



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Pensamento Algébrico no 1.º Ciclo do Ensino Básico: um estudo com crianças do 3.º ano de escolaridade

Departamento de Formação de Educadores e Professores

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico



**Escola Superior
de Educação**

Politécnico de Coimbra

Ana Alexandra Gonçalves Garcia

Pensamento Algébrico no 1.º Ciclo do Ensino Básico: um estudo com crianças do 3.º ano de escolaridade

Relatório Final de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, apresentado ao Departamento da Formação de Educadores e Professores da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Trabalho realizado sob a orientação da Professora Doutora Catarina Maria Neto da Cruz e sob a coorientação do Professor Doutor Nuno Lopes Martins

Junho de 2025

Agradecimentos

Gostaria de expressar os meus mais sinceros agradecimentos a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste relatório final. Agradeço profundamente à minha orientadora e ao meu coorientador, pela orientação e apoio contínuo ao longo de todo o processo. A vossa disponibilidade, paciência e conselhos valiosos foram fundamentais para o meu crescimento académico e profissional, além de me proporcionarem uma visão mais clara sobre a prática pedagógica. Agradeço também o *feedback* que me permitiu refletir de maneira crítica e construtiva sobre a minha prática docente.

Aos alunos da turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, o meu sincero agradecimento pela dedicação, empenho e pela colaboração durante todo o estágio. A interação com eles foi uma experiência enriquecedora que me proporcionou aprendizagens diárias, e que contribuiu para a concretização dos objetivos deste relatório.

Pensamento Algébrico no 1.º Ciclo do Ensino Básico: um estudo com crianças do 3.º ano de escolaridade

Resumo: A Álgebra, assim como o pensamento algébrico, destacam-se nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 1.º Ciclo do Ensino Básico, atualmente em vigor, nesse sentido, houve interesse em desenvolver um estudo que permitisse perceber o desempenho de alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas que envolveram esta temática. No âmbito do estudo desenvolvido, foi realizada uma investigação de natureza mista e de índole interpretativo.

O presente documento, caracteriza também o processo de estágio realizado em 1.º Ciclo do Ensino Básico, complementado de uma reflexão crítica e sustentada sobre o seu contributo para o desenvolvimento pessoal e profissional da futura professora.

O Relatório Final contempla duas partes essenciais, nomeadamente, a caracterização e análise reflexiva do contexto e processo de estágio em 1.º Ciclo do Ensino Básico e a Componente Investigativa.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico, Resolução de Problemas, Sequências e Regularidades, Capacidades Matemáticas, 1.º Ciclo do Ensino Básico

Algebraic Thinking in the 1st Cycle of Basic Education: A Study with 3rd Grade Children

Abstract: Algebra, as well as algebraic thinking, are emphasized in the *Essential Mathematics Learning Standards* for the 1st Cycle of Basic Education, currently in effect. In this context, a study was developed to assess the performance of 3rd-year students in solving problems related to this topic. The research conducted followed a mixed-methods approach with an interpretative nature.

This document also describes the internship process carried out in the 1st Cycle of Basic Education, complemented by a critical and well-founded reflection on its contribution to the personal and professional development of the future teacher.

The Final Report includes two main parts: the characterization and reflective analysis of the internship context and process in the 1st Cycle of Basic Education, and the Research Component.

Keywords: Algebraic Thinking, Problem Solving, Mathematical Representations, 1st Cycle of Basic Education, Mathematical Abilities

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
PARTE I: CARACTERIZAÇÃO E ANÁLISE REFLEXIVA DO CONTEXTO E PROCESSO DE ESTÁGIO EM 1.º CEB.....	3
CAPÍTULO I. CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO E DO PROCESSO DE ESTÁGIO.....	4
I.1. Caracterização e Organização do Agrupamento.....	5
I.2. Caracterização e Organização da Instituição.....	9
I.3. Caracterização da Turma de Estágio e Organização do Trabalho Pedagógico	10
I.4. Processo de Estágio.....	14
CAPÍTULO II. ANÁLISE REFLEXIVA DO CONTEXTO E PROCESSO DE ESTÁGIO	21
Análise Reflexiva do Contexto e Processo de Estágio em 1.º CEB.....	22
PARTE II: COMPONENTE INVESTIGATIVA	24
CAPÍTULO III. INTRODUÇÃO	25
III.1. Motivação e formulação do problema	26
III.2. Objetivos de investigação	26
III.3. Pertinência do estudo.....	27
CAPÍTULO IV. REVISÃO DE LITERATURA.....	28
IV.1. O pensamento algébrico.....	29
IV.2. Ensino da Álgebra	31
IV.3. Resolução de problemas	33
IV.4. Capacidades Matemáticas	36
CAPÍTULO V. METODOLOGIA.....	39
CAPÍTULO VI. ANÁLISE DOS DADOS.....	43
VI.1. Tarefa: Comboio de triângulos	44
VI.2. Tarefa: Circunferências.....	51
VI.3. Tarefa: Bolinhas Y	57

VI.4. Tarefa: Submarinos	66
VI.5. Tarefa: O Pote Mágico.....	73
CAPÍTULO VII. CONCLUSÕES.....	79
PARTE III: CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	82
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86
APÊNDICES	90
Apêndice 1 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno A.....	91
Apêndice 2 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno B.....	95
Apêndice 3 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno D	99
Apêndice 4 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno E.....	104
Apêndice 5 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno F.....	108
Apêndice 6 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno G	112
Apêndice 7 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno H	116
Apêndice 8 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno I.....	120
Apêndice 9 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno J.....	124
Apêndice 10 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno K.....	128
Apêndice 11 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno L.....	132
Apêndice 12 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno M.....	136
Apêndice 13 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno N	140
Apêndice 14 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno O.....	144
Apêndice 15 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno P.....	148

Apêndice 16 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno Q.....	152
Apêndice 17 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno R.....	156
Apêndice 18 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno S.....	160
Apêndice 19 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno T.....	164
Apêndice 20 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno U.....	168
Apêndice 21 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno V.....	172
Apêndice 22 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno W.....	176
Apêndice 23 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno X.....	180
Apêndice 24 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno A.....	184
Apêndice 25 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno B.....	186
Apêndice 26 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno C.....	188
Apêndice 27 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno D.....	190
Apêndice 28 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno E.....	192
Apêndice 29 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno F.....	194
Apêndice 30 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno G.....	196
Apêndice 31 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno H.....	198
Apêndice 32 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno I.....	200
Apêndice 33 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno J.....	202
Apêndice 34 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno K.....	204
Apêndice 35 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno M.....	206
Apêndice 36 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno N.....	208
Apêndice 37 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno O.....	210
Apêndice 38 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno P.....	212
Apêndice 39 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno Q.....	214
Apêndice 40 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno R.....	216
Apêndice 41 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno S.....	218
Apêndice 42 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno T.....	220

Apêndice 43 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno U.....	222
Apêndice 44 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno V.....	224
Apêndice 45 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno W.....	226
Apêndice 46 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno X.....	228

Lista de abreviaturas

AEC – Atividades de Enriquecimento Curricular

APCC – Associação de Paralisia Cerebral de Coimbra

CE – Centro Educativo

CEB – Ciclo do Ensino Básico

EB1 – Ensino Básico 1.º Ciclo

EB23 – Ensino Básico 2.º e 3.º Ciclos

ESEC – Escola Superior de Educação de Coimbra

GCR – Grupo Colaborativo de Reflexão

GOP – Grupo Observação Participante

JI – Jardim de Infância

LBSE – Lei de Bases do Sistema Educativo

PAEC – Projeto de Atividades de Enriquecimento Curricular

PE – Professora Estagiária

PLNM – Português Língua Não Materna

PO – Professora Orientadora

Lista de figuras

Figura 1 – Primeira disposição da sala

Figura 2 – Segunda disposição da sala

Figura 3 – Terceira disposição da sala

Figura 4 – Pedras pintadas por todos os alunos

Figura 5 – Alguns cartões do 25 de abril realizados pelos alunos

Figura 6 – Planetas Terra

Figura 7 – Tela da Roda dos Alimentos

Figura 8 – Resposta à questão 1 do Aluno Q

Figura 9 – Resposta à questão 2 do Aluno S

Figura 10 – Resposta à questão 3 do Aluno D

Figura 11 – Resposta à questão 4 do Aluno H

Figura 12 – Resposta à questão 4 do Aluno N

Figura 13 – Resposta à questão 5 do Aluno B

Figura 14 – Resposta à questão 5 do Aluno V

Figura 15 – Resposta à questão 5 do Aluno U

Figura 16 – Resposta à questão 2 do Aluno T

Figura 17 – Resposta à questão 3 do Aluno T

Figura 18 – Resposta à questão 1 do Aluno Q

Figura 19 – Resposta à questão 2 do Aluno G

Figura 20 – Resposta à questão 2 do Aluno H

Figura 21 – Resposta à questão 2 do Aluno K

Figura 22 – Resposta à questão 2 do Aluno M

Figura 23 – Resposta à questão 2 do Aluno E

Figura 24 – Resposta à questão 3 do Aluno M

Figura 25 – Resposta à questão 3 do Aluno Q

Figura 26 – Resposta à questão 3 do Aluno F

Figura 27 – Resposta à questão 1 do Aluno X

Figura 28 – Resposta à questão 2 do Aluno D

Figura 29 – Resposta à questão 3 do Aluno T

Figura 30 – Resposta à questão 3 do Aluno F

Figura 31 – Resposta à questão 3 do Aluno T

Figura 32 – Resposta à questão 4 do Aluno C

Figura 33 – Resposta à questão 4 do Aluno M

Figura 34 – Resposta à questão 4 do Aluno T

X

Figura 35 – Resposta à questão 5 do Aluno K

Figura 36 – Resposta à questão 5 do Aluno Q

Figura 37 – Resposta à questão 5 do Aluno U

Figura 38 – Resposta à questão 3 do Aluno K

Figura 39 – Resposta à questão 4 do Aluno K

Figura 40 – Resposta à questão 4 do Aluno Q

Figura 41 – Resposta à questão 1 do Aluno N

Figura 42 – Resposta à questão 1 do Aluno C

Figura 43 – Resposta à questão 2 do Aluno A

Figura 44 – Resposta à questão 2 do Aluno M

Figura 45 – Resposta à questão 2 do Aluno K

Figura 46 – Resposta à questão 3 do Aluno S

Figura 47 – Resposta à questão 3 do Aluno W

Figura 48 – Resposta à questão 4 do Aluno H

Figura 49 – Resposta à questão 4 do Aluno A

Figura 50 – Resposta à questão 4 do Aluno S

Figura 51 – Resposta à questão 2.2 do Aluno K

Figura 52 - Resposta à questão 2.2 do Aluno E

Lista de quadros

Quadro 1 – Distribuição das atividades por ano escolar e por carga horária

Quadro 2 – Horário da turma do 3.º ano

Quadro 3 – Esquematização das diferentes fases da investigação

Quadro 4 – Implementação das sequências de problemas em sala de aula

Quadro 5 – Análise da questão 1 da tarefa “Comboio dos triângulos”

Quadro 6 – Análise da questão 2 da tarefa “Comboio dos triângulos”

Quadro 7 – Análise da questão 3 da tarefa “Comboio dos triângulos”

Quadro 8 – Análise da questão 4 da tarefa “Comboio dos triângulos”

Quadro 9 – Análise da questão 5 da tarefa “Comboio dos triângulos”

Quadro 10 – Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Comboio dos triângulos”

Quadro 11 – Análise da questão 1 da tarefa “Circunferências”

Quadro 12 – Análise da questão 2 da tarefa “Circunferências”

Quadro 13 – Análise da questão 3 da tarefa “Circunferências”

Quadro 14 – Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Circunferências”

Quadro 15 – Análise da questão 1 da tarefa “Bolinhas Y”

Quadro 16 – Análise da questão 2 da tarefa “Bolinhas Y”

Quadro 17 – Análise da questão 3 da tarefa “Bolinhas Y”

Quadro 18 – Análise da questão 4 da tarefa “Bolinhas Y”

Quadro 19 – Análise da questão 5 da tarefa “Bolinhas Y”

Quadro 20 – Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Bolinhas Y”

Quadro 21 – Análise da questão 1 da tarefa “Submarinos”

Quadro 22 – Análise da questão 2 da tarefa “Submarinos”

Quadro 23 – Análise da questão 3 da tarefa “Submarinos”

Quadro 24 – Análise da questão 4 da tarefa “Submarinos”

Quadro 25 – Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Submarinos”

Quadro 26 – Análise da questão 2.2. da tarefa “O Pote Mágico”

Quadro 27 – Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “O Pote Mágico”

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

O presente Relatório Final, intitulado “Pensamento Algébrico no 1.º Ciclo do Ensino Básico: um estudo com crianças do 3.º ano de escolaridade”, foi desenvolvido no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Este trabalho integra um estudo desenvolvido durante o estágio pedagógico em 1.º Ciclo do Ensino Básico, com uma turma do 3.º ano de escolaridade, centrado no desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos.

A Álgebra caracteriza-se pela sua transversalidade e facilidade de articulação com os outros temas matemáticos. No entanto, as atuais orientações curriculares para o 1.º Ciclo do Ensino Básico destacam-na enquanto tema autónomo, valorizando-se, desde cedo, a aritmética generalizada, bem como a capacidade de conjecturar sobre relações e estabelecer generalizações, competências essenciais ao pensamento matemático (Direção-Geral da Educação, 2018). Nesse sentido, foi desenvolvido um estudo com a finalidade de analisar o desempenho dos alunos na mobilização de características do pensamento algébrico na resolução de problemas envolvendo regularidades em sequências. O estudo teve como objetivos analisar estratégias de resolução, com particular incidência no tipo de representações matemáticas usadas, tipos de erros cometidos pelos alunos e identificar características do pensamento algébrico envolvidas nas resoluções dos alunos.

Do ponto de vista estrutural, o documento encontra-se dividido em três partes distintas. A primeira parte, centra-se na *Caracterização e Análise Reflexiva do Contexto e Processo de Estágio em 1.º CEB*, encontrando-se subdividida em dois capítulos, caracterização do contexto e do processo de estágio e análise reflexiva do contexto e processo de estágio, respetivamente. A segunda parte, tem como foco a componente investigativa, contemplando cinco capítulos: *Introdução, Revisão de Literatura, Metodologia, Análise de Dados e Conclusões* – os quais são relativos a uma investigação de carácter misto e de índole interpretativo, que pretende dar resposta ao problema de investigação: *Que características do pensamento algébrico são mobilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade, do 1.º Ciclo do Ensino Básico, na resolução de problemas envolvendo regularidades em sequências?* Por fim, na terceira parte, são apresentadas as *Considerações Finais*, que explanam as reflexões realizadas pela mestranda em torno das aprendizagens construídas, no decorrer do Mestrado.

**PARTE I: CARACTERIZAÇÃO E ANÁLISE REFLEXIVA DO CONTEXTO E PROCESSO DE ESTÁGIO
EM 1.º CEB**

CAPÍTULO I. CARACTERIZAÇÃO DO CONTEXTO E DO PROCESSO DE ESTÁGIO

I.1. Caracterização e Organização do Agrupamento

No âmbito da unidade curricular de Prática Educativa I, foi realizado, no ano letivo de 2022/2023, um Estágio Pedagógico com uma turma do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), de uma escola pública do concelho de Coimbra. O Agrupamento ao qual a escola pertence, é constituído por diferentes estabelecimentos que abrangem vários níveis de ensino, nomeadamente três jardins de infância, oito escolas do 1.º Ciclo do Ensino Básico, duas escolas dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e uma escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico destinada a alunos com paralisia cerebral e/ou doenças neurológicas, contabilizando, no total, cerca de 1636 alunos. A escola onde decorreu o estágio pedagógico era frequentada por 252 alunos distribuídos por 11 turmas do 1.º CEB.

Ao redor das instalações do Agrupamento encontram-se diversos espaços comerciais, de restauração e empresas, estando sediada numa zona económica e social favorecida e privilegiada.

No ano letivo 2022/2023, o Agrupamento teve como missão apresentar uma escola de qualidade, inclusiva e adequada às exigências da comunidade educativa e da sociedade, garantindo que todos tivessem uma educação baseada em saberes estruturantes, visando a formação de cidadãos conscientes dos seus direitos e deveres, críticos, tolerantes e comprometidos com uma sociedade mais justa, solidária, humana e inclusiva. Este Agrupamento pretende constituir-se como uma unidade orgânica que presta um serviço público inclusivo e de excelência nos diferentes domínios do desenvolvimento dos seus alunos, tornando-se um Agrupamento de referência quer ao nível local, quer nacional.

A Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE) em Portugal, estabelecida pela Lei n.º 46/86, de 14 de outubro, estabelece um conjunto de princípios e valores para os diferentes níveis de ensino que pretendem assegurar o desenvolvimento harmonioso da personalidade de cada um, a igualdade de oportunidades, a formação de cidadãos livres e responsáveis em todas as dimensões e o respeito pelas leis e valores nacionais. Segundo o Ministério da Educação (2017), o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória e a Estratégia Nacional de Educação para a Cidadania apontam como princípios a aprendizagem, a inclusão, a estabilidade e ousadia, coerência e flexibilidade, a sustentabilidade, a base humanista e o saber. No domínio dos valores são referidos a liberdade, a responsabilidade e integridade, a cidadania e participação, a excelência e exigência, a curiosidade e a reflexão e inovação. Todos estes princípios e valores encontram-se presentes tanto na componente formal como na informal.

Analisando os poucos dados que nos foram fornecidos, conseguimos constatar que é no 1.º CEB que se reúne a maior parte dos estudantes, tendo em conta todos os ciclos do Agrupamento.

Relativamente a algumas características do corpo discente, o Agrupamento é frequentado por 316 alunos de outras nacionalidades, aos quais são oferecidos apoios no domínio do Português Língua Não Materna (PLNM). Um outro grupo com elevada representatividade é o constituído por alunos com necessidades educativas específicas, exigindo, de acordo com o Decreto – Lei n.º 54/2018, uma abordagem integrada e contínua. Neste sentido, o Agrupamento tem procurado apresentar respostas que vão ao encontro da filosofia da escola inclusiva. O Centro de Apoio à Aprendizagem é um exemplo dessas respostas, uma vez que proporciona uma oferta de diversas disciplinas/áreas específicas, organizada de acordo com os recursos do Agrupamento e as necessidades dos alunos que beneficiam de medidas adicionais, dando apoio a alunos com problemáticas graves, que exigem acompanhamento diferenciado e, em muitos casos, cuidados de saúde específicos.

Quanto ao nível socioeconómico dos alunos, uma grande parte destes provém de famílias com habilitações académicas elevadas. É de destacar que são apenas 18 os pais/mães que não possuem qualquer tipo de habilitação, salientando que se desconhece a formação de 199 pais/mães. Analisando as diferentes características, podemos assumir que grande parte dos alunos do Agrupamento beneficiam de uma vida socialmente e económica estável e favorável.

Relativamente ao pessoal não docente, o agrupamento dispõe de 2 psicólogas, 8 assistentes administrativos, 52 assistentes operacionais e 1 coordenador do pessoal operacional.

Quanto à estrutura de gestão pedagógica, o conselho geral é o órgão de direção estratégica responsável pela definição das linhas orientadoras da atividade da escola, assegurando a participação e representação da comunidade educativa. Assim, o conselho geral do Agrupamento é composto por uma presidente, docentes, assistentes em representação do pessoal não docente, encarregados de educação, representantes da autarquia, e ainda representantes da comunidade local.

Os princípios orientadores do Projeto Curricular do Agrupamento de Escolas são: coerência entre os vários ciclos de ensino (Pré-escolar, 1.º CEB, 2.º CEB e 3.º CEB); reforço do carácter transversal da educação para a cidadania; valorização da língua e da cultura portuguesas, articulação do currículo com a avaliação, promovendo o seu rigor; a diversificação das ofertas educativas, considerando as necessidades dos alunos; integração das dimensões teórica e prática dos conhecimentos, através da valorização da atividade experimental; utilização das

tecnologias de informação e comunicação; enriquecimento da aprendizagem através da oferta de atividades culturais, artísticas e desportivas diversas.

O Projeto de Atividades de Enriquecimento Curricular (PAEC) inclui as ofertas educativas que são programadas com base nos recursos humanos e materiais do Agrupamento, tendo como objetivos: diversificar e enriquecer as opções e oportunidades de desenvolvimento educativo dos alunos; facultar às famílias uma ocupação mais longa, válida e segura para as suas crianças e jovens; valorizar e apoiar competências, valências e saberes específicos dos docentes.

Com a flexibilização curricular (Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho), alargou a sua autonomia na oferta educativa curricular. Assim o Agrupamento dispõe de: oferta complementar (2.º e 3.º CEB) – Programação de Computadores; Língua Estrangeira II - Francês e Espanhol; complemento à Educação Artística (3.º CEB) – Expressão Musical, Expressão Plástica e Dança; atividades de apoio à aprendizagem da Língua Portuguesa, para alunos cuja língua materna não é o Português – PLNM.

No 1.º Ciclo do Ensino Básico as Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC), a planificação, supervisão e acompanhamento das AEC são da responsabilidade do Agrupamento, que estabelece protocolos com instituições. Deste modo os alunos do 1.º CEB têm acesso a Atividades Físicas e Desportivas e ainda a Atividades Lúdico Expressivas – Atividade Criar e Descobrir, Expressões e Programação (quadro 1).

Quadro 1 – Distribuição das atividades por ano escolar e por carga horária

ANO	Domínio	Designação de AEC	Duração semanal (m)
1.º	Atividade Física e Desportiva	Atividade Física e Desportiva	120
	Atividades Lúdico Expressivas	Atividade Criar e Descobrir	120
		Expressões	60
2.º	Atividade Física e Desportiva	Atividade Física e Desportiva	120
	Atividades Lúdico Expressivas	Atividade Criar e Descobrir	120
		Expressões	60
3.º	Atividade Física e Desportiva	Atividade Física e Desportiva	120
	Atividades Lúdico Expressivas	Atividade Criar e Descobrir	120
		Expressões	60
4.º	Atividade Física e Desportiva	Atividade Física e Desportiva	120
	Atividades Lúdico Expressivas	Atividade Criar e Descobrir	120
		Expressões	60

Relativamente aos 2.º e 3.º CEB, os alunos têm a oportunidade de participar nos seguintes clubes: Clube de Desporto Escolar; Clube de Música; Clube de Jornalismo; Clube da Solidariedade; Clube de Artes e Clube de Teatro.

É de salientar que o AEC apoia diversos projetos tais como: Projeto De Educação Para A Saúde E Educação Sexual (P.E.S.E.S.); Eco- Escolas; Projeto “Aprender Com A Família”; Projeto Oficina De Investigação; Projeto “EU SOU CIÊNCIA...Música...Artes Plásticas”; Projeto “Scratch on the road – programação para alunos do 4.º ano”; PROJETO “Scratch 4 All – Laboratório de Programação e Robótica”; PROJETO “Conhecer para Incluir”; PNA – Programa Nacional das Artes; Programa Nacional de Promoção do Sucesso Escolar – PNPSE; UBUNTU; Projetos ERASMUS e KA229; Parlamento dos jovens.

Neste Agrupamento de Escolas existem seis Bibliotecas Escolares/Centro de Recursos Educativos (BE/CRE), integradas no Programa da Rede de Bibliotecas Escolares, que obedecem a uma organização funcional do espaço, gerindo recursos educativos diretamente ligados às atividades curriculares, extracurriculares e à ocupação dos tempos livres.

Constituem-se como um espaço de informação, documentação, formação e dinamização pedagógico-cultural das respetivas escolas, com recursos e dinâmicas transversais ao currículo, disponibilizando serviços e possibilidades de trabalho potenciadoras de melhores aprendizagens. As ações da Biblioteca Escolar são um contributo para a formação global dos alunos em áreas consideradas importantes, tais como: a educação ambiental, a literacia científica, a leitura, a promoção de estilos de vida saudáveis, o espírito de solidariedade e o apoio às aprendizagens e ao desenvolvimento de competências, promovendo a autonomia e uma cidadania efetiva e responsável.

Os professores bibliotecários e a equipa da biblioteca são parceiros importantes no desenvolvimento do trabalho cooperativo com todos os professores e na planificação de atividades para a sala de aula, integrando os recursos da biblioteca. O seu plano de ação e respetivo plano anual de atividades inclui ações estratégicas promovidas em colaboração com os Departamentos.

As bibliotecas também dinamizam diversos projetos, entre eles: Projeto aLeR+; Projeto "Todos Juntos Podemos Ler"; Projeto SOBE – Saúde Oral nas Bibliotecas Escolares; Clube de Leitur@s.

I.2. Caracterização e Organização da Instituição

A Escola situa-se no centro da cidade de Coimbra. Por estar situada numa zona central, a área envolvente encontra-se sempre com bastante movimento e barulho citadino.

O centro escolar apresenta três níveis de ensino – Jardim de Infância, Escola de 1.º Ciclo do Ensino Básico e Escola de 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e Ensino Secundário. A Escola de estágio, tinha à data, duzentos e trinta e três alunos, distribuídos por onze turmas, onde uma das turmas (4.º A/G), por falta de infraestruturas está inserida na escola sede.

A equipa educativa era formada por dez professores titulares de turma, duas docentes de educação especial, professores de AEC e sete assistentes operacionais. A atividade letiva inicia às 09h00 e termina às 15h30. A primeira aula é até às 10h30, segue com o intervalo da manhã das 10h30 até às 11h00. A segunda aula é das 11h00 às 12h30 e segue o intervalo da hora do almoço desde as até às 14h00. A terceira aula inicia às 14h00 e termina às 15h30, seguindo-se o intervalo da tarde das 15h30 às 16h00. Desde as 16h00 às 17h00 os alunos têm AEC.

Quanto ao nível socioeconómico das famílias, podemos constatar que este é alto, uma vez que a maior parte dos encarregados de educação são formados e apresentam-se num nível de vida médio-alto.

No geral, as relações entre docentes, não-docentes e alunos é positiva, na medida em que todos se entreejudam quando é verificado algum problema na escola, em relação a uma turma em específico, ou mesmo com a escola no geral.

A Escola tem dois pisos:

- O rés-do-chão, onde se situa uma sala polivalente (onde os alunos têm Educação Física quando as condições do exterior não permitem que se faça no exterior, assim como nos intervalos também têm acesso para correr e brincar. É uma sala ampla); dois arrumos (n.ºs 1 e 2); cinco salas de aulas (1.º A, 2.º A, 2.º B, 3.º C e 4.º A); três portas de emergência; seis casas de banho (uma para mobilidade reduzida, uma mista, duas para sexo feminino e duas para sexo masculino); um refeitório; uma sala de professores; uma sala de Unidade de Ensino Especial; uma biblioteca; um gabinete; e uma sala de atendimento.
- O piso 1, está dividido em duas alas e apenas têm acesso entre si através de duas salas de aula. Podemos definir como ala esquerda, a que o seu acesso é feito através das escadas situadas ao lado do refeitório, e esta engloba um arrumo, duas casas de banho

(uma para o sexo feminino e outra para o sexo masculino), duas salas de aula (1.º B e 3.º A) e uma sala designada por Educação Plástica 3 / apoio. A ala direita, que é onde se situa a sala da nossa turma, onde o seu acesso é feito através das escadas situadas ao lado da sala polivalente, e inclui três salas de aula (3.º B, 4.º B e 4.º C), duas casas de banho (uma para o sexo feminino e outra para o sexo masculino), um arrumo e uma sala designada por Educação Plástica / apoio.

As referidas salas de aula apresentam um bom estado de conservação, sendo que são amplas e com boa iluminação, estão dotadas de um quadro interativo, um projetor, uma secretária com um computador com internet, armários para arrumo de material, quadro encortiçado para afixação de atividades realizadas pelos alunos daquela sala.

Na parte exterior, a Escola dispõe de um espaço comum bastante agradável, espaçoso, murado e vedado. Possui um campo de jogos e outros espaços livres, onde as crianças podem desfrutar, não só no intervalo, como também nas aulas de Expressão Físico Motora.

I.3. Caracterização da Turma de Estágio e Organização do Trabalho Pedagógico

A turma de estágio era constituída por 24 alunos, sendo que 12 são do sexo feminino e 12 do sexo masculino. Relativamente às idades, 2 alunos nasceram em 2013, e os restantes nasceram em 2014. Nesta turma existem alunos de várias nacionalidades, sendo que a maior parte tem nacionalidade portuguesa, 4 alunos têm nacionalidade brasileira, 1 aluno tem nacionalidade francesa e 1 aluno tem nacionalidade angolana.

A sala de aula da turma situa-se no 2.º andar do edifício principal, muito iluminada, contendo três grandes janelas, que se encontram sempre abertas. É uma sala que contém vários recursos que facilitam o decorrer das aulas, como por exemplo, o quadro de giz, projetor, quadro interativo, computador com acesso à *internet*, colunas, recursos didáticos (mapas, globo, cartazes, etc.) e armários para o armazenamento de vários materiais, tanto da professora como dos alunos. As mesas e as cadeiras encontram-se em bom estado, e ao longo do estágio a disposição das mesas foi-se alterando. Inicialmente estavam organizadas em grupo (figura 1), mais tarde foram separadas (figura 2), depois as mesas foram organizadas por filas (figura 3) e, por fim, voltaram a ser separadas (figura 2).

Figura 1 – Primeira disposição da sala

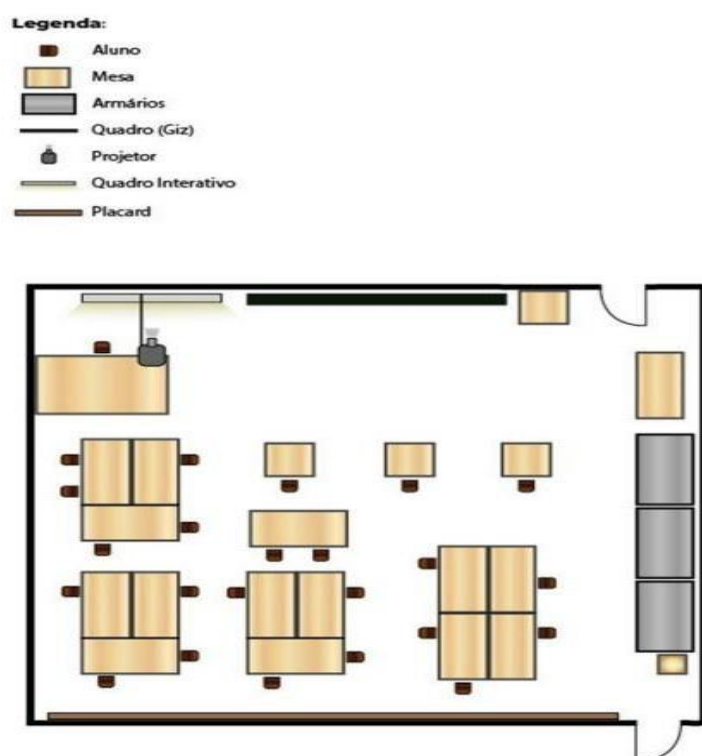


Figura 2 – Segunda disposição da sala

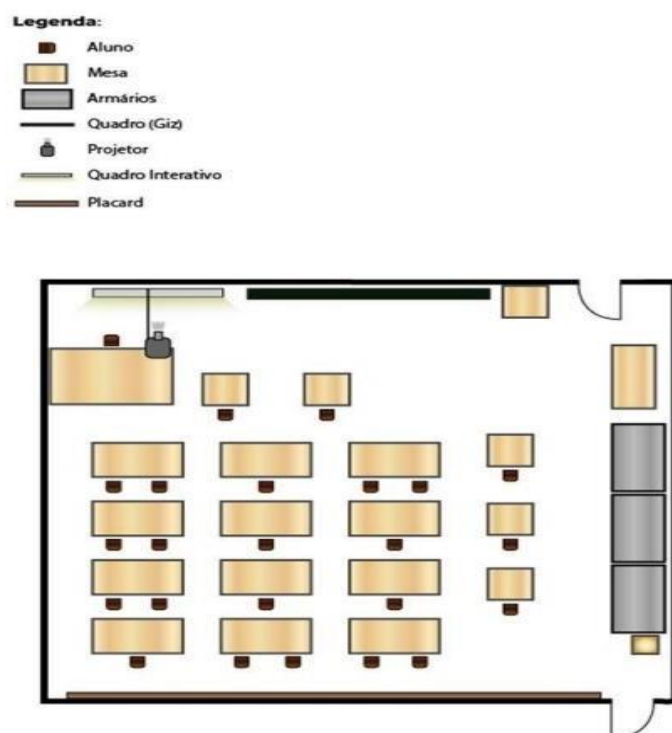
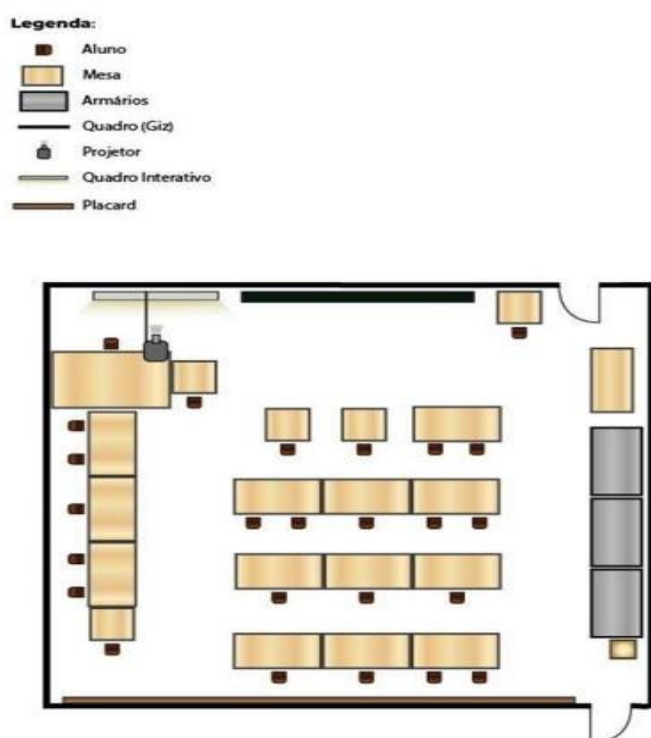


Figura 3 – Terceira disposição da sala



Relativamente às rotinas de trabalho e regras de funcionamento, quando dá o toque de entrada às 09h00, os alunos entram para a sala de aula, sentam-se nos seus respetivos lugares e aguardam que a professora dê indicações do que fazer.

O primeiro bloco de aulas termina às 10h00 e os alunos têm meia hora de intervalo. Assim sendo, quando a campainha toca, os alunos terminam o que têm a fazer, levam o seu lanche, que ou trazem de casa ou o que é disponibilizado na sala pela Câmara Municipal de Coimbra, dirigindo-se posteriormente para o exterior do edifício, caso esteja sol; se estiver a chover ficam dentro do pavilhão. Às 11h00 regressam novamente à sala, sentam-se e aguardam indicações da professora.

A hora de almoço inicia-se às 12h30, sendo que almoçam apenas na sua hora estipulada e não logo após saírem da sala. Quando terminam voltam para o espaço exterior onde permanecem até às 14h00 (hora do toque).

As aulas terminam às 15h30. Os alunos que não frequentam as Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC) saem da escola e os restantes, que estão inscritos nas AEC, aproveitam o intervalo até às 16h00. As AEC terminam às 17h00.

Quadro 2 - Horário da turma do 3º ano

Horas/Dias da semana	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
09:00-09:30	Português	Português	Matemática	Português	Português
09:30-10:00					
10:00-10:30	Inglês				
10:30-11:00	Intervalo da manhã				
11:00-11:30	Inglês	Matemática	E. Artística	Matemática	Matemática
11:30-12:00	Matemática		Inglês		Educação Artística
12:00-12:30					
12:30-14:00	Almoço				
14:00-14:30	Educação Artística	Estudo do Meio	Português	Estudo do Meio	Educação Física
14:30-15:00			Apoio ao Estudo		Oferta Complementar
15:00-15:30					
15:30-16:00	Intervalo da tarde				
16:00-16:30	Expressões	Atividade Física Desportiva	AEC Criar e Descobrir	Atividade Física Desportiva	AEC Criar e Descobrir
16:30-17:00					

No Quadro 2 encontra-se o horário das aulas do 3.º ano do 1.º CEB, elaborado pela PC. As aulas lecionadas pela PE envolveram conteúdos programáticos de Matemática, Português, Estudo do Meio, Educação Artística, que engloba Artes Visuais, Expressão Dramática/Teatro, Dança e Música, Oferta Complementar e Educação Física. As restantes foram lecionadas por professores da área.

Na primeira fase de estágio, que correspondia ao período de observação, verificou-se as planificações de aulas, o tipo de ensino e de aprendizagem, a metodologia aplicada pela Professora Cooperante, a estrutura e organização da sala de aula, as rotinas da turma e o comportamento e ritmos de aprendizagem dos alunos. Com base no conhecimento prévio já adquirido e com este tempo de observação, foi possível aplicar estratégias didáticas adequadas e fundamentadas na leção durante o processo de estágio. Também, ainda dentro deste período, foram apresentados os restantes agentes educativos (docentes e não docentes), os espaços do estabelecimento de ensino, os documentos estruturantes do agrupamento escolar

(projeto educativo, regulamento interno, etc.) e informações relevantes sobre os Encarregados de Educação.

Após o término do período de observação, seguiu-se a fase de intervenção. Durante esta fase, além das intervenções da estagiária, existiu observações às aulas lecionadas pelas outras duas colegas de estágio, onde inicialmente, o proposto pela PC seria cada uma lecionar um bloco de aulas, de forma que as três lecionassem nos dois dias da semana. A colaboração mútua entre as três estagiárias esteve sempre presente, no que respeita às planificações, aos materiais utilizados e às estratégias mobilizadas, havendo constantemente possíveis sugestões de melhoria.

I.4. Processo de Estágio

O estágio em 1.º CEB teve início em outubro de 2022 e termo em junho de 2023, perfazendo um total de 300 horas de prática letiva distribuídas por dois dias da semana (segunda-feira e terça-feira), durante 27 semanas. O grupo de estágio era composto por três Estagiárias, pela Professora Cooperante (Titular de Turma) e pelo Professor Orientador de Prática Educativa da Escola Superior de Educação de Coimbra (ESEC).

O processo de estágio envolveu três fases: 3 primeiras semanas de observação de aulas lecionadas pela Professora Cooperante e alguns blocos de aulas lecionados pelas outras duas estagiárias); leção de aulas (que envolveram, antecipadamente, as planificações enquadradas no currículo e um roteiro detalhado do decorrer da aula); e reflexão (após a implementação de aulas).

As aulas do 3.º ano do 1.º CEB lecionadas pela PE envolveram conteúdos programáticos de Matemática, Português, Estudo do Meio e Expressões Artísticas. Na disciplina de Matemática foram explorados os seguintes conteúdos do tema, tópico e subtópico: “Capacidades Matemáticas”: resolução de problemas (processo, estratégias), pensamento Computacional (abstração, reconhecimento de padrões, depuração), comunicação matemática (expressão de ideias; discussão de ideias), representações matemáticas (representações múltiplas); No tema dos “Números”: números naturais (uso do número natural), relações numéricas (composição e decomposição; factos básicos da multiplicação e sua relação com a divisão), frações (significado de fração; relações entre frações), cálculo mental (estratégias de cálculo mental), operações (algoritmo da adição; algoritmo da subtração); No tema da “Álgebra”: regularidades em sequências (sequências de repetição; sequências de crescimento), expressões e relações

(relações numéricas e algébricas; propriedades das operações); No tema dos “Dados”: questões estatísticas, recolha e organização de dados (tabela de frequências absolutas), representações gráficas (diagrama de caule e folhas (simples); análise crítica de gráficos), análise de dados (resumo dos dados (moda, mínimo e máximo); No tema da “Geometria e Medida”: sólidos (prismas, pirâmides regulares), área (usos da área), massa (significado; medição e unidades de medida; usos da massa), tempo (medição e unidades de medida; usos de tempo), dinheiro (usos do dinheiro).

Na disciplina de Português foram explorados os seguintes conteúdos do domínio da “Oralidade”: Compreensão (discursos orais; identificar, organizar e registar informação em função de escuta; fazer inferências, esclarecer dúvidas, intencionalidades comunicativas) e Expressão (falar e articular as palavras; tomada de vez na comunicação oral; expor conhecimentos e apresentar narrações). No domínio da “Leitura”: (textos narrativos e descritivos (informativos, lúdicos, estéticos); entoação e ritmo; leitura silenciosa e autónoma; construção de sentidos do texto; tema e o assunto do texto ou de partes do texto; opinião crítica). Na “Educação literária”: (obras literárias e textos da tradição popular); No domínio da “Escrita” (planificação de textos com introdução, desenvolvimento e conclusão; formas de representação escrita (grafia, pontuação e translineação, configuração gráfica e sinais auxiliares da escrita); géneros variados (narrar e informar); No domínio da “Gramática” (sílabas tónicas e átonas, acento prosódico e acento gráfico.; classe das palavras: determinante (possessivo e demonstrativo), quantificador numeral e advérbio; verbos regulares e irregulares no presente, no pretérito perfeito e no futuro do modo indicativo; verbais para exprimir anterioridade, posterioridade e simultaneidade; grupos constituintes (grupo nominal e grupo verbal) e funções sintáticas centrais (sujeito e predicado); tipos de frase e o valor afirmativo ou negativo; conectores diversificados; família de palavras).

Na disciplina de Estudo do Meio foram explorados os seguintes conteúdos do domínio: “Sociedade” (costumes e tradições; Estados Europeus; povos europeus); No domínio da “Natureza” (formas de relevo (elevações, vales e planícies) e recursos hídricos (cursos de água, oceano, lagos, lagoas, etc.); agentes erosivos (vento, águas correntes, ondas, precipitação, etc.); No domínio da “Tecnologia” (estabelecer uma relação de causa/efeito decorrente da aplicação de uma força sobre um objeto e do movimento exercido sobre o mesmo em diferentes superfícies).

Na disciplina de Educação Artística foram explorados os seguintes conteúdos do domínio “Artes Visuais”: Interpretação e Comunicação (diálogo; manifestações artísticas; escolher, sintetizar, tomar decisões, argumentar e formar juízos críticos); E na Experimentação e Criação (pintura;

desenho; pasta de modelar, barro, formatos, etc.; apreciação de trabalhos). E no domínio da “Música”: Interpretação e Comunicação (interpretar rimas, trava-línguas, lengalengas, etc.; cantar em grupo; tocar em grupo).

No decorrer do estágio, a PE, teve o ensejo de proporcionar à turma de Estágio diversas atividades, sustentadas em diferentes artefactos, a fim de introduzir ou consolidar aprendizagens. Alguns exemplos dessas atividades:

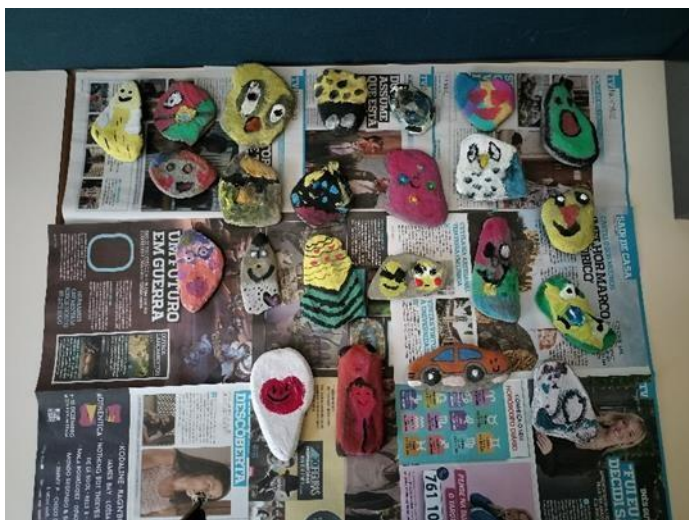
Lengalengas, trava-línguas, rimas e adivinhas

No âmbito da Educação Literária, era livre o domínio que escolheríamos para trabalhar com os alunos. Visto estarmos numa época natalícia, decidi que seria a Música e, que seria estimulante os alunos interpretarem lengalengas e trava-línguas, como se de um concurso se tratasse. Inicie a aula com uma breve explicação do que pretendia que eles fizessem e referi que ia fazer uma pequena avaliação, com um auxílio de uma tabela, onde avaliaria a correção, intensidade, ritmo, expressividade e articulação. De forma aleatória, os alunos retiravam apenas um papel dentro do saco que circulava pela turma, que continha um trava-línguas, uma lengalenga, uma rima ou uma adivinha. Depois dirigiam-se à frente da turma e interpretavam os textos de forma cantada ou falada.

Pedras pintadas

Os alunos realizaram uma tarefa alusiva ao dia dos Reis, inserida nas Artes Visuais. Para tal, a aula iniciou com um exemplo tipo do que terão de fazer e esclarecidas dúvidas que tivessem. De seguida, foi entregue a cada aluno uma pedra, onde a ideia inicial seria colorirem uma face de um rei ou de uma rainha, ficaria ao critério de cada um. No entanto, os alunos expressaram vontade de pintar outras figuras, e não só reis ou rainhas. Então deixei a atividade livre q cada um pintaria o que desejasse. Para tal utilizaram guaches ou aguarelas, canetas de filtro, lápis de cera, etc., o material seria de cada aluno e poderiam usar o que pretendessem e qual material teria maior eficácia para colorir o objeto pretendido, a pedra. Com plasticina, terão de moldar um nariz para ser aplicado na pedra. O decorrer da aula foi normal, havia muito entusiasmo e curiosidade para ver o que os colegas iam fazendo. Fui incentivando à criatividade e procurei despertar no aluno o entusiasmo. Após todos terem terminado, colocamos as pedras em cima de folhas de jornal para secarem e no dia seguinte, foi colocado uma mola de madeira na parte detrás de cada pedra para, posteriormente, serem colocadas no moral da turma.

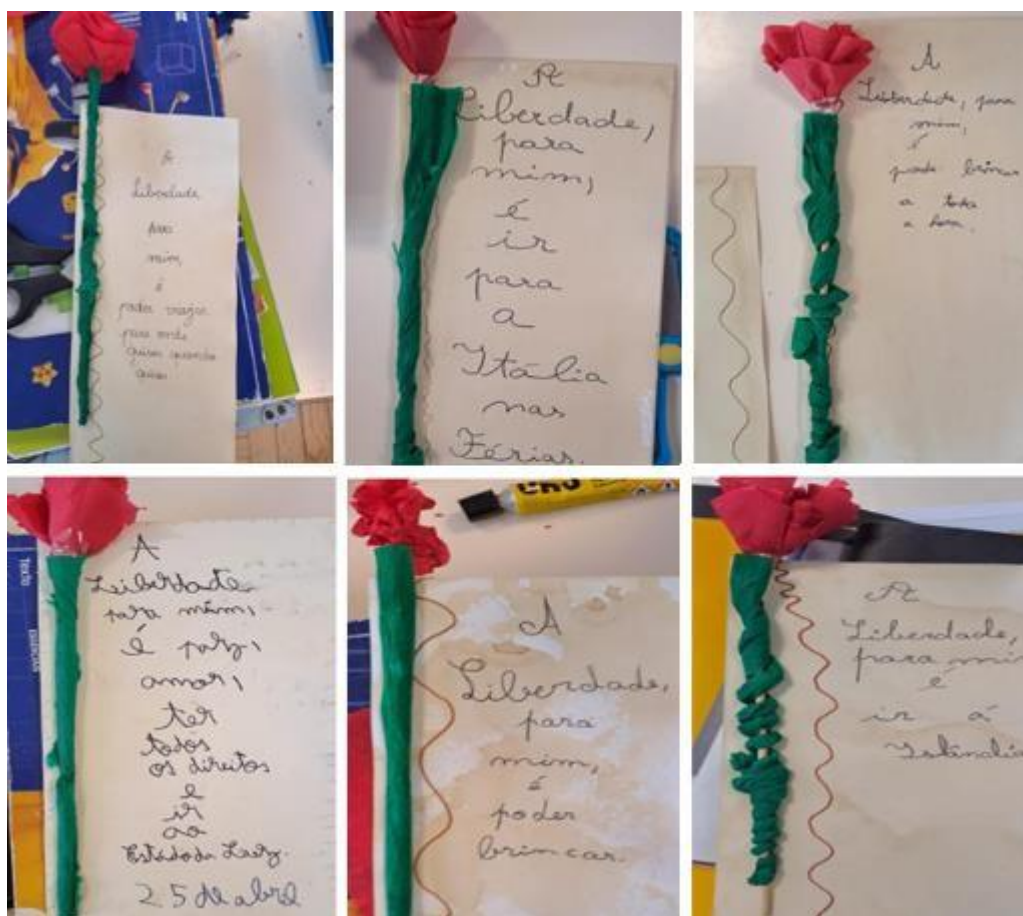
Figura 4 – Pedras pintadas por todos os alunos



25 de abril

Dando continuidade à aula de português (lecionado por outra PE), onde os alunos responderam a algumas questões sobre o 25 de abril (tais como: “O que é a liberdade?”, “Porque é que a liberdade é importante?”, “O que aconteceria se não houvesse liberdade?”, etc.), visionaram um vídeo sobre o mesmo e ainda construíram um texto; a aula da parte da tarde foi idealizada para os alunos realizassem um cravo e escrevessem o que para eles era a liberdade, dando assim alusão ao dia. Assim sendo, foi distribuído, por cada aluno, papel crepe vermelho e verde e um pau de espetada; os alunos recortaram os papéis consoante as instruções dadas pela PE. Após a construção do cravo, escreveram numa folha branca o que para eles era a liberdade e a PE foi verificando a ortografia. No final, foi distribuído, por cada aluno, um papel com aspeto antigo. Os alunos colaram o cravo e transcreveram a frase já verificada ortograficamente pela PE. Os alunos demonstraram muito empenho que se refletiu na emoção que transmitiam ao verem o seu cravo construído.

Figura 5 – Alguns cartões do 25 de abril realizados pelos alunos



Planeta Terra

A aula de Estudo do Meio foi planeada com a construção de um Planeta Terra, em homenagem ao Dia Mundial do Meio Ambiente (5 de junho de 2023). Como estava bom tempo, a PE decidiu realizar a aula na rua. Houve um diálogo com os alunos sobre o Meio Ambiente, onde foi abordado o estado de “saúde” do nosso planeta, a contribuição dos alunos para um planeta limpo, os diferentes tipos de poluição e as soluções que propunham para as evitar. De seguida, foi solicitado a cada aluno que pintassem um planeta Terra, da maneira que o conheciam, mas metade teria de ser um planeta saudável e a outra metade do planeta tinha de estar danificado e poluído. Foi dado aos alunos pincéis, uma bola de esferovite a cada aluno, um pau de espetada e tinham à sua disposição 5 taças: uma com água, outra com tinta verde, outra tinta azul, outra tinta laranja e outra tinta castanha. Os alunos tiveram imensa criatividade, divertiram-se, e adoraram o facto de terem uma aula ao ar livre. No decorrer desta atividade, ainda houve tempo para alguns jogos e brincadeiras, assim como música para criar um ambiente descontraído.

Figura 7 – Planetas Terra



Projeto para leilão escolar

Foi proposto, a cada turma, a elaboração de um projeto de tema livre para a realização de um leilão escolar. Visto que éramos três estagiárias, responsabilizaram-nos por este projeto. Após reunirmos, decidimos que os alunos iriam pintar uma tela sobre a roda dos alimentos. Previamente, realizámos os desenhos a lápis na tela e depois em aula, os alunos, à vez, vinham pintar um alimento. Tivemos um *feedback* muito positivo, pois era uma roda dos alimentos diferente pois continha alimentos como se desenhos animados se tratassem. Os encarregados de educação, assim como toda a comunidade escolar, enalteceram a tela pelo excelente trabalho elaborado em pouco tempo.

CAPÍTULO II. ANÁLISE REFLEXIVA DO CONTEXTO E PROCESSO DE ESTÁGIO

Análise Reflexiva do Contexto e Processo de Estágio em 1.º CEB

Ao longo do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, tive a oportunidade de realizar dois estágios em diferentes contextos educativos: no 3.º ano do 1.º CEB, no 5.º ano do 2.º CEB (na disciplina de Ciências Naturais) e no 6.º ano do 2º CEB (na disciplina de Matemática). Estas experiências foram fundamentais para o meu crescimento pessoal e profissional, pois permitiram uma aquisição significativa de conhecimentos e competências pedagógicas, decorrente de uma predisposição para experienciar e surpreender-me perante novas situações (Schön, 1983). Concluídos estes estágios pedagógicos, é essencial refletir sobre os aspetos mais relevantes, dando especial atenção ao contexto de 1.º CEB, que constitui o foco deste documento.

Durante o ano de 2022/2023, atuei como observadora e participante (Decreto-Lei n.º 79, 2014) no processo educativo de uma turma do 3.º ano do 1.º CEB. Este estágio integrou três fases distintas: observação, lecionação e reflexão (Perrenoud, 2002).

A primeira fase, de observação, foi essencial para conhecer os alunos que iria acompanhar posteriormente, identificar metodologias adequadas ao acompanhamento individual dos alunos, bem como as práticas implementadas pela Professora Cooperante. Uma das minhas principais preocupações era compreender as atitudes e hábitos de estudo dos alunos. Para isso, procurei obter informações relevantes junto da Professora Cooperante, permitindo adaptar a minha intervenção às necessidades individuais de cada aluno e de proporcionar um ambiente favorável à minha interação com os alunos e de estes com os seus pares, que, segundo Vygotsky (1978) é essencial no desenvolvimento de aprendizagens.

Na fase de lecionação, os conhecimentos adquiridos na etapa anterior foram essenciais. Durante este período, apropriei-me de forma mais aprofundada das características e funcionamento da turma. Inicialmente, senti alguma insegurança, no entanto, ao longo da experiência fui ganhando confiança nos domínios do conhecimento pedagógico e didático, bem como no conhecimento do conteúdo, nomeadamente no desenvolvimento da capacidade de interligar os conteúdos programáticos com os interesses e necessidades da turma (Nóvoa, 1992; Shulman, 1987).

A fase de reflexão foi transversal a todo o estágio, tanto individualmente como em colaboração com as colegas estagiárias e a Professora Cooperante, permitindo-me examinar continuamente o impacto que as escolhas pedagógicas tinham nos alunos (Zeichner & Liston, 1996). Além disso, as discussões e *feedbacks* recebidos do Professor Supervisor da ESEC foram fundamentais para

o meu desenvolvimento, uma vez que proporcionaram uma orientação valiosa e construtiva ao longo do processo. As sugestões da Professora Cooperante e do Professor Supervisor revelaram-se de grande importância, ajudando-me a evoluir enquanto Professora Estagiária. Para além das reflexões e sugestões constantes, destaco a relevância do *feedback* da Professora Cooperante, que me permitiu aprimorar as minhas práticas pedagógicas. Com base nessas orientações, pude planejar estratégias de ensino mais eficazes, capazes de envolver os alunos e facilitar a compreensão dos conteúdos abordados (Borrallho & Pereira, 2010; Darling-Hammond, 2006).

Apesar da escola na qual realizei o estágio ter alguns recursos materiais disponíveis, ao longo do tempo percebi que era importante e desafiante para mim não ficar na minha zona de conforto e criar materiais didáticos alternativos (Freire, 1996; Ponte, 2006). Esta experiência contribuiu significativamente para a minha capacidade de adaptação a diferentes contextos escolares, uma vez que, em vez de adaptar os métodos de ensino aos recursos existentes, criei recursos que se adaptassem às práticas de ensino que pretendia implementar (Korthagen, 2010).

Enquanto futura Professora, considero que o meu percurso profissional continuará a evoluir, tanto a nível pessoal como académico, uma vez que a formação de professores é um processo contínuo (Imbernón, 2009). Assim, encerro este estágio com grande satisfação, valorizando todas as experiências e conhecimentos adquiridos ao longo desta trajetória.

PARTE II: COMPONENTE INVESTIGATIVA

CAPÍTULO III. INTRODUÇÃO

III.1. Motivação e formulação do problema

A Álgebra, enquanto tema matemático autónomo, surgiu pela primeira vez nos documentos curriculares orientadores para o 1.º Ciclo do Ensino Básico nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (Direção-Geral da Educação, 2018) que se encontram em vigor desde o ano letivo de 2022/2023. Apesar de, até então, a Álgebra ser trabalhada de modo transversal com outros temas matemáticos, com as orientações curriculares em vigor emergem de modo mais pronunciado na sala de aula do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Os alunos já tinham tido um breve contacto com padrões e regularidades, mas nunca tinham tido contacto com problemas que envolvessem padrões e regularidades. Assim, surgiu o seguinte problema de investigação: *Que características do pensamento algébrico são mobilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade, do 1.º Ciclo do Ensino Básico, na resolução de problemas envolvendo regularidades em sequências?*

III.2. Objetivos de investigação

Tendo em consideração o problema de investigação formulado, definiram-se como objetivos da investigação, para dar resposta ao mesmo:

- analisar estratégias e tipos de erros envolvidos nas resoluções dos alunos;
- identificar características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos.

III.3. Pertinência do estudo

Segundo Ribeiro e Cury (2021), o pensamento algébrico promove o desenvolvimento de abstrações e generalizações, essenciais aos processos de modelação matemática da vida real. O pensamento algébrico permite que os alunos reconheçam padrões, estabeleçam relações entre quantidades e utilizem representações simbólicas para resolver problemas. Dessa forma, o ensino de álgebra desempenha um papel fundamental na transição do pensamento aritmético para o pensamento matemático mais estruturado, ajudando os alunos a compreender conceitos como variáveis, expressões algébricas e equações (Ponte et al., 2009).

Durante a resolução de problemas matemáticos, os alunos utilizam diferentes tipos de representações, tais como a verbal, simbólica, contextual, física e visual. A escolha e a flexibilidade na utilização dessas representações são fundamentais para o desenvolvimento de um raciocínio matemático mais completo, permitindo que os estudantes interpretem os problemas sob diferentes perspetivas e construam soluções mais eficazes (Canavarro et al., 2021).

No entanto, é comum que os alunos cometam erros ao resolver problemas matemáticos. Esses erros podem ser classificados em diferentes tipos, como erros por desatenção, erros de cálculo, erros na resolução de problemas, erros de precisão e erros por falta de preparação. A identificação e a análise dos erros cometidos pelos alunos são fundamentais para que os professores possam intervir de maneira adequada, promovendo a aprendizagem e prevenindo a repetição de equívocos semelhantes no futuro (Mathaba et al., 2024).

As capacidades matemáticas desenvolvidas através do ensino da álgebra e da resolução de problemas incluem o raciocínio lógico, a capacidade de generalização, a flexibilidade cognitiva e a argumentação matemática. Essas competências não apenas contribuem para um desempenho mais eficiente na matemática, mas também são essenciais para a resolução de problemas do dia a dia e para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos (Direção-Geral da Educação [DGE], 2017).

Assim, a abordagem integrada desses aspetos no ensino da matemática possibilita aos alunos uma aprendizagem mais significativa e estruturada, preparando-os para desafios mais complexos e incentivando uma visão ampla e versátil sobre o mundo dos números e das relações matemáticas (Graça, Ponte & Guerreiro, 2023).

CAPÍTULO IV. REVISÃO DE LITERATURA

IV.1. O pensamento algébrico

O pensamento algébrico envolve a capacidade de generalizar relações matemáticas e expressá-las de formas progressivamente mais formais. Este não se limita apenas à manipulação de símbolos, mas sim à compreensão e representação de padrões e regularidades matemáticas. Segundo Canavarro (2009), o pensamento algébrico não se reduz à manipulação de símbolos, mas envolve a compreensão e representação de generalizações matemáticas.

Abordar o pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade é essencial para o futuro desenvolvimento da álgebra formal. Para isso, é necessário integrá-lo com outras áreas da Matemática, como Números, Geometria e Medida, promovendo uma abordagem unificada e significativa do conhecimento matemático. As orientações curriculares do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) enfatizam a importância da compreensão de padrões, relações e funções, destacando que a abordagem investigativa favorece uma aprendizagem mais profunda e significativa. Canavarro (2009), ressalta que a integração do pensamento algébrico com outras áreas da matemática promove uma aprendizagem mais significativa e evita dificuldades futuras. Também Cai e Moyer (2008, p. 171) afirmam que a introdução precoce da álgebra, através da exploração de padrões, pode melhorar a compreensão dos alunos sobre conceitos algébricos e promover o pensamento algébrico desde os primeiros anos. Segundo Vale e Pimentel (2013), exploração de padrões serve como um contexto estruturante para o desenvolvimento do pensamento. Nos primeiros anos de escolaridade, o uso de diagramas, tabelas, gráficos e linguagem natural é fundamental na expressão de generalizações matemáticas, bem como na compreensão das mesmas por parte dos alunos. Canavarro (2009), afirma que o uso de representações múltiplas, como diagramas e tabelas, apoia a expressão de generalizações matemáticas pelos alunos.

Para que essa abordagem seja eficaz, é fundamental criar um ambiente de sala de aula que valorize a argumentação, a construção coletiva de conhecimento e a exploração de regularidades matemáticas. Além disso, elevar as expectativas sobre as capacidades matemáticas dos alunos e promover a algebrização das tarefas diárias, contribui para uma aprendizagem mais investigativa e reflexiva. Dessa forma, transforma-se a cultura da sala de aula, tornando a matemática mais acessível, significativa e conectada com o pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolarização. Canavarro (2009) enfatiza a importância de criar uma cultura de sala de aula adequada à discussão e confronto de ideias, à argumentação e à construção coletiva de generalizações matemáticas.

Vale e Pimentel (2013) identificam diversas categorias que caracterizam o pensamento algébrico em desenvolvimento: O pensamento algébrico é a descoberta de padrões pressupõe: a identificação de regularidades e estruturas repetitivas em sequências numéricas ou geométricas; a capacidade de generalizar, isto é, de estender observações específicas para formular regras ou fórmulas gerais; a aplicação dos raciocínios indutivo e dedutivo, partindo de exemplos específicos para formular conjecturas (indução) e aplicação de regras gerais a casos específicos (dedução); fluência representacional, no emprego de diferentes formas de representação matemática; argumentação matemática, isto é, a capacidade de justificar e comunicar raciocínios matemáticos de forma clara e lógica.

A aritmética generalizada desempenha um papel fundamental nesse processo, pois explora a estrutura e propriedades das operações aritméticas, promovendo a generalização e o desenvolvimento do pensamento estrutural desde os primeiros anos escolares. De forma complementar, o pensamento funcional, relacionado com o estudo de funções e variações, incentiva o reconhecimento de padrões e a construção de regras que descrevem tais relações. Canavarro (2009), destaca que a aritmética generalizada e o pensamento funcional são duas vertentes essenciais do pensamento algébrico.

Vale e Pimentel (2013), apresentam uma categorização das formas de pensamento algébrico, adaptada de Blanton e Kaput (2005), que integra os domínios: *aritmética generalizada*, como um domínio para expressar e formalizar generalizações; *pensamento funcional*, que permite a descrição de relações funcionais; *outros processos de generalização e justificação*, que envolve outros processos de generalização e justificação mais complexos. Na categorização apresentada por estas autoras, a aritmética generalizada integra as categorias: “exploração de propriedades e relações entre números inteiros; exploração de propriedades das operações sobre números inteiros; tratamento algébrico do número; resolução de expressões em que falta um número” (Vale & Pimentel, 2013, p. 103). Quanto ao pensamento funcional, este é constituído pelas categorias: “simbolização de quantidades e operação com expressões simbólicas; descoberta de relações funcionais; predição de situações desconhecidas usando dados conhecidos – conjectura; identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos” (Vale & Pimentel, 2013, p. 103). Relativamente aos outros processos de generalização e justificação, são consideradas as categorias: “uso de generalizações para a resolução de tarefas algébricas; justificação, prova e teste de conjecturas; generalização de um processo matemático” (Vale & Pimentel, 2013, p. 103).

IV.2. Ensino da Álgebra

Ao longo dos anos, a Álgebra foi gradativamente reduzida como uma área distinta nos currículos portugueses, resultando num empobrecimento das experiências de aprendizagem dos alunos, uma vez que a Álgebra desempenha um papel essencial no desenvolvimento do pensamento matemático e na capacidade de generalização. Segundo Ponte (2006), a Álgebra tem sido vista como um tema difícil e árido, levando a uma diminuição do seu “peso” nos currículos.

Perante este cenário, defende-se a valorização do pensamento algébrico nos currículos escolares, destacando aspetos fundamentais, como o estudo de estruturas matemáticas, a simbolização, a modelação e a compreensão da variação, essenciais para a compreensão das relações matemáticas e para a formação de alunos capazes de resolver problemas complexos de maneira eficaz. Segundo Ponte (2006), é fundamental promover o pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, integrando-o de forma natural nas atividades matemáticas. Atualmente, este princípio é igualmente reconhecido nas Aprendizagens Essenciais de Matemática, que preveem o desenvolvimento do pensamento algébrico e funcional através da identificação e exploração de regularidades, padrões e relações (Direção-Geral da Educação [DGE], 2018, 2021).

Nas Aprendizagens Essenciais (AE) de Matemática para o Ensino Básico, em Portugal, a Álgebra é novamente reconhecida como um domínio fundamental e tratado como um tema independente na disciplina de Matemática. Nas AE, no tema Álgebra, não é apenas valorizada a manipulação simbólica de expressões, mas sobretudo como o desenvolvimento do pensamento algébrico — que envolve a generalização, a modelação, a representação e a análise de relações matemáticas (Direção-Geral da Educação [DGE], 2018).

Nas AE, o ensino da Álgebra inicia-se desde os primeiros anos do 1.º CEB, integrando-se progressivamente com conteúdos de outros domínios, como a aritmética e a geometria, de forma a promover uma aprendizagem contextualizada e significativa. Este foco permite que os alunos construam uma base sólida para compreender conceitos mais complexos no 2.º CEB e nos anos seguintes, facilitando a transição entre a aritmética e a Álgebra formal. Conforme expressa o documento das AE, “promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos do ensino básico, abordando a generalização, a modelação e a resolução de problemas de forma integrada” (Direção-Geral da Educação [DGE], 2018, p. 14).

A presença da Álgebra nas AE enfatiza também a importância de explorar padrões, estruturas e funções, promovendo o raciocínio lógico e a capacidade de generalizar situações concretas para

formas abstratas. Além disso, destaca a necessidade de utilizar múltiplas representações — numéricas, gráficas, simbólicas e verbais — como ferramentas para o entendimento e a comunicação matemática. Dessa forma, as AE encorajam práticas pedagógicas que desenvolvem o pensamento algébrico de maneira integrada, dinâmica e participativa, reforçando o papel do professor como mediador e facilitador desse processo.

Um dos principais desafios enfrentados pelos alunos é a transição da aritmética para a Álgebra. Essa mudança exige uma nova forma de pensar em Matemática, envolvendo a interpretação de definições, a compreensão das propriedades das operações e o entendimento do papel das variáveis na representação de padrões e regularidades. Ponte (2006) destaca que a transição da aritmética para a Álgebra é um momento crítico na aprendizagem matemática, exigindo dos alunos uma reestruturação do seu pensamento. Esta transição é apoiada pelas AE, ao incentivar a construção de generalizações com base em operações e representações variadas desde os primeiros anos de escolaridade (DGE, 2018, 2021).

Atualmente, o ensino da Álgebra tem dado ênfase excessiva à manipulação simbólica, negligenciando a compreensão das relações matemáticas subjacentes e a importância da generalização. Para melhorar a aprendizagem, é essencial reformular abordagens pedagógicas, privilegiando estratégias que favoreçam a construção do pensamento algébrico de maneira mais significativa e integrada na experiência dos alunos. Conforme aponta Ponte (2006), é necessário repensar o ensino da Álgebra, focando-se menos na manipulação de símbolos e mais na compreensão dos conceitos e relações. As AE reforçam a importância de estratégias pedagógicas que privilegiem o raciocínio, a comunicação matemática e a modelação (DGE, 2018, 2021).

Kaput (2008), defende que a Álgebra não deve ser vista apenas como um sistema formal de manipulação de símbolos, mas como uma forma de pensar e representar relações matemáticas. Ele propõe uma “algebrização” do currículo desde os primeiros anos escolares, integrando a Álgebra no quotidiano dos alunos, através da generalização de padrões, funções e modelação de relações. O pensamento algébrico envolve generalizar operações aritméticas e desenvolver uma compreensão profunda das estruturas matemáticas subjacentes.

Kieran (1989) propõe uma visão estrutural para a aprendizagem precoce da Álgebra, defendendo que o foco deve estar no entendimento das relações e estruturas matemáticas, e não apenas na manipulação de símbolos. Kieran (1989) afirma ainda que a álgebra é o estudo de estruturas e sistemas abstraídos de cálculos e relações, incluindo aqueles que surgem na

aritmética (álgebra como aritmética generalizada) e no raciocínio quantitativo. A autora destaca a importância de explorar padrões, relações funcionais e generalizações desde os primeiros anos escolares. O pensamento algébrico precoce é visto como uma extensão do raciocínio aritmético, promovendo uma compreensão profunda das estruturas subjacentes e preparando os alunos para conceitos formais de álgebra no futuro.

Blanton e Kaput (2005) caracterizam práticas pedagógicas que promovem o raciocínio algébrico no ensino básico. Os autores defendem a importância de integrar a generalização de padrões, o uso de representações variadas e o desenvolvimento do pensamento funcional nas atividades de sala de aula. Segundo Blanton e Kaput (2005), as práticas pedagógicas eficazes devem promover um ambiente no qual os alunos possam explorar, argumentar e justificar as suas ideias matemáticas, enfatizando a relevância de criar espaços que incentivem a construção de generalizações e a comunicação dessas ideias.

Blanton e Kaput (2005) destacam também o papel crucial do professor na criação de uma cultura de sala de aula que favoreça a exploração, a argumentação e a justificação. Para os autores, “o papel do professor é fundamental na criação de um ambiente de aprendizagem onde a argumentação matemática se torna uma prática central, permitindo que os alunos construam e comuniquem suas próprias generalizações matemáticas” (Blanton & Kaput, 2005, p. 417). Dessa forma, a interação no ambiente de sala de aula deve permitir que os alunos se envolvam ativamente com as ideias matemáticas, construindo um entendimento mais profundo dos conceitos algébricos.

Em suma, as práticas pedagógicas centradas no raciocínio algébrico devem envolver a generalização, a utilização de diversas representações e o desenvolvimento do pensamento funcional, com ênfase na participação ativa dos alunos, no incentivo à argumentação e na criação de um ambiente de sala que favoreça a justificação e comunicação de ideias matemáticas. O professor desempenha um papel essencial ao orientar esse processo, estimulando a construção e expressão das generalizações dos alunos.

IV .3. Resolução de problemas

Ponte (2005) descreve uma categorização das tarefas em função de duas dimensões — grau de estruturação (fechada vs. aberta) e desafio (reduzido vs. elevado). Nessa categorização, os problemas surgem como tarefas fechadas, de desafio elevado — diferenciando-se de: exercícios (fechadas e desafio reduzido); explorações (abertas e desafio reduzido); e investigações (abertas e desafio elevado). Esta definição reforça a importância de propor aos alunos tarefas

diferenciadas e que exijam criatividade, estratégia e reflexão, em vez de a mera aplicação mecânica de procedimentos conhecidos.

Assim, de acordo com o Ministério da Educação (2001, p. 68), “os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução”. Ponte (2005) complementa esta ideia, definindo que um problema é uma tarefa fechada, de estrutura clara e elevado nível de desafio, cujos procedimentos de resolução não são imediatos nem conhecidos previamente pelo aluno. Deste modo, problemas distinguem-se de exercícios, pela necessidade que colocam aos alunos de inventar ou encontrar caminhos próprios para a solução, mobilizando estratégias diversas. A abordagem de George Pólya à resolução de problemas, é apresentada como uma das mais influentes no ensino da matemática (Palhares, 2004). Segundo Pólya (1980, como citado em Ponte, 2004), “resolver um problema é encontrar uma saída da dificuldade, é encontrar um caminho à volta de um obstáculo, para obter um fim desejável, que não está disponível de imediato através de meios apropriados” (p.12). Ou seja, resolver um problema matemático é mais do que aplicar uma fórmula ou seguir um procedimento, trata-se de um processo reflexivo e estruturado que envolve diversas fases cognitivas. Pólya (1995) organiza a resolução de um problema em quatro etapas fundamentais:

1. Compreensão do problema – nesta fase, o aluno deve identificar claramente o que é pedido, quais os dados disponíveis e quais as condições envolvidas;
2. Elaboração de um plano – consiste em pensar numa estratégia adequada para resolver o problema, recorrendo, por exemplo, a problemas semelhantes já resolvidos;
3. Execução do plano – momento de aplicar passo a passo a estratégia definida, com atenção ao rigor e à clareza do raciocínio;
4. Revisão – implica voltar atrás, verificar se a solução faz sentido, identificar possíveis erros e explorar generalizações ou melhorias da resolução.

Esta metodologia não deve ser vista como uma sequência rígida, mas antes como um guia flexível que pode ser adaptado ao tipo de problema e ao contexto de aprendizagem. Ponte (coloque aqui a referência) salienta que este modelo permite promover uma abordagem mais rica, criativa e autónoma na aprendizagem da matemática, dando ênfase ao papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento. Segundo Palhares (2004, pp. 24–25), *“É importante distinguir o modelo de Pólya das estratégias. O modelo proporciona uma visão geral... enquanto as estratégias são ferramentas que [...] podem ser bastante úteis em vários momentos do processo.”*

Segundo Posamentier e Krulik (1998) e Palhares (2004), as principais estratégias para resolver um problema são: fazer uma simulação ou dramatização – recriar a situação do problema de forma ativa; tentar várias abordagens (“fazer tentativas”), validando-as à luz dos dados disponíveis; reduzir o problema a um mais simples – dividir ou simplificar para melhor compreensão; descobrir padrões – buscar regularidades que facilitem uma solução; fazer listas organizadas – enumerar sistematicamente hipóteses ou etapas; trabalhar do fim para o princípio – começar pela solução esperada e retroceder; representações visuais (desenhos, tabelas, esquemas) – externalizar o pensamento por meio de gráficos ou imagens.

Estas estratégias não substituem o método geral de Pólya, mas atuam em momentos específicos desse processo, fornecendo ferramentas concretas: compreender o problema – podem ajudar os esquemas e simulações; elaborar o plano – listas organizadas, identificação de padrões ou redução de problema são úteis; executar o plano – as tentativas sistemáticas e o trabalho inverso ajudam na exploração; e revisão – simulações e reflexões sobre o processo podem ser fundamentais (Palhares, 2004).

Vários autores têm analisado e categorizado os erros cometidos na resolução de problemas. Mathaba et al. (2024), na análise dos erros cometidos por alunos durante a resolução de problemas algébricos, referiram que “os erros podem ser categorizados em diferentes tipos, nomeadamente erros por descuido, erros de cálculo, erros relacionados com a resolução do problema, erros de precisão e erros por impreparação” (p. 580). Esta categorização, que se apoia na teoria de análise de erros de Koch (2014), permite uma compreensão mais detalhada dos equívocos enfrentados pelos alunos, distinguindo entre falhas superficiais e erros de natureza conceitual.

Os erros por descuido caracterizam-se por ser cometidos quando os alunos trabalham de forma descuidada, não se concentram, estão apressados ou cansados. Os erros de cálculo ocorrem quando os alunos interpretam ou utilizam incorretamente os sinais operacionais e efetuam operações aritméticas incorretamente. Os erros emergentes da resolução de problemas ocorrem por falta de conhecimentos conceituais e procedimentais. Os erros de precisão ocorrem quando um aluno escreve de forma desordenada, é demasiado confuso, esquece-se de sinais, variáveis ou números, ou não utiliza a notação. Os erros de impreparação ocorrem quando o aluno não termina o problema matemático e deixa espaços em branco ou não escreve nada (Mathaba et al., 2024).

É importante compreender a natureza e as implicações dos diferentes tipos de erros. Estes decorrem frequentemente da ausência de conhecimento concetual e procedimental, levando os alunos a desconsiderar regras matemáticas essenciais durante a resolução de problemas, comprometendo tanto a compreensão algébrica, quanto o seu desempenho, sendo obstáculos significativos ao progresso matemático dos alunos (Mathaba et al., 2024).

Além disso, a análise dos níveis cognitivos dos alunos associados aos erros auxilia no diagnóstico pedagógico, pois “a identificação do tipo e do nível do erro é fundamental para que os professores possam intervir de forma eficaz, promovendo a aprendizagem e prevenindo a repetição dos mesmos” (Mathaba et al., 2024, p. 580). Dessa forma, o estudo contribui para mapear as dificuldades específicas dos alunos e ajustar a metodologia de ensino, possibilitando o desenvolvimento de estratégias eficazes para analisar e lidar com os erros e conceções equivocadas, prevenindo dificuldades crescentes na aprendizagem da matemática.

IV.4. Capacidades Matemáticas

Nunes et al. (2009), baseados em investigações extensas sobre os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem da Matemática, exploram as formas como as crianças desenvolvem competências matemáticas fundamentais e de que maneira essas competências podem ser incentivadas no ambiente escolar. Estes autores destacam a importância de compreender a diferença entre o conhecimento matemático informal, adquirido nas experiências quotidianas das crianças (como noções de quantidade, medida e comparação), e o conhecimento formal que é sistematizado e ensinado na escola (Nunes et al., 2009). Os autores afirmam ainda que as crianças já chegam à escola com capacidades matemáticas importantes, mas muitas vezes essas não são reconhecidas ou utilizadas de forma eficaz no ensino formal (Nunes, 2009).

O desenvolvimento da compreensão concetual e do raciocínio lógico são fundamentais no sucesso em Matemática, devendo a aprendizagem matemática ser centrada na compreensão, em vez da memorização de conceitos e procedimentos (Nunes et al, 2009).

A aprendizagem matemática deve ser desenvolvida em contextos significativos, de modo a aproximar a matemática formal das experiências reais das crianças. Segundo Nunes et al. (2009), a resolução de problemas autênticos deve ser vista como uma estratégia essencial para desenvolver o pensamento matemático das crianças, permitindo que elas façam conexões entre o que aprendem na escola e o mundo real. Assim, em termos educacionais, sugere-se a

integração de práticas pedagógicas que promovam o desenvolvimento da compreensão concetual, não apenas a memorização de procedimentos; a valorização do conhecimento prévio das crianças; a promoção do raciocínio matemático e da capacidade de argumentação; e a resolução de problemas autênticos, como uma estratégia fundamental para desenvolver o pensamento matemático (Nunes et al., 2009). O ensino da Matemática deve ser centrado na compreensão, estimulando a autonomia e a reflexão crítica dos alunos sobre os conceitos e procedimentos matemáticos, para que as crianças se tornem aprendizes mais independentes e desenvolvam uma compreensão profunda da Matemática (Nunes et al., 2009).

Oliveira e Canavarro (2015) enfatizam a importância de desenvolver capacidades matemáticas gerais no Ensino Básico, destacando competências como o raciocínio matemático, a resolução de problemas, a comunicação matemática, as conexões matemáticas e as representações matemáticas. As autoras argumentam que essas competências, embora distintas, são interligadas e essenciais para uma compreensão aprofundada da Matemática, ressaltando ainda que, promover essas competências desde o início da escolaridade básica é crucial para o desenvolvimento de autonomia, pensamento crítico e flexibilidade cognitiva nos alunos na abordagem de diversas situações matemáticas.

Atualmente, nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (Direção-Geral da Educação [DGE], 2018), essas capacidades são reconhecidas, sendo promovido o seu desenvolvimento ao longo de todos os anos de escolaridade, transversalmente a todos os conteúdos matemáticos. Para tal, o professor deve criar ambientes de aprendizagem ricos, nos quais os alunos possam explorar, discutir e refletir sobre conceitos matemáticos, por meio de tarefas desafiadoras e em contextos significativos (Oliveira & Canavarro, 2015).

IV. 4. 1 Representações Matemáticas

As representações matemáticas são ferramentas essenciais para a comunicação, compreensão, raciocínio e descoberta matemática, sendo uma competência transversal que deve ser desenvolvida em toda a escolaridade obrigatória (Canavarro, Brunheiro, Vicente & Brito, 2022.) Entre as várias categorizações para os tipos de representações, destacam-se as categorias propostas por Bruner, nomeadamente, as representações verbais, icónicas, ativas e simbólicas, aprofundadas por Lesh et al. (1987), que acrescentam as representações contextuais (Canavarro, Brunheiro, Vicente & Brito, 2022).

Segundo Lesh et al. (1987), as representações: contextuais, integram contextos do quotidiano envolvendo fenómenos ou acontecimentos reais; físicas (correspondentes às ativas de Bruner), envolvem manipulativos físicos e virtuais (eg., cubos, material multibásico, tangram, objetos virtuais) que podem ser manipulados ou movidos; visuais (correspondentes às icónicas de Bruner), incluem figuras, desenhos, esquemas ou diagramas contendo ideias matemáticas; verbais, envolvem a linguagem oral ou escrita, matematicamente formal ou usada no dia a dia; simbólicas, envolvem o uso de símbolos matemáticos escritos e palavras escritas que estão associadas a eles.

Arcavi (2003), destaca o papel das representações visuais na aprendizagem da matemática, enfatizando sua importância na compreensão de conceitos algébricos. Suh et al. (2008) destacam a importância de articular diferentes tipos de representações, denominando a capacidade de estabelecer conexões entre várias representações por fluência representacional.

CAPÍTULO V. METODOLOGIA

De acordo com o problema de investigação formulado e os objetivos de investigação definidos, a investigação implementada é de natureza mista (Creswell, 2014) e de índole interpretativo (Amado, 2014).

A investigação foi desenvolvida no âmbito do estágio pedagógico do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, realizado na Escola Superior de Educação de Coimbra (ESEC). O estudo envolveu 24 alunos do 3.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico, pertencentes a uma turma de uma escola pública situada no concelho de Coimbra, onde a Investigadora realizou o seu estágio profissional.

Para além da turma, participaram no estudo a Professora Titular da mesma, bem como duas Estagiárias que partilhavam o contexto de estágio com a Investigadora. Este grupo, que prestou apoio à gestão das atividades, à organização dos materiais e à recolha de dados sempre que necessário, constituiu o Grupo de Observação Participante (GOP), assegurando um acompanhamento contínuo e colaborativo durante o processo de investigação.

Adicionalmente, integrou-se na investigação um Grupo Colaborativo de Reflexão (GCR), composto pela Investigadora e dois Professores Orientadores da ESEC. Este grupo esteve envolvido em todas as fases metodológicas, com exceção da implementação dos desafios em sala de aula, assumindo responsabilidades de análise, discussão crítica e reflexão sobre os dados recolhidos ao longo do estudo.

A metodologia desta investigação foi influenciada pelas ideias de Cheng e Ling (2013), envolvendo, desta forma, três fases: planejar, implementar, avaliar e refletir (Quadro 3).

Quadro 3 - Esquematização das diferentes fases da investigação

<i>Planejar</i>	Selecionar os principais conteúdos e capacidades a desenvolver no âmbito do Pensamento Algébrico. Identificar os objetivos de aprendizagem. Conceber de uma sequência de problemas envolvendo regularidades em sequências.
<i>Implementar</i>	Implementar a sequência de problemas.

	Recolher dados durante as sessões de implementação através de observações, produções dos alunos, registos fotográficos e de áudio.
<i>Avaliar e refletir</i>	Analisar, interpretar, avaliar e refletir os dados resultantes da investigação.

Na primeira fase da metodologia – Planear – selecionaram-se os principais conteúdos e capacidades a desenvolver, no âmbito do Pensamento Algébrico. De seguida, identificaram-se os objetivos de aprendizagem. Por fim, concebeu-se uma sequência de problemas, a aplicar em diferentes momentos.

Na segunda fase da metodologia – Implementar – implementou-se a sequência de problemas em sala de aula, de acordo com as datas apresentadas no Quadro 4, e procedeu-se à recolha dos dados durante as sessões de implementação, através de observações, produções dos alunos, registos fotográficos e de áudio e notas de campo. A primeira ficha realizada dia 2 de maio teve como objetivo ser um diagnóstico para compreender melhor as falhas cometidas pelos alunos, pois continha questões com estratégias variadas e questões sem nenhum guia de resposta. A segunda ficha realizada dia 13 de junho apostou em estratégias que obtiveram maior taxa de sucesso na ficha anterior. A última ficha, realizado dia 19 de junho, foi uma ficha livre, sem nenhum guia de resposta, para os alunos aplicarem as estratégias que aprenderam nas fichas anteriores, e ainda formularam questões dentro do mesmo contexto.

Quadro 4 - Implementação das sequências de problemas em sala de aula

Data	Duração (minutos)	Síntese
02/05	30	Resolução de problemas da ficha “Comboio dos triângulos”
02/05	15	Discussão das resoluções dos alunos da ficha “Comboio dos triângulos”
02/05	30	Resolução de problemas da ficha “Circunferências”
02/05	15	Discussão das resoluções dos alunos da ficha “Circunferências”
13/06	30	Resolução de problemas da ficha “Bolinhas Y”
13/06	15	Discussão das resoluções dos alunos da ficha “Bolinhas Y”
13/06	30	Resolução de problemas da ficha “Submarinos”
13/06	15	Discussão das resoluções dos alunos da ficha “Submarinos”
19/06	30	Resolução de problemas da ficha “O Pote Mágico”

19/06	15	Discussão das resoluções dos alunos da ficha “O Pote Mágico”
19/06	10	Formulação de problemas, a pares, em situação livre com base na ficha “O Pote Mágico”
19/06	30	Resolução e discussão das formulações de problemas dos alunos da ficha “O Pote Mágico”

Na terceira e última fase da metodologia – Avaliar e Refletir – os dados foram analisados, interpretados e avaliados, tendo em conta o problema de investigação, bem como os objetivos.

A análise dos dados incidiu sobre estratégias e tipos de representação aplicados, bem como nos tipos de erros e formas de pensamento algébrico identificados.

Na identificação dos tipos de estratégias implementados durante a resolução de problemas, foi considerada a classificação de Posamentier e Krulik (1998) e de Palhares (2004). Na análise de estratégias envolvidas, houve uma particular incidência nos tipos de representações matemáticas utilizadas pelos alunos, tendo sido seguida a categorização de Lesh et al. (2003).

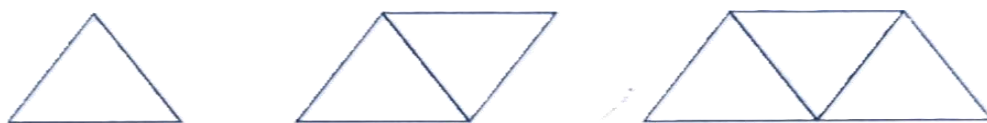
A análise dos tipos de erros cometidos pelos alunos seguiu o modelo apresentado em Mathaba et al. (2024). A categorização das características do pensamento algébrico baseou-se numa adaptação de Blanton e Kaput (2005), apresentada por Vale e Pimentel (2013).

CAPÍTULO VI. ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados centrou-se nas categorias *estratégias*, *tipos de representação*, *tipos de erros* e *formas de pensamento algébrico*. Para cada tarefa realizada pelos alunos, são apresentados quadros com a análise dos dados, acompanhados, sempre que for pertinente, de evidências centradas nos registos dos alunos. Sempre que os dados não se revelarem suficientes para inferir conclusões sobre os mesmos, a respetiva informação representar-se-á nos quadros pela sigla “NP” (não é possível), por sua vez, sempre que um aluno não responder a uma questão, representar-se-á por “NR” (não respondeu). Quando os erros cometidos forem uma consequência de erros cometidos anteriormente, serão indicados por “CA” (cometidos devido a erros anteriores).

VI.1. Tarefa: Comboio de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.
2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?
3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos

4. Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens? Explica o teu raciocínio.

5. Se continuarmos a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?
-

Quadro 5 – Análise à questão 1 da tarefa “Comboio de triângulos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer um desenho	17
	Fazer uma simulação	4
	NP	3
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	5
Tipos de representação	Visual	17
	NP	2
	Física	4
	Simbólica	6
	Verbal	2
Tipos de erros	Impreparação	3
	Descuido	6

Na categoria Estratégias, a subcategoria "Fazer um desenho" foi a mais recorrente, com 17 observações. Consequentemente, a subcategoria "Visual" dos Tipos de representação surge também com 17 ocorrências, o que demonstra a forte tendência dos alunos em recorrerem a representações visuais para resolver a tarefa. Quanto aos Tipos de Erros, os mais frequentes foram os de descuido, ocorrendo em 6 casos. Esses erros geralmente envolvem distrações ou falta de revisão. Já os erros por impreparação, presentes em 3 casos, sugerem a ausência de conhecimentos ou habilidades necessárias para resolver o problema corretamente.

Com base nos dados do Quadro 5, justifica-se a escolha da resposta do aluno A (Figura 8) para análise ou destaque. O aluno T aparece nas subcategorias "Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação", "Visual", e "Simbólica". Isto indica que a sua resposta combina diferentes estratégias e representações, sendo particularmente interessante por mostrar uma abordagem analítica (ao descobrir um padrão) e por usar elementos visuais e simbólicos.

Essa diversidade de recursos na resposta do aluno A torna a ilustração representativa de uma abordagem completa e rica, refletindo bem os tipos de estratégias e representações mais frequentes entre os alunos, conforme indicam os dados da tabela.

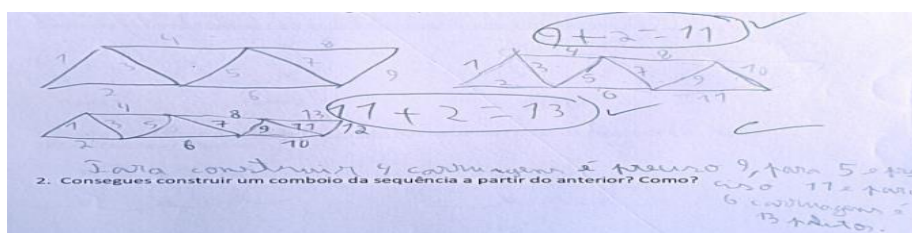
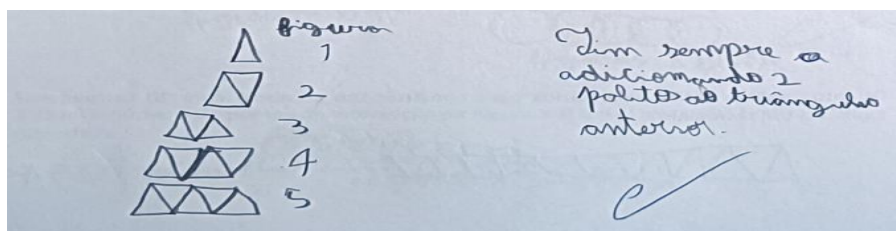
Figura 8 - Resposta à questão 1 do Aluno A

Figura 9 - Resposta à questão 2 do Aluno SQuadro 7 – Análise à questão 3 da tarefa “Comboio de triângulos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Tipos de estratégia	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	23
Tipos de representação	Simbólica	23
Tipos de erros	Descuido	3

Nesta questão, foi apresentada aos alunos uma tabela para preencher com o as informações disponíveis e com novos dados obtidos através da identificação de regularidades ou padrões.

Da análise do Quadro 7 verifica-se que todos os 23 alunos utilizaram a estratégia de "descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação", o que indica que os alunos foram capazes de identificar regularidades na sequência das figuras. Todos os alunos recorreram a uma representação simbólica, uma vez que aplicaram sempre a simbologia matemática.

Em relação aos erros, apenas foram cometidos por 3 alunos (D, J e U), por descuido (como podemos verificar na Figura 10), o que representa uma taxa relativamente baixa. Assim, esta tarefa promoveu, no geral, a competência dos alunos para identificar regularidades ou padrões em sequências geométricas e numéricas.

Figura 10 - Resposta à questão 3 do Aluno D

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	6 X
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 X
7	15 ✓
8	18 X

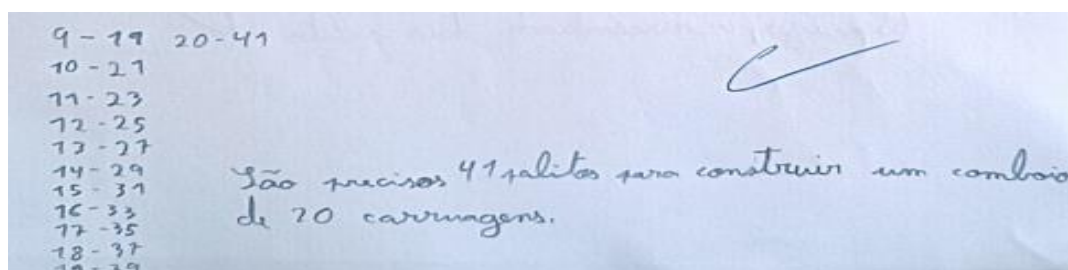
Quadro 8 – Análise à questão 4 da tarefa “Comboio de triângulos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer um desenho	9
	NP	4
	Organizar a informação numa lista	3
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	10
Tipos de representação	Visual	9
	NP	2
	Simbólica	7
	Verbal	5
Tipos de erros	Descuido	6
	Resolução de problemas	7

No que diz respeito às estratégias aplicadas na Questão 4, destacam-se as subcategorias "Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação", com 10 alunos utilizando essa abordagem, e "Fazer um desenho", aplicada por 9 alunos. Nos tipos de representação, a maioria dos alunos optou pelas visuais (9 observações) ou simbólicas (7 observações), seguindo-se as representações verbais (5 observações). Os dados demonstram uma diversidade de abordagens, em termos de estratégias e de representações matemáticas.

Os alunos que recorreram a um desenho para responde à questão, desenharam as 20 carruagens e contaram o número total de palitos. No entanto, uma grande parte dos alunos seguiu o raciocínio ilustrado pela resposta do aluno H (Figura 11), na qual utilizou as estratégias "organizar a informação numa lista" e "descobrir um padrão", demonstrando clareza na estruturação do seu pensamento.

Figura 11 - Resposta à questão 4 do Aluno H



Quanto aos tipos de erros, observam-se principalmente erros categorizados de “resolução de problemas” (7 alunos), como é exemplo a Figura 12, e “descuido” (6 alunos), o que revela alguns desafios na resolução da tarefa por parte de alguns alunos.

Figura 12 - Resposta à questão 4 do Aluno N

Handwritten calculation: $20 \times 2 = 40 + 3 = 43$

Quadro 9 – Análise à questão 5 da tarefa “Comboio de triângulos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Organizar a informação numa lista	1
	NR	2
	NP	6
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	14
Tipos de representação	NP	2
	NR	2
	Simbólica	3
	Verbal	17
Tipos de erros	Descuido	1
	Resolução de problemas	9
	Impreparação	4

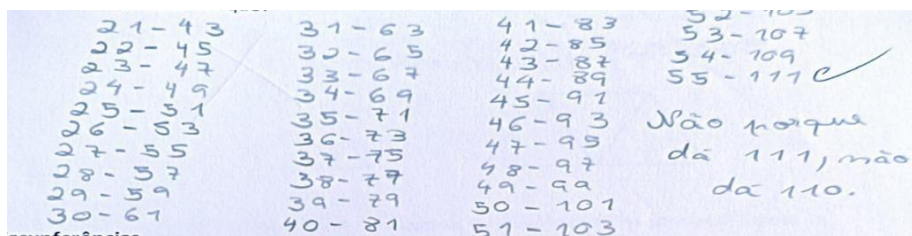
Na categoria Estratégias, destaca-se a subcategoria "Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação", com 14 alunos a adotarem essa abordagem. Nesta tarefa, o reconhecimento de regularidades nas propriedades dos números que representam o total de palitos necessários para construir um comboio era uma possibilidade de resolução, como se pode verificar no registo do aluno B (Figura 13).

Figura 13 - Resposta à questão 5 do Aluno B

Handwritten response: R: Não, porque os triângulos são sempre ímpar.

No entanto, houve quem tivesse continuado com a sequência numérica do número de palitos necessários para cada construção e tivesse verificado que não seria possível ter uma construção com 110 palitos, como foi o caso do aluno V (Figura 14).

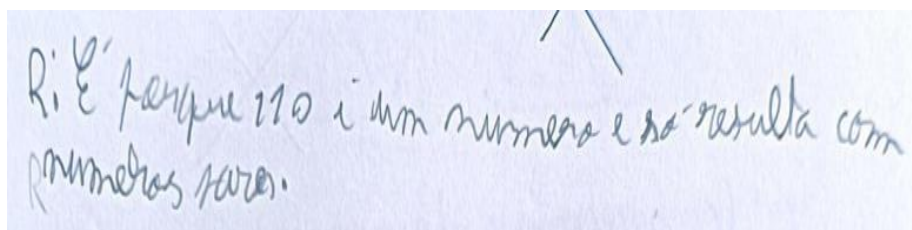
Figura 14 - Resposta à questão 5 do Aluno V



Em relação aos tipos de representação, a maioria dos alunos recorreu à representação verbal (17 ocorrências), sugerindo uma tendência para descrever o raciocínio por palavras.

No que diz respeito aos tipos de erros, os mais comuns estão relacionados a “resolução de problemas” (9 alunos), seguidos da subcategoria “impreparação” (4 alunos), com apenas 1 ocorrência de erro por descuido (Figura 15).

Figura 15 - Resposta à questão 5 do Aluno U



Quadro 10 - Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Comboio de triângulos”

Categorias	Subcategorias		N.º de observações
Formas de pensamento algébrico	Aritmética generalizada	Exploração de propriedades e relações entre números inteiros	7
	Pensamento funcional	Identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos	22
		Descoberta de relações funcionais	4

De uma forma geral, através da tarefa “Comboios de triângulos”, foi possível identificar características do pensamento algébrico. Quanto à aritmética generalizada, foi possível identificar a “exploração de propriedades e relações entre números inteiros”, nomeadamente na identificação de regularidades nas propriedades do número de palitos necessário para construir cada comboio, sendo sempre um número ímpar. Relativamente ao pensamento funcional, a “identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos” foi evidenciada pela maioria dos alunos, sendo, no entanto, evidenciada por alguns alunos a “descoberta de relações funcionais”, como é o caso do aluno T que identifica uma regra de formação na questão 2 e estabelece uma relação, através da tabela apresentada na questão 3, entre o número da figura e o número de palitos necessário.

Figura 16 - Resposta à questão 2 do Aluno T

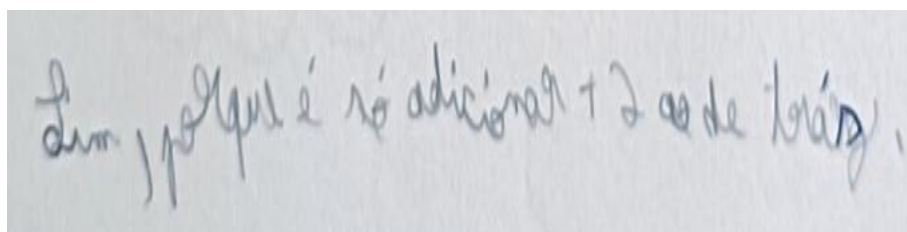


Figura 17 - Resposta à questão 3 do Aluno T

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

VI.2. Tarefa: Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.

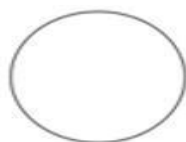


Figura 1

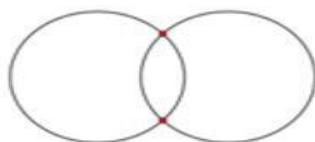


Figura 2

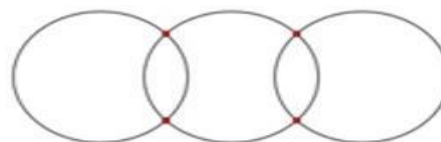


Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

2. Qual o número de Pontos de intersecção da Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio?
3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de intersecção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

Quadro 11 – Análise da questão 1 da tarefa “Circunferências”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer um desenho	18
	NR	2
	NP	2
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	1
Tipos de representação	Visual	18
	NR	2
	NP	2
	Simbólica	2
Tipos de erros	Impreparação	2
	Descuido	2

Na categoria Estratégias, observa-se que a maioria dos alunos (18) recorreu à estratégia de "fazer um desenho", o que revela uma forte preferência por abordagens visuais para resolver este tipo de tarefa. Apenas o aluno Q utilizou a estratégia de "descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação" (Figura 18), demonstrando características claras do pensamento algébrico e o recurso à simbologia matemática. Também se destacam os casos de alunos que não responderam (NR) ou apresentaram apenas a resposta final (NP), indicando menor envolvimento ou compreensão da tarefa.

Figura 18 – Resposta à questão 1 do Aluno Q

Figura 4 = $0 + 2 + 2 + 2 = 6$ pontos de interseção ✓
 Figura 5 = $0 + 2 + 2 + 2 + 2 = 8$ pontos de interseção ✓

Em relação aos Tipos de representação, os dados reforçam a predominância do visual (18 alunos), acompanhando a estratégia dominante. No entanto, apenas dois alunos recorreram à

representação simbólica (Q e U), o que representa uma minoria com um nível mais avançado de formalização do pensamento.

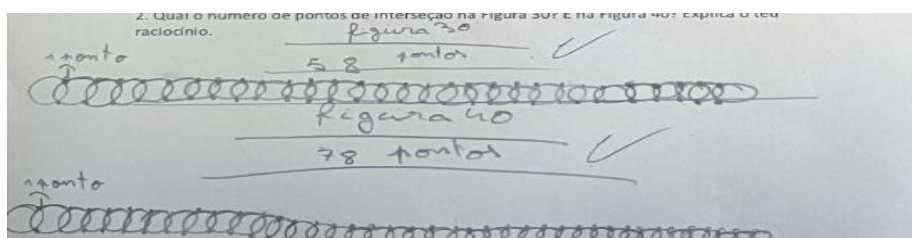
No que diz respeito aos Tipos de erros, observa-se um número reduzido de falhas, com apenas dois casos de impreparação e dois por descuido.

Quadro 12 – Análise da questão 2 da tarefa “Circunferências”

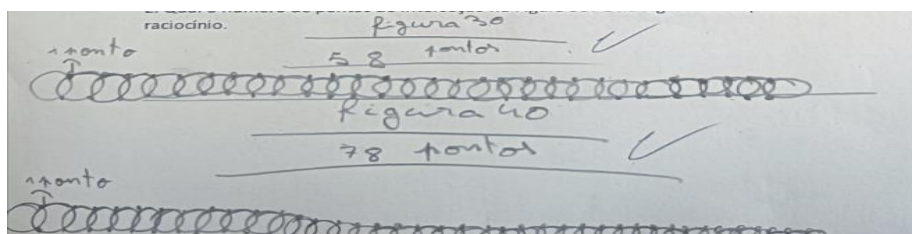
Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer um desenho	2
	NR	3
	NP	3
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	12
	Organizar a informação numa lista	1
	Fazer tentativas ou conjeturas	3
Tipos de representação	Visual	3
	NR	3
	NP	1
	Simbólica	13
	Verbal	7
Tipos de erros	Impreparação	3
	Descuido	2
	Resolução de problemas	13

No que se refere às estratégias, a maioria dos alunos (12) optou por descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação, evidenciando um raciocínio lógico e estruturado. Outras abordagens, como fazer tentativas ou conjeturas (3 alunos), organizar a informação numa lista (1 aluno) e fazer um desenho (2 alunos) também foram utilizadas, ainda que em menor escala. Há ainda respostas classificadas como NR ou NP, que indicam dificuldades ou falta de envolvimento de alguns alunos.

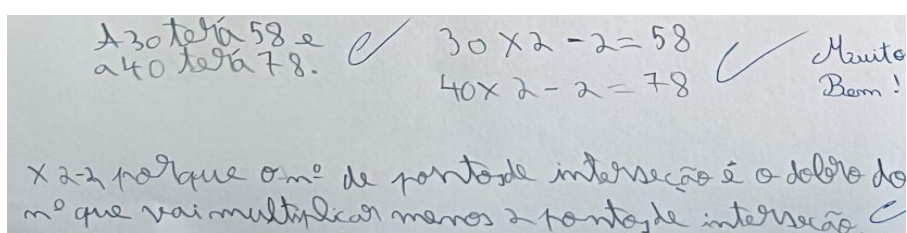
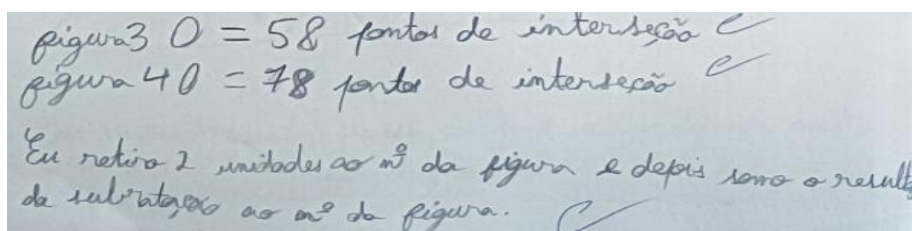
A resposta do aluno G (Figura 19) é representativa da estratégia de fazer um desenho (representação visual), o que representa uma abordagem mais concreta e visual, útil para refletir sobre formas alternativas de resolver a tarefa.

Figura 19 - Resposta à questão 2 do Aluno G

Por outro lado, o aluno H (Figura 20) foi o único a adotar a estratégia de organizar a informação numa lista, o que demonstra um processo mais estruturado e metódico.

Figura 20 - Resposta à questão 2 do Aluno H

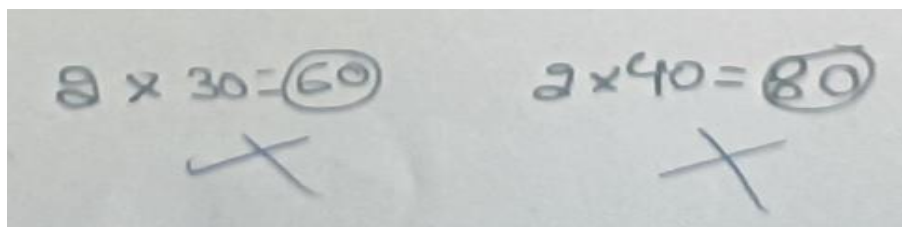
Houve alunos, embora poucos, que conseguiram identificar uma regra que lhes permitiu obter o número de pontos de interseção numa figura, sem necessita de reproduzir todos os termos da sequência, como é o caso dos alunos K (Figura 21) e M (Figura 22). Estes alunos identificaram regras que lhes permitem obter o número de pontos de interseção através de raciocínios distintos, como é possível verificar nas seguintes figuras.

Figura 21 - Resposta à questão 2 do Aluno KFigura 22 - Resposta à questão 2 do Aluno M

Na categoria Tipos de representação, observa-se uma predominância das representações simbólicas (13 alunos), seguidas pelas verbais (7 alunos) e visuais (3 alunos), com destaque para a diversidade de formas de expressão do raciocínio matemático. As categorias NR e NP voltam a aparecer, reforçando a existência de respostas incompletas ou pouco claras.

Em relação aos tipos de erros, os mais frequentes foram os associados à resolução de problemas (13 ocorrências), apontando para falhas na interpretação dos dados ou dificuldades em identificar uma estratégia que permitisse relacionar o número de pontos de interseção com o número da figura (Figura 23). Registaram-se também casos de impreparação e descuido, embora em menor número.

Figura 23 - Resposta à questão 2 do Aluno E



Quadro 13 – Análise da questão 3 da tarefa “Circunferências”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer um desenho	5
	NR	3
	NP	1
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	9
	Organizar a informação numa lista	1
	Fazer tentativas ou conjecturas	5
Tipos de representação	Visual	5
	NR	3
	NP	1
	Simbólica	9
	Verbal	7
Tipos de erros	Impreparação	4
	Descuido	4
	Resolução de problemas	11

Na categoria Estratégias, destaca-se a utilização da estratégia de descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação, adotada por 9 alunos, revelando uma abordagem focada no raciocínio lógico e na identificação de regularidades. A estratégia de fazer tentativas ou conjecturas

também teve alguma expressão (5 alunos), bem como a de fazer um desenho (5 alunos). Registra-se ainda uma estratégia menos comum, de organizar a informação numa lista, utilizada apenas por um aluno. As categorias NR e NP indicam alguns casos de ausência de resposta ou respostas sem relevância estratégica.

Quanto aos Tipos de representação, a maioria dos alunos optou pela simbólica (9) e verbal (7), sendo as representações visuais menos frequentes (5), demonstrando uma variedade de formas de expressar o raciocínio matemático.

O aluno M (Figura 24) utilizou a estratégia de descobrir um padrão suportada nos dados que já tinha identificado em questões anteriores, uma forma de pensamento analítico valorizada no contexto do raciocínio algébrico.

Figura 24 - Resposta à questão 3 do Aluno M

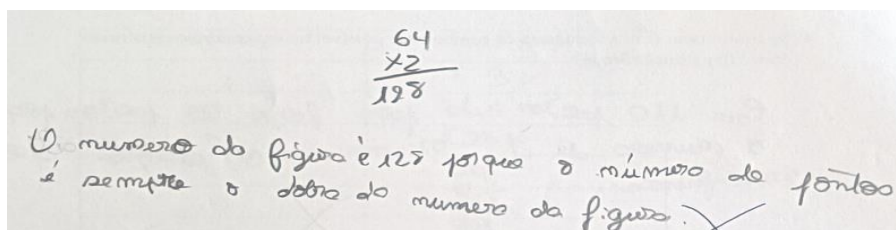
A figura que tem 64 pontos de interseção é a figura nº 33, porque a figura 30 tem 58, portanto a 31 tem 60, a 32 tem 62 e a 33 tem 64. ✓

Já o aluno Q, expressou a regularidade identificada através da operação aritmética adição com parcelas repetidas e iguais a 2 (Figura 25).

Figura 25 - Resposta à questão 3 do Aluno Q

[illegible]

No que se refere aos Tipos de erros, os mais comuns foram os associados à resolução de problemas (11 alunos). Erros por descuido (4) e impreparação (4) também foram registrados, embora em menor escala. A resposta do aluno F (Figura 26) reflete falha na interpretação dos dados do problema, como é possível verificar na seguinte figura.

Figura 26 - Resposta à questão 3 do Aluno FQuadro 14 - Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa "Circunferências"

Categorias	Subcategorias		N.º de observações
Formas de pensamento algébrico	Pensamento funcional	Identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos	9
		Descoberta de relações funcionais	3

O quadro evidencia que a tarefa proporcionou oportunidades para os alunos explorarem e desenvolverem formas de pensamento funcional, como a identificação de padrões e, em menor número, o estabelecimento de relações funcionais demonstrando um nível mais elevado de raciocínio em termos de generalização e compreensão relacional, como é possível verificar nas respostas dos alunos K (Figura 21) e M (Figura 22).

VI.3. Tarefa: Bolinhas Y

A tarefa intitulada "Bolinhas Y" é constituída pelas seguintes questões:

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.



Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

Figura 5

Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.
4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.
5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

Responderam à tarefa, 23 dos 24 alunos.

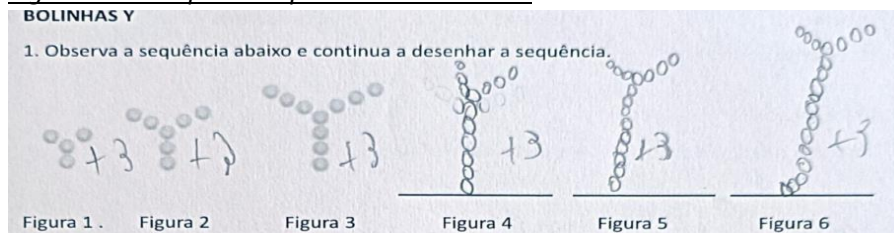
Quadro 15 – Análise da questão 1 da tarefa “Bolinhas Y”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer desenhos	23
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	14 (padrão geométrico) 3 (padrão numérico)
Tipos de representação	Visual	23
	Simbólica	3
Tipos de erros	Descuido	9

Verifica-se que todos os alunos (23) recorreram à estratégia de fazer desenhos, o que resultou em representações visuais, conforme solicitado pela própria questão. Esta uniformidade revela que os alunos, na generalidade, à exceção de alguns descuidos verificados, compreenderam a tarefa e não evidenciaram dificuldades em responder à questão.

A maioria dos alunos resolveu a tarefa corretamente, identificando um padrão geométrico. No entanto, 3 alunos destacaram-se por identificar também um padrão numérico, traduzindo a regra de formação da sequência através da simbologia matemática, demonstrando fluência representacional.

A resposta do aluno X revela-se interessante pelo facto de, apesar de ter cometido um erro por descuido no desenho das figuras, conseguiu traduzir o padrão associado através da simbologia matemática.

Figura 27 – Resposta à questão 1 do Aluno X

Relativamente aos erros, registaram-se 9 casos de descuido, o que aponta para pequenas falhas não necessariamente relacionadas com o entendimento da tarefa, mas sim com lapsos de atenção ou execução.

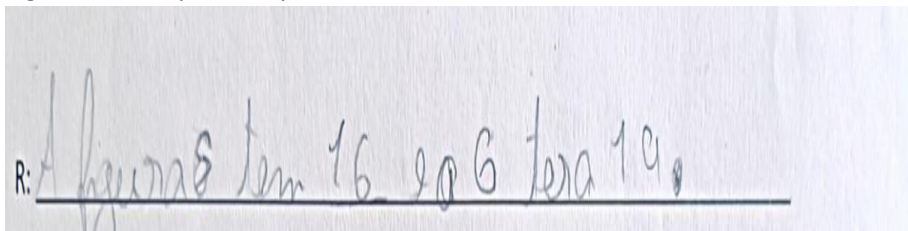
Quadro 16 – Análise da questão 2 da tarefa “Bolinhas Y”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	NP	16
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	5
	Organizar a informação numa lista	3
Tipos de representação	NP	16
	Simbólica	7
Tipos de erros	Descuido	1
	CA	1

O quadro apresentado revela que, nesta questão, a maioria dos alunos (16) apresentou apenas a resposta final, sem explicitação do raciocínio ou da estratégia utilizada, sendo por isso classificados como NP nas categorias de estratégias e tipos de representação. Este dado indica uma limitação na formulação da questão, uma vez que não incentivou claramente os alunos a descreverem ou representarem o seu processo de pensamento.

Apenas 5 alunos demonstraram ter descoberto um padrão (regra ou lei de formação), e 3 organizaram a informação em lista. No tipo de representações, apenas 7 respostas incluíram simbologia matemática.

A resposta do Aluno D (Figura 28) representa o padrão dominante nas respostas apresentadas — uma resposta final correta, mas sem explicitação da estratégia utilizada. Este exemplo permite discutir a importância de orientar os alunos não só para o resultado, mas para a explicação do seu raciocínio. Como foi referido anteriormente, teria sido útil reforçar no enunciado que os alunos deveriam explicitar o modo como pensaram, o que teria permitido uma melhor análise das estratégias de resolução mobilizadas.

Figura 28 - Resposta à questão 2 do Aluno D

Em relação aos erros cometidos, apenas dois alunos apresentaram dificuldades: um por descuido e outro por CA, por descuido na contagem das bolinhas desenhadas ou por não terem respondido corretamente à questão 1.

Quadro 17 – Análise da questão 3 da tarefa “Bolinhas Y”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Organizar a informação numa lista	20
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	21
	Fazer um esquema	2
	Dedução lógica	1
	NP	1
Tipos de representação	Simbólico	23
	Visual	1
Tipos de erros	Descuido	6
	Impreparação	1

O quadro permite observar que, nesta questão, os alunos mobilizaram de forma consistente estratégias estruturadas e eficazes, tendo 20 alunos organizado a informação numa lista, e 21 identificado corretamente um padrão ou regra de formação, o que demonstra um bom nível de compreensão da tarefa e respetiva resolução.

A representação simbólica foi amplamente dominante (23 alunos), ainda assim, um aluno utilizou uma representação visual.

Apesar da maioria dos alunos identificar o padrão numérico e listar as figuras até à 21.^a com o correspondente número de bolinhas que a compõe, houve quem recorresse a outras estratégias, como o aluno T (Figura 29). Este aluno apresenta uma resposta de destaque, pois, para além de identificar corretamente o padrão, vai mais longe, ao aplicar dedução lógica, formulando uma expressão matemática que lhe permite calcular diretamente o número de bolinhas da figura 21. Este caso é particularmente relevante, pois demonstra um nível de abstração e generalização superior, servindo como bom exemplo de raciocínio algébrico avançado no contexto da tarefa.

Figura 29 - Resposta à questão 3 do Aluno T

$$20 \times 3 = 60 \quad 60 + 4 = 64$$

$$\begin{array}{l} 7-20 \\ 8-25 \\ 9-28 \\ 10-37 \\ 11-34 \\ 12-49 \\ 13-52 \\ 14-55 \\ 19-58 \\ 20-67 \\ 21-64 \end{array}$$

Entre os poucos erros registados, 6 foram por descuido, como enganos em cálculos ou falhas na leitura do enunciado, e apenas 1 por impreparação, o que indica, de forma geral, um bom desempenho global. Como exemplo, o aluno F (Figura 30), apesar de identificar corretamente o padrão numérico, não lê corretamente o enunciado, considerando a figura composta por 21 bolinhas em vez do número de bolinhas que compõe a figura 21.

Figura 30 - Resposta à questão 3 do Aluno F

$$\begin{array}{l} 1-4 \\ 2-7 \\ 3-10 \\ 4-13 \\ 5-16 \\ 6-19 \\ 7-22 \end{array}$$

Figura 31 - Resposta à questão 3 do Aluno T

$$20 \times 3 = 60 \quad 60 + 4 = 64$$

$$\begin{array}{l} 7-20 \\ 8-25 \\ 9-28 \\ 10-37 \\ 11-34 \\ 12-49 \\ 13-52 \\ 14-55 \\ 19-58 \\ 20-67 \\ 21-64 \end{array}$$

Quadro 18 – Análise da questão 4 da tarefa “Bolinhas Y”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Organizar a informação numa lista	13
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	16
	Fazer um esquema	1
	NP	1
	Aplicar a dedução lógica	3
	Fazer tentativas	1
Tipos de representação	Simbólico	22
	Verbal	1

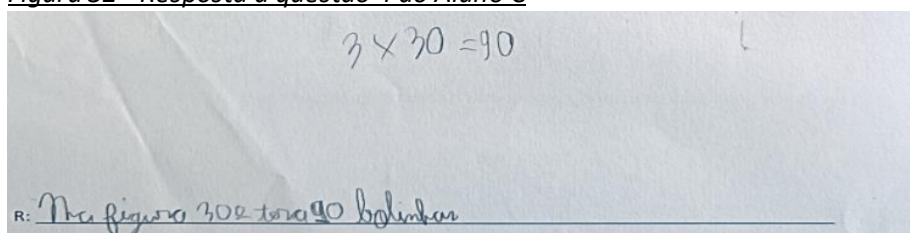
	NP	1
Tipos de erros	Descuido	2
	Precisão	1
	Resolução de problemas	4
	CA	2
	NP	1

A análise deste quadro revela que 16 alunos identificaram corretamente um padrão ou regra de formação, sendo que 13 deles optaram por organizar a informação numa lista, uma estratégia que já se tinha revelado eficaz em questões anteriores. Além disso, destaca-se que 3 alunos aplicaram dedução lógica, procurando uma forma mais direta e generalizada de encontrar a solução, o que evidencia um nível mais elevado de pensamento algébrico.

Quanto ao tipo de representações, prevaleceu amplamente a representação simbólica (22 alunos), o que demonstra uma forte tendência para o uso de simbologia matemática e operações aritméticas.

Em relação aos erros, verificaram-se casos pontuais de descuido, precisão e resolução de problemas, assim como erros resultantes de respostas anteriores, o que indica que, embora a maioria dos alunos tenha compreendido a tarefa, alguns ainda enfrentaram dificuldades. Alguns alunos tentaram, a partir do padrão numérico identificado, determinar o número de bolinhas da figura 30 a partir de uma expressão numérica. No entanto, alguns alunos não foram bem-sucedidos, uma vez que apenas se focaram na ideia de “acrescentar mais 3”, como se verifica na resposta do aluno C (Figura 32). Nesta resposta, o aluno não teve em consideração o termo inicial.

Figura 32 - Resposta à questão 4 do Aluno C



No entanto, houve alunos a aplicar estratégias eficientes e corretas. Por exemplo, o aluno M (Figura 33), partindo da informação que já tinha quanto ao número de bolas da figura 21 e do padrão identificado, obteve a resposta pretendida acrescentando o número de bolas correspondentes a nove progressões nos termos da sequência.

Figura 33 - Resposta à questão 4 do Aluno M

Handwritten work for Aluno M:

$$21^{\text{a}} \text{ figura} - 64 \text{ bolinhas}$$

$$30 - 21 = 9$$

$$9 \times 3 = 27$$

$$64 + 27 = 91$$

R: A figura 30 terá 91 bolinhas.

O aluno T (Figura 34) aplicou a dedução lógica, identificando o número de bolas da figura 30 a partir dos números de bolas das figuras 10 e 20, respetivamente.

Figura 34 - Resposta à questão 4 do Aluno T

Handwritten work for Aluno T:

$$10 = 31 \text{ e } 20 = 61 \text{ então } 30 = 91$$

R: São necessárias 91 bolinhas

Quadro 19 – Análise da questão 5 da tarefa “Bolinhas Y”

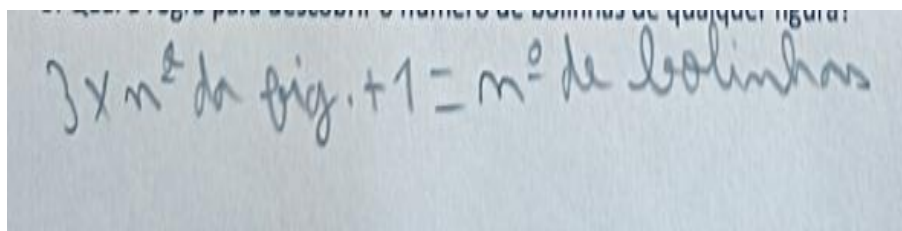
Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Reduzir a um problema mais simples	1
	NR	17
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	5
Tipos de representação	Simbólica	4
	NR	17
	Verbal	2
Tipos de erros	Impreparação	21
	Resolução de problema	1

O Quadro 19 revela uma baixa taxa de sucesso na resolução da questão 5. A maioria dos alunos (17) não respondeu (NR), o que demonstra uma grande dificuldade em compreender o problema ou identificar estratégias possíveis, refletida na categoria de erros “Impreparação”, uma vez que os alunos, na maioria, não responderam ou não concluíram a resolução. Apenas 5 alunos tentaram descobrir um padrão ou regra, e 1 tentou reduzir o problema a uma situação mais simples, o que indica que a questão exigia um nível de abstração e generalização que não foi facilmente alcançado pela turma.

No que diz respeito aos tipos de representação, apenas 4 alunos utilizaram representações simbólicas, e 2 recorreram ao modo verbal, enquanto a maioria não apresentou qualquer forma de representação, o que também está alinhado com a dificuldade geral verificada.

Dos alunos que resolveram a tarefa, o aluno K foi o único a apresentar uma resolução correta, conseguindo identificar e representar por uma expressão matemática a lei de formação da sequência, evidenciando, de certo modo, o recurso a símbolos para modelar problemas.

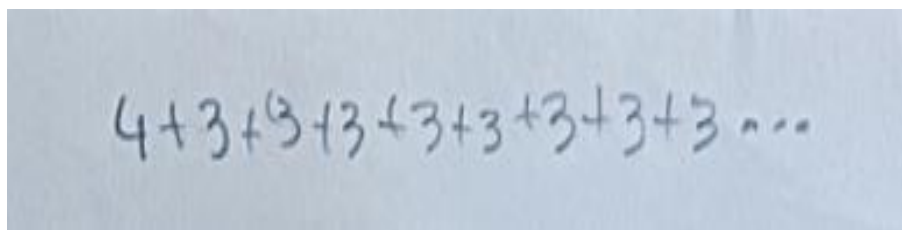
Figura 35 - Resposta à questão 5 do Aluno K



$$3 \times n^2 \text{ da fig.} + 1 = n^2 \text{ de bolinhas}$$

O Aluno Q evidencia ter compreendido o que lhe estava a ser pedido, no entanto, não conseguiu recorrer a símbolos para representar o número de qualquer figura.

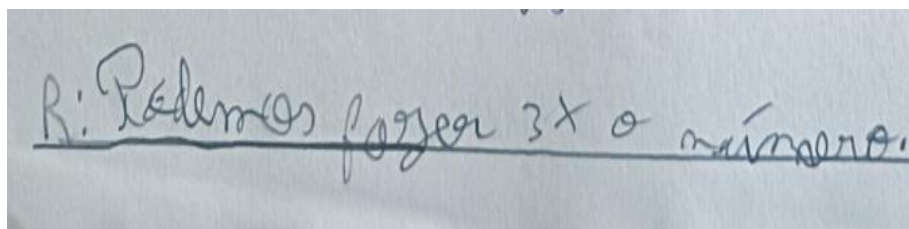
Figura 36 - Resposta à questão 5 do Aluno Q



$$4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 \dots$$

O aluno U centrou-se apenas na ideia de “acrescentar mais 3”, fazendo uma associação equivocada aos múltiplos de 3. Esta resposta exemplifica um erro comum, não considerar o termo inicial da sequência.

Figura 37 - Resposta à questão 5 do Aluno U



R: Podemos fazer $3 \times$ o número.

Quanto às formas de pensamento algébrico manifestadas pelos alunos, estas foram analisadas na totalidade da tarefa, tendo-se concluído os dados apresentados no Quadro 20.

Quadro 20 - Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Bolinhas Y”

Categorias	Subcategorias		N.º de observações
Formas de pensamento algébrico	Aritmética generalizada	Exploração de propriedades e relações entre números inteiros	5
	Pensamento funcional	Identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos	22
		Descoberta de relações funcionais	21
		Predição de situações desconhecidas usando dados conhecidos - conjecturas	4
		Simbolização de quantidades e operações com expressões simbólicas	1

Este quadro permite observar uma forte incidência do pensamento funcional entre os alunos, com destaque para a identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos (22 casos) e a descoberta de relações funcionais (21 casos), uma vez que, na sua maioria, os alunos foram capazes de identificar uma correspondência entre o número da figura e o respetivo número de bolas necessário para a sua construção, estabelecendo relações de variação entre os dados. Já a predição de situações desconhecidas a partir de dados conhecidos — uma competência mais exigente — foi observada em apenas 4 alunos, e a simbolização de quantidades e operações com expressões simbólicas foi identificada numa única resposta.

Quanto à aritmética generalizada, esta foi observada no estabelecimento da relação entre a adição de parcelas repetidas e a multiplicação, como se pode verificar, por exemplo, nas resoluções apresentadas pelo Aluno K nas questões 3 (Figura 38) e 4 (Figura 39), respetivamente.

Figura 38 - Resposta à questão 3 do Aluno K

2ª - 7	3ª - 10	4ª - 13	5ª - 16
9ª - 28	8ª - 25	7ª - 22	6ª - 19
10ª - 31	11ª - 34	12ª - 37	13ª - 40
17ª - 52	16ª - 49	15ª - 46	14ª - 43
18ª - 55	19ª - 58	20ª - 61	21ª - 64

Figura 39 - Resposta à questão 4 do Aluno K

$$30^{\text{a}} \text{ fig.} = 3 \times 30 + 1 = 910$$

Todos os alunos, à exceção de um deles, identificaram um padrão geométrico ou numérico, tendo a sua maioria estabelecido uma correspondência entre o número da figura e o respetivo número de bolinhas necessárias na sua construção, bem como descobriram a regra que descreve a variação do número de bolinhas, evidenciando, assim a capacidade de identificar e descrever padrões numéricos e geométricos, bem como descobrir relações funcionais, características do pensamento funcional. Relativamente à predição do número de bolas que compõem uma determinada figura a partir dos dados conhecidos, poucos alunos conseguiram fazê-lo, nomeadamente, os Aluno M (Figura 33), T (Figura 34) e K (Figura 39).

O Aluno Q, na questão 4 (Figura 40), demonstra também capacidade de predição com base em dados conhecidos, embora com algumas limitações na formalização simbólica.

Figura 40 - Resposta à questão 4 do Aluno Q

Handwritten work by Aluno Q. At the top right, a multiplication is shown:
$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 3 \\ \hline 87 + 4 = 91 \end{array}$$
 Below this, the student has written: "R: São necessárias 91 bolinhas."

Quanto à simbolização de quantidades e operação com expressões simbólicas, apenas o Aluno K o conseguiu fazer, como é possível verificar na Figura 39. O aluno apresentou uma expressão a partir da qual é possível determinar o número de bolas de qualquer figura, na qual, apesar do número da figura não ser representado por um símbolo, conseguiu abstrair-se dos números e alcançou uma expressão genérica.

VI.4. Tarefa: Submarinos

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.

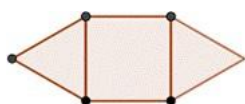


Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

Quadro 21 – análise à questão 1 da tarefa “Submarinos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Fazer um desenho	7
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	10
	Fazer tentativas ou conjeturas	3
	Organizar a informação numa lista	4
	NP	4
Tipos de representação	Visual	6
	Verbal	1
	Simbólica	15
	NP	1
Tipos de erros	Descuido	6
	Resolução de problemas	3
	NP	1

Na categoria Estratégias, a maioria dos alunos fez desenhos (7 alunos) ou descobriu um padrão ou regularidade (10 alunos). A organização da informação em listas e as tentativas ou conjeturas surgem com menor frequência.

Quanto aos tipos de representação, predomina a simbologia matemática (15 alunos). A representação visual também é utilizada (6 alunos), enquanto a representação verbal é menos comum.

A resolução apresentada pelo Aluno N (Figura 41) é representativa de uma resposta correta, que evidencia a descoberta de um padrão ou regularidade.

Figura 41 - Resposta à questão 1 do Aluno N

1. Quantos palitos são necessários para construir as figuras 4 e 5? mostra como pensaste.

figura 4: $15 + 3 = 18$
 figura 5: $18 * 3 = 27$

Figura 4: 18 palitos, figura 5: 27 palitos.

Em relação aos tipos de erros, o erro por descuido é o mais frequente (6 alunos), seguido por erros relacionados com a subcategoria resolução de problemas (3 alunos). Destaca-se a resolução do Aluno C (figura 42), pelo facto de ter identificado um padrão, verificando que a figura seguinte era obtida da anterior acrescentando 3 palitos e ter conjecturado que o número de palitos necessário para cada figura era obtido multiplicando o número da figura por três. Este erro classificou-se na subcategoria “resolução de problemas”, uma vez que o aluno C revela falta de conhecimento concetual ou procedimental para perceber a influência do 1.º termo da sequência, bem como a mobilizar este para a expressão numérica da qual se socorreu.

Figura 42 - Resposta à questão 1 do Aluno C

$3 \times 4 = 12$ $4 \times 5 = 20$

Quadro 22 – Análise da questão 2 da tarefa “Submarinos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Organizar a informação numa lista	11
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	13
	Fazer tentativas ou conjecturas	6
	NP	2
Tipos de representação	Simbólica	21
	NP	2
Tipos de erros	Descuido	3
	Resolução de problemas	7

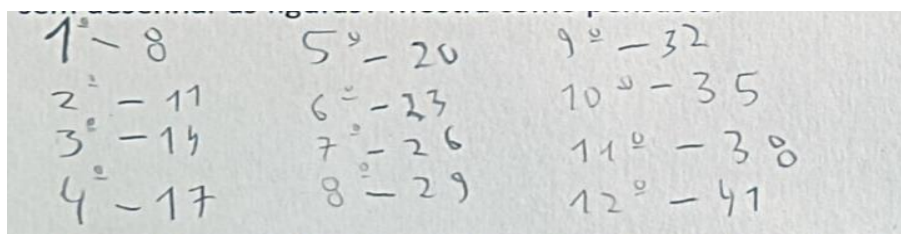
	NP	2
--	----	---

Na categoria Estratégias, observa-se que a maioria dos alunos organizou a informação em listas (11 alunos) ou descobriu padrões, regras ou leis de formação (13 alunos). As tentativas ou formulação de conjecturas aparecem em menor número, indicando que nem todos os alunos arriscam a formulação de hipóteses ou experimentações.

No que diz respeito aos tipos de representação, a representação simbólica predomina fortemente, com 21 alunos utilizando essa forma de expressar suas ideias.

Como exemplo de respostas bem-sucedidas, o aluno A (Figura 43) descobriu um padrão ou regra e, através de uma lista organizada obteve os diferentes termos da sequência até obter o número de palitos necessário para a construção da figura 12.

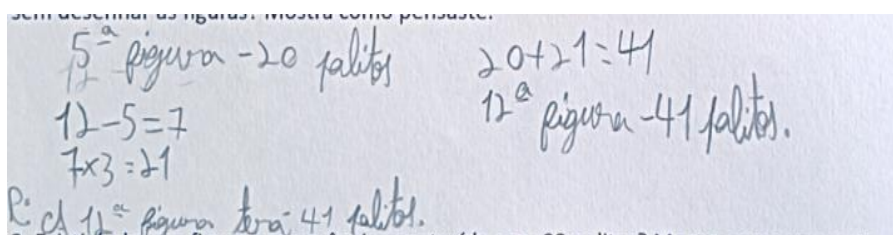
Figura 43 - Resposta à questão 2 do Aluno A



1ª - 8	5ª - 20	9ª - 32
2ª - 11	6ª - 23	10ª - 35
3ª - 14	7ª - 26	11ª - 38
4ª - 17	8ª - 29	12ª - 41

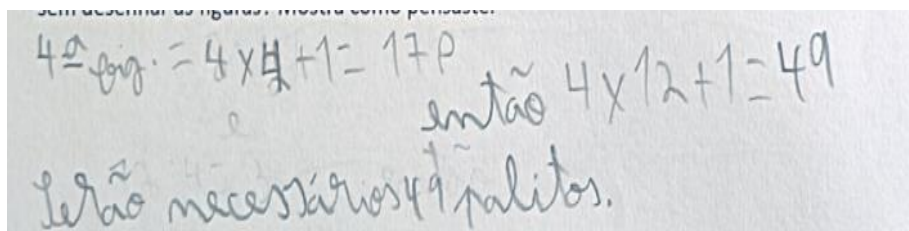
Já o aluno M, destaca-se por determinar o número de palitos necessário para construir a figura 12 através de expressões numéricas e considerando os dados conhecidos até então.

Figura 44 - Resposta à questão 2 do Aluno M



5ª figura - 20 palitos	$20 + 21 = 41$
$12 - 5 = 7$	12ª figura - 41 palitos.
$7 \times 3 = 21$	
R: a 12ª figura terá 41 palitos.	

Quanto aos erros, observa-se que os erros por descuido são poucos (3 alunos), enquanto os erros da tipologia “resolução de problemas” são mais frequentes (7 alunos), o que pode indicar que o desafio maior está na identificação de estratégias, por desconhecimento conceitual ou procedimental, para solucionar questões e não tanto na atenção aos detalhes. Como exemplo de um erro relacionado com a subcategoria “resolução de problemas”, apresenta-se a resolução do aluno K, que partindo de um caso particular, tenta inferir o número de palitos necessário à construção da figura 12 (Figura 45).

Figura 45 - Resposta à questão 2 do Aluno KQuadro 23 – Análise da questão 3 da tarefa “Submarinos”

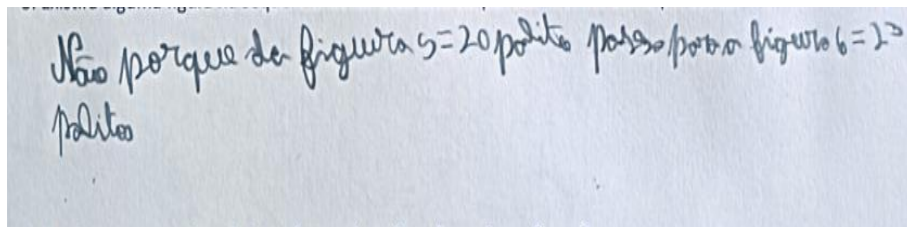
Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Organizar a informação numa lista	14
	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	14
	Fazer um desenho	1
	Fazer tentativas ou conjeturas	3
	Fazer um esquema	1
	NP	1
Tipos de representação	Simbólica	16
	Visual	1
	Verbal	6
Tipos de erros	Resolução de problemas	6
	Descuido	3

No Quadro 23, observa-se que as estratégias mais utilizadas consistem em organizar a informação em listas, com 14 alunos adotando essa abordagem, ou a descoberta de padrões ou regras, também com 14 alunos. Outras estratégias, como fazer desenhos, tentativas, conjeturas ou esquemas, são menos frequentes.

Quanto aos tipos de representação, a maioria dos alunos utiliza simbologia matemática (16 alunos). A representação verbal surge na resolução de 6 alunos, enquanto a representação visual é quase inexistente, com apenas um caso registado.

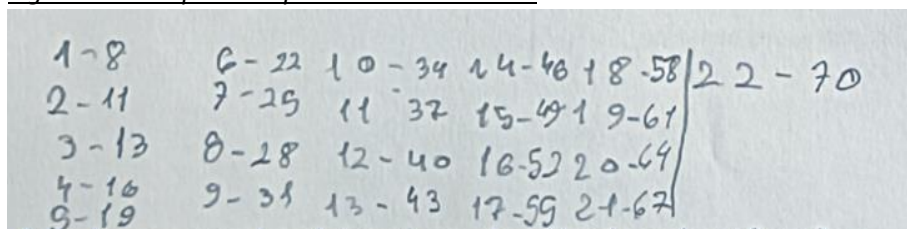
O aluno S (Figura 46), a partir da resposta dada a questões anteriores e da identificação do padrão, rapidamente conclui que não existe uma figura construída com 22 palitos.

Figura 46 - Resposta à questão 3 do Aluno S



Em relação aos erros, os relacionados com a tipologia “resolução de problemas” são os mais comuns (6 alunos), enquanto os erros por descuido aparecem em menor número (3 alunos). Isso sugere que o principal desafio dos alunos está no desenvolvimento do raciocínio e aplicação das estratégias, mais do que na atenção aos detalhes. O aluno W (Figura 47) é um dos exemplos que se inclui na subcategoria de erros “resolução de problemas”, uma vez que não compreende que não está a ser pedido o número de palitos da figura 22, mas sim a verificação da possível existência de uma figura construída com 22 palitos.

Figura 47 - Resposta à questão 3 do Aluno W



Quadro 24 – Análise da questão 4 da tarefa “Submarinos”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	19
	Organizar a informação numa lista	1
	Fazer um esquema	1
	NR	1
	NP	2
Tipos de representação	Simbólica	6
	Visual	1
	Verbal	15

	NR	1
Tipos de erros	Resolução de problemas	20
	Descuido	1
	NR	1

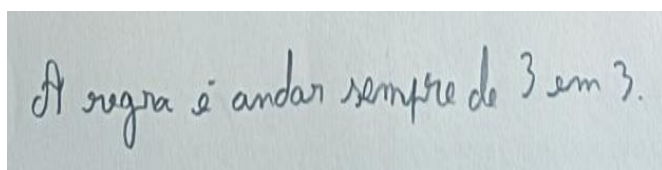
Apesar da maioria dos alunos (19) identificar um padrão, uma regra ou lei de formação, não conseguem expressar uma regra geral que lhes permita descobrir o número de palitos de qualquer figura.

No que diz respeito aos tipos de representação, a maioria dos alunos (15) utiliza a representação verbal, o que sugere que muitos preferem expressar seu raciocínio de forma descritiva e narrativa. A representação simbólica é menos frequente, presente em apenas 6 alunos, enquanto a representação visual quase não aparece.

Quanto aos erros, observa-se uma predominância de erros relacionados na tipologia “resolução de problemas” (20 alunos), o que indica uma dificuldade generalizada em aplicar estratégias eficazes, apesar da tentativa de encontrar padrões. O erro por descuido é raro, aparecendo apenas em 1 caso.

A resposta apresentada pelo aluno H (Figura 48), é um exemplo de erros cometidos, na qual o aluno apenas indica como se obtém o termo seguinte a partir do anterior, mas não faz referência ao 1.º termo

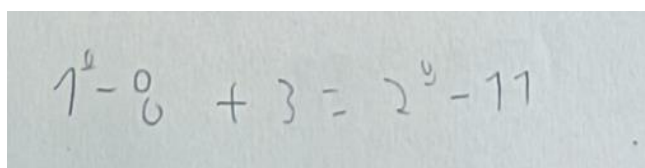
Figura 48 - Resposta à questão 4 do Aluno H



A regra é andar sempre de 3 em 3.

O aluno A (Figura 49) tentou descrever a regra simbolicamente, mas sem sucesso.

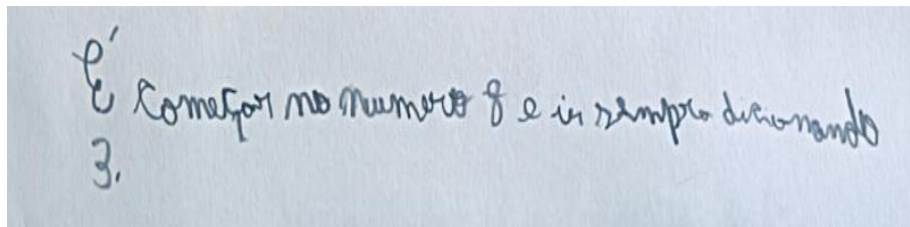
Figura 49 - Resposta à questão 4 do Aluno A



$1^{\circ} - 0 + 3 = 2^{\circ} - 11$

O aluno S (Figura 50) apresentou verbalmente a lei de formação da sequência, identificando o primeiro termo e o valor que se acrescenta sempre ao termo anterior para obter o seguinte.

Figura 50 - Resposta à questão 4 do Aluno S



Quadro 25 - Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “Submarinos”

Categorias	Subcategorias		N.º de observações
Formas de pensamento algébrico	Pensamento funcional	Descoberta de relações funcionais	11
		Predição de situações desconhecidas usando dados conhecidos - conjectura	2
		Identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos	14

Na resolução da tarefa “Submarinos”, os alunos evidenciaram maioritariamente um bom domínio na identificação de padrões e na descoberta de relações funcionais, como se pode verificar nalgumas resoluções apresentadas anteriormente. Houve ainda dois alunos que evidenciaram capacidade de conjecturar as respostas através de dados conhecidos, nomeadamente o aluno M com o raciocínio apresentado na resolução da questão 2 (Figura 44).

VI.5. Tarefa: O Pote Mágico

O Pote Mágico

Esta é a história de um agricultor e do seu pote mágico.

Numa aldeia longínqua vivia um agricultor chamado Rama. Rama era um homem bom e sábio. Ele possuía alguns hectares de terra e embora ele fosse um bom agricultor, a sua terra nunca produzia cereal. Enquanto as colheitas dos outros agricultores eram semeadas, Rama costumava cavar, e cavar, e cavar, mas a sua quinta estava sempre árida.

Agricultor Hélder – Oh Rama, porque razão cavas todos os dias? Esta terra não te dá uma única colheita há muitos anos! Devias vender esta terra, e comprar uma boa noutra local.

Rama – Oh irmão, esta terra pertenceu aos meus antepassados. Eles costumavam semear nestes mesmos terrenos. Eu devo estar a fazer algo errado. Vou continuar a tentar.

Agricultor Hélder – Desejo-te a melhor sorte do mundo meu irmão.

Rama não queria desistir da sua terra a qualquer custo. Ele passava vários dias sem comer. Comia apenas fruta para conseguir sobreviver e todos os dias ele voltava a cavar.

Rama – Vou cavar até descobrir porque as minhas terras não dão colheitas. Eu semeio todos os anos, para onde é que vão as sementes?

Rama cavou e voltou a cavar.

Rama – Ammmm, estou tão cansado...

Rama cavou todo o campo. A tarde já tinha caído quando ele por fim decidiu descansar. Rama estava com muita fome para ele conseguir continuar a cavar. Ele estava prestes a parar de cavar quando a sua enxada bateu em algo enterrada na terra.

Rama – O que é isto? Parece ser um pedaço de metal. Oh! Que pote tão grande! Que estranho! Quem enterraria um pote de metal aqui no meio do campo? Isto não serve para nada.

Rama estava zangado por ter gastado as suas energias para nada. Ele atirou com a sua enxada para dentro do pote de metal e sentou-se à sombra de uma árvore.

Rama – Acho que vou ter de vender as terras! Não posso estar sempre com fome. A terra nunca me vai dar nada.

Rama descansou na sombra enquanto comia a fruta que tinha trazido para si. Mas a fruta era muito pouca comparada com a fome que Rama sentia. Ele ficou ali sentado durante uma hora a pensar na sua terra e a sentir pena. Ele sabia que tinha de abdicar da terra, pois não tinha alternativa.

Rama – Tenho de ser forte. Tenho de abdicar da terra dos meus antepassados. Hm, é melhor ir para casa antes que fique escuro.

Quando Rama regressou para junto do pote para retirar a sua enxada, ele ficou admirado ao ver o que tinha acontecido.

Rama – O quê? Quem colocou isto aqui? Eu estive aqui o tempo todo.

Rama descobriu que o pote tinha 100 enxadas lá dentro iguais à dele. Ele não sabia qual delas era a dele.

Rama – Isto não é possível! Será um pote mágico? Hmmm, deixa-me experimentar uma coisa.

Rama retirou as 100 enxadas e colocou um bago de uva no pote. Ele não podia acreditar no que estava a ver. Um único bago de uva tinha-se multiplicado em 100 bagos de uva. Retirou os 100 bagos de uva, e voltou a colocar no pote um bago de uva, mas o pote não multiplicou um bago por 100 bagos. Então Rama, levou o pote para casa e esperou para o dia seguinte. Quando

acordou, foi até junto do pote e atirou para dentro dele um bago de uva que se multiplicou por 100 + 100.

Rama – Ah! Já entendi! O pote só multiplica alguma coisa por 100 apenas uma vez por dia se forem duas coisas iguais. Desde que sejam diferentes, ele multiplica sempre por 100. Quando repetimos alguma coisa em dias consecutivos, ele dá o número do dia anterior mais 100, como fez com os bagos de uvas.

Adaptação da história *The Magic Pot – Fairy Tales – Bahasa Indonesia – Dongeng Anak* (Indonesian Fairy Tales 2018, March 20, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=AnfaREwzQ-A>)

Segundo a história do Rama, se ele atirar 1 moeda de 1€ para o pote, ele dá-lhe 100 moedas. Nos dias seguintes dá o número de moedas do dia anterior mais 100 moedas.

1. Quantas moedas daria o pote no 4º dia consecutivo?
2. Relaciona o número de moedas com o número de dias até obteres 15 dias consecutivos.
 - 2.1. O que podes verificar desta relação?
 - 2.2. Define uma expressão.**
3. É possível algum dia o pote dar 9555 moedas? Porquê?
4. Imagina que o Rama colocaria 1 moeda durante uma semana consecutiva. Que quantia (em euros) teria? Mostra como pensaste.

Relativamente à tarefa do pote mágico, a análise focou-se sobretudo na questão 2.2., na qual era pedido que os alunos definissem uma expressão que lhes permitisse saber o número de moedas dado pelo pote em cada dia.

Quadro 26 – Análise da questão 2.2 da tarefa “O pote mágico”

Categorias	Subcategorias	N.º de observações
Estratégias	Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação	20
	Fazer um desenho, diagrama, gráfico ou esquema	2
	Fazer uma lista organizada ou tabela	1
	NR	3
Tipos de representação	Simbólica	21

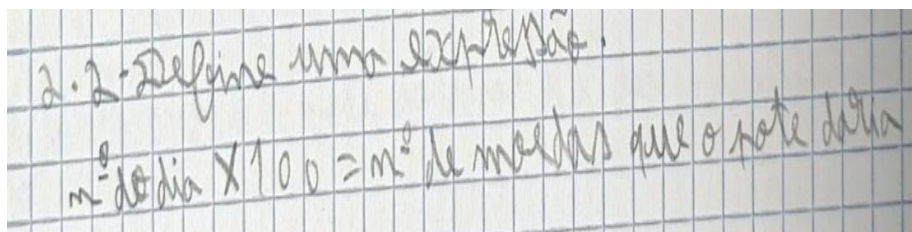
	NR	3
Tipos de erros	Resolução de problemas	7
	NR	3

A maioria dos alunos (20) utiliza a estratégia de descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação, demonstrando uma clara tendência para a simbologia matemática. Poucos alunos recorrem a outras estratégias, como fazer desenhos, gráficos ou esquemas (2 alunos), ou organizar a informação em listas ou tabelas (apenas 1 aluno).

Em relação aos tipos de representação, para além das representações simbólicas, usadas por quase todos os alunos, houve um que optou por uma representação contextual. A preferência pelo uso de símbolos e formalizações matemáticas para expressar o raciocínio, revelou-se mais intuitiva na resolução da tarefa proposta.

Como exemplo de respostas corretas apresentadas, considera-se a resolução do aluno K (Figura 51), na qual, apesar do aluno não usar símbolos na modelação do problema, mas sim a descrição das variáveis que está a considerar, apresenta uma expressão geral, a partir da qual se obtém o número de moedas dado pelo pote em cada dia.

Figura 51 - Resposta à questão 2.2 do Aluno K

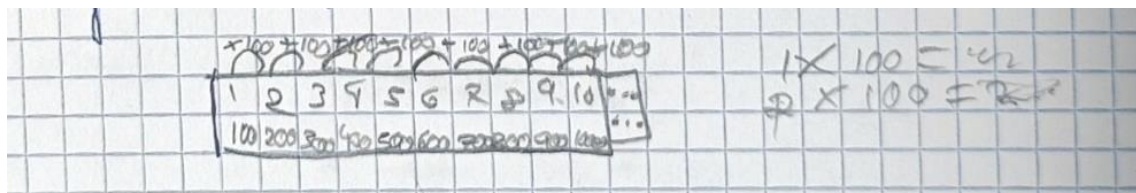


Quanto aos erros cometidos, observa-se que 7 alunos cometeram erros relacionados com a tipologia “resolução de problemas”, relacionados com a falta de conhecimento concetual ou procedimental, o que aponta para dificuldades no domínio dos conteúdos ou na aplicação das técnicas aprendidas.

Destaca-se a resposta do aluno E (Figura 52), que foi o único a organizar a informação numa tabela, uma estratégia importante para estruturar e visualizar dados de forma clara. Apesar da resposta estar errada, essa tentativa demonstra um esforço para organizar o raciocínio de maneira sistemática, o que é um passo importante para o desenvolvimento do pensamento matemático. Apesar do aluno não ter descrito uma regra que permita determinar o número de

moedas no pote em cada dia, a iniciativa de utilizar uma tabela pode ser vista como um indicativo positivo de sua abordagem, que, com aprimoramento conceitual e procedimental, pode levar a resultados mais precisos no futuro.

Figura 52 - Resposta à questão 2.2. do Aluno E



Quadro 27- Análise das formas de pensamento algébrico da tarefa “O Pote Mágico”

Categorias	Subcategorias		N.º de observações
Formas de pensamento algébrico	Aritmética generalizada	Exploração de propriedades das operações sobre números inteiros	21
	Pensamento funcional	Descoberta de relações funcionais	21
		Identificação e descrição de padrões numéricos e geométrico	
		Simbolização de quantidade e operações com expressões simbólicas	14

Na generalidade, os alunos exploraram propriedades de operações aritméticas, nomeadamente o produto de um número por 100. Quanto à identificação de um padrão, todos conseguiram verificar que o número de moedas variava de um dia para o seguinte com um acréscimo de 100 moedas. O estabelecimento de relações funcionais esteve presente em todas as resoluções, na associação do dia ao correspondente número de moedas. Relativamente à simbolização de quantidades, 14 alunos evidenciaram esta competência, apesar de, à semelhança da resposta apresentada na Figura 51.

CAPÍTULO VII. CONCLUSÕES

Conclusões

O estudo realizado teve como problema de investigação: *Que características do pensamento algébrico são mobilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade, do 1.º Ciclo do Ensino Básico, na resolução de problemas envolvendo regularidades em sequências?*. Com o propósito de responder ao problema, foram considerados os objetivos: analisar estratégias e tipos de erros envolvidos nas resoluções dos alunos; identificar características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos.

Para perceber as competências do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos da turma do 3.º ano do 1.º CEB, foi-lhes proposto um conjunto de tarefas envolvendo padrões ou regularidades em sequências. Os dados considerados na análise centram-se, sobretudo, nas produções dos alunos, isto é, nas suas respostas às tarefas propostas. A análise dos dados incidiu na identificação de estratégias aplicadas (Posamentier & Krulik, 1998; Palhares, 2004), tipos de representações envolvidos (Lesh et al., 2003), tipos de erros cometidos (Mathaba et al., 2024) e características do pensamento algébrico (Blanton & Kaput, 2005; Vale & Pimentel, 2013).

Relativamente às estratégias aplicadas, predominaram a descoberta de um padrão, uma regra ou lei de formação, a realização de desenhos e a organização de informação numa lista. Descobrir um padrão ou a lei de formação de uma sequência foi uma estratégia constante nas diferentes tarefas, uma vez que as mesmas pressupunham, na generalidade, a identificação de regularidades. Quanto à estratégia “fazer um desenho”, esta foi sobretudo aplicada quando era explicitamente pedido que desenhassem as figuras, ou nas questões que envolviam os primeiros termos de uma sequência geométrica. A organização de informação numa lista, foi também frequentemente utilizada, nomeadamente, quando era explicitamente pedido, ou quando os alunos sentiam necessidade de concretizar um conjunto de termos da sequência com a finalidade de identificar um termo de uma determinada ordem ou verificar a existência de termos com um valor dado.

Na resolução das tarefas emergiram diferentes tipos de representações sendo as mais frequentes a simbólica, a visual e a verbal. Em termos das representações simbólicas, estas surgiram, sobretudo, na representação de números, de operações aritméticas e de expressões com variáveis. A representação visual emergiu na reprodução de termos das sequências geométricas. Quanto à representação verbal, esta era principalmente usada quando os alunos sentiam dificuldades em expressar as suas ideias através da simbologia matemática ou de representações visuais.

Na categorização considerada para os tipos de erros, predominaram os erros por “descuido” e “resolução de problemas”. Os erros por descuido estavam frequentemente relacionados com contagens ou leitura dos dados. Por sua vez, os erros na tipologia “resolução de problemas” evidenciavam lacunas a nível concetual ou procedimental.

Quanto às características do pensamento algébrico mobilizadas pelos alunos, predominaram competências do pensamento funcional, surgindo esporadicamente competências da aritmética generalizada. A identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos, assim como a descoberta de relações funcionais foram as mais observadas no pensamento funcional, uma vez que as tarefas propostas pressupunham, de certo modo, o seu desenvolvimento. Ainda no pensamento funcional, emergiram, embora com menor frequência a simbolização de quantidades e operações com expressões simbólicas e a predição de situações desconhecidas a partir de dados conhecidos foi identificada. Relativamente à aritmética generalizada, foi observada, a exploração de propriedades das operações sobre números inteiros, nomeadamente as regularidades das somas de números ímpares com números pares e no produto de um número por 100.

O envolvimento ativo dos alunos nas tarefas propostas revelou-se fundamental para a mobilização do pensamento algébrico, especialmente no reconhecimento e análise de regularidades em sequências. Observou-se que, ao longo do processo, muitos alunos demonstraram uma progressão significativa na sua capacidade de identificar padrões e formular generalizações, refletindo um desenvolvimento gradual do raciocínio matemático. Esta evolução sugere que, quando os alunos são desafiados com problemas adequados ao seu nível e apoiados por estratégias de ensino eficazes, é possível promover avanços concretos na sua compreensão e no desempenho em tarefas algébricas.

PARTE III: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerações Finais

Terminada a minha prática educativa supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico, posso afirmar que esta contribuiu positivamente para o meu processo de aprendizagem, pois foi crucial para o reconhecimento das minhas limitações e potencialidades, permitindo-me refletir e avaliar a minha prática ao longo de todas as semanas.

A interação com a turma do 4.º ano, com a professora cooperante, o professor supervisor e as minhas colegas de estágio possibilitou a troca de ideias e metodologias relacionadas com a introdução e sistematização de conteúdos a planificar. Destaco os feedbacks construtivos recebidos durante a prática educativa, que apontaram aspetos a melhorar e novas estratégias a adotar, tanto na interação com a turma, como na implementação do currículo.

Nas primeiras três semanas de observação, adquiri conhecimentos importantes sobre as características dos alunos, as estratégias e experiências da professora cooperante, e o funcionamento da escola. Essa fase foi determinante para uma atuação mais consciente e adequada, facilitando a preparação das planificações e das aulas, sempre tendo em conta as necessidades dos alunos.

As principais dificuldades que senti durante a prática foram a gestão do tempo nas aulas, pois algumas planificações não conseguiam ser concluídas; a oratória, já que por vezes não projetava a voz nem articulava corretamente, dificultando a compreensão dos alunos; e a realização de aulas mais dinâmicas, devido à escassez de recursos, especialmente tecnológicos. Para superar estes desafios, adaptei as tarefas nas planificações, comuniquéi de forma mais pausada e criei alguns recursos sempre que possível.

Este estágio permitiu-me desenvolver competências profissionais distintas das adquiridas anteriormente, pois a sua duração e continuidade possibilitaram um trabalho mais consistente nas planificações e o reconhecimento das estratégias mais eficazes para a turma, com o objetivo principal de captar a atenção dos alunos para a aquisição dos conhecimentos.

Relativamente ao trabalho de investigação desenvolvido durante o estágio, centrei-me no estudo do pensamento algébrico em crianças do 3.º ano, através da aplicação de fichas que exploravam padrões e regularidades. Notei uma progressão evolutiva no sucesso dos alunos na realização dos exercícios, o que evidenciou o desenvolvimento gradual do raciocínio algébrico. A principal dificuldade encontrada foi a gestão do tempo, uma vez que alguns alunos demoravam mais tempo a completar as tarefas, o que atrasava o desenrolar da aula e impedia

o cumprimento integral do planeamento. Esta experiência permitiu-me aprender a avaliar de forma mais criteriosa o ritmo e as necessidades individuais dos alunos, bem como a acompanhar de perto a relação entre o tempo disponível e o progresso na aprendizagem, contribuindo para a melhoria da minha prática pedagógica.

No que diz respeito aos objetivos da Unidade Curricular, consegui desenvolver uma visão crítica sobre a atuação na turma, identificar e solucionar problemas do dia-a-dia, e compreender as dinâmicas de organização do trabalho escolar, das metodologias da professora cooperante e das interações entre alunos e professores. Contudo, não alcancei o objetivo relacionado ao trabalho com situações específicas, como crianças em risco ou com Necessidades Educativas Especiais (NEE), pois a turma de estágio não apresentou realidades muito distintas e a intervenção com os alunos com NEE foi limitada, dado que recebiam apoio diário de uma professora de Ensino Especial.

Durante as 27 semanas de estágio, tive a oportunidade de trabalhar com uma turma participativa, comunicativa e interessada, o que contribuiu para o bom funcionamento das aulas, para a construção do conhecimento e para a progressão das aprendizagens. Verifiquei uma evolução na minha atuação, confirmada pela professora cooperante, que me forneceu feedback semanal e se mostrou sempre disponível para me ajudar a crescer. A sua orientação e exemplos de boas práticas foram fundamentais para o meu desenvolvimento profissional, ao mesmo tempo que tive liberdade para aplicar a minha metodologia.

Uma das maiores dificuldades foi a gestão do tempo em aula, pois, embora as planificações fossem adequadas, os alunos por vezes não concluíam as tarefas no tempo estipulado. Apesar disso, os objetivos da prática educativa foram alcançados: observei criticamente e desenvolvi atividades de iniciação à prática profissional, identifiquei quadros teóricos que fundamentaram a minha intervenção, como as Aprendizagens Essenciais, e tomei consciência do processo de construção e desenvolvimento de competências profissionais e pessoais em contextos reais.

Concluo, assim, que o estágio curricular foi uma mais-valia para a minha formação inicial como professora, proporcionando ferramentas essenciais para o futuro profissional.

Em suma, considero esta Unidade Curricular muito adequada, pois é crucial para a nossa formação enquanto futuros professores. A realização de um estágio anual permite-nos adquirir competências e perspetivas fundamentais para enfrentar as limitações e imprevistos que surgem diariamente. Reconheço o potencial da prática supervisionada para a formação e

construção do conhecimento profissional, que é um processo contínuo, exigindo avaliação, desenvolvimento e aprofundamento constante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Referências Bibliográficas

- Amado, J. (Coord.). (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação* (2.ª ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.
- Arsac, G., & Artigue, M. (2018). The early learning of algebra: A structural perspective. https://www.researchgate.net/publication/331749734_The_Early_Learning_of_Algebra_A_Structural_Perspective
- Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.
- Borralho, A., & Pereira, A. (2010). O trabalho colaborativo dos professores e o desenvolvimento profissional docente. *Revista de Educação*, 17(2), 25–38.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- Cai, J., & Moyer, J. C. (2008). Developing algebraic thinking in earlier grades: Some insights from international comparative studies. In C. E. Greenes & R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics: Seventieth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 169–182). NCTM.
- Canavarro, A. P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81–118. <http://hdl.handle.net/10174/4301>
- Canavarro, A. P., Brunheira, L., Vicente, M., & Brito, S. (2022). Representações matemáticas: O quê e porquê? *Educação e Matemática*, (170), 6–11. Associação de Professores de Matemática.
- Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Vale, I. (2021). *Pensamento algébrico e representações matemáticas: contributos para o ensino da álgebra nos primeiros anos*. [Relatório técnico]. Universidade de Lisboa.
- Cheng, E., & Ling, L. (2013). The approach of Learning Study: Its origin and implications. *OECD Education Working Papers* (94), 1–28.
- Creswell, J. W. (2014). *Educational research: Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research* (4.ª ed.). Pearson.
- Darling-Hammond, L., & Bransford, J. (Eds.). (2005). *Preparing teachers for a changing world: What teachers should learn and be able to do*. Jossey-Bass.
- Day, C. (2001). *Developing teachers: The challenges of lifelong learning*. RoutledgeFalmer.
- Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio. *Diário da República* n.º 92/2014, Série I, 2796–2819.
- Direção-Geral da Educação. (2017). *Currículo Nacional: Matemática*. Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf
- Direção-Geral da Educação. (2018). *Aprendizagens essenciais – Matemática – 1.º ciclo do ensino*

Direção-Geral da Educação. (2021). *Aprendizagens essenciais – Matemática – 2.º ciclo do ensino básico*. <https://www.dge.mec.pt>

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. Paz e Terra.

Graça, S. I., Ponte, J. P., & Guerreiro, A. (2023). A aprendizagem dos números racionais através de uma abordagem integrada das suas diferentes representações. *Quadrante*, 32(1), 6–25. Associação de Professores de Matemática. <https://quadrante.apm.pt/article/download/27802/22559/136392>

Imbernón, F. (2009). *Formação docente e profissional: Formar-se para a mudança e a incerteza* (L. M. Costa, Trad.). Artmed. (Obra original publicada em 1994).

Johnson, E. L. (2018). A new look at the representations for mathematical concepts: Expanding on Lesh's model of representations of mathematical concepts. *Forum on Public Policy Online*, 2018(1). Oxford Round Table. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1191692.pdf>

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum Associates/NCTM.

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 33–56). Lawrence Erlbaum Associates.

Koch, L. (2014). *Fehleranalysen im Mathematikunterricht: Grundlagen und Praxisbeispiele*. Springer.

Korthagen, F. A. J. (2010). How teacher education can make a difference. *Journal of Education for Teaching*, 36(4), 407–423.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T., & Zawojewski, J. (2003). Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates.

Mathaba, P. N., & Bayaga, A. (2021). Analysis of types, sources of errors and misconceptions in South African algebra cognition. *Universal Journal of Educational Research*, 9(5), 928–937.

Mathaba, P. N., Bayaga, A., Tîrnovan, D., & Bossé, M. J. (2024). Error analysis in algebra learning: Exploring misconceptions and cognitive levels. *Journal on Mathematics Education*, 15(2), 575–592.

Mathaba, R. L., Phage, I. B., & Lekhanya, N. (2024). Students' algebraic problem-solving errors: A conceptual and procedural analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(4), 575–585.

Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências essenciais*. Ministério da Educação.

Nóvoa, A. (1992). *Os professores e a sua formação*. Dom Quixote.

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico
Nunes, T., Bryant, P., & Watson, A. (2009). *Capacidades matemáticas nas crianças: Investigação e implicações educacionais*.

Oliveira, H., & Canavarro, A. (2015). Capacidades matemáticas gerais no contexto do Ensino Básico. *Revista de Educação Matemática*, 30(1), 45–60.
<https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/34734/1/166-230-PB.pdf>

Oliveira, H., & Canavarro, A. P. (2015). Capacidades matemáticas no ensino básico: Contributos para uma prática reflexiva. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas de ensino da matemática nos primeiros anos* (pp. 47–62). Associação de Professores de Matemática.

Palhares, P. (2004). *Resolução de problemas: Perspectivas e estratégias*. Porto Editora.

Palhares, P. (Coord.). (2004). *Elementos de matemática para professores do ensino básico*. LIDEL..

Perrenoud, P. (2002). *A prática reflexiva no ofício de professor: Profissionalização e razão pedagógica*. Artmed.

Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas* (Edições Gradiva). (Obra original publicada em 1945).

Pólya, G. (1995). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press. (Obra original publicada em 1945).

Ponte, J. P. (2004). *Investigar para aprender matemática*. Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2004). O que é um problema? In P. Palhares (Coord.), *Elementos de matemática para professores do ensino básico* (pp. 35–41). LIDEL..

Ponte, J. P. (2004). Resolução de problemas segundo Pólya. In P. Palhares (Coord.), *Elementos de matemática para professores do ensino básico* (pp. 11–16; pp. 41–45). LIDEL..

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J. P. (2006). *Álgebra no ensino básico: Que introdução?* In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas de ensino da matemática nos primeiros anos* (pp. 115–130). Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2006). Números e álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 5–27). SEM-SPCE.
[https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte\(Caminha\).pdf](https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte(Caminha).pdf)

Ponte, J. P., Matos, J. F., & Abrantes, P. (2009). *Desenvolver o pensamento algébrico nos primeiros anos*. Associação de Professores de Matemática.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (1998). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions: A resource for the mathematics teacher*. Corwin Press.

Ribeiro, M. G., & Cury, D. (2021). *Pensamento algébrico e o desenvolvimento da generalização na educação básica*. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, 33(2), 45–60.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22.

Sush, J. M., Johnston, C., Jamieson, S., & Mills, M. (2008). Promoting decimal number sense and representational fluency, *Mathematics teaching in the middle school*, 14(1), 44-50.

Suh, J. M., Johnston, C., & Jamieson, S. (2008). The role of representational fluency in students' understanding of algebraic relationships. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(8), 458–464.

Tardif, M. (2002). *Saberes docentes e formação profissional*. Vozes.

Vale, I., & Pimentel, T. (2013). O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98–124.

Vale, I., & Pimentel, T. (2013). Pensamento algébrico e padrões geométricos no 1.º ciclo. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas de ensino da matemática nos primeiros anos* (pp. 97–110). Associação de Professores de Matemática.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds. & Trans.). Harvard University Press. (Obra original publicada em 1930).

Zeichner, K. M., & Liston, D. P. (1996). *Reflective teaching: An introduction*. Lawrence Erlbaum Associates.

APÊNDICES

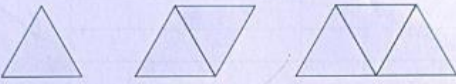
Apêndice 1 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno A

Adriana

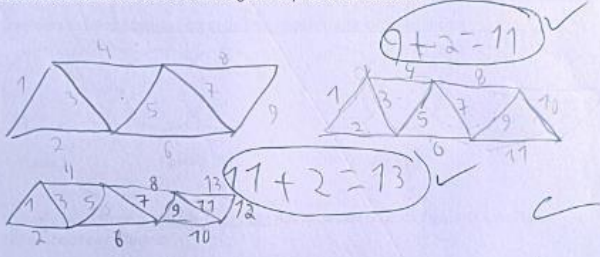
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



Para construir 4 carruagens é preciso 9, para 5 é preciso 11 e para 6 carruagens é preciso 13 palitos.

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

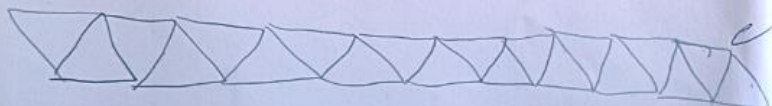
?

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17



Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.



~~8º preciso 39 palitos~~ ^X ~~→ são 41 palitos~~

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

?

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

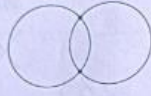


Figura 2

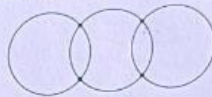
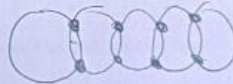


Figura 3

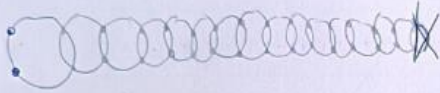
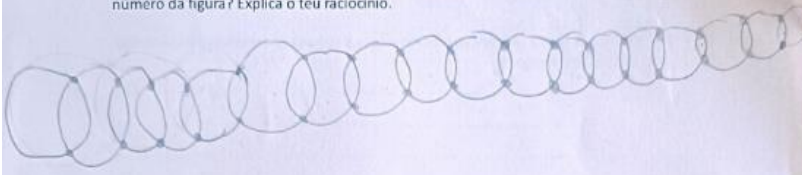
1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

?

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.



O número da figura é 34. ~~X~~
33

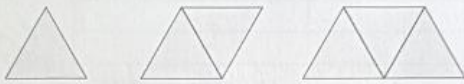
Apêndice 2 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno B

Amey
210523

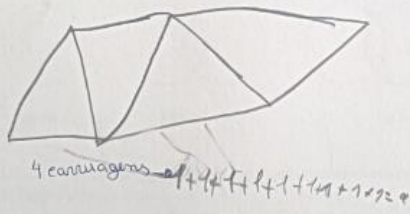
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



E o resto?

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Mas como??

R: Sim, porque se eu acrescentar carruagens eu consigo ter mais carruagens para o comboio.

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

$$3+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2=$$

41 palitos.

4. Se continuarmos com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Resposta: porque os lados são sempre ímpar.

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

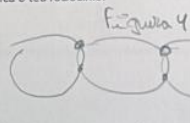


Figura 4

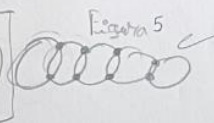


Figura 5

Anota estes a resposta?

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

Figura 30

$$5 \times 30 = 90$$

$$30 \times 5 = 90$$

*Eu fiz 5×30 , porque 3 palitos = 1 triângulo ??
 4 e $3+2=5$.*

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

64 Figuras X

Apêndice 3 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno D

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

*9 porque 1 triângulo é formado por 3 palitos então
4 é formado por 9 palitos. +*

*Mas porquê? Como chegaste a
essa conclusão?
E 5 e 6 carruagens?*

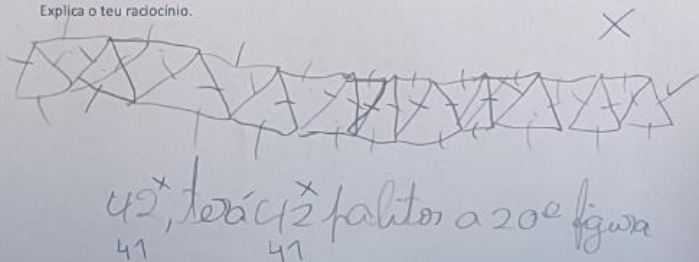
2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

*Sim acrescentando mais 2 palitos ao anterior.
a acrescentando*

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	6 7
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 X
7	15 ✓
8	18 X 17

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.



42⁺, terá 42⁺ palitos a 20ª figura
41 41

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim porque nos podemos fazer a qualquer número.

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

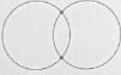


Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



Figura 4

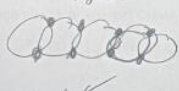
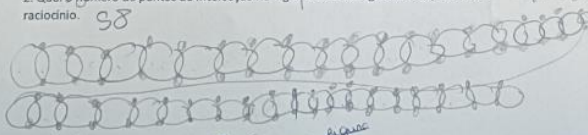


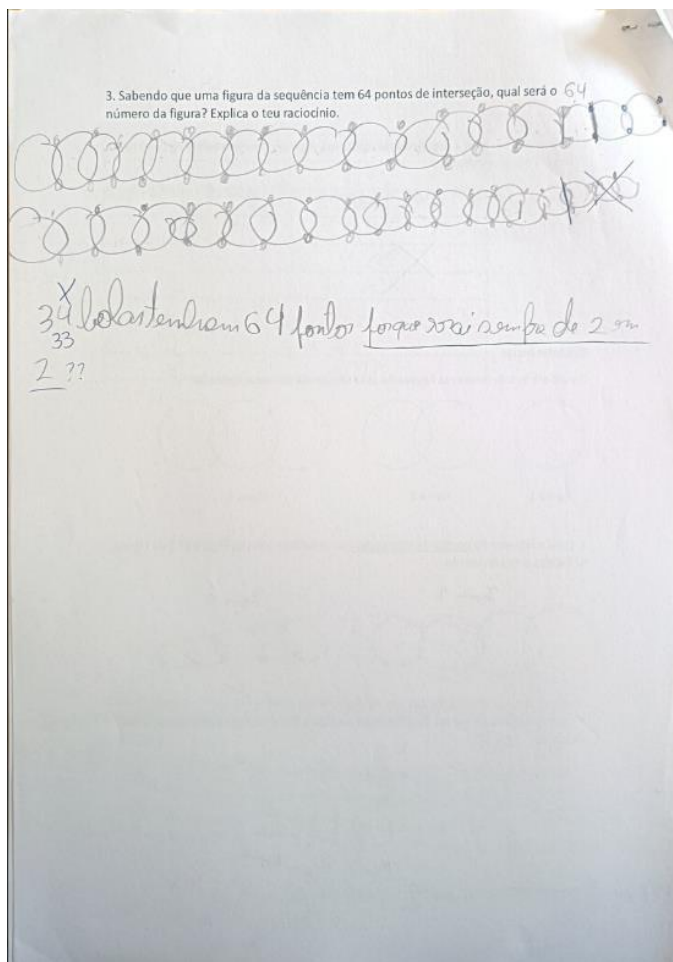
Figura 5

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

58



do figura 30 ~~tem~~ também 58 pontos de interseção e a figura 40 ~~tem~~ 78 pontos.



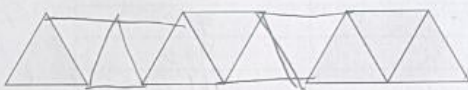
Apêndice 4 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno E

Pensar Algebricamente

2/5/23

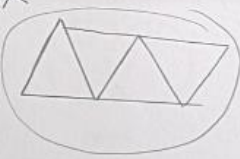
Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

$3 \times 4 = 12$ X

→ 

$3 \times 5 = 15$ X

↓

$3 \times 6 = 18$

↓

 X

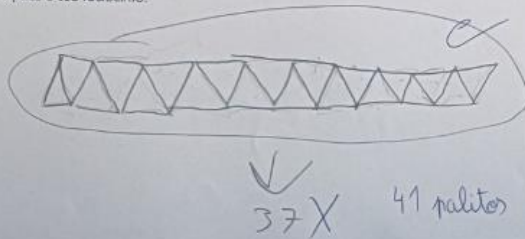
2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como? ✓

Sim, porque vou sempre acrescentando 2.

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.



4. Se continuáres com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim, porque é sempre mais 2.

X

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1



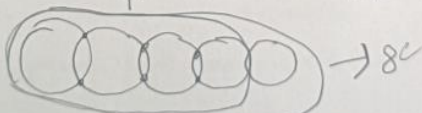
Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

46 ✓ *Resposta ??*



→ 80 ✓

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

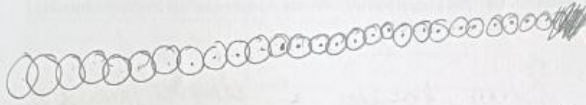
$3 \times 30 = 60$

X

$2 \times 40 = 80$

X

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.



27 8. 9. 1944 X

figura 33 → 64 pontos de interseção

Apêndice 5 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno F

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



9 e

E se forem 5 carruagens?
E 6 carruagens?

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim porque, conseguimos fazer o número que quisermos
no comboio. X ??

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	6 ✓
3	9 ✓
4	12 ✓
5	15 ✓
6	18 ✓
7	21 ✓
8	24 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

Com 20 carruagens precisamos de 41 palitos.



4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Com 110 palitos só para fazer 55 comboios porque o número de palitos vai ser o dobro de circunferências.

$$\begin{array}{r} 110 \\ \div 2 \\ \hline 55 \end{array}$$

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.

Figura 1: 

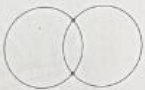
Figura 2: 

Figura 3: 

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

Na figura 4 tem 6 pontos e na figura 5 vão ter 2 pontos!

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \div 2 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \div 2 \\ \hline 20 \end{array}$$

Na figura 30 vão ter 16 e a figura 40 vai ter 20 porque é a metade.

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 2 \\ \hline 128 \end{array}$$

O número da figura é 128 porque o número de pontos é sempre o dobro do número da figura. X

Apêndice 6 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno G

Pensar Algebricamente

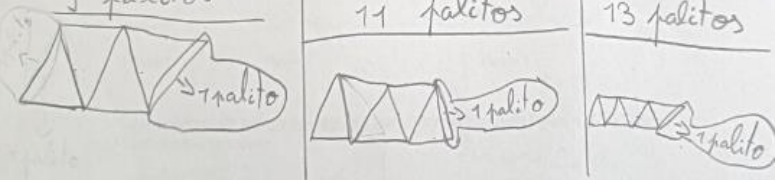
Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

4 carruagens 9 palitos	5 carruagens 11 palitos	6 carruagens 13 palitos
---------------------------	----------------------------	----------------------------



2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim, acrescentando sempre + 2 palitos.

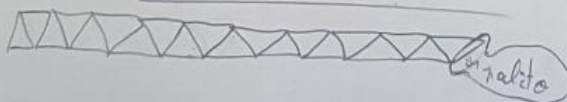
3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

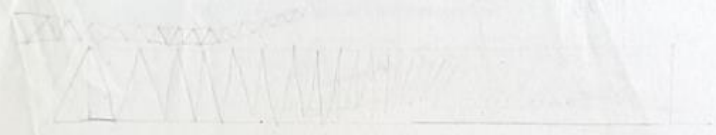
Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

20 carruagens
41 palitos

✓



4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?



Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

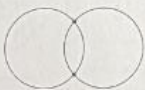


Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

figura 4

6 pontos

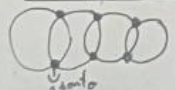


figura 5

8 pontos



2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

figura 30

58 pontos

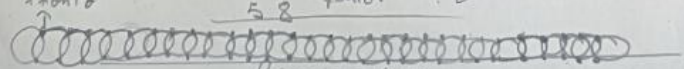
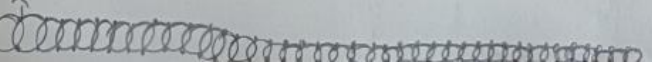


figura 40

78 pontos



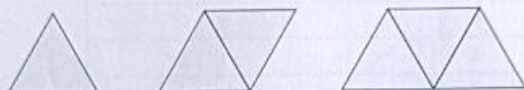
3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.



Apêndice 7 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno H

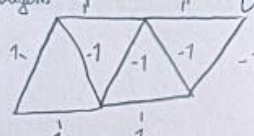
Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



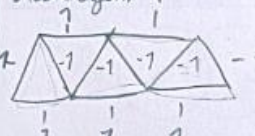
1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

4 carruagens



$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$$

5 carruagens



$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 11$$

R: Para construir um comboio com 4 carruagens precisas de 9 e um de 5, 11 palitos.

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Consigo, acrescentando dois palitos.

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

9 - 19 20 - 41

10 - 21

11 - 23

12 - 25

13 - 27

14 - 29

15 - 31

16 - 33

17 - 35

18 - 37

19 - 39

São precisos 41 palitos para construir um comboio de 20 carruagens.

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não, porque 110 é par. ✓

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

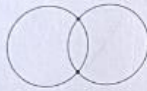


Figura 2

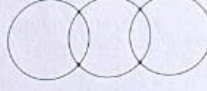


Figura 3

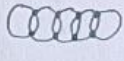
1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

4 circunferências



= 6 circunferências
pontos de interseção

5 circunferências



= 8 circunferências
pontos de interseção

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

1-0	15-18	30-58
2-2	16-30	31-60
3-4	17-34	32-64
4-6	18-36	33-64
5-8	19-36	34-66
6-10	20-38	35-68
7-12	21-40	36-70
8-14	22-42	37-72
9-16	23-44	38-74
10-18	24-46	39-76
11-20	25-48	40-78
12-22	26-50	
13-24	27-52	
14-26	28-54	
	29-56	

Na figura 30 há 58 pontos de interseção
Na figura 40 há 78 pontos de interseção

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

É a figura 33 porque no exercício 2 fiz um esquema que já tinha a resposta. ✓

Apêndice 8 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno I

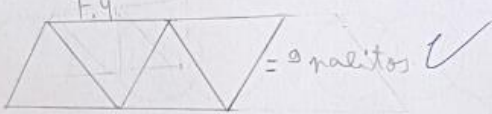
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

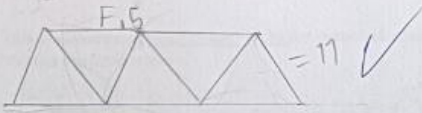
Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

F.4


F.6
 $11 + 2 = 13$

F.5


2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim, porque eu consigo fazer a figura 7 a partir da figura 6

Como ??

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

- Nota: 10 carruagens = 27 palitos
 20 carruagens = 42 palitos X
 41 palitos

o dobro
 de dez
 é vinte
 então o
 número dos
 palitos
 também
 é dobro

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não porque a sequência são 3 números ímpares. ✓

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

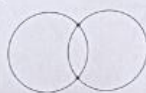


Figura 2

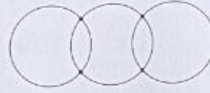
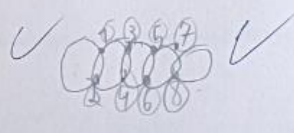
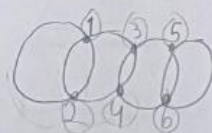


Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

- Na sequência da figura 30 + 2 = 32 40 + 2 = 42
mas não é o número dos pontos
X

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

Nota -
O número
dos pontos
de interseção
é o número da figura.

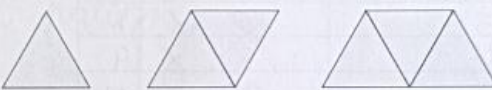
$$64 - 2 = 62 \quad \times$$

Apêndice 9 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno J

Pensar Algebricamente

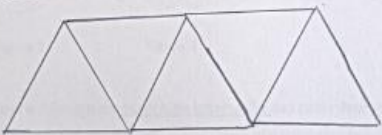
Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

*Com 4 carruagens tem 9 palitos.
Com 5 carruagens tem 10 palitos.
Com 6 carruagens tem 12 palitos.*



2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim porque só tenho de acrescentar uma carruagem, que são mais dois palitos

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	2 x 3
2	4 x 5
3	6 x 7
4	8 x 9
5	10 x 11
6	12 x 13
7	14 x 15
8	16 x 17

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

Como precisar de 20 palitos.

X

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim porque só precisamos de 2 palitos. X

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

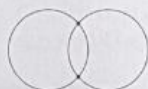


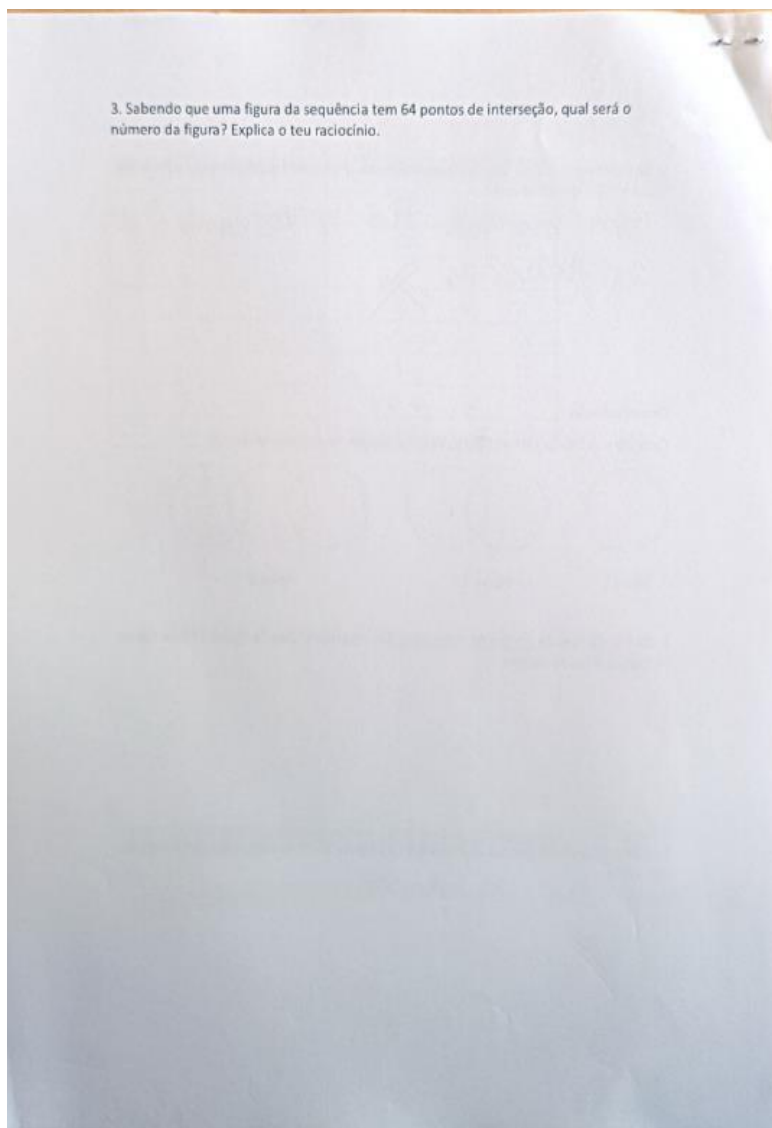
Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.



Apêndice 10 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno K

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1 FIG. = 3P



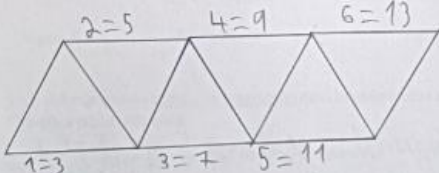
2 FIG. = 5P



3 FIG. = 7P

1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

*De 4 preciso de 9,
de 5 preciso de 11,
e de 6 preciso de 13.*





2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim, porque nós podemos acrescentar carruagens (+2 palitos) não fazer outro comboio.

...

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 c
2	5 c
3	7 c
4	9 c
5	11 c
6	13 c
7	15 c
8	17 c

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

20 carruagens =
= 20 triângulos
então
20 carruagens =
= 31 palitos
41 palitos

X

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não, porque o nº de palitos é sempre ímpar.

✓

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

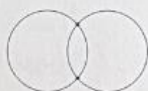


Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

A 4 terá 6 pontos de interseção e a 5 terá 8 pontos.

✓

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

A 30 terá 58 e a 40 terá 78.

✓

$$30 \times 2 - 2 = 58$$

$$40 \times 2 - 2 = 78$$

✓

Muito Bem! 🙌

$\times 2 - 2$ porque o nº de pontos de interseção é o dobro do nº que vai multiplicar menos 2 pontos de interseção.

✓

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

$$\begin{array}{r} 64 \\ + 2 \\ \hline 66 \end{array}$$



+2, porque o nº que multiplica eu tenho - o 2.

Apêndice 11 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno L

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

para. Para construíres um comboio de 4 carruagens precisas de 9 palitos; para construir um comboio de 5 carruagens, precisas de 13 palitos.

cf

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

sim. ??

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

60 palitos X

4. Se continuarmos com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

porque para um vagão é necessário 3 palitos
 $4 \times 110 = 440$ ~~440~~ $= 550$

Circunferências
 Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1 Figura 2 Figura 3

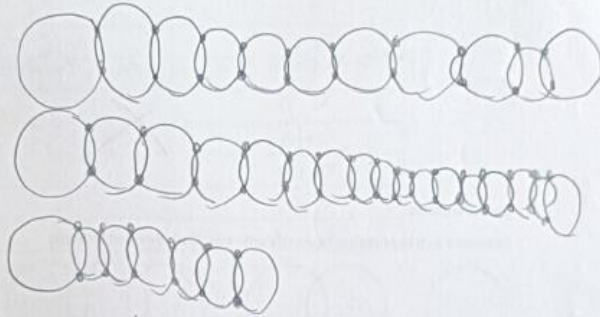
1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

A figura 4 tem 6 pontos de interseção e a figura 5 tem 8 pontos de interseção.

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

A figura 30 tem 150 pontos de interseção, 110 pontos de interseção
 ~~110~~

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.



X 35 interseções

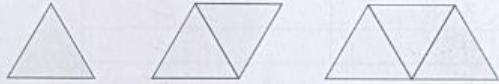
figura 33 tem 64 pontos de interseção

Apêndice 12 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno M

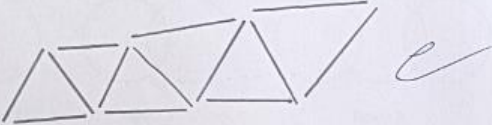
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



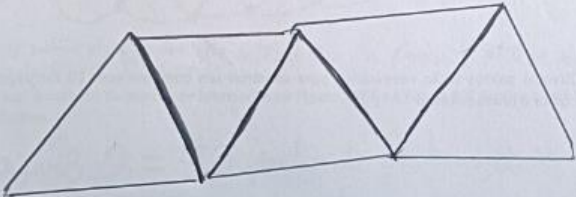
1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



$4 \times 3 = 12$
 $12 - 3 = 9$

Um comboio de 4 carruagens precisa de 9 palitos e um de 5 carruagens precisa de 11 palitos e um de 6 carruagens precisa de 13 palitos.

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?



Sim, eu consigo construir um comboio a partir de outro, porque consigo que 1 dos lados do comboio seja 1 dos lados do outro, fazendo com que partilhem 1 lado, ou seja, acrescentando sempre mais dois palitos.

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 c
2	5 c
3	7 c
4	9 c
5	11 c
6	13 c
7	15 c
8	17 c

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

Serão necessários 41 palitos para fazer um comboio de 20 carruagens, porque eu percebi que tenho de adicionar 2 palitos de carruagens a cada 1 carruagem que vou adicionando, para obter o 2º de palitos.

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não, não será possível haver um comboio com 110 palitos, porque o nº de palitos dos comboios é sempre ímpar, e 110 é par.

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

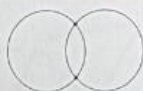


Figura 2

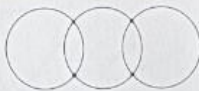


Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



O número de pontos de interseção da figura 4 é 6 e da figura 5 é 8.

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

figura 30 = 58 pontos de interseção
figura 40 = 78 pontos de interseção

Eu retiro 2 unidades ao nº da figura e depois como o resultado da subtração ao nº da figura.

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

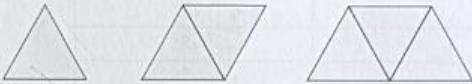
A figura que tem 64 pontos de interseção é a figura nº 33, porque a figura 30 tem 58, portanto a 31 tem 60, a 32 tem 62 e a 33 tem 64. ✓

Apêndice 13 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno N

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

*Para a figura 4 precisamos de 9 palitos ✓
 e para 5 precisamos de 12.
 Porque de 2 em 2. ?? Mas quantos são afinal?*

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 <i>c</i>
2	5 <i>c</i>
3	7 <i>c</i>
4	9 <i>c</i>
5	11 <i>c</i>
6	13 <i>c</i>
7	15 <i>c</i>
8	17 <i>c</i>

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

$$20 \times 2 = 40 + 3 = 43$$

X

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim



Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

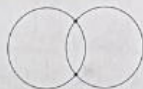


Figura 2

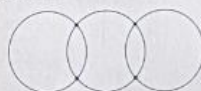
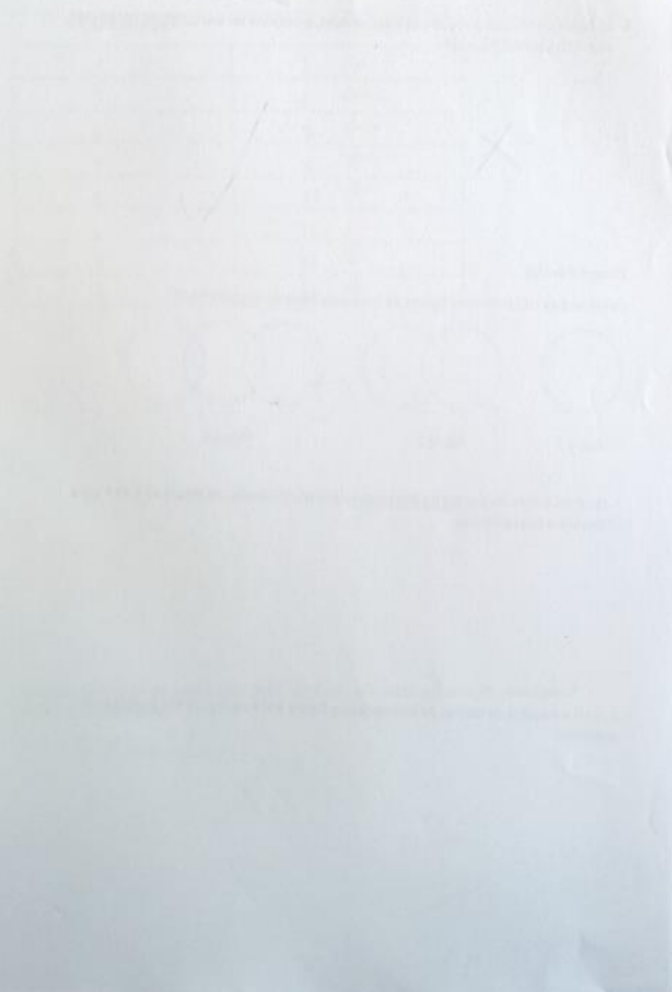


Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

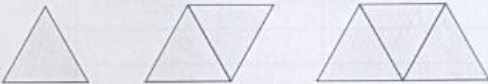


Apêndice 14 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno O

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

$2 + 2 + 2 + 3 = 9$ ✓

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim, porque acrescentamos mais 2 palitos. ✓

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

$$2 \times 19 = 2 \times 10 + 2 \times 9 + 3 \times 1 = 38 + 3 = 41$$

R: 41 palitos ✓

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim, porque 100 + 10 = 110. X

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

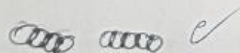


Figura 2



Figura 3

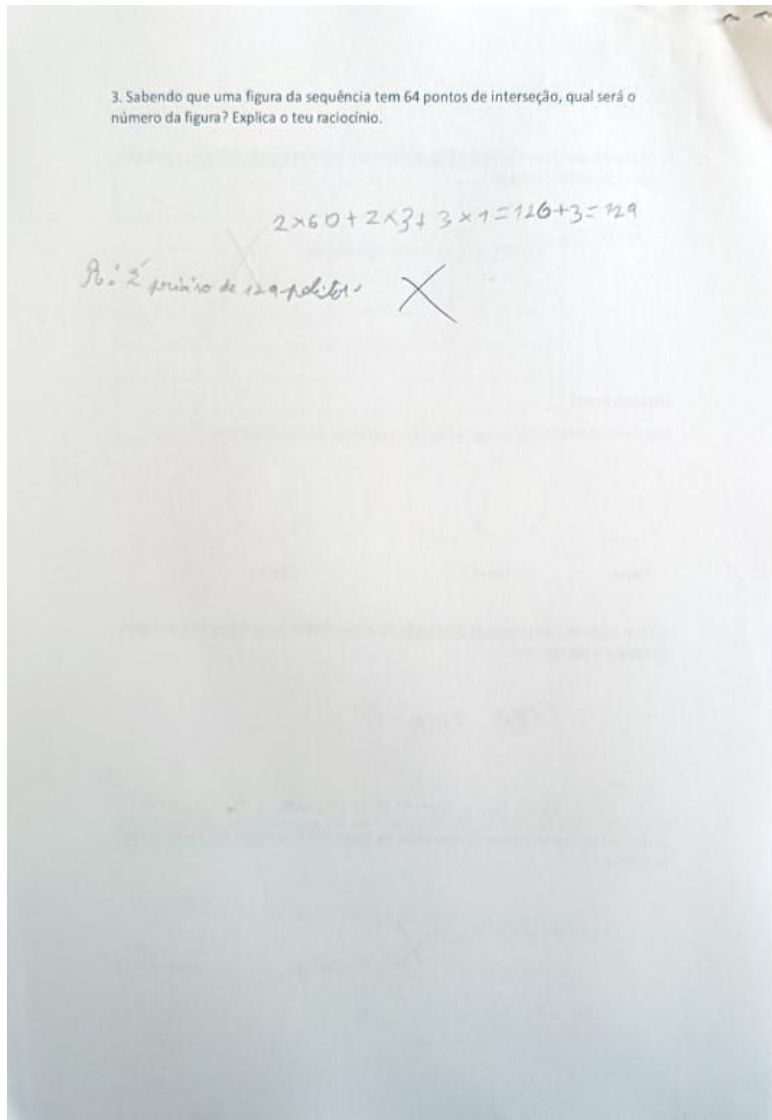
1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



Na Figura 4, há 6 pontos de interseção e na Figura 5, há 8 pontos. ✓

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

Na Figura 30, há 10 pontos de interseção. X

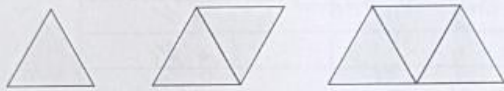


Apêndice 15 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno P

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

carruagens com 4



✓

Seo comboio de 9 palitos.

carruagens com 5



✓

Seo comboio de 11 palitos.

carruagens com 6



✓

Seo comboio de 13 palitos.

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim acrescentando sempre mais 2. ✓

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

Para uma carruagem são 3 palitos.
São 20 carruagens.
São 60 palitos. X

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim, porque cada carruagem leva dois palitos.



Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1



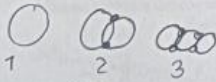
Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

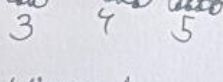
Figura 4



1

de figura 4 tem 6 pontos

Figura 5



3

de figura 5 tem 8 pontos interseção.

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

Figura 30

$$30 \times 2 = 60$$

Sorpreza metade de 60 é 30 então $30 \times 2 = 60$.

Figura 40

$$40 \times 2 = 80$$

30 vezes metade de 80 é 40 então $40 \times 2 = 80$.

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

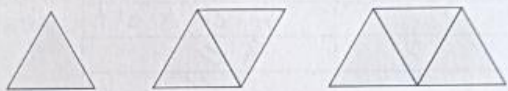
64 pontos de interseção é igual a 40 figura que diz
que a
↓
figura 40 tem 64 pontos. X

Apêndice 16 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno Q

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

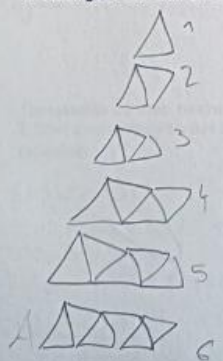
5. c.: *figura 4 = 9 palitos* ✓

6. c.: *figura 5 = 11 palitos* ✓

figura 6 = 13 palitos ✓

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

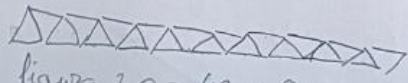
Comigo, porque ao adicionar 2 palitos, adicionamos uma carruagem. ✓



3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.


 figura 20 = 41 palitos ✓

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não, porque na sequência não há números pares e 170 é um número par.

Circunferências

Considere as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

Figura 4 = $0+2+2+2=6$ pontos de interseção ✓
 Figura 5 = $0+2+2+2+2=8$ pontos de interseção ✓

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

[illegible]

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

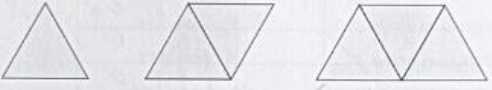
figura 33 = $0 + 2 + 4 + 7 + 9 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30$
 $+ 32 + 34 + 36 + 38 + 40 + 42 + 44 + 46 + 48 + 50 = 64$ pontos de interseção
 são

Apêndice 17 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno R

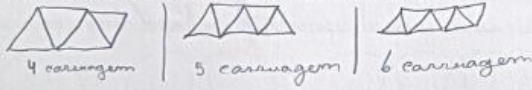
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



R: da quarta carruagem temos 9 palitos, na quinta carruagem temos 11 palitos e na sexta carruagem temos 13 palitos. ✓

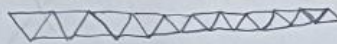
2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

R: Sim, com os palitos. X

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1 carruagem	3 palitos ✓
2 carruagens	5 palitos ✓
3 carruagens	7 palitos ✓
4 carruagens	9 palitos ✓
5 carruagens	11 palitos ✓
6 carruagens	13 palitos ✓
7 carruagens	15 palitos ✓
8 carruagens	17 palitos ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.



R: ~~São necessários~~ 41 palitos na vigésima carruagem. ✓

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

R: Sim, porque tudo é possível.

X

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

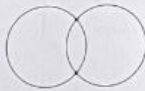


Figura 2

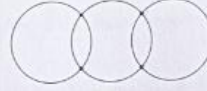


Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

R: Na figura 4 usamos 6 pontos e na figura 5 usamos 8 pontos.

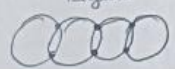


Figura 4

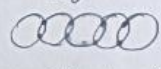


Figura 5

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

R: Na figura 30 usamos 60 pontos e na figura 40 usamos 80 pontos.

Figura 30

$30 \times 2 = 60$

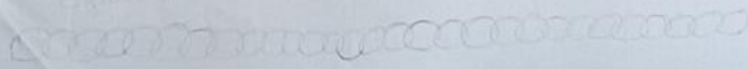
X

Figura 40

$40 \times 2 = 80$

X

Figura 40



3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

R:
$$\begin{array}{r} 64 \\ : 2 \\ \hline 32 \end{array}$$

X

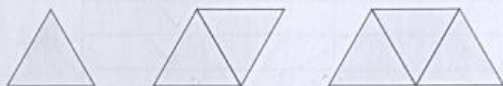
R: da figura ^{figura 32} ~~é a 32~~ porque é o dobro de 64.

Apêndice 18 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno S

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



figura 4 = 9 palitos ✓



figura 6 = 13 palitos ✓

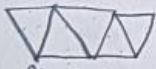


figura 5 = 11 palitos ✓

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

figura

 1
 2
 3
 4
 5

*Sim sempre a
adicionando 2
palitos os triângulos
anteriores.*

✓

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

 = 20 carruagem = 39 palitos

41 palitos

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não, porque só a número ímpar, e ele é um número par. ✓

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

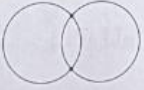


Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.

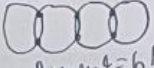


Figura 4 = 6 pontos ✓

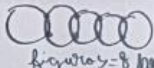
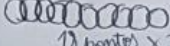


Figura 5 = 8 pontos ✓

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

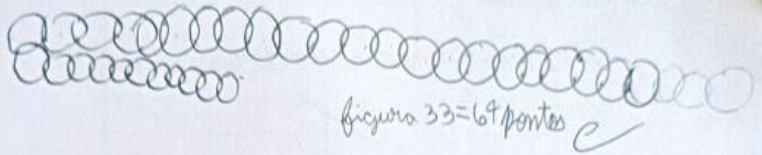
4 x 30 = 120



10 pontos x 3 = 67 X

18 pontos x 4 = 72 X

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.



Apêndice 19 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno T

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

4 carruagens
 $7 + 2 = 9$

5 carruagens
 $7 + 2 = 9$

6 carruagens
 $7 + 2 = 9$

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim, porque é só adicionar 2 ao de trás. ✓

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

$$17 + 4 = 21 \quad 21 \times 2 = 42 \quad 42 - 1 = 41$$

20 com 41 palitos ✓

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Não, porque esta sequência não tem números ímpares.

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

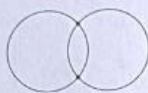


Figura 2

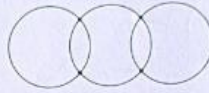
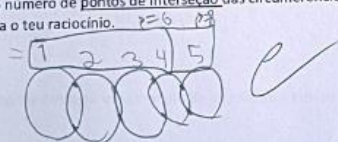


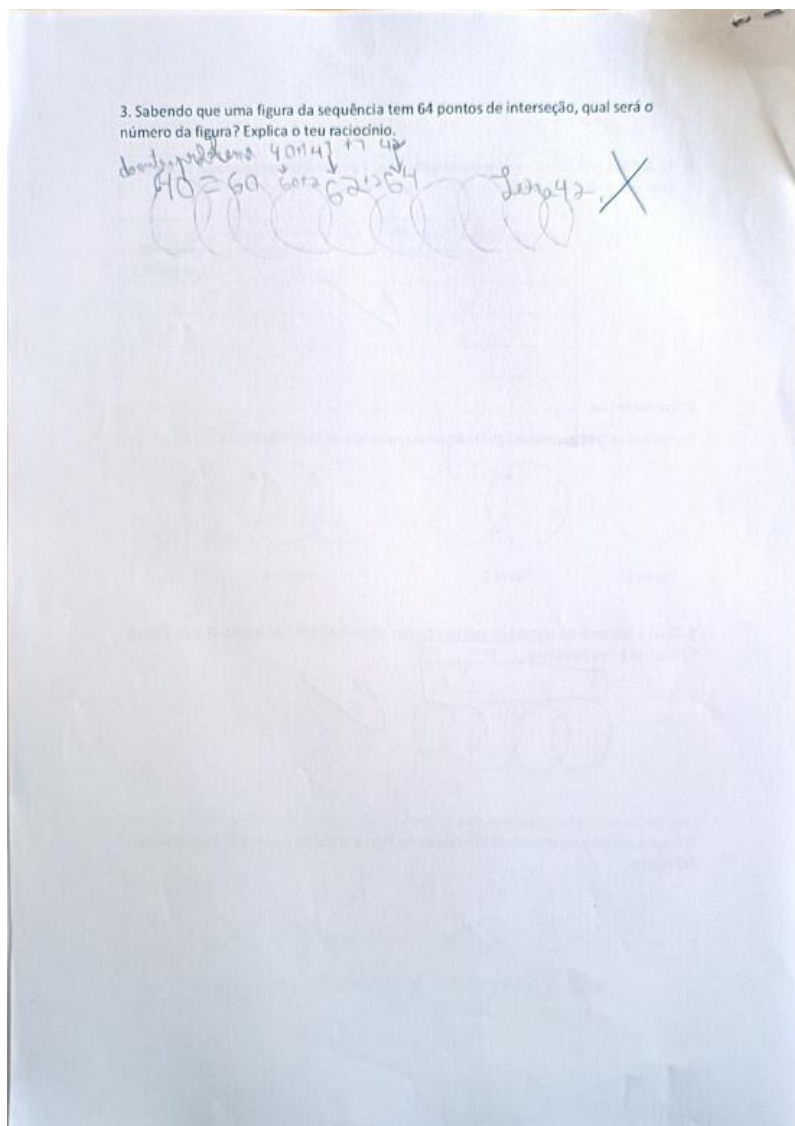
Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

$$\begin{aligned}
 &3 = 4 \quad 4 \times 10 = 40 \quad 4 = 6 \quad 6 \times 10 = 60 \\
 &\quad \quad \quad \times \quad \quad \quad \times \\
 &40 \text{ circunferências} = 60 \text{ pontos} \quad 30 \text{ circunferências} = 40 \text{ pontos} \\
 &40 \quad \quad \quad 4 \quad \quad \quad 30
 \end{aligned}$$



Apêndice 20 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno U

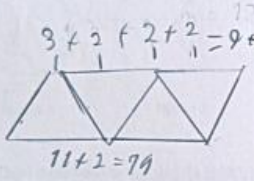
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

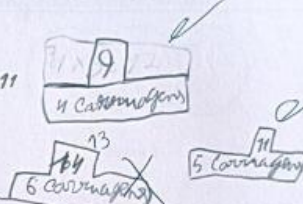
Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



$3 + 2 + 2 + 2 = 9 + 2 = 11$
 $11 + 2 = 13$



4 Carruagens 9
5 Carruagens 11
6 Carruagens 13

R: 4 carruagens tem 9 palitos, 5 carruagens tem 11 e 6 tem 14.

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

✓

R: Não, porque em cada um dos comboios se adiciona mais dois palitos.

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	2x 3
2	4x 5
3	6x 7
4	8x 9
5	10x 11
6	12x 13
7	14x 15
8	16x 17

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

X

R: Um comboio com 20 carruagens tem 40 palitos, porque
é como se fosse um 2 e acrescentamos 1 um 0, fica 20 e dele
de 40 e 20. 60, e o resto de 2.

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

R: É porque 110 é um número e se resulta com números pares.

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

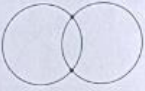


Figura 2

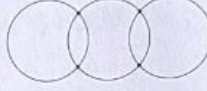
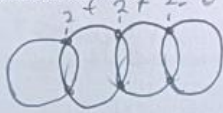


Figura 3

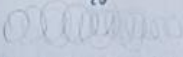
1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



$2 + 2 + 2 = 6$
 $3 \times 2 = 6$ ✓
 É a figura 5?

R: O número de pontos é 6.

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.



$$\begin{array}{r} 30 \\ 11 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 11 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 11 \\ \hline 60 \end{array}$$

R: A figura 30 tem 40 pontos de interseção e a figura 40 tem 60 porque a figura 30 tem 4 e a 4 tem 6 e se adiciona um 10.

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

92



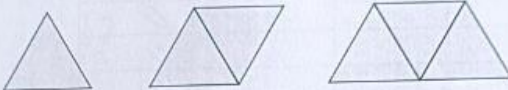
R: O número da figura é o 92 porque a figura 90 tem 60 pontos em cada lado e cada lado tem 2 pontos.

Apêndice 21 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno V

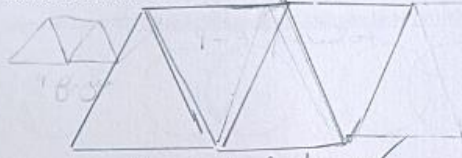
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



4 - 9 palitos ✓

E com 5?
E com 6?

0 0 0

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Sim, porque conseguimos adicionar duas linhas palitos. ✓

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?

Explica o teu raciocínio.

serão	1-3	11-23
necessários	2-5	12-25
41 palitos	3-7	13-27
para	4-9	14-29
✓	5-11	15-31
20 carruagens	6-13	16-33
	7-15	17-35
	8-17	18-37
	9-19	19-39
	10-21	20-41 ✓

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

21 - 43	31 - 63	41 - 83	51 - 103
22 - 45	32 - 65	42 - 85	52 - 105
23 - 47	33 - 67	43 - 87	53 - 107
24 - 49	34 - 69	44 - 89	54 - 109
25 - 51	35 - 71	45 - 91	55 - 111 ✓
26 - 53	36 - 73	46 - 93	
27 - 55	37 - 75	47 - 95	Não porque
28 - 57	38 - 77	48 - 97	da 111, não
29 - 59	39 - 79	49 - 99	da 110.
30 - 61	40 - 81	50 - 101	

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

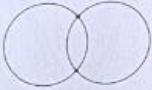
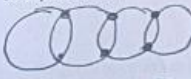


Figura 2



Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



= 4 - 6 ✓



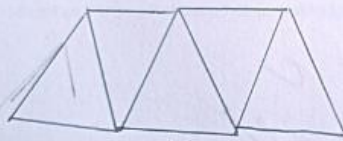
= 5 - 8 ✓

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

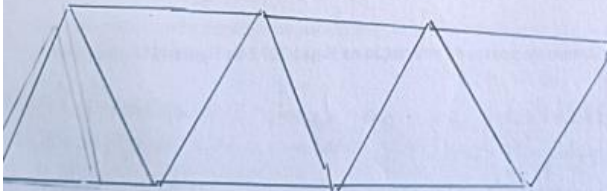
Não figura 30 terá 32 porque vai sempre nos pares adicionando 2 e nos ímpares adicionando mais 3 então na figura 40 tem 42 pontos de interseção. X

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

O número da figura será 64 porque quando era na figura 2 havia 2 círculos, por isso é 64.



5 - 11



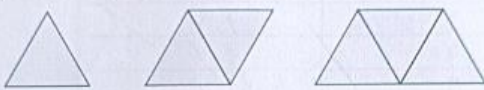
6 - 13

Apêndice 22 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno W

Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.

4 carruagens = 10 palitos X
 5 carruagens = 12 palitos X
 6 carruagens = 13 palitos ✓

2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

Mas porque?

Sim, porque daí para construir X

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1	3 ✓
2	5 ✓
3	7 ✓
4	9 ✓
5	11 ✓
6	13 ✓
7	15 ✓
8	17 ✓
9	19 ✓
10	21 ✓
11	23 ✓
12	25 ✓
13	27 ✓
14	29 ✓
15	31 ✓
16	33 ✓
17	35 ✓
18	37 ✓
19	39 ✓
20	41 ✗

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.

~~$$y = 2x + 1$$

$$y = 2 \cdot 20 + 1 = 41$$~~

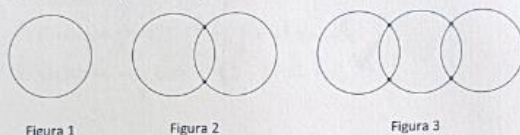
 Não 40 palitos, porque $20 \times 2 = 40$

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

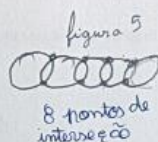
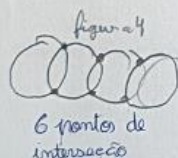
Sim, porque da para fazer 110 palitos.

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



??

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

figura 30 = 60, porque $2 \times 3 = 6$ pontos mais um 0 e fica 60 e também, porque $2 \times 4 = 8$ mais um 0 e fica 80.

X

3. Sabendo que uma figura da sequência tem 64 pontos de interseção, qual será o número da figura? Explica o teu raciocínio.

$64 \div 2 = 32$, porque o número da
figura tem de ser menor do que o
ponto de interseção.

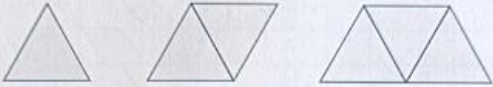


Apêndice 23 - Resoluções das tarefas “Comboios de triângulos” e “Circunferências” do Aluno X

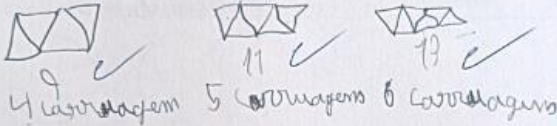
Pensar Algebricamente

Comboios de triângulos

Com os palitos, constrói comboios formados por triângulos iguais, que serão as suas carruagens. Cada triângulo está ligado ao anterior por um lado.



1. Para construíres um comboio de 4 carruagens, de quantos palitos precisas? E para construíres comboios de 5 e 6 carruagens? Explica o teu raciocínio.



9 ✓
4 carruagens

11 ✓
5 carruagens

13 ✓
6 carruagens

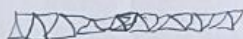
2. Consegues construir um comboio da sequência a partir do anterior? Como?

R- Sim porque é só construir X

3. Regista na tabela o número de palitos usados para construir cada comboio da sequência.

N.º de carruagens	N.º de palitos
1 carruagem	3 palitos ✓
2 carruagens	5 palitos ✓
3 carruagens	7 palitos ✓
4 carruagens	9 palitos ✓
5 carruagens	11 palitos ✓
6 carruagens	13 palitos ✓
7 carruagens	15 palitos ✓
8 carruagens	17 palitos ✓

Quantos palitos serão necessários para construir um comboio com 20 carruagens?
Explica o teu raciocínio.



É preciso 39 X

4. Se continuares com a sequência de comboios, é possível ter um comboio construído com 110 palitos? Porquê?

Sim porque dando é possível
X

Circunferências

Considera as três primeiras figuras de uma sequência de circunferências.



Figura 1

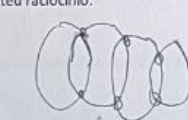


Figura 2

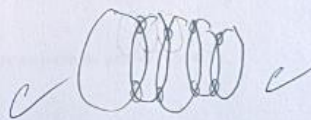


Figura 3

1. Qual o número de pontos de interseção das circunferências da Figura 4? E da Figura 5? Explica o teu raciocínio.



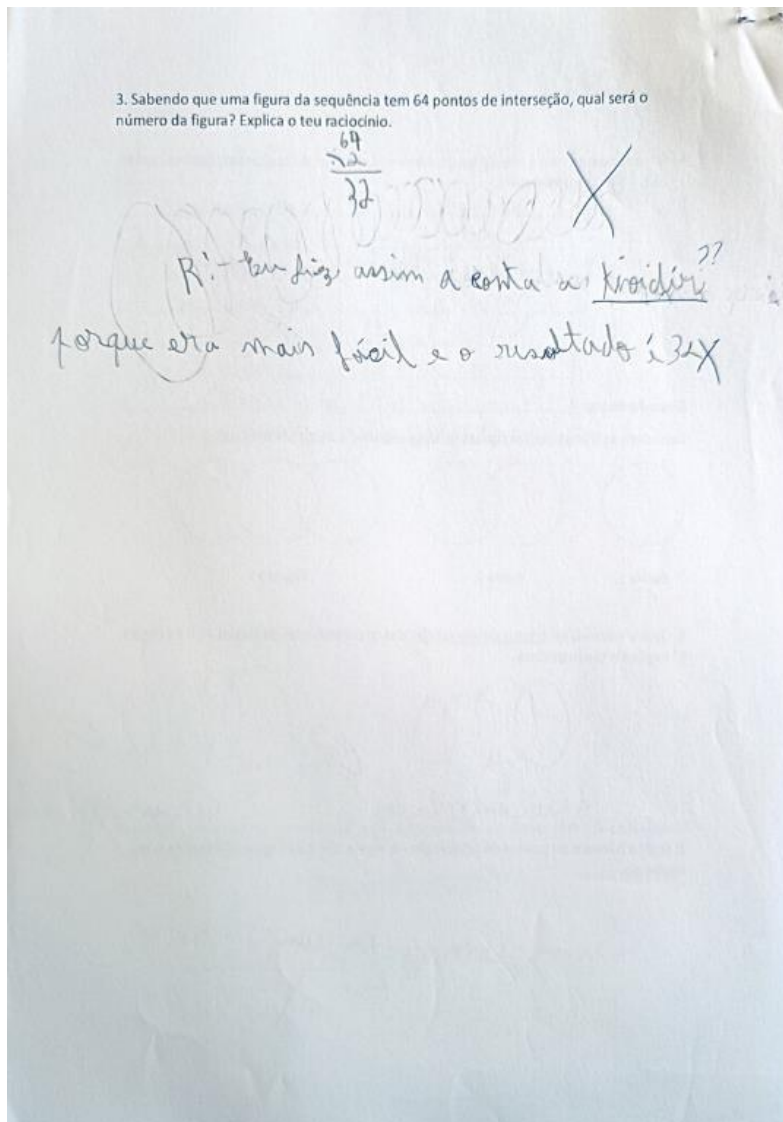
4 circunferências



5 circunferências

2. Qual o número de pontos de interseção na Figura 30? E na Figura 40? Explica o teu raciocínio.

Sim, com as circunferências
X



Apêndice 24 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno A

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: Na 5ª figura desenhaste 16 bolinhas e na 6ª figura desenhaste 19 bolinhas.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1ª - 4	9ª - 28	18ª - 55
2ª - 7	10ª - 31	19ª - 58
3ª - 10	11ª - 34	20ª - 61
4ª - 13	12ª - 37	21ª - 64
5ª - 16	13ª - 40	
6ª - 19	14ª - 43	
7ª - 22	15ª - 46	
8ª - 25	16ª - 49	
	17ª - 52	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

1ª - 4	8ª - 25	14ª - 43	21ª - 64	27ª - 82
2ª - 7	9ª - 28	15ª - 46	22ª - 67	28ª - 85
3ª - 10	10ª - 31	16ª - 49	23ª - 70	29ª - 88
4ª - 13	11ª - 34	17ª - 52	24ª - 73	30ª - 91
5ª - 16	12ª - 37	18ª - 55	25ª - 76	
6ª - 19	13ª - 40	19ª - 58	26ª - 79	
7ª - 22		20ª - 61		

R: São necessárias 91 bolinhas.

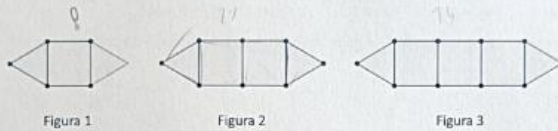
5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

$1^\circ - 4 + 3 = 2^\circ - 7$

R: A regra é andar de 3 em 3.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.



2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

1 ^a - 8	5 ^a - 20	9 ^a - 32
2 ^a - 11	6 ^a - 23	10 ^a - 35
3 ^a - 14	7 ^a - 26	11 ^a - 38
4 ^a - 17	8 ^a - 29	12 ^a - 41

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

1 ^a - 8	5 ^a - 20
2 ^a - 11	6 ^a - 23
3 ^a - 14	
4 ^a - 17	

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

$$1^a - 8 + 3 = 2^a - 11$$

Apêndice 25 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno B

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

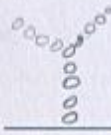


Figura 4



Figura 5

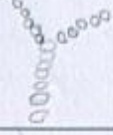


Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: *Eu desenharei 16 bolinhas na 5ª figura e desenharei 19 bolinhas na 6ª figura.*

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	9-28	18-55
2-7	10-31	19-58
3-10	11-34	20-61
4-13	12-37	21-64
5-16	13-40	
6-19	14-43	
7-22	15-46	
8-25	16-49	
	17-52	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

21=64 27=82 64+27=91
22=62 28=85
23=70 29=88
24=73 30=91
25=76
26=79
 R: *São necessárias 91 bolinhas.*

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é que devemos contar a primeira figura e depois ver qual a diferença da segunda a da primeira.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1

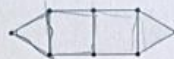


Figura 2

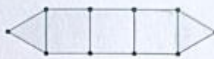


Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

4^a figura = 22 palitos 5^a figura = 26 palitos

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

5^a figura = 26 p
 6^a = 31 p
 7^a = 35 p

8^a = 39 p
 9^a = 43 p
 10^a = 47 p
 11^a = 51 p

12^a = 55 p

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

1-4 4-16
 2-8 5-20
 3-12 6-24

22 é menor do que 24

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

6 palitos

Apêndice 26 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno C

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

Handwritten calculations:
 $4 - 12$
 $5 - 15$
 $6 - 18$

R: *Na figura 4 desenhaste 12 na 5 15 na 6 18*

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

7 - 22	16 - 46
8 - 25	17 - 49
9 - 28	18 - 52
10 - 31	19 - 55
11 - 34	20 - 58
12 - 37	21 - 61
13 - 40	
14 - 43	
15 - 46	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste. .

$3 \times 30 = 90$

R: *Na figura 30ª tem 90 bolinhas*

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: _____

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$3 \times 4 = 12 \quad 7 \times 9 = 15$$

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$7 \times 12 = 84$$

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

Não, porque fiz uma figura com 22 palitos.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

Apêndice 27 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno D

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

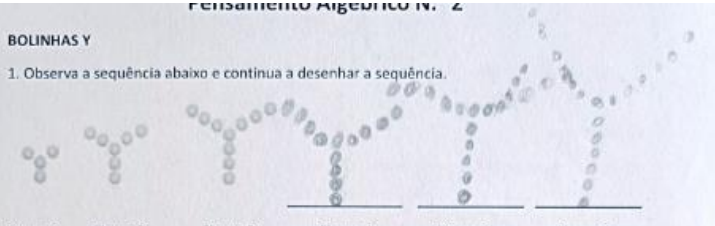


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: A figura 5 tem 16 e a 6 tem 19.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	7-22	13-40	18-59
2-7	8-25	14-43	19-58
3-10	9-28	15-46	20-61
4-13	10-31	16-49	21-64
5-16	11-34	17-52	
6-19	12-37		

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

1-4	7-22	13-40	19-58	24-73	29-88
2-7	8-25	14-43	20-61	25-76	
3-10	9-28	15-46	21-64	26-79	
4-13	10-31	16-49	22-67	27-82	
5-16	11-34	17-52	23-70	28-85	
6-19	12-37	18-55			

R: Será 91 bolinhas

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: Tera 64 bolinhas

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1

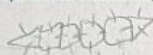


Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.



2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

Existem 47 palitos

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

Sim, porque se dá para fazer 12 também da para fazer com 22

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

A regra é contar de 2 em 2.

Apêndice 28 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno E

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

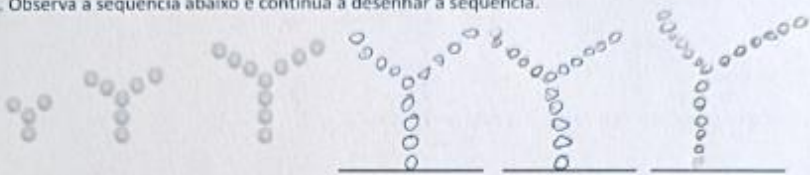


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: Desenhei na 5ª 15 e na 6ª 18

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	9-28	16-99
2-7	10-34	17-122
3-10	11-39	18-155
4-13	12-44	19-188
5-18	13-49	20-221
6-19	14-54	21-254
7-22	15-59	
8-25		

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

21-69	26-79
22-67	27-82
23-60	28-85
24-73	29-88
25-76	30-91

R: Terá 91 Bolinhas

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

$1 = 4 + 3 = 7$

R: é acrescentar sempre mais 3 bolinhas

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

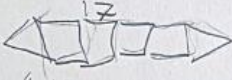


Figura 4



Figura 5

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

R: na 4-17 e na 5-20

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

R: Sim

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

R: é acrescentar sempre mais 3

$5 - 20 + 3 = 23$

Apêndice 29 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno F

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

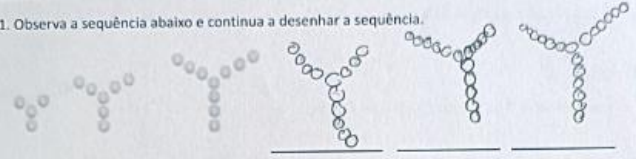


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: Na figura 5ª e 6ª vão ter 16 e 19 bolinhas.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4
2-7
3-10
4-13
5-16
6-19
7-22

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste. .

$$30 \times 3 = 90$$

R: Semelhante ao bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: Sempre multiplica o número da figura por três.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1

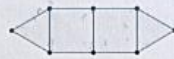


Figura 2

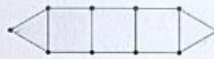


Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

figura 1^a - 6 figura 2^a - 8 figura 3^a - 10 figura 4^a - 12
figura 5^a - 14

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

figura 12^a + 2 = 14 Sempre adiciona mais +2.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

figura 6^a - 16 figura 7^a - 18 figura 8^a - 20 figura 9^a - 22

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

figura 1^a - 6 $\xrightarrow{+2}$ figura 2^a - 8

Apêndice 30 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno G

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

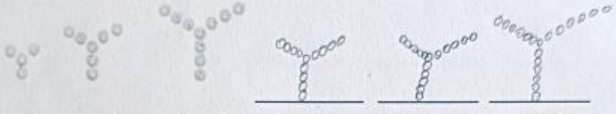


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhasse na 5ª e 6ª figuras?

R: 5ª figura - 16 bolinhas
6ª figura - 19 bolinhas

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4 bo.	9-28 bo.	17-58 bo.
2-7 bo.	10-31 bo.	20-61 bo.
3-10 bo.	11-34 bo.	21-64 bo.
4-13 bo.	12-37 bo.	
5-16 bo.	13-40 bo.	bo. = bolinhas
6-19 bo.	14-43 bo.	
7-22 bo.	15-46 bo.	
8-25 bo.	16-49 bo.	64 bolinhas
	17-52 bo.	
	18-55 bo.	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

1-4 bo.	11-34 bo.	24-73 bo.
2-7 bo.	12-37 bo.	25-76 bo.
3-10 bo.	13-40 bo.	26-79 bo.
4-13 bo.	14-43 bo.	27-82 bo.
5-16 bo.	15-46 bo.	28-85 bo.
6-19 bo.	16-49 bo.	29-88 bo.
7-22 bo.	17-52 bo.	30-91 bo.
8-25 bo.	18-55 bo.	
9-28 bo.	19-58 bo.	bo. = bolinhas
10-31 bo.	20-61 bo.	
	21-64 bo.	91 bolinhas
	22-67 bo.	
	23-70 bo.	

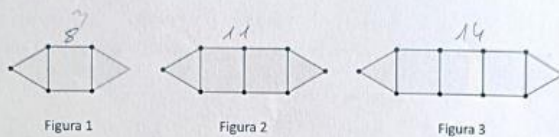
R: Sim, a figura 30 tem 91 bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: a regra para descobrir qualquer figura é $+3$

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

1^o figura - 8
2^o figura - 11
3^o figura - 14
4^o figura - 17
5^o figura - 20

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

1^o - 8
2^o - 11
3^o - 14
4^o - 17
5^o - 20
6^o - 23
7^o - 26
8^o - 29
9^o - 32
10^o - 35
11^o - 38
12^o - 41

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

5^o figura - 20 pa.
6^o figura - 23 pa. = 23 + do que 22

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

$(+3)$

Apêndice 31 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno H

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

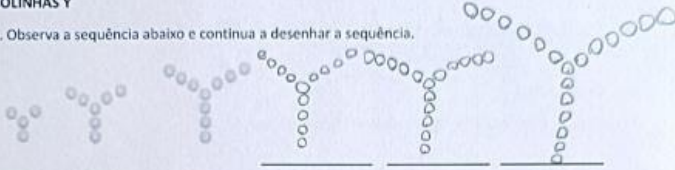


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: *A figura 5 tem 16 bolinhas e a 6 tem 19 bolinhas.*

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	9-27	17-51
2-7	10-30	18-54
3-10	11-33	19-57
4-13	12-36	20-60
5-16	13-39	21-63
6-19	14-42	
7-21	15-45	
8-24	16-48	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

*se a 10ª figura tem 30 bolinhas e $10 \times 3 = 30$
 $30 \times 3 = 90$*

R: *São necessárias 90 bolinhas.*

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é andar sempre de 3 em 3.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.

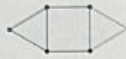


Figura 1



Figura 2

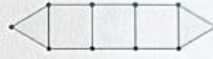


Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

A figura 4 serão necessários 17 palitos e a 5 serão necessários 20 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

Para a figura 12 serão necessários 46 palitos.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

Não, porque a partir da primeira figura adicionam-se 3 palitos e se a 5 tem 20 mais 3 já dá 23.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

A regra é andar sempre de 3 em 3.

Apêndice 32 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno I

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

3-10
4-13
5-16
6-19

R: A figura 5 tem 16 bolinhas e a figura 6 tem 19 bolinhas.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até a figura 21.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46

16	17	18	19	20	21
↓	↓	↓	↓	↓	↓
48	51	54	57	60	63

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
61	64	67	70	73	76	79	82	85	88

R: São 88 bolinhas necessárias.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é adicionar sempre três

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1

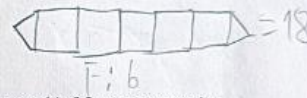
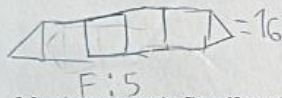


Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.



2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$18 \times 2 = 36$$

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

Na sequência não há múltiplos de 2 e 22 não é múltiplo de 8

Não existirá

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

Adicionar e adicionar sempre três

Apêndice 33 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno J

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

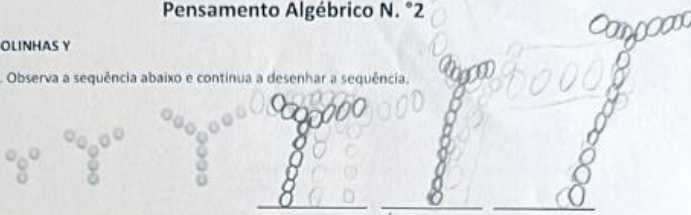


Figura 1. Figura 2 Figura 3 13 Figura 4 16 Figura 5 19 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: A figura 5 tem 16 e a 6 tem 19.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	2-7	3-10	4-13	5-16	6-19
7-22	8-25	9-28	10-31	11-34	
12-37	13-50	14-53	15-56	16-59	17-62
18-65	19-68	20-71	21-74		

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

R: Regra com 40 bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: Conta é uma tabela.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2

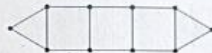


Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$10 + 10 = 20$$

R: Será 20 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$80 + 80 = 160$$

R: Será 160 palitos.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$$160 + 22 = 182$$

R: Será 182 palitos.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

R: A regra é somar.

Apêndice 34 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno K

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: $5^a = 16$ e $6^a = 19$.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

$2^a - 7$	$3^a - 10$	$4^a - 13$	$5^a - 16$
$6^a - 28$	$8^a - 25$	$7^a - 22$	$6^a - 19$
$10^a - 31$	$11^a - 34$	$12^a - 37$	$13^a - 40$
$17^a - 52$	$16^a - 49$	$15^a - 46$	$14^a - 43$
$18^a - 55$	$19^a - 58$	$20^a - 61$	$21^a - 64$

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste. .

$30^a \text{ fig.} = 3 \times 30 + 1 = 910$

R: Yão necessárias 91 bolinhas.

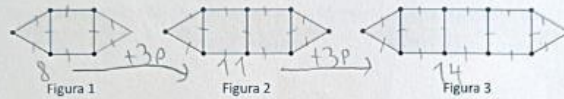
5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

$3 \times n^a \text{ da fig.} + 1 = n^a \text{ de bolinhas}$

R: _____

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$14P + 3P = 17P \quad 17P + 3P = 20P$$

4ª - 17 palitos 5ª - 20 palitos

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$4^{\text{ª}} \text{ fig.} = 4 \times 4 + 1 = 17P \quad \text{então } 4 \times 12 + 1 = 49$$

Serão necessários 49 palitos.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$$5^{\text{ª}} = 20P \quad 20P + 3P = 23 = 6^{\text{ª}} \text{ fig.}$$

Não existe nenhuma fig. com 22 palitos.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

$$4 \times n^{\text{ª}} \text{ da fig.} = n^{\text{ª}} \text{ de palitos}$$

Apêndice 35 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno M

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

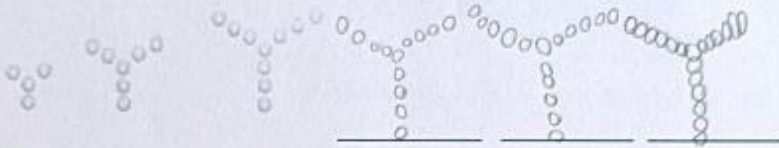


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

$5^{\text{ª}}$ figura - 16 bolinhas $6^{\text{ª}}$ figura - 19 bolinhas

R: Na figura 5 desenhei 16 bolinhas e na 6ª figura desenhei 19 bolinhas.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1 - 4	9 - 28	15 - 46	20 - 61
2 - 7	10 - 31	16 - 49	21 - 64
3 - 10	11 - 34	17 - 52	
4 - 13	12 - 37	18 - 55	
5 - 16	13 - 40	19 - 58	
6 - 19	14 - 43		
7 - 22			
8 - 25			

R: a 21ª figura terá 64 bolinhas.

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

$21^{\text{ª}}$ figura - 64 bolinhas $30^{\text{ª}}$ figura - 91 bolinhas

$30 - 21 = 9$

$9 \times 3 = 27$

$64 + 27 = 91$

R: a figura 30 terá 91 bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é adicionar 3 ao n.º de palitos da figura anterior.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1

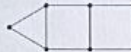


Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$14 + 3 = 17 \quad \text{figura 4} = 17 \text{ palitos}$$

$$17 + 3 = 20 \quad \text{figura 5} = 20 \text{ palitos}$$

R: Para a figura 4 são 17 palitos e para a 5 são 20 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$5^{\text{a}} \text{ figura} = 20 \text{ palitos} \quad 20 + 21 = 41$$

$$12 - 5 = 7 \quad 7 \times 3 = 21 \quad 12^{\text{a}} \text{ figura} = 41 \text{ palitos.}$$

R: A 12.ª figura terá 41 palitos.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$$22 - 14 = 8 \quad 8 \div 3 = 2 \text{ e } 2 \text{ sobra } 2$$

R: Não, não haverá uma figura com 22 palitos.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

R: A regra é adicionar 3 palitos ao n.º de palitos da figura anterior.

Apêndice 36 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno N

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5



Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: na 5ª figura desenhaste 16 bolinhas e na 6ª desenhaste 19 bolinhas.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

7 - 20	14 - 27	21 - 34
8 - 21	15 - 28	
9 - 22	16 - 29	
10 - 23	17 - 30	
11 - 24	18 - 31	
12 - 25	19 - 32	
13 - 26	20 - 33	

R: A figura 21ª tem 34 bolinhas e a figura 22ª tem 36 bolinhas.

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

9 - 22b	15 - 28b	22 - 35
10 - 23b	16 - 29b	23 - 36
11 - 24b	17 - 30b	24 - 37
12 - 25b	18 - 31b	25 - 38
13 - 26b	19 - 32b	26 - 39
14 - 27b	20 - 33b	27 - 40
	21 - 34	28 - 41
		29 - 42
		30 - 43

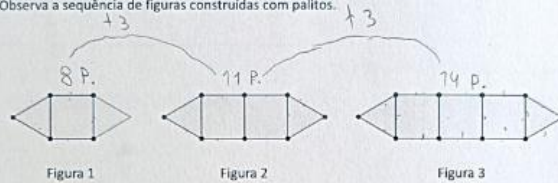
R: A figura 30ª tem 43 bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: É contínuo de 1 em 1 e as figuras de 1 em 1

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$14 + 3 = 17$$

$$17 + 3 = 20$$

R: A figura 4ª tem 17 palitos e a figura 5ª tem 20 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$59 - 20 = 39 \quad 39 : 3 = 13 \quad 13 + 1 = 14 \quad 14 + 20 = 34$$

R: A figura 12ª tem 34 palitos.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$$59 - 20 = 39$$

$$39 : 3 = 13$$

$$13 + 1 = 14$$

R: A figura que tem 22 P. é a figura 4ª.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

R: Os palitos aumentam 3 em 3 e as figuras aumentam 1 em 1.

Apêndice 37 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno O

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

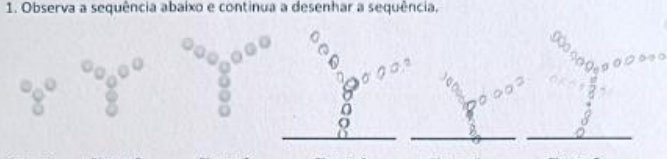


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: Na figura 5 desenhaste 13 e na figura 6 desenhaste 16

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1ª	3
2ª	5
3ª	7
4ª	10
5ª	13
6ª	16
7ª	19
8ª	22
9ª	25
10ª	28
11ª	31
12ª	34
13ª	37
14ª	40
15ª	43
16ª	46
17ª	49
18ª	52
19ª	55
20ª	58
21ª	61

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

R: 40 bolinhas

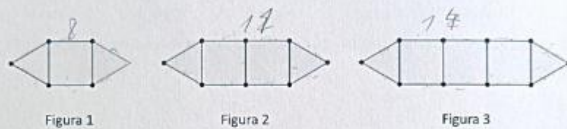
5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

Adicionando 2,

R: _____

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$\begin{array}{r} 12 - 8 \\ 2 - 11 \\ 3 - 14 \\ 4 - 17 \\ 5 - 20 \end{array}$$

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$14 + 8 = 22$$

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$$11 \times 2 = 22$$

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

$$11 \times 2 = 22$$

Apêndice 38 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno P

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

$$\begin{array}{r} 5^{\text{a}} - 16 \\ 6^{\text{a}} - 19 \end{array}$$

R: Eu desenhava na 5ª - 16 e na 6ª - 19.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1 - 4	9 - 28	18 - 55
2 - 7	10 - 31	19 - 58
3 - 10	11 - 34	
4 - 13	12 - 37	20 - 61
5 - 16	13 - 40	21 - 64
	14 - 43	
6 - 19	15 - 46	
7 - 22	16 - 49	
8 - 25	17 - 52	

R: A figura 21ª leva 64 bolinhas.

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

21 - 64	27 - 82
22 - 67	
23 - 70	28 - 85
24 - 73	29 - 88
25 - 76	30 - 91
26 - 79	

R: A figura 30ª leva 91 bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é ir de 3 em 3 para descobrir qualquer figura.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

4 - 17
5 - 20

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

R: Para a figura 4º é preciso 17 palitos e na 5º são precisos 20 palitos.
1 - 8 5 - 20 8 - 29 11 - 38
2 - 11 6 - 23 9 - 32 12 - 41
3 - 14 7 - 26 10 - 35
4 - 17

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

5 - 20
6 - 23

R: Não, porque é de 3 em 3.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

R: A regra é ir de 3 em 3 para descobrir qualquer figura.

Apêndice 39 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno Q

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

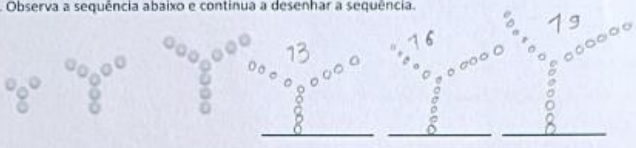


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

$5 \cdot 3 + 5 = 16$ $6 \cdot 3 + 6 = 19$

R: Na figura 5 mete 16 bolinhas e na figura 6 mete 19 bolinhas

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4
2-7
3-10
4-13
5-16
6-19
7-22

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 3 \\ \hline 87 + 4 = 91 \end{array}$$

R: São necessárias 91 bolinhas

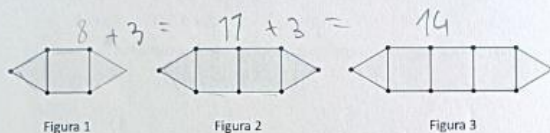
5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

$4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + \dots$

R: a partir da figura 1 sumamos 3 bolinhas.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

$$F4 \quad 14 + 3 = 17 \quad / \quad F5 \quad 17 + 3 = 20$$

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 3 \end{array} \quad 3 + 8 = 47$$

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$$6 - 23$$

$$7 - 26$$

não, não há uma figura com 22 palitos

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

$$8 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + \dots$$

Apêndice 40 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno R

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

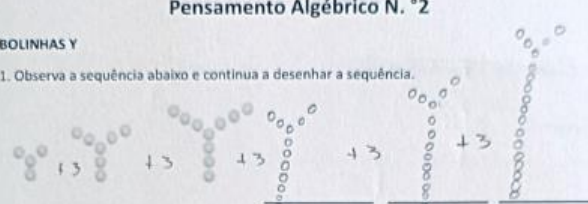


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

figura 5
 $13 + 3 = 16$

figura 6
 $16 + 3 = 19$

R: *a figura 5 a 16 bolinhas e na figura 6 a 19 bolinhas.*

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1 - 4	12 - 37
2 - 7	13 - 40
3 - 10	14 - 43
4 - 13	15 - 46
5 - 16	16 - 49
6 - 19	17 - 52
7 - 22	18 - 55
8 - 25	19 - 58
9 - 28	20 - 61
10 - 31	21 - 64
11 - 34	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

$27 - 64$
 $28 - 67$
 $29 - 70$
 $30 - 73$
 $31 - 76$
 $32 - 79$
 $33 - 82$
 $34 - 85$
 $35 - 88$
 $36 - 91$

R: *a figura 30 tem 91 bolinhas*

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: ~~5~~ ⁶ acrescentar 3 bolinhas.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.

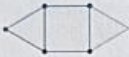


Figura 1



Figura 2

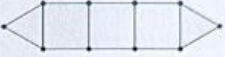
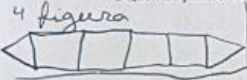


Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.



4 figura



5 figura

R: A figura 4 tem 17 palitos e a figura 5 tem 20 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

5-20

6-23

7-26

8-29

R: A figura 12 tem 41 palitos.

9-32

10-35

11-38

12-41

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

R: Não, existe uma figura com 22 palitos.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

10 figura

5-20

6-23

7-26

8-29

9-32

10-35

R: A figura 10 tem 35 palitos.

Apêndice 41 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno S

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: 5ª tem 16 bolinhas e na 6ª tem 18 bolinhas

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	10-31	20-67
2-7	11-34	21-69
3-10	12-37	
4-13	13-40	
5-16	14-43	
6-19	15-46	
7-22	16-49	
8-25	17-52	
9-28	18-55	
	19-58	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

Nº $27 + 9 = 30$
Bº $64 + 26 = 90$

22-67
23-70
24-73
25-76
26-79
27-82
28-85

29-88
30-91

R: Não necessarias 91 bolinhas

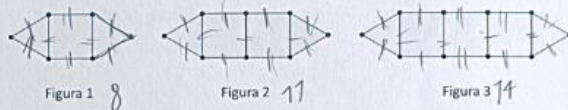
5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

4 - 1 - 3 - 3 - 3 ...

R: É começar no 4 e ir adicionando sempre mais 3.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.



2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$\begin{array}{r} F_6 - 23 \\ 7 - 26 \\ 8 - 29 \\ 9 - 32 \\ 10 - 35 \end{array}$	$\begin{array}{r} F_{11} - 38 \\ 12 - 41 \end{array}$
--	---

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

Não porque da figura 5 = 20 palitos para a figura 6 = 23 palitos

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

É começar no número 8 e ir sempre adicionando 3.

Apêndice 42 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno T

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

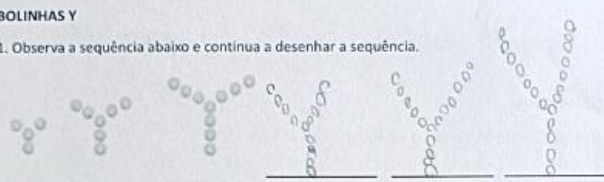


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhasse na 5ª e 6ª figuras?

R: Figura 5: 76 bolinhas. Figura 6: 79 bolinhas

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

7	24	19	58
8	25	20	61
9	28	21	64
10	31		
11	34		
12	40		
13	52		
14	55		

20x3=60 e 0+4=64

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

se 10=31 e 20=61 então 30=97

R: São necessárias 97 bolinhas

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: É multiplicar por 3 e depois adicionar 1.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2

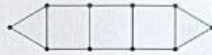


Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

Figura 4: $15 + 3 = 18$

Figura 5: $18 * 3 = 27$

Figura 4: 18 palitos, Figura 5: 27 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

$10 \times 3 = 30$, $30 + 4 = 34$
 $34 + 3 = 37$

$10 = 34$
 $71 = 37$
 $12 = 40$

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

$5 = 21$ e $6 = 24$

Não tem o número 22.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

É somar 3 ao número anterior e multiplicar por 3 e somar 4.

Apêndice 43 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno U

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

R: Desenhei na figura 5, 16 bolinhas e na figura 6 desenhava 21 bolinhas.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55	58	61	64

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

30. $3 \times 30 = 84$

30ª figura - 91 bolinhas

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 42 \\ \hline 84 \end{array}$$

R: É necessário 84 bolinhas.

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

n° da figura $\times 3 + 1 = n^{\circ}$ de bolinhas incompleto

R: Podemos fazer $3 \times$ o número.

R: _____

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

14
14
28 + 8 = 36
3ª figura

Figura 4 - 17 palitos
Figura 5 - 20 palitos

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

Não existe

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

É sempre adicionar 3.

Apêndice 44 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno V

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

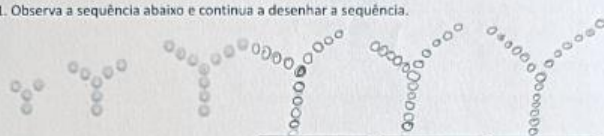


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

5ª figura - 16 bolinhas 6ª figura - 16 bolinhas

R: *Na 5ª figura são 16 bolinhas e na 6ª figura são 19 bolinhas.*

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

7 - 22	16 - 49
8 - 25	17 - 52
9 - 28	18 - 55
10 - 31	19 - 58
11 - 34	20 - 61
12 - 37	21 - 64
13 - 40	
14 - 43	
15 - 46	

R: *Na 21ª figura são 64 bolinhas.*

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste. .

21 - 64	28 - 85
22 - 67	29 - 88
23 - 70	30 - 91
24 - 73	
25 - 76	
26 - 79	
27 - 82	

R: *A figura 30 tem 91 bolinhas.*

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é fazer um esquema, uma tabela ou uma conta.

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

3 - 14
4 - 17
5 - 20

R: Na figura 4 são necessários 17 palitos e na figura 5 são necessários 20 palitos.

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

3 - 20 8 - 29 11 - 38
6 - 23 9 - 32 12 - 41
7 - 26 10 - 35

R: Da figura 12 são necessários 41 palitos.

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

5 - 20
6 - 23

R: Não, porque só de 23.

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

Contar quantos palitos são e fazer esquemas, tabelas e contas.

Apêndice 45 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno W

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.



Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

5ª figura - 16 bolinhas
6ª figura - 19 bolinhas

R: Na figura 5 tem 16 e na 6 tem 19.

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1 - 4	9 - 28	16 - 49
2 - 7	10 - 31	17 - 52
3 - 10	11 - 34	18 - 55
4 - 13	12 - 37	19 - 58
5 - 16	13 - 40	20 - 61
6 - 19	14 - 43	21 - 64
7 - 22	15 - 46	

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste. . .

1 - 4	8	15 - 25	15 - 46	22 - 62	28 - 85
2 - 7	9	16 - 28	16 - 49	23 - 70	29 - 88
3 - 10	10	17 - 31	17 - 52	24 - 73	30 - 91
4 - 13	11	18 - 34	18 - 55	25 - 76	
5 - 16	12	19 - 37	19 - 58	26 - 79	
6 - 19	13	20 - 40	20 - 61	27 - 82	31 bolinhas
7 - 22	14	21 - 43	21 - 64		

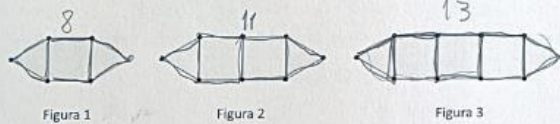
R: 31 bolinhas

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

R: A regra é 3 de 3

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.

4 - 16
5 - 19

2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

1 - 8 6 - 22 10 - 34
2 - 11 7 - 25 11 - 37
3 - 13 8 - 28 12 - 40
4 - 16 9 - 31

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

1 - 8 6 - 22 10 - 34 14 - 48 18 - 58 22 - 70
2 - 11 7 - 25 11 - 37 15 - 51 19 - 61
3 - 13 8 - 28 12 - 40 16 - 52 20 - 64
4 - 16 9 - 31 13 - 43 17 - 55 21 - 67
5 - 19 10 - 34 14 - 46 18 - 58 22 - 70

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

A regra é 3 de 3

Apêndice 46 - Resoluções das tarefas “Bolinhas Y” e “Submarinos” do Aluno X

Pensamento Algébrico N.º 2

BOLINHAS Y

1. Observa a sequência abaixo e continua a desenhar a sequência.

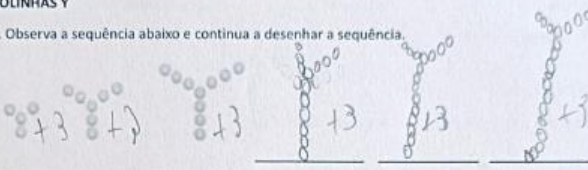


Figura 1. Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6

2. Podemos observar que a 3ª figura tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas desenhaste na 5ª e 6ª figuras?

19 figura 6 16 figura 5

R: *1ª figura 5 tem 16 e 1ª figura 6 tem 19*

3. Constrói uma tabela onde relaciones o número da figura com o número de bolinhas, até à figura 21.

1-4	9-26	17-52
2-7	10-31	18-55
3-10	11-34	19-58
4-13	12-37	20-61
5-16	13-40	21-64
6-19	14-43	
7-22	15-46	
8-25	16-49	

63 bolinhas R: *A figura vinte e uma tem 63 bolinhas*

4. Quantas bolinhas são necessárias para construir a 30ª figura? Consegues responder sem desenhar figuras? Mostra como pensaste.

1-4	21-49	29-97
2-7	22-52	
3-10	23-55	
4-13	24-58	
5-16	25-61	
6-19	26-64	
7-22	27-67	
8-25	28-70	
9-28	29-73	
10-31	30-76	
11-34	31-79	
12-37	32-82	
13-40	33-85	
14-43	34-88	
15-46	35-91	
16-49	36-94	
17-52	37-97	
18-55	38-100	
19-58	39-103	
20-61	40-106	
21-64	41-109	
22-67	42-112	
23-70	43-115	
24-73	44-118	
25-76	45-121	
26-79	46-124	
27-82	47-127	
28-85	48-130	
29-88	49-133	
30-91	50-136	

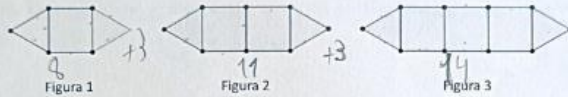
R: *3ª figura tem 51 bolinhas*

5. Qual a regra para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura?

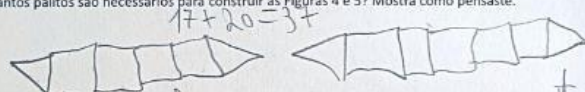
R: _____

SUBMARINOS

Observa a sequência de figuras construídas com palitos.



1. Quantos palitos são necessários para construir as Figuras 4 e 5? Mostra como pensaste.



2. Se quisermos construir a Figura 12, quantos palitos serão necessários? Consegues responder sem desenhar as figuras? Mostra como pensaste.

302 palitos
 1-8 4-17 7-26 10-35
 2-11 5-20 8-29 11-38
 3-14 6-23 9-32 12-41

3. Existirá alguma figura na sequência construída com 22 palitos? Mostra como pensaste.

R: Não, porque não temos vinte e dois palitos

4. Qual a regra para descobrir o número de palitos de qualquer figura?

R: Fazendo contas

