Contributos da coavaliação entre pares no desenvolvimento dos processos matemáticos

Helga Filipa Cabeço Machado

Relatório do Projeto de Investigação de Mestrado em Educação
Pré-Escolar e em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Julho de 2013

Versão Final

Contributos da coavaliação entre pares no desenvolvimento dos processos matemáticos

Helga Filipa Cabeço Machado

Relatório do Projeto de Investigação de Mestrado em Educação
Pré-Escolar e em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação científica do
Orientador Professor Jorge Pinto e da
Coorientadora Professora Doutora Fátima Mendes

Julho de 2013
Versão Final

Agradecimentos

Este espaço é reservado a todos aqueles que contribuíram, de algum modo, para a realização deste trabalho. De facto, sem a dedicação e disponibilidade demonstradas por esse conjunto de pessoas, a sua conclusão não seria possível. Deste modo, gostaria de lhes deixar um profundo e sincero agradecimento, nomeadamente:

Aos meus orientadores deste projeto de investigação, Professor Doutor Jorge Pinto e Professora Doutora Fátima Mendes, pela disponibilidade regular e horas de paciência concedidas em diversas reuniões que serviram tanto para a reflexão sobre conhecimentos valiosos, como para esclarecimento de dúvidas que foram surgindo durante o processo de construção da investigação.

Ao David Caldeira e à Carla Casimiro, que se mostraram sempre prestáveis para ajudar nos períodos de maior dificuldade, encorajando-me sempre que necessário com momentos de amor e amizade.

A todos os participantes do estudo, pelo esforço e empenho demonstrados ao longo do período de avaliação, de modo a contribuírem com sucesso nas tarefas pretendidas e, em particular à professora Isabel Marques que me deu oportunidades e liberdade para a realização desta investigação no seu local de trabalho, mesmo nos momentos menos favoráveis.

A todas as educadoras de infância e professoras de 1º CEB dos estágios que frequentei por me ajudarem a crescer profissionalmente, tanto a nível emocional, social e académico.

À minha família, especialmente aos meus pais, irmãs e avó, pelas condições que me proporcionaram para que pudesse concluir este projeto de investigação, bem como pelo incentivo que me deram ao longo de todo o meu percurso académico.

Para terminar, gostaria de destacar igualmente o apoio de todos os meus amigos, que mesmo pertencendo a outras áreas profissionais, se mostraram sempre interessados e disponíveis para algo que fosse necessário.

Índice

Capítulo I - Introdução 12

Capítulo II – Avaliação e estratégias reguladoras 15

Capítulo II – Avaliação e estratégias reguladoras 15

Avaliação 15

Avaliação Formativa 19

Feedback 25

Capítulo III – Aprendizagem da Matemática 31

Aprender Matemática com compreensão 31

Tarefas Matemáticas 37

Processos Matemáticos 41

Resolução de problemas 42

Raciocínio e demonstração 46

Comunicação 50

Conexões 53

Representações 56

Conteúdos Matemáticos e objetivos 59

Capítulo IV – Opções metodológicas 60

Metodologia da investigação 60

Design da investigação 62

Participantes na investigação 66

Procedimentos 69

Técnicas de recolha de dados 73

Observação-participante 74

Questionário 75

Entrevista 77

Análise documental 79

Técnicas de análise e tratamento de dados 80

Tarefas apresentadas pela investigadora 84

Capítulo V – Apresentação, análise e discussão dos dados 89

Construção das fichas: elaboração e seleção das tarefas matemáticas 90

Tarefas construídas pelos alunos 90

Tarefas selecionadas pelos alunos 104

Processos de resolução, *feedback* e regulação das aprendizagens 110

Características e impacto dos *feedbacks* providenciados pelos alunos 134

Processos matemáticos usados pelos alunos nas resoluções das tarefas 135

Capítulo VI – Conclusões 137

Capítulo VII – Reflexão final 143

Capítulo VIII – Referências Bibliográficas 145

Anexos 149

Índice de Figuras

Fig. 1 - Modelo do *feedback* regulador (adaptado de Hattie e Timperley, 2007) 27

Fig. 2 - Relação entre os tipos de tarefas matemáticas e o grau de estrutura e dificuldade (Ponte, 2005) 38

Fig. 3 - Designação das capacidades matemáticas segundo determinados autores..... 42

Fig. 4 - Conexões fundamentais no 1ºCEB (adaptado de Ponte & Serrazina, 2000).. .. 54

Fig. 5 - *Design* investigativo: Estudo Prévio..... 64

Fig. 6 - *Design* investigativo: Investigação no terreno..... 66

Fig. 7 - Quadro de indicadores da análise do *feedback* 83

Fig. 8 - Modo de trabalho dos grupos..... 70

Fig. 9 - Novo modo de trabalho dos grupos 71

Fig. 10 - Subtópicosmatemáticos das fichas..... 71

Fig. 11 - Tarefas 1 e 2 do G1 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"..... 91

Fig. 12 - Tarefas 5, 6 e 7 do G2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"..... 92

Fig. 13 - Tarefa 5 do G2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"..... 94

Fig. 14 - Tarefa 3.1 do G1 da ficha "figuras e sólidos geométricos" 95

Fig. 16 - Tarefa 1 do G3 da ficha "figuras e sólidos geométricos" 97

Fig. 17 - Tarefa 3 do G3 da ficha "figuras e sólidos geométricos" 98

Fig. 18 - Organização das tarefas para os grupos de acordo com o grau de dificuldade…… 103

Fig. 19 - Seleção das tarefas propostas do subtópico "dinheiro" 104

Fig. 20 - Seleção das tarefas propostas do subtópico “combinações”..... 108

Fig. 21 - Seleção das tarefas propostas do subtópico “sequências e padrões” 109

Fig. 22 - *Feedbacks* escritos pelo G2 à ficha “tabuada e múltiplos do cinco” 111

Fig. 23 - Resolução original do G1 à tarefa 2 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco”…….. 111

Fig. 24 - Correção da resolução na tarefa 4 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco” pelo G2…….…….112

Fig. 25 - *Feedbacks* escritos pelo G1 à ficha “tabuada e múltiplos do cinco” 114

Fig. 26 - Resolução da tarefa 3 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco” pelo G2…….. 114

Fig. 27 - Tarefa 3 do G2 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco”..... 116

Fig. 28 - Correção da resolução na tarefa 3 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco” pelo G2 117

Fig. 29 - Correção da resolução na tarefa3 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco” pelo G4…….. 118

Fig. 30 - *Feedbacks* escritos pelo G3 à ficha “tabuada e múltiplos do cinco” 120

Fig. 31 - *Feedbacks* escritos pelo G6 à ficha “tabuada e múltiplos do cinco” 121

Fig. 32 - Resolução inicial do G5 à tarefa 1 e 2 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco”……..... 122

Fig. 33 - Resolução inicial do G5 à tarefa 4 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco” ……. 124

Fig. 34 - Correção da resolução na tarefa 4 pelo G5 da ficha “tabuada e múltiplos do cinco”..... 125

Fig. 35 - *Feedbacks* escritos pelo G1 na ficha “sequências e padrões”..... 126

Fig. 36 - Resolução inicial do G2 à tarefa 1 da ficha "sequências e padrões" 127

Fig. 37 - Correção da resolução na tarefa 1 da ficha "sequências e padrões" pelo G2……. 127

Fig. 38 - Resolução inicial do G2 à tarefa 2 da ficha "sequências e padrões" 128

Fig. 39 - Correção da resolução na tarefa 2 da ficha "sequências e padrões" pelo G2…….. 129

Fig. 40 - *Feedbacks* escritos pelo G3 à ficha "sequências e padrões"..... 130

Fig. 41 - Resolução inicial do G4 à tarefa 3 da ficha "sequências e padrões" 130

Fig. 42 - Análise do padrão da tarefa 3 da ficha "sequências e padrões" pelo G4 ……131

Fig. 43 - Correção da resolução na tarefa 3 da ficha "sequências e padrões" pelo G4……. 131

Fig. 44 - *Feedbacks* escritos pelo G6 à ficha "sequências e padrões"..... 132

Fig. 45 - Resolução original do G5 à tarefa 3 da ficha "sequências e padrões"..... 132

Lista de Anexos

Anexo 1: Lista de objetivos relativos à norma de conteúdo associados aos subtópicosmatemáticos abordados no estudo

Anexo 2: Questionário geral e Questionário fase 1

Anexo 3: *Post-its* "1ª avaliação, 1ª versão" e "1ª avaliação, 2ª versão"

Anexo 4: *Post-its* "1ª avaliação" e "2ª avaliação"

Anexo 5: Lista das tarefas propostas pela professora

Anexo 6: Enunciados das tarefas

Anexo 7: Lista das restantes tarefas propostas pela investigadora

Anexo 8: Enunciados das restantes tarefas propostas pela investigadora pouco selecionados pelos alunos

Anexo 9: Fichas de matemática do subtópico"tabuada e múltiplos do cinco"

Anexo 10: Fichas de matemática do subtópico"sequências e padrões"

Anexo 11: Glossário

Lista de Siglas

1º CEB – 1º Ciclo do Ensino Básico
PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics
PCT – Plano Curricular de Turma
Nc. – Notas de campo
Ent. – Entrevista
Quest. – Questionário
Ci. – Conversas informais

Resumo

Este estudo foi realizado no contexto de um projeto de investigação sobre o desenvolvimento de práticas de avaliação formativa. O seu objetivo é compreender quais os contributos da coavaliação entre pares, através do *feedback*, no desenvolvimento dos processos matemáticos.

A metodologia de investigação seguiu uma abordagem qualitativa e o seu *design* foi a investigação-ação. As técnicas usadas para a recolha de dados foram a observação-participante, a entrevista, o questionário e a análise documental. Os dados recolhidos foram analisados através de categorias definidas, considerando as perspetivas teóricas referidas na fundamentação e os dados recolhidos.

Pode concluir-se que este estudo evidencia a importância do *feedback* enquanto instrumento de aprendizagem da Matemática, não só para os alunos que avaliam como também para os que são avaliados. O *feedback* regulador providenciado pelos alunos avaliadores possui pistas orientadoras importantes que permitiram aos seus pares identificar o erro e corrigirem-no de forma autónoma, melhorando o seu desempenho. Com efeito, este processo de coavaliação promove a regulação das aprendizagens, contribui para a evolução dos processos matemáticos e desencadeia o desenvolvimento de competências de autoavaliação e autorregulação nos alunos.

Palavras-chave

Avaliação formativa, *feedback* e processos matemáticos.

Abstract

This study was done in a context of an investigation project about the development of practices of formative assessment. Its purpose is to understand the benefits of the co-assessment between students through the *feedback* results on the development of mathematic processes.

The used methodology was qualitative and its design was investigation-action. The data was collected from the observation-participation, interviews, surveys and documents. From these techniques, the collected data were analyzed, based on categories defined and supported by the theoretical framework and the collected data.

This study shows the importance of *feedback* as an instrument of mathematics learning, not only for the students who evaluate, but also for those who are assessed. The regulatory *feedback* provided by the evaluator students has important clues/guidelines that allowed to its peers to identify the mistake and corrected it in an autonomous way, improving their performance. Indeed, this co-assessment process promotes the regulation of learning, contributes to the development of the mathematical processes and triggers the development of skills of self-assessment and self-regulation.

Keywords

Formative assessment, feedback and mathematical processes.

Capítulo I - Introdução

Este capítulo destina-se à apresentação da investigação concretizada. Assim, inicialmente, contempla uma breve referência sobre o que consiste o estudo, qual a sua importância para a área de educação e os objetivos que possui. Posteriormente, expõe as expectativas pessoais, profissionais e contextuais que motivaram a elaboração desta pesquisa. E, por último, exibe de forma sucinta a organização deste documento.

A avaliação é, para muitos investigadores, um processo que necessita de, principalmente e acima de tudo, apoiar a aprendizagem dos alunos. A análise das suas componentes, nomeadamente a complexidade cognitiva das tarefas, a valorização do erro, o *feedback*, o questionamento, a transparência dos critérios de avaliação e a adequação de instrumentos avaliativos diversificados são essenciais para o desenvolvimento da avaliação formativa (Hattie & Timperley, 2007). Esta avaliação preconiza situações de aprendizagem onde o aluno tem necessariamente um papel de destaque enquanto agente ativo do processo (Semana & Santos, 2009). Para isso, os propósitos deste modo de avaliação contemplam o destaque da componente reguladora e o envolvimento dos alunos no processo de avaliação (Dias & Santos, 2010).

Particularmente, o *feedback* é reconhecido como uma das formas de comunicação mais poderosa que ocorre no processo de regulação de aprendizagens entre os alunos e os professores e ou os seus pares (Semana & Santos, 2009). Contudo, até ao momento, tem sido desvalorizado o efeito da coavaliação, isto é, do fornecimento do *feedback* pelos alunos para os seus pares, como elemento de avaliação regulador no processo de aprendizagem.

Diversos investigadores nomeiam diferentes processos matemáticos fundamentais para desenvolver no 1º CEB (Ponte & Serrazina, 2000; NCTM, 2007; Ponte *et al*, 2007; Boavida *et al*, 2008;). Além disso, todos preconizam o desenvolvimento do raciocínio matemático como um objetivo central do ensino da Matemática. Por conseguinte, alertam também a necessidade de desenvolver esta capacidade nos alunos de forma consistente, recorrendo-se à sua utilização sistemática numa diversidade de tarefas (NCTM, 2007; Ponte *et al.*, 2007; Semana & Santos, 2008). Os processos matemáticos preconizados pelo NCTM (2007) são a resolução de

problemas, o raciocínio e demonstração, as conexões, as representações e a comunicação. No entanto, nesta investigação serão analisados apenas três: a resolução de problemas, o raciocínio e demonstração e as representações matemáticas. No que respeita ao processo de raciocínio e demonstração, é considerado nesta investigação, sobretudo o raciocínio.

Posto isto, a presente investigação serve para estudar os resultados da prática de um processo de avaliação formativa, que incide sobre o papel dos alunos enquanto aprendizes e avaliadores. O objetivo deste estudo é, então, compreender de que modo os alunos desenvolvem a coavaliação entre pares, através do feedback, e qual o seu contributo no desenvolvimento dos processos matemáticos. Por isso, com este projeto espera-se responder a quatro questões de investigação:

- Como é que o *feedback* contribui para o desenvolvimento dos processos matemáticos?

- Que tipo de *feedback* são os alunos capazes de fornecer?

- Qual o tipo de *feedback* contribuiu mais como objeto de regulação?

- Existe evolução no tipo de *feedback* providenciado pelos alunos?

A nível pessoal e profissional, a expetativa com esta investigação é a de contribuir para a comunidade profissional de educação, realçando o poder regulador das práticas avaliativas formativas, onde há a participação ativa dos alunos enquanto avaliadores de tarefas matemáticas realizadas pelos seus pares, num processo coadjuvado com o professor.

Esta investigação surge, também, da vontade de mudança das práticas e dos processos avaliativos utilizados, em geral pelos professores e, em particular pela investigadora. Do mesmo modo, outra motivação pessoal foi o aprofundamento dos conhecimentos sobre a avaliação formativa, o *feedback*, as aprendizagens/dificuldades dos alunos no contexto da matemática e, especialmente, sobre como adaptar a avaliação reguladora ao percurso de aprendizagem dos alunos. Desta forma, esta investigação procura respostas para o próprio saber profissional e para a aplicação de um ato de avaliação alternativo que contribua para o desenvolvimento de competências avaliativas

reguladoras por parte dos alunos, enquanto desenvolvem, ao mesmo tempo, aprendizagens significativas[1].

Outra expetativa deste estudo é que os alunos desenvolvam e concretizem um processo de avaliação regulador, através do *feedback*, na sala de aula de forma autónoma, que serve, em simultâneo, para aprender, ensinar e avaliar.

Este relatório encontra-se organizado da seguinte forma: a) *Introdução* – breve descrição do estudo; b) *Revisão Bibliográfica* – enquadramento teórico do trabalho, em que se aborda: 1. o papel da avaliação formativa no processo de aprendizagens - *Avaliação;* e 2. a apresentação dos diferentes processos matemáticos - *Aprendizagem da Matemática com compreensão*; c) *Opções Metodológicas* – nesta secção são descritas, detalhadamente, as metodologias, o *design* experimental, os instrumentos aplicados, os participantes, os procedimentos e as tarefas propostas; d) *Análise de dados* – nesta secção os resultados obtidos são apresentados, comparados e discutidos com a literatura. e) *Conclusão* – as principais conclusões são referidas neste capítulo; f) *Referências* – citadas ao longo da dissertação.

[1] Para Fernandes (2008), aprendizagem significativa é uma aprendizagem profunda e reflexiva, construída ativamente pelo aluno através da compreensão e inter-relação de conceitos.

Capítulo II – Avaliação e estratégias reguladoras

Este capítulo inicia-se com a secção *Avaliação* que contempla uma breve apresentação da revisão literária sobre a avaliação sumativa e formativa e as principais diferenças entre estas duas modalidades de avaliação. Posteriormente, na secção *Avaliação formativa* é exposto, de forma mais pormenorizada, os diferentes aspetos da avaliação formativa, tais como: os objetivos, as funções, as características, algumas práticas de ação reguladoras possíveis e o papel do professor e do aluno. Por último, na secção *Feedback* explica-se, detalhadamente, o objetivo, as características e as consequências de uma prática reguladora fulcral nesta investigação, o *feedback*.

Avaliação

O tema "avaliação" é alvo de diversas mudanças, polémicas e perspetivas por parte de vários sectores da sociedade – política, *media* da comunicação, profissionais de educação, pedagogos, entre outros. Recorrentemente nos meios de comunicação social fala-se na avaliação dos alunos, das escolas, dos professores, na adequação dos seus instrumentos, nos modelos mais eficazes, entre outros, transparecendo a conceção de que a avaliação é efetuada de forma pouco consciente e realista. Muitas pessoas consideram que o significado de avaliar é medir quantitativamente o conhecimento dos alunos. Porém, o conhecimento não é um objeto, não se pode quantificar, apenas se pode observar e analisar a utilização potencial ou real manifestada em ações por parte do aluno (Pinto, 2007). É sobre estas ações que são feitos juízos de valor e se tomam decisões avaliativas (Pinto & Santos, 2006).

Posto isto, pode dizer-se que a avaliação contempla três funções essenciais: *(i) a regulação dos processos de ensino/aprendizagem*, *(ii) a certificação* e *(iii) a seleção/ orientação* (Cardinet, 1983 *cit in* Pinto, s.d.):

(i). *A regulação dos processos de ensino/aprendizagem* é a adequação da própria ação didática, de modo a que esta se torne mais eficiente. Para isso, enfatiza-se a avaliação como uma prática pedagógica ao serviço das aprendizagens;

(ii). *A certificação* é o processo de reconhecimento das aprendizagens ou validação de competências dos alunos, no fim de um período de estudos;

(iii). *A seleção/orientação* é o plano prognóstico fundamentado e desenvolvido sobre a evolução futura do aluno.

A função de regulação dos processos de ensino/aprendizagem é também defendida por Pinto e Santos (2006), Gomes (2008) e Nogueira (2009) que a enfatizam como um dos elementos mais poderosos para assistir e desenvolver a aprendizagem, em vez de destacar a avaliação unicamente como um quantificador da aprendizagem. Estas perspetivas referem-se à avaliação formativa ou à sumativa, respetivamente. Estes tipos de avaliação condicionam a atuação e o modelo pedagógico adotado pelo docente que, por sua vez, determinam o grau de participação dos alunos nos seus percursos de ensino-aprendizagem.

É preciso ter em conta que proporcionar meios aos alunos para serem agentes ativos nas suas aprendizagens é um direito e um dever dos alunos. Para que estes obtenham mais poder nas decisões e ações, o papel da escola necessita de ter alterações na sua estrutura e nos modelos pedagógicos que orientam as práticas. Existem três modelos que merecem destaque: a pedagogia do ensinar, a pedagogia do aprender e a pedagogia do formar. Estas três perspetivas pedagógicas contemplam três eixos distintos fulcrais para delinear as componentes da prática – o saber, o professor e o aluno. Porém, para cada pedagogia supracitada, existe uma relação entre dois eixos principais que dominam. Estes definem o papel ativo/passivo que os docentes ou discentes desempenham na sala de aula e, também, na forma como é desenvolvido o saber (o que é prescrito) aos alunos. De acordo com Pinto (s.d., p. 18), "estes [elementos] constituem os eixos que *nos indicam o processo estruturante dos diversos funcionamentos pedagógicos que podem ser três: (i) ensinar - que privilegia o eixo professor/saber e que dá ao aluno o lugar passivo; (ii) formar - que privilegia o eixo professor/aluno e torna o saber passivo; (iii) aprender - que privilegia o eixo aluno/saber e toma o professor como passivo*".

No que diz respeito à primeira, *(i) a pedagogia do ensinar*, reforça-se a conceção de ensinar: o saber e o poder ativo do professor são privilegiados, conferindo ao aluno o lugar passivo. Sobre a segunda, *(ii) a pedagogia do formar*, a preocupação principal é a relação entre o professor e os seus alunos, onde ambos procuram ser ativos e trabalhar

em conjunto, dando ao saber o estatuto de passivo. Por fim, sobre a terceira, *(iii) a pedagogia do aprender*, intensifica-se a conceção de aprender: em que o saber e o papel ativo do aluno são favorecidos, ao contrário do professor que possui uma posição passiva (Pinto & Santos, 2006.).

Segundo o mesmo autor, na pedagogia do ensinar, a preocupação dominante é a transmissão do saber, logo, o poder da palavra do professor é central e constante. "Ensinar significa transmitir da forma mais adequada possível, aprender significa reter o saber transmitido" (id, p. 19). Neste tipo de processo, a avaliação não está relacionada com o ensino e a aprendizagem, esta é considerada como uma avaliação exterior. O seu intuito é verificar e controlar as aprendizagens dos alunos, ou melhor, os resultados de um programa curricular. As dificuldades dos alunos são encaradas como defeitos seus, normalmente atribuindo culpa à desatenção, falta de memória ou incapacidade intelectual. Por isso mesmo, o erro é visto como um sinal de ignorância, do qual a única função é contabilizar para a nota. Esta pedagogia certifica uma avaliação de constatação, isto é, uma avaliação de índole sumativa.

Na pedagogia do formar, a relação entre o professor e os seus alunos é crucial (Pinto & Santos, 2006). A comunicação entre eles é o instrumento primordial neste processo de avaliação formativa. As regras existentes entre estes intervenientes educativos vão sendo definidas e tornadas consensuais à medida que realizam diversas atividades educativas, integrando assim o elemento do saber. "A relação e a comunicação têm como função fundamental criar e manter um bom nível de motivação no aluno, condição necessária para que o saber seja integrado neste processo" (ib, p. 23). Nesta pedagogia estabelece-se uma organização social do trabalho escolar distinta, nomeadamente o trabalho cooperativo em grupo. A gestão das relações e dos processos de comunicação entre professores e alunos confere aos últimos um papel de avaliador no seu processo de avaliação. O erro é valorizado e crucial para que o aluno tenha conhecimento das suas dificuldades/necessidades. Pode-se deste modo dizer que "o processo, assente nesta relação, torna a avaliação mais como um sinalizador de dificuldades no processo de ensino-aprendizagem, do que um meio para as ultrapassar" (ib, p. 24).

A pedagogia do aprender, para o mesmo autor, atribui importância à relação entre os alunos e o saber, conferindo ao professor o papel passivo e aos alunos o

domínio do seu próprio saber. Neste quadro pedagógico, aprender significa que os alunos trabalham sobre as suas necessidades mais prementes, procurando meios para as compreender e as ultrapassar. A avaliação é realizada internamente, pois desempenha um papel fulcral na própria aprendizagem, revelando as dificuldades, os erros e a razão da sua origem, não só pelo professor como, principalmente, pelo próprio aluno. "Sendo os alunos os construtores do seu próprio conhecimento, o acesso ao saber pode fazer-se de uma forma imediata e directa. O professor não se anula, muda simplesmente de papel (…) passa a organizador dos contextos e a acompanhante privilegiado dos alunos nas aprendizagens" (ib, p. 38). Deste modo, os processos e instrumentos de avaliação referentes a esta pedagogia devem ajudar o aluno a reconhecer os seus pontos fracos, a compreendê-los (o que vai ao encontro da avaliação formativa) e, posteriormente, a ultrapassá-los.

Em suma, as modalidades pedagógicas da avaliação formativa ou sumativa distinguem-se não pelos instrumentos ou os momentos em que atuam, mas sim pelo propósito do ato avaliativo e os seus intervenientes mais ativos. Efetivamente, a avaliação "*formativa é aquela que se põe ao serviço de um programa em desenvolvimento, com o objectivo de o melhorar. A sumativa é a que se orienta para comprovar a eficácia do programa no final do seu desenvolvimento. (...) A primeira avalia o elemento em si próprio, a segunda os seus efeitos*" (Pinto, s.d., p.12). Nesta linha de pensamento, Nogueira (2009) rejeita os princípios da avaliação sumativa, pois considera que deve existir um vínculo entre a avaliação e a própria aprendizagem, sendo que a avaliação desempenha o papel de instrumento de assistência da aprendizagem.

De acordo com ambas as perspetivas dos autores, atende-se primordialmente à avaliação formativa, em que a responsabilidade do professor não é, necessariamente, ensinar, mas criar situações pedagógicas em que os alunos aprendam. Posto em prática, este objetivo da avaliação formativa clarifica o que os alunos aprendem, em vez do que os professores ensinam (Wiliam, 2007). Com efeito, é fundamental que os alunos estejam instruídos sobre, por um lado, como e o que aprender e, por outro lado, como e o que avaliar. Para que isso aconteça, o professor deve explicitar objetivos, negociar critérios de avaliação, guiar o aluno através do feedback e, no ato de avaliar, ajudá-lo a refletir, a autoavaliar-se e a autorregular as suas aprendizagens.

É de salientar que com esta investigação preconiza-se uma combinação entre a pedagogia do formar e do aprender, visto que a preocupação dominante diz respeito ao eixo da relação entre o professor e os alunos, mas também, ao eixo do saber. Para além disso, é fundamental para os alunos não só identificarem e compreenderem a razão das suas dificuldades, como ultrapassá-las com a orientação dos seus colegas e/ou professor. A designação de "avaliação formativa" neste relatório respeita e valoriza estes princípios.

Avaliação Formativa

Desde 1992 que a legislação portuguesa tem destacado a importância da avaliação formativa, por um lado, "enquanto instrumento de ajuda e apoio aos professores na construção de situações de ensino e de aprendizagem mais eficazes" (Pinto & Santos, 2006, p. 101) e, por outro lado, na perspetiva de que os alunos devem desempenhar um papel mais ativo no processo de avaliação, por exemplo através da autoavaliação.

Ao longo dos anos muitos autores debruçaram-se sobre a avaliação formativa, definindo-a de forma diferente. Contudo, apesar de não existir uma definição única, Pinto & Santos (2006) encontram nas definições de diversos autores alguns aspetos comuns que caracterizam a ação pedagógica da avaliação formativa, nomeadamente:

- Dirige-se ao aluno e à sua aprendizagem;
- Implica o aluno no percurso da sua aprendizagem quando consciente das suas dificuldades e sucessos;
- É parte constitutiva da aprendizagem;
- Procura respeitar e adaptar o indivíduo, mas também o grupo;
- Valoriza as informações que se observam no processo de aprendizagem e não somente os resultados dos alunos;
- Ocorrem intervenções pedagógicas sobre o ensino e sobre a aprendizagem ou ambos;
- Tenta compreender as causas dos erros e dificuldades dos alunos;

- Fornece orientações de correção de forma subtil e eficaz para o desenvolvimento da aprendizagem.

Um dos objetivos principais da avaliação formativa, e distinto da avaliação sumativa, é prestar atenção ao percurso do aluno, às suas manifestações e produtos para descobrir as complicações que emergem no processo de ensino-aprendizagem. Assim, é possível atuar diretamente nas necessidades dos alunos, através da adequação da gestão curricular (Dias & Santos, 2010). Desta maneira, a função principal da avaliação formativa é "o (re)investimento da informação produzida em função dos dados recolhidos, no processo de ensino e aprendizagem através dos dispositivos de *regulação"* (Pinto & Santos, 2006, p. 103).

Existem dispositivos de regulação externos ou internos aos alunos. Os primeiros são produzidos e disponibilizados pelo professor. E dos segundos destacam-se os processos internos do aluno, cognitivos[2] e metacognitivos[3], que desempenham um papel fundamental na autorregulação e autoavaliação das suas aprendizagens. De acordo com isto, Fernandes (2008) explica que o essencial na avaliação formativa "é estudar e perceber os processos cognitivos e metacognitivos dos alunos e intervir a partir daí para que eles próprios regulem as suas aprendizagens" (p. 66). Com efeito, um dos papéis do professor na promoção de uma avaliação que assiste as aprendizagens é desenvolver competências metacognitivas de autoavaliação e de autorregulação dos alunos.

Para a promoção das competências supracitadas é imperativo que tanto os professores como os alunos estejam de acordo com o nível de qualidade que um trabalho tenha de alcançar. Com efeito, para regular a qualidade do trabalho que está a ser desenvolvido é necessário utilizar, nomeadamente, "um conjunto de recursos cognitivos ou metacognitivos que ajudem a eliminar qualquer eventual distância entre o que se conseguiu obter e o que se pretende obter" (Fernandes, 2008, p. 68). Neste sentido, o aluno deve ter consciência das eventuais diferenças entre o trabalho realizado por si e o desejado por si e pelo professor, bem como deve estar disposto a desempenhar ações para reduzir ou eliminar essas diferenças.

[2] Processos cognitivos: processos onde a função da inteligência adquire um conhecimento.
[3] Processos metacognitivos: processos onde se faz uma reflexão sobre a função cognitiva.

Como já foi referido, a avaliação regulada efetuada pelos alunos, em parceria com o professor, promove práticas de avaliação formativa, cuja função é contribuir para a aprendizagem e melhoria dos resultados dos alunos. O questionamento, a negociação de critérios, o *feedback*, a autoavaliação e a coavaliação são os procedimentos principais de práticas avaliativas formativas que permitem "o funcionamento e a regulação dos processos de interação pedagógica e de comunicação, que se estabelecem na sala de aula" (Dias & Santos, 2010, p. 2).

Cada professor deve encontrar uma maneira de incorporar alguns destes procedimentos na sua prática profissional, adequando-as ao seu contexto educativo, pois a promoção de práticas de avaliação formativa no dia-a-dia revela-se uma das mais poderosas maneiras de desenvolver aprendizagens de matemática pelos alunos. Se eficaz, estes vão começar a conseguir pensar com mais frequência nas tarefas, relacionando conteúdos e conhecimentos, em vez de tentarem lembrar-se das coisas memorizadas (Wiliam, 2007).

No que diz respeito aos requisitos do processo de regulação, de acordo com Pinto & Santos (2006), este exige em termos:

> 1. do *fazer*, um processo de recolha de informação, sua interpretação, fornecimentos de pistas ou orientações de correção e disponibilidade de instrumentos para a superação da tarefa;
>
> 2. das *atitudes*, uma vontade de praticar estes processos de regulação de forma a que tenha resultados no processo de ensino aprendizagem.

As regulações de aprendizagem, para os mesmos autores, podem acontecer antes, durante e após a ação, realizando assim uma regulação proativa, interativa ou retroativa, respetivamente. A regulação proativa diz respeito à interpretação e compreensão dos critérios de avaliação que, sendo correta, conduz a uma antecipação da ação na execução da tarefa. A regulação interativa permite ao aluno regular o seu processo enquanto realiza a tarefa. Por fim, a mais comum, a retroativa, compreende a análise da tarefa concretizada, identificando as dificuldades e sucessos no processo. Se este tipo de regulação for o único a ser utilizado, as implicações no processo de ensino-aprendizagem serão mínimas no que concerne à compreensão da razão dos erros, pois centra-se apenas na sua identificação e correção.

Para que tal não aconteça, referem os mesmos autores, "*é fundamental que o olhar avaliativo não se centre apenas na observação dos produtos, mas no reencaminhamento do aluno, através de pistas, para a relação entre a acção e os seus significados, pois é aqui que o aluno pode construir uma nova representação e agir em conformidade*" (id, p. 108). Se estas características estiverem presentes nos comentários avaliativos, o *feedback* dado tem qualidade para potenciar a regulação pedagógica.

Neste ponto de vista, o professor ou os colegas devem, tanto quanto possível, fornecer um *feedback* com qualidade, tendo em conta que este processo de comunicação realiza-se tanto através do diálogo, como por escrito através de anotações (Pinto & Santos, 2006). Assim, são desenvolvidos entre os alunos e entre estes e o professor momentos de reflexão, diálogo, negociação e aceitação necessários para a melhoria do processo de aprendizagem. Estes momentos devem ocorrer também entre alunos na realização de tarefas nos trabalhos em grupo, pelo menos é essa a intenção.

Segundo Perrenoud (1999, *cit in* Dias & Santos, 2010.), a regulação da aprendizagem tende a ser um processo de autorregulação, visto que o indivíduo opta por agir consoante a aceitação e interpretação das intervenções externas que recebe. É neste sentido que se torna essencial o confronto de ideias entre alunos nas tarefas realizadas.

Em síntese, é importante mencionar que um dos princípios da avaliação formativa é integrar o processo da avaliação, do ensino e da aprendizagem de forma indissociável. O elemento de integração entre estes três processos é o *feedback*. Uma adequada integração destes possibilita a regulação do ensino e da aprendizagem, através de tarefas que, simultaneamente, são para ensinar, aprender, avaliar e contextualizar a avaliação (Fernandes, 2008, p. 78).

Neste sentido, a seleção das tarefas propostas é fundamental, porque é na sua concretização que emergem dúvidas ou conflitos cognitivos que conduzem a uma procura de ajuda ao professor e/ou colegas (Nogueira, 2009). As tarefas devem ter associadas três funções principais: a) possibilitar a integração das estratégias de ensino preconizadas pelo professor; b) ser meio para a aprendizagem profunda; e c) ter processos de avaliação associados (Fernandes, 2008). Elas também devem ser orientadas para a resolução de problemas, para o desenvolvimento de processos de raciocínio-lógicos mais complexos e específicos das didáticas disciplinares, assim como para o progresso das competências transversais (id). Da mesma forma, devem-se

proporcionar tarefas cognitivamente desafiantes, de natureza exploratória, suscetíveis de desenvolvimento de trabalho em fases, de modo a facilitar uma avaliação reguladora através do funcionamento do *feedback* que é dado e da sua apropriação pelo destinatário (Dias & Santos, 2010).

O ponto crucial da seleção das tarefas é a qualidade de cada uma delas, em prol da quantidade. Quer isto dizer que não é preciso propor muitas tarefas, mas sim as melhores. Tarefas ricas do ponto de vista pedagógico e formativo, cujas resoluções impliquem que os alunos relacionem, mobilizem e integrem conceitos, capacidades, conhecimentos, atitudes, competências metacognitivas e socio afetivas. Efetivamente, para o aluno evoluir por sua própria vontade, as tarefas devem ser encaradas como desafios complexos, intelectualmente exigentes, que requerem concentração e entreajuda, como no caso da resolução de problemas matemáticos (Nogueira, 2009). Adicionalmente, a seleção das tarefas deve ser, também, adequada aos interesses e necessidades dos alunos, o que deverá motivá-los e envolvê-los de forma tão ativa quanto possível, na aprendizagem e na avaliação (Fernandes, 2008).

Devido aos critérios de seleção das tarefas expostos, os processos de avaliação intrínsecos tornam-se contextualizados, desafiadores, interativos e intimamente unidos à aprendizagem. O facto de os alunos estarem familiarizados com mais de um processo de avaliação reguladora, contribui para a reflexão daquele que poderá ser o mais adequado e vantajoso, prosseguindo, posteriormente, para a sua atuação (id).

Do ponto de vista desejável, com a análise das resoluções das tarefas e da avaliação efetuada, o professor pode ser capaz de compreender: (a) como ajudar os alunos a aprenderem melhor; e (b) o que pode fazer para melhorar o ensino dos conteúdos (Wiliam, 2007). Desta maneira, a avaliação torna-se formativa para o próprio professor, que através das análises em causa pode adequar as aulas para reforçar e melhorar a aprendizagem dos alunos e, para os alunos, através do *feedback* que é providenciado.

Na realidade, isto é importante porque todos os alunos possuem conhecimentos, aptidões, motivações, estilos e ritmos de aprendizagem diferentes. E, como tal, o desenvolvimento das aprendizagens está condicionado por diversos fatores, como: as capacidades intelectuais, o sistema de conceções, os sentimentos/desejos/atitudes, o contexto sociocultural, entre outros (Fernandes, 2008; Nogueira, 2009). Assim, é

necessário que o professor utilize estratégias que desenvolvam aprendizagens a todos os alunos, ao mesmo tempo que lhes dá oportunidade de exporem o que sabem e fazem melhor ou pior.

Estes conhecimentos e aptidões dos alunos são revelados em situações do quotidiano e em documentos que devem ser devidamente registados e conservados, dado que são evidências que suportam o percurso de aprendizagem. Neste sentido, para o professor, as manifestações e produções dos alunos, quer em situações, quer em domínios curriculares diversos, são provas essenciais para a avaliação de cada um deles. A informação recolhida deve focar diferentes dados, de forma sistemática e contínua, ao longo de todo o processo de aprendizagem, o que permite uma avaliação real, ponderada e diversificada, que reduz possíveis erros decorrentes de situações pontuais de cariz negativo (Pinto & Santos, 2006; Nogueira, 2009; Dias & Santos, 2010).A compilação de diversos elementos avaliativos recolhidos em várias situações educativas, ao longo dos períodos escolares, caracteriza o percurso de aprendizagens dos alunos, documentando, no final do ano letivo, a possível evolução da turma e, consequentemente, o envolvimento e a eficiência do trabalho pedagógico efetuado pelo professor.

Concluindo esta temática, o principal objetivo da avaliação formativa é, no que diz respeito às aprendizagens, "perceber o que se passa para agir de forma pertinente do ponto de vista do aluno e do professor e não apenas descrever ou quantificar essa realidade" (Pinto & Santos, 2006,p. 106). Óbvio que, a finalidade educativa da avaliação formativa é a aprendizagem como um processo formador e regulador que está presente no quotidiano da sala de aula, mais especificamente, na realização das tarefas e reflexão da ação. Por outras palavras, o destaque não é a correção do resultado ou o aperfeiçoamento do produto, mas o conjunto destas com a compreensão dos processos cognitivos dos alunos.

Conforme Cabrita, (2008, *cit in* Nogueira, 2009) a avaliação formativa, atualmente, é um processo bastante complexo e interativo, centrado nos processos cognitivos dos alunos que é conferido, no caso desta investigação, através do *feedback*, avaliação e regulação das aprendizagens. Pinto & Santos (2006, p. 107) aprofundam a questão e referem que "a avaliação formativa coloca em primeiro plano os aspectos da comunicação interpessoal que estão associados às inter relações pessoais na negociação

implícita ou explícita das tarefas que constituem o acto pedagógico". A esta avaliação é atribuída uma função pedagógica quer para o aluno, porque tem o papel de instrumento ao serviço das aprendizagens, quer para o professor, porque contribui para o seu desenvolvimento profissional de modo sistemático (Pinto & Santos, 2006, p. 113).

Feedback

O investimento na regulação das aprendizagens pode, efetivamente, traduzir-se em melhorias no desempenho dos alunos (Black & Wiliam, 1998 *cit in* Semana & Santos, 2009). Para desenvolver uma avaliação regulada podem ser adotadas várias estratégias, especificamente: a valorização do erro, o *feedback* (escrito ou oral), a negociação dos critérios de avaliação, a utilização de instrumentos diversificados de avaliação, entre outros (Black *et al*, 2003; Santos, 2002; Wiliam, 2007; idem).

O erro é um fenómeno recorrente e inerente ao percurso de aprendizagem. Todos os alunos erram e cada erro tem um significado específico, seja ele a ausência de conhecimentos sólidos, falhas na interpretação de informações ou dificuldades nas representações e demonstrações de raciocínio. A identificação do erro e da sua razão são fontes ricas de informação imprescindíveis para a delimitação de ações consequentes reguladoras na aprendizagem. De facto, por um lado, na perspetiva do professor, o erro dá indicações fulcrais sobre as dificuldades na aprendizagem do aluno que, mais tarde, devem ser exploradas e ultrapassadas com tarefas diversificadas. Por outro lado, "dar a hipótese de ser o aluno a identificar os erros, ser ele próprio a corrigi-lo e a chegar às respostas correctas são estratégias que favorecem uma aprendizagem que perdure ao longo do tempo" (Nunziati,1990; Jorro, 2000; *cit in* Santos & Dias, 2006).

Neste sentido, o erro, enquanto objeto de estudo na avaliação, dá origem a "dizeres avaliativos", que fornecem informações ao professor e ao aluno (Pinto & Santos, 2006). Estas anotações/comentários avaliativos também são conhecidas por *feedback*. Neles, os avaliadores não devem indicar explicitamente quais são os erros que os alunos cometem nem a sua correção, mas devem conter a indicação de qual é a tarefa que possui erros e também uma orientação/pista sobre a resolução concretizada e o que é preciso de melhorar, de modo a permitir que os próprios alunos identifiquem e corrigem os seus próprios erros (Semana & Santos, 2009).

Clarificando, pode-se referir que os *feedbacks* são comentários escritos ou orais dados por um avaliador. Eles possuem mensagens cujo propósito é "clarificar perante os alunos o seu nível real, ou o seu estado, perante os objectivos da aprendizagem e, simultaneamente, dar-lhes informação que os ajuda a alterar (melhorar) o referido estado se tal se revelar necessário" (Fernandes, 2008, p. 83).

Segundo Hattie & Timperley (2007), os *feedbacks* podem operar em quatro diferentes níveis de foco: no desempenho do aluno na tarefa, no processo de compreensão, na regulação e/ou no aluno. O *feedback* tem diferentes efeitos em cada nível. Os três primeiros estão relacionados, porque são elementos interdependentes, enquanto o último é o menos eficiente. No caso da presente investigação, o *feedback* dado pelos alunos pode operar nos quatro níveis supracitados mas espera-se que se executem, principalmente, no desempenho do aluno na tarefa, nos processos de compreensão e na regulação.

Em relação ao tipo de *feedback* que é mais eficaz, Wiliam (2007) considera que os *feedbacks* com função reguladora devem mencionar o que é preciso ser feito para melhorar, centrando-se assim no processo de compreensão (porquê é que o aluno fez esta resolução?) e no desempenho da tarefa (como é que o aluno fez esta resolução?). Da mesma forma, para Fernandes (2008), o *feedback* centrado nas tarefas (regulador) é o mais eficaz, porque possui uma comunicação deliberada e planeada que ajuda e orienta os alunos a compreenderem e interiorizarem os conhecimentos e as estratégias cognitivas e/ou metacognitivas que necessitam de desenvolver para melhorarem o seu desempenho.

Para se construir um *feedback* com qualidade deve-se responder a três questões principais: o que fazer? (quais são os objetivos?), como fazer? (o progresso está sendo feito em direção aos objetivos?) e o que fazer a seguir? (que atividades devem ser realizadas para tornar melhor o progresso?). Se o *feedback* possuir qualidade e se focar no nível adequado, pode ajudar os alunos a compreenderem, envolverem, ou desenvolverem estratégias eficazes para o tratamento das informações destinadas serem aprendidas.

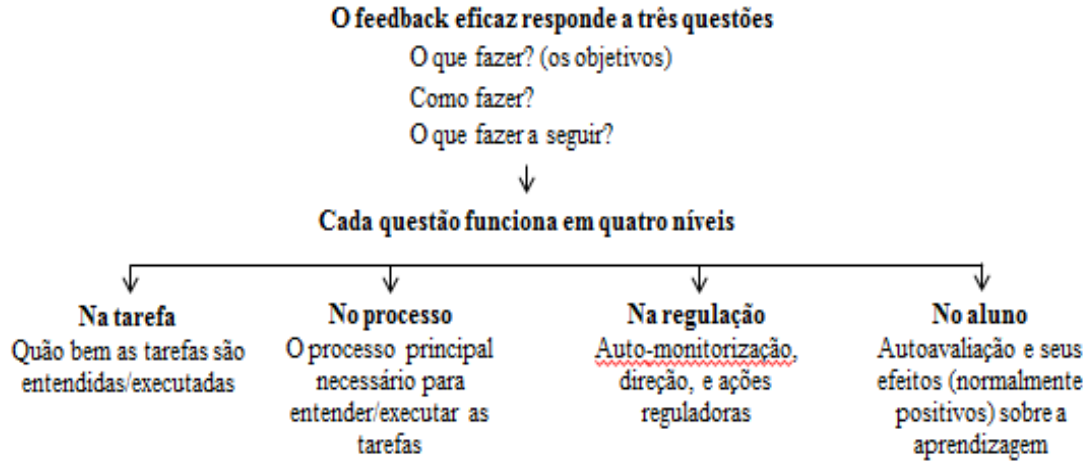


Fig. 1 – Modelo do *feedback* regulador (adaptado de Hattie e Timperley, 2007)

Na realidade, os *feedbacks* podem ser concretizados de duas formas: *feedback* avaliativo ou *feedback* descritivo (Gipps, 1999 *cit in* Pinto & Santos,2006).

O *feedback* avaliativo relaciona-se com a avaliação sumativa. Este *feedback* acentua a presença de juízos de valor com a função de transmitir informação escrita ou simbólica (certo *vs* errado/correto *vs* incorreto ou ✓ *vs* ✗, respetivamente), cujo contributo para a aprendizagem ou melhoramento de desempenho é reduzido. Adicionalmente, o *feedback* avaliativo pretende descrever e/ou quantificar somente os produtos realizados pelos alunos. Neste tipo de avaliação, o erro é desvalorizado e representa a incompetência do aluno.

Em contrapartida, o *feedback* descritivo é um elemento poderoso da avaliação formativa. No *feedback* descritivo, em oposição ao avaliativo, o professor partilha o seu poder de avaliador com os alunos, responsabilizando-os do mesmo modo pelas suas aprendizagens e pela utilização das estratégias autorreguladoras no processo de aprendizagem. Apesar deste tipo de *feedback* ser característico do processo de regulação da aprendizagem, os seus efeitos podem ser positivos e reguladores ou negativos e inibidores de progressão, dependendo da qualidade do comentário realizado.

Especificamente, o *feedback* descritivo deve possuir determinadas características para que tenha qualidade e provoque um efeito positivo, como: ser claro, informativo e objetivo para que os alunos o compreendam; apresentar-se em forma de diálogo; não identificar o erro nem a sua solução; ser diversificado e adequado a cada aluno, pois o

mesmo *feedback* tem efeitos diferentes em alunos diferentes; ser descritivo e incidir na tarefa em análise; possuir pistas de ação futura detalhadas que conduza o aluno a prosseguir; incentivar o aluno a reanalisar a sua resposta; salientar o que está correto, para que seja percetível; e reconhecer o esforço do aluno para que promova a sua autoconfiança (NTCM, 2007; Black & Wiliam, 1998; Santos & Pinto, 2010; Santos & Dias, 2006; e Gipps, 2003; Santos, 2003; Jorro, 2000 *cit in* Dias & Santos, 2009;).

A utilização do *feedback* descritivo valoriza o erro, na medida em que a partir dele procura orientar e incentivar os alunos a melhorarem o seu desempenho através de questões, pistas, análise e reflexão, especificando qual o caminho para o progresso. No entanto, os elogios no *feedback* (Hattie & Timperley, 2007), ou quaisquer comentários relativos à autoestima ou autoimagem (Wiliam, 2007), são menos eficazes para a progressão da performance na tarefa, porque não contêm informação relativa à aprendizagem.

Para além disso, Wiliam (2007) acrescenta que o *feedback*, para que seja eficaz, deve ocorrer de forma sistemática, intencional e contínua; apresentar-se de forma curta apenas com a informação necessária; promover uma postura de autoquestionamento e autonomia nos alunos para redirecionar a sua ação; e não incluir classificações, nem surgir antes de o aluno ter oportunidade para pensar e trabalhar sobre a tarefa (Black *et al.*,2003; Wiliam, 1999, 2007; *cit in* Semana & Santos, 2009).

Assim, o momento em que se fornece o *feedback*, segundo Wiliam (2007), é um fator crucial. Se este é dado muito cedo, antes de os alunos terem tido a oportunidade de trabalhar e refletir sobre a tarefa, eles vão aprender menos do que se o *feedback* fosse dado num momento posterior, como no caso da regulação interativa e/ou retroativa. O importante é esperar e dar um *feedback* com qualidade, após o momento em que o aluno já refletiu sobre a tarefa e resolveu-a.

De acordo com Fernandes (2008), o *feedback*, por si próprio, não incita a regulação se não for devidamente pensado, estruturado e, adequadamente, integrado no processo de aprendizagem dos alunos. Seguindo esta linha de pensamento, o *feedback* não deve ser dado nem considerado como instruções, pois os objetivos, as informações referidas e o modo de exporem-no são diferentes. Efetivamente, estes comentários devem possuir qualidade, para que sejam entendidos e obtenham efeitos. Por um lado,

eles são compreendidos se a mensagem do *feedback* for clara e inequívoca, de modo a que os alunos saibam o que fazer com tal informação. Por outro lado, eles obtêm efeitos positivos ou negativos, dependendo da dificuldade das tarefas e dos seus objetivos. Em relação ao último aspeto, segundo Hattie e Timperley (2007), parece haver mais resultados positivos do *feedback* quando os objetivos são específicos e desafiadores e as tarefas são menos complexas. Caso o impacto do *feedback* seja negativo, a avaliação efetuada através do *feedback* não é de natureza reguladora.

Ao facilitar e proporcionar um *feedback* de cariz descritivo, de modo regular e sistemático, o professor está a contribuir para que os alunos se tornem mais autónomos para avaliarem e regularem os seus desempenhos. Para além disso, de forma implícita e subjetiva, após um período de troca de *feedbacks*, "os alunos começam a desenvolver competências de auto-avaliação e de auto-regulação das suas aprendizagens *durante* e, não apenas no *final*", melhorando e corrigindo o processo de resolução das tarefas à medida que o executa (Fernandes, 2008, p. 84). Neste sentido, é desejável que o *feedback* seja providenciado durante e no final do processo de regulação, pois, desta forma, consegue levar o aluno não só a rejeitar as hipóteses erradas, mas também a desenvolver estratégias mais eficientes que permitem entender a informação dada. Assim sendo, o *feedback* direcionado para a autorregulação é poderoso, pois leva os alunos a comprometerem-se mais com a tarefa, reajustando a sua ação nos momentos em que for necessário.

Para sintetizar este tema, o autor Fernandes (2008), apresenta um quadro das características mais relevantes do *feedback* e da avaliação formativa:

- a avaliação é organizada para facultar um *feedback* inteligente e de alta qualidade, com a intenção de melhorar as aprendizagens dos alunos;
- O *feedback* é determinante para ativar os processos cognitivos e metacognitivos dos alunos, que, por sua vez, regulam e controlam os processos de aprendizagem;
- a natureza da interação e da comunicação entre professores e alunos é essencial, porque os professores têm de estabelecer pontos entre o que se considera ser importante aprender e as características

dos seus alunos (o que são, o que sabem, como pensam, como aprendem, o que sentem, como sentem, etc.);

- os alunos são deliberada, ativa e sistematicamente envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, responsabilizando-se pelas suas aprendizagens e tendo diversas oportunidades para resolver tarefas e para partilharem o que, e como, compreenderam;
- as tarefas propostas aos alunos, que devem ser em simultâneo de ensino, de avaliação e de aprendizagem, são criteriosamente selecionadas e diversificadas, representando os domínios estruturantes do currículo e ativando os processos mais complexos do pensamento (*e.g.*, analisar, sintetizar, avaliar, relacionar, integrar, selecionar);
- as tarefas refletem uma estreita relação entre os conteúdos das áreas disciplinares, que se constituem como elementos de aprendizagem fulcrais, e a avaliação, que tem um papel relevante na regulação dos processos de aprendizagem;
- o ambiente de avaliação das salas de aula deve ser positivo e de sucesso, baseado no princípio de que todos os alunos podem aprender.

Em suma, a avaliação formativa não o será realmente, sem um sistema de *feedback* que apoie, regule e melhore os processos de ensino e de aprendizagem (Fernandes, 2008). As vantagens deste tipo de avaliação são, verdadeiramente, desenvolver competências fulcrais nos indivíduos, de modo a que estes sejam mais responsáveis, capazes e competentes autonomamente, tanto no que diz respeito ao seu percurso de aprendizagens (desempenhando, avaliando e regulando o seu trabalho), como na aquisição e utilização mais ágil das suas competências metacognitivas.

Capítulo III – Aprendizagem da Matemática

Este terceiro capítulo contempla a fundamentação teórica sobre a aprendizagem da Matemática. Na primeira secção, *Aprender Matemática com compreensão,* aborda-se com profundidade o conceito, o objetivo e os princípios da aprendizagem da Matemática com compreensão. Mais que isso, na secção *Tarefas matemáticas,* é apresentado os tipos de tarefas matemáticas trabalhadas na investigação e as suas características. A secção *Processos matemáticos* compreende de forma aprofundada os processos matemáticos fundamentais para o 1º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e as normas associadas a cada um. Por fim, na secção *Normas de conteúdos* são mencionados as normas de conteúdo fulcrais para o 2º e 3º ano de escolaridade referentes às tarefas concretizadas na investigação.

Aprender Matemática com compreensão

A Matemática, segundo Ponte e Serrazina (2000, p. 27), "é um modo de pensar que ajuda a revelar aspectos fundamentais da ordem do mundo em que vivemos. (…) Ela desenvolveu também uma linguagem própria que complementa a linguagem natural". Esta ciência exata compreende diversos domínios, como Números e Operações, Álgebra, Geometria e Análise de Dados e Probabilidades. A Matemática é imprescindível na atividade humana em múltiplos sentidos – comércio, arquitetura, medicina, economia, entre outros –, que interligam-se em duas atividades fundamentais: o uso e a criação de novas ideias matemáticas.

Diariamente, usa-se a Matemática para resolver problemas que fazem parte do trabalho ou da vida pessoal dos indivíduos. Segundo Haylock (2010, p. 13), "a aprendizagem da Matemática no 1º ciclo contribuí para: (1) a vida do dia a dia e sociedade; (2) outras áreas do currículo; (3) o desenvolvimento intelectual do aluno; (4) a satisfação de aprender; e (5) o conhecimento sobre a humanidade e cultura". Para isso, é necessário uma correta utilização de conceitos, técnicas e resultados que envolvem um ciclo de matematização 'universal' referente aos aspetos matemáticos da situação,

manipulação[4] e interpretação[5]. Quando este ciclo não é eficaz na resolução de um determinado problema, mesmo quando se experimentaram diferentes conceitos e técnicas, pode ocorrer uma transformação dos conceitos e representações matemáticas, originando, assim, novos conceitos, relações e procedimentos matemáticos (Ponte & Serrazina, 2000).

Kilpatrick *et al* (2001) mencionam que o termo proficiência matemática engloba os aspetos necessários para aprender matemática com sucesso, tais como: perícia, competência, conhecimento e facilidade na matemática. Assim, considera-se que as capacidades intelectuais, o conhecimento, os conceitos e princípios da aprendizagem da Matemática são competências matemáticas essenciais para que os alunos consigam efetuar atividades do quotidiano com sucesso (Haylock, 2010).

A proficiência matemática possui cinco componentes que são interdependentes e são, igualmente, importantes para o desenvolvimento da aprendizagem da Matemática, não podendo ser apenas considerada uma componente isoladamente:

- "Compreensão conceptual – é a compreensão dos conceitos, operações e relações matemáticas;
- Fluência processual – destreza em realizar procedimentos com flexibilidade, eficiência e de forma precisa e apropriada;
- Competência estratégica – habilidade para formular, representar e resolver problemas matemáticos;
- Raciocínio adaptativo – capacidade para pensamento lógico, reflexão, explicação e justificação;
- Disposição produtiva – predisposição para encarar a Matemática como sendo sensível e útil, acreditando na averiguação e na sua própria eficácia" (Kilpatrick *et al.*, 2001, p. 116).

Segundo Bransford *et al.* (2004) e NCTM (2007), sem a aquisição destas competências e componentes, os alunos não são capazes de compreender factos ou

[4] "transformação das relações matemáticas anteriores noutras mais adequadas ao fim em vista" (Ponte e Serrazina, 2000, p.30.)
[5] "estudo dos resultados obtidos com vista a obter uma solução para o problema inicial" (ibid, p.30).

procedimentos que aprenderam, o que provavelmente fortalecerá, por parte do aluno, a necessidade de memorização de conteúdos ou passos de resolução, resultando, assim, numa aprendizagem "frágil", ocasionando dúvidas sobre quando e como usá-la.

De acordo com Haylock (2010, p. 33), "o aprendiz realiza uma aprendizagem significativa dos conteúdos, através da realização e compreensão dos processos cognitivos de conexão com aprendizagens já existentes". Os alunos desde cedo constroem "novo conhecimento e compreensão de conceitos", a partir de noções que desenvolveram naturalmente nas experiências do dia-a-dia ou na sala de aula em anos anteriores, sobre o qual poderão relacionar aspetos em comum (Bransford *et al.*, 2004, p. 10). Isto significa que o propósito da aprendizagem com compreensão é que os alunos aprendam para que as "ideias e conceitos bem fundamentados e eficazmente relacionados (…) [sejam] mais facilmente aplicados a novas situações" (Skemp, 1976, *cit in* NCTM, 2007, p. 21).

Neste âmbito, a flexibilidade do raciocínio e a compreensão dos conceitos constituem uma importante componente do conhecimento necessário para lidar com novos prolemas e situações apresentados tanto nos contextos da sala de aula, como no quotidiano. Com os avanços da ciência e da tecnologia são criadas inovações que despoletam grandes mudanças sociais nos vários domínios dos saberes, incluindo na Matemática. Desta forma, é fulcral preparar os alunos com conhecimentos e estratégias estruturados que os ajude a adaptar-se às novas situações. Por isso, "a aprendizagem com compreensão é essencial para tornar os alunos capazes de resolver os novos tipos de problemas que, inevitavelmente, irão enfrentar no futuro" (NCTM, 2007, p. 22). Ponte *et al.* (2007) reforçam a importância destes saberes juntamente com o desenvolvimento da capacidade de raciocínio na educação matemática, apresentando-as como finalidades do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB): "promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados" (id, p. 3). Para os mesmos autores, a capacidade de raciocínio deve desenvolver nos alunos:

- "a compreensão de conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos e da capacidade de os utilizar na análise, interpretação e resolução de situações em contexto matemático e não matemático,

- a capacidade de analisar informação e de resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem processos de modelação matemática;
- a capacidade de abstracção e generalização e de compreender e elaborar argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;
- a capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega" (ib).

A aprendizagem com compreensão possibilita "fomentar a autonomia dos alunos" (NCTM, 2007), algo que o PMEB regista como sendo um objetivo principal, pois refere que "os alunos devem ser capazes de fazer matemática de modo autónomo" (Ponte *et al.*, 2007, p. 3). Mais precisamente, estes autores mencionam que os alunos devem ser "capazes de realizar actividades matemáticas com autonomia, tanto na resolução de problemas como na exploração de regularidades, formulando e testando conjecturas, sendo capazes de as analisar e sustentar" (id).

Refletindo sobre este aspeto compreende-se que a autonomia torna os alunos mais confiantes nas suas capacidades de lidar com desafios, com problemas difíceis, ficando "ansiosos por chegar à resposta certa por eles mesmos, flexíveis na exploração de ideias matemáticas e na experimentação de caminhos alternativos, com vontade e perseverança" (NCTM, 2007, p. 22). Para além disso, esta exploração autónoma de desafios torna o aluno consciente dos seus pontos fracos, encarando as dificuldades de investigações complexas, sem que desista. Assim, os "aprendentes efectivos reconhecem a importância de reflectir sobre o seu pensamento e a aprendizagem através dos seus erros" (id).

Na educação escolar, de acordo com NCTM (2007), os alunos terão mais sucesso no seu percurso de aprendizagem se compreenderem o que aprendem e se controlarem a sua aprendizagem através da determinação dos seus próprios objetivos e da avaliação do seu progresso. No entanto, o sucesso de cada aluno não depende somente de si, mas também dos "tipos de experiência que os professores proporcionam [pois] desempenham, sem qualquer dúvida, um importante papel na determinação da extensão e qualidade de aprendizagem dos alunos" (id, p. 23).

A aprendizagem com compreensão pode ser aperfeiçoada através das interações que ocorrem na turma, dado que os alunos têm ideias e elaboram conjeturas matemáticas que são avaliadas e discutidas, não apenas por si próprios mas também pelos colegas. Este processo dinâmico de avaliação e discussão contribui para o desenvolvimento de raciocínios e comunicações matemáticos mais complexos. Lampert (1986, *cit in* NCTM, 2007, p.23) defende que "o diálogo na sala de aula e a interacção social poderão ser utilizados para promover o reconhecimento de conexões entre ideias e a reorganização do conhecimento". Para além disso, como refere NCTM (2007), a compreensão conceptual e o domínio dos procedimentos também podem ser desenvolvidos através da resolução de problemas, do raciocínio e da argumentação.

De acordo com Ponte (2005), o ensino-aprendizagem exploratório tem vindo a assumir um papel importante na mudança curricular no domínio da Matemática que, anteriormente, destacava um ensino-direto. Estes dois tipos de ensino possuem características diferentes, no que se refere ao papel do professor, ao papel do aluno e às características das tarefas matemáticas realizadas na sala de aula.

Muito sucintamente, no que diz respeito ao papel do professor e do aluno, referem os autores Ponte e Sousa (2010) que, no ensino-direto, na sala de aula, as figuras de autoridade são o professor e o manual. A comunicação, normalmente, é realizada pelo professor, quer na apresentação e explicação de conteúdos, e é de carácter expositivo, quer na colocação de questões como no fornecimento de *feedback* imediato ao aluno. Pimm (1987) menciona que é um ensino que se baseia na conhecida sequência "I-R-F", isto é, iniciação-resposta-*feedback.* O professor mostra "«exemplos» para o aluno aprender «como se faz»", como consequência "o principal papel do aluno é receber «explicações» do professor" e quando não compreende ou precisa de ajuda, este deve expor as suas "dúvidas" (Ponte & Sousa, 2010, p. 34-35).

Por oposição, no ensino-aprendizagem exploratório, os alunos vão descobrindo as estratégias para resolver as tarefas matemáticas propostas pelo professor e, depois de as realizar, têm a oportunidade de explicar e justificar como raciocinaram. Durante a realização das tarefas, o professor encoraja os seus alunos a discutir com os colegas em grupos ou pares, as suas dúvidas, raciocínios, processos matemáticos utilizados, entre outros. No final do trabalho o professor e os alunos envolvem-se em discussões alargadas para se debater sobre a resolução da tarefa em grande grupo. Com efeito, "ao

justificar os seus raciocínios de maneira lógica, o aluno torna-se também numa autoridade na sala de aula" (Ponte & Sousa, 2010, p. 34).

A comunicação na sala de aula caracteriza o tipo de ensino e os princípios educativos que o professor preconiza e faculta. Assim, no ensino exploratório, deve ocorrer um processo de negociação de significados matemáticos entre os alunos e o professor, realizado através da comunicação, estabelecendo uma relação entre novas experiências proporcionadas aos alunos e os seus conhecimentos prévios (Bishop & Goffree, 1986, *cit in* Ponte & Sousa, 2010), para que os alunos consigam atribuir significado e compreendam os conceitos e procedimentos matemáticos associados às tarefas.

Em suma, de acordo com Ponte *et al.* (2007), é dever do professor propor aos alunos a concretização de diversos tipos de tarefas, apoiando-os e explicitando-lhes quais as suas expetativas em relação ao que espera do seu trabalho. No entanto, o trabalho do docente não termina com a realização das tarefas, pelo contrário, o processo de "ensino-aprendizagem tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas" (p. 8). Efetivamente, "ouvir e praticar são actividades importantes na aprendizagem da Matemática mas, ao seu lado, o fazer, o argumentar e o discutir surgem com importância crescente nessa aprendizagem" (id).

Além disso, segundo o PMEB (Ponte *et al.*, 2007, p. 9), "desenvolver a capacidade de resolução de problemas e promover o raciocínio e a comunicação matemáticos (…) constituem também importantes orientações metodológicas para estruturar actividades a realizar em aula". A meu ver, a aprendizagem com compreensão pode ser conseguida através do ensino exploratório, porque "o professor deve proporcionar situações frequentes em que os alunos possam resolver problemas, analisar e reflectir sobre as suas resoluções e as resoluções dos seus colegas" (id). Além do mais, referem ainda os autores que, "o professor deve dar atenção aos raciocínios dos alunos, valorizando-os, procurando que eles os explicitem com clareza, que analisem e reajam aos raciocínios dos colegas" (ib). Este é o tipo de ensino praticado nas aulas de matemática concretizadas nesta investigação.

Tal como já foi referido, segundo os autores Ponte e Sousa (2010), os tipos de papéis que o professor e o aluno desempenham moldam um tipo específico de ensino, podendo este ser direto ou exploratório. Todavia, também influenciam o tipo de tarefas proporcionadas pelo professor e concretizadas pelos alunos, visto que estas refletem as aprendizagens que o professor quer que os alunos desenvolvam. As investigações mostram que existem tipos de tarefas matemáticas diferentes e estas devem ser vistas como "elemento fundamental do ensino".

Tarefas Matemáticas

As aprendizagens matemáticas dos alunos desenvolvem-se através da realização das tarefas (Doyle, 1988; Stein & Smith, 2009). Mais propriamente, refere Ponte (2005, p. 11) que "o que os alunos aprendem resulta de dois factores principais: a actividade que realizam e a reflexão que sobre ela efectuam". As tarefas propostas são uma oportunidade para os alunos pensarem e aplicarem conhecimentos: existem tarefas que exigem menos esforço, porque os alunos executam um procedimento memorizado, de modo rotineiro; em oposição, também existem tarefas que necessitam de mais esforço por parte dos alunos, pois obrigam a que pensem conceptualmente e realizem conexões. A exploração de diferentes tipos de tarefas matemáticas, orientadas pelo professor, "conduz ao desenvolvimento de ideias implícitas nos alunos sobre a natureza da Matemática" (id).

Christiansen & Walther (1986) referem que a tarefa matemática proposta pelo professor tem uma identidade própria e independente que se torna o objeto para a atividade do aluno[6]. Normalmente, o professor apresenta uma tarefa aos alunos que possui uma questão matemática concreta, esperando que estes sejam capazes de realizar a atividade num contexto que é mediado por ele. Como referem os autores, "uma tarefa educacional existente foi concebida/construída/formulada num certo contexto e influenciada por certas intenções didácticas" (p. 43). Nesta perspetiva, "o papel pedagógico de uma tarefa deve ser estimado no contexto dos processos reais de ensino/aprendizagem (…), isto é, na perspectiva dos alunos (as suas necessidades,

[6] Ponte (2005) refere que é o objetivo da atividade.

interesses e desempenho) e na perspectiva da interacção pretendida 'à volta da tarefa' entre os professores e os alunos" (p. 39).

Existem vários tipos de tarefas matemáticas que se organizam de diferentes modos consoante o seu grau de estrutura, de dificuldade cognitiva, de relação com a realidade e de duração de realização (Ponte, 2005). Segundo este autor, o grau de estrutura e de dificuldade são os principais parâmetros que caracterizam a diversidade das tarefas. O grau de estrutura varia entre os pólos «aberto» e «fechado», sendo que uma "tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas" (p.17). O grau de desafio matemático varia entre os pólos de desafio «reduzido» e «elevado» e "relaciona-se de forma estreita com a perceção da dificuldade de uma questão e constitui uma dimensão desde há muito usada para graduar as questões que se propõem aos alunos" (id). A atribuição destes pólos aos diferentes tipos de tarefas é a seguinte:

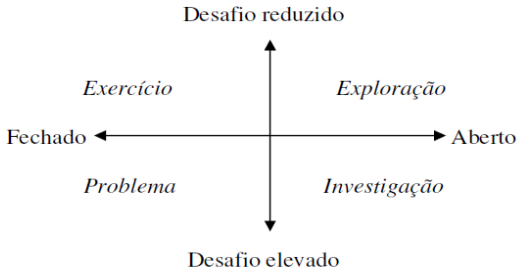


Fig. 2 - Relação entre os tipos de tarefas matemáticas e o grau de estrutura e dificuldade (Ponte, 2005)

Os exercícios, os problemas, as investigações, os projetos, os jogos e as tarefas de modelação são tipos de tarefas matemáticas que existem e são proporcionadas no ensino-aprendizagem da Matemática (Canavarro & Santos, 2012; Ponte, 2005). Como se pode verificar (fig.2), uma tarefa de exploração é de carácter aberto e de desafio reduzido (1º quadrante); um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido (2º quadrante); um problema é uma tarefa fechada e de desafio elevado (3º quadrante); uma investigação é uma tarefa aberta e de elevado desafio (4º quadrante).

A diferença entre exercício e problema é ligeira no que diz respeito às suas características. É de salientar que um problema tem um grau de dificuldade superior ao exercício, contudo o conceito de dificuldade varia entre indivíduos, pois o que para uns

é fácil, para outros é difícil. Se o problema for considerado fácil para um aluno, então, este deixará de ser um problema e passará a caracterizar-se como um exercício. O propósito do exercício é que o aluno coloque em prática os conhecimentos e procedimentos já adquiridos, como forma de treino e consolidação. É típico dos problemas e dos exercícios indicarem objetivamente o que é pedido no enunciado. Segundo Ponte (2005, p.14) "a questão fundamental é saber se o aluno dispõe, ou não, de um processo imediato para a resolver. Caso conheça esse processo e seja capaz de o usar, a questão será um exercício. Caso contrário, a questão será antes um problema". No entanto, as investigações são equiparadas aos problemas no que concerne ao envolvimento e participação ativa dos alunos.

A duração e o contexto são também importantes características que distinguem as tarefas matemáticas. Relativamente à duração estas podem ser «curtas, médias ou longas», ou seja, de poucos minutos/horas, de vários dias ou de meses. Para Ponte (2005), as tarefas de duração «curta» são os exercícios, as «médias» são os problemas, as investigações ou as tarefas de exploração e as «longas» são os projetos. Doyle (1988, p. 171) menciona que as tarefas de exploração são imprescindíveis, dado que "o foco de concentração em tarefas que envolvem processos cognitivos mais elevados, por parte dos alunos, desenvolve a compreensão, a interpretação, as aplicações flexíveis do conhecimento e habilidades e o conjunto de pesquisa de informações em várias fontes diferentes para realizar o trabalho". Estas últimas, refere Ponte (2005, p. 19), "podem ser mais ricas, permitindo aprendizagens profundas e interessantes, mas comportam um elevado risco dos alunos se dispersarem pelo caminho, entrarem num impasse altamente frustrante, perderem tempo com coisas irrelevantes ou mesmo de abandonarem totalmente a tarefa".

O contexto das tarefas matemáticas é contemplado com pólos que variam entre «realidade», «semirrealidade» e «matemática pura». O contexto «semirrealidade» é o mais utilizado nas tarefas matemáticas, nomeadamente nos problemas e investigações comuns. As designadas tarefas de modelação centram-se no contexto da realidade, pois "revestem-se, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respectivo enunciado" (Ponte, 2005, p. 20). Os exercícios têm um contexto puro matemático, sendo, por isso, normalmente denominados por exercícios de aplicações da Matemática. Salienta-se, no

entanto, que "os exercícios, os problemas e as investigações tanto podem surgir em contextos de realidade, como de semi-realidade ou de Matemática pura" (id).

No que concerne às tarefas propostas pelo professor, Ponte e Sousa (2010) referem que, no ensino direto existe, por norma, um único tipo de tarefas, o exercício. Estes são pensados e criados com o propósito de ilustrar fielmente um conceito ou procedimento, tendo por isso, somente uma única estratégia e solução correta. Em contrapartida, no ensino exploratório, os alunos trabalham a partir de diversos tipos de tarefas como explorações, problemas, investigações, exercícios e/ou projetos, sendo que estas estão interrelacionadas entre si, organizadas consoantes uma determinada sequência lógica e contextualizadas com situações realistas e frequentes no quotidiano dos alunos. Devido ao grau de estrutura aberto das tarefas apresentadas, no ensino exploratório, muitas delas, possibilitam mais do que uma solução correta possível, o que contribui para desenvolver discussões entre os alunos e, consequentemente, desenvolver raciocínios matemáticos.

Apesar de se preconizar a diversidade de tipo de tarefas a propor aos alunos no ensino-aprendizagem exploratório, existem outras características matemáticas que o professor deve ter em conta no momento de seleção das tarefas, tais como: variar na complexidade, no nível de desafio, contexto matemático/não matemático, tempo de realização, representações e materiais a utilizar. Para além destas características, para o NCTM (1994), as tarefas devem ser baseadas em:

- "matemática sólida e significativa;
- Conhecimentos das aptidões, interesses e experiências dos alunos;
- Conhecimento da variedade de formas pelas quais diversos alunos aprendem matemática;

e que…

- Apelem à inteligência dos alunos;
- desenvolvam a compreensão e aptidões matemáticas dos alunos;
- estimulem os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas;
- apelem à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático;
- promovam a comunicação sobre matemática;

- mostrem a matemática como uma actividade humana permanente;
- tenham em atenção e assentem em diferentes experiências e predisposições dos alunos;
- promovam o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer matemática" (p. 27).

Estas características devem ser respeitadas e preconizadas pelo professor no momento de elaboração ou seleção das tarefas a propor aos alunos. Os elementos que diferem nas tarefas são respeitantes ao domínio da Matemática, pois cada tarefa aborda determinado conteúdo matemático, é adequada a objetivos específicos e tem potencialidades diferentes (Ponte *et al.*, 1997).

Processos Matemáticos

O PMEB (Ponte *et al*, 2007) indica três capacidades, transversais a todo o currículo, que devem ser desenvolvidas pelos alunos, que são as principais finalidades para a aprendizagem da Matemática no 1º CEB, sendo elas a resolução de problemas, o raciocínio e comunicação em matemática que são desenvolvidas através do contacto com ideias e métodos fulcrais da área de.

Para alguns autores, como Ponte e Serrazina (2000) e NCTM (2007), estas capacidades são designadas por processos matemáticos e estão organizadas e classificadas de modo diferente. As leituras efetuadas evidenciam que diversos autores categorizam as capacidades matemáticas de diferentes modos, porque elas interligam-se entre si intrinsecamente. Com efeito, não é possível resolver um problema matemático sem que se utilize a comunicação, a representação e o raciocínio matemático, por exemplo. De forma sucinta apresenta-se de seguida uma figura onde se referem as designações usadas pelos seus autores:

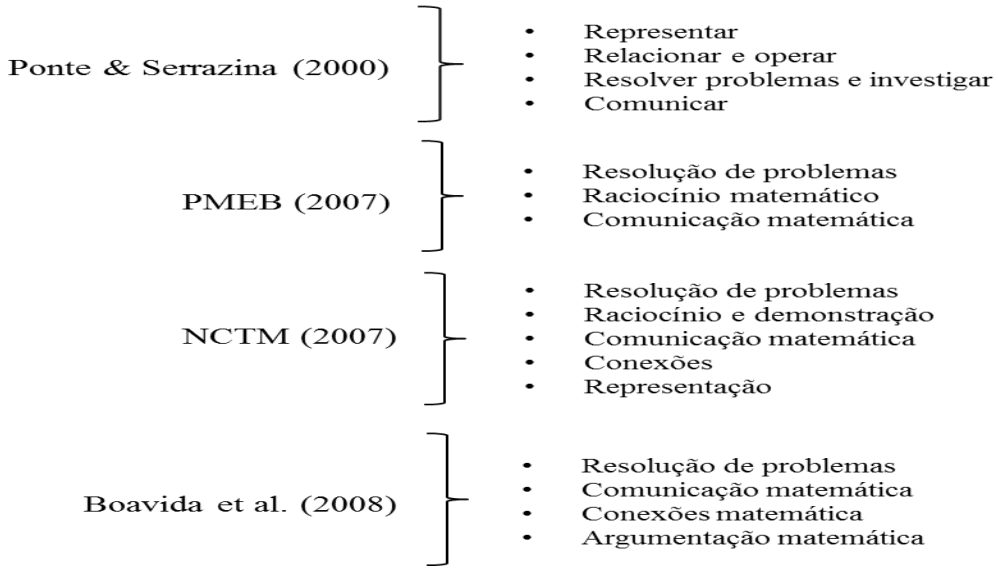


Fig. 3 – Designação das capacidades matemáticas segundo determinados autores

Considerando a diversidade, por um lado, e as semelhanças, por outro, optou-se por analisar com maior ênfase os processos matemáticos preconizados pelo NCTM (2007), discutindo, em paralelo, as referências dos restantes autores, relacionando os aspetos comuns entre eles e diferenciando os incomuns. Para NCTM (2007), os processos matemáticos – Resolução de Problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexões e Representação – são formas que enfatizam as maneiras de adquirir e utilizar os conhecimentos sobre os diversos conteúdos indicados no currículo de Matemática.

Resolução de problemas

A resolução de problemas é um processo matemático que inclui um elevado nível de complexidade, pois, ao contrário de um exercício, tem o propósito de encontrar a solução, não imediatamente disponível, através de mais de um passo, sendo por isso uma forma mais demorada e, por vezes, desafiante. Além do mais, a resolução de problemas implica um envolvimento maior com a tarefa, pois é necessário explorar os seus conhecimentos e descobrir qual o método de resolução, que não é sabido antecipadamente, desenvolvendo assim novos conhecimentos.

Mais aprofundadamente, Pólya (2003) refere que as etapas de resolução de um problema são: compreender o quê e para quê, elaborar um plano de resolução que

compreende a recolha de dados e a realização de cálculos e estratégias, executar o plano através da execução de cálculos até obter a solução e, por fim, rever a resolução completa e examinar a solução, para que satisfaça as condições do problema. Com efeito, "a formulação e a resolução de problemas constituem aspectos fundamentais da actividade dos matemáticos e têm um papel importante no ensino desta área disciplinar" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 52). Estas atividades facultam o desenvolvimento de novos conceitos e estratégias de pensamento matemático, para além de desenvolverem também a compreensão de ideias matemáticas e a consolidação de capacidades já aprendidas.

Como já foi mencionado, a diferença entre problema e exercício deve-se à complexidade do pensamento e à facilidade em obtenção de solução. Porém, existe outro tipo de atividade complexa e com solução difícil de alcançar, a investigação. Esta atividade, é semelhante ao problema, pois inicia-se com uma questão. Contudo, a questão-partida da investigação é imprecisa e abrangente, sendo por isso necessário perceber o que é preciso pesquisar através de uma análise prévia dos dados fornecidos. As etapas específicas da uma investigação são: formular a questão a investigar, formular conjeturas relativamente à questão, testar as conjeturas e se necessário reformulá-las e, por último, validar e comunicar os resultados com os outros, refletindo e argumentando a investigação desenvolvida (Pólya, 2003).

Para resolver um problema, primeiramente, os alunos têm de aprender como fazer, adquirindo, assim, "experiência e confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que é pedido" (Ponte *et al.*, 2007, p. 29). Isto, consequentemente desenvolverá "modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade, e confiança perante situações desconhecidas" (NCTM, 2007, p. 57). Além disso, "a capacidade de resolução de problemas desenvolve-se resolvendo problemas de diversos tipos e em contextos variados, e analisando as estratégias utilizadas e os resultados obtidos" (Ponte *et al.*, 2007, p. 29). O contexto das tarefas é importante para a aprendizagem do processo de resolução de problemas e de novos conhecimentos matemáticos, por isso devem ser cuidadosamente escolhidos, pois servem de modelo de apoio ao pensamento do aluno. Neste âmbito, deve-se priorizar os contextos que se relacionam com o quotidiano e as vivências dos alunos.

Ao realizarem os problemas de modo autónomo, para além de resolverem o problema, os alunos estarão também a aprender Matemática. Neste sentido, é desejável que os alunos tenham "muitas oportunidades para formular, discutir e resolver problemas complexos que requeiram um esforço significativo e, em seguida, deverão ser encorajados a reflectir sobre os seus raciocínios" (NCTM, 2007, p. 57). Com a resolução de diversos problemas com regularidade, "é de esperar que [os alunos] adquiram flexibilidade nos processos de resolução que utilizam, evoluindo, progressivamente, de estratégias informais para estratégias formais" (Ponte *et al.*, 2007, p. 29).

No âmbito do PMEB, a capacidade de resolução de problemas compreende a própria compreensão do problema e a conceção, aplicação e justificação de estratégias que lhes estão associadas. Os objetivos específicos relacionados com o desenvolvimento desta capacidade para o 1ºCEB são: "identificar o objectivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema; conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados" (p. 30). Porém, para o NCTM (2007), durante o processo de resolução de problemas os alunos devem ser capazes de, nomeadamente: (i) construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas; (ii) resolver problemas que surgem em matemática e em outros contextos; (iii) aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas para resolver problemas; e (iv) analisar e refletir sobre o processo de resolução matemática de problemas.

De seguida, explica-se cada um destes pontos:

(i). *Construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas*

Quando são resolvidos bons problemas matemáticos os alunos conseguem consolidar e ampliar os seus conhecimentos. Os problemas devem ter um grau de complexidade relativamente difícil, pois assim poderão testar ideias, que através da colocação de questões adequadas e da orientação do professor, os alunos acabam, eventualmente, por encontrar a solução e novos caminhos de exploração. O papel do professor na seleção dos problemas é fundamental, uma vez que deve assegura-se que eles ajudarão os alunos a atingirem os objetivos propostos por si. Assim, o professor

deve "analisar e adaptar um problema, ao antecipar as ideias matemáticas que dele possam emergir e as próprias questões dos alunos" (NCTM, 2007, p. 57).

(ii). Resolver problemas que surgem em matemática e em outros contextos

As crianças tendem, naturalmente, a formular problemas através do contexto que os rodeia. Tanto os professores como os pais devem incentivar e alimentar esta inclinação de serem curiosos e ajudá-los a encontrar uma resposta para os seus problemas. Nestas tarefas, os adultos devem, tanto quanto possível, ajudar a criança a realizar uma análise matemática mais cuidada e aprofundada para que, ao longo dos anos, se desenvolva a capacidade de melhor compreensão da situação apresentada nos problemas e exploração da solução.

(iii). Aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas para resolver problemas

A resolução de problemas deve ser associada à aplicação de estratégias conhecidas que ajudem a compreender e a encontrar a solução. As estratégias mais conhecidas foram indicadas por Pólya (2003), sendo que estas incluem a utilização de figuras/esquemas, a listagens de todas as possibilidades, a tentativa e erro, a contradição, a comparação com outros casos particulares, o uso de generalizações do problema, o trabalho do fim para o princípio, a criação de um problema equivalente e a simplificação do problema.

Nos primeiros anos de escolaridade, e não só, os professores devem proporcionar momentos específicos para expressar, partilhar, classificar e comparar as estratégias de resolução de problemas. Assim, depois de refletirem em conjunto, os alunos poderão determinar qual a estratégia menos ou mais eficaz e justificar o motivo. Consoante um problema específico é necessário usar uma certa estratégia e, desta forma, à medida que vão sendo realizados diferentes problemas serão necessários usar novas estratégias. As estratégias são "aprendidas ao longo do tempo, aplicadas em contextos singulares e tornam-se mais sofisticadas, elaboradas e flexíveis à medida que aumenta a capacidade dos problemas em que são utilizadas" (NCTM, 2007, p. 60). Relativamente a estas, o professor deverá encorajar o aluno a registá-las, para ter sempre disponível um modelo da nova estratégia aprendida.

(iv). Analisar e refletir sobre o processo de resolução matemática de problemas.

Para o NCTM, os alunos que têm insucesso na resolução de problemas podem não ter falta de conhecimentos matemáticos, mas sim dificuldades de utilização dos mesmos. Por norma, os alunos com sucesso elaboram planos de resolução e têm "consciência dos seus procedimentos e, frequentemente, analisam ou auto-avaliam o seu progresso ou ajustam as suas estratégias à medida que encontram ou ultrapassam obstáculos" (Bransford *et al.*, 2004, p. 22). Estes alunos estão constantemente a analisar e a ajustar o trabalho que desenvolvem, de modo a perceberem se estão, ou não, no caminho certo.

Estas competências reflexivas na resolução de problemas são essenciais e devem ser desenvolvidas logo nos primeiros anos escolares. O professor deve fomentar um ambiente educativo em que "o desenvolvimento da compreensão é consistentemente verificado por meio da reflexão, [para que] (…) os alunos aprendam a tomar responsabilidade de reflectir sobre o seu trabalho e a proceder aos ajustes necessários, aquando da resolução de problemas" (NCTM, 2007, p. 60).

Raciocínio e demonstração

O raciocínio matemático é o modo como os alunos expressam, desenvolvem, clarificam e organizam as suas ideias (Ponte *et al*, 2007). Para Cabrita e Fonseca (2012, p. 540), "o raciocínio pode ser entendido como uma operação mental recursiva, que atua sobre um conteúdo (aquilo sobre o que se raciocina) de forma a, por comparações complexas, estabeleça um encadeamento lógico entre as relações que esse conteúdo permite construir". Este é revelado quando os alunos tentam explicar e justificar o raciocínio de modo claro e coerente, usando propriedades e relações matemáticas (Ponte *et al*, 2007). Uma demonstração matemática é "um modo formal de exprimir determinados tipos de raciocínio e justificação" (NCTM, 2007, p. 61).

Ser capaz de raciocinar é fundamental para todos os anos de escolaridade, pois só assim os alunos compreendem a Matemática e lhe atribuem significado, "através do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenómenos, da justificação de resultados e

da utilização de conjecturas matemáticas de todas as áreas de conteúdo" (id). Segundo Cabrita *et al* (2010), o raciocínio é constituído por inferências e comparações de termos dos dados indicados que, devido às conexões ordenadas e orientadas pelas evidências, encontra-se uma conclusão e, consequentemente, um novo conhecimento. Este raciocínio deve-se, sobretudo, à união da capacidade de indução e da dedução, tal como referem Cabrita e Fonseca (2012, p. 540):

> "Habitualmente, inferência está conotada com raciocínio indutivo – permite atingir conhecimento novo pela observação e análise de casos particulares e pela procura da sua generalização, que não estava implicitamente nas premissas - e silogismo com o raciocínio dedutivo – num processo inverso, do mais universal para o mais particular, através de relações e conexões externas às proposições comparadas".

Boavida *et al.* (2008) referem que argumentar matematicamente está intrinsecamente ligado à capacidade de raciocinar e de aprender Matemática com compreensão[7]. Com efeito, as autoras expressam que as crianças, cujo pensamento se situa ao nível das operações concretas, realizam "acções encadeadas com objectos diversos, de modo a justificar uma afirmação, tendo por pano de fundo o raciocínio dedutivo" (p. 81). Da mesma forma, há estudos que revelam que:

> "os alunos, desde os primeiros anos de escolaridade, são capazes de explicar e de justificar os raciocínios usados durante o processo de resolução de uma tarefa matemática, de fazer generalizações a partir da análise de casos particulares, de compreender o que significa um contra-exemplo, de reflectir sobre o que constitui um argumento aceitável e adequado quando se trabalha em Matemática e de aplicar resultados gerais a exemplos específicos" (id).

De acordo com os dados relativos ao estudo PISA 2000, segundo Boavida *et al.* (2008), os alunos portugueses tem dificuldades em argumentar matematicamente. Quando tentam fundamentar os seus raciocínios expressam argumentos que, normalmente, se baseiam em informação não pertinente e irrelevante e fazem generalizações que não foram testadas. Para além disso, as conclusões do estudo demonstram que os alunos têm "falta de comprometimento com a coerência, avaliação

[7] Discutido na primeira secção deste capítulo.

ou justificação dos seus raciocínios e com a análise crítica e fundamentada do que ouvem dos colegas. É como se considerassem que este papel não lhes compete" (p. 102). No entanto, estas competências são necessárias numa aprendizagem da Matemática com compreensão, e são objetivos gerais e específicos do PMEB (Ponte *et al.*, 2007).

Para Ponte *et al.* (2007), a capacidade de raciocínio matemático compreende a formulação, justificação e teste de conjeturas. Os objetivos específicos desta capacidade transversal para o 1º CEB são: "explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos; e formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples" (p. 31). Para o NCTM (2007), o processo de raciocínio e demonstração inclui os seguintes aspetos: (i) reconhecer o raciocínio e a demonstração como aspetos fundamentais da Matemática; (ii) formular e investigar conjeturas matemáticas; (iii) desenvolver e avaliar argumentos e provas matemáticos; e (iv) selecionar e usar diversos tipos de raciocínios e métodos de demonstração.

Seguidamente, explicita-se cada um destes aspetos:

(i). *Reconhecer o raciocínio e a demonstração como aspetos fundamentais da Matemática*

Desde cedo, deve-se explicar às crianças e fazê-las compreender que é fundamental que as afirmações sejam sempre justificadas. As questões "porquê é que pensas que isto é verdade?" e "alguém aqui acha que a resposta é diferente, e porquê?" ajudam os alunos a perceber que as afirmações necessitam de ser refutadas, ou apoiadas, pelas evidências. A Matemática baseia-se "em suposições específicas e regras" (NCTM, 2007, p. 61). Quanto mais depressa os alunos compreenderem esta realidade, mais rapidamente vão aprender quais são os argumentos válidos em Matemática.

(ii). *Formular e investigar conjeturas matemáticas*

"A prática da matemática está relacionada com a descoberta" (id, p. 62). As conjeturas são suposições baseadas em informações reais que constituem um importante meio para a descoberta. Formular, aperfeiçoar e investigar conjeturas é uma tarefa ao alcance dos alunos do 1º CEB. Questionar os alunos sobre o que vai acontecer ou sobre

a veracidade de uma determinada conjetura noutras situações conduz os alunos a raciocinarem e a argumentarem matematicamente.

Para que os alunos consigam formular conjeturas, é necessário promover um ambiente enriquecedor e envolvente que proporcione múltiplas oportunidades de o fazer. Para testar as conjeturas formuladas, os alunos mais novos vão argumentar com palavras próprias, exemplos concretos e recorrendo a objetos manipuláveis. Mas este é o caminho para que, no futuro, os alunos mais competentes aprendam e consigam utilizar símbolos, representações e materiais, como calculadoras e outras ferramentas matemáticas. Também é necessário que os alunos aprendam a ouvir e a investigar as formulações de conjeturas, de colegas, argumentando-as, para que, no final, sejam aceites ou refutadas. No entanto, o professor deve orientar os alunos nas suas investigações, porque, por vezes, estes "poderão não ter sempre os conhecimentos e as ferramentas necessárias para encontrar uma justificação que apoie uma conjectura ou um contra-exemplo que a refute" (NCTM, 2007, p. 63) ou poderão querer generalizá-las incorretamente.

(iii). *Desenvolver e avaliar argumentos e provas matemáticos*

Os alunos devem aprender a responder à questão "porquê é que isto resulta?" para desenvolver a capacidade de raciocínio e argumentação matemáticos. Após a discussão e a resposta final, o professor deverá encaminhar o raciocínio dos alunos para explicar se a conjetura investigada se trata, ou não, de uma generalização ou de uma prova matemática, através das questões fundamentais: "isto resulta sempre? Algumas vezes? Nunca? Porquê?". O conhecimento de generalizações é um conhecimento matemático mais aprofundado que deverá ser construído e consolidado ao longo dos vários anos de escolaridade. A discussão sobre as conjeturas entre colegas em que se comparam ideias com outras ideias pode "contribuir para alterar, consolidar ou fortalecer os seus argumentos e raciocínios" (NCTM, 2007, p. 64).

(iv). *Selecionar e usar diversos tipos de raciocínios e métodos de demonstração*

Os vários tipos de raciocínio – raciocínio algébrico e geométrico, raciocínio proporcional, raciocínio probabilístico, raciocínio estatístico, etc. – vão sendo desenvolvidos ao longo dos diversos anos de escolaridade, com a discussão de ideias e

conjeturas matemáticas entre os alunos da turma e com a aquisição de regras de justificação e demonstração. As crianças começam por aprender um tipo de raciocínio informal que, gradualmente, durante os vários anos de escolaridade seguintes, vai evoluindo para formal. O propósito é que "os alunos necessitam de adquirir e desenvolver capacidades em todos estes tipos de raciocínio, com níveis de aprofundamento crescentes à medida que progridem no currículo" (NCTM, 2007, p. 64).

As primeiras tentativas de justificação e demonstração criadas pelas crianças envolvem estratégias de tentativa-erro ou a experimentação não sistematizada de muitos casos particulares ou, ainda, a demonstração por contradição (id). Posteriormente, começam a realizar justificações e demonstrações sistematizadas e a argumentar a partir de padrões, casos específicos, contraexemplos ou com argumentos que estabelecem, relacionando as verdades matemáticas.

Comunicação

A comunicação é um processo imprescindível para a aprendizagem da Matemática, porque é por seu intermédio que ocorre a partilha e interação de ideias matemáticas e de debates fundamentados que permitem a clarificação, modificação, consolidação e aprofundamento de conhecimentos matemáticos necessários entre os indivíduos. Segundo Ponte e Serrazina (2000), a comunicação das ideias matemáticas são um ponto de partida para a reflexão, discussão e refinamento, objetos mentais importantes para a organização e clarificação do pensamento matemático.

Do ponto de vista de diversos autores (Boavida 2008; NCTM, 2007; Ponte *et al.*, 2007; Ponte & Serrazina, 2000), as ideias e argumentos matemáticos são facilmente compreendidos quando são comunicados oralmente ou por escrito, pois necessitam de mais concentração, clareza e articulação com o contexto. Para além disso, ouvir as ideias e explicações de outros desenvolve a capacidade de compreensão matemática. Efetivamente, a comunicação matemática é um processo transversal a todos os outros e usa recursos como a linguagem matemática, a linguagem natural e corporal e também outros tipos de representações para se exprimir.

Os alunos devem usar a comunicação matemática para partilhar e discutir respostas e métodos de trabalho, mas primeiro necessitam de aprender a utilizar a comunicação matemática para resolver uma tarefa e explicar a sua resposta e as estratégias usadas. Com a concretização de tarefas matemáticas os alunos compreendem e dão valor à necessidade de precisão da linguagem matemática. NCTM (2007, p. 66) menciona que "as conversas, nas quais as ideias matemáticas são exploradas a partir de múltiplas perspectivas, ajudam os participantes a aprimorar o seu pensamento e a estabelecer conexões".

O apoio do professor é fundamental para que os alunos comuniquem de forma clara, oralmente e por escrito, as suas ideias matemáticas. Para além disso, precisam de ter oportunidades para apresentar as suas ideias aos colegas de turma para compreenderem se são percebidos e se usam argumentos matemáticos válidos que convencem os colegas e o professor. Ponte e Serrazina (2000) referem que "a interacção com os outros é um meio fundamental de analisarmos e aperfeiçoarmos as nossas ideias matemáticas" (p. 61).

É neste sentido que o trabalho em pequenos grupos se torna uma mais-valia na aprendizagem da Matemática, pois os alunos sentem-se à vontade para partilharem opiniões, ideias, estratégias de resolução ainda pouco trabalhadas, comentando-as, aceitando-as ou refutando-as. Nestas experiências de trabalho, cada indivíduo tem a oportunidade de se exprimir, apresentando explicações que os colegas percebam. Assim sendo, a realização de tarefas matemáticas em grupo tem o propósito de, para além da própria resolução da tarefa, os alunos comunicarem, observarem e interagirem. Cada um pode beneficiar com a forma como o seu colega vê e resolve o mesmo problema, dado que ao considerar as estratégias e os métodos usados pelos outros, avaliando a sua correção e a sua utilidade, os alunos alargam o seu conhecimento matemático (Boavida *et al.*, 2008; Ponte & Serrazina, 2000). Gradualmente, ao longo dos vários anos curriculares, os alunos adquirem uma linguagem matemática mais complexa e abstrata, bem como possuem raciocínios, ferramentas e formas de comunicar mais elaborados.

De acordo com Ponte *et al.* (2007), os objetivos do PMEB relativos ao desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática são "interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas; representar informação e ideias matemáticas de diversas formas; expressar ideias e processos

matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios; discutir resultados, processos e ideias matemáticos" (p. 31).

De acordo com o NCTM (2007, p. 67), o processo de comunicação matemática inclui os seguintes aspetos: (i) Organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação; (ii) Comunicar o seu pensamento matemático de forma coerente e clara aos colegas professores e outros; (iii) Analisar e avaliar as estratégias e o pensamento matemático usado por outros; e (iv) Usar linguagem da matemática para expressar ideias matemáticas com precisão.

Em baixo, apresenta-se uma breve explicação de cada um destes pontos:

(i). *Organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação;*

A comunicação pode servir como base da aprendizagem de novos conceitos matemáticos ou de aprofundamento/esclarecimento de conhecimentos matemáticos, pois os alunos desenvolvem a perspicácia do seu pensamento quando apresentam os seus métodos de resolver problemas, quando justificam os seus raciocínios aos outros e quando formulam questões acerca do que não compreendem. Da mesma forma, a comunicação que os alunos apresentam é essencial para a identificação das conceções incorretas que necessitam de ser trabalhadas.

(ii). Comunicar o seu pensamento matemático de forma coerente e clara aos colegas professores e outros;

Ao expressarem os seus raciocínios e ideias, os alunos devem ser capazes de utilizar uma linguagem matemática adequada à sua idade e nível de escolaridade, para que os colegas e o professor o compreendam. Gradualmente, deve existir uma progressão no tipo de comunicação matemática realizada. Saber ouvir, parafrasear, questionar e interpretar as ideias dos outros, em momentos de análise ou reflexão são aspetos essenciais para se comunicar, de forma autónoma e eficazmente. No entanto, os alunos do 1º CEB precisam de muita ajuda da parte dos professores para saberem comunicar claramente. Um modo de tornar o aluno de 1º CEB mais capaz e autónomo na sua comunicação é realizar uma apresentação com suportes gráficos, como desenhos, imagens e/ou palavras.

(iii). *Analisar e avaliar as estratégias e o pensamento matemático usado por outros;*

A análise e a reflexão de demonstrações ou raciocínios matemáticos com os colegas é algo benéfico para a própria aprendizagem do aluno. A comparação de estratégias, a identificação de potencialidades e/ou limitações dos pensamentos dos colegas e a discussão crítica sobre a eficácia de estratégias são os aspetos fulcrais para desenvolver um pensamento crítico sobre a compreensão matemática. Todavia, é difícil para os alunos do 1º CEB "aprender a ponderar, avaliar e a utilizar as ideias dos outros, principalmente quando os seus colegas se encontram, ainda, a desenvolver a sua própria compreensão matemática" e têm dificuldades em comunicar de modo claro e coerente.

(iv). *Usar linguagem da matemática para expressar ideias matemáticas com precisão.*

Ao longo do contacto com a linguagem matemática específica, os alunos vão-se familiarizando com termos matemáticos característicos. "É importante evitar a imposição precoce e prematura da linguagem matemática formal; os alunos precisam de desenvolver apreço pela necessidade de definições exactas e pelo poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais, comunicando, primeiramente, através das suas próprias palavras" (NCTM, 2007, p. 70). Permitir que os alunos comuniquem os seus raciocínios e ideias através das suas próprias palavras e formas de expressão informal, "poderá ser uma maneira eficaz de estimular o seu envolvimento e domínio" (id).

Conexões

As conexões matemáticas dizem respeito às diversas ligações que a área da Matemática tem com outras matérias. Segundo Boavida *et al.* (2008), do ponto de vista da Didática da Matemática, as conexões matemáticas contemplam: conexões com a realidade, com outras áreas curriculares e conexões dentro da própria Matemática.

Para Ponte e Serrazina (2000) a capacidade de relacionar e operar com conceitos e com as suas representações matemáticas ou, como atualmente se designa, o processo cognitivo de conexões matemáticas fundamentais para o 1º CEB são classificar, ordenar, calcular, estabelecer relações e interpretar. De uma forma sucinta, estes autores expressam que:

Classificar	é selecionar e determinar se um determinado objeto se incluí ou não num conjunto, segundo determinadas propriedades.
Ordenar	é organizar um dado conjunto de objetos numa ordem que respeita uma determinada qualidade. Algumas qualidades são organizadas somente consoante a existência ou ausência de uma qualidade (é verde vs. não é verde).
Calcular	é "lidar com certos símbolos – que representam conceitos matemáticos – transformando-os noutros símbolos de acordo com determinadas regras" (p.48). O cálculo envolve três peças necessárias: "(i) um ou mais objectos de partida, (ii) uma operação, (iii) e um resultado final" (idem), sendo que estes podem ser efetuados de três possíveis maneiras diferentes: mentalmente, por escrito ou utilizando uma calculadora.
Estabelecer relações	entre conceitos matemáticos compreende, normalmente, dois processos importantes: *generalizar* e *particularizar*. O primeiro corresponde a identificar, atribuir e induzir propriedades comuns num conjunto de objetos a partir de aspetos específicos presentes de um objeto. Por outro lado, a particularização é o oposto da generalização.
Interpretar	"envolve relacionar entre si conceitos matemáticos ou suas representações ou relacionar conceitos e representações matemáticos e não matemáticos. É um processo fundamental que permite dar sentido aos conceitos e ideias matemáticas" (p.50).

Fig. 4 – Conexões fundamentais no 1ºCEB (adaptado de Ponte & Serrazina, 2000).

De acordo com o NCTM (2007), os alunos mais competentes e com uma compreensão mais profunda e duradoura sobre a Matemática conseguem, de modo mais eficaz e rápido, estabelecer conexões entre ideias matemáticas. Especificamente, sabe-se que um aluno compreende a Matemática quando estabelece relações nas suas justificações, demonstrações e comunicações matemáticas. Para isso, existem alguns parâmetros, que os alunos devem alcançar ao longo dos anos de escolaridade, relativos ao processo de conexões matemáticas: (i) reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas; (ii) compreender a forma como as ideias matemáticas se interrelacionam e se constroem umas a partir das outras para produzir um todo coerente; e (iii) reconhecer e aplicar Matemática em contextos exteriores a ela própria.

De seguida explicam-se cada um destes aspetos:

(i). *Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas;*

Primeiramente, para que os alunos consigam relacionar ideias matemáticas entre as diversas áreas matemáticas é necessário que tenham a noção de que existem interligações entre os conceitos matemáticos. A Matemática não é composta por compartimentos estanques e isolados. A ideia de que os conceitos matemáticos estão interligados deve permear a experiência matemática dos alunos, pois quando eles aprendem os conceitos e os procedimentos de forma isolada, ficam com uma visão restritiva da Matemática e perdem a essência desta ciência (Boavida *et al.*, 2008; Haylock, 2010; NCTM, 2007). É, por isso, importante que os alunos se tornem conscientes da existência de conexões entre ideias matemáticas.

No 1º CEB, a principal conexão para "o desenvolvimento matemático dos alunos é entre uma matemática informal, aprendida por experiências da própria vida e uma Matemática que se aprende na escola e que, progressivamente, se vai tornando cada vez mais formal" (Boavida *et al.*, 2008, p. 49).

(ii). *Compreender a forma como as ideias matemáticas se interrelacionam e se constroem umas a partir das outras para produzir um todo coerente;*

O professor deve desenvolver nos alunos a consciência de que a Matemática é um todo coerente e, como tal, os conceitos e os processos matemáticos que se exploram numa tarefa estão interrelacionados com os anteriormente aprendidos, mas também com aqueles que ainda irão aprender no futuro. Neste sentido, "as conexões matemáticas têm, portanto, também que ser equacionadas na dimensão temporal do processo de ensino e aprendizagem" (Boavida *et al.*, 2008, p. 58). Assim, à medida que os alunos compreendem que a Matemática está interligada e representa um todo integrado irão estabelecer conexões matemáticas entre as várias áreas mais facilmente.

(iii). *Reconhecer e aplicar a Matemática em contextos exteriores a ela própria;*

Da mesma forma que é desejável que os alunos realizem conexões matemáticas entre as diversas áreas da própria Matemática, também é fundamental que relacionem conteúdos matemáticos com outros conhecimentos de diversas áreas do saber. No meio escolar, isto significa que devem existir tarefas de outras áreas curriculares – Estudo do Meio, Língua Portuguesa, Expressão Musical, Educação Física… - interligadas com a Matemática. No entanto, deve-se ter em conta que "nas conexões com outras áreas

curriculares, os conceitos ou os procedimentos devem ser encarados não só do ponto de vista matemático, mas também das áreas em questão. O respeito pela especificidade de cada uma (…) é essencial para a compreensão dos alunos" (Boavida *et al.*, 2008, p. 42).

Representações

Representação "refere-se tanto ao processo como ao resultado – por outras palavras, à aquisição de um conceito ou de uma relação matemática expressa numa determinada forma e à forma em si mesma" (NCTM, 2007, p. 75). O processo de representar as ideias matemáticas expressa, fielmente, a forma como os alunos as usam e compreendem. Quando os alunos conseguem utilizar e dominar as representações matemáticas e as ideias que elas expressam, "ficam com um conjunto de ferramentas que aumenta significativamente a sua capacidade de pensar matematicamente" (id).

O professor é capaz de perceber os conhecimentos que o aluno possui ou as suas dificuldades, uma vez que o aluno, se não sabe o significado do que está a ser representado em cada símbolo, torna-se incapaz de realizar a atividade e, como tal, a sua resolução é incompreensível. Este processo é, então, um ato complexo e exigente, dado que através dele é possível compreender "tanto processos e produtos observáveis como a processos e produtos que ocorrem internamente na mente das pessoas" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 40).

Por vezes, as representações são ensinadas e aprendidas como uma finalidade em si, porém elas devem ser encaradas como ferramentas que auxiliam a compreensão, por parte dos alunos, de conceitos e das relações matemáticas, de argumentos e conhecimentos e na identificação de conexões matemáticas (NCTM, 2007). Efetivamente, "as representações podem ajudar os alunos a organizarem o seu raciocínio. A utilização das representações pelos alunos poderá ajudar a tornar as ideias matemáticas mais concretas e acessíveis à reflexão" (id, p. 76).

Ponte e Serrazina (2000) referem que existem representações convencionais e não convencionais das ideias matemáticas. As primeiras são representações partilhadas por todos, com um significado próprio e comum a todos, em oposição às segundas que

admitem um significado compreensível no limite, apenas ao próprio. No 1º CEB, as representações e linguagens importantes utilizadas pelos alunos são:

- *Linguagem oral e escrita* – conjunto de regras e conceitos necessários para uma comunicação clara e compreensiva a todos;
- *Representações simbólicas* – como os algarismos, os sinais de operações e o sinal de igual;
- *Representações icónicas* – como figuras, gráficos e diagramas;
- *Representações ativas* – como objetos usados (p.e. material didático).

A análise das representações convencionais ou não convencionais (desenhos, contagem pelos dedos, entre outros) realizadas pelos alunos nas suas produções fornece imensa informação útil ao professor, pois aquelas indicam qual a imagem mental das ideias matemáticas que cada aluno desenvolveu. Estas representações, normalmente, pouco precisas e muito particulares, tendem a ser fundamentais na medida em que apoiam a compreensão e a resolução de problemas, bem como fornecem pistas sobre um método ou solução a partir do qual os alunos podem desenvolver uma apreciação de outras representações (Ponte & Serrazina, 2000).

É importante que os alunos possam desenvolver as suas capacidades de representar ideias matemáticas, tanto a partir de representações convencionais como não convencionais com que se sintam confiantes de trabalhar e, também, de se mover flexivelmente de umas representações para as outras.

Segundo o NCTM (2007), o processo de representações inclui determinados aspetos que os alunos devem desenvolver: (i) criar e usar representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas; (ii) selecionar, aplicar e traduzir representações matemáticas para resolver problemas; e (iii) usar as representações para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociais e matemáticos.

Em baixo, explicitam-se cada um destes pontos:

(i). Criar e usar representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas

As primeiras representações utilizadas pelos alunos não são as convencionais, mas sim as informais. No entanto, é necessário que, mesmo assim haja um incentivo por parte do professor para que os alunos representem as suas ideias, como lhes façam sentido. O professor pode, "sempre que adequado (…) estabelecer ligações entre as representações pessoais dos seus alunos e representações mais convencionais" (NCTM, 2007, p. 76). Para isso, o professor deve apresentar a representação convencional, para que os alunos aprendam a utilizá-las e a comunicá-las aos outros. Segundo os autores, "é importante que os alunos tenham oportunidades quer para aprender formas de representação convencionais, quer para criar, aperfeiçoar e utilizar as suas próprias representações, enquanto ferramentas que suportam a aprendizagem e a produção matemática" (id).

(ii). Selecionar, aplicar e traduzir representações matemáticas para resolver problemas;

Existem diversas representações possíveis que se podem utilizar na resolução de problemas. Porém, existem umas mais indicadas do que outras para a resolução do problema em causa. É importante que os alunos aprendam a utilizar múltiplas representações, desde que estejam conscientes que "algumas representações tornam mais fácil a compreensão de algumas propriedades" (NCTM, 2007, p. 78). Ao longo do seu percurso de aprendizagem, os alunos vão conhecendo mais tipos de representações matemáticas e aprendendo a usá-las de forma eficiente, mas para isso é "importante que os alunos reflictam sobre o uso que fazem das representações, de modo a desenvolverem uma compreensão dos pontos fortes e fracos de várias representações com objectivos diferentes" (id).

(iii). Usar as representações para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociais e matemáticos;

As representações podem criar modelos que permitem visualizar matematicamente os efeitos de um fenómeno complexo e real. O objetivo dos modelos matemáticos é esclarecer e interpretar fenómenos para resolverem problemas (NCTM, 2007). Neste sentido, desde os primeiros anos de escolaridade, os alunos devem utilizar representações para resolverem problemas, isto é, usar modelos matemáticos. Estas representações podem ser convencionais - esquemas, diagramas, objetos, símbolos,

palavras, entre outros - ou não convencionais, desde que ajude a compreender e interpretar as informações do problema e os dados obtidos. Todavia, "a utilização das representações, pelos alunos, para modelar fenómenos físicos, sociais e matemáticos deverá intensificar-se ao longo dos anos de escolaridade" (id, p. 79).

Em síntese, é essencial que os alunos do 1º CEB tenham oportunidades de aprender e explorar cada um destes processos matemáticos, interrelacionando-os. Por isso, ao longo desta investigação promoveu-se tarefas em que os alunos explorassem os processos matemáticos. Todavia, devido ao âmbito desta investigação e o tempo disponível para a sua concretização serão apenas analisados na resolução das tarefas concretizadas, no capítulo V, três processos matemáticos: a resolução de problemas, o raciocínio e demonstração e as representações.

Conteúdos Matemáticos e objetivos

O NCTM (2007) valoriza um currículo matemático significativo e interrelacionado, identificando determinadas Normas de Conteúdos e Processos para os alunos desde o Pré-escolar até ao 12º ano. Para esta investigação, os conteúdos essenciais são os apresentados para o 2º e 3º ano de escolaridade[8] e, por isso mesmo, foram tidas em consideração as normas de conteúdo referentes aos seguintes temas matemáticos: Números e Operações, Álgebra, Geometria e Medida.

As recomendações apresentadas pelo NCTM e pelo PMEB enquadram-se na perspetiva da aprendizagem da Matemática em "que todos os alunos devem aprender procedimentos, conceitos e processos matemáticos relevantes com compreensão" (NCTM, 2007, p. ix). Além do mais, os conteúdos matemáticos apresentados no PMEB, estão interligados com as orientações propostas pelo NCTM.

Em anexo (anexo 1), incluo diversas tabelas que sintetizam as normas de conteúdos preconizadas pelo NCTM e relativos aos subtópicosabordados e nos anos correspondentes.

[8] Porque os participantes do estudo frequentam o 1º período do 3º ano e, como tal, a professora titular realiza uma revisão dos conteúdos dos anos anteriores, acrescentando novos conceitos interligados aos conhecimentos prévios.

Capítulo IV – Opções metodológicas

Neste quarto capítulo estão apresentadas todas as informações referentes às opções metodológicas concretizadas na investigação. Na primeira secção, *Metodologia da investigação,* está identificada e explicitada qual a abordagem metodológica usada no presente estudo. Na secção seguinte, *Design da investigação,* apresenta-se qual é o *design* da investigação e as suas características. Seguidamente, a secção *Participantes na investigação* aborda a caracterização da turma, os princípios educativos vigentes, os problemas dos alunos detetados na avaliação diagnóstica e as estratégias ponderadas para combatê-los. Os *Procedimentos da investigação* é a secção posterior que explicita o modo e as etapas do procedimento concretizadas ao longo do estudo. Posteriormente, na secção *Técnicas de recolha de dados* são mencionados os instrumentos utilizados na investigação para a recolha de informação e as suas particularidades e objetivos. A secção *Técnicas de análise e tratamento de dados* contempla a identificação da técnica utilizada na investigação, referindo brevemente as suas características, objetivos, vantagens e desvantagens, e também o quadro de análise que orientou o processo da análise dos dados. Por fim, a secção *Tarefas apresentadas pela investigadora* contempla uma breve apresentação das tarefas propostas aos alunos, acompanhadas pelo enquadramento no currículo da matemática, e suas soluções.

Metodologia da investigação

Pretende-se nesta secção identificar qual a metodologia aplicada nesta investigação, assim como explicar as suas características, vantagens e desvantagens. Importa relembrar que o objetivo central deste estudo é compreender quais são os contributos da coavaliação entre pares no desenvolvimento dos processos matemáticos. Para isso, efetuou-se uma análise profunda às características e propósitos das tarefas, aos processos matemáticos, às avaliações reguladoras fornecidas e aos seus resultados.

Para a concretização desta investigação dá-se uma especial atenção à análise descritiva e interpretativa de fenómenos ocorridos na sala de aula, o que se pode enquadrar numa abordagem que tem como referência o paradigma qualitativo (Bell,

2002 & Afonso, 2005). Este tipo de abordagem está adequado à natureza da investigação, dos objetivos e dos instrumentos que se utilizará ao longo de todo o processo investigativo.

Para se compreender o porquê de este estudo enquadrar-se numa metodologia qualitativa é necessário conhecer as características desta abordagem e da outra metodologia possível. Não obstante, Sousa (2003) refere que existe a metodologia quantitativa e a metodologia qualitativa. De acordo com este autor, estas duas metodologias possuem particularidades bastante diferentes: a primeira estuda com ênfase as relações causais e generalizáveis (*o quê*) entre as variáveis independentes (*quem)* e dependentes (*onde)*; pelo contrário, a metodologia de investigação essencialmente qualitativa, a segunda, dedica-se às questões fulcrais de *como* e *porquê*, sendo esta a razão que confirma o carácter qualitativa na investigação realizada neste projeto.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 292), a expressão metodologia qualitativa é utilizada como 'um termo genérico' que contempla diversas estratégias de investigação com determinadas características em comum, especificamente: "a fonte directa dos dados é o ambiente natural e o investigador é o seu instrumento principal" (Sousa, 2003, p. 93). Ora, Ludke e André (1986) expressam que um estudo de natureza qualitativa ocorre em contexto natural de trabalho e, por isso mesmo, pode-se considerar esta investigação como descritiva e interpretativa (id).

Importa salientar que por ser uma investigação descritiva e interpretativa, a descrição tem de ser rigorosa e resultar diretamente dos dados recolhidos (Dias, 2011*cit in* Carmo e Ferreira, 2008). Para ser rigorosa, a investigação depende da interação entre o quadro teórico de referências, as estratégias de pesquisa, os métodos de recolha e a análise de informação e, por fim, a avaliação e a apresentação dos resultados do projeto de pesquisa (Colás, 1998 *cit in* Bogdan & Biklen, 1994).

Para além disso, referente aos intervenientes da investigação, Aries (2011) afirma que, nestas investigações qualitativas, o investigador interpreta dados que são obtidos através do "processo interactivo configurado pela história pessoal, biografia, género, classe social, etnia das pessoas que descreve [- os intervenientes-] e pela sua própria história" (p. 13). Além disso, a mesma autora refere que os produtos da

investigação são criações ricas, densas e reflexivas decorrentes dos fenómenos em análise. Na verdade, esta investigação incide essencialmente sobre a participação dos intervenientes educativos na realização de um processo de coavaliação entre pares.

Assim sendo, este estudo enquadra-se na metodologia de investigação qualitativa, uma vez que contem características específicas que são associados aos estudos que utilizam esta metodologia:

> "Estes têm como fonte primordial de recolha de dados o ambiente natural dos participantes no estudo, sendo o investigador considerado como o instrumento-chave; a análise dos dados obtidos é essencialmente descritiva, com especial atenção dada aos detalhes, procurando explicações a partir das sucessivas questões; os investigadores que optam pelo método qualitativo centram-se no processo, em detrimento dos produtos ou das conclusões por si só; a análise que fazem dos dados é sobretudo indutiva, como se tratasse de um *puzzle* que só depois de finalizado mostra o desenho que contém; finalmente, especial atenção é dada ao entendimento sobre o ponto de vista dos sujeitos envolvidos, às perspectivas diversas dos vários participantes num determinado estudo (Bogdan & Biklen, 1994 *cit in* Nogueira, 2009, p.55)".

No entanto, Afonso (2005, p. 24) considera que "os dados não falam por si, só ganham sentido no contexto teórico que os produziu através de um olhar seletivo sobre a realidade humana", a teoria é que nos permite colocar os dados a falarem através da nossa interpretação.

Design da investigação

Existem variadas abordagens de estudo adequadas a determinados problemas, *e.g.*, estudo de caso, investigação-ação, entre outros. De acordo com Bell (2002), a problemática desta investigação insere-se na abordagem de investigação-ação, dado que esta consiste em "lidar com um problema concreto localizado numa situação imediata" (Cohan e Menion *cit in* Bell, 2002, p. 2) e, consequentemente superá-lo. Esta abordagem é fruto de um processo constantemente controlado, durante um período de tempo variável, através de diversos mecanismos. Desta forma, é possível que as

conclusões da investigação possam ser traduzidas em modificações e redefinições de atuar na prática, de acordo com as necessidades e o propósito de tornar o próprio processo vantajoso para o contexto.

Nesta perspetiva, a abordagem investigação-ação tem que ter, obrigatoriamente, uma natureza de intervenção no terreno, visto que o investigador identificou um problema no decurso do seu trabalho e quer investigá-lo para, se possível, aperfeiçoar a sua ação (Bell, 2002). Segundo Cohen e Manion (1989), "a investigação-acção (…) adequa-se a qualquer situação, sempre que seja requerido um conhecimento específico para um problema específico numa situação específica, ou sempre que se queira aplicar uma nova abordagem a um sistema existente" (*cit in* Bell, 2002, p. 22).

A intenção da investigação-ação neste estudo é, então, alterar comportamentos avaliativos, investigando a própria prática numa situação concreta e real na sala de aula, (Carmo & Ferreira, 2008). Em todos os momentos da investigação no terreno (sala de aula), o professor/investigador e os alunos estão envolvidos ativamente na investigação, produzindo informações sistemáticas (Bogdan & Biklen, 1994) que, posteriormente, vão ser recolhidas pelo investigador e serão usadas para compreender e explicar os processos interativos que se desenvolvem (Bell, 2002).

A principal justificação para se utilizar a investigação-ação no contexto escolar é a capacidade de, efetivamente, existir um conhecimento mais profundo das práticas para que possamos melhorá-las. Cohen e Manion (1990) expressam que a investigação-ação pode utilizar-se em áreas específicas da escola quando se identificam e analisam os *métodos de ensino*, as *estratégias de aprendizagem*, os *procedimentos de avaliação*, as *atitudes e valores* e a *formação durante a investigação.* Isto indica que a investigação-ação é a abordagem mais adequada para este estudo, porque através da reflexão sistemática, pretende-se alcançar uma alteração para melhorar a forma e a dinâmica da prática educativa concretizada no dia-a-dia, proporcionando e potencializado, assim, aprendizagens significativas aos alunos. Efetivamente, esta abordagem tem uma "ênfase prática na resolução de problemas devido ao facto de serem profissionais [de educação] (…) a levarem a cabo a pesquisa e esta visar um maior entendimento e aperfeiçoamento do desempenho durante um certo período de tempo" (*cit in* Bell, 2002, p. 22).

O processo de trabalho da abordagem de investigação-ação é definido através de etapas concretas consoante uma ordem de organização especial. Os autores Brown e McIntyre explicam como se processa esta abordagem de investigação-ação: nos primeiros momentos de construção do trabalho, o investigador "formula primeiramente princípios especulativos, hipotéticos e gerais" em relação aos problemas que foram identificados; posteriormente, consoante esses princípios podem ser calculadas hipóteses de como trabalhar na prática, perspetivando os melhores resultados desejados. Consequentemente, essa ação será, então, experimentada e, a partir dela, recolhe-se informação que será analisada para compreender se é necessária alteração das hipóteses preliminares e/ou identificar uma ação mais apropriada (*cit in* Bell, 2002).

Neste âmbito, é de constatar que a presente investigação foi desenvolvida em etapas investigativas que decorreram ao longo de nove semanas no terreno numa escola pública do 1º CEB. Para facilitar a compreensão as etapas serão resumidamente apresentadas de seguida:

1ª Etapa – Estudo prévio

Durante os meses de setembro e início de outubro de 2012 foi feita uma avaliação diagnóstica que incluía a análise de resolução de tarefas matemáticas na sala de aula em fichas de trabalho, a concretização de conversas informais com a professora titular e da análise do Projeto Curricular de Turma (PCT) do ano letivo de 2012/2013.

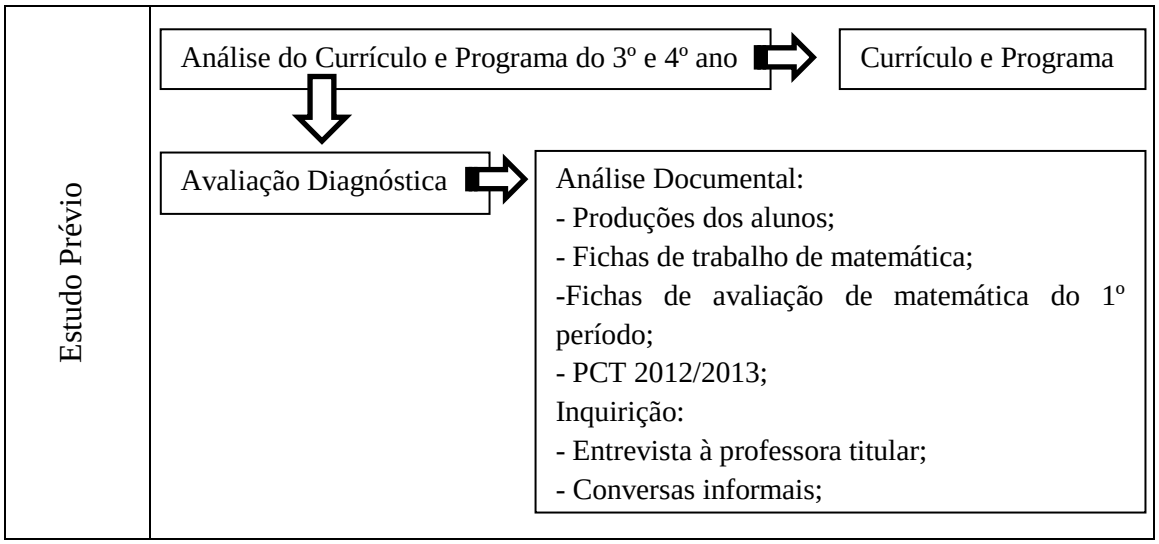


Fig. 5 – *Design* investigativo: Estudo Prévio

2ª Etapa – Investigação no terreno

Durante os meses de outubro a dezembro de 2012 realizou-se o trabalho de campo propriamente dito. Inicialmente, apresentou-se a investigação aos participantes através de conversas informais e alguns esquemas ilustrativos das fases do procedimento da investigação[9] com o modo de trabalho, os objetivos e as funções dos participantes. Durante a realização das fases do procedimento foi efetuada a recolha de dados através da observação direta, registos fotográficos, notas de campo e produções dos alunos. Para recolher mais dados fundamentais optou-se por realizar um questionário (anexo 2) todas as semanas e uma entrevista na primeira e última semana.

O modo de trabalho dos alunos era concretizado em pequeno grupo com 3 ou 4 elementos cada, sendo que os grupos eram compostos pelos mesmos participantes ao longo da investigação. As funções dos alunos foram definidas inicialmente, mas no decorrer do percurso tiveram que ser adotadas algumas estratégias[10] que modificaram a dinâmica do funcionamento dos grupos. Em cada semana concretizava-se uma atividade que diferia no subtópicomatemático. Na primeira fase do procedimento, os alunos elaboraram uma ficha com diversas tarefas matemáticas enquadradas com o subtópicomatemático determinado. Porém, a construção das tarefas por parte dos alunos não correspondia aos parâmetros desejados pela investigadora, pelo que se optou por adequar a investigação, alterando o seu processo. A composição das tarefas apresentadas pela professora eram cognitivamente mais desafiantes e ricas, sendo estas maioritariamente, problemas ou investigações. É de salientar que estas tarefas matemáticas possuem graus de complexidade fácil/médio e eram, essencialmente, com o intuito de rever os conteúdos do 2º ano do PMEB. Reforça-se que todos os subtópicosmatemáticos definidos tinham o objetivo de desenvolver o sentido do número.

[9] Discutidas neste capítulo no ponto "Procedimentos".
[10] Discutido no capítulo IV no ponto "Construção das fichas: elaboração e seleção das tarefas matemáticas"

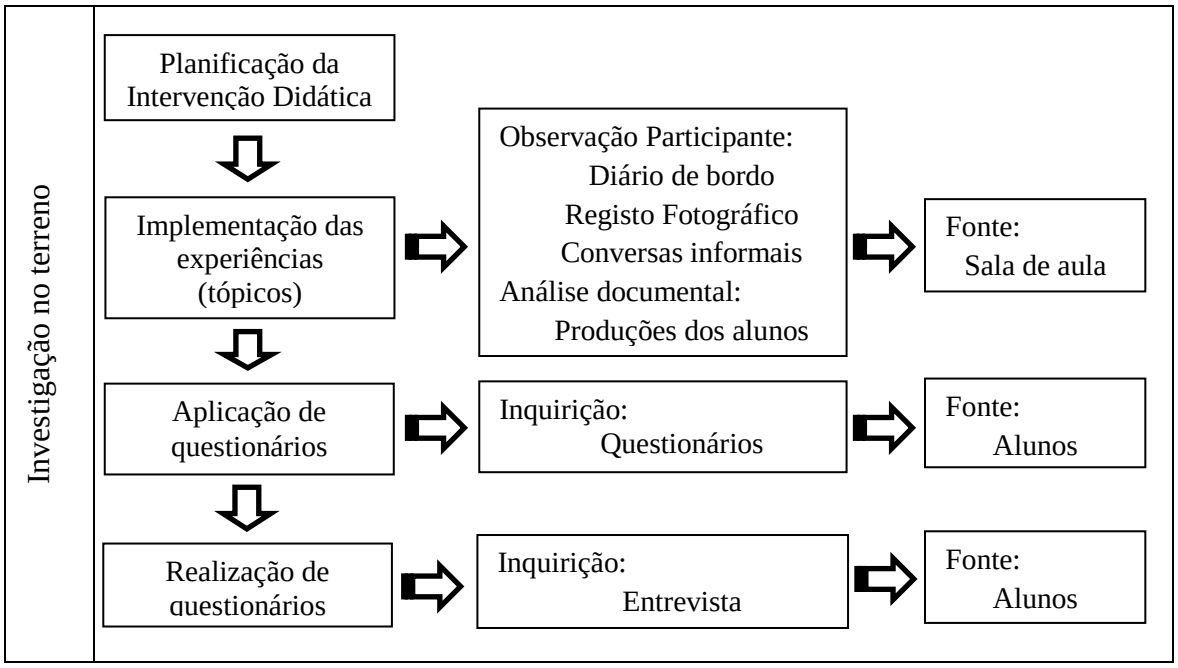


Fig. 6 – *Design* investigativo: Investigação no terreno

3ª Etapa – Tratamento e análise dos dados

Durante os meses de fevereiro e junho de 2013 decorreu a última etapa do trabalho, em que a investigadora realizou uma análise profunda, detalhada e sistemática, acompanhada da reflexão e interpretação do quadro teórico, da informação recolhida durante a investigação no terreno. Os dados foram tratados e interpretados de modo a proceder à sua análise e às conclusões do estudo.

Participantes na investigação

Os participantes nesta investigação foram: uma professora/investigadora e os alunos de uma turma do 3º ano de escolaridade. A turma é composta por 25 alunos no total, 15 raparigas e 9 rapazes, sendo que 2 alunos eram matriculados no 2º ano de escolaridade[11] e 23 alunos no 3º ano de escolaridade, os quais participaram na investigação. Deste último grupo, 22 alunos eram provenientes da mesma turma desde o

[11] Os quais não participaram na investigação por motivos escolares, pois realizavam apoio ao estudo enquanto decorriam as experiências do estudo.

1º ano de escolaridade, com a mesma professora titular, e 1 aluno entrou na turma devido a uma retenção no seu percurso escolar. A maioria dos alunos desta turma é proveniente de meios familiares de classe média e poucos de classe média-baixa.

É uma turma considerada heterogénea quer em termo de apoio familiar, motivação para o estudo, comportamentos, quer nas capacidades e ritmos de aprendizagem (PCT). Com efeito, dois alunos estão sinalizados com necessidades educativas especiais e dois com plano de acompanhamento, mas até ao final do ano letivo a professora titular prevê que cinco alunos necessitarão de possuir plano de recuperação. Para além destes, mais três alunos realizam terapia da fala e outros três usufruem de acompanhamento psicopedagógico. Os alunos, apesar de frequentarem a mesma turma nos anos letivos anteriores têm muitas divergências pessoais e criam conflitos principalmente na hora do recreio, transportando-os por vezes para dentro da sala de aula, instalando um ambiente de trabalho difícil.

De acordo com o PCT, a professora titular enumera alguns problemas detetados na turma com vista a que estes sejam colmatados da melhor forma, tendo por objetivo o sucesso do aluno enquanto indivíduo ativo na sociedade, tais como: "baixa concentração, pouca autonomia, ausência de métodos de estudo, ritmo de trabalho lento, ausência de regras, falta de tolerância para com o outro, relações do grupo muito conflituosas, falta de espírito de grupo e de interajuda, dificuldades na organização dos materiais, dificuldades na organização espacial, exercício de cálculo mental, desenvolvimento do raciocínio Matemático, falta de concentração e/ou motivação nas atividades a desenvolver, dificuldades na resolução de situações problemáticas, dificuldade na organização de ideias para reconto de histórias ou episódios, pouco estímulo para a leitura" (p. 3).

Tendo em conta estes aspetos, os princípios educativos vigentes para trabalhar na investigação são:

- Desenvolver competências no domínio do saber ser/estar – ser autónomo, responsável, criativo, empenhado nas atividades realizadas, respeitar os colegas, ouvir as suas opiniões e ajudá-los;
- Facultar oportunidades de conhecimento mútuo e entreajuda;
- Desenvolver competências comunicativas;

- Evoluir no processo de autorreflexão e autoavaliação;
- Aumentar a capacidade de raciocínio matemático;
- Melhorar os processos de resolução de problemas e representações;

Para ultrapassar estes problemas da turma foi estabelecido com a professora titular que era fulcral proporcionar experiências de aprendizagem que visem:

- Resolução de problemas – sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nos diversos tipos de atividades;
- Utilização de materiais manipuláveis – promovendo atividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos;
- Jogos – de estratégia, de observação e de memorização.

Atendendo a isto, tentou-se desenvolver estas capacidades através de diversos tipos de interação e comunicação na sala de aula, nomeadamente aluno-aluno e professor-aluno. A comunicação oral era facultada entre o professor-aluno através de conversas informais sobre as tarefas matemáticas e entre alunos-alunos no momento de elaboração/seleção, resolução e avaliação de tarefas, ocorrendo momentos de discussão, partilha de ideias e argumentos matemáticos. A comunicação escrita foi trabalhada no momento de registo das resoluções das tarefas, através de linguagem matemática específica (representações matemáticas, ideias, conceitos sob diversas formas).

No que diz respeito ao método de trabalho, inicialmente, os alunos mostraram-se entusiasmados por trabalhar em pequenos grupos, mas admitiram que apesar de apreciarem, poucas vezes o faziam. Não obstante, os seis grupos foram organizados para que em cada um fosse incluído: um aluno com desempenho escolar muito fraco a matemática, outro aluno com desempenho médio-fraco, um outro com desempenho médio-bom; e mais um aluno com bom desempenho. Na próxima secção, vai explicitar-se os procedimentos do trabalho concretizado no terreno.

Procedimentos

Para a realização das fichas de matemática, a turma foi dividida em seis grupos de trabalho, cada um com três ou quatro elementos. Relativamente aos papéis da investigadora/professora e do aluno no processo de avaliação, o intuito era que, ao contrário da professora, os alunos tivessem uma participação cada vez mais ativa e autónoma de sessão para sessão. Para isso, foi importante elaborar um modo de trabalho claro e objetivo, que não suscitasse muitas dúvidas nos momentos: de apresentação aos alunos e, obviamente, na sua execução.

O processo de avaliação concretizado na investigação estava organizado em cinco fases distintas:

- *Fase 1:* Construção da ficha de trabalho para outro grupo resolver;
- *Fase 2:* Resolução da ficha de trabalho que outro grupo construiu;
- *Fase 3:* Primeira avaliação da ficha de trabalho pelo grupo que construiu;
- *Fase 4:* Reformulação das respostas da ficha de trabalho que outro grupo avaliou;
- *Fase 5:* Avaliação final da ficha de trabalho pelo grupo que construiu.

Para a concretização destas cinco fases eram precisas três sessões de trabalho, com uma duração de, sensivelmente, sessenta minutos cada. As *fases 1* e *2* eram realizadas em duas sessões diferentes, ao passo que as *fases 3, 4* e *5* eram realizadas juntas numa sessão igualmente distinta. Isto quer dizer que a realização do processo avaliativo era efetuada três sessões por semana, normalmente, em dias diferentes[12].

A organização da sessão de trabalho era concretizada, em parte pela professora e, também, autonomamente, pelos alunos. Esta consistia na organização do local de trabalho dos grupos, apresentação do subtópico matemático e suas tarefas, distribuição dos materiais (folhas brancas, fotocópias das tarefas propostas pela professora, colas, tesouras, *post-its*, materiais didáticos) e concretização de cada fase. Na existência de materiais didáticos para a elaboração, resolução ou avaliação das tarefas, todos os grupos tiveram a oportunidade de experimentar os materiais que precisavam, sendo que

[12] A fase 1 à segunda-feira, a fase 2 à terça-feira e a fase 3,4 e 5 à quarta-feira.

a professora tinha de controlar a gestão do seu uso. O modo de trabalho na turma foi assimilado logo na primeira semana pelos alunos e traduziu-se da seguinte forma:

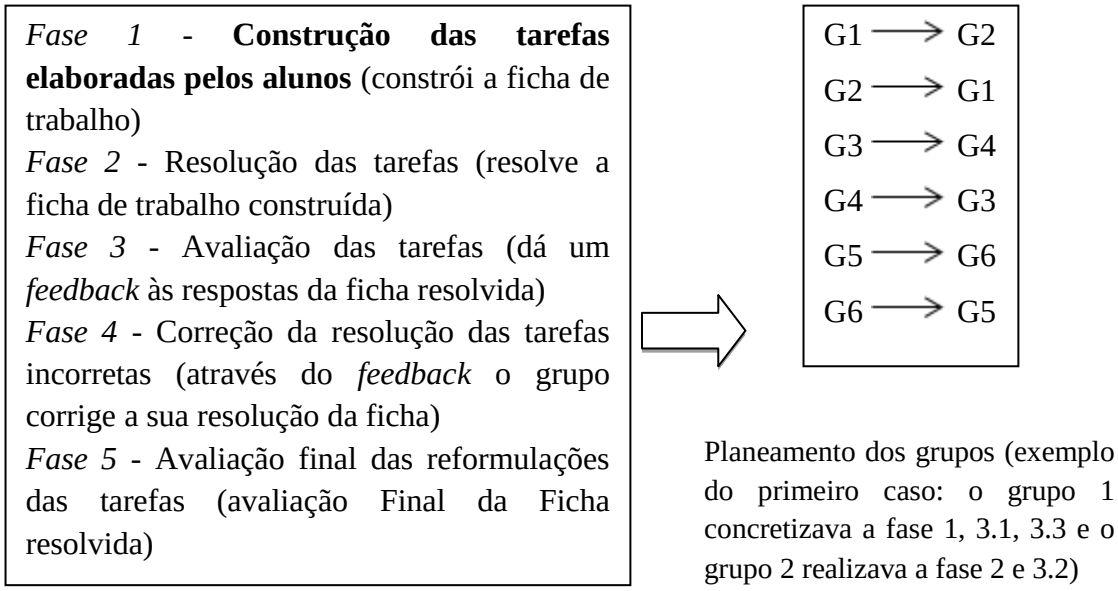


Fig. 7 – Modo de trabalho dos grupos

Todos os grupos realizavam as fases explicitadas na fig.8, ao mesmo tempo, e de modo complementar, nomeadamente, o G1 com o G2, o G3 com o G4 e o G5 com o G6 e vice-versa, como por exemplo:

Fase 1 - em simultâneo, o G1 e o G2 constroem três ou quatro tarefas, com complexidade e estrutura diferentes, construindo assim a sua ficha;
Fase 2 - o G1 resolve as tarefas elaboradas pelo seu grupo complementar, que é o G2, enquanto, o G2 resolve as tarefas construídas pelo G1;
Fase 3 - o G1 avalia a resolução das tarefas realizadas pelo G2, enquanto o mesmo acontece com o G2 que avalia as tarefas resolvidas pelo G1;
Fase 4 - tanto o G1 como o G2 analisam a avaliação dada à resolução das tarefas e, perante isso, têm a oportunidade de reformular as respostas incorretas/incompletas;
Fase 5 - em caso de reformulação da resolução inicial, o G1 avalia as correções que foram efetuadas na resolução, verificando se está correto, e vice-versa.

No decorrer da investigação no terreno, a investigadora era responsável, por um lado, dentro da sala de aula, pelos períodos de gestão dos grupos e materiais, pelas indicações sobre os subtópicos matemáticos à turma nas apresentações dos mesmos, por orientar e auxiliar os alunos nas suas dificuldades e por clarificar/recolher dados na

observação participante. E, por outro lado, fora da sala de aula, a investigadora era responsável pelas análises, correções e fornecimento de *feedback* em todas as produções concretizadas pelos alunos (as tarefas elaboradas, resolvidas e avaliadas). Devido a esta análise dos produtos dos alunos, principalmente da correção e adequação das tarefas construídas pelos alunos, houve necessidade de se alterar a metodologia do processo de avaliação apresentado na fig.8 para reorganizar e poupar tempo para outras situações e análises. Assim, ao final da segunda semana, a *fase 1* do processo foi modificada e o resultado dessa adequação foi a seleção de tarefas propostas pela professora, em vez de os alunos construírem tarefas. No capítulo V, secção "tarefas construídas pelos alunos", serão apresentadas e analisadas em pormenor as razões desta renovação no processo.

Assim sendo, o processo de avaliação renovado executou-se do seguinte modo:

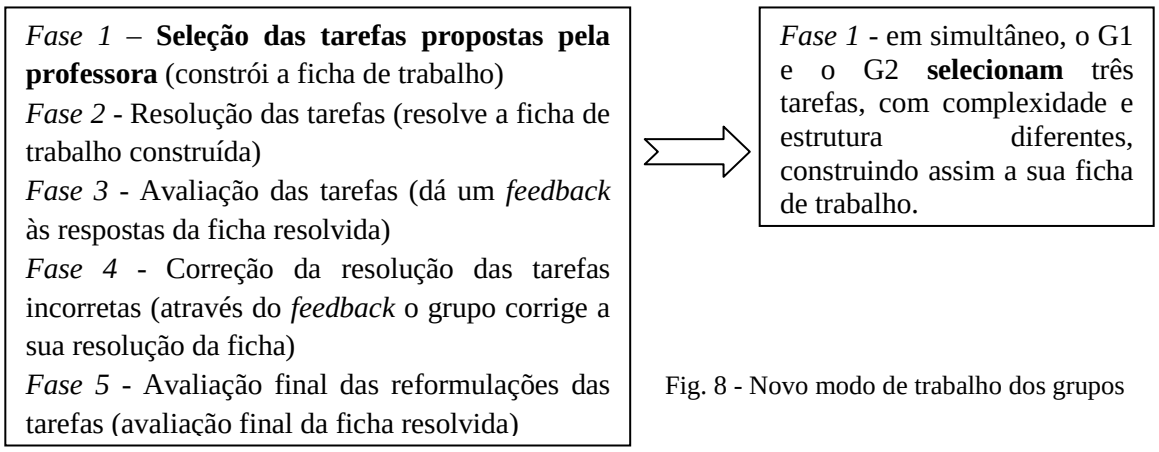


Fig. 8 - Novo modo de trabalho dos grupos

Ao longo da investigação, os cinco subtópicos matemáticos determinados para as fichas de matemática foram:

Data	*Tópicos Matemáticos*
5,6 e 7 de novembro	Tabuada e múltiplos do cinco
12, 13 e 14 de novembro	Figuras e Sólidos Geométricos
19, 20 e 21 de novembro	Dinheiro
3,4 e 5 de dezembro	Combinações
11 e 12 de dezembro	Sequências e Padrões

Fig. 9 – Subtópicos matemáticos das fichas

Como se pode verificar na fig.10, cada semana elaborava-se, resolvia-se e avaliava-se uma ficha de matemática com um subtópico matemático distinto. No final da investigação, o processo de avaliação foi realizado em cinco semanas consecutivas, originando cinco fichas de matemáticas com um subtópicos diferente.

Para clarificar, o processo de avaliação original foi concretizado nas fichas correspondentes aos subtópicos matemáticos "Tabuada e múltiplos do cinco" e "Figuras e sólidos geométricos", enquanto a renovação do processo de avaliação aplicou-se aos subtópicos "Dinheiro", "Combinações" e "Sequências e Padrões". Na primeira situação, os grupos de alunos construíam tarefas matemáticas e, na segunda, selecionavam três tarefas matemáticas propostas pela professora, justificando o motivo dessa escolha.

Posto isto, é de salientar que a análise dos dados, no próximo capítulo, incide na avaliação das fichas de matemática dos subtópicos "Tabuada e múltiplos do cinco" e "Sequências e padrões". Isto quer dizer que será apresentada uma análise profunda dos dados relativos a tarefas construídas pelos alunos e, também, referentes a tarefas selecionadas. Em ambas serão analisados os processos matemáticos e os *feedbacks* em todas as tarefas cuja resolução esteja incorreta. Os motivos que justificam o porquê de se analisarem apenas os dados das fichas de trabalho do primeiro e do último subtópico matemático são o facto de que o importante é compreender quais os contributos da coavaliação entre pares no desenvolvimento dos processos matemáticos, ou seja, ao ser realizada uma comparação entre os dados das primeiras e últimas fichas conseguem-se verificar se ocorreu ou não algum tipo de evolução, tanto nos *feedbacks* providenciados como nas características dos processos matemáticos.

No que diz respeito à análise das avaliações, é necessário alertar que nas fichas do primeiro tópico, os alunos avaliadores apresentaram dois *post-its* com *feedbacks*: "1ª avaliação, 1ª versão" e "1ª avaliação, 2ª versão" (anexo 3). Após a observação e análise das resoluções, os alunos avaliadores refletiram e escreveram os *feedbacks* apresentados na primeira versão, consoante aquilo que pensavam e achavam estar correto. Porém, como esta foi a primeira experiência avaliativa por parte dos alunos, foi necessário e apropriado conversar com cada grupo e fornecer *feedbacks* orais, reguladores e com pistas para que ajudassem os grupos a redigirem *feedbacks* com mais qualidade. É de salientar que a investigadora nunca providenciou a correção dos *feedbacks*. Neste âmbito, os alunos avaliadores, autonomamente, alteraram as suas avaliações e redigiram os *feedbacks* apresentados nos segundos *post-its*.

Contudo, nas fichas do último subtópico matemático foram produzidos dois *post-its* com *feedbacks* de forma diferente: "1ª avaliação" e " 2ª avaliação" (anexo 4). Nesta situação, o papel da investigadora era passivo e o dos alunos mais autónomo e

ativo do que em relação à primeira experiência e, por isso mesmo, já não havia necessidade de corrigir os *feedbacks* fornecidos pelos alunos avaliadores no *post-it* "1ª avaliação". Isto quer dizer que a "2ª avaliação" não corresponde a uma melhoria dos *feedbacks* dados, mas antes à avaliação efetuada à correção da resolução original.

Técnicas de recolha de dados

Para o desenvolvimento da investigação é necessário que se recolham informações recorrendo-se a técnicas específicas, que depois de tratadas, deem origem aos dados que suportam o estudo. Assim, depois de saber quais as informações que é preciso recolher para a investigação, houve a necessidade de especificar quais os instrumentos mais adequados para proceder à recolha de dados. Para Bogdan & Biklen (1994, *cit in* Dias, 2011) os dados são materiais que os investigadores registam ativamente, através de diversas técnicas (notas de campo, transcrições de entrevistas…), em bruto onde se encontram os elementos da base da análise, funcionam assim quer como provas, quer como pistas.

De acordo com Bell, as técnicas são decididas através das questões: "o que preciso de saber e porquê?; qual a melhor maneira de recolher dados?; quando dispuser desta informação o que farei com ela?" (Bell, 2002, p. 85). Desta forma, "há que decidir quais os métodos que melhor servem determinados fins e, depois, conceber os instrumentos de recolha de informação mais apropriados para o fazer" (idem, p. 86).

Alguns autores (Cohen & Manion, 2001; Carmo & Ferreira, 2008; *cit in* Dias, 2011; Aires, 2011) referem que na investigação qualitativa os dados utilizados para a análise resultam principalmente de três instrumentos de pesquisa: a observação participante, o inquérito e a análise documental. Estes instrumentos permitem a recolha diversificada do máximo de dados possíveis. Devido à natureza do estudo assume-se que o inquérito é efetuado através da concretização do questionário ou entrevista e a observação participante é registada através das notas de campo e fotografias.

Neste sentido, no presente estudo foram utilizadas diversas técnicas de recolha de dados, nomeadamente: (a) *técnicas diretas* – observação participante, entrevistas, questionários, gravação de vídeos com imagem e áudio; (b) *técnicas indiretas* – análise

dos documentos produzidos (fichas de matemáticas construídas, fichas de matemática resolvidas, diversos *feedbacks* efetuados, entre outros). O material explicitado foi recolhido no espaço da sala de aula com os participantes e nas sessões de trabalho fora da sala de aula, onde se analisaram os dados e se refletiu sobre o processo do estudo.

Em baixo, explicitam-se as características de cada técnica utilizada ao longo da investigação:

Observação-participante

Em primeiro lugar, na realização desta investigação foi utilizada a técnica de observação participante. Aries (2011) afirma que, nesta técnica, o moderador tem uma ação participativa de carácter intermédio, pois tem necessidade de "gerir" o trabalho em grupo e guiar os alunos nas várias fases do processo de avaliação formativa, isto é o observador influencia o contexto de prática. Tal como expressa Adler (1994) "a observação qualitativa é fundamentalmente naturalista; pratica-se no contexto da ocorrência, entre os actores que participam naturalmente na interacção e segue o processo normal da vida quotidiana" *(cit in* Aries, 2011, p. 25).

A participação do investigador no momento de observação despoleta uma interação entre o observador e o observado, em que o objetivo é reunir um conjunto amplo e diversificado de dados, que um observador externo não poderia ter acesso. Contudo, é necessário que o investigador tenha a consciência de que "poderá participar, de algum modo, na actividade do observado, mas sem deixar de representar o seu papel de observador e, consequentemente, sem perder o respectivo estatuto" (Estrela, 1994 *cit in* Dias, 2011, p. 65).

Segundo a mesma autora, a observação participada orienta-se "para a observação de fenómenos, tarefas ou situações específicas, nas quais o observado se encontra centrado" (id, p. 66). A maioria dos dados recolhidos com esta técnica inclui transcrições, notas de campo resultantes de observações de aula e com os significados atribuídos pelos atores às situações, fotografias, vídeos e pensamentos que sejam atribuídos a ações dos intervenientes (Sousa, 2003).

Tal como Máximo-Esteves (2008, *cit in* Dias, 2011, p. 66) expressa, a observação participante possibilita "o conhecimento directo dos fenómenos tal qual eles

acontecem num determinado contexto e ajuda a compreender os contextos, as pessoas que neles se movimentam e as suas interacções". Desta forma, procurou-se uma observação que permitisse "praticar um dos aspectos essenciais da avaliação, ou seja, observar os alunos em situação de aprendizagem e de rendimento e, daí, tirar informações, tendo em vista uma adaptação das estratégias de ensino" (Alves, 2004, ibidem).

No entanto, Colás (1998, *cit in* Aries, 2011, p. 27) explica que existem inconvenientes nesta técnica, como *e.g.*, "o perigo da subjectividade proveniente da projecção de sentimentos ou pré-juizos do investigador, a incidência do comportamento do investigador na dinâmica do grupo e a perda de capacidade crítica face a uma possível identificação com o grupo". Para além disso, torna-se complicado para o observador interagir e, simultaneamente, registar o que visualiza e infere. É um processo complicado que necessita de treino para se tornar eficiente.

Questionário

Outra técnica utilizada foi o questionário. Um dos objetivos desta é a obtenção de informação essencial de um modo relativamente extensivo. Aries (2011) explica que a utilização de questionários permite analisar um fenómeno social que se está a investigar através de informações relativas aos indivíduos de uma determinada amostra de população. Para Afonso (2005), o questionário tem outro propósito que é a conversão da informação obtida em dados pré-formatados que permitem centrar-se em três áreas distintas: na recolha de dados acerca do que o respondente sabe, para o que o respondente prefere ou quer e, por fim, para o que o respondente pensa ou crê.

Especificamente, o tipo de inquéritos realizados tem o intuito de se conhecer o que é que os alunos pensam sobre o trabalho desenvolvido e porquê. Como explica Ghiglione e Matalon (2001, *cit in* Dias, 2011, p. 63) "o recurso ao inquérito faz-se (…) quando há a necessidade de compreender as atitudes, as opiniões, as preferências, as representações, etc., que só são acessíveis de uma forma prática pela linguagem, e que raramente se exprimem de forma espontânea". No que diz respeito ao conteúdo dos inquéritos o autor expressa que existem duas categorias de questões: aquelas que se

focam nos factos e as que se debruçam sobre opiniões, preferências e atitudes. Com efeito, "as questões podem ser:

i. *Abertas* - o inquirido responde como quer, utilizando o seu próprio vocabulário, fornecendo os pormenores e fazendo comentários que considera certos;

ii. *Fechadas* - onde se apresenta ao inquirido, depois de se lhe ter colocada uma questão, uma lista preestabelecida de respostas possíveis de entre as quais lhe pedimos que indique a que melhor corresponde à que deseja dar" (Dias, 2011, p.63).

De acordo com Bell (2002), as questões contempladas no questionário devem ser claras, com um vocabulário percetível ao contexto dos alunos, de aspeto visual diverso para quebrar monotonia na leitura e com a previsão das várias respostas possíveis. Estas questões não podem ter: ambiguidade, imprecisão e suposição, questões duplas, questões capiosas (que induzem a resposta), questões que pressupõem algo; questões há base de memória; questões hipotéticas, questões ofensivas e que abordem assuntos delicados.

Para além disso, as questões devem estar organizadas consoante o grau de abertura/intromissão de resposta, sendo que as primeiras a serem respondidas devem ser as mais abertas/incómodas e as mais fáceis para o fim. No entanto, deve-se reservar um espaço no fim do questionário para que os inquiridos possam expressar-se livremente. O autor defende que o questionário deve ser construído tendo em conta a técnica de "enviesamento por consentimento", isto é, colocar questões de resposta positiva e negativa de forma alternada para suscitar o pensamento reflexivo do indivíduo, bem como a técnica de "efeito halo", isto é, deixar as apreciações globais para o fim de cada tópico de questões.

Os questionários utilizados (anexo 2) são, então, de carácter semiaberto, isto é, o questionário possui questões de resposta fechada e imediata e outras de resposta aberta e reflexiva. No entanto, mesmo as respostas consideradas fechadas solicitam uma explicação breve sobre o porquê, para que seja percetível o raciocínio dos elementos do grupo. Estes questionários foram respondidos pelos grupos após terem realizado cada

tópico. Assim sendo, o investigador podia estar atento a observar no momento em que os alunos argumentavam os seus pontos de vista sobre o que responder e porquê.

A maior dificuldade sentida pelos alunos na realização dos questionários foi a falta de tempo para responder a todas as questões, porque, a maior parte das vezes, cada elemento do grupo tinha a sua ideia do que responder e, nem sempre coincidia com a dos seus colegas. Isto significa que os alunos ocupavam tempo a ouvirem-se e a chegarem a um consenso sobre o que escrever.

Entrevista

A entrevista foi outra técnica utilizada neste projeto. Esta foi efetuada especialmente aos pequenos grupos de trabalho pré-determinados para a realização desta investigação. Com base em Aries (2011), as entrevistas realizadas foram do tipo semidiretivas, pois possuía um guião de questões estruturadas antecipadamente, com um nível de respostas de carácter aberto, realizadas de forma informal (o que significa que a conversa vai fluindo entre o entrevistador e o grupo entrevistado, podendo haver necessidade de realizar questões que não estejam presentes no guião).

Segundo Bogdan & Biklen (*cit in* Dias, 2011, p. 64), a entrevista consiste "numa conversa intencional, geralmente entre duas pessoas, com o objectivo de obter informações sobre a outra (…) e é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo". Por outras palavras, o propósito da entrevista "consiste na recolha e aprofundamento de informação sobre acontecimentos, dinâmicas, conceções detectadas, ou não, durante a observação" (Aries, 2011, p. 28). Efetivamente, "a entrevista nasce da necessidade que o investigador tem de conhecer o sentido que os sujeitos dão aos seus atos e o acesso a esse conhecimento profundo e complexo é proporcionado pelos discursos enunciados pelos sujeitos ao longo da mesma" (idem, p. 29).

> Ghiglione & Matalon (2001, *cit in* Dias, 2011) distinguem três tipos de entrevista:

i. *Não diretivas ou livres* - têm um carácter ambíguo e alargado e permitem que o entrevistado desenvolva o seu próprio pensamento acerca de um tema muito geral;

ii. *Semidirectivas* - possuem um esquema pré-elaborado de entrevista que inclui os tópicos/perguntas a abordarem, sendo por isso menos ambíguas que as primeiras;

iii. *Diretivas* - com uma estrutura semelhante ao questionário, não possuem ambiguidade;

Para esta investigação o tipo de entrevista utilizada é semidirectiva, dado que o propósito do investigador era que os entrevistados respondessem "de forma exaustiva, pelas suas próprias palavras e com o seu próprio quadro de referência, a uma questão geral (um tema)" (Ghiglione & Matalon, 2001, *cit in* Dias, 2011, p. 64). Esta técnica é fundamental para adquirir informação específica sobre alguns acontecimentos, situações vividas, pensamentos decorrentes da investigação, sendo por isso uma técnica adequada. A partir das entrevistas consegue-se obter informação que não é possível através da observação e do questionário, pois, na primeira, o investigador emite juízos de valor sobre o que observa, na segunda, o tipo de questões são de carácter mais abrangente e de opinião.

Relativamente ao papel do entrevistador, este deve ser flexível, objetivo, persuasivo, bom ouvinte e criar empatia com o grupo. Com efeito, o entrevistador deve conseguir ter uma cumplicidade com um ou mais elementos do grupo, deve incitar a participação de todos os elementos e obter respostas deles para assegurar a validez do subtópicoem discussão e, por fim, deve gerir as dinâmicas do grupo (Fontana e Frey, 1994; Merton, 1956 *cit in* Aries, 2011).

Nas entrevistas efetuadas, os entrevistados têm a oportunidade de dizer o que pensam sobre o trabalho realizado e, também, o que sabem. Segundo Máximo-Esteves (2008, *cit in* Dias, 2011, p. 64), este tipo de entrevista reúne "um conjunto de atributos que permitem utilizá-la como o instrumento metodológico mais adequado para dar expressão à voz das crianças". As vantagens são essencialmente o grau de profundidade dos elementos recolhidos, o esclarecimento de dúvidas e pensamentos e o conhecimento

mais viável das interpretações dos interlocutores, respeitando os seus próprios quadros de referência (Quivy e Campenhoudt, 2008, idem).

Com as entrevistas, a informação recolhida foi, no geral, descritiva e explicativa sobre as dificuldades sentidas, as facilidades, as emoções despoletadas por trabalhar em grupo, as aprendizagens realizadas, as alterações que podiam ser feitas para que as experiências corressem melhor, entre outros aspetos. As entrevistas foram realizadas aos seis grupos, após o primeiro subtópico matemático e, também, aos mesmos indivíduos, no fim da investigação. No entanto, por vezes foram realizadas conversas informais com os outros participantes que, simultaneamente, serviram para recolher dados sobre os mesmos subtópicos dos da entrevista.

Análise documental

Por fim, outra técnica usada foi a análise documental. Esta técnica é efetuada através de registos de conversas informais, fotografias, vídeos, fichas de trabalho, entre outros. Para a seleção do documento necessário é preciso efetuar uma análise documental.

Bell refere que "a análise documental de ficheiros e registos educacionais pode revelar-se uma fonte de dados extremamente importante" (Johnsons, 1984 cit in Bell, 2002, p. 90). Efetivamente, os documentos podem ser fontes escritas, sendo desta forma documentos oficiais ou não oficiais, ou podem ser fontes não escritas, como são os casos de fotografias, vídeos, gravações, áudio, entre outros. A autora afirma que a análise destes documentos deve estar categorizada segundo os critérios de: fontes primárias – se a análise é realizada integralmente de acordo com o documento original; e fonte secundária – se a análise é efetuada a partir de documentos não originais, ou seja, a análise secundária pode ser realizada a partir de uma fonte primária ou de documentos alterados. No caso do projeto de investigação verifica-se que ocorreu apenas o primeiro tipo de análise, fontes primárias.

Para além disso, Bell (2002) diz que existem dois tipos de documentos os oficiais e pessoais. No que diz respeito aos documentos oficiais, estão contemplados todos os documentos que proporcionam informação sobre as organizações, o poder das

instituições educativas, forma de comunicação com os diferentes atores da comunidade educativa, atas de reuniões, projetos educativos de estabelecimento, projeto curricular de turma, brochuras, entre outros. Relativamente aos documentos pessoais, estes englobam os documentos que são construídos para a realização do projeto de investigação e que o principal intuito é analisar o seu conteúdo, tais como: fichas de trabalho, inquéritos, entrevistas, entre outros. Nesta investigação foram utilizados maioritariamente documentos pessoais.

A técnica de análise documental foi fundamental para a recolha de dados e, posteriormente, para o seu tratamento, pois possibilitou organizar os conteúdos das produções dos alunos em categoriais estudadas e apoiadas pelo enquadramento teórico. Todas as semanas, quando se realizou um subtópico matemático diferente obteve-se fichas de trabalho que contemplavam as tarefas matemáticas que os alunos elaboraram ou selecionaram, bem como a sua resolução, produção de *feedback* e reformulação. Cada grupo de trabalho concretizou as etapas descritas para os cinco subtópicos estabelecidos, o que perfaz um conjunto de grande informação que necessita de ser analisada, organizada e interpretada. Sem o instrumento de análise de conteúdo era complicado transformar os dados recolhidos em informação com inferências, princípios e conceitos necessários para a merecida análise.

Técnicas de análise e tratamento de dados

A técnica de análise e tratamento de dados utilizada na investigação é a análise de conteúdos. Segundo Bardin (2009, p. 42), "*a análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise de comunicação, visando obter através de procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição e conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou qualitativos) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/receção destas mensagens*".

No âmbito da educação, a análise de conteúdo é um instrumento imprescindível, pois representa:

> "um conjunto de técnicas de exploração de documentos que procura identificar os principais conceitos ou os principais temas abordados em um

> determinado texto. Ela começa, geralmente, por uma *leitura flutuante* por meio da qual o pesquisador, num trabalho gradual de apropriação do texto, estabelece várias idas e vindas entre o documento analisado e as suas próprias anotações, até que comecem a emergir os contornos de suas primeiras unidades de registro. (…) O objetivo de toda a análise de conteúdo é o de *assinalar e classificar de maneira exaustiva e objetiva todas as unidades de registro existentes no texto"* (Oliveira *et al.*, s.d., p. 6).

Segundo Bardin (2009), o objetivo final da análise de conteúdo é categorizar a informação para que existam indicadores úteis aos objetivos da pesquisa, pois tudo o que é dito ou escrito pode ser submetido a uma análise de conteúdo. Assim, o investigador consegue interpretar os resultados obtidos, relacionando-os com o contexto de produção do documento e os objetivos do autor que o elaborou.

Para se efetuar a análise de conteúdo, Oliveira *et al.* (s.d.) mencionam algumas etapas essenciais:

i. Organização do material de trabalho;
ii. Definição das unidades de registo;
iii. Definição e delimitação do tema;
iv. Definição de categorias.

Ainda referente à análise de conteúdo, Bardin (2009) define algumas variantes para a técnica apresentada, nomeadamente: *extensiva* - analisa uma grande quantidade de informação consoante a frequência do aparecimento de certas características de conteúdo e a correlação entre essas ocorrências; e a *intensiva* - que analisa um pequeno número de informação de forma complexa e pormenorizada, identificando a presença/ausência de uma característica de análise do modo como os elementos do discurso estão articulados entre si. Nesta investigação é efetuada uma análise de conteúdo intensiva, uma vez que a análise da informação é realizada de forma pormenorizada e complexa. Isto permitirá reconhecer, no final da investigação, se o processo de avaliação elaborado potencializa o desenvolvimento dos processos de resolução.

Para além disso, de acordo com a mesma autora, na técnica de análise de conteúdo existem outras variantes, nomeadamente:

- Análise temática - que tenta revelar as representações sociais ou os juízos a partir da análise de certos elementos constitutivos do discurso, podendo ser: *análise categorial ou análise da avaliação.*

- Análise formal - é relativa à forma e encadeamento do discurso, podendo ser: *análise de expressão ou análise de enunciação.*

- Análise estrutural – foca-se na maneira como os elementos da mensagem estão dispostos, tentando revelar aspetos subjacentes e implícitos da mensagem, podendo ser: *análise de co-ocorrência* e *análise estrutural.*

Após a identificação destas variantes das categorias, para Bardin (2009), é necessário construir um conjunto de regras de codificação para tratar os dados e analisá-los sempre segundo as mesmas características, bem como se deve relacionar as categorias com os objetivos da investigação. A partir deste ponto, efetua-se uma exploração do material consoante o processo de codificação estabelecido, obtendo alguns resultados que necessitam de ser interpretados. Através deste processo de análise da informação são estabelecidas as conclusões da investigação realizada.

Uma desvantagem apontada para a análise de conteúdo é ser "subjetiva e até mesmo impressionista, pois desde o início repousa sobre a atividade interpretativa e a «codificação intuitiva» do pesquisador" (Oliveira *et al.*, s.d, p. 17). No entanto, contrariamente ao apresentado, os mesmos autores defendem que este instrumento valoriza-se e justifica-se "pela vontade de se compreender o sentido pleno do discurso, inclusive o de assinalar os seus conteúdos latentes" (idem).

Resumindo, a análise de conteúdo é a técnica de tratamento de dados mais indicada para se efetuar nesta investigação, dada a natureza e o tipo de informação recolhida. A variante utilizada é a análise categorial. Após a sucessão de diversas análises realizadas com olhares diferentes, conceberam-se dois quadros de indicadores que orientaram e delimitaram a análise dos dados:

a) referentes aos processos matemáticos

- Tipo de representação utilizada: simbólica, icónica e/ou ativa.
- Tipo de estratégia desenvolvida: uso de factos conhecidos, realização de cálculos ou tentativa-erro.
- Tipo de dificuldades que podem existir: referentes à base do raciocínio, à execução das estratégias desenvolvidas e/ou ao reconhecimento do resultado.

b) e sobre os *feedbacks*

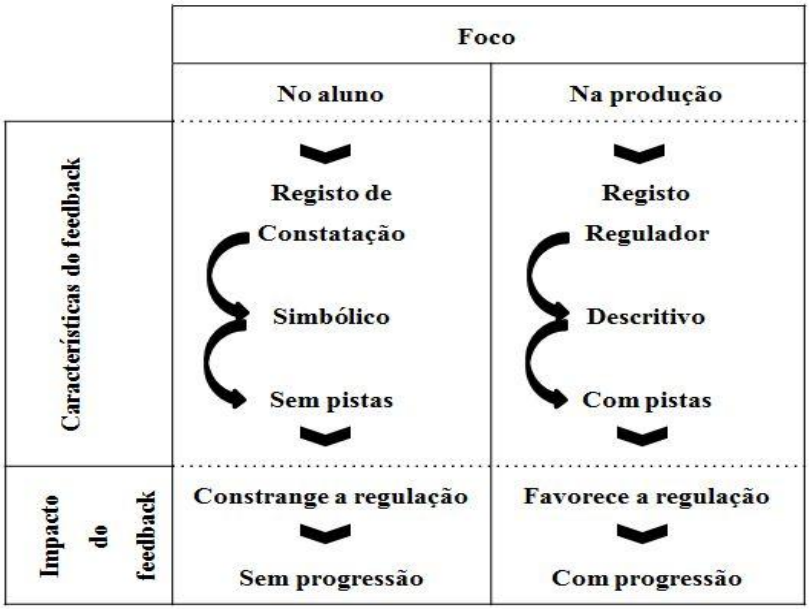


Fig. 10 – Quadro de indicadores de análise do *feedback*

Como se pode entender, as categorias de análise apresentadas na fig. 7 são: o foco, as características e o impacto do *feedback.* A análise dos registos escritos ou orais inicia-se com a identificação do foco do *feedback,* sendo que este pode ser centrado no aluno ou na produção[13]. Seguidamente, é necessário analisar as características do *feedback.* Se o foco do *feedback* é no aluno, o comentário avaliativo dado é de constatação, sem referência a pistas para progredir podendo ser apresentado com palavras ou símbolos[14]. No *feedback* deste tipo verifica-se se existe um constrangimento na regulação. Em contrapartida, se o *feedback* é centrado na produção, o registo dado é

[13] Quando se refere centrado na produção, está-se a incluir o nível de desempenho do aluno na tarefa, do processo de compreensão e na regulação. Estes aspetos foram discutidos no capítulo I, secção "Feedback".
[14] Discutido no capítulo I, secção "Feedback", conceito: feedback avaliativo.

regulador, descritivo e com pistas orientadoras[15]. Neste tipo de *feedback* descritivo espera-se que ocorra um melhoramento no desempenho do aluno na tarefa, ou seja, que exista regulação. Em ambas as avaliações confirma-se se houve alteração das resoluções originais. É importante salientar que estas categorias foram sendo construídas ao longo do processo consoante o sentido que se atribui aos dados.

Após a delimitação das categorias e indicadores de análise é suposto conseguir-se, a partir dos instrumentos de recolha de dados utilizadas e a técnica de análise de conteúdo, reunir diversas informações complexas que tentará perceber qual a influência do processo de avaliação elaborado na aprendizagem matemática, mais propriamente nos processos de resolução e conteúdos matemáticos, e na avaliação reguladora com a ação do *feedback.*

Tarefas apresentadas pela investigadora

Como já foi referido anteriormente, o processo de avaliação renovado compreende, na *fase 1*, a apresentação de tarefas propostas pela investigadora de acordo com o subtópico matemático estipulado. No decorrer do estudo, a investigadora apresentou diversas tarefas que considerou adequadas aos subtópicos matemáticos determinados, aos alunos participantes e suas dificuldades e necessidades. Para as elaborar, a investigadora recorreu a materiais didáticos de apoio para os professores, como brochuras, investigações matemáticas, manuais, entre outros, dos quais pôde eleger algumas tarefas e transformá-las, adequando-as ao contexto e realidade dos alunos participantes.

As tarefas apresentadas de seguida (anexo 5) foram selecionadas pelos alunos na fase de construção das fichas matemáticas dos subtópicos "Dinheiro", "Combinações" e "Sequências e padrões".

I. Tarefas propostas sobre o subtópico "Dinheiro"

[15] Discutido no capítulo I, secção "Feedback", conceito: feedback descritivo.

Nas tarefas do subtópico "Dinheiro", os alunos necessitam de envolver a capacidade de compreensão, interpretação e aplicação de estratégias de resolução e análise de resultados do problema. Os objetivos específicos contemplados na resolução destes problemas são "conhecer e relacionar as moedas e notas do euro e realizar contagens de dinheiro; representar valores monetários; realizar estimativas; resolver problemas envolvendo dinheiro" (Ponte *et al.*, 2007, p. 24). Para a realização destas tarefas, os alunos puderam utilizar material não estruturado para auxiliar as resoluções, como foi o caso de revistas de publicidade, exemplares de notas e moedas falsas e calculadora. De seguida, examinaremos as características de algumas tarefas propostas:

A tarefa "Euro!" (anexo 6 - tarefa 1) consiste na identificação das diversas formas de adição por decomposição das moedas do euro, como por exemplo uma moeda de 2€ pode ser decomposta em 1€+1€ ou 1€+0,50€+0,50€, entre outros. Para realizar esta tarefa, os alunos utilizaram exemplares de moedas, de forma a realizarem uma contagem progressiva com auxílio de um suporte físico ainda pouco dominado.

"Vamos às compras" (anexo 6 – tarefa 2) é uma tarefa em que os alunos possuem certas quantias na carteira, por exemplo 5,99€, e podem utilizar esse dinheiro para comprar produtos que estão nas revistas de publicidade, indicando qual é o produto e o seu valor. Posteriormente, os alunos somam os valores dos artigos apresentados na lista e realizam os cálculos para saberem quanto dinheiro recebem de troco. Caso os alunos indiquem três produtos com os preços: 1,99€, 1,49€ e 0,75€ por exemplo, o total é de 4,23€; então o troco seria 1,76€.

A tarefa "Jogo do Dinheiro" (anexo 6 – tarefa 3) é um exercício em que os alunos aplicam os seus conhecimentos sobre contagem e junção de moedas e notas para alcançar uma quantia. Estas quantias são escritas pelos alunos que selecionam a tarefa, enquanto os colegas que resolvem o exercício têm de alcançá-la com a utilização dos exemplares de moedas e notas. Por exemplo, para a quantia 156€ a solução pode ser: 50€ + 50€ + 50€ + 5€ + 1€.

Na tarefa "Comprar material escolar" (anexo 6 - tarefa 4), é importante referir que é um problema complexo e que requer processos matemáticos competentes que conduzam os alunos a uma forma eficaz de raciocinar. Nesta tarefa, os alunos têm

indicações relativas a três dados que estão expressos no enunciado e na ilustração complementar, necessitando de as compreender para descobrir quais são os cálculos essenciais para responder à questão. Respondendo à alínea 1 da tarefa, pode-se pensar: ignorando a casa das unidades, o valor do caderno necessita de ser 0,25€ porque na compra de um caderno obtém-se 0,75€ de troco e na compra de dois cadernos o troco é de 0,50€; com este pensamento pode-se descobrir a resposta por tentativa e erro:

Se o caderno custa 0,25€: o Rui paga 3€ e a Eva 2€ → impossível
Se o caderno custa 0,75€: o Rui paga 3,5€ e a Eva 3€ → impossível
Se o caderno custa 1,25€: o Rui paga 4€ e a Eva 4€ → Possível

II. Tarefas propostas sobre o subtópico "Combinações"

Para o subtópico "Combinações", as tarefas apresentadas tentam desenvolver as competências multiplicativas, aditivas e combinatórias. Os objetivos específicos destas tarefas são: "compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; estimar somas, diferenças e produtos; adicionar, subtrair e multiplicar utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito; resolver problemas envolvendo adições, subtrações, multiplicações e divisões; elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades em sequências e em tabelas de números" (Ponte *et al.*, 2007, p. 17). As representações utilizadas nestas tarefas são fulcrais para compreender os raciocínios desenvolvidos pelos alunos, que em grupo, discutem e argumentam as estratégias que irão usar, qual a melhor forma e porquê. De seguida, examinaremos as características de algumas tarefas referentes às fichas do correspondente tópico:

"Máscaras de Carnaval" (anexo 6 - tarefa 5) é uma tarefa que desenvolve o sentido aditivo, subtrativo, multiplicativo e combinatório, pois consiste no cálculo e combinação de cinco números, de 1 a 9, que no total necessitam de perfazer 40 unidades. O objetivo da tarefa é encontrar cinco combinações possíveis para esta condição. A estratégia de resolução utilizada pode ser a de tentativa e erro ou então pode ser por aproximação do valor necessário: 9 x4 = 36, 36 + 4 = 40, por exemplo.

A tarefa "Setas no alvo" (anexo 6 - tarefa 6) tem por base o cálculo das três únicas possibilidades combinatórias que são necessárias para resolver o problema,

segundo as condições apresentadas. O raciocínio desenvolvido para solucionar a tarefa pode ser: 20 < 25, para isso o Pedro tem de acertar as setas no 20 e no 5; 25 < 30, para isso as setas tem de acertar no 20 e 10; 30 < 35, mas é impossível acertar em 35 pois é necessário lançar três setas o que é contra as regras; 35 < 40, para isso é preciso acertar com a seta no 10 e no 20.

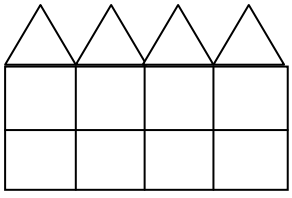
III. Tarefas propostas sobre o subtópico "Sequências e Padrões"

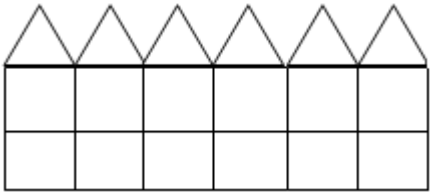
No subtópico "Sequências e Padrões", os alunos desenvolvem competências relacionadas com as regularidades de uma sequência ou padrão parcialmente escondidas/reveladas. Os objetivos específicos são: "elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades em sequências e em tabelas de números; investigar regularidades numéricas; resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional" (Ponte *et al*, 2007, p. 17 - 18).

A tarefa "Pulseira" (anexo 6 - tarefa 7) consiste na continuação de uma sequência relativamente fácil, pois não omite nenhum termo da sequência inicial. A solução é bola, retângulo, bola.

Para a tarefa "Mesa de Jantar" (anexo 6 - tarefa 8), o padrão numérico indica que para uma mesa, podem-se sentar quatro pessoas; para duas mesas, sentam-se seis pessoas. O objetivo é identificar o número de pessoas que se sentam em três mesas juntas. O raciocínio para resolver esta tarefa pode depender de uma representação icónica, como um desenho ou uma tabela. A estratégia mais eficaz é somar 4 pessoas para cada número de mesas, nº de mesas+4=nº de pessoas.

Por último, no que diz respeito à tarefa "Descobre o padrão 3" (anexo 6 - tarefa 9), esta consiste em identificar e representar algumas figuras e as suas características em diversas posições do padrão, segundo a apresentação inicial de um padrão. Especificamente, o problema desenvolve o raciocínio da quantidade de dobro-metade, pois para um triângulo existem dois quadrados; para dois triângulos existem quatro quadrados. As respostas às alíneas da tarefa apresentada são:

1- 

2- 

3- Uma figura com dez quadrados têm cinco triângulos.

Para além destas tarefas propostas aos alunos, a investigadora apresentou outras tarefas que foram menos selecionadas pelos alunos, havendo algumas que nunca foram selecionadas. Apesar de não estarem detalhadamente mencionadas, estas tarefas estão disponíveis para consulta nos anexos (anexo 7: Lista das restantes tarefas propostas pela investigadora; e anexo 8: Enunciados das restantes tarefas propostas pela investigadora pouco selecionados pelos alunos).

Capítulo V – Apresentação, análise e discussão dos dados

Este capítulo inclui a apresentação, tratamento e análise dos dados recolhidos durante a investigação no terreno. Para além disso, apresenta também uma síntese relativa aos *feedbacks* e aos processos matemáticos. Com a apresentação, análise e discussão dos dados espera-se encontrar resposta ao objetivo do estudo que, acima de tudo, é compreender quais os contributos da coavaliação entre pares, através do *feedback*, no desenvolvimento dos processos matemáticos.

Para realizar-se a análise dos dados, teve-se em conta quatro aspetos diferentes: a elaboração/seleção de tarefas matemáticas; os processos matemáticos revelados nas resoluções das tarefas; as características do *feedback* efetuado pelos alunos e o seu impacto na reformulação das respostas. Assim sendo, a organização destes dados apresenta-se da seguinte forma: a) Na secção *Construção das fichas*, concretiza-se a análise de algumas tarefas elaboradas pelos alunos. Dentro desta existem as subsecções: *Tarefas construídas pelos alunos* que corresponde à análise das tarefas construídas pelos alunos e *Tarefas selecionadas pelos alunos* que compreende a análise das tarefas mais selecionadas pelos alunos. Posteriormente, b) na secção *Processos de resolução, Feedback e Regulação das aprendizagens* realizam-se as análises detalhadas às resoluções das tarefas, às características do *feedback* e às suas consequências na regulação. Dentro desta existem as subsecções: *Características e impactos dos feedbacks providenciados pelos alunos* e *Processos matemáticos usados pelos alunos*, sendo que apresenta-se, em cada, uma síntese dos principais aspetos evidenciados na análise. No primeiro caso é relativo aos *feedbacks* e no segundo é referente aos processos matemáticos.

Construção das fichas: elaboração e seleção das tarefas matemáticas

Numa primeira etapa da investigação realizada nas aulas foi proposta a elaboração de tarefas pelos alunos decorrentes de um subtópico matemático específico (fase 1): 1º - Tabuada e múltiplos do cinco e 2º - Figuras e Sólidos Geométricos. Posto isto, a estrutura, o grau de dificuldade, a correção científica e o objetivo são os elementos segundo os quais as tarefas serão analisadas. De seguida, apresenta-se a análise de duas tarefas corretas/adequadas e duas tarefas incorretas/inadequadas de ambos os tópicos.

Tarefas construídas pelos alunos

No decorrer da investigação recolheram-se diversas tarefas elaboradas pelos alunos, o que significa que existe uma grande quantidade de dados. Todas estas tarefas foram analisadas, embora se tenham selecionado apenas duas tarefas apropriadas e outras duas inadequadas de cada subtópico matemático para incluir neste relatório.

I. Tarefas construídas pelos alunos sobre o subtópico "Tabuada e múltiplos do cinco"

A figura seguinte mostra a tarefa 1 e 2 elaborada pelo G1:

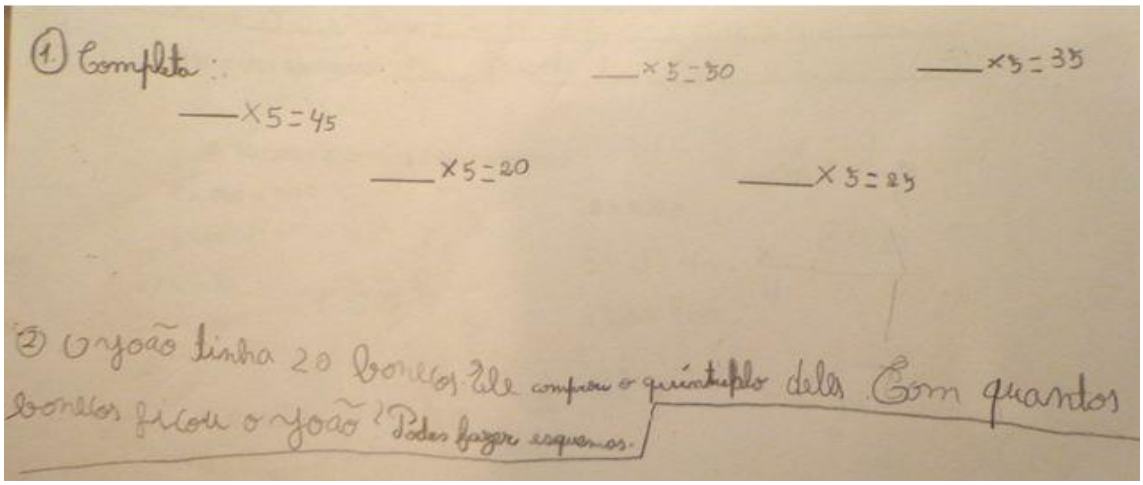


Fig. 11 –Tarefas 1 e 2 do G1 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

A análise da tarefa 1 (fig.11) evidencia que se trata de um exercício de verificação de conhecimento de forma rápida, sendo que isto significa que a tarefa possui um grau de estrutura fechado, de nível de dificuldade fácil e sem incorreções matemáticas. Apesar de ser um exercício rápido e fácil, ele foi criado com a omissão do multiplicador variável, informando o leitor apenas do multiplicando constante (5) e do produto, tornando-o assim a tarefa mais complexa que no caso de 5x5=?, em que o objetivo é desvendar o produto. Após uma conversa, os alunos revelaram que "quando os colegas responderem nós sabemos que eles sabem as operações da tabuada do cinco", sendo assim o propósito deste exercício é averiguar se os colegas dominam a tabuada do cinco. Neste sentido, dado que todos os elementos de análise estão apropriados e corretos, conclui-se que estamos perante uma tarefa bem construída cientificamente, o que permitiu a sua inclusão na ficha de trabalho.

Na tarefa 2 (fig.11), o grupo criou um problema de multiplicação, introduzindo conteúdos relativos à tabuada e múltiplos do cinco, como o conceito de "quíntuplo" inserido em dois problemas apresentados na ficha (anexo 9- tarefa 2 e 4). O facto de este termo ser utilizado na tarefa levantou incertezas à investigadora quanto ao seu domínio por parte dos alunos, sendo que, por isso, questionou o grupo sobre o significado de quíntuplo. A resposta foi simples e rápida: D.- "*quíntuplo quer dizer que é quase como a tabuada do cinco, é cinco vezes mais!"*. As restantes alunas também sabiam o significado do termo, porque esta aluna lhes tinha explicado. Assim sendo, o grupo decidiu mobilizar a nova aprendizagem na construção da ficha.

Relativamente às características, a tarefa 2 revela um grau de estrutura semifechado, de dificuldade média e sem incorreções matemáticas. Mais que isso, o fator que dificulta um pouco a resolução por parte do G2 é a compreensão do conceito "quíntuplo". Todavia, a utilização deste termo desconhecido possibilitou a descoberta do seu significado no dicionário. Este problema tem a particularidade de os alunos necessitarem de efetuar o cálculo de multiplicação e adicionar ao produto vinte unidades, pois "*o João tinha 20 bonecos*" antes de comprar o "*quíntuplo deles*".

O grupo que criou estas tarefas revelou ter conhecimento e domínio do termo "quíntuplo", algo que os colegas que resolveram não possuíam, necessitando por isso

mesmo de esclarecimentos e pesquisa no dicionário. O domínio deste conceito é algo imprevisto para alunos desta faixa etária e nível de escolaridade. O facto de um aluno ter o conhecimento deste termo despoletou uma nova aprendizagem para os restantes elementos dos grupos 1 e 2. Para além disso, é de reforçar que o G1 revelou ter conhecimentos corretos sobre a tabuada do cinco e seus múltiplos e, com eles, construiu tarefas adequadas, claras, coerentes e matematicamente corretas, com um propósito estabelecido apropriado aos participantes do estudo. Assim, quando os alunos resolveram estas tarefas, desenvolveram as capacidades de resolução de problemas, comunicação e raciocínio matemático.

A figura em baixo exibe as tarefas 5, 6 e 7 elaborada pelo G2:

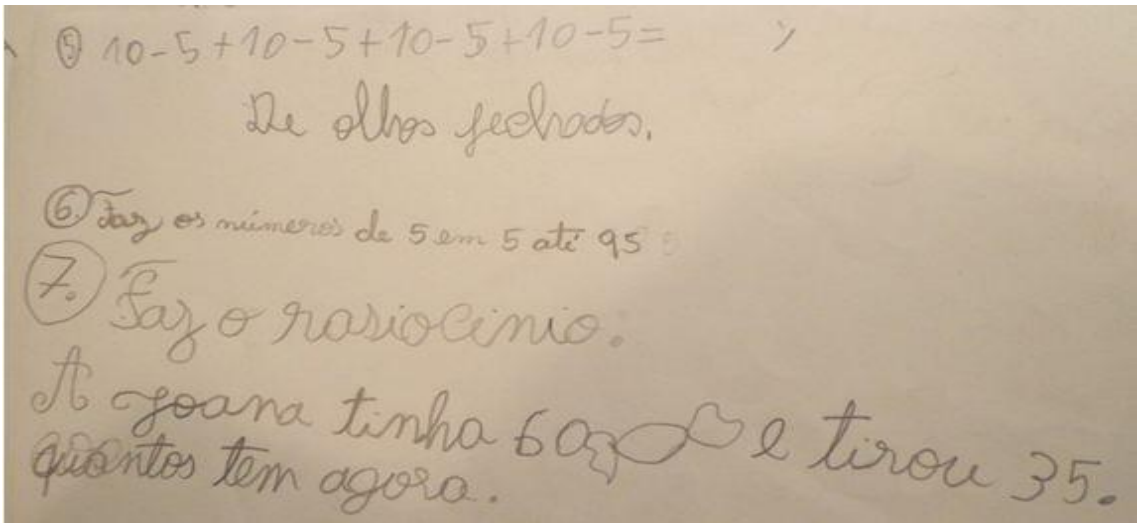


Fig. 12– Tarefas 5, 6 e 7 do G2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

Com a análise da tarefa 5 (fig.12), verifica-se que o grupo construiu uma expressão aditiva com quatro parcelas iguais a 10-5. Esta é uma tarefa de estrutura fechada, com um grau de dificuldade fácil, cujo objetivo é calcular a soma. Nota-se que os alunos não se preocuparam em escrever a indicação do que é para ser realizado mas antes pelo contrário, escreveram apenas "*de olhos fechados*". Em conversa, a professora perguntou qual a razão de não terem escrito a indicação da tarefa *"resolve a operação*" ou outra semelhante, sendo que a resposta do grupo foi a seguinte:

> *"F.- Eu disse que tínhamos de pôr o que era para fazer, como a professora faz e como está no manual, mas o D. não deixou e disse que toda a gente ia perceber que era para resolver. Como foi ele que escreveu essa pergunta, não pôs.*

Prof.- D., porque é que não quiseste fazer como o teu grupo estava a dizer?

D.- Então, isto é tão fácil, até de olhos fechados se percebe o que é para ser feito.

Prof.- Ok, tens razão é fácil de responder porque tu sabes o que é para ser feito, se calhar quem não sabe não percebe que é para resolver o cálculo, principalmente, quando escreveste de olhos fechados. Sem as indicações da tarefa é mais complicado pensar no que é para se responder"(ci1, 7/11/12).

Com esta conversa, não é percetível qual a relação entre os cálculos propostos e a tabuada do cinco e seus múltiplos. Nesse sentido, a professora em conjunto com os alunos, analisaram e corrigiram a tarefa de forma a estar adequada ao subtópico e aos participantes do estudo que vão resolver a tarefa. Para isso, estabeleceu-se a conversa entre o G2 e a investigadora:

"Prof.- Porquê é que pensaram neste cálculo?

D.- Porque 10-5 é 5, e se fizermos sempre mais cinco são os resultados da tabuada do cinco.

Prof.- Então, tu dizes que o resultado da operação vai ser da tabuada do cinco. Isso é verdade?

D.- Eu acho que sim, deixa ver. [Calcula] Isto dá 20 e 20 é da tabuada. É 4x5=20.

Prof.- É verdade sim. Porque é que vocês não tentam que os vossos colegas percebam o mesmo? Podem construir questões sobre o cálculo para que eles consigam perceber que o resultado corresponde à da tabuada do cinco. Depois de pensarem, foram construídas questões sobre o cálculo apresentado: *"Quantas vezes está escrito o número 10?; Quantas vezes está escrito o número 5?; Qual o resultado?; Indica uma descoberta entre a operação 10-5 e o resultado"* (ci2, 7/11/12).

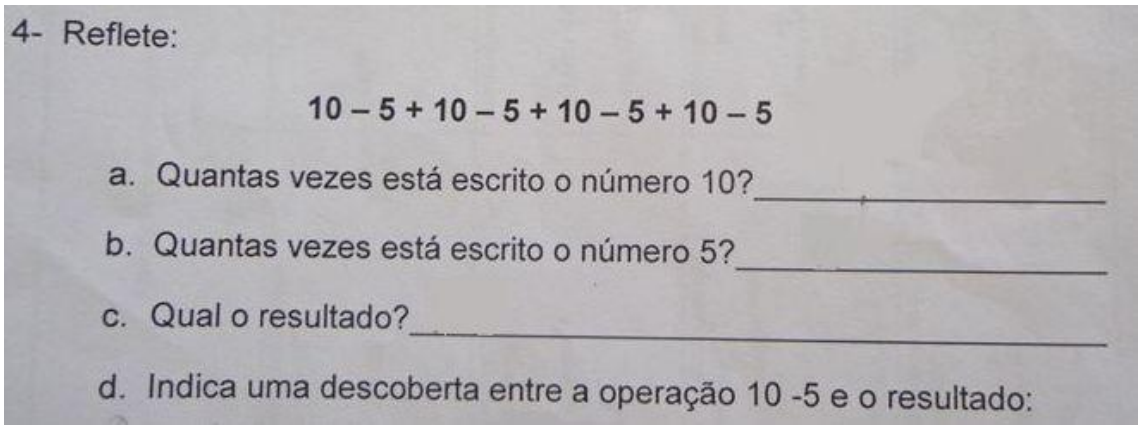


Fig. 13 – Tarefas 5 do G2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

A tarefa 5 (fig.13) passou a ter uma estrutura semifechada, com um grau de dificuldade complexo e com uma correção científica adequada ao subtópicoe aos alunos, cujo objetivo é compreender as regularidades numéricas da multiplicação relacionando-as com a tabuada do cinco.

No que concerne à tarefa 7 (fig.12), o grupo produziu um problema matemático elementar de subtração. Esta tarefa é de estrutura fechada, grau fácil e matematicamente correta, mas inadequada ao tópico, ao grau de dificuldade suposto e ao nível de escolaridade dos alunos. O interesse, a criatividade e a pertinência da tarefa são de nível reduzido, pois são tarefas que os alunos praticam muito ao longo do seu percurso escolar. Com efeito, os alunos utilizaram números que são múltiplos do cinco, mas o cálculo de subtração necessário é adequado a alunos do 1º ou 2º ano.

Resumindo, as tarefas 5 e 7 mostram que os alunos não relacionaram os exercícios e os conteúdos da tabuada e múltiplos do cinco. As tarefas são baseadas em cálculos sobretudo de adição, em que a parcela comum é o número 5 ou seus múltiplos, o que pode ter confundido os alunos.

Recorrendo às notas de campo sobre a ficha construída pelo G2, observa-se que está registado "*na primeira versão da ficha construída verifico que só a primeira tarefa possui cálculos com multiplicações. As restantes envolvem números múltiplos de cinco, mas nunca apresentam cálculos com multiplicação. Refletindo, considero que os alunos já realizaram diversas atividades com multiplicação para se começarem a apropriar deste conceito, porém nesta ficha isso não foi demonstrado"* (nc1, 6/11/12).

Examinando atentamente as produções iniciais, nenhuma alínea consegue estar relacionada com o tópico, nem com a tabuada do cinco e os seus múltiplos, nem com a multiplicação, a não ser que sejam apenas considerados os números usados ou os resultados de cada questão. Por isso mesmo, existiu a necessidade de se alterarem as tarefas apresentadas, como aconteceu com a 5, ou de eliminá-las e não fazerem parte da ficha construída final (anexo 9), como aconteceu com a tarefa 7.

II. *Tarefas construídas pelos alunos sobre o subtópico"Figuras e Sólidos Geométricos"*

A seguinte figura mostra a tarefa 3.1 elaborada pelo G1:

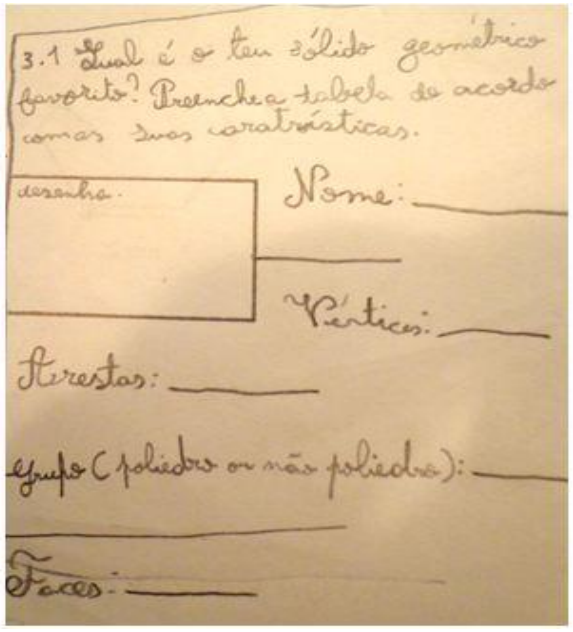


Fig. 14 – Tarefa 3.1 do G1 da ficha figuras e sólidos geométricos

Com a análise da tarefa 3.1 (fig.14) verificamos que esta é constituída por questões fechadas sobre um sólido geométrico escolhido pelos alunos. O grupo que construiu a tarefa conseguiu obter informações sobre um sólido à escolha dos colegas, de forma matematicamente correta. Repare-se que o enunciado da tarefa revela conhecimentos sobre a caracterização de um sólido geométrico. Efetivamente, os

sólidos possuem vértices, arestas e faces, e pertencem ao grupo dos poliedros ou não poliedros.

Posto isto, a investigadora considerou esta tarefa matematicamente correta e adequada aos participantes do estudo e ao subtópico matemático. Neste âmbito, a tarefa 3.1 foi inserida na ficha matemática (anexo 10).

Observe-se a figura em baixo que expõe a tarefa 6 elaborada pelo G5:

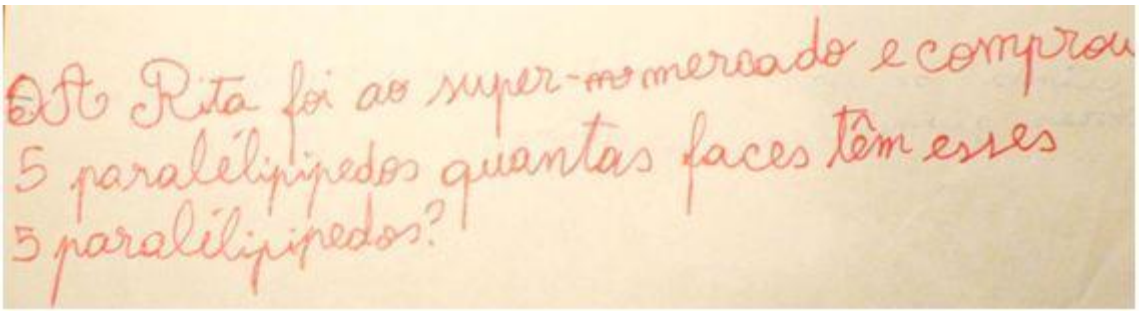


Fig. 15 – Tarefa 6 do G5 da ficha figuras e sólidos geométricos

A tarefa 6 (fig.15) é um problema sobre as características dos sólidos geométricos, mais precisamente sobre o paralelepípedo. Nesta tarefa, os alunos necessitam de possuir conhecimentos sobre os paralelepípedos, nomeadamente saber identificá-los e dizer quantas faces têm. Para além disso, terão de compreender e resolver o problema de modo a efetuar o cálculo 5x6, ou outro semelhante, que indique o número de faces que existem em cinco paralelepípedos. A informação está bem explícita de modo a resolver o exercício.

Este é mais um exemplo de uma tarefa construída pelos alunos que está matematicamente bem construída e adequada ao subtópico matemático e aos participantes do estudo.

Concluindo, as tarefas 3.1 e 6 possuem características que as circunscrevem como matematicamente corretas, com uma estrutura fechada, com um grau de dificuldade fácil e objetivos adequados ao subtópico e ao ano letivo. Os grupos que as

construíram conseguiram desafiar os colegas com atividades adequadas ao subtópico que proporcionam oportunidades para desenvolver as capacidades de resolução de problemas, comunicação e raciocínio matemático. Por estes motivos, estas tarefas conseguiram ser englobadas nas fichas de trabalho (anexo 10).

Ainda para este tópico, observa-se na figura em baixo a tarefa 1 produzida pelo G3:

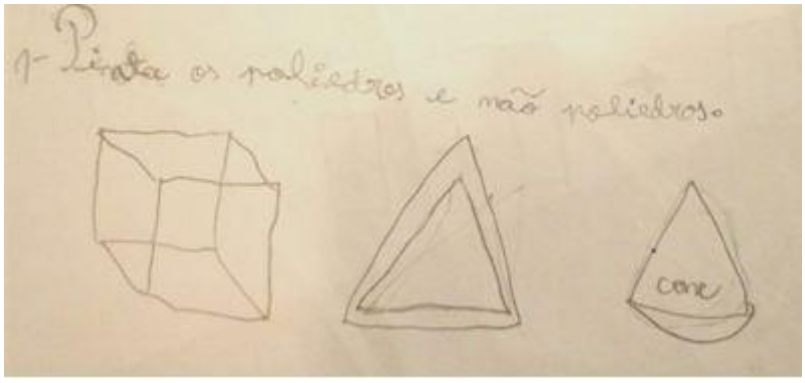


Fig. 16 – Tarefa 1 do G3 da ficha figuras e sólidos geométricos

A tarefa 1 (fig.16) apresenta uma estrutura fechada, com um grau de dificuldade reduzido. A indicação desta tarefa - "*Pinta os poliedros e não poliedros"* - requisita que os alunos pintem os sólidos geométricos que são poliedros e não poliedros. Analisando a construção deste enunciado, compreende-se que os alunos parecem ter dúvidas sobre o conceito de poliedro. Efetivamente, as figuras apresentadas revelam tentativas de apresentação de três sólidos geométricos: cubo, pirâmide e cone, em que os dois primeiros pertencem ao grupo dos poliedros e o último é não poliedro. Apreciando somente as figuras, podemos concluir que os alunos talvez tenham consciência da existência de sólidos geométricos que são poliedros e outros que não o são. No entanto, se os alunos resolverem a tarefa conforme a indicação do enunciado terão, necessariamente, de colorir todas as figuras apresentadas, o que não faz sentido.

Devido a estas características compreende-se que a tarefa 1 construída pelo G3 possui erros matemáticos. Quer isto dizer que esta tarefa não está cientificamente correta para ser resolvida pelos alunos.

Em baixo, apresenta-se outra tarefa construída pelo G3 para ser analisada:

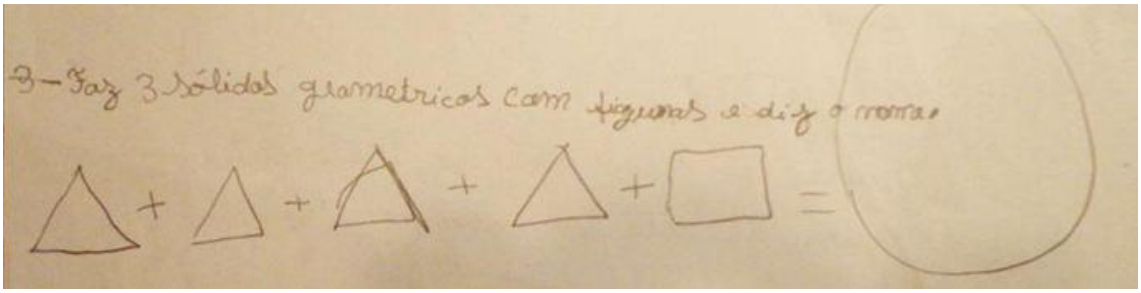


Fig. 17 – Tarefa 3 do G3 da ficha figuras e sólidos geométricos

A tarefa 3 apresentada (fig. 17) possui uma estrutura fechada, com um grau de dificuldade médio. Este exercício tem o propósito de os alunos compreenderem qual é o sólido geométrico que é constituído por quatro faces triangulares e uma face quadrangular. Analisando a tarefa, compreende-se que o seu objetivo é construir uma pirâmide quadrangular, identificá-la e desenhá-la. Contudo, as indicações da tarefa não são claras nem corretas: *"Faz 3 sólidos geométricos com as figuras e diz o seu nome"*.

Efetivamente, os alunos que elaboraram esta tarefa solicitam a construção de três sólidos com as figuras expressas (três triângulos e um quadrado). Todavia, isto simboliza que os alunos não dominam os conteúdos sobre as características dos sólidos geométricos. Na realidade, cada sólido possui características próprias e distintas, o que significa que não há sólidos diferentes compostos com as mesmas faces. Desta forma, é impossível construir três sólidos diferentes que possuam exatamente as mesmas figuras nas faces.

Este é mais um exemplo de uma tarefa construída pelos alunos que necessitou de alterações para ser contemplada na ficha de trabalho (anexo 10), pois a sua construção original possuía incorreções matemáticas.

A análise das tarefas matemáticas criadas pelos alunos apresentadas anteriormente fornece informação rica e válida sobre os conhecimentos e dificuldades dos alunos relativamente aos subtópicos desenvolvidos. Algumas dessas evidências são:

a) Os alunos do G1 dominam o conceito de "quíntuplo"; têm alguma consciência do conceito de sólido geométrico; identificam algumas características dos sólidos;
b) Os alunos do G2 confundem os conceitos: tabuada do cinco e múltiplos de cinco; revelam dificuldades em expressar o que pensam;
c) Os alunos do G3 parecem não diferenciar os sólidos geométricos que são/não são poliedros; mais que isso, não parecem dominar o conceito de sólido geométrico e as suas características;
d) Os alunos do G5 identificam o sólido geométrico paralelepípedo e conhecem as suas características.

Ao longo da fase de construção das tarefas associadas aos subtópicos "tabuada e múltiplos de cinco" e "figuras e sólidos geométricos" pelos alunos, verificou-se que alguns grupos conseguiram elaborar tarefas matemáticas corretas e adequadas, enquanto outros grupos sentiram muitas dificuldades. Assim sendo, as tarefas apropriadas foram apresentadas nas fichas, enquanto somente algumas das tarefas incorretas foram alteradas pelos alunos com a ajuda da professora e expostas nas mesmas.

No entanto, é de salientar um aspeto importante sobre o processo de construção das tarefas: as tarefas elaboradas providenciaram informações essenciais à investigadora/professora sobre os conhecimentos e dificuldades dos alunos. Perante estes dados, a professora pôde planificar atividades para se realizarem na sala de aula, trabalhando, assim, com os alunos as suas dificuldades.

Outro facto importante de realçar neste processo foi a necessidade da intervenção da professora para ajudar os grupos, tanto para esclarecimentos de conteúdos, como para gerir conflitos entre os elementos. Exemplos destes casos são evidenciados nos seguintes excertos das notas de campo:

> "*O grupo1 teve alguns conflitos durante a construção da tarefa, nomeadamente com os dois elementos do grupo com mais dificuldades de aprendizagem. Através de uma conversa estabelecida com o grupo, percebi que um dos elementos não estava a trabalhar, passando muito do tempo da atividade a brincar. Isto irritou as restantes colegas que, devido a isso, decidiram queixar-se. A resposta não foi a pretendida pelas alunas, uma vez que lhes disse que tinham de ser elas a falar com a colega e a fazer com que*

ela percebesse que não estava a agir corretamente…perante isto uma das alunas respondeu: A. -"se estamos a fazer um trabalho ela não pode não fazer, porque não é justo para nós"." (subtópico: "figuras e sólidos geométricos" – *nc2*, 12/11/12).

Na fase 1 da primeira semana, os elementos do G2 tiveram um desentendimento, como se observa na nc2. Contudo, depois desta conversa o grupo não voltou a precisar da ajuda do adulto para resolver conflitos que tenham existido. Aliás, as próprias alunas esqueceram-se desse desentendimento no momento de responder ao questionário, pois na análise deste documento escreveram que não tinha surgido nenhuma complicação no grupo durante a concretização da atividade.

"*O grupo2 teve alguns conflitos sociais. As personalidades marcantes dos elementos do grupo possibilitaram desentendimentos no modo de trabalhar. Com efeito, um dos elementos do grupo monopolizou a atividade, em todas as fases, e tentou sempre ser ele a pensar, responder e escrever, fazendo com que os restantes elementos se chateassem. Devido a isso, dois elementos do grupo mais calmos vieram pedir-me ajuda, pois não conseguiam trabalhar em equipa. (…) Na fase de construção das tarefas alguns elementos do grupo foram individualistas e tentaram elaborar as tarefas sozinhos"* (subtópico: "tabuada e múltiplos do cinco" – *nc3, 5/11/12*).

Também o G2 teve problemas no que diz respeito ao funcionamento do grupo. No entanto, estes problemas mantiveram-se nas duas primeiras semanas. Para a gestão de conflitos foi sempre preciso ajuda da professora.

"O grupo3 não conseguiu construir tarefas referentes ao subtópico "combinações", necessitando de muita orientação e ajuda da minha parte. As tarefas são confusas e incorretas." (subtópico: "figuras e sólidos geométricos" – *nc4, 12/11*/12).

O G3 teve muitas dificuldades em quase todas as fases do processo. A investigadora necessitava de orientá-los e ajudá-los muito.

"*O grupo4 teve bastantes complicações para trabalhar em todas as fases de trabalho. Uma aluna veio até a mim a chorar para se queixar sobre o facto de não estar a conseguir aprender com a ficha. Ela diz que trabalhar*

naquele grupo é complicado porque eles estão sempre a brincar ou a discutir e tem de ser ela a orientar o trabalho do grupo. Eu perguntei - vocês não conversam sobre as tarefas e combinam como vão fazer? Ela respondeu - nós não costumamos falar, eles discutem muito quando não concordam e não conseguem fazer as tarefas e quando pegam na folha, fazem as perguntas e repostas sozinhos" (subtópico: "figuras e sólidos geométricos" – *nc5, 14/11/12).*

Desde a primeira semana do processo, os alunos do G4 demonstraram não saber trabalhar em equipa. Devido a isso, surgiram conflitos de ordem social. No entanto, nas últimas duas semanas os alunos já eram capazes de trabalhar melhor em grupo.

"*O grupo5 consegue ser autónomo nas tarefas, não solicitando muita ajuda na sua construção. O R. tem dificuldades em participar tão ativamente como os restantes elementos, porque tem mais dificuldades de aprendizagem em matemática. Por vezes, pede-me ajuda para falar com os outros elementos e diz – Professora, elas não me deixam pensar e estão sempre a dizer despacha-te, não é assim, está mal, e outras coisas e eu depois fico chateado e já não quero fazer mais nada*". (subtópico: "figuras e sólidos geométricos" – *nc6, 12/11/*12).

Apesar desta situação esporádica, o G5 não revelava muitos problemas quer a nível de compreensão dos conteúdos, quer a nível social.

"*O grupo6 está muitas vezes a conversar e a brincar e, como tal, é preciso estar sempre a ir ter com eles e perguntar o que se passa. Na maior parte das vezes, a distração deve-se a razões sociais porque alguém disse ou fez algo que não era suposto*". (subtópico: figuras e sólidos geométricos" – *nc7, 13/11/*12).

Ao longo de toda a investigação, este grupo teve problemas em concentrar-se, disturbando, frequentemente, outros grupos de trabalho. Sem saber ao certo o motivo destas distrações recorrentes, a investigadora tentou solucionar o problema através de estratégias em que os alunos autoavaliavam e registavam os próprios comportamentos, assim como os comportamentos dos outros.

Como se pode verificar, alguns grupos tiveram dificuldades em trabalhar em grupo, pois é algo que não estavam muito habituados. Como tal, surgiam recorrentemente conflitos e discussões, o que pode ter condicionado a construção de tarefas por parte dos alunos. Efetivamente, com um ambiente de trabalho difícil, a concentração para a construção das tarefas era reduzida.

A elaboração de tarefas matemáticas revelou-se ser um desafio cognitivo exigente e complexo para os alunos, tanto no que diz respeito aos conhecimentos necessários para construir uma tarefa, verificar a sua correção científica e exequibilidade na resolução, como na elaboração de enunciados compreensíveis que transmitem o objetivo da tarefa. No geral, verifica-se que alguns grupos conseguiram elaborar tarefas matemáticas interessantes e cientificamente corretas, enquanto outros não alcançaram o desejado e apresentaram tarefas vagas, confusas e incorretas. Salienta-se que as tarefas corretas e adequadas são maioritariamente de grau de dificuldade fácil e de estrutura fechada, sendo sempre exercícios de verificação ou problemas.

Das diversas tarefas analisadas, houve elaboração de apenas uma tarefa de estrutura semiaberta e de dificuldade complexa (cf. G1 - tarefa 2). Nenhuma tarefa construída corretamente apresentava estrutura aberta e dificuldade difícil, como as investigações ou projetos. No que diz respeito às tarefas cientificamente incorretas verificou-se que estas eram construídas com uma estrutura fechada ou semiaberta e dificuldade cognitiva média/elevada.

Com a análise percebe-se que os alunos são capazes de construir com maior eficácia tarefas cujo grau de estrutura sejam fechadas e de dificuldade menor. Provavelmente, isto deve-se ao facto de os exercícios serem mais rápidos e concretos na resolução, dado que possuem apenas uma única solução correta. Para além disso, é necessário entender que os alunos têm mais sucesso a concretizar tarefas matemáticas fáceis, pois dominam os conteúdos abordados menos exigentes necessários para as elaborar. Enquanto, na construção de tarefas cognitivamente difíceis é indispensável dominar conteúdos mais complexos.

Isto implicava, da parte da investigadora, a exploração das tarefas construídas menos apropriadas com os alunos autores. Porém, nem sempre existia tempo para explorar, em pequeno ou grande grupo, as tarefas matemáticas incorretas construídas.

Assim, o que poderia ser um momento excecional de reflexão e aprendizagem tornou-se uma preocupação para a investigadora, pois não explorava as situações essenciais de aprendizagem em que os alunos podiam compreender o que estava errado e porquê. No momento em que este objetivo deixou de ser cumprido, não é benéfico solicitar aos alunos atividades que são custosas de concretizar. Efetivamente, a criação de tarefas é uma atividade com um grau elevado de raciocínio matemático para os alunos que não dominam os conhecimentos matemáticos necessários. Assim, os efeitos revelaram-se mais negativos do que positivos na investigação. Por isso mesmo, houve necessidade de se modificar estes aspetos da investigação.

Com a alteração efetuada, os alunos deixaram de construir tarefas matemáticas e começaram a selecionar algumas tarefas problemáticas que a professora propôs. Para ser compreensível, nas semanas em que os subtópicos eram o "Dinheiro", as "Combinações" e as "Sequências e padrões", a professora escreveu no quadro o subtópico da semana correspondente e expôs duas caixas separadas identificadas com os nomes dos grupos (fig.18).

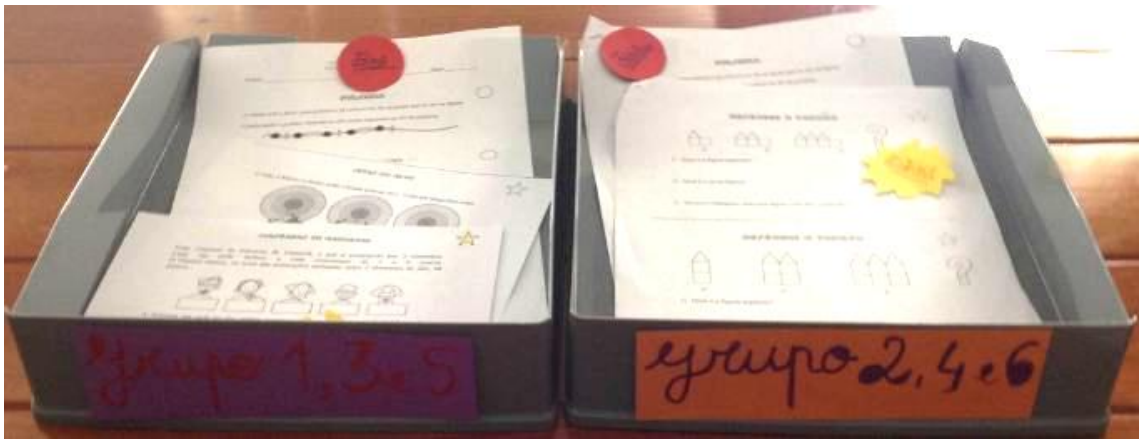


Fig. 18 - Organização das tarefas para os grupos de acordo com o grau de dificuldade

Cada caixa continha diversas tarefas identificadas com dois símbolos diferentes consoante o seu grau de dificuldade (- fácil e - difícil). Para cada ficha matemática, os grupos selecionavam duas tarefas fáceis e uma difícil. Para isso, após a leitura das tarefas pela professora, os grupos debatiam quais eram as tarefas que queriam selecionar e, posteriormente, um dos elementos do grupo dirigia-se à caixa identificada com o número do grupo para transportar as tarefas para o seu local de trabalho. Aqui, os alunos recortavam e colavam as tarefas selecionadas numa folha

branca. Após a seleção, os alunos preenchiam um questionário onde indicavam as tarefas selecionadas e o motivo de escolha (anexo 2).

A seleção das tarefas propostas pela professora/investigadora pretende proporcionar experiências de aprendizagem que favorece a interação entre os alunos, ao contrário do que se verificou acontecer na fase de construção das tarefas elaboradas pelos próprios alunos. Para isso, as tarefas matemáticas propostas eram fundamentalmente problemas e pequenas investigações, como foi visto na secção "Tarefas propostas pela investigadora" do capítulo IV.

Tarefas selecionadas pelos alunos

I. Tarefas selecionadas pelos alunos sobre o subtópico "Dinheiro"

Observando todas as fichas de trabalho deste tópico, verifica-se que as tarefas selecionadas pelos alunos foram:

Tarefas Fáceis	***Nº de escolhas***	***Tarefas Difíceis***	***Nº de escolhas***
O Vasco foi às compras!	*	Amigos estrangeiros	*
Cromos de Coleção	*	No Supermercado	*
As moedas e notas do Euro	*	Zoo	*
Euro!	***	Salamandra	*
Vamos às compras!	***	Comprar material escolar	**
Jogo do dinheiro	***	As montras	——

Fig. 19 – Seleção das tarefas propostas do subtópico "Dinheiro"

Analisando a tabela (fig.19), verifica-se que para este subtópico as tarefas fáceis mais selecionadas foram "Euro!", "Vamos às compras!" e "Jogo do dinheiro", enquanto a tarefa difícil mais selecionada foi "Comprar material escolar".

Segundo a análise dos questionários efetuados aos alunos, a tarefa "Euro" (anexo 6 - tarefa 1) foi selecionada porque era uma tarefa "*gira*", com "*os problemas indicados*" onde os alunos podem "*aprender mais sobre os euros*" (quest., 19/11/12). Os mesmos grupos afirmam que com a resolução desta tarefa os colegas dos outros

grupos vão aprender a "*construir o dinheiro*", a "*fazer contas com o dinheiro*" e a "*utilizar o dinheiro para quando forem grandes*" (quest., 19/11/12).

Para os alunos que criaram as fichas de trabalho, a tarefa "Vamos às compras" (anexo 6 - tarefa 2) é "*divertida*", "*mais apropriada*" e "*a qual mais gostamos*" (quest., 19/11/12) e, por isso mesmo, os colegas que a vão resolver aprendem a "*contar com o dinheiro*", a "*gastar o dinheiro*" e a "*calcular melhor*" (quest., 19/11/12).

Para a tarefa "Jogo do Dinheiro" (anexo 6 – tarefa 3), os alunos referem que este problema é "*fácil e engraçado*", "*apropriado*" e serve para "*aprender mais sobre o dinheiro*" (quest., 19/11/12), especificamente os colegas vão aprender a "*contar as notas e as moedas*" e "*juntar dinheiro para fazer uma certa quantidade*" (quest., 19/11/12).

No que concerne à tarefa difícil mais selecionada, "Comprar material escolar" (anexo 6 - tarefa 4), o *gosto pessoal* e a *prática de comprarem material escolar com a família* (quest., 19/11/12) foram as razões que incentivaram os alunos a selecionarem esta tarefa. Estes alunos explicitam que os colegas ao resolverem esta tarefa vão aprender a "*usar o dinheiro*" e ainda "*que devem sempre poupar algum dinheiro, porque mais tarde podemos precisar*" (quest., 19/11/12).

II. Tarefas selecionadas pelos alunos sobre o subtópico "Combinações"

Para este subtópico matemático, alguns grupos de alunos perguntaram se podiam construir os problemas mais fáceis, esclarecendo que eram capazes de realizá-los sem erros. Assim, em negociação com os alunos estabeleceu-se que todos os grupos tinham a oportunidade de construir duas tarefas fáceis, no entanto os alunos continuavam a selecionar duas tarefas fáceis, para o caso de criarem problemas que não fossem adequados ou corretos, e uma difícil. É importante analisar as tarefas que os alunos construíram:

> **Problema nº1**: "*O João tem 5 estrelas, 6 meias e 4 sinos. Sabendo que tem de utilizar 10 enfeites para decorar uma árvore, quais são as combinações possíveis?*" (Grupo 2).

Problema nº2: "*Para o Natal, a Rita e a Sara resolveram enfeitar as árvores de Natal. Elas tinham três árvores e também tinham 30 laços, 20 bolas e 40 fitas…mas atenção, cada árvore só pode ter 2 enfeites. Diz quantas combinações se pode fazer em cada árvore*" (Grupo 3).

Problema nº3: "*A Sara e a Rita resolveram também por 30 chocolates, 30 gomas e 30 bolachas na árvore de Natal. Sabendo que eram 20 convidados e que cada convidado comeu duas guloseimas diferentes, quais são os conjuntos de doces possíveis que cada convidado pode receber?"* (Grupo 3).

Problema nº4: "*O Hugo estava a ajudar a mãe a decorar a árvore de Natal. Tinha 4 bolas roxas, 6 estrelas, 8 sinos e 1 estrela muito grande para pôr no cimo da árvore. Sabendo que o Hugo precisa de ter sempre 10 enfeites, quais são as combinações que pode fazer para decorar a árvore?"* (Grupo 4).

Problema nº5: "*A E.B.I. Boa Água tem 7 árvores, 50 laços, 40 bolas brilhantes e 60 luzes. Sabendo que cada árvore tem de ter 10 enfeites cada uma, todas iguais, quais as maneiras que se podem decorar as 7 árvores?*" (Grupo 6).

Os problemas criados pelos alunos apresentam características semelhantes entre eles, pois constata-se que os grupos utilizaram a mesma inspiração no subtópico do problema. Para além disso, verifica-se que os alunos têm dificuldade em expor os dados necessários de forma adequada, exagerando no número de enfeites e na sua diversidade, mesmo não sendo necessário. Com efeito, algumas destas tarefas podem ser consideradas inadequadas porque umas têm informação a mais, outras tem informação desnecessária e outras conduzem a um número elevado de soluções.

No caso do problema nº 4, constata-se que este possui demasiados dados, pois expõe elevada diversidade e quantidade de enfeites, tornando o processo de trabalho confuso e complicado para os alunos que o resolvem. Ao resolver o problema nº 4, conclui-se que é possível o Hugo obter 56 maneiras diferentes para decorar a árvore com a sua mãe.

Contrariamente, o problema nº 1 ostenta menor diversidade e quantidade de enfeites apresentados, o que gera menos possibilidades de combinar os enfeites que concretamente são dez.

Para além da dificuldade relacionada com a diversidade e quantidade de enfeites, o problema nº 2 e nº 5 contêm um fator de complexidade e dificuldade acrescida: o número de árvores.

A respeito do problema nº 3, considerou-se que os alunos deviam ter a oportunidade de repensarem no problema, resolvendo-o e corrigindo-o. Através da orientação e inquirição da professora, numa conversa informal, os alunos constataram que a quantidade de rebuçados, gomas e bolachas tornava o problema confuso e mais difícil. Para além disso, compreenderam que o objetivo do problema era descobrir os conjuntos de guloseimas possíveis ao invés do número de combinações possível. Assim, gerou-se um novo problema: "A Sara e a Rita fizeram uma festa em que davam aos convidados guloseimas: chocolates, gomas e bolachas. Cada convidado recebe pacotes com duas guloseimas. Quais são os conjuntos de doces diferentes que podem estar no pacote que o convidado recebe?". Este foi o único problema apresentado que foi corrigido com os alunos, pois a sua correção era relativamente fácil.

Examinando as fichas de trabalho compostas pelos seis grupos, observa-se que todos os grupos elaboraram tarefas de combinações fáceis. Todavia, algumas destas não estavam corretas e adequadas para serem resolvidas pelos colegas. Com efeito, quatro grupos apresentaram tarefas que continham três ou mais variáveis combinatórias para resolverem o problema e identificarem o número de combinações possíveis, o que se tornou difícil e complicado de concretizar tendo em conta o nível de conhecimento dos alunos. É de salientar que, apesar disto, três destes quatro grupos teve a capacidade de criar um problema correto, fácil e adequado para os colegas. Para isso, estes cinco problemas foram substituídos por outros mais fáceis e selecionados pelos alunos ou foram corrigidos pela professora em conjunto com os alunos.

Observando as fichas construídas pelos alunos, constata-se que as tarefas selecionadas foram:

Tarefas Fáceis	*Nº de escolhas*	*Tarefas Difíceis*	*Nº de escolhas*
Treinos de Futebol	**	Os periquitos do Pedro	*
Pacotes de Leite	*	Estendal	——
Prenda da Mãe	*	Máscaras de Carnaval	**
Construídos pelos alunos: O armário da Isabel; Concurso de Talentos; A roupa; Enfeites de Natal; …	***** ***	Instrumentos Musicais	——
		Setas no alvo	**
		Geladinhos Saborosos	*

Fig. 20 - Seleção das tarefas propostas do subtópico "Combinações"

No que diz respeito às tarefas difíceis, verifica-se que as mais selecionadas foram as "Máscaras de Carnaval" e "Setas no alvo", como se pode observar na tabela em cima (fig.21).

"Máscaras de Carnaval" (anexo 6 - tarefa 5) é uma tarefa difícil selecionada. Para este problema, os alunos especificam que o acham "*divertido porque os colegas gostam do Carnaval*" (quest., 3/12/12) e desenvolvem aprendizagens porque precisam de "*encontrar formas de chegar aos 40*" (quest., 3/12/12).

A tarefa difícil "Setas no alvo" (anexo 6 - tarefa 6) foi também selecionada mais vezes pelos alunos que caracterizaram o problema como "*engraçado*" e capaz de desenvolver aprendizagens matemáticas "*muito importantes*" (quest., 3/12/12), sendo que o motivo principal de seleção baseou-se no argumento "*obteve mais votos do que as outras tarefas*" (quest., 3/12/12).

III. Tarefas selecionadas pelos alunos sobre o subtópico "Sequências e Padrões"

Observando as fichas de trabalho construídas, visualiza-se que as tarefas selecionadas pelos alunos foram:

Tarefas Fáceis	*Nº de escolhas*	*Tarefas Difíceis*	*Nº de escolhas*
Pulseira	*****	Colar de contas	*
Figuras Geométricas 1	**	Mesa de jantar	**
Figuras Geométricas 2	**	Descobre o padrão 2	*
Descobre o padrão 1	***	Descobre o padrão 3	**

Fig. 21 – Seleção das tarefas propostas do subtópico "sequências e padrões"

No que concerne à escolha das tarefas mais selecionadas pelos alunos, pode-se analisar (fig.21) que a tarefa "Pulseira" foi a mais selecionada com um grau de dificuldade reduzido, enquanto a "Mesa de Jantar" e "Descobre o padrão 3" são as mais escolhidas para o grau mais difícil.

Para os alunos, os motivos da escolha da tarefa fácil "Pulseira" (anexo 6 - tarefa 7) são "*para aprender mais porque é um exercício indicado para os alunos*", "*aprender a pensar*" e "*construir melhor as sequências com ou sem figuras*" (quest., 11/12/12) e, principalmente, para relembrar as aprendizagens realizadas sobre sequências no 1º ano.

As razões indicadas pelos alunos que justificam a seleção da tarefa difícil "Mesa de Jantar" (anexo 6 - tarefa 8) são relativas às preferências e aprendizagens, especificamente referiram que é um problema "*engraçado*" com que os colegas vão "*aprender mais sobre matemática e os padrões*" (quest., 11/12/12).

Na tarefa difícil "Descobre o padrão 3" (anexo 6 - tarefa 9), o padrão numérico é apresentado com figuras. Porém, uma das questões subjetivas surge quando os alunos explicam que com este problema estão a aprender a fazer padrões que têm "*andares*" e são "*difíceis*" (quest., 11/12/12).

Em suma, as justificações, apresentadas pelos grupos, associadas à seleção das tarefas incidiram sobre fatores relacionados com o gosto e aparência, sendo referido que as tarefas eram apelativas, interessantes e divertidas.

Processos de resolução, *feedback* e regulação das aprendizagens

A resolução de tarefas (fase 2) e a avaliação (fase 3) – ver figuras 8 e 9 – contemplam dados que são analisados em seguida. Relativamente à resolução de tarefas estas foram analisadas considerando os processos matemáticos revelados nas tarefas (resolução de problemas, representações, raciocínio e demonstração), a correção das respostas e a deteção de dúvidas e dificuldades sentidas pelos alunos. No que respeita à avaliação são estudados dois elementos do *feedback*: características e impacto nas resoluções. Clarificando, nesta secção são analisados três elementos: os processos matemáticos da resolução original, os *feedbacks* dados e, por fim, os seus contributos para a correção da resolução.

É de relembrar que a análise dos dados é efetuada por grupo, para as fichas de trabalho referente ao primeiro subtópico ("Tabuada e múltiplos do cinco") e último subtópico ("Sequências e padrões"), de forma a verificar-se a evolução dos tipos de *feedback* e dos processos matemáticos representados.

A estrutura da secção da análise relativa aos processos matemáticos e aos *feedbacks* é apresentada do seguinte modo: identificação do subtópico matemático; identificação do grupo; apresentação do *feedback* escrito/oral; apresentação da tarefa; apresentação e análise das produções originais; análise do *feedback*; apresentação e análise das correções das resoluções originais.

I. Tarefas e avaliações realizadas sobre o subtópico "Tabuada e múltiplos do cinco"

Grupo 1

Ao observar a avaliação realizada nos *post-its* abaixo (fig.22) constata-se que os alunos deste grupo erraram nas tarefas 2 e 4.

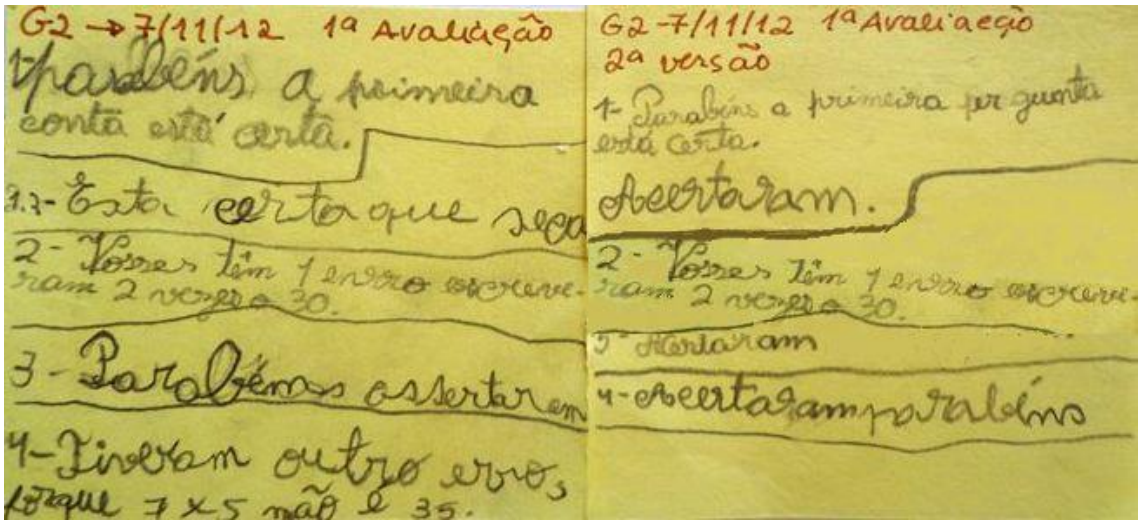


Fig. 22 – *Feedbacks* escritos pelo G2 à ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

A tarefa 2 apresenta um exercício de estrutura fechada e de dificuldade reduzida, retratando uma sequência numérica de 5 em 5 unidades incompleta até 50. Enquanto, a tarefa 4 inclui cálculos que envolvem a adição e subtração com subquestões fechadas e abertas.

Neste sentido, o objetivo da tarefa 2 é completar uma sequência numérica de 5 em 5 até 50, sendo que os resultados correspondem aos valores da tabuada do cinco. A figura seguinte mostra o modo como o G1 resolveu a tarefa:

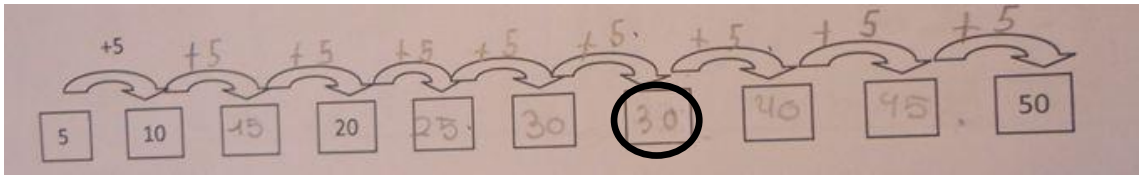


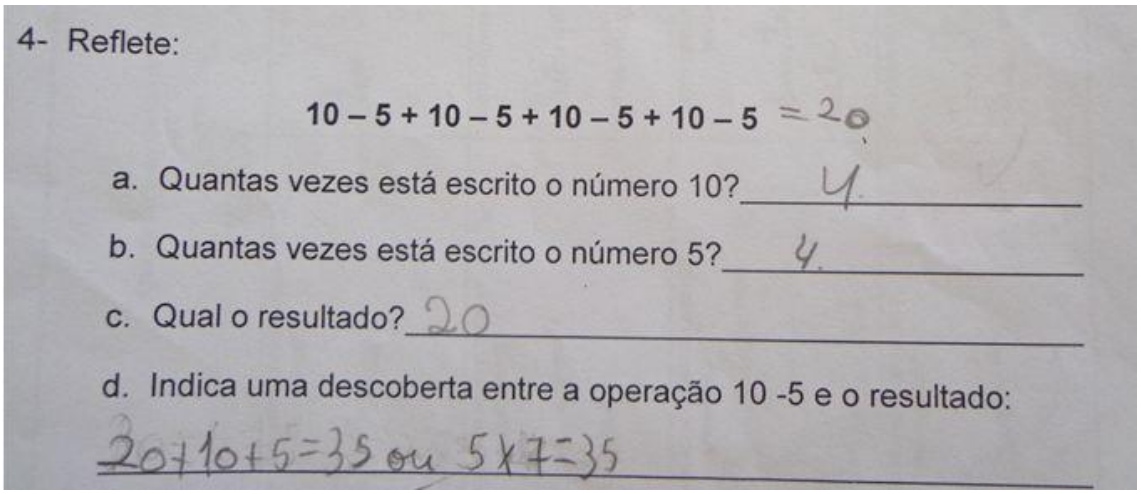
Fig. 23 – Resolução original do G1 à tarefa2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

Para responder à tarefa, os alunos utilizaram representações simbólicas e não parece ter havido nenhuma estratégia desenvolvida, mas sim recurso da memória da tabuada do cinco. Estes alunos responderam corretamente à maior parte da sequência numérica, equivocando-se e repetindo um resultado no sétimo quadrado. A origem do erro não é evidente, pois tanto pode haver dificuldades ao nível da base do raciocínio, como da apresentação do resultado.

Perante este erro os alunos do grupo G2, que realizaram a avaliação, escreveram um *feedback* centrado na resolução, descritivo, tal como se consegue ler no *post-it* (fig.22): *"têm um erro, para a próxima tenham mais atenção".*

Este *feedback* apesar de ser de constatação ("*têm um erro*") também tem a vertente reguladora com apresentação de uma referência que funciona como pista ("*escreveram duas vezes 30*"), cujo objetivo é a reformulação da resposta. Após o *feedback* os alunos alteraram a sua resposta, reformulando-a de forma correta. Isto significa que o comentário avaliativo obteve resultados progressivos. Tendo em conta a natureza da tarefa, não é necessário fundamentar a resposta, pelo que se considera que a avaliação reguladora teve sucesso.

Relativamente à tarefa 4, é necessário esclarecer que esta foi criada pelos alunos do G2 em conjunto com a professora, após a criação de uma pergunta incorreta na fase 1[16].


4- Reflete:

10 – 5 + 10 – 5 + 10 – 5 + 10 – 5 = 20

a. Quantas vezes está escrito o número 10? 4

b. Quantas vezes está escrito o número 5? 4

c. Qual o resultado? 20

d. Indica uma descoberta entre a operação 10 -5 e o resultado:

20 / 10+5=35 ou 5x7=35

Fig. 24 – Correção da resolução na tarefa 4 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco" pelo G2

Através da análise realizada à tarefa apresentada (fig.24) percebe-se que o propósito da alínea d não foi claro, nem compreendido pelos alunos que elaboraram ou resolveram a tarefa. Devido a isso, surgiram estas resolução (fig.24) e avaliação (fig.22) inadequadas. Quanto à resolução, *"20+10+5=35 ou 5x7=35",* evidencia-se que as representações simbólicas cingem-se a afirmações matemáticas curtas e sintéticas, apesar de a questão pressupor uma resposta aberta com recurso a argumentações e provas matemáticas refletidas. A estratégia concretizada foi baseada na execução de cálculos e, devido à falta de relação entre a resposta dos alunos e a questão, percebe-se que eles tiveram dificuldades ao nível do raciocínio. Com efeito, após a reflexão sobre o motivo da resposta e do *feedback* estima-se que a pergunta deveria ser reformulada de

[16] Discutido no ponto "Tarefas construídas pelos alunos".

modo a conter uma indicação clara que requeresse uma fundamentação matemática, tal como: "Explica qual a relação entre o cálculo 10-5, com as respostas da alínea *a, b* e *c* e a tabuada do cinco. Justifica a tua resposta".

Como se pode verificar no *post-it* "1ª avaliação" (fig.22), o *feedback* da 1ª avaliação fornecido à tarefa 4 "*Tiveram outro erro, porque 7x5 não é 35*" é centrado na tarefa, descritivo, regulador, com pista. Porém, existe um aspeto que é confuso neste *feedback*, é o facto de este dar a entender que todas as alíneas da tarefa 4 estão incorretas, o que é falso.

A função do *feedback* fornecido era de reformulação, o que, na prática, não aconteceu, uma vez que inicialmente a resolução do problema estava correta e a avaliação estava errada. Todavia, neste caso era importante que os alunos indicassem um comentário avaliativo que suscitasse a fundamentação da resposta. Além disso, é de salientar que nesta avaliação, os alunos avaliadores forneceram um *feedback* com erros matemáticos, pois escreveram que 7x5 não é 35, mas na realidade 7x5 é 35.

Em relação ao mesmo *post-it*, é de salientar que também se observam aspetos contraproducentes relativos ao *feedback* dado à tarefa 1.2. Neste, os alunos avaliadores escreveram "*está certa, que seca*". O motivo desta atitude de descontentamento por parte do grupo ficou a dever-se a algumas complicações do foro social que os elementos do grupo tiveram ao longo das diversas fases do processo, principalmente à primeira e terceira. Após uma conversa com os alunos, percebeu-se que um dos elementos do grupo tentou monopolizar o seu desempenho na realização da ficha, o que gerou, gradualmente, um crescente conflito e afastamento entre os elementos do grupo. Contudo, apesar destas circunstâncias, as lacunas de ambas as primeiras avaliações foram corrigidas e escritas novamente na "1ª avaliação, 2ª versão".

Interpretando os dados do questionário verifica-se que o G1 mencionou que a pergunta 4 foi a mais difícil de resolver, precisando da orientação da professora para compreender o que fazer. Mais uma evidência que sustenta a ideia de que a alínea d não estava formulada de forma clara. Esta situação fez com que os alunos não percebessem a relação entre 10-5, o 20 e o número 4 representados nas alíneas a, b e c, apesar de ter sido fornecido *feedback* oral com algumas orientações decorrentes da conversa com a professora sobre a correção da tarefa elaborada. Efetivamente, ao estudar as relações

entre as parcelas do cálculo inicial, *"10-5 + 10-5 + 10-5 + 10-5"* compreende-se que "10-5" está representada 4 vezes e a sua diferença é 5. Neste sentido, o que se pretendia era que fosse relacionado o uso da expressão 10-5 quatro vezes com a expressão 4x5.

Grupo 2

A ficha resolvida pelos alunos do G2 apresentava alguns erros que foram corretamente identificados e comentados nos *feedbacks* efetuados pelos alunos avaliadores, como se pode ver de seguida no *post-it* que escrevera (fig.25):

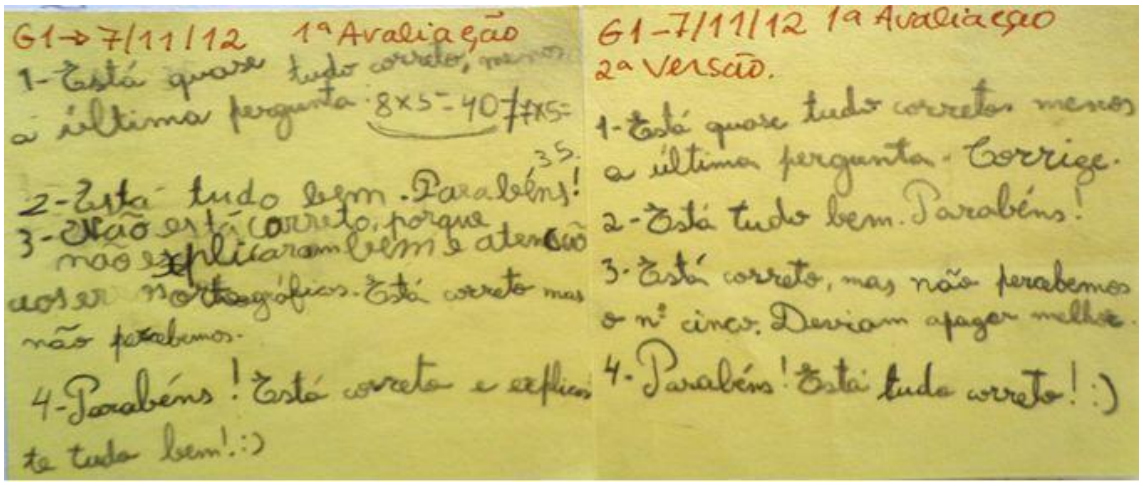


Fig. 25 – *Feedbacks* escritos pelo G1 à ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

Um dos erros assinalado na avaliação ocorre na tarefa 1 (fig.26), onde os alunos registaram "*8x5=35"*:

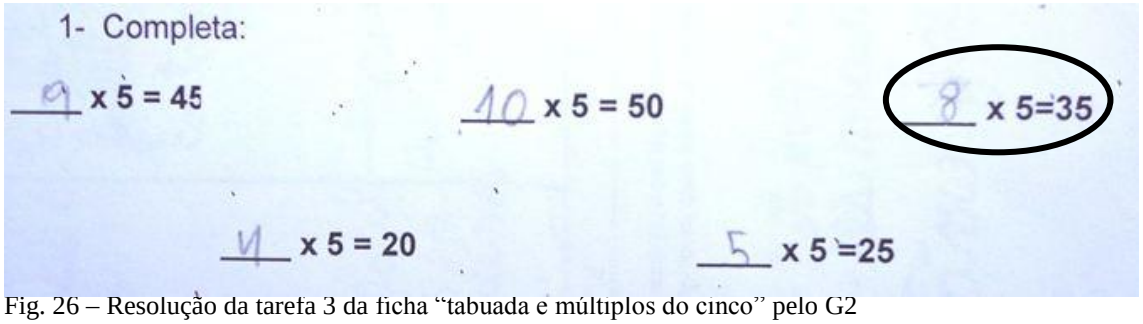


Fig. 26 – Resolução da tarefa 3 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco" pelo G2

A resolução exposta apresenta representações simbólicas e parece não ter havido uma estratégia concretizada, pois trata-se de saber a memória da tabuada do cinco. Neste sentido, a dificuldade dos alunos parece ser a falta do conhecimento da tabuada do cinco.

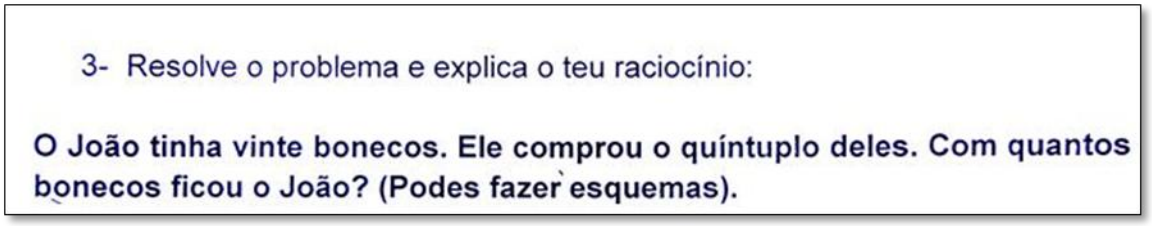
Em relação a este erro, no *post-it* "1ª avaliação, 1ª versão" (fig. 25), os alunos avaliadores deram o *feedback* "*Está quase tudo correto, menos a última pergunta: 8x5=40 ≠ 7x5=35*". De acordo com as características próprias do *feedback* constata-se que este comentário é centrado na tarefa, descritivo, com pistas cujo objetivo é a reformulação da resposta. Tendo em conta que se trata de um exercício de verificação de conhecimentos, não há necessidade de esta correção ser apoiada com argumentos matemáticos e justificações, o que corretamente não é exigido pelos avaliadores. Porém, há que reparar que este *feedback* possui uma lacuna crucial, visto que ao invés de orientar os alunos a repensarem na sua resposta e corrigi-la, tal como o processo de avaliação formativa preconiza, possui a identificação do erro e a resposta correta. Neste âmbito, a professora conversou com os alunos avaliadores:

> *"Prof. - Como é que sabemos se estamos a dar um bom feedback*[17] *aos colegas?*
> *A.– Hum… Se avisarmos que têm alguns erros, se dermos os parabéns quando estão certos, se escrevermos as coisas direitinhas para que se perceba…*
> *Prof. – Como é que se deve fazer se houver erros? (…)*
> *D.– Temos de dizer que há algo incorreto, mas não podemos dizer o quê. Se conseguirmos fazer isso, claro. Podemos tentar dar pistas para que os colegas adivinhem como é que está certo.*
> *Prof. – Muito bem, deve-se dar pistas que ajudem os colegas a pensarem como corrigir e fazer corretamente, em vez de dizer qual a resposta certa. Mas vocês aqui no feedback não fizeram isso, corrigiram logo a resposta, vejam lá.*
> *G.– ah pois, dissemos que era 40". De seguida, os alunos produziram um novo feedback, exposto no post-it "1ª avaliação, 2ª versão"* (ci3, 7/11/12).

Após esta conversa, a correção da tarefa foi realizada pelos alunos do G2 que alterou a sua resposta para "*7x5=35"*. Analisando verificamos que a resposta está adequada à tarefa pelo que se pode considerar uma progressão no desempenho dos alunos. Isto significa que o *feedback* fornecido pelo G1 à tarefa 1 favoreceu a regulação da aprendizagem.

[17] A expressão "bom f*eedback*" é alusiva a um *feedback* de qualidade, discutido no capítulo II, no ponto "*Feedback*".

No que concerne à tarefa 3, apresentada em baixo (fig. 27), pode-se observar que é um problema onde os alunos devem calcular o quíntuplo de 20 e somá-los a mais 20 (que é o número de bonecos), de forma a obter o total que corresponde ao resultado.


3- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

O João tinha vinte bonecos. Ele comprou o quíntuplo deles. Com quantos bonecos ficou o João? (Podes fazer esquemas).

Fig. 27 – Tarefa 3 do G2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

Na resolução original, os alunos responderam:

20
20x5= 120
R: O João fico com 120 bonecos.

De novo, o tipo de representação utilizada pelos alunos nesta tarefa é simbólico. A estratégia aplicada é a execução de cálculos. No que diz respeito às dificuldades, percebe-se que a soma está correta, este resultado corresponde à solução do problema e a análise da sua resolução mostra que os alunos possuem dificuldades na estratégia que concretizaram, de um modo claro e objetivo.

De acordo com o registo do raciocínio, o grupo de alunos avaliadores, G1, redigiu o feedback "*Não está correto, porque não explicaram bem e atenção aos erros ortográficos. A resposta está correta mas não percebemos como fizeram*" (fig.25). Esta anotação é descritiva, reguladora e centrada no aluno, porém bastante completa, pois realça a ausência necessária dos processos matemáticos envolvidos na resolução da tarefa: resolução de problemas, representações, raciocínio e demonstração.

Apesar de o grau de dificuldade deste problema ser relativamente fácil, é fundamental que as representações utilizadas mostrem explicitamente o raciocínio obtido e a estratégia aplicada. Inicialmente, os alunos não conseguiram demonstrar de forma escrita os passos que realizaram para chegar à solução, apesar de o raciocínio evidenciado de forma implícita estar correto, algo que os avaliadores conseguiram detetar eficazmente ("*está correta mas não percebemos como fizeram*" - fig. 25).

Com a leitura e análise do *feedback e*xposto, os alunos que resolveram a tarefa ficaram intrigados com a parte do comentário escrito "*não percebemos como fizeram*", esclarecendo com a professora:

> "*S. - Professora, nós respondemos bem mas eles* [G1] *dizem que não percebem!*
> *Prof. – Então e como é que será que podem melhorar a vossa resposta?*
> *S. – Mas eles é que têm de perceber e corrigir o que fazemos.*
> *Prof. – Não, eles têm de avaliar, mas vocês têm de corrigir o que eles pensam que está incompleto"* (ci4, 7/11/12).

Após a conversa com a professora os alunos prestaram atenção ao comentário e alteraram a resposta original, tal como se verifica na produção final (fig.28):

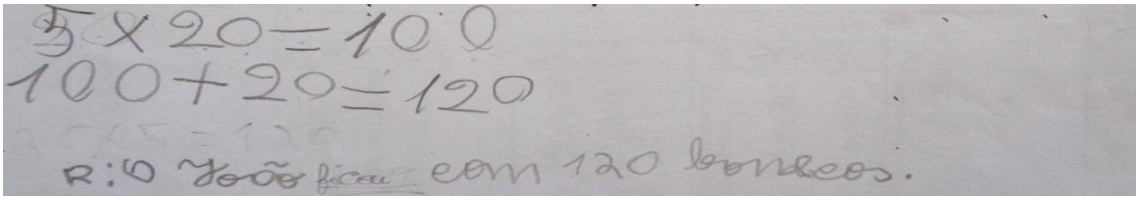


Fig. 28 – Correção da resolução na tarefa3 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco" pelo G2

A estratégia desenvolvida pelo G2 para resolver o problema apresentado é adequada, rentável e eficiente, o que permite compreender que os alunos conseguiram dominar as características necessárias para resolver o problema, identificando a variável *o quê*, *para quê* e *como.* O método de demonstração aplicado foi de experimentação de casos particulares, com a utilização de representações simbólicas convencionais, possivelmente, porque o problema era de fácil resolução. Ao contrário das representações iniciais, os alunos conseguiram na etapa de correção registar a estratégia de forma organizada e objetiva, explicitando o tipo de raciocínio efetuado.

Então, constata-se que o G2 conseguiu corrigir a resposta inicial, alterando a comunicação escrita de modo que representasse o raciocínio realizado. Nesta alteração, o grupo não necessitou de orientação de outros sujeitos para determinar qual a representação mais adequada, corrigindo o erro e enriquecendo a resposta. Neste sentido, o *feedback* dado teve um impacto regulador que parece ter conduzido a uma progressão ao nível das representações.

Grupo 4

O G4 resolveu uma ficha com um exercício de adição complexo devido à instrução de resolver a operação com a utilização de material MAB, na tarefa 3. Nas aulas de matemática dos dias anteriores, os alunos exploraram este material didático para resolverem cálculos de adição e subtração, o que decerto influenciou a construção desta tarefa. Para resolver a tarefa 3 é necessário resolver a soma com o MAB e, também, determinar se o resultado obtido é múltiplo de cinco.

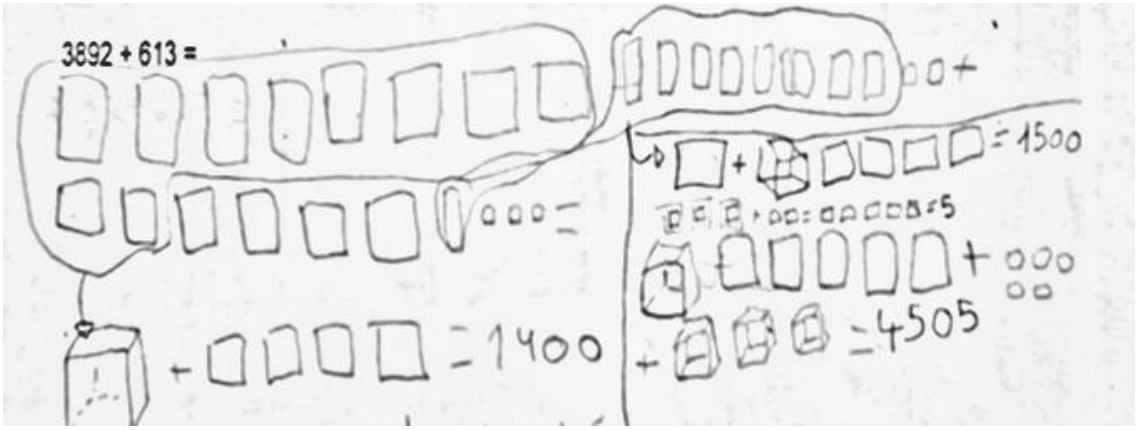
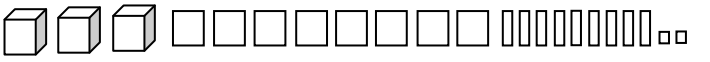
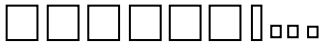


Fig. 29 – Correção da resolução na tarefa3 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco" pelo G4

A resolução original (fig.29) evidencia que o G4 usou representações ativas para explicitar o seu raciocínio. Através das conversas entre os elementos do G4, os alunos decidiram manipular o material MAB e determinaram qual a melhor forma de representar o número 3892 e 613. Com a prática de manipulação do MAB e a análise das representações mais eficientes em tarefas concretizadas anteriormente em momentos de aula, a estratégia selecionada pelos alunos foi:

3892: 

613: 

Posteriormente, os alunos usaram o material para efetuar o cálculo através da experimentação tentativa-erro. Neste momento existiu uma conversa entre os alunos onde a argumentação matemática estabelecida teve destaque, pois cada um apresentava a sua forma de combinar o material ao ponto de compreender qual a estratégia mais fácil e compreensível para os restantes elementos do grupo, isto implicou a aplicação de contra exemplos. No final, o G4 selecionou a estratégia que considerou mais eficiente e

aplicou-a, registando-a na ficha (fig.29). Analisando, verifica-se que a representação exposta é coerente e adequada, mas em simultâneo possui uma organização espacial desorganizada, o que provoca confusão na leitura da resposta.

A análise profunda da representação revela o raciocínio desenvolvido pelos alunos do G4. No início, estes representaram graficamente o cálculo 3892 + 613, como se verifica em baixo:

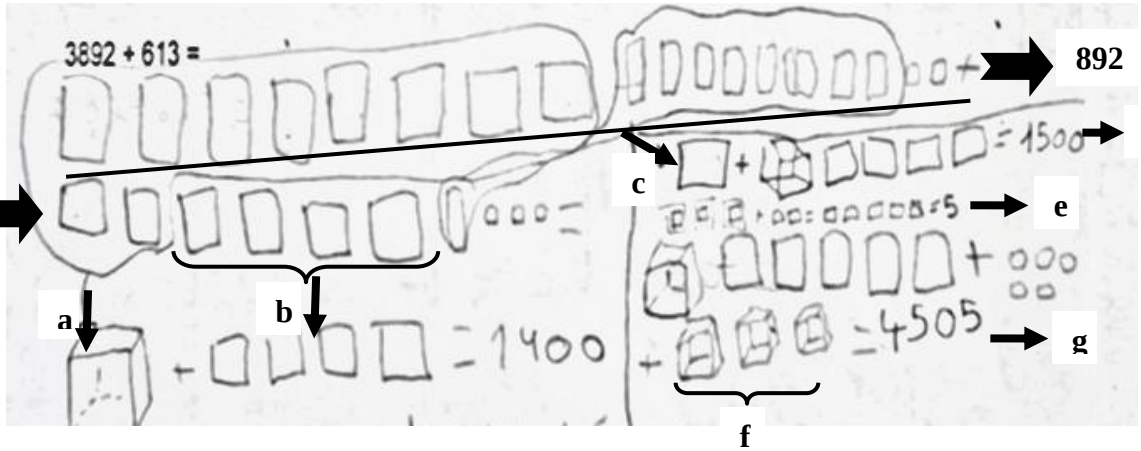


Fig. 30b – Correção da resolução na tarefa3 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco" pelo G4

Seguidamente, os alunos somaram as estruturas específicas das centenas, como se pode observar no primeiro balão: 8 placas da primeira linha + 2 placas da segunda linha = 1 cubo (a). Para além disso, os alunos juntaram o cubo às quatro restantes placas (b). No passo seguinte, os alunos somaram as estruturas representativas das dezenas, como se observa-se no segundo balão: 9 barras da primeira linha + 1 barra da segunda linha = 1 placa (c). Posteriormente, os alunos somaram os elementos já obtidos, 1000 (a) + 400 (b) + 100 (c) = 1500 (d).

Na fase seguinte, os alunos somaram os números representados nas unidades, como se pode observar na letra **e**: 2 cubinhos da primeira fila + 3 cubinhos da segunda fila = 5 (e). De seguida, os alunos somaram 3 cubos (f) referentes aos três milhares do número 3892. Por último, os alunos do G4 somaram 1 cubo + 5 placas + 5 cubinhos + 3 cubos (g) que representa o total do cálculo original. O resultado foi 4 cubos, 5 placas, 0 barras e 5 cubinhos, isto é, 4505.

A segunda parte da tarefa corresponde à relação entre o resultado obtido através da adição (4505) e os múltiplos de cinco, ao qual o G4 respondeu "*O resultado é múltiplo do 5 é, porque acaba em cinco*". Assim, averiguamos que os alunos do G4 dominam algumas regularidades da tabuada do 5 e o conceito de múltiplo de 5, dado

que os alunos admitem que um número que possua o algarismo 5 nas unidades pertence à classe dos múltiplos de 5.

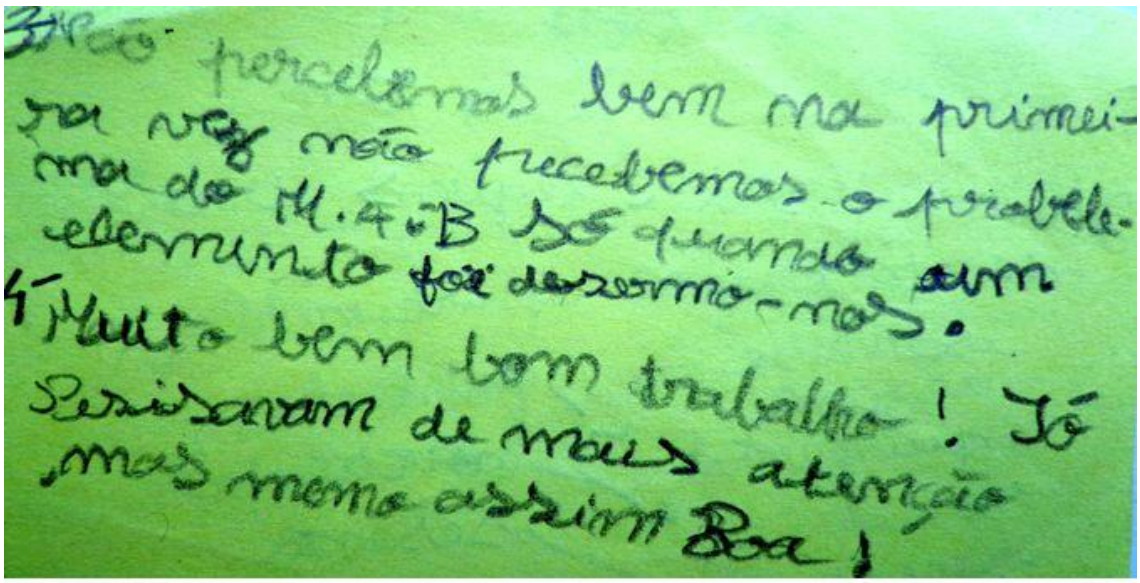


Fig. 31 – *Feedbacks* escritos pelo G3 à ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

O *feedback* fornecido pelo G3 relativamente a esta tarefa foi "*Não percebemos bem na primeira vez, só quando um elemento foi dizer-nos*" (fig.30). Esta afirmação não é considerada um *feedback*, mas sim um comentário explicativo de que não conseguiram compreender a resolução da tarefa sem ajuda e tão pouco avaliá-la. Supondo os motivos que impediram a avaliação da resposta por parte do G3 admite-se que a resposta produzida pelos alunos revela um raciocínio complexo que pode não ser compreensível pelos alunos avaliadores, impossibilitando a sua compreensão e posterior correção. Neste sentido, a professora conversou com o G4 e disse:

> *"Prof. – se não perceberam a resposta pedem a minha ajuda ou então aos elementos do G4… o que é que não percebem?*
> *S. – isto está um pouquinho confuso e não percebemos bem o desenho.*
> *Prof.- já utilizaram o MAB para ver se estava certo?*
> *S.- Já… eles [G4] ajudaram-nos e vimos que achamos que estava certo mas não temos a certeza. (…) Não queremos errar.*
> [Depois de analisarem as representações com a professora, os alunos acham que está tudo correto. Eles também sabem que os números que possuem o valor 5 nas unidades são múltiplos de 5. A professora questiona:]
> *Prof.- Como é que têm a certeza que todos os números que terminam com 5 são múltiplos de 5?*

B. – Porque a prof. Isabel já nos ensinou… (…)

Prof.- Não há outras razões? (…) Na matemática existem regras. O que vocês disseram sobre os números que terminam em 5 são sempre múltiplos de 5 é uma regra. É sempre bom explicar que são regras ou dar exemplos em que acontece o mesmo com outros números". (ci5, 7/11/12)

Após esta conversa, os alunos escreveram com a ajuda da professora um *feedback* a dizer: "*Está certo. Podem explicar melhor porquê é que 4505 é múltiplo de 5. Existe uma regra?".* A professora considerou necessário ajudar os alunos a produzir este *feedback,* pois é um tipo de comentário difícil de realizar para os alunos que pouco exploraram estes elementos. Assim, o tipo de *feedback* fornecido é centrado na produção, regulador, descritivo e com uma pista em forma de questão, o que se torna um bom exemplo para os alunos aprenderem.

Em resposta a este *feedback* descritivo, os alunos do G4 disseram na resposta final: "*O resultado é múltiplo do 5 é, porque acaba em cinco. A regra que aprendemos diz que os números que acabam em 5 ou 0 têm de ser múltiplos de 5".* Concluindo, o *feedback* proporcionou o enriquecimento de uma resposta que passou a ter fundamentação matemática, o que significa que o G4 teve êxito no processo de regulação desta tarefa.

Grupo 5

Na ficha resolvida pelo G5 verifica-se que existem três tarefas cujas respostas/resoluções estavam incorretas. Os *feedbacks* dados pelos alunos avaliadores do G6 a estas incorreções (fig.31) são:

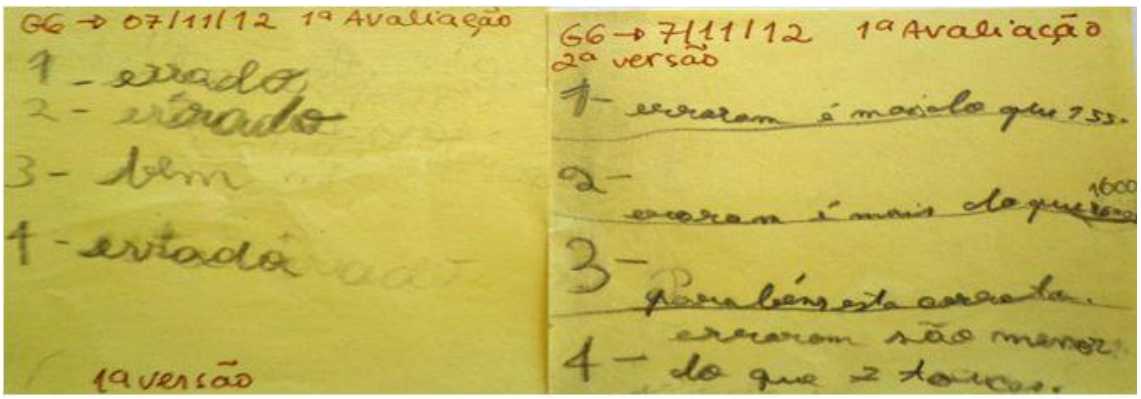


Fig. 32 – *Feedbacks* escritos pelo G6 à ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

Ao analisarmos as avaliações apresentadas (fig.31) percebemos que no *post-it* "1ª avaliação" não existe uma preocupação em respeitar as características dos *feedbacks* reguladores, pelo contrário observam-se indicações de certo ou errado como na tradicional avaliação sumativa. Este tipo de indicações caracteriza-se como *feedback* de constatação: não são fornecidos dados apreciativos do desempenho do aluno; não têm em vista o melhoramento da produção e a aprendizagem de conhecimentos a partir dos erros dos alunos; avalia apenas o que o aluno sabe em vez de ajudá-lo a ultrapassar as suas dificuldades. A professora considerou que os alunos deviam refletir sobre o *feedback* que realizaram e a apresentação em *powerpoint* que referia e exemplificava os aspetos positivos/negativos do feedback. Após a visualização do suporte informático, os alunos autonomamente realizaram a "1ª avaliação, 2ª versão" (fig.31).

Ao contrário da primeira avaliação dada, na segunda, os alunos avaliadores conseguiram apresentar algumas características reguladoras, nomeadamente pistas sobre os erros cometidos. Os *feedbacks* dados na segunda versão da avaliação são descritivos, centrados na produção, com pistas cujo objetivo é a reformulação das respostas.

No que diz respeito a outras tarefas com erros, as tarefas 1 e 2 contemplam cálculos com multiplicações em que o multiplicador é o 5, como se pode observar na figura seguinte:

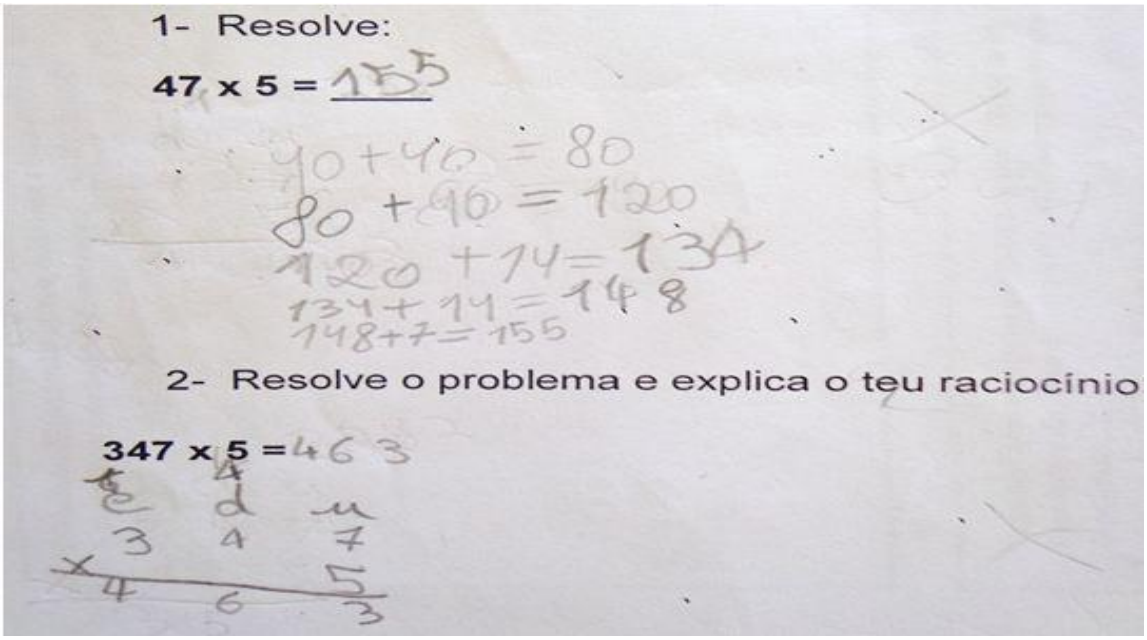


Fig. 33 – Resolução inicial do G5 à tarefa1 e 2 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

Ao analisarmos as representações simbólicas expressas na tarefa 1 (fig.32), o cálculo 47x5, consegue-se perceber que o raciocínio dos alunos poderá ter sido em termos da decomposição do número 47, calculando produtos parciais. Eles começam por adicionar sucessivamente cinco parcelas iguais a 40. Depois adicionam 14 (duas vezes o sete) também duas vezes e, por fim, adicionam mais uma vez o 7. No entanto, a análise do cálculo expresso na resolução original revela que o erro cometido foi terem somado apenas três vezes o 40. Isto quer dizer que, os alunos tiveram dificuldades em aplicar a estratégia em causa (execução dos cálculos).

Se os alunos avaliadores tivessem analisado o cálculo dos colegas com mais atenção, ou se, por outro lado, tivessem pedido esclarecimento sobre o que os colegas pensaram, provavelmente, perceberiam qual o engano que originou falhas no processo de resolução. Assim, com a perceção da razão das incorreções os alunos avaliadores teriam conseguido efetuar uma avaliação reguladora mais eficaz, orientando os colegas a perceberem que o raciocínio desenvolvido estava correto, a estratégia em que pensaram era aplicável (mas não a mais eficiente) e que o processo de resolução tinha falhas que podiam ser reformuladas e corrigidas.

Atendendo a estes aspetos, no *post-it* "1ª avaliação, 2ª versão" (fig.31) verifica-se que os alunos esforçaram-se para fornecer *feedbacks* reguladores com a presença de pistas, capazes de causar um impacto positivo nas alterações das produções. Contudo, com o *feedback* fornecido pelos alunos, *"erraram é mais do que 155"*, o G5 não conseguiu melhorar a sua produção, deixando a resposta na forma original. Refletindo sobre o assunto, verifica-se que a pista dada é relativa ao erro cometido, em vez de ser uma pista referente ao desempenho correto (onde se orienta a ação que o aluno deve realizar). Isto significa que, apesar de ter sido dado um *feedback* descritivo e com pistas não houve regulação, os alunos que resolveram a tarefa não conseguiram melhorar o seu desempenho.

Para resolver à tarefa 2 (fig.32), o G5 tentou usar o algoritmo da multiplicação. A representação utilizada foi, mais uma vez, simbólica. Através da análise do cálculo realizado compreendemos que o grupo não domina o método de algoritmos de multiplicação, pois concretiza-o como se estivesse a tratar de uma adição. Com efeito, quando se realiza uma soma ou uma multiplicação do 5 com o 347 não se obtém os mesmos valores. O facto de os alunos não compreenderem isto sugere que eles possuem

dúvidas profundas sobre: o conceito de adição, o conceito de multiplicação e como utilizar o algoritmo. Esta situação parece estar associada ao facto dos alunos não terem relacionado este cálculo com o anterior 47x5.

Como é visível na fig.31, o *feedback* dado para a tarefa 2 é análogo ao *feedback* da tarefa 1. As pistas fornecidas não orientaram os colegas a compreender como corrigir a produção, pois apenas mencionaram indicações sobre o resultado e não sobre o processo. Os alunos do G5 não conseguiram corrigir a resolução incorreta e, consequentemente, não existiu um aprofundamento de conhecimentos nos métodos de cálculo multiplicativos. O *feedback* fornecido nestas duas tarefas não proporcionou uma regulação de aprendizagens, o que significa que estes casos tiveram insucesso.

Em relação à tarefa 4, esta tem como finalidade principal a identificação de combinações possíveis de dois elementos, mais precisamente cinco toucas e sete fatos de banho diferentes. Na fig.33, em baixo, observa-se a primeira resolução do G5:

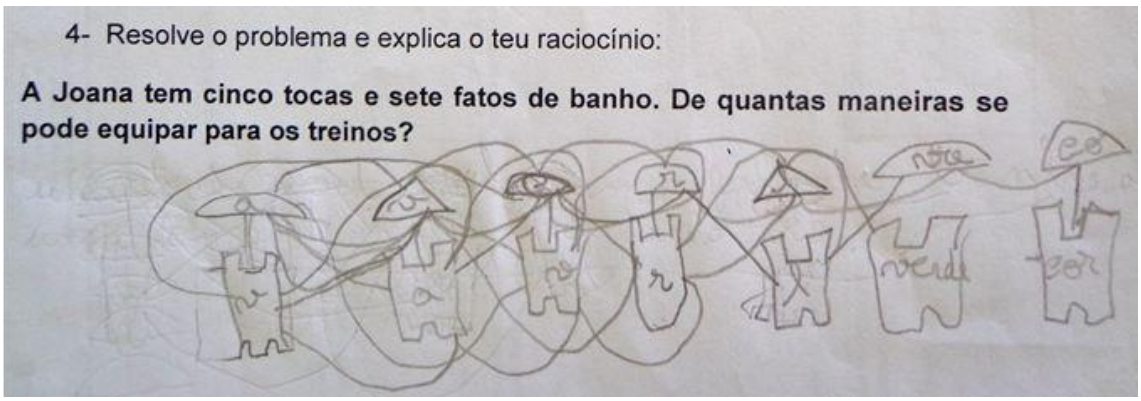


Fig. 34– Resolução inicial do G5 à tarefa 4 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

As representações icónicas utilizadas pelos alunos na resolução mostram sete fatos de banho e sete toucas para combinar, o que não corresponde ao enunciado da tarefa. Estas representações que os alunos efetuaram mostram que parecem ter pensado de modo desorganizado, sem conseguirem construir uma estratégia que permitisse elencarem todas as hipóteses possíveis. Assim, parece haver uma estratégia para formar conjuntos através da tentativa-erro. Além disso, não respondem à tarefa, uma vez que o grupo não chegou à solução. Neste sentido, os alunos parecem ter dificuldade no raciocínio inicial e na aplicação de estratégia em causa. Também para os alunos avaliadores parece ter sido difícil perceber que combinações foram estabelecidas para

formar os conjuntos, porque a correspondência entre os elementos está confusa e desorganizada.

Neste sentido, a avaliação realizada para esta tarefa foi "*erraram, são menos do que 7 toucas"* (fig. 31). O feedback dado é centrado na resolução, é descritivo e proporciona uma pista crucial, alertando os alunos para o número de toucas que representaram (fator regulador).

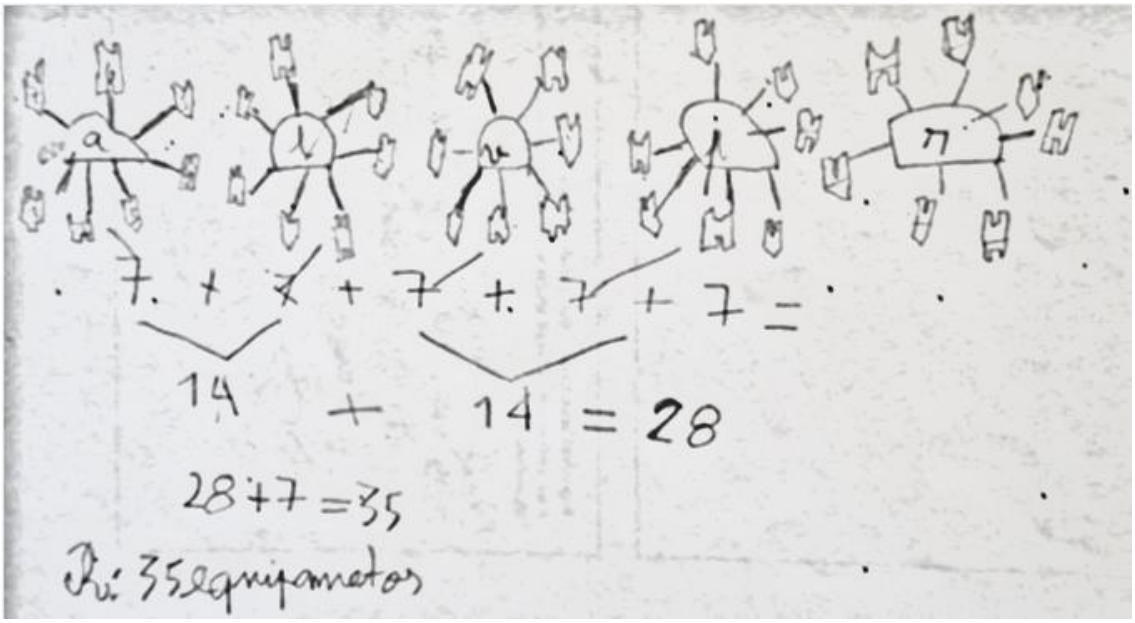


Fig. 35 – Correção da resolução na tarefa 4 pelo G5 da ficha "tabuada e múltiplos do cinco"

A correção da resolução (fig.34) evidencia que os alunos ficaram motivados para realizar novas formas de representações. Após algumas tentativas de estratégias diferentes os alunos ficavam confusos com as suas próprias combinações. Nessa altura, houve uma conversa informal com a professora que sugeriu a consulta do caderno. A utilização do caderno para analisarem estratégias de resolução de problemas combinatórios indicou-lhes a estratégia mais eficaz, na medida em que os alunos selecionaram e analisaram a resolução de um problema de combinação semelhante no qual puderam verificar como se resolve. Assim, a estratégia aplicada dos alunos centrou-se na representação das cinco toucas, a partir das quais desenhou os sete fatos de banho correspondentes.

O *feedback* dado pelo G6 foi eficaz, na medida em que a pista permitiu que o G5 identificasse o erro que cometeu e corrigi-lo de forma a melhorar o seu desempenho.

Grupo 6

Este grupo não teve erros na ficha que resolveu, devido a isso não há dados para serem analisados relativamente ao *feedback* e aos processos de resolução matemáticos.

II. Tarefas e avaliações realizadas sobre o subtópico "Sequências e padrões"

Grupo 1

Este grupo não teve erros na ficha que resolveu, devido a isso não há dados para serem analisados relativamente ao *feedback* e aos processos de resolução matemáticos. serem analisados.

Grupo 2

No momento de avaliação (fase 3), os alunos avaliadores detetaram alguns erros nas tarefas resolvidas. Devido a isso, estes alunos produziram *feedbacks* nos *post-its* (fig.35) que promovesse a regulação das aprendizagens:

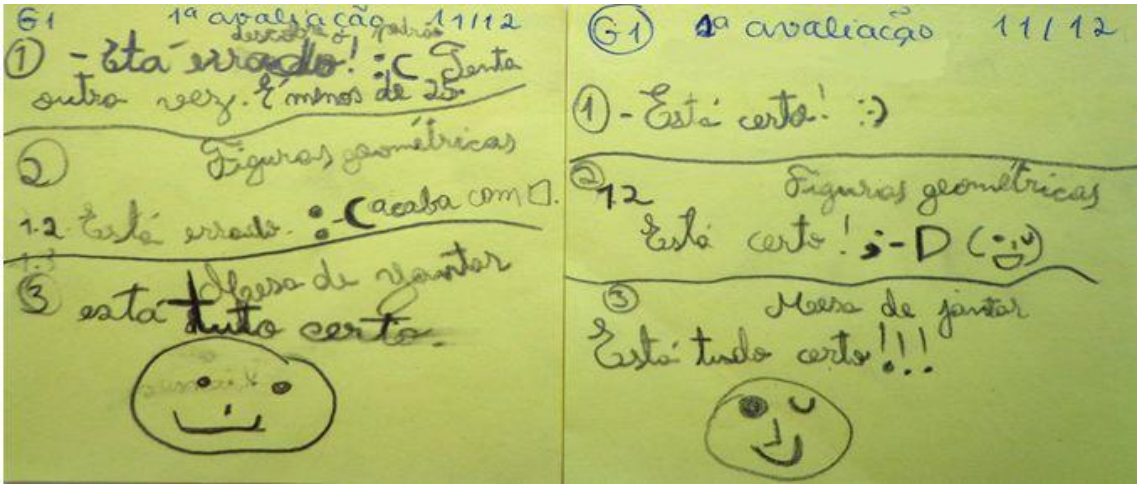


Fig. 36 – *Feedbacks* escritos pelo G1 na ficha "sequências e padrões"

Como se pode verificar, as tarefas 1 e 2 tiveram erros no processo de resolução. A tarefa 1 tem como finalidade principal a identificação de uma figura pertencente a um padrão. Na figura seguinte está apresentada a tarefa e a resolução original do G2:

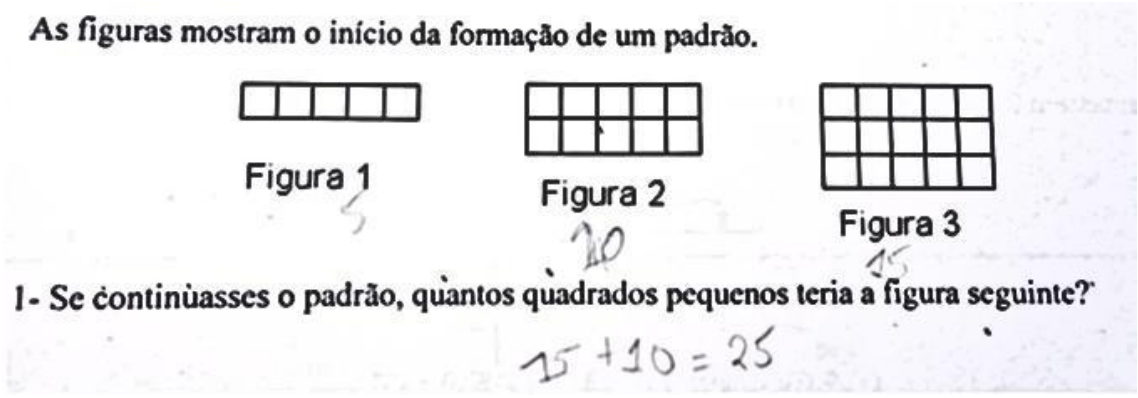


Fig. 37 – Resolução inicial do G2 à tarefa 1 da ficha "sequências e padrões"

A análise da resolução dos alunos (fig.36) evidencia que estes utilizam representações simbólicas, onde adicionam o número total de quadrados da figura 3 às da figura 2 para obter a seguinte. Ora este modo de pensar decorre da identificação incorreta do padrão subjacente a esta sequência, ou seja, parece haver dificuldade dos alunos com a base do raciocínio.

Os alunos avaliadores identificaram que os alunos do G2 erraram e forneceram um *feedback* centrado na resolução, descritivo e com presença de pistas: "*Está errado! ☹ Tenta outra vez. É menos de 25"* (fig. 35).

Após receber o *feedback*, o G2 corrigiu a resolução original da seguinte forma:

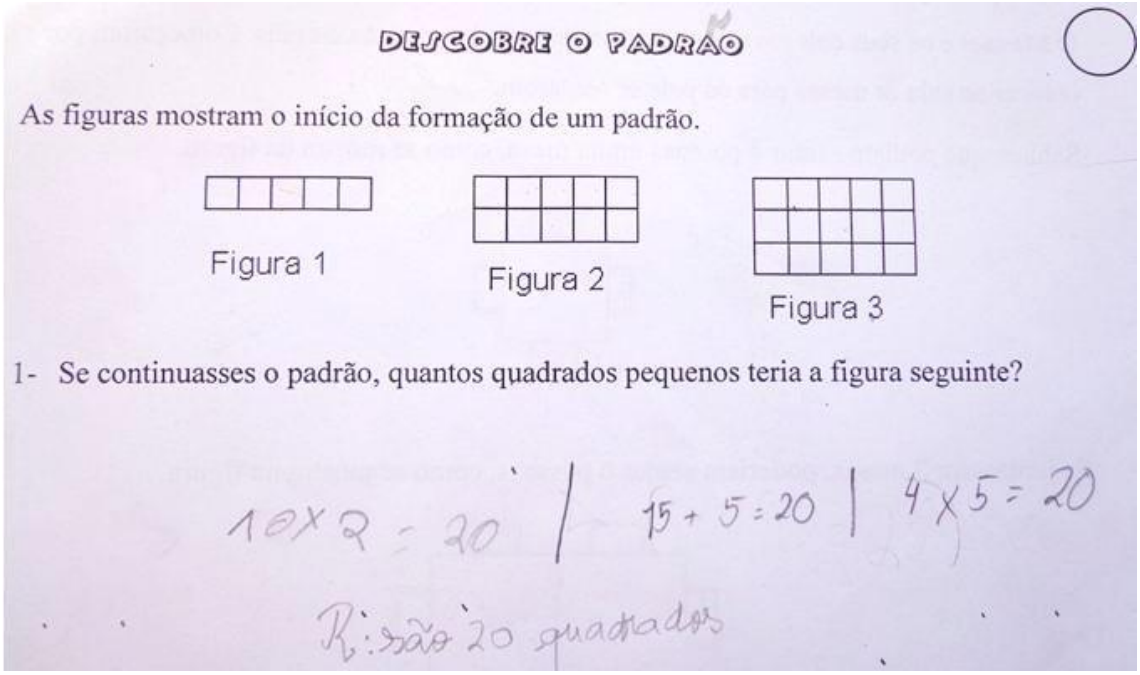


Fig. 38 – Correção da resolução na tarefa 1 da ficha "sequências e padrões" pelo G2

A análise das suas produções (fig.37) mostra que os alunos utilizaram representações simbólicas diferentes: 10x2=20; 15+5=20 e 4x5=20. Os alunos parecem ter percebido que é preciso adicionar cinco unidades ao número total de quadrados da figura anterior para obterem a seguinte.

Todas as respostas estão completas e adequadas à tarefa, o que os alunos avaliadores certificaram no segundo *feedback*[18] ao escreverem "*Está certo ;)"* (fig.35). Nesta situação percebemos que o *feedback* fornecido teve impacto na resolução original, pois os alunos tiveram a capacidade para identificar o erro e corrigi-lo.

A tarefa 2 contempla uma sequência com figuras geométricas onde é intuito identificar os termos seguintes. Na figura abaixo está representada a resolução original efetuada pelo G2:

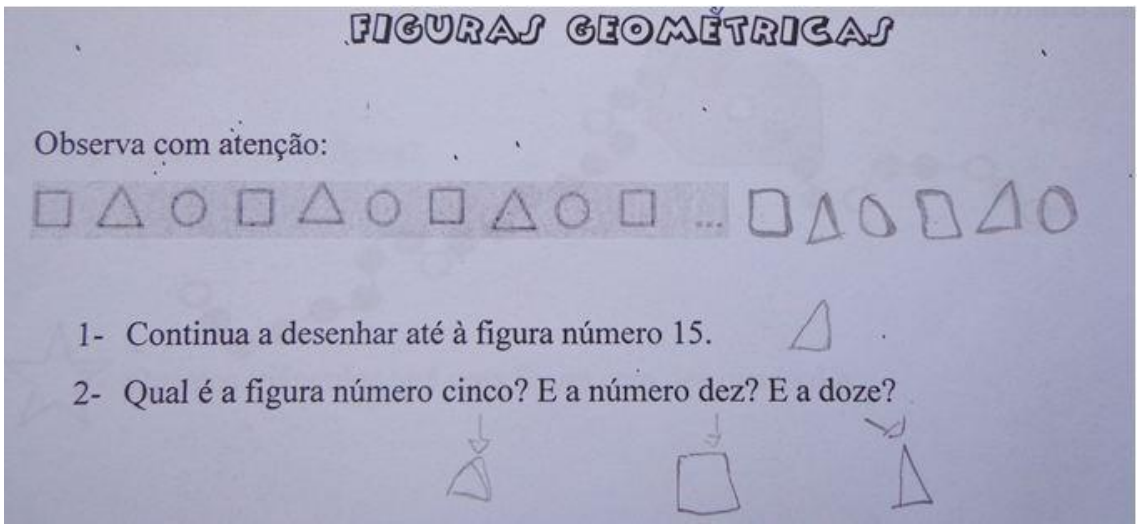


Fig. 39 – Resolução inicial do G2 à tarefa 2 da ficha "sequências e padrões"

A análise da resolução do G2 (fig.38) evidencia que as representações utilizadas são do tipo icónicas. Em relação ao raciocínio e estratégia desenvolvida percebe-se que os alunos não continuaram a sequência de forma correta nem respeitaram a ordem da alínea 1. A sequência inicial é composta por três elementos: □, △e ○. Ora os alunos representaram duas vezes estes três elementos, com isso cometeram dois erros: após o 10º termo (quadrado) escreveram um quadrado e apresentaram 16 elementos quando o pedido eram 15. Isto significa que os alunos têm dificuldades em relação ao raciocínio, podendo não compreender e identificar o conceito e características de uma sequência.

[18] O 2º *feedback* corresponde a uma avaliação realizada às correções das resoluções.

A estes erros, os avaliadores escreveram "*Está errado ;-(acaba com* □" (fig.35). Este *feedback* está centrado na resolução, é descritivo e apresenta uma pista reguladora. Porém, a pista apresentada gera confusão, na medida em que não se compreende o que é que os avaliadores querem dizer. Penso que o significado da pista seja referente à sequência apresentada, pois termina com o 10º termo e é um quadrado. A reação do G2 a este *feedback* foi:

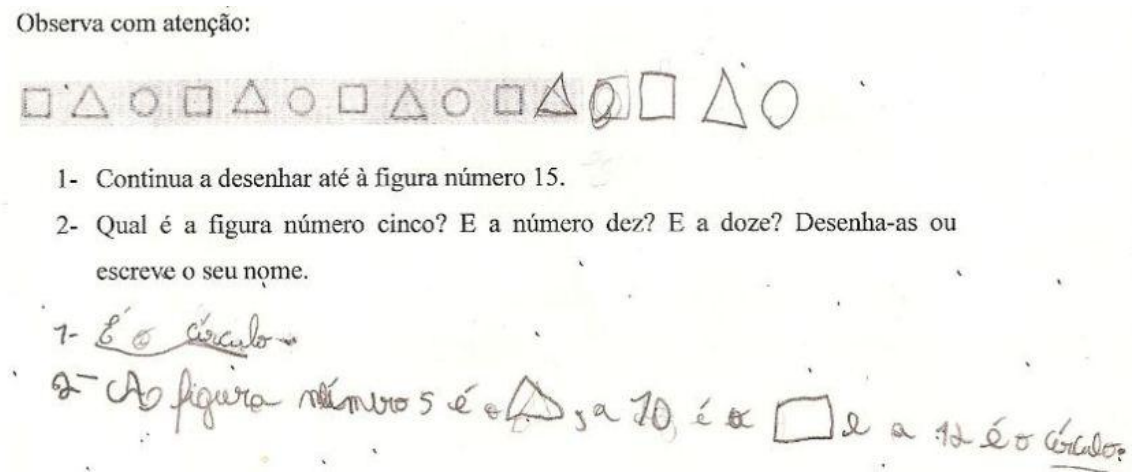


Fig. 40 – Correção da resolução na tarefa 2 da ficha "sequências e padrões" pelo G2

Analisando a correção da resolução (fig.39) é visível que os alunos identificaram o erro e corrigiram-no. Efetivamente, na alínea 1, as figuras geométricas expostas continuam a sequência de forma correta e somente até ao 15º elemento, tal como era pedido. Este facto mostra que os alunos conseguiram interpretar o *feedback* apresentado e a partir dele regularam as suas respostas incorretas. Nesta situação, repare-se que os alunos avaliadores escreveram um feedback a dizer: *"Está certo! ;D"* (fig.35).

Grupo 3

Este grupo não teve erros na ficha que resolveu, devido a isso não há dados para serem analisados relativamente ao *feedback* e aos processos de resolução matemáticos.

Grupo 4

Segundo a avaliação efetuada pelos alunos avaliadores, exposta na figura abaixo (fig.40), a tarefa 3 possui um erro no processo de resolução:

Fig. 41 – *Feedbacks* escritos pelo G3 à ficha "sequências e padrões"

O objetivo da tarefa 3 é identificar uma parte da sequência que está omitida dentro de uma caixa. A resolução dos alunos do G4 foi:

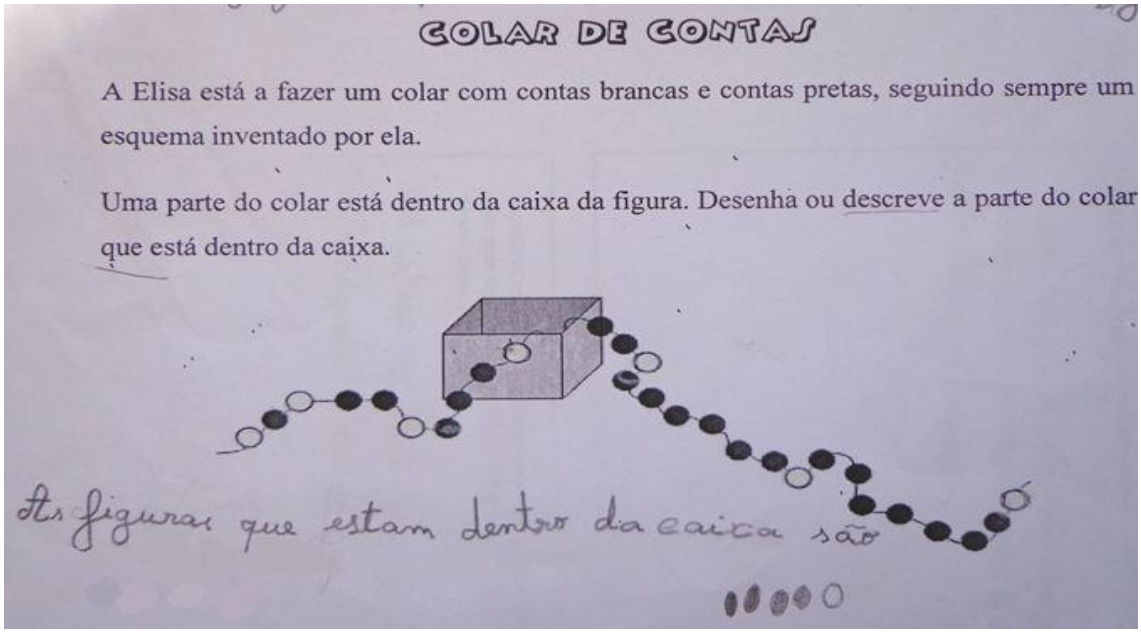


Fig. 42 – Resolução inicial do G4 à tarefa 3 da ficha "sequências e padrões"

O padrão é composto por bolas pretas (P) e bolas brancas (B) do seguinte modo:

1P + 1B + **2P** + 1B + **3P** + 1B + **4P** + 1B + **5P** + 1B + **6P** + 1B + **7P** + 1B…

Através de análise conseguimos perceber que os alunos cometeram um erro, ao identificarem a sequência parcialmente omitida. A resposta dos alunos foi: ●●●●○ Através desta representação icónica constata-se que os alunos conseguiram compreender que o número de bolas pretas vai sempre aumentando uma, sendo que o número de bolas brancas é constante. Após a apresentação de três bolas pretas e uma

bola branca, os alunos responderam adequadamente quatro bolas pretas e uma bola branca. Todavia, é percetível que os alunos não consideraram as duas bolas pretas que estavam apresentadas, indicando que parte do segmento do padrão seguinte também estava omitida (fig.42).

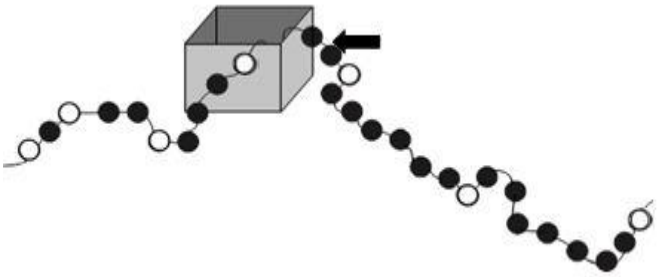


Fig. 43 – Análise do padrão da tarefa 3 da ficha "sequências e padrões" pelo G4

A resposta correta a esta tarefa é ●●●●○●●●, dado que assim estas três bolas pretas mais as duas bolas pretas assinaladas com a seta na fig.43 resulta num conjunto de cinco bolas pretas.

O *feedback* fornecido pelo G3 a esta resolução (fig.40) foi: *"Está errada, mas muitos parabéns".* Este comentário não tem pistas de resolução o que indica que é centrado no aluno e de constatação. Apesar de este comentário não indicar pistas, desencadeou uma reformulação da resposta:

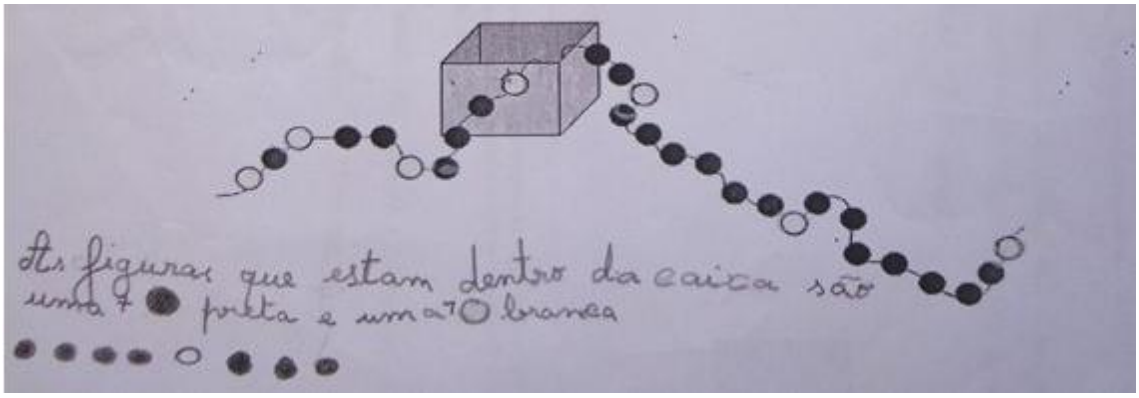


Fig. 44 – Correção da resolução na tarefa 3 da ficha "sequências e padrões" pelo G4

Como se verifica, o *feedback* de constatação teve impacto na correção da resolução, ao contrário do que defendem os autores da revisão bibliográfica, pois os alunos conseguiram identificar e corrigir o erro de forma correta. Isto leva a pensar que, de certa forma, os alunos desenvolveram competências autorreguladoras de aprendizagens através da prática sucessiva de atividades centradas numa avaliação

formativa, tais como o mecanismo de identificação e valorização de erros e de autoavaliação.

Grupo 5

Ao observar os *feedbacks* providenciados pelos alunos avaliadores, na figura abaixo (fig.44), verifica-se que a tarefa 3 teve um erro no processo de resolução:

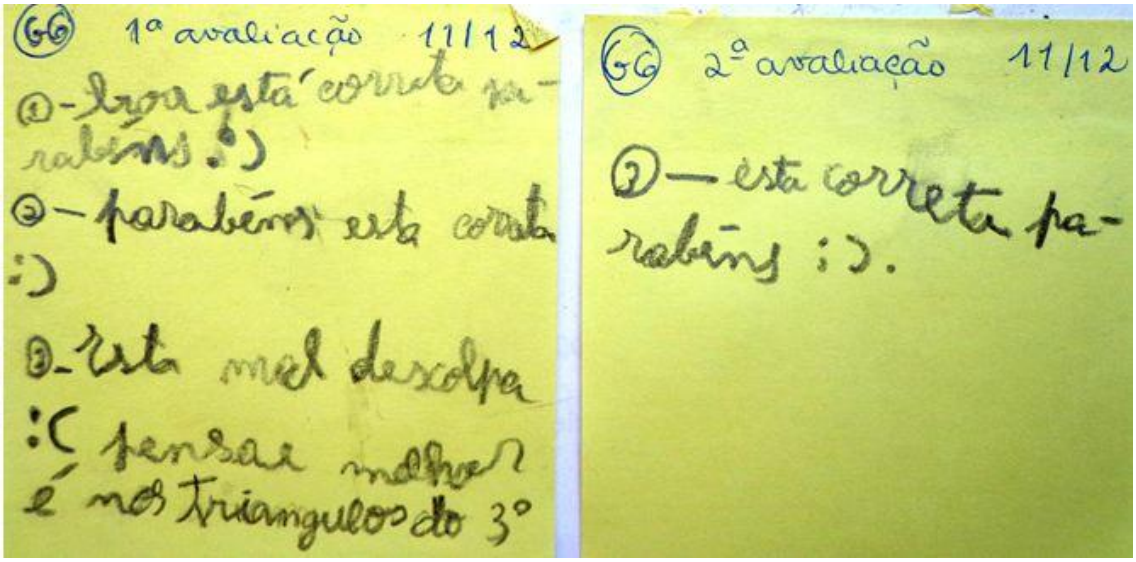


Fig. 45 – *Feedbacks* escritos pelo G6 à ficha "sequências e padrões"

A tarefa 3 é composta por um padrão geométrico que tem de ser completado de forma a responder às alíneas. Os alunos do G5 redigiram a resolução original da seguinte forma:

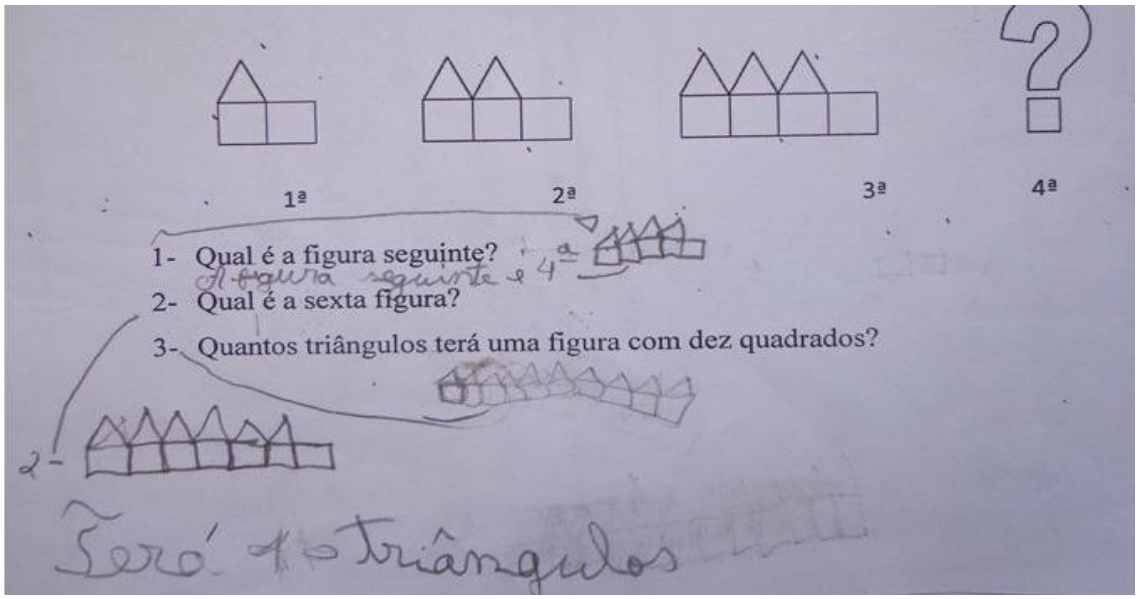


Fig. 46 – Resolução original do G5 à tarefa 3 da ficha "sequências e padrões"

A análise das resoluções do G5 (fig.45) mostra que os alunos resolvem incorretamente a alínea 3, uma vez que na representação icónica expuseram uma figura com dez quadrados e dez triângulos. Ora, o correto é que uma figura com dez quadrados possua nove triângulos (*10*-1 = *9).* Através da análise, dá para compreender que os alunos conseguiram identificar o padrão corretamente e aplicar uma estratégia de resolução apropriada. Ora, isto indica que não possuem dificuldades, nesta tarefa, com a base de raciocínio e com a aplicação de estratégia, mas sim na apresentação do resultado.

Mediante o erro efetuado pelo G5, os avaliadores do G6 redigiram um *feedback* que menciona *"Está mal, desculpa ☹ pensa melhor, é nos triângulos do 3º"* (fig.44). O comentário é centrado na tarefa, descritivo e possui uma pista de resolução.

O impacto deste comentário na correção da resolução foi:

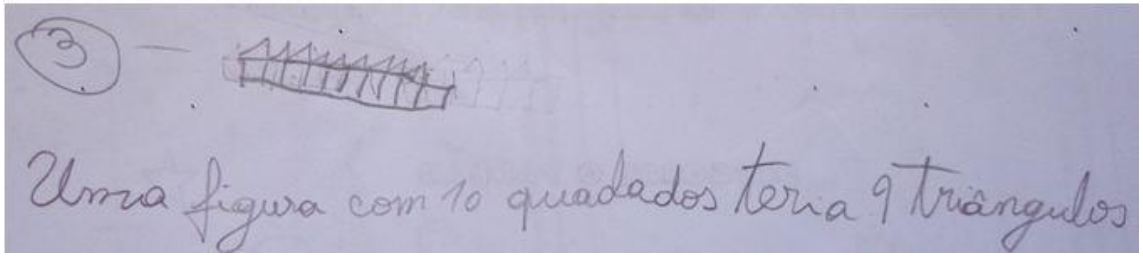


Fig. 47 – Correção da resolução na tarefa 3 da ficha "sequências e padrões" pelo G5

Como se pode verificar (fig.46), os alunos do G5 conseguiram identificar e corrigir o seu erro, para isso usaram uma representação icónica (semelhante à resolução anterior) mas corretamente. Desta forma conseguiram determinar o número certo de triângulos da figura. Esta situação educativa revelou o poder positivo do *feedback* nas regulações das aprendizagens.

Grupo 6

Este grupo não teve erros na ficha que resolveu, devido a isso não há dados para serem analisados relativamente ao *feedback* e aos processos de resolução matemáticos.

Características e impacto dos *feedbacks* providenciados pelos alunos

Nesta subsecção, sintetiza-se os principais aspetos das avaliações fornecidas pelos alunos, isto é, das características e efeitos dos *feedbacks*. Ao longo da análise de dados exposta na secção anterior foram apresentados e analisados *feedbacks* fornecidos pelos alunos avaliadores às tarefas que possuíram erros na resolução/resultados, tanto nas fichas de matemática do subtópico "Tabuada e múltiplos do cinco" como no subtópico "Sequências e padrões".

Iremos analisar de seguida os dados obtidos sobre as avaliações das fichas de matemática do subtópico "Tabuada e múltiplos dos cinco".

Para começar, é necessário salientar que através da análise dos *feedbacks* providenciados pelos alunos nos *post-its* "1ª avaliação, 1ª versão" pode-se concluir que: (a) os alunos avaliadores do G1 e G2 produziram *feedbacks* centrados na tarefa e descritivos, porém apresentaram a correção do erro identificado, em vez de darem uma pista de orientação com vista ao melhoramento do desempenho; (b) os alunos avaliadores do G3 não conseguiram fornecer um *feedback* com qualidade, devido à falta de compreensão dos processos matemáticos da resolução; e (c) os alunos avaliadores do G6 tiveram dificuldades em apresentar um *feedback* com efeitos reguladores, providenciado, assim, *feedbacks* avaliativos.

Após as conversas com a investigadora, em que a própria deu *feedbacks* orais aos alunos para que houvesse mais qualidade nas avaliações efetuadas, os alunos avaliadores realizaram uma nova avaliação exposta nos *post-its* "1ª avaliação, 2ª versão". Com a análise destes *feedbacks* compreende-se que: (a) todos os alunos avaliadores (do G1, G2, G4 e G6) providenciaram *feedbacks* com características reguladoras, sendo eles descritivos, centrados na produção e com presença de pistas. As pistas fornecidas foram tanto relativas à orientação do caminho a prosseguir, como ao erro.

Efetivamente, no geral, existiram situações em que os *feedbacks* providenciados pelos alunos na "1ª avaliação" apresentavam erros científicos ou não continham aspetos reguladores. Estes dados foram mais incidentes na primeira semana de adaptação do processo avaliativo, podendo esta ser uma das razões destas dificuldades dos alunos, pois os alunos não possuem os conhecimentos sobre as características do *feedback*.

Nestas ocorrências foi fulcral a orientação e ajuda da professora para que a avaliação reguladora enquanto veículo da própria aprendizagem não estivesse comprometida. Para existir o controlo destas situações, a investigadora teve de ter um papel passivo mas presente, para intervir e evitar estas lacunas no processo de coavaliação entre os pares.

Relativamente aos dados obtidos sobre as avaliações das fichas de matemática do subtópico "Sequências e padrões", os *feedbacks* dados pelos alunos avaliadores às tarefas tinham as mesmas características que os *feedbacks* apresentados nos *post-is* "1ª avaliação, 2ª versão", há exceção de um elemento que aumentou significativamente, os elogios.

Em suma, as principais conclusões decorridas da análise das características e impactos dos *feedbacks* nas fichas de ambos os subtópicos matemáticos são: (a) os *feedbacks* dados pelos alunos avaliadores foram quase todos reguladores, centrados na tarefa, descritivos e com presença de pistas; (b) os *feedbacks* que possuíam pistas do caminho a prosseguir favoreceram a regulação e tiveram progressão; contundo, os *feedbacks* com pistas sobre o erro, constrangeram a regulação e, como tal, não houve progressão; e (c) as tarefas avaliadas tinham, maioritariamente, uma estrutura fechada e um grau de dificuldade fácil ou estrutura semiaberta e dificuldade média. Ou seja, por um lado, as primeiras (tarefas com estrutura fechada e grau de dificuldade baixo) necessitavam de *feedbacks* reguladores, descritivos e centrados na tarefa com pistas cuja função era de reformulação. Por outro lado, as segundas (tarefas de estrutura semiaberta e de grau de dificuldade médio) requeriam o mesmo tipo de *feedbacks* com pistas cujas funções tinham, necessariamente, de ser de reformulação e, também, fundamentação.

Processos matemáticos usados pelos alunos nas resoluções das tarefas

Esta subsecção, resume os principais processos matemáticos utilizados pelos alunos, decorrentes da análise efetuada às suas resoluções segundo as categorias de análise estipuladas anteriormente. Esta suma expõe provas referentes aos processos matemáticos: raciocínio e demonstração, representações matemáticas e resolução de problemas, tanto nas tarefas do subtópico "Tabuada e múltiplos do cinco" como no subtópico "Sequências e padrões".

No que concerne ao tipo de representações usadas pelos alunos nas suas resoluções, podemos constatar que, nas tarefas do subtópico "Tabuada e múltiplos do cinco", a maioria dos registos contempla representações simbólicas. Em oposição, nas tarefas do subtópico "Sequências e padrões", os alunos optaram por usar representações icónicas. Refletindo sobre estas evidências, torna-se imprescindível relacioná-las com as características das tarefas, nomeadamente a natureza dos dados e o seu objetivo. Com efeito, no geral, as tarefas do primeiro subtópico têm uma natureza mais fechada e objetiva, o que se relaciona com o propósito de calcular com os números propostos; ao passo que, as tarefas do segundo subtópico têm uma natureza mais aberta e exploratória, incluindo imagens no seu enunciado. Logo, os alunos construíram estratégias diversificadas, recorrendo a registos de várias naturezas e não apenas simbólico.

Os alunos utilizaram, frequentemente, estratégias de tentativa e erro. Também recorreram, no caso de terem de calcular numericamente, a cálculos que já tinham memorizado. Foi o que aconteceu no caso das duas primeiras tarefas analisadas dos grupos G1 e G2.

Nas tarefas pertencentes ao subtópico "Tabuada e múltiplos do cinco", os alunos, quando desenvolvem estratégias que envolvem cálculos, revelaram ter dificuldades em dois aspetos diferentes: na realização de cálculos e, minoritariamente, na interpretação das tarefas ao manifestarem pensamentos erróneos/inapropriados ao contexto da tarefa. Enquanto nas tarefas do subtópico "Sequências e padrões", os alunos têm mais dificuldades relacionadas com a interpretação adequada da tarefa.

Capítulo VI – Conclusões

Neste capítulo começasse por apresentar-se uma síntese do estudo realizado, decorrentes da análise de dados efetuada no capítulo anterior, tentando responder, o melhor possível, às questões do estudo apresentadas na introdução. Para além disso, serão também explicitadas as dificuldades e limites do estudo, assim como, sugestões de continuidade da investigação.

Neste trabalho foi analisado de que modo o fornecimento de *feedback*, num processo de coavaliação entre pares, contribui para a regulação das aprendizagens dos alunos em Matemática e, particularmente, para o desenvolvimento dos processos matemáticos usados na resolução de tarefas. Pode-se concluir que este estudo evidencia a importância do *feedback* enquanto instrumento de aprendizagem da matemática, não só para os alunos que avaliam como também para os que são avaliados.

Com efeito, o *feedback* regulador providenciado pelos alunos avaliadores possui pistas orientadoras importantes que permitiram aos seus pares identificar o erro e corrigirem-no de forma autónoma, melhorando o seu desempenho. Assim, verifica-se que este processo de coavaliação promove a regulação das aprendizagens, contribui para a evolução dos processos matemáticos e desencadeia o desenvolvimento de competências de autoavaliação e autorregulação nos alunos.

A investigação foi realizada numa turma de 3º ano de escolaridade, numa escola pública, tendo a participação de 23 alunos. Para compreender quais os contributos da coavaliação entre pares no desenvolvimento dos processos matemáticos definiram-se quatro questões de investigação referentes aos *feedbacks* e aos processos matemáticos. Para ser mais fácil de organizar, de seguida, apresentam-se as questões e as suas respostas de forma contínua:

- *Que tipo de feedback são os alunos capazes de fornecer?*

A análise dos dados mostra que os alunos são capazes de fornecer não só *feedbacks* avaliativos, mas também descritivos. Os *feedbacks* avaliativos utilizados pelos alunos tinham somente uma informação: "certo" ou "errado". Enquanto, no que diz respeito ao *feedback* descritivo, as suas características mais utilizadas pelos alunos

são: serem centrados no desempenho do aluno; serem, normalmente, curtos, objetivos, motivadores; e terem a presença de pistas. Estas pistas escritas pelos alunos tinham, maioritariamente, função de reformulação, sendo que, raramente tinham função de fundamentação.

Ainda relativamente às características dos *feedbacks* providenciados pelos alunos avaliadores, a análise dos dados evidencia alguns aspetos negativos, nomeadamente a inexistência de frases lexical e ortograficamente corretas, o que confere falta de clareza.

- *Qual o tipo de feedback que contribuiu mais como objeto de regulação?*

A análise dos dados permite afirmar que os *feedbacks* descritivos favoreceram mais a regulação dos processos matemáticos do que os comentários avaliativos. Isto porque nos casos de ausência de *feedback* não houve regulação e, na maior parte das vezes, o mesmo aconteceu em situações em que a avaliação dada era de índole sumativa com *feedbacks* de constatação[19].

Porém, o tipo de *feedback* de constatação com ausência de pistas, em raras situações, teve impacto na correção da resolução, ao contrário do que alguns autores defendem. Com a reflexão realizada a partir da análise dos dados associados ao *feedback*, pode-se verificar que a tarefa apresentava um grau de estrutura fechada e um grau de dificuldade reduzido, sendo que existia somente uma resposta correta. Após lerem a avaliação, os alunos conseguiram identificar e corrigir o erro. Inicialmente, a razão do erro pode ter sido uma distração ou falta de atenção à sequência apresentada na tarefa, o que num contexto de melhoria e correção das produções pode ter sido facilmente compreendido qual era a resolução correta. Para além disso, outra explicação para este fenómeno é que, de certa forma, a prática sucessiva do processo centrado na avaliação formativa, desenvolveu nos alunos competências autorreguladoras de aprendizagens, tais como o mecanismo de identificação e valorização de erros, de autoavaliação e de autoeficácia (Hattie & Timperley, 2007).

[19] Discutido no capítulo V "Apresentação, análise e discussão dos dados" no ponto "Processos de resolução, *Feedback* e Regulação das aprendizagens".

Não obstante, é de salientar que não importam somente as características do *feedback* fornecido, mas sim a sua qualidade. Com efeito, a análise dos dados mostra que as avaliações descritivas que possuíam pistas referentes ao caminho a prosseguir favoreceram a regulação e tiveram progressão. Contundo, os *feedbacks* com pistas sobre o erro constrangeram a regulação e, como tal, não houve progressão.

- *Existe evolução no tipo de feedback providenciado pelos alunos?*

O processo de avaliação através da ministração de *feedback* foi uma aprendizagem completamente nova para os alunos. Para realizar este tipo de avaliação, os alunos tiveram de ser capazes de analisar e compreender os dados, os processos/estratégias utilizados, testá-los para verificar se estão corretos, refletir sobre o que está correto/errado, descobrir o porquê e fornecer pistas para realizar/melhorar. Estas etapas despoletaram aprendizagens relevantes para os alunos, pois através da avaliação gera-se um processo de reflexão, pesquisa e aprendizagem e, consequentemente a correção de resolução.

Para além disso, providenciar e receber *feedback* requere que os sujeitos possuam e desenvolvam diversas elevadas capacidades específicas, como: lidar com diversos julgamentos; ter profundos conhecimentos dos conteúdos para se estar preparado para fornecer *feedback* às tarefas; ter ideias, vontade para incentivar a autorregulação e fornecer *feedback* no momento ideal (Hattie & Timperley, 2007).

De acordo com estes autores, não se pode esperar que os alunos sejam capazes de fornecer *feedback* com qualidade logo da primeira vez. Com efeito, a aprendizagem dos alunos sobre a avaliação com qualidade foi um processo contínuo, em que foi visível a sua evolução. As primeiras avaliações produzidas pelos alunos avaliadores variaram entre *feedback* avaliativo e descritivo. Neste último tipo de *feedback* verificou-se que os alunos incluíram, no seu comentário, a identificação do erro e a sua solução, daí ser considerado descritivo sem qualidade.

As primeiras avaliações efetuadas não foram dadas aos alunos que resolveram as tarefas, mas à investigadora que as analisou e avaliou em conjunto com os alunos avaliadores. Assim, após as orientações da investigadora, estes alunos alteraram autonomamente as suas avaliações, produzindo *feedbacks* descritivos, centrados no

desempenho do aluno e com pistas de orientação relativas aos processos matemáticos. Na mesma sessão de trabalho, os alunos avaliadores apresentaram uma evolução significativa nas suas avaliações dadas.

No decorrer da investigação, a capacidade de providenciar *feedback* com qualidade foi evoluindo. Nas últimas semanas, as avaliações dos alunos apresentavam características reguladoras mais diversificadas. Em alguns casos, as avaliações expunham questões reflexivas, apelavam à fundamentação das respostas, não possuíam erros científicos, requeriam respostas claras e organizadas e/ou alertavam para os erros ortográficos.

- *Como é que o feedback contribui para o desenvolvimento dos processos matemáticos?*

Muitas das tarefas resolvidas pelos alunos são problemas matemáticos que implicam a utilização de processos cognitivos diversificados e que, por isso mesmo, desejavelmente, geram a aprendizagem de novos conhecimentos. Estas tarefas propostas têm um contexto, tanto quanto possível, significativo e próximo dos alunos. Neste âmbito, os alunos reconhecem a realidade concreta da situação apresentada e compreendem melhor qual o objetivo e o desempenho a realizar. Mesmo assim, os alunos possuem falhas na concretização das etapas de resolução de problemas (Pólya, 2003), principalmente, nas que correspondem à compreensão do quê e para quê.

Os raciocínios desenvolvidos pelos alunos nas resoluções das tarefas são diversificados e adequados, mas por vezes os alunos evidenciam dificuldades na sua explicitação. A explicação e justificação de ideias, processos e/ou resultados são os aspetos analisados neste processo cognitivo que se revelaram mais difíceis para os alunos. Por norma, o raciocínio e a estratégia usada estão adequados ao objetivo da tarefa, mas o modo de os representar é inadequado, possui erros ou está incompleto. Com efeito, verifica-se que os alunos ainda evidenciam muitas lacunas em conhecimentos que podem ser generalizáveis, o que parece impossibilitar a justificação e explicação dos processos/ideias/resultados.

É através da análise das representações de raciocínios e estratégias que se pode compreender o modo como os alunos pensam. Nas resoluções analisadas constata-se

que estes são capazes de utilizar as representações simbólicas, icónicas, ativas e de linguagem oral e escrita (Ponte & Serrazina, 2000). Recorrentemente, os alunos utilizam representações simbólicas, icónicas e ativas para mostrar como raciocinam e explicam/esclarecem a solução, usando também a linguagem escrita/oral. Para além disso, no geral, os alunos selecionam o tipo de representação adequada mas expressam-na, frequentemente, de forma incompleta, desorganizada e confusa o que, consequentemente, gera problemas na interpretação dos dados e resultados errados.

Analisando as correções das resoluções verifica-se que o *feedback* é mais eficiente quando se centra em interpretações erradas, do que quando se trata da falta de conhecimentos ou dificuldades no processo. Na verdade, "se os tópicos/conteúdos são desconhecidos, providenciar feedback vai ter pouco efeito na performance do aluno, uma vez que não há forma de ele relacionar a nova informação com aquilo que já sabe ou conhece" (Hattie & Timperley, 2007, p. 82).

A contribuição da avaliação reguladora para o desenvolvimento dos processos matemáticos foi evidente, pois na maioria das situações analisadas ocorreu uma correção das resoluções originais. Nelas observa-se uma correção e aperfeiçoamento dos pensamentos, organização e adequação das representações (maioritariamente icónicas e ativas) e, claro, da resolução dos problemas em geral. Além disso, verifica-se que a ocorrência de dificuldades foi diminuta nas tarefas realizadas nas últimas semanas.

Em síntese, o desenvolvimento do processo de coavaliação entre pares, através do *feedback*, parece ter contribuindo para a evolução dos processos matemáticos dos alunos, nomeadamente, no que respeita ao raciocínio e demonstração, às representações matemáticas e à resolução de problemas. No mesmo sentido, o uso da prática reguladora efetuada através do *feedback* em causa, parece ter contribuindo para o desenvolvimento das diversas componentes da proficiência matemática, especificamente: a compreensão conceptual, a fluência processual e a competência estratégia, o raciocínio adaptativo (Kilpatrick *et al*., 2001*).*

No que diz respeito aos limites do estudo, a duração do estágio foi a mais sentida, porque condicionou a duração da investigação no terreno. A realização deste processo avaliativo deveria ter sido realizado no terreno durante mais tempo, para se

analisar de modo mais aprofundado os seus contributos e efeitos, tanto ao nível da avaliação, como ao nível dos processos matemáticos.

No que concerne às dificuldades sentidas por mim ao longo da investigação, uma delas foi a principal: analisar, orientar e ajudar os seis grupos de trabalho e, em simultâneo, registar os dados resultantes das conversas informais (notas de campo). Para além desta, outras dificuldades foram sendo sentidas, tais como: gerir os comportamentos e conflitos entre os alunos; ter tempo para analisar e refletir sobre as tarefas construídas pelos alunos; e, por fim, elaborar este relatório de investigação. Relativamente às dificuldades que senti na adaptação dos alunos ao processo avaliativo e à forma de trabalho em causa foram, maioritariamente, referentes aos comportamentos, à ausência de cooperação e entreajuda nos grupos e, minoritariamente, à falta de conhecimentos necessários para realizar a avaliação ou a regulação. A nível contextual não foram sentidas dificuldades, pois os grupos de alunos foram ganhando autonomia, desde o primeiro contato com o processo de avaliação regulador, embora que cada um ao seu ritmo, para avaliar, ensinar e aprender.

Quanto às sugestões de continuidade, sendo este um tema, na minha opinião, importante e interessante para a área de educação, espero no desenvolver da minha carreira voltar a pô-lo em prática. Todavia, faria algumas alterações, nomeadamente: o número de alunos por grupo não deveria ser mais de três ou, então, com o avançar do desenvolvimento do processo avaliativo o número de elementos por grupo iam diminuindo; as outras áreas disciplinares também deveriam de ser envolvidas; o início do processo avaliativo deveria ser no 1º ano de escolaridade, desenvolvendo-se continuadamente até ao final do 1º CEB.

Capítulo VII – Reflexão final

Ao longo da minha formação profissional, desenvolvi e aprofundei diversos conhecimentos e competências respeitantes à educação no 1º CEB (pedagogia, didática, avaliação, entre outros). Todavia, os conhecimentos adquiridos sobre o processo de avaliação não foram suficientes, pois não desenvolvi competências avaliativas, admitindo também não ter aprendido formas de avaliar que me satisfizessem. Assim, pretendi que o meu tema de estudo desse enfoque à avaliação, realizando uma investigação que me permitisse conhecer um pouco mais sobre como e o que avaliar.

Admito que escolhi este tema da "avaliação", porque queria adquirir novos conhecimentos para ultrapassar as minhas dificuldades. Efetivamente, o ato de avaliar causou-me algumas preocupações, pois surgiram incertezas acerca das ações que tomei, ou seja, se elas eram na realidade as mais apropriadas. Assim sendo, uma das minhas inquietações era o de conseguir ultrapassar as minhas dificuldades e receios, de modo a proporcionar uma avaliação justa a todos os alunos. Na verdade, penso que avaliar todos os alunos em simultâneo, consoante diversos objetivos, é algo extremamente difícil, mesmo para um docente experiente.

Neste sentido, desejei criar um processo alternativo que me ajudasse a ultrapassar as minhas dificuldades e a dos alunos e que, ao mesmo tempo, servisse para avaliar e promover aprendizagens/competências nos mesmos. Para que isto resultasse, foi criado um processo de coavaliação entre pares. A ideia principal era os alunos avaliarem a resolução das tarefas matemáticas concretizadas por diferentes colegas. A partir disto, o mais difícil foi saber como aplicar na prática um processo que facilitasse a coavaliação entre pares.

Ao pensar em procedimentos de avaliação com os requisitos supracitados, considerei os critérios de avaliação e o *feedback*, estratégias reguladoras que pudessem contribuir para o percurso de aprendizagem dos alunos, da forma como preconizei. Por isso, nas duas primeiras semanas da investigação, os alunos tiveram oportunidade de elaborar tarefas matemáticas e produzir critérios de avaliação correspondentes. Numa fase seguinte, os alunos resolveram as tarefas criadas e, posteriormente, avaliaram-nas através do *feedback*. Todavia, com o desenvolvimento deste processo avaliativo,

compreendi que, para os alunos, aprender a escrever critérios de avaliação e *feedbacks* foi difícil e complexo. Desta forma, após uma reflexão aprofundada, percebi que o mais importante era focar a aprendizagem dos alunos no *feedback*, abdicando da redação dos critérios de avaliação e também da elaboração de tarefas[20].

Aliado ao processo avaliativo, nas três últimas semanas da investigação, foi desenvolvida outra estratégia reguladora na área de Português, estando esta centrada na componente gramatical e cujo propósito era desenvolver a produção de palavras ortograficamente corretas. A estratégia era a identificação de palavras ortograficamente erradas pelos alunos avaliadores, em que estas eram sublinhadas, para que os seus colegas as corrigissem através da pesquisa no dicionário e as escrevessem no glossário produzido para o efeito (anexo 11).

As aprendizagens que mais desenvolvi durante esta investigação, de certa forma, esclareceram algumas dúvidas e incertezas sobre o processo de avaliação. As que mais contribuíram para a minha formação foram as seguintes: compreender como avaliar sem recorrer às tradicionais avaliações quantitativas, elaborar um processo avaliativo regulador de aprendizagens adequado ao contexto da turma, colocar em prática estratégias avaliativas (como é o exemplo do *feedback*) e, também, efetuar procedimentos avaliativos em que os alunos são os avaliadores.

Em suma, considero que o desenvolvimento desta investigação foi crucial para o meu crescimento profissional, pois com a ideia da sua concretização, decidi de uma forma refletida, avaliar o meu desempenho em situações educativas anteriores e identificar as minhas fragilidades enquanto futura professora. Sendo o ato de avaliar, a principal, tomei a decisão de a enfrentar para melhorar e aperfeiçoar as minhas competências.

[20] Discutido no capítulo V, na subsecção "Tarefas construídas pelos alunos".

Capítulo VIII – Referências Bibliográficas

Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação: Um guia prático e crítico.* Porto: Edições Asa.

Aries, L. (2011). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional*. 1ª Edição. Lisboa: Universidade Aberta.

Bardin, L. (2009). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Bell, J. (2002). *Como realizar um projecto de investigação*. (2ª ed). Viseu: Gradiva.

Black, P.; Harrison, C.; Lee, C.; Marshall, B.; & Wiliam, D. (2004). *Working Inside the Black Box: Assessment for Learning in the Classroom.* Phi Delta Kappan, volume 86, número 1, p.9-21.

Boavida, A; Paiva, A; Cebola, G.; Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico.* Ministério da Educação.

Bransford, J.; Brown, A.; & Cocking, R. (2004). *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School.* Washington DC: National Academy Press

Cabrita, I. & Fonseca, L. (2012*). Capacidades transversais em Educação Matemática*. In Pinto, H.; Jacinto, H.; Henriques, A.; Silvestre, A.; Nunes, C.; - Associação de Professores de Matemática (Orgs). Atas do XXIII SIEM. p. 540-544.

Cabrita, I.; Coelho, C.; Vieira, C.; Malta, E.; Vizinho, I.; Almeida, J.; Gaspar, J.; Pinheiro, J.; Nunes, M.; Sousa, O. & Amaral, P. (2010). *Experiências de aprendizagem matemática significantes.* Aveiro: Universidade de Aveiro.

Canavarro, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. P.Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira in *Investigação em Educação Matemática - Práticas de ensino da Matemática.* p. 99-104.

Christiansen, B. & Walther, G. (1986). *Task and activity*. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte, Perspectives on mathematics education. Dordrecht: D. Reidel.

Dias, P. (2011). *Práticas de avaliação formativa na sala de aula: regulação e feedback.* Lisboa: Tese de Mestrado em Supervisão Pedagógica).

Dias, P.& Santos, L. (2010). *Práticas avaliativas e auto-regulação da aprendizagem matemática pelos alunos*. Aveiro: ENJIE (Encontro Nacional de Jovens Investigadores em Educação).

Dias, S. & Santos, L. (2009). *Avaliação reguladora, feedback escrito, conceitos matemáticos: um triângulo de difícil construção.* Lisboa: APM.

Dias, S. & Santos, L. (2010). *O feedback e os diferentes tipos de tarefas matemáticas*. Aveiro: Actas do XX SIEM. p.126- 136 .

Doyle, W. (1988). *Work in Mathematics Classes: The Contexto f Students' Thinking During Instruction.* Educational Psychologist. Número 23(2). p. 167-180.

Fernandes, D. (2008). Coleção Educação Hoje - *Avaliação das aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas.* (1ª ed.). Lisboa: Texto Editores.

Hattie, J. and Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research.* Número 77 (1). p. 81-112.

Haylock, D. (2010). *Mathematics Explained for primary teachers.* (4ª ed.). Sage Publications.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. (1ª ed.) Lisboa: APM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1994). *Normas profissionais para o Ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

Nogueira, A. (2009). *O feedback no processo de autorregulação das aprendizagens em Matemática.* Aveiro: Universidade de Aveiro.

Oliveira, E.; Ens, R. T.; Andrade, D. & Musis, C. (s.d). *Análise de Conteúdo e Pesquisa na Área da Educação.* São Paulo: Pontíficia Universidade Católica de São Paulo.

Pinto, J. (2007). *Avaliação das aprendizagens dos alunos: uma oportunidade para a construção do sucesso educativo*. Setúbal: ESE/DGIDC-ME.

Pinto, J. (s.d.). *A Avaliações em Educação: da linearidade dos usos à complexidade das práticas.* (Não Publicado).

Pinto, J. & Santos, L. (2006). *Modelos de Avaliação das Aprendizagens.* Lisboa: Universidade Aberta.

Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas.* Lisboa: Gradiva Publicações.

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI, *O professor e o desenvolvimento curricular*. p. 11-34. Lisboa: APM.

Ponte, J; Boavida, A.; Graça, M. & Abrantes, P.(1997). *Didáctica: Ensino Secundário.* Lisboa: Ministério da Educação.

Ponte, J. & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do Ensino Básico, In Associação de Professores de Matemática. *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico*. p. 30-36. Lisboa: APM.

Ponte, J. P.; Serrazina, M. L.; Guimarães, H. M.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, E. M. & Oliveira, P.A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Santos, L. & Dias, S. (2006). *Como entendem os alunos o que lhes dizem os professores? A complexidade do feedback.* Atas do ProfMat2006. Lisboa: APM.

Santos, L. & Pinto, J. (2010). *The evolution of feedback pratice of a mathematics teacher*. In Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Volume 1. Belo Horizonte, Brazil: PME

Semana, S. & Santos, L. (2008). *A avaliação e a regulação do raciocínio matemático.* Educação e Matemática. Número 100. p. 51-60.

Semana, S. & Santos, L. (2009). *Estratégias de avaliação na regulação das aprendizagens em matemática*. XXSIEM. Lisboa: APM.

Sousa, H. (2003). *A aprendizagem da Matemática e o Trabalho Projecto Numa Perspectiva de Matemática Para Todos.* Lisboa: APM.

Stein, M. & Smith, M. (2009). Tarefas Matemáticas como um quadro para reflexão: Da investigação à prática. In APM (Orgs). *Educação e Matemática.* Número 105. p. 22-28. Lisboa: APM.

Wiliam, D. (2007). *Keeping learning on track: Formative Assessment and the Regulation of Learning*. In Learning and Teaching Research Centre, Educational Testing Service. p. 20-34.

Anexos

Anexo 1: Listagem de objetivos relativos à norma de conteúdo associados aos subtópicosabordados no estudo (adaptado de NCTM, 2007)

DO PRÉ-ESCOLAR AO 2º ANO DE ESCOLARIDADE	
Números e Operações	• Compreender a contagem e reconhecer "quantos existem" em conjuntos de objetos; • Utilizar diversos modelos para desenvolver moções iniciais sobre o valor de posição e o sistema numérico decimal; • Compreender a noção de posição relativa e a grandeza dos números inteiros, e dos números ordinais e cardinais, e respetivas relações; • Desenvolver o sentido de número inteiro, representando-o e utilizando-o de várias formas, incluindo a sua comparação, composição e decomposição; • Relacionar os numerais com as quantidades que representam, através da utilização de uma diversidade de modelos físicos e representações; • Compreender e representar frações comuns como ¼, 1/3 e ½; • Compreender os vários significados da adição e da subtração de números inteiros e as relações entre as duas operações; • Compreender os resultados de adicionar e subtrair números inteiros; • Compreender as situações que impliquem a multiplicação e a divisão, tais como o agrupamento idêntico de objetos e a partilha; • Desenvolver e usar estratégias para o cálculo com números inteiros, com atenção particular no que respeita à adição e à subtração; • Desenvolver destreza em combinações numéricas fundamentais para a adição e subtração; • Usar uma diversidade de métodos e ferramentas de cálculo, incluindo objetos, cálculo mental, estimativa, papel e lápis e calculadora.
Álgebra	• Agrupar, classificar e ordenar objetos por tamanho, número e outras propriedades; • Reconhecer, descrever e ampliar padrões, tais como sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples, e interpretá-los em diversas representações; • Analisar a forma como são gerados tanto os padrões de repetição como os de crescimento; • Ilustrar os princípios e as propriedades gerais das operações, como a comutatividade, através da utilização de números específicos; • Usar representações concretas, pictóricas e verbais, para desenvolver uma compreensão das notações simbólicas inventadas e convencionais; • Modelas situações que envolvam a adição e a subtração de números inteiros, através da utilização de objetos, figuras e símbolos; • Descrever variações qualitativas, como o facto de um aluno ter crescido;

	Descrever variações quantitativas, como o facto de um aluno ter crescido 5 cm ao longo do ano;
Geometria	• Reconhecer, *Design*ar, construir, desenhar, comparar e classificar figuras tridimensionais; • Descrever as propriedades e as partes componentes das figuras bi e tridimensionais; • Investigar e prever os resultados obtidos pela composição e pela decomposição de várias figuras bi e tridimensionais; • Descrever, *Design*ar e interpretar as posições relativas de objetos no espaço e aplicar noções sobre posição relativa; • Descrever, *Design*ar e interpretar a direção e a distância na orientação no espaço e aplicar noções sobre direção e distância; • Descobrir e *Design*ar posições através das relações simples como "está perto de", e em sistemas de coordenadas tais como mapas; • Reconhecer e aplicar translações, reflexões e rotações; • Reconhecer e criar formas que tenham simetria; • Criar imagens mentais das figuras geométricas, usando a memória espacial e a visualização espacial; • Reconhecer e representar figuras em diferentes perspetivas; • Relacionar conceitos de geometria com conceitos numéricos e de medida; • Identificar figuras e estruturas geométricas no meio ambiente e especificar a sua posição;
Medida	• Reconhecer os atributos comprimento, volume, peso, área e tempo; • Comparar e ordenar objetos de acordo com esses atributos; • Compreender as formas de medir, usando unidades convencionais e não convencionais; • Escolher a unidade e o instrumento adequados ao atributo a ser medido; • Fazer medições usando várias unidades do mesmo tamanho, como por exemplo, vários clipes dispostos consecutivamente; • Utilizar a repetição de uma única unidade para medir objetos maiores do que a unidade de medida, como por exemplo, medir o comprimento de uma sala com uma vara; • Utilizar vários instrumentos de medida; • Desenvolver referências comuns para as medições, de modo a fazer comparações e estimativas;
Análise de	• Colocar questões e reunir dados acerca de si próprios e do seu meio circundante;

Dados e Probabilidade	• Agrupar e classificar objetos de acordo com os seus atributos e organizar esses dados relativos aos objetos; • Representar dados através de objeto • s concretos, imagens e gráficos; • Descrever partes de dados e o conjunto total dos dados, enquanto um todo, para determinar o que os dados mostram; • Discutir acontecimentos relacionados com as experiências dos alunos e descrevê-los como prováveis ou improváveis;
DO 3º AO 5º ANO DE ESCOLARIDADE (adaptado)	
Números e Operações	• Compreender a estrutura do sistema numérico decimal, representar e comparar números inteiros e decimais; • Reconhecer representações equivalentes do mesmo número; • Desenvolver a compreensão de frações como parte de uma unidade, como pontos da reta numérica e como divisão de números inteiros; • Compreender os efeitos de multiplicar e dividir números inteiros; • Compreender e usar as propriedades das operações; • Desenvolver destreza na adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros; • Desenvolver e usar estratégias para estimar os resultados dos cálculos com números inteiros e para avaliar a plausibilidade desses resultados;
Álgebra	• Descrever, ampliar e fazer generalizações acerca de padrões geométricos e numéricos; • Modelar situações problemáticas, usando objetos, e recorrer a representações como gráficos e tabelas para tirar conclusões;
Geometria	• Identificar, comparar e analisar atributos de formas bi e tridimensionais e desenvolver vocabulário para descrever esses atributos; • Classificar formas bi e tridimensionais através das propriedades e criar definições de classes de formas, como triângulos e pirâmides; • Investigar, descrever e raciocinar sobre os resultados da decomposição, combinação e transformação de formas; • Formular e testar conjeturas sobre propriedades e relações geométricas, e justificar as conclusões com argumentos lógicos; • Descrever a posição e o movimento através da linguagem corrente e de vocabulário geométrico; • Construir e utilizar um sistema de coordenadas simples para especificar posições e descrever trajetórias; • Determinar a distância entre pontos situados ao longo de retas verticais e horizontais de um sistema de coordenadas simples;

	• Construir e desenhar objetos geométricos; • Criar e descrever imagens mentais de objetos, padrões e trajetórias; • Identificar e construir um objeto tridimensional a partir de representações bidimensionais desse objeto; • Identificar e desenhar representações bidimensionais de um objeto tridimensional; • Usar modelos geométricos na resolução de problemas de outras áreas da matemática, tais como números e medidas; • Reconhecer noções e relações geométricas e aplicá-las a outras disciplinas, a problemas de sala de aula ou em situações do dia a dia;
Medida	• Compreender atributos como o comprimento, área, peso, volume… e selecionar o tipo de unidade adequado à medição de cada atributo; • Compreender a necessidade de medir com unidades convencionais e familiarizar-se com as unidades convencionais do sistema métrico; • Proceder a conversões simples entre unidades; • Explorar o que acontece às grandezas de uma figura bidimensional, como o seu perímetro e área, quando a figura é de algum modo alterada; • Desenvolver estratégias de estimação de perímetros, áreas e volumes de formas irregulares; • Selecionar e utilizar unidades convencionais e instrumentos adequados à medição do comprimento, área, volume, peso…; • Desenvolver, compreender e usar fórmulas para determinar a área de retângulos, e de triângulos e paralelogramos com ele relacionados;

Anexo 2: Questionário

Nome:_____ Data: ___/___/____

Questionário: "Construção da Ficha"

Desafio: _____

Nome dos problemas selecionados:

1-_____ **2-**_____

3-_____ **4-**_____

Porque é que escolheram estes problemas?

Os teus colegas vão aprender mais com estes problemas? Porquê?

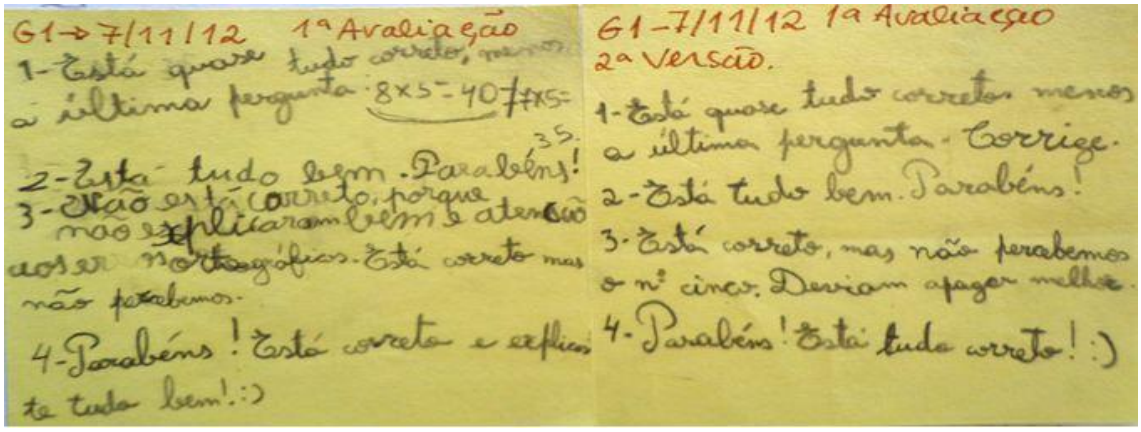
1-

2-

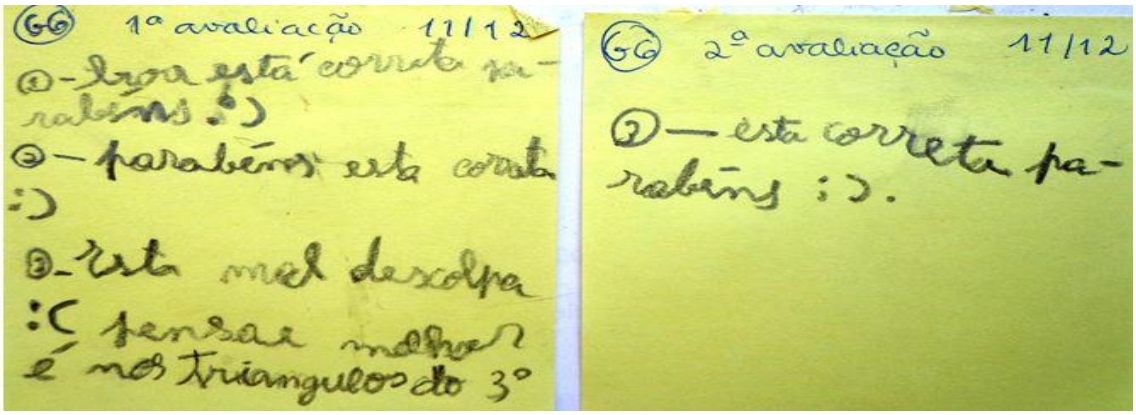
3-

4-

Anexo 3: *Post-its* "1ª avaliação, 1ª versão" e "1ª avaliação, 2ª versão"



Anexo 4: *Post-its* "1ª avaliação" e "2ª avaliação"



Anexo 5: Lista das tarefas propostas pela professora

Identificação da tarefa	**Nome da tarefa**
Tarefa 1	Euro!
Tarefa 2	Vamos às compras
Tarefa 3	Jogo do dinheiro
Tarefa 4	Comprar material escolar
Tarefa 5	Máscaras de Carnaval
Tarefa 6	Pulseira
Tarefa 7	Setas no alvo
Tarefa 8	Mesa de Jantar
Tarefa 9	Descobre o padrão 3

Anexo 6: Enunciados das tarefas

Tarefa 1- "Euro!"

EURO!

Pensa nas moedas que utilizas e vê quais são as quantias que permitem chegar até ao valor escrito. Por exemplo: para teres 2€ podes juntar duas moedas de 1€. Continua a tabela.

2€	1€	0,5€ ou 50 cent.	0,2€ ou 20 cent.	0,1€ ou 10 cent.	0,05€ ou 5 cent.	0,02€ ou 2 cent.	0,01€ ou 1 cent.
1€+1€				50cent+50cent			1cent.

Tarefa 2- "Vamos às compras"

Vamos as compras!

Observar os folhetos dos supermercados. A partir da quantia atribuída, elaborar uma lista de compras. Fazer o registo.

Dinheiro na carteira: 5,99 €	Lista de compras (com o preço de cada produto):	Cálculos:	Sobra dinheiro? = Troco: _____

Dinheiro na carteira: 14,90 €	Lista de compras (com o preço de cada produto):	Cálculos:	Sobra dinheiro? = Troco: _____

Tarefa 3- "Jogo do dinheiro"

JOGO DO DINHEIRO

Com as notas e moedas disponíveis deves apresentar a quantia escrita.

Quantia: 156 €	Quantia: 789,25 €
Notas e moedas utilizadas:	Notas e moedas utilizadas:

Quantia: 17,79 €	Quantia: 541 €
Notas e moedas utilizadas:	Notas e moedas utilizadas:

Tarefa 4 – "Comprar material escolar"

COMPRAR MATERIAL ESCOLAR

Eva e Rui tinham a mesma quantia de dinheiro no bolso. Foram a uma loja comprar cadernos escolares iguais. Quando saíram, cada um tinha na mão o que a figura apresenta. Determina o preço de um caderno.

1) Quanto custa o caderno? Registem como pensaram!
2) Com quanto dinheiro é que a Eva e o Rui pagaram os cadernos? Registem como pensaram!

Tarefa 5- "Máscaras de Carnaval"

MÁSCARAS DE CARNAVAL

Num concurso de máscaras de Carnaval, o júri é constituído por 5 elementos. Cada um pode atribuir a cada concorrente de 1 a 9 pontos. O Manuel obteve, no total das pontuações atribuídas pelos 5 elementos do júri, 40 pontos.

1- Escreve, em cada um dos cartões, a pontuação que cada elemento do júri lhe poderá ter atribuído.

Tarefa 7- "Pulseira"

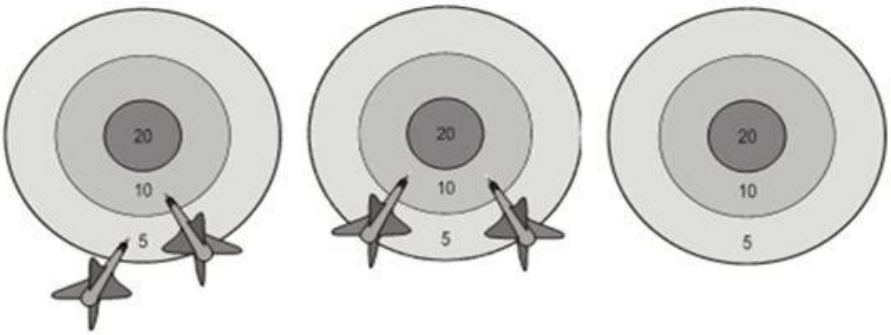
PULSEIRA

A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura. Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

Tarefa 6- "Setas no alvo"

SETAS NO ALVO

O João, a Marta e o Pedro estão a lançar setas ao alvo. Cada um lança duas setas.



João Marta Pedro

O João acertou no 10 e no 5, e portanto a sua pontuação foi de 15 pontos; a Marta acertou as duas setas no 10 e ficou com uma pontuação de 20 pontos.

Para ganhar o jogo, o Pedro tem de obter uma pontuação maior do que o João e do que a Marta.

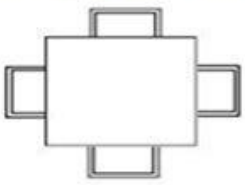
1- Indica as três pontuações diferentes que ele poderá obter para ganhar o jogo e diz, para cada uma delas, onde é que as duas setas têm de acertar.

Tarefa 8- "Mesa de Jantar"

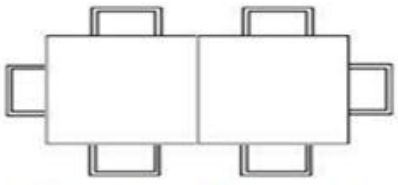
MESA DE JANTAR

O Manuel e os seus colegas estão a organizar um almoço para os pais. Começaram por colocar na sala as mesas para os pais se sentarem.

Sabiam que podiam sentar 4 pessoas numa mesa, como se mostra na figura.

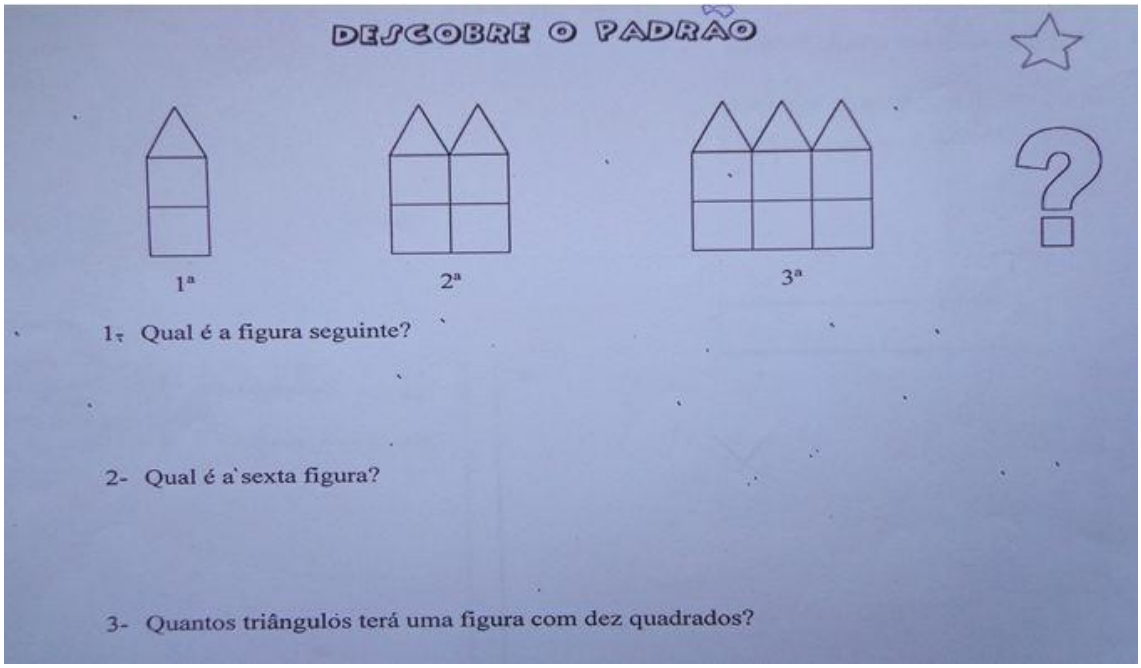


Se juntassem 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas, como se mostra na figura.



Seguindo a mesma regra, quantas pessoas poderiam sentar se juntassem 3 mesas em fila?

Tarefa 9- “Descobre o padrão 3”



Anexo 7: Lista das restantes tarefas propostas pela investigadora

Identificação da tarefa	SubtópicoMatemático	Nome da tarefa
Tarefa 1	Dinheiro	Amigos Estrangeiros
Tarefa 2	Dinheiro	Passeio no Zoo
Tarefa 3	Dinheiro	As montras
Tarefa 4	Dinheiro	Salamandra
Tarefa 5	Dinheiro	Mealheiro recheado?
Tarefa 6	Dinheiro	Carteira de cromos
Tarefa 7	Dinheiro	No supermercado
Tarefa 8	Combinações	Os periquitos do Pedro
Tarefa 9	Combinações	Pacotes de leite
Tarefa 10	Combinações	Estendal
Tarefa 11	Combinações	Instrumentos musicais
Tarefa 12	Combinações	Treinos de futebol
Tarefa 13	Combinações	Geladinhos Saborosos
Tarefa 14	Sequências e padrões	Descobre o padrão

Anexo 8: Enunciados das restantes tarefas propostas pela investigadora pouco selecionados pelos alunos

Tarefa 1- "Amigos Estrangeiros"

AMIGOS ESTRANGEIROS

Na figura, estão representados quatro amigos da Clara, que vivem em **países da Europa** e a quem ela enviou postais a desejar uma boa Páscoa.

Os quatro postais que a Clara comprou custaram, ao todo, **2 euros**. Mas ela ainda tinha os selos para comprar.

1- Observa a tabela de preços dos selos:

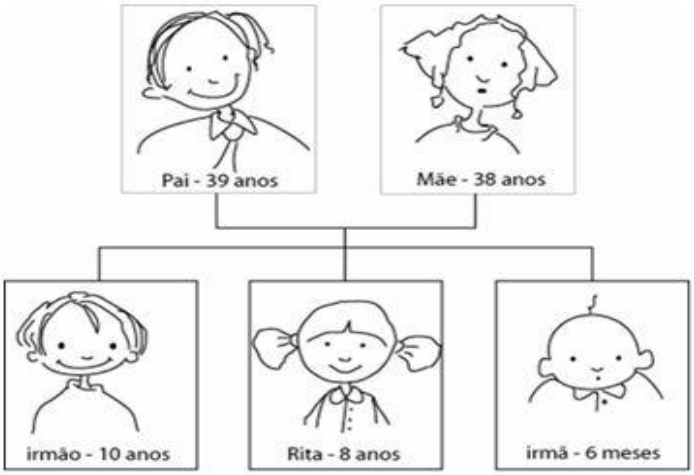
	Para Espanha	Para outros países da Europa	Para o resto do Mundo
Preços dos selos	€ 0,48	€ 0,57	€ 0,74

O que foi mais caro, os quatro selos ou os quatro postais? Explica como chegaste à tua resposta.

Tarefa 2- "Passeio no Zoo"

PASSEIO NO JARDIM ZOOLOGICO

No esquema seguinte estão representados os membros da família da Rita que foram ao Jardim Zoológico, no Domingo.



Junto da bilheteira está afixada a tabela de preços dos bilhetes de entrada no Jardim Zoológico.

	Preços (em euros)	
	Dias úteis	Fins-de-Semana e Feriados
Crianças (até 2 anos)	Gratuito	Gratuito
Crianças (3 anos a 11 anos)	6,98	7,48
Jovens e adultos (12 anos a 64 anos)	8,48	10,47
3ª idade (mais de 64 anos)	6,98	7,98

1- Calcula quanto é que a família da Rita gastou na compra da totalidade dos bilhetes. Explica como encontraste a resposta.

2- Se a família tivesse ido ao Zoo num dia de semana quanto gastaria a mais?

Tarefa 3- "As montras"

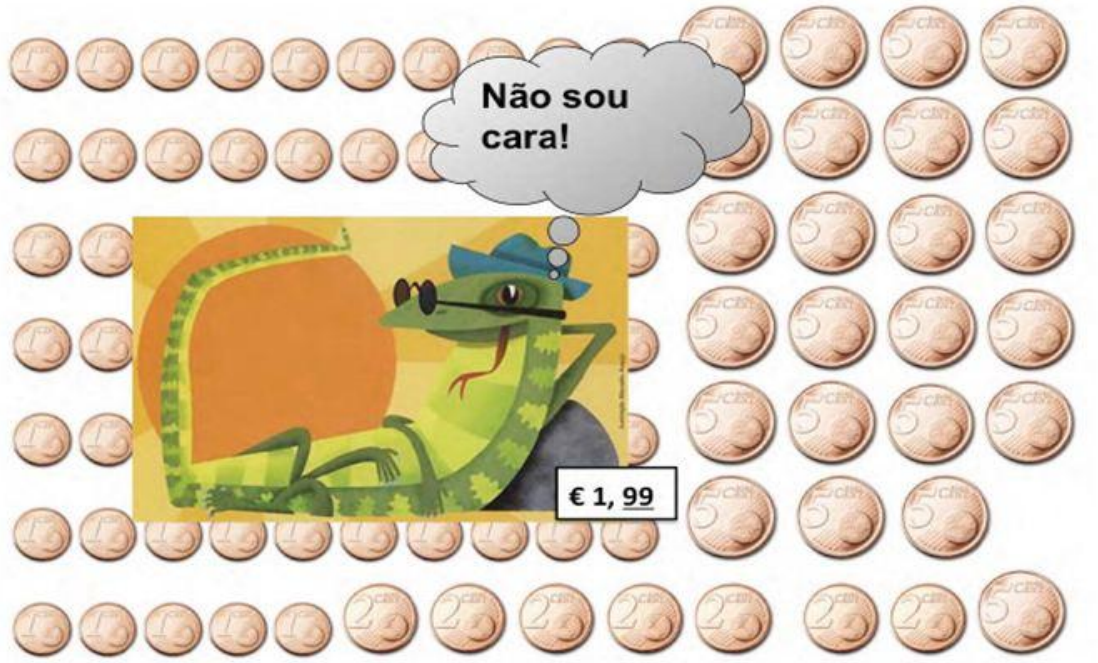
As montras

Em duas lojas foram colocados na montra os mesmos artigos, mas em quantidades e disposições diferentes. A montra A tem um valor total de 47,34 euros e a montra B tem um valor total de 77,33 euros. Descobre o preço de cada um dos artigos.

Tarefa 4- "Salamandra"

SALAMANDRA

A mãe da Vera tem por hábito guardar as moedas pequenas do seu porta-moedas e coloca-las numa caixa. Ao fim de duas ou três semanas costuma pedir à filha para contar o dinheiro. A Vera tira as moedas e organiza-as em cima da mesa da maneira que se vê na imagem em baixo. Ela pode ficar com esse dinheiro para comprar alguma coisa de que goste. Um dia viu uma salamandra que achou engraçada e gostaria de a comprar.



1. Consegue comprá-la com o dinheiro que tem?
2. Conseguirá comprar uma que é um pouco maior e que custa 2,5 euros?

Tarefa 5- "Mealheiro recheado?"

MEALHEIRO RECHEADO?

O David recebeu dinheiro com a venda de chocolates. Quando vendeu o primeiro chocolate viu que já tinha alguns cêntimos no mealheiro. Todas as moedas que ganhou guardava no seu mealheiro eletrónico.

1- Quanto dinheiro tem o David no mealheiro?_____

2- Cada chocolate custa 0,59 euros. Quantos chocolates o David vendeu?

3- Quanto dinheiro tinha o David antes de vender chocolates?

4- Se vender o mesmo número de chocolates na semana seguinte, com quanto dinheiro ficava no total?

Tarefa 6- "Carteira de cromos"

CARTEIRA DE CROMOS

A Eva, o Luís e a Leandra fazem colecção de cromos.
Os cromos vendem-se em carteiras com 4, 6 e 12 cromos.

Esgotaram-se as carteiras com 12 cromos.
A Raquel foi comprar cromos e ficou com 48. Que carteiras de cromos pode ter comprado? Explica como pensaste

Tarefa 7- "No supermercado"

NO SUPERMERCADO

A Rosa foi à mercearia e comprou:
- **2** pacotes de bolachas, cada um deles com o mesmo preço;
- **1** pacote de leite;
- **4** iogurtes, cada um deles com o mesmo preço.

Talão de Compras:

€ 0,80
€ 0,50
€ 0,80
€ 0,50
€ 0,80
€ 0,80
€ 0,60

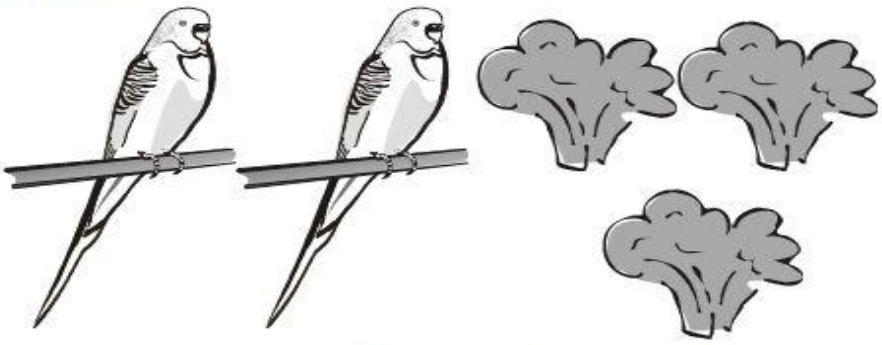
1- Quanto é que a Rosa pagou por cada iogurte? _____

2- A Rosa deu uma nota de € 5 para pagar as suas compras. Quanto é que ela recebeu de troco? Escreve como pensaste.

Tarefa 8- "Os periquitos do Pedro"

OS PERIQUITOS DO PEDRO

O Pedro tem oito periquitos. Todos os dias dá a cada dois dos seus periquitos 3 folhas de alface.



Quantas folhas de alface tem de dar, por dia, aos seus oito periquitos?
Explica como encontraste a resposta. Para o fazeres, podes usar desenhos, palavras ou cálculos.

Tarefa 9- "Pacotes de Leite"

PACOTES DE LEITE

Na nossa turma, bebe-se 2 pacotes de leite por dia. Ao final de uma semana de aulas, quantos pacotes de leite foram bebidos? Explica a tua resposta com cálculos, desenhos ou esquemas.

Tarefa 10- "Estendal"

ESTENDAL

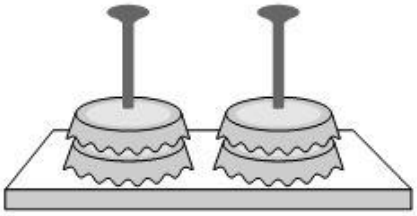
Na aula do Frederico os alunos estiveram a pintar desenhos com guaches. Para secarem, a professora pendurou-os com molas numa corda, como se vê na figura seguinte.

Explica qual é o número de molas necessárias para pendurar os 28 desenhos que os alunos pintaram, uns a seguir aos outros, de modo a que dois desenhos partilhem a mesma mola.

Tarefa 11- "Instrumentos Musicais"

INSTRUMENTOS MUSICAIS

O grupo da Joana vai construir instrumentos musicais como o da figura.



Para construírem este instrumento musical, eles precisam do seguinte material:

Descobre quantos instrumentos musicais o grupo da Joana consegue construir se tiver:

25 caricas 15 pregos 8 tábuas

Mostra como chegaste à tua resposta, usando palavras, desenhos ou cálculos.

Tarefa 12- "Treinos de Futebol"

TREINOS DE FUTEBOL

O Martim tem 4 treinos de futebol todas as semanas. Ao final de um mês quantos treinos de futebol teve o Martim? Explica a tua resposta com cálculos, desenhos ou esquemas.

Tarefa 13- "Geladinhos saborosos"

GELADINHOS SABOROSOS

Na gelataria, há quatro ingredientes diferentes para colocar por cima do gelado:

- raspa de chocolate;
- amêndoa;
- chantili;
- gomas.

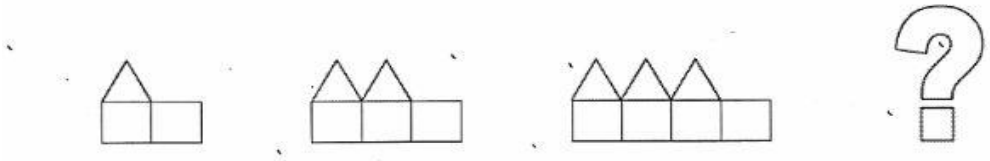
O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspa de chocolate e amêndoa. A Clara também queria decorar o seu gelado com dois dos ingredientes.

1- De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

Tarefa 14- "Descobre o padrão"

DESCOBRE O PADRAO



1- Qual é a figura seguinte?
2- Qual é a sexta figura?
3- Quantos triângulos terá uma figura com dez quadrados?

Anexo 9: Fichas de matemática do subtópico"Tabuada e múltiplos do cinco"

Ficha resolvida pelo G1:

1- Resolve e explica o teu raciocínio:

5 x 200 = 1000

5x200= m c d u
1 5
×200
1000

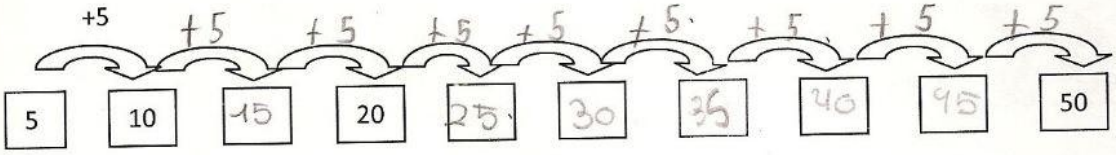
5x2=10
5x20=100
5x200=1000

5 x 800 =

5x8=40
5x80=400
5x800=4000

m c d u
4 5
×800
4000

2- Completa:



3- Completa usando as palavras corretas (milhares, dezenas, centenas e unidades):

50 = 5 dezenas **e 0** unidades.

4- Reflete:

10 – 5 + 10 – 5 + 10 – 5 + 10 – 5 = 20

a. Quantas vezes está escrito o número 10? 4

b. Quantas vezes está escrito o número 5? 4

c. Qual o resultado? 20

d. Indica uma descoberta entre a operação 10 -5 e o resultado:

20+10+5=35 ou 5x7=35

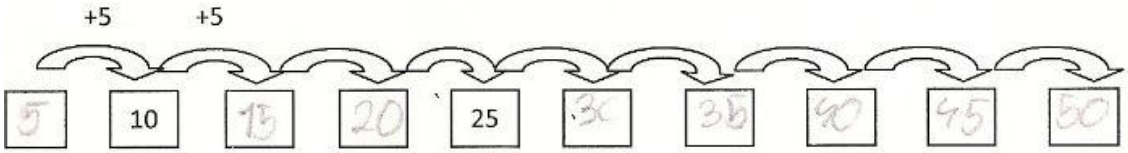
Ficha resolvida pelo G2:

1- Completa:

9 x 5 = 45 10 x 5 = 50 8 x 5=35

4 x 5 = 20 5 x 5 =25

2- Completa a sequência:



3- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

O João tinha vinte bonecos. Ele comprou o quíntuplo deles. Com quantos bonecos ficou o João? (Podes fazer esquemas).

5 x 20 = 100

100 + 20 = 120

R: O João ficou com 120 bonecos.

4- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

A Maria tem cento e vinte camisolas verdes. Ela comprou o quíntuplo de dez camisolas. Com quantas camisolas ficou no total? Podes fazer esquemas, contas ou desenhos.

10 x 10

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 120

20 + 20 + 130 = 170

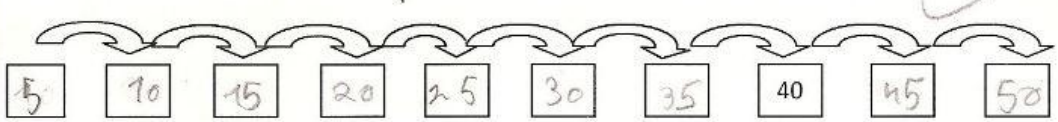
R: A Maria tem 170 camisolas

Ficha resolvida pelo G3:

1- Completa:

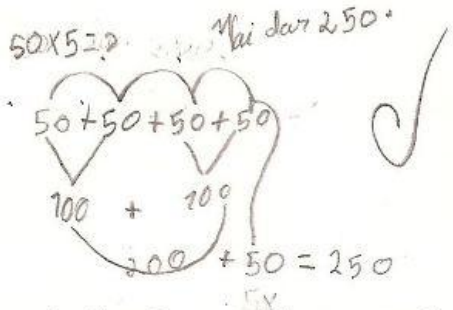
5 x 10 = 50

2- Descobre a sequência:



3- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

Quanto é cinquenta vezes cinco?



4- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

A Joana tem cinco gatinhos e perdeu dois. Quando foi a uma loja de animais viu cinco compartimentos com três gatinhos cada. Ela comprou um compartimento cheio. Quantos gatinhos tem a Joana?

Vai ficar com 6 gatinhos.

A joana tem 5 gatinhos 2=3

3+0=3 do compartimento cada um compartimento tem 3 então:

3+3=6

Ficha resolvida pelo G4:

1- Escreve o resultado das contas:

5 x 1 = 5

5 x 2 = 10

5 x 3 = 15

5 x 4 = 20

5 x 5 = 25

5 x 6 = 30

5 x 7 = 35

5 x 8 = 40

5 x 9 = 45

5 x 10 = 50

2- Escreve os números por extenso. Quais são os números que podem ser da tabuada do 5 (múltiplos do 5)?

1595 mil e quinhentos e noventa e cinco.

1967 mil, novecentos e sessenta e sete.

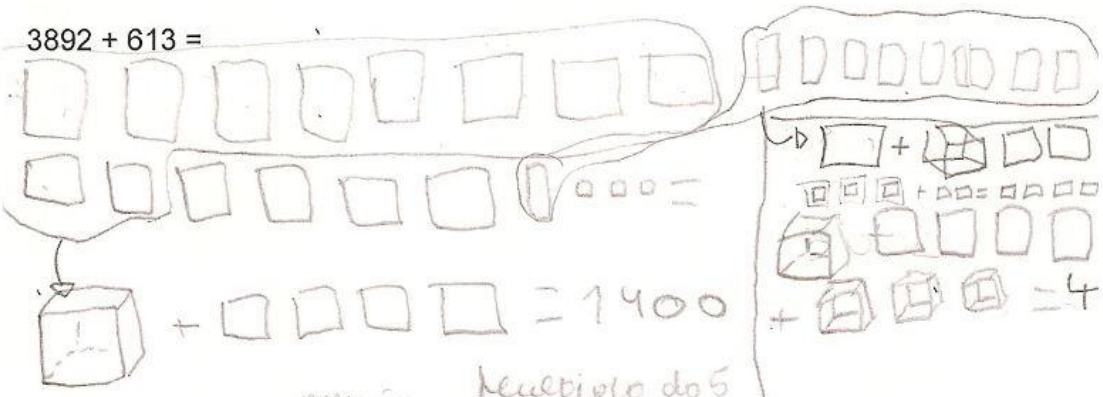
2969 dois mil e novecentos e sessenta e nove.

1300 mil trezentos.

Os números que podem ser da tabuada do 5 são o número 1595 e o número 1300.

3- Resolve os números com o MAB:

3892 + 613 =



3.1 – O resultado da conta é da tabuada do 5? Porquê?

O resultado é da tabuada do 5 é porque acaba em cinco.

Ficha resolvida pelo G5:

1- Resolve:

47 x 5 = 155

40+40=80
80+40=120
120+14=134
134+14=148
148+7=155

2- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

347 x 5 = 463

	c	d	u
	3	4	7
x			5
	4	6	3

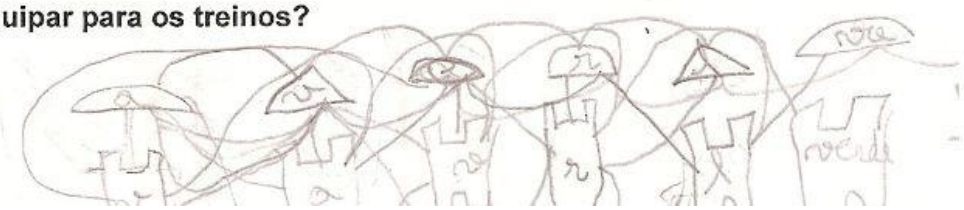
3- Resolve o problema e adivinha:

Sou um número perto do dois e do seis. Sou ímpar e faço parte da tabuada do cinco. Sou o número? 5.

Sou um número ímpar da tabuada do cinco. Estou entre o número cinquenta e o sessenta. Sou o número? 55.

4- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

A Joana tem cinco tocas e sete fatos de banho. De quantas maneiras se pode equipar para os treinos?



Ficha resolvida pelo G6:

1-

5 x 1 = 5	5 x 6 = 30
5 x 2 = 10	5 x 7 = 35
5 x 3 = 15	5 x 8 = 40
5 x 4 = 20	5 x 9 = 45
5 x 5 = 25	5 x 10 = 50

1.1– **Completa a tabuada.**

1.2– **Quanto dá a soma dos números da coluna do meio? Esse número é múltiplo de cinco?**

5 x 26 = ?
5 x 10 = (10+6)
= 50 + 50 + 30 = 130

2- Resolve o problema e explica o teu raciocínio:

A Rita foi ao supermercado comprar cinco pacotes de bolachas. Cada um custava cinco euros. Quanto dinheiro gastou??

5+5+5+5+5=25
10+10=20+5=25

gastou vinte e cinco €.

3- Resolve o problema e explica o tu raciocínio:

Eu tenho cinco sacos e só tenho vinte e cinco gomas. Quantas gomas ponho em cada saco?

5 sacos têm 5

5 + 5 + 5 + 5 + 5 =
10 + 10 + 5 = 25

Anexo 10: Fichas de matemática do subtópico"Sequências e padrões"

Ficha resolvida pelo G1:

PULSEIRA

A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura.

Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

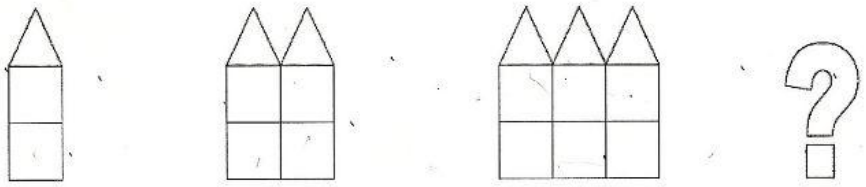
FIGURAS GEOMETRICAS

Observa com atenção:

1- Continua a desenhar até à figura número 15.

2- Qual é a figura na posição do número cinco? E a no número dez? A figura que está posição do nº 5 é um quadrado e a que está na posição do número 10 é triângulo.

DESCOBRE O PADRÃO

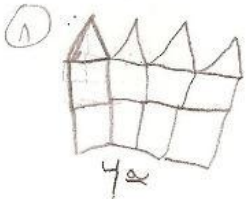


1ª 2ª 3ª

1- Qual é a figura seguinte?

2- Qual é a sexta figura?

3- Quantos triângulos terá uma figura com dez quadrados?



4ª

6ª

3

Terá 5 triângulos!

Ficha resolvida pelo G2:

DESCOBRE O PADRÃO

As figuras mostram o início da formação de um padrão.

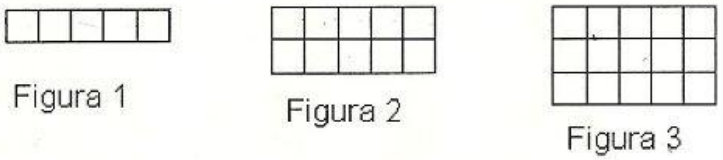


Figura 1 Figura 2 Figura 3

1- Se continuasses o padrão, quantos quadrados pequenos teria a figura seguinte?

10 x 2 = 20 | 15 + 5 = 20 | 4 x 5 = 20

R: são 20 quadrados

FIGURAS GEOMETRICAS

Observa com atenção:

1- Continua a desenhar até à figura número 15.

2- Qual é a figura número cinco? E a número dez? E a doze? Desenha-as ou escreve o seu nome.

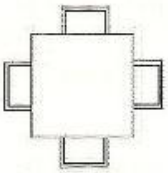
1- É o círculo.

2- A figura número 5 é o △, a 10 é o □ e a 12 é o círculo.

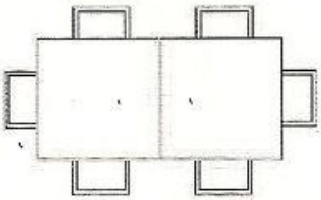
MESA DE JANTAR

O Manuel e os seus colegas estão a organizar um almoço para os pais. Começaram por colocar na sala as mesas para os pais se sentarem.

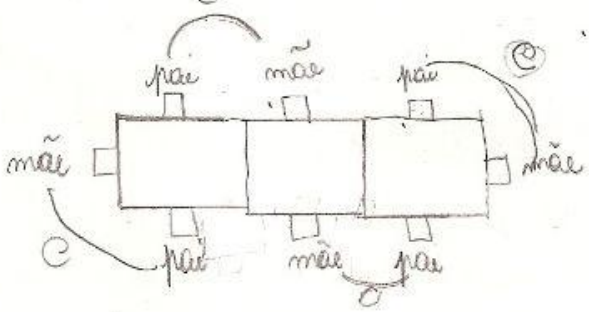
Sabiam que podiam sentar 4 pessoas numa mesa, como se mostra na figura.



Se juntassem 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas, como se mostra na figura.



Seguindo a mesma regra, quantas pessoas poderiam sentar se juntassem 3 mesas em fila?



Podiam sentar-se 8 pessoas

Ficha resolvida pelo G3:

DESCOBRE O PADRAO

As figuras mostram o início da formação de um padrão.

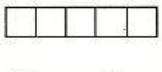


Figura 1

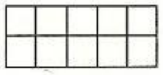


Figura 2

Figura 3

Figura 4

Na figura 4 tem 20 quadrados.

1- Se continuasses o padrão, quantos quadrados pequenos teria a figura seguinte?

PULSEIRA

A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura.

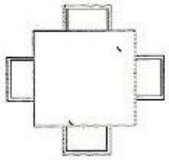
Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

As três peças que faltam são

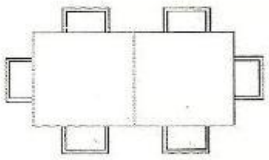
MESA DE JANTAR

O Manuel e os seus colegas estão a organizar um almoço para os pais. Começaram por colocar na sala as mesas para os pais se sentarem.

Sabiam que podiam sentar 4 pessoas numa mesa, como se mostra na figura.



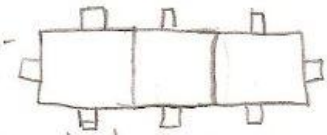
Se juntassem 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas, como se mostra na figura.



Seguindo a mesma regra, quantas pessoas poderiam sentar se juntassem 3 mesas em fila?

Podiam-se sentar 8 pais.

Porque estamos a andar de 2 em 2.



Ficha resolvida pelo G4:

PULSEIRA

A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura.

Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

FIGURAS GEOMETRICAS

Observa com atenção:

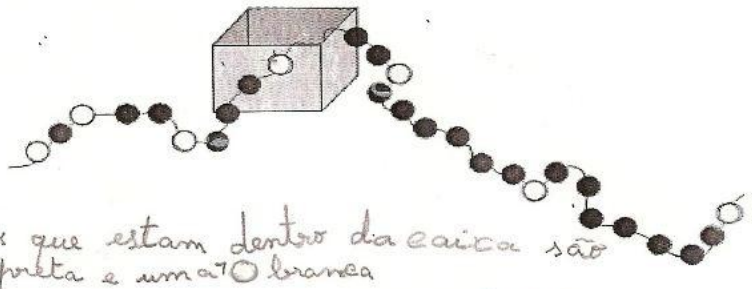
1- Continua a desenhar até à figura número 15.
2- Qual é a figura na posição do número cinco? E a no número dez?

A figura que está no 15 é o quadrada
A figura que está no 10 é o triângulo

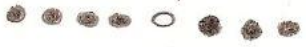
COLAR DE CONTAS

A Elisa está a fazer um colar com contas brancas e contas pretas, seguindo sempre um esquema inventado por ela.

Uma parte do colar está dentro da caixa da figura. Desenha ou descreve a parte do colar que está dentro da caixa.



As figuras que estam dentro da caixa são uma ● preta e uma ○ branca



Ficha resolvida pelo G5:

PULSEIRA

A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura.

Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

DESCOBRE O PADRÃO

As figuras mostram o início da formação de um padrão.

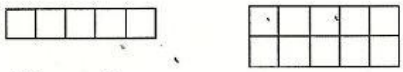
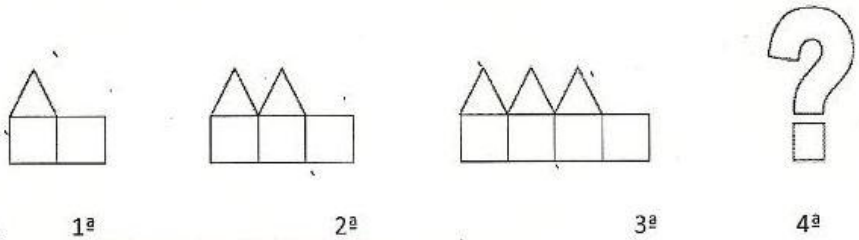


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

A figura seguinte tem 20 quadrados.

1- Se continuasses o padrão, quantos quadrados pequenos teria a figura seguinte?

DESCOBRE O PADRÃO

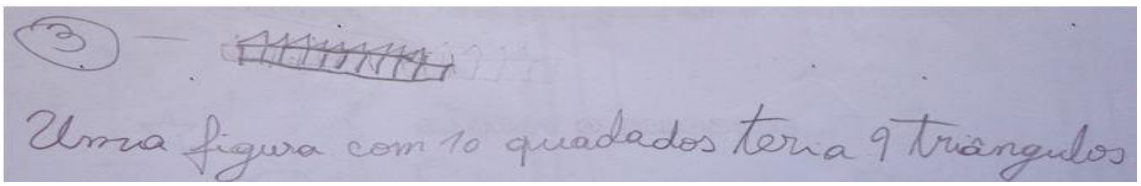


1ª 2ª 3ª 4ª

1- Qual é a figura seguinte? A figura seguinte é a 4ª

2- Qual é a sexta figura?

3- Quantos triângulos terá uma figura com dez quadrados?



Ficha resolvida pelo G6:

PULSEIRA

A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura.

Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

FIGURAS GEOMETRICAS

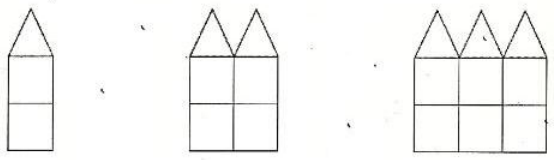
Observa com atenção:

1- Continua a desenhar até à figura número 15.

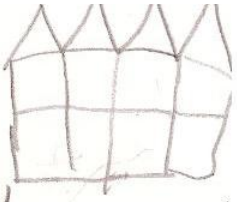
2- Qual é a figura número cinco? E a número dez?

É o quadrado. É um triangulo.

DESCOBRE O PADRAO



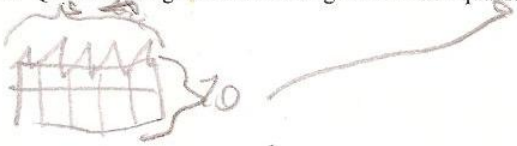
1ª 2ª 3ª



1- Qual é a figura seguinte?

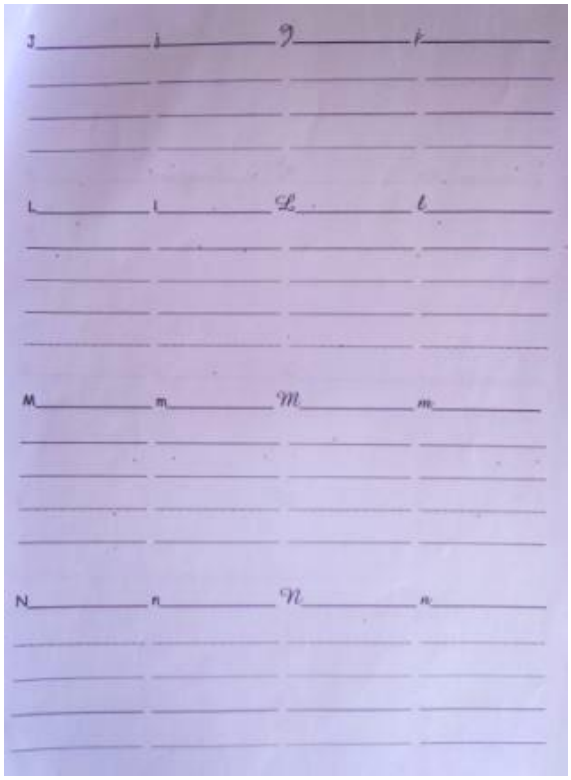
2- Qual é a sexta figura?

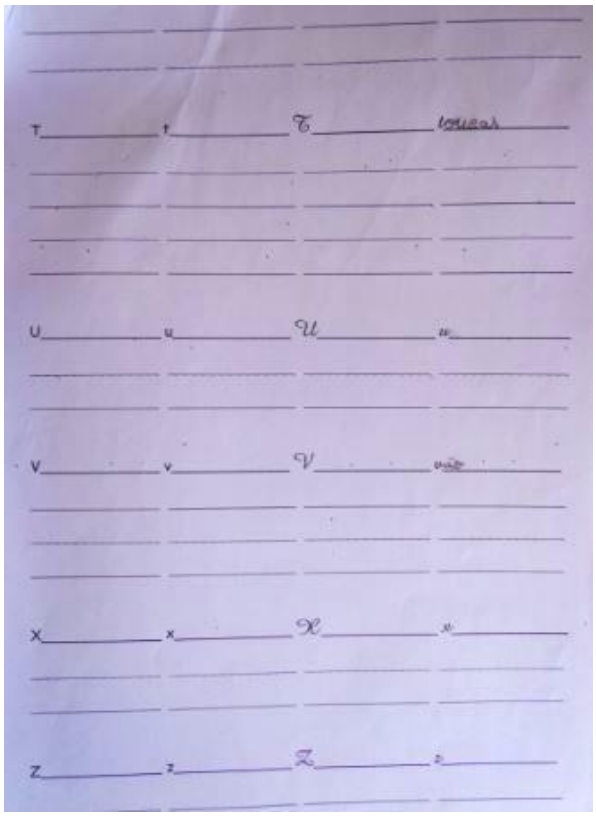
3- Quantos triângulos terá uma figura com dez quadrados?



10

Anexo11: Glossário




T
t
U
u
V
v
X
x
Z
z