken."[356]	Um problema semelhante a este é proposto e resolvido instrumentalmente utilizando um globo, por um escritor muito antigo, Pedro Nunes (a), designadamente, determinar a latitude por duas alturas do Sol e o ângulo feito pelos círculos azimutais que passavam pelo Sol, quando as alturas eram determinadas. Tradução livre do autor.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "5.2.1. Análise ao estudo de Pemberton"

"And since more commodious and accurate instruments for measuring time have been invented, than were known to this author, the other problem has been proposed for the same purpose, of which a construction upon principles of the stereographic projection of the sphere is exhibited by Mr. Collins, in his Mariner's Plain Scale new planed (b). [...]" [357]	E uma vez que foram inventados instrumentos mais cômodos e precisos para medir o tempo, do que então conhecidos por este autor, o outro problema foi proposto com o mesmo propósito, do qual uma construção sobre os princípios da projeção estereográfica da esfera é exibido por Mr. Collins, na sua Mariner's Plain Scale novo planeamento. Tradução livre do autor.

[355] António Costa Canas, "Tiphys Lusitano do Padre Valentim Estancel", In *Anais do Clube Militar Naval,* vol. CXXXVIII, Tomos 4 A 6, abril-junho, Lisboa, 2008, p. 206.

[356] H. Pemberton, "*LXXXI Some Considerations on a late Treatise [...]*", In *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, p. 910.

[357] Idem, *ibidem*, p. 910.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "5.2.1. Análise ao estudo de Pemberton"

"And as the direct method of solving both these problems by numbers requires a diversity of trigonometrical operations, a set of tables has lately been published [...]"[358].	E como o método direto de resolver ambos os problemas por números requerem uma diversidade de operações trigonométricas, um conjunto de tabelas foi recentemente publicado. Tradução livre do autor.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "5.2.1. Análise ao estudo de Pemberton"

"That the square of the radius is to the rectangle under the sines of the sides containing any angle, as the versed sine of that angle to the difference between the versed sines of the third side, and of the difference between the sides containing the angle." [359]	Que o quadrado do raio é ao retângulo sob os senos dos lados contendo qualquer ângulo, como o seno verso desse ângulo à diferença entre os senos versos do terceiro lado, e da diferença entre os lados que contêm o ângulo. Tradução livre do autor.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "6.2.2.2.2. Tábua IX"

"[...] and as it does not extend to altitudes less than 5°, the least altitude at which observations can be depended on for their accuracy, the corrections are always additive to the observed altitude of the sun's lower limb."[360]	[...] e como não se estende a altitudes inferiores a 5º, a menor altitude a que as observações podem ser confiáveis para se obter precisão, as correções são sempre aditivas à altitude observada do limbo inferior do Sol. Tradução livre do autor.

[358] Idem, *ibidem*, p. 911.

[359] Idem, *ibidem*, pp. 911 e 912.

[360] J. W. Norie, *A Complete Set of Nautical Tables [...]*, p. iii

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo: "6.2.4.1.2. Tábua XXIX"

"These tables are calculated expressly for the purpose of finding the latitude by two altitudes of the sun and the elapsed time; but the last is applied to several other problems in nautical astronomy."[361]	Estas tabelas são calculadas expressamente com o propósito de determinar a latitude por duas alturas do Sol e o tempo decorrido; mas a última é aplicável a vários outros problemas de astronomia náutica. Tradução livre do autor.

Tradução de inglês para português. Transcrição transposta neste estudo no subcapítulo:

"7.2. Comparação do método de Militão e terceiro método prático de Leitão"

"The most approved methods of ascertaining the Latitude and Longitude at Sea by Celestial Observations, also the variation of the Compass by Amplitudes and Azimuths, are explained by proper rules and examples: there is also given a particular description, with the uses, of the various astronomical Instruments employed in taking the Observations. In this part of the work I have given Mr. Douwes' Rules for computing the Latitude by two Altitudes of the Sun, and four different methods of clearing the distance; the last of which, invented by Captain Mendoza Rios, has the advantage of not requiring any distinction of cases. The method of finding the Longitude by a Timekeeper being now much practised, the necessary rules and examples are introduced for that purpose."[362]	Os métodos mais aprovados de determinar a latitude e longitude no mar por observações celestes, também a variação da agulha pelas amplitudes e azimutes, são explicadas por regras próprias e exemplos: também é dada uma descrição particular, dos vários instrumentos astronómicos utilizados para fazer as observações. Nesta parte do trabalho, apresentei as regras do Sr. Douwes para calcular a latitude por duas alturas do Sol, e quatro diferentes métodos para compensar a distância; o último dos quais, inventado pelo Capitão Mendoza Rios, tem a vantagem de não requerer nenhuma distinção de casos. O método de encontrar a longitude por um cronometrista que é agora muito praticado, as regras e exemplos necessários foram introduzidos para esse propósito. Tradução livre do autor.

[361] J. W. Norie, *A Complete Set of Nautical Tables [...]*, p. xvii.

[362] J. W. Norie, *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th, pp. 202 e 203

Anexos

Anexo 1 – Exemplo II do método de determinação da latitude de Militão da Mata

32 O DESTRO

Exemplo II.

Neſte exemplo ſupporemos as obſervações feitas ambas de manhãa, e que a latitude calculada vem a differir conſideravelmente da eſtimada.

Navegando na latitude eſtimada Norte de 50° 40′, e tendo o Sol de Declinaçaõ Sul 20° 00′ ás 10 horas e 17 minutos da manhãa, (ſegundo o relogio) obſervou-ſe a altura verdadeira do Sol de 17° 13′, e ás 11 horas e 17 minutos tornou-ſe a obſervar, e achou-ſe 19° 41′ de altura: pergunta-ſe a latitude verdadeira, e a hora.

Latitude eſtimada - - - - 50° 40′ - L.S.R. 0.19803
Declinaçaõ do Sol - - - - 20 00 - - L.S.R. 0.02701

Logarithmo Racional - - - - - - - - - - - 0.22504

Tempo	Alturas	Senos Nat.
10^h 17′ 00″	17° 13′ - -	29599
11 17 00 -	19 41 - -	33682

Interv. 1 00 00 4083 Diff. ſeu log. 3.61098
0 30 00 meio intervallo. Seu log. - - 0.88430

1 00 50 tempo correſpondente á ſomma deſtes tres Logarithmos 4.72032
0 30 50 Dif-

OBSERVADOR. 33

30′ 50″ Differença e diſtancia da maior altura ao meio dia
43 00 ſegundo o relogio

12′ 10″ o relogio atrazado

Logarithmo D. M. de 30′ 50″ de diſtancia da maior altura ao meio dia - - 2.95579
Logarithmo Racional - - - - - - - 0.22504

Differença deſtes dous Logarithmos - - - 2.73075

Número Natural, correſpondente á dita differença - - - - - 538
Seno Natural da maior altura - 33682

Somma - - - - - - - - 34220 Seno Natural da altura Meridiana: correſponde a - - - - 20° 01′
90 00

Diſtancia do Sol ao Zenith - - - - - - 69 59
Declinaçaõ do Sol Sul - - - - - - - 20 00

Latitude obſervada Norte - - - - - - 49 59

Como eſta latitude differe da latitude eſtimada 41′, ſerá preciſo repetir a operaçaõ uſando deſta meſma latitude em lugar da eſtimada, que ſe empregou da primeira vez.

Latitude calculada - 49° 59′ - - L.S.R. - - 0.19178
Declinaçaõ do Sol - 20 00 - - L.S.R. - - 0.02701

Logarithmo Racional - - - - - - - 0.21879
E Lo-

34 O DESTRO

Logarithmo Racional - - - - - - - - 0.21879
Logarithmo da differença dos Senos
Naturaes das duas alturas - - - - - 3.61098
0h 30′ 00″ Do meio intervallo. Seu Log. - - 0.88430

1 00 00 Tempo correſpondente á ſomma
deſtes tres Logarithmos 4.71407
0 30 00 Differença e diſtancia da maior
altura ao meio dia
43 00 Diſtancia ao meio dia ſegundo o
relogio

13 00 Que o relogio anda atrazado

Log.D.M.de 30′ diſtancia da maior altura ao
meio dia - - - - - - - - - - 2.93223
Logarithmo Racional - - - - - - - 0.21879

Differença deſtes dous Logarithmos - - - 2.71344

Numero Natural correſpondente a eſte Loga-
rithmo - - - - - - - - - - - - - 517
S. N. da maior altura - - - - - - 33682

Somma - - - - - - - - - - 34199 S.N.
da altura Meridiana - - - - 20° 00′
90 00

Diſtancia do Sól ao Zenith - - - 70 00
Declinaçaõ do Sol - - - - - 20 00

Latitude correcta - - - - - - 50 00

Eſta latitude differe ſó 1 minuto da
que ſe empregou no cálculo, e por conſe-
quen-

Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 32 a 34.

Anexo 2 – Exemplo III do método de determinação da latitude de Militão da Mata

40 O DESTRO.

No exemplo ſeguinte ſupporemos hum mao relogio, e que houve conſideravel differença de longitude no intervallo das obſervações.

Exemplo III.

Depois de varios dias de maõ tempo, e nevoado, ſendo no relogio 9 horas e 8 minutos da manhãa, deſcobrindo o Sol, obſervou-ſe logo a ſua verdeira altura de 20° 58', demorando ao S4SE da Agulha: o Navio andava a E4NE 6 milhas cada hora; e ſendo 23 minutos depois do meio dia, tornou a apparecer o Sol, e obſervou-ſe de 28° 21' a ſua altura correcta. A latitude eſtimada era de 43° 45' Norte. A Declinaçaõ do Sol era de 15° 14', e o relogio atrazava-ſe em 24 horas 8 minutos. Quero ſaber a latitude verdadeira, e a hora do dia.

Primeiramente para ſabermos o verdadeiro intervallo entre as duas obſervações, faremos huma regra de tres, dizendo: ſe o relogio em 24 horas ſe atraza 8 mi-

OBSERVADOR. 41

minutos, em 3 horas atrazar-ſe-ha 1 minuto, o qual deve ſer accreſcentado ao intervallo de 3 horas e 15 minutos, que o meſmo relogio moſtrou.

Depois veremos o angulo que o rumo, a que demora o Sol, fórma com aquelle a que navegou o Navio; e ſendo no exemplo propoſto recto, naõ haverá correcçaõ que fazer á 1.ª altura.

Porém pela differença de longitude para *Leſte*, navegada no dito intervallo, a qual neſte caſo, ſendo de 18 minutos de grao, lhe correſponde 1 minuto de tempo, (deſprezando os ſegundos) devemos accreſcentá-lo tambem ao meſmo intervallo: e tendo feito as ditas correcções, procederemos na operaçaõ pelo methodo já explicado.

Latitude eſtimada - - -	43° 45' - -	L.S.R. -	0.14124
Declinaçaõ do Sol - - -	15° 14 - -	L.S.R. -	0.01553
Logarithmo Racional - - - - - - - -			0.15677

F Lo-

Logarithmo Racional - - - - - 0.15677
h. m. ſ. S. N.
9 8 00 - 1.ª alt. 20° 58′ 35782
12 23 00 - 2.ª alt. 28 21 47486

Interval. pelo rel. } 3 15 00 Diff. - - - 11704 log. 4.06833
1 00 Erro do relogio

3 16 00 Somma
1 00 Diff. de long. em tempo

3 17 00 Somma
1 38 30 Meio Intervallo - - - 0.38020
46 30 - - - - - - - 4.60530

52 00 Differença e diſtancia
pelo rel. 23 00 do meio dia á 2.ª ob-
Erro do rel. 29 00 ſervação: ſeu Log. - 3.40875
Log. Racional - - - 0.15677

Differença - - - - - - - - - - - - 3.25198

Número correſpond. a eſte Log. - 1786
Seno Natural da maior altura - - 47486

Somma - - - - - - - - 49272 Seno
natural da altura Meridiana - - - - - 29° 31′
90 00

Diſtancia do Zenith ao Sol - - - - - - 60 29
Declinação do Sol - - - - - - - - - 15 14

Latitude calculada - - - - - - - - - 45 15

Por eſta operação conhecemos que o relogio andava atrazado 29′, e que a latitude

tude calculada differe da eſtimada 1° 30′, e para tirarmos a prova da certeza do cálculo devemos repetí-lo, uſando da meſma latitude calculada, em lugar da eſtimada que da primeira vez empregámos; e ſe a latitude que reſultar for com pouca differença a meſma que agora ſe achou, eſſa diremos he a verdadeira latitude.

Latitude calculada - 45° 15′ L.S.R. - 0.15242
Declinação do Sol - 15 14 - L.S.R. - 0.01553

Logarithmo Racional - - - - - 0.16795
Meio Intervallo: Log. - - - 0.38020
Logarithmo da Differença dos Senos 4.06833

Somma - - - - - - - - - - - 4.61648 tempo
correſpondente - - 47′ 30″
Meio intervallo - - - 1h 38 30

Diſtancia ao Meridiano - 51 00 Log. - 3.39195
Logarithmo Racional - - - - - - - 0.16795

1675 Num. correſpond. a eſte Log. 3.22400
47486 Seno Natural da maior altura

Sôma 49161 Seno Natural da altura Meridiana 29° 27′
90 00

Diſtancia do Zenith ao Sol - - - - - - 60 33
Declinação do Sol - - - - - - - - 15 14

Latitude verdadeira - - - - - - - - 45 19

F ii Co-

Como eſta latitude differe ſó 4 minutos da que ſe empregou para o cálculo, podemos reputá-la pela verdadeira.

Exemplo IV.

Navegando pela latitude eſtimada Norte de 44° 0′, na manhãa de 29 de Dezembro de 1779, obſervei huma exacta altura do Sol de 20° 59′: no meſmo inſtante virei huma ampolheta de meia hora, (porque tinha o relogio deſconcertado) e paſſadas tres ampolhetas tornou a apparecer o Sol, e logo obſervei hũa ſegunda altura correcta de 22° 29.′ Ao tempo da obſervaçaõ da primeira altura demorava o Sol ao S4SE, e o Navio em o eſpaço de tempo que paſſou entre as duas obſervaçoẽs navegou ao OSO nove milhas por hora. Quero ſaber a latitude verdadeira, e as horas que eram ao tempo em que ſe obſervou a maior altura.

A diſtancia de 13 e ½ milhas navegada no intervallo das obſervaçoẽs, deve ſer carteada pelo angulo de 78° 45′ que fórma

Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...],* pp. 40 a 44.

Anexo 3 – Exemplo IV do método de determinação da latitude de Militão da Mata

44 O DESTRO

Como eſta latitude differe ſó 4 minutos da que ſe empregou para o cálculo, podemos reputá-la pela verdadeira.

Exemplo IV.

Navegando pela latitude eſtimada Norte de 44° o′, na manhãa de 29 de Dezembro de 1779, obſervei huma exacta altura do Sol de 20° 59′: no meſmo inſtante virei huma ampolheta de meia hora, (porque tinha o relogio deſconcertado) e paſſadas tres ampolhetas tornou a apparecer o Sol, e logo obſervei hũa ſegunda altura correcta de 22° 29.′ Ao tempo da obſervaçaõ da primeira altura demorava o Sol ao S4SE, e o Navio em o eſpaço de tempo que paſſou entre as duas obſervações navegou ao OSO nove milhas por hora. Quero ſaber a latitude verdadeira, e as horas que eram ao tempo em que ſe obſervou a maior altura.

A diſtancia de 13 e $\frac{1}{2}$ milhas navegada no intervallo das obſervações, deve ſer carteada pelo angulo de 78° 45′ que fórma

OBSERVADOR. 45

ma o rumo a que o Sol demorava, com aquelle a que o Navio navegou, para termos a primeira altura reduzida ao lugar da ſegunda obſervaçaõ: e como pela dita carteaçaõ achamos 2 $\frac{6}{10}$ minutos para o lado adjacente ao dito angulo, que podemos tomar *por 3* minutos, os accreſcentaremos á primeira altura, e a differença em tempo para Leſte q̃ houver, a accreſcentaremos tambem ao intervallo das obſervações, e feitas *eſtas correcções* teremos

1.ª alt. - -	20°59′			
	3′	Lado adjacente		
		S. N.		
1.ª alt. red.	21 2	35891	Lat.eſt.40° 00′ L.S.R.	0.14307
			Dec. 23 14 L.S.R.	0.03673
2.ª altura	22 29	38241	Log. Racional -	0.17980
		2350	Differença: ſeu Log.	3.37107
3 Ampolhetas - -		1ʰ 30′		
Differ.de long.em tempo		1		
Intervallo verdadeiro		1 31		
Metade - - - - -		45′30″	Log.M.I.	0.70503
		20 30	temp.corr.	4.25590
		25 00	D. M.	2.77405
				25 00

46 O DESTRO

25'00" Diſtancia ao Meridiano 2.77405
Log.Racional 0.17980

2.59425 cor-
reſpondente a 393
Seno da maior alt. 38241

38634 Seno
da altura Meridiana 22° 44'
90 00

Diſt.do Zenith ao Sol	67	16
Declinaçaõ do Sol	23	14
Latitude - - -	44	02

Como a latitude achada differe ſó 2' da eſtimada, podemos julgá-la verdadeira.

Os exemplos referidos contém ſufficiente variedade para fazerem comprehender baſtantemente a explicaçaõ deſte methodo, em cuja práctica deve o curioſo exercitar a ſua phantaſia muitas vezes, a fim de lhe ficar ſendo mais expedita e practicavel a operaçaõ, e as excepções que podem occorrer na ſua execuçaõ, a qual ſe facilitará muito, logo que houver huma pouca de attençaõ em ler tudo com reflexaõ, comparando os exemplos com as Taboas, e com os preceitos e regras q̃ os precedem, e in-

OBSERVADOR. 47

inventar novos exemplos, ſemelhantes aos q̃ ficam explicados; e deſta ſorte virá a ſer-lhe taõ familiar a practica deſtas Taboas, como o ſaõ quaeſquer outras uſuaes na Navegaçaõ.

Reflexões ſobre o methodo precedente de achar a latitude, e modificações que em certos caſos ſe lhe devem applicar.

Quando o Sol paſſa muito perto do Zenith, os Senos de ſuas alturas tem taõ pequena differença entre ſi, que ficará em dúvida que arco ſe deve eleger como pertencente ao Seno Natural da altura Meridiana. Em tal caſo ſerá muito mais facil practicar as regras ſeguintes:

1.ª Buſque-ſe a altura Meridiana * que

* Para achar a altura Meridiana do Sol para huma latitude dada, baſta ajuntar o complemento da latitude com a Declinaçaõ, ſe ambas forem da meſma denominaçaõ; e a ſomma ſerá a altura Meridiana: mas ſe forem de denominaçaõ contrária, a differença entre o dito complemento da latitude, e a Declinaçaõ, ſerá a

Fonte: Militão da Mata, *O Destro Observador [...]*, pp. 44 a 47.

Anexo 4 – Comparação do primeiro método prático de Leitão com método de Norie

Descrição do método por Norie	Descrição do primeiro método prático por Peregrino Leitão
A direct Method of finding the Latitude by two Altitudes of the Sun, the Time elapsed between the Observations, and the Sun's Declination when the greater Altitude was observed.* RULES. 1. Add together the *true altitudes* (found as before), and take half their sum; subtract the less altitude from the greater, and take half their difference. 2. Find the interval between the times of observing the two altitudes, which call *elapsed time;* take half of the elspsed time, and reduce it to degrees, &c. by Table XIX. * This method of finding the Latitude by two Altitudes of the Sun, which is much simpler and more general than the former, and independent of the Latitude by Account, was proposed by Mr. James Ivory, who has given an ingenious Solution of it in the Philosophical Magazine for August 1821. Mr. Riddle, of the Royal Naval Asylum, Greenwich, has since considerably improved Mr. I.'s Solution, and given a Rule, similar to the above, in the same Work for September 1822. 3. Add together the *co-secant* of half the elapsed time (reduced as above)* and the *secant* of the declination; their sum will be the *co-secant* of *arc first.* 4. Add together the *co-secant* of arc first, the *co-sine* of half the sum of the altitudes, and the *sine* of half their difference: the sum of these logarithms will be the *sine* of *arc second.* 5. Add together the *secant* of arc first, the *sine* of half the sum of the altitudes, the *co-sine* of half their difference, and the *secant* of arc second: their sum will be the *co-sine* of *arc third.* 6. Add together the *secant* of arc first (already found), and the *sine* of the declination; their sum will be the *co-sine* of *arc fourth,* when the latitude and declination are of the same name; but when they are of contrary names, take the supplement for *arc fourth.* 7. Take the sum or difference of arcs third and fourth, for *arc fifth.* (See Note.) 8. Add together the *secants* of arc second (already found) and arc fifth; their sum will be the *co-secant* of the *Latitude.* NOTE. When the sum of arcs third and fourth is equal to, or greater than 90°, their difference is always *arc fifth;* but when their sum is less than 90° (which will rarely happen), it may be doubtful whether their sum, or difference, ought to be taken for *arc fifth.* But the computation is soon made on both suppositions, for the secant of arc fifth is the last logarithm which is taken from the Table, and the other parts of the calculation are therefore not affected by the change: one of the results must certainly be the required latitude, and the latitude by account will generally be sufficient to determine which of them ought to be taken.	325. 1.° Sommem-se as alturas verdadeiras, e tome-se metade; tire-se a menor altura da maior, e tome-se metade da differença. 2.° O meio intervallo de tempo entre as observações se reduzirá a gráus, pela taboa XIX. 3.° Sommem-se a cosecante do meio intervallo de tempo e a secante da declinação; a somma será o logariihimo da cosecante do 1.° arco. 4.° Sommem-se, a cosecante do 1.° arco, o coseno da metade da somma das alturas, e o seno da metade da sua differença: a somma d'estes logarithimos será o logarithimo do seno do 2.° arco. 5.° Sommem-se a secante do 1.° arco, o seno da metade das alturas, o coseno da metade da sua differença, e a secante do 2.° arco: a somma será o logarithimo do coseno do 3.° arco. 6.° Sommem-se a secante do 1.° arco, e o seno da declinação: a somma será o coseno do 4.° arco, quando a latitude e a declinação forem da mesma denominação; mas sendo de differente nome, tome-se o supplemento para ter o 4.° arco. 7.° A somma ou differença do 3.° e 4.° arcos, dará o 5.° arco. 8.° Sommem-se as secantes dos 2.° e 5.° arcos, a somma será o logarithimo da cosecante da latitude. Nota. Quando a somma dos 3.° e 4.° arcos se veja ser igual ou maior que 90°, a sua differença será sempre o 5.° arco, porém quando a sua somma fôr menor que 90°, (o que poucas vezes acontecerá) fica duvidoso se se deve tomar para o 5.° arco, a sua somma ou differença. Por tanto faz-se o calculo nas duas hypotheses (sem difficuldade porque a secante do 5.° arco é o ultimo logarithimo que se procura, e os outros elementos do calculo, não têem alteração): um dos dois resultados será sem duvida a latitude que se pede; e a estima em geral bastará para mostrar qual d'ellas se deverá adoptar.
Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, pp. lvi e lvii.	**Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 90 a 91.**

Exemplo de Norie

EXAMPLE III.

September 9, 1835, in latitude by account 6° 30′ N., at 0h. 24m. 20s. by a chronometer, shewing Greenwich mean time, the altitude of the sun's lower limb was 69° 49′ 30″, and at 2h. 44m. 20s. by the same chronometer, the altitude was 35° 10′ 30″, the instrument being adjusted, and the height of the observer's eye 18 feet: required the latitude at the time the greater altitude was taken.

	° ′ ″
Sun's declination for mean noon September 9, by Page II. of Nautical Almanac	5 30 24 N.
Corr. for Greenwich mean time, 0h. 24m., when the greater alt. was taken......	− 0 23
Sun's declination at Greenwich mean time..............................	5 30 1 N.

	° ′ ″		° ′ ″
First obs. alt. of sun's low. limb...	69 49 30	Second obs. alt. of sun's low. limb	35 10 30
Corr. Table IX. + 11′.4 =	+ 11 24	Corr. Table IX. + 10′.5 =	+ 10 30
Sun's true alt. at first obs.	70 0 54	Sun's true alt. at second obs.	35 21 0

	Altitudes. ° ′		Times by Chron. h. m. s.	
	70 1	....	0 24 20	
	35 21	....	2 44 20	
Sum...	105 22	half 52 41	2 20 0	Elapsed time.
Diff....	34 40	half 17 20	1 10 0	Half-elapsed time = 17° 30′

	° ′				
Half-elapsed time .	17 30	...Co-secant 0.52186			
Sun's declination .	5 30	...Secant ... 0.00200			...Sine ... 8.98157
Arc first	17 25	...Co-secant 0.52386	...Secant ...	0.02038	...Secant . 0.02038
Half sum alts	52 41	...Co-sine... 9.78263	...Sine	9.90053	
Half diff. alts......	17 20	...Sine 9.47412	...Co-sine ...	9.97982	
Arc second	37 7	...Sine 9.78061	...Secant ...	*0.09832	
Arc third	3 47		...Co-sine ...	9.99905	
Arc fourth	84 14				...Co-sine . 9.00195
Arc fifth	80 27	...Secant ... 0.78013			
		Secant ...*0.09832			
Latitude	7 36 N.	......Co-secant 0.87845			
Arc fifth	88 1	.........Secant ... 1.46081			
		Secant ...*0.09832			
Latitude	1 35 N.	......Co-secant 1.55913			

The sum of the third and fourth arcs being less than 90°, this example admits of two answers: first, by taking the difference of the arcs, the latitude comes out 7° 36′; and by taking their sum, the latitude will be 1° 35′; but it is evident that the former, agreeing nearly with the latitude by account, will be the required latitude.

* H 2

Fonte: J. W. Norie, *A Complete Set of Tables [...]*, p. lix.

Exemplo de Peregrino Leitão

A 8 de setembro de 1861, na latitude estimada 6° 30′ N, ás 11 h. 7′ 20″ hora media em Greenwich, dada por um chronometro (a quem se applicou o seu estado n'esse dia) a altura observada do limbo inferior do sol era de 69° 49′ 30″, e ás 13 h. 27′ 20″ pelo mesmo chronometro, a altura era de 35°10′30″, e sendo 18 pés a altura do olho do observador, pede-se a latitude, á hora da maior altura.

Declin. a 8 de setembro ao ½ dia de Greenw.	5°40′36″ N
Correcção para 11 h. 7′ (hora em Greenw. quando foi observada a maior altura) .	−10 35 (tab. XXI)
Declin. do sol á hora media em Greenwich	5 30 1 N

1.ª alt. obs. do limb. inf. do sol. . . .	69°49′30″	2.ª alt. obs. do limb. inf. do sol. . . .	35°10′30″
Corr. tab. IX = . .	+ 11 24	Corr. tab. IX = . .	+ 10 30
Alt. verd. do centro do sol	70 00 54	Alt. verd. do centro do sol	35 21 00

	Alt. verd.	*Horas no chron.*	
	70 00 54	11 7 20	
	35 21 00	13 27 20	
Somma	105 22	2 20 00	intervalo de tempo
Differ.	34 40		
½ som.	52 41	1 10 00	meio int. de temp. = 17° 30′
½ differ	17 20		

Meio interv.	17°30′00″	cosec. 0,52186 (tab. XXV)		
Decl. á hora	5 30 00	sec. . 0,00200.		seno 8,98157
1.º arco . . .	17 25	cosec. 0,52386	sec. 0,02038	sec. 0,02038
½ s. das alt.	52 41	cos. . 9,78263	sen. 9,90053	
½ dif. das alt.	17 20	sen. . 9,47412	cos. 9,97982	
2.º arco . .	37 7 N	sen. 9,78061	sec. 0,09832	
3.º arco . .	3,47	. . . .	cos. 9,99905	
4.º arco . .	84 14	. . . .		cos. 9,00195
5.º arco . .	80 27	(4.º—3.º arcos) sec. 0,78013		
		2.º arco. . sec. 0,09832 N		
Latitude N.	7°36′	cosec. 0,87845		

Outra hypothese, visto ser este o caso de que se trata na nota do § 325.

5.º arco = (3.º + 4.º arcos) 88°1′.	sec. 1,46081
2.º arco . . .	sec. 0,09832
Latitude N. . . . . . . 1°35′	cosec. 1,55913

333. Já se vê porém que sendo este o caso em que se podem admittir as duas hypotheses, a latitude 7°36′ N, é a que se approxima mais da estimada, e por isso aquella com que devemos contar.

Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 92 a 94.

Anexo 5 – Comparação do terceiro método prático de Leitão com método de Norie

Descrição do método por Norie	Descrição do terceiro método prático por Peregrino Leitão
To find the Latitude by an Altitude of the Sun taken near the Meridian; having the Apparent Time from Noon, the Latitude by Account, and the Sun's Declination at the Time of Observation. RULE 1. From the observed altitude, find the sun's true altitude, and reduce the declination, taken from Page I. of the month in the Nautical Almanac, to the apparent time of observation by Table XXI. or XXXIII. 2. Add together the log. rising of the time from noon (XXIX.) the log. co-sine of the latitude (XXV.) and the log. co-sine of the declination; the natural number corresponding to the sum of these three logarithms (rejecting the tens in the index) (XXIV.) being found, and added to the account, it will be advisable to repeat the operation, using that latitude instead of the latitude by account. NOTE. The apparent time at the ship when the altitude is taken, may be ascertained by altitudes observed when the sun is at a proper distance from the meridian, as shewn hereafter, and the error it then had, applied to the time shewn by the same watch when the altitude is taken; and should the ship have changed her meridian since the error of the watch was ascertained, the difference of longitude made, must be reduced into time by Table XIX., and added thereto, if east, or subtracted from it, if west. Or, the apparent time at the ship may be obtained by means of a chronometer shewing mean time at Greenwich, by applying to that time the equation taken from Page II. of the month in the Nautical Almanac, in order to reduce it to apparent time at Greenwich: to this add the longitude of the ship (reduced into time by Table XIX.), if it be east, or subtract it, if west, and the result will be the apparent time at the ship. The observations should be taken within the following limits, *viz.* the number of the minutes in the time from noon should not exceed the number of degrees of the sun's meridian zenith distance. (See Note at the bottom of Page 192.)	349. Vejamos agora como se póde achar a latitude pela observação de uma altura tomada proximo do meridiano tendo o espaço de tempo verdadeiro entre o meio dia e o momento da observação, a latitude estimada, e a declinação para a hora em que se tomar a altura. 350. Regras. 1.ª Da altura observada passe-se á verdadeira, e reduza-se a declinação á hora da observação pela taboa XXI ou pelo uso da XXXIII. 2.ª Sommem-se os logarithimos, do espaço de tempo verdadeiro entre o meio dia e o momento da observação, tirado da taboa XXIX, o logarithimo do coseno da latitude estimada (taboa XXV), e o logarithimo do coseno da declinação; procure-se o numero natural correspondente á somma d'estes tres logarithimos (despresando as dezenas da caracteristica) (taboa XXIV), que junto ao seno natural da altura verdadeira (taboa XXVI) tão sómente as primeiras 5 letras, dará o coseno natural da distancia zenithal meridiana, á qual applicando a declinação como no § 304 resultará a latitude. 351. Se a latitude assim achada differir consideravelmente da latitude estimada, será conveniente repetir a operação usando d'aquella latitude em logar da estimada. 352. Nota. A hora verdadeira a bordo no momento da observação, poderá ser calculada quando o sol estiver em conveniente distancia do meridiano, por meio de um angulo horario (de que em logar competente trataremos) e o erro do relogio, então achado, se lhe applicará quando se observar a altura; e se o navio tiver mudado de logar depois de se ter calculado o erro do relogio, a differença de longitudes navegada será reduzida a tempo pela taboa XIX, e a somma se for para éste ou a differença sendo para oeste, dará a hora acima. 353. Tambem se póde achar a hora verdadeira a bordo por meio de um chronometro, regulado pelo tempo médio em Greenwich, applicando-lhe a equação do tempo calculada para essa hora, a fim de reduzil-a a tempo verdadeiro em Greenwich; ao qual se acrescentará a longitude do navio (reduzida a tempo pela taboa XIX) se for éste, e se subtrairá sendo oeste. O resultado será a hora verdadeira a bordo. 354. As observações devem ser sujeitas á seguinte restricção: o numero de minutos de tempo distante do meio dia, não deverá exceder ao numero de graus da distancia zenithal meridiana. Veja-se a nota do § 328.
Fonte: J. W. Norie, *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th, pp. 202 e 203.	**Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 101 e 102.**

Exemplo de Norie	Exemplo de Peregrino Leitão

Exemplo de Norie

EXAMPLE III.

September 22, 1854, in latitude by account 50° 10′ N., and longitude 20° 36′ W., the altitude of the sun's lower limb being 40° 12′ 15″ S., when a chronometer shewed 2h. 1m. 44s. mean time at Greenwich; the error of the instrument 1′ 20″ to add, and the height of the observer's eye 20 feet; required the true latitude.

	h. m. s.
Mean time at Greenwich by chronometer	2 1 44
Equation of time, Sept. 22, by page II. of N. A. ...	+ 7 17
App. time at Greenwich by chronometer...............	2 9 1
Longitude of ship in time (Table XIX,)...............	1 22 24 W.
Apparent time at ship	0 46 37

	° ′ ″		° ′ ″
Sun's dec. Sept. 22, by page I. N.A.,	0 20 49 N.	Obs. alt. sun's lower limb	40 12 15
Corr. for app. time at Greenw.(XXI.)	− 2 7	Index error	+ 1 20
Sun's declin. at Greenwich time......	0 18 42 N.		40 13 35
		Corr. (Table IX.) + 10′. 4 =...	+ 10 24
		Sun's true altitude	40 23 59

	h. m. s.		
Time from noon.........	0 46 37	............Rising........................	3. 31419
Latitude by account ...	50° 10′ N.	............Co-sine	9. 80656
Sun's declination	0 19 N.	............Co-sine	9. 99099
		Nat. number 1321......Log......	3. 12074
Sun's true altitude......	40 24	Nat. sine ... 64812	
Sun's true zenith dist. .	48 36 N.	Nat. co-sine. 66133	
Sun's declination	0 19 N.		
Latitude	48 55 N.		

By repeating the operation, with the latitude as above, the true latitude comes out 48° 53′ N.

Exemplo de Peregrino Leitão

355. Exemplo d'este calculo de latitude.

A 22 de setembro de 1861, na latitude estimada de 50° 10′ N, e longitude 20° 36′ OG, a altura do limbo inferior do sol era 40° 12′ 15″; observador ao norte do astro, marcando o chronometro 2 h. 1′ 40″ tempo médio em Greenwich (depois de se lhe applicar o estado n'esse dia), sendo o erro do instrumento + 1′ 20″, e altura do olho do observador 20 pés: pede-se a latitude.

Hora média em Greenwich pelo chronometro .	2h. 1′40″
Equação do tempo, setembro 22, pelo Alm. Naut.	+ 7 20
Hora verdadeira em Greenwich pela chronometro	2 9 00
Longitude do navio reduzida a tempo	1 22 24 *OG*
Hora verdadeira a bordo	0 46 36

Declinação, setembro 22 . . .	00°17′15″ *N*	
Correcção para a hora em Gr.	— 2 7	(taboa XXI)
Declinação do sol a hora. . .	00 15 8 *N*	

Altura observada do limbo inferior do sol. .	40°12′15″
Erro do instrumento	+ 1 20
	40 13 35
Correcção da taboa IX + 10′,4	+ 10 24
Altura verdadeira do centro do sol.	40 23 59

(Tab. XXIX)

Espaço entre o meio dia e a hora da obs. 0 h. 46′36″ 3.31388
Latitude estimada (taboa XXV) 50 10 *N* cos. . . . 9.80656
Declinação do sol a hora da observação 0 15 *N* cos. 0.00000
(Taboa XXIV) numero natural. . . . 1320 Log. 3.12044
Altura verdadeira do sol 40°24′ seno nat. 64812 (taboa XXVI)
Verd. distancia zenithal 48 36 *N* cos. n. 66132
Declinação do sol . . . 15 *N*
Latitude. . . . . . 48 51 *N*

356. Repetindo a operação com esta latitude em logar da estimada, a verdadeira latitude será 48° 49′ *N*.

Fonte: J. W. Norie, *A Complete Epitome of Practical Navigation [...]*, 15th, pp. 202 e 203	Fonte: Peregrino Leitão, *Guia Nautica [...]*, pp. 102 e 103.