José Duarte

Conexões matemáticas e tecnologias

Introdução

Os três artigos que se seguem, que são apresentados mais pormenorizadamente no início de cada um deles, ilustram um conjunto de ideias que passo a resumir:

- As tecnologias podem servir diferentes objectivos de aprendizagem, em qualquer ano de escolaridade, quando devidamente integradas curricularmente;
- As tecnologias podem <entrar> na sala de aula com objectivos específicos de modelação ou de análise de variação, com alunos mais velhos, ou serem ferramentas ao serviço da organização, tratamento e divulgação de informação, valorizando uma história que envolve alunos dos primeiros anos de escolaridade;
- Nas descrições das experiências estão presentes o entusiasmo dos alunos pela descoberta e novas ideias que emergem das diferentes representações proporcionadas pela tecnologia, que surpreendem o professor;
- O papel do professor é decisivo para desenvolver processos de comunicação e de interacção estimulantes na sala de aula que desenvolvam o raciocínio, alimentar os desafios em cada momento para não os <deixar morrer> e estabelecer <pontes> entre a tecnologia e o currículo.

A Elisabete Mariano, o João Grácio e a Sandra Nobre, em conjunto com os seus alunos, fornecem evidência sobre estes e outros aspectos, que pretendemos que constitua material de reflexão, quer para o leitor, quer para eles próprios, enquanto autores de uma narrativa vivida, que representa mais um elemento de desenvolvimento pessoal e profissional.

José Duarte

As representações da tecnologia na modelação e na análise da variação

Apresentação

Este artigo, da responsabilidade da Elisabete Mariano, professora do 3º ciclo da EB 2,3 de Aranguez, em Setúbal, incide sobre uma experiência realizada numa sala de aula do 7º ano de escolaridade, em 2009–2010, num trabalho sobre variáveis, funções e equações. Os alunos são envolvidos numa situação de modelação matemática em torno de um tarefa aberta para a qual se mobilizam várias representações da folha de cálculo e a tradução de umas nas outras, permitindo estabelecer conexões entre diferentes domínios da Matemática, como as equações e as funções.

Descrição da experiência

A experiência de resolução do problema que será descrita neste artigo, ocorreu em turmas de 7.º ano integradas no Plano da Matemática II. O ponto de partida foi a exploração de diferentes relações numéricas recorrendo a *applets* e à folha de cálculo (FC).

Com as tarefas que começaram por ser propostas, o recurso à FC foi uma constante: primeiro, a escrita da sequência de números naturais (*Em A1 escrevia-se 1 e os alunos rapidamente diziam que em A2 se devia escrever «=A1+1», mesmo aqueles que revelavam mais dificuldades*); segundo, a escrita de outras sequências que dependiam da primeira; terceiro, a representação gráfica dessas sequências. Neste momento, os alunos estavam perante três representações distintas de uma sequência sem que fosse essencial dominar bem a FC. Tantas ideias matemáticas que aqui estavam relacionadas: noção de variável e o seu tipo (independente e dependente), escrita de expressões algébricas e identificação de expressões equivalentes, representações em tabela e gráfica, noção de referencial cartesiano, representação de pontos no plano, indicação das suas coordenadas, interpretação gráfica e a relação entre as diferentes representações … e mais tarde, dando continuidade a este trabalho, o estudo das situações de proporcionalidade directa, a comparação de diferentes funções e até a resolução de equações.

Foi preparada uma ficha de trabalho com o enunciado de um problema e questões orientadas para a sua resolução: «O Miguel tem 8 € na sua mão e o resto do seu dinheiro na carteira. O Rodrigo tem exactamente 3 vezes mais dinheiro do que o Miguel tem na sua carteira. O que se pode dizer da quantidade de dinheiro que o Miguel e o Rodrigo têm?»

Num primeiro momento, constatou-se que a generalidade dos alunos é capaz de interpretar o que se sabe e o que não se sabe, utilizando a linguagem natural e fazendo representações icónicas da situação (Figura 1).

Foi efectuado o registo no quadro. Quase em uníssono, os alunos representaram a quantia existente na carteira do Miguel por uma letra, que diziam ser a variável (alguns ainda se confundem e referem *incógnita*) e ditaram a expressão algébrica que representava a quantia total do Rodrigo. *Mas afinal sabem quanto dinheiro tem o Miguel?* — questionei. Ao que responderam atribuindo diferentes valores (não nulos) à variável já definida com o registo no quadro (Figura 2).

A partir daqui, definiu-se que na nossa tabela, iríamos trabalhar com a sequência de valores iniciados em zero. Identificaram-se as variáveis independente e dependentes no contexto do problema e a sua representação em cada um dos eixos cartesianos. Em seguida, a turma prosseguiu com o trabalho autónomo, auxiliado pela professora apenas quando solicitado.

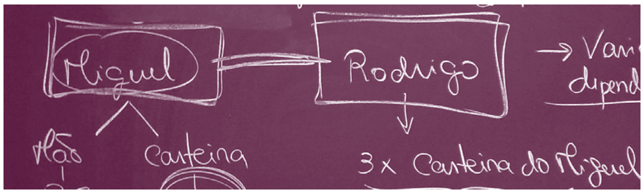

Figura 1

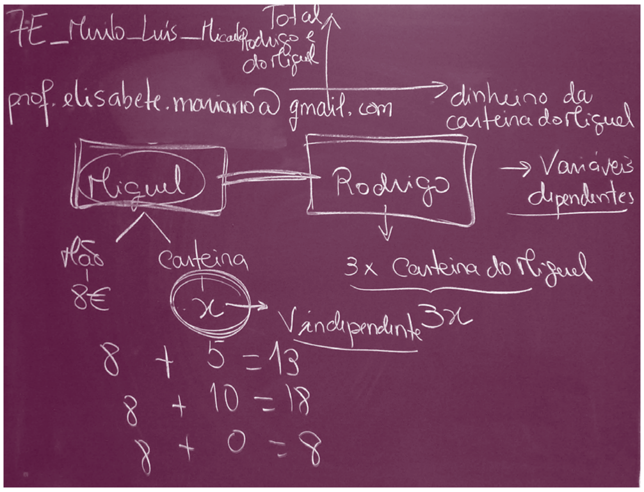

Figura 2

Verificou-se que, mediante um problema aberto, considerando a diversidade de respostas e no sentido de ser possível uma visão abrangente da situação em estudo, houve necessidade de organizar os dados utilizando a FC (Figura 3). Sem este recurso, seria bem mais difícil ajudar os alunos a aperceberem-se dos diferentes cenários da situação, uma vez que esta ferramenta permite, por alteração dos valores numa célula, observar as implicações noutras células na tabela e nos gráficos (Figura 4). Deste modo, acrescenta-se outra mais-valia: estudar o comportamento das funções associadas à tabela e, a partir daqui, conjecturar sobre a importância e influência na representação gráfica dos parâmetros envolvidos (no caso das funções afins, o declive e a ordenada na origem).

Após esta experiência, tornou-se muito claro para os alunos darem resposta às diferentes questões colocadas, o que se pode constatar através de alguns exemplos de diálogos:

Professora (P): Com base na observação do gráfico e da tabela, quem gostarias de ser? O Miguel ou o Rodrigo? Explica a razão da tua opção.

Aluno 1 (A1): O Rodrigo, porque quando o Miguel tem 4 euros na carteira o Rodrigo, a partir daí, fica sempre com mais dinheiro que o Miguel.

A2: Queria ser o Rodrigo porque ele no total fica sempre com mais dinheiro que o Miguel, excepto quando tem 4 euros ou menos.

A3: O Rodrigo, porque ele consegue atingir uma quantia mais elevada de dinheiro, enquanto o Miguel só consegue ter 1 euro de cada vez, o Rodrigo consegue 3 euros de cada vez, ou seja o triplo, logo tem uma quantia maior, e mais depressa.

A4: O Rodrigo talvez seja a melhor escolha visto que, se o Miguel tiver 10 € na carteira; o Rodrigo tem 30 €, mas o Miguel também não seria má escolha, porque até certa altura tem mais dinheiro que o Rodrigo.

Carteira	Mão	Miguel	Rodrigo
0	8	8	0
1	8	9	3
2	8	10	6
3	8	11	9
4	8	12	12
5	8	13	15
6	8	14	18
7	8	15	21
8	8	16	24
9	8	17	27
10	8	18	30

Figura 3

Figura 4

$4 + 8 = 12 \longrightarrow 4 \times 3 = 12$

8	8	11	9
4	8	12	12
5	8	13	15

Figura 5

Foi lançada outra questão: *Por observação da tabela e do gráfico, quando é que os dois amigos têm a mesma quantia?*

A1: Por observação da tabela e do gráfico, os dois amigos têm a mesma quantia, quando o Miguel tem quatro euros na carteira e o Rodrigo tem o triplo, pois a soma dos quatro euros da carteira do Miguel com o dinheiro que ele tem na mão, que são oito euros, é igual ao dinheiro do Rodrigo, pois, o triplo de quatro é doze, assim como a soma de quatro com oito é doze:

A2: Quando o Miguel tem 4 euros na carteira, porque observando o gráfico é quando as duas linhas se cruzam, ou seja, quando o dinheiro dos dois rapazes se encontram, têm a mesma quantidade.

P: Traduz esta situação por uma equação. Resolve-a e verifica a solução, comparando-a com os valores da tabela e com os do gráfico.

Os alunos escrevem a equação $x + 8 = 3x$, concluindo que a solução da equação corresponde à solução já encontrada por observação da tabela e do gráfico.

Muitas outras características das funções podiam ser estudadas com este problema: o crescimento das funções, a inclinação das rectas associado ao declive, a ordenada na origem e a sua representação gráfica ou a função de proporcionalidade directa.

Sendo esta tarefa aberta, ela permite a exploração de diferentes caminhos e o estabelecimento de várias conexões, que dependem das questões que o professor coloca, o que é ainda potenciado pela utilização da FC na modelação da situação e através do uso e articulação entre as diferentes representações.

Elisabete Mariano
EB 2,3 de Aranguez

Aprender por projectos: a tecnologia ao serviço da comunicação e das conexões

Apresentação

João Grácio, professor do 1º ciclo (3.º e 4.º anos de escolaridade) na EB1/JI do Afonsoeiro, no Montijo, descreve no artigo seguinte um projecto que se iniciou na construção de uma história colectiva partilhada e que evoluiu para a construção de um instrumento de recolha de dados de avaliação do trabalho, seguida de organização, análise e interpretação dos resultados obtidos, utilizando diversas tecnologias (processador de texto, programa de produção de filmes, questionários *on-line* e folha de cálculo).

Os alunos, após a construção de uma história colectiva, são envolvidos pelo professor num processo de comunicação e negociação como vista a definir a melhor forma de a partilhar, divulgar e avaliar. A tecnologia, numa primeira fase, serve os processos de escrita e de comunicação e, numa segunda fase, apoia a construção partilhada de um questionário (*on-line*) e de recolha, organização e tratamento de dados, tendo como suporte a folha de cálculo e as suas diferentes representações numéricas e gráficas.

Na discussão que o professor conduz estão presentes importantes aspectos que passam pela identificação das variáveis em jogo, a contagem que conduz à construção de tabelas de frequências nas diferentes categorias identificadas, a escolha dos gráficos apropriados, a discussão das escalas dos eixos e o sentido crítico na discussão do processo e na interpretação dos resultados.

Descrição da experiência

Quando no início do ano lancei a ideia da construção de um livro realizado pela turma, nem sabia no que me estava a meter. O que é certo é que o livro cresceu, capítulo a capítulo, com a contribuição de todos os alunos e só parou quando chegámos ao 19.º.

E que tal editarmos o livro? Era giro, podíamos mandar para uma editora? Claro que eu sabia que era demasiado. Mas o livro ficaria dentro das quatro paredes da sala? Não, era necessário divulgá-lo.

Em meados de Maio, surgiu a possibilidade de realizarmos a hora do conto com a Turma 5A1, no âmbito da semana da cultura, promovida pela escola. Foi a oportunidade perfeita para colocar em marcha um plano. *Será que vamos só apresentar a história ou podemos fazer algo mais com ela?* Disse eu um dia. *Mas o que podemos fazer? Apresentamos um filme. Eles vão gostar de certeza* — disseram alguns alunos. *Será que gostam mesmo? Se calhar era importante saber até que ponto eles gostam da história, se está bem escrita, se não há alterações a fazer – disse eu. E como é que podemos fazer isso?* — perguntaram alguns. *Em primeiro lugar, poderíamos construir uns formulários usando o Google Docs*[1]*. Cada grupo apresentava uma série de questões para colocar à turma 5A1 e depois em conjunto, faríamos um único* — expliquei eu, não sabendo ainda muito bem como poderia isso ser feito. *Sim mas e depois, como vamos saber as respostas que os colegas vão dar?* Depois de pensar, introduzi a actividade: *Isso é simples, depois trabalhamos esses dados e construímos gráficos com o Excel. Vocês sabem ler os gráficos mas está na altura de vermos como eles se constroem. Ficaremos a saber a quantidade de respostas dadas, quantos grupos responderam acertadamente* *a cada pergunta e podemos fazer uma análise das respostas dadas para ver o que acham da nossa história.*

Depois de apresentarmos a história aos colegas, estava na hora da verdade. Será que tinham gostado? Que críticas nos iriam fazer?

Começou então o trabalho dos vários grupos. *Como vamos agora saber as respostas de cada grupo? Como as agrupamos? Temos de contar as respostas?*

A primeira parte do trabalho é verem as respostas que cada grupo deu, sabendo que responderam ao nosso questionário 11 grupos. Terão de analisar pergunta a pergunta, resposta a resposta, saber quantas pessoas deram cada resposta e irem contabilizando no documento que vos dei. Este documento servia para organizar as categorias de dados a incluir no gráfico e para efectuar as contagens em cada uma delas. As categorias iriam ser colocadas no eixo do *xx'* e as quantidades, no eixo vertical, representadas por barras. No caso da opção por gráficos circulares, cada categoria iria representar uma das fatias.

Só depois de terem todo esse tratamento realizado é que poderão começar a construir os gráficos. Os gráficos precisam de dados e sem esses dados, não poderemos construí-los.

Depois de organizados os dados, avançaram para a construção de gráficos. No Excel, construíram, com os dados obtidos, gráficos relativamente a cada questão, explorando assim os vários tipos que o programa possibilita e visualizando os vários tipos de representação dos dados que obtiveram. Chegaram então as dúvidas:

A: Professor, temos aqui vários grupos que não respondem. Então, temos de criar mais uma categoria «Não responde» não é?

P: Então, se vocês têm a necessidade de criar uma categoria «Não responde», o que é que isso nos diz? Será que foi por falta de tempo ou porque não entenderam alguns detalhes da história e isso está relacionado com a qualidade do trabalho feito pela turma? Temos de reflectir sobre isso. Isso são indicadores que nos poderão ser úteis para compreender se aquilo que apresentámos estava correcto ou não.

A: Professor, nós também temos alguns grupos que não responderam...

A: Professor, nós temos aqui 11 respostas e quando fazemos os gráficos, o eixo do *yy* (valores) tem mais do que era necessário. Como fazemos?

P: Em relação a essa pergunta, nós só temos necessidade de colocar os valores que realmente nos interessam. Se o número máximo de respostas que temos são 5, não faz sentido ter um eixo dos *yy'* com 20, porque pode dificultar a leitura.

A: Outra coisa, professor. Porque é que naquela linha está 0, 0,5, 1, 1,5...?

P: Porque o próprio gráfico escolhe logo aqueles valores que coloca naquele eixo, mas depois dá para alterar. Podíamos ter só 1, 2, 3, 4. Nós temos que adaptar aquela linha aos valores que nós temos. O *Excel* constrói a escala do eixo de acordo com os dados que lá colocamos. Neste caso o valor máximo é 5 e ele depois divide o espaço e neste caso deu de meio em meio. Os próprios valores que tu queres representar podem não ser inteiros, podes querer representar 4,5 e nesse caso é bom ter uma escala deste tipo. Mas no nosso caso, como são contagens de números inteiros, não é necessária uma escala destas.

A: Professor, criámos um gráfico em 3D, mas nós temos um valor de 8 e quando fazemos o gráfico, aparece representado 7. O que fazemos? Tem a ver com a forma como nós estamos a fazer a representação?

Figura 1

Figura 2

P: Estiveram a experimentar os diferentes tipos de gráficos? Deixem-me ver para vos responder a essa pergunta… É verdade, a leitura pode ser enganadora. Se calhar, esse tipo de gráfico não é o mais adequado para aquilo que estamos a tentar desenvolver.

Havia algumas perguntas onde as categorias estavam já definidas «Como se chama a história», outras onde se poderia responder a mais do que uma opção, fazendo com que houvesse mais do que 11 respostas e outras perguntas de resposta aberta «Qual é o teu animal favorito?», onde as categorias foram decididas a partir das respostas. Isso levou a alguns comentários por parte dos alunos que não compreendiam qual o motivo porque alguns grupos tinham mais de 11 respostas.

P: É normal isso acontecer. Não se esqueçam que estamos a tratar respostas diferentes. Todos estamos a tentar encontrar os dados mas eles são encontrados de modos diferentes, dependendo da pergunta que estamos a trabalhar.

A: Professor, há grupos que estão a apresentar os trabalhos mas estão a colocar 100% nos gráficos. Se já reparámos que há mais de 11 respostas, como é que sabemos quantas respostas são o 100%? Não seria melhor colocar os valores?

P: Se é 100% significa que todos os grupos deram a resposta, mas olhando só para aí também não sei quantos grupos deram a resposta. Nós sabemos que foram 11 porque nós fizemos o trabalho, mas quem for ler os gráficos não sabe quantas respostas há. No documento para apresentação dos resultados devemos começar por fazer uma introdução, onde podemos dizer o número de grupos que responderam.

Fez-se então nova apresentação dos mesmos e desta vez, quase todos os grupos fizeram a interpretação dos dados obtidos.

Em resumo, ao mesmo tempo que analisaram a sua apresentação de língua portuguesa, aprenderam a construir e compreender os gráficos como sistematização dos resultados de pesquisas. Este trabalho surgiu da necessidade de perceber o que os colegas pensavam da história que eles tinham construído e conduziu-os à necessidade de interpretação dos dados dos questionários e à construção e interpretação dos respectivos gráficos. Por outro lado, visualizaram o comportamento das grandezas envolvidas de uma maneira fácil e rápida, utilizando um sistema de eixos cartesianos, com dois eixos perpendiculares entre si, com um ponto de intersecção (origem). Finalmente, trataram as escalas nos eixos que, sem esta actividade, nunca teriam sido focadas e as variações de categorias, uma vez que existiam perguntas de vários tipos. E tudo isto a partir de uma história construída, adaptada e apresentada pelos alunos da turma 6A1, da EB1/JI do Afonsoeiro, do 3.º e 4.º anos de escolaridade.

Nota

[1] Uma ferramenta que permite criar e partilhar ficheiros, nomeadamente formulários *on-line* (ver Revista EM anterior).

João Grácio
EB1/JI do Afonseiro, Montijo

Para além dos números: tecnologia, relações e modelação

Apresentação

O último artigo que apresento é da responsabilidade da Sandra Nobre, professora do 3º ciclo da EB 2,3 Paula Nogueira, de Olhão e descreve uma experiência de modelação de uma situação da realidade, na sequência de uma tarefa de resolução de problemas proposta a alunos do 8º ano, no âmbito do Estudo Acompanhado.

Os alunos, com alguma experiência anterior no uso da folha de cálculo, optam pelo uso desta ferramenta por facilitar o processo de modelação e mostrar as relações entre os números e os passos e modelos intermédios que intervêm na resolução do problema que envolve os conceitos de fracção, múltiplo, variáveis e expressões com variáveis.

A descrição da resolução de uma aluna mostra a importância da identificação das variáveis e das duas condições do problema e a sua tradução que é facilitada pelas relações numéricas e algébricas que estão presentes no trabalho com a folha de cálculo e que permite validar a equivalência de expressões e determinar experimentalmente soluções de equações.

Descrição da experiência

A inauguração do restaurante «Sombrero Style»[1]. *O Restaurante Sombrero Style foi ontem inaugurado e eu estive lá a jantar com três amigos. A capacidade máxima de clientes – disse o gerente – é de 100 pessoas. Por sorte tinha reservado uma mesa para 4, pois quando cheguei já estavam várias mesas completas com quatro pessoas e uma mesa com apenas três pessoas. Enquanto esperava pelo empregado para nos levar à mesa, contei as mulheres e os homens que estavam no restaurante e o número de mulheres era exactamente igual ao dobro do número de homens.*

Qual poderia ser o máximo número de pessoas que já estavam no restaurante quando eu entrei?

Este problema foi proposto, a alunos do 8º ano, numa aula de Estudo Acompanhado. Perante o enunciado, os alunos manifestaram algumas dificuldades logo na sua compreensão, nomeadamente em entender qual era o número máximo de pessoas no restaurante antes do grupo de 4 pessoas entrar. Ultrapassada esta dificuldade, surgiram outros obstáculos que se relacionam com o facto de ser pedido um número máximo, bem como o cumprimento simultâneo da condição que diz respeito à distribuição das pessoas por mesas de 4 e de 3 e a outra que se refere à divisão dos clientes por sexo. Talvez por estes alunos já terem realizado experiências com a folha de cálculo e conhecerem algumas das suas potencialidades, grande parte recorreu ao Excel, para a resolução do problema, em detrimento de outros processos.

Na produção de uma aluna (Figura 1), com o Excel, podemos observar a organização das duas condições de forma isolada.

TOTAL	Homens	Mulheres	Mesas 4	Mesas 3	Total
98	32,66667	65,33333	4	3	7
97	32,33333	64,66667	8	3	11
96	32	64	12	3	15
95	31,66667	63,33333	16	3	19
94	31,33333	62,66667	20	3	23
93	31	62	24	3	27
92	30,66667	61,33333	28	3	31
91	30,33333	60,66667	32	3	35
90	30	60	36	3	39
89	29,66667	59,33333	40	3	43
88	29,33333	58,66667	44	3	47
87	29	58	48	3	51
86	28,66667	57,33333	52	3	55
85	28,33333	56,66667	56	3	59
84	28	56	60	3	63
83	27,66667	55,33333	64	3	67
82	27,33333	54,66667	68	3	71
81	27	54	72	3	75
80	26,66667	53,33333	76	3	79
79	26,33333	52,66667	80	3	83
78	26	52	84	3	87
77	25,66667	51,33333	88	3	91
76	25,33333	50,66667	92	3	95
75	25	50	96	3	99
74	24,66667	49,33333			

Figura 1

Mesas 4	Total Pessoas	Mult. de 3?	Total aceite	Homens	Mulheres
1	7	NÃO	0	0	0
2	11	NÃO	0	0	0
3	15	SIM	15	5	10
4	19	NÃO	0	0	0
5	23	NÃO	0	0	0
6	27	SIM	27	9	18
7	31	NÃO	0	0	0
8	35	NÃO	0	0	0
9	39	SIM	39	13	26
10	43	NÃO	0	0	0
11	47	NÃO	0	0	0
12	51	SIM	51	17	34
13	55	NÃO	0	0	0
14	59	NÃO	0	0	0
15	63	SIM	63	21	42
16	67	NÃO	0	0	0
17	71	NÃO	0	0	0
18	75	SIM	75	25	50
19	79	NÃO	0	0	0
20	83	NÃO	0	0	0
21	87	SIM	87	29	58
22	91	NÃO	0	0	0
23	95	NÃO	0	0	0
24	99	SIM	99	33	66

Figura 2

Começa por apresentar o trabalho efectuado para a separação dos clientes por sexo. Na primeira coluna representa os valores inteiros do número total de pessoas no restaurante, por ordem decrescente, na segunda faz a divisão por 3, para o cálculo de um terço e na terceira calcula o dobro da anterior. Nas últimas 3 colunas é representada a outra condição do problema, ou seja, a distribuição dos clientes por mesas de 3 e 4. Os múltiplos de 4 sucessivos representam as várias mesas com 4 pessoas e, como só havia uma mesa com 3 pessoas, o número 3 repete-se na coluna relativa às mesas de 3. Comparando as duas colunas com o total é obtido o máximo de pessoas que estavam no restaurante, isto é, 87.

Na resolução do problema, a aluna recorre à noção de fracção para «separar» os clientes do restaurante por sexos, quando refere na resposta «...uma vez que o número de mulheres é exactamente o dobro do número de homens, pode-se concluir que o número está representado em 3 terços, sendo 1 terço os homens e 2 terços as mulheres ...». Utiliza também a noção de múltiplo para o número de pessoas que estão sentadas em mesas de 4. Quando recorre a fórmulas na folha de cálculo, utiliza os conceitos de variável e expressão com variável para encontrar o número de homens e de mulheres, bem como para calcular o número total de pessoas no restaurante (na última coluna).

É visível que, na resolução deste problema pela aluna, a utilização da folha de cálculo acentuou a necessidade de identificar todas as variáveis relevantes e estimulou a procura de relações de dependência. Além do mais, levou a uma estratégia de resolução que permitiu tratar as duas condições envolvidas no problema de forma separada, fazendo a sua ligação através da busca de resultados iguais nas duas análises.

Outras possibilidades de exploração do problema na folha de cálculo podem ser, ainda, discutidas. Por exemplo, seguindo uma lógica funcional, pode decidir-se qual das variáveis envolvidas no problema é usada como independente. Eis uma hipótese: o número de mesas de 4 pessoas ocupadas. Neste caso, o total de pessoas é dado pelo número de mesas de 4 multiplicado por 4 e somado com 3. Depois, faz-se um teste aos totais resultantes, dado que o valor procurado tem de ser um múltiplo de 3 (1/3 de homens e 2/3 de mulheres). Obtêm-se assim as possíveis soluções para o número de homens e de mulheres no restaurante (Figura 2).

Uma análise das duas colunas leva-nos a encontrar as expressões: e, para o número de homens e o número de mulheres, respectivamente. Portanto, o total de pessoas do restaurante pode ser descrito pela expressão . Em termos de representação algébrica simbólica, esta conclusão pode ser facilmente confirmada.

Designando por k o número de mesas de 4 pessoas ocupadas e por h o número de homens no restaurante, chegamos à equação. Portanto, k tem de ser um múltiplo de 3. De facto, se o total de pessoas no restaurante é também um múltiplo de 3 e se há 3 pessoas numa mesa e as restantes estão todas em grupos de 4,

Número de mesa de 4 = k										k é da forma 3n			
k tem de ser maior que 1 e menor que 25													
Número de homens = h										h é da forma 4n+1			
h tem de ser maior que 1 menor que 34													
	k												
h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	−1	−5	−9	−13	−17	−21	−25	−29	−33	−37	−41	−45	−49
2	2	−2	−6	−10	−14	−18	−22	−26	−30	−34	−38	−42	−46
3	5	1	−3	−7	−11	−15	−19	−23	−27	−31	−35	−39	−43
4	8	4	0	−4	−8	−12	−16	−20	−24	−28	−32	−36	−40
5	11	7	3	−1	−5	−9	−13	−17	−21	−25	−29	−33	−37
6	14	10	6	2	−2	−6	−10	−14	−18	−22	−26	−30	−34
7	17	13	9	5	1	−3	−7	−11	−15	−19	−23	−27	−31
8	20	16	12	8	4	0	−4	−8	−12	−16	−20	−24	−28
9	23	19	15	11	7	3	−1	−5	−9	−13	−17	−21	−25
10	26	22	18	14	10	6	2	−2	−6	−10	−14	−18	−22
11	29	25	21	17	13	9	5	1	−3	−7	−11	−15	−19
12	32	28	24	20	16	12	8	4	0	−4	−8	−12	−16
13	35	31	27	24	19	15	11	7	3	−1	−5	−9	−13
14	38	34	30	26	22	18	14	10	6	2	−2	−6	−10
15	41	37	33	29	25	21	17	13	9	5	1	−3	−7
16	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0	−4
17	47	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7	3	−1
18	50	46	42	38	34	30	26	22	18	14	10	6	2

Figura 3

o número de grupos de 4 tem de ser múltiplo de 3. Por outro lado, $h - 1$ tem de ser um múltiplo de 4, ou seja, o número de homens será um múltiplo de 4, mais 1. Com estas novas deduções, o Excel permite construir uma tabela de dupla entrada (Figura 3), usando as variáveis k e h, que permite fazer um teste para verificar em que situações. A exploração deste problema, com a folha de cálculo, demonstra apenas algumas das potencialidades pedagógicas que esta ferramenta possui, apesar de não ter sido concebida para fins educativos.

O recurso à folha de cálculo, na resolução de problemas, proporciona o estabelecimento de conexões entre a Aritmética e a Álgebra. Este facto vem cimentar a compreensão das relações de dependência envolvidas, bem como a forma como se conjugam.

Como é sabido, a transição da Aritmética para a Álgebra pode acarretar muitas dificuldades. No entanto, a folha de cálculo na medida em que é híbrida e coabita num mundo de alternância entre estes dois campos é uma opção didáctica para ajudar os alunos nesse trajecto.

Nota

1 Problema lançado na fase de apuramento do Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática – Sub 14, promovido pela FCT da Universidade do Algarve.

Sandra Nobre
Escola E.B. 2, 3 Professor Paula Nogueira, Olhão

MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

A exploração que se propõe foi inspirada numa tarefa sugerida na brochura «A experiência Matemática no Ensino Básico», Ana Maria Boavida et al., DGIDC. Num dia 11, identificado como capicua, propôs-se aos alunos que descobrissem: «Sou um número de dois algarismos. A soma dos algarismos é 9. Adicionando-me ao número que resulta escrevendo os algarismos ao contrário dá 99. Que número sou?» Dos diferentes grupos resultaram diferentes números que satisfaziam a proposta: 18 e 81, 27 e 72, 36 e 63, 45 e 54. Alguns alunos continuaram a explorar o número para descobrir se todos os números somados com o número resultante das escrita dos dígitos ao contrário resultavam em capicua. Alguns resultavam, outros nem tanto numa primeira abordagem. Combinou-se continuar a exploração num outro dia e haveria de encontrar forma de o fazer de forma organizada.

Na aula seguinte propôs-se o Truque do Tó, (Pág. 117 da referida brochura):

O truque do Tó

O Tó quis fazer um truque numérico ao Zé:
Tó: Pensa num número de dois algarismos.
Zé: Já pensei.
Tó: Troca os algarismos para obter um outro número. Já está? Agora adiciona os dois e diz-me quanto te deu.
Zé: Deu-me 132.
Tó: E eu já sei qual foi o número em que pensaste!
Saberá o Tó em que número pensou o Zé? Procura descobrir.

Discutiram-se os resultados encontrados, percebeu-se que havia muitos números que poderiam ser solução pelo que o Tó nunca poderia adivinhar o número em que o Zé pensou, a não ser «por sorte». Combinou-se que estes números apenas resultavam em capicuas após efectuar 2 operações, pelo que eram capicuas em dois passos. Partindo desta combinação: não é necessário nenhuma operação — 0 passos; é necessário 1 operação — 1 passo; são necessárias 2 operações — 2 passos e assim sucessivamente, pode então passar-se à exploração da tabela de todos os números registando em tabela e colorindo de forma diferente os números consoante o número de passos necessários até encontrar uma capicua. O padrão encontrado foi satisfação para todo o trabalho desenvolvido com grande entusiasmo.

Helena Maria Amaral
EB1 Parque Silva Porto, Agrupamento de Escolas Quinta de Marrocos