

SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

# ENCONTRO NACIONAL

2016

11, 12 e 13 de julho

---

Barreiro

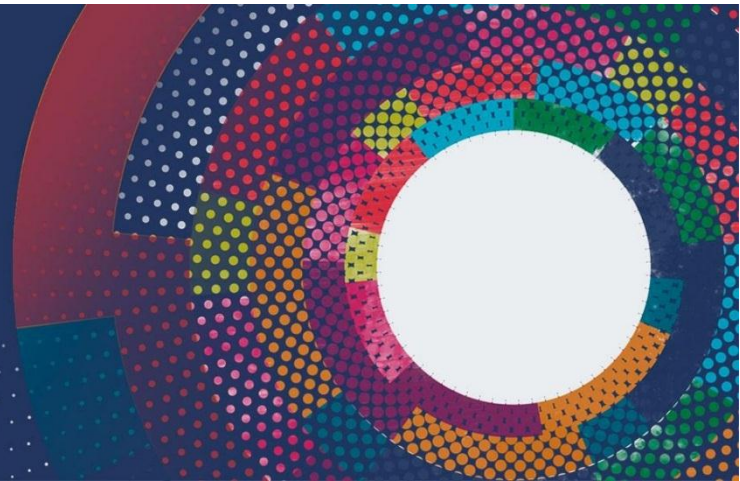
Programa e Livro de Resumos



# ENCONTRO NACIONAL

Sociedade Portuguesa de Matemática

2016



## Programa e Livro de Resumos

11, 12 e 13 de julho

---

Barreiro

### Comissão Científica

Jorge Buescu (Pres.), Universidade de Lisboa

Adérito Araújo, Universidade de Coimbra

Carlos Braumann, Universidade de Évora

Isabel Labouriau, Universidade do Porto

Luís Castro, Universidade de Aveiro

Miguel Abreu, Instituto Superior Técnico – UL

### Comissão Organizadora

Telma Guerra Santos (Pres.), ESTBarreiro-IPS

Anabela Marques, ESTBarreiro-IPS

Clara Carlos, ESTBarreiro-IPS

Dina Salvador, ESTSetúbal-IPS

Mariana Dias, ESTSetúbal-IPS

Otília Dias, ESTBarreiro-IPS

Raquel Barreira, ESTBarreiro-IPS

Vanda Rosado Silva, ESTSetúbal-IPS

Programa

---



## Programa do ENSPM2016



|  |               | 2ª feira (11 de Julho)          |  | 3ª feira (12 de Julho)        |  | 4ª feira (13 de Julho)       |  |
|--|---------------|---------------------------------|--|-------------------------------|--|------------------------------|--|
|  | 08:00 - 08:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 08:30 - 09:00 | Registo e entrega de doc.       |  |                               |  |                              |  |
|  | 09:00 - 09:30 | Abertura ENSPM16 (Auditório)    |  | Sessões Temáticas 3           |  | Sessões Temáticas 5          |  |
|  | 09:30 - 10:00 | Sessão Plenária Científica 1    |  |                               |  |                              |  |
|  | 10:00 - 10:30 | Leonor Godinho (Auditório)      |  |                               |  |                              |  |
|  | 10:30 - 11:00 | Pausa para café                 |  | Pausa para café               |  | Pausa para café              |  |
|  | 11:00 - 11:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 11:30 - 12:00 | Sessões Temáticas 1             |  | Sessões Temáticas 4           |  | Sessões Temáticas 6          |  |
|  | 12:00 - 12:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 12:30 - 13:00 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 13:00 - 13:30 | Almoço                          |  | Almoço                        |  | Almoço                       |  |
|  | 13:30 - 14:00 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 14:00 - 14:30 | Sessão Plenária Ensino          |  | Sessão plenária de divulgação |  |                              |  |
|  | 14:30 - 15:00 | Hung Hsi Wu                     |  | Rogério Martins               |  | Sessões Temáticas 7          |  |
|  | 15:00 - 15:30 | Debate                          |  | Debate                        |  |                              |  |
|  | 15:30 - 16:00 | (Auditório)                     |  | (Auditório)                   |  | Sessão Plenária Científica 3 |  |
|  | 16:00 - 16:30 |                                 |  |                               |  | Pedro Silva (Auditório)      |  |
|  | 16:30 - 17:00 | Pausa para café                 |  | Pausa para café               |  | Encerramento ENSPM16 (Aud.)  |  |
|  | 17:00 - 18:30 |                                 |  | Sessão Plenária Científica 2  |  |                              |  |
|  | 17:30 - 18:00 | Sessões Temáticas 2             |  | Afonso Bandeira (Auditório)   |  |                              |  |
|  | 18:00 - 18:30 |                                 |  | Sessão PORDATA (Aud.)         |  | Visita                       |  |
|  | 18:30 - 19:00 | MoscateL de boas vindas na ESTB |  | Assembleia                    |  |                              |  |
|  | 19:00 - 19:30 | com acompanhamento              |  | (Auditório)                   |  |                              |  |
|  | 19:30 - 20:00 | Musical da Tuna                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 20:00 - 20:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 20:30 - 21:00 |                                 |  | Jantar Quinta de Catralvos    |  |                              |  |
|  | 21:00 - 21:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 21:30 - 22:00 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 22:00 - 22:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |

## Programa do Curso Acreditado do ENSPM2016



|  |               | 2ª feira (11 de Julho)          |  | 3ª feira (12 de Julho)        |  | 4ª feira (13 de Julho)       |  |
|--|---------------|---------------------------------|--|-------------------------------|--|------------------------------|--|
|  | 08:00 - 08:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 08:30 - 09:00 | Registo e entrega de doc.       |  |                               |  |                              |  |
|  | 09:00 - 09:30 | Abertura ENSPM16 (Auditório)    |  | Curso I (sala 1.04)           |  | Curso I (sala 1.04)          |  |
|  | 09:30 - 10:00 | Sessão Plenária Científica 1    |  | Curso II (sala 1.06)          |  | Curso II (sala 1.06)         |  |
|  | 10:00 - 10:30 | Leonor Godinho (Auditório)      |  | Curso III (sala 1.08)         |  | Curso III (sala 1.08)        |  |
|  | 10:30 - 11:00 | Pausa para café                 |  | Pausa para café               |  | Pausa para café              |  |
|  | 11:00 - 11:30 | Sessões Temáticas 1             |  | Curso I (sala 1.04)           |  | Curso I (sala 1.04)          |  |
|  | 11:30 - 12:00 |                                 |  | Curso II (sala 1.06)          |  | Curso II (sala 1.06)         |  |
|  | 12:00 - 12:30 |                                 |  | Curso III (sala 1.08)         |  | Curso III (sala 1.08)        |  |
|  | 12:30 - 13:00 | Almoço                          |  |                               |  |                              |  |
|  | 13:00 - 13:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 13:30 - 14:00 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 14:00 - 14:30 | Sessão Plenária Ensino          |  | Sessão plenária de divulgação |  | Sessões Temáticas 7          |  |
|  | 14:30 - 15:00 | Hung Hsi Wu                     |  | Rogério Martins               |  |                              |  |
|  | 15:00 - 15:30 | Debate                          |  | Debate                        |  |                              |  |
|  | 15:30 - 16:00 | (Auditório)                     |  | (Auditório)                   |  | Sessão Plenária Científica 3 |  |
|  | 16:00 - 16:30 | Pausa para café                 |  | Pausa para café               |  | Pedro Silva (Auditório)      |  |
|  | 16:30 - 17:00 |                                 |  |                               |  | Encerramento ENSPM16 (Aud.)  |  |
|  | 17:00 - 18:30 |                                 |  | Sessão Plenária Científica 2  |  | Visita                       |  |
|  | 17:30 - 18:00 | Sessões Temáticas 2             |  | Afonso Bandeira (Auditório)   |  |                              |  |
|  | 18:00 - 18:30 | Moscatel de boas vindas na ESTB |  | Sessão PORDATA (Aud.)         |  |                              |  |
|  | 18:30 - 19:00 |                                 |  | Assembleia                    |  |                              |  |
|  | 19:00 - 19:30 |                                 |  | (Auditório)                   |  |                              |  |
|  | 19:30 - 20:00 | Musical da Tuna                 |  | Jantar Quinta de Catralvos    |  |                              |  |
|  | 20:00 - 20:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 20:30 - 21:00 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 21:00 - 21:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 21:30 - 22:00 |                                 |  |                               |  |                              |  |
|  | 22:00 - 22:30 |                                 |  |                               |  |                              |  |



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 – 12h30

**Geometria e Aplicações (1.04) - Joana Nunes da Costa**

11h00 - Esmeralda Sousa Dia, *Estruturas de Poisson e dinâmica de aplicações cluster*

11h30 - Ivan Yudin, *Hard Lefschetz Theorem for Vaisman manifolds*

12h00 - Agnès Gadbled, *Toric constructions of monotone Lagrangian submanifolds in  $\mathbb{C}P^2$  and  $\mathbb{C}P^1 \times \mathbb{C}P^1$*

**Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos (sala 0.02) - Alexandre Rodrigues**

11h00 - José Pedro Gaivão, *Conjugação de fluxos no torus de classe Gevrey*

11h30 - Nuno Bastos, *Modelação de alguns fenómenos através de equações diferenciais fracionárias*

12h00 - Jorge Freitas, *Comportamento extremal de sistemas e potenciais com múltiplos máximos*

**Matemática Financeira (sala 0.07) - Cláudia Nunes Philippart**

11h00 - Francisco Almeida, Cláudia Nunes, Carlos Oliveira, *Impacto da função de lucro na decisão de investimento*

11h20 - Kate Duckworth, Carlos Oliveira, Mihail Zervos, *An Investment Model with Switching Costs and the Option to Abandon*

11h45 - Rita Pimentel, *Analytical solution to an investment problem under uncertainties with shocks*

12h10 - Rubén Sousa, *Pricing de opções de barreira no modelo de volatilidade estocástica 2-hipergeométrico*

**Controlo Ótimo. Teoria e Aplicações (sala 0.04) - Gueorgui Smirnov, Maria do Rosário Pinho, Maria Margarida Ferreira**

11h00 - Sofia Lopes, *Mathematics applied to irrigation systems*

11h20 - Juliana Almeida, *Optimal control approach applied to general anaesthesia*

11h40 - Luís Tiago Paiva, *Adapting a time-mesh to each Optimal Control Problem*

12h00 - Alessandro Rucco, *A Moving Path Following Approach for Trajectory Optimization of Autonomous Robotic Vehicles*

**Matemática e Arte (sala 1.01) - Maria da Graça Marques, Marília Pires**

11h00 - Maria da Graça Marques e Marília Pires, *Formar Professores de Matemática com Arte*

11h30 - Andreia Hall, *Patchwork e Matemática: uma Simbiose Perfeita no Ensino e Aprendizagem de Simetrias e Isometrias*

12h00 - Maria do Carmo Martins, Helena Sousa Melo e Sandra Vinagre, *A Matemática no Crochet*

**Assintótica Não-Standard (sala vid.) - Imme van den Berg, Júlia Justino**

11h00 - Bruno Dinis, *Neutrizes e números externos, uma introdução*

11h30 - Imme van den Berg, *Exemplos concretos de aproximações assintóticas não-standard*

12h00 - Fernando Moreira, *Sistemas dinâmicos e ultrafiltros*

**Álgebra e Combinatória (sala 1.05) - Teresa Sousa**

11h00 - Alan Cain, *Combinatorics of cyclic shifts in the plactic, hypoplactic, sylvester, and related monoids*

11h30 - António Malheiro, *On the complexity of the word problem for the Plactic monoid*

12h00 - Natália Rego, *On universal central extensions of Hom-Leibniz algebras*

**Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos (sala 1.08) - Fernando Carapau, Luís Grilo**

11h00 - Luís M. Grilo, *Cartas de controlo para valores individuais. Aplicações*

11h25 - Carlos Pires, *Estatística fora do paradigma Gaussiano: exemplos, métodos e aplicações ao clima*

11h50 - Álvaro Anjo, *Simulação do Teorema do Limite Central*

12h15 - Pedro Lima, *Métodos Computacionais para Campos Neurais a duas Dimensões*



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 – 18h30

**Modelação Matemática de Fenómenos de Aglomeração (sala 1.08) - Rafael Sasportes, Joaquim Correia**

17h00 - Jorge Tiago, *Modelo matemático para o crescimento de uma placa de aterosclerose*

17h30 - José Luís da Silva, *Fractional Poisson process*

18h00 - Hugo G. Silva, *Aerosol hygroscopic growth and the dependence of atmospheric electric field measurements with relative humidity*

**Desenvolvimentos Recentes em Teoria de Cordas (sala 1.04) - Gabriel Lopes Cardoso, Michele Cirafici**

17h00 - Inês Aniceto, *Asymptotics, summability and resurgence in quantum theories*

17h20 - Ricardo Couso-Santamaria, *The theory of resurgence as a tool: the case of topological strings*

17h40 - Silvia Nagy, *Double copy structures in supergravity*

18h00 - Giulio Bonelli, *Computing path integrals in supersymmetric field theories using equivariant localization methods*

18h20 - Gabriel Lopes Cardoso, *Deformed special geometry and the holomorphic anomaly equation*

**Geometria das Subvariedades (sala 1.05) - Rui Pacheco, Rui Albuquerque**

17h00 - Maria João Ferreira, *Imersões isométricas em espaços simétricos*

17h45 - Ana Cristina Ferreira, *Espaços homogêneos e torção*

**Teoria de Operadores e Análise Complexa (sala 1.03) - Cristina Diogo, Maria Teresa Malheiro**

17h00 - Cristina Câmara, *Wiener-Hopf factorization and Q-classes*

17h30 - Rui Marreiros, *On an estimate for the dimension of the kernel of a singular integral operator with non-Carleman shift and conjugation*

18h00 - Juan Carlos Sánchez Rodríguez, *An algorithm for the factorization of some classes of matrix functions*

**Métodos Numéricos para o Processamento de Imagem (sala vid.) - Sílvia Barbeiro**

17h00 - Mário Figueiredo, *Reconstrução e Restauração de Imagens: Um Pouco de História e Avanços Recentes*

17h25 - Sílvia Barbeiro, *Sistemas de difusão cruzada para processamento de imagens*

17h50 - José Alberto Rodrigues, *Técnicas fotogramétricas para a monitorização de quebra-mares*

18h15 - Luís Miguel Dias Pinto, *O registo de imagens médicas no diagnóstico e tratamento de patologias gastrointestinais*

**Métodos Matemáticos em Engenharia (sala 0.07) - Ana Mendes, Paula Pascoal Faria, Rui Fonseca-Pinto**

17h00 - Olivier Pellegrino, *Umas considerações sobre incertezas associadas às retas de calibração*

17h20 - Miguel Moreira, *Introdução à utilização da técnica HAM para resolução assintótica de equações diferenciais não lineares*

17h40 - Rómulo Chaves, *Análise Termo-Fluido Dinâmica em Cilindros Rotativos com Fronteira Imersa e Modelo Físico Virtual*

18h00 - Rómulo Chaves, *Singularidades Aerodinâmica no escoamento Potencial com Aplicações em Turbomáquinas*

**Matemática Recreativa (anf. 1.01) - Jorge Nuno Silva**

17h00 - Fátima Rodrigues, *Sobre os bastonetes do jogo Senet*

17h20 - Alda Carvalho, *O Cão que não sabia Cálculo*

17h40 - Tiago Hirth, *O De Viribus Quantitatis de Luca Pacioli*

18h00 - Jorge Nuno Silva, *O Bagedaunier*

18h20 - Discussão

**Física Quântica e Geometria (sala 0.02) - José Mourão, Roger Picken**

17h00 - Nuno C Dias, *Schrodinger operators with singular potentials*

17h30 - Nenad Manojlović, *The XYZ Heisenberg spin chain and the corresponding Gaudin model*

18h00 - Bruno Mera, *A theorem regarding families of topologically non-trivial fermionic systems*



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 09h00 – 10h30

**Novas Tendências em Biomatemática (sala 0.02) - Carla Pinto**

09h00 - Paula Rodrigues, *Estratégias de vacinação ótimas e comportamento racional em epidemias sazonais*

09h30 - Cristiana Silva, *Optimal control of delayed epidemiological models*

10h00 - Ana Carvalho, *Emergence of drug-resistance in HIV dynamics under distinct HAART regimes*

**Matemática e Composição Artística (sala 0.04) - Pedro J. Freitas**

09h00 - Ana Pereira do Vale, *A Geometria dos Acordes Musicais segundo Dimitri Tymoczko*

09h30 - Pedro Freitas, *O Ponto da Bauhütte, ontem e hoje*

10h00 - Simão Palmeirim, *A importância da vesica piscis na pintura portuguesa dos séculos XV e XVI*

**Bilhares e Suas Aplicações em Outras Áreas da Matemática (sala 0.07) - Alexander Plakhov**

João Lopes Dias, *Hyperbolic attractors for polygonal billiards with contracting reflection laws*

José Pedro Gaivão, *Bilhares hiperbólicos em politopos*

Alexander Plakhov and Tatiana Tchemisova, *Problem of minimal resistance for oscillating bodies*

João Pedro Cruz and Alexander Plakhov, *Comparative study on efficiency of mirror retroreflectors*

**Criptografia e Tópicos Relacionados (sala vid.) - Jaime Gaspar**

09h00 - Joan Daemen, *Efficient block ciphers by the use of error-correcting codes: AES* (Palestra por tele-conferência)

09h30 - Filipe Casal, *Kolmogorov One-way Functions*

10h00 - António Lázaro, *Dos Primórdios da Criptografia em Portugal*

**Categorificação (sala 1.05) - J. Faria Martins, Marko Stosic**

09h00 - Dirk Hofmann, *Stone-type dualities meet enriched category theory*

09h30 - Benjamin Alarcón-Heredia, *Homotopy theory of 2-categories*

10h00 - Rui Carpentier, *Tricolorações de Grafos Cúbicos sob o ponto de vista de Operadores Lineares*

**Métodos Numéricos para o Processamento de Imagem (sala 1.03) - Sílvia Barbeiro**

09h00 - Afonso S. Bandeira, *Synchronization problems on graphs*

09h30 - Ercília Sousa, *Cálculo do fluxo ótico para a deteção de movimento em sequências de imagens*

10h00 - Alberto M. Gambaruto, *Segmenting medical images based on the discrete derivatives*

**Desenvolvimentos Recentes em Teoria de Cordas (anf. 1.01) - Gabriel Lopes Cardoso, Michele Cirafici**

09h00 - Michele Cirafici, *Persistent homology and the problem of vacuum selection in string theory.*

09h20 - Suresh Nampuri, *Black holes and integrability: from Einstein to Riemann-Hilbert and Calogero.*

09h40 - Gianluca Inverso, *Deformed exceptional geometries and the Romans mass*

10h00 - Kevin Goldstein, *Hot attractors.*

**Modelos Estatísticos e Aplicações (sala 1.01) - Manuela Oliveira, José Luís da Silva**

09h00 - Filomena Teodoro, *Conhecimento dos Cuidadores sobre a Hipertensão Arterial Pediátrica*

09h30 - Nuno M. Brites, *Modelos estocásticos e políticas ótimas de pescas: comparação entre políticas sustentáveis com esforço constante e políticas com esforço variável*

10h00 - Vinod Kumar Patil, *Effect of growth medium, temperature and incubation time on Chlamydomonas reinhardtii*



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 – 12h30

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Modelação Matemática de Fenómenos de Aglomeração (sala 1.03) - Rafael Sasportes, Joaquim Correia</b></p> <p>11h00 - Michael Grinfeld, <i>Mathematical Challenges in Submonolayer Deposition</i></p> <p>11h20 - Jean-Paul Chehab, <i>Very weakly damped KdV equations</i></p> <p>11h40 - Nabil Bedjaoui, <i>Diffusive-dispersive effects on a hyperbolic equation</i></p> <p>12h00 - Mohammed Guedda, <i>A reaction-nonlinear diffusion competition system: explicit wavefronts and patterns</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p><b>Situação das Mulheres Matemáticas (e não só) em Portugal (sala 0.02) - Catarina Lucas, M.<sup>a</sup> Luísa Castro Guedes</b></p> <p>Margarida Mendes Lopes</p> <p>Leonor Godinho</p> <p>Sofia Castro</p> <p>Hugo Tavares</p> <p>João Faria Martins</p> <p style="text-align: center;"><b>Debate</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <p><b>Geometria das Subvariedades (sala 0.07) - Rui Pacheco, Rui Albuquerque</b></p> <p>11h00 - Nuno Correia, <i>Aplicações harmónicas em espaços simétricos e seus elementos canónicos</i></p> <p>11h45 - Áurea Quintino, <i>Polynomial conserved quantities for constrained Willmore surfaces.</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p><b>Novas Tendências em Biomatemática (sala 1.01) - Carla Pinto</b></p> <p>11h00 - Diana Rocha, <i>Estimação Bayesiana de parâmetros em modelos baseados em sistemas de equações diferenciais ordinárias para a descrição temporal da evolução da doença em pacientes com o VIH</i></p> <p>11h30 - Carla Pinto, <i>Persistence of low levels of plasma viremia and of the latent reservoir in patients under ART</i></p> <p>12h00 - Andreia Teixeira, <i>Como incorporar a variabilidade entre observadores nas medidas de validação de testes de diagnóstico: uma abordagem.</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <p><b>Matemática e Composição Artística (sala 0.04) - Pedro J. Freitas</b></p> <p>11h00 - Lurdes Figueiral, <i>As famílias do Número de Ouro</i></p> <p>11h30 - António Araújo, <i>Uma perspectiva esférica a 360 graus, de construção elementar por régua, compasso, e prego</i></p> <p>12h00 - Carlos Santos, <i>Allégorie de la Géométrie de Laurent de La Hyre: Uma autópsia matemática</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <p><b>Métodos Matemáticos em Engenharia (sala vid.) - Ana Mendes, Paula Pascoal Faria, Rui Fonseca-Pinto</b></p> <p>11h00 - Rui Fonseca-Pinto, Mariela Gonzalez, Isabel Passon, <i>Análise de padrões dinâmicos de Speckle por transformadas tempo-frequência: transformada de Wavelet e transformada de Hilbert-Huang</i></p> <p>11h20 - Nelson Martins-Ferreira, <i>New geometrical and topological methods applied to direct digital manufacturing for lattice porous structures</i></p> <p>11h40 - Ricardo Gomes, <i>A modelação matemática como ferramenta de gestão e exploração de sistemas públicos de abastecimento de água</i></p> <p>12h00 - Pedro Gala, Paulo Providência, Miguel Ferreira, <i>Método das Forças Fictícias: Aplicação do Método do Ponto Fixo à Análise Materialmente Não Linear de Estruturas Reticuladas</i></p> |
| <p><b>Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos (sala 1.05) - Fernando Carapau, Luís Grilo</b></p> <p>11h00 - Filomena Teodoro, <i>Solução Numérica de uma Equação Diferencial Mista da Acústica</i></p> <p>11h25 - Ana Jorge, <i>A Aplicação do Método Reasonable Goals (RGM) e de Mapas de Decisão Iterativos (IDM) à resolução de um problema multicritério de Gestão de Resíduos Sólidos Urbanos</i></p> <p>11h50 - Anacleto Correia, <i>Hidden Markov Models</i></p> <p>12h15 - Fernando Carapau, Paulo Correia, <i>Um modelo unidimensional para o fluxo de sangue com base na teoria de Cosserat</i></p>                                                                                                                                                                                                                |
| <p><b>Álgebra e Combinatória (anf. 1.01) - Teresa Sousa</b></p> <p>11h00 - João Santos, <i>Ideais binomiais de arestas</i></p> <p>11h30 - Paula Catarino, <i>Some special sequences of quaternions and octonions</i></p> <p>12h00 - Paulo Guilherme dos Santos, <i>Acerca de um determinado método de construção de álgebras de Ockham</i></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 09h00 – 10h30

**Geometria e Aplicações (sala 0.02) - Joana Nunes da Costa**

09h00 - Nenad Manojlovic, *Matrizes- $r$  clássicas não unitárias e álgebras de Gaudin generalizadas*

09h30 - Raquel Caseiro, *The modular class of a Lie-infinity algebroid*

10h00 - Lígia Abrunheiro, *Algebróides de Lie e o problema de controlo ótimo para sistemas de conexão afim*

**Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos (sala 1.01) - Alexandre Rodrigues**

09h00 - Sofia Castro, *Dinâmicas de aprendizagem em teoria dos jogos*

09h30 - Maria Joana Torres, *Atualização dos vectores próprios em redução iso-espectral de grafos*

10h00 - Célia Moreira, *Bifurcações em redes de sistemas dinâmicos*

**Matemática da Mecânica de Fluidos e Aplicações (sala 0.04) - Hermenegildo Oliveira**

Fernando Pinho, *Elastic instabilities in the cross-slot: some recent explorations*

Fernanda Cipriano, *Well-posedness and optimal control for stochastic second grade fluids*

José Duque, *Algumas equações não lineares na forma não divergente*

Rômulo dos Santos, *Análise bidimensional termo-fluido dinâmica de cilindros rotativos utilizando o método da fronteira imersa - modelo físico virtual*

**Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso (anf. 1.01) - Pascoal Martins da Silva, Cristina Caridade, Maria Emília Bigotte**

09h00 - A. Moreira, N. Sequeira, *MIPEs - Matemática interativa para o Ensino Superior*

09h15 - S.Martins, *Mini-testes semanais no Moodle para Matemática - um estudo*

09h30 - R. Kahle, *Erros graves*

09h45 - M. Moreira, *Utilização da plataforma Moodle no desenvolvimento colaborativo de projectos científicos e na materialização do conceito: ensino baseado em projetos*

10h00 - C. Costa, C. Nogueira, J. Ribeiro, *Veicular conceitos matemáticos em estudantes cegos no Ensino Superior Politécnico: pertinência da utilização do multiplano*

10h15 - Discussão

**Teoria de Operadores e Análise Complexa (sala 1.05) -Cristina Diogo, Maria Teresa Malheiro**

09h00 - Janko Bracic, *Relative numerical ranges*

09h30 - Ana Nata, *Fields of values of linear pencils and spectral inclusion regions*

10h00 - Sérgio Mendes, *Langlands functoriality and K-theory for the reduced  $C^*$ -algebra of  $GL_n(\mathbb{R})$*

**Assintótica Não-Standard (sala vid.) - Imme van den Berg, Júlia Justino**

09h00 - Nam Tran Van, *Optimization with flexible objectives and constraints*

09h30 - Djamel Bellaouar, *On a sequence formed by iterating the number of the positive divisors of  $n$*

10h00 - Júlia Justino, *Matrizes flexíveis e delimitações dos seus menores*

**Geometria Algébrica (sala 0.07) - Margarida Mendes Lopes, Peter Gothen**

09h00 - Filippo Viviani, *The cohomology of the Hilbert scheme and of the compactified Jacobians of a singular curve*

09h20 - Carlos Florentino, *Principal Schottky bundles over Riemann surfaces*

09h45 - Helena Soares, *Exceptional bundles of homological dimension  $k$*

10h10 - Jorge Neves, *On the Castelnuovo-Mumford regularity of a class of binomial ideals*

**Combinatória (sala 1.03) - Rui Duarte, António Guedes de Oliveira, Ricardo Mamede**

09h00 - Carlos André, *Um esquema de ramificação associado a partições de conjunto*

09h30 - Olga Azenhas, *Sobre a natureza involutiva da bijecção para a comutatividade dos coeficientes de Littlewood-Richardson*

10h00 - Domingos Cardoso, *Programação convexa em grafos - uma abordagem espectral e combinatória*



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 – 12h30

**Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso (sala 0.02) - Pascoal Martins da Silva, Cristina Caridade, Maria Emília Bigotte**

11h00 - C. Caridade, *Transformar o ensino e aprendizagem da Álgebra Linear usando ambientes de aprendizagem motivadores*  
 11h15 - E. Bigotte, J. Ricardo, E. Silveira, *O ensino e aprendizagem da matemática na Engenharia: uma estratégia para o sucesso académico*  
 11h30 - I.Vieira, M.Polidoro, A.Lopes, F. Soares, *M100S - Um projeto aberto de Matemática no Politécnico do Porto*.  
 11h45 - C. Coelho, R. Marreiros, *Symbolic computation applied to solve interactively second-order linear ordinary differential equations*.  
 12h00 - Maria Helena Monteiro, Maria João Afonso, Marília Pires, *Dificuldades em Matemática dos Futuros Engenheiros: Medidas Preventivas e Remediativas*  
 12h15 - *Discussão*

**Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos (sala 0.04) - Alexandre Rodrigues**

11h00 - Telmo Peixe, *Jogos e replicadores polimatríciais*.  
 11h30 - Bruno Maia, *A transformação companheira da transformação-beta e suas órbitas periódicas*  
 11h50 - António Sodré, *Dinâmicas Estocásticas e Processos Pontuais*.  
 12h10 - Dalmi Santos, *Estabilidade estatística para transformações com pontos críticos e singulares*

**Métodos Matemáticos em Engenharia (sala 1.05) - Ana Mendes, Paula Pascoal Faria, Rui Fonseca-Pinto**

11h00 - Miguel Barreto Santos, *A matemática nos ensaios de laboratório*  
 11h20 - Maria M. Gila; Fátima A. Miller; Teresa R. S. Brandão; Cristina L. M. Silva, *Cinéticas não lineares de inativação de microrganismos: modelização, análise de dados e planeamento experimental*  
 11h40 - Eunice Oliveira, *Matemática, Redes de Energia Elétrica e Algoritmos Genéticos*  
 12h00 - Paula Pascoal-Faria, *A finite element method to predict apple bruise damage*

**Criptografia e Tópicos Relacionados (sala vid.) - Jaime Gaspar**

11h00 - Paulo Mateus, *Criptografia quântica*  
 11h30 - Guilherme Ramos, *Symbolic Probabilistic Analysis of Side-Channel Information*  
 12h00 - André Souto, *Quantum bit-string oblivious transfer protocols*

**Categorificação (sala 1.03) - J. Faria Martins, Marko Stosic**

11h00 - Pedro Vaz, *Categorification of Verma modules*  
 11h45 - Volodymyr Mazorchuk, *Classification problems in 2-representation theory*

**Combinatória (sala 0.07) - Rui Duarte, António Guedes de Oliveira, Ricardo Mamede**

11h00 - Margarida Melo, *Matroides regulares: espaço de moduli e teorema de Torelli*  
 11h30 - António Breda, *Regularidade e regularidade restrita de mapas/hipermapas*  
 12h00 - Jorge Almeida, *Os grafos de Rauzy e o semigrupo profinito livre*



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 – 15h30

**Matemática da Mecânica de Fluidos e Aplicações (anf. 0.01) - Hermenegildo Oliveira**

Marco Martins Afonso, *Renormalized transport and diffusion of tracer and inertial particles*

Jorge Tiago, *Modelação do fluxo sanguíneo: desafios para uma personalização dos resultados*

Joana Andrade, *Regimes de dedos de sal com dependência temporal*

Ana Paiva, *Escoamentos turbulentos do tipo k-epsilon em meios porosos*

**Controlo Ótimo. Teoria e Aplicações (sala 0.02) - Gueorgui Smirnov, Maria do Rosário Pinho, Maria Margarida Ferreira**

14h00 - Manuel Guerra, *Optimal control problems of low growth*

14h20 - Miguel Oliveira, *Complexity bounds for path-following method applied to a problem of calculus of variations with quadratic integrand*

14h40 - Teresa Grilo, *Fish locomotion driven by point vortices.*

15h00 - M. Margarida A. Ferreira, *On the sufficiency of Pontryagin's maximum principle.*

**Física Quântica e Geometria (sala 0.07) - José Mourão, Roger Picken**

14h00 - Aleksandar Mikovic, *Piecewise linear Quantum Gravity*

14h30 - João Pimentel Nunes, *Complexified symplectomorphisms in geometry and quantization*

15h00 - Miguel Tierz, *Random matrices in gauge theory problems*

**Modelos Estatísticos e Aplicações (sala 0.05) - Manuela Oliveira, José Luís da Silva**

14h00 - José Luís da Silva, *M-Wright distributions: Properties and characterization*

14h30 - Ana M. Abreu, *Modelos em Análise de Sobrevida*

15h00 - Ana Rita Gaio, Joaquim Costa, *From Data Analysis to Geometry*

**Geometria Algébrica (sala 0.04) - Margarida Mendes Lopes, Peter Gothen**

14h00 - Carlos Rito, *A surface with  $\chi=1$  and  $K^2=8$  not covered by the bidisk*

14h20 - Margarida Melo, *Stacks of Picard universais compatificados sobre curvas marcadas e aplicações*

14h45 - André Oliveira, *Fixed point subvarieties, nilpotent cone and mixed Hodge polynomials of (parabolic) Higgs bundles*

15h10 - *Discussão sobre o Futuro da Geometria Algébrica em Portugal*

**Matemática Recreativa (anf. 1.01) - Jorge Nuno Silva**

14h00 - Isabel Nobre e Catarina Valverde, *Antologia Grega*

14h20 - Hugo Almeida, *Algoritmo de Euclides*

14h40 - Rui Carpentier, *Quadrados Mágicos*

15h00 - Joaquim Nogueira, *O problema do lobo, da cabra e da couve*

15h20 - *Discussão*

**Matemática e Arte (sala vid.) - Maria da Graça Marques, Marília Pires**

14h00 - Susana Rosado e Jorge Tavares Ribeiro, *A Matemática na Formação de Arquitectos e Urbanistas*

14h30 - Eliana Manuel Pinho, *Os "Esquissos Pedagógicos" de Paul Klee*

15h00 - Luís Bernardino e António Guerreiro, *Padrões Africanos na Aula de Matemática*



Resumos

---





|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| Sessão Plenária Científica I .....                              | 4   |
| Sessão Plenária Ensino.....                                     | 5   |
| Sessão Plenária Divulgação.....                                 | 6   |
| Sessão Plenária Científica II.....                              | 7   |
| Sessão Plenária Científica III .....                            | 8   |
| Sessão Temática 1                                               |     |
| Geometria e Aplicações.....                                     | 10  |
| Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos.....                | 14  |
| Matemática Financeira.....                                      | 18  |
| Controlo Óptimo. Teoria e Aplicações .....                      | 23  |
| Matemática e Arte.....                                          | 28  |
| Assintótica Não Standard.....                                   | 32  |
| Álgebra e Combinatória.....                                     | 36  |
| Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos ..... | 40  |
| Sessão Temática 2                                               |     |
| Modelação Matemática de Fenómenos de Aglomeração.....           | 45  |
| Desenvolvimentos Recentes em Teoria de Cordas.....              | 49  |
| Geometria das Subvariedades .....                               | 55  |
| Teoria de Operadores e Análise Complexa.....                    | 58  |
| Métodos Numéricos para o Processamento de Imagens.....          | 62  |
| Métodos Matemáticos em Engenharia .....                         | 67  |
| Matemática Recreativa.....                                      | 73  |
| Física Quântica e Geometria .....                               | 78  |
| Sessão Temática 3                                               |     |
| Novas Tendências em Biomatemática .....                         | 82  |
| Matemática e Composição Artística.....                          | 86  |
| Bilhares e Suas Aplicações em Outras Áreas da Matemática.....   | 90  |
| Criptografia e Tópicos Relacionados.....                        | 95  |
| Categorificação.....                                            | 99  |
| Métodos Numéricos para o Processamento de Imagem.....           | 103 |
| Desenvolvimentos Recentes em Teoria de Cordas.....              | 107 |
| Modelos Estatísticos e Aplicações .....                         | 112 |
| Sessão Temática 4                                               |     |
| Modelação Matemática de Fenómenos de Aglomeração.....           | 116 |
| Situação das Mulheres Matemáticas (e não só) em Portugal .....  | 121 |
| Geometria das Subvariedades .....                               | 122 |
| Novas Tendências em Biomatemática .....                         | 125 |
| Matemática e Composição Artística.....                          | 129 |

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| Métodos Matemáticos em Engenharia .....                         | 133 |
| Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos ..... | 139 |
| Álgebra e Combinatória.....                                     | 144 |
| Sessão Temática 5                                               |     |
| Geometria e Aplicações.....                                     | 148 |
| Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos.....                | 152 |
| Matemática da Mecânica de Fluidos e Aplicações.....             | 156 |
| Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros                        |     |
| Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso .....             | 161 |
| Teoria de Operadores e Análise Complexa.....                    | 169 |
| Assintótica Não-Standard .....                                  | 173 |
| Geometria Algébrica.....                                        | 177 |
| Combinatória .....                                              | 182 |
| Sessão Temática 6                                               |     |
| Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros                        |     |
| Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso .....             | 186 |
| Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos.....                | 192 |
| Métodos Matemáticos em Engenharia .....                         | 197 |
| Criptografia e Tópicos Relacionados.....                        | 202 |
| Categorificação.....                                            | 206 |
| Combinatória .....                                              | 209 |
| Matemática da Mecânica de Fluidos e Aplicações.....             | 213 |
| Sessão Temática 7                                               |     |
| Controlo Óptimo. Teoria e Aplicações .....                      | 218 |
| Física Quântica e Geometria .....                               | 223 |
| Modelos Estatísticos e Aplicações .....                         | 227 |
| Geometria Algébrica.....                                        | 231 |
| Matemática Recreativa.....                                      | 235 |
| Matemática e Arte.....                                          | 240 |
| Índice de Autores .....                                         | 245 |

# Sessões Plenárias

---



### Fermat e o Número Mínimo de Pontos Fixos de um Fluxo Periódico

Leonor Godinho, Instituto Superior Técnico

#### Resumo

Encontrar o número mínimo de pontos fixos de um fluxo periódico numa variedade compacta é, em geral, um problema em aberto. Vamos ver como resultados clássicos de teoria de números podem ajudar...



### School Mathematics Education in the U.S. and the Common Core Standards

Hung-Hsi Wu, University of California, Berkeley

#### Abstract

The Common Core Mathematics Standards have been implemented in 42 of the 50 states since 2014. These standards have even become a contentious issue in the ongoing presidential election debate. This presentation explains what these standards are about, the circumstances in the school mathematics education in the U.S. that led to these standards' creation, and the state of American school mathematics education today.



## Sessão Plenária Divulgação

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: Auditório

### A Bicicleta que Calcula Áreas e as Minhas Reflexões Sobre Divulgação

Rogério Martins, FCT - Universidade Nova de Lisboa

#### Resumo

Vamos ver que o Sherlock também se engana, pelo menos em matéria de bicicletas. Caso para dizer: “Não tão elementar meu caro Holmes!”. Mais! Vamos ver, ao vivo, o estranho caso da bicicleta que sabe calcular áreas. Em paralelo falarei sobre divulgação em abstrato, baseado na minha experiência enquanto comunicador de ciência.



### Problemas Matemáticos da Era da Revolução de Dados

Afonso Bandeira, Massachusetts Institute of Technology - MIT

#### Resumo

O século XXI está a ser marcado por uma revolução na forma como a informação é adquirida e decisões são tomadas. Grandes empresas multinacionais sabem antes de nós, o que pretendemos comprar e até os filmes que iremos gostar de ver. Em breve os carros vão conduzir-se sozinhos, e serão eles a escolher o restaurante que pretendemos desfrutar. Na área da biologia, é possível agora construir modelos tridimensionais de moléculas que os químicos não sabem cristalizar. Estes progressos baseiam-se, em grande parte, na quantidade de dados disponíveis: com o Facebook, temos agora possibilidade de estudar o grafo de amigos numa escala nunca antes possível; o Google recebe à volta de 40 mil pesquisas por segundo; a Amazon tem à volta de 300 milhões de utilizadores ativos. Mas retirar informação e conhecimento desta quantidade incrível de dados não é tarefa fácil, e então a Matemática tem, e vai continuar a ter, um papel importantíssimo nesta revolução! Depois de descrever alguma da Matemática por detrás de alguns destes processos, focar-me-ei na Matemática do problema de construir modelos tridimensionais de moléculas usando Cryo-Electron Microscopy. Isto irá envolver Grafos, Estatística, Otimização, Geometria, Probabilidade e Matrizes Aleatórias e Representações de grupos. Se o tempo permitir, vou terminar com problemas em aberto.



### Algoritmos em Complexos Simpliciais Finitos

Pedro Silva, Universidade do Porto

#### Resumo

Os complexos simpliciais finitos são muito mais complicados do que parecem: muitos problemas naturais são insolúveis, como por exemplo decidir se um complexo (de dimensão 2) é simplesmente conexo. Introduziremos a classe dos complexos simpliciais com representação booleana, que contém os matróides (finitos) como caso particular. Esta classe goza de interessantes propriedades combinatórias, geométricas, topológicas e algorítmicas, o que constitui uma combinação rara.

## Sessões Temáticas

---



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.04

### **ORGANIZADOR DA SESSÃO:**

Joana Nunes da Costa, CMUC, [jmcosta@mat.uc.pt](mailto:jmcosta@mat.uc.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Pretende-se que nesta sessão especial sejam apresentadas palestras sobre três temas distintos de Geometria, mas com relação entre si: geometria simplética, de Poisson e de contacto. Aplicações da geometria simplética e de Poisson à mecânica e sistemas dinâmicos poderão também ser objeto de algumas comunicações. Sendo as palestras, em princípio, proferidas por matemáticos de universidades portuguesas, esta sessão especial servirá também para ilustrar uma parte do estado da arte da investigação que se está a fazer no país nestes tópicos de Geometria.



## Estruturas de Poisson e Dinâmica de aplicação Cluster

M. Esmeralda Sousa Dias, IST, Universidade de Lisboa

### Resumo

As aplicações *cluster*,  $\varphi$ , são definidas para *quivers* periódicos por mutações, segundo notações introduzidas por Fordy and Marsh [2]. Estas aplicações preservam uma forma presimplética

$$\omega = \sum \frac{b_{ij}}{x_i x_j} dx_i \wedge dx_j$$

(com  $B = [b_{ij}]$  uma matriz anti-simétrica que define  $\varphi$ ), e consequentemente podem ser reduzidas a aplicações simpléticas [1]. Por outro lado, a existência de certas estruturas de Poisson quadráticas para as quais a aplicação *cluster* é uma aplicação de Poisson, produz uma outra aplicação reduzida associada à mesma aplicação *cluster*.

Explicaremos como a folheação nula de  $\omega$ , a folheação simplética das estruturas de Poisson acima referidas e a dinâmica das aplicações reduzidas, permitem entender vários aspectos geométricos da dinâmica (discreta) de certas aplicações *cluster*.

Trabalho em co-autoria com Inês Cruz (FCUP-UP) e Helena Mena Matos (FCUP-UP).

### REFERÊNCIAS:

[1] Cruz, Inês and Sousa-Dias, M. Esmeralda, Reduction of cluster iteration maps, Journal of Geometric Mechanics, 6, no. 3, 297{318, (2014).

[2] Fordy, Allan P. and Marsh, Robert J., Cluster mutation-periodic quivers and associated Laurent sequences, J. Algebraic Combin. 34, no. 1, 19{66, (2011).



## Hard Lefschetz Theorem for Vaisman manifolds

Ivan Yudin, CMUC, University of Coimbra

### Abstract

It is well known that the global scalar product on the space of  $k$ -forms in an oriented compact Riemannian manifold  $M$  of dimension  $m$  induces an isomorphism between the  $k^{\text{th}}$  de Rham cohomology group  $H^k(M)$  and the dual space of the  $(m-k)^{\text{th}}$  de Rham cohomology group  $H^{m-k}(M)$ . So, using that the dimension of the de Rham cohomology groups is finite, we deduce the Poincaré-duality: the dimension of  $H^k(M)$  is equal to the dimension of  $H^{m-k}(M)$ .

In some special cases, one can define a canonical isomorphism between the vector spaces  $H^k(M)$  and  $H^{m-k}(M)$ . For instance, if  $M$  is a compact Kähler manifold of dimension  $m=2n$  then, using the  $(n-k)^{\text{th}}$  exterior power of the symplectic 2-form, one obtains an explicit isomorphism between  $H^k(M)$  and  $H^{m-k}(M)$ .

The class of locally conformally Kähler manifolds is a natural extension of the class of Kähler manifolds and one of its most studied subclasses is that of Vaisman manifolds. In this talk I will explain how one can establish a canonical isomorphism between  $H^k(M)$  and  $H^{m-k}(M)$  for Vaisman manifolds.

This is a joint work with Beniamino Cappelletti-Montano, Antonio de Nicola and Juan Carlos Marrero.

**REFERENCES:** -



### Toric constructions of monotone Lagrangian submanifolds in $\mathbb{CP}^2$ and $\mathbb{CP}^1 \times \mathbb{CP}^1$

Agnès Gadbled, University of Porto

#### Abstract

In a previous work, I proved that two very different constructions of monotone Lagrangian tori are Hamiltonian isotopic inside  $\mathbb{CP}^2$  by comparing both of them to a third one called modified Chekanov torus. This modified Chekanov torus has an interesting projection under the standard moment map of  $\mathbb{CP}^2$  and motivates a method of construction of (monotone) Lagrangian submanifolds in symplectic toric manifolds. We can get via this method some old and new monotone examples in  $\mathbb{CP}^2$  and  $\mathbb{CP}^1 \times \mathbb{CP}^1$ .

This is joint work with Miguel Abreu (IST, Lisbon).

**REFERENCES:** -



## Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Alexandre Rodrigues, FCUP, [alexandre.rodrigues@fc.up.pt](mailto:alexandre.rodrigues@fc.up.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Os primórdios da teoria dos Sistemas Dinâmicos podem ser identificados no século XVI, nos trabalhos de mecânica celeste de Kepler. As contribuições de Newton na modelação da mecânica abriram espaço para uma sofisticação crescente do formalismo matemático que modela fenómenos físicos, culminando nos trabalhos de Lagrange e Hamilton, que definiram uma teoria (que ainda hoje é estudada). Poincaré é considerado um dos criadores da teoria moderna dos sistemas dinâmicos, tendo introduzido muitos dos aspetos do estudo qualitativo das equações diferenciais que permitiram estudar propriedades assintóticas das soluções de uma equação diferencial, sem ser necessário resolvê-la explicitamente. Em memória de Poincaré, nesta sessão pretende-se:

1. Descrever alguns progressos recentes na área dos Sistemas Dinâmicos, incluindo aplicações a várias áreas do saber;
2. Enunciar novos desafios e problemas em aberto para os próximos anos (ou que estão prestes a serem resolvidos);

Dar-se-á especial ênfase a cientistas portugueses que deram um contributo importante na teoria dos Sistemas Dinâmicos e ao uso de uma linguagem pouco técnica.



## Conjugação de fluxos no torus de classe Gevrey

José Pedro Gaivão, CEMAPRE, Universidade de Lisboa

### Resumo

O problema de conjugação de fluxos no torus é bastante antigo. Diversos matemáticos fizeram grandes contribuições, começando com Henri Poincaré, Arnaud Denjoy, Vladimir Arnold, Michael Herman, Jean-Christophe Yoccoz, etc. Nesta palestra pretendo discutir o problema, as dificuldades e algumas generalizações na classe de regularidade Gevrey.

**REFERÊNCIAS:** -



## Modelação de alguns fenómenos através de equações diferenciais fracionárias

Nuno Bastos, Instituto Politécnico de Viseu

### Resumo

Nesta palestra iremos estudar modelação por equações diferenciais fracionárias, envolvendo derivadas fracionárias no sentido de Caputo. Utilizando exemplos concretos e dados reais resultantes de várias experiências, pretende-se mostrar que equações diferenciais fracionárias podem modelar de forma mais eficiente determinados problemas do que equações diferenciais ordinárias [1]. Um método numérico para resolver equações diferenciais fracionárias será apresentado [2].

### REFERÊNCIAS:

- [1] R. Almeida, N.R.O. Bastos and M.T.T. Monteiro, An optimization method for the best fractional order to estimate real data analysis. Math. Meth. Appl. Sci. (in press)
- [2] S. Pooseh, R. Almeida and D.F.M. Torres, Numerical approximations of fractional derivatives with applications. Asian J. Control (15) No 3, 698-712 (2013)



## Comportamento extremal de sistemas e potenciais com múltiplos máximos

Jorge Freitas, CMUP, FCUP, Universidade do Porto

### Resumo

Dado um sistema dinâmico discreto, consideraremos processos estocásticos gerados pela dinâmica, simplesmente avaliando uma função potencial ao longo das órbitas do sistema. Esta função potencial tem a particularidade de possuir múltiplos máximos que estão correlacionados por pertencerem à mesma órbita. Veremos que a escolha destes potenciais revelar-se-á um mecanismo de criar “clustering” ou agrupamento de excedências (observações anormalmente elevadas), responsável pelo aparecimento de um Índice Extremal que mede a intensidade desse “clustering”.

**REFERÊNCIAS:** -



## Matemática Financeira

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.07

### **ORGANIZADOR DA SESSÃO:**

Cláudia Nunes Philippart, IST-UL e CEMAT [cnunes@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:cnunes@math.tecnico.ulisboa.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

As finanças colocam questões desafiantes à matemática, questões essas cujas respostas têm um impacto assinalável no dia a dia dos mercados mundiais e, conseqüentemente, na sociedade em geral. As instituições bancárias necessitam de conhecimentos de matemática aprofundados, pois só assim conseguem potenciar lucros. Nesta sessão pretende-se apresentar algumas contribuições que ilustrem os esforços no desenvolvimento do conhecimento e interação em ambas as áreas, não só a nível teórico, como a nível de metodologia e aplicações. O tópico principal será optimização e controlo estocástico, sendo expectável exemplos de aplicações tão diferentes como opções americanas a investimento no sector energético.



## Impacto da função de lucro na decisão de investimento

Francisco Almeida, IST-Universidade de Lisboa

Carlos Oliveira

Cláudia Nunes

### Resumo

A decisão relativa ao investimento depende de vários factores, em particular do diferencial do lucro relative ao status quo e à situação após investimento. Quando se analisam problemas de investimento, é usual associar-se ao investimento uma função de produção mais lucrativa mas com custos de investimento associados. Mas como se comporta uma empresa quando não há custos de investimento mas o investimento não comporta necessariamente mais lucros? Neste trabalho estuda-se o comportamento da política de investimento de uma empresa que tem perante si a necessidade de escolher entre dois mercados, um mais arriscado que outro.

**REFERÊNCIAS: -**



## An Investment Model with Switching Costs and the Option to Abandon

Carlos Oliveira, IST-University of Lisbon, CEMAT

Kate Duckworth

Mihail Zervos

### Abstract

We consider an investment project that operates within a random environment and yields a payoff rate that is a function of a stochastic economic indicator such as the price of or the demand for the project's output commodity. We assume that the investment project can operate in two modes, an "open" one and a "closed" one. The transitions from one operating mode to the other one are costly and immediate, and form a sequence of decisions made by the project's management. We also assume that the project can be permanently abandoned at a discretionary time and a positive sunk cost.

The objective of the project's management is to maximize the expected discounted payoff resulting from the project's management over all switching and abandonment strategies. The resulting stochastic optimization problem involves impulse control as well as discretionary stopping. We derive the explicit solution to this stochastic control problem. It turns out that this has a rather rich structure and the optimal strategy takes several qualitatively different forms, depending on the problem's data.

### REFERENCES: -



## Analytical solution to an investment problem under uncertainties with shocks

Rita Pimentel, IST-University of Lisbon, CEMAT  
Cláudia Nunes

### Abstract

We derive the optimal investment decision in a project where both demand and investment costs are stochastic processes, eventually subject to shocks. We extend the approach used in Dixit and Pindyck, 1994, chapter 6.5, to deal with two sources of uncertainty, but assuming that the underlying processes are no longer geometric Brownian diffusions but rather jump diffusion processes. For the class of isoelastic functions that we address in this paper, it is still possible to derive a closed expression for the value of the firm. We prove formally that the result we get is indeed the solution of the optimization problem.

### REFERENCES: -



## Pricing de opções de barreira no modelo de volatilidade estocástica

### 2-hipergeométrico

Rubén Sousa, IST-Universidade de Lisboa

### Resumo

O famoso modelo de Black e Scholes para o pricing de opções é, hoje em dia, ainda bastante utilizado pelas instituições financeiras, devido à sua simplicidade. No entanto, empiricamente tem-se vindo a verificar que a hipótese de volatilidade constante subjacente a este modelo é inconsistente com os padrões de *volatility skew* e de *volatility smile* que estão presentes nos preços observados nos mercados. É portanto relevante estudar o *pricing* de opções no contexto de modelos de volatilidade estocástica que sejam capazes de reproduzir este tipo de curvas de volatilidade. Nesta palestra iremos abordar o problema do cálculo do preço de opções do tipo barreira — que se trata do tipo mais simples de opção exótica — sob o modelo 2-hipergeométrico de volatilidade estocástica. Iremos explorar as diferenças entre estas opções e as opções mais *standard*, bem como as estratégias necessárias para adaptar os métodos de *pricing* às opções de barreira.

**REFERÊNCIAS:** -



# Controlo Ótimo. Teoria e Aplicações

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.04

## ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Gueorgui Smirnov, UM, [smirnov@math.uminho.pt](mailto:smirnov@math.uminho.pt)

Maria do Rosário Marques Fernandes Teixeira de Pinho, UP-FEUP-DEEC, [mrpinho@fe.up.pt](mailto:mrpinho@fe.up.pt)

Maria Margarida de Amorim Ferreira, UP-FEUP-DEEC, [mmf@fe.up.pt](mailto:mmf@fe.up.pt)

## BREVE DESCRIÇÃO:

O controlo ótimo tem sido de importância fundamental em engenharia de projeto desde há várias décadas. Hoje em dia é ferramenta de reconhecida eficácia em diferentes áreas tais como robótica, sistemas de energia, sistemas biológicos, sistemas económicos, etc. A necessidade de resolver problemas reais formulados como problemas de controlo ótimo tem sido uma força motriz não só para o desenvolvimento da teoria do controlo e otimização, mas também para desenvolvimento de novos métodos computacionais. A literatura é rica em técnicas de controlo ótimo concebidas para extrair informações úteis no sentido de caracterizar ou ajudar a caracterizar a solução dos problemas. Nos últimos anos têm surgido vários “solvers” que permitem o tratamento numérico de problemas de grande complexidade e/ou dimensão. Nesta sessão propomos a apresentação de trabalhos na área do Controlo Ótimo, focando tanto desenvolvimentos de índole teórico como aplicações.



## Mathematics applied to irrigation systems

Sofia Lopes, UM

### Abstract

In this presentation, we study irrigation systems using a mathematical model and address a minimal water consumption problem. Given the importance of water use in irrigation systems, we discuss the advantages of using optimal control in this type of problems.

**REFERENCES:** -



## Optimal control approach applied to general anaesthesia

Juliana Almeida, FEUP

### Abstract

We present a state-feedback design method to control the amount of propofol during a general anaesthesia. This problem can be associated with an optimal control problem (OC) with a positivity constraint in the input signal. To solve this problem the OCP is relaxed into a Semi-definite program and then solved.

**REFERENCES:** -



## Adapting a time-mesh to each Optimal Control Problem

Luís Tiago Paiva, FEUP-SYSTEC

### Abstract

Over the past decades, direct methods have become increasingly useful when computing the numerical solution of nonlinear optimal control problems (OCP). When applying these methods, the control and the state variables are discretised selecting a mesh of the time interval.

The first challenge is to select a mesh that is suitable to solve the OCP. This is the topic that we address.

We propose a time-mesh refinement algorithm where the refinement strategy is driven by the information given by the dual variables and it stops according to the information given by the primal variables. This technique provides an adapted time-mesh for each OCP. The results show a favourable comparison against the traditional equidistant-spaced time-mesh methods, including the ones using discrete-time models, contributing to significant savings in memory and computational time and cost without compromising the accuracy of the solution.

**REFERENCES:** -



## A Moving Path Following Approach for Trajectory Optimization of Autonomous Robotic Vehicles

Alessandro Rucco, FEUP-SYSTEC

### Abstract

The main aim of this talk is to present and discuss novel numerical approaches to the design of (local) optimal trajectories of autonomous robotic vehicles. The highlighted contribution is part of a broader research work developed in the last years to design motion planning algorithms for heterogeneous autonomous vehicles in dynamic environments. Specifically, in this talk we first introduce the use of a Virtual Target Vehicle (VTV) approach in the development of optimal control based methods for trajectory optimization. Given a desired (stationary) path with a specified desired velocity profile, we are interested in computing a feasible trajectory (i.e., it satisfies the dynamics and the constraints) that best approximates the desired path. Second, we extend the VTV approach to the case of desired moving (non-stationary) path. Given a desired path with respect to a possible moving vehicle, our goal is to compute the (local) optimal feasible trajectory that best approximates the desired moving path with a specified speed profile assigned on it. In both approaches (i.e., stationary and moving paths), we set up a suitable optimal control problem where the L2 distance between actual and desired trajectories is minimized. We solve the optimal control problem numerically by using the PROjection Operator based Newton method for Trajectory Optimization (PRONTO). Inequality constraints (state, control, and mixed) are taken into account through the use of extended barrier functionals which are quite effective for the non-convex constraints that arise in our ongoing work for cooperating/cooperative vehicles. Finally, we examine the performance of the proposed approaches by providing numerical computations for trajectory planning of aerial vehicles with applications to target tracking of marine/ground vehicles. We highlight and discuss some promising aspects, as well as pitfalls and drawbacks.

### REFERENCES: -



## Matemática e Arte

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.02

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Maria da Graça Marques, FCT-UAlg [gmarques@ualg.pt](mailto:gmarques@ualg.pt)

Marília Pires, FCT-UAlg [mpires@ualg.pt](mailto:mpires@ualg.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Esta sessão tem como primeiro objetivo dar a conhecer um pouco do muito que já se vai fazendo em Portugal no âmbito das interações entre a matemática e os diferentes tipos de expressão artística. No contexto da SPM este tema tem surgido em várias vertentes sobretudo em Tardes da Matemática (também no último Mat-Oeste), mas nunca foi objeto de uma sessão em Encontros Nacionais. Um segundo objetivo é fornecer aos docentes do ensino básico e do ensino secundário ferramentas que lhes permitam melhorar competência pedagógicas, nomeadamente na captação, de forma lúdica, da atenção dos estudantes para temas mais abstratos. Por fim, last but not least, uma sessão deste tipo pode ser muito divertida e para matemáticos de quaisquer especialidades, que podem eventualmente aí colher pistas para novos caminhos na sua investigação.



## Matemática e Arte

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.02

### Formar Professores de Matemática com Arte

Maria da Graça Marques, Dep. de Matemática da Fac. de Ciências e Tecnologia da Univ. do Algarve e CEDMES

Marília Pires, Dep. de Matemática da Fac. de Ciências e Tecnologia da Univ. do Algarve e CEDMES

### Resumo

Nesta comunicação partilhamos algumas experiências de actividades de cariz artístico directamente relacionadas com diversos temas de matemática e que podem ser usadas em contexto de sala de aula como motivação e/ou aplicação.

**REFERÊNCIAS: -**



### **Patchwork e Matemática: uma Simbiose Perfeita no Ensino e Aprendizagem de Simetrias e Isometrias**

Andreia Hall, Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

#### **Resumo**

Elliot Eisner, um pioneiro na educação artística, sugeriu em 2002 que uma abordagem artística à educação poderia melhorar a sua qualidade e levar a uma nova visão para o ensino e aprendizagem. Alguns tópicos do programa de matemática do ensino básico e secundário permitem ir mais longe e fazer uma simbiose completa entre o ensino da matemática e o ensino artístico, facilitando a aplicação das ideias de Eisner. Um desses tópicos é o estudo de simetrias e isometrias, presente nos vários ciclos do ensino da matemática em Portugal. Nesta comunicação iremos apresentar alguns resultados de trabalhos realizados em projetos com escolas e em ações de formação contínua de professores envolvendo o estudo de simetrias e isometrias. A técnica utilizada na realização dos trabalhos foi o patchwork (com tecidos ou com papel) pois é uma técnica de fácil aprendizagem e com tradição cultural relevante no nosso país.

#### **REFERÊNCIAS: -**



### A Matemática no Crochet

Helena Sousa Melo, Departamento de Matemática da Universidade dos Açores

Maria do Carmo Martins, Departamento de Matemática da Universidade dos Açores

Sandra Vinagre, Departamento de Matemática da Universidade de Évora, CIMA

### Resumo

A matemática pode ser encontrada em diversas áreas, mesmo no que poderia ser considerada uma não relacionada como o Crochet. Nessa modalidade, cada povo manifesta a sua cultura e habilidade em verdadeiras obras de arte, onde podemos estudar e aplicar conceitos de Álgebra, de Análise, de Geometria, de Teoria dos Números e de Topologia. Iremos ilustrar algumas curiosidades, ilusões de óptica e abordar questões matemáticas.

### REFERÊNCIAS: -



## Assintótica Não-Standard

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Sala Videoconferência

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Imme van den Berg, Universidade de Évora, [ivdb@uevora.pt](mailto:ivdb@uevora.pt)

Júlia Justino, Instituto Politécnico de Setúbal, [julia.justino@estsetubal.ips.pt](mailto:julia.justino@estsetubal.ips.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A assintótica estuda problemas que dependem de parâmetros grandes ou pequenos. Classicamente, as ordens de grandeza têm uma dependência funcional, o que gera problemas de cálculo porque os  $O$ -grandes e  $o$ -pequenos não são ordenados e têm propriedades algébricas fracas, sobretudo quando existem muitos parâmetros envolvidos. Na análise não-standard os parâmetros podem ser números reais infinitamente grandes ou pequenos, em que as ordens de grandezas são subconjuntos convexos da reta real não-standard denominados neutrices, conjuntos externos (limitados mas sem supremo nem ínfimo) que podem ser grupos para a adição, tal como o conjunto dos infinitesimais. Um número externo é a soma de um número real (não-standard) e uma neutrice. Os números externos são ordenados e as regras de cálculo são similares às regras de cálculo dos números reais. Esta sessão especial pretende apresentar alguns aspetos importantes do cálculo assintótico não-standard. As regras de cálculo dos números externos são expostas em pormenor (Dinis), com aplicações concretas nas aproximações assintóticas (Van den Berg); Justino aborda a propagação de erros em matrizes com imprecisões nos coeficientes (matrizes flexíveis) e Tran trata de problemas de otimização cujos objetivos e restrições só são conhecidos aproximadamente; Bellaouar resolve alguns problemas assintóticos com números primos infinitamente grandes e Moreira descreve o comportamento de sistemas dinâmicos com parâmetros infinitamente grandes.



## Neutrizes e números externos, uma introdução

Bruno Dinis, CMAF-CIO, Universidade de Lisboa, [bmdinis@fc.ul.pt](mailto:bmdinis@fc.ul.pt)

### Resumo

Uma neutriz é um subgrupo aditivo convexo dos números reais. No contexto da análise não-standard existem vários tais subgrupos para além de  $\mathbb{R}$  e  $\{0\}$ , presentes já no contexto clássico. Alguns exemplos são  $\mathbb{O}$ , o conjunto de todos os infinitesimais e  $\mathbb{L}$ , o conjunto dos números limitados. As neutrizes foram propostas como modelos de ordem de grandeza visto que são limitadas sem no entanto possuírem supremo nem ínfimo e, pela propriedade de grupo, invariantes para algumas somas e multiplicações [4][5]. Um número externo é definido como a soma algébrica de um número real e uma neutriz. O cálculo com os números externos apresenta notáveis semelhanças com o dos números reais e pode ser visto como um cálculo para números reais vagos, i.e. números reais aos quais é associado um grau de imprecisão na forma de uma neutriz. Apresentamos uma introdução aos números externos e às suas propriedades algébricas básicas com exemplos e motivação. Mostramos que os números externos têm uma estrutura algébrica rica. De facto, os números externos formam semigrupos comutativos completamente regulares (união de grupos) quer para a adição quer para a multiplicação (no caso de números externos que não se reduzem a neutrizes), ligados por uma propriedade distributiva que não é sempre válida mas que é possível caracterizar [1]. É também possível definir nos números externos uma relação de ordem total, compatível com as operações.

Trabalhando com várias variáveis, é possível definir sistemas de equações com perturbações dadas por neutrizes, chamados sistemas flexíveis [3].

As propriedades dos números externos não se reduzem a propriedades algébricas. De facto, é possível, à semelhança do que é feito com os números reais, definir propriedades de segunda ordem, tais como cortes de Dedekind generalizados, obtendo supremos e ínfimos fracos (i.e. os supremos e ínfimos são números externos em vez de números reais) ou a propriedade Arquimediana [2].

### REFERÊNCIAS:

- [1] B. Dinis, I. P. van den Berg, Algebraic properties of external numbers, *J. Logic and Analysis* 3:9 (2011) 1–30.
- [2] B. Dinis, I. P. van den Berg, Axiomatics for the external numbers of non-standard analysis (em preparação).
- [3] J. Justino, I.P. van den Berg, Cramer's Rule applied to flexible systems of linear equations, *Electronic Journal of Linear Algebra* 24 (2012) 126-152.
- [4] F. Koudjeti, Elements of External Calculus with an application to Mathematical Finance, Ph.D. thesis, Labyrinth publications, Capelle a/d IJssel, The Netherlands (1995).
- [5] F. Koudjeti, I.P. van den Berg, Neutrices, external numbers and external calculus, in: *Nonstandard Analysis in Practice*, F. and M. Diener (eds.), Springer Universitext (1995) 145-170.



## Exemplos concretos de aproximações assintóticas não-standard

Imme van den Berg, Universidade de Évora, [ivdb@uevora.pt](mailto:ivdb@uevora.pt)

### Resumo

Tipicamente, subconjuntos externos da reta real não-standard são estáveis por pelo menos algumas translações. Estas imprecisões dão uma certa flexibilidade, que faz com que sejam adequadas para exprimir propriedades assintóticas, e determinar os domínios onde estas são válidas.

Apresentamos três exemplos de aplicação.

Em primeiro lugar consideramos aproximações de funções transcendentais, como a função exponencial, por polinómios de Taylor. Dado  $\epsilon > 0$  e um índice  $\omega$ , no geral é impossível determinar o intervalo  $I_{\omega, \epsilon}$  onde o erro de aproximação é menor ou igual a  $\epsilon$ . Ora, para  $\omega$  infinitamente grande, determinamos o intervalo (externo)  $I_{\omega, \mathcal{O}}$  onde o erro é infinitesimal por uma cálculo algébrico de assintótica não-standard.

Em segundo lugar consideramos, na probabilidade e na estatística, as noções de intervalo de confiança e de cauda de uma distribuição. Ora, estas têm uma definição caso a caso. Com conjuntos externos é possível dar uma definição genérica (*massa*, o complemento será a *cauda*). Para esta definição é possível formalizar a observação prática que quase-sempre uma variável estocástica toma o seu valor relativamente perto da média. O Teorema de Localização de Massa em questão é uma variante do Lema de Chebyshev.

Finalmente apresentamos uma demonstração não standard da fórmula de Stirling, através da transformação de Laplace

$$\omega! = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\omega} dt.$$

Localizamos a massa da densidade  $e^{-t} t^{\omega} / \omega!$ , para  $\omega$  infinitamente grande. Isto nos indica uma mudança de variáveis, e uma aproximação assintótica válida na massa. Depois, o Teorema de Localização de Massa permite uma demonstração calculatória direta de que

$$\omega! \sim \omega^{\omega} e^{-\omega} \sqrt{2\pi\omega}.$$

### REFERÊNCIAS:

- [1] I.P. van den Berg, Nonstandard Asymptotic Analysis, Springer Lecture Notes in Mathematics 1249, 1987.
- [2] B. Dinis, I. P. van den Berg, Algebraic properties of external numbers, J. Logic and Analysis 3:9, p. 1-30, 2011.
- [3] I.P. van den Berg, An external probability order theorem with some applications, in: Nonstandard Analysis in Practice, F. and M. Diener (eds.), Springer Universitext, p. 171-183, 1995.



## Sistemas dinâmicos e ultrafiltros

Fernando Moreira, Universidade do Porto, [fjm@fc.up.pt](mailto:fjm@fc.up.pt)

### Resumo

Começamos por apresentar alguns resultados conhecidos (ver [1] e respectiva bibliografia), que mostram como a teoria dos ultrafiltros pode ser utilizada para descrever propriedades assintóticas em sistemas dinâmicos, nomeadamente noções de recorrência topológica com aplicações à teoria combinatória de números [4].

Quando temos um espaço de medida  $(X, \mu)$  e uma aplicação  $T: X \rightarrow X$  que preserva  $\mu$ , i.e.

$$\mu(T^{-1}(A)) = \mu(A) \quad (1)$$

as mesmas ideias expostas em [1] fazem com que os ultrafiltros nos forneçam propriedades relativas a recorrência, sob o ponto de vista da medida  $\mu$ . Nesta apresentação mostraremos como obter noções de recorrência em espaços de medida  $(X, \mu)$  sem a hipótese 1. Por fim, mostraremos que os argumentos baseados em ultrafiltros, podem ser substituídos pelas noções de hyper-inteiros e sombreamento provenientes dos modelos de análise não standard.

### REFERÊNCIAS:

- [1] Bergelson, V. Ultrafilters, IP sets, dynamics, and combinatorial number theory, Ultrafilters across mathematics, Contemporary Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, 530, 2010.
- [2] Comfort, W e Negrepontis, S. The theory of ultrafilters, Springer-Verlag, Berlin, 1974
- [3] Goldblatt, R. Lectures on the Hyperreals An Introduction to Nonstandard Analysis, Graduate Texts in Mathematics 188, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [4] Hindman, N. e Strauss, D Algebra in the Stone- $\mu$ Cech compactification. Theory and applications, de Gruyter Textbook, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 2012.



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.05

### **ORGANIZADOR DA SESSÃO:**

Teresa Sousa, Escola Naval, [tmjs@fct.unl.pt](mailto:tmjs@fct.unl.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

A sessão proposta com o título de Álgebra e Combinatória tem como principal objetivo promover o encontro entre investigadores que trabalhem em qualquer área de Álgebra e Combinatória. Os tópicos incluem todos os aspetos de álgebra combinatória, métodos algébricos em combinatória, combinatória, teoria de grafos, geometria combinatória, entre outros. Pretende-se com esta sessão promover e aproximar o trabalho de investigação que é realizado nos diversos departamentos e centros de investigação de universidades portuguesas e estrangeiras. Espera-se que esta sessão temática proporcione novas sinergias para futuros trabalhos de investigação.



## Combinatorics of cyclic shifts in the plactic, hypoplactic, sylvester, and related monoids

Alan Cain, Centro de Matemática e Aplicações da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL

### Abstract

Young tableaux are the elements of the plactic monoid, and it was proved by Lascoux & Schutzenberger in their seminal study that if two of these elements contain the same number of each symbol, then one can be transformed to the other by applying a sequence of cyclic shifts (that is, a sequence of moves from an element that factors as  $xy$  to the element  $yx$ ). Thus, if we build a "cyclic shift graph" whose vertices are elements of the monoid and whose edges connect elements that differ by a cyclic shift, then each connected component consists of precisely those elements that contain a given number of each generating symbol. Choffrut & Mercaş proved that in the plactic monoid of rank  $n$  (whose elements are Young tableaux whose entries are at most  $n$ ), the number of cyclic shifts required is at most  $2n-2$ . That is, the diameter of connected components of the cyclic shift graph is at most  $2n-2$  (although the number of elements they contain is unbounded).

This talk discusses new results on the cyclic shift graphs for a family of monoids that, like the plactic monoid, are closely connected with combinatorial objects: the hypoplactic monoid (connected with quasi-ribbon tableaux and quasi-symmetric functions), the sylvester monoid (binary search trees), the taiga monoid (binary search trees with multiplicities), and the stalactic monoid (stalactic tableaux). In each case, the diameter of connected components of the cyclic shift graph turns out to be dependent only on the rank of the monoid and not on the number of elements in a connected component. The proofs exploit the combinatorial objects associated to the monoids: similar monoids that have no such associated objects can have unbounded diameters of connected components.

This is joint work with António Malheiro (Centro de Matemática e Aplicações & Departamento de Matemática, Universidade Nova de Lisboa).

**REFERENCES: -**



## On the complexity of the word problem for the Plactic monoid

António Malheiro, Centro de Matemática e Aplicações da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL

### Abstract

As argued by Schützenberger, the plactic monoid is “one of the most fundamental monoids in algebra”. It has its origins in work of Schensted and Knuth concerned with certain combinatorial problems and operations on Young tableaux.

As a consequence of the Schensted insertion algorithm and the representation of elements by tableaux, it follows that the Plactic monoid has word problem that is solvable in quadratic time. This leads us naturally to the subject of automatic structures. The concept of an automatic group was introduced in order to describe a large class of groups with easily solvable word problem. The notion has been extended to automatic monoids and semigroups. In both cases the defining property is the existence of a rational set of normal forms (with respect to some finite generating set  $A$ ) such that we have, for each generator in  $A$ , a finite automaton that recognizes pairs of normal forms that differ by multiplication by that generator. It is a consequence of the definition that automatic monoids (and in particular automatic groups) have word problem that is solvable in quadratic time.

Our intention is to present the ideas above and to detail the case of automaticity for the Plactic monoid.

This work was developed together with A. Cain and R. Gray and is based on the paper:

Cain, Alan J., Robert D. Gray, and António Malheiro. "Finite Gröbner-Shirshov bases for plactic algebras and biautomatic structures for plactic monoids." *J. Algebra*. 423 (2015): 37-53

### REFERENCES: -



## On universal central extensions of Hom-Leibniz algebras

Natália Rego, IPCA, Departamento de Ciências, Barcelos, Portugal

### Abstract

A Hom-Leibniz algebra [3] is a  $K$ -vector space  $L$  endowed with a bilinear map  $[-, -] : L \times L \rightarrow L$  and a  $K$ -linear map  $\alpha_L : L \rightarrow L$  satisfying, the so called Hom-Leibniz identity,

$$[\alpha_L(x), [y, z]] = [[x, y], \alpha_L(z)] - [[x, z], \alpha_L(y)], \text{ for all } x, y, z \in L.$$

If  $[x, y] = -[y, x]$ , then we have a Hom-Lie algebra.

When the twisting map  $\alpha_L = Id_L$ , then the notion of Leibniz (Lie) algebra is recovered.

The main goal of this talk is to present the generalization of classical results that characterize universal central extensions of Leibniz algebras to the framework of Hom-Leibniz algebras. Nevertheless, in this generalization fails the key result that claims the composition of central extensions is central as well. This singularity motivates the introduction of new concepts as  $\alpha$ -perfect Hom-Leibniz algebra ( $L = [\alpha_L(L), \alpha_L(L)]$ ) and  $\alpha$ -central extension

$$(0 \rightarrow (M, \alpha_M) \rightarrow (K, \alpha_K) \xrightarrow{\pi} (L, \alpha_L) \rightarrow 0 \text{ is } \alpha\text{-central if } \alpha_M(M) \subseteq Z(K)).$$

Then the corresponding characterizations are given.

On the other hand, we analyze the relationship between the universal  $\alpha$ -central extension of an  $\alpha$ -perfect Hom-Lie algebra in the categories of Hom-Lie and Hom-Leibniz algebras [2].

**Keywords:** Hom-Leibniz algebra; homology; universal  $\alpha$ -central extensions.

### REFERENCES:

- [1] J. M. Casas; M. A. Insua; N. Pacheco Rego, "On Universal central extensions of Hom-Leibniz algebras", Journal of Algebra and Its Applications, Vol.13, No.8 (2014), pp. 1450053 (22 pages).
- [2] J. M. Casas, M. A. Insua and N. Pacheco, "On universal central extensions of Hom-Lie algebras", Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, Vol.44, No.2 (2015), pp. 277-288.
- [3] A. Makhlouf and S. Silvestrov, "Hom-algebra structures", J. Gen. Lie Theory Appl. 2 (2) (2008), pp. 51-64.

## Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.08

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Fernando Carapau, CIMA-EU, [flc@uevora.pt](mailto:flc@uevora.pt)

Luís Grilo, IPT e CMA-FCT-UNL, [lgrilo@ipt.pt](mailto:lgrilo@ipt.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A temática desta sessão é uma oportunidade para, perante a comunidade nacional em Matemática, se divulgarem trabalhos de investigação nas áreas da Matemática, da Estatística e dos Métodos Computacionais, no campo teórico e/ou prático, recorrendo a novas técnicas, dando particular relevo às aplicações em Medicina, Biologia, Biotecnologia, Indústria, Ciências Ambientais, Finanças, Seguros, Gestão e Administração. A sessão irá proporcionar um fórum de discussão e debate de ideias com interesse para a comunidade científica em geral, sendo que contará com a presença de oradores com publicações em revistas de circulação internacional, com arbitragem científica nas áreas em estudo. Com esta sessão é de esperar novas colaborações em trabalhos de investigação, nomeadamente no desenvolvimento de dissertações de Mestrado e de Doutoramento. Esta sessão está recetiva à submissão de trabalhos científicos para apresentação.



## Cartas de controlo para valores individuais. Aplicações

Luís M. Grilo, Unidade Departamental de Matemática e Física, Instituto Politécnico de Tomar, [lgrilo@ipt.pt](mailto:lgrilo@ipt.pt)

### Resumo

Nos processos industriais em que temos disponível uma amostra de uma única medição (por motivos, essencialmente, económicos) usamos as cartas de controlo de Shewhart para valores individuais (para avaliar a localização central) e de amplitudes móveis (para estimar a variabilidade).

Apresentamos aqui alguns casos reais onde, por vezes, os dados das variáveis que estão a ser monitorizadas não são provenientes de um modelo normal, sendo que para obter limites de controlo mais eficientes e robustos (no que respeita à taxa de falsos alarmes e ao tempo necessário para detetar mudanças) recorremos à mediana das amplitudes móveis (em vez da média), aplicamos transformações Box-Cox para normalizar as variáveis e nos casos em que a distribuição empírica das variáveis se pode considerar aproximadamente normal, mas em que a amostra é pequena, utilizamos o método não paramétrico com base nos quantis empíricos, que recorre ao procedimento *bootstrap*. Estes procedimentos têm vindo a ser utilizados por não estatísticos (habitualmente engenheiros) que os consideram como relativamente simples de implementar computacionalmente e com outputs fáceis de interpretar, permitindo avaliar com relativa rapidez o estado do processo em análise.

**Palavras-Chave:** Bootstrap, Pequenas Amostras, Quantis Empíricos, Transformações Box-Cox, Robustez.

### REFERÊNCIAS:

- [1] Wheeler, D. J. (1995) Advanced Topics in Statistical Process Control, SPC Press, Knoxville, Tennessee.
- [2] Grilo, L. M. e Grilo, H. L. (2015) Individual and moving range control charts in the production of olive oil. ICNAAM 2014, AIP Conf. Proc. 1648: 840011, 1-4.
- [3] Grilo, L. M. e Grilo, H. L. (2016) Comparison of individual charts to monitor peroxide index of olive oil. Proceedings in Advances in Mathematics and Computer Science and their Applications (Math. and Comp. in Sc. and Eng. Series, 57: 272-275.
- [4] Grilo, L. M., Silva, D. S., Nogueira, I. M., Grilo, H. L. e Oliveira, T. A. (2016) Individual Control Charts in Paperboard Industry. ICCMSE 2016, AIP Conf. Proc. (aceite para publicação).
- [5] Vermaat, M. B., Does, R. J. M. M. e Klaassen, C. A. J. (2003) A comparison of Shewhart individuals control charts based on normal, nonparametric, and extreme-value theory. Quality and Reliability Engineering International, 19, 4: 337-353.
- [6] Willemain, T. R. e Runger, G. C. (1996) Designing control charts using an empirical reference distribution. Journal of Quality Technology, 28, 1, 31-38.



## Estatística fora do paradigma Gaussiano: exemplos, métodos e aplicações ao Clima

Carlos Pires, Universidade de Lisboa, Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia da FCUL - DEGE,  
Instituto Dom Luiz - IDL, [clpires@fc.ul.pt](mailto:clpires@fc.ul.pt)

### Resumo

Muitos processos naturais resultam de médias e processos de acumulação e por isso tendem pelo Teorema do Limite Central a exibir distribuições de probabilidade Gaussianas. No entanto existem imensas exceções e evidência de não-Gaussianidade, nomeadamente nos campos climáticos espacialmente distribuídos. Como tal e com base na Teoria da Informação, apresentam-se técnicas de estudo desse tipo de aleatoriedade com aplicação à climatologia estatística. Em síntese, a presente comunicação foca os seguintes tópicos: 1) O problema da separação de dados em fontes estatísticas independentes (Blind Source Separation-BSS); 2) As limitações da Análise de Componentes Principais; 3) Evidência de não-Gaussianidade em séries temporais climáticas; 4) Conceito de Informação mútua multivariada; 5) Maximização da negentropia de Shannon das fontes estatísticas; 6) Análise de componentes e subespaços independentes (ICA e ISA); 7) Otimização de fontes estatísticas com recurso à maximização de funções contraste baseadas em cumulantes multivariados; 8) Exemplo de aplicação da ICA a dados climáticos observados; 9) Decomposição de séries de dados em díadas e tríadas não-Gaussianas; 10) Interpretação de tríadas não-Gaussianas como assinatura estatística de processos sinérgicos e informação de interação.

**Palavras-Chave:** Não-Gaussianidade, Análise de Componentes Independentes, Teoria da Informação, Separação de Dados em Fontes, Séries Temporais não Lineares.

### REFERÊNCIAS:

- [1] PIRES, C. A., PERDIGÃO R. A. (1980) Non-Gaussian interaction information: estimation, optimization and diagnostic application of triadic wave resonance, *Nonlinear Processes in Geophysics* 22: 87-108. doi:10.5194/npg-22-87-2015.
- [2] PIRES, C. A., RIBEIRO A. (2016) Separation of the atmospheric variability into non-Gaussian multidimensional sources by projection pursuit techniques. *Climate Dynamics* (accepted). doi: 10.1007/s00382-016-3112-9.



## Simulação do Teorema do Limite Central

Álvaro Anjo, Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres, 8125-214 Quarteira, [alvaroanjo@gmail.com](mailto:alvaroanjo@gmail.com)

### Resumo

O Teorema do Limite Central estabelece que a distribuição das médias das amostras aleatórias de dimensão  $n$ , de uma população de média  $\mu$  e desvio-padrão  $\sigma$ , converge para a distribuição normal  $(\mu, \sigma/\sqrt{n})$ , quando  $n$  cresce para infinito. A consequência prática deste Teorema é que possível aproximar a média amostral à média populacional, independentemente da população, para um dado nível de confiança. No ensino secundário, esta questão contém duas dificuldades de exposição; a convergência da média amostral e o nível de confiança. A “demonstração” da aproximação da média amostral à média populacional, é usualmente feita mostrando imagens de uma experimentação já efetuada, apelando ao bom senso do aluno; é uma questão de “fé”. Por outro, o conceito de nível de confiança exige uma compreensão difícil de obter sem experimentação. Em resumo, o aluno inteligente deve acreditar (ou memorizar). Esta comunicação pretende mostrar que a folha de cálculo pode realizar a demonstração simulada do TLC, desde que satisfaça alguns requisitos: 1) várias populações, (Normal, Uniforme, Bimodal, Assimétrica) de dimensão muito grande; 2) uma ou mais amostras aleatórias, e de várias dimensões; 3) atenuação da variabilidade da média, desvio padrão e nível de confiança, por alisamento exponencial de ordem elevada e constante muito baixa; 4) parametrização, que permita verificar o TLC.

**Palavras-Chave:** Teorema do Limite Central, Intervalo de Confiança, Simulação, Folha de Cálculo.

### REFERÊNCIAS:

[1] ASSIS, Rui (2012), Teorema Limite central.xlsx, Intervalo Confiança Teste.xlsx, Estatística Aplicada, <http://www.rassis.com/estatistica.html>.

[2] GORDON, Sheldon (2004), clt-simulation.xlsm, simulating-confidence-intervals.xlsm, Graphical Explorations for Statistics and Probability in Excel, <https://www.farmingdale.edu/faculty/sheldongordon/dynamicstatistics.shtml>.



## Métodos Computacionais para Campos Neurais a Duas Dimensões

Pedro M. Lima, Universidade de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Centro de Matemática e Aplicações,  
[plima@math.ist.utl.pt](mailto:plima@math.ist.utl.pt)

Evelyn Buckwar, Johannes Kepler University of Linz, Institute of Stochastics, [evelyn.buckwar@jku.at](mailto:evelyn.buckwar@jku.at)

### Resumo

O objectivo do presente trabalho é descrever um novo método computacional eficiente para Equações de Campos Neurais (ECN), orientado para a aplicações em Neurociência Computacional e Robótica Cognitiva. Consideramos ECN com retardamento da forma

$$c \frac{\partial}{\partial t} V(\bar{x}, t) = I(\bar{x}, t) - V(\bar{x}, t) + \int_{\Omega} K(|\bar{x} - \bar{y}|) S(V(\bar{y}, t - \tau(\bar{x}, \bar{y}))) d\bar{y} \quad (1)$$

$\bar{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, t \in [0, T]$ , onde a incógnita  $V(\bar{x}, t)$  é uma função do tipo  $V: \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $I, K$  e  $S$  são funções dadas;  $c$  é uma constante. Procura-se uma solução desta equação que satisfaça a condição inicial  $V(\bar{x}, t) = V_0(\bar{x}, t)$ ,  $\bar{x} \in \Omega, t \in [-\tau_{max}, 0]$ , onde  $-\tau_{max} = \max_{\bar{x}, \bar{y} \in \Omega} \tau(\bar{x}, \bar{y})$ ;  $\tau$  representa um retardamento dependente de  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  (com um caso particular, também se considera aquele em que  $\tau \equiv 0$ ).

A equação (1) sem retardamento foi introduzida primeiro por Wilson e Cowan [3], e mais tarde por Amari [1], para descrever interações excitatórias e inibitórias em populações de neurónios.

Descrevemos um método numérico recentemente introduzido [2] para aproximar a solução da equação (1). A precisão e a eficiência do método são discutidas e são apresentados alguns exemplos numéricos que ilustram o seu desempenho.

**Palavras-Chave:** métodos computacionais, equações integro-diferenciais, campos neurais.

### REFERÊNCIAS:

- [1] AMARI, S.L. (1977) Dynamics of pattern formation in lateral-inhibition type neural fields, Biol. Cybernet., 27 (2), 77-87.
- [2] LIMA, P.M., BUCKWAR, E. (2015) Numerical solution of the neural field equation in the two-dimensional case, SIAM Journal of Scientific Computing, 37, B962- B979.
- [3] WILSON, H.R., COWAN, J.D. (1972) Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons Bipophys. J., 12, 1-24.



## Modelação Matemática de Fenómenos de Aglomeração

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.08

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Rafael Sasportes, UAb e CAMGSD, [rafael.sasportes@uab.pt](mailto:rafael.sasportes@uab.pt)

Joaquim Correia, [jmcorreia@uevora.pt](mailto:jmcorreia@uevora.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Nesta sessão pretende-se abordar a modelação, a análise e a simulação de fenómenos de aglomeração como sejam os de coagulação, fragmentação, sedimentação ou polimerização em áreas tais como a biomedicina (fluxos sanguíneos), os estudos ambientais (aerossóis), a biologia (evolução de populações) ou a química (polimerização).



## Modelo matemático para o crescimento de uma placa de aterosclerose

Jorge Tiago, CEMAT, IST, Universidade de Lisboa

### Resumo

A aterosclerose é uma doença inflamatória que afecta especialmente o sistema arterial. Resulta de uma acumulação de factores bioquímicos e biomecânicos que podem levar a um estado patológico de elevado risco para o paciente. Entre os principais riscos encontram-se o estreitamento excessivo do vaso sanguíneo bem como a ruptura da placa com subsequente obstrução dos vasos a jusante. A compreensão deste processo através de um modelo matemático pode permitir a previsão da evolução da patologia e ajudar na escolha de terapias adequadas. Nesta apresentação mostraremos alguns avanços na modelação do crescimento de uma placa de aterosclerose e discutiremos aspectos matemáticos e computacionais associados.

### REFERÊNCIAS: -



## Fractional Poisson process

José Luís da Silva, CCM, Universidade da Madeira

### Abstract

In this talk we define and show some properties of the fractional Poisson process. Its representation as a product of process and as a subordination will be studied. In addition the connection with fractional SDE's is presented.

**REFERENCES:** -



## Aerosol hygroscopic growth and the dependence of atmospheric electric field measurements with relative humidity

Hugo G. Silva, Departamento de Física, ECT, Instituto de Ciências da Terra, IIFA, Universidade de Évora

D. E. Shallcross

J. C. Matthews

M. D. Wright

R. Conceição

S. N. Pereira

### Abstract

A simple formulation is developed to model the influence of the aerosol hygroscopic growth in the dependence of the atmospheric electric field measurements with relative humidity. The formulation uses the Petters and Kreidenweis's model for the hygroscopic growth factor of aerosols with relative humidity and assumes that the ion-aerosol attachment coefficient is linearly proportional to the particle radius according to Gunn's calculation. A formula which describes the atmospheric electric field increase with relative humidity in the regime expected for the aerosols to grow hygroscopically is found; between 60 % to 90 %. It also relates the microphysical parameter of aerosol hygroscopicity,  $k$ , with the macrophysical measure of the atmospheric electric field. Historical data of atmospheric electric field and relative humidity recorded in the meteorological station of Portela (near Lisbon airport, Portugal) are used to fit the model. The electrical measurements were done with a Benndorf electrograph and the 1980-1990 period was considered. Due to the high pollution levels the atmospheric electric field measurements were divided in four wind sectors, NW, NE, SE, and SW. The sector least affected by pollutant aerosols, NW, was used in the fitting and the goodness found is  $r^2 \sim 0.97$ , the aerosol concentration number is  $\sim 3280 \text{ cm}^{-3}$  and the hygroscopic growth parameter  $k \sim 0.094$ . These are very reasonable values consistent with an urban environment, which typically has high aerosol number concentration with small hygroscopicity. The limitations of the model are presented throughout the sections

### REFERENCES: -



## Desenvolvimentos Recentes em Teoria de Cordas

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.04

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Gabriel Lopes Cardoso (UL), [gcardoso@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:gcardoso@math.tecnico.ulisboa.pt)

Michele Cirafici, UL, [cirafici@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:cirafici@math.tecnico.ulisboa.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Esta sessão especial tem como objetivo apresentar desenvolvimentos recentes em Física-Matemática e Teoria de Cordas focando, em particular, os seguintes tópicos:

1. Homologia persistente e suas aplicações ao problema da seleção de vácuo em teorias de cordas;
2. Relação entre geometria Hessiana e a equação de anomalia holomorfa da teoria de cordas topológicas;
3. Dualidade cor-cinemática;
4. Resurgência em teorias de campo e em teorias de cordas;
5. Buracos negros e integrabilidade: de Einstein até Riemann-Hilbert e Calogero;
6. Integrais de caminho em teorias de campo supersimétricas e métodos de localização.



### Asymptotics, summability and resurgence in quantum theories

Inês Aniceto, Jagiellonian University, Krakow

#### Abstract

We review and discuss asymptotics, summability and resurgence in quantum field and string theories.

**REFERENCES:** -



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.04

### The theory of resurgence as a tool: the case of topological strings

Ricardo Couso-Santamaria, Universidade de Lisboa

#### Abstract

We discuss resurgence in the context of topological string theory.

**REFERENCES:** -



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.04

### Double copy structures in supergravity

Silvia Nagy, Universidade de Lisboa

#### Abstract

We review and discuss the theme of supergravity as the double-copy of super Yang-Mills theory.

**REFERENCES:** -



### Computing path integrals in supersymmetric field theories using equivariant localization methods

Giulio Bonelli, SISSA Trieste

#### Abstract

We use equivariant localization techniques to obtain exact results in  $N=2$  supersymmetric gauge theories on compact manifolds.

**REFERENCES:** -



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.04

## Deformed special geometry and the holomorphic anomaly equation

Gabriel Lopes Cardoso, Universidade de Lisboa

### Abstract

Deformed special geometry describes a modification of special geometry that allows for the incorporation of non-holomorphic terms. We show how it encodes the holomorphic anomaly equation of perturbative topological string theory.

**REFERENCES:** -



## Geometria das Subvariedades

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.05

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Rui Pacheco, UBI, [rpacheco@ubi.pt](mailto:rpacheco@ubi.pt)

Rui Albuquerque, UÉvora, [rpa@uevora.pt](mailto:rpa@uevora.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O tema geral desta sessão prende-se com os aspetos intrínsecos e extrínsecos da geometria diferencial das subvariedades. Esta é uma área clássica de investigação em geometria que mantém uma atividade assinalável. Entre os tópicos que poderão ser abordados, incluem-se os seguintes:

1. Imersões mínimas e imersões de curvatura média paralela;
2. Aplicações harmónicas e diferentes classes de superfícies integráveis (superfícies de curvatura média constante, superfícies de Willmore, superfícies isotérmicas, etc...);
3. Problemas variacionais e sistemas diferenciais exteriores;
4. Subvariedades Lagrangianas, simpléticas, pseudo-Riemannianas, complexas, calibradas e de contacto;
5. Teoria das conexões e subvariedades com holonomia especial;
6. Fluxos geométricos.



## Imersões isométricas em espaços simétricos

Maria João Ferreira, Universidade de Lisboa

### Resumo

Uma ferramenta importante para o estudo da geometria extrínseca de imersões isométricas é o comportamento da sua segunda forma fundamental. Diz-se que uma subvariedade tem curvatura média paralelo (pmc) se traço de sua segunda forma fundamental for paralelo no fibrado normal. Serão apresentados alguns resultados sobre a redução de codimensão de superfícies pmc em espaços simétricos. Serão também abordados alguns aspectos da rigidez do “kernel” da segunda forma fundamental para algumas imersões isométricas de variedades Kähler.

### REFERÊNCIAS: -



## Espaços homogêneos e torção

Ana Cristina Ferreira, Universidade do Minho

### Resumo

Vamos rever alguns factos conhecidos sobre espaços homogêneos e a sua relação com tensores de torção. Vamos analisar com mais detalhe a classe de espaços associados a tensores de torção anti-simétrica. Apresentaremos resultados recentes, incluindo algumas classificações assim como exemplos de famílias de tais espaços.

**REFERÊNCIAS:** -



# Teoria de Operadores e Análise Complexa

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 1.03

## **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Cristina Diogo, ISCTE-IUL e CAMGSD, [cristina.diogo@iscte.pt](mailto:cristina.diogo@iscte.pt)

Maria Teresa Malheiro, UM, [mtm@math.uminho.pt](mailto:mtm@math.uminho.pt)

## **BREVE DESCRIÇÃO:**

Existe uma forte ligação entre Teoria de Operadores e Análise Complexa. Novas aplicações e desenvolvimentos nestas áreas podem ser exemplificados com progressos no estudo da imagem numérica de operadores em Espaços de Hilbert complexos, dos chamados "espaços modelo" e operadores de Toeplitz truncados, subespaços invariantes e quase invariantes, fatorização de funções matriciais e propriedades de Fredholm de operadores em espaços de Banach. Pretende-se reunir especialistas que trabalham nestes temas para apresentarem e discutirem os seus resultados obtidos recentemente. Deste modo, esperamos contribuir para o progresso destas áreas da Matemática.



## Wiener-Hopf factorization and Q-classes

Cristina Câmara, IST - Universidade de Lisboa

### Abstract

A generalization of the notion of  $\mathcal{Q}$ -classes  $C_{Q_1, Q_2}$ , introduced in the context of Wiener-Hopf factorization, is described, and various applications to factorization problems and to the study of Toeplitz operators are presented.

**REFERENCES:** -



### On an estimate for the dimension of the kernel of a singular integral operator with non-Carleman shift and conjugation

Rui Marreiros, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve

#### Abstract

On the Hilbert space  $\tilde{L}_2(\mathbb{T})$  the singular integral operator with non-Carleman shift and conjugation

$$K = P_+ + (aI + AC)P_-$$

is considered, where  $P_{\pm}$  are the Cauchy projectors,  $A = \sum_{j=0}^m a_j U^j$ ,  $a, a_j, j = \overline{1, m}$ , are continuous functions on the unit circle  $\mathbb{T}$ ,  $U$  is the shift operator and  $C$  is the operator of complex conjugation. An estimate for the dimension of the kernel of the operator  $K$  is obtained; some particular cases are considered.

This talk is based on a joint work with Ana Conceição.

**REFERENCES: -**



## An algorithm for the factorization of some classes of matrix functions

Juan Carlos Sánchez Rodríguez, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve  
Paulo Alexandre Valentim Semião, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve

### Abstract

The main purpose of this work is to present a computer algorithm for the explicit factorization, on the unit circle, of some classes of matrix functions.

This is a subject that we have been working since 2006, in which, together we supervised a master's thesis that contains a software tool for the explicit factorization of rational matrices.

It should be emphasized that the factorization of matrix functions finds applications on several fields such as, diffraction theory, differential equations, boundary value problems and operator theory, but only for a few classes of matrices the explicit method of factorization is known.

**REFERENCES: -**



# Métodos Numéricos para o Processamento de Imagens

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: Sala de Videoconferência

## ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Sílvia Barbeiro, CMUC e DMUC, [silvia@mat.uc.pt](mailto:silvia@mat.uc.pt)

## BREVE DESCRIÇÃO:

A investigação em processamento de imagens tem a sua génese nas exigências de várias aplicações práticas relevantes em áreas como a medicina, a engenharia e a computação. Trata-se de um assunto que se tornou foco de uma atividade científica intensa na comunidade matemática, quer devido à importância dos problemas concretos que podem ser tratados, quer devido ao desenvolvimento de técnicas matemáticas inovadoras que constituem a base do aparecimento de novos métodos. O objetivo da sessão é construir uma plataforma de comunicação entre especialistas de várias áreas, promovendo a discussão sobre ferramentas matemáticas, modelos e algoritmos relacionados com diversas vertentes do processamento e análise de imagens.



## Reconstrução e Restauração de Imagens: Um Pouco de História e Avanços Recentes

Mário Figueiredo, Instituto de Telecomunicações e Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

### Resumo

A restauração e a reconstrução de imagens são problemas com incontáveis áreas de aplicação e enorme impacto socio-económico. Nesta apresentação, farei uma breve revisão da área, chamando a atenção para algumas áreas da matemática que têm um papel crucial neste domínio. A abordagem computacional a esta classe de problemas inversos envolve análise convexa, optimização, álgebra linear, análise harmónica, probabilidades e estatística, para mencionar apenas as mais óbvias. Em particular, e como ilustração, referirei alguns resultados recentes em algoritmos de optimização para problemas de restauração de imagens desfocadas e ruidosas.

### REFERÊNCIAS: -



## Sistemas de difusão cruzada para processamento de imagens

Sílvia Barbeiro, CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra

Adérito Araújo, CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra

Ángel Durán, Department of Applied Mathematics, E.T.S.I. of Telecommunication, University of Valladolid

Eduardo Cuesta, Department of Applied Mathematics, E.T.S.I. of Telecommunication, University of Valladolid

### Resumo

O problema mais clássico e talvez o mais fundamental no tratamento de imagem, é o da remoção do ruído. Ele constitui, muitas vezes, o primeiro passo de um processo mais vasto onde também se considera a segmentação de imagem, a deteção ou o reconhecimento de forma. Outros problemas importantes no tratamento de imagens são o da acentuação de contrastes, o da restauração de imagens degradadas, o da compressão, entre outros.

Uma das técnicas matemáticas para o tratamento de imagens mais amplamente discutidas na comunidade científica, consiste em restaurar uma imagem a partir de um processo evolutivo que parte de uma imagem inicial degradada e tem como resultado a solução de um problema diferencial do tipo parabólico, geralmente não linear, onde o termo não linear depende do gradiente ou da matriz hessiana da solução. A escolha dessa dependência depende do objetivo do modelo que pode ser, por exemplo, a remoção de ruído ou deteção de contornos /segmentação. Um ponto de vista muito interessante mas menos estudado foi introduzido em [Gilboa, Sochen, Zeevi, 2004], onde é proposto um modelo de difusão complexa. Este modelo tem a capacidade de detetar contornos sem ser necessário impor a dependência do gradiente da solução no tensor de difusão, o que representa claras vantagens a nível computacional. Os modelos de difusão complexa representam casos particulares de modelos de difusão cruzada. Essa observação foi o ponto de partida para a realização de um trabalho de investigação onde propomos novos filtros de difusão cruzada e exploramos o seu impacto no tratamento de imagens.

### REFERÊNCIAS: -



## Técnicas fotogramétricas para a monitorização de quebra-mares

José A. Rodrigues, Área Departamental de Matemática, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa  
Amélia Loja, Área Departamental de Engenharia Mecânica, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa  
João Rodrigues, Área Departamental de Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa  
Rute Lemos, Núcleo de Portos e Estruturas Marítimas, Laboratório Nacional de Engenharia Civil

### Resumo

As necessidades de zonas de abrigo em áreas costeiras leva à criação de estruturas como os quebra-mares, sendo o seu dimensionamento habitualmente realizado através de fórmulas semi-empíricas e baseadas na experiência do projetista. Para a confirmação da eficácia do dimensionamento recorre-se a ensaios em modelo reduzido. No núcleo de portos e estruturas marítimas (NPE) do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) são feitos vários ensaios em modelo reduzido, em canais (bidimensionais) e em tanques (tridimensionais). Nestes ensaios é feita a avaliação do dano provocado com a contagem e sinalização das zonas onde existem alterações no quebra-mar, designadamente onde ocorreram quedas nos elementos que constituem o manto. Esta análise é algo subjetiva, podendo existir algumas quedas impercetíveis para o observador, além de ser também suscetível ao fator de cansaço do mesmo. A fotogrametria tem vindo a ser implementada como um novo meio de monitorização, uma vez que a recolha e análise de fotografias é um procedimento rápido e económico.

Neste trabalho apresentam-se técnicas de análise fotogramétrica, com vista à sua aplicação em fotografias, fornecidas pelo LNEC, referentes a um ensaio real. Foram aplicadas técnicas matemáticas para estabelecer os procedimentos de análise das fotografias, permitindo avaliar as alterações ocorridas entre dois momentos registados. Em resposta ao solicitado, identificaram-se as zonas de queda e movimentos registados na memória fotográfica do ensaio do quebra-mar.

Os procedimentos foram implementados em Scilab e permitiram: a quantificação e a marcação da área alterada, assim como a possibilidade de avaliação das translações sofridas pelos blocos artificiais que constituem o manto do quebra mar.

### REFERÊNCIAS: -



## Localização de lesões no intestino delgado usando imagens da cápsula endoscópica <sup>1</sup>

Luís Pinto, CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, Portugal, [luisp@mat.uc.pt](mailto:luisp@mat.uc.pt),

Carlos Leal, CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, Portugal, [carlosl@mat.uc.pt](mailto:carlosl@mat.uc.pt),

Isabel N. Figueiredo, CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, Portugal, [isabelf@mat.uc.pt](mailto:isabelf@mat.uc.pt),

Pedro N. Figueiredo, Dep. de Gastrenterologia, HUC e Fac. de Medicina, Univ. de Coimbra, Portugal, [pnf11@sapo.pt](mailto:pnf11@sapo.pt),

Richard Tsai, Departamento de Matemática, Universidade do Texas em Austin, USA, [ytsai@math.utexas.edu](mailto:ytsai@math.utexas.edu)

### Resumo

A cápsula endoscópica (CE) é uma micro-câmara de ingestão oral para a visualização do tracto gastrointestinal (TG). Devido ao seu carácter não invasivo, a CE é actualmente reconhecida como um excelente método de diagnóstico de patologias do TG. A CA é particularmente útil na visualização de zonas do TG que são tradicionalmente de difícil acesso através das convencionais endoscopia digestiva alta e colonoscopia. Ao longo do seu percurso pelo TG a CE recolhe aproximadamente 50.000 imagens. Estas imagens são transmitidas por wireless para um receptor colocado no exterior do corpo humano para posterior examinação pelos especialistas médicos. O movimento da CE através do TG realiza-se exclusivamente por acção do movimento peristáltico, o movimento involuntário do TG. Assim sendo, durante o período de examinação é impossível exercer qualquer tipo de controlo sobre o movimento da CE. A localização exacta da CE no interior do TG é igualmente desconhecida. Deste modo, sempre que uma anomalia é detectada nas imagens recolhidas pela CE, é extremamente difícil para os especialistas efectuar uma identificação precisa da localização da patologia no TG.

As técnicas usuais para a localização da CE recorrem a sensores externos colocados no exterior do corpo do paciente, nomeadamente, sensores de rádio frequência ou sensores magnéticos [2, 3]. Apesar de alguns resultados promissores, a precisão deste tipo de métodos não é ainda totalmente satisfatória. Nesta apresentação será abordada uma metodologia para a localização da CE baseada no registo de imagens [1]. O procedimento proposto engloba duas etapas primordiais. A primeira, consiste no registo de frames consecutivos recorrendo a uma técnica de registo elástico multi-escala [5]. A utilização deste tipo de registo justifica-se pelo comportamento elástico dos órgãos que constituem o TG. Numa segunda etapa, o deslocamento e a rotação da CE são estimados recorrendo a geometria projectiva [4].

<sup>1</sup> O trabalho a apresentar foi parcialmente financiado pelo projecto PTDC/MATNAN/0593/2012 e também pelo CMUC e a Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) através do programa Europeu COMPETE/FEDER e do projecto PEst-C/MAT/UI0324/2011.

### REFERÊNCIAS:

[1] I. N. Figueiredo, C. Leal, L. Pinto, P. N. Figueiredo, and R. Tsai, An elastic image registration approach for wireless capsule endoscope localization, arXiv preprint, arXiv:1504.062606, 2015.

[2] K. Pahlavan, G. Bao, Y. Ye, S. Makarov, U. Khan, P. Swar, D. Cave, A. Karellas, P. Krishnamurthy, K. Sayrafian. Rf localization for wireless video capsule endoscopy. International Journal of Wireless Information Networks, 19(4):326-340, 2012.

[3] N. Atuegwu, R. Galloway. Volumetric characterization of the aurora magnetic tracker system for image-guided transorbital endoscopic procedures. Physics in medicine and biology, 53(16):4355, 2008.

[4] E. Spyrou, D. Iakovidis. Video-based measurements for wireless capsule endoscope tracking. Measurement Science and Technology Email, 25(1), 2014.

[5] J. Modersitzki. FAIR: flexible algorithms for image registration, volume 6. SIAM, 2009.



## Métodos Matemáticos em Engenharia

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 0.07

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Ana Mendes, DMAT/ESTG/IPL, [aimendes@ipleiria.pt](mailto:aimendes@ipleiria.pt)

Paula Pascoal Faria, DMAT/ESTG/IPL e CDRSP, [paula.faria@ipleiria.pt](mailto:paula.faria@ipleiria.pt)

Rui Fonseca-Pinto, DMAT/ESTG/IPL e IT, [rui.pinto@ipleiria.pt](mailto:rui.pinto@ipleiria.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A natureza prática das soluções apresentadas pela Engenharia no âmbito das suas variadas vertentes (desde as mais clássicas como a Mecânica e Electrotécnica até às mais recentes como a Biomédica e Aeroespacial), assentam numa estrutura sólida de conhecimentos que traduzem as suas soluções e implementação através de métodos matemáticos. Esta sessão especial pretende ser um fórum de apresentação e discussão de alguns dos Métodos Matemáticos usados em Engenharia (desde os modelos contínuos baseados em Equações Diferenciais até aos Métodos Numéricos). Constitui ainda uma oportunidade para aproximar estas duas áreas do conhecimento que as formalidades da academia, por vezes, têm mantido mais afastadas.



## Umas considerações sobre incertezas associadas às retas de calibração

Olivier Pellegrino, Laboratório Nacional de Metrologia, IPQ, Rua António Gião, 2, 2829-513 Caparica, [opellegrino@ipq.pt](mailto:opellegrino@ipq.pt)

Andreia Furtado, Laboratório Nacional de Metrologia, IPQ, Rua António Gião, 2, 2829-513 Caparica

Isabel Godinho, Laboratório Nacional de Metrologia, IPQ, Rua António Gião, 2, 2829-513 Caparica

Luís Filipe Ribeiro, Laboratório Nacional de Metrologia, IPQ, Rua António Gião, 2, 2829-513 Caparica

## Resumo

Numa precedente comunicação [1], foi ilustrada a metodologia recomendada pelo Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) [2], documento produzido por peritos de várias organizações científicas internacionais sob a coordenação do Bureau Internacional dos Pesos e Medidas. Mais especificamente, o exemplo da reta de calibração, a função de calibração mais simples e mais utilizada em metrologia, evidenciou a respetiva determinação por meio do método dos mínimos quadrados e também a incerteza associada à utilização desta função com base da metodologia do GUM, consistindo na Lei de propagação das incertezas e em métodos de avaliação de incerteza de tipo estatístico (chamado método de tipo A) e de tipo não estatístico (ou método de tipo B).

À luz das reflexões e publicações produzidas sobre a incerteza de medição [3], a presente comunicação propõe-se alargar as possibilidades apresentadas previamente. Assim, um texto normativo [4] apresenta a determinação da reta de calibração, tendo em conta as incertezas e as correlações das medições, deduzindo, por meio dum processo iterativo, as incertezas e covariâncias dos parâmetros da reta de calibração. Também avalia a validade do modelo linear com a hipótese de as grandezas terem distribuições de probabilidade gaussianas, comparando o  $\chi^2_{obs}$  para um número de graus de liberdade,  $v$ , igual ao número de pontos experimentais menos 2, ao valor máximo  $\chi^2_{v,2}$ , com um quantil de 95 %.

Por outro lado, o método de tipo A apresentado no GUM corresponde a uma estatística por amostragem o que não é coerente com a avaliação de tipo B, baseada sobre distribuições de probabilidade associadas a um conhecimento prévio [5]. É portanto lógico que os conceitos de estatística bayesiana fornecem um quadro coerente à metodologia do GUM [6], [7]. Aplicações práticas das melhorias evocadas são apresentadas para calibração em refratometria de soluções aquosas de açúcares. Considera-se o processo iterativo e a avaliação da validade do modelo linear a partir de dados com incertezas. Também efetua-se um uso da estatística bayesiana assim como uma análise de programa informático de cálculo de incerteza dum Instituto Nacional de Metrologia [8].

## REFERÊNCIAS:

- [1] “Incertezas Associadas às Retas de Calibração”, O. Pellegrino, A. Furtado, E. Filipe, Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, Número Especial, Actas do Encontro Nacional da SPM, Faro, Julho de 2012, pp. 217-130.
- [2] Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement, BIPM et al JCGM 100:2008.
- [3] GUM Anniversary Issue, Metrologia Special Issue, 51, 2014, S141-S244.
- [4] ISO/TS 28037:2010 Determination and use of straight-line calibration functions.
- [5] “On use of Bayesian statistics to make the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement consistent”, R.N. Kacker, A.T. Jones, Metrologia, 40, 2003, 235-248.
- [6] “Probabilistic and least-squares inference of the parameters of a straight-line model”, I. Lira, C. Elster, W. Wöger, Metrologia, 44, 2007, 379-384.

[7] “A probabilistic approach to the analysis of measurement processes”, M.G. Cox, G.B. Rossi, P.M. Harris, A. Forbes, Metrologia, 45, 2009, 493-502.

[8] . “LNE-MCM : logiciel d'évaluation des incertitudes de mesure par la Méthode de Monte Carlo”, disponível em <http://www.lne.fr/fr/logiciels/MCM/logiciel-lne-mcm.asp>



## Introdução à utilização da técnica Ham para resolução assintótica de equações diferenciais não lineares

Miguel Moreira, Escola Naval, Departamento de Ciências e Tecnologia, [miguel.moreira@marinha.pt](mailto:miguel.moreira@marinha.pt)

### Resumo

O método de análise por homotopia (HAM, Homotopy Analysis Method) foi introduzido e desenvolvido por Shijun Liao em 1992. Esta técnica permite determinar soluções exactas (expressas na forma de série) de equações diferenciais (ou sistemas de equações) não lineares. Basicamente este método transforma o problema original num conjunto de equações diferenciais lineares cujas soluções analíticas constituem os termos duma série de funções que representa a solução exacta do problema original.

De referir a possibilidade de implementar a aplicação deste método automaticamente utilizando para tal ambientes de programação baseados em manipuladores simbólicos tais como o MATHEMATICA, o MAPLE entre outros.

Nos últimos anos esta técnica tem sido utilizada na obtenção de soluções assintóticas de equações diferenciais não lineares em muitas áreas da engenharia.

Neste trabalho, tendo por suporte o ambiente MATLAB, apresentaremos o método, ilustraremos a sua aplicação a casos simples e descreveremos alguns aspectos do seu vasto potencial de utilização na engenharia.

### REFERÊNCIAS: -



### Análise Termo-Fluido Dinâmica em Cilindros Rotativos com Fronteira Imersa e Modelo Físico Virtual

Rômulo dos Santos, M.Sc, Doutorando em Matemática Aplicada - FCUP/PDMA, [up201400394@fc.up.pt](mailto:up201400394@fc.up.pt)

#### Resumo

Há um grande interesse científico, industrial e tecnológico pelo estudo de escoamentos ao redor de corpos que podem estar ou não aquecidos. A análise destes escoamentos e os fenômenos presentes tais como geração e desprendimento de vórtices, transferência de calor e forças exercidas pelo fluido têm sua importância em diferentes áreas da engenharia. Escoamentos sobre plataformas de extração de petróleo, sobre linhas de transmissão de energia, em problemas de interação fluido-estrutura em meios porosos, em trocadores de calor e sobre geometrias complexas, podendo estas serem móveis, estacionárias ou deformáveis, são alguns exemplos. A compreensão destes fenômenos e o desenvolvimento de métodos numéricos têm sido de grande interesse e tem despertado para o desenvolvimento de novas metodologias com maior precisão numérica. No presente trabalho foi utilizada a metodologia Fronteira Imersa (MFI) / Modelo Físico Virtual (MFV) para simulações de escoamentos incompressíveis, bidimensionais sobre cilindros aquecidos e rotativos. O cálculo das forças exercidas sobre o cilindro assim como a imposição indireta do aquecimento do cilindro foram feitos pelo MFV que se baseia nas equações de conservação da quantidade de movimentos linear e da energia. Um código computacional em linguagem C/C++ foi empregado para estudar as alterações na dinâmica do escoamento e no campo térmico causado pela imposição de diferentes taxas de rotação do cilindro. Foram realizadas diversas simulações com o intuito de analisar a estabilidade do método bem como obter os parâmetros relevantes ao problema como coeficientes de arrasto, sustentação e pressão, número de Strouhal e de Nusselt, juntamente com os campos de velocidade, pressão, vorticidade e de temperatura, fazendo assim, um estudo comparativo dos resultados numéricos obtidos com outros trabalhos científicos.

**Palavras-Chave:** Método da Fronteira Imersa, Modelo Físico Virtual e Cilindros Rotativos Aquecidos.

**REFERÊNCIAS:** -



### Singularidades Aerodinâmica no Escoamento Potencial com Aplicações em Turbomáquinas

Rômulo dos Santos, M.Sc, Doutorando em Matemática Aplicada - FCUP/PDMA, [up201400394@fc.up.pt](mailto:up201400394@fc.up.pt)

#### Resumo

Aqui a proposta é apresentar um método numérico para a formulação a priori do escoamento potencial, incompressível em torno de corpos em turbomáquinas (máquinas de fluxo - água) com pás de largura variável. A formulação do problema a ser estudado conduz a um tipo de equação "difusão convecção" para o potencial de velocidades. Os termos "convectivos" apresentam o efeito da variação de largura e serão aproximados por uma combinação de função de base radial centradas em pontos do domínio computacional, com coeficientes a serem determinados. A cada função de base radial corresponderá um potencial conhecido que irá satisfazer uma equação do tipo Poisson cujo termo não-homogêneo será a própria função de base radial. Esses potenciais se combinam com o potencial de perturbação das pás na forma de um potencial puramente Laplaciano, cujo efeito poderá ser representado por distribuição de vórtices no contorno do corpo ou das pás. As densidades dessas distribuições e os coeficientes das funções de base radial são determinados pela aplicação das condições de contorno e de interpolação. Após essa determinação, é possível reconstruir o campo de velocidades e de pressões no domínio de cálculo do escoamento e em seguida, calcular grandezas resultantes, tais como: circulações, forças no contorno, variações de quantidade de movimento angular e potenciais (no caso de rotores e grades axial e radial, respectivamente). A posteriori apresentar análise do escoamento em turbomáquinas axiais e radiais, onde tem-se verificado que frequentemente operam na sua condição ótima com significativas regiões de separação da camada-limite. Este facto foi evidenciado por alguns pesquisadores tais como Lieblein (1959) e Schlichting (1959), sendo corroborado por análises teóricas de camada-limite e ensaios experimentais em túneis de grade e em compressores axiais. Nesse sentido, as situações de fluxo "descolado" devem ser necessariamente consideradas já nos estudos preliminares do projecto. Além da proposta inicial desta pesquisa de tese, é apresentar a um modelo numérico para o cálculo do escoamento viscoso em grandes lineares de turbomáquinas axiais e em rotores radiais centrífugos de largura variável. O modelo é baseado em modificações na técnica dos painéis de Hess e Smith (1967), de forma a introduzir os efeitos viscosos na região do fluxo "colado", através das velocidades normais de transpiração, que serão obtidas do cálculo da camada-limite. Na região de fluxo descolado, serão introduzidas velocidades normais, quantificadas através de uma intensidade de vazão fictícia que será obtida de modo semi-empírico e assumindo a hipótese de pressão constante na esteira. Na situação de não ser detectada a separação, é possível simular o efeito de uma pequena esteira descolada próxima ao bordo de fuga através da própria injeção de vazão numa região determinada pelos critérios de ajuste de Gostelow (1975). Este modelo numérico apresentará dois ciclos de iteração numérica, o primeiro para encontrar o ponto de separação e o segundo para realizar o acoplamento viscoso/não-viscoso, no qual as velocidades de transpiração e de injeção de vazão são submetidas a um processo de sub-relaxação para garantir a convergência do método. Pretende-se obter as distribuições de pressão, ângulos de deflexão da grade e os coeficientes de sustentação e arrasto que serão comparados com dados experimentais com o objetivo de validar a metodologia.

**Palavras-Chave:** Método das Singularidades, Método dos Painéis, Iteração Viscosa/Não-Viscosa, Grades Lineares, Rotores Centrífugos de Largura Variável.

**REFERÊNCIAS:** -



## Matemática Recreativa

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: Anf. 1.01

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Jorge Nuno Silva, FCUL, [jnsilva@cal.berkeley.edu](mailto:jnsilva@cal.berkeley.edu)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O que é Matemática Recreativa (MR)? Não há resposta consensual. Alguns acham que toda a matemática é recreativa, muitos outros que a própria expressão encerra uma contradição, por a matemática estar longe das recreações... Para nós a MR engloba problemas, teoremas, conjecturas, demonstrações, etc. que dispensam grande especialização técnica para serem apreciados. Alguns temas que terão chegado aos ouvidos de muitos: o Cubo de Rubik, as Pontes de Koenigsberg, a Torre de Hanói, o Último Teorema de Fermat, os Números Perfeitos, a Sucessão de Fibonacci... Esta sessão especial pretende que a beleza da matemática seja partilhada por muitos, exibindo algumas das suas pérolas.



### Sobre os bastonetes do jogo Senet

Fátima Rodrigues

#### Resumo

O Senet, um dos membros da família de jogos de tabuleiro à qual pertencem os modernos Gamão e Tabula, granjeou bastante popularidade em todas as classes sociais do antigo Egipto, durante mais de dois mil anos. Tratava-se de um jogo de corrida com componente estratégica, em que as peças avançavam um número de casas igual à pontuação obtida pelo lançamento de quatro bastonetes de madeira. Os bastonetes tinham a forma de cilindros seccionados longitudinalmente e os pontos obtidos com o seu lançamento dependiam do número de bastonetes com secção plana virada para cima.

Nesta palestra pretendemos referir um estudo de análise à secção longitudinal dos bastonetes e ao seu centro de massa, relacionando-os com a probabilidade de obtenção de pontos e consequente influência no equilíbrio do jogo.

**REFERÊNCIAS: -**



Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: Anf. 1.01

### O Cão que não sabia Cálculo

Alda Carvalho

#### Resumo

Um problema de optimização, já classic, que um cão resolve com naturalidade. O seu dono, matemático capaz, acha que o animal sabe Cálculo. Nós achamos que ele sabe é Geometria elementar...

**REFERÊNCIAS: -**



## O De Viribus Quantitatis de Luca Pacioli

Tiago Hirth

### Resumo

A primeira obra dedicada exclusivamente à Matemática Recreativa, escrita há uns 500 anos por um matemático eminente. Aqui daremos uma ideia das muitas e diversificadas recreações nela contidas.

**REFERÊNCIAS: -**



## O Baguedaunier

Jorge Nuno Silva

### Resumo

Um exemplo, que nos chega de Pacioli, de mais um brinquedo que deu origem a “Matemática séria” de consequência...

Daremos uma visão geral dos métodos e conceitos que brotaram da análise deste quebra-cabeças.

**REFERÊNCIAS: -**



## Física Quântica e Geometria

---

Segunda-feira, 11 de Julho de 2016 | 17h00 | Sala: 0.02

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

José Mourão, IST-UL, [jmourao@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:jmourao@math.tecnico.ulisboa.pt)

Roger Picken, IST-UL, [rpicken@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:rpicken@math.tecnico.ulisboa.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Métodos geométricos e topológicos têm desempenhado um papel crescente no estudo de sistemas com teorias quânticas não triviais. Exemplos são as teorias quânticas de Yang-Mills, a Gravitação Quântica e teorias topológicas do campo como a teoria de Chern-Simons. Reciprocamente o estudo desses sistemas tem levado a resultados muito significativos em geometria e topologia como é o caso de resultados em geometria enumerativa previstos no âmbito da chamada simetria espelho em teorias superconformes quânticas e confirmados matematicamente mais tarde. Na presente sessão serão abordados alguns aspetos destas muito profícuas e intrigantes relações.



## Schrodinger operators with singular potentials

Nuno C. Dias, Escola Superior Náutica Infante D. Henrique and GFM UL

### Abstract

I will present some recent results about Schrodinger operators with singular potentials. In the one-dimensional case these operators can be intrinsically defined using a suitable multiplicative product of distributions. They yield exactly solvable models, providing approximations to large classes of Schrodinger operators with sharply localized potentials. Moreover, they can be used to obtain global formulations of quantum systems with boundary interactions, confining conditions or arbitrary (local) boundary conditions. The relevance of these results for the deformation quantization of systems defined on bounded domains will be succinctly discussed.

**REFERENCES:** -



### The XYZ Heisenberg spin chain and the corresponding Gaudin model

Nenad Manojlović, Universidade do Algarve

#### Abstract

Our study of the inhomogeneous XYZ Heisenberg spin- $s$  chain is based on the most general boundary reflection matrices. A realization of the reflection equation algebra corresponds to  $N$  sites with spin- $s$  representations of the Sklyanin algebra. The corresponding vacuum elliptic curve is discussed. Following Sklyanin's proposal in the periodic case, we derive the generating function of the Gaudin Hamiltonians with boundary terms. Our derivation is based on the quasi-classical expansion of the linear combination of the transfer matrix of the XYZ Heisenberg spin chain and the central element, the so-called Sklyanin determinant.

**REFERENCES:** -



### A theorem regarding families of topologically non-trivial fermionic systems

Bruno Mera, Instituto Superior Técnico

#### Abstract

We introduce a Hamiltonian for fermions on a lattice and prove a theorem regarding its topological properties. We identify the topological criterion as a  $\mathbb{Z}_2$ -topological invariant  $p(\mathbf{k})$  (the Pfaffian polynomial). The topological invariant is not only the first Chern number, but also the sign of the Pfaffian polynomial coming from a notion of duality. Such a Hamiltonian can describe non-trivial Chern insulators, single band superconductors or multiorbital superconductors. The topological features of these families are completely determined as a consequence of our theorem. Some specific model examples are explicitly worked out, with the computation of different possible topological invariants.

**REFERENCES:** -



## Novas Tendências em Biomatemática

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.02

### **ORGANIZADOR DA SESSÃO:**

Carla Pinto, ISEP e CMUP, [cpinto@fc.up.pt](mailto:cpinto@fc.up.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Esta sessão pretende promover e fomentar interações entre matemáticos, biólogos e médicos, com o intuito de estudar vários fenómenos na biologia, doenças infecciosas e medicina. Ambas as abordagens teóricas e práticas são bem-vindas. Esta sessão segue outros encontros, nomeadamente reuniões em Matemática e Biologia no Porto (<http://cmup.fc.up.pt/cmup/biomath>) onde as interações entre a matemática e biologia são promovidas.



### Estratégias de vacinação ótimas e comportamento racional em epidemias sazonais

Paula Rodrigues, Centro de Matemática e Aplicações & Faculdade de Ciência e Tecnologia, UNL  
Fábio Chalub, Centro de Matemática e Aplicações & Faculdade de Ciência e Tecnologia, UNL  
Maria de Céu Soares, Centro de Matemática e Aplicações & Faculdade de Ciência e Tecnologia, UNL  
Paulo Doutor, Centro de Matemática e Aplicações & Faculdade de Ciência e Tecnologia, UNL

#### Resumo

Consideramos um modelo SIRS com taxa de transmissão periódica. Neste contexto, estudamos as consequências de dois tipos extremos de estratégias de vacinação periódicas: vacinação obrigatória, onde a população é vacinada a uma taxa pré-definida; e vacinação voluntária, onde as pessoas podem escolher livremente serem vacinados ou não, de acordo com a sua percepção de risco.

No primeiro caso, estudamos a existência de uma vacinação ótima, no sentido de que ele minimiza o esforço de vacinação no conjunto de estratégias de vacinação para as quais é possível prevenir epidemias. No caso da vacinação voluntária, estudamos a existência de equilíbrios de Nash, no sentido em que numa população racional os indivíduos minimizam o risco conjunto da vacinação versus o da doença.

É possível mostrar a existência de estratégia ótima e de Nash. Em geral, estas estratégias não serão funções mas medidas de Radon. Para certas taxas de transmissão específicas, deduzimos fórmulas explícitas para as estratégias de vacinação ótima e de Nash. Faremos a ilustração dos nossos resultados para doenças sazonais, em particular para influenza.

**Palavras-Chave:** Modelos epidémicos, sistemas dinâmicos, teoria de jogos, comportamento racional.

**REFERÊNCIAS:** -



### Optimal control of delayed epidemiological models

Cristiana Silva, Universidade de Aveiro

#### Abstract

We propose delayed epidemiological models for tuberculosis (TB) and human immunodeficiency virus (HIV) infection. We study the stability of delayed models and apply optimal control theory. Optimal solutions are derived which minimize the number of TB active infected individuals and the concentration of virus, respectively.

**REFERENCES: -**



### Emergence of drug-resistance in HIV dynamics under distinct HAART regimes

Ana R. M. Carvalho

Carla M. A. Pinto

#### Abstract

In this paper we propose a model for the dynamics of HIV epidemics under distinct HAART regimes, and study the emergence of drug-resistance. The model predicts HIV dynamics of untreated HIV patients for all stages of the infection. We compute the local and the global stability of the disease-free equilibrium of the model. We simulate the model for two distinct HIV patients, the rapid progressors and the long-term non-progressors. We study the effects of equal RTI and PI efficacies, as well as distinct drug efficacies, namely RTI-based and PI-based therapeutics. Treatment is initiated when the CD4+ T cells count is less than 350 cells/mm<sup>3</sup>. The PI-based drugs seem to produce better outcomes, with respect to disease progression, than RTI-based regimes.

#### REFERENCES: -



## Matemática e Composição Artística

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.04

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Pedro J. Freitas, [pjfreitas@fc.ul.pt](mailto:pjfreitas@fc.ul.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Nas artes plásticas, na música e noutras manifestações artísticas, há elementos matemáticos (geométricos, aritméticos ou outros) que são utilizados pelos autores, ora como inspiração ora como ferramenta, no sentido de conferir beleza e harmonia às composições. Nesta sessão pretende-se pôr em evidência alguns destes elementos, mostrando como a matemática pode contribuir para a produção artística.

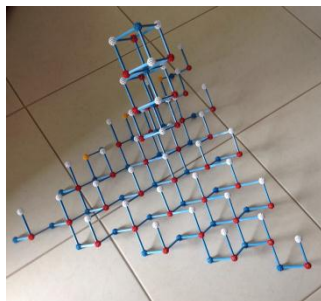


## A Geometria dos Acordes Musicais segundo Dimitri Tymoczko

Ana Pereira do Vale, Departamento de Matemática e Aplicações – Universidade do Minho

### Resumo

É conhecido dos músicos um modelo de descrição das 12 notas distribuindo 12 pontos num círculo ou num dodecaedro. As notas são representadas por classes de equivalência, A oitava em que se encontram não é importante. Isto é todas as notas que correspondem a uma frequência de  $2n\text{Hz}$  são representadas pelo mesmo ponto. Obtemos assim as 12 notas como as classes de equivalência num um espaço quociente. Essencialmente Dimitri Tymoczko descreve um modelo análogo em que um ponto do plano representa um acorde de duas notas. Considerando uma base do espaço adequada e definindo uma relação de equivalência análoga ao caso unidimensional. Obtemos uma estrutura geométrica de uma banda de Möbius em que a relação entre a matemática e a música surge de um modo surpreendente.



É este modelo bidimensional que será explicado e resumidamente dito como seria construído o modelo para acordes de três e quatro notas.

Linhas melódicas passam a ser caminhos definidos nesta “Rede”.

A fotografia ilustra parte do modelo tridimensional. Mais uma vez uma escolha correta da base permite uma surpreendente organização dos acordes. A imagem apresenta uma parte dessa representação. Cada bolinha representa um acorde de três notas. Em qualquer caso a análise musical das obras passa pelo estudo dos caminhos.

### REFERÊNCIAS:

- [1] J. J. Fux “The Study of Counterpoint” translated from Latin (“Gradus ad Parnassum”, (1725)) by A. Mann W. W. Norton and Company (1971) .
- [2] L. Cherubini “A Treatise on Counterpoint and Fugue” Novello, Ewer and Co, London (1854).
- [3] D. Tymoczko “A Geometry of Music: Harmony and counterpoint in the extended common practice” Oxford University Press (2011).



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.04

### O Ponto da Bauhütte, ontem e hoje

Pedro Freitas, CEA FEL e Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

#### Resumo

Almada Negreiros, nas suas investigações geométricas, dedicou-se à interpretação de uma quadra sobre um misterioso ponto, ligado a uma associação medieval de construtores de catedrais chamada a Bauhütte. Tendo encontrado uma construção geométrica para o dito ponto, deixou-a registada num quadro abstrato de 1957 e no monumental painel “Começar” de 1969.

Recentemente, a artista plástica Inez Wijnhorst retomou o interesse por este ponto, desenvolvendo o estudo das regularidades geométricas a ele associadas.

Nesta palestra falaremos de todos estes desenvolvimentos, colocando-os em perspetiva e fazendo uma análise matemática da geometria envolvida.

**REFERÊNCIAS: -**



### A importância da *vesica piscis* na pintura portuguesa dos séculos XV e XVI

Simão Palmeirim, CIEBA – Faculdade de Belas-Artes da Universidade de Lisboa

#### Resumo

É um dado adquirido que a Geometria tem um papel fundamental na prática artística medieval e do renascimento. A nossa tese doutoral consiste num estudo aprofundado sobre como se manifesta o conhecimento geométrico na pintura em território nacional nos séculos XV e XVI e, nesta palestra, faremos uma introdução a um dos elementos geométricos mais recorrentemente utilizado neste contexto - a *vesica piscis*. Além de exemplos da aplicação deste traçado na composição visual de algumas pinturas, abordaremos ainda certas propriedades matemáticas que o próprio detém.

#### REFERÊNCIAS: -



## Bilhares e Suas Aplicações em Outras Áreas da Matemática

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.07

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Alexander Plakhov, CIDMA e UA, [plakhov@ua.pt](mailto:plakhov@ua.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A Teoria de Bilhares é uma área de investigação interdisciplinar e é importante graças às suas ligações com a Física (Teoria de Caos, Ótica, Mecânica) e à sua interação com várias partes de Matemática Pura (Teoria Ergódica e Teoria de Integração em Sistemas Dinâmicos). Nesta sessão pretende-se dar uma revista de avanços de matemáticos portugueses nos últimos anos em bilhares e aplicações deles, incluindo aplicações em Ótica (retro-refletores), Mecânica (resistência mínima em aerodinâmica Newtoniana), Problema de Kakeya (com aplicações em bilhares), Bilhares Exteriores (Outer Billiards), Caos, etc.



## Hyperbolic attractors for polygonal billiards with contracting reflection laws

João Lopes Dias, Universidade de Lisboa

### Abstract

We will discuss polygonal billiards that contract the angle of reflection. This property originates a very different dynamical behavior from classical billiards. In particular, the billiard map becomes hyperbolic. We show the existence of attractors and SRB measures.

**REFERENCES:** -



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.07

## Bilhares hiperbólicos em politopos

José Pedro Gaivão, CEAFEL e Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

### Resumo

O bilhar num politopo tem entropia nula quando a lei de reflexão é elástica. Nesta apresentação discutiremos uma classe de reflexões que contraem o ângulo de incidência na direcção da normal da face do politopo. Nesta classe de bilhares mostramos que, sob certas condições genéricas no politopo, a transformação do bilhar é hiperbólica. Trabalho em colaboração com Pedro Duarte e Mohammad Soufi.

**REFERÊNCIAS: -**



### Problem of minimal resistance for oscillating bodies

Alexander Plakhov, Universidade de Aveiro

Tatiana Tchemisova, Universidade de Aveiro

#### Abstract

Consider the following mechanical problem. A convex 2D body moves through a highly rarefied medium on the plane and simultaneously makes slow oscillations with the amplitude  $T$ . It is required to find a roughening of the front part of the body surface minimizing the mean resistance of the medium to the body motion. The problem reduces to a Monge-Kantorovich-type problem of optimization of scattering of billiard by a flat surface. We solve this problem analytically when  $0 < T < \pi/6$  and numerically when  $\pi/6 < T < \pi/2$ . The resistance decrease ratio goes to 0.5 and to (approx.) 0.987820 when  $T$  goes to 0 and  $\pi/2$ , respectively.

#### REFERENCES: -



### Comparative study on efficiency of mirror retroreflectors

Alexander Plakhov, Universidade de Aveiro

João Pedro Cruz, Universidade de Aveiro

#### Abstract

A retroreflector is an optical device reversing the direction of incident beams of light. Two kinds of asymptotically perfect mirror retroreflectors, Notched angle and Tube, are known at present. We compare their efficiency, as well as the efficiency of the well-known mirror retroreflector called Square corner, assuming that the reflection coefficient is slightly less than 1. The study is partly analytic and partly numerical. We conclude that the retro-reflectivity ratio of Notched angle is normally much greater than those of Tube and Square corner.

**REFERENCES: -**



## Criptografia e Tópicos Relacionados

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Sala Videoconferência

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Jaime Gaspar, Univ. Kent e CMA-FCTUNL, [mail@jaimegaspar.com](mailto:mail@jaimegaspar.com)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O objetivo desta sessão é reunir um conjunto de palestras sobre criptografia e tópicos relacionados, tais como (mas não exclusivamente):

- Computação e complexidade;
- Teoria dos números;
- Probabilidades e estatística;
- Combinatória;
- Verificação formal de demonstrações e demonstração automática.

O requisito para uma palestra adequar-se à sessão é explicitar uma relação com a criptografia, por exemplo, uma palestra sobre algoritmos para fatorizar números em teoria dos números adequar-se-ia à sessão se fosse explicitado que em criptografia há cifras cuja segurança depende do problema da fatorização ser difícil e há ataques a cifras que passam por fatorizar números. A sessão aceita todos os tipos de palestras, tais como (mas não exclusivamente):

- Palestras de investigação (sobre um resultado que foi demonstrado recentemente);
- Palestras de survey (dando uma visão geral sobre um certo tópico);
- Palestras de programa (advogando um certo programa de investigação);
- Palestras históricas (expondo a história de um resultado famoso);
- Palestras pedagógicas (ensinando um resultado interessante que não é do conhecimento geral).



### Efficient block ciphers by the use of error-correcting codes

Joan Daemen

#### Abstract

Ever since the introduction of the block cipher Data Encryption Standard (DES) in the seventies, block ciphers have been the workhorses of cryptography. A block cipher can be described as a permutation operating on bitstrings of a particular length, parameterized by a secret key. Block ciphers can be used for encryption, authentication and even hashing. For someone that knows the key, the permutation should be easy to compute and for someone who does not know the key, the permutation should be hard to predict.

Traditionally block ciphers were constructed as the iteration of a so-called round function, that consists of a non-linear substitution layer (of so-called S-boxes) and a permutation layer just moving bits around. These are called substitution-permutation networks (SPN). DES can be seen as an exponent of that method.

After the breaking of DES by differential and linear cryptanalysis in the early nineties, we came up with a paradigm to build block ciphers offering better resistance against attacks: the wide trail strategy. Block ciphers designed according to this strategy have an additional element in the round function: the mixing layer. There is an interesting link between these mixing layers and error-correcting codes. In the talk I will discuss this using the Advanced Encryption Standard, the best known wide trail design, as an example.

**REFERENCES: -**



## Kolmogorov One-way Functions

Filipe Casal, Dep. Matemática, Instituto Superior Técnico, Univ. Lisboa, Portugal Centro de Matemática, Aplicações Fundamentais e Investigação Operacional (CMAF-CIO), Univ. Lisboa, Portugal

### Abstract

One-way functions are polynomially computable functions that are hard to invert, meaning that given an image it should not exist an efficient algorithm to compute its pre-image. One-way functions are not known to exist. However their existence has major consequences in mathematics, as well as in everyone's daily lives: on one hand their existence implies that  $P \neq NP$  (see [4]); on the other hand, if they do not exist, then most cryptographic protocols and pseudo-random generators are not secure since their security is based on the hardness of several one-way function candidates.

In Algorithmic Information Theory the central notion is Kolmogorov complexity,  $K(x)$ , proposed in [5], [7] and [3], that measures the information contained in a string  $x$  by means of the length of its shortest description. The computational hardness is easily encoded in this information measure by considering its time-bounded version,  $K^t(x)$ , where the restriction is that the program describing it must run within time  $t(|x|)$ .

Here, we are interested in the connection between Kolmogorov complexity and the study of one-way functions, a line of work first considered in [8] and [2]. In these works, the authors provided a characterization of strong and weak one-way functions based on the expected value of  $K_f^t(x|f(x), r, n)$ . Furthermore, based on the difference between  $K_f^t(x|n)$  and  $K_f^t(x|f(x), n)$  they propose an individual approach characterization to one-way functions. We show that the expected value approach cannot be used to fully characterize the class of strong one-way functions. Moreover, we provide a sufficient condition under which Kolmogorov one-way functions (as defined in [2]) are weak one-way functions. Pursuing the idea of having a full classification of classes of one-way functions using Kolmogorov based measures, we give alternative characterizations of one-way functions based on time-bounded Kolmogorov complexity. We define several classes of functions, namely Kolmogorov strong and weak one-way functions and show that these are equivalent to the usual notions of strong and weak one-way functions. Joint work with João Rasga, Dep. Matemática, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal and CMAF-CIO, U Lisboa, Portugal and André Souto at Dep. Matemática, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal and SQIG at Instituto de Telecomunicações.

### REFERENCES: -



### Dos Primórdios da Criptografia em Portugal

António Lázaro

#### Resumo

A criptografia histórica em Portugal, de João Pedro Ribeiro a Nuno Valdez dos Santos. Um dos mais antigos testemunhos da utilização da linguagem criptográfica nos confins da Europa Ocidental: huma carta em data de 20 de Junho de 1498, escrita a ElRei em cifra. Leitura e algumas considerações em torno desse documento, designadamente em torno das características da linguagem criptográfica utilizada, comparativamente ao que podemos observar, na mesma época, noutros estados europeus. Problemas e projetos no domínio dos estudos da criptografia histórica em Portugal.

**REFERÊNCIAS:** -



## Categorificação

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.05

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

J. Faria Martins, UNL, [jn.martins@fct.unl.pt](mailto:jn.martins@fct.unl.pt)

Marko Stosic, IST-UL, [mstosic@isr.ist.utl.pt](mailto:mstosic@isr.ist.utl.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O objetivo desta sessão especial é juntar investigadores a trabalhar em temas relacionados com a categorificação em diversas áreas, em particular na topologia de baixa dimensão (teoria de nós), na teoria de representações, na álgebra e na geometria.



## Stone-type dualities meet enriched category theory

Dirk Hofmann, Universidade de Aveiro

### Abstract

In this talk we combine two cornerstones of our work over the past years: duality theory and quantale-enriched categories. Arguably the most "famous" duality result is Stone's duality theorem  $\text{Stone} \simeq \text{Boole}^{op}$  stating that the category  $\text{Stone}$  of (nowadays called) Stone spaces and continuous maps is dually equivalent to the category  $\text{Boole}$  of Boolean algebras and homomorphisms. In some sense, Stone's theorem can be seen as the "mother" of many similar results, typically involving some kind of Stone spaces on one side and some kind of distributive lattices on the other (see [1], for instance). One of the common features of these dualities is that all involved equivalence functors are liftings of hom-functors into the two-element space resp. lattice. Due to this fact, we can only expect dualities for categories somehow cogenerated by 2, with appropriate structure.

At this point enters the second cornerstone of our work: the theory of quantale-enriched categories. Our main motivation stems from [2] where metric spaces are studied as categories enriched in the quantale  $[0, \infty]$ . For technical reasons, we will consider in this talk structures enriched in a quantale based on  $[0, 1]$  rather than in  $[0, \infty]$ ; however, the lattices  $[0, 1]$  and  $[0, \infty]$  are isomorphic, therefore we still talk about metric spaces. Keeping in mind that ordered sets (and hence in particular lattices and Boolean algebras) can be viewed as categories enriched in the two-element quantale 2, our thesis is that the passage from the two-element space to the compact Hausdorff space  $[0, 1]$  on one side of the duality should be matched by a move from ordered structures to categories enriched in  $[0, 1]$  on the other side. Accordingly, in this talk we present duality theory for ordered and metric compact Hausdorff spaces and (suitably defined) finitely cocomplete categories enriched in  $[0, 1]$ , making use of  $[0, 1]$ -enriched versions of the Vietoris monad.

This talk is based on joint work with Pedro Nora.

### REFERENCES:

- [1] Peter T. Johnstone. Stone spaces, volume 3 of Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, 1986. Reprint of the 1982 edition.
- [2] F. William Lawvere. Metric spaces, generalized logic, and closed categories. *Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano*, 43:135–166, 1973. Republished in: *Reprints in Theory and Applications of Categories*, No. 1 (2002), 1–37.



### Homotopy theory of 2-categories

Benjamin Alarcón-Heredi, Centro de Matemática e Aplicações da Universidade Nova de Lisboa

#### Abstract

The category of small categories has a Thomason model structure making its homotopy category equivalent to the classical homotopy category of topological spaces. The same is true for small 2-categories, so we can think of 2-categories as spaces. In this talk I will present the different ways in which this can be done, and how to study certain homotopy constructions applied to these spaces in a purely categorical way. More precisely, I will present generalizations of the homotopy colimit theorem of Thomason and of theorems A and B of Quillen for 2-categories. This was joint work with Antonio M Cegarra and M. Calvo-Cervera.

#### REFERENCES: -



### Tricolorações de Grafos Cúbicos sob o ponto de vista de Operadores Lineares

Rui Carpentier

#### Resumo

Desde Penrose que se conhece uma relação entre tricolorações de grafos cúbicos e álgebra tensorial. Nesta apresentação vamos mostrar como podemos codificar as tricolorações de um qualquer grafo cúbico (com pontas soltas) numa representação do grafo como operador linear entre espaços lineares. Veremos como estas representações em operadores podem ser decompostas em operadores mais simples com recurso à identidade de Penrose e identidades afins. Isso irá permitir uma outra perspectiva sobre a reducibilidade de configurações locais e levanta algumas questões que iremos analisar.

**REFERÊNCIAS: -**

# Métodos Numéricos para o Processamento de Imagem



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.03

## ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Sílvia Barbeiro, CMUC e DMUC, [silvia@mat.uc.pt](mailto:silvia@mat.uc.pt)

## BREVE DESCRIÇÃO:

A investigação em processamento de imagens tem a sua génese nas exigências de várias aplicações práticas relevantes em áreas como a medicina, a engenharia e a computação. Trata-se de um assunto que se tornou foco de uma atividade científica intensa na comunidade matemática, quer devido à importância dos problemas concretos que podem ser tratados, quer devido ao desenvolvimento de técnicas matemáticas inovadoras que constituem a base do aparecimento de novos métodos. O objetivo da sessão é construir uma plataforma de comunicação entre especialistas de várias áreas, promovendo a discussão sobre ferramentas matemáticas, modelos e algoritmos relacionados com diversas vertentes do processamento e análise de imagens.



## Synchronization problems on graphs

Afonso S. Bandeira, Courant Institute of Mathematical Sciences, NYU, NY, USA

### Abstract

-

### REFERENCES: -



## Cálculo do fluxo ótico para a deteção de movimento em sequências de imagens

Ercília Sousa, CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, [ecs@mat.uc.pt](mailto:ecs@mat.uc.pt)

### Resumo

O fluxo ótico é uma técnica que permite detetar movimento numa sequência de imagens. A ideia principal é representar o deslocamento de objetos ou padrões na sequência de imagens como um campo vetorial, denominado campo vetorial do fluxo ótico. No artigo seminal de Horn and Schunck (1981) um método variacional foi proposto para determinar o campo vetorial do fluxo ótico. Nesta abordagem uma funcional energia é minimizada que consiste num termo de similaridade (ou termo dos dados) e num termo de regularidade. Para ultrapassar algumas das dificuldades apresentadas neste modelo inicial um grande número de alternativas para a funcional energia tem, desde então, vindo a aparecer na literatura. Neste trabalho, apresentamos um modelo que consiste em considerar no termo de regularidade um operador com derivadas fracionárias, isto é, derivadas de ordem não inteira. Um método numérico é desenvolvido para determinar a solução do modelo, ou seja, determinar uma aproximação do campo vetorial que representa o movimento na sequência de imagens. Este é um trabalho em colaboração com Somayeh Gh. Bardeji e Isabel N. Figueiredo.

### REFERÊNCIAS: -



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.03

## Segmenting medical images based on the discrete derivatives

Alberto M. Gambaruto, Dept Mechanical Engineering, University of Bristol, University Walk, Bristol BS8 1TR, UK

### Abstract

Medical images are subject to limited resolution and the presence of noise, resulting in poor results when computing derivatives of the image intensity. Such inaccuracies impact object segmentation, and in this talk we explore simple methods for improving the robustness of automatic object segmentation, for subsequent use in computational fluid mechanics simulations.

**REFERENCES: -**



## Desenvolvimentos Recentes em Teoria de Cordas

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Gabriel Lopes Cardoso (UL), [gcardoso@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:gcardoso@math.tecnico.ulisboa.pt)

Michele Cirafici, UL, [cirafici@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:cirafici@math.tecnico.ulisboa.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Esta sessão especial tem como objetivo apresentar desenvolvimentos recentes em Física-Matemática e Teoria de Cordas focando, em particular, os seguintes tópicos:

1. Homologia persistente e suas aplicações ao problema da seleção de vácuo em teorias de cordas;
2. Relação entre geometria Hessiana e a equação de anomalia holomorfa da teoria de cordas topológicas;
3. Dualidade cor-cinemática;
4. Resurgência em teorias de campo e em teorias de cordas;
5. Buracos negros e integrabilidade: de Einstein até Riemann-Hilbert e Calogero;
6. Integrais de caminho em teorias de campo supersimétricas e métodos de localização.



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### Persistent homology and the problem of vacuum selection in string theory

Michele Cirafici, Universidade de Lisboa

#### Abstract

We use methods from topological data analysis to study the topological features of certain distributions of string vacua.

**REFERENCES:** -



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### **Black holes and integrability: from Einstein to Riemann-Hilbert and Calogero**

Suresh Nampuri, Universidade de Lisboa

#### **Abstract**

We discuss extremal black holes from the point of view of integrable systems by means of a Riemann-Hilbert approach to them as well as Calogero models.

**REFERENCES: -**



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### Deformed exceptional geometries and the Romans mass

Gianluca Inverso, Nikhef Amsterdam

#### Abstract

We show how to obtain an exceptional generalised geometry for massive type IIA supergravity from the framework of exceptional field theory.

**REFERENCES:** -



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### Hot attractors

Kevin Goldstein, University of the Witwatersrand, Johannesburg

#### Abstract

We show how to use the attractor mechanism for extremal black holes to obtain a microscopic description of the entropy of non-extremal black holes in terms of CFT<sub>2</sub>.

**REFERENCES:** -



## Modelos Estatísticos e Aplicações

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.01

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Manuela Oliveira, UÉvora, [mmo@uevora.pt](mailto:mmo@uevora.pt)

José Luís da Silva, Univ. Madeira, [luis@uma.pt](mailto:luis@uma.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Esta proposta de sessão tem como principal objetivo agregar investigadores da área com o intuito criar novas colaborações de investigação nomeadamente entre membros do centro de investigação CIMA. O tema principal da sessão é modelos estatísticos e suas aplicações mas também está aberta a contribuições de áreas afins com potencial para colaboração.



## Conhecimento dos Cuidadores sobre a Hipertensão Arterial Pediátrica <sup>1</sup>

M. Filomena Teodoro, Center for Computational and Stochastic Mathematics (CEMAT - Inst. Superior Técnico – Universidade de Lisboa) e Centro de Investigação Naval (CINAV-Escola Naval-Marinha), [maria.alves.teodoro@marinha.pt](mailto:maria.alves.teodoro@marinha.pt)  
Carla Simão, Faculdade de Medicina (Universidade de Lisboa) e 4 Dep. De Pediatria Hosp. Santa Maria (Centro Hospitalar Lisboa Norte)

### Resumo

A pressão sanguínea arterial elevada é uma condição que, embora tradicionalmente considerada uma doença de adultos, pode aumentar durante a idade pediátrica e na maioria dos casos, silenciosamente. Os critérios de diagnóstico para hipertensão pediátrica têm como principal referência a distribuição normal de pressão arterial (PA) em crianças saudáveis [1] e são baseadas no conceito de que a PA aumenta com a idade e com a massa corporal [3]. Para avaliar o conhecimento da população sobre a doença, foi aplicado um questionário experimental para cuidadores de utentes da consulta de pediatria do Hospital Santa Maria. Uma análise estatística usando dados parciais do questionário pode ser encontrada em [4]. O uso de métodos estatísticos adicionais [2], dá-nos uma contribuição na explicação da variabilidade dos dados.

<sup>1</sup> Este trabalho foi financiado por fundos portugueses, Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT), através do CEMAT, IST, Universidade de Lisboa, projecto UID/Multi/04621/2013, e CINAV, Academia Naval, Marinha Portuguesa.

**Palavras-Chave:** Hipertensão, crianças, tratadores, métodos multivariados.

### REFERÊNCIAS:

[1] Andrade, H., António, N., Rodrigues, D. (2010) Hipertensão arterial sistémica em idade pediátrica. Revista Portuguesa de Cardiologia, 29, (3) 413-432.

[2] Costa, M.G., Nunes, M.M., Duarte, J.C. (2012) Conhecimento dos pais sobre alimentação: construção e validação de um questionário de alimentação infantil, Revista Enfermagem Referência, 3, (6) 55-68.

[3] Lurbe, E., Cifkovic, R.F. (2009) Management of high blood pressure in children and adolescents: recommendations of the European Society of Hypertension, Journal of Hypertension, 27 1719-1742.

[4] Teodoro, M. Filomena, Simão C. (2016) Perception about Pediatric Hypertension, Journal of Computational and Applied Mathematics, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2016.03.016>.



### **Modelos estocásticos e políticas ótimas de pescas: comparação entre políticas sustentáveis com esforço constante e políticas com esforço variável**

Nuno M. Brites, Universidade de Évora, Portugal

#### **Resumo**

A dinâmica do crescimento de uma população sujeita a pesca em ambiente aleatório pode ser modelada através de equações diferenciais estocásticas. Aqui consideramos que o crescimento natural médio segue um modelo logístico ao qual subtraímos um termo que representa o rendimento proveniente da pesca com esforço constante ou variável. Esta abordagem, baseada em políticas de pesca sustentáveis e aplicáveis, conduz à sustentabilidade da população e à existência de uma distribuição estacionária para o seu tamanho. Determinamos o valor do esforço constante que optimiza o lucro sustentável esperado por unidade de tempo e quantificamos o lucro perdido quando se escolhe esta nova política em vez da política inaplicável com esforço variável. Trataremos ainda da comparação entre os resultados obtidos por via dos cálculos de Itô e de Stratonovich.

#### **REFERÊNCIAS: -**



### Effect of growth medium, temperature and incubation time on *Chlamydomonas reinhardtii*

Vinod Kumar Patil, Universidade de Évora, Portugal

#### Abstract

Synchronized cultures of *Chlamydomonas reinhardtii* were grown phototrophically under a wide a range of environmental conditions including temperature and nitrogen and check the differences of their cell cycle, biomass growth and lipid content at different time periods. Under standard growth conditions, algae biomass is composed primarily of proteins, cell wall carbohydrates and membrane lipids. Since specific growth rate is the single most criteria to decide the biomass yield of microalgae, for biomass growth and lipid production which is accumulated as one of the reserve compound under directed stress conditions such as N<sub>2</sub> deprivation. Improvement of algae strain performances can be achieved for increasing biomass production or synthesis of other specific compounds.

#### REFERENCES: -



## Modelação Matemática de Fenómenos de Aglomeração

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.03

### **ORGANIZADOR DA SESSÃO:**

Rafael Sasportes, UAb e CAMGSD, [rafael.sasportes@uab.pt](mailto:rafael.sasportes@uab.pt)

Joaquim Correia, [jmcorreia@uevora.pt](mailto:jmcorreia@uevora.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Nesta sessão pretende-se abordar a modelação, a análise e a simulação de fenómenos de aglomeração como sejam os de coagulação, fragmentação, sedimentação ou polimerização em áreas tais como a biomedicina (fluxos sanguíneos), os estudos ambientais (aerossóis), a biologia (evolução de populações) ou a química (polimerização).



## Mathematical Challenges in Submonolayer Deposition

Michael Grinfeld, Department of Mathematics and Statistics, University of Strathclyde, Glasgow, UK

### Abstract

Submonolayer deposition (SD) is a term describing the initial stages of processes, such as molecular beam epitaxy, in which material is deposited onto a surface, diffuses and forms large-scale structures. It is easy to simulate using Monte Carlo methods, but theoretical results are few and far between. I will discuss various approaches to SD, mainly in the 1-dimensional situation, focusing on open mathematical problems.

**REFERENCES: -**



## Very weakly damped KdV equations

Jean-Paul Chehab, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France

### Abstract

We introduce a family of frequency based damping for KdV equations and present numerical study of the long time behavior of the solutions. Particular attention is given on the rate of the damping, the nontrivial long time dynamics for the forced equation and the prevention of the blow up in the supercritical case.

**REFERENCES:** -



### Diffusive-dispersive effects on a hyperbolic equation

Nabil Bedjaoui, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France

#### Abstract

We consider a perturbed model of hyperbolic equation with viscosity and capillarity terms, and we study the existence of such solutions and their convergence when the perturbations tend to zero.

**REFERENCES:** -



## A reaction-nonlinear diffusion competition system: explicit wavefronts and patterns

Mohammed Guedda, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France

E. Logak

M. Klincsik

R. Kersner

### Abstract

The model we deal with is a nonlinear, non-uniformly parabolic reaction-diffusion system containing four parameters.

We prove the existence of a non-constant periodic stationary solution, under suitable restrictions on the parameters. More precisely, we find explicit stationary, spatially periodic solutions.

In a particular case, we also provide a time-dependent solution that approximates this periodic solution.

**REFERENCES:** -



## Situação das Mulheres Matemáticas (e não só) em Portugal

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Catarina Lucas, ESTSP/ESE-IPP, [catarinalucas.mail@gmail.com](mailto:catarinalucas.mail@gmail.com)

M<sup>a</sup> Luísa Castro Guedes, ESTSP-IPP, [luisa.castro.guedes@gmail.com](mailto:luisa.castro.guedes@gmail.com)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Nesta sessão será apresentado um breve relatório sobre a situação das matemáticas portuguesas bem como dados relativos a toda a Europa, permitindo a comparação do cenário nacional com o do resto da Europa. Durante o debate serão abordadas, entre outras, as seguintes questões:

1. O que poderá explicar a grande diferença de percentagem de matemáticas no Norte e no Sul da Europa? Que causas subjacentes impulsionaram esta diferença? Terão sido, por exemplo, fatores culturais, históricos ou diferentes medidas de apoio social?
2. Como estão a lidar atualmente as matemáticas portuguesas que emigraram com esta diferença?
3. Que propostas poderiam facilitar a situação profissional/pessoal das mães e dos pais matemáticos portugueses?
4. Que dificuldades e obstáculos sentem atualmente em Portugal os jovens doutorados (M/F) em matemática? Que iniciativas se poderiam propor para melhorar as condições de precariedade laboral dos mesmos? Que alternativas à emigração se podem propor para estes jovens?

**FORMATO:** Debate com participação do público

### ORADORES:

- Prof. Hugo Tavares (IST-UTL)
- Prof. João Faria Martins (FCT-UNL)
- Prof.<sup>a</sup> Leonor Godinho (IST-UTL)
- Prof.<sup>a</sup> Margarida Mendes Lopes (IST-UTL)
- Prof.<sup>a</sup> Sofia Castro (Faculdade de Economia da Universidade do Porto)



## Geometria das Subvariedades

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.07

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Rui Pacheco, UBI, [rpacheco@ubi.pt](mailto:rpacheco@ubi.pt)

Rui Albuquerque, UÉvora, [rpa@uevora.pt](mailto:rpa@uevora.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O tema geral desta sessão prende-se com os aspetos intrínsecos e extrínsecos da geometria diferencial das subvariedades. Esta é uma área clássica de investigação em geometria que mantém uma atividade assinalável. Entre os tópicos que poderão ser abordados, incluem-se os seguintes:

1. Imersões mínimas e imersões de curvatura média paralela;
2. Aplicações harmónicas e diferentes classes de superfícies integráveis (superfícies de curvatura média constante, superfícies de Willmore, superfícies isotérmicas, etc...);
3. Problemas variacionais e sistemas diferenciais exteriores;
4. Subvariedades Lagrangianas, simpléticas, pseudo-Riemannianas, complexas, calibradas e de contacto;
5. Teoria das conexões e subvariedades com holonomia especial;
6. Fluxos geométricos.



## Aplicações harmónicas em espaços simétricos e seus elementos canónicos

Nuno Correia, Universidade da Beira Interior

### Abstract

Burstall and Guest classified all harmonic maps of finite uniton number into a compact Lie group  $G$  with trivial center and its inner symmetric spaces in terms of certain pieces of the Bruhat decomposition of the group of based algebraic loops in  $G$ . We give a similar classification of harmonic maps with finite uniton number into an arbitrary compact simple Lie group and its (inner and outer) symmetric spaces.

**REFERENCES:** -



### Polynomial conserved quantities for constrained Willmore surfaces

Áurea Quintino, CMAF-CIO

#### Abstract

We define a hierarchy of special classes of constrained Willmore surfaces by means of the existence of a polynomial conserved quantity of some type, filtered by an integer. Type 1 with parallel top term characterises parallel mean curvature surfaces and, in codimension 1, type 1 characterises constant mean curvature surfaces in space-forms. We show that this hierarchy is preserved under both spectral deformation and Baecklund transformation, for special choices of parameters, defining, in particular, transformations of CMC surfaces into new ones, with preservation of both the space-form and the mean curvature, in the latter case.

**REFERENCES:** -



## Novas Tendências em Biomatemática

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.01

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Carla Pinto, ISEP e CMUP, [cpinto@fc.up.pt](mailto:cpinto@fc.up.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Esta sessão pretende promover e fomentar interações entre matemáticos, biólogos e médicos, com o intuito de estudar vários fenómenos na biologia, doenças infecciosas e medicina. Ambas as abordagens teóricas e práticas são bem-vindas. Esta sessão segue outros encontros, nomeadamente reuniões em Matemática e Biologia no Porto (<http://cmup.fc.up.pt/cmup/biomath>) onde as interações entre a matemática e biologia são promovidas.



### **Estimação Bayesiana de parâmetros em modelos baseados em sistemas de equações diferenciais ordinárias para a descrição temporal da evolução da doença em pacientes com o VIH**

Diana Rocha

#### **Resumo**

Este trabalho tem como objetivo a caracterização da evolução temporal do vírus da imunodeficiência humana (VIH) em pacientes infetados, combinando um modelo baseado em sistemas de equações diferenciais ordinárias (EDO) e técnicas estatísticas para estimação dos seus parâmetros. A estimação é desenvolvida segundo a abordagem Bayesiana, possibilitando a obtenção de distribuições a posteriori. Concretamente, neste trabalho estuda-se a viabilidade prática na estimação em EDO tendo em conta o escasso número de observações e os erros de medição laboratorial das observações.

**REFERÊNCIAS: -**



### **Persistence of low levels of plasma viremia and of the latent reservoir in patients under ART**

Carla M. A. Pinto, School of Engineering, Polytechnic of Porto, Centre for Mathematics, University of Porto, Porto, Portugal

#### **Abstract**

Low levels of viral load are found in HIV-infected patients, after many years under successful suppressive anti-retroviral therapy (ART). The factors leading to this persistence are still under debate, but it is now more or less accepted that the latent reservoir may be crucial to the maintenance of this residual viremia. In this paper, we study the role of the latent reservoir in the persistence of the latent reservoir and of the plasma viremia in a fractional order (FO) model for HIV infection. Our model assumes that (i) the latently infected cells may undergo bystander proliferation, without active viral production, (ii) the latent cell activation rate decreases with time on ART, (iii) the productively infected cells' death rate is a function of the infected cell density. The proposed model provides new insights on the role of the latent reservoir in the persistence of the latent reservoir and of the plasma virus. Moreover, the fractional-order derivative distinguishes distinct velocities in the dynamics of the latent reservoir and of plasma virus. The later may be used to better approximations of HIV-infected patients data. To our best knowledge, this is the first FO model that deals with the role of the latent reservoir in the persistence of low levels of viremia and of the latent reservoir.

#### **REFERENCES: -**



### Como incorporar a variabilidade entre observadores nas medidas de validação de testes de diagnóstico: uma abordagem

Andreia Teixeira, CINTESIS-Center for Research in Health Technologies and Information Systems

Cristina Costa Santos, Dep. de Ciências da Informação e da Decisão em Saúde, Fac. de Medicina da Universidade do Porto

João Bernardes, Dep. de Obstetrícia e Ginecologia, Fac. de Medicina da Universidade do Porto

Luís Antunes, Dep. de Ciência de Computadores, Fac. de Ciência da Universidade do Porto

Mário Dinis Ribeiro, Dep. de Ciências da Informação e da Decisão em Saúde, Fac. de Medicina da Universidade do Porto

### Resumo

Na literatura, não existe consenso sobre qual o método estatístico mais apropriado para medir concordância entre diferentes observadores. No entanto, as proporções de concordância têm sido negligenciadas e a estatística Kappa continua a ser a mais utilizada para avaliar a concordância de observadores, em diversas áreas da Medicina. Contudo, esta é uma medida muito criticada pelos investigadores, por ter limitações importantes que levam a resultados passíveis de más interpretações e consequentemente, a conclusões erradas. Na avaliação de testes de diagnósticos, os conceitos de sensibilidade (proporção de indivíduos doentes que têm um teste positivo) e especificidade (proporção de indivíduos não doentes que têm um teste negativo) são amplamente utilizados para a validação dos testes de diagnóstico. Concordância entre observadores baixa, que commumente acontece em testes de diagnóstico, pode provocar grandes discrepâncias nas estimativas de sensibilidade e especificidade em testes de validade. E, no entanto, estas medidas são apresentadas sem qualquer referência à variabilidade entre observadores do teste de diagnóstico. Neste trabalho, são propostas novas medidas de validade de testes diagnósticos, que incorporam a variabilidade entre os observadores, para serem usadas como complemento à sensibilidade e à especificidade.

### REFERÊNCIAS: -



## Matemática e Composição Artística

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.04

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Pedro J. Freitas, [pjfreitas@fc.ul.pt](mailto:pjfreitas@fc.ul.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Nas artes plásticas, na música e noutras manifestações artísticas, há elementos matemáticos (geométricos, aritméticos ou outros) que são utilizados pelos autores, ora como inspiração ora como ferramenta, no sentido de conferir beleza e harmonia às composições. Nesta sessão pretende-se pôr em evidência alguns destes elementos, mostrando como a matemática pode contribuir para a produção artística.



### As famílias do Número de Ouro

Lurdes Figueiral, Escola Artística de Soares dos Reis, Porto e Associação de Professores de Matemática

#### Resumo

Nesta comunicação abordam-se algumas características algébricas e geométricas do número de ouro, bem como a sua relação com a divisão euclidiana de um segmento em *média e extrema razão*, e com alguns polígonos regulares. Falar-se-á ainda dos números metálicos (Vera Spinadel) e dos números plásticos (Hans van der Laan), da *divina proporção* e da *proporção humana*, bem como de algumas aplicações na arquitetura.

**REFERÊNCIAS: -**



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.04

### Uma perspectiva esférica a 360 graus, de construção elementar por régua, compasso, e prego

António Araújo, Universidade Aberta, CMAF-CIO e CIAC

#### Resumo

É frequente um artista querer representar uma vista com grande abertura angular. A perspectiva esférica está limitada aos 180 graus. Mostramos como estendê-la aos 360 graus de uma forma que não requer computadores, podendo ser executada por um artista à mão livre ou com ferramentas elementares.

**REFERÊNCIAS: -**



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.04

### **Allégorie de la Géométrie de Laurent de La Hyre: Uma autópsia matemática**

Carlos Santos, CEAFEL

#### **Resumo**

Neste trabalho, apresentamos uma interpretação matemática do quadro barroco Allégorie de la Géométrie (1649), obra-prima concebida pelo pintor francês Laurent de La Hyre (1606–1656).

**REFERÊNCIAS: -**



## Métodos Matemáticos em Engenharia

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Sala de Videoconferência

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Ana Mendes, DMAT/ESTG/IPL, [aimendes@ipleiria.pt](mailto:aimendes@ipleiria.pt)

Paula Pascoal Faria, DMAT/ESTG/IPL e CDRSP, [paula.faria@ipleiria.pt](mailto:paula.faria@ipleiria.pt)

Rui Fonseca-Pinto, DMAT/ESTG/IPL e IT, [rui.pinto@ipleiria.pt](mailto:rui.pinto@ipleiria.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A natureza prática das soluções apresentadas pela Engenharia no âmbito das suas variadas vertentes (desde as mais clássicas como a Mecânica e Electrotécnica até às mais recentes como a Biomédica e Aeroespacial), assentam numa estrutura sólida de conhecimentos que traduzem as suas soluções e implementação através de métodos matemáticos. Esta sessão especial pretende ser um fórum de apresentação e discussão de alguns dos Métodos Matemáticos usados em Engenharia (desde os modelos contínuos baseados em Equações Diferenciais até aos Métodos Numéricos). Constitui ainda uma oportunidade para aproximar estas duas áreas do conhecimento que as formalidades da academia, por vezes, têm mantido mais afastadas.



## Métodos Matemáticos em Engenharia

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Sala de Videoconferência

### **Análise de Padrões Dinâmicos de Speckle por Transformadas Tempo-Frequencia: Transformada de Wavelet e Transformada de Hilbert-Huang**

Rui Fonseca-Pinto, Instituto de Telecomunicações – MSP, Leiria, Portugal e Inst. Polit. de Leiria, Leiria, Portugal,  
[rui.pinto@ipleiria.pt](mailto:rui.pinto@ipleiria.pt)

Isabel Passoni, Laboratorio de Bioingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina  
Mariela Gonzalez, Laboratorio de Bioingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina

### **Resumo**

O fenómeno de speckle está presente quando uma fonte laser, que incide sobre uma amostra com algum tipo de atividade, se dispersa e é captada por uma câmara de vídeo. Este fenómeno pode ser observado em amostras biológicas (como é o caso de imagens de placas de petri com bactérias ou mesmo frutas e legumes) ou não biológicas (como o caso de imagens do processo de secagem de uma tinta numa superfície). Existem várias metodologias para avaliar a atividade nas imagens de speckle, sendo a obtenção da imagem de *Time Histoty of the Speckle Patern* – THSP a mais comum, permitindo apresentar os padrões de textura para os distintos estados da amostra em análise. Atendendo ao tipo de decomposição que a Transformada de Wavelet (TW) proporciona, a extração das caraterísticas de textura pela TW é uma abordagem pela qual se têm extraído alguns marcadores que caraterizam a dinâmica do processo. Nesta comunicação será apresentada uma caraterização da dinâmica do processo, com extração de features da imagem de THSP por via da Transformada de Hilbert-Huang (HHT). Os marcadores de textura obtidos são comparados com as mesmas caraterísticas obtidas pela TW, obtendo-se parâmetros distintos para as fases do processo.

### **REFERÊNCIAS: -**



### New geometrical and topological methods applied to direct digital manufacturing for lattice porous structures

Nelson Martins-Ferreira, CDRSP and ESTG, Polytechnic Institute of Leiria, [martins.ferreira@ipleiria.pt](mailto:martins.ferreira@ipleiria.pt)

#### Abstract

In this talk we introduce the concept of link, double-link and triple-link, as well as the general notion of an n-link. These are good models which are useful to handle all the geometrical, topological and functional information involved in the process of 3D printing. In particular, we explain how a triangulated surface can be regarded as a doublelink, how a link can be used as a model for a planar curve and its relation with a directed graph, or how the algorithms for slicing and scanning can be improved when translated into this new setting. We also compare the general (triangular) approach with the (more special but also simpler) cubical approach. This is done by replacing a triangulated surface with a surface with a square patch, or replacing the volume of a part (which is usually filled by tetrahedrons) with a cubical lattice. One of the advantages of this approach is that each cube, on the cubical grid, is uniquely determined by its origin and the values that the origin takes under the maps in the structure of the n-link. These maps contain the geometrical information (coordinates, angles, distances, intersections), the topological information (neighbouring cubes in the grid), and the functional information (density, material, color, etc).

**Keywords:** link, double-link, triple-link, n-link, directed graph, triangulation, geometry, topology, functionally graded structures, direct digital manufacturing, porous structures.

**REFERENCES:** -



# Métodos Matemáticos em Engenharia

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Sala de Videoconferência

## A modelação matemática como ferramenta de gestão e exploração de sistemas públicos de abastecimento de água

Ricardo Gomes, MARE – Centro de Ciências do Mar e do Ambiente, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria, [ricardo.gomes@ipleiria.pt](mailto:ricardo.gomes@ipleiria.pt)

### Resumo

A degradação das infraestruturas e a rápida expansão dos sistemas públicos de abastecimento de água, sobretudo em áreas urbanas de crescimento acentuado, estão relacionados com a maior parte dos problemas de ineficiência existentes na vertente em “baixa”. Por outro lado, a experiência tem demonstrado que a sectorização das redes de distribuição de água reduz substancialmente a sua complexidade de gestão e exploração, sobretudo no que diz respeito à monitorização do caudal, à gestão da pressão e dos níveis operacionais dos reservatórios, do modo de operação de válvulas e grupos elevatórios, e, ainda, a verificação dos parâmetros relacionados com a qualidade da água. Além do mais, facilita a previsão e identificação das tendências de consumo a médio e longo prazo, permite caracterizar os vários cenários de consumo (diário, mensal e sazonal), controlar o volume global de faturação, facilitar a recolha de dados para aplicações em Engenharia, promover o *benchmarking* entre entidades gestoras, direccionar e programar os investimentos ao longo do tempo, auxiliar a avaliação global do programa de controlo de perdas, entre outros. O planeamento e o projeto de sectorização de redes de distribuição de água requerem um conhecimento prévio das condições topológicas da rede e do modo de operação e comportamento global do sistema. No entanto, a falta de cadastro atualizado das infraestruturas de abastecimento de água e a incerteza relativamente à avaliação das evoluções do consumo e da taxa de degradação das infraestruturas ao longo do tempo, constituem os principais obstáculos à implementação desta técnica em algumas entidades gestoras.

Nesta comunicação é descrito um método desenvolvido recentemente para o estudo prévio da viabilidade e sustentabilidade do projeto de sectorização de redes de distribuição de água, incluindo a gestão da pressão ao longo da rede [1]. Além disso, pode ser usado para planear os investimentos necessários em diferentes momentos até ao ano horizonte de projeto, de acordo com as necessidades reais e os recursos financeiros da entidade gestora. A metodologia proposta baseia-se na teoria dos grafos (algoritmo de *Floyd-Warshall*) para definir os limites entre Zonas de Medição e Controlo (ZMC), e num algoritmo de optimização (baseado na meta heurística *Simulated Annealing*) ligado a um simulador hidráulico em regime quase permanente para estudar as condições de fronteira entre ZMC, tal como o reforço da capacidade de transporte da rede e a gestão da pressão.

Esta comunicação encontra-se organizada da seguinte forma:

- i) após uma breve revisão sobre o assunto;
- ii) segue-se a descrição da metodologia proposta, para estudar a viabilidade e sustentabilidade do projeto de sectorização de uma qualquer rede de distribuição de água;
- iii) termina com a apresentação e discussão dos resultados obtidos para um estudo de caso, no qual se faz referência às principais conclusões.

**Palavras-Chave:** Algoritmo de Floyd-Warshall; Meta heurística Simulated Annealing; Sistemas públicos de abastecimento de água

### REFERÊNCIAS: -

- [1] Gomes, R. (2011). “Modelação matemática como ferramenta de gestão e exploração de sistemas de distribuição de água”, Tese de Doutoramento em “Hidráulica, Recursos Hídricos e Ambiente”, Universidade de Coimbra – disponível em: <https://estudogeral.sib.uc.pt/handle/10316/17988>



# Métodos Matemáticos em Engenharia

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Sala de Videoconferência

## Método das Forças Fictícias: Aplicação do Método do Ponto Fixo à Análise Materialmente Não Linear de Estruturas Reticuladas

Pedro Gala, Instituto Politécnico de Leiria, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria. INESCC Coimbra, [pedro.gala@estg.ipleiria.pt](mailto:pedro.gala@estg.ipleiria.pt)

Miguel Ferreira, [miguelpedrosafferreira@gmail.com](mailto:miguelpedrosafferreira@gmail.com)

Paulo Providência, Universidade de Coimbra, INESC Coimbra, Departamento de Engenharia Civil, FCTUC – Pólo II, 3030-788 Coimbra, [provid@dec.uc.pt](mailto:provid@dec.uc.pt)

### Resumo

A análise estrutural em engenharia consiste num conjunto de operações que visam caracterizar a “resposta” (deslocamentos, deformações, tensões, etc.) das estruturas (edifícios, pontes, etc.) quando solicitadas por um conjunto de acções. A solução deste problema emerge da conjugação de três famílias de equações:

- i) Relações de equilíbrio entre as forças actuantes (solicitações) e as tensões desenvolvidas;
- ii) Relações constitutivas entre tensões e extensões para os materiais da estrutura;
- iii) Relações de compatibilidade entre extensões e deslocamentos.

Na análise de estruturas correntes, considera-se frequentemente a linearização destas três famílias de equações. De facto, o ensino e prática da Engenharia de Estruturas é extremamente focado na teoria linearizada, ignorando-se por vezes o facto de ser uma teoria simplificada. Por outro lado, em certos tipos de problemas, torna-se indispensável considerar algumas destas relações num formato não linear.

Neste quadro, existem métodos que procuram “simplificar” os procedimentos da análise não linear tornando-os, tanto quanto possível, similares aos empregues na análise linear. Um destes métodos é o designado método P-Delta (p. ex., Gala *et al.*, 2016), que se aplica a problemas geometricamente moderadamente não lineares, e que considera as relações de equilíbrio na configuração deformada. As operações do método P-Delta são idênticas às da análise linear, havendo contudo a necessidade de considerar termos suplementares no carregamento os quais são determinados iterativamente. De um ponto de vista matemático, trata-se de uma aplicação do método de Ponto Fixo.

O Método das Forças Fictícias (MFF) (Gala, 2013), (Gala *et al.*, 2016 e 2010) considera as relações constitutivas não lineares dos materiais através de um procedimento similar ao método P-Delta. Neste método, é estabelecida uma estrutura auxiliar feita de materiais com relações constitutivas lineares, sendo as relações constitutivas não lineares originais consideradas apenas de forma indireta através de um carregamento fictício adicional que “corrige” esta permuta na lei constitutiva. O MFF pode ser visto como uma aplicação do Método das Tensões Iniciais de Zienkiewicz *et al.* (1969), que por sua vez é claramente uma aplicação do método do Ponto Fixo.

Nesta comunicação faz-se uma apresentação sumária do MFF, de modo a evidenciar a sua relação com o método do Ponto Fixo.

**Palavras-Chave:** Algoritmo de Floyd-Warshall; Meta heurística Simulated Annealing; Sistemas públicos de abastecimento de água

## REFERÊNCIAS:

Chen, W.F. e Lui, E.M. (1991). Stability Design of Steel Frame. CRC Press.

Gala, P. (2013). The fictitious force method and its application to nonlinear material analysis of skeletal structures (<https://estudogeral.sib.uc.pt/handle/10316/23834>). Ph.D. thesis, University of Coimbra.

Gala, P., Costa, R., Ferreira, M. Providência, P. e Dias, A. (2016). The Fictitious Force Method and its Application to the Nonlinear Analysis of Plane RC Skeletal Structures, Journal of Structural Engineering (a aguardar publicação).

Gala, P., P. Providência, V. Dias da Silva, and M. Ferreira (2010). O Método das Forças Fictícias na Modelação da Não Linearidade Material em Estruturas Porticadas de Betão Armado – Aplicação à Determinação da Curva de Capacidade Resistente. in Encontro Nacional de Betão Estrutural 2010. Lisboa.

Zienkiewicz O.C., Valliapan, S. and King, I.P. (1969). Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems. Initial Stress, Finite Element Approach. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1(1): 75:100.

## Inferência Estatística, Métodos Combinatórios e Numéricos



Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.05

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Fernando Carapau, CIMA-EU, [flc@uevora.pt](mailto:flc@uevora.pt)

Luís Grilo, IPT e CMA-FCT-UNL, [lgrilo@ipt.pt](mailto:lgrilo@ipt.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A temática desta sessão é uma oportunidade para, perante a comunidade nacional em Matemática, se divulgarem trabalhos de investigação nas áreas da Matemática, da Estatística e dos Métodos Computacionais, no campo teórico e/ou prático, recorrendo a novas técnicas, dando particular relevo às aplicações em Medicina, Biologia, Biotecnologia, Indústria, Ciências Ambientais, Finanças, Seguros, Gestão e Administração. A sessão irá proporcionar um fórum de discussão e debate de ideias com interesse para a comunidade científica em geral, sendo que contará com a presença de oradores com publicações em revistas de circulação internacional, com arbitragem científica nas áreas em estudo. Com esta sessão é de esperar novas colaborações em trabalhos de investigação, nomeadamente no desenvolvimento de dissertações de Mestrado e de Doutoramento. Esta sessão está recetiva à submissão de trabalhos científicos para apresentação.



## Solução Numérica de uma Equação Diferencial Mista da Acústica

M. Filomena Teodoro, Centro de Investigação Naval (CINAV-Escola Naval-Marinha) e Center for Computational and Stochastic Mathematics (CEMAT - Inst. Superior Técnico - Univ. de Lisboa), [maria.alves.teodoro@marinha.pt](mailto:maria.alves.teodoro@marinha.pt)

### Resumo

O principal objetivo deste trabalho é obter a solução numérica de uma equação diferencial não linear com avanço e atraso que modela a vibração de alguns tecidos elásticos na fisiologia. Em particular, o modelo caracteriza a vibração como a propagação de ondas superficiais através dos tecidos na direção do fluxo. Alguns esquemas numéricos são adaptados de algoritmos introduzidos em [1, 2, 3] utilizando o método colocação, método dos elementos finitos, método de passos e o método de Newton por forma a obter a solução aproximada.

**Palavras-Chave:** Equação funcional diferencial do tipo misto, equação não linear, vibração de tecidos elásticos, fonação, aproximação numérica, método dos passos, método de Newton.

### REFERÊNCIAS:

- [1] LIMA, P. M. , TEODORO, M. F., FORD, N. J., and PATRICIA, P. M. (2013) Analysis and Computational Approximation of a Forward- Backward Equation Arising in Nerve Conduction, Differential and Difference Equations with Applications, Springer Proc. in Mathematics & Statistics, Sandra Pinelas, Michel Chipot and Zuzana Dosla (Eds.), 47, 475-483.
- [2] LIMA, P. M. , TEODORO, M. F., FORD, N. J., and PATRICIA, P. M. (2009) Analytical and Numerical Investigation of Mixed Type Functional Differential Equations, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234 (9), 2732-2744.
- [3] TEODORO, M. F., FORD, N. J., LIMA, P. M. and PATRICIA, P. M. (2009) New approach to the numerical solution of forward-backward equations, Frontiers of Mathematics on China, 4 (1), 2009, 155-168.



## A Aplicação do Método Reasonable Goals (RGM) e de Mapas de Decisão Iterativos (IDM) à resolução de um problema multicritério de Gestão de Resíduos Sólidos Urbanos

Ana Jorge, Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa, IPL, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações. Universidade de Évora, [amjorge@iscal.ipl.pt](mailto:amjorge@iscal.ipl.pt)

Vladimir Bushenkov, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações. Universidade de Évora, [bushen@uevora.pt](mailto:bushen@uevora.pt)

Manuela Oliveira, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações. Universidade de Évora, [mmo@uevora.pt](mailto:mmo@uevora.pt)

Alexandre Magrinho, Escola Superior de Tecnologia de Setúbal. IPS, [alexandre.magrinho@estsetubal.pt](mailto:alexandre.magrinho@estsetubal.pt)

### Resumo

Face a um problema o decisor é por vezes confrontado com um número infinito de soluções possíveis. Uma vez que a sua análise não poderá ser realizada de uma forma exaustiva, a opção comum e usual, é o decisor recorrer a especialistas que o apoiam na tomada de decisão da solução mais adequada à resolução do problema que este têm em análise. O que acontece, na maior parte das vezes, é que esses especialistas escolhem soluções com base nas suas próprias convicções e objetivos, inviabilizando deste modo a aplicação das técnicas de apoio à decisão à resolução de problemas reais. O método dos Reasonable Goals (RGM) é um método que permite resolver esta questão. A partir de uma grelha de valores homogêneos das variáveis de decisão é simulado um espaço de valores dos critérios. No método RGM é apresentada a fronteira (invólucro convexo) em vez dos pontos correspondentes às soluções do problema. Este invólucro convexo contém todos os pontos correspondentes às soluções não dominadas assim como às soluções entretanto criadas, o que aumenta o número de soluções atingíveis e ter em conta na análise de decisão. Deste modo, o decisor é convidado a explorar as diferentes soluções que fazem parte desta fronteira. O conjunto de todas as soluções não dominadas é então exibido sob a forma de Mapas Iterativos de Decisão (IDM), o que permite ao decisor intervir na escolha e análise das várias soluções possíveis (Lotov et al, 2004). Nesta comunicação os autores exemplificam a aplicação da técnica RGM/IDM a um modelo multicritério de suporte à Gestão de Sistemas de Resíduos Sólidos Urbanos. Apresenta-se um modelo de suporte à decisão que otimiza as quantidades de resíduos sólidos urbanos a enviar para cada uma das várias instalações de tratamento que constituem o sistema obedecendo a múltiplos critérios de ordem económica, ambiental e legal. Serão apresentados os resultados de várias simulações e feita a análise das soluções obtidas através de mapas de decisão iterativos.

**Palavras-Chave:** Hidden Markov Models, modelação estatística, aplicações em engenharia.

### REFERÊNCIAS:

Hokkanen, J., Salminen, P. 1997. Choosing a solid waste management system using multicriteria decision analysis. European Journal of Operational Research 98, 19-36.

Huang, M. L., Yang, W. F., Ma, H. W., Yang, Y. M. 2006. A novel multiobjective programming approach dealing with qualitative and quantitative objectives for environmental management. Ecological Economics 56, 584- 593.

Lotov, A., Bushenkov, V., Kamenev, G. 2004. Interactive Decision Maps – Approximation and Visualization of Pareto Frontier. Kluwer Academic Publishers.

Magrinho, A.; Didelet, F.; Semião, V., 2006. Municipal solid waste disposal in Portugal. Waste Management 26, 1477-1489.

Minciardi, R., Paolucci, M., Robba, M., Sacile, R. 2008. Multi-objective optimization of solid waste flows: Environmentally sustainable strategies for municipalities. Waste Management 28, 2202-2212.



## Hidden Markov Models

Anacleto Correia, Centro de Investigação Naval (CINAV-Escola Naval-Marinha), [cortez.correia@marinha.pt](mailto:cortez.correia@marinha.pt)  
M. Filomena Teodoro, Centro de Investigação Naval (CINAV-Escola Naval-Marinha) e Center for Computational and Stochastic Mathematics (CEMAT - Inst. Superior Técnico - Univ. de Lisboa), [maria.alves.teodoro@marinha.pt](mailto:maria.alves.teodoro@marinha.pt)

## Resumo

As Hidden Markov Models (HMMs) têm sido o pilar da modelação estatística utilizada nos modernos sistemas de reconhecimento de voz. Apesar das limitações, variantes das HMMs são as técnicas mais utilizadas nesse domínio, sendo geralmente consideradas como as mais eficazes. Nesta apresentação revê-se a teoria básica das HMMs, aborda-se as suas aplicações, e conclui-se com algumas extensões ao modelo básico das HMMs e implementações práticas no âmbito da engenharia.

**Palavras-Chave:** Hidden Markov Models, modelação estatística, aplicações em engenharia.

*Este trabalho foi financiado por fundos portugueses, Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT), através do CEMAT, IST, Universidade de Lisboa, projecto UID/Multi/04621/2013, e CINAV, Academia Naval, Marinha Portuguesa.*

**REFERÊNCIAS:** -



## Um modelo unidimensional para o fluxo de sangue com base na teoria de Cosserat

Fernando Carapau, Universidade de Évora, ECT, Departamento de Matemática, e Centro de Investigação em Matemática e Aplicações (CIMA), [flc@uevora.pt](mailto:flc@uevora.pt)

Paulo Correia, Universidade de Évora, ECT, Departamento de Matemática, e Centro de Investigação em Matemática e Aplicações (CIMA), [pcorreia@uevora.pt](mailto:pcorreia@uevora.pt)

### Resumo

Nesta palestra, vamos estudar o escoamento não-estacionário de um fluido viscoelástico generalizado de ordem  $n=3$ , onde o coeficiente de tensão normal depende da velocidade de corte, utilizando para tal um modelo do tipo power-law. Para isso, usamos a abordagem da teoria de Cosserat que reduz as equações tridimensionais exactas para um sistema dependendo apenas da variável tempo e de uma única variável espaço. Este sistema unidimensional é obtido por integração da equação de movimento linear através da secção transversal do tubo, onde o vector velocidade é aproximado pela teoria de Cosserat. A partir deste sistema reduzido, obtemos equações não-estacionárias para o wall shear stress e mean pressure gradient, dependendo do volume flow rate, número de Womersley, coeficientes viscoelásticos e índice do modelo do tipo power-law sobre uma secção finita da geometria do tubo com secção circular constante. A atenção está focada em algumas simulações numéricas.

**Palavras-Chave:** Teoria de Cosserat, modelos unidimensionais, volume flow rate, mean pressure gradient.

### REFERÊNCIAS:

- [1] FOSDICK, R. L., RAJAGOPAL, K.R. (1980) Thermodynamics and stability of fluids of third grade, Proc. R. Soc. Lond. A., 339, 351–377.
- [2] CAULK, D.A., NAGHDI, P.M. (1987) Axisymmetric motion of a viscous fluid inside a slender surface of revolution, Journal of Applied Mechanics, 54 (1), 190–196.



## Álgebra e Combinatória

---

Terça-feira, 12 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Anf. 1.01

### **ORGANIZADOR DA SESSÃO:**

Teresa Sousa, Escola Naval, [tmjs@fct.unl.pt](mailto:tmjs@fct.unl.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

A sessão proposta com o título de Álgebra e Combinatória tem como principal objetivo promover o encontro entre investigadores que trabalhem em qualquer área de Álgebra e Combinatória. Os tópicos incluem todos os aspetos de álgebra combinatória, métodos algébricos em combinatória, combinatória, teoria de grafos, geometria combinatória, entre outros. Pretende-se com esta sessão promover e aproximar o trabalho de investigação que é realizado nos diversos departamentos e centros de investigação de universidades portuguesas e estrangeiras. Espera-se que esta sessão temática proporcione novas sinergias para futuros trabalhos de investigação.



## Ideais binomiais de arestas

João Santos, Department of Mathematics, University of Notre Dame, Indiana, USA

### Resumo

Em 1975, Richard Stanley demonstrou a conjectura do majorante para esferas (uma conjectura de Combinatória) recorrendo à Álgebra Comutativa (mais precisamente, à teoria dos anéis Cohen-Macaulay). A partir daí nasceu um novo ramo da Matemática, a Álgebra Comutativa Combinatória, que, como o nome indica, consiste na intersecção da Álgebra Comutativa com a Combinatória.

Em particular esta palestra consiste na apresentação de um tópico de interesse em Álgebra Comutativa introduzido em 2009: o estudo dos ideais binomiais de arestas. Fixado um corpo  $k$ , o ideal binomial de arestas do grafo  $G$  com vértices  $\{1, \dots, n\}$  é o ideal de  $k[x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n]$  gerado pelos binómios  $x_i y_j - x_j y_i$ , onde  $i$  e  $j$  são vértices adjacentes. As propriedades algébricas destes ideais (conjunto de primos minimais, dimensão, depth, condição de Cohen-Macaulay e regularidade) podem ser estudadas em função das propriedades combinatórias do grafo correspondente. Serão apresentados os resultados conhecidos sobre essas propriedades algébricas, bem como algumas conjecturas.

### REFERÊNCIAS: -



## Some special sequences of quaternions and octonions

Paula Catarino, Departamento de Matemática, Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 5001-801 Vila Real, Portugal

### Abstract

A recurrence relation is a "mathematical technique" which allows us to define sequences, sets, even operations or algorithms, from particular cases to general cases. When we use this "technique", is of fundamental importance to have attention, firstly, at the initial condition(s) – which must be known – and, on the other hand, the "recurrence equation" – which is not more than the rule that will calculate the next terms in the light of predecessors. In this talk, we introduce some special sequences of quaternions and octonions defined by a second-order recurrence, presenting some of its properties, generating function and generating matrix.

**REFERENCES: -**



## Acerca de um determinado método de construção de álgebras de Ockham

Paulo Guilherme dos Santos, Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica

### Resumo

Dada uma álgebra de Boole  $B$ , um número natural  $k$  e uma aplicação  $\alpha: \{1, \dots, k-1\} \rightarrow \{1, \dots, k-1\}$ ; definimos, no reticulado  $B^k$ , uma determinada álgebra de Ockham  $B_\alpha^k$ . Nesta conformidade, obtivemos uma descrição dos pontos fixos da referida álgebra de Ockham, para além de outras propriedades da referida construção.

**REFERÊNCIAS:** -

## Geometria e Aplicações



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.02

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Joana Nunes da Costa, CMUC, [jmcosta@mat.uc.pt](mailto:jmcosta@mat.uc.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Pretende-se que nesta sessão especial sejam apresentadas palestras sobre três temas distintos de Geometria, mas com relação entre si: geometria simplética, de Poisson e de contacto. Aplicações da geometria simplética e de Poisson à mecânica e sistemas dinâmicos poderão também ser objeto de algumas comunicações. Sendo as palestras, em princípio, proferidas por matemáticos de universidades portuguesas, esta sessão especial servirá também para ilustrar uma parte do estado da arte da investigação que se está a fazer no país nestes tópicos de Geometria.



### Matrizes- $r$ clássicas não unitárias e álgebras de Gaudin generalizadas

Nenad Manojlović, Universidade do Algarve

#### Resumo

A partir de uma solução da equação de reflexão clássica e da matriz- $r$  clássica, unitária, correspondente obtém-se uma solução não-unitária da equação Yang-Baxter clássica. As álgebras de Gaudin generalizadas são relacionadas com as matrizes- $r$  não-unitárias. São estudados exemplos explícitos das álgebras Gaudin generalizadas nos casos elípticos, trigonométricos e racionais. Suas aplicações à teoria de deformações isomonodrómicas, bem como as equações de Knizhnik–Zamolodchikov generalizadas são discutidas.

#### REFERÊNCIAS: -



### The modular class of a Lie-infinity algebroid

Raquel Caseiro, CMUC, Universidade de Coimbra

#### Abstract

We extend the definition of modular class of a Lie algebroid to the Lie-infinity setting.

**REFERENCES:** -



### Algebróides de Lie e o problema de controlo óptimo para sistemas de conexão afim

Lígia Abrunheiro, CIDMA - Center for Research and Development in Mathematics and Applications, and Higher Institute for Accountancy and Administration, University of Aveiro, 3810-500 Aveiro, Portugal, [abrunheiroligia@ua.pt](mailto:abrunheiroligia@ua.pt)  
Margarida Camarinha, CMUC - Centre for Mathematics of the University of Coimbra, Department of Mathematics, University of Coimbra, 3001-501 Coimbra, Portugal, [mmlsc@mat.uc.pt](mailto:mmlsc@mat.uc.pt)

### Resumo

Neste trabalho enquadrámos o problema de controlo óptimo com sistemas de conexão afim em grupos de Lie, no formalismo dos algebróides de Lie. A descrição geométrica que desenvolvemos tem interesse no estudo desta classe de sistemas de controlo dada a invariância do sistema em relação à acção do grupo. Em particular, caracterizamos as trajetórias óptimas do problema como um campo de vectores Hamiltoniano. Por fim, como exemplo ilustrativo, apresentamos o problema de controlo da aceleração covariante mínima.

Este é um trabalho em co-autoria com Margarida Camarinha.

### REFERÊNCIAS:

- [1] L. Abrunheiro and M. Camarinha, Optimal control of affine connection control systems from the point of view of Lie algebroids, *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 11 (2014), 1450038, 1--8.
- [2] M. Barbero-Liñán, D. Martín de Diego and M. C. Muñoz-Lecanda, Lie algebroids and optimal control: abnormality, *Proc. Geometry and Physics: XVII Int. Fall Workshop (3--6 September 2008, Castro Urdiales, Spain)*, ed. F. Etayo et al (AIP Conference Proceedings), 1130 (2009), 113--119.
- [3] E. Martínez, Lie algebroids in classical mechanics and optimal control, *Symmetry Integr. Geom. Methods Appl. SIGMA* 3 (2007), 50, 1-17.



## Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.01

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Alexandre Rodrigues, FCUP, [alexandre.rodrigues@fc.up.pt](mailto:alexandre.rodrigues@fc.up.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Os primórdios da teoria dos Sistemas Dinâmicos podem ser identificados no século XVI, nos trabalhos de mecânica celeste de Kepler. As contribuições de Newton na modelação da mecânica abriram espaço para uma sofisticação crescente do formalismo matemático que modela fenómenos físicos, culminando nos trabalhos de Lagrange e Hamilton, que definiram uma teoria (que ainda hoje é estudada). Poincaré é considerado um dos criadores da teoria moderna dos sistemas dinâmicos, tendo introduzido muitos dos aspetos do estudo qualitativo das equações diferenciais que permitiram estudar propriedades assintóticas das soluções de uma equação diferencial, sem ser necessário resolvê-la explicitamente. Em memória de Poincaré, nesta sessão pretende-se:

1. Descrever alguns progressos recentes na área dos Sistemas Dinâmicos, incluindo aplicações a várias áreas do saber;
2. Enunciar novos desafios e problemas em aberto para os próximos anos (ou que estão prestes a serem resolvidos);

Dar-se-á especial ênfase a cientistas portugueses que deram um contributo importante na teoria dos Sistemas Dinâmicos e ao uso de uma linguagem pouco técnica.



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.01

### Dinâmicas de aprendizagem em teoria dos jogos

Sofia Castro, CMUP, FEP, Universidade do Porto

#### Resumo

A teoria dos jogos estuda a interação de agentes que escolhem ações procurando maximizar os seus ganhos. Quando esta interação acontece ao longo do tempo, os agentes podem modificar as suas ações dependendo do que, na ocasião, lhes parece mais favorável. Este processo constitui um mecanismo de aprendizagem que pode ser descrito por um sistema dinâmico. Diferentes mecanismos de aprendizagem resultam de diferentes processos de atualização das convicções que levam à mudança de ação.

Esta apresentação foca-se na relação entre os dois processos de aprendizagem descritos pelas dinâmicas do replicador e de melhor-resposta. Sendo sabido que os equilíbrios de Nash são os mesmos para ambas as dinâmicas, a relação entre o comportamento das restantes soluções não é trivial, parecendo mesmo, por vezes, totalmente distinto.

**REFERÊNCIAS:** -



## Actualização dos vectores próprios em redução iso-espectral de grafos

Maria Joana Torres, CMAT, Universidade do Minho

### Resumo

L.A. Bunimovich e B.Z. Webb [1] desenvolveram uma teoria iso-espectral para redução de grafos. Este procedimento mantém o espectro da matriz de adjacência da rede a menos de um conjunto de valores próprios conhecidos a priori da estrutura do grafo. Neste trabalho relacionamos os vectores próprios do grafo original e da sua redução, o que origina uma nova perspectiva sobre esta teoria. Como aplicação propomos um algoritmo para actualizar o vector próprio maximal da matriz de Markov associada a uma rede dinâmica esparsa de dimensão elevada.

### REFERÊNCIAS:

- [1] L. A. Bunimovich and B. Z. Webb, Isospectral graph transformations, spectral equivalence, and global stability of dynamical networks, *Nonlinearity* 25 (2012), 211-254
- [2] P. Duarte and M. J. Torres, Eigenvectors of isospectral graph transformations, *Linear Algebra and its Applications* 474 (2015), 110-123.



### Bifurcações em redes de sistemas dinâmicos

Célia Moreira, Universidade do Minho

#### Resumo

Em 2003 e 2005, Stewart, Golubitsky, e colaboradores desenvolveram a teoria de redes de células acopladas, onde cada célula (nó) da rede representa um sistema dinâmico. Estes autores mostram que a estrutura da rede influencia fortemente a sua dinâmica. Por exemplo, mostram que existem comportamentos de sincronia que são explicados apenas e somente pela arquitetura da rede, independentemente das equações diferenciais que definem o sistema.

Quando algumas células da rede se dividem, obtêm-se redes maiores às quais chamamos levantamentos. Aguiar e colaboradores mostram que as bifurcações na rede inicial podem ter um maior impacto em alguns levantamentos. Nesta palestra apresentamos alguns resultados obtidos na análise deste problema.

#### REFERÊNCIAS: -

## Matemática da Mecânica de Fluidos e Aplicações



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.04

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Hermenegildo Oliveira, FCT - Universidade do Algarve & CMAFCIO – Universidade de Lisboa, [holivei@ualg.pt](mailto:holivei@ualg.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Nesta sessão pretende-se abordar a análise matemática de diversos problemas reais sobre fluidos. Se possível, pretende-se que, nesta sessão, se estudem problemas em pequena escala, como seja o caso do escoamento do sangue no sistema cardiovascular humano, e também em larga escala, como é o caso dos escoamentos geofísicos, quer seja no mar ou na atmosfera. Pretende-se, ainda, analisar problemas de turbulência, bem como problemas que modelam escoamentos em meios porosos.



## Elastic instabilities in the cross-slot: some recent explorations

Fernando Pinho, FEUP – Universidade do Porto, [fpinho@fe.up.pt](mailto:fpinho@fe.up.pt)

F. A. Cruz, CEFT, Dep. Eng. Química, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

P. C. Sousa, CEFT, Dep. Eng. Química, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

A. M. Afonso, CEFT, Dep. Eng. Mecânica, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

R. J. Poole, School of Engineering, University of Liverpool, Liverpool L69 3GH, UK

M. S. N. Oliveira, Mechanical & Aerospace Engineering Department, University of Strathclyde, Glasgow G1 1XJ, UK

P. J. Oliveira, Dep. Eng. Eletromecânica, C-MAST, Universidade da Beira Interior

M. A. Alves, CEFT, Dep. Eng. Química, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

F. T. Pinho, Dep. Eng. Mecânica, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

## Abstract

Nonlinearity in the equations describing the rheological behavior of complex fluids is responsible for unexpected flow characteristics in flows for which the corresponding Newtonian fluids are well behaved. It is the case of low Reynolds number flows, and creeping flows, of viscoelastic fluids, as can be found in microchannels. The strength of viscoelastic effects, quantified either through a ratio of elastic normal stresses over shear viscous stresses, denoted as Weissenberg number ( $Wi$ ) or as a ratio of an elastic relaxation time over a characteristic flow time scale, denoted Deborah number ( $De$ ) varies in inverse proportion to the device characteristic length scale, so the use of micro-channels reduces the Reynolds number while enhancing elastic effects.

In this presentation, we revisit viscoelastic flows containing a non-negligible extensional flow contribution to report on recent findings, such as the effect of three dimensional effects upon some transitions from steady symmetric to elastically unstable flow. The presentation of the experimental and numerical results is preceded by a presentation of the governing equations, relevant dimensionless numbers as well as by a brief description of the experimental techniques and numerical methods used especially to deal with the High-Weissenberg Number Problem. The fluids investigated are polymer solutions and the corresponding rheological behavior in standard shear and extensional flow is also reported. The rheological constitutive equations used in the simulations are the upper convected Maxwell, Oldroyd-B and Phan-Thien—Tanner equations. The governing equations are of mixed type, since these constitutive equations are hyperbolic, but the momentum equation is elliptic. The numerical method does not distinguish the hyperbolic nature of the constitutive equation, but may have an effect on the possible physical solutions.

For the three-dimensional planar cross-slot flow the results show that the observed transition between steady state flows is associated with the appearance of multiple stagnation points. The stagnation points outside the central plane are possibly linked to the transition between steady and unsteady flows.

## REFERENCES: -



## Well-posedness and optimal control for stochastic second grade fluids

Fernanda Cipriano, FCT – Universidade Nova de Lisboa, [mfsm@fct.unl.pt](mailto:mfsm@fct.unl.pt)

### Abstract

This work deals with stochastic second grade fluids, which are incompressible non-Newtonian type fluids. It is well known that small random perturbations of turbulent fluids can substantially modify its behavior; here the deterministic equations are perturbed by a multiplicative white noise. We study the existence and uniqueness of stochastic solutions on a two-dimensional bounded domain endowed with slip boundary conditions. We also address a control problem, where the control is effected through a distributed random force. The well-posedness of the corresponding linearized equations is the main issue to analyze the Gâteaux derivative of the control-to-state map. The analysis of the adjoint equations allows to establish the first order necessary optimality conditions. This work was done in the collaboration with N.V. Chemetov.

### REFERENCES:-



## Algumas equações não lineares na forma não divergente

José Duque, Universidade da Beira Interior, Covilhã, [jduque@ubi.pt](mailto:jduque@ubi.pt)

R.M.P. Almeida, Universidade da Beira Interior, Covilhã, [ralmeida@ubi.pt](mailto:ralmeida@ubi.pt)

S.N. Antontsev, Novosibirsk State University, Russia e CMAF-CIO, Universidade de Lisboa, [snantontsev@fc.ul.pt](mailto:snantontsev@fc.ul.pt)

## Resumo

Neste trabalho vamos estudar as equações não lineares na forma não divergente

$$u_t = \Phi(u)|\Delta u|^{m-1}\Delta u + \Psi(u) \quad (1)$$

Equações do tipo (1) podem ser usadas para modelar diversos fenómenos em vários domínios como a Física, Química e outras Ciências Naturais [1, 2, 3, 4]. No início serão apresentadas breves motivações para o estudo deste tipo de equações. O estudo prossegue com um resumo dos resultados conhecidos sobre existência, unicidade e propriedades dos diversos tipos de soluções. No final serão apresentadas algumas simulações numéricas evidenciando as propriedades enumeradas.

**Palavras-Chave:** equação não linear, parabólica, forma não divergente.

## REFERÊNCIAS:

- [1] S. Antontsev and S. Shmarev. On a class of fully nonlinear parabolic equations. submitted to Advances in Nonlinear Analysis, 2016.
- [2] G. Duvaut and J.-L. Lions. Les inéquations en mécanique et en physique. Dunod, Paris, 1972. Travaux et Recherches Mathématiques, No. 21.
- [3] P.-L. Lions. Some problems related to the Bellman-Dirichlet equation for two operators. Comm. Partial Differential Equations, 5(7):753–771, 1980.
- [4] Jingxue Yin, Jing Li, and Chunhua Jin. Classical solutions for a class of fully nonlinear degenerate parabolic equations. J. Math. Anal. Appl., 360(1):119–129, 2009.



## **Análise bidimensional termo-fluido dinâmica de cilindros rotativos utilizando o método da fronteira imersa - modelo físico virtual**

Rômulo dos Santos, Doutorando em Matemática Aplicada

Departamento de Matemática Pura e Aplicada, FC – Universidade do Porto, [damasclin@yahoo.com.br](mailto:damasclin@yahoo.com.br)

### **Resumo**

Há um grande interesse científico, industrial e tecnológico pelo estudo escoamentos em torno de corpos que podem estar ou não aquecidos. A análise destes escoamentos e os fenómenos presentes, tais como geração e desprendimento de vórtices, transferência de calor e forças exercidas pelo fluido têm sua importância em diferentes áreas da engenharia. Escoamentos sobre plataformas de extração de petróleo, sobre linhas de transmissão de energia, em problemas de interação fluido-estrutura, em meios porosos, em trocadores de calor e sobre geometrias complexas, podendo estas serem móveis, estacionárias ou deformáveis, estes são alguns exemplos.

A compreensão destes fenómenos e o desenvolvimento de métodos numéricos têm sido de grande interesse para o desenvolvimento de novas metodologias com maior precisão numérica. No presente trabalho foi utilizada a metodologia *Fronteira Imersa* (do inglês, Immersed Boundary Method - IBM) e o *Modelo Físico Virtual* (do inglês, Virtual Physical Method - VPM) para as simulações de escoamentos incompressíveis, bidimensionais sobre cilindros aquecidos e rotativos. O cálculo das forças exercidas sobre o cilindro assim como a imposição indireta do aquecimento do cilindro foram feitos pelo Modelo Físico Virtual que se baseia nas Equações de conservação da quantidade de movimentos linear e da energia.

Um código computacional particular em linguagem C++ foi utilizado para estudar as alterações na dinâmica do escoamento e no campo térmico causado pela imposição de diferentes taxas de rotação do cilindro. Foram realizadas diversas simulações com o objetivo de analisar a estabilidade do método, assim como obter os parâmetros relevantes ao problema como coeficientes de arrasto, sustentação e pressão, números de Strouhal e Nusselt e os campos de velocidade, pressão, vorticidade e temperatura, fazendo assim, um estudo comparativo dos resultados numéricos obtidos com outros disponíveis na literatura.

### **REFERÊNCIAS: -**



## Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Pascoal Silva, Dep. de Física e Matemática, Inst. Sup. de Eng. de Coimbra, Inst. Politécnico de Coimbra, [pascals@isec.pt](mailto:pascals@isec.pt)

Cristina Caridade, Dep. de Física e Mat., Inst. Sup. de Eng. de Coimbra, Inst. Politécnico de Coimbra, [caridade@isec.pt](mailto:caridade@isec.pt)

Maria Emília Bigotte, Dep. de Física e Mat., Inst. Sup. de Eng. de Coimbra, Inst. Politécnico de Coimbra, [ebigotte@isec.pt](mailto:ebigotte@isec.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A transição do ensino secundário para o ensino superior é sempre um grande desafio para qualquer aluno. Se o ingresso ao ensino superior for acompanhado com fracos conhecimentos da matéria do ensino secundário esse desafio será ainda maior. Este facto é mais evidente quando falamos nas unidades curriculares de matemática dos planos de estudo das engenharias, onde na maioria dos casos, grandes dificuldades de natureza científica caracterizam os alunos, contribuindo para a falta de motivação em fortalecer e recuperar as bases de matemática essenciais para a sua formação. Esta temática tem tido especial atenção por parte de diferentes investigadores e professores e têm sido, nos últimos anos, desenvolvidas muitas metodologias de ensino, de avaliação e programas de combate ao insucesso escolar nas unidades curriculares de matemática. De modo a partilhar e divulgar experiências de ensino de matemática a futuros engenheiros, propomos que esta sessão seja composta por apresentações onde sejam abordados os seguintes temas:

1. Tecnologias como meio de divulgação de conhecimentos matemáticos e motivação dos alunos;
2. A transição do ensino secundário para o superior na área da engenharia;
3. Metodologias de ensino/aprendizagem da matemática.



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

## MIPES - Matemática Interativa para o Ensino Superior

A. Moreira, Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Tecnologia de Setúbal, [anafcarinhas@gmail.com](mailto:anafcarinhas@gmail.com)

N. Sequeira, Instituto Politécnico de Setúbal, Escola Superior de Tecnologia de Setúbal, [nuno.sequeira87@gmail.com](mailto:nuno.sequeira87@gmail.com)

### Resumo

Matemática Interativa Para o Ensino Superior é uma plataforma web direcionada para os alunos de engenharia do ensino superior, que tem como objetivo auxiliar e motivar a aprendizagem de conteúdos na área de Matemática.

A plataforma tem duas vertentes principais. Uma delas é disponibilizar os conteúdos teóricos de um modo simples, com linguagem menos formal, sendo estes apresentados através de passos a realizar para conseguir resolver exercícios.

Esta metodologia tem como objetivo dar um guia ao aluno de como pensar e que passos seguir para conseguir resolver exercícios autonomamente. É um guia de pensamento que permite o desenvolvimento de raciocínio para resolução autónoma de exercícios.

A outra vertente é a prática, na qual o aluno tem acesso a vários exercícios da matéria à sua escolha e os resolve interactivamente usando a mesma metodologia de passos explicada teoricamente.

Um aluno com registo na plataforma pode obter estatísticas sobre os exercícios resolvidos, podendo assim identificar as suas maiores dificuldades nas resoluções dos mesmos.

Será ainda implementado um sistema de tutoria que irá permitir a docentes orientarem o estudo dos alunos, recomendando exercícios aos mesmos. Será também fornecido ao docente/tutor uma plataforma para inserir novos exercícios, seguindo a metodologia passo a passo.

### REFERÊNCIAS: -



## Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

### **Mini-testes semanais no Moodle para Matemática - um estudo**

S. Martins, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, [sandra.gaspar.martins@gmail.com](mailto:sandra.gaspar.martins@gmail.com)

#### **Resumo**

Foram analisadas duas unidades curriculares de Matemática do ISEL para as quais foi disponibilizado, no Moodle, um mini-teste por semana. Os mini-testes valem até 2 valores e são tidos em conta apenas se o aluno obtiver mais de 9.0 valores (em 20) na avaliação "normal".

Em 2013/14 SV, a unidade curricular de Análise Matemática 2 (Cálculo Diferencial e Integral em  $\mathbb{R}^n$ ) com 104 alunos.

Em 2015/16 SI, a unidade curricular de Matemática Aplicada à Engenharia (Derivação; Integrais simples, indefinidos e impróprios; Parametrizações de linhas e superfícies) com 108 alunos. Foram analisadas as notas, a adesão e o feedback dos alunos...Será uma metodologia a manter?

#### **REFERÊNCIAS: -**



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

## Erros graves

R. Kahle, CMA & DM, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, [kahle@fct.unl.pt](mailto:kahle@fct.unl.pt)

### Resumo

Baseado num exemplo concreto de um exame da disciplina de Análise Matemática II leccionada a alunos de engenharia discutimos alguns “erros graves” que os alunos fizeram.

Observamos que estes erros não fazem parte os conteúdos específicos da disciplina e, por isso, comprometem o objectivo do ensino da disciplina.

Terminamos com algumas ideias para melhorar o ensino da cadeira. No entanto, a sua implementação requer uma revisão fundamental da perspectiva tradicional do ensino matemático para as engenharias.

**Palavras-Chave:** Análise Matemática para as engenharias; erros.

**REFERÊNCIAS:** -



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

## Utilização da plataforma Moodle no desenvolvimento colaborativo de projectos científicos e na materialização do conceito: ensino baseado em projetos

Miguel Moreira, Escola Naval/CINAV, Escola Naval, Departamento de Ciências e Tecnologia, [miguel.moreira@marinha.pt](mailto:miguel.moreira@marinha.pt)

### Resumo

A plataforma Moodle (acrónimo de *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*) é um ambiente virtual de utilização livre de ensino electrónico à distância que é robusto e versátil. É muito utilizado não só por diferentes níveis do sistema de ensino em todo o mundo como também por empresas. Na sua utilização típica uma *disciplina* é construída integrando e gerindo recursos apropriados (livros, documentos, lições, etc) e actividades colaborativas (fóruns, glossários, bases de dados, etc) disponibilizadas pela plataforma Moodle.

O *ensino baseado em projectos* (ou problemas) consiste na aprendizagem tendo por base o desenvolvimento colaborativo de um projecto (ou problema) por parte dos alunos. Se o projecto (ou problema) for suficientemente complexo o seu desenvolvimento bem orientado pelo professor e bem sucedido, conferirá a aquisição consolidada de conhecimentos na generalidade das áreas de formação tradicionais. Esta abordagem da aprendizagem activa (por parte do aluno) pode conferir igualmente conhecimentos e competências em aspectos ligados à capacidade de iniciativa, capacidades de interação social, de colaboração recíproca e liderança, aspectos estes muito valorizados pelo mercado de trabalho.

Aproveitando o arranque de um projecto de investigação na área da engenharia (internamente liderado pela Escola Naval), de natureza agregador e transversal no domínio do conhecimento, foi decidido proceder à sua condução e gestão recorrendo a uma plataforma colaborativa que permitisse não só partilhar documentação, documentar e preservar o desenvolvimento dos trabalhos, preservar os *outputs* produzidos, como também, facilitar o exercício de síncrono e assíncrono de reuniões de trabalho. A escolha materializou-se naturalmente na plataforma *Moodle* que se encontrava disponível na organização e que sabíamos dispor das ferramentas apropriadas (entre muitas outras), para o efeito.

Neste trabalho partilharemos a experiência de estabelecimento dos alicerces do projecto, tendo por base a plataforma Moodle, descrevendo a estrutura em criação, as funcionalidades que são utilizadas, as funcionalidades que se admitem vir a utilizar no futuro e as perspectivas que se adivinham, tendo em conta a modularidade e a adaptabilidade da plataforma referida.

A experiência, iniciada, está a revelar-se enriquecedora em todos os domínios e para todos os agentes envolvidos, permitindo dotar uma escola de ensino tradicional (a Escola Naval) com o recurso adicional que consiste no *ensino baseado em projectos*. Por outro lado a abordagem utilizada preserva naturalmente o património científico e didáctico (o conhecimento criado) no âmbito dos projectos assim desenvolvidos.

### REFERÊNCIAS: -



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Anf. 1.01

## **Veicular conceitos matemáticos em estudantes cegos no Ensino Superior Politécnico: pertinência da utilização do multiplano**

C. Costa, MCA, Escola Superior de Educação e Ciências Sociais, Instituto Politécnico de Leiria, [carla.s.costa@ipleiria.pt](mailto:carla.s.costa@ipleiria.pt)

C. Nogueira, CMAT, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria, [conceicao.veloso@ipleiria.pt](mailto:conceicao.veloso@ipleiria.pt)

J. Ribeiro, UIS, iACT, Instituto Politécnico de Leiria, CIDTFF, Universidade de Aveiro, [jaimie.ribeiro@ipleiria.pt](mailto:jaimie.ribeiro@ipleiria.pt)

### **Resumo**

A problemática do ensino da Matemática a estudantes que enveredam por um curso de Engenharia não é por si só uma tarefa fácil, no entanto surgem ainda mais dificuldades quando os alunos em causa são cegos. Este tema tem motivado pesquisas científicas, contudo, não de forma tão recorrente como seria desejado. É fundamental assegurar métodos de ensino/aprendizagem adequados a estes estudantes, de modo a evitar a sua exclusão e descriminação de um sistema de ensino formatado para um padrão tido como “comum”.

Foi neste panorama que surgiu o presente estudo descritivo-exploratório sobre metodologias de ensino/aprendizagem de conceitos matemáticos a estudantes cegos da área da Engenharia no Ensino Superior Politécnico, no qual se pretendeu identificar alternativas ao processo de ensino/aprendizagem destes estudantes. Neste âmbito, de modo particular, pretendeu-se avaliar a pertinência da utilização de recursos manipuláveis e instrumentos de apoio, nomeadamente a ferramenta Multiplano.

Este estudo envolveu três estudantes cegos que concluíram a licenciatura em Engenharia Informática e frequentam mestrados nessa área e docentes do Departamento de Matemática (DMAT) da Escola Superior de Tecnologia e Gestão (ESTG) do Instituto Politécnico de Leiria (IPL). Neste sentido, o estudo recaiu sobre um grupo de estudantes não-tradicionais focando, entre outros, os processos de aprendizagem e obstáculos ao sucesso.

Para os estudantes cegos em concreto é necessário repensar as estratégias de ensino/aprendizagem assentes em métodos mais adequados às suas necessidades e limitações. Na opinião de Dias (2012) as limitações dos estudantes cegos, começam logo pelo facto da identificação visual ser mais rápida que a tátil, contudo esta poderá ser diluída pelo manusear de materiais adaptados, permitindo que os estudantes cegos consigam interpretar essa informação mesmo que esta seja expressa em formatos diferentes. Aliás, segundo Ponte et al. (2007) o ensino da Matemática com o auxílio a recursos manipuláveis e instrumentos de apoio não se deve limitar a estudantes cegos mas antes abranger todos os estudantes dada a sua faculdade para um maior enraizamento dos conceitos matemáticos.

É fundamental perceber a importância dos outros sentidos, nomeadamente a audição e o tato, na substituição da visão, assim como uma forma de comunicação ajustada entre os docentes e estes estudantes. É essencial preparar o corpo docente das instituições com o propósito de se derrubarem as barreiras específicas que se impõem ao ensino/aprendizagem relativo a estes estudantes.

Em áreas que envolvem frequentemente representações gráficas, como é o caso da Matemática, acresce ainda a dificuldade de perceção dos conceitos que se apoiam em representações visuais. Da contextualização teórica sobressai uma variedade de hardware e software acessível a pessoas cegas.

No entanto, a literatura explana que nem sempre as tecnologias mais sofisticadas são as mais eficazes e/ou eficientes para estes indivíduos e que muitas vezes excelentes resultados podem ser obtidos usando métodos simples, convencionais e até artesanais.

A ferramenta Multiplano, originária do Brasil, consiste basicamente de uma placa plástica perfurada onde é possível inserir pinos, elásticos e outros rebites que permitem várias construções gráficas que apoiam e/ou ilustram conceitos

matemáticos (<http://www.multipiano.com.br/index.html>). O Multipiano é pouco conhecido em Portugal e é utilizado fundamentalmente no ensino não superior.

O presente estudo pretendeu analisar a viabilidade desta ferramenta como meio facilitador na abstração de conceitos matemáticos que requerem representação gráfica, aos estudantes cegos.

Este estudo baseou-se numa investigação de natureza qualitativa, configurando-se um estudo de caso descritivo, precedido de um inquérito para levantamento do estado atual da veiculação de conteúdos matemáticos no DMAT da ESTG. A escolha dos participantes foi condicionada tendo em conta a especificidade dos objetivos traçados para o estudo. A metodologia utilizada na fase inicial apoiou-se na realização de um questionário aos docentes do DMAT da ESTG com o intuito de identificar, entre outros, estratégias por eles utilizadas para a veiculação de conceitos matemáticos aos estudantes cegos, dificuldades sentidas e a emissão de um parecer sobre a possibilidade e pertinência da utilização do Multipiano no ensino/aprendizagem de conceitos matemáticos transversais aos cursos de Engenharia ao nível do Ensino Superior Politécnico.

Numa fase seguinte do trabalho foram realizadas entrevistas aos estudantes cegos e observações diretas, que incluíram a aplicação prática do Multipiano para a resolução de exercícios concretos e transmissão/aquisição de conceitos matemáticos não abordados anteriormente nas seguintes unidades curriculares: Álgebra Linear, Análise Matemática e Estatística.

Através da triangulação de dados, identificaram-se algumas das dificuldades sentidas, tanto pelos docentes do DMAT da ESTG como pelos estudantes cegos, dificuldades essas que no caso dos estudantes cegos são muitas vezes comuns às dos estudantes normovisuais, no processo ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos que requerem suporte visual para a sua perceção e que assumem por isso uma dificuldade acrescida de representação e interpretação para as partes envolvidas.

Foi passível a verificação de vantagens e também algumas desvantagens na utilização da ferramenta Multipiano, que ainda assim poderá ser mais uma alternativa para a transmissão de conceitos matemáticos, a estudantes cegos, transversais aos cursos de Engenharia do Ensino Superior Politécnico, o que poderá asseverar os estudos de Andrade e Silva (2013), Colpes e Laranja (2013), Ceolin, Machado e Nehring (2009), Ferronato (2002) e Melo e Guedes (2012).

A investigação patenteou que o Multipiano funciona para expor conceitos matemáticos de índole mais gráfica e visual, que sem o auxílio desta ferramenta não haviam sido concretizados pelas dificuldades inerentes ao processo de transmissão de conteúdos visuais a quem é desprovido de visão.

Apesar das limitações identificadas, o Multipiano parece ter contribuído para que os profissionais envolvidos se sentissem mais aptos na concretização prática de esquemas gráficos até então “impalpáveis visualmente”.

**Palavras-Chave:** Matemática; estudantes cegos; multipiano; ensino superior; ensino/aprendizagem.

## REFERÊNCIAS:

Andrade, A. & Silva, D. (2013). Desenvolvimento de metodologias de ensino de função de derivada para alunos deficientes visuais utilizando o multipiano como ferramenta de ensino. Anais da IV Jornada de Iniciação Científica e Extensão: Ciência, Saúde e Esporte, Tocantins, 24-25 Out. 2010 (s/p)

Ceolin, T.; Machado, A. & Nehring, C. (2009). O ensino de matemática e a educação Inclusiva: uma possibilidade de trabalho com alunos deficientes visuais. In X Encontro Gaúcho de Educação Matemática Comunicação Científica, Ijuí, 2-5 Jun. 2009.

Colpes K. & Laranja R. (2013). Impressora de gráficos em alto-relevo para cegos: um facilitador no ensino da física e da matemática. In COBENGE XLI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Porto Alegre, Pp. 23-26

Dias, C. (2012). Jogos matemáticos adaptados à baixa visão e cegueira. Tese de Doutoramento, Instituto de Educação – Universidade do Minho, Portugal.

Ferronato, R. (2002). A Construção de Instrumento de Inclusão no Ensino da Matemática. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Melo, P. & Guedes, H. (2012). Métodos para inclusão de deficientes visuais no ensino da matemática. In XVI EBRAPEM, Encontro brasileiro estudantes de pós-graduação em educação matemática, Canoas, 12-14 Nov. 2012.

Ponte, P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. & Oliveira, P. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC).



## Teoria de Operadores e Análise Complexa

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.05

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Cristina Diogo, ISCTE-IUL e CAMGSD, [cristina.diogo@iscte.pt](mailto:cristina.diogo@iscte.pt)

Maria Teresa Malheiro, UM, [mtm@math.uminho.pt](mailto:mtm@math.uminho.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Existe uma forte ligação entre Teoria de Operadores e Análise Complexa. Novas aplicações e desenvolvimentos nestas áreas podem ser exemplificados com progressos no estudo da imagem numérica de operadores em Espaços de Hilbert complexos, dos chamados "espaços modelo" e operadores de Toeplitz truncados, subespaços invariantes e quase invariantes, fatorização de funções matriciais e propriedades de Fredholm de operadores em espaços de Banach. Pretende-se reunir especialistas que trabalham nestes temas para apresentarem e discutirem os seus resultados obtidos recentemente. Deste modo, esperamos contribuir para o progresso destas áreas da Matemática.



## Relative numerical ranges

Janko Bracic, University of Ljubljana, Slovenia

### Abstract

Let  $H$  be a separable complex Hilbert space with inner product  $(\cdot, \cdot)$ . We denote by  $S_H$  the unit sphere of  $H$  and by  $B(H)$  the Banach algebra of all bounded linear operators on  $H$ . The numerical range of  $S \in B(H)$  is  $W(S) = \{(Sx|x); x \in S_H\}$ . It is well-known that  $W(S)$  is a non-empty convex subset of the disc  $\{z \in \mathbb{C}; |z| \leq \|S\|\}$ . Many important properties of an operator are encoded in its numerical range. For instance, the spectrum of  $S$  is a subset of the closure of the numerical range of  $S$ . We are interested in some parts of the numerical range of  $S$  which are specified by an operator  $T \in B(H)$ . We call them relative numerical ranges. They carry useful information about the relation between  $S$  and  $T$ . We will show that the position of zero with respect to a relative numerical range gives an information about the distance between the involved operators.

### REFERENCES: -



## Fields of values of linear pencils and spectral inclusion regions

Ana Nata, Polytechnic Institute of Tomar and CMUC - Centro de Matemática da Universidade de Coimbra  
Natália Bebiano, CMUC - Centro de Matemática da Universidade de Coimbra and University of Coimbra

### Abstract

Consider the linear pencil  $A - \lambda B$ , where  $A$  and  $B$  are  $n \times n$  complex matrices and  $\lambda \in \mathbb{C}$ . The field of values of a linear pencil is denoted and defined as  $W(A, B) = \{\lambda \in \mathbb{C} : x^*(A - \lambda B)x = 0, x \in \mathbb{C}^n, \|x\| = 1\}$ , where  $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{x^*x}$  is the usual Euclidean norm in  $\mathbb{C}^n$ .

In this talk we propose an efficient method for a numerical approximation of  $W(A, B)$  when one of the matrix coefficients  $A$  or  $B$  is Hermitian and  $\lambda \in \mathbb{C}$ . Furthermore, we investigate spectral inclusion regions for the pencil based on certain fields of values.

### REFERENCES: -



## Langlands functoriality and $K$ -theory for the reduced $C^*$ -algebra of $GL_n(\mathbb{R})$

Sérgio Mendes, ISCTE - Instituto Universitário de Lisboa

### Abstract

In Langlands conjectures, functoriality is a far-reaching principle, with implications in representation theory, number theory and beyond. In this talk we investigate base change and automorphic induction, two examples of functoriality, at the level of  $K$ -theory for the reduced  $C^*$ -algebra of  $GL_n(\mathbb{R})$ . As an application, the resemblance between the  $K$ -groups of  $C_r^*GL_{2n}(\mathbb{R})$  and  $C_r^*GL_n(\mathbb{C})$  will be interpreted using automorphic induction.

### REFERENCES:

Langlands, R. (1989). On the classification of irreducible representations of real algebraic groups. In: P. Sally, D. Vogan (Eds.), Representation theory and harmonic analysis on semisimple Lie groups, Math. Surveys and Monographs 31, (pp. 101-170). Providence, R.I.: American Mathematical Society.

Mendes, S. On the  $K$ -theory of the reduced  $C^*$ -algebras of  $C_r^*GL_n(\mathbb{R})$  and  $GL_n(\mathbb{C})$  (preprint).

Mendes, S. and Plymen, R. Functoriality and  $K$ -theory for  $GL_n(\mathbb{R})$ , (To appear in the Munster Journal of Mathematics).

Mendes, S. and Plymen, R. (2007). Base change and  $K$ -theory for  $GL(n)$ . J. Noncommut. Geom. 1, (pp. 311-331).



## Assintótica Não-Standard

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: Sala Videoconferência

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Imme Van den Berg, Universidade de Évora, [ivdb@uevora.pt](mailto:ivdb@uevora.pt)

Júlia Justino, Instituto Politécnico de Setúbal, [julia.justino@estsetubal.ips.pt](mailto:julia.justino@estsetubal.ips.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A assintótica estuda problemas que dependem de parâmetros grandes ou pequenos. Classicamente, as ordens de grandeza têm uma dependência funcional, o que gera problemas de cálculo porque os  $O$ -grandes e  $o$ -pequenos não são ordenados e têm propriedades algébricas fracas, sobretudo quando existem muitos parâmetros envolvidos. Na análise não-standard os parâmetros podem ser números reais infinitamente grandes ou pequenos, em que as ordens de grandezas são subconjuntos convexos da reta real não-standard denominados neutrices, conjuntos externos (limitados mas sem supremo nem ínfimo) que podem ser grupos para a adição, tal como o conjunto dos infinitesimais. Um número externo é a soma de um número real (não-standard) e uma neutrice. Os números externos são ordenados e as regras de cálculo são similares às regras de cálculo dos números reais. Esta sessão especial pretende apresentar alguns aspetos importantes do cálculo assintótico não-standard. As regras de cálculo dos números externos são expostas em pormenor (Dinis), com aplicações concretas nas aproximações assintóticas (Van den Berg); Justino aborda a propagação de erros em matrizes com imprecisões nos coeficientes (matrizes flexíveis) e Tran trata de problemas de otimização cujos objetivos e restrições só são conhecidos aproximadamente; Bellaouar resolve alguns problemas assintóticos com números primos infinitamente grandes e Moreira descreve o comportamento de sistemas dinâmicos com parâmetros infinitamente grandes.



### Optimization with flexible objectives and constraints

Nam Tran Van, Universidade de Danang, colégio de Kontum, Vietnam; Universidade de Évora, Portugal,  
[yannamtran1205@gmail.com](mailto:yannamtran1205@gmail.com)

#### Abstract

Neutrices are convex subgroups of the non-standard analysis real line, a sort of generalized zeros. A sum of a real number and a neutrix is called an external number. It is a set of real numbers relatively close to a given real number, being stable under small perturbations and expressing some flexibilities. The calculus of external numbers may be seen as a model of propagation of errors [1], [2]. A function with value in external numbers is called a flexible function and objectives and constraints in terms of external numbers are also called flexible. The problems with flexible objectives and constraints may be considered as a model of optimization problems with uncertainties.

In this work, we shall present necessary and sufficient conditions for the existence of (near) optimal solutions and their characteristics for both linear programming and nonlinear optimization problems with flexible objectives and constraints.

Firstly, we consider linear programming problems with flexible objectives and constraints.

Secondly, we investigate nonlinear optimization problems with flexible objective functions. The Lagrange multiplier method will be also mentioned.

#### REFERENCES:

- [1] B. Dinis, I.P. van den Berg. Algebraic properties of external numbers, Journal of Logic & Analysis 3:9, 1-30, 2011.
- [2] J. Justino, I.P. van den Berg, Cramer's rule applied to flexible systems of linear equations, Electronic Journal of Linear Algebra, Volume 24, 126-152, 2012.



### On a sequence formed by iterating the number of the positive divisors of $n$

Djamel Bellaouar, Laboratory of Applied Mathematics and Modeling (LMAM), Guelma University, 08 May 1945, B.P. 401, 24000, Guelma, Algeria, [bellaouardj@yahoo.fr](mailto:bellaouardj@yahoo.fr)

#### Abstract

Let  $n$  be a positive integer and let  $\tau(n)$  denote the number of positive divisors of  $n$ . We denote by  $\tau^s(n)$  the value  $(\tau(n))^s$ , with  $s \geq 1$ . In this work, we will present some notes on the sequence

$$\left( \underbrace{\tau^s(\tau^s(\dots \tau^s(\tau^s(n) + l) + l \dots) + l)}_{m\text{-times}} \right)_{m \geq 1}$$

where  $s, l$  are limited parameters and  $\tau^s$  occurs  $m$ -times (one can refer to [1], [2] and [3]). Some open problems are posed for further research.

**Keywords:** Number of divisors, Iterated Sequences, Nonstandard analysis.

**2010 Mathematics Subject Classification :** 11A25; 13A05; 03H05.

**REFERENCES:** -



### Matrizes flexíveis e delimitações dos seus menores

Júlia Justino, Escola Superior de Tecnologia de Setúbal, Instituto Politécnico de Setúbal, [julia.justino@estsetubal.ips.pt](mailto:julia.justino@estsetubal.ips.pt)

#### Resumo

Irão ser apresentadas matrizes quadradas não singulares cujos coeficientes têm imprecisões de tipo  $o(.)$  ou  $O(.)$  tratadas no contexto da análise não-standard como neutrizes [2]. Tais matrizes denominam-se por matrizes flexíveis, sendo os seus coeficientes números externos.

Verificar-se-á que a condição de não singularidade de uma matriz flexível não é suficiente para garantir que esta seja invertível, ou seja, existem matrizes não singulares flexíveis que não podem ser transformadas, através de operações elementares, na matriz identidade (com pequenas perturbações).

Sob determinadas condições em relação ao tamanho das incertezas existentes nos coeficientes de uma matriz não singular flexível [1], será apresentado um teorema geral que delimita os menores da matriz, garantindo assim a sua invertibilidade.

#### REFERÊNCIAS:

[1] J. Justino, I.P. van den Berg, Cramer's rule applied to flexible systems of linear equations, *Electronic Journal of Linear Algebra*, Vol 24, p. 126–152, 2012.

[2] F. Koudjeti, I.P. van den Berg, Neutrices, external numbers and external calculus, in *Nonstandard Analysis in Practice*, F. and M. Diener (eds.), Springer Universitext, p. 145–170, 1995.



## Geometria Algébrica

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 0.07

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Margarida Mendes Lopes (CAMGSD-IST), [mmlopes@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:mmlopes@math.tecnico.ulisboa.pt)

Peter Gothen (CMUP e FCUP), [pbgothen@fc.up.pt](mailto:pbgothen@fc.up.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O objetivo da sessão é juntar a comunidade nacional na área da geometria algébrica, com vista a explorar os desenvolvimentos mais recentes e identificar problemas para investigação futura. Os principais temas da sessão serão superfícies algébricas e fibrados vetoriais, temas importantes na investigação mundial na área, e com forte representação em Portugal. Poderão ainda ser incluídos outros temas de interesse. A sessão irá também constituir uma oportunidade de interação com investigadores de outras áreas de geometria com afinidades à geometria algébrica.



### The cohomology of the Hilbert scheme and of the compactified Jacobians of a singular curve

Filippo Viviani, Univ. Roma Tre

#### Abstract

The classical MacDonald formula relates the cohomology of the symmetric product and of the Jacobian of a smooth curve. We will discuss an extension of the formula relating the cohomology of the Hilbert scheme of points and of any fine compactified Jacobian of a reduced curve with locally planar singularities. This is a report on a joint work with L. Migliorini and V. Schende.

#### REFERENCES: -



## Principal Schottky bundles over Riemann surfaces

Carlos Florentino, CAMGSD e FCUL, Univ. de Lisboa

### Abstract

For a complex reductive group  $G$ , and a compact Riemann surface  $X$ , we define and characterize the space of Schottky  $G$ -bundles over  $X$ . These bundles generalize a classical uniformization moduli space when  $G = \mathrm{PSL}_2$ , and have recently reappeared in connection with so-called Lagrangian branes on  $G$ -Higgs bundle moduli spaces over surfaces with a real structure. We show that all Schottky  $G$ -bundles have trivial topological type, prove a local uniformization theorem for these bundles (being global when  $X$  has genus 1), and describe them in a few simpler cases. This is joint work with A. C. Casimiro and S. Ferreira.

**REFERENCES:** -



## Exceptional bundles of homological dimension $k$

Helena Soares, ISCTE - IUL

### Abstract

We characterize exceptional vector bundles on projective space of arbitrary homological dimension defined by a linear resolution. Moreover, we determine all Betti numbers of such resolution.

This is joint work with Rosa M. Mir\o Roig.

**REFERENCES:** -



## On the Castelnuovo-Mumford regularity of a class of binomial ideals

Jorge Neves, CMUC - Univ. Coimbra

### Abstract

We will report on recent and ongoing work with Antonio Macchia, Maria Vaz Pinto and Rafael Villarreal. Our work focuses on the computation of the Castelnuovo-Mumford regularity of certain binomial ideals obtained from graphs. We will describe some partial results and give evidence linking the regularity with important graph invariants.

**REFERENCES:** -

## Combinatória



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 9h00 | Sala: 1.03

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Rui Duarte, CIDMA/Universidade de Aveiro, [rduarte@ua.pt](mailto:rduarte@ua.pt)

António Guedes de Oliveira, CMUP/ Universidade do Porto, [agoliv@fc.up.pt](mailto:agoliv@fc.up.pt)

Ricardo Mamede, CMUC/Universidade de Coimbra, [mamede@mat.uc.pt](mailto:mamede@mat.uc.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A Combinatória é um ramo da matemática que lida com estruturas discretas que codificam estruturas mais complexas e, em particular, com a enumeração de objectos que satisfazem certas condições. Ao longo dos últimos 60 anos cresceu bastante e tornou-se numa área em expansão, extremamente ativa e com ligações importantes a outras áreas, tais como a álgebra, a geometria, a topologia, a física, a química e as ciências da computação. A nossa intenção, neste encontro, é apresentar oradores que, trabalhando em áreas da Combinatória ou em áreas com fortes ligações a esta, têm dado um contributo inegável para que em Portugal se esteja a verificar um fenómeno semelhante.



### Um esquema de ramificação associado a partições de conjunto

Carlos André

#### Resumo

Nesta palestra, introduzimos um certo esquema de ramificação associado a partições de conjunto. Mostramos que este esquema determina um grafo multiplicativo, o que permite associar à álgebra de Hopf das funções simétricas em indeterminadas não-comutativas uma estrutura de anel de Riesz. Mencionamos também as relações com a teoria da representação do grupo unitriangular infinito.

**REFERÊNCIAS: -**



### Sobre a natureza involutiva da bijecção para a comutatividade dos coeficientes de Littlewood-Richardson

Olga Azenhas

#### Resumo

Os coeficientes de Littlewood-Richardson (LR)  $c_{\{\mu, \nu\}^\lambda}$  são inteiros não negativos que podem ser calculados usando diversos modelos combinatórios. A importância destes números resulta do seu significado como constantes estruturais na teoria das funções simétricas, na teoria da representação ou na teoria geométrica das variedades de Schubert, onde a simetria  $c_{\{\mu, \nu\}^\lambda} = c_{\{\nu, \mu\}^\lambda}$  é manifesta.

Infelizmente, nenhum dos modelos combinatórios revela de um modo simples esta bem conhecida simetria  $c_{\{\mu, \nu\}^\lambda} = c_{\{\nu, \mu\}^\lambda}$ .

Nesta exposição são apresentadas bijecções para esta simetria pondo em evidência a natureza involutiva destas. Em particular, introduzimos uma involução uniforme para tableaux de LR e {em hives} de Knutson-Tao.

Trabalho em colaboração com R. C. King e I. Terada..

**REFERÊNCIAS: -**



### Programação convexa em grafos – uma abordagem espectral e combinatória

Domingos Moreira Cardoso

#### Resumo

De entre as formulações de problemas de natureza discreta em grafos, com recurso a programas quadráticos, a mais conhecida foi introduzida na década de 60 por Motzkin e Straus [T.S. Motzkin, E.G. Straus, Maxima for graphs and a new proof of a theorem of Túrán, Can. J. Math. 17 (1965): 533-540], com a qual relacionaram o número de clique de um grafo  $G$  de ordem  $n$  com o máximo valor atingido por uma forma bilinear, definida pela respectiva matriz de adjacência, num simplex  $(n-1)$ -dimensional. Nesta apresentação, analisam-se algumas abordagens mais recentes da programação quadrática convexa à determinação de subgrafos induzidos  $k$ -regulares, em certas famílias de grafos, com recurso a resultados de natureza espectral e combinatória. Note-se que uma clique é um subgrafo induzido completo que sendo de ordem  $k+1$  é  $k$ -regular, um conjunto independente de vértices é um subgrafo induzido 0-regular, um emparelhamento induzido é um subgrafo 1-regular, etc.

#### REFERÊNCIAS: -



## Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Pascoal Silva, Dep. de Física e Matemática, Inst. Sup. de Eng. de Coimbra, Inst. Politécnico de Coimbra, [pascals@isec.pt](mailto:pascals@isec.pt)

Cristina Caridade, Dep. de Física e Mat., Inst. Sup. de Eng. de Coimbra, Inst. Politécnico de Coimbra, [caridade@isec.pt](mailto:caridade@isec.pt)

Maria Emília Bigotte, Dep. de Física e Mat., Inst. Sup. de Eng. de Coimbra, Inst. Politécnico de Coimbra, [ebigotte@isec.pt](mailto:ebigotte@isec.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A transição do ensino secundário para o ensino superior é sempre um grande desafio para qualquer aluno. Se o ingresso ao ensino superior for acompanhado com fracos conhecimentos da matéria do ensino secundário esse desafio será ainda maior. Este facto é mais evidente quando falamos nas unidades curriculares de matemática dos planos de estudo das engenharias, onde na maioria dos casos, grandes dificuldades de natureza científica caracterizam os alunos, contribuindo para a falta de motivação em fortalecer e recuperar as bases de matemática essenciais para a sua formação. Esta temática tem tido especial atenção por parte de diferentes investigadores e professores e têm sido, nos últimos anos, desenvolvidas muitas metodologias de ensino, de avaliação e programas de combate ao insucesso escolar nas unidades curriculares de matemática. De modo a partilhar e divulgar experiências de ensino de matemática a futuros engenheiros, propomos que esta sessão seja composta por apresentações onde sejam abordados os seguintes temas:

1. Tecnologias como meio de divulgação de conhecimentos matemáticos e motivação dos alunos;
2. A transição do ensino secundário para o superior na área da engenharia;
3. Metodologias de ensino/aprendizagem da matemática.



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

## Transformar o ensino e aprendizagem da Álgebra Linear usando ambientes de aprendizagem motivadores

C. Caridade, Departamento de Física e Matemática, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Instituto Politécnico de Coimbra, [caridade@isec.pt](mailto:caridade@isec.pt)

### Resumo

Como em muitas outras universidades, o Instituto Superior de Engenharia de Coimbra oferece unidades curriculares básicas de matemática no primeiro ano de todas as engenharias. Esta estratégia tem a finalidade de proporcionar aos alunos de engenharia, competências adequadas e valiosas que eles necessitam para continuar os seus estudos. No entanto, na maioria dos casos, muitos alunos acham que estes assuntos teóricos não são atraente, são difícil e inúteis. Isso geralmente desmotiva os alunos e diminui o seu interesse pelo estudo. Além disso, a maioria dos estudantes têm dificuldades em relacionar as necessidades dessas matérias básicas com os seus temas de engenharia.

Uma estratégia de ensino adequada é muito importante para uma aprendizagem eficaz. O ensino e a aprendizagem de assuntos especialmente a matemática torna-se mais interessante, se for diretamente relacionada com a engenharia ou outros assuntos técnicos. Assim e no sentido de motivar os meus alunos de Álgebra Linear das licenciaturas em Eletromecânica, Mecânica e Biomédica tenho, ao longo de 2 anos, desenvolvido com eles um projeto onde os conhecimentos adquiridos de Álgebra Linear são explorados utilizando o processamento de imagem digital.

As matrizes e suas operações matemáticas podem ser exploradas pela manipulação de imagens. As propriedades definidas nas suas operações, como as combinações lineares, podem ser exploradas utilizando imagens digitais a cores, tons de cinza e a preto e branco. As transformações geométricas, como a translação, rotação e mudança de escala podem ser aplicadas isoladamente ou em composição de imagens. Desta forma é possível ensinar e aprender Álgebra Linear através de uma aplicação ao mundo real, num ambiente mais estimulante e motivador.

### REFERÊNCIAS: -



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

## O ensino e aprendizagem da matemática na Engenharia: uma estratégia para o sucesso académico

E. Bigotte, Departamento de Física e Matemática, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Instituto Politécnico de Coimbra, [ebigotte@isec.pt](mailto:ebigotte@isec.pt)

E. Silveira, CASPAE-Centro de Apoio Social de Pais e Amigos da Escola, [elianafsilveira@hotmail.com](mailto:elianafsilveira@hotmail.com)

J. Branco, Departamento de Física e Matemática, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Instituto Politécnico de Coimbra, [jbranco@isec.pt](mailto:jbranco@isec.pt)

### Resumo

Tem sido constatada a falta de conhecimentos básicos e elementares essenciais para a integração dos alunos, que acedem às Licenciaturas em Engenharia, nas Unidades Curriculares de Cálculo Diferencial e Integral. Associada à diversidade de formações à entrada no ensino superior surge a necessidade de se desenvolverem estratégias de ensino e aprendizagem que visem a uniformização dos conhecimentos matemática que estão em falta e que são cruciais para a progressão dos estudos.

O Centro de Apoio à Matemática na Engenharia - CeAMatE - surgiu como forma de colmatar as lacunas existentes e pretende promover estratégias que visem a aquisição desses conhecimentos logo que o aluno inicia o seu percurso académico numa licenciatura em Engenharia. É uma estrutura dedicada ao apoio personalizado dos alunos na aprendizagem da matemática na engenharia que inclui dois componentes: o CeAMatE-in e o CeAMatE-on.

A partir do ano letivo 2015/2016 os resultados do Teste Diagnóstico serviram para elaborar um plano individual de trabalho. Esse documento descreve a evolução das aprendizagens do aluno na superação das dificuldades detetadas, através da monitorização e reformulação do plano. Pretende-se ainda que estimule o trabalho autónomo e induza a escolha das tarefas que melhor se adaptem ao estilo de aprendizagem, método de estudo e desenvolvimento cognitivo de cada aluno.

O processo de inscrição no CeAMatE-in está assente numa metodologia de diagnóstico, encaminhamento e avaliação, crucial para refletir sobre o processo educativo do aluno, os seus diferentes papéis, fases e contextos, bem como valorizar os significados que lhe são atribuídos pelo próprio sujeito.

O CeAMatE-on é uma plataforma e-learning em modo plug-in na plataforma Moodle, em fase de implementação, que permite a construção de itinerários educativos corresponsáveis, concretizando várias atividades e utilizando os recursos disponíveis, a fim de os alunos superarem autonomamente e de forma responsável as suas dificuldades.

**Palavras-Chave:** Didática da Matemática, Educação na Engenharia, Estratégias de Ensino/Aprendizagem, Ensino Superior.

### REFERÊNCIAS: -



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

## M100S - Um projeto aberto de Matemática no Politécnico do Porto

A. Lopes, Área científica de Matemática do CICE-ISCAP, IPP, [aplopes@iscap.ipp.pt](mailto:aplopes@iscap.ipp.pt)

F. Soares, Unidade Técnica científica de Matemática da ESEIG, IPP, [filomenaSoares@eseig.ipp.pt](mailto:filomenaSoares@eseig.ipp.pt)

I. Vieira, Área científica de Matemática do CICE-ISCAP, IPP, [mivieira@iscap.ipp.pt](mailto:mivieira@iscap.ipp.pt)

M. Polidoro, Unidade Técnica Científica de Ciências Naturais e Exatas da ESTGF, IPP, CIICESI, [mjp@estgf.ipp.pt](mailto:mjp@estgf.ipp.pt)

## Resumo

A crescente utilização de ferramentas digitais na educação “acelerou” significativamente o processo de ensino-aprendizagem tendo, em particular, vindo a ganhar expressão no âmbito das disciplinas da área do STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) e nas Instituições de Ensino Superior (IES), exigindo destas uma atitude proactiva no sentido de utilização dos muitos recursos disponíveis e do seu próprio desenvolvimento. Por outro lado, os elementos característicos da sociedade da informação – flexibilidade, formação ao longo da vida, acessibilidade à informação, mobilidade, entre muito outros – atuam como fortes impulsionadores externos para que as IES procurem e analisem novas modalidades formativas. A definição de políticas estratégicas relacionadas com novas modalidades de ensino/formação tem sido uma preocupação constante no Politécnico do Porto (P. Porto), nomeadamente no domínio do ensino à distância, seja ele e-Learning, b-Learning ou, mais recentemente, “open-Learning”, onde se inserem os MOOC – Massive Open Online Courses, de acordo com as várias tendências europeias (OECD, 2007) (Comissão Europeia, 2014) e com os objetivos da “Europa 2020”. Neste sentido, integrado no projeto e-IPP | Unidade de e-Learning do P. Porto que criou a sua plataforma MOOC, surge o Projeto Matemática 100 STRESS (M100S), que nasceu com dois objetivos algo distintos: ser um motor de divulgação da própria instituição (P. Porto) junto de estudantes do ensino secundário e servir as suas unidades orgânicas que possuem unidades curriculares de matemática, explorando novas técnicas educacionais como um recurso pedagógico, estimulando os estudantes/utilizadores, através de um conjunto de materiais interactivos, à sua disposição, tentando adaptá-los às suas necessidades. A frequente falta de motivação, infelizmente, quase generalizada, encontra, na nossa opinião, o seu principal “impulsionador” na sua fraca de preparação em Matemática e pela inconsistência das suas competências e conhecimentos considerados como “base” na abordagem de novos temas. Apoiando-nos nas nossas experiências em cursos on-line de Matemática, para os nossos próprios estudantes, decidimos criar um conjunto de cursos de curta duração, tentando, e esperando, conseguir contribuir para a diminuição do nível de abandono em Matemática que se verifica no ensino Português pré-universitário, bem como para oferecer, aos participantes, uma forma amigável de gerir a sua aprendizagem, isto é, permitindo que cada um possa ter a sua forma própria de aprender, em função das suas diferenças individuais. Estes recursos poderão ainda ser utilizados por professores com os seus estudantes permitindo-lhe o desenvolvimento de metodologias de ensino do tipo Flipped Classroom (ensino invertido).

## REFERÊNCIAS: -



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

## Symbolic computation applied to solve interactively second-order linear ordinary differential equations

C. Coelho, Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve, [ccoelho@ualg.pt](mailto:ccoelho@ualg.pt)

R. Marreiros, Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve,

[rmarrei@ualg.pt](mailto:rmarrei@ualg.pt)

### Abstract

Differential equations constitute a large and very important branch of modern mathematics. From the early days of the calculus this subject has been an area of great theoretical research and practical applications in several branches of science. Despite this importance the largest part of the students reveals strong difficulties to understand the theory of differential equations. In the present work we present interactive software that can be used to aid in the process of teaching linear second-order ordinary differential equations with constant coefficients. In what relates to the implementation of the computational tool, we started with the homogeneous case and then extended it to the construction of a particular solution by using the variation of parameters method (the "general method") in the nonhomogeneous case. We also consider the undetermined coefficients method to construct a particular solution for some special cases of the same type of equations.

**Keywords:** Linear Ordinary Differential Equations, Constant Coefficients, Symbolic Computation, Wolfram Mathematica, Computable Document Format.

### REFERENCES:

Coelho, Celestino A. and Marreiros, Rui C.: Learning to solve linear second-order ordinary differential equations with constant coefficients by using interactive software. ISBN 978-989-96264-7-8, pp. 317-330, Proceedings of the 2nd International Conference in Algebraic and Symbolic Computation- SYMCOMP 2015, ECCOMAS, Portugal, Faro, March 26-27, 2015.

Coelho, Celestino A. and Marreiros, Rui C.: Solving second-order linear ordinary differential equations interactively. ISBN 978-989-96264-5-4, pp. 243-257, Proceedings of the 1st International Conference in Algebraic and Symbolic Computation - SYMCOMP 2013, ECCOMAS, Portugal, Lisbon, September 9-10, 2013.



# Ensinar Matemática a Futuros Engenheiros: Metodologias de Ensino e Combate ao Insucesso

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.02

## Dificuldades da Matemática dos Futuros Engenheiros: Medidas Preventivas e Remediativas

Maria Helena Monteiro, Escola Superior de Tecnologia de Abrantes, Instituto Politécnico de Tomar,  
[helena.monteiro@ipt.pt](mailto:helena.monteiro@ipt.pt)

Maria João Afonso, Faculdade de Psicologia, Universidade de Lisboa [mjafonso@psicologia.ulisboa.pt](mailto:mjafonso@psicologia.ulisboa.pt)  
Marília Pires, Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve  
[mpires@ualg.pt](mailto:mpires@ualg.pt)

### Resumo

A organização e execução de qualquer plano de ação que vise reduzir o insucesso nas unidades curriculares de Matemática dos cursos de engenharia devem fundamentar-se na identificação rigorosa dos conhecimentos, das necessidades de formação e das dificuldades que os futuros engenheiros experimentam na aprendizagem da Matemática. No caso da Matemática do 1.º semestre, estas dificuldades estão associadas à adaptação ao ensino superior, pelo que este fator deve ser tido em conta no desenho dos referidos planos. No âmbito de um estudo que efetuamos sobre os conhecimentos de Matemática dos estudantes à entrada do ensino superior de ciências e tecnologias, analisámos os resultados de um teste estandardizado de conhecimentos de Matemática, o PMAT, aplicado a 1879 indivíduos, a maioria alunos de cursos de engenharia, na sua primeira semana de aulas no ensino superior. O PMAT é um teste de escolha múltipla e foi construído com base nas áreas de conteúdo e respetivos níveis de conhecimentos requeridos nas unidades curriculares de Matemática dos cursos dos participantes. Além das pontuações no teste, também se examinaram e interpretaram as opções dos estudantes face ao enunciado e às alternativas de resposta de cada item. Para identificar as dificuldades em Matemática dos alunos no início do ensino superior, é fundamental conhecer a sua opinião acerca da própria experiência na aprendizagem da Matemática, em particular na adaptação à nova realidade académica. Através de entrevistas, registámos a referida opinião de 25 estudantes do segundo semestre de cursos de engenharia, divididos em dois grupos contrastados quanto ao nível de sucesso em Matemática no primeiro semestre. Nesta comunicação pretendemos apresentar medidas preventivas e remediativas das dificuldades em Matemática dos futuros engenheiros que decorrem da análise dos resultados que obtivemos das entrevistas e do PMAT.

**Palavras-Chave:** Dificuldades em matemática; Matemática dos cursos de engenharia; Adaptação ao ensino superior; PMAT.

**REFERÊNCIAS:** -



## Progressos e Desafios em Sistemas Dinâmicos

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.04

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Alexandre Rodrigues, FCUP, [alexandre.rodrigues@fc.up.pt](mailto:alexandre.rodrigues@fc.up.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Os primórdios da teoria dos Sistemas Dinâmicos podem ser identificados no século XVI, nos trabalhos de mecânica celeste de Kepler. As contribuições de Newton na modelação da mecânica abriram espaço para uma sofisticação crescente do formalismo matemático que modela fenómenos físicos, culminando nos trabalhos de Lagrange e Hamilton, que definiram uma teoria (que ainda hoje é estudada). Poincaré é considerado um dos criadores da teoria moderna dos sistemas dinâmicos, tendo introduzido muitos dos aspetos do estudo qualitativo das equações diferenciais que permitiram estudar propriedades assintóticas das soluções de uma equação diferencial, sem ser necessário resolvê-la explicitamente. Em memória de Poincaré, nesta sessão pretende-se:

1. Descrever alguns progressos recentes na área dos Sistemas Dinâmicos, incluindo aplicações a várias áreas do saber;
2. Enunciar novos desafios e problemas em aberto para os próximos anos (ou que estão prestes a serem resolvidos);

Dar-se-á especial ênfase a cientistas portugueses que deram um contributo importante na teoria dos Sistemas Dinâmicos e ao uso de uma linguagem pouco técnica.



## Jogos e replicadores polimatriciais

Telmo Peixe, ISEG, Universidade de Lisboa

### Resumo

Nos jogos polimatriciais, uma população é dividida num número finito de grupos, cada com um número finito de estratégias. São permitidas interações entre indivíduos de quaisquer dois grupos, inclusivé do mesmo grupo. A equação diferencial associada a um jogo polimatricial, introduzida recentemente por Alishah e Duarte em [1] e designada por replicador polimatricial, forma uma classe de e.d.o.s definidas em prismas dados por um produto finito de simplexes. Esta e.d.o. descreve a evolução de comportamentos estratégicos numa população estratificada em grupos sociais. Esta classe de dinâmicas do replicador contém classes bem conhecidas de dinâmicas de jogos evolutivos, tais como as dinâmicas associadas a jogos simétricos e assimétricos, e jogos para  $n$ -jogadores.

Nesta palestra vamos apresentar as propriedades básicas do replicador polimatricial, alguns resultados da dinâmica associada e de inferências que se podem fazer acerca do jogo polimatricial associado [2].

### REFERÊNCIAS:

[1] Hassan Najafi Alishah and Pedro Duarte (2015) Hamiltonian evolutionary games, Journal of Dynamics and Games, Volume (2) , no. 1, 33-49

[2] Hassan Najafi Alishah, Pedro Duarte and Telmo Peixe (2015) Conservative and Dissipative Polymatrix Replicators, Journal of Dynamics and Games, Volume (2) , no. 2, 157-185



### A transformação companheira da transformação-beta e suas órbitas periódicas

Bruno Maia, Universidade Autónoma de Lisboa

#### Resumo

A generalização dos sistemas numeração de base inteira a bases não inteiras (Rényi, 1957) originou a expansão em base beta e o sistema dinâmico "transformação-beta do intervalo unitário". O estudo das órbitas periódicas da transformação-beta merece especial atenção quando beta é um inteiro algébrico de tipo Pisot ou Salem. Apresentaremos uma transformação de  $\mathbb{R}^n$  que é conjugada à transformação-beta e que permite interpretar geometricamente em  $\mathbb{R}^n$  as suas órbitas periódicas precisamente quando beta for de tipo Pisot ou Salem. Chamar-lhe-emos transformação companheira da transformação-beta, porque para além de ser uma conjugação, é definida a partir da matriz companheira do polinómio minimal de beta.

#### REFERÊNCIAS: -



## Dinâmicas Estocásticas e Processos Pontuais

António Sodré, The University of Texas at Austin

### Resumo

Dinâmicas em Processos Pontuais estacionários em  $\mathbb{R}^d$  são construídas a partir de um simples objeto: 'point-shifts', uma função que mapeia cada ponto do processo para um outro ponto de forma invariante com respeito a translações espaciais. Um resultado clássico da década de 70 mostra que, sob condições gerais, um 'point-shift' bijetivo preserva a medida de Palm do processo e, portanto, a sua distribuição. Todavia, 'point-shifts' bijetivos são raros quando o espaço do processo pontual tem dimensão maior ou igual a 2. Recentes avanços focam na dinâmica induzida por 'point-shifts' não bijetivos. Apresentaremos, de maneira intuitiva, os resultados básicos, porém fundamentais, da teoria emergente de dinâmicas não bijetivas em processos pontuais e possíveis extensões para dinâmicas estocásticas.

### REFERÊNCIAS: -



### Estabilidade estatística para transformações com pontos críticos e singulares

Dalmi Santos, CMUP, FCUP, Universidade do Porto

#### Resumo

O conceito de estabilidade estatística foi introduzido em [2002, Alves&Viana] para certas classes de sistemas com medida física e significando a variação contínua da medida física com sistema dinâmico. Medidas físicas absolutamente contínuas (medidas de Sinai-Ruelle-Bowen) estão normalmente associadas à presença de expoentes de Lyapunov positivos, cuja existência é, em geral, difícil de provar quando os sistemas possuem pontos críticos ou singularidades. Neste trabalho estamos a estudar a estabilidade estatística de certas famílias a um parâmetro que combinam dinâmica singular com dinâmica crítica em certos parâmetros. Este trabalho virá a contribuir com o avanço de modo sistemático para uma extensão bastante abrangente da família unidimensional associada ao atrator de Lorenz.

#### REFERÊNCIAS: -



## Métodos Matemáticos em Engenharia

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.05

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Ana Mendes, DMAT/ESTG/IPL, [aimendes@ipleiria.pt](mailto:aimendes@ipleiria.pt)

Paula Pascoal Faria, DMAT/ESTG/IPL e CDRSP, [paula.faria@ipleiria.pt](mailto:paula.faria@ipleiria.pt)

Rui Fonseca-Pinto, DMAT/ESTG/IPL e IT, [rui.pinto@ipleiria.pt](mailto:rui.pinto@ipleiria.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

A natureza prática das soluções apresentadas pela Engenharia no âmbito das suas variadas vertentes (desde as mais clássicas como a Mecânica e Electrotécnica até às mais recentes como a Biomédica e Aeroespacial), assentam numa estrutura sólida de conhecimentos que traduzem as suas soluções e implementação através de métodos matemáticos. Esta sessão especial pretende ser um fórum de apresentação e discussão de alguns dos Métodos Matemáticos usados em Engenharia (desde os modelos contínuos baseados em Equações Diferenciais até aos Métodos Numéricos). Constitui ainda uma oportunidade para aproximar estas duas áreas do conhecimento que as formalidades da academia, por vezes, têm mantido mais afastadas.



## Métodos Matemáticos em Engenharia

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.05

### A matemática nos ensaios de laboratório

Miguel Barreto Santos, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria, [miguel.santos@ipleiria.pt](mailto:miguel.santos@ipleiria.pt)

#### Resumo

O desenvolvimento das diversas áreas da Engenharia Civil evolui com recurso a métodos de análise teórica e experimental. Os estudos experimentais decorrem em laboratórios de ensaios, onde são aplicadas metodologias descritas em normas e especificações ou onde são utilizados métodos inovadores, em função da especificidade dos elementos em estudo. Na preparação, execução e tratamento de resultados dos ensaios experimentais são utilizados diversos métodos matemáticos, por vezes de forma discreta. Pretende-se com esta comunicação apresentar uma reflexão sobre a aplicação de alguns desses métodos matemáticos utilizados em ensaios laboratoriais para estudo de materiais de construção.

#### REFERÊNCIAS: -



## Cinéticas não lineares de inativação de microrganismos: modelização, análise de dados e planeamento experimental

Maria M. Gil, MARE – Marine and Environmental Sciences Centre, ESTM, Instituto Politécnico de Leiria Campus 4/Santuário Nossa Senhora dos Remédios, Apartado 126, 2520 - 641 Peniche – Portugal, [maria.m.gil@ipleiria.pt](mailto:maria.m.gil@ipleiria.pt)  
Cristina L. M. Silva, CBQF- Centro de Biotecnologia e Química Fina, Escola Superior de Biotecnologia, Centro Regional do Porto da Universidade Católica Portuguesa, Rua Arquiteto Lobão Vital, Apartado 2511, 4202-401 Porto, Portugal  
Fátima A. Miller, CBQF- Centro de Biotecnologia e Química Fina, Escola Superior de Biotecnologia, Centro Regional do Porto da Universidade Católica Portuguesa, Rua Arquiteto Lobão Vital, Apartado 2511, 4202-401 Porto, Portugal  
Teresa R. S. Brandão, CBQF- Centro de Biotecnologia e Química Fina, Escola Superior de Biotecnologia, Centro Regional do Porto da Universidade Católica Portuguesa, Apartado 2511, 4202-401 Porto, Portugal

### Resumo

O desenvolvimento de modelos matemáticos que descrevem o comportamento de microrganismos constitui uma área de investigação vulgarmente designada por microbiologia preditiva. Estes modelos são de extrema importância na previsão da concentração de patogénicos e de microrganismos responsáveis por deterioração de alimentos, sendo uma contribuição importante para o projeto de condições de processamento adequadas.

O principal objetivo deste trabalho é a modelagem de cinéticas de inativação térmica de microrganismos com comportamento não linear. O modelo cinético assumido (vulgarmente referido como modelo primário) foi baseado na equação de Gompertz. Dependendo do processo, a inativação dos microrganismos apresenta uma fase de latência inicial (lag), seguida de um decréscimo linear (correspondendo a uma taxa de inativação máxima,  $k_{max}$ ), tendendo para um valor residual (cauda), que são os parâmetros do modelo.

A temperatura tem um efeito dominante na inativação dos microrganismos. Por este motivo, foi estudada a dependência dos parâmetros cinéticos com a temperatura. Testaram-se vários modelos na descrição da dependência da fase de latência inicial ( $L$ ) e da taxa de inativação máxima ( $k_{max}$ ) com a temperatura (vulgarmente designados por modelos secundários). Foram utilizadas duas metodologias de regressão: (i) baseada em two steps – num primeiro passo os parâmetros cinéticos do modelo primário são estimados e, num segundo passo, esses parâmetros são relacionados com a temperatura; (ii) baseada em one step - os modelos secundários são incluídos no modelo primário, efetuando-se uma regressão global com todos os dados experimentais. Concluiu-se que os modelos secundários selecionados com base numa metodologia two-steps devem ser utilizados com cuidado. Todo o trabalho referido foi baseado em condições isotérmicas. No entanto, estas condições não são verificadas na maioria dos processos alimentares. O modelo de Gompertz foi também aplicado com sucesso na descrição da inativação de *L. innocua* em condições não isotérmicas. Os resultados demonstraram que parâmetros cinéticos estimados em condições isotérmicas não devem ser aplicados para previsão de comportamento em situação não isotérmica.

Parâmetros cinéticos estimados com precisão acrescida implicam uma melhoria da capacidade de previsão dos modelos matemáticos. O planeamento D-ótimo foi aplicado nos estudos cinéticos de inativação de microrganismos, tendo sido determinadas condições ótimas de amostragem que conduzem a uma precisão acrescida dos parâmetros do modelo.

**Palavras-Chave:** Microbiologia preditiva; Gompertz; regressão não-linear; planeamento experimental Dótimo.

**REFERÊNCIAS:** -



# Métodos Matemáticos em Engenharia

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.05

## Matemática, Redes de Energia Elétrica e Algoritmos Genéticos

Eunice Oliveira

### Resumo

-

**REFERÊNCIAS: -**



## A finite element method to predict apple bruise damage

Paula Pascoal Faria

### Abstract

-

REFERENCES: -



## Criptografia e Tópicos Relacionados

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: Video-conferência

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Jaime Gaspar, Univ. Kent e CMA-FCTUNL, [mail@jaimegaspar.com](mailto:mail@jaimegaspar.com)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O objetivo desta sessão é reunir um conjunto de palestras sobre criptografia e tópicos relacionados, tais como (mas não exclusivamente):

- Computação e complexidade;
- Teoria dos números;
- Probabilidades e estatística;
- Combinatória;
- Verificação formal de demonstrações e demonstração automática.

O requisito para uma palestra adequar-se à sessão é explicitar uma relação com a criptografia, por exemplo, uma palestra sobre algoritmos para fatorizar números em teoria dos números adequar-se-ia à sessão se fosse explicitado que em criptografia há cifras cuja segurança depende do problema da fatorização ser difícil e há ataques a cifras que passam por fatorizar números. A sessão aceita todos os tipos de palestras, tais como (mas não exclusivamente):

- Palestras de investigação (sobre um resultado que foi demonstrado recentemente);
- Palestras de survey (dando uma visão geral sobre um certo tópico);
- Palestras de programa (advogando um certo programa de investigação);
- Palestras históricas (expondo a história de um resultado famoso);
- Palestras pedagógicas (ensinando um resultado interessante que não é do conhecimento geral).



### Privacidade com Mecânica Quântica e Relatividade

Paulo Mateus

#### Resumo

É do conhecimento que privacidade perfeitamente segura é impossível utilizando criptografia clássica e quântica. Recentemente surgiram algumas ideias de utilizar resultados relativistas para obter protocolos de segurança perfeitos. Nesta apresentação discutimos estas impossibilidade bem como as perspectivas que se abrem quando se utiliza relatividade para obter privacidade. Note-se que algumas destas ideias estão a ser implementadas em laboratório e podem ser estendidas à utilização massiva usando fibra ótica e relógios sincronizados.

**REFERÊNCIAS: -**



### Symbolic Probabilistic Analysis of Side-Channel Information\*

Guilherme Ramos, SQIG-Instituto Telecomunicações; Dep. Mathematics, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, Portugal

Carlos Caleiro, SQIG-Instituto Telecomunicações; Dep. Mathematics, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, Portugal

#### Abstract

We propose and explore a framework for the symbolic static analysis of side-channel attacks. Our approach is built on top of a probabilistic model for studying off-line guessing attacks to security protocols, which already took into account algebraic and probabilistic mathematical properties of cryptography. In our extension, we further consider side-channel information concerning observable physical properties of the implementations of cryptographic primitives. Overall, the framework encompasses a probabilistic symbolic attacker, more powerful than conventional Dolev-Yao attackers, and able to capture and quantify attacks that also explore side-channel weaknesses. We illustrate the power of our framework with several meaningful examples, semi-automated by our (in development) prototype analyzer.

*\* The authors acknowledge the support from PEst-OE/EEI/LA0008/2013 and UID/ EEA/50008/2013. The first author further acknowledge the support from the DP-PMI and Fundação para a Ciência e a Tecnologia (Portugal), namely through scholarship SFRH/BD/52242/2013.*

#### REFERENCES: -



### Quantum bit-string oblivious transfer protocols

André Souto

#### Abstract

In this talk we will take a tour on oblivious transfer protocols as building blocks for cryptographic applications and present a proposal of an oblivious transfer protocol using quantum phenomena. We also provide proofs of its security.

**REFERENCES: -**



## Categorificação

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 1.03

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

J. Faria Martins, UNL, [jn.martins@fct.unl.pt](mailto:jn.martins@fct.unl.pt)

Marko Stosic, IST-UL, [mstosic@isr.ist.utl.pt](mailto:mstosic@isr.ist.utl.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

O objetivo desta sessão especial é juntar investigadores a trabalhar em temas relacionados com a categorificação em diversas áreas, em particular na topologia de baixa dimensão (teoria de nós), na teoria de representações, na álgebra e na geometria.



### Categorification of Verma modules

Pedro Vaz, Université catholique de Louvain

#### Abstract

In this talk I will explain how to categorify (all) the Verma modules for quantum  $\mathfrak{sl}_2$  using a generalization of the categorification, due to Chuang-Rouquier and Frenkel-Khovanov-Stroppel, of the  $n$ -dimensional irreducible representation of quantum  $\mathfrak{sl}_2$  using cohomologies of finite-dimensional Grassmannians and partial flag varieties.

**REFERENCES: -**



### Classification problems in 2-representation theory

Volodymyr Mazorchuk, Uppsala University

#### Abstract

This talk is planned as an overview of some recent developments in 2-representation theory of finitary 2-categories related to classification of various types of 2-representations. The main emphasis will be on classification of "simple" 2-representations for various classes of 2-categories. I plan to present recent results in this direction, describe conjectures and open problems and give an idea where the difficulties to attack those are.

**REFERENCES:** -

# Combinatória



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 11h00 | Sala: 0.07

## ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Rui Duarte, CIDMA/Universidade de Aveiro, [rduarte@ua.pt](mailto:rduarte@ua.pt)

António Guedes de Oliveira, CMUP/ Universidade do Porto, [agoliv@fc.up.pt](mailto:agoliv@fc.up.pt)

Ricardo Mamede, CMUC/Universidade de Coimbra, [mamede@mat.uc.pt](mailto:mamede@mat.uc.pt)

## BREVE DESCRIÇÃO:

A Combinatória é um ramo da matemática que lida com estruturas discretas que codificam estruturas mais complexas e, em particular, com a enumeração de objectos que satisfazem certas condições. Ao longo dos últimos 60 anos cresceu bastante e tornou-se numa área em expansão, extremamente ativa e com ligações importantes a outras áreas, tais como a álgebra, a geometria, a topologia, a física, a química e as ciências da computação. A nossa intenção, neste encontro, é apresentar oradores que, trabalhando em áreas da Combinatória ou em áreas com fortes ligações a esta, têm dado um contributo inegável para que em Portugal se esteja a verificar um fenómeno semelhante.



### Matroides regulares: espaço de moduli e teorema de Torelli

Margarida Melo

#### Resumo

Os matroides são uma abstração combinatorial de espaços lineares e de arranjos de hiperplanos e, ao mesmo tempo, uma generalização da noção de grafo.

Em Geometria Algébrica são um instrumento importante no estudo de espaços de moduli, aparecendo frequentemente como fonte de importantes contra-exemplos mas também no estudo de classes geométricas e cohomológicas. Em particular, têm desempenhado uma importância fundamental no estudo de análogos tropicais de espaços de moduli de curvas e variedades abelianas.

Farei uma introdução à teoria de matroides, com particular atenção ao estudo de exemplos chave. De seguida, falarei de um trabalho em colaboração com Filippo Viviani sobre matroides regulares. O objetivo deste trabalho é o de obter espaços de classificação destes objetos (espaços de moduli), bem como caracterizações combinatoriais alternativas para os mesmos (teoremas tipo Torelli). A inspiração e motivação para o nosso trabalho vem do estudo de espaços de moduli de curvas e variedades abelianas clássicas bem como das suas compactificações e tropicalizações.

#### REFERÊNCIAS: -



### Regularidade e regularidade restrita de mapas/hipermapas

António Breda d'Azevedo

#### Resumo

A regularidade tem estado sempre presente em geometria, muitas vezes na forma de poliedros ou tesselações regulares; os nove poliedros regulares constituídos pelos cinco sólidos Platónicos (poliedros regulares convexos) e os quatro poliedros de Kleper-Poinsot, são os exemplos clássicos mais conhecidos. Estes polítopos podem ser vistos como mapas regulares, isto é, decomposições celulares regulares de superfícies fechadas. Nos últimos dois séculos houve um crescimento acentuado na investigação de mapas altamente simétricos (i.e. mapas regulares) sobretudo pelas suas conexões à teoria de grupos (ações regulares de grupos de isometrias), funções elíticas, o problema das quatro cores, superfícies de Riemann, teoria de Galois e curvas algébricas.

#### REFERÊNCIAS: -



### Os grafos de Rauzy e o semigrupo profinito livre

Jorge Almeida

#### Resumo

Os sistemas dinâmicos simbólicos têm sido estudados de muitas perspetivas, em particular na tentativa da sua classificação. São já numerosas as estruturas algébricas e combinatórias que lhes foram associadas. No caso de sistemas minimais, estabelecemos uma relação entre os grafos de Rauzy, que descrevem a leitura sucessiva de blocos dum dado comprimento, e certos grupos profinitos associados no semigrupo profinito livre. Mais precisamente, esses grupos são obtidos como limites projetivos dos grupos fundamentais profinitos dos referidos grafos. Este trabalho foi desenvolvido em colaboração com Alfredo Costa.

#### REFERÊNCIAS: -

## Matemática da Mecânica de Fluidos e Aplicações



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: Anf 0.01

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Hermenegildo Oliveira, FCT - Universidade do Algarve & CMAFCIO – Universidade de Lisboa, [holivei@ualg.pt](mailto:holivei@ualg.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Nesta sessão pretende-se abordar a análise matemática de diversos problemas reais sobre fluidos. Se possível, pretende-se que, nesta sessão, se estudem problemas em pequena escala, como seja o caso do escoamento do sangue no sistema cardiovascular humano, e também em larga escala, como é o caso dos escoamentos geofísicos, quer seja no mar ou na atmosfera. Pretende-se, ainda, analisar problemas de turbulência, bem como problemas que modelam escoamentos em meios porosos.



## Renormalized transport and diffusion of tracer and inertial particles

Marco Martins Afonso, CMUP - Universidade do Porto, [marcomartinsafonso@hotmail.it](mailto:marcomartinsafonso@hotmail.it)

Andrea Mazzinoy, DICCA - Università di Genova

Sílvia Gama, CMUP - Universidade do Porto

### Abstract

We study how an imposed flow - laminar or turbulent - modifies the transport properties of tracer and inertial particles, namely their terminal velocity, effective diffusivity, and concentration following a point-source emission. These quantities are investigated by means of numerical computations and mainly analytical tools, such as multiple-scale technique, second-quantization algorithm, Hermitianization, Furutsu-Novikov-Donsker theorem and functional analysis.

We find their behaviours as functions of the control parameters of both flow and particle, i.e. density ratio, inertia, Brownian diffusivity, gravity (or other external forces), turbulence intensity, compressibility degree, space dimension, geometry and spatio-temporal correlations. The complex interplay between these parameters leads to the following conclusion of interest in the realm of applications: any attempt to model dispersion and sedimentation processes (or, equivalently, the wind-driven surface transport of floaters) cannot avoid taking into account the full details of the flow field and of the inertial particle.

### REFERENCES: -



## Modelação do fluxo sanguíneo: desafios para uma personalização dos resultados

Jorge Tiago, CEMAT – Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, [jftiago@math.ist.utl.pt](mailto:jftiago@math.ist.utl.pt)

### Resumo

As doenças do foro cardiovascular são a principal causa de morte nos países ocidentais. Uma das principais dificuldades associadas com a intervenção médica está relacionada com as dificuldades de diagnóstico. Neste sentido, as simulações numéricas do fluxo sanguíneo, baseadas em dados específicos do paciente, podem fornecer indicadores adicionais impossíveis de obter in vivo. O principal desafio consiste em garantir que as simulações sejam fiáveis, o que implica a sua personalização. Nesta palestra apresentaremos um modelo matemático utilizado para a modelação do fluxo sanguíneo e introduziremos uma abordagem computacional para responder ao problema da fiabilidade das simulações numéricas. Trabalho conjunto com Telma Guerra (ESTBarreiro/IPS) e Adélia Sequeira (CEMAT, IST/ULisboa).

### REFERÊNCIAS: -



## Regimes de dedos de sal com dependência temporal

Joana Andrade, Imperial College London, London Mathematical Society, [mja@ic.ac.uk](mailto:mja@ic.ac.uk)

### Resumo

Quando os dedos de sal foram descobertos em 1956 eram considerados apenas uma curiosidade oceanográfica. Hoje em dia, são reconhecidos como um regime de escoamento que contribui de forma importante para os processos de mistura em áreas tão diversas como a formação estelar, oceanografia, ciências dos materiais e engenharia. É geralmente aceite que os regimes de dedos de sal correspondem a estados estacionários que são fáceis de caracterizar como processos de escoamento não-isopícnicos, recorrendo ao rácio dos fluxos convectivos dos agentes presentes no fluido. No entanto, no decurso da nossa investigação, baseada na simulação computacional de sistemas de dedos de sal periódicos, revelou-se a existência de regimes com dependência temporal com características muito interessantes. Os regimes de dedos de sal que apresentam dependência temporal evoluem naturalmente como processos de mistura eficientes, mas transitórios em regiões de interface bem delimitadas, separando camadas homogêneas de fluidos com densidades constantes.

### REFERÊNCIAS: -



## Escoamentos turbulentos do tipo k-epsilon em meios porosos

Ana Paiva, Universidade do Algarve, Faro, [ana-paiva@hotmail.com](mailto:ana-paiva@hotmail.com)

### Resumo

Nesta comunicação apresentamos uma variante do modelo turbulento k-epsilon de uma equação para analisar escoamentos turbulentos de fluidos Newtonianos homogêneos e incompressíveis através de meios porosos. O problema em análise é governado pelas equações do modelo k-epsilon em regime estacionário, mas onde a equação do momento é alterada pela presença de um termo não linear do tipo feedback que actua como uma força de resistência do meio poroso ao escoamento. Por sua vez, este termo irá dar origem a um novo termo na equação para a energia cinética turbulenta, o qual descreve a produção de turbulência devida ao termo feedback introduzido na equação do momento. Iremos, também, ver como este modelo está a ser usado, nas aplicações, para descrever escoamentos turbulentos através de meios porosos. Para o problema associado, suplementado com condições de contorno de tipo de Dirichlet, iremos provar a existência de soluções, bem como em que condições é possível estabelecer a unicidade dessas soluções. Abordaremos também questões relacionadas com a regularidade das soluções. Esta comunicação baseia-se em trabalhos conjuntos com H. B. de Oliveira (FCT – UAlgarve & CMAFCIO – ULisboa).

### REFERÊNCIAS: -



## Controlo Ótimo. Teoria e Aplicações

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: 0.02

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Gueorgui Smirnov, UM, [smirnov@math.uminho.pt](mailto:smirnov@math.uminho.pt)

Maria do Rosário Marques Fernandes Teixeira de Pinho, UP-FEUP-DEEC, [mrpinho@fe.up.pt](mailto:mrpinho@fe.up.pt)

Maria Margarida de Amorim Ferreira, UP-FEUP-DEEC, [mmf@fe.up.pt](mailto:mmf@fe.up.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O controlo ótimo tem sido de importância fundamental em engenharia de projeto desde há várias décadas. Hoje em dia é ferramenta de reconhecida eficácia em diferentes áreas tais como robótica, sistemas de energia, sistemas biológicos, sistemas económicos, etc. A necessidade de resolver problemas reais formulados como problemas de controlo ótimo tem sido uma força motriz não só para o desenvolvimento da teoria do controlo e otimização, mas também para desenvolvimento de novos métodos computacionais. A literatura é rica em técnicas de controlo ótimo concebidas para extrair informações úteis no sentido de caracterizar ou ajudar a caracterizar a solução dos problemas. Nos últimos anos têm surgido vários “solvers” que permitem o tratamento numérico de problemas de grande complexidade e/ou dimensão. Nesta sessão propomos a apresentação de trabalhos na área do Controlo Ótimo, focando tanto desenvolvimentos de índole teórico como aplicações.



## Optimal control problems of low growth

Manuel Guerra, ISEG

### Abstract

We study Lagrange variational problems with convex integrand and control-affine dynamics with non-commuting controlled vector fields. It is known that if a super-linear growth condition for the integrand is not satisfied, then classical minimizers of the problem may cease to exist and one is compelled to seek for generalized minimizers. It can be shown that such optimal control problems can be extended into the space of Fréchet generalized controls and, under mild assumptions, a generalized Fréchet minimizer is guaranteed to exist. In this work we discuss optimality conditions and structure of generalized Fréchet minimizers.

**REFERENCES: -**



## Complexity bounds for path-following method applied to a problem of calculus of variations with quadratic integrand

Miguel Oliveira, UM

### Abstract

We obtain complexity bounds for path-following method applied to a problem of calculus of variations with quadratic integrand. The approach is based on explicit estimate for Lipschitz constant of solution to the problem.

**REFERENCES:** -



## Fish locomotion driven by point vortices

Teresa Grilo, FCUP

### Resumo

Em diversas áreas da engenharia os problemas de controlo ótimo são de extrema importância para o avanço e desenvolvimento tecnológico. A área da robótica, em particular o movimento dos peixes mecânicos, foi o que nos inspirou para estudar este tipo de problemas de controlo. Assim, apresentaremos um modelo que mimica o movimento de um peixe quando este se desloca de um ponto inicial até um determinado ponto final.

Ao longo do seu movimento, o peixe estará sob a ação de dois vórtices pontuais, criados através da movimentação da sua cauda, que perderão intensidade ao longo do tempo, o que o obrigará a criar um novo vórtice em determinado instante. Aplicando o método de multiprocessos e o princípio do máximo de Pontryagin, obteremos a trajetória ótima no sentido em que corresponde à obtida minimizando o consumo energia.

**REFERÊNCIAS: -**



## On the sufficiency of Pontryagin's maximum principle

M. Margarida A. Ferreira, FEUP-SYTEC

### Abstract

Sufficient conditions of optimality for an optimal control problem are under attention. We introduce a refined maximum principle condition that for certain classes of non convex problems, involving affine control systems with a polyhedral set of controls, guarantees weak local optimality of control processes. Examples will be presented to illustrate this sufficient condition.

**REFERENCES: -**



## Física Quântica e Geometria

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: 0.07

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

José Mourão, IST-UL, [jmourao@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:jmourao@math.tecnico.ulisboa.pt)

Roger Picken, IST-UL, [rpicken@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:rpicken@math.tecnico.ulisboa.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Métodos geométricos e topológicos têm desempenhado um papel crescente no estudo de sistemas com teorias quânticas não triviais. Exemplos são as teorias quânticas de Yang-Mills, a Gravitação Quântica e teorias topológicas do campo como a teoria de Chern-Simons. Reciprocamente o estudo desses sistemas tem levado a resultados muito significativos em geometria e topologia como é o caso de resultados em geometria enumerativa previstos no âmbito da chamada simetria espelho em teorias superconformes quânticas e confirmados matematicamente mais tarde. Na presente sessão serão abordados alguns aspetos destas muito profícuas e intrigantes relações.



## Piecewise linear Quantum Gravity

Aleksandar Mikovic, Universidade Lusófona

### Abstract

We describe a path-integral quantization of General Relativity which is based on the assumption that the spacetime is a piecewise-linear manifold corresponding to a triangulation of a smooth 4-manifold. We show how to define an effective action with the correct classical limit and describe the relationship to the corresponding quantum field theory effective action.

**REFERENCES: -**



## Complexified symplectomorphisms in geometry and quantization

João Pimentel Nunes, Instituto Superior Técnico

### Abstract

We will describe how Hamiltonian flows analytically continued to complex time relate to geodesic families of Kahler metrics and to interesting families of polarizations in geometric quantization.

**REFERENCES:** -



## Random matrices in gauge theory problems

Miguel Tierz, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa

### Abstract

We give an overview of the application of random matrix theory in the computation of observables in topological and supersymmetric gauge theories.

**REFERENCES:** -



## Modelos Estatísticos e Aplicações

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: 0.05

### **ORGANIZADORES DA SESSÃO:**

Manuela Oliveira, UÉvora, [mmo@uevora.pt](mailto:mmo@uevora.pt)

José Luís da Silva, Univ. Madeira, [luis@uma.pt](mailto:luis@uma.pt)

### **BREVE DESCRIÇÃO:**

Esta proposta de sessão tem como principal objetivo agregar investigadores da área com o intuito criar novas colaborações de investigação nomeadamente entre membros do centro de investigação CIMA. O tema principal da sessão é modelos estatísticos e suas aplicações mas também está aberta a contribuições de áreas afins com potencial para colaboração.



## M-Wright distributions: Properties and characterization

José Luís da Silva, Universidade da Madeira, Portugal

### Abstract

The M-Wright is a family of distributions, introduced by F. Mainardi in order to study time-fractional diffusion equations. In this talk show some properties of this family and present a partial characterization for subset of the parameters.

**REFERENCES:** -



## Modelos em Análise de Sobrevivência

Ana M. Abreu, Universidade da Madeira, Portugal

### Resumo

O desenvolvimento da medicina e o aumento da esperança de vida têm originado novos desafios à modelação estatística. A descoberta da cura para certas doenças (como certos tipos de cancros) ou, pelo menos, o aumento do tempo de vida dos indivíduos com essas patologias são apenas alguns exemplos. Por outro lado, a eficácia dos tratamentos têm feito despertar uma realidade cada vez mais usual: a possibilidade de haver repetição da mesma doença num mesmo indivíduo, ao longo do tempo. Algumas das formas de como a estatística e, em particular, a análise de sobrevivência, procura responder a estes desafios é o que irei apresentar, abordando brevemente alguns modelos e respetivas aplicações.

### REFERÊNCIAS: -



### From Data Analysis to Geometry

Ana Rita Gaio, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto  
Joaquim Costa, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

#### Abstract

The talk will be split into two parts. First, we present new developments from the authors on data analysis. Then it is realised that multivariate statistics takes great advantage from the linear structure of the data space. But data can lie in non-linear spaces and, in that situation; several basic statistical concepts can no longer be simply defined.

For instance, in research areas such as medical imaging analysis, computer vision, meteorology, medicine or biology, there has been a growing interest in the analysis of manifold-valued data. The simple concepts of mean or principal components can no longer be defined as arithmetic averages or eigenspaces of covariance matrices. We will approach some issues of this recent rich and challenging area of research in Statistics.

**REFERENCES: -**



## Geometria Algébrica

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: 0.04

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Margarida Mendes Lopes (CAMGSD-IST), [mmlopes@math.tecnico.ulisboa.pt](mailto:mmlopes@math.tecnico.ulisboa.pt)

Peter Gothen (CMUP e FCUP), [pbgothen@fc.up.pt](mailto:pbgothen@fc.up.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O objetivo da sessão é juntar a comunidade nacional na área da geometria algébrica, com vista a explorar os desenvolvimentos mais recentes e identificar problemas para investigação futura. Os principais temas da sessão serão superfícies algébricas e fibrados vetoriais, temas importantes na investigação mundial na área, e com forte representação em Portugal. Poderão ainda ser incluídos outros temas de interesse. A sessão irá também constituir uma oportunidade de interação com investigadores de outras áreas de geometria com afinidades à geometria algébrica.



### A surface with $\chi=1$ and $K^2=8$ not covered by the bidisk

Carlos Rito, CMUP - Univ. do Porto e UTAD

#### Abstract

Surfaces of general type satisfy the Bogomolov-Miyaoka-Yau inequality  $K^2 \leq 3\chi$  where  $\chi$  is the holomorphic Euler characteristic and  $K^2$  is the self-intersection of the canonical divisor. It is known that the ones attaining the equality are universally covered by the unit ball in the complex plane and the case  $\chi=1$   $K^2=9$  has been completely classified. All known examples of surfaces of general type with  $\chi=1$  and  $K^2=8$  are covered by the bidisk  $H \times H$  where  $H$  is the complex upper half-plane. In this talk I will explain the construction of the first example of a surface with such invariants which is not covered by the bidisk. This surface has geometric genus and irregularity  $p_g=q=2$ .

This is joint work with Francesco Polizzi and Xavier Roulleau.

**REFERENCES: -**



## Stacks de Picard universais compatificados sobre curvas marcadas e aplicações

Margarida Melo, CMUC - Univ. Coimbra e Univ. Roma Tre

### Resumo

Apresentarei uma família de compatificações do stack de Picard universal sobre o espaço de moduli de curvas estáveis com pontos marcados, dependendo de uma polarização, bem como algumas das suas propriedades.

Como consequência, serão indicadas possíveis aplicações desta construção, nomeadamente em questões do tipo enumerativo.

**REFERÊNCIAS: -**



### Fixed point subvarieties, nilpotent cone and mixed Hodge polynomials of (parabolic) Higgs bundles

André Oliveira, CMUP - Univ. do Porto e UTAD

#### Abstract

In 2003 Hausel and Thaddeus conjectured a formula for the (stringy) mixed Hodge polynomial of the moduli space of  $SL(n, \mathbb{C})$ -Higgs bundles  $M(SL(n, \mathbb{C}))$  and of  $PSL(n, \mathbb{C})$ -Higgs bundles  $M(PSL(n, \mathbb{C}))$  and proved it for  $n=2,3$ .

They showed that the formula coincides for both groups (which are Langlands dual), for any  $n$ . The proof of this equality uses two apparently unrelated subvarieties of  $M(SL(n, \mathbb{C}))$ : the nilpotent cone  $N$  and the subvarieties  $N'$  of points which are fixed by an  $n$ -torsion point of the Jacobian. We aim to understand the relation between those subvarieties, by looking at the Hitchin fibration. We also apply their strategy to prove a similar statement but in the parabolic setting.

This is work in progress with Peter Gothen and Ana Peón.

**REFERENCES:** -



## Matemática Recreativa

---

Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: Anf. 1.01

### ORGANIZADOR DA SESSÃO:

Jorge Nuno Silva, FCUL, [jsilva@cal.berkeley.edu](mailto:jsilva@cal.berkeley.edu)

### BREVE DESCRIÇÃO:

O que é Matemática Recreativa (MR)? Não há resposta consensual. Alguns acham que toda a matemática é recreativa, muitos outros que a própria expressão encerra uma contradição, por a matemática estar longe das recreações... Para nós a MR engloba problemas, teoremas, conjecturas, demonstrações, etc. que dispensam grande especialização técnica para serem apreciados. Alguns temas que terão chegado aos ouvidos de muitos: o Cubo de Rubik, as Pontes de Koenigsberg, a Torre de Hanói, o Último Teorema de Fermat, os Números Perfeitos, a Sucessão de Fibonacci... Esta sessão especial pretende que a beleza da matemática seja partilhada por muitos, exibindo algumas das suas pérolas.



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: Anf. 1.01

### Antologia Grega

Catarina Valverde

Isabel Nobre

### Resumo

Uma visita à colecção de problemas de aritmética elementar e de natureza algébrica, que nos chega dos gregos antigos. Os temas são variados: distribuições de quantidades, heranças, cálculo do tempo usado em tarefas, etc. Alguns são bem conhecidos, como o célebre “Com que idade morreu Diofanto?”

**REFERÊNCIAS: -**



## Algoritmo de Euclides

Hugo Almeida

### Resumo

Depois de muito tentar e nunca perceber o conhecido exemplo das réguas, finalmente fiz as pazes com Euclides. Por isso partilho uma forma simples, intuitiva, e saborosa de compreender o funcionamento deste famoso algoritmo, que até eu compreendo!

**REFERÊNCIAS: -**



### Quadrados Mágicos

Rui Carpentier

#### Resumo

Os quadrados mágicos são um dos exemplos mais conhecidos de matemática recreativa. Para além da sua estética em si, têm a vantagem de não envolver, em primeira instância, matemática mais avançada daquela que é de conhecimento comum a toda a gente. Isso permite que possam ser usados como iniciação à resolução (não-mecanizada) de problemas de matemática em tenra idade ou como protótipo do trabalho de um matemático para uma audiência leiga. Nesta apresentação vamos ver algumas formas bastante variadas de resolução para o caso  $3 \times 3$ , assim como alguns algoritmos para obter quadrados mágicos de dimensões superiores. Serão ainda analisadas algumas generalizações que suprem pela sua beleza.

**REFERÊNCIAS: -**



### O problema do lobo, da cabra e da couve

Joaquim Nogueira

#### Resumo

Quebra-cabeças sobre pessoas que, com os seus pertences, atravessam um rio, existem desde há séculos tanto na Europa como em África. Nesta comunicação falarei sobre alguns desses problemas, começando por salientar os referidos por Alcuin de York (732-804) no texto «Propositiones ad acuendos juvenes», e dando especial relevo ao problema do lobo, da cabra e da couve: Um homem pretendia atravessar um rio com um lobo, uma cabra e uma couve. O único barco que encontrou apenas podia levar dois de cada vez, mas o homem tinha recebido instruções para transportar todos para a outra margem e em boas condições. Como é possível fazê-lo? De seguida abordarei outros, análogos, como o problema dos quatro casais, ou o dos missionários e canibais, introduzidos por Bachet de Meziriac, Lucas, Dudeney e Loyd, entre outros.

Com esta sessão pretendo referir um problema de matemática recreativa, e alguns seus desenvolvimentos, que pode ser estudado por grafos e com aplicações práticas em sala de aula.

**REFERÊNCIAS: -**



Quarta-feira, 13 de Julho de 2016 | 14h00 | Sala: Sala de Videoconferência

### ORGANIZADORES DA SESSÃO:

Maria da Graça Marques, FCT-UAlg, [gmarques@ualg.pt](mailto:gmarques@ualg.pt)

Marília Pires, FCT-UAlg, [mpires@ualg.pt](mailto:mpires@ualg.pt)

### BREVE DESCRIÇÃO:

Esta sessão tem como primeiro objetivo dar a conhecer um pouco do muito que já se vai fazendo em Portugal no âmbito das interações entre a matemática e os diferentes tipos de expressão artística. No contexto da SPM este tema tem surgido em várias vertentes sobretudo em Tardes da Matemática (também no último Mat-Oeste), mas nunca foi objeto de uma sessão em Encontros Nacionais. Um segundo objetivo é fornecer aos docentes do ensino básico e do ensino secundário ferramentas que lhes permitam melhorar competência pedagógicas, nomeadamente na captação, de forma lúdica, da atenção dos estudantes para temas mais abstratos. Por fim, last but not least, uma sessão deste tipo pode ser muito divertida e para matemáticos de quaisquer especialidades, que podem eventualmente aí colher pistas para novos caminhos na sua investigação.



### A Matemática na Formação de Arquitectos e Urbanistas

Susana Rosado, Depart. de Tecnologias da Arquitectura, Urbanismo e Design, Fac. de Arquitectura da Univ. de Lisboa

Jorge Tavares Ribeiro, Depart. de Tecnologias da Arquitectura, Urbanismo e Design, Fac. de Arquitectura da Univ. de Lisboa

#### Resumo

A matemática é uma ferramenta fundamental na medida em que ajuda a moldar o nosso raciocínio no sentido metódico e sistemático permitindo uma capacidade intuitiva e geométrica de análise de novas situações com recurso ao cálculo rigoroso e de pormenor cujas valências são fundamentais, por exemplo, em profissões como a de arquitecto ou de urbanista.

Esta comunicação evidencia a experiência adquirida nos últimos anos pelos docentes de matemática nos cursos de arquitectura e urbanismo da Faculdade de Arquitectura da Universidade de Lisboa. Procura-se salientar a importância da matemática na formação de futuros arquitectos e urbanistas. Discutem-se os assuntos da matemática que devem ser abordados e a forma prática de os tratar para obter maior adesão dos futuros profissionais às temáticas leccionadas, não negligenciando os obstáculos e as dificuldades a ultrapassar para atingir esse objectivo.

#### REFERÊNCIAS: -



### Os “Esquissos Pedagógicos” de Paul Klee

Eliana Manuel Pinho, CEAU - Centro de Estudos de Arquitectura e Urbanismo da Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto

#### Resumo

Paul Klee (1879-1940) é um dos pintores mais importantes do séc. XX, estando ligado a movimentos da arte abstracta. Desde a juventude que Klee reflecte sobre a arte e a prática artística, tendo escrito regularmente um diário e publicado diversos artigos. No entanto é com a sua entrada para a Bauhaus em 1921, como professor, que Klee sente necessidade de clarificar e sistematizar as ideias sobre os processos envolvidos na sua própria criação artística.

Parte das notas que vai tomando para as suas aulas, são publicadas em livro, em 1925, com o título “Esquissos Pedagógicos”. Esta é uma obra muito interessante, onde Klee apresenta um sistema de criação artística a partir de um conjunto de elementos que inclui objectos geométricos, linguagens de representação ou princípios físicos. O sistema desenvolve-se de forma rigorosa, não segundo o formalismo matemático mas sim de acordo com um esclarecimento minucioso da intuição que leva a relacionar os elementos entre si e a revelar a dinâmica das sugestões criativas. A construção deste sistema é um belo exemplo da apropriação de objectos matemáticos pelo mundo da arte, e da sua manipulação de uma forma exacta, precisa... e totalmente alheia à matemática! A teoria de Klee encontra na Bauhaus um ambiente fértil pois, durante a sua curta vida (1919-1933), esta escola artística dialoga com o desenvolvimento tecnológico e a produção industrial, explorando abordagens racionalistas e ferramentas abstractas da geometria.

Nesta comunicação vamos apresentar o livro “Esquissos Pedagógicos” de Paul Klee, bem como o contexto da sua obra e da Bauhaus.

#### REFERÊNCIAS: -



### Padrões Africanos na Aula de Matemática

Luís Bernardino, Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres, Quarteira  
António Guerreiro, Escola Superior de Educação e Comunicação, Universidade do Algarve

#### Resumo

O professor, ao considerar as diferentes culturas, do ponto de vista da matemática, está igualmente a valorizar a diversidade cultural da sala de aula. Ao valorizar os conhecimentos matemáticos de diferentes povos, o docente atribui um momento aos saberes culturais dos alunos, tornando-os participantes ativos na construção do saber matemático. Nesta comunicação vamos apresentar alguns padrões matemáticos provenientes de África, nomeadamente a partir dos trabalhos de Paulus Gerdes, e discutir tarefas para as salas de aula do ensino básico e secundário, que permitem, nomeadamente trabalhar regularidades, sequências e sucessões, bem como isometrias e ilustrar alguns processos de contagens.

#### REFERÊNCIAS: -





## Autor

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| Abreu, Ana M.....              | 229 |
| Abrunheiro, Lúcia .....        | 151 |
| Afonso, A. M. ....             | 157 |
| Afonso, Marco Martins .....    | 214 |
| Afonso, Maria João.....        | 191 |
| Alarcón-Heredi, Benjamin ..... | 101 |
| Almeida, Francisco .....       | 19  |
| Almeida, Hugo .....            | 237 |
| Almeida, Jorge.....            | 212 |
| Almeida, Juliana .....         | 25  |
| Almeida, R.M.P.....            | 159 |
| Alves, M. A. ....              | 157 |
| Andrade, Joana .....           | 216 |
| André, Carlos.....             | 183 |
| Aniceto, Inês .....            | 50  |
| Anjo, Álvaro .....             | 43  |
| Antontsev, S.N.....            | 159 |
| Antunes, Luís.....             | 128 |
| Araújo, Adérito.....           | 64  |
| Araújo, António .....          | 131 |
| Azenhas, Olga.....             | 184 |
| <br>                           |     |
| Bandeira, Afonso .....         | 7   |
| Bandeira, Afonso S.....        | 104 |
| Barbeiro, Sílvia.....          | 64  |
| Bastos, Nuno.....              | 16  |
| Bebiano, Natália.....          | 171 |
| Bedjaoui, Nabil .....          | 119 |
| Bellaouar, Djamel.....         | 175 |
| Bernardes, João .....          | 128 |
| Bernardino, Luís.....          | 243 |
| Bigotte, E. ....               | 188 |
| Bonelli, Giulio.....           | 53  |
| Bracic, Janko.....             | 170 |
| Branco, J.....                 | 188 |
| Brandão, Teresa R. S.....      | 199 |
| Brites, Nuno M.....            | 114 |
| Buckwar, Evelyn.....           | 44  |

|                                 |          |
|---------------------------------|----------|
| Bushenkov, Vladimir .....       | 141      |
| Cain, Alan .....                | 37       |
| Caleiro, Carlos.....            | 204      |
| Câmara, Cristina .....          | 59       |
| Camarinha, Margarida.....       | 151      |
| Carapau, Fernando .....         | 143      |
| Cardoso, Domingos Moreira ..... | 185      |
| Cardoso, Gabriel Lopes.....     | 54       |
| Caridade, C. ....               | 187      |
| Carpentier, Rui .....           | 102, 238 |
| Carvalho, Alda.....             | 75       |
| Carvalho, Ana R. M.....         | 85       |
| Casal, Filipe.....              | 97       |
| Caseiro, Raquel.....            | 150      |
| Castro, Sofia .....             | 153      |
| Catarino, Paula .....           | 146      |
| Chalub, Fábio.....              | 83       |
| Chehab, Jean-Paul .....         | 118      |
| Cipriano, Fernanda.....         | 158      |
| Cirafici, Michele.....          | 108      |
| Coelho, C.....                  | 190      |
| Conceição, R.....               | 48       |
| Correia, Anacleto.....          | 142      |
| Correia, Nuno .....             | 123      |
| Correia, Paulo .....            | 143      |
| Costa, C.....                   | 166      |
| Costa, Joaquim.....             | 230      |
| Couso-Santamaria, Ricardo.....  | 51       |
| Cruz, F. A.....                 | 157      |
| Cruz, João Pedro .....          | 94       |
| Cuesta, Eduardo.....            | 64       |
| Daemen, Joan .....              | 96       |
| D'Azevedo, António Breda.....   | 211      |
| Dias, João Lopes .....          | 91       |
| Dias, M. Esmeralda Sousa.....   | 11       |
| Dias, Nuno C.....               | 79       |
| Dinis, Bruno .....              | 33       |
| Doutor, Paulo .....             | 83       |
| Duckworth, Kate.....            | 20       |
| Duque, José.....                | 159      |

|                                |        |
|--------------------------------|--------|
| Durán, Ángel.....              | 64     |
| Faria, Paula Pascoal .....     | 201    |
| Ferreira, Ana Cristina.....    | 57     |
| Ferreira, M. Margarida A. .... | 222    |
| Ferreira, Maria João.....      | 56     |
| Ferreira, Miguel .....         | 137    |
| Figueiral, Lurdes.....         | 130    |
| Figueiredo, Isabel N.....      | 66     |
| Figueiredo, Mário.....         | 63     |
| Figueiredo, Pedro N.....       | 66     |
| Florentino, Carlos .....       | 179    |
| Fonseca-Pinto, Rui.....        | 134    |
| Freitas, Jorge .....           | 17     |
| Freitas, Pedro.....            | 88     |
| Furtado, Andreia .....         | 68     |
| Gadbled, Agnès.....            | 13     |
| Gaio, Ana Rita.....            | 230    |
| Gaivão, José Pedro .....       | 15, 92 |
| Gala, Pedro .....              | 137    |
| Gama, Sílvio.....              | 214    |
| Gambaruto, Alberto M.....      | 106    |
| Gil, Maria M.....              | 199    |
| Godinho, Isabel.....           | 68     |
| Godinho, Leonor.....           | 4      |
| Goldstein, Kevin.....          | 111    |
| Gomes, Ricardo .....           | 136    |
| Gonzalez, Mariela.....         | 134    |
| Grilo, Luís M.....             | 41     |
| Grilo, Teresa .....            | 221    |
| Grinfeld, Michael .....        | 117    |
| Guedda, Mohammed.....          | 120    |
| Guerra, Manuel.....            | 219    |
| Guerreiro, António .....       | 243    |
| Hall, Andreia.....             | 30     |
| Hirth, Tiago .....             | 76     |
| Hofmann, Dirk.....             | 100    |
| Inverso, Gianluca.....         | 110    |

|                               |          |
|-------------------------------|----------|
| Jorge, Ana.....               | 141      |
| Justino, Júlia.....           | 176      |
| Kahle, R. ....                | 164      |
| Kersner, R. ....              | 120      |
| Klincsik, M. ....             | 120      |
| Lázaro, António.....          | 98       |
| Leal, Carlos.....             | 66       |
| Lemos, Rute.....              | 65       |
| Lima, Pedro M.....            | 44       |
| Logak, E.....                 | 120      |
| Loja, Amélia.....             | 65       |
| Lopes, A.....                 | 189      |
| Lopes, Sofia.....             | 24       |
| Magrinho, Alexandre.....      | 141      |
| Maia, Bruno.....              | 194      |
| Malheiro, António.....        | 38       |
| Manojlović, Nenad.....        | 80, 149  |
| Marques, Maria da Graça.....  | 29       |
| Marreiros, R.....             | 190      |
| Marreiros, Rui.....           | 60       |
| Martins, Maria do Carmo.....  | 31       |
| Martins, Rogério.....         | 6        |
| Martins, S. ....              | 163      |
| Martins-Ferreira, Nelson..... | 135      |
| Mateus, Paulo.....            | 203      |
| Matthews, J. C.....           | 48       |
| Mazorchuk, Volodymyr.....     | 208      |
| Mazzinoy, Andrea.....         | 214      |
| Melo, Helena Sousa.....       | 31       |
| Melo, Margarida.....          | 210, 233 |
| Mendes, Sérgio.....           | 172      |
| Mera, Bruno.....              | 81       |
| Mikovic, Aleksandar.....      | 224      |
| Miller, Fátima A.....         | 199      |
| Monteiro, Maria Helena.....   | 191      |
| Moreira, A.....               | 162      |
| Moreira, Célia.....           | 155      |
| Moreira, Fernando.....        | 35       |
| Moreira, Miguel.....          | 70, 165  |

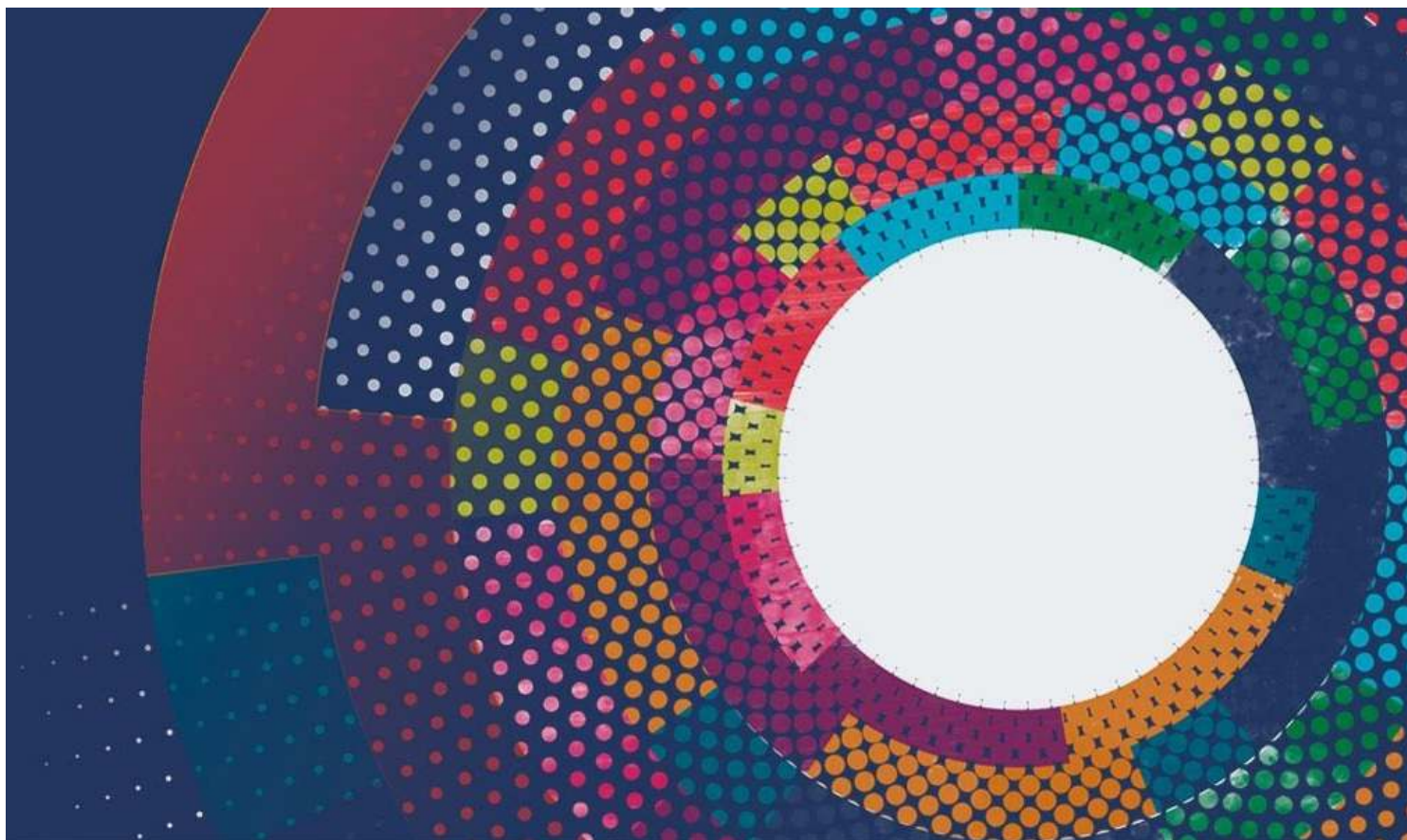
|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Nagy, Silvia .....         | 52      |
| Nampuri, Suresh.....       | 109     |
| Nata, Ana .....            | 171     |
| Neves, Jorge .....         | 181     |
| Nobre, Isabel .....        | 236     |
| Nogueira, C.....           | 166     |
| Nogueira, Joaquim .....    | 239     |
| Nunes, Cláudia.....        | 19, 21  |
| Nunes, João Pimentel ..... | 225     |
| Oliveira, André .....      | 234     |
| Oliveira, Carlos .....     | 19, 20  |
| Oliveira, Eunice .....     | 200     |
| Oliveira, M. S. N. ....    | 157     |
| Oliveira, Manuela .....    | 141     |
| Oliveira, Miguel .....     | 220     |
| Oliveira, P. J. ....       | 157     |
| Paiva, Ana .....           | 217     |
| Paiva, Luís Tiago.....     | 26      |
| Palmeirim, Simão .....     | 89      |
| Passoni, Isabel .....      | 134     |
| Patil, Vinod Kumar .....   | 115     |
| Peixe, Telmo .....         | 193     |
| Pellegrino, Olivier .....  | 68      |
| Pereira, S. N.....         | 48      |
| Pimentel, Rita.....        | 21      |
| Pinho, Eliana Manuel.....  | 242     |
| Pinho, F. T. ....          | 157     |
| Pinho, Fernando .....      | 157     |
| Pinto, Carla M. A. ....    | 85, 127 |
| Pinto, Luís .....          | 66      |
| Pires, Carlos .....        | 42      |
| Pires, Marília .....       | 29, 191 |
| Plakhov, Alexander .....   | 93, 94  |
| Polidoro, M.....           | 189     |
| Poole, R. J.....           | 157     |
| Providência, Paulo .....   | 137     |
| Quintino, Áurea.....       | 124     |
| Ramos, Guilherme .....     | 204     |

|                                        |             |
|----------------------------------------|-------------|
| Rego, Natália.....                     | 39          |
| Ribeiro, J. ....                       | 166         |
| Ribeiro, Jorge Tavares .....           | 241         |
| Ribeiro, Luís Filipe.....              | 68          |
| Ribeiro, Mário Dinis.....              | 128         |
| Rito, Carlos .....                     | 232         |
| Rocha, Diana.....                      | 126         |
| Rodrigues, Fátima.....                 | 74          |
| Rodrigues, João .....                  | 65          |
| Rodrigues, José A.....                 | 65          |
| Rodrigues, Paula.....                  | 83          |
| Rodríguez, Juan Carlos Sánchez.....    | 61          |
| Rosado, Susana.....                    | 241         |
| Rucco, Alessandro.....                 | 27          |
| Santos, Carlos.....                    | 132         |
| Santos, Cristina Costa.....            | 128         |
| Santos, Dalmi.....                     | 196         |
| Santos, João.....                      | 145         |
| Santos, Miguel Barreto .....           | 198         |
| Santos, Paulo Guilherme dos.....       | 147         |
| Santos, Rômulo dos.....                | 71, 72, 160 |
| Semião, Paulo Alexandre Valentim ..... | 61          |
| Sequeira, N. ....                      | 162         |
| Shallcross, D. E. ....                 | 48          |
| Silva, Cristiana.....                  | 84          |
| Silva, Cristina L. M. ....             | 199         |
| Silva, Hugo G.....                     | 48          |
| Silva, Jorge Nuno .....                | 77          |
| Silva, José Luís da .....              | 47, 228     |
| Silva, Pedro .....                     | 8           |
| Silveira, E. ....                      | 188         |
| Simão, Carla .....                     | 113         |
| Soares, F. ....                        | 189         |
| Soares, Helena .....                   | 180         |
| Soares, Maria de Céu .....             | 83          |
| Sodré, António.....                    | 195         |
| Sousa, Ercília .....                   | 105         |
| Sousa, P. C. ....                      | 157         |
| Sousa, Rubén.....                      | 22          |
| Souto, André .....                     | 205         |

|                            |               |
|----------------------------|---------------|
| Tchemisova, Tatiana.....   | 93            |
| Teixeira, Andreia.....     | 128           |
| Teodoro, M. Filomena ..... | 113, 140, 142 |
| Tiago, Jorge .....         | 46, 215       |
| Tierz, Miguel.....         | 226           |
| Torres, Maria Joana.....   | 154           |
| Tsai, Richard.....         | 66            |
| Vale, Ana Pereira do ..... | 87            |
| Valverde, Catarina .....   | 236           |
| Van den Berg, Imme.....    | 34            |
| Van, Nam Tran.....         | 174           |
| Vaz, Pedro.....            | 207           |
| Vieira, I. ....            | 189           |
| Vinagre, Sandra.....       | 31            |
| Viviani, Filippo .....     | 178           |
| Wright, M. D. ....         | 48            |
| Wu, Hung-Hsi.....          | 5             |
| Yudin, Ivan .....          | 12            |
| Zervos, Mihail .....       | 20            |







Organização:



Apoio:

