



Resolução de tarefas de subtração no 2.º ano de escolaridade

Relatório de Componente de Investigação do Relatório de Estágio sobre a prática de ensino supervisionada do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Susana Andreia da Costa Pechorro

2017



Resolução de tarefas de subtração no 2.º ano de escolaridade

Relatório de Componente de Investigação do Relatório de Estágio sobre a prática de ensino supervisionada do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Unidade Curricular: Estágio III

Orientadora: Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes

Susana Andreia da Costa Pechorro

Nº 130140031

2017

Agradecimentos

Após a conclusão desta etapa tenho muitas pessoas a quem agradecer. Primeiro do que todas as pessoas, à minha mãe, sem ela todo este percurso não teria existido, agradeço a sua força, persistência, amor e compreensão pois sem isto e muito mais não seria possível.

Ao meu marido, se não fosse por ele também não tinha chegado até aqui, iniciámos esta viagem juntos com a promessa que acabaríamos juntos, durante esta viagem, construímos uma vida juntos, casámos, tivemos dois lindos filhos e mesmo assim não me deixaste desistir deste sonho que tenho desde menina.

Aos meus filhos, Pedro e Francisco, hoje ainda não podem ler estas palavras, mas que um dia o farão e com toda a certeza vão perceber o sacrifício que a mamã fez para concluir esta etapa.

Às minhas irmãs que assim como a minha mãe depositaram grande confiança e esperança na conclusão deste ciclo.

À empresa onde trabalho, o infantário Girassol, especialmente ao Pedro Ferreira e à Ana Conceição que sempre tiveram uma palavra amiga e sempre que precisei propuseram-se a ajudar naquilo que fosse preciso.

Por fim, e, com toda a certeza não é por último, à minha orientadora Professora Doutora Maria de Fátima Mendes, por todo o apoio, motivação e compreensão que teve ao longo deste processo. Não foi fácil, mas consegui chegar à meta. O meu agradecimento será eterno.

A todos, muito obrigada!

Resumo

O presente estudo tem como objetivo compreender o modo como alunos do 2.º ano de escolaridade resolvem tarefas de subtração. Decorrente deste objetivo surge a seguinte questão: quais as estratégias usadas pelos alunos quando resolvem problemas de subtração?

A fundamentação teórica inclui os seguintes tópicos: a aprendizagem da subtração; o cálculo mental e o sentido de número e as estratégias de cálculo mental associadas à subtração. Relativamente à metodologia, o estudo caracteriza-se como uma investigação qualitativa de natureza interpretativa. Nela participaram 20 alunos de uma turma de 2.º ano de escolaridade, tendo sido selecionados três desses alunos para uma análise detalhada e aprofundada das suas resoluções.

A recolha de dados decorreu num total de quatro semanas e meia através da observação participante, de entrevistas informais e de recolha documental. A proposta pedagógica incluiu um conjunto de cadeias numéricas e de problemas de subtração cuja finalidade era desenvolver o cálculo mental associado a esta operação aritmética.

Os resultados desta investigação evidenciam que os três alunos selecionados recorrem a diferentes estratégias de resolução dos problemas propostos. A análise das suas resoluções evidencia que enquanto uma das alunas opta sempre pelo uso da mesma estratégia, do tipo N10, os outros dois alunos optam por várias estratégias, predominando as estratégias do tipo A10 e N10. Os resultados evidenciam que os alunos recorrem, cada vez mais frequentemente, à reta numérica para apoiarem os seus cálculos, tal como foi sugerido na tarefa inicial.

Palavras-chave: aprendizagem da subtração; estratégias de cálculo mental; cadeias numéricas; resolução de problemas

Abstract

The current study has as a goal to understand the way of the students of second grade solve subtraction tasks. From this goal I sought the following question: Which strategies do students use when solving subtraction problems?

The theoretical framework includes the following subjects: learning of subtraction; the mental calculation and the number sense, and the mental calculation strategies associated with subtraction. Regarding the methodology, the study is characterized as a qualitative investigation of an interpretative nature. It was attended by 20 students from a 2nd grade class, and three of those students were chosen for a detailed analysis of their resolutions.

The data collection took place in a total of four and a half weeks through participant observation, informal interviews and document analysis. The pedagogical proposal included a set of numerical chains and subtraction problems whose purpose was to develop the mental calculation associated with this arithmetic operation.

The results of this investigation show that the three selected students use different strategies to solve the proposed problems. The analysis of their resolutions shows that while one of the students always opts for the use of the same strategy, type N10, the other two students opt for several strategies, predominating the strategies of type A10 and N10. The results show that students are increasingly turning to the numerical line to support their calculations, as suggested in the initial task.

Keywords: subtraction learning; mental calculation strategies; numerical chains; troubleshooting.

Índice

Capítulo 1 - Introdução	1
1.1. Motivações e pertinência para a escolha do tema	1
1.2. Objetivos e questões	3
1.3. Organização geral do trabalho	4
Capítulo 2 – Revisão da Literatura	5
2.1 Aprendizagem da subtração	5
2.2 Cálculo mental e o sentido de número	8
2.3 Estratégias de cálculo mental associado à subtração.....	11
Capítulo 3 – Metodologia	16
3.1 Opções Metodológicas	16
3.2 Contexto, turma e participantes.....	17
3.3 Técnicas de recolha de dados.....	18
3.3.1. Observação -participante.....	19
3.3.2. Entrevistas informais	19
3.3.3. Recolha documental.....	20
3.4. Processo de recolha e análise dos dados.....	20
Capítulo 4 – Proposta Pedagógica/intervenção	22
4.1. Problemas e cadeias propostos.....	22
4.2. Exploração dos problemas e das cadeias numéricas na sala de aula.....	30
Capítulo 5 – Análise de dados.....	33
5.1 As resoluções de Gonçalo	33
Problema 1 – Modas & Modas	36
Problema 2 – Parque de Estacionamento	38

Problema 3 – Rifas.....	39
Problema 4 – Ténis	41
5.2 As resoluções de Yasmin	42
Problema 1 – Modas & Modas	44
Problema 2 – Parque de Estacionamento	45
Problema 3 – Rifas.....	46
Problema 4 – Ténis	48
5.3. As resoluções do Rodrigo	49
Problema 1 – Modas & Modas	51
Problema 2 – Parque de Estacionamento	52
Problema 3 – Rifas.....	53
Problema 4 – Ténis	54
Capítulo 6 – Conclusões	56
6.1 Síntese do Estudo.....	56
6.2 Conclusões do Estudo	57
6.3 Reflexões finais.....	60
Bibliografia	62

Índice de Figuras

Figura 1 Calcular como... (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)	24
Figura 2 – Resoluções da Marta e do Miguel (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)	25
Figura 3 – Problema 1: Modas & Modas.....	27
Figura 4 – Problema 2: Parque de estacionamento (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)	27
Figura 5 - Possíveis resoluções dos alunos	27
Figura 6 - Problemas Rifas e Ténis	29
Figura 7 - Duas das resoluções possíveis para o problema Ténis	29
Figura 8 - Cadeia C1	33
Figura 9 – Parte da resolução do Gonçalo do problema 1	36
Figura 10 – Resolução do Gonçalo do problema 1	37
Figura 11 - Resolução do Gonçalo do problema 2	38
Figura 12 – Resolução do Gonçalo do problema 3	39
Figura 13 - Resolução do Gonçalo do problema 4	41
Figura 14 - Cadeia C1	42
Figura 15 - A resolução da Yasmin problema 1.....	44
Figura 16 - A resolução da Yasmin do problema 2	45
Figura 17 – Parte da resolução da Yasmin do problema 3	46
Figura 18 - A resolução da Yasmin do problema 3	47
Figura 19- A resolução da Yasmin do problema 4.....	48
Figura 20 - Cadeia C1	49
Figura 21 - Resolução do Rodrigo do problema 1	51
Figura 22 - Resolução do Rodrigo do problema 2	52

Figura 23 - Resolução do Rodrigo do problema 3	53
Figura 24 - Resolução do Rodrigo do problema 4	54

Índice de Tabelas

Tabela 1 Diferentes significados da operação subtração (adaptado de Moraes, 2011, p. 26).	7
Tabela 2 Estratégias de cálculo mental para a subtração (Adaptado de Beishuizen (1997) p. 131.....	12
Tabela 3 - Síntese temporal das cadeias numéricas e tarefas	23
Tabela 4 – Síntese das estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos.....	57

Capítulo 1 - Introdução

Este capítulo inclui as motivações que me levaram a escolher o tema para este projeto de investigação. Inclui também a justificação da pertinência do estudo, os seus objetivos e questões e, por fim, a organização geral do trabalho.

1.1. MOTIVAÇÕES E PERTINÊNCIA PARA A ESCOLHA DO TEMA

O presente relatório de investigação incide sobre a área de Matemática, em particular, sobre o desenvolvimento do cálculo mental associado à operação subtração. Quando eu fui aluna do 1º Ciclo do Ensino Básico não me habituei a calcular mentalmente e parece-me que essa lacuna na minha formação se repercutiu na minha vida escolar. A identificação das minhas dificuldades ao nível do cálculo é uma das minhas motivações para a realização desta investigação.

A justificação da pertinência do tema estudado relaciona-se ainda com o facto de a aprendizagem dos números e operações desempenharem um papel fundamental nos primeiros anos de escolaridade (NCTM, 2007).

Uma vez que realizei o Estágio associado ao projeto de investigação numa turma do segundo ano de escolaridade, este tema surge aliado ao desenvolvimento do cálculo mental, tal como sugere o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (2013). Este documento apresenta, nos conteúdos, a importância de no 1.º Ciclo os alunos adquirirem fluência de cálculo e destreza no uso dos quatro algoritmos, mencionando ainda que esta fluência não será conseguida sem uma forte capacidade de cálculo mental. Assim, decidi trabalhar com os alunos o cálculo mental associado à operação subtração, propondo tarefas adequadas para o ano de escolaridade com que estagiei.

Em diferentes momentos, em estágio, observei que os alunos querem uma resposta imediata para uma determinada tarefa ou problema. Durante os momentos de resolução das tarefas era evidente que os alunos tinham dificuldade em compreender o problema, qual a estratégia a utilizar e qual a operação a realizar. Tal como referem Ponte e Serrazina (2000) muitos alunos “não chegam a compreender muito bem o problema, não pensam se pode haver mais de uma forma de resolver e começam logo a fazer a conta” (p. 53), o que sugere “uma ideia muito incorreta sobre o que é resolver um problema [conduzindo] com muita frequência a resultados errados e inibe os

alunos de desenvolver a sua capacidade de resolver problemas mais complexos” (p. 53). Desta forma, decidi que seria importante desenvolver o cálculo mental, propondo a resolução de cadeias numéricas e de problemas, uma vez que para o seu desenvolvimento é fundamental ter um conhecimento profundo dos números e das operações.

No primeiro e segundo ano as crianças desenvolvem significativamente a sua compreensão sobre os números. Quando chegam à escola as crianças vêm já com conhecimentos informais variados e ricos sobre os números, mas cabe aos professores ajudá-los a desenvolver o sentido de número, “transitando do inicial desenvolvimento das técnicas de contagem fundamentais para conhecimentos mais aprofundados acerca da dimensão dos números, relações numéricas, padrões, operações e valor de posição” (NCTM, 2007, p. 91). Os alunos vão desenvolvendo progressivamente flexibilidade de pensamento sobre os números, sendo esta uma característica essencial do sentido de número. À medida que os alunos desenvolvem o sentido de grandeza dos números, variadas formas de pensar sobre ele e de o representar, “utilizam os números como referência e desenvolvem uma percepção exata acerca do modo como as operações os afetam” (Swoder, 1992 referido por NCTM, 2007, p. 93).

No primeiro e segundo ano de escolaridade os alunos devem adquirir um vasto conhecimento dos números: “o que são; de que forma são representados através de objetos, numerais ou em retas numéricas; como se relacionam uns com os outros; como estão profundamente integrados em sistemas com determinadas estruturas e propriedades; e como devem ser utilizados para resolver problemas” (NCTM, 2007, p. 34).

O Princípios e Normas para a Matemática Escolar refere também que os alunos deverão ter muitas oportunidades para formular, discutir e resolver problemas complexos que requeiram um esforço significativo e, em seguida, deverão ser encorajados a refletir sobre os seus raciocínios (p. 57). Na resolução de problemas há um envolvimento diferente por parte dos alunos pois isto significa que devem colocar em prática os conhecimentos que foram adquiridos anteriormente e a partir daí desenvolverem novos conhecimentos.

Segundo o NCTM, (2007) “À medida que os alunos destes primeiros anos trabalham em tarefas complexas numa diversidade de contextos, estarão também a desenvolver a compreensão do modo como as operações afetam os números” (p. 95).

De acordo com o PMEB (ME, 2013) é fundamental que no 1.º ciclo os alunos adquiram fluência de cálculo. Neste ciclo é referido que os alunos devem resolver problemas com um diferente número de passos, sendo que estes vão aumentando de ano para ano (PMEB, 2013). Tendo em conta que o estágio foi realizado numa turma de 2.º ano de escolaridade, com grandes dificuldades na área da Matemática, segundo a sua professora, decidi centrar-me em tarefas matemáticas, e posteriormente incluir atividades específicas de desenvolvimento de cálculo mental. Deste modo pretendi compreender as estratégias de cálculo mental que os alunos usam na resolução de problemas de subtração. Os problemas de adição e subtração desempenham um papel fundamental nos primeiros anos de escolaridade. Estes problemas não são apenas para adicionar ou subtrair quantidades, cada uma destas operações tem ou pode ter diferentes significados, ou seja, ao planificar o trabalho a desenvolver com os alunos o professor tem que considerar esses aspetos (Ponte & Serrazina, 2000).

“Numa perspetiva educacional, formular e resolver problemas é uma componente essencial de fazer Matemática e permite o contacto com ideias matemáticas significativas. É, também, uma oportunidade de envolver os alunos, desde muito cedo, em questões de modelação matemática que, tradicionalmente, são consideradas como tópicos de Matemática mais avançada” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 14).

1.2. OBJETIVOS E QUESTÕES

Tal como refere Ponte (2002) “A formulação de boas questões para investigação é um ponto de grande importância no trabalho investigativo. As questões devem referir-se a problemas que preocupem o professor e devem ser claras e suscetíveis de resposta com os recursos existentes” (p. 12).

O meu trabalho de investigação tem como principal objetivo compreender o modo como alunos do 2.º ano de escolaridade resolvem tarefas de subtração. Decorrente deste objetivo surge a seguinte questão:

- Quais as estratégias usadas pelos alunos quando resolvem problemas de subtração?

1.3. ORGANIZAÇÃO GERAL DO TRABALHO

O presente projeto de investigação encontra-se organizado em seis capítulos.

O primeiro é a introdução, onde são apresentadas as motivações e pertinência da escolha do tema, os objetivos e questões e, por fim, a organização geral do trabalho.

No segundo capítulo encontra-se a revisão da literatura. São apresentadas e discutidas as diferentes temáticas associadas à presente investigação. Inicialmente, apresento e discuto a aprendizagem dos números e operações, o sentido de número – o seu significado e, por fim, as estratégias de cálculo associadas à operação subtração.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia, são descritas e justificadas as opções metodológicas, é caracterizado o contexto, a turma e os participantes.

No quarto capítulo é descrita a proposta pedagógica. É referido o trabalho desenvolvido na sala de aula bem como as tarefas propostas aos alunos.

No quinto capítulo é apresentada a análise dos dados recolhidos, centrada na resolução de alguns alunos das tarefas propostas.

Por último, no capítulo seis são apresentadas as conclusões. Este capítulo tem como secções uma síntese do estudo, as principais conclusões e a reflexão final.

Capítulo 2 – Revisão da Literatura

Este capítulo inclui uma revisão de literatura associada às aprendizagens dos números e das suas operações, ao cálculo mental e à resolução de problemas de subtração.

Inicialmente, irei abordar a aprendizagem dos números e operações, incidindo em particular na subtração.

Seguidamente, foca-me no cálculo mental e no modo de o desenvolver, e por fim, nas estratégias de cálculo mental associadas à subtração.

2.1 APRENDIZAGEM DA SUBTRAÇÃO

O ensino e aprendizagem dos números e operações ocupam uma posição primordial no currículo de matemática nos primeiros anos de escolaridade, sendo entendida como “a área mais importante da aprendizagem matemática” (Sarama & Clements, 2009, referido em Ferreira & Pires, 2012, p. 43)

No anterior Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), o tema Números e Operações, reforçando essa importância, tem por base três ideias fundamentais: “(i) promover a compreensão dos números e operações; (ii) desenvolver o sentido de número; e (iii) desenvolver a fluência no cálculo” (p. 3).

Vários estudos e investigações recentes (McIntosh, Reys & Reys, 1992) sublinham a importância de ajudar os alunos a desenvolver o seu sentido de número, argumentando que estes ao compreenderem os números em geral e serem capazes de desenvolver estratégias e procedimentos eficientes, também desenvolvem o seu conhecimento matemático. O sentido de número refere-se à compreensão geral que cada aluno tem dos números e operações e à sua capacidade de manipular de uma forma flexível em situações do dia-a-dia. Esta capacidade implica e exige que os alunos utilizem estratégias e procedimentos eficientes, flexíveis e úteis para resolver problemas.

O ensino da Matemática desde o pré-escolar ao 2.º ano de escolaridade deve considerar o desenvolvimento da compreensão sobre os números. À medida que os alunos vão desenvolvendo

o seu trabalho com os números e as operações devem também desenvolver estratégias de cálculo associadas às operações.

Segundo o NCTM (2007), logo desde cedo as crianças têm a predisposição de contar tudo aquilo que as rodeia, sejam reбуçados, as canetas que estão a utilizar, o número de degraus que sobem e é através desta repetição que aprendem “muitos dos conceitos numéricos fundamentais” (p. 91). Na maioria das vezes, no início, na resolução de problemas de adição e subtração os alunos baseiam-se na contagem dos objetos concretos ou “nas estratégias de contagem para criar as suas próprias estratégias de resolução de problemas” (p. 92).

Através de exemplos em contextos reais, os alunos podem desenvolver conceitos matemáticos fundamentais para o trabalho com números de diferentes grandezas. Posteriormente, os alunos vão “desenvolvendo flexibilidade de pensamento sobre os números, que constitui uma característica fundamental do sentido de número” (NCTM, 2007, p. 92). Desta forma, é importante referir a utilização de modelos concretos, pois estes ajudarão os alunos a representar números e a desenvolver o sentido de número, recorrendo à utilização de materiais, como pequenos cubos e não de forma mecanizada e abstrata. Cabe também ao professor procura escolher atividades que permitam aos alunos pensar e raciocinar, “e que constituem as bases para a compreensão dos números e das relações numéricas” (p. 93).

De acordo ainda com o NCTM (2007) nos primeiros anos de escolaridade os alunos devem trabalhar em tarefas numa diversidade de contextos, uma vez que estes também desenvolvem “a compreensão do modo como as operações afetam os números” (p. 95). No que se refere à operação subtração o desenvolvimento da compreensão desta operação deve estar associado à resolução de problemas que incluam os diferentes sentidos. A tabela 1 apresenta os sentidos mais habitualmente associados à operação subtração.

Subtração	<p>Retirar: a uma quantidade é retirada outra.</p> <p>Ex: uma caixa tinha inicialmente 15 chocolates. Comeram-se 6. Quantos ficaram?</p>
	<p>Completar: é calculado quanto se deverá juntar a uma quantidade para se obter um determinado valor.</p> <p>Ex: uma caderneta tem lugar para 30 cromos, mas só tem ainda 7 colocados. Quantos cromos faltam para completar a caderneta?</p>
	<p>Comparar: são comparadas duas quantidades, pretendendo-se encontrar a diferença entre as quantidades ou ver quanto é que uma é maior ou menor que outra.</p> <p>Ex: a Rita tem 17 berlindes azuis e 10 berlindes verdes. Quantos berlindes azuis tem a mais que verdes?</p>

Tabela 1 Diferentes significados da operação subtração (adaptado de Morais, 2011, p. 26).

Segundo Van den Heuvel-Panhuizen e Treffers (2009), calcular de uma forma eficiente dependerá, por um lado, “do nível da capacidade do aluno, do seu conhecimento dos números e do repertório e de estratégias e procedimentos disponíveis e, por outro lado, da natureza dos números envolvidos e o tipo de problemas.” (p. 98)

De acordo com *A Matemática na Educação Básica*, “o ensino dos números e das operações na educação básica não deve visar a aquisição de um conjunto de técnicas rotineiras, mas sim uma aprendizagem significativa ligada a uma compreensão relacional das propriedades dos números e das operações. Não basta aprender os procedimentos; é necessário transformá-los em instrumentos de pensamento.” (Abrantes, Serrazina, Oliveira, Loureiro, & Nunes, 1999, **citado por** Serrazina, 2002, p. 58)

Da mesma forma que é importante conhecer algumas relações numéricas, é essencial a destreza de cálculo, os alunos devem possuir e utilizar métodos de cálculo “eficazes e precisos”, estas técnicas serão aperfeiçoadas e desenvolvidas na utilização de estratégias mentais. Independentemente do método utilizado os alunos devem ser capazes de explicar as estratégias utilizadas, compreender as diferentes estratégias usadas pelos colegas e perceber as que são eficazes.

Em síntese o trabalho em torno da aprendizagem dos números e operações deve ter como finalidade o desenvolvimento do sentido de número dos alunos e das estratégias de cálculo mental.

2.2 CÁLCULO MENTAL E O SENTIDO DE NÚMERO

Há mais de setenta anos que o cálculo mental é referido nos currículos de Matemática portugueses (Brocardo & Serrazina, 2008), tendo cada vez mais um papel fundamental no ensino e aprendizagem da Matemática. Nos dias de hoje, através do enorme avanço da tecnologia, tem havido um escasso desenvolvimento nas competências básicas de cálculo, contrariamente ao que era de esperar, “pois o desenvolvimento de estratégias pessoais de cálculo mental permite a consolidação do sentido de número e a melhoria da capacidade crítica e de estimação dos alunos.” (Carvalho, 2009, p. 1)

Uma vez que o entendimento de cálculo mental nem sempre é o mesmo, é importante referir o que se entende por cálculo mental neste trabalho. O cálculo mental “é um cálculo flexível pensado, não mecânico, que recorre a relações numéricas e a propriedades das operações aritméticas.” (Buys, 2008)

Em variados documentos de natureza curricular o desenvolvimento do cálculo mental está sempre presente e, portanto, este deve estar, obrigatoriamente, presente em todas as salas de aula. No PMEB (2007) a importância do seu desenvolvimento é enfatizada, realçando que este deve ser “desenvolvido desde o início do 1.º ciclo” (Ponte, et al., 2007, p. 10) reconhecendo que o professor tem que ter a responsabilidade de “proporcionar aos alunos situações diversas que lhes permitam desenvolver o cálculo mental” (p. 14), dado que este proporciona também o desenvolvimento de outras aptidões, tais como o sentido do número.

No PMEB (2007) aparece constantemente a referência ao cálculo mental no desenvolvimento e aprendizagem da matemática, contudo, no Programa de Matemática para o Ensino Básico (2013) o mesmo não acontece. No atual programa dá-se importância ao cálculo mental como auxílio da aplicação dos algoritmos das quatro operações, sugerindo-se assim, que o cálculo mental surge apenas como uma “bengala” e não como uma “ferramenta de desenvolvimento do sentido operatório, nem como um processo de cálculo com raciocínio.” (Veloso, Brunheira & Rodrigues, 2013)

Também no PMEB (ME, 2007) é referido o desenvolvimento do sentido de número como uma das finalidades do trabalho em torno dos números e operações. De acordo com este documento curricular, o sentido de número é referido como a “capacidade para decompor números, usar como referências números particulares (...) usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados e reconhecer a grandeza relativa e absoluta dos números.” (Ponte, et al., p. 13)

Desta forma, conseguimos perceber que quando existe uma compreensão geral dos números e relação que têm entre si, também existe, “perícia e habilidade para utilizar os números em variados contextos, de forma, flexível. Esta competência pressupõe que se trabalhem com números e não com dígitos, onde se reconhecem os vários significados que o número pode ter, assim como o facto de poder ser usado em variados contextos, estabelecendo, assim, novas relações numéricas.” (Teixeira, 2014, p. 24)

Em síntese, estes autores consideram que é importante para o desenvolvimento do sentido de número compreender e construir relações entre os números e as operações e não memorizar apenas factos matemáticos. Compreender essas relações facilita o estabelecer relações mesmo quando os números possam surgir em contextos diferentes.

Faz todo o sentido que o cálculo mental seja desenvolvido tendo em conta os aspetos acima referidos, incentivando o desenvolvimento de estratégias que, por sua vez, favorecem o desenvolvimento do sentido de número. Através de uma era cada vez mais digital e tecnológica esta deve ser uma competência essencial desenvolvida pelos alunos.

Serrazina (2002) refere também que no 1.º Ciclo há uma forte influência no desenvolvimento das competências de cálculo no sentido mais comum do termo. Para se ser eficaz no cálculo tem que se ser capaz de usar uma série de procedimentos, sejam eles para adicionar, subtrair, multiplicar e dividir mentalmente. Desta forma os alunos podem adquirir as suas próprias “estratégias de cálculo com números inteiros e partilhá-las e discuti-las com os colegas e professor” (p. 59). Serrazina (2002) ainda refere que para os alunos desenvolverem competências de cálculo devem ser incentivados a “desenvolver, registar, explicar e criticar as estratégias uns dos outros para resolver os problemas de cálculo. Neste processo os algoritmos tradicionais aparecem ou são introduzidos pelos professores na altura considerada mais adequada e de uma forma que é

compreendida pelos alunos. Pode afirmar-se que desenvolver a competência de cálculo exige um equilíbrio e conexão entre compreensão conceptual e proficiência de cálculo.” (p. 59)

De acordo com Sequeira, Freitas e Nápoles (2009), o cálculo mental assume as principais características:

- “Trabalha-se com números e não com dígitos;
- Usam-se propriedades elementares e relações tais como:

- A propriedade comutativa

(e.g. $15 + 24 = 25 + 15$; $29 \times 3 = 3 \times 29$)

- A propriedade distributiva (e.g. $24 \times 7 = 20 \times 7 + 4 \times 7$)

- Relações inversas

($53 - 49 = 4$ porque $49 + 4 = 53$; $420 : 7 = 60$ porque $7 \times 60 = 420$)

- Relações que resultam de combinações das várias relações e propriedades

- Apoiam-se no uso de intuições e conhecimento sólidos sobre factos numéricos;
 - É possível anotar passos intermédios, mas desenvolve-se sobretudo mentalmente”.
- (pp. 81-82)

Convém que os alunos logo desde cedo utilizem o cálculo mental, embora também seja importante a utilização do algoritmo, pois como referem Sequeira, Freitas e Nápoles “o cálculo mental é gerador de familiaridades com os números e potencia a capacidade para reconhecer e comparar grandezas, formular estimativas e criticar resultados.” (2009, p. 82)

Para ser desenvolvido o cálculo mental é importante ter um conhecimento profundo dos números e das operações. Assim, o trabalho a realizar deve ser de progressiva prática com relações e propriedades numéricas, de desenvolvimento do sentido das operações e de análise de contextos variados (p. 82).

Para desenvolver o cálculo mental nos alunos podem ser utilizadas mini-lições com cadeias numéricas, na aceção de Fosnot e Dolk (2001). Estas cadeias são, como está enunciado no Programa de Formação Contínua em Matemática dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico da ESE Setúbal (2005-2008) “pequenos períodos de tempo diários, com duração de cerca de 10-15 minutos

planeados intencionalmente para ajudar os alunos a desenvolver um reportório de estratégias de cálculo baseadas numa compreensão profunda das relações numéricas e das operações.” (p. 1)

O (a) professor (a) tem como objetivo evidenciar determinadas estratégias de cálculo associadas a propriedades dos números e das operações. “Assim, cada cadeia procura construir um sistema de relações numéricas que assentam no cálculo realizado na(s) linha(s) anterior(es) da cadeia. A estrutura da cadeia influencia as estratégias dos alunos. Para elaborar cadeias o professor deve ter conhecimento das estratégias de cálculo fundamentais relacionadas com o número e as diferentes operações.” (p. 1)

Outro aspeto a ter em conta são os números utilizados nas cadeias numéricas a propor aos alunos, sendo propositadamente escolhidos, de modo a proporcionar o desenvolvimento de relações numéricas e propriedades das operações. Cada cadeia numérica é constituída por uma sequência de cálculos, sem contexto, relacionados entre si. “A relação sequencial entre os elementos que constituem uma cadeia é cuidadosamente pensada, de modo a enfatizar o uso de uma determinada estratégia de cálculo e a desenvolver o cálculo mental” (Brocardo, Delgado, & Mendes, 2010, p. 91).

Considerando que as cadeias numéricas têm como objetivo desenvolver as estratégias de cálculo mental, propus algumas cadeias numéricas associadas à operação subtração aos alunos da turma onde desenvolvi o meu projeto de investigação.

2.3 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL ASSOCIADO À SUBTRAÇÃO

Para Thompson (1999) as estratégias de cálculo mental são definidas como “aplicações de factos numéricos conhecidos ou rapidamente calculados em combinação com propriedades específicas do sistema numérico para encontrar a solução para um cálculo cuja resposta não é conhecida” (p. 2).

Como referem Heinze, Star e Verschaffel (2009), os alunos devem ser capazes de resolver tarefas matemáticas “não apenas de forma rápida e correta, mas também de forma apropriada” (p. 535), ou seja, os alunos devem desenvolver a capacidade de resolver tarefas matemáticas de modo flexível, através do uso de estratégias diversificadas e procedimentos adquiridos tendo em conta as características das mesmas (Heinz, Star, & Verschaffel, 2009).

Neste projeto considero que as estratégias usadas pelos alunos assumem um papel fundamental na resolução de problemas de subtração, pois estão relacionadas com “a influência exercida pela ação que é descrita no contexto do problema” (2009, p. 109). Considerando que o projeto desenvolvido se centrou na operação subtração, nesta secção apenas se referem as estratégias de adição e subtração pois estas são as únicas que são exploradas.

Analisando as investigações de autores como Beishuizen et al., (1997); Buys, (2001); Heirdsfield & Cooper, (2004); Morais, (2011) são apresentadas duas categorias de estratégias de cálculo mental na resolução de problemas de adição e subtração com números com dois ou mais dígitos: i) decomposição (*split*) e (ii) método dos saltos (*jump*).

A tabela seguinte apresenta duas categorias de cálculo mental referidas por Beishuizen (1997). É com base nesta categorização que as resoluções dos alunos serão analisadas no âmbito deste estudo.

Tabela 2 Estratégias de cálculo mental para a subtração (Adaptado de Beishuizen (1997) p. 131

Subtração: 65 – 49	
Saltos	<p>N10: 65-40=25; 25-9=16</p> <p>A10: 65-5=60; 60-44=16</p> <p>A10: 49+1=50; 50+10=60; 60+5=65 resposta 1+10+5=16 (através da adição)</p> <p>N10C: 65- 50=15;15+1=16</p> <p>Short jump (salto pequeno): 51-49=2, porque 49+2=51</p>
Decomposição	<p>1010: 60-40=20; 5-9 (?)</p> <p>10's: 60-40=20; 20+5=25; 25-9=16</p>

Nesta tabela está representado um resumo dos procedimentos de cálculo mental mais importantes e as suas designações. Para este autor, os procedimentos N10 e 1010 são considerados como procedimentos fundamentais. O N10 é o procedimento de cálculo mais eficaz, é um

“procedimento mental de nível superior e eficiente” (Heirdsfield, 2001, p. 135), este significa número-número de dezenas, na subtração, enquanto o 1010 proporciona um maior número de erros, sobretudo nos problemas de subtração (Beishuizen, 1993). Ainda na categoria N10, insere-se uma outra estratégia A10 (*adding on*), onde ao primeiro número é subtraído uma parte do segundo número de forma a obter um número múltiplo de 10, sendo depois subtraída a outra parte, como no exemplo ilustrado na tabela 1 (para calcular $45 + 39$ efetua-se primeiro $45 + 5 = 50$ e depois $50 + 34 = 84$). O *short jump* surge associado à subtração quando o aditivo e o subtrativo estão muito próximos ($51 - 49 = 2$, porque $49 + 2 = 51$).

Segundo Beishuizen (1997) embora alguns manuais de matemática europeus, especialmente os holandeses adotem o método N10 como sendo o procedimento preferido para a adição e subtração até ao número 100, em diversas publicações norte-americanas as do tipo N10 raramente são mencionadas. Também em Portugal os manuais ainda privilegiam o método 1010 no cálculo com números até 100.

Nas estratégias de decomposição os números são decompostos pelas suas ordens, sendo estes subtraídos, separadamente, ou, em alternativa, depois de separados em ordens são adicionados sequencialmente (Beishuizen, 1997; Blöte et al, 2000). O procedimento referido na tabela por *10s* poderá ser entendido como uma adaptação do 1010, com a finalidade de ultrapassar dificuldades existentes.

Num estudo realizado por Beishuizen, van Putten e Van Mulken (1997) com alunos do 3º ano de escolaridade, estes autores referem que os alunos apresentaram uma distribuição equitativa relativamente ao uso do método dos saltos e da decomposição, pois cerca de metade utilizaram a estratégia N10 e a outra metade a 1010, sendo de notar que apenas uma pequena minoria utiliza a estratégia N10 na subtração. Os autores referem ainda que os alunos com maiores dificuldades recorrem à estratégia 1010, enquanto os alunos com menos dificuldades preferem a N10. Um dos principais motivos é que os alunos com maiores dificuldades demonstram ter dificuldades nos saltos de 10 em 10, e por isso essa dificuldade se reflete no uso de estratégias do tipo N10.

Tendo por referência as estratégias de cálculo apresentadas na tabela 1 (Beishuizen M. , 1997), (Blöte, van der Burg, & Klein , 2001) evidenciaram que a estratégia N10 foi a preferida da maior parte dos alunos, enquanto que a A10, foi considerada a menos usada. Outra evidência neste estudo foi que os alunos tinham mais sucesso na concretização de problemas de contexto do que

quando resolviam problemas sem contexto. A escolha dos números envolvidos também parece influenciar na flexibilidade no uso de estratégias. Desta forma, os alunos irão desenvolver as suas próprias estratégias de cálculo, em vez de seguirem as que lhes foram ensinadas.

Associado às estratégias de cálculo mental Morais (2011) realizou um estudo em Portugal com a finalidade de compreender como é que os alunos do primeiro ano de escolaridade desenvolvem estratégias de cálculo mental. Neste estudo foram resolvidas três cadeias de problemas, ao longo do ano letivo, conglobando os diferentes significados das operações de adição e subtração. Através deste estudo a autora concluiu que as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos evoluíram de uma fase de contagem para um nível mais complexo, com predominância na utilização das estratégias de N10 e 1010, sem que estas tenham sido formalmente ensinadas. Nos problemas de adição foi utilizada a estratégia 1010, nos problemas de *retirar* foi utilizada a mesma estratégia e nos de *comparar* e *completar* foram utilizadas estratégias aditivas do tipo A10, uma variedade da N10.

Nos estudos de Blöe et al. (2000) e Morais (2011) os alunos têm tendência para criar as suas próprias estratégias de cálculo. É importante referir que a experiência do próprio aluno e o seu conhecimento prévio influencia as estratégias que utiliza no cálculo mental, bem como são influenciadas pelo discurso do professor na sala de aula.

Em Portugal, no PMEB (ME, 2007) é referido a importância do trabalho sobre “diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações.” (p. 14) Ainda neste programa refere-se que o desenvolvimento da destreza de cálculo numérico, mental e escrito, é um dos objetivos gerais de aprendizagem, que deverá ser promovido pela prática de rotinas de cálculo mental que podem ser sustentadas por registos escritos. Assim, os alunos deverão ser capazes de, progressivamente, “utilizar as suas estratégias de modo flexível, e de selecionar as mais eficazes para cada situação” (p. 14).

Já no atual PMEB (ME, 2013), é referida a utilização de estratégias de cálculo mental de forma muito sucinta:

“As rotinas e automatismos são essenciais ao trabalho matemático, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho (...) e permitem determinar, *a priori*, que outra informação se poderia obter sem esforço a

partir dos dados de um problema, abrindo assim novas portas e estratégias à sua resolução.” (p. 4)

Ainda no mesmo documento é referido que “embora os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais (...) devem ser incentivados a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados” (p. 5). Esta afirmação parece estar associada ao realce que é dado, neste programa, ao uso dos algoritmos das várias operações aritméticas.

Capítulo 3 – Metodologia

Este capítulo está organizado em quatro secções. Na primeira secção incluo as opções metodológicas do estudo que realizei. De seguida, apresento o contexto, a turma e os participantes desta investigação. Na terceira secção apresento as técnicas de recolha de dados adotadas e, por fim, os processos de recolha e análise de dados.

3.1 OPÇÕES METODOLÓGICAS

Com este projeto pretendo caracterizar as estratégias de cálculo mental que os alunos usam na resolução de problemas de subtração.

Surgiu assim a opção por uma metodologia qualitativa. Nesta linha de pensamento, de acordo com Bogdan e Biklen (1994)

“utilizamos a expressão investigação qualitativa como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico.” (p. 16)

A investigação qualitativa tem na sua essência, segundo Bogdan e Biklen (1994), cinco características fundamentais, sendo que este projeto obedece às mesmas:

1. “A fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa”. (1994, pp. 47-50)

Consequentemente, este trabalho é de natureza qualitativa uma vez que: (i) os dados foram obtidos através do contacto direto; (ii) os dados recolhidos são, na sua maioria, produções de

alunos e excertos de sala de aula, filmados, e não números; (iii) todo o processo foi registado minuciosamente; (iv) à medida que o tempo foi passando fui cada vez mais ao encontro daquilo que realmente queria investigar; (v) nas discussões coletivas os alunos comunicaram as suas estratégias e raciocínios. São também recolhidos dados em função de um contacto aprofundado com os indivíduos em estudo, nos seus contextos naturais.

“Em educação, a investigação qualitativa é frequentemente designada por naturalista, porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas: conversar, visitar, observar...” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 17)

3.2 CONTEXTO, TURMA E PARTICIPANTES

A instituição em que foi desenvolvido este projeto de investigação pertence ao Agrupamento Vertical de Escolas Ordem de Sant’Iago, instituição sede desde 2003, a escola existe desde 1 de setembro de 2006, sendo o resultado da fusão da escola secundária da Bela Vista e a Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos de Ana de Castro Osório. A escola encontra-se perto de bairros de habitação social, servindo maioritariamente população com problemas económicos mais carenciada. A população é oriunda de Países Africanos, do Brasil e de Países do Leste Europeu, e também tem uma numerosa comunidade cigana. Este agrupamento engloba dois estabelecimentos de ensino de Jardim de Infância e 1º Ciclo do Ensino Básico, cinco estabelecimento de 1º CEB e um do 1º e 2º CEB.

Os participantes deste estudo foram alunos pertencentes a uma das turmas do segundo ano de escolaridade. Segundo Plano de Trabalho de Turma (PTT), a turma é composta por vinte alunos, sete rapazes e treze raparigas, com idades compreendidas entre os oito e os onze anos, tendo seis alunos uma e mais de uma retenção no 2.º ano de escolaridade. A diferença de idades entre os alunos evidencia as dificuldades existentes nesta turma, tanto a nível de aprendizagem como de comportamento. A turma integra dois alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), e quatro alunos com Apoio Educativo. Considerando o PTT e as conversas informais com a professora cooperante é possível perceber que os alunos têm grandes dificuldades nas áreas da Matemática e do Português.

Embora toda a turma tenha sido englobada no meu projeto, selecionei três alunos – Yasmin, Gonçalo e Rodrigo – de modo a analisar as suas produções com maior profundidade, e caracterizar as estratégias usadas na resolução das tarefas matemáticas de subtração. Esta seleção teve como base a diversidade de resolução das tarefas propostas, bem como o facto de eles serem bons informantes do ponto de vista da investigação. As informações inerentes aos alunos decorreram da minha observação como estagiária, e de informações obtidas via a professora cooperante.

Yasmin é uma criança comunicativa, inteligente e desperta para a área da matemática, embora seja uma aluna distraída e faladora.

Gonçalo é um bom aluno nas diferentes áreas disciplinares, tendo regressado da Holanda há uns meses. Gosta muito de matemática e é muito participativo.

Rodrigo é um aluno muito tímido e calado, mas mostrou que tem estratégias de cálculo eficientes e claras comparativamente com a restante turma.

Estes três alunos foram selecionados considerando serem bons informantes do ponto de vista da investigação e terem interesse pela área da matemática.

3.3 TÉCNICAS DE RECOLHA DE DADOS

Para a realização deste projeto a recolha de dados teve a duração de quatro aulas. Durante este tempo dinamizei a realização de cadeias numéricas, todos os dias, com a duração de trinta minutos. Dinamizei também a resolução de tarefas de subtração.

Os dados são simultaneamente as provas e as pistas. Coligidos cuidadosamente, servem como factos inegáveis que protegem a escrita que possa ser feita de uma especulação não fundamentada. Os dados ligam-nos ao mundo empírico e, quando sistemática e rigorosamente recolhidos, ligam a investigação qualitativa a outras formas da ciência. Os dados incluem os elementos necessários para pensar de forma adequada e profunda acerca dos aspetos da vida que pretendemos explorar. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 149)

3.3.1. OBSERVAÇÃO -PARTICIPANTE

Esta técnica de recolha de dados “consiste na inserção do observador no grupo observado, que permite uma análise global e intensiva do objeto de estudo” (Almeida, 1990, p. 105) . No âmbito de observação participante filmei as aulas, de modo a poder visiona-las mais tarde, as vezes que fosse necessário.

Ao longo da investigação, assumi um papel de investigadora e de professora. Desta forma, ao orientar as sessões observava os alunos, e assim, conseguia recolher todos os dados e informações que precisava.

Os dados podem ser “registos escritos pelo investigador, ou registos em vídeo realizados pelo investigador ou por outrem sob a sua ordem” (Afonso, 2005, p. 92). Decorrente da observação elaborei notas de campo. As notas de campo incluem registos detalhados e descritivos, material reflexivo (Máximo-Esteves, 2008, pp. 88-89). Foram registadas notas interpretativas e impressões no decorrer da observação, durante a realização das tarefas apresentadas e após a sua análise.

As gravações [filmagens] podem ser úteis para verificar as palavras de uma afirmação que pretenda citar e para verificar a exatidão das suas notas.
(Máximo-Esteves, 2008, p. 88)

De modo a complementar as notas de campo filmei em vídeo excertos das aulas, em particular, a realização das cadeias numéricas.

O vídeo foi um meio audiovisual para poder analisar mais tarde as intervenções dos alunos ao nível do seu cálculo mental, sobretudo durante a realização das cadeias numéricas. Os registos em vídeo permitem que mais tarde, depois de arquivadas, possam ser analisadas, sempre que seja necessário e sem perda de tempo. Como foi um recurso recorrente nas sessões realizadas por mim, inseriu-se na rotina da sala de aula, não sendo um recurso intrusivo.

3.3.2. ENTREVISTAS INFORMAIS

Segundo Máximo-Esteves (2008), “A entrevista é uma das estratégias mais utilizadas na investigação educacional.” (p. 92)

A entrevista é um ato de conversação intencional entre o entrevistador, que pergunta e o entrevistado, que responde, implica uma relação pessoal, esta foi estabelecida ao longo das sessões (Máximo-Esteves, 2008).

Embora existam vários géneros de entrevista, as entrevistas que realizei foram entrevistas informais. Segundo Máximo-Esteves (2008) as entrevistas informais aproximam-se das conversas do quotidiano, “distinguindo-se desta pela sua intencionalidade, uma vez que são usadas para obter informações que complementem os dados de observação.” (p. 93)

Logo, estas entrevistas tiveram como objetivo clarificar alguns aspetos do raciocínio matemático dos alunos menos claros nas suas produções escritas.

3.3.3. RECOLHA DOCUMENTAL

Segundo Bell (2002, p. 104), a análise de documentos pode ser usada como método de pesquisa central, ou até mesmo exclusivo de um projeto. Tal acontece no meu projeto, pois, os documentos, ou seja, as produções escritas dos alunos são alvo de estudo. Pois, através da análise documental, consegui compreender e verificar “como processam a informação, resolvem os problemas e lidam com tópicos e questões complexas.” (Máximo-Esteves, 2008, p. 92)

Uma vez que o meu projeto tem como propósito principal caracterizar as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas matemáticas, a recolha das suas produções escritas foi essencial.

3.4. PROCESSO DE RECOLHA E ANÁLISE DOS DADOS

“A análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados (...) para depois apresentar aos outros aquilo que se encontrou (...)” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205)

Nesta turma de 2º ano de escolaridade, no decorrer de duas semanas, desenvolvi sete cadeias numéricas e quatro tarefas de subtração. Os dados foram recolhidos no contexto de sala de aula e posteriormente realizei alguma análise dos dados que ia recolhendo: as respostas às tarefas escritas pelos alunos, fotografias e registos de áudio, de modo a poder preparar as tarefas seguintes

Nas duas semanas, entre 2 a 16 de dezembro, todos os dias de manhã, durante 30 minutos, logo no início da aula apresentei cadeias numéricas. No dia em que propus aos alunos os problemas da proposta pedagógica (2, 8, 9 e 16 de dezembro) as cadeias numéricas elaboradas e realizadas incluíam números relacionados com os dos problemas. Nas aulas restantes realizava cadeias numéricas com outros números, de modo a estabelecer a criar a rotina de calcular em cadeia. Para analisar a estratégias usadas pelos alunos recolhi os registos escritos dos alunos e também algumas notas que ia tirando.

A observação participante realizada por mim, aquando da realização dos problemas de subtração pelos alunos, foi extremamente importante. Pois, à medida que circulava pela sala, apoiando individualmente os alunos que me chamavam, fui-me apercebendo das suas dificuldades e do modo como iam executando os cálculos mentalmente e, ao mesmo tempo efetuavam registos por escrito. As gravações de áudio da realização das cadeias numéricas foram transcritas de modo a analisar as estratégias usadas pelos alunos.

Ao longo da recolha dos dados tentei realizar uma primeira análise, de modo a poder melhorar e ajustar a minha próxima intervenção. “Efetivamente, o seu objetivo é refletir sobre cada intervenção na sala de aula, negociar e adaptar as próximas intervenções.” (Mendes, 2012, p. 175)

Deste modo fui adequando as tarefas propostas aos alunos. Após a recolha dos dados, analisei todo o material sobretudo, o que dizia respeito aos alunos participantes do estudo, e, em particular, associados à resolução dos problemas de subtração. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a análise de dados requer um processo de investigação e de organização de todo o material que foi sendo acumulado, uma vez que, desta forma, a compreensão da análise dos dados pelo investigador será maior.

Capítulo 4 – Proposta Pedagógica/intervenção

Este capítulo inclui a proposta pedagógica, que contempla os problemas cadeias numéricas propostos aos alunos na sala de aula. Inclui também o modo como estas foram exploradas com os alunos.

4.1. PROBLEMAS E CADEIAS PROPOSTOS

Os problemas foram retirados da brochura *Número e Operações 1º ano* (Brocardo, Delgado, & Mendes, 2010), sendo considerado adequados para o desenvolvimento dos conteúdos associados à operação de subtração incluídos nos Programas e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2013).

Uma vez que o meu trabalho se centra na realização de tarefas associadas à operação de subtração e atividades específicas de desenvolvimento de cálculo mental, o seu desenvolvimento precedeu a introdução das tarefas matemáticas que eram posteriormente apresentadas, bem como, a introdução dos algoritmos. Através das cadeias numéricas os alunos recorreram a estratégias de cálculo mental para resolver as cadeias em si bem como as situações problemáticas apresentadas. O meu objetivo com as cadeias numéricas foi auxiliar os alunos a ampliar os seus “(...) conhecimentos e capacidades na adição e na subtração de números com um algarismo, através da realização de atividades que: a) os ajudem a desenvolver as relações existentes entre as combinações da adição e da subtração, b) incitem a utilização de estratégias de “contar até” para a subtração (...)” (NCTM, 2007, p. 97).

A tabela seguinte apresenta as tarefas resolvidas pelos alunos (problemas e cadeias numéricas) e a data da sua realização.

Tabela 3 - Síntese temporal das cadeias numéricas e tarefas

Tarefas e Cadeias numéricas	Data de realização
C1 T1 - Modas & Modas	2 de dezembro de 2014
C2 T2 - Parque de estacionamento	8 de dezembro de 2014
C3 C4 T3 - Rifas	9 de dezembro de 2014
C5 C6	15 de dezembro de 2014
C7 T4 - Tênis	16 de dezembro de 2014

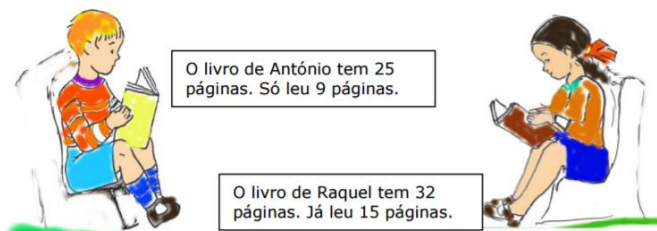
Uma vez que um dos objetivos do trabalho realizado era desenvolver o cálculo mental dos alunos, resolvi propor-lhe cadeias numéricas. Assim, foi importante incluir no meu projeto o hábito de calcular mentalmente. Para desenvolver este hábito todos os dias, trinta minutos no início do dia, fazíamos cadeias numéricas. Inicialmente comecei por utilizar cadeias que não estavam associadas diretamente com o que estava planificado para a área da Matemática. Progressivamente fui introduzindo cadeias numéricas cujos números envolvidos eram posteriormente trabalhados nas tarefas apresentadas. As cadeias numéricas têm como objetivo desenvolver e realçar as relações e operações numéricas e o professor tem um papel fundamental pois cabe-lhe trazer à superfície as ideias e estratégias dos alunos (Fosnot & Dolk, 2001). Tal como referem os mesmos autores, colocamos ideias futuras à consideração da comunidade, mas devemos permitir que indivíduo construa o seu próprio significado. (p.28)

À medida que os alunos apresentavam as suas estratégias e processos mentais, como investigadora e professora, observava os seus raciocínios. A compreensão da subtração poderá ser estimulada através de “acrescentar” e “retirar”, e por meio de modelação direta das situações ou da utilização de estratégias de contagem, como a contagem “para a frente” e “para trás” (Carpenter e Moser, 1984 baseado em NCTM, p. 96).

Estes problemas tinham como função desenvolver o significado da subtração com números inteiros. Os números envolvidos nos problemas estavam relacionados com os números presentes nas cadeias, para que os alunos pudessem identificar e utilizar relações e propriedades das operações.

A concretização dos problemas, num total de duas semanas, teve três fases distintas, inicialmente apresentei a tarefa *calcular como...* da brochura *Número e Operações, 1.º Ano*. A apresentação desta tarefa teve como objetivo realçar estratégias de cálculo mental que poderiam ser usadas pelos alunos na resolução de problemas de subtração.

CALCULAR COMO ...



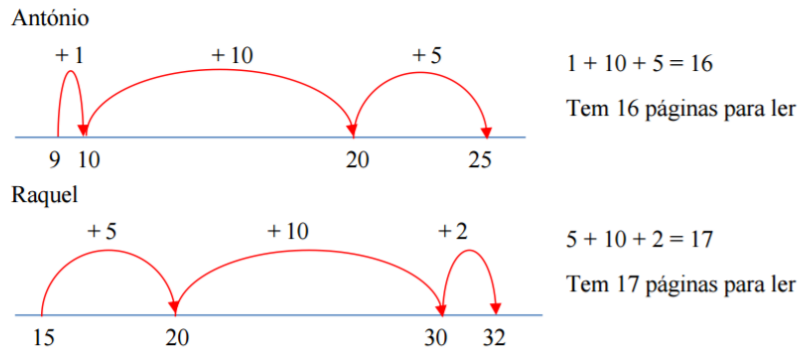
Quantas páginas faltam para acabar de ler o livro?

Vê como Marta e Miguel resolvem este problema.

Figura 1 Calcular como... (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)

Apresentei inicialmente a resolução da Marta e posteriormente a do Miguel.

Resolução da Marta



Resolução do Miguel

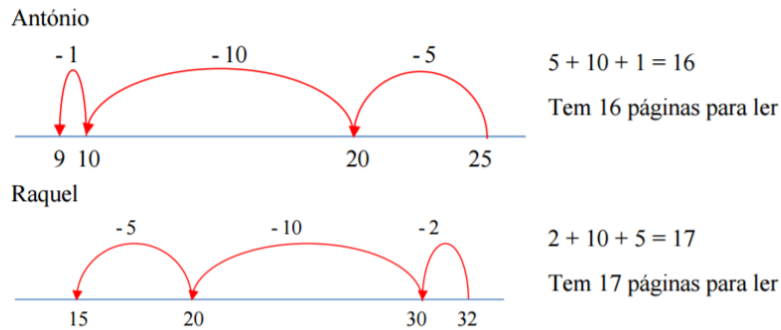


Figura 2 – Resoluções da Marta e do Miguel (Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)

Seguidamente, foram propostos os problemas *Modas & Modas* e *Parque de Estacionamento* numa sessão aos alunos, e posteriormente o problema das *Rifas* e noutro momento o problema *Ténis*. De forma a garantir a sua interpretação, li o problema aos e esclarecia algumas dúvidas. Depois de quase todos os alunos terem terminado o problema discutíamos em grande grupo.

O conjunto de quatro problemas serão seguidamente apresentados, de modo a que sejam expostos os seus objetivos, o sentido da operação, os números envolvidos a justificação da sua escolha e as cadeias numéricas desenvolvidas. É de referir que os problemas apresentados têm finalidades comuns como a compreensão da subtração nos sentidos retirar, comparar e completar e o uso de estratégias de cálculo mental. Anteriormente à apresentação dos problemas foram exploradas cadeias numéricas, utilizando os números existentes nos problemas matemáticos. Em cada dia, foi explorada uma cadeia numérica, quer as tarefas tivessem sido realizadas ou não.

As cadeias C1 e C2 foram as primeiras a ser apresentadas e têm como objetivo desenvolver estratégias de cálculo mental associadas à subtração.

C1

$$34 - 10 =$$

$$34 - 20 =$$

$$34 - 25 =$$

$$34 - 28 =$$

$$34 - 24 =$$

$$34 - 23 =$$

C2

$$35 - 30 =$$

$$35 - 28 =$$

$$36 - 29 =$$

$$36 - 28 =$$

$$34 - 30 =$$

$$34 - 29 =$$

Problemas 1 e 2

Como já foi referido, esta turma tinha grandes dificuldades na área da Matemática, nomeadamente na resolução de problemas. Por exemplo, os alunos tinham muitas dificuldades em realizar cálculos simples (tais como $24 + 6$), desta forma, o meu objetivo principal, com a realização destas tarefas e de calcular em cadeia, era promover o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental tendo como modelo de suporte a reta numérica não graduada.

A figura 3 apresenta o problema 1:

Na **Modas & Modas**



~~34~~

28

Qual é o desconto?

Figura 3 – Problema 1: Modas & Modas
(Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)

P **Parque de estacionamento**
Zona A – 27 lugares
Zona B – 45 lugares

A zona B tem quantos lugares a mais do que a zona A?

Figura 4 – Problema 2: Parque de estacionamento
(Brocardo, Delgado & Mendes, 2010)

As tarefas que decorreram no dia 2 e 8 de dezembro de 2014, tinham como objetivo os alunos utilizarem a reta não graduada como suporte para a resolução de problemas de subtração e observar as diferentes estratégias que podem ser usadas para resolver problemas de subtração e compreender a subtração nos seus sentidos. Estas tarefas são caracterizadas como problemas fechados pois incluem apenas frases e questões curtas, com todos os dados necessários para uma única resolução. Para a resolução destas tarefas foi pedido para usarem estratégias semelhantes às da Marta e do Miguel, desta forma os alunos tinham duas estratégias possíveis, a estratégia do Miguel que era subtrair e a da Marta adicionar. Poderia ser provável que os alunos utilizassem diferentes comprimentos de “saltos”, pois o nível de estruturação dos números e das operações são diferentes para cada aluno. No problema *Parque de Estacionamento* os alunos que usem estratégias como a da Marta podem apresentar as seguintes resoluções:

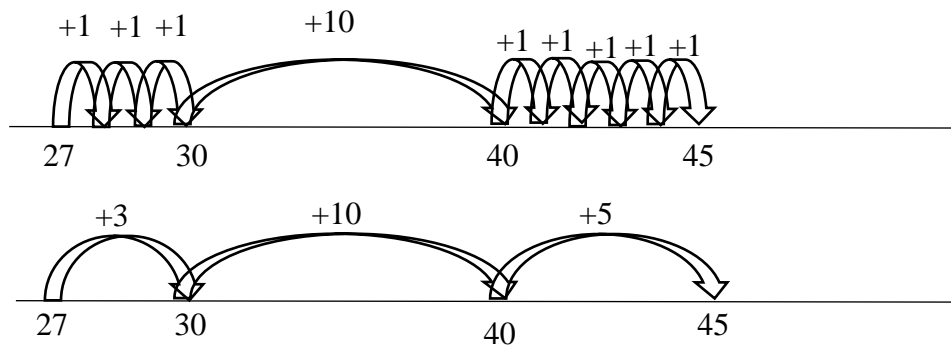


Figura 5 - Possíveis resoluções dos alunos

Problemas 3 e 4

Antes da resolução destes problemas foram propostas as seguintes cadeias numéricas.

C3

$$35 - 10 =$$

$$35 - 20 =$$

$$35 - 22 =$$

$$35 - 23 =$$

$$35 - 15 =$$

$$35 - 14 =$$

C4

$$30 - 15 =$$

$$31 - 15 =$$

$$31 - 14 =$$

$$30 - 14 =$$

$$30 - 16 =$$

$$31 - 16 =$$

C5

$$40 - 20 =$$

$$41 - 20 =$$

$$39 - 20 =$$

$$39 - 19 =$$

$$41 - 21 =$$

C6

$$40 - 30 =$$

$$40 - 31 =$$

$$40 - 29 =$$

$$41 - 31 =$$

$$41 - 29 =$$

C7

$$45 - 30 =$$

$$45 - 29 =$$

$$46 - 30 =$$

$$46 - 29 =$$



$$44 - 30 =$$

Após a sua resolução foram propostos os problemas das Rifas e dos Tênis, apresentados na figura seguinte.

Calculei como _____ Calculei como _____

Tenho 35 rifas para vender. Vendi 22.
Quantas rifas me faltam vender?

Tênis

	
Tamanho 29	Tamanho 44

Qual é a diferença de número entre os tênis?

Figura 6 - Problemas Rifas e Tênis

Os problemas 3 e 4 foram realizados a 9 e 16 de dezembro de 2014, tendo como objetivos permitir que os alunos utilizem a reta não graduada como suporte para a resolução de problemas de subtração, que observem as diferentes estratégias que podem ser usadas para resolver problemas de subtração e compreendam a subtração nos seus sentidos. Estes dois problemas estão relacionados com o sentido de completar da subtração e são problemas fechados pois apresentam as mesmas características das tarefas anteriores. Duas das resoluções possíveis para o problema *Tênis* são as seguintes:

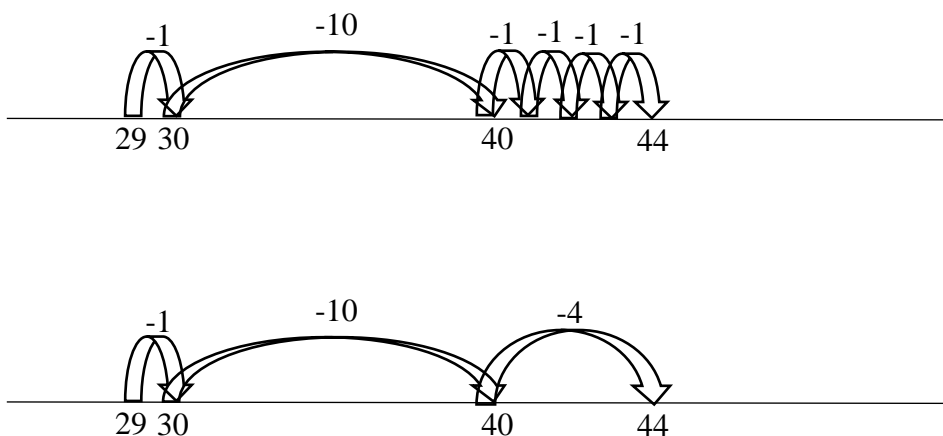


Figura 7 - Duas das resoluções possíveis para o problema Tênis

4.2. EXPLORAÇÃO DOS PROBLEMAS E DAS CADEIAS NUMÉRICAS NA SALA DE AULA

Ao longo de seis aulas a exploração das tarefas preencheu o horário letivo desses dias dedicado à área da Matemática. Na primeira sessão houve um tempo dedicado à apresentação e análise das resoluções da Marta e do Miguel com toda a turma. Posteriormente, as sessões foram divididas em dois momentos: (i) resolução individual dos problemas e, por fim, em cada aula, (ii) a discussão global do problema no grupo de turma.

Na fase da exploração os alunos foram os principais protagonistas pois quer na resolução e discussão dos problemas quer no cálculo das cadeias numéricas foram eles que tiveram maior número de intervenções, sendo os momentos de grande grupo orquestrados por mim. Seguidamente apresento cada uma das fases acima referidas.

Num primeiro momento é apresentada aos alunos a forma com a Marta e o Miguel resolveram o problema *Calcular como...* para que, desta forma, os alunos conseguissem resolver os diferentes tipos de problemas. Deste modo, fizemos alguns problemas semelhantes para que os alunos pudessem “saltar” na reta numérica não graduada e compreendessem como podem calcular apoiando-se neste modelo de cálculo. É também explicado aos alunos que estas tarefas vão ser realizadas individualmente e que, posteriormente, vão ser discutidas em grande grupo.

Por conseguinte, é distribuído por cada aluno o primeiro problema e após ler o problema peço aos alunos que o resolvam utilizando as estratégias e procedimentos apresentados. Nesta fase pretende-se que os alunos consigam resolver o problema sem a minha ajuda, contudo eu e com a ajuda da minha colega de estágio auxiliámos os alunos conforme as suas necessidades, tentando não induzir as suas resoluções e esclarecendo as suas dificuldades. À medida que vão realizando os problemas espera-se que os alunos também os resolvam com maior brevidade, todavia existem exceções, considerando as dificuldades manifestadas por muitos dos alunos da turma, obrigando a que este momento seja um pouco mais demorado.

Ao longo das semanas fui-me apercebendo que era necessário que os alunos estabelecessem relações. Estas relações são criadas para evidenciar determinadas estratégias e para desenvolver um eficiente cálculo mental. Deste modo cada dia escolhi uma cadeia numérica específica cujos números se relacionassem com os problemas posteriormente apresentados,

propunha aos alunos que resolvessem cada um dos cálculos e posteriormente juntos discutíamos e comparávamos a eficácia das estratégias apresentadas.

Exploração dos problemas

Logo numa fase inicial consegui identificar as grandes dificuldades que os alunos tinham em fazer cálculos simples. Estes precisavam de auxílio para os resolver sozinhos, tendo sido extremamente importante a introdução das tarefas anteriormente apresentadas. Embora as tarefas expostas sejam de 1.º ano, para os alunos desta turma de 2º ano eram difíceis de realizar.

Contudo, para poder ajudar os alunos resolvi apresentar e discutir com eles as estratégias da Marta e do Miguel para que eles pudessem compreender aquelas estratégias. Inicialmente distribuí o problema 1 e li o problema. As tarefas foram exploradas de forma autónoma embora os alunos quando tinham dúvidas me chamassem para mostrar se aquilo que já tinham realizado estava correto. Além disso, trocavam impressões com os outros colegas para verificar se o resultado a que tinham chegado era igual. Depois as estratégias por eles apresentadas eram posteriormente registadas por mim ou por eles no quadro. Assim, foi importante dar aos alunos o tempo necessário para a realização dos problemas, refletirem sobre as estratégias utilizadas quer na resolução feita pela Marta e pelo Miguel.

Depois da realização dos problemas dá-se início à fase de discussão coletiva. Quando circulava pela sala de aula observava quais as estratégias mais eficazes para serem apresentadas pelos alunos à restante turma de modo que todos compreendessem os procedimentos e estratégias utilizadas, bem como a identificação de resoluções e dos cálculos mais eficazes.

A discussão dos problemas, tanto em pequenos grupos como em coletivo, é uma via importante para promover a reflexão dos alunos, conduzir à sistematização de ideias e processos matemáticos e estabelecer relações com outros problemas ou com variantes e extensões do mesmo problema (Ponte, et al., 2007, p. 45).

Para a discussão tentava selecionar os alunos que à partida já sabia que utilizavam estratégias de cálculo diferentes na resolução das tarefas.

Exploração das cadeias numéricas

As cadeias numéricas foram exploradas uma de cada vez, à medida que iam sendo trabalhados na aula os cálculos incluídos na mesma.

Após o início de cada sessão, em que os alunos escreviam a data, o nome e o alfabeto, pedia-lhes que fechassem os cadernos. As cadeias numéricas eram desenvolvidas logo no início de cada sessão, pela manhã, pois este era o melhor período para o fazer, tendo em conta que os alunos estão mais sossegados e com maior concentração. Na primeira sessão expliquei-lhes como iríamos trabalhar. Não podiam trocar impressões entre si; quando soubessem a resposta ao cálculo apresentado deveriam levantar o braço, só respondia quem eu pedisse para fazê-lo e teria que explicar como pensou; todos tínhamos de ouvir as estratégias utilizadas.

Na sua exploração foi importante que os exercícios da cadeia fossem apresentados um a um, em silêncio, dando tempo que cada aluno pensasse individualmente. Após ter vários braços levantados pedia a um dos alunos que me explicasse como tinha pensado e, posteriormente, registava “no quadro os resultados e explicações que evidenciem como se pode pensar para os obter” (Brocardo, Delgado, & Mendes, 2010, p. 92). No final realçava as relações que se foram estabelecendo.

Nestas sessões a realização das cadeias numéricas era desenvolvida sempre da mesma forma. Nestas discussões realçava, quando pertinente, a estratégia mais “potente”, isto é, aquela ou aquelas que decorrem do estabelecimento de relações numéricas, considerando os números envolvidos nos cálculos.

Capítulo 5 – Análise de dados

Neste capítulo apresento a análise dos dados recolhidos durante a minha intervenção, ou seja, a análise da resolução dos quatro problemas selecionados para o efeito. Apresento também a análise da resolução dos cálculos propostos na primeira cadeia numérica. Esta análise foca-se nas estratégias utilizadas pelos três alunos selecionados, Gonçalo, Yasmin e Rodrigo. A análise apresentada respeita a sequência temporal pela qual foram propostas as tarefas.

5.1 AS RESOLUÇÕES DE GONÇALO

Começo por apresentar a análise das resoluções dos cálculos da primeira cadeia numérica proposta, realçando as intervenções de Gonçalo. A figura seguinte apresenta a cadeia 1:

	Cadeia 1
Cálculo 1	$34 - 10 =$
Cálculo 2	$34 - 20 =$
Cálculo 3	$34 - 25 =$
Cálculo 4	$34 - 28 =$
Cálculo 5	$34 - 24 =$
Cálculo 6	$34 - 23 =$

Figura 8 - Cadeia C1

Após relembrar as regras que tínhamos acordado no dia anterior para realizar este tipo de tarefa, começo por escrever no quadro o primeiro cálculo, dou tempo para os alunos pensarem e rapidamente surgem alguns dedos no ar. Peço então ao Gonçalo para me dizer o resultado:

Gonçalo - 24.

Estagiária - Como é que pensaste?

Gonçalo - Então fiz o cálculo em árvore.

Estagiária - Podes explicar melhor?

Gonçalo - Juntei as dezenas...

Estagiária - Juntaste?

Gonçalo - Sim... $3 - 1$ é 2 ... fica 24 .

Estagiária - Subtraíste então dezenas com dezenas... muito bem...

Quando questionei os alunos se conheciam outros modos de pensar, diferentes daqueles que o Gonçalo havia indicado, alguns manifestaram-se, dizendo que tinham pensado no algoritmo na sua cabeça. Passo então para o segundo cálculo e nesta altura solicito aos alunos que tentem relacionar o cálculo que acabei de propor com o cálculo que realizaram anteriormente, de modo a facilitar o seu raciocínio. Surgem então duas respostas diferentes:

Gonçalo - Pensei que $34 - 10$ é 24 então se na conta de baixo estão mais 2 dezenas é menos 1 dezena.

Estagiária - Então e qual foi o resultado?

Gonçalo - 14 .

Estagiária - Então conseguiste observar que no cálculo de cima tinhas uma dezena e no cálculo seguinte tinhas mais uma dezena que no anterior. Viste logo que tinhas que tirar mais uma dezena ao resultado de cima?

Gonçalo - Sim.

Estagiária - Alguém fez de outra forma?

Margarida - Sim, fiz $24 - 10$, tirei 10 ao resultado da conta em cima...

Estagiária - Muito bem Margarida... Todos perceberam como os vossos colegas pensaram?

Gonçalo consegue estabelecer a relação entre ambos os cálculos, observando que no subtrativo há mais uma dezena que no cálculo anterior, logo a diferença será menos uma dezena que no anterior. Já Margarida parece ter relacionado as duas subtrações, percebendo que, neste último cálculo, tanto no aditivo como no subtrativo há mais uma dezena que no cálculo anterior.

Aparentemente pode ter pensado que $34 - 20$ corresponde a $24 - 10$, pois significa subtrair 10 ao aditivo e ao subtrativo.

Considerando os dois primeiros cálculos realizados por Gonçalo, este parece usar uma estratégia do tipo 1010, uma vez que decompõe os números em dezenas e unidades para subtrair.

Ao apresentar o cálculo 1, Gonçalo faz o cálculo.

Gonçalo – É 24. Tirei uma dezena às 3 dezenas ficando só com duas dezenas.

Ao apresentar o cálculo 2, Gonçalo rapidamente coloca o dedo no ar.

Gonçalo – Tirei 2 dezenas às 3 dezenas e fiquei só com uma dezena. Ficou 14.

O Gonçalo relaciona o terceiro cálculo ($34 - 25$) com o anterior, dizendo:

Gonçalo - se $34 - 20$ é 14, então $14 - 5$ é 9.

Este aluno recorre à estratégia N10, tal como o Rodrigo no segundo cálculo. A propósito do cálculo 5, Rodrigo refere:

Rodrigo - Já sei o resultado seguinte.

Rodrigo - É 10. Tirei 1 ao 25 e ficou 24. E fiz $9 + 1$ que deu 10.

Estagiária - Alguém fez diferente?

Margarida - Lá em cima na segunda conta. Era 20, nesta é 24 então é menos 4. Fiz 14 menos 4 e ficou 10.

Rodrigo parece relacionar este cálculo com o terceiro já realizado. No caso da Margarida ela recorre ao cálculo 2 para ajudar a resolver o quinto. Percebe que se tirar 4 unidades ao 24 as parcelas ficam iguais, subtraindo assim ao resultado do cálculo 2, fazendo $14 - 4 = 10$. Ou seja, recorre a um cálculo já efetuado, subtrai 4 ao subtrativo e, conseqüentemente, obtém no resto também um número inferior 4 unidades quando comparado com o anterior.

No cálculo 6, Gonçalo refere:

Gonçalo - Ali, está ali um 3 e em cima um 4, do 4 tirei 1 e fica 3. Fiz esse número menos 1.

Estagiária – 34 menos 24 dá 10. Então, fizeste 10 menos 1.

Gonçalo – Não... é 11.

À medida que vamos avançando nos cálculos e as várias expressões simbólicas e raciocínios são apresentados e resumidos por mim, opto por perguntar aos alunos qual a estratégia que consideram mais rápida e eficaz, mas estes não têm preferência por uma estratégia específica.

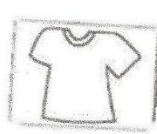
Problema 1 – Modas & Modas

No problema 1 era preciso calcular o desconto no preço da camisola. Gonçalo resolve o problema como mostra a figura 9.

Nome: Gonçalo José Azevedo Data: 2 19 2024

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Na **Modas & Modas**



~~34~~
28

$$34 - 20 = 14$$

$$14 - 8 = 6$$

Qual é o desconto?

Figura 9 – Parte da resolução do Gonçalo do problema 1

A análise da figura 9 evidencia que Gonçalo recorre à subtração para resolver o problema. Começa por subtrair 20 de 34 e ao resultado obtido subtrai 8, obtendo a diferença correta, 6. A análise da sua resolução mostra que o aluno recorre a uma estratégia do tipo N10. Tal como é referido no enunciado, pedi em seguida ao Gonçalo para resolver o mesmo problema utilizando a estratégia da Marta e do Miguel.

Nome: Gonçalo José Azevedo Data: 21/12/24

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Na **Modas & Modas**



~~34~~ = $34 - 20 = 14$

28

$$14 - 8 = 6$$

Qual é o desconto?



R: O desconto das camisolas
foi de 6 euros

Figura 10 – Resolução do Gonçalo do problema 1

Gonçalo resolve novamente o problema usando a reta não graduada, sem dificuldade. O aluno parece ter começado no 34, dá um salto de 4, para trás, até à dezena mais próxima, 30, e novamente um salto de 2 para trás chegando ao 28. Esta resolução parece ser do tipo A10.

Comparando as duas estratégias usadas por Gonçalo, no primeiro caso subtrai primeiro 20 e depois 8. No segundo caso, na reta, dá primeiro um salto até à dezena mais próxima e um outro salto até ao 28. Ou seja, recorre a duas estratégias diferentes, ambas utilizadas corretamente

PROBLEMA 2 – PARQUE DE ESTACIONAMENTO

No problema 2 era preciso calcular quantos lugares a mais tinha a Zona B do que a Zona A. Gonçalo resolve o problema como mostra a figura 11.

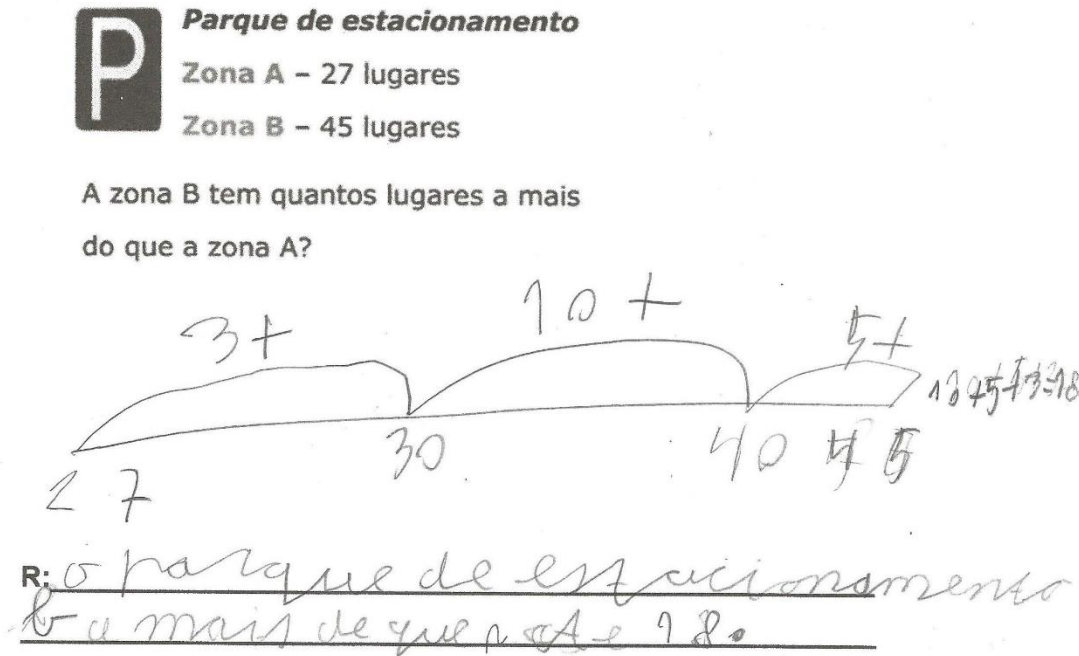


Figura 11 - Resolução do Gonçalo do problema 2

A análise da figura 11 evidencia que o Gonçalo recorre inicialmente à reta não graduada para resolver o problema. O aluno parece ter começado no número menor o 27, dá um salto de 3 até à dezena mais próxima 30, depois um salto de 10 para a dezena mais próxima, 40, e finalmente de 5, chegando ao número de lugares existentes na zona B, 45. Por fim, Gonçalo soma os três saltos que deu, chegando ao resultado final ($10 + 5 + 3 = 18$).

A estratégia utilizada pela Gonçalo apoiando-se na reta numérica não graduada parece aproximar-se da A10, uma vez que parte do 27 dando saltos até à dezena mais próxima. Neste problema o aluno parece dominar com alguma facilidade o uso da reta não graduada.

PROBLEMA 3 – RIFAS

No problema 3 era preciso calcular quantas rifas faltavam vender. Gonçalo resolve o problema como mostra a figura 12.

Nome: Gonçalo José Arnedo Data: 15/12/2014

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Tenho 35 rifas para vender. Vendi 22.

Quantas rifas me faltam vender?

R: Faltam-me vender 13 rifas.

Figura 12 – Resolução do Gonçalo do problema 3

A análise da resolução do Gonçalo mostra que o aluno identifica o problema como sendo de subtração apoiando-se num cálculo vertical e horizontal para obter o resultado final. Inicialmente o Gonçalo parece ter realizado o cálculo horizontal subtraindo as dezenas com dezenas e unidades com unidades como mostra a figura acima. Posteriormente, resolve efetuar o cálculo vertical, assemelhando-se a uma estratégia do tipo 1010, embora possa ser também o algoritmo da subtração. Embora neste problema o Gonçalo resolva não utilizar a reta numérica não graduada eu peço para fazê-lo, dando-lhe algum tempo. Após alguns minutos vou ter com o Gonçalo e verifico que resolveu o problema como sugeri. O aluno parece ter começado no 35 e subtrai 5, saltando para a dezena mais próxima, 30. Em seguida, subtrai mais 8 saltando para o número 22. No final e, possivelmente para saber qual a resposta, efetua a soma dos valores dos saltos realizados, obtendo o resultado também obtido nos cálculos anteriores, 13. Contudo, a indicação do sentido das setas é ambígua.

Estagiária – Então Gonçalo consegues explicar como é que pensaste?

Gonçalo – Então... meti o 35 porque são todas...

Estagiárias – Todas ...?

Gonçalo – Sim, as rifas que tenho para vender... e tinha que dar saltos até ao 22 porque essas eu já não as tinha... então fiz, saltei até ao 30 depois até o 22 e pronto.

Estagiária – Fizeste 5 mais 8 e deu 13?

Gonçalo – Sim.



(entrevista realizada após a resolução do problema)

A análise do problema e da entrevista informal, realizada posteriormente, mostra que o aluno consegue explicar de uma forma muito clara aquilo que fez, compreende que a reta numérica não graduada pode ajudar a realizar os cálculos, mas nota-se que parece preferir os cálculos horizontais e verticais, também por ser algo novo que têm vindo a aprender com a professora titular da turma.

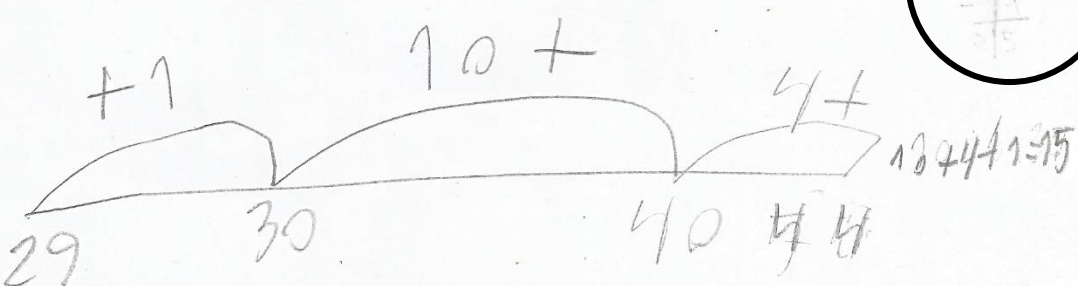
PROBLEMA 4 – TÊNIS

No problema 4 era preciso calcular a diferença entre dois números de ténis. Gonçalo resolve o problema como mostra a figura 13.

Ténis *Gonçalo* 15-12-2014

	
Tamanho 29	Tamanho 44

Qual é a diferença de número entre os ténis?



R: A diferença é de 15 números.

Figura 13 - Resolução do Gonçalo do problema 4

A análise da figura 13 evidencia que inicialmente o Gonçalo tenta efetuar o cálculo através do algoritmo, como mostra a figura acima, no canto superior direito (dentro do círculo preto), mas não o parece conseguir, pois, ainda não aprenderam a calcular o algoritmo da subtração com empréstimo das dezenas. Então, com alguma insistência minha, o Gonçalo acaba por optar recorrer

à reta numérica. O aluno parece ter começado no 29, dá um salto de 1 até à dezena mais próxima, 30, depois um salto de 10 e finalmente um salto de 4 para a frente, chegando ao número 44. Esta estratégia parece ser do tipo A10.

Contudo, como referi, o Gonçalo não queria recorrer à resolução do problema através da reta numérica, mas dessa forma precisaria da minha ajuda pois ainda não tinham aprendido a calcular usando o algoritmo da subtração com empréstimo. Esta último problema foi o ponto de partida para dar início à aprendizagem do algoritmo com empréstimo nas dezenas, embora tivéssemos começado pelo algoritmo da adição.

5.2 AS RESOLUÇÕES DE YASMIN

Começo por apresentar a análise das resoluções dos cálculos da primeira cadeia numérica proposta, realçando as intervenções de Yasmin. A figura seguinte apresenta a cadeia 1:

	Cadeia 1
Cálculo 1	$34 - 10 =$
Cálculo 2	$34 - 20 =$
Cálculo 3	$34 - 25 =$
Cálculo 4	$34 - 28 =$
Cálculo 5	$34 - 24 =$
Cálculo 6	$34 - 23 =$

Figura 14 - Cadeia C1

Explicando o cálculo 1, Yasmin refere:

Yasmin – Fiz a conta em árvore na cabeça.

Enquanto vamos avançando, até ao cálculo 3, peço para compararem com os dois cálculos anteriores. Yasmin começa a perceber as semelhanças existentes nos cálculos.

Yasmin – Só tinha que tirar menos... A de cima dava 14, só tinha de tirar mais 5. Mas fiz de duas formas.

Estagiária – Como fizeste e porquê?

Yasmin – contei pelos dedos com a de cima só para confirmar.

Estagiárias – Se estava certo?

Yasmin – Sim.

Apresento o cálculo seguinte, cálculo 4, Yasmin responde logo sem hesitar.

Yasmin – É menos 3...

Estagiária – Menos 3 que...?

Yasmin – Que a conta de cima, dá 7.

Estagiária – 7, tens a certeza?

Yasmin começa a olhar para cima, e conta com os dedos.

Yasmin – Não, 6.

Estagiária – Como conseguiste perceber se era 6? Fizeste como?

Yasmin – Então, o 9 menos 3.

Estagiária – 3 porquê, não está ali nenhum 3.

Yasmin – No de cima está 25, e naquele 28, é menos 3.

Yasmin pegou no cálculo 3 e no seu resultado, 34 menos 25, que é igual a 9. Viu que a diferença do cálculo 4 era no número do subtrativo, então fez 25 menos 28, obteve 3. Seguidamente, pegou nesse resultado e no resultado do cálculo 3 e percebeu que deste modo obtinha o resultado do cálculo 4, fazendo 9 menos 3, igual a 6. A partir deste cálculo é assim que Yasmin realiza os restantes.

Ao chegar ao cálculo 5, 34 menos 24, Yasmin refere:

Yasmin – É mais 4 que o de cima. Assim esse dá 10.

Estagiária – Muito bem. Então, viste que 28 menos 24 é 4. Fizeste 6 mais 4 e deu 10.

A Yasmin surpreende-me com este raciocínio, ao realizar o último cálculo faz a mesma associação no subtrativo. 25 menos 24 tem o resto de 1, desta forma o cálculo 6 terá como resto 11. À semelhança da Margarida, no caso da Yasmin ela recorre aos cálculos anteriores, utilizando os restos e as diferenças dos subtrativos. No cálculo 5, percebe que se tirar 1 unidade ao 24 as parcelas ficam iguais, somando assim o resultado do cálculo 5, fazendo 10 mais 1, obtendo 11. Yasmin parece recorrer à estratégia N10C, recorre a um cálculo já efetuando subtraindo ou somando as diferenças dos subtrativos nos diferentes cálculos.


PROBLEMA 1 – MODAS & MODAS

No problema 1 era preciso calcular o desconto no preço da camisola. Yasmin resolve o problema como mostra a figura 15.

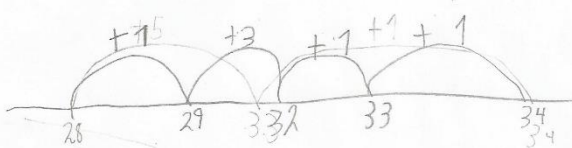
Nome: Yasmin Data: 21/12/2014

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Na **Modas & Modas**

 ~~34~~
28

Qual é o desconto?



R: O desconto da camisola foi de 6

Figura 15 - A resolução da Yasmin problema 1

Yasmin resolve o problema recorrendo à reta numérica, sem dificuldade. A aluna parece ter começado no 28, dá um salto de 1, para a frente, até ao 29, depois dá um salto de 3, 32, um

salto de 1 e novamente de 1 chegando ao 34. Por fim, Yasmin embora não represente, parece ter somado todos os saltos que deu, obtendo desta forma o resultado pretendido para saber o desconto das camisolas. Yasmin parece não estabelecer nenhuma relação entre os números envolvidos pois os saltos que vai dando são aleatórios.

PROBLEMA 2 – PARQUE DE ESTACIONAMENTO

No problema 2 era preciso calcular quantos lugares a mais tinha a Zona B do que a Zona A. Yasmin resolve a tarefa como mostra a figura 16.

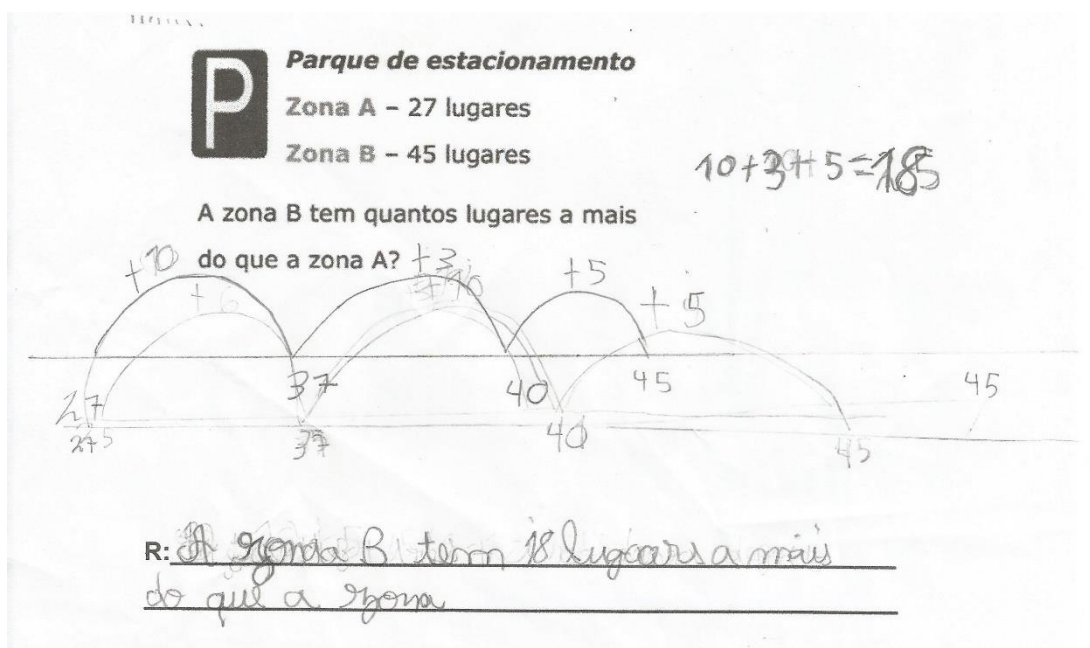


Figura 16 - A resolução da Yasmin do problema 2

A análise da figura 16 evidencia que Yasmin recorre inicialmente à reta numérica não graduada para resolver a problema. Assim como Gonçalo, a aluna parece ter começado no número 27, dá um salto de 10 até ao 37, outro salto de 3 até à dezena mais próxima, 40 e depois um salto de 5, até ao número 45. Por fim, Yasmin soma os três saltos que deu, chegando ao resultado final ($10 + 3 + 5 = 18$). Esta estratégia parece aproximar-se do tipo N10, uma vez que Yasmin parte do número 27 e começa por dar um salto de 10 e só depois dá um salto de 3 até à dezena mais próxima e, por fim, dá um salto de 5 até ao número 45.

PROBLEMA 3 – RIFAS

No problema 3 era preciso calcular quantas rifas faltavam vender. Yasmin resolve a tarefa como mostra a figura 17.

Nome: Yasmin Data: 15/12/2014

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Tenho 35 rifas para vender. Vendi 22.

Quantas rifas me faltam vender?

$22 + 12 = 35$

$$\begin{array}{r} 35 \\ -10 \\ \hline 25 \\ -3 \\ \hline 22 \end{array}$$

R: Faltam-me 13 rifas a vender.

Figura 17 – Parte da resolução da Yasmin do problema 3

Através da resolução da Yasmin conseguimos observar que a aluna identifica o mesmo como sendo de subtração apoiando-se no cálculo vertical, subtraindo as dezenas com dezenas e unidades com unidades como mostra a figura acima. Contudo, a observação da sua resolução mostra que a aluna tenta resolver o problema usando a reta numérica, não o conseguindo fazer e apagando os registos. Assim como Gonçalo, Yasmin não utiliza a reta numérica não graduada para resolver este problema, e peço à aluna para o fazer, dando-lhe algum tempo. Após algum tempo vou ver a resolução da Yasmin esta parece ter começado no 35 e subtrai 10 saltando para o número 25 e, por fim, retira mais 3 unidades saltando para o número 22, assim como mostra a figura seguinte.

Nome: Yasmin Data: 15/12/2014

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Tenho 35 rifas para vender. Vendi 22.

Quantas rifas me faltam vender?

$22 + 12 = 35$

R: Faltam-me vender 13

Figura 18 - A resolução da Yasmin do problema 3

De modo a clarificar a sua resolução interpelo a aluna.

Estagiária – Importas-te de explicar como pensaste?

Yasmin – Sim... fiz a reta e escrevi o 35, depois fui para trás até ao 25.

Só faltava ir até ao 22. Então vi que era mais 3.

Estagiária – Mais ou menos?

Yasmin – Menos, tive que dar 3 saltinhos para trás.



(entrevista realizada após a resolução do problema)

PROBLEMA 4 – TÊNIS

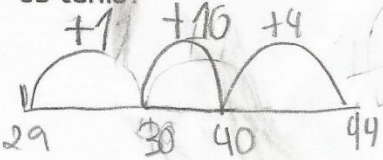
No problema 4 era preciso calcular a diferença entre dois números de ténis. Yasmin resolve o problema como mostra a figura 19.

Yasmin 15/12/2019

Ténis

	
Tamanho 29	Tamanho 44

Qual é a diferença de número entre os ténis?



R: A diferença de 15 números

Figura 19- A resolução da Yasmin do problema 4

A análise da figura 16 evidencia que Yasmin utiliza a reta numérica não graduada para resolver o problema. A aluna parece partir do número 29 e começa por dar um salto de 1 até à dezena mais próxima, 30 seguidamente dá um salto de 10 e, por fim, um salto de 4 chegando ao número 44. Para obter o resultado final, 15 parece que a aluna soma os valores dos saltos que deu ($1 + 10 + 4 = 15$). possivelmente construindo uma estratégia aditiva, sendo esta do tipo A10.

5.3. AS RESOLUÇÕES DO RODRIGO

Começo por apresentar a análise das resoluções dos cálculos da primeira cadeia numérica proposta, realçando as intervenções do Rodrigo. A figura seguinte apresenta a cadeia 1:

	Cadeia 1
Cálculo 1	$34 - 10 =$
Cálculo 2	$34 - 20 =$
Cálculo 3	$34 - 25 =$
Cálculo 4	$34 - 28 =$
Cálculo 5	$34 - 24 =$
Cálculo 6	$34 - 23 =$

Figura 20 - Cadeia C1

Explicando o cálculo 1. Emanuel responde:

Emanuel – Dá 15.

Estagiária – Não, não é 15. Eu tenho 34 menos 10. Se eu tirar 10 de 30 fico com quanto?

Rodrigo – 20, é 24.

Estagiária – Consegues explicar Rodrigo?

Rodrigo – acho que sim... então tirei 10 ao 30 fiquei com 20 depois meti os 4 que já lá estavam.

No cálculo 2, Rodrigo refere:

Rodrigo – É 14. Eu explico Susana... ali está 34 e ali também. E ali está mais uma dezena então é mais uma dezena que tiramos. Fica 14.

O Rodrigo já percebeu que após dizer o resultado tem que explicar sempre como pensou, então já nem espera que pergunte e vai explicando que tanto no cálculo 1 como no 2 o aditivo é igual a 34, mas os subtrativos são diferentes, num caso 10 e no outro 20. Então relaciona que no cálculo a realizar tem que tirar mais uma dezena do que no cálculo anterior, ficando assim com 14.

Referente ao cálculo 3, Rodrigo refere os dois primeiros cálculos.

Rodrigo – A 1ª deu 24. A outra 14. Vi que nesse tínhamos que tirar mais 5 à anterior e deu 9.

Estagiária – Então calculaste o resultado do cálculo 1 com este $(34 - 25)$? Então fizeste $14 - 5$ é isso?

Rodrigo – Sim, é 9.

Estagiária – Muito bem. Então se $34 - 25$ é 9. Quanto será $34 - 28$?

Rodrigo – Temos que tirar mais 3.

Estagiária – 3 porquê?

Rodrigo – Então, se lá em cima está 25 e aí 28 essa tem 3 a mais. Fica 6... porque é 9 menos 3 é igual a 6.

O Rodrigo surpreende-me bastante com a rapidez de raciocínio. Embora as dificuldades nesta turma sejam, de uma forma geral, bastante significativas, por outro lado o Rodrigo consegue estabelecer relações surpreendentes nos cálculos. O Rodrigo percebe que a diferença que existe nos subtrativos é de 3, então rapidamente percebe que basta retirar 3 unidades ao resultado do cálculo 3.

Ao apresentar o cálculo 5, Rodrigo refere:

Rodrigo: A conta que está lá em cima. (refere-se ao cálculo 3) deu 9, aqui é só mais 1.

Estagiária – É mais 1. Explica lá porquê?

Rodrigo – Então ali $(34 - 25)$ tinha que tirar mais ao 34. Aqui tenho que tirar menos 1. Se tiro menos 1 é porque fico com mais neste.

Estagiária – Então ficas com mais um que o anterior? Ficas com quanto?

Rodrigo – Sim, fico com 10.

Assim que acabo de transcrever o último cálculo no quadro, Rodrigo já tem o dedo no ar.

Rodrigo – Já sei... é 11.

Yasmin – É mais 4 que o de cima. Assim esse dá 10.

Estagiária – Muito bem. Então, viste que 28 menos 24 é 4. Fizeste 6 mais 4 e deu 10.

Rodrigo parece e recorrer à estratégia N10C, a aluna recorre a um cálculo já efetuando subtraindo ou somando as diferenças dos subtrativos nos diferentes cálculos.


PROBLEMA 1 – MODAS & MODAS

No problema 1 era preciso calcular o desconto no preço da camisola. Rodrigo resolve o problema como mostra a figura 21.

Nome: Rodrigo Ferreira dos Santos Data: / /

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.

Na **Modas & Modas**

 ~~34~~
28

Qual é o desconto?

28 30 31

+2 +4

$2 + 4 = 6$

R: O desconto é de 6€

Figura 21 - Resolução do Rodrigo do problema 1

Rodrigo resolve o problema como a Marta e o Miguel, usando a reta numérica. O aluno parece ter começado no 28, dá um salto de 2, para a frente, até à dezena mais próxima, 30, e novamente um salto de 4 para a frente chegando ao 34. Esta resolução parece ser do tipo A10.

Por fim, soma os números correspondentes aos dois saltos obtendo o desconto da camisola. Além disso escreve a resposta correta ao problema, mostrando que o compreendeu.

PROBLEMA 2 – PARQUE DE ESTACIONAMENTO

No problema 2 era preciso calcular quantos lugares a mais do que a Zona A tinha a Zona B. Rodrigo resolve o problema como mostra a figura 22.

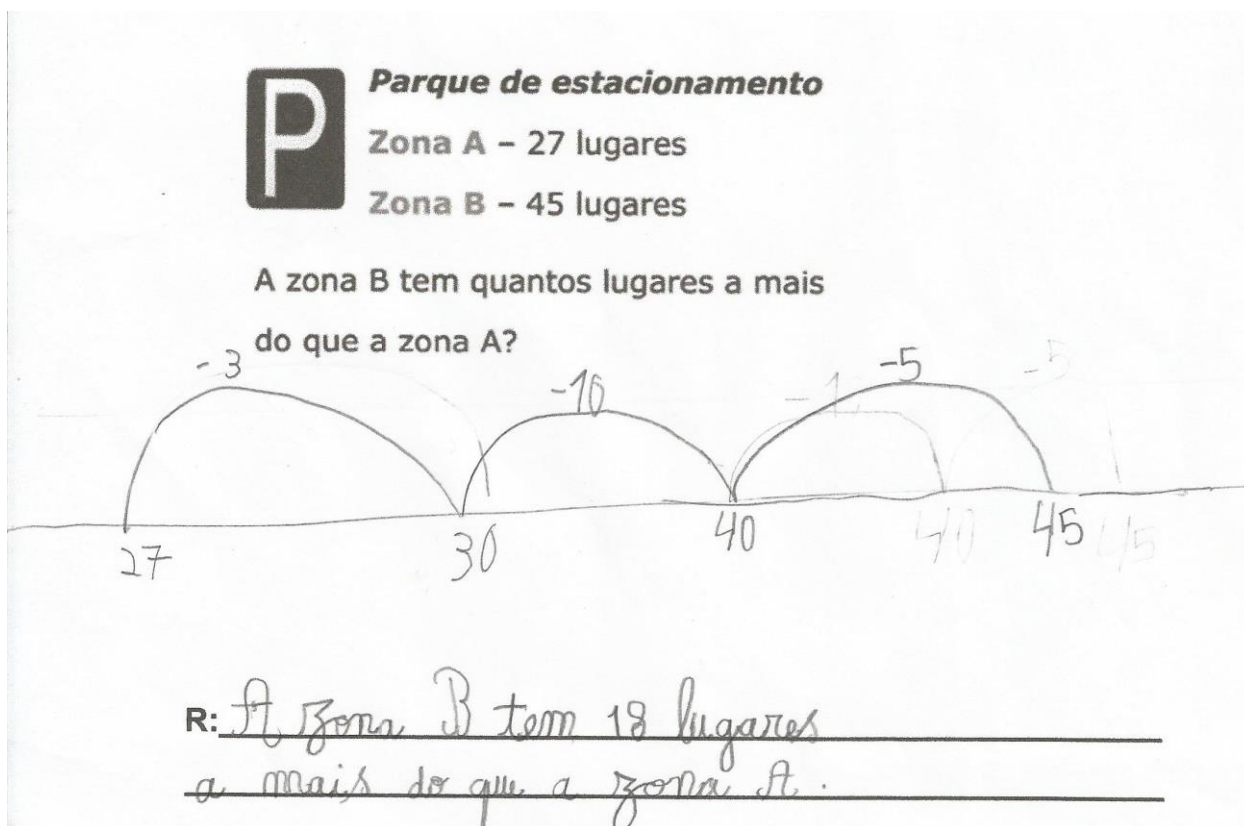


Figura 22 - Resolução do Rodrigo do problema 2

Embora use a reta numérica não graduada como suporte para calcular, ao contrário de Gonçalo e Yasmin, Rodrigo subtrai a partir do número 45, parecendo usar uma estratégia do tipo A10.

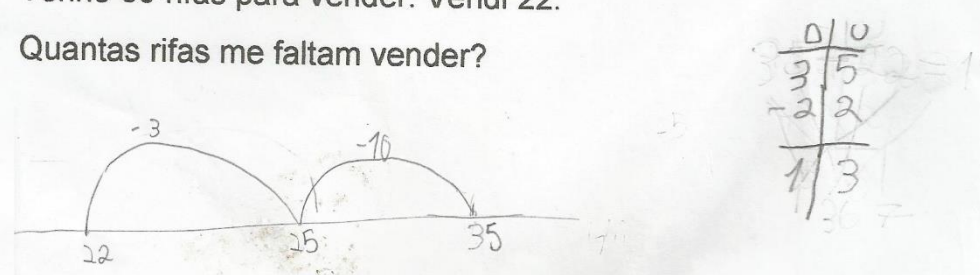
Começa por retirar 5 unidades, saltando para o número 40, a dezena mais próxima, em seguida tira mais 10 unidades, saltando para o número 30 e, por fim, retira mais 3 unidades, saltando para o número 27. Obteve assim o resultado correto de 18. Para chegar a este resultado o aluno deve ter somado o número de saltos que deu na reta numérica não graduada embora não represente esse cálculo. Tal como no problema anterior, Rodrigo dá uma resposta correta ao problema.

PROBLEMA 3 – RIFAS

No problema 3 era preciso calcular quantas rifas faltavam vender. Rodrigo resolve o problema como mostra a figura 23.

Nome: Rodrigo Data: 15 / 12 / 2014

Resolve os problemas calculando como a Marta e o Miguel.
 Tenho 35 rifas para vender. Vendi 22.
 Quantas rifas me faltam vender?



R: faltam 13 rifas

Figura 23 - Resolução do Rodrigo do problema 3



A análise da resolução do Rodrigo permite perceber que o aluno identifica o problema como sendo de subtração e recorre a dois modos de representação do cálculo são eles o cálculo vertical e o cálculo com recurso à reta numérica. Rodrigo recorre a uma estratégia de decomposição muito próxima do algoritmo. Aparentemente, em primeiro lugar, o aluno efetua um cálculo vertical, subtraindo as unidades e seguidamente subtraindo as dezenas, obtendo o resultado final.

Finalmente, recorre à reta numérica não graduada para realizar o mesmo cálculo usando, desta vez, uma estratégia do tipo N10. Começa por desenhar a reta numérica não graduada e parece iniciar o cálculo no número 35, dando um salto de 10 para trás, chegando ao 25, depois dá outro salto de 3, para trás, obtendo o número 22. Posteriormente, deve ter somado os saltos obtidos, ($3 + 10 = 13$). Rodrigo parece ter iniciado com o cálculo vertical pois ao mesmo tempo que esta investigação era realizada os alunos estavam a desenvolver cálculos verticais, próximos do algoritmo. Possivelmente foi para exercitar este método que efetuou os primeiros cálculos, embora acabe por realizar os cálculos também na reta numérica, tal como foi pedido inicialmente.

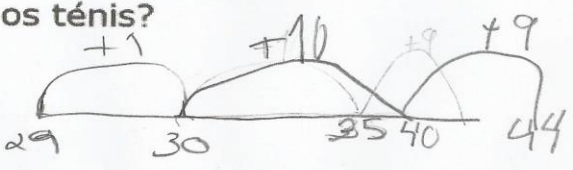
PROBLEMA 4 – TÊNIS

No problema 4 era preciso calcular a diferença entre dois números de ténis. Gonçalo resolve o problema como mostra a figura 24.

Rodrig **Ténis**

	
Tamanho 29	Tamanho 44

Qual é a diferença de número entre os ténis?



Ret

$44 - 29$

R: A diferença é de 15 números

Figura 24 - Resolução do Rodrigo do problema 4

Assim como Gonçalo, Rodrigo parece tentar efetuar o cálculo através do algoritmo vertical, mas também como Gonçalo não consegue, pois, ainda não aprenderam a calcular com o algoritmo da subtração com empréstimo das dezenas. Depois, Rodrigo parece ter começado no 29, dá um salto de 1 até à dezena mais próxima, 30, depois um salto de 10 e finalmente um salto de 9 para a frente, chegando ao número 44. Esta resolução parece ser do tipo A10.

Contudo, apesar do resultado final apresentado ser 15, a soma dos saltos que Rodrigo dá não corresponde ao resultado que este escreve (R: A diferença é de 15 números), sendo provável que Rodrigo se tenha enganado. Os seus registos parcialmente apagados mostram que, provavelmente, primeiro deu um salto até 35 e depois outro salto para 44, mas apagou. Por isso, ao mudar o salto para 40, deve ter-se enganado e manteve o número 9.

Capítulo 6 – Conclusões

O presente capítulo encontra-se dividido em três secções. Na primeira secção apresento uma síntese do estudo, destacando o contexto e o objetivo do estudo que foi desenvolvido, a questão de investigação, bem como as principais opções metodológicas. Na segunda secção, tento dar resposta à questão de investigação tendo por base a análise de dados. Na terceira secção efetuo uma reflexão pessoal sobre todo o trabalho realizado.

6.1 SÍNTESE DO ESTUDO

A realização desta investigação começou por ter uma motivação ter de carácter pessoal, uma vez que a área da Matemática foi sempre vista como a área onde a maior parte dos alunos tinha dificuldades. Além disso, considerando a minha experiência enquanto aluna com algumas dificuldades a Matemática, o desenvolvimento deste trabalho teve como objetivo tentar compreender mais sobre esta área curricular.

A investigação decorre no âmbito da Unidade Curricular Estágio II realizado numa turma de 2.º ano de escolaridade do 1.º Ciclo do Ensino Básico numa escola básica, pertencente a um agrupamento de escolas de Setúbal. Logo desde cedo observei que os alunos revelavam algumas dificuldades associadas ao sentido de número e, naturalmente, às operações aritméticas, em particular relativamente à subtração. Tendo por referência as dificuldades dos alunos e as minhas aquando aluna, optei por criar momentos em que estes tivessem oportunidade de construir estratégias facilitadoras da resolução de problemas. Desta forma, nesta investigação procurei compreender o modo como alunos do 2.º ano de escolaridade resolvem tarefas de subtração. Decorrente deste objetivo formulei uma questão central que orienta a minha investigação: quais as estratégias usadas pelos alunos quando resolvem problemas de subtração?

Especificamente do ponto de vista metodológico, esta investigação caracteriza-se como qualitativa. A recolha de dados desenvolvida através da observação participante, de entrevistas informais e recolha documental. A análise de dados relativos às produções de três alunos ao longo de quatro problemas, permitiu de alguma forma dar resposta à questão formulada, mesmo tendo em conta as dificuldades manifestadas por estes alunos na área da matemática, mais propriamente,

na resolução de problemas de subtração. Assim, apresento as conclusões do estudo, tendo como foco a resposta à questão inicial.

6.2 CONCLUSÕES DO ESTUDO

Ao analisar as resoluções dos problemas elaboradas pelos alunos, pude constatar que estes recorrem a diferentes estratégias de cálculo, usando representações horizontais e verticais.

A tabela seguinte sintetiza as estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos.

Tabela 4 – Síntese das estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos

Alunos Problemas	Gonçalo	Yasmin	Rodrigo
Modas & Modas	N10/A10	N10	A10
Parque de Estacionamento	A10	N10	A10
Rifas	1010	N10	1010/N10
Ténis	N10	N10	A10

A análise da tabela evidencia que Gonçalo parece ser o aluno que usa diferentes estratégias. Um dos fatores que poderá ter sido determinante para as diferentes estratégias utilizadas por Gonçalo é a utilização das cadeias numéricas de subtração.

Por sua vez, Yasmin usa sempre o mesmo tipo de estratégias na resolução dos diferentes problemas. A aluna recorre sempre a uma estratégia N10, apoiando o seu cálculo na reta numérica através da adição.

Por fim, Rodrigo recorre, sobretudo, a estratégias de subtração, apoiando os seus cálculos na reta numérica não graduada, tal como sugerido. Apenas no último problema recorre à reta numérica não graduada para efetuar saltos para a frente, ou seja, usa uma estratégia aditiva.

A análise da tabela evidencia que Gonçalo tanto usa estratégias do tipo A10 como estratégias do tipo N10, usando também uma estratégia de decomposição do tipo 1010. Yasmin usa sempre a mesma estratégia, do tipo N10, na resolução de todos os problemas e Rodrigo opta mais frequentemente por uma estratégia do tipo A10.

No decorrer do presente estudo, os três alunos evidenciaram o uso de estratégias de cálculo mental pertencentes à categoria dos saltos e à categoria da decomposição, evidência essa que vai ao encontro daquilo que é apresentado nos resultados de alguns estudos realizados por autores tais como Beishuizen (1997). A utilização de uma destas estratégias, a N10, insere-se na perspectiva do autor anterior, que considera que esta estratégia é eficiente na medida que tanto pode ser utilizada na adição como na subtração. Na categoria de estratégias holísticas, em que se trabalha com o número no seu todo as estratégias N10 e A10 são as mais utilizadas. A estratégia N10 é a mais utilizada pelos três alunos, embora a estratégia A10 seja maioritariamente utilizada pelo Rodrigo.

Ainda na categoria dos saltos, a estratégia N10C também surgiu nesta investigação. Quando Yasmin resolve a primeira cadeia numérica, recorrendo a cálculos anteriores, esta utiliza os restos e as diferenças dos subtrativos para concluir o resultado do cálculo. Efetivamente recorre a um cálculo já efetuado subtraindo as diferenças dos subtrativos nos diferentes cálculos.

Quando iniciei o estágio e, posteriormente, propus a realização as cadeias numéricas, bem como a resolução dos problemas fui observando que os alunos se apoiavam sobretudo na estratégia 1010 por ser a estratégia utilizada pela professora cooperante através do cálculo horizontal. Desta forma, era expectável que os alunos pudessem sentir-se mais seguros em utilizá-la, revelando algumas dificuldades inicialmente em utilizarem outras estratégias quer seja para explorar as cadeias numéricas quer seja para resolver os problemas apresentados.

Tal como é referido no Capítulo na proposta pedagógica são apresentados quatro problemas de subtração. Ainda assim, na sua resolução os alunos utilizaram tanto estratégias aditivas como subtrativas. Além disso, quando recorriam ao recurso da reta não graduada utilizavam principalmente estratégia aditivas. Embora as estratégias usadas por Gonçalo e Rodrigo sejam diversificadas, Yasmin recorre a estratégias aditivas, à exceção no problema 3 – Rifas, em que utilizou o cálculo vertical e desta forma utilizou a operação de subtração.

Segundo Heirdsfield e Cooper (1996) na resolução de problemas com sentido de retirar os alunos têm inclinação para utilizar estratégias subtrativas. Ora os dois primeiros problemas têm

sentido de retirar e através da análise das resoluções dos alunos verifica-se que tal não ocorre sempre, aquando utilizam a reta não graduada recorrem a saltos maioritariamente para a frente.

Apesar de os problemas apresentados serem problemas com um grau de dificuldade menor para uma turma de segundo ano, estes três alunos realizaram-nos com alguma facilidade embora também usassem estratégias que me parecem ser do ponto de vista matemático surpreendentes.

Perante os aspetos acima referidos e as necessidades dos alunos foi importante a introdução das mini-lições ou cadeias numéricas de modo a que os alunos desenvolvessem destrezas de cálculo mental e, por conseguinte, desenvolver estratégias de cálculo com maior eficácia.

Após a continuidade da realização das cadeias numéricas consegui observar que o Rodrigo conseguiu explicar de uma forma muito clara o seu raciocínio, por vezes até tentava explicar por outras palavras. Rodrigo apresenta nos problemas estratégias características que podemos considerar a sua facilidade em perceber aquilo que eu inicialmente pedi e soube interpretar o problema sem a minha ajuda.

Já Gonçalo mostra que se sente à vontade e, tem necessidade de mostrar que sabe utilizar mais do que uma estratégia para resolver o problema. Em quatros dos problemas resolvidos pelo Gonçalo, apenas um não possui várias evidências, ao contrário dos de Yasmin. Tal como Mendes (2012) refere que

a falta de segurança (...), o gosto que [os alunos] parecem ter em mostrar que conseguem efetuar o mesmo cálculo de maneiras diferentes, o querer seguir a professora que, por vezes, realça as várias maneiras usadas pelos alunos de realiza um mesmo cálculo e o recurso a um procedimento de confirmação. (p. 489)

Conforme a mesma autora refere com a prática, os alunos vão-se apropriando de uma ou de outra estratégia, deixando assim de resolver um problema de uma só maneira.

Ao longo da implementação deste projeto foi importante na fase de resolução dos problemas a realização das cadeias numéricas bem como sugerir aos alunos para efetuar os problemas segundo a resolução da Marta e o Miguel. Por iniciativa própria a maior parte dos alunos não conseguia ler e compreender um enunciado, e, mesmo quando esse enunciado era explicado,

não sabia como o resolver. Deste modo, foi importante e, por outro lado, condicionante a apresentação inicial da resolução da Marta e do Miguel.

A análise das transcrições das cadeias numéricas também mostra que os alunos são capazes de estabelecer relações numéricas e usar diferentes estratégias, de acordo com o subjacente nessas mesmas cadeias. Embora, por falta de tempo na escrita deste relatório, só tenha analisado as intervenções dos alunos a propósito da primeira cadeia numérica, parece-me que a realização destas contribuiu para o desenvolvimento do cálculo mental dos alunos.

6.3 REFLEXÕES FINAIS

A motivação para explorar este tema foi muito pessoal, fui decidida desde o primeiro dia que queria abordar conteúdos da área da matemática, embora tivesse e, tenho, consciência das dificuldades que tive enquanto aluna e que ainda hoje batalho. Houve a necessidade de me debater com certas questões para por fim às dúvidas existentes que tinha nesta área, e ter confiança no meu desempenho enquanto futura docente da área da matemática.

Adicionalmente, considero que ao longo da nossa prática é o nosso dever refletir sobre a mesma, pois só assim conseguiremos alcançar as melhorias necessárias e, se for o caso, readaptá-la, orientando os alunos para que ultrapassem as suas dificuldades, neste caso, na área da Matemática. Deste modo devemos proporcionar-lhes experiências para que os alunos possam adquirir as ferramentas necessárias para construir e, possivelmente, concretizar novos caminhos no processo de aprendizagem da matemática.

Apesar de saber a área em que queria investigar ponderei bastante, pois as dificuldades eram algumas, nomeadamente a dificuldade que esta turma tinha relativamente às operações aritméticas, principalmente a subtração. Outro papel importante na minha investigação foi a escolha dos números que seriam explorados, os números escolhidos nas cadeias numéricas tinham como propósito serem os que seriam usados nos problemas apresentados. Posteriormente, a atenção inclinou-se para os alunos e as suas dificuldades, verificar qual a estratégia ou estratégias que seriam mais adequadas a serem apresentadas que mais se adequasse àqueles alunos. Eventualmente, no final de todo este processo era necessário fazer uma reflexão da prática, do que poderia ser melhorado, do que tinha corrido bem de forma a melhorar o desenvolvimento das

sessões futuras. Assim, é importante refletir se o caminho que se segue ajudará a compreendermos melhor enquanto professores, mas de certa forma a melhorar o(s) nosso(s) método(s) de ensino.

Posto isto, foi importante construir uma proposta que desenvolvesse o cálculo mental pois este escrito é fundamental, abordado de forma minuciosa e sistemática, com lições frequentes, mas breves, ou seja, é uma ferramenta que ajudará os alunos a aprofundar as suas aptidões de cálculo. O meu principal objetivo foi melhorar a compreensão e a prática com a operação subtração, assim os alunos vão-se habituando a operar com números cada vez maiores, com rapidez e confiança. Desta forma, o cálculo mental pode ser utilizado para resolver problemas, pois este ajuda a desenvolver um bom sentido de número, promovendo o desenvolvimento de competências para resolver problemas numéricos. Assim, o meu trabalho de investigação ficaria com uma maior sustentabilidade introduzindo problemas de forma que os alunos explorassem as suas competências de cálculo mental.

As grandes dificuldades que senti nesta investigação foram sobretudo o tempo (ou a falta dele) que aliado ao comportamento desta turma não ajudava em nada. Atualmente, se pudesse repetir todo este projeto teria aprofundado mais o sentido de número e o desenvolvimento do cálculo mental.

Considero que os erros e as dificuldades são partes processuais importantes para que os alunos compreendam e reflitam sobre essas mesmas dificuldades. Assim, desta forma é importante sublinhar aos alunos que cometer erros não faz mal, é natural e, por vezes, é preciso errar para chegarmos a uma conclusão próxima da perfeição.

Em suma, cabe ao professor motivar os seus alunos a desenvolverem capacidades e competências matemáticas que posteriormente lhes vão ser úteis no seu dia-a-dia. Termino este projeto com o objetivo pessoal de dever cumprido e com toda a certeza, num futuro próximo, de exercer enquanto profissional o melhor de mim, das minhas decisões para os meus alunos.

Bibliografia

- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I., Loureiro, C., & Nunes, F. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministérios da Educação Departamento da Educação Básica.
- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação*. Porto: Edições ASA.
- Almeida, J. F. (1990). Técnicas de Investigação. Em J. F. Almeida, *A investigação nas ciências sociais* (pp. 92-123). Lisboa: Presença.
- Beishuizen, M. (1997). Tow types of mental arithmetic and the empty numberline . *Dept of Education, Leiden University, The Netherlands*, 1-5. Obtido de <http://www.bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-17-12-4.pdf>
- Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(4), pp. 294-323.
- Beishuizen, M. (1997). Development of mathematical strategies and procedures up to 100. Em M. Beishuizen, K. Gravemeijer, & E. D. Van Lieshout, *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp. 127-162). Utrecht: Utrecht University.
- Beishuizen, M., van Putten, C. M., & Van Mulken, F. (1997). Mental arithmetic and strategy use with indirect number problems up to one hundred. *Learning and Instruction*, 7(1), pp. 87-106.
- Bell, J. (2002). *Como realizar um projeto de investigação: um guia para a pesquisa em ciências sociais e da educação*. (2ª ed.). Lisboa: Gradiva/trajetos, nº38.
- Blöte, A. W., van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational*, 93, 627-638.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico. Programa de Formação Contínua em Matemática para*

- Professores dos 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J., Delgado, C., & Mendes, F. (2010). *1º Ano Números e Operações*.
- Brocardo, J., Rocha, I., & Serrazina, L. (2008). *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora.
- Buys, K. (2008). Mental arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen . Em *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam: The Netherlands: Sense Publishers.
- Carvalho, R. (2009). Calcular de cabeça ou com cabeça? (A. M. Professores, Ed.)
- Castro, J. P., & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular .
- Educação, M. d. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Obtido de <http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf>
- Félix, S. (2015-16). *Plano de Trabalho de Turma* . Setúbal .
- Ferreira, E. (2012). A Resolução de problemas de subtração: Significados, estratégias e procedimentos, que relação com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos? *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 97-108). Lisboa: Associação de Professores de Matemática . Obtido de http://www.apm.pt/files/_XXIII_SIEM_ATAS_6_510c56bde0cae.pdf
- Ferreira, E., & Pires, M. V. (2012). Números e Operações: Um tema a (re)discutir. *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 43-46). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work : constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth, NH: Heinemann .
- Heinz, A., Star, J. R., & Verschaffel, L. (2009). *Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education* (Vol. 41). ZDM Mathematics Education. Obtido de <http://link.springer.com/article/10.1007/s11858-009-0214-4>

- Heirdsfield, A. M. (2001). Integration, compensation and memory in mental addition and subtraction. *25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht, Netherlands. Obtido de <http://eprints.qut.edu.au/>
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up. Helping Children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Ação*. Porto: Porto Editora.
- Mendes, M. d. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º Ciclo*. Tese de Doutoramento em Educação - Didática da Matemática.
- Ministério da Educação, Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. (2010-2011).
- NCTM. (1989). A Matemática Essencial para o Século XXI. *Educação e Matemática*, 23-35.
- NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Pardal, L., & Correia, E. (1995). *Métodos e Técnicas de Investigação Social*. Porto: Areal Editores.
- Ponte, J. P. (2002). *Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Serrazinha, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., . . . Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.
- Ponte, J., & Serrazina, M. d. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Programa de Matemática para o Ensino Básico*. (2013). Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Sequeira, L., Freitas, P. J., & Nápoles, S. (2009). *Números e Operações Guia Didático no Âmbito do Programa para o Ensino da Matemática no 1º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação e do Ensino Superior, Instituto Nacional de Inovação-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Serrazina, L. (outubro de 2002). Competência matemática e competências de cálculo no 1º Ciclo. *Educação e Matemática*, pp. 57-60.

- Setúbal, E. S. (2009-2010). Obtido de <http://projectos.esse.ips.pt: http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/01/C%C3%A1lculo-mental-e-Cadeias-09-10.pdf>
- Teixeira, R. d. (2014). *Prática de ensino supervisionada no 1º e 2º ciclo do ensino básico: Cálculo mental: um estudo sobre as estratégias utilizadas por alunos do 1º e do 2º ciclo do ensino básico*. Estágio, Lisboa. Obtido de <http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/3856/1/calculo%20mental%20um%20estudo%20sobre%20as%20estrat%C3%A9gias%20utilizadas%20por%20alunos%20do%201.%C2%BA%20e%20do%202.%C2%BA%20ciclo%20do%20ensino%20b%C3%A1sico.pdf>
- Thompson, I. (2009). Issues in Teaching Numeracy in Primary Schools. Em I. Thompson, *Getting your head around mental calculation*. Maidenhead: Open University Press.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Treffers, A. (2009). Mathe-didactical reflections on young children's understanding and application of subtraction-related principles. *Mathematical Thinking and Learning*, pp. 102-111.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Children learn mathematics. Em K. Buys, *Mental arithmetic*. In M. van den Heuvel-Panhuizen (pp. 121-146). Netherlands: Freudenthal Institute (FI) Utrecht University & National Institute for Curriculum Development (SLO).
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Em F. K. Lester, *Whole number concepts and operations* (pp. 557-628). Reston, VA: NCTM.