Ana Rita Leido Batista

Diferenciação Pedagógica no ensino da Matemática: Práticas de uma jovem professora

Relatório da componente de investigação de Estágio IV do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Setúbal, dezembro de 2019

Versão definitiva

Ana Rita Leido Batista

Diferenciação Pedagógica no ensino da Matemática: Práticas de uma jovem professora

Relatório da componente de investigação de Estágio IV do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Orientadora: Professora Doutora Ana Maria Dias Roque Lemos Boavida

Setúbal, dezembro de 2019

Versão definitiva

Resumo

Neste estudo tive por objetivo compreender de que modo posso diferenciar o ensino da matemática e os desafios que enfrento neste processo. Neste sentido, formulei as seguintes questões de investigação: (a) A que aspetos dei especial atenção na preparação de aulas orientadas para a diferenciação do ensino da matemática? Que desafios experienciei neste processo? (b) Como concretizei estas aulas? Que desafios experienciei neste processo?

O enquadramento teórico está organizado em duas partes. Na primeira centro-me na diferenciação pedagógica: significado, características e estratégias de diferenciação pedagógica em matemática. Na segunda, foco-me no ensino das frações e em desafios que se colocam ao professor, nomeadamente quando pretende diferenciar o ensino da matemática.

Esta investigação, em termos metodológicos, integra-se numa abordagem qualitativa e constitui uma investigação sobre a minha prática. Nesta âmbito, realizei uma intervenção pedagógica numa turma de 4.º ano de escolaridade em que, usando duas estratégias de diferenciação, propus aos alunos um conjunto de problemas sobre números racionais não negativos representados sob a forma de fração. Os dados empíricos foram recolhidos através da observação participante e da recolha documental. Esta observação esteve associada às aulas da intervenção pedagógica e os dados foram registados usando notas de campo e registos áudio/vídeo. Além disso, foram objeto de uma análise de conteúdo qualitativa orientada por categorias temáticas.

Os resultados desta investigação evidenciam a importância de uma cuidada preparação das aulas. Em primeiro lugar, é de extrema importância escolher uma tarefa cujo contexto seja apelativo para os alunos e com que todos consigam trabalhar, independentemente das suas especificidades. É fundamental que as tarefas permitam trabalhar em torno de ideias-chave e que sejam de desafio elevado, de modo a possibilitar diversas estratégias de resolução. Para além disso, a escolha da estratégia de diferenciação a adotar, a organização da turma, a previsão das estratégias de resolução e de possíveis dificuldades e, ainda, o planeamento da discussão coletiva final, foram bastante úteis para lidar com as diferentes necessidades e conhecimentos dos alunos. A planificação das aulas dotou-me de conhecimento que me ajudou na apresentação da tarefa, na monitorização do trabalho dos alunos e me fez sentir mais segura para orquestrar as discussões coletivas.

Os desafios experienciados centraram-se sobretudo na escolha das tarefas, na conceção de tarefas paralelas, na organização da turma por grupos de trabalho, no planeamento e condução das discussões coletivas e na concretização e articulação das estratégias de diferenciação pedagógica adotadas. A planificação de uma aula tendo por horizonte um ensino diferenciado exige rigor, preparação, antecipação e um bom conhecimento dos alunos. Todos estes aspetos são desejáveis mas difíceis dado, nomeadamente o curto espaço tempo em que desenvolvi a investigação. Para além disso, escolher uma tarefa significativa e que possibilite uma boa diferenciação não é simples. Esta escolha implica o envolvimento dos alunos quer na resolução da tarefa, quer na participação da discussão coletiva. Não foi fácil incentivar os alunos a partilhar as suas resoluções e a analisar as resoluções uns dos outros e a perceber que a discussão sobre conteúdos matemáticos é uma mais-valia para a sua aprendizagem.

Palavras- chave: Diferenciação Pedagógica em Matemática; Números Racionais; Práticas do Professor; Desafios

Abstract

In this study, the goal is to understand how I can differentiate math teaching and the challenges I face in this process. In this regard, formulated the research questions: (a) What aspects of special attention in preparing lessons for differentiating mathematics teaching? What challenges did I face during this process? (b) How did I teach these classes? What challenges did I face?

The theoretical framework is organized in two parts. At first, I focus on pedagogical differentiation: meaning, characteristic and strategies of pedagogical differentiation in mathematics. In the second, I focus on the teaching of fractions and the challenges facing the teacher, namely when I want to differentiate the teaching of mathematics.

This research, in methodological terms, is part of a qualitative approach and constitutes an investigation of my practice. In this context, I did a pedagogical intervention in a 4th grade class. School year in which, using two differentiation strategies, I proposed to students a set of problems about nonnegative rational numbers represented as a fraction. Empirical data were collected through participant observation and documentary collection. This observation was associated with pedagogical intervention classes and data were recorded using field notes and audio / video recordings. In addition, they were the subject of a qualitative content analysis guided by thematic categories.

The results of this investigation highlight the importance of careful class preparation. Firstly, it is extremely important to choose a task whose context is appealing to the students and that everyone can work on, regardless of their specificities. It is crucial that the tasks allow us to work around key, challenging ideas to enable a variety of resolution strategies. In addition, the choice of differentiation strategy to adopt, the organization of the class, the prediction of resolution strategies and possible difficulties, and the planning of the final collective discussion, were very useful in dealing with different needs and knowledge. from the students. The planning of the lessons provided me with knowledge that helped me in presenting the assignment, monitoring the students' work and making me feel safer to orchestrate the collective discussions.

The challenges experienced focused mainly on the choice of tasks, the conception of parallel tasks, the organization of the group by work groups, the planning and conduct of collective discussions and the implementation and articulation of the strategies of pedagogical differentiation adopted. Planning a class based on differentiated teaching requires rigor, preparation, anticipation and a good knowledge of the students. All of these are desirable but difficult given, notably the short time I developed the research. Moreover, choosing a meaningful task that enables good differentiation is not simple. This choice implies with the involvement of the students both in the task resolution and in the participation of the collective discussion. It was not easy to encourage students to share their resolutions and to analyse each other's resolutions and to realize that the discussion of mathematical content is an asset to their learning.

Keywords: Pedagogical Differentiation; Rational numbers; Teacher's Practices; Differentiation Strategies in Mathematics; Challenges

Agradecimentos

Este projeto constitui mais uma etapa alcançada, repleta de desafios, angústias e muitas horas de dedicação e empenho. Ao terminá-la é importante agradecer a todos o que me acompanharam e me apoiaram nos momentos mais difíceis de cansaço, ansiedade e frustração. Por isso, o meu agradecimento especial é para as seguintes pessoas:

Primeiramente, agradeço à minha orientadora Professora Doutora Ana Boavida, por todo o apoio prestado, pela dedicação e incentivo para fazer “mais e melhor”.

À professora cooperante que me permitiu realizar este projeto e à turma do 4º. ano de escolaridade por participarem no mesmo e ajudarem no meu crescimento enquanto futura professora.

Aos meus pais e irmã agradeço o apoio incondicional, a paciência e “colo” que me deram nos dias mais difíceis em que a ansiedade e o nervosismo tomaram conta de mim. Obrigada por acreditarem que era capaz e me permitirem entregar neste projeto de corpo e alma. Sem vocês não era possível!

À minha avó, obrigada por seres a minha segunda mãe, por acreditares em mim e por te preocupares comigo em todos os momentos.

Aos meus avôs paternos, obrigada por me apoiarem nesta etapa e fazerem parte da minha vida.

Ao meu namorado, obrigada por me ouvires nos momentos de angústia, pela paciência, por me dares força e incentivo a lutar pelos meus sonhos e principalmente pela amor e dedicação.

À minha companheira de curso e amiga Rafaela, obrigada por todos os risos e choros ao longo destes cinco anos e principalmente pelo apoio nesta fase. Obrigada por tudo, o teu apoio foi fundamental!

Às minhas amigas de curso, Carolina e Marlene obrigada por todos os momentos de gargalhadas, parvoíces, mas acima de tudo de amizade. Obrigada, sem vocês este percurso não tinha sido o mesmo!

Às minhas companheiras de curso, Vânia, Inês, Joana, Magda, Diana, Sara e Iolanda que me acompanharam desde o primeiro dia, muito obrigada, levo-vos no coração.

Á Vera, que me desafiava semana após semana para terminar este percurso incentivando-me e acreditando nas minhas capacidades.

Aos meninos e meninas que atravessaram o meu percurso e me mostraram que escolhi o caminho certo!

Agradeço a todos que de uma forma direta ou indireta acreditaram em mim, me apoiaram e me mostraram que eu era capaz!

Obrigada de coração, a todos!

Para ti avô,

Índice

Índice de figuras

Índice de tabelas

Capítulo I

Introdução

Este relatório surge no âmbito da Unidade Curricular Estágio IV do curso Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º. Ciclo do Ensino Básico. Decorre de um estudo que realizei, em contexto de estágio, numa turma de 4º. ano de escolaridade no ano letivo de 2018/2019 cujo foco é analisar possibilidades de diferenciar o ensino da Matemática.

Este capítulo está organizado em quatro secções. Primeiramente, explicito as motivações para a realização do estudo, de seguida a sua pertinência teórica e posteriormente o objetivo da investigação e respetivas questões. Por fim, apresento a estrutura do documento.

1. Motivações

Desde sempre considero que a educação deve ser inclusiva, e não exclusiva, respeitando a diversidade de modos de ser e de aprender que existe nas salas de aula. Como bem salienta Niza (referido por Soares, 2002), só o respeito pela diversidade transforma uma escola de exclusão numa escola de inclusão e, assim, é possível assegurar o direito ao acesso a uma educação de qualidade bem como à igualdade de condições para todos os alunos. No que diz respeito ao ensino e aprendizagem da Matemática, o princípio da equidade, proposto pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM[1]) em 2000 vai ao encontro desta perspetiva: "A excelência na educação matemática requer equidade: expectativas elevadas e um sólido apoio a todos os alunos" (NCTM, 2007, p. 11). De acordo com esta publicação,

> todos os alunos, independentemente das suas características pessoais, origens ou capacidades físicas, devem ter a oportunidade de estudar matemática – e de ser apoiados na sua aprendizagem. A equidade não significa que cada aluno deva receber um ensino idêntico; pelo contrário, exige a adaptação razoável e adequada, sempre que tal se revele necessário, de modo a promover o acesso e a aquisição dos conteúdos a todos os alunos. (NCTM, 2007, p. 12)

[1] O documento *Principles and standards for school mathematics* publicado pelo NCTM em 2000 foi, posteriormente, traduzido para português com o título *Normas e Princípios para a Matemática Escolar* (NCTM,2007) Neste documento utilizar-se-á esta tradução que será referenciada por NCTM (2007).

Esta forma de perspetivar a educação faz-me acreditar que é possível incluir os alunos nas tarefas realizadas em sala de aula, mesmo que estas tenham que ser modificadas consoante as suas especificidades pessoais. Foi com base nesta visão que decidi que seria pertinente adquirir mais conhecimento sobre como se poderá diferenciar o ensino da Matemática e, ao mesmo que tempo, desenvolver competências sobre como mobilizar este conhecimento nas práticas letivas.

As observações que fui fazendo ao longo dos estágios realizados, contribuíram para que ficasse, progressivamente, mais consciente de que as turmas, são, cada vez mais, compostas por alunos com diferentes especificidades e estilos de aprendizagem. Esta ideia é corroborada por vários autores entre os quais Santos (2009):

> Cada vez mais os professores são confrontados com a diversidade de alunos que têm, diversidade não só nas aprendizagens realizadas, mas também na forma de pensar e de aprender, para já não falar das distintas culturas, valores e domínios da língua portuguesa, em presença. Assim, a criação de momentos de diferenciação pedagógica torna-se cada vez mais um imperativo pedagógico. (p. 1)

A meu ver, o uso de estratégias de diferenciação pedagógica[2] favorece a criação, na sala de aula, de ambientes mais ricos do ponto de vista das aprendizagens, porque o professor valoriza os saberes e competências de cada criança e cria condições para a ajudar a evoluir tendo em conta as suas particularidades.

Para escolher a área curricular em que desenvolveria o projeto de investigação, baseei-me na minha experiência enquanto aluna, surgindo, assim, a área da Matemática. Esta disciplina sempre foi uma das que menos gostei ao longo do meu percurso escolar, principalmente porque não entendia os conteúdos matemáticos. Esta falta de entendimento de ideias matemáticas é, aliás, a principal origem do insucesso nesta disciplina:

> Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma auto-imagem de incapacidade em relação à disciplina. Dum modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática. (Ponte, 1994, p. 2)

[2] A expressão diferenciação pedagógica neste documento será sinónima da expressão ensino diferenciado.

Por estas razões, tive interesse em aprender estratégias que pudessem contribuir para os alunos aprenderem Matemática com compreensão. Além disso, considero essencial promover o gosto pela Matemática e levar os alunos a alterar os sentimentos negativos que, frequentemente, por ela nutrem, ou seja, favorecer o que Kilpatrick, Swafford e Findell (2001) designam por "disposição produtiva"[3] (p. 5) para a aprendizagem desta disciplina. Esta ideia encontra eco no que é referido no documento Aprendizagens Essenciais de Matemática (DGE, 2018):

> O ensino da matemática neste nível [1º. ciclo] deve ainda proporcionar uma formação que promova nos alunos uma relação positiva com a disciplina, bem como uma visão matemática que corresponda à sua natureza enquanto ciência e integre o reconhecimento do seu valor cultural e social, nomeadamente no que se refere ao seu papel no desenvolvimento das diversas ciências, da tecnologia e de outras áreas da atividade humana. (p. 2)

Na intervenção pedagógica associada ao desenvolvimento do projeto de investigação foquei-me nos números racionais não negativos representados sob a forma de fração[4]. Esta decisão decorreu, nomeadamente de um diagnóstico feito na turma para perceber qual o conceito em que os alunos tinham mais dificuldades e, também, das indicações da professora cooperante sobre tópicos que considerava ser necessário trabalhar.

2. Pertinência do estudo

A expressão "Diferenciação Pedagógica" remete para um conjunto de medidas, associadas a adaptações no ritmo, nível ou género de instrução praticada pelo professor, que surgem como resposta às necessidades e interesses de cada aluno (Heacox, 2006), e que podem " permitir uma maior equidade no âmbito das aprendizagens" (Pinto, 2011, p. 149). Trata-se de um "processo pelo qual os professores enfrentam a necessidade de fazerem progredir, no currículo, um aluno em situação de grupo, através da seleção apropriada de métodos de ensino e de estratégias de aprendizagem" (Perrenoud referido por Pinto, 2011, p. 154).

[3] Disposição produtiva - Ver a matemática como algo com sentido, utilidade e valor; crer de que se é capaz de a aprender (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).
[4] Por questões de simplificação de linguagem, neste documento a palavra "fração" deve ser entendida como representação dos números sob a forma de fração.

Diferenciar o ensino ou, por outras palavras, adotar uma pedagogia diferenciada, é

> romper com a pedagogia magistral – a mesma lição e os mesmos exercícios para todos ao mesmo tempo – mas é sobretudo uma maneira de pôr em funcionamento uma organização de trabalho que integre dispositivos didáticos, de forma a colocar cada aluno perante a situação mais favorável. (Perrenoud, citado por Pinto, 2011, p. 156)

Embora surjam referências à expressão “diferenciação pedagógica” desde 1973 (Pinto, 2011), a Declaração de Salamanca veio sublinhar a importância e necessidade de se criarem condições favoráveis à aprendizagem de todos os alunos, independentemente das suas dificuldades ou diferenças:

> Cada criança tem o direito fundamental à educação e deve ter a oportunidade de conseguir e manter um nível aceitável de aprendizagem; Cada criança tem características interesses, capacidades e necessidades de aprendizagem que lhe são próprias; os sistemas de educação devem ser planeados e os programas educativos implementados tendo em vista a vasta diversidade destas características e necessidades. (UNESCO, 1994, p. 7)

No caso da Matemática, nos anos 80 do século XX começam a surgir em Portugal vários documentos em que se sublinha fortemente uma orientação curricular que “pode exprimir-se na frase: matemática para todos” (Santos, 2009, p. 3). A ideia de que é importante diferenciar o ensino desta disciplina de modo a proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem que “tenham a ver com motivações e interesses de natureza individual, social ou cultural” (APM, 1988, p. 30) surge, pela primeira vez, em 1988 na publicação *Renovação do Currículo de Matemática* (APM, 1988) em que pode ler-se: “Esta visão opõe-se totalmente a um ensino em que tudo é igual para todos, em nome das características próprias de uma ciência que, pretensamente, seria independente daquelas vivências [que os alunos tiveram ou têm ou que é possível proporcionar-lhes]” (idem, p. 30). Mais tarde, a expressão “Matemática para todos” dá o título a um dos capítulos de um livro intitulado *A Matemática na Educação Básica* (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999), publicado no âmbito da revisão dos currículos do ensino básico em que claramente se explicita que todos os alunos têm direito de aprender Matemática:

> Aprender Matemática é um direito básico de todas as pessoas – em particular, de todas as crianças e jovens – e uma resposta a necessidades individuais e sociais. A Matemática faz parte dos currículos, ao longo de todos os anos de escolaridade básica obrigatória, por razões de natureza cultural, prática e cívica que têm a ver ao mesmo tempo com o desenvolvimento dos alunos enquanto indivíduos e membros da sociedade e com o progresso desta no seu conjunto. A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. (Abrantes et al., 1999, p. 17)

Esta orientação não perdeu a atualidade, pois as Aprendizagens Essencias de Matemática (DGE, 2018) referem que "*respeitando os princípios de equidade e qualidade*, o ensino da Matemática, ao nível da escolaridade básica, deve visar aprendizagens matemáticas relevantes e sustentáveis *para todos os alunos*" (p. 1, , destaque acrescentado). Neste âmbito, "privilegia-se uma aprendizagem da Matemática com compreensão, bem como o desenvolvimento da capacidade de os alunos em utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos ao longo da escolaridade" (idem).

Como referi, as tarefas a realizar na turma de 4º ano de escolaridade incidiriam nos números racionais não negativos representados sob a forma de fração. Esta decisão baseou-se, para além das razões de carácter contextual que antes mencionei, na importância da aprendizagem do conceito de fração que "é considerado complexo, mas simultaneamente um conceito basilar na aprendizagem matemática das crianças" (Cardoso & Mamede, 2015, p. 1). De acordo com o atual Programa de Matemática do ensino básico (2013), as frações são introduzidas nos primeiros anos de escolaridade "geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e desde logo utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixadas unidades" (p. 16). No final do primeiro ciclo, o estudo complexifica-se e são introduzidos "os algoritmos gerais da multiplicação e divisão de números representados na forma de dízima finita "que não devem excluir "o significado das diferentes operações do ponto de vista das frações, as quais constituem o modo básico adotado para definir e representar números racionais positivos enquanto medidas de grandeza" (p. 16).

Após algumas pesquisas, verifiquei que a diferenciação pedagógica em Matemática é um tema pouco explorado quer em Portugal, quer internacionalmente. Contudo, como pretendo aprender mais sobre o assunto de modo a que futuramente, enquanto professora, adote esta abordagem na minha intervenção pedagógica em qualquer área de ensino, decidi enfrentar o desafio e centrar o projeto de investigação neste tema.

3. Objetivo e questões

Este estudo tem como principal objetivo analisar e compreender de que modo posso diferenciar o ensino da matemática bem como desafios que enfrento neste processo. Como tal, formulei as seguintes questões:

- A que aspetos dei especial atenção na preparação de aulas orientadas para a diferenciação do ensino da matemática? Que desafios experienciei?
- Como concretizei aulas orientadas para a diferenciação do ensino da matemática? Que desafios experienciei?

Um desafio é “qualquer situação que obrigue a pôr à prova as capacidades de uma pessoa” ou, ainda, um “obstáculo a ser vencido ou superado” (Dicionário Verbo, 2006). No estudo que apresento, a palavra desafio está associada a situações com que me defrontei durante o processo de planificação e de exploração das tarefas nas aulas e que suscitaram “tensões, dificuldades, ambivalências, dúvidas, constrangimentos e receios” (Delgado, 2013, p. 163).

4. Estrutura

Este relatório está estruturado em cinco capítulos de que este é o primeiro. No segundo capítulo apresento o quadro teórico de referência para o estudo desenvolvido e organizo-o em duas secções principais. A primeira centra-se no significado e importância da diferenciação pedagógica, em características do ensino diferenciado, em níveis e formas de diferenciação pedagógica e em estratégias de diferenciação pedagógica em Matemática. Na segunda secção, foco-me no ensino das frações, nomeadamente no 1º. Ciclo do ensino básico. Destaco, nomeadamente, a importância de ensinar frações numa perspetiva de desenvolvimento de sentido de número, referindo as potencialidades do ensino exploratório e do ensino com problemas.

No terceiro capítulo apresento a metodologia utilizada para desenvolver o presente estudo. Menciono as principais opções metodológicas e a sua fundamentação, refiro as técnicas de recolha de dados e, ainda, as principais etapas do percurso analítico. Por último, caracterizo, de forma geral, o contexto do estudo – a escola e a turma – e apresento, globalmente, a intervenção pedagógica que realizei.

O quarto capítulo é dedicado à apresentação e análise de dados recolhidos no decurso da preparação e concretização da intervenção pedagógica associada ao desenvolvimento do estudo que apresento. Nesta intervenção propus aos alunos cinco tarefas selecionadas tendo em conta duas estratégias de diferenciação pedagógica: recurso a tarefas abertas e recurso a tarefas paralelas. Este capítulo está estruturado em cinco secções principais e o título de cada uma decorre do título que atribuí a cada uma das tarefas que propus aos alunos. a designação usada

O último capítulo, centra-se na apresentação das conclusões do estudo e inclui uma reflexão global sobre a sua relevância a nível pessoal e profissional.

Capítulo II
Enquadramento teórico

Neste capítulo apresento o quadro teórico de referência para o desenvolvimento do estudo. Está organizado em duas secções principais. A primeira, diz respeito à diferenciação pedagógica. A segunda, centra-se no ensino dos números racionais no 1º. Ciclo do Ensino Básico.

1. Diferenciação Pedagógica: De que falamos?

Nesta secção refiro o significado e importância da diferenciação pedagógica, características do ensino diferenciado, níveis e formas de diferenciação pedagógica e estratégias de diferenciação pedagógica na matemática.

1.1. Normativos legais

O conceito de diferenciação pedagógica surge, de uma forma mais ou menos explícita, nos normativos que regulam o Ensino Básico desde 1986. Na Lei de Bases do Sistema Educativo - Lei n.º 46/86 – de 1986 começaram a surgir referências a este conceito, de forma implícita nos princípios organizativos, revelando a necessidade da utilização de mecanismos que proporcionassem o sucesso educativo para todos os alunos: "assegurar o direito à diferença, mercê do respeito pelas personalidades e pelos projectos individuais da existência, bem como da consideração e valorização dos diferentes saberes e culturas" (p. 3068). Na legislação, a diferenciação pedagógica surge associada à avaliação. O Despacho Normativo n.º 98-A/92 de 20 de junho indica como uma das finalidades da avaliação a tomada de decisões " adequada às necessidades e capacidades do aluno" (pp. 2908-(2)). Em 2001, surge pela primeira vez uma referência explícita à Diferenciação Pedagógica no Decreto de Lei nº.6/2001 do Artigo 13º, no qual se refere o modo como se processa a avaliação diagnóstica:

> A avaliação diagnóstica realiza-se no início de cada ano de escolaridade, devendo articular-se com estratégias de diferenciação pedagógica, de superação de eventuais dificuldades dos alunos, de facilitação da sua integração escolar e de apoio à orientação escolar e vocacional. (p. 258)

A ideia de que a avaliação deve ser articulada com estratégias de Diferenciação Pedagógica é reforçada pelo Despacho Normativo nº1/2005, no qual é referido que a diversidade deve ser vista como um instrumento regulador das aprendizagens, "orientador do percurso escolar e certificador das diversas aquisições realizadas pelo aluno ao longo do ensino básico"(p. 71).

Mais tarde, em 2012, o Decreto-Lei nº. 139/2012 sublinha que a diferenciação pedagógica "facilita a integração escolar do aluno, apoiando a orientação escolar e vocacional" (p. 3481). Mais recentemente, no Decreto- Lei nº.54/2018 o ensino diferenciado surge como uma das "medidas universais" (p. 2921) a adotar no Ensino Básico, referindo ainda que:

> compete às escolas (…) a organização de respostas educativas diferenciadas, de acordo com níveis de educação e ensino e as características dos alunos, nomeadamente através do acesso ao currículo e à participação nas atividades da escola, promovendo a sua inclusão. (p. 2923)

No Despacho Normativo nº. 10-A/2018 valoriza-se a ideia que um dos caminhos para o sucesso escolar são "as dinâmicas pedagógicas potenciadas não apenas ao nível individual, mas também ao nível da organização da turma em que cada aluno se insere"(pp. 17174-(4)). Refere-se, ainda, que "entre estas dinâmicas, a diferenciação pedagógica em sala de aula é absolutamente fundamental para que seja possível mais inclusão" (idem).

1.2. Significado e importância

A aprendizagem dos alunos está intimamente relacionada com as decisões pedagógicas que o professor toma na sua sala de aula. Segundo Grave-Resendes e Soares (2002), os alunos adquirem conhecimentos e aprendem da melhor forma possível se o professor tiver em conta as características individuais de cada um, pois cada ser humano tem os seus pontos fortes, necessidades e estilos de aprendizagem. Conhecer estas características dota o professor de recursos que lhe são úteis para ultrapassar dificuldades e encontrar as estratégias pedagógicas mais adequadas. A diferenciação pedagógica é uma abordagem que permite ao professor aplicar um conjunto de estratégias que lhe possibilitam ir ao "encontro das necessidades de cada aluno, de modo a apoiar a construção do seu conhecimento" (Mendes, Brocardo, Duarte, Boavida, & Delgado, 2017, p. 136).

Segundo Soares (2002), ir ao encontro das "necessidades de cada aluno" (idem), significa que "os alunos aprendem melhor" (p. 20), pois o professor "toma em consideração as características próprias de cada um, visto que cada individuo possui pontes fortes, interesses, necessidades e estilos de aprendizagem diferentes” (idem). Consequentemente, todos os alunos irão aprender melhor se os professores respeitarem “a individualidade de cada um e ensinarem de acordo com as suas diferenças” (idem), ao mesmo tempo que adquirem “informação importante” (p. 23), pois “conhecê-los e saber os pontos fortes e fracos dos alunos ajuda a ultrapassar bloqueios e a escolher estratégias pedagógicas adequadas” (idem). Neste sentido, em que o ensino diferenciado deve respeitar a individualidade de cada aluno, Perrenoud (1985) refere que:

> Diferenciar o ensino é permitir que cada um aprenda ao seu ritmo, com os métodos que melhor lhe garantam o êxito, aprofundando os conteúdos e seguindo percursos pessoais em tudo compatíveis com os objetivos gerais, beneficiando de apoios pedagógicos em resultado das suas necessidades e da sua procura. (Pinto, 2011, p. 158)

Visser (referido por Gonçalves, 2016) por sua vez, entende a diferenciação como um processo no qual os docentes se confrontam com a necessidade “de fazerem progredir no currículo, uma criança em situação de grupo, através da selecção apropriada de métodos de ensino e de estratégias de aprendizagem e de estudo” (p. 13). Sanches (2009) salienta que é uma abordagem, na qual a aprendizagem é no grupo e com o grupo baseada “em situações de verdadeira aprendizagem cooperativa, responsável e responsabilizante” (p. 133). Para além disso, é também uma organização do espaço e do tempo “em função das atividades para as aprendizagens a realizar. É implicar os alunos na construção dos saberes a realizar. É abrir a escola a uma socialização do saber entre professores e alunos” (idem).

A diferenciação pedagógica é um processo que tem muitas qualidades se for explorada em sala de aula pelos professores. Esteves (2009), baseando-se em Perrenoud, indica que o ensino diferenciado assenta em cinco aspetos essenciais. O primeiro recai sobre os valores que são transmitidos ao recorrer a esta abordagem, referindo que se traduz em valores sociais e educacionais “como o da democratização do sucesso escolar e o da solidariedade entre alunos, professores e famílias” (pp. 3 e 4).

Traduz-se, ainda, em valores profissionais, no sentido em que o docente tem de ser “alguém preocupado com os seus alunos, convicto da educabilidade de todos, conhecedor especializado de metodologias e didáticas relativas à matéria ou matérias do seu ensino, capacitado para diversificar as suas propostas por grupos de alunos com possibilidades diferentes à partida” (idem). O segundo aspeto refere-se a expetativas, o que, no caso da diferenciação pedagógica "não deve significar expectativas desiguais por parte do professor em relação às aprendizagens dos seus alunos" (idem). Estas traduzem-se, muitas vezes, em objetivos de aprendizagem distintos e o professor arrisca-se a negar-lhes o acesso a uma "educação de base, comum a todos" (idem). Relativamente ao terceiro lugar, o autor salienta que a educação e o ensino não significa ser tolerante com as diferenças existentes, mas sim "trabalhar para a superação de muitas delas, tanto quanto for possível. A constatação da diferença deve ser um ponto de partida, não um objetivo de chegada" (idem). Quanto ao quarto aspeto, refere que o ensino diferenciado é concretizável, "possível e desejável seja qual for o método de trabalho pelo qual se opte, mas implica sempre trabalhar com grupos aos quais se fazem propostas diversificadas para que todos atinjam os mesmos objetivos" (idem). O quinto aspeto refere-se à postura dos alunos nesta abordagem: deve haver "sempre uma postura ativa dos alunos na busca de solução para os seus próprios problemas de aprendizagem, ajudados pelo professor e pelo grupo de pares em que se integram" (idem). Em suma, estes aspetos evidenciam a importância de diferenciar o ensino, uma vez que nas turmas há cada vez mais alunos com características distintas e é necessário proporcionar-lhes experiências adequadas às suas capacidades necessidades e interesses, para que possam alcançar o sucesso.

O documento *Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória* (Martins et al., 2017), que constitui uma "referência para a organização de todo o sistema educativo (...) [incluindo as] decisões inerentes às várias dimensões do desenvolvimento curricular" (p. 8), inclui a inclusão nos seus princípios orientadores e, neste âmbito, refere:

> A escolaridade obrigatória é de e para todos, sendo promotora de equidade e democracia. A escola contemporânea agrega uma diversidade de alunos tanto do ponto de vista socioeconómico e cultural como do ponto de vista cognitivo e motivacional. Todos os alunos têm direito ao acesso e à participação de modo pleno e efetivo em todos os contextos educativos. (idem)

Privilegiar a inclusão, promover a equidade, ter em conta a diversidade e favorecer o acesso e participação plena de todos os alunos à educação, são ideias referidas no mencionado documento que remetem, inegavelmente, para a importância e necessidade de diferenciar o ensino.

1.3. Características do ensino diferenciado

O ensino diferenciado, segundo Heacox (2006), é “rigoroso, relevante, flexível e variado e complexo” (p. 10). O seu rigor deve-se ao facto de o professor ter de “reconhecer as diferenças individuais” (idem) e, tendo-as em conta, estabelecer “objetivos de aprendizagem baseados nas capacidades particulares dos alunos” (idem). Para além disto, deve oferecer “um ensino estimulante que motiva os alunos a esforçarem-se por si” (idem), mas que, ao mesmo tempo, permita que ao falharem não se sintam frustrados, por isso o professor não deve colocar a fasquia nem muito baixa, nem muito alta . É relevante, porque se centra “na aprendizagem essencial, não em “digressões laterais” ou em “insignificâncias”” (idem), que Heacox caracteriza como “mais do mesmo para preencher tempo” (p. 10) e “atividades divertidas” (idem). O ensino diferenciado é flexível e variado, uma vez que “sempre que apropriado, os alunos fazem escolhas sobre as maneiras como irão aprender e sobre as formas como farão a demonstração do que aprenderam” (idem). A sua complexidade baseia-se na forma como o professor aborda os conceitos, isto é, não são abordados de “forma superficial. Em vez disso, estimula o pensamento dos alunos e envolve-se com eles ativamente no estudo dos conteúdos caracterizados pela profundidade e pela abrangência” (idem).

Há outros autores que também se focaram nas características do ensino diferenciado. Entre estes estão, Perrenoud e Tomlinson. De acordo com Perrenoud (mencionado por Esteves, 2009) algumas destas características são:

> 1.Situa-se na perspetiva da discriminação positiva (…); 2. Incide sobre os meios e as modalidades de trabalho, não sobre os objetivos de aprendizagem e as ambições que eles transportam; 3. Não é sinónima de respeito incondicional pelas diferenças; 4. Não é nem um método nem um dispositivo específico, mas uma preocupação que deveria estar presente relativamente a todos os métodos, dispositivos, disciplinas e níveis de ensino; 5. Não pode nem deve chegar a um ensino inteiramente individualizado (…); 7. Passa por outra organização do trabalho escolar suscetível de otimizar as situações de aprendizagem, se possível para todos os alunos, e, em particular, para os que têm dificuldades; 9. Não há diferenciação sem observação formativa, criterial, caracterizando cada aluno face aos objetivos a atingir. (p. 3)

Muitas das ideias referidas por Perrenoud têm pontos de contacto com as apresentadas por Tomlinson (2008), para quem o ensino diferenciado se caracteriza por ser “uma mistura de ensino para grupo-turma, para pequeno grupo e ensino individualizado” (p. 18). Por mais que proporcione “diversas vias para a aprendizagem, não pressupõe um nível especifico para cada aluno" (p. 14). Para este autor, este "modelo de ensino reconhecia que o professor necessitava, por vezes, de trabalhar com a turma toda, outra vez, com pequenos grupos ou ainda individualmente" (idem), indo ao encontro do mencionado por Perrenoud. Uma outra característica é o facto de acreditar que este ensino "não é caótico" (idem), pois "os professores que recorrem ao ensino diferenciado realçam que, ao contrário de perderem poder de liderança na sala de aula, ganham-no (…) [porque] turmas diferenciadas eficazes requerem que os alunos se movimentem e falem de modo objetivo" (idem). Tomlinson considera, ainda, que é um ensino "pró-activo" (p. 16), porque uma diferenciação "bem sucedida será (…) planeada de forma pró-activa pelo professor com o objetivo de ser suficientemente sólida para abordar diferentes necessidades" (idem), assim como refere Perrenoud na sétima característica apresentada na citação anterior. Para além destas características, o ensino diferenciado é "mais do que quantitativo é qualitativo" (idem), uma vez que " ajustar a *quantidade* de trabalho é, geralmente, menos eficaz do que ajustar a *natureza* do trabalho para corresponder às necessidades do aluno" (p. 17). Por último, refere que a diferenciação pedagógica "centra-se no aluno" (p. 18), sendo necessário que "os alunos participem ativamente na tomada e avaliação de decisões" (idem). Para isso, é importante "ensinar os alunos a partilhar responsabilidades"(idem), permitindo ao professor trabalhar "com vários grupos, ou alunos individualmente, em diferentes momentos do dia" (idem), preparando, também, "melhor os alunos para a vida" (idem).

Analisando as perspetivas de Perrenoud e Tomlinson, constata-se que a diferenciação pedagógica é uma preocupação que deve de existir nos professores e nas suas práticas profissionais (Perrenoud, referido por Esteves, 2009), tendo sempre em consideração a personagem central deste processo - o aluno - e as suas necessidades, interesses e dificuldades. Consequentemente, torna possível a otimização de situações de aprendizagem para todos os alunos, incluindo os que têm dificuldades. Esta diferenciação só é possível se, da parte do professor, existir a preocupação em conhecer os seus alunos e caracterizá-los consoante os objetivos a atingir. É, no fundo, uma forma de "discriminação positiva" (Perrenoud, referido por Esteves, 2009, p. 3), mas cada vez mais necessária para ultrapassar o estigma de um ensino igual para todos.

1.4. Níveis e formas de diferenciação pedagógica

Há vários níveis de diferenciação pedagógica. Santos (2009) refere que podem considerar-se três níveis: a "diferenciação institucional, diferenciação externa e diferenciação interna" (p. 4). A diferenciação institucional ocorre a nível macro da estrutura do sistema educativo, das escolas ou das instituições de formação. São exemplos deste nível, as diversas vias de ensino secundário (via profissionalizante e via ensino) e os cursos que ocorrem em paralelo com o ensino regular, como os CEF´s. A diferenciação externa "pode acontecer como algo que, embora diferente, se enquadre no plano de estudos vigente. Ela realiza-se a nível meso da estrutura. É, o caso, das turmas de currículos alternativos e os apoios pedagógicos acrescidos" (idem), A diferenciação interna, por sua vez, ocorre na sala de aula. Este tipo de diferenciação, segundo Pinto (2007) "é feita no quadro da sala de aula por um ou por vários professores/formadores desenvolvendo atividades curriculares que permitam lidar com as diferenças entre os alunos e as suas dificuldades" (p. 60).

A recorrência a estes níveis de diferenciação não são apenas oportunidades, mas sim uma visão que se centra nos processos de aprendizagem, nas dificuldades e na forma de os superar (Pinto, 2007). Atualmente, há a tendência de atribuir as dificuldades dos alunos às suas características pessoais ou ao seu grupo de pertença, podendo dizer-se, assim, que as dificuldades são permanentes (idem). O que suscitou a necessidade de que as "soluções de diferenciação se tenham desenvolvido sobretudo ao nível da diferenciação institucional e da diferenciação externa, isto é, em tarefas ou atividades diferentes dentro da mesma instituição" (idem, p. 61). Estas soluções reconhecem que a aprendizagem é complexa e os "aprendentes" (idem) podem apresentar dificuldades e necessidades de apoio. Como tal, torna-se benéfico organizar o ensino de modo a ajudar os alunos a ultrapassá-las, consequentemente tornando-se percetível que "as dificuldades não dizem respeito apenas a alguns, mas a todos e a forma de as superar reside fundamentalmente na gestão do currículo" (idem).

Para além dos diferentes níveis de diferenciação, a gestão em sala de aula pode "assumir várias modalidades" (Pinto, 2007), que segundo Meirieu (referido por Pinto, 2007), se dividem em: simultânea, sucessiva e variada. Na diferenciação simultânea, os grupos de trabalho existentes numa turma realizam tarefas distintas. Este tipo de diferenciação centra-se numa "multiplicidade de formas de trabalho num plano horizontal (…) cada aluno/formando, individualmente ou em grupo, trabalho sobre projetos, módulos ou tarefas diferentes, que se podem ou não reunir” (Pinto, 2007, p. 61). A diferenciação é sucessiva “quando se verifica variação de forma ao longo de um período de tempo. É uma categoria que se centra na natureza das tarefas, nas abordagens diversas ou no recurso a representações múltiplas de um dado conceito.” (Santos, 2009, p. 5). Pinto (2007) exemplifica a diferenciação sucessiva da seguinte forma:

> Ao longo do ano trabalham tarefas em contextos diferentes. Num primeiro momento pode estudar-se como se constrói uma ligação eléctrica em série, depois passa-se a uma fase de identificação do que é necessário e dos cuidados a ter, depois a uma fase de trabalho de instalação prática e, finalmente, a uma fase de balanço sobre as dificuldades e o que se aprendeu. Em todos os momentos ocorrem dúvidas e podem-se encontrar respostas, isto é, pode-se aprender. (p. 62)

Por último, a diferenciação variada caracteriza-se por ser uma combinação das duas formas de diferenciação anteriores (simultânea + sucessiva) (Santos, 2009), isto é, podem existir momentos no qual se combinam diversos tipos de trabalho e “por vezes se desenvolve um trabalho de projecto comum (de resolução de problemas) passando por contextos e tarefas variadas, outras vezes na descoberta de soluções para um único problema” (Pinto et al., 2007, p. 62).

1.5. Estratégias de diferenciação pedagógica em Matemática

A Matemática é a área que mais suscita dificuldades aos alunos e que os leva, frequentemente, a sentir-se incapazes de aprender os conteúdos programáticos que lhe estão inerentes. No entanto, se forem delineadas “estratégias de ensino focadas nas necessidades dos alunos e, simultaneamente, proporcionar-lhes o apoio adequado para ultrapassarem dificuldades que experienciam enquanto aprendem” (Mendes et al., 2017, p. 133), é possível “criar condições para que todos os alunos sejam o mais bem sucedidos possível na aprendizagem da Matemática” (idem). Existe “um amplo acordo relativamente à ideia de que a diferenciação no ensino da Matemática”(idem):

> requer que o professor (a) organize o trabalho em torno de ideias-chave, (b) conheça as necessidades dos alunos, o que passa pela avaliação dos seus saberes, (c) proponha tarefas com graus de dificuldade diferentes mas que permitam trabalhar a mesma ideia-chave e (d) proporcione aos alunos algum grau de autonomia que lhes permita escolher que tarefas resolverão em determinados momentos. (idem)

O ensino “tendo por referência ideias-chave” (Mendes et al., 2017, p. 133) que são “ideias matemáticas fundamentais que ligam entre si ideias mais especificas” (idem), é considerado "uma abordagem (…) significativamente facilitadora da diferenciação" (p. 134). Para isso, torna-se imprescindível que:

> O professor comece por identificar aquela ou aquelas [ideias-chave] que vão ser o ponto de partida para delinear as suas práticas. Igualmente fundamental é que escolha as tarefas que irá propor aos alunos para trabalhar a(s) ideia(s) que seleccionou para uma determinada aula ou conjunto de aulas e que, além disso, inventarie várias formas de representar o processo de resolução destas tarefas. (Mendes et al., 2017, p. 134)

Para além da identificação das ideias-chave e respetivas tarefas, é importante que o professor proporcione aos alunos o contacto com "diferentes representações de ideias matemáticas de modo a que todos possam compreender estas ideias e ajudá-los, progressivamente, a aprender formas de representação mais convencionais" (Mendes et al., 2017, p. 135)

Também Small (2017), menciona que para diferenciar o ensino da Matemática, "são necessários os seguintes elementos: "*grandes ideias*[5] *(...)* escolha [e] avaliação prévia" (pp. 4,5). Na perspetiva desta autora o foco do "ensino deve estar nas *grandes ideias* que estão a ser ensinadas para garantir que todas são abordadas, independentemente do nível" (idem, p. 4). Os alunos devem ter a possibilidade de escolher algum aspeto, "seja em conteúdo, processo ou produto" (idem). A avaliação prévia é, segundo Small que se apoia em vários autores, "essencial para determinar as necessidades de diferentes alunos" (idem, p. 5).

As duas perspetivas apresentadas permitem sublinhar que o professor, para diferenciar as suas práticas, necessita de organizá-las em torno de alguns elementos, como as ideias-chave, a avaliação dos saberes dos alunos e o tipo de tarefas que lhes propõe. Mendes, et al. (2017) para abordar a questão da diferenciação pedagógica na aula de Matemática, selecionam três estratégias: (1) ensinar tendo por referência os saberes e necessidades dos alunos; (2) ensinar propondo tarefas paralelas e (3) ensinar proporcionando a escolha autónoma de tarefas. Small (2017) refere que "que os professores podem diferenciar efetivamente o ensino para atender à maioria dos alunos" (p. 6) recorrendo a duas estratégias principais que designa por tarefas abertas e por tarefas paralelas.

5 Tradução adotada para *big ideas*.

Para a concretização da diferenciação no ensino da Matemática, é necessário que o professor conheça as necessidades dos seus alunos:

> A identificação destas necessidades deve andar a par e passo com a compreensão dos seus saberes, o que, embora não sendo simples, pode conseguir-se do envolvimento dos alunos numa atividade focada na análise de possíveis respostas a tarefas com determinadas características. Entre elas, estão as tarefas abertas e as questões de escolha múltipla. (Mendes et al., 2017, p. 136)

Assim, na perspetiva de Mendes et al. (2017) pode diferenciar-se o ensino recorrendo à análise de respostas dos alunos, nomeadamente respostas a tarefas abertas uma ideia que se relaciona com a avaliação prévia referida por Small (2017). Esta autora defende que uma das maneiras de ver "as diferenças entre alunos é através das suas respostas às questões e problemas matemáticos que lhes são apresentados" (p. 2).

Posteriormente a esta identificação, uma forma de responder às suas necessidades é propor "tarefas dentro da zona de desenvolvimento proximal[6] de cada aluno e, ao mesmo tempo, garantir que cada aluno da turma tenha a oportunidade de fazer uma contribuição significativa para a comunidade de alunos da turma" (Small, 2017, p. 3). O ensino dentro da zona de desenvolvimento proximal "permite que os alunos, seja por orientação do professor ou trabalhando com outros alunos, consigam aceder a novas ideias com base no que já sabem" (idem).

Uma tarefa é considerada aberta por Mendes et al. (2017) "quando está formulada de modo a possibilitar várias respostas ou que diferentes alunos a abordem usando diferentes processos ou estratégias" (p. 136) e, concomitantemente, permite "que alunos que se situam em vários níveis de desenvolvimento matemático beneficiem e progridam a partir do seu envolvimento na atividade por ela desencadeada" (idem). Este é, também, o significado que é atribuído por Small (2017) a tarefas abertas. A figura 1 permite ilustrar, de uma forma concreta, o significado que Mendes et al. (2017) atribuem a tarefa aberta.

[6] Zona de Desenvolvimento Proximal – " distância entre o nível de desenvolvimento real, determinado pela solução de problemas independentes, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela solução de problemas, sob a orientação de adultos" (Small, 2017, p. 3)

Relações com múltiplos de 3: Observe a tabela de números até 30:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30

Descreva diferentes relações que envolvam múltiplos de 3 da tabela.

Figura 1- Exemplo de uma Tarefa Aberta (Mendes et al., 2017, p. 139)

Small (2017) para esclarecer o significado de tarefa aberta começa por apresentar duas questões que constam da figura 2.

Questão 1: A que família de factos pertence o facto 3x4= 12

Questão 2: Descreve a fígura à direita usando uma equação matemática.

x	x	x	x
x	x	x	x
x	x	x	x

Figura 2 – Questões fechadas vs Questões Abertas (Retirado de Small, 2017, p. 7)

Ao analisar as questões apresentadas na figura 2, é possível constatar que “ se o aluno não souber o que é uma família de factos, não há possibilidade alguma de responder à pergunta 1 corretamente” (Small, 2017, p. 7). Contudo, na questão 2 “mesmo que o aluno não se sinta confortável com a multiplicação” (idem), pode recorrer à adição, multiplicação, divisão ou a uma combinação de operações, o que possibilitará “não só uma conversação matemática mais rica (...) para a qual quase todos os alunos poderão contribuir com algo” (idem).

Uma outra forma de diferenciar o ensino da matemática que se enquadra na estratégia “ensinar tendo por referência os saberes e necessidades dos alunos”, referida por Mendes et al. (2017), é a análise de respostas a questões de escolha múltipla. Estas questões “são um instrumento poderoso para identificar concepções e conhecimentos dos alunos sobre uma determinada ideia matemática para, tendo-os por ponto de partida, os ajudar a progredir”

(Mendes et al., 2017, p. 136). Um bom exemplo de uma questão deste tipo, é observável na figura 3.

Ideia-chave: Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2.

Escolhe a opção verdadeira:

Para calcular 2628 x 0,5 basta:

A. dividir 2628 por 2;
B. multiplicar 2628 por 5;
C. multiplicar 2628 por 5 e subtrair 10.

Figura 3 - - Exemplo de uma questão de escolha múltipla (Retirado de Mendes et al., 2017, p. 143)

Ensinar propondo tarefas paralelas é uma outra estratégia que permite diferenciar o ensino da Matemática e que é referida tanto por Mendes et al., (2017) como por Small (2017). Para qualquer destes autores,

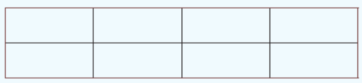
> tarefas paralelas são conjuntos de tarefas, geralmente duas ou três, projetadas para atender às necessidades dos alunos em diferentes níveis de desenvolvimento, mas que têm a mesma grande ideia e tem um contexto suficientemente próximo para que possam ser discutidas simultaneamente. Por outras palavras, se um professor fizer uma pergunta à turma, esta é pertinente para cada estudante, independentemente da tarefa que ele tenha feito (Small (2017, p. 11)

Mendes et al., (2017) apresentam como exemplo de tarefas paralelas as opções apresentadas na figura 4.

Ideia-chave: Resolver problemas ajuda a 'dar sentido' às operações com números racionais.

Opção 1

A figura seguinte representa um chocolate que a avó da Jacira lhe deu.



Num determinado dia, a Jacira comeu metade do chocolate. Representa na figura, com lápis de cor, a parte do chocolate que a Jacira comeu.

No dia seguinte, a Jacira comeu metade do que lhe tinha sobrado. Representa na figura, com lápis de outra cor, a parte do chocolate que a Jacira comeu nesse dia.

Que porção do chocolate sobrou?

Opção 2

A avó da Jacira deu-lhe um chocolate. Num determinado dia, a Jacira comeu metade do chocolate. No dia seguinte, a Jacira comeu metade do que lhe tinha sobrado. Com que parte do chocolate ficou a Jacira depois destes dois dias?

Figura 4 - Exemplo de tarefas paralelas (Retirado de Mendes et al., 2017, p. 145)

Ao analisar as opções que constam da figura 4, constata-se que o aluno pode resolver a primeira "apoiando-se na imagem apresentada e seguindo os passos indicados no enunciado"

(Mendes et al., 2017, p. 145). A segunda opção "não inclui qualquer representação icónica do chocolate nem refere, explicitamente, que o aluno pode recorrer a um desenho do chocolate ou a qualquer outro modelo de apoio" (idem). Assim, é o aluno " quem deve descobrir o que lhe é útil fazer para responder à questão colocada" (idem). No fim, é possível ainda construir uma "discussão do tópico em estudo" (Small, 2017, p. 11) com a contribuição de todos os alunos.

Mendes et al. (2017) apresentam, ainda, mais uma estratégia para diferenciar o ensino da Matemática que requer "ter disponíveis grupos de tarefas que os alunos possam resolver autonomamente de acordo com aquilo que já pensam ser capazes de fazer" (p. 162), ou seja, diferencia-se o ensino "recorrendo à escolha autónoma de tarefas" (idem). Assim, é o aluno quem toma decisões sobre as tarefas que vai resolver, o que altera significativamente o seu papel pois tem autonomia para escolher o que irá fazer:

> Por exemplo, pode procurar uma tarefa simples que o ajude a perceber um determinado tema matemático em que tem dificuldade ou tentar resolver uma outra que sabe ser mais complexa, por já se sentir confiante naquele tema e querer testar se o domina, de facto, a um nível mais elevado. (Mendes et al., 2017, p. 162)

2. Ensino dos números racionais no 1º. ciclo do Ensino Básico

O programa de Matemática do Ensino Básico publicado em 2007, introduziu mudanças significativas nas orientações para o ensino e aprendizagem dos números racionais. Até aqui, o conceito de fração era abordado exclusivamente com o significado de operador. Nesse programa, preconiza-se que o conhecimento numérico dos alunos sobre estes números seja aprofundado, nomeadamente "no que diz respeito a outros significados de frações ligados a problemas" (PMCM, 2007, p. 16). Esta indicação para abordar o conceito de fração explorando os seus múltiplos significados mantém-se nas atuais orientações curriculares. Por exemplo, o Programa de Matemática do Ensino Básico publicado em 2013 refere que "a iniciação ao estudo das frações constitui um tema chave do presente ciclo [primeiro ciclo], devendo procurar-se que os alunos assimilem os diferentes aspetos relacionados com esta temática" (PMCM, 2013, p. 6).Também a leitura dos documentos Aprendizagens Essenciais – Matemática (DGE, 2018) revela que no primeiro ciclo devem ser estudados os "números racionais não negativos na sua representação decimal, sendo também introduzida a representação na forma de fração, considerada nos seus múltiplos significados" (p. 4).

Neste âmbito, o que se pede aos professores, tanto a nível nacional como internacional, é não só que “trabalhem o conceito de fração tendo em conta os seus múltiplos significados”(Silva, Boavida, & Oliveira, 2012, p. 202), mas também que orientem o seu trabalho “numa perspetiva de desenvolvimento de sentido de número, o que leva a que a ênfase não possa ser colocada exclusivamente em procedimentos de cálculo (idem). Com efeito, ter um “bom sentido de número” significa ter a “ capacidade e propensão para estabelecer relações entre os números, identificar regularidades numéricas e trabalhar de uma forma inteligente e flexível com números, operações e procedimentos de cálculo” (Gonçalves, 2008, p. 10).

As frações são consideradas um conceito complexo e alguns autores, como Charalambous e Pitta-Pantezi (referidos por Silva, 2012), defendem que o seu nível de complexidade provém do facto de ser um conceito multifacetado que engloba cinco subconceitos que se interrelacionam – parte/todo, razão, operador, quociente e medida. A fígura 5 ilustra possíveis interpretações da fração $\frac{3}{4}$ considerando estes subconceitos.

Interpretações de número racional representado na forma de fração			
$\frac{3}{4}$	Três de quatro partes iguais de uma unidade	Parte-todo	
	O quociente de 3 por 4 (3 : 4 = 0,75)	Quociente	3 : 4
	Três quartos de 12 (3×8:4 = 6 ou 1×8:4×3)	Operador	
	Três para quatro	Razão	
	Medida do caminho percorrido desde o início da unidade	Medida	

Figura 5 - Interpretações de número racional sob a forma de fração (Kilpatrick, et al., retirado de Silva, 2012)

As características do conceito de fração fazem com que seja “talvez o mais complexo conceito matemático que as crianças encontram nos primeiros anos de escolaridade” (M. Silva, 2012, p. 57). Apesar da complexidade deste conceito, Kilpatrick Swafford e Findel (referidos por Silva, 2012) referem que a tarefa dos alunos é “reconhecer [as suas] distinções e, ao mesmo tempo construir relações entre elas, que permitam gerar um conceito coerente de número racional” (p. 58). Para os alunos, a aprendizagem deste conceito traduz-se em “dificuldades com estes números, [as] suas representações e [os] significados das operações” (Pinto & Ribeiro, 2013, p. 1) A literatura refere que entre as dificuldades experienciadas pelos alunos está a multiplicidade de significados de fração pois “por exemplo, $\frac{3}{4}$, pode ser interpretado de várias maneiras; $\frac{3}{4}$ de um bolo ou $\frac{3}{4}$ como a razão entre o número de bolas brancas e o número de bolas pretas, ou ainda 3 maçãs a dividir por 4 pessoas” (Monteiro & Costa, 1996, p. 60).

Uma outra dificuldade é a conceptualização da unidade que Monteiro e Pinto (2005) exemplificam da seguinte forma

> Se colocarmos a uma criança a questão: A Joana gastou 1/3 da sua mesada em idas ao cinema e a Marta gastou 1/2 da sua mesada em idas ao cinema, quem gastou mais?, crianças habituadas a um ensino essencialmente virado para procedimentos, vão comparar as fracções 1/3 e 1/2, sem se preocuparem com as unidades de referência que podem ser diferentes. (idem, p. 94)

Assim sendo, é fundamental encontrar meios de ajudar os alunos a construir o conceito de número racional representado por uma fração, bem como a atribuir-lhe significado. Para isso importa “ considerar duas vertentes: não um conceito, mas um teia de conceitos e os símbolos que o representam” (Figueiredo, Pinto e Monteiro, mencionados por Silva, 2012, p. 60 e 61). Neste âmbito, há aspetos a que o professor deve dar especial atenção. Entre estes estão as ideias-chave a trabalhar, as tarefas que seleciona e o modo como as explora na sala de aula.

Ideias-chave

Segundo Fosnot e Dolk (2002), a aprendizagem das frações baseia-se na aquisição das *grandes ideias* [“big ideas”] (p. 16). Schifter e Fosnot (citados por Fosnot e Dolk, 2002) caracterizam-nas como “ ideias centrais que organizam a matemática – princípios que definem a ordem matemática” (idem). Uma das *grandes ideias* que os alunos devem construir é a “relação parte/todo”. Quaresma e Ponte (2012) referem que a compreensão desta ideia “é fundamental para a compreensão dos restantes significados [de fração]” (p. 40). Ao entenderem esta relação percebem que “ um terço de uma tira de papel não é equivalente a um terço da outra tira de papel mais pequena. É este pensamento relacional que faz com que as frações sejam difíceis para as crianças" (Fosnot e Dolk, 2002, p. 56). Outra ideia muito importante é que "o todo importa" (idem, p. 57), porque "frações são relações" (idem). Assim, para se poderem comparar duas frações o todo tem de ser o mesmo (idem). Fosnot e Dolk (2002) referem, ainda, mais duas grandes ideias que se relacionam entre si: "quanto maior o denominador, mais pequena é a fração" (idem, p. 17) e "frações estão conectadas pela multiplicação e divisão" (idem). Para explicar esta relação os autores questionam-se "como (…) [se] compararia $\frac{7}{8}$ e $\frac{2}{3}$?" (idem, p. 57) e mencionam que para se entender a relação entre o numerador e o denominador, " é preciso entender a relação entre s multiplicação e a divisão" (idem). Esta relação é exemplificada, da seguinte forma: "5 barras divididas por 6 crianças é 5 x $\frac{1}{6}$. O $\frac{5}{6}$ marcado na tira [barra de frações] é também 5 x $\frac{1}{6}$. A multiplicação e a divisão estão relacionadas. Frações são multiplicação *e* divisão!" (idem). Existem, ainda, outras *grandes ideias*, como as "partes fraccionárias não têm de ser congruentes, só equivalentes" (idem, p. 56) e as frações são " relações sobre relações" (idem, p. 59). Esta última ideia surge porque "quando se comparam, adicionam, subtraem frações ou as transformamos em frações equivalentes, existe apenas um todo a considerar e ambas as frações devem ser tratadas em relação a este" (idem, p. 58). No entanto, quando existem "dois todos a considerar são relações de relações" (idem, p. 59) que Fosnot e Dolk (2012) exemplificam da seguinte forma:

> Nora descobre uma maneira de partilhar equitativamente cinco barras de chocolate por com seis crianças. Corta cada um de três barras ao meio e a quarta barra em quatro partes (...). Quando cortou a última barra deparou-se, contudo, com o que designou por sextos da metade. A metade agora é o todo, e é por isso que dizemos 1/6 da metade. Mas há dois todos a considerar: a barra de chocolate é um todo e metade da barra de chocolate é outro todo. A tira é 1⁄6 da metade, mas é 1⁄12 da barra de chocolate inteira. (p. 59)

Tarefas e sua seleção

De acordo com Ponte (2014), há tarefas de vários tipos e que podem ser usadas para diversos fins. Este autor diferencia-as recorrendo ao grau de desafio matemático e de estruturação (Ponte, 2005). A figura 6 mostra o tipo de tarefas consideradas por este autor.

Figura 6 - Relação entre os tipos de tarefas, consoante o seu grau de desafio e de abertura.

A estrutura da tarefa associa-se ao grau de explicitação das suas questões, o que se traduz em tarefas abertas e fechadas. Por sua vez, o grau de desafio diz respeito ao nível de dificuldade que "se relaciona com conhecer-se, ou não, o processo de resolução" (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 15). As tarefas de desafio reduzido podem, segundo Ponte (2005), ser exercícios e explorações, consoante o grau de abertura. Este autor divide as tarefas de desafio elevado em problema (tarefa fechada) e investigação (tarefa aberta). No entanto, um problema " pode ser colocado num sentido mais aberto, suscitando nos alunos a procura de diferentes métodos e caminhos, e não apenas de uma resposta" (A. Boavida et al., 2008, p. 17), o que Stevenson (referido por Boavida et al., 2008) designa de "problemas abertos" (p. 17).

Exploração das tarefas em sala de aula

As frações são um conceito de grande complexidade, por isso para o professor o ensinar precisa de compreender, em profundidade, o conceito de fração, as suas propriedades, significados e representações (Cardoso & Mamede, 2015), ou seja, necessita de ter " um sólido conhecimento matemático" (idem, 2015, p. 1) Nesse âmbito, é natural que o professor se confronte com várias dúvidas: "Como dar sentido a uma representação que não "explicita" um número? Como favorecer o alargamento da noção de número natural à de número racional através da sua representação sob a forma de fração?" (Silva et al., 2012, p. 202). Um dos caminhos que possibilita a aprendizagem das frações, é o recurso ao ensino com problemas (Silva et al., 2012), que é uma abordagem que permite a "exploração e discussão de tarefas cognitivamente desafiadoras que favoreçam a construção de ideias matemáticas poderosas e incentivem o raciocínio e o pensamento reflexivo” (idem, p. 202). Ensinar com problemas tem vários pontos de contacto com o que vários autores designam por ensino exploratório, um tipo de ensino, significativamente favorável à aprendizagem da Matemática com compreensão e, por esta razão, também facilitador da aprendizagem das frações.

No ensino exploratório, as tarefas a trabalhar devem ser, maioritariamente, problemas ou investigações, ou, na terminologia de Smith, Stein et al. (2009), tarefas matemáticas desafiadoras” (p. 550). O professor deve garantir que os alunos entendem o que é pedido e que se sentem desafiados a resolver as tarefas (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2014). Canavarro (2011) sublinha que neste tipo de ensino “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazer emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são discutidas em discussão coletiva” (p. 11)

Para que tal aconteça, é necessário que o “papel e ação do professor” (idem) comece com uma fase de antecipação de estratégias de resolução das tarefas referida, nomeadamente por Smith, Stein et al. (2009) que incluem a prática de Antecipar num modelo composto por mais quatro outras práticas. Este prática ocorre antes da aula. No decorrer da aula, Canavarro (2011) refere que o docente “para além de gerir o trabalho dos alunos, (…) precisa de interpretar e compreender como eles resolvem a tarefa” (p. 11), o que Smith, Stein et al. (2009) designam por prática de Monitorização. Nesta fase, o papel do professor passa por “monitorizar o trabalho dos alunos e o seu envolvimento com as tarefas” (idem, p. 550). Posteriormente, é necessário “ explorar as suas respostas [dos alunos] de modo a aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam” (Canavarro, 2011, p. 11) dando-se início à terceira e quarta prática do modelo de Smith, Stein et al. (2009): Selecionar e Sequenciar. O professor seleciona “alunos específicos para apresentar o seu trabalho matemático” (idem, p. 550) e decide por que ordem vão ser feitas as apresentações das estratégias de resolução. Por fim, “ as ideias matemáticas (…) são sistematizadas em discussão coletiva” (Canavarro, 2011, p. 11), na qual são estabelecidas conexões (última fase do modelo das cinco práticas) entre as “respostas de diferentes alunos e conectando as respostas às principais ideias matemáticas” (Smith, Stein et al., 2009, p. 550).

O ensino das frações suscita inúmeros desafios aos professores. Cardoso (2016) explicita que as suas várias representações são um desafio para os professores, por isso é necessário que comecem a “estabelecer relações para as transmitir aos alunos” (p. 27)

Uma das formas de ultrapassar este desafio é a escolha criteriosa das tarefas, de modo a " proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos" (Canavarro, 2011, p. 16). A escolha de tarefas com estas características é referida por Canavarro (2011) como um dos desafios sentidos pelos professores. Em relação ao ensino exploratório, Canavarro (2011) refere que os professores encaram como desafios as seguintes situações: "gestão das discussões coletivas" (p. 16); "aprofundar a exploração matemática das tarefas durante a planificação" (p. 17); "controlar as questões e comentários que se oferecem aos alunos durante a apresentação da tarefa e durante o trabalho autónomo de modo a não lhes indicar «a» estratégia a seguir" (p. 17); e " promover um ambiente estimulante na sala de aula em que os alunos sejam encorajados a participar activamente, a desenvolver o seu próprio trabalho e a querer saber do dos outros" (p. 17). Se para ensinar frações o professor orientar as suas práticas de acordo com o ensino exploratório, é natural que os desafios referidos também existam. No entanto, segundo Cardoso (2016) "o grande objetivo e desafio do professor" (p. 17) no ensino das frações "será refletir sobre como ajudar os alunos a desenvolver o sentido de número racional" (idem).

Capítulo III

Metodologia

Neste capítulo apresentarei a metodologia que utilizei para o desenvolvimento do estudo. Primeiramente, irei referir as principais opções metodológicas. De seguida, focar-me-ei nas técnicas de recolha de dados adotadas e, posteriormente, na análise de dados. Para terminar, caracterizo, globalmente, o contexto em que desenvolvi o estudo e apresento a intervenção pedagógica que realizei.

1. Principais opções metodológicas

Uma investigação é um "estudo de um fenómeno ou conjunto de fenómenos com o objetivo de estabelecer leis ou teorias explicativas gerais, segundo métodos e técnicas de base científica" (Dicionário Verbo, 2006, p. 648). Para Tuckman (2000) significa uma "tentativa sistemática de atribuição de respostas" (p. 5). Tendo em conta o objetivo e questões do estudo optei por enquadrá-lo numa abordagem qualitativa de investigação. De acordo com Bogdan e Bliken (1994), "a investigação qualitativa possui cinco características" (p. 47), sublinhando, no entanto, que "nem todos os estudos que consideraríamos qualitativos patenteiem estas caracteristicas de eloquência" (idem):

I. "A fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador o instrumento principal" (...) Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. Entendem que as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente natural de ocorrência" (p. 47).

II. "A investigação qualitativa é descritiva" (p. 48).

> Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens (...) incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos (…). Os investigadores tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registados ou transcritos. (p. 48)

III. "Os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (p. 49).

IV. “Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva” (p. 50).

> Não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando. (p. 50)

V. “O significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (p. 50).

> Os investigadores que fazem este tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes opessoas dão sentido às suas vidas (...) preocupam-se com aquilo que se designa por perspectivas participantes (...). Ao apreender as perspetivas dos participantes, a investigação qualitativa faz luz sobre a dinâmica das situações, dinâmica esta que é frequentemente inivisivel para o observador exterior. (p. 50 e 51)

No caso da investigação que realizei, os dados que recolhi foram provenientes de documentos que elaborei (por exemplo, as planificações das aulas e as notas de campo) e do trabalho que desenvolvi com os alunos da turma de 4º. ano de escolaridade em que estagiei. As sessões de exploração foram registadas em aúdio e vídeo, e assim os dados têm a forma de palavras e/ou imagens e foram recolhidos num ambiente natural, o que enquanto professora e investigadora me torna o instrumento principal de recolha. Além disso, a questão do significado este presente ao longo da investigação, uma vez que tentei compreender as necessidades dos allunos, dando significado ao que faziam e diziam em sala de aula. Por outro lado, tentei interpretar e refletir sobre as minhas práticas de modo a que nas próximas vezes melhorasse as minha intervenções, ou seja, atribui significado às minhas próprias ações. Com isto, pretendia aprofundar o meu conhecimento sobre a diferenciação pedagógica em matemática e sobre como poderia concretizar práticas de ensino que tivessem em conta esta perspetiva, por isso optei por realizar uma investigação sobre a minha própria prática pois, como refere Ponte (2002),

> um ensino bem sucedido requer que os professores examinem continuamente a sua relação com os alunos, os colegas, os pais e o seu contexto de trabalho. Além disso, uma participação activa e consistente na vida da escola requer que o professor tenha uma capacidade de argumentar as suas propostas. A base natural para essa actuação tanto na sala de aula como na escola, é a actividade investigativa, no sentido de actividade inquiridora, questionante e fundamentada. (p. 2)

A importância do professor se envolver em atividades de investigação sobre a sua prática é, também, sublinhada por Alarcão (2001) que diz não poder:

> conceber um professor que não se questione sobre as razões subjacentes às suas decisões educativas, que não se questione perante o insucesso de alguns alunos, que não faça dos seus planos de aula meras hipóteses de trabalho a confirmar ou infirmar no laboratório que é a sala de aula, que não leia criticamente os manuais ou as propostas didácticas que lhe são

> feitas, que não se questione sobre as funções da escola e sobre se elas estão a ser realizadas. Ser professor-investigador é, pois, primeiro que tudo ter uma atitude de estar na profissão como intelectual que criticamente questiona e se questiona. (p. 6)

De acordo com Ponte (2002) a investigação sobre a prática pode ter, essencialmente, por objetivo modificar algum aspecto da prática que se considera ser de alterar ou visar, sobretudo, entender a natureza dos problemas que a afetam. Interrogando-se sobre os requisitos mínimos que devem ser satisfeitos por uma atividade para que se possa considerar uma investigação, este autor refere (a) a produção de conhecimento novo para quem a realiza, (b) "assumir uma natureza minimamente metódica e sistemática" (p. 4) e (c) ser pública no sentido em que "tem de ser comunicada a fim de ser apreciada e avaliada" (idem).

Alarcão (2001) referindo-se à investigação realizada pelos professores sobre a sua ação, menciona uma publicação de Marilyn Cochram-Smith e Susan Lythe em que se "define *teacher research* como pesquisa intencional e sistemática realizada pelos professores" (p. 5) Estas autoras quando se referem à pesquisa é no sentido em que a investigação feita pelos docentes deriva de questões ou cria questões e " reflete os desejos dos professores para atribuírem sentido às suas experiências e vivências, para adoptarem uma atitude de aprendizagem ou de abertura para com a vida em sala de aula" (p. 24). A referência à intencionalidade deve-se seu carácter planeado, e não espontâneo, da investigação" (idem), sem pôr de parte a ideia de que de forma espontânea podem "surgir boas intuições conducentes à compreensão dos fenómenos" (idem). A sua parte sistemática recai sobre os "processos organizados para recolher e registar informações, documentar experiências dentro e fora da sala de aula, registar por escrito observações realizadas, e repensar e analisar acontecimentos"(p. 24)

Importa salientar que, segundo Ponte (2002), a investigação sobre a prática distingue-se, do que designa por "*investigação académica usual*" (p. 8): "a investigação sobre a prática visa resolver problemas profissionais e aumentar o conhecimento relativo a estes problemas, tendo por referência principal, não a comunidade académica, mas a comunidade profissional" (Ponte, 2002, p. 8).

Em suma, a recorrência a uma perspetiva qualitativa permite a um professor reconhecer os problemas que surgem no quotidiano da sua prática profissional, de modo a conseguir refletir e ultrapassá-los. Neste sentido, considero que ao analisar a minha própria prática conseguirei compreender melhor os constragimentos que surgem ao explorar estratégias de Diferenciação

Pedagógica em sala de aula no ensino da Matemática, assim como os desafios que lhe estão inerentes.

2. Técnicas de recolha de dados

A tabela 1 permite ilustrar que as técnicas de recolha de dados que utilizei foram a observação participante e a recolha documental.

Tabela 1 - Recolha de dados: métodos, fontes e formas de registo.

Técnicas	Fontes	Formas de Registo	Material Empírico
Observação participante	Aulas de exploração das tarefas 1 à 5.	Gravação áudio e vídeo das aulas.	Notas de campo; Transcrições das gravações de vídeo e áudio; Relatórios descritivo/analíticos.
Recolha documental	Alunos; Investigadora/professora.	-----	Planificações das aulas; Produções dos alunos.

2.1. Observação participante

A observação "é uma técnica de recolha de dados particularmente útil e fidedigna na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos, como acontece nas entrevistas e questionários" (Afonso, 2014, p. 91). Como refere Coutinho (2014), trata-se de uma técnica que permite uma observação direta e presencial do fenómeno em estudo. Há várias formas de observação, entre elas a *observação estruturada* e a *observação não-estruturada* (Afonso, 2014).

Na observação estruturada recorre-se a fichas ou grelhas elaboradas previamente em funções dos objetivos da investigação, nos quais se elabora o registo de informação num teor quantitativo. Na observação não-estruturada os produtos provenientes são textos produzidos com base nos registos de observação. Isto é, a partir das notas de campo, manuscritas ou gravadas em áudio, são elaborados relatórios de campo constituídos por textos mais complexos e reflexivos (Afonso, 2014).

De acordo com Quivy e Campenhoudt (2005) em investigação as modalidades de observação “são muito diferentes, consoante o investigador adopte, por exemplo, um método de observação participante de tipo etnológico ou, pelo contrário, um método de observação não participante, cujos processos técnicos são muito formalizados” (p. 197). A observação participante pode ser também referida como “observação ativa, consiste na participação real do observador na vida da comunidade, do grupo ou de uma situação determinada. Neste caso, o observador assume, pelo menos até certo ponto, o papel de um membro do grupo” (Gil citado por Silvestre, 2017, p. 44). Bogdan e Biklen (1994), neste sentido, referem que “ à medida que as relações se desenvolvem, vai participando mais” (p. 125), contudo não deve participar demasiado pois pode tornar-se um “ indígena[7]” (idem) e perder o foco inicial.

Uma investigação de observação participante “baseia-se em notas de campo detalhadas, precisas e extensivas” que são consideradas descrições “das pessoas, objetos, lugares, acontecimentos, atividades e conversas. Em adição e como parte destas notas, o investigador registará ideias, estratégias, reflexões e palpites, bem como os padrões que emergem” (Bogdan e Biklen, 1994, p. 150). Em suma, Bogdan e Biklen (1994) consideram que as notas de campo são um relato do que o investigador “ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo”. Importa referir que neste tipo de estudo os dados são todos considerados notas de campo e “ refere-se coletivamente a todos os dados recolhidos durante o estudo, incluindo as notas de campo, transcrições de entrevistas, documentos oficiais, (…), imagens” (p. 150).

No presente estudo a recolha de dados foi realizada com base numa observação participante e não-estruturada, uma vez que participei ativamente na exploração das tarefas em sala de aula, ou seja, assumi-me como membro pertencente do grupo e os dados recolhidos foram provenientes dos relatórios descritivo/ analíticos, das notas de campo e dos registos de vídeo e áudio elaborados.

2.2. Recolha documental

Bogdan e Biklen (1994) referem que o que os investigadores escrevem “ por si próprios”, também são usados como dados” (p. 176) e são apelidados de “*documentos pessoais*” (p. 177).

---

[7] Indígena – Expressão utilizada em antropologia para referir os investigadores que ficam tão envolvidos e activos com os sujeitos que perdem as suas intenções iniciais (Bogdan e Biklen, 1994, p. 125)

Os autores caracterizam-nos como "qualquer narrativa feita na primeira pessoa que descreva ações, experiências e crenças do individuo" (idem). A sua recolha tem como objetivo " obter provas detalhadas de como as situações sociais são vistas pelos seus atores e quais os significados que vários fatores têm para os participantes" (Angell citado por Bogdan e Biklen, 1994, p. 177).

Durante a investigação recolhi os seguintes documentos: planificações e resoluções dos alunos das seguintes tarefas: "*Os chocolates do Avô*", "*A festa da turma 47!*", "*As tampinhas do João*", "*A história de uma professora …*" e "*Vamos pintar o painel!*". Com base na análise destes documentos, refleti sobre as minhas práticas incluindo aqui os desafios com que me deparei durante o percurso. E, assim, surgiram os relatórios descritivo/analíticos que incidiram, maioritariamente, na planificação das tarefas e sua exploração na sala de aula.

3. Análise de dados

A análise qualitativa é:

> uma tarefa complexa e multifacetada, que envolve reduzir a informação recolhida, separar o trivial do significativo, identificar padrões relevantes, encontrar sentido nos dados e construir uma forma de comunicar o essencial do que eles revelam face aos propósitos da investigação. (Boavida, 2005, p. 241)

Para a análise dos dados recolhidos durante a investigação, optei pela análise de conteúdo qualitativa orientado por categorias temáticas. As categorias, segundo Bardin (1977), são rubricas ou classes que "reúnem um grupo de elementos (…), agrupamento esse efectuado em razão dos caracteres comuns destes elementos." (p. 177) Estas categorias, segundo Vala (1989), podem ser construídas *a priori* – se o processo for iniciado antes da recolha de dados – ou *a posteriori* (se o processo decorrer após a primeira fase de análise), ou, ainda, construídas em simultâneo.

Nesta investigação as categorias foram elaboradas com base no objetivo e questões de investigação, nas leituras teóricas e numa primeira leitura dos dados. Antes de dar início do estudo focado neste objetivo e questões, analisei as fichas de avaliação de Matemática (anexo 1), de modo a identificar o conteúdo matemático a explorar nas tarefas propostas no âmbito da intervenção pedagógica. Como se pode observar na tabela 2, durante esta intervenção analisei, de forma geral, as resoluções dos alunos, sobretudo para escolher as tarefas seguintes. A parte mais substancial do processo de análise ocorreu após a recolha de dados. Comecei por ler documentos sobre as características da Diferenciação Pedagógica e como o professor deve proceder no caso de a querer explorar em sala de aula. Consequentemente, surgiram as seguintes características: (a) a escolha tarefa; (b) organização da aula; (c) previsão das estratégias de resolução; (d) questões a colocar aos alunos e eventuais dificuldades; (e) exploração da tarefa - apresentação, monitorização, discussão e (g) desafios (na preparação e na exploração). Após definidas as categorias, escrevi o primeiro caso no qual analisei os dados recolhidos na exploração da tarefa *" Os chocolates do avô*".

Na tabela 2 , observa-se o processo de análise de uma forma detalhada.

Tabela 2 - Análise de Dados

Antes do estudo	Durante a recolha de dados	Após a recolha de dados
- Análise das Fichas de Avaliação de Matemática.	- Análise geral das resoluções dos alunos	- Leitura global para definição de categorias; - Escrita do 1º caso; - Reformulação do caso; - Escrita dos outros casos; - Redação final do documento.

4. Intervenção pedagógica

Esta secção está organizada em torno de dois pontos. Primeiro, foco-me na caracterização, sucinta, do contexto do estudo, e, posteriormente, apresento uma perspetiva geral da intervenção pedagógica associada ao desenvolvimento do estudo que realizei.

4.1. Contexto do estudo: A escola e a turma

Desenvolvi o estudo de que decorre este relatório numa turma de 4º. ano de escolaridade de uma escola do distrito de Setúbal em que estagiei. A professora cooperante colocou-me à vontade para escolher, dentro do tempo destinado ao estágio (três dias por semana de segunda a quarta-feira), o dia da semana para propor aos alunos as tarefas a ele associadas. Durante o horário letivo, a turma participava em imensos projetos e, nestes três dias, a disciplina de Matemática era lecionada, normalmente, às terças-feiras durante uma hora e meia. Foi esse o tempo que ocupei com o estudo.

A escola onde realizei o estágio situa-se num bairro social, em que os alunos, na sua maioria, são oriundos de famílias dos PALOP (Países Africanos de Língua Oficial Portuguesa) havendo, também, crianças de etnia cigana. Esta escola está inserida no Programa TEIP (Territórios Educativos de Intervenção Prioritária). Este caracteriza-se por ser um programa que concede meios às escolas para combater o abandono escolar precoce, a indisciplina, o absentismo, sempre com o objetivo de promover o sucesso educativo dos alunos (DGE, 2012-2019). A escola é composta por duas salas de Jardim de Infância e oito turmas de 1.º ciclo do ensino básico. O seu espaço exterior é amplo e renovado, apresentando equipamentos lúdicos e um campo de futebol. A sala de aula tinha vários materiais pedagógicos alusivos a todas as áreas disciplinares. Em relação à Matemática, a professora cooperante tinha exposto na sala vários jogos matemáticos como, por exemplo, o tangram e pentaminós. Havia, também, materiais reciclados, como tampas, para os alunos realizarem contagens. Havia, ainda, placares relacionados com conteúdos programáticos, como por exemplo, as classes e ordens de um número. A turma do 4º ano era constituída por vinte alunos, dos quais onze do género masculino e nove do género feminino. Três destes alunos apresentam dificuldades permanentes de aprendizagem e, por isso, são acompanhados por um professor de Educação Especial. No Plano de Turma, a professora cooperante, para caracterizar o grupo, escreve:

> O grupo é assíduo e pontual, com exceção de alguns casos pontuais e devidamente justificados. Refere-se também o bom e uniforme comportamento da turma, dentro e fora da sala e fora da escola. Quanto às aprendizagens, continua a ser constatada uma falta de hábitos de trabalho fora da escola, quer por motivos culturais, quer por algumas formas de negligência familiar. Dentro da sala e da escola o ambiente é apaziguador, lúdico e descontraído, sobretudo pautado pela autonomia dos alunos, na tentativa quotidiana de cumprir o seu Plano de Trabalho Diário. (Plano de turma, 2019, p. 22)

A modalidade habitual de organização da turma está representada na figura 7. A observação desta figura 7, revela a forma como a professora cooperante preferia que os alunos se sentassem na sala de aula: em cada conjunto de mesas representadas por C, D e E havia grupos de seis alunos. Os restantes dois alunos sentavam-se nas mesas representadas por F, na qual se sentavam os alunos acompanhados pelo professor de Educação Especial. Os restantes alunos, escolhiam os grupos autonomamente, todos os dias. As letras A e B representam os dois quadros existentes na sala de aula, o quadro interativo e o quadro de giz, respetivamente. A secretária da professora encontra-se no canto inferior esquerdo (letra G).

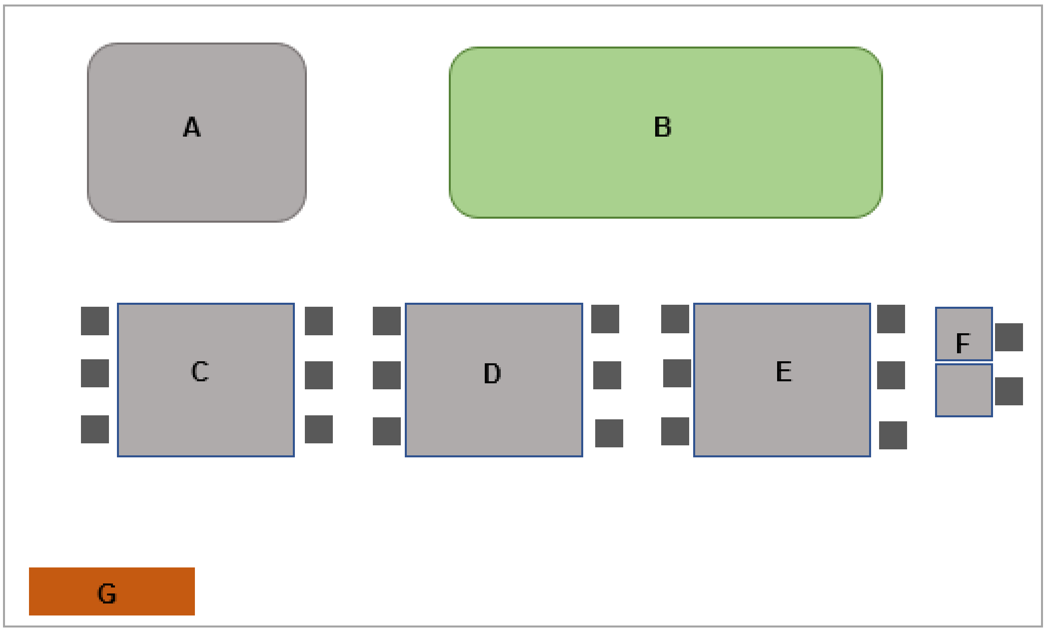


Figura 7 - Planta da sala de aula.

4.2. A atividade desenvolvida

A intervenção pedagógica associada ao desenvolvimento do projeto de investigação ocorreu entre 30 de abril e 29 de maio de 2019. Previamente às aulas em que propus aos alunos tarefas diferenciadas, analisei os resultados de uma ficha de avaliação de matemática. A partir da análise destes resultados (anexo 1) constatei que a maioria dos alunos sentia mais dificuldades em questões relacionadas com números racionais não negativos e respectivas representações (questões 1.2,3,4,5, anexo 1), bem como com Organização e Tratamento de Dados.

Em conjunto com a professora cooperante e a orientadora decidimos que a melhor opção seria explorar o tópico números racionas, pois "o conceito de fração é considerado complexo, mas simultaneamente um conceito basilar na aprendizagem matemática das crianças" (Cardoso

& Mamede, 2015, p. 1). Como tal, iniciei a preparação das aulas associadas a este tópico escolhendo dois tipos de estratégias de diferenciação pedagógica: recurso a tarefas paralelas e recurso a tarefas abertas.

Se bem que nem sempre seja "muito nítida a linha de demarcação entre os diferentes tipos de tarefa (…) [dependendo] dos conhecimentos prévios dos alunos" (Ponte, 2014, p. 21), considero que as tarefas que selecionei no âmbito da intervenção pedagógica são problemas. Aqui a palavra problema deve ser entendida num sentido abrangente o que significa que se trata de uma tarefa que, podendo ter diferentes graus de abertura, confronta o aluno com uma descontinuidade entre aquilo que conhece e o que pretende saber e que para ultrapassar essa dificuldade tem de conceber "uma estratégia de resolução para ele desconhecida" (Ponte, 2014, p. 18).

A fase de preparação das aulas é uma parte fundamental para uma boa prática letiva. Foi um enorme desafio escolher cada uma das tarefas da tabela 3. O meu principal objetivo era que fossem tarefas dinâmicas, que despertassem o interesse da turma e que me proporcionassem dados relevantes para o desempenho do meu papel enquanto investigadora/ professora. Na tabela 3 é possível observar a designação de cada uma das tarefa propostas, a data da sua exploração na aula e a estratégia de diferenciação pedagógica associada. A sigla TA corresponde a tarefas abertas e a TP a tarefas paralelas. As tarefas 2 , 3 e 5 foram realizadas por mim, enquanto que as restantes foram retiradas de artigos matemáticos[8].

[8] Tarefa "Os chocolates do avô" – adaptação da tarefa *A discussão do João e da Maria* retirada do artigo *Desenvolvendo o sentido de número racional: Que desafios para o professor?* De Silva, Boavida e Oliveira, 2012.
Tarefa " A história de uma professora" – adaptação da tarefa *Visita de estudo e distribuição de baguetes: Parte 1* retirada do artigo do PFCM. Retirado do site: http://projectos.ese.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/02/Baguetes-I-e-II-tarefa-e-prod-alunos-2010-2011.pdf

Tabela 3 - Tarefas matemáticas, data de realização e estratégias de diferenciação

Tarefas	Data da concretização	Estratégia de Diferenciação	Ideia-chave	Tempo de Exploração
(1) - "Os chocolates do avô"	30/04/2019	TA	"Diferentes quantidades só podem ser comparadas se a unidade for a mesma."	1 hora e meia
(2) - "A festa da turma 47"	08/05/2019	TP | TP1 TP2 TP3	"Identificar a metade e um quarto com base no conhecimento da unidade."	1 hora e meia
(3) - "Uma coleção de tampinhas"	13/05/2019	TP | TP1 TP2	"As frações são relações, nomeadamente relação parte/todo."	1 hora e meia
(4) - "A história de uma professora.."	22/05/2019	TA	"Quando comparamos frações a unidade tem de ser a mesma."	2 horas
(5) - "Vamos pintar o painel!"	29/05/2019	TP | TP1 TP2	"As frações são relações, nomeadamente relação parte/todo."	1 hora e meia

Analisando a tabela 3, é possível observar que a primeira estratégia de diferenciação pedagógica que utilizei foi o recurso a uma TA. Esta opção decorre da necessidade de compreender, mais em profundidade, as dificuldades e conhecimentos dos alunos. Este conhecimento ser-me-ia útil, nomeadamente para identificar os grupos a quem iria propor, no futuro, a realização de tarefas de maior ou menor complexidade. Considerei que uma TA seria uma boa opção porque permite que os alunos recorram a várias estratégias de resoluções distintas e que todos consigam fazer algo mesmo os que têm com mais dificuldades.

Após perceber de modo mais específico, as dificuldades da turma, formei três grupos de trabalho e decidir explorar uma outra estratégia de diferenciação as tarefas paralelas. A primeira TP que propus à turma suscitou imensas dificuldades aos alunos, nomeadamente, na compreensão do enunciado da tarefa. Por consequência, optei por realizar mais uma TP alterando as características do enunciado de modo a perceber se as dificuldades se mantinham e, ao mesmo tempo refletir sobre as alterações a realizar tanto na planificação, como na exploração da tarefa.

No caso da tarefa "A festa da turma 47" elaborei três variantes: uma com maior grau de complexidade, outra com um nível de dificuldade médio e outra mais acessível. Na tarefa seguinte – " Uma coleção de tampinhas" – recorri, novamente, às tarefas paralelas para a explorar e elaborei apenas duas variantes. A diminuição para duas variantes prendeu-se com o facto de ter percebido que os grupos que realizaram na 1º TP as tarefas de nível de dificuldade médio e a mais acessível apresentaram o mesmo tipo de dificuldades, por isso decidi juntá-los na TP seguinte. Posteriormente, decidi que seria uma boa opção voltar a explorar uma tarefa aberta, de modo a averiguar quer as dificuldades que permaneceram, quer as aprendizagens concretizadas e assim, verificar se houve evolução na aprendizagem do conceito de fração. Com a análise das resoluções da 2º TA – " A história de uma professora..." – constatei que se deveriam manter os dois grupos de trabalho sem alterações.

As tarefas incidiram nos números racionais não negativos representados sob a forma de fração e nas suas relações, em que cada uma das cinco tarefas exploradas possuía uma ideia-chave. Entre elas, "diferentes quantidades só podem ser consideradas se a unidade for a mesma" e "identificar a metade e um quarto com base no conhecimento da unidade". Como é possível constatar, as ideias-chave trabalhadas baseiam-se, sobretudo, na relação parte-todo e na conceptualização da unidade a partir da *metade* e de *um quarto*.

A exploração das tarefas "*Os chocolates do avô*"; "*A festa da turma 47*", "*Uma coleção de tampinhas*" e "*A história de uma professora…*" decorreu da seguinte forma: (1) apresentação do enunciado da tarefa; (2) resolução da tarefa pela turma; e (3) discussão coletiva/partilha e análise das estratégias de resolução. A exploração da tarefa " *Vamos pintar o painel*!" a ordem de alguns acontecimentos foram alterados: (1) discussão coletiva; (2) apresentação do enunciado da tarefa; (3) resolução da tarefa pela turma; e (4) partilha de resoluções.

Nas tarefas exploradas com a estratégia Tarefas Abertas (primeira e quarta) optei que o processo de resolução fosse individual e autónomo, e só na discussão coletiva existisse uma partilha de grupo. Neste sentido, as aulas desenvolveram-se da seguinte forma: (1) cada aluno leu o enunciado autonomamente; (2) leitura em conjunto para identificar os dados mais relevantes; (3) resolução autónoma; (4) circulação pela sala para tirar dúvidas e, por fim (4) partilha de resoluções com a turma e respetiva discussão.

A exploração das tarefas paralelas (segunda, terceira e quinta), devido às suas características foi organizada de forma diferente: (1) leitura autónoma do enunciado, (2) resolução da tarefa, (3) circulação pela sala para tirar dúvidas e, por fim, (4) partilha de resoluções com a turma e respetiva discussão. No caso da quinta tarefa, optei por realizar uma discussão sobre a temática logo no inicio da aula que permitisse aos alunos compreender o que se pretendia na tarefa, mesmo antes de a conhecerem. Após este momento é que os alunos autonomamente leram a tarefa e procederam à sua resolução. No fim, optei por partilharem entre os grupos de trabalho as suas resoluções.

Capítulo IV
Análise de dados

O presente capítulo incide na análise de dados recolhidos a partir da exploração das cinco tarefas propostas na intervenção pedagógica. Está organizado em cinco secções principais e o título de cada uma decorre do atribuído às referidas tarefas : “ Os chocolates do avô” (tarefa 1), “ A festa da turma 47” (tarefa 2), “ Uma coleção de tampinhas” (tarefa 3), “ A história de uma professora” (tarefa 4) e “ Vamos pintar o painel!” (tarefa 5). Cada uma destas secções está estruturada em quatro subsecções. Primeiramente, apresento a tarefa e as suas características. A segunda subsecção incide na “ Preparação da aula”. A terceira foca-se na lecionação da aula. Por último, na quarta subsecção analiso os desafios sentidos ao longo de todo o percurso .

1. A propósito da tarefa “Os chocolates do Avô”

Na análise desta tarefa apresento, primeiramente, um breve resumo do seu contexto. Posteriormente, o modo como preparei e organizei a sua exploração na sala de aula e, de seguida, a forma como a lecionei (apresentação, monitorização e discussão/partilha de resoluções). Por fim, apresento os desafios que senti ao longo de todo o processo. Para a exploração da tarefa “ Os chocolates do avô” recurso a tarefas abertas.

1.1. A tarefa

A tarefa “Os chocolates do Avô” (anexo 2) foi proposta no dia 30/04/2018 e explorada durante uma hora e meia de aula. O seu enunciado inclui um diálogo entre duas crianças focado na visita que o avô João fez a cada uma. Neste âmbito, refere-se que a neta Maria comeu metade *de um* chocolate que o avô lhe deu e que o neto João comeu um quarto *de um* chocolate que o avô também lhe deu e pergunta-se: “Algum dos netos terá comido mais chocolate de que o outro? Ou não?”. Considerando a tipologia de classificação de tarefas proposta por Ponte (2014) trata-se de uma tarefa aberta, porque possibilita uma multiplicidade de respostas e de processos de resolução. A ideia-chave associada a esta tarefa é: Diferentes quantidades só podem ser comparadas se a unidade for a mesma.”

1.2. Preparação da aula

Escolhi esta tarefa porque queria uma tarefa abrangente que pudesse ser resolvida por alunos com diferentes níveis de conhecimento e que permitisse dar evidência à ideia de que conhecer a unidade é essencial quando se pretendem comparar números representados por frações. A exploração de uma tarefa muito semelhante a esta noutros contextos — por exemplo, "A discussão do João e da Maria" em (Silva, Boavida & Oliveira, 2012) – revelou que tinha potencialidades para favorecer a compreensão desta ideia. Adaptei ligeiramente o seu enunciado por considerar que ao aproximar a tarefa do contexto familiar dos alunos, estes poderiam ter mais interesse em realizá-la.

Para planear o modo como iria organizar a aula, recorri aos conhecimentos que tinha sobre a turma, obtidos, anteriormente, durante as semanas de estágio. Decidi, então, que iria, numa primeira fase, ler o enunciado para turma. Com esta leitura pretendia que todos os alunos entendessem tanto a situação relatada como a questão a que tinham de responder para só depois procederem à resolução da tarefa de forma individual. Decidi, também, que posteriormente faria uma discussão coletiva das resoluções mais significativas para que a turma percebesse a ideia-chave associada à tarefa. Baseando-me nos conhecimentos que tinha em relação à turma, considerei que as respostas dos alunos iriam ser do tipo: *a Maria comeu mais do que o João porque comeu metade do chocolate que o avô lhe deu e metade é mais do que um quarto.* Isto porque, ao realizar o teste diagnóstico percebi que para além de outras dificuldades relacionadas com a compreensão do conceito de fração, os alunos não estavam despertos para o facto de ¼ de algo poder ser maior que ½ de outro algo, ou seja, não tinham consciência da importância de se conhecer a unidade com que se está a trabalhar quando se pretendem comparar números representados por frações.

Para fazer face a esta situação e dúvidas que, eventualmente, pudessem surgir preparei umas folhas de papel representativas de chocolates que poderiam ser úteis para tornar mais percetível a comparação entre as quantidades referidas e diferentes todos, de modo, a que a turma percebesse que a quantidade de chocolate comida por cada neto dependia do tamanho dos chocolates.

Preparei, também, um conjunto de questões para auxiliar no processo de aprendizagem como por exemplo: Temos a certeza que os chocolates são iguais? Temos a certeza que os dois chocolates têm o mesmo tamanho?; E se forem diferentes? E se eu disser que o chocolate de que se comeu metade é mais pequeno que aquele de que se comeu um quarto?; Porque é que pensaste assim?; Que formas há de resolver este problema? ; Estamos a comparar a mesma quantidade? ; Se desconhecermos o todo, é possível comparar frações? Neste caso, como podemos comparar as quantidades de chocolate que os netos do avô João comeram?; Será que só existe uma resposta possível para este problema?

1.3. Lecionação da aula

Apresentação da tarefa

Comecei por distribuir um enunciado da tarefa a cada um dos alunos, para que o começassem a ler calmamente. De seguida, procedi à sua leitura para toda a turma para aumentar as possibilidades de compreensão da situação, questionei-os se a tinham entendido e pedi que a explicassem. Neste momento surgiram respostas como: *"Temos de fazer contas..."* ou *"Sinceramente não estou a entender"* ou , ainda, *"Eu sei fazer, é a Maria porque comeu metade".* Ao verificar que a turma continuava com dúvidas, decidi explicar, novamente, a tarefa e, em conjunto com os alunos identificar os dados mais relevantes e escrevê-los no quadro. De seguida, iniciou-se o processo de resolução.

Monitorização da atividade dos alunos

À medida que os alunos resolviam a tarefa ia circulando pela sala para averiguar como estavam a pensar e a elaborar as suas resoluções. Muitas crianças diziam que não estavam a perceber; outras queriam saber se a sua resolução estava certa, considerando que a menina tinha comido mais chocolate e que não havia mais hipótese nenhuma. Perante esta situação, que ia ao encontro do que previ quando preparei a aula, considerei necessário iniciar a discussão.

Discussão

A partilha e análise de resoluções ocorreu em duas fases. Esta organização decorre de me ter apercebido, como referi, de que vários alunos não estavam a perceber a tarefa ou só estavam a considerar uma possibilidade de resolução. Posto isto, decidi que devia, numa primeira fase, promover a partilha das resoluções que já existiam (seis resoluções) e comecei por pedir aos seus autores que as registassem no quadro (figura 8). Após este registo, analisei com a turma pormenorizadamente cada uma das resoluções e verificámos três aspetos: a Maria comia sempre mais do que o João; os chocolates tinham aproximadamente o mesmo tamanho; e que os netos partilharam o mesmo chocolate (1º. Resolução).

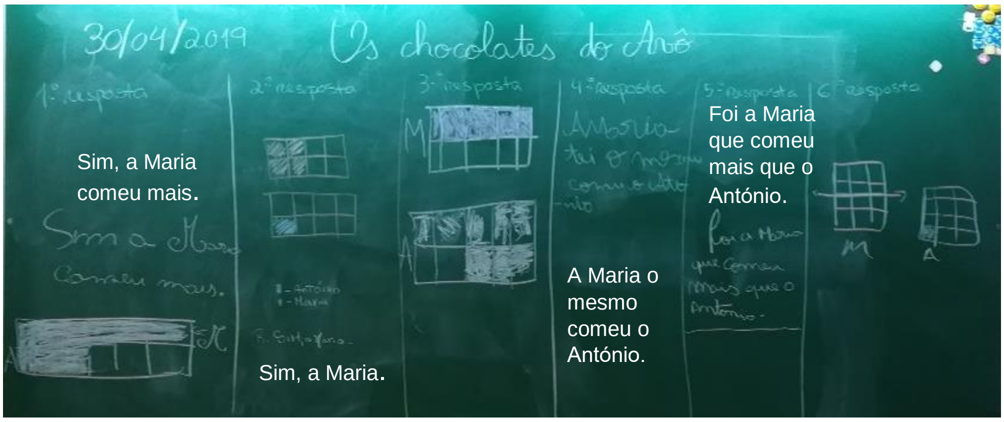


Figura 8 - Registos feitos no quadro parte I

Com base nestes aspetos, e para favorecer o aprofundamento da exploração da tarefa, decidi dar-lhes algumas pistas, como é visível no episódio 1.

<u>Episódio 1</u>

1. Professora: Quando vocês vão ao supermercado os chocolates são todos iguais?
2. Alunos: Não.
3. Professora: “ Os que tenho visto não são… uns são pequenos… outros são grandes.”
4. Aluno C: “ Professora, então os chocolates são diferentes…”
5. Professora: “ Pois, poderão ser… acho que é melhor pensarem bem e tentarem resolver novamente a tarefa…”

TA1[9]

A análise deste episódio revela que os alunos, na sequência das minhas intervenções (§ 1 e 3) , mudaram o rumo de exploração da tarefa, começando a considerar que os chocolates podiam ser diferentes (§ 4). Consequentemente, decidi dar-lhes mais tempo para pensarem numa forma de resolver a tarefa, individualmente. Durante esta fase, fui averiguando as “novas” resoluções para decidir quais escolheria para analisar e discutir coletivamente. Posteriormente, optei por verificarmos quais das primeiras resoluções (figura 8) poderíamos considerar corretas

[9] TA: Sigla adotada para designar transcrição de extrato da gravação da aula; o número justaposto a esta sigla refere-se à tarefa explorada na aula, de acordo com a numeração que lhe é atribuída na tabela apresentada da secção Intervenção pedagógica que consta do capítulo III. Assim, TA1 refere-se à primeira tarefa proposta no âmbito desta intervenção.

e as que estavam incorretas (por exemplo, a 1º. resolução da figura 8) ou sem justificação (4º. e 5º. resoluções da figura 1). De seguida, os alunos que escolhi registaram no quadro as suas resoluções (figura 9).

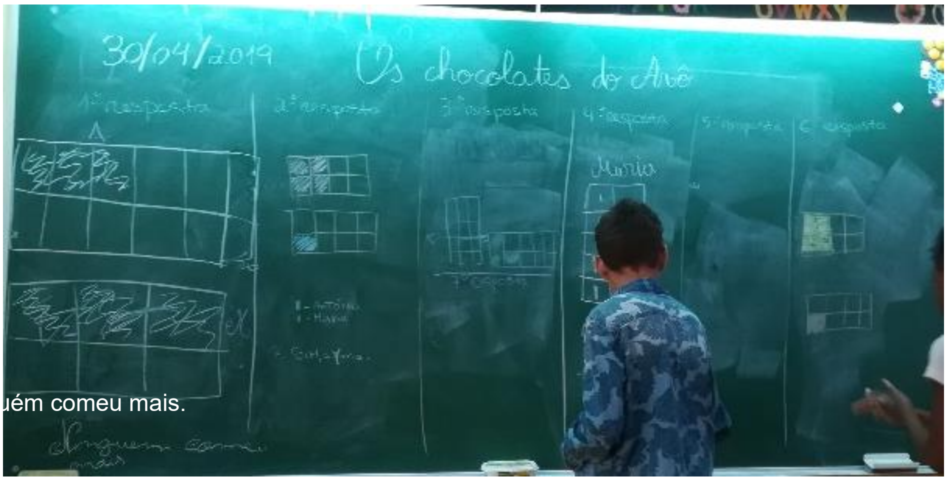


Figura 9 - Registos no quadro parte II.

Após analisar estas resoluções, concluímos que: a Maria continuava a comer mais chocolate; continuavam a existir só chocolates do mesmo tamanho; acrescentaram mais divisões a um dos chocolates para parecerem diferentes. Ao perceber que as ideias dos alunos continuavam a recair sobre a *metade* ser maior que *um quarto*, optei por continuar a discussão recorrendo aos materiais que tinha preparado previamente. Posto isto, coloquei no quadro a resposta geral da turma: *quando dois chocolates são do mesmo tamanho, a Maria como comeu metade come mais chocolate.* Posteriormente, decidi explorar a outra opção de resposta que a turma encontrou: *A Maria come mais, se o chocolate for maior do que o do João*. Como não estava a ser simples para os alunos imaginarem outras possibilidades de resposta à questão incluída no enunciado do problema, optei por dar-lhes mais uma pista apresentando uma destas possibilidades. O episódio 2 ilustra esta situação.

<u>Episódio 2</u>

1. Professora: Sabem uma coisa? Eu sei que a Maria apesar de comer metade não come sempre mais chocolate…

Os alunos ficam pensativos …

2. Aluno C: “ Já sei!!! Depende das divisões do chocolate…”

3. Professora: “ Eu posso dividir o meu chocolate em 10,20,30 bocadinhos, mas a metade é sempre metade… comes o mesmo! Ora experimenta lá!”

TA1

A primeira intervenção que fiz (§ 1) teve por objetivo levar os alunos a refletir sobre que tamanho é que tinha de ter cada chocolate para que a afirmação fosse verdadeira. Como alguns consideravam, incorretamente, que a validade da afirmação dependia do número de divisões feitas no chocolate (§2), decidi recorrer aos materiais preparados. Coloquei no quadro uma folha A4 e outra A5 e disse para a turma: *Para que a Maria coma menos e imaginando que os chocolates têm este tamanho (aponto para as folhas)… de qual destes é que comeu a Maria e de qual é que comeu o António?* A partir daqui, os alunos começaram a ficar mais elucidados e surge a opção de que a Maria comeu metade do chocolate mais pequeno. Para verificar se era verdade, dividi (em conjunto com os alunos) a folha representativa do chocolate mais pequeno ao meio e o maior em quatro partes iguais, e, assim, verificou-se que o António comeu mais quantidade do que a Maria. Como a apresentação da referida afirmação (§1) deu bons frutos, para prosseguir a exploração da tarefa optei por repetir a mesma estratégia como é visível no episódio 3.

<u>Episódio 3</u>

1. Professora: Assim como sabia que a Maria comeu menos do que o João, também sei que há uma forma de os dois meninos comerem exatamente o mesmo! Pensem lá numa forma de isto ser possível?

A turma mostrou-se pensativa e com muitas dúvidas… coloco no quadro uma folha de papel que representa um chocolate e cuja área é o dobro de outra folha, também colocada no quadro.

2. Professora: Então com estes dois chocolates, qual dos meninos comeria qual?

Após algum tempo…

3. Alunos: Acho que temos de dividir o maior chocolate em quatro partes iguais e o mais pequeno em duas partes iguais…
4. Professora: Então que conclusão podemos retirar?
5. Alunos: Assim a quantidade é igual!
6. Professora: Sim, então podemos confirmar que nesta situação metade e um quarto, em termos de quantidade, são iguais.

TA1

Com a análise do episódio 3, é possível verificar que a estratégia que adoptei foi uma boa opção para os alunos ultrapassarem as dificuldades. As possibilidades de resposta à tarefa que apresentei, o recurso a materiais manipuláveis de uso corrente (folhas de papel) e o uso deste recurso para concretizar ideias matemáticas abstratas facilitou a compreensão, por alguns alunos, das várias possibilidades de resolução da tarefa proposta. No entanto, no final da discussão constatei que, ainda, havia quem pensasse que "mais divisões" implica comer mais, sem relacionar a fração de chocolate que cada neto comeu com a unidade. Portanto, decidi recapitular o que tínhamos feito para que ficasse percetível que para comparar frações o que realmente importa, antes de mais, é conhecer a unidade que se está a considerar.

1.4. Desafios

Os desafios sentidos ao longo de toda a preparação e exploração da tarefa surgem associados (1) à preparação da aula, (2) à apresentação da tarefa aos alunos, (3) à monitorização da sua atividade e à (4) discussão coletiva.

Ao nível da preparação da aula, o maior desafio que senti foi a escolha da tarefa. Queria que fosse desafiante para alunos, que os cativasse, que a resolvessem com entusiasmo. Pretendia que contactassem com ideia-chave cuja compreensão não é simples mas, ao mesmo tempo, desejava que a tarefa fosse suficientemente abrangente para que todos os alunos, mesmo aqueles que tinham mais dificuldades, conseguissem envolver-se na sua resolução.

Depois de escolher a tarefa e sabendo que era uma tarefa aberta que admitia várias possibilidades de resposta, tinha dúvidas se conseguiria desenvolver uma discussão coletiva proveitosa em termos aprendizagem. Inquietava-me pensar que poderiam surgir situações não planeadas que tinha receio de não conseguir ultrapassar. Para me sentir mais segura, decidi prever possíveis resoluções para conseguir contornar eventuais dúvidas e preparei questões para colocar , caso acontecesse algo inesperado ou sentisse que a turma estava a sentir dificuldades na compreensão/exploração da tarefa.

Embora na fase de planificação tenha decidido que, primeiramente, era eu quem leria o enunciado da tarefa para a turma, na aula optei por outra via tendo decidido que seriam os alunos a lê-lo, numa primeira fase. De seguida, repetiria a leitura e, posteriormente, pedir-lhes-ia para explicar a situação descrita. Pensei que esta via poderia favorecer a compreensão quer desta situação quer do que se pretendia saber. Contudo, com o avançar da aula comecei a reparar que muitos alunos tinham dúvidas relacionadas com a interpretação do enunciado. Lidar com estas dúvidas foi um desafio. Optei por explicar tudo, novamente, tentando ser o mais esclarecedora possível, e dando ênfase aos dados essenciais para a resolução da tarefa.

Na fase de monitorização da tarefa debati-me com o facto de os alunos quererem saber se a sua resposta estava certa e, ainda, com pensarem que só existia uma possibilidade de resposta. Foi difícil resistir à pressão de validar ou invalidar o que os alunos tinham feito, pois decidi que até ao fim da exploração da tarefa não revelaria se qualquer tipo de resposta estava certa ou errada. Para fazer face à situação, alterei, na aula, o que tinha pensado durante a fase de planificação e decidi iniciar a partilha de resoluções mais cedo do que o previsto tentando assumir um papel de impulsionadora de contínuos desafios.

Na discussão final, o maior desafio foi manter os alunos interessados em procurar as várias soluções para esta tarefa pois pretendia que descobrissem as três possibilidades de resposta correta. Daí a opção de efectuar o momento de partilha e análise de resoluções em duas partes. Na primeira parte foram ao quadro os alunos que tentaram encontrar uma resolução quer estivesse certa quer errada. Como as resoluções tinham vários problemas decidi dar-lhes algumas pistas. Na segunda parte, optei por ser eu a escolher os alunos que iriam apresentar as suas resoluções tendo escolhido os que tentaram procurar novas respostas. No entanto, a turma estava com dificuldades em evoluir no raciocínio, pois não conseguiam perceber como é que um quarto de um chocolate poderia ser maior ou até igual a metade de um chocolate. Decidi apresentar hipóteses de solução e incentivar os alunos a refletir sobre se seriam possíveis recorrendo aos materiais que tinha preparado. Este modo de agir foi improvisado no momento. Daí considerar que a exploração desta tarefa foi, no geral, um forte desafio. Penso, contudo, o que consegui ultrapassar.

2. A propósito da tarefa “A festa da turma 47”

Na análise desta tarefa apresento, primeiramente, um breve resumo do seu contexto. Posteriormente, o modo como preparei e organizei a sua exploração na sala de aula e, de seguida, a forma como a lecionei (apresentação, monitorização e discussão/partilha de resoluções). Por fim, apresento os desafios que senti ao longo de todo o processo. Para a exploração da tarefa “ A festa da turma 47” recorri a estratégias de diferenciação de tarefas paralelas.

2.1. A tarefa

A tarefa “*A festa da turma 47*” (anexo 3) foi proposta no dia 08/05/2019 e explorada durante hora e meia. Como adotei tarefas paralelas elaborei três variantes para a mesma tarefa, que tinham por objetivo trabalhar a seguinte ideia-chave: “Identificar a metade e um quarto com base no conhecimento da unidade”. O enunciado foca-se numa festa que a turma pensa realizar e para qual juntou uns quantos ovos para fazer três bolos. O objetivo é descobrir quantos ovos precisam para fazer cada bolo e, no fim, responder à seguinte questão: “ Depois dos bolos todos feitos sobraram ovos?”.

2.2. Preparação da aula

A escolha desta tarefa centrou-se no contexto do enunciado, pois considero que se for algo interessante para os alunos, estes entusiasmam-se mais na sua resolução, o que é essencial para uma melhor compreensão do que se pretende. Esta tarefa foi a primeira a ser explorada recorrendo a tarefas paralelas. Por isso tentei que a temática facilitasse a diferenciação. E, como referi realizei três variantes (A,B,C) cada uma diferenciada consoante o grau de dificuldade pretendido (tabela 4).

Tabela 4 - Diferenciação efetuada na tarefa "A festa da turma 47"

Tarefas	Diferenciação
Tarefa Paralela A (anexo 3)	Número de ovos; Representação da metade e de um quarto em forma de fração; Uma questão.
Tarefa Paralela B (anexo 4)	Designação de metade e de um quarto; Quatro questões.
Tarefa Paralela C (anexo 5)	Número de ovos; Designação da metade e de um quarto; Quatro questões; Imagens representativas dos números de ovos.

Cada tarefa está diferenciada consoante o grau de dificuldade pretendido. A mais complexa é a Tarefa Paralela A (TPA), pois para representar metade e um quarto usei simbologia matemática e o número de questões é reduzido, o que implica um maior raciocínio na fase da resolução. No caso da Tarefa Paralela B (TPB) as frações representadas em linguagem matemática foram substituídas pela sua designação em linguagem corrente (metade e um quarto), de modo a facilitar a compreensão. Além disso, a questão da TPA foi dividida em cinco questões para que fosse mais simples para os alunos estruturar o seu raciocínio ao longo da resolução da tarefa. Pela mesma razão, na Tarefa Paralela C (TPC) as questões são as mesmas da anterior. A diferença foi ao nível do número de ovos que diminui para metade e da inclusão de imagens informativas no contexto.

As tarefas paralelas implicam a organização da turma por grupos de trabalho que realizam a mesma versão, de modo a que não exista transferência de informações sobre as respetivas tarefas, ao mesmo tempo, que facilita a monitorização da atividade dos alunos pelo professor.

A escolha dos grupos baseou-se na participação oral dos alunos da tarefa "*Os chocolates do avô*", o que originou a formação de três grupos organizados consoante as dificuldades evidenciadas. Como tal, pensei organizar os alunos em três grupos e decidi que cada aluno leria o enunciado autonomamente e prosseguiria para a realização, individual, da tarefa.

Assim como na tarefa anterior, decidi que perto do final seriam expostas no quadro uma resolução de cada grupo de trabalho, a partir das quais se desenvolveria a discussão coletiva, de modo a consolidar os conhecimentos e a ideia-chave associada à tarefa. O meu principal objetivo era que os alunos se apropriassem da ideia-chave e que estabelecessem relações de dobro/metade.

Sendo que era a primeira vez que ia realizar uma discussão coletiva em torno de tarefas paralelas, preparei um conjunto de questões para me auxiliar na sua orquestração, como por exemplo: O que significa um quarto dos ovos? Como podemos descobrir a que é igual metade e um quarto do n.º de ovos? Quantos ovos são necessários para fazer o Bolo de Laranja? E para fazer o bolo de chocolate? Consegues explicar o teu raciocínio? É possível conhecermos *um quarto* e *metade* se não conhecermos a unidade? Se temos disponíveis 48 ovos e utilizámos $\frac{1}{4}$, o que vão fazer para descobrir? ; O que significa a metade e um quarto? ; Será que dividir por 2 é o mesmo que termos $\frac{1}{2}$?.

Com esta tarefa pretendia que os alunos, identificassem a metade e um quarto com base no seu conhecimento da unidade. No caso da tarefa A, considerei que os alunos iam recorrer a dois tipos de resoluções diferentes (fíguras 11 e 12).

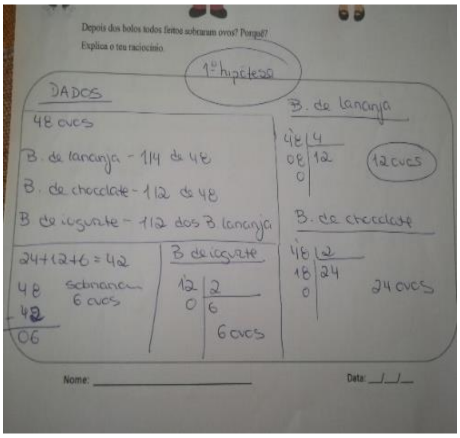


Figura 10 – 1º hipótese de resolução da Tarefa A.

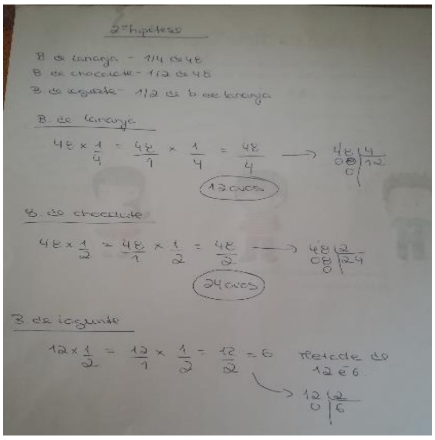


Figura 11 – 2 º hipótese de resolução da Tarefa A.

No caso da tarefa B, previ que os alunos recorressem à relação dobro/metade e relacionassem os números presentes no enunciado (fígura 12).

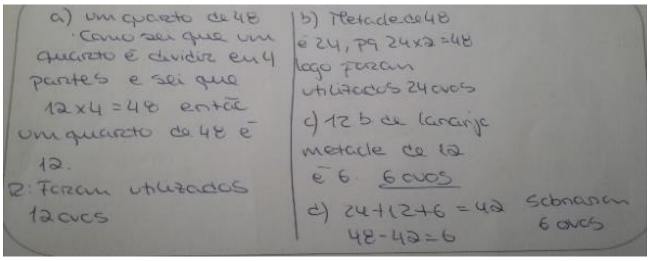


Figura 12 - Hipótese de resolução da Tarefa B.

Em relação à tarefa C, previ que os alunos recorressem à imagem presente na mesma e, assim, realizariam a divisão dos ovos em duas ou quatro partes iguais (figura 13).

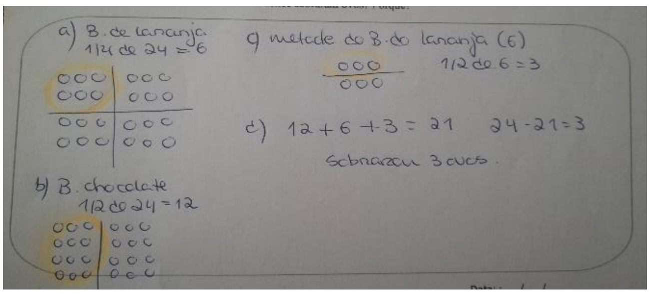


Figura 13 - Hipótese de resolução da Tarefa C.

1.3. Lecionação da aula

Apresentação da tarefa

Iniciei a exploração da tarefa com a sua distribuição a cada aluno, devido à impossibilidade da organização da turma por grupos de tarefas. Posteriormente, expliquei-lhes que cada aluno iria realizar uma leitura autónoma e, assim, que se sentissem preparados podiam prosseguir para a resolução.

Monitorização da atividade dos alunos

Conforme os alunos começaram a resolver as suas tarefas, circulei pela sala de aula para averiguar como estavam a elaborar as suas resoluções. Constatei, então, que existiam muitas dúvidas, questionando-se: Como é que é possível através do número total de ovos calcular as quantidades utilizadas nos bolos de laranja e chocolate. Perante esta situação, necessitei de os ajudar, individualmente, como é possível observar no episódio 4, que diz respeito à variante A.

Episódio 4

1. Aluno 1: Não estou a perceber como vou encontrar 1/4 .
2. Professora: Então vamos por partes... Primeiro, queres descobrir ¼ em relação ao que?
3. Aluno 1: Dos ovos!
4. Professora: Sim, e quantos ovos são?
5. Aluno 1.: 48...
6. Professora: Boa! E assim quanto é 1/4 de 48?
7. Aluno 1: Não sei…
8. Professora: Pensa lá bem o que significa ¼ … significa que dividimos a nossa unidade em quantas partes iguais?
9. Aluno 1: hum… já sei … em 4!

Retirado das notas de campo

Ao analisar o episódio 4, torna-se percetível que este aluno tem dificuldade em compreender o que significa *metade* e *um quarto* por isso optei, sempre, por ajudá-los a perceber que significa uma parte da unidade, neste caso (§8) a quarta parte de um todo.

Discussão

A partilha e análise das resoluções foi elaborada em torno de três resoluções, uma de cada variante da tarefa (A, B e C). Como os alunos evidenciaram muitas dúvidas, considerei que um de cada grupo deveria oferecer-se para partilhar a sua resolução na turma. Após o registo das resoluções no quadro, procedi para a sua análise com a turma, da qual se retiraram algumas conclusões como: para calcular a quarta parte pode-se recorrer à divisão por 4 e a metade à divisão por 2.

2.4. Desafios

Os desafios sentidos ao longo de toda a preparação e exploração da tarefa surgem associados (1) à preparação da aula, (2) à apresentação da tarefa aos alunos, (3) à monitorização da sua atividade e à (4) discussão coletiva.

Explorar um tarefa com base na estratégia de diferenciação tarefas paralelas foi um grande desafio, principalmente, ao nível da formação dos grupos de trabalho. Esta escolha deve ser realizada considerando as dificuldades que os alunos apresentam. Contudo, para esta seleção baseei-me na participação oral dos alunos na tarefa anterior – “ Os chocolates do avô” – devido ao facto de as produções escritas não terem sido suficientemente esclarecedoras. A elaboração das variantes foi, também, uma fase complicada, porque nunca tinha estado envolvida numa atividade deste tipo e senti algum receio de não o conseguir fazer.

Ao apresentar a tarefa, surgiu um obstáculo que se tornou um desafio muito relevante. A professora cooperante não se mostrou recetível ao facto de alterar a organização habitual da turma, o que fez com que, no momento, tivesse de improvisar e aceitar que um dos aspetos importantes desta estratégia ficasse “esquecido”.

No que diz respeito à monitorização da exploração da tarefa, refiro as diversas solicitações que foram surgindo relacionadas com a sua compreensão. O enunciado não foi lido – uma opção que tomei porque existiam três versões com algumas diferenças significativas. Esta decisão originou muitas dúvidas, o que me levou a arranjar uma nova estratégia para conseguir acompanhar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades.

Ao realizar a discussão coletiva conclui que a estratégia de diferenciação tarefas paralelas exige uma imensa preparação e apesar de ter preparado as questões auxiliadoras e de ter realizado leituras teóricas para perceber como se orquestra uma discussão coletiva, senti-me um pouco frustrada. É um facto que o contexto das três variantes da tarefa é o mesmo, e há que ter em conta as particularidades de cada uma, o que não é simples. Outra situação que dificultou o decorrer da discussão foram as dificuldades que os alunos sentiram ao longo do processo de resolução, o que fez com que as suas participações não permitissem uma troca de ideias matemáticas, de modo a sistematizar adequadamente a ideia-chave associada.

3. A propósito da tarefa “ Uma coleção de tampinhas”

Na análise desta tarefa apresento, primeiramente, um breve resumo do seu contexto. Posteriormente, o modo como preparei e organizei a sua exploração na sala de aula e, de seguida, a forma como lecionei esta aula (apresentação, monitorização e discussão/partilha de resoluções). Por fim, apresento os desafios que senti ao longo de todo o processo. Para a exploração da tarefa “ Uma coleção de tampinhas” recorri à estratégia de diferenciação tarefas paralelas.

3.1. A tarefa

A tarefa “ Uma coleção de tampinhas” foi proposta no dia 13/05/2013 e explorada durante uma aula de 1 hora e meia. Esta tarefa apresenta duas variantes (anexo 6 e 7) e centram-se na coleção de tampinhas de dois amigos, o Pedro (tarefa A) e o João (tarefa B). O enunciado da primeira questão refere que cada amigo tinha doze tampinhas, das quais o Pedro perdeu $\frac{1}{3}$ e o João $\frac{1}{4}$ e é preciso descobrir quantas tampas perdeu cada amigo. A segunda questão refere que uma amiga do Pedro e do João também faz uma coleção de tampas e ofereceu uma parte aos seus amigos, por fim, pergunta-se: “ Que fração das suas tampinhas deu a Maria ao Pedro?” (Tarefa A). A ideia-chave predominante nestas tarefas é: “As frações são relações, nomeadamente relação parte/todo.”.

3.2. Preparação da aula

Escolhi esta tarefa porque pretendia que os alunos compreendessem que um dos significados dos números racionais sob a forma de fração é a “ relação parte/todo”. Este significado é essencial para compreender os restantes. Além disso, a tarefa tinha um curto enunciado, o que podia facilitar a sua compreensão. O processo de diferenciação, por consequência, também se tornou mais acessível, realizando, assim, duas variantes para esta tarefa (A e B).

Na tarefa A – mais complexa – coloquei duas questões com frações mais "difíceis" de trabalhar pelos alunos. Na tarefa B – menos complexa – coloquei, também, duas questões só que com a particularidade de cada uma possuir imagens ilustrativas da situação. As frações, por sua vez, são mais acessíveis no que diz respeito à sua utilização a nível matemático. Esta distinção ao nível das frações (na primeira questão) ocorreu porque existem frações mais " fáceis" de trabalhar, como por exemplo $\frac{1}{4}$, pois a divisão por 4 é mais acessível, por ser um número par, do que a divisão por 3 na fração $\frac{1}{3}$. Na segunda questão da TP B surgirá a fração $\frac{5}{15}$ ou $\frac{1}{3}$ e na TP A as frações $\frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$. Esta escolha centrou-se no facto de ser mais " fácil" descobrir $\frac{5}{15}$ ou $\frac{1}{3}$ em relação às frações da tarefa A, porque os alunos na tarefa B tinham ao seu dispor uma imagem com tampas, conseguindo, assim, proceder à contagem.

Sempre que são exploradas tarefas paralelas em sala de aula, é necessário organizar a turma e os grupos de trabalho. Numa primeira fase, decidi que nesta tarefa iria reduzir o número de grupos para dois, pois percebi que os grupos B e C sentiam praticamente as mesmas dificuldades. Após os novos grupos formados, decidi que, na sala de aula, se sentariam por grupos de trabalho e trabalhariam a pares. Tomei esta decisão, porque considero que os alunos ao entreajudarem-se aprendem melhor e com mais interesse.

Para fazer face às dificuldades sentidas em tarefas anteriores, decidi que a melhor forma de iniciar a aula era com a apresentação dos aspetos comuns do enunciado para a turma. Posteriormente, seguir-se-ia a fase de resolução a pares e depois a seleção e seriação dos que iriam expor o seu raciocínio, oralmente, à turma. Decidi, também, que a discussão final seria elaborada com base no que for dito por cada par à turma e para finalizar faria uma breve revisão da atividade desenvolvida, com o objetivo de analisar se a ideia-chave foi compreendida pela turma.

Para fazer face às dúvidas que poderiam surgir preparei um conjunto de questões auxiliares, como: “Se queremos calcular o número de tampas perdidas e sabemos que esse número é 1/3 de 15… como podemos calcular?”, “O que significa 1/3 ou ¼?”, “Em quantas partes iguais dividimos a unidade, no caso da fração 1/3?”, “O que significa o numerador e o denominador?”. Decidi, ainda, não elaborar materiais de apoio, pois na sala de aula os alunos tinham à sua disposição materiais úteis para a resolução da tarefa (tampas de plástico), caso fosse necessário.

Baseando-me nos conhecimentos que tinha em relação à turma, considerei que tanto na TP A, como na TP B iriam recorrer a duas estratégias diferentes (fíguras 19 e 20).

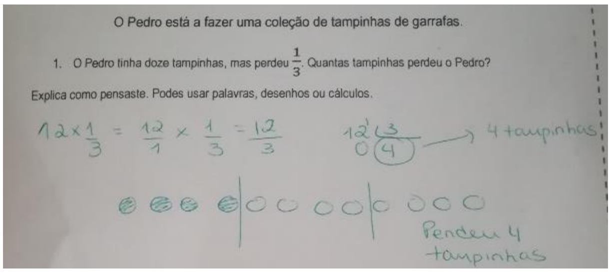


Figura 14 - Hipótese de resolução da tarefa A

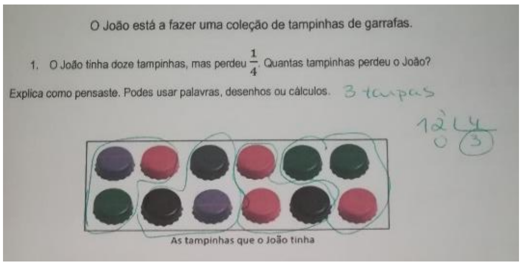


Figura 15 - Hipótese de resolução da tarefa B

Como é possível observar nas fíguras 19 e 20, previ que os alunos recorressem à multiplicação ou divisão do número de tampas pela respetiva fração ou, ainda, que utilizassem esquemas ou desenhos para realizar a contagem termo a termo. No fundo, esperava que construíssem uma resolução, na qual fosse possível interligar as ideias aprendidas nas tarefas anteriores sobre *metade* e *um quarto*.

3.3. Lecionação

Apresentação da tarefa

Comecei por realizar a divisão dos alunos em pares consoante a tarefa a realizar. De seguida, procedi à sua leitura de parte do enunciado para a turma e uma breve explicação para aumentar as possibilidades de compreensão da tarefa. Como percebi que a turma não apresentava dúvidas de maior prossegui para a fase de resolução.

Monitorização da atividade dos alunos

À medida que os pares resolviam a sua tarefa ia circulando pela sala para averiguar quais seriam as melhores resoluções para serem expostas na discussão final. Neste sentido, optei por iniciar a partilha com as resoluções dos pares que resolveram a TP A, pois percebi que estes alunos conseguiram ultrapassar as suas dificuldades junto do seu par. A maioria, dos alunos que resolveram a Tarefa B sentiram, ainda, algumas dúvidas visíveis no episódio 5.

<u>Episódio 5</u>

1. Aluno 1: Não estou a perceber como posso saber quantas tampas o João perdeu…
2. Professora: Porque não utilizaste a imagem das tampas para te ajudar?
3. Aluno 2: Pensava que a imagem não tinha o mesmo número de tampas que o enunciado...
4. Professora: Mas tem... E acho que era boa ideia utilizares a imagem para encontrar a resposta!

Retirado das notas de campo, Aluno com a tarefa paralela B.

Ao surgirem dúvidas deste género, tentei mostrar aos alunos que o recurso à imagem era uma boa opção (§ 2). Este tipo de episódios aconteceu, pois os alunos não estão habituados a que a tarefa contenha auxiliares para a sua resolução, o que me levou a tentar alterar esta perspetiva, sempre que possível, principalmente junto dos alunos com mais dificuldades.

Discussão

Face aos acontecimentos vivenciados ao longo da exploração da tarefa, decidi que na discussão coletiva haveria uma partilha alternada de resoluções das duas tarefas existentes, de forma a ocorrer uma variedade constante de estratégias de resoluções. Consequentemente, decidi que seria uma boa opção iniciar a discussão por os alunos com menos dificuldades, pois, supostamente, conseguem estruturar melhor o seu pensamento. Considerei, também, que esta opção ajudaria os alunos com mais dificuldades a inspirarem-se no que ouviam para estruturar as suas resoluções.

A discussão iniciou-se com a primeira tarefa da TP A, na qual os alunos tinham de responder: *" Quantas tampas perdeu o Pedro*?". O episódio 6 ilustra o início da discussão.

Episódio 6

1. Professora: Vamos lá descobrir quantas tampas perdeu o Pedro… A nossa aluna vai explicar!
2. Aluno 1: Eu fiz na tabuada do 3 onde dá 12 e … essa conta foi-me dar ao 4.!
3. Professora: Então a T. está a dizer-nos que na tabuada do 3 tentou encontrar um número que multiplicado por este desse o 12!

E descobriu o número 4…

4. Professora: Mas o que significa este número?
5. Aluno 2: O número de tampas que o Pedro perdeu!

TA3

No episódio 6 é possível observar que tentei que os alunos desconstruíssem (§ 4) a forma como tinham construído o seu raciocínio de modo que se tornasse percetível para os restantes colegas e, principalmente, que dessem significado aos números que iam descobrindo (§ 5). Decidi, depois, que devia mostrar aos alunos que existiam outras formas de resolver esta tarefa (Episódio 7).

Episódio 7

1. Professora: " Vou desenhar aqui no quadro 12 tampas como o Pedro tinha! Já sei que ele perdeu 1/3 … Então como acham que posso fazer para descobrir quantas tampas perdeu o Pedro?"

A turma permaneceu em silêncio e pensativa.

2. Professora: " Vamos lá pensar em conjunto… Já sabemos que se tivermos um chocolate e quisermos 1/2 dividimos em duas partes iguais, se quisermos 1/4 em quatro partes iguais... Então e se for 1/3?"
3. Aluno 1: " Assim é em três!"
4. Professora: " Boa já sabemos que é em três… então vamos dividir as 12 tampas em três partes iguais! (dividi e questionei os alunos novamente) Então tenho três partes com quantas tampas em cada uma?"
5. Aluno 1: "Vão ficar quatro em cada parte!"
6. Professora: " Mas se queremos uma parte das 3… o que podemos concluir?"
7. Aluno 1: " Que o Pedro perdeu 4 tampas!!"

TA3

Considero importante que o professor leve os alunos a contactar com várias possibilidades de resolução de uma tarefa. Daí ter optado por resolver a questão de um modo diferente. Tomei esta opção, ainda, pelo facto de me ter apercebido que a explicação do aluno visível no Episódio

6 não tinha sido, suficientemente, esclarecedora para alguns alunos. Como tal, decidi introduzir uma nova estratégia (§ 1) e dar a conhecer à turma que existem outras opções e abordar, detalhadamente, a relação parte-todo (§ 5). Para a resolução do TP B segui a mesma estratégia.

3.4. Desafios

Os desafios sentidos ao longo de toda a preparação e exploração da tarefa surgem associados à preparação da aula.

Ao nível da preparação da aula, o maior desafio que ultrapassei foi a seleção da tarefa. Queria que fosse apelativa para turma e, ao mesmo tempo, que a conseguissem interpretar com facilidade. Ao analisar os acontecimentos vivenciados nas tarefas anteriores, verifiquei que a extensão do enunciado tinha sido o principal factor de dúvidas. Por isso, decidi que a melhor opção seria reduzi-lo e daí surgiu um dos maiores desafios desta tarefa, isto é, encontrar uma tarefa com estas características e, para além disso, fácil de explorar. Após a escolha da tarefa, defrontei-me com outro desafio que foi perceber como iria proceder à diferenciação. Contudo, após alguma pesquisa e com a ajuda da minha orientadora, decidi que a melhor opção seria introduzir novas frações como $\frac{1}{3}$ e suas frações equivalentes, de modo a que a turma progredisse ao nível dos conteúdos e das aprendizagens. De uma forma geral, a alteração da estrutura da tarefa resultou num melhor entendimento do enunciado, o que me proporcionou uma maior facilidade na monitorização da tarefa, principalmente, porque os alunos trabalharam a pares e conseguem entreajudarem-se, ultrapassando mais facilmente as suas dificuldades. Considero, ainda, que a forma como diferenciei a tarefa pode ter sido a grande impulsionadora deste resultado.

4. A propósito da tarefa "A história de uma professora"

Na análise desta tarefa apresento, primeiramente, um breve resumo do seu contexto. Posteriormente, o modo como preparei e organizei a sua exploração na sala de aula e, de seguida, a forma como lecionei (apresentação, monitorização e discussão/partilha de resoluções). Por fim, apresento os desafios que senti ao longo de todo o processo. Para a exploração da tarefa " A história de uma professora…" recorri à estratégia de diferenciação tarefas abertas.

4.1. A tarefa

A tarefa *" A história de uma professora…"* (anexo 8) foi proposta no dia 22/5/2019 e explorada durante uma aula de duas horas. O seu enunciado é uma história contada por uma professora que foi visitar vários locais de Setúbal com os seus alunos, e como havia quatro lugares para visitar formaram-se quatro grupos de trabalho. Para cada grupo, a professora deu um número específico de baguetes, mas os alunos consideraram que a distribuição não tinha sido justa. No fim, a professora pede ajuda para descobrir: "Quanto comeu cada pessoa de cada grupo?" e "Em que grupo é que cada pessoa comeu mais?". A ideia-chave a trabalhar com esta tarefa é: "Quando comparamos frações a unidade tem de ser a mesma."

4.2. Preparação da aula

A escolha desta tarefa focou-se no facto de possibilitar uma abordagem diferente da Matemática, pois é uma história que introduz um problema matemático. Uma outra razão é o facto de o enunciado escrito ser inexistente. Os alunos contactam com ele apenas oralmente e os dados mais relevantes são registados no quadro. Considero que o recurso a este tipo de tarefas, motiva mais os alunos e, por consequência, suscita num maior interesse e permite-lhes, ainda, expressarem as suas opiniões sobre os acontecimentos que ocorrem ao longo da história. É relevante, ainda, no sentido em que já foi explorada noutros contextos – por exemplo, " Visita de Estudo e distribuição de baguetes – parte I" – e ter revelado que favoreceu a compreensão nomeadamente da ideia-chave.

Como esta tarefa começa com uma história, decidi que a iria ler, enquanto colocava no quadro os dados mais relevantes e ,no fim, as questões a que os alunos tinham de responder. Para a sua realização decidi organizar a turma de uma forma diferente, optando, assim, por a resolução ser feita em trios. Após o término das resoluções, decidi que, cada grupo apresentaria as suas resoluções e, assim, a discussão coletiva seria organizada em torno do que for dito por cada grupo.

Com a realização desta tarefa pretendia que os alunos percebessem que ao compararmos frações a unidade tem de ser a mesma. Como tal, previ que para grupo de trabalho duas resoluções possíveis que permitem o desenvolvimento desta ideia. A história refere quatro grupos de trabalho, os respetivos locais a visitar e as baguetes dadas pela professora. Para o grupo que visitou o Museu do trabalho (4 alunos e 3 baguetes), previ que dividissem as baguetes em metades ou em três partes iguais, remetendo-os para as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ (figuras 21 e 22).

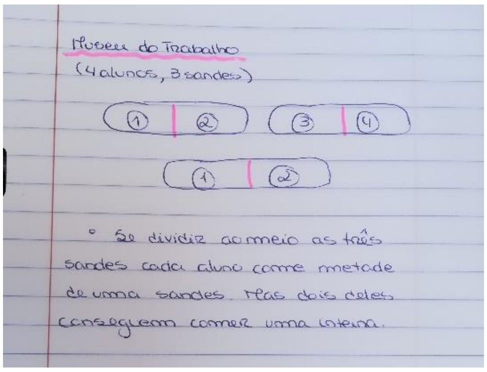


Figura 17 - Resolução " Museu do Trabalho" 1

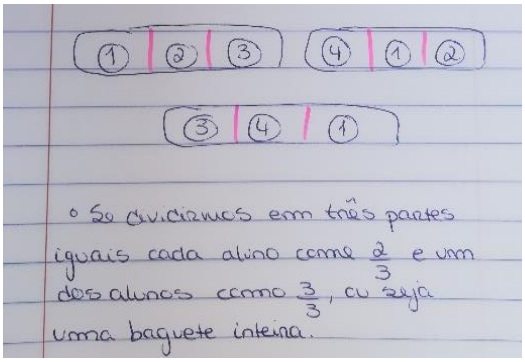


Figura 16 - Resolução " Museu do Trabalho" 2

O grupo que visitou a Casa do Bocage tinha cinco alunos e quatro baguetes e a minha previsão focou-se na divisão por três ou cinco partes iguais, remetendo-os para as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$ (fígura 23 e 24).

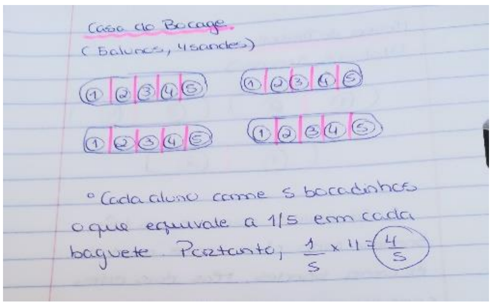


Figura 18 - Resolução "Casa do Bocage" 1

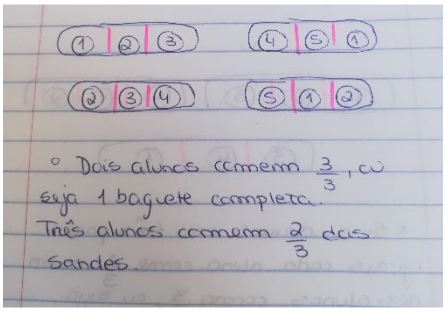


Figura 19 - Resolução "Casa do Bocage" 2

O terceiro grupo visitou o Convento de Jesus com oito alunos e sete baguetes, no qual previ, que as divisões das baguetes seriam em três ou quatro partes, o que implica trabalhar com as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ (Figura 25 e 26).

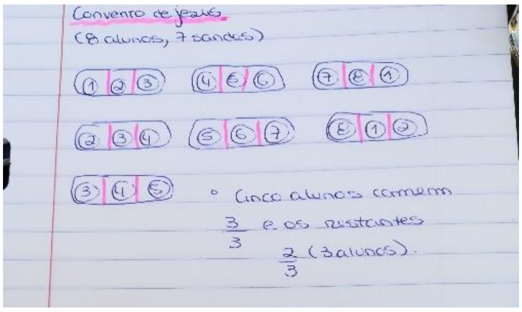


Figura 21 - Resolução " Convento de Jesus" 1

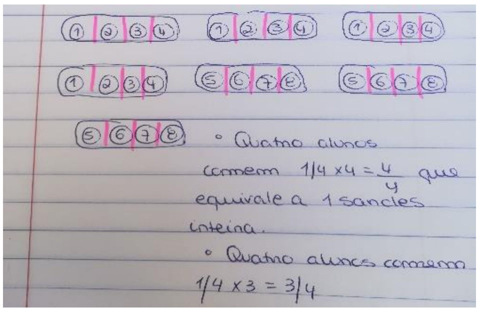


Figura 20 -Resolução " Convento de Jesus" 2

Por último, o grupo que visitou o Parque da Bela Vista tinha cinco alunos e três baguetes. A minha previsão de resolução baseou-se na divisão por dois ou por cinco (Fígura 27 e 28)

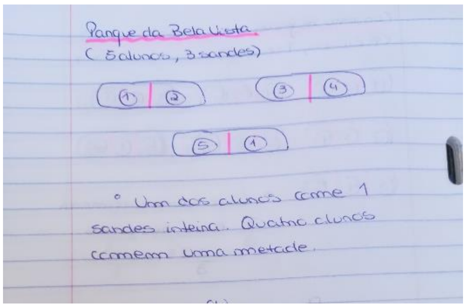


Figura 22 - Resolução " Parque da Bela Vista" 1

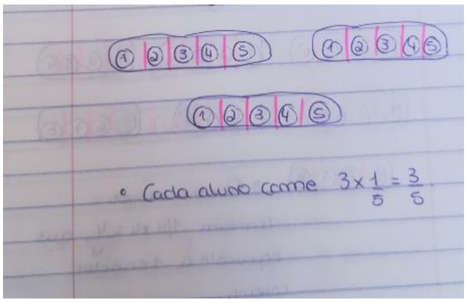


Figura 23 - Resolução " Parque da Bela Vista" 2

Importa referir que nestas previsões, há casos que não correspondem a situações de partilha equitativa. Face ao que conhecia dos alunos suspeitei que poderiam surgir. Além disso, as divisões efectuadas centram-se entre as duas e cinco partes iguais, porque remetem para as frações que vim a trabalhar com a turma ao longo do projeto.

4.3. Lecionação

Apresentação da tarefa

Comecei por ler a história para a turma, pausadamente, para que entendessem todos os pormenores. Enquanto, lia a história, ia questionando os alunos sobre a sua opinião sobre os acontecimentos que iam surgindo. À medida que ia lendo, coloquei no quadro os dados mais relevantes, como o n.º de elementos dos grupos das visitas e as baguetes que lhes tinham sido dadas pela professora. No final da história, apresentei as questões às quais tinham de responder e coloquei-as, também, no quadro. Foi, ainda, neste momento que decidi os grupos de trabalho para a realização da tarefa.

Monitorização da atividade dos alunos

Iniciei esta fase com uma breve explicação de como é que iriam resolver a tarefa. Primeiramente, referi quais seriam os grupos de trabalho, de seguida pedi que se sentassem por grupos e disponibilizei folhas de papel para registarem as suas resoluções.

À medida que os alunos resolviam a tarefa ia circulando pela sala, para o caso de surgirem dúvidas e para averiguar como estavam a pensar e a elaborar as suas resoluções, para decidir como iria organizar as apresentações de cada grupo e a, respetiva, discussão coletiva.

Discussão

A partilha e análise de resoluções foi organizada de forma distinta das anteriores. Cada grupo apresentou as suas resoluções e respostas às questões como retratam o Episódio 8, 9 e 10.

Episódio 8

1. Professora: O primeiro grupo vai começar a sua apresentação, vamos respeitá-los e ouvi-los com atenção!
2. Aluno 1: No parque na Bela Vista há 5 alunos e 3 baguetes … por isso dividimos as baguetes ao meio …
3. Aluno 2: E sobrou uma!
4. Professora: Então quanto come cada aluno?
5. Aluno 1: Cada um comeu uma metade e sobrou metade de uma baguete.
6. Professora: Portanto, todos comeram o mesmo e ainda sobrou?
7. Aluno 3: Sim, para a professora!

TA4

Neste episódio é visível que os alunos seguiram a linha de raciocínio prevista, pois recorreram à divisão por dois (§5). Contudo, é possível perceber que a utilização da metade neste grupo deve-se apenas ao facto de quererem uma divisão justa para todos comerem exatamente a mesma quantidade de baguetes. No Episódio 9 é possível observar que o grupo em questão recorre a outro tipo de estratégia.

<u>Episódio 9</u>

1. Aluno 1: Nós fizemos assim… desenhámos as quatro pessoas do Museu do trabalho e as três baguetes… depois pensámos como iríamos fazer… Então cada pedaço de baguete pintámos um pedaço azul, verde, castanho e amarelo e ficava a mesma quantidade em todas, para todas as pessoas.
2. Professora: Entenderam o raciocínio deste grupo?

Alguns alunos responderam que não tinham entendido.

3. Professora: Vamos lá tentar perceber! Este grupo pensou assim… como havia quatro alunos dividiram cada baguete em quatro pedaços dando três partes para cada aluno.
4. Aluno 2: Sim, então cada aluno comeu $\frac{1}{4}$ [de cada baguete].

TA4

Cada grupo tinha a liberdade de encontrar a solução através da sua própria estratégia, uns utilizaram a divisão e outros esquemas e desenhos. No caso do grupo referido no Episódio 9 recorreram aos desenhos e a um esquema de cores para fazerem a ligação entre o número de alunos e o número de baguetes (§1). Foi interessante observar este grupo, em específico, porque recorreram à divisão de cada baguete em quatro partes e recorreram a desenhos para justificar as suas escolhas.

<u>Episódio 10</u>

1. Aluno 1: No Parque da Bela Vista os alunos tinham 3 baguetes para cinco alunos, então nós partimos cinco partes…
2. Professora: Sim… mas para todos perceberem… dividiram a baguete em quantos pedaços?
3. Aluno 2: 5!
4. Professora: Todas as baguetes?
5. Aluno 3: Sim…
6. Professora: Então quanto comeu cada aluno?
7. Aluno 4: 3/5!
8. Professora: Sim… e é importante perceber que o 3/5 é porque comeram 3 pedaços de cada baguete que estava dividida em 5 partes!

TA4

No episódio 10, é visível também que os alunos recorrem à divisão das baguetes, consoante o número de alunos do grupo da visita de estudo, proporcionando o contacto com a seguinte fração: $\frac{3}{5}$. Este episódio é um dos que tenho um papel mais ativo, pois considerei importante questioná-los sobre o que tinham feito e, principalmente, porque a sua estratégia de resolução os levou a entender que se os alunos comeram $\frac{1}{5}$ de cada baguete, como havia três baguetes, cada aluno comeu $\frac{3}{5}$ (§7). Face a este acontecimento, decidi voltar a repetir a justificação (§8) do aparecimento desta fração, pois foi uma associação que os grupos, no geral, não conseguiram fazer.

4.4. Desafios

Os desafios sentidos ao longo de toda a preparação e exploração da tarefa surgem associados (1) à preparação da aula, (2) à apresentação da tarefa aos alunos, (3) à monitorização da sua atividade e à (4) discussão coletiva.

Para a exploração da segunda tarefa aberta decidi realizar alterações: reduzir o enunciado; dados mais explícitos; e, ainda organizar a sua exploração de forma, ligeiramente, diferente – mas respeitando, sempre, o que se pretende numa tarefa aberta. Foi com esta decisão que surgiu o grande desafio associado a escolha desta tarefa. Todavia após algumas pesquisas selecionei a tarefa " A história de uma professora …" que é uma tarefa adaptada que já foi explorada e estudada noutros contextos, e que me suscitou curiosidade em explorá-la para avaliar as suas potencialidades. Na fase de preparação, para além do referido, senti que a organização da discussão final foi um obstáculo difícil de enfrentar, sendo que a minha dúvida era: Como é que vou conseguir que a turma participe ativamente na discussão? Quais as estratégias a que vou recorrer para garantir o interesse ao longo de todo o processo?. Após refletir sobre o assunto, decidi que iriam trabalhar em trios e registar as suas resoluções em folhas de papel, para no fim, apresentarem o seu trabalho à turma.

Na fase de exploração da tarefa, o meu maior receio era o modo como iria decorrer a atividade, pois nunca tinha trabalhado com uma tarefa com estas características. No entanto, foi interessante perceber que os grupos acharam um desafio interessante e, consequentemente, corresponderam de forma positiva e participativa na tarefa.

No momento da discussão coletiva, cada grupo apresentou as suas resoluções. Nesta fase, tornou-se difícil gerir o momento em que cada grupo referia as suas ideias e " procurava" uma confirmação para a sua resposta que eu não lhes dava para manter o interesse na discussão final. Contudo, consegui manter a minha posição até ao fim e só ai é que criei uma discussão sobre todas as opções, escolhendo as mais acertadas, para avaliar a quantidade representada de cada fração e a relação com o todo.

5. A propósito da tarefa "Vamos pintar o painel!"

Na análise desta tarefa apresento, primeiramente, um breve resumo do seu contexto. Posteriormente, o modo como preparei e organizei para a sua exploração na sala de aula e, de seguida, a forma como lecionei esta aula (apresentação, monitorização e discussão/partilha de resoluções). Por fim, apresento os desafios que senti ao longo de todo o processo. Para a exploração da tarefa " Vamos pintar o painel!" recorri à estratégia de diferenciação tarefas paralelas.

5.1. A tarefa

A tarefa " Vamos pintar o painel!" foi proposta no dia 29/5/2019 e explorada numa aula de uma hora e meia. Esta tarefa foi explorada com base na estratégia tarefas paralelas. Como tal, possui duas variantes, a TP A (anexo 9) e a TP B (anexo 10). Os seus enunciados são, relativamente, parecidos, uma vez que a Tarefa A refere que uma menina decidiu decorar o painel de azulejos que se encontrava à entrada da escola e inclui as frações relativas à quantidade que a menina utilizou de cada cor para pintar o painel. No caso da Tarefa B foi um menino que decidiu pintar o painel da entrada da escola e, também, indica as frações correspondentes à quantidade de tinta utilizada. A grande diferença entre estas tarefas são as frações escolhidas para cada uma. A ideia-chave associada a estas é: "As frações são relações, nomeadamente relação parte/todo".

5.2. Preparação da aula

A escolha desta tarefa baseou-se no facto de querer uma tarefa que permitisse aos alunos aplicar os conhecimentos adquiridos com as tarefas anteriores, mas também progredir nas aprendizagens. O grande objetivo nesta tarefa era que o raciocínio se desenrolasse de forma contrária às anteriores, ou seja, em vez de descobrirem a fração representativa de uma determinada quantidade, decidi, que seria uma boa opção a partir da fração descobrirem a quantidade correspondente representada em número natural, relacionando, assim, a parte com o todo. Após a escolha da tarefa, seguiu-se a fase da diferenciação, em que cada tarefa foi diferenciada para dois níveis de complexidade pretendido: TPA e TPB. Na tarefa A – mais complexa – coloquei quatro frações que são consideradas mais "difíceis" de trabalhar, como $\frac{2}{10}$ e $\frac{1}{5}$. Na tarefa B decidi colocar, apenas, três frações, voltando a colocar o $\frac{1}{2}$, mas acrescentando as frações $\frac{1}{10}$ e $\frac{40}{100}$.

Com o avançar do estudo constatei que a turma, no geral, continuava com imensas dúvidas sobre o significado das frações e suas relações. Consequentemente, decidi que seria uma boa opção alterar a forma de apresentação da tarefa e elaborei um painel idêntico ao dos enunciados (tabela 10 x 10). Este painel serviria para os alunos terem a oportunidade de contactar, numa primeira fase, com este modelo de apoio. Decidi, então, organizar um discussão coletiva como primeiro momento da exploração, em torno deste painel (figura 24).

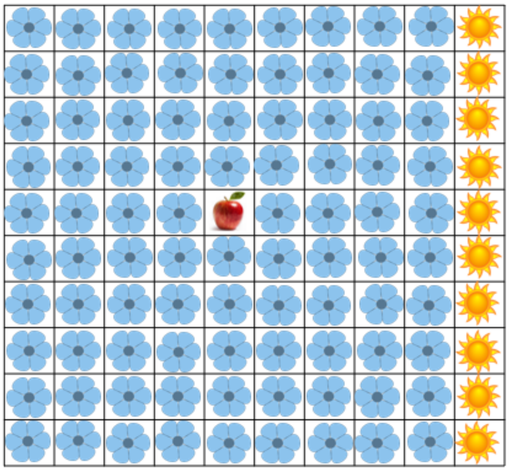


Figura 24 - Painel Ilustrativo

Ao apresentar o painel da figura 24 à turma, o meu objetivo é que conseguissem representar em forma de fração cada uma das partes pertencentes ao painel (por exemplo, fila de sóis e o azulejo com a maçã). Primeiramente, pretendia começar com a fração $\frac{1}{100}$, representativa do azulejo com a maçã, que é a fração mais "fácil" para compreender a relação da parte com o todo e, de seguida prosseguir para as outras frações possíveis de representar com este painel - $\frac{1}{10}$; $\frac{10}{100}$ ou $\frac{89}{100}$. Tomei esta opção, para que os alunos ao realizarem a tarefa proposta conseguissem mais facilmente associar cada fração n.º de azulejos a pintar. Após esta primeira fase, decidi que cada aluno resolveria a sua tarefa, autonomamente, apesar de estarem divididos em grupos de trabalho consoante a TP.

No que diz respeito às previsões das estratégias de resolução para esta tarefa, refiro que me foquei no nível da facilidade/dificuldade em descobrir o n.º de azulejos correspondentes a cada fração. Posto isto, previ em relação às frações de denominador 100 que os alunos iriam ter alguma facilidade em descobrir o n.º de azulejos a pintar no painel, porque na discussão inicial pretendia, em conjunto, com os alunos identificar o número total de azulejos. Nas frações de denominador 10, previ que os alunos da TP A pudessem fazer a seguinte correspondência – se uma coluna com dez azulejos corresponde a $\frac{1}{10}$, então $\frac{2}{10}$ é o dobro e por isso corresponde a 20 azulejos. Enquanto que os alunos da TP B como tinham na sua tarefa a fração $\frac{1}{10}$ fizessem a correspondência com o painel inicialmente explorado da maçã. Para as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$, presumi que os alunos basear-se-iam na noção de relação parte – todo, em que o todo corresponde a 100, ou seja, que iriam perceber que se dividissem 100 em quatro partes iguais obteriam 25 e ao dividi-lo em cinco partes iguais obteriam 20 – e que estes valores correspondem ao número de azulejos a pintar no painel. No caso da fração $\frac{1}{2}$ (da tarefa B) considerei que, primeiro, iria ser fácil de descobrir o n.º de azulejos a pintar porque a metade foi um dos conceitos mais trabalhados em todas as tarefas. Além disso, porque como conhecem que metade de 100 é 50 e que se $\frac{1}{2}$ é metade, tinham de pintar 50 azulejos.

5.3. Lecionação

Apresentação da tarefa

Nesta tarefa comecei por realizar uma discussão coletiva, projetando no quadro interativo o painel da figura 29. Posto isto, questionei os alunos: "Por quantos azulejos é constituído este painel?", daqui surgiram muitas respostas como: "100, porque 10 x 10 é 100" ou “ 100, porque tem 10 filas de 10 azulejos”. De seguida, lancei-lhes o desafio de descobrirem como é que podíamos representar sob a forma de fração o azulejo que continha a maçã, de seguida os azulejos dos sóis e, no final, a parte representada pelos azulejos com flores. Com o avançar desta discussão, percebi que os alunos conseguiram entender que: o denominador representa sempre a quantidade de partes em que o todo está dividido e que o numerador significa a parte de que estamos a considerar desse todo ou da unidade. Esta ideia é possível de observar no Episódio 11.

Episódio 11

1. Professora: Temos aqui um painel de azulejos e eu quero que vocês me digam como podemos representar em forma de fração o azulejo que tem a maçã.

Os alunos começaram por discutir entre eles que era uma maçã, mas que uma fração tem sempre parte de cima e parte de baixo.

2. Professora: Então vamos por partes… sabemos que uma fração se representa assim (enquanto escrevia no quadro) e tem parte de cima e parte debaixo, mas como se chama a parte de cima?
3. Aluno 1: (*Mostrando-se pensativos*) Numerador! É o numerador…
4. Professora: E agora a parte debaixo?
5. Aluno 1: Esse é o denominador!
6. Professora: Agora que já sabemos o nome de cada parte, quero que pensem e me digam o que significa cada parte da fração.

Os alunos tiveram algumas dúvidas, por isso decidi voltar a intervir.

7. Professora: Pensem lá… em que parte da fração vamos colocar que é apenas uma maçã?
8. Aluno 2: Em cima!
9. Professora: Sim, mas porquê?
10. Aluno 2: Porque em cima metemos a quantidade que temos que é uma maçã…
11. Professora: Sendo assim o que colocamos no denominador?

Os alunos mostraram que tinham algumas dúvidas.

12. Professora: Pensem bem… temos um azulejo com uma maçã… em quantos azulejos que existem no painel?
13. Aluno 3: 100, como vimos no inicio!
14. Professora: Então como podemos representar em forma de fração o azulejo da maçã?
15. Aluno 3: 1/100!!

TA5

Neste episódio é visível o modo como iniciei a exploração da tarefa (§1), ou seja, que pedi aos alunos que representassem em forma de fração o azulejo que tinha uma maçã. Comecei com este pedido, porque o objetivo era começar com a fração $\frac{1}{100}$, por apresentar no denominador 100 – que é o número total de azulejos – permitindo, assim uma evolução gradual das frações. A coluna de sóis, por sua vez, pode ser representada por duas frações, $\frac{10}{100}$ e $\frac{1}{10}$, o que remete para o conceito de frações equivalentes. Ainda neste episódio, é possível verificar que durante a discussão tentei incentivar ao raciocínio dos alunos com questões (§ 3,5,11), sendo que apesar de não estarem a resolver a tarefa, considerei pertinente fazê-los raciocinar para que desenvolvessem o seu conhecimento sobre as frações. Posteriormente, expliquei que no problema que iriam resolver, de seguida, iriam ter frações e tinham de descobrir qual a quantidade de azulejos representadas.

Esta forma de agir foi escolhida com base na análise da exploração das tarefas anteriores em que os alunos apresentaram sempre muitas dúvidas na perceção do enunciado e do que era necessário fazer na sua resolução. Portanto decidi numa primeira fase levá-los a refletir sobre algumas ideias sobre frações para os esclarecer, tornando assim o processo de resolução da tarefa mais acessível a todos os alunos.

Monitorização da atividade dos alunos

À medida que a turma resolvia a tarefa circulei pela sala de aula para auxiliar alguns alunos que, ainda, tinham dúvidas sobre como iam descobrir o n.º de azulejos correspondentes a cada fração. Ainda nesta fase, tentei averiguar se a alteração da estratégia tinha resultado e conclui que apesar de ainda existirem algumas dúvidas, a maioria dos alunos, relacionou as frações da tarefa com as do painel inicial. Após o seu término, seguiu-se para a partilha de resoluções.

Discussão

Como referido anteriormente, houve uma discussão coletiva antes dos alunos iniciarem a resolução da tarefa, o que resultou numa melhor compreensão do que se pretendia, nomeadamente do significado das frações presentes no enunciado e suas relações. Como esta parte foi tão proveitosa para a turma, decidi que no final do processo, os alunos iriam, apenas, partilhar entre os grupos de trabalho as suas resoluções. Esta partilha surgiu com o objetivo de que cada aluno percebesse que apesar de pintarem o mesmo número de azulejos para cada fração, existem diversas formas de o fazer.

Ao analisar as produções escritas dos alunos, percebi que nas frações com denominador 100 tiveram facilidade em associar que o número que estava no numerador correspondia ao número de azulejos a pintar. Além disso, conseguiram associar na tarefa B $\frac{1}{10}$ ao exemplo do painel inicial.

5.4. Desafios

Os desafios sentidos ao longo de toda a preparação e exploração da tarefa surgem associados à preparação da aula e à apresentação da tarefa aos alunos.

Nesta tarefa, o maior desafio foi a alterar a ordem dos acontecimentos e, como tal, encontrar uma tarefa que o permitisse e que tivesse um contexto fácil de adaptar a uma discussão inicial, de modo a facilitar a compreensão do enunciado pelos alunos. Posto isto, acabei por criar um painel de azulejos que os alunos tinham de pintar consoante as frações indicadas. Um dos meus maiores receios ao preparar uma tarefa deste género, era não estar suficientemente preparada para o fazer, ou seja, se conseguia fazer com que a discussão fosse rica em aprendizagens e consolidação de conhecimentos para que os alunos os utilizassem na resolução da tarefa.

Ao apresentar a tarefa, como referido anteriormente, coloquei o painel e comecei a colocar questões aos alunos. O interesse em descobrir a fração correspondente a cada parte assinalada foi tanto que a minha dificuldade passou a ser a gestão do tempo. Isto porque senti que os alunos estavam, realmente, a aproveitar aquele momento para aprender, expor dúvidas e consolidar conhecimentos muito relevantes acerca das frações e das suas relações. Este factor fez com que a partilha de resoluções fosse realizada, apenas, entre os grupos de trabalho. No entanto, considero que um professor tem de se aperceber quando é que está a ser proveitoso para os alunos e este momento inicial foi crucial para a evolução da turma.

Capítulo V
Conclusão

Este capítulo incide na síntese do estudo que realizei e nos seus resultados. Termino com uma reflexão global sobre o percurso que conduziu à apresentação deste relatório.

1. Síntese do estudo

O presente estudo tem por objetivo analisar e compreender como posso diferenciar o ensino da matemática bem como os desafios que enfrento neste processo. Centrei-me em compreender a que aspetos dei especial atenção na preparação das aulas orientadas para a diferenciação do ensino da matemática, em como concretizei estas aulas e nos desafios com que me confrontei ao longo de todo este percurso.

No que diz respeito à metodologia, esta investigação enquadra-se numa abordagem qualitativa e é uma investigação sobre a minha própria prática. Neste contexto, preparei e realizei uma intervenção pedagógica em que, adotando duas estratégias de diferenciação pedagógica em Matemática – tarefas abertas e tarefas paralelas —, propus um conjunto de problemas sobre números racionais não negativos representados sob a forma de fração. Esta intervenção decorreu no período de 30 de abril a 29 de maio de 2019 numa turma de 4º. ano de escolaridade. Os dados empíricos foram recolhidos através da observação participante e da recolha documental. Neste âmbito, elaborei notas de campo e fiz registos em áudio e vídeo, de que posteriormente transcrevi extratos, das aulas dedicadas à exploração dos referidos problemas. Estes dados foram objeto de uma análise de conteúdo qualitativa orientada por categorias temáticas.

2. Resultados do estudo

Esta secção está organizada em torno de dois pontos: (I) planificação de aulas orientadas para a diferenciação pedagógica em matemática e (II) concretização destas aulas. Em qualquer dos casos referirei os desafios com que me confrontei.

2.1. Planificação de aulas orientadas para a diferenciação pedagógica e desafios experienciados

Durante o processo de planificação das aulas associadas à intervenção pedagógica dei especial atenção a três aspetos: (I) escolha da tarefa; (II) organização da aula e (III) previsão de estratégias de resolução da tarefa.

A escolha da tarefa é essencial, porque segundo as Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (NCTM, 1994), as tarefas "fornecem os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos" (p. 20). Esta razão levou-me a escolher tarefas abertas, segundo a terminologia de Ponte (2005), incluindo aqui as que este autor considera terem um menor grau de abertura. Ao escolher tarefas deste tipo, preocupei-me em que todos os alunos pudessem fazer algo mesmo aqueles que tinham mais dificuldades, o que veio a acontecer. Por exemplo, no caso da tarefa "*Os chocolates do avô*" previ, com base no conhecimento que tinha dos alunos, que, a maioria, iria perceber que *se os chocolates tivessem o mesmo tamanho, a Maria comia mais do que o João porque comeu metade e o João um quarto*. Esta previsão concretizou-se e todos os alunos conseguiram chegar, autonomamente, a esta conclusão embora, a meu ver, não tenha sido nada simples para alguns compreender o porquê das várias possibilidades de resposta. Outro aspeto que tive em consideração, foi que as tarefas escolhidas fossem ao encontro dos gostos e interesses dos alunos, pois ao mesmo tempo que trabalham os conceitos matemáticos, é importante que se envolvam ativamente na aprendizagem (Heacox, 2006). Para isso, é necessário que o contexto seja adequado aos seus gostos, o que me levou a escolher tarefas com as seguintes temáticas: festas (Tarefa "A festa da turma 47"), família (Tarefa " Os chocolates do avô") e justiça (Tarefa " A história de uma professora"). Uma outra preocupação relacionada com a escolha de tarefas , foi que permitissem trabalhar ideias-chave associadas à compreensão do conceito de fração.

Elaborar uma tarefa não é um processo fácil, principalmente no caso de serem Tarefas Paralelas, uma vez que esta estratégia de diferenciação implica a realização de duas ou três variantes diferenciadas quanto ao grau de complexidade pretendido. Ao realizar estas tarefas senti algumas dúvidas: "Como posso diferenciar três tarefas , de modo a manter a ideia-chave?" Qual a melhor fração para a tarefa mais complexa? E para a menos complexa? Indico a designação da fração em linguagem corrente ou uso a representação matemática de fração?". Após algumas pesquisas, decidi, então, numa primeira fase elaborar um enunciado base e, posteriormente, complexificá-lo, ou não, consoante o pretendido para cada tarefa. Uma boa diferenciação pressupõe um bom conhecimento dos alunos, tanto que não é por acaso que no Decreto de Lei nº.6/2001 (artigo 13º.) é referido a avaliação diagnóstica deve ser articulada com estratégias de diferenciação pedagógica. Um bom exemplo disso, foi a exploração da primeira tarefa paralela – " A festa da turma 47", na qual ainda tinha pouco conhecimento dos alunos e por isso a diferenciação das tarefas não foi a mais adequada. Na fase de resolução constatei que existiam muitas dúvidas (visiveís no Episódio 4) dificultando, também, a discussão coletiva final. O importante para uma boa diferenciação é "perceber o que funciona para cada aluno" (Feyfant, 2016, p. 19).

A escolha das tarefas é uma das fases mais importantes e, também, uma das mais difíceis, uma vez que "as tarefas que o professor propõe na sala marcam de forma fundamental o ensino que este realiza" (Ponte, 2014, p. 17). Neste caso, é de referir que encontrar ou realizar tarefas com base no pouco conhecimento da turma e de cada aluno, como referi anteriormente, complexifica, ainda mais, o processo de seleção/realização. Uma vez que a diferenciação pedagógica em Matemática não é um tema muito explorado, não existe muita documentação que possibilite ao professor perceber quais as tarefas mais significativas a utilizar neste sentido. Por outro lado, o grande desafio é realizar uma boa diferenciação que só é confirmada na exploração, propriamente dita, da tarefa, quando todos os alunos a conseguem trabalhar consoante as suas capacidades individuais.

No que diz respeito à organização das aulas, planeei, numa primeira fase, a forma como iria organizar a exploração das duas estratégias de diferenciação escolhidas: tarefas abertas e tarefas paralelas.

Posteriormente, foquei-me na preparação da aula, propriamente dita, na qual dei especial atenção aos seguintes aspectos: apresentação da tarefa, organização da turma, os materiais necessários para a sua exploração e planeamento da discussão coletiva.

A primeira etapa da organização focou-se na decisão de como iria articular as duas estratégias de diferenciação pedagógica que adotei, o que constituiu um desafio significativo. Primeiramente, optei por realizar, de forma intercalada, tarefas abertas e tarefas paralelas. Tomei esta decisão, porque as TA´s permitem que alunos com diversos níveis de conhecimentos matemáticos consigam resolvê-las. Desta forma, avaliaria as suas dificuldades e diferenciava a TP seguinte com base nesta avaliação. Contudo, na realidade acabei por organizá-las da seguinte forma: primeiro uma tarefa aberta como "diagnóstico" e de seguida duas tarefas paralelas. Posteriormente, de novo uma tarefa aberta e para finalizar uma tarefa paralela. Esta alteração baseou-se no facto de, com o avançar do projeto, ter percebido que a turma tinha muitas dificuldades ao nível dos conteúdos programáticos e eu precisar de as entender melhor. Assim, conseguiria, melhorar as diferenciações nas tarefas seguintes, indo, cada vez mais, ao encontro das necessidades dos alunos. A existência de duas tarefas paralelas de seguida decorreu do facto de a primeira TP não ter corrido como esperado. Houve falhas ao nível da diferenciação das tarefas o que, por consequência, fez com que a participação dos alunos ficasse aquém do esperado. Ao realizar a segunda TP esperava perceber, então, o nível de conhecimento e as dificuldades de cada aluno.

Ao apresentar a tarefa à turma espera-se, "em poucos minutos, que estes entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa" (Canavarro, 2008, p. 219). Por isso, planeei que cada tarefa fosse apresentada consoante as suas características. No caso da Tarefa "A festa da turma 47" decidi que cada aluno lia o enunciado, de forma autónoma, prosseguindo, logo de seguida, para a resolução da tarefa. Isto porque os enunciados apresentavam diferenças significativas para uma leitura ou apresentação conjunta. No caso da tarefa "A história de uma professora" planeei que, como o seu enunciado era uma história, seria eu a lê-la para a turma e, ao mesmo tempo, colocava os dados relevantes e as perguntas no quadro. Estas escolhas tiveram consequências no envolvimento dos alunos nas respetivas tarefas. Na primeira tarefa mencionada, a turma teve muitas dúvidas e precisou de ajuda para construir o seu raciocínio matemático, enquanto que na outra tarefa os alunos envolveram-se e tiveram interesse em descobrir a solução para o problema.

A diferenciação pedagógica "não pode nem deve chegar a um ensino inteiramente individualizado, [porque] representa individualizar percursos trabalhando em /com grupos" (Perrenoud, citado por Esteves, 2009, p. 3). A organização a que mais recorri foi a divisão por grupos. Nas tarefas abertas ("Os chocolates do avô" e "A história de uma professora…") optei pela realização ser feita de forma individual, porque pretendia avaliar os conhecimentos de cada um dos alunos para a realização das TP´s seguintes. As tarefas paralelas exigem uma organização por grupos de trabalho. Por isso, decidi que na primeira TP os alunos se sentariam por grupos de tarefas , mas que as resolveriam individualmente. Na segunda TP decidi alterar a organização e os alunos resolveram-na a pares. Na terceira TP optei, novamente, por sentá-los por grupos mas a resolução ser feita individualmente. Ao explorar estas tarefas , surgiram alguns obstáculos: na primeira tarefa não foi possível sentá-los por grupos, porque a professora cooperante privilegiava a escolha dos lugares pelos alunos, o que "prejudicou" de certa forma a aplicação desta estratégia. No caso das outras duas tarefas paralelas, consegui efetuar a organização prevista porque diminui os grupos de trabalho, o que implicava menos alterações.

Ainda nesta fase, preparei questões auxiliadoras da aprendizagem que são uma "estratégia poderosa para aumentar e melhorar a aprendizagem, porque potencia a interação social na sala de aula" (H. S. Silva & Lopes, 2015, p. 3), assim como materiais para me auxiliar caso fosse necessário, como por exemplo, na tarefa *" Os chocolates do avô*". Esta tarefa tinha várias soluções, das quais os alunos conseguiram descobrir apenas uma delas, como previsto. Como tal, recorri aos materiais que tinha realizado, ou seja, folhas de papel ilustrativas do chocolate para fazer a comparação entre o que tinha comido cada neto e consegui, assim, que aos poucos fossem chegando às várias possibilidades de resposta que a tarefa permitia. Para além disto, considerei importante fazer uma previsão das estratégias de resolução, nas quais dei especial atenção ao conhecimento que tinha sobre os alunos e ainda ao que considerava que todos os alunos, independentemente das suas dificuldades, conseguiam realizar. Considero que esta prática foi uma mais valia, porque permitiu-me fazer uma comparação entre o que considerava que os alunos conheciam sobre os números racionais e aquilo que pensei terem aprendido, concedendo-me bases para realizar cada uma das tarefas seguintes.

A fase de organização das aulas suscitou alguns desafios, principalmente ao nível da construção dos próprios grupos de trabalho. Um bom exemplo, é a realização da primeira tarefa paralela em que, supostamente, basear-me-ia nas produções escritas dos alunos da tarefa aberta anterior. Contudo, na tarefa "Os chocolates do avô" estas produções foram inconclusivas, tendo de me centrar na participação oral da turma. De seguida, surgiu outra dúvida: Divisão em dois ou três grupos?. Para conseguir ultrapassá-la baseei-me em dois critérios: dificuldades explicitadas na resolução da tarefa e a estratégia de resolução adotada. E, assim, decidi que a melhor opção seria dividir a turma em três grupos e consoante a sua evolução decidir se os mantinha ou reduzia. Com o decorrer da investigação, decidi reduzi-los para, apenas, dois grupos, pois senti que as dificuldades entre os grupos B e C eram praticamente as mesmas. Consequentemente, facilitou-me a exploração das duas últimas TP´s.

Uma discussão coletiva pressupõe-se que os alunos sejam "incentivados a apresentar as suas soluções e as suas estratégias para a resolução das tarefas bem como a questionar as soluções e estratégias dos colegas, seja porque não as compreendem, seja porque não as consideram matematicamente válidas" (Ponte, 2008, p. 2 e 3). No fundo, baseia-se em dar voz aos alunos, o que leva a que o controle dos acontecimentos da aula deixe de estar inteiramente nas minhas mãos. Por isso, preocupei-me em planeá-las para que corressem da melhor maneira possível, daí a preparação de questões auxiliares da aprendizagem e de materiais. De uma forma geral, tentei que as discussões se baseassem nas resoluções mais significativas para que a turma percebesse, não só, a ideia chave associada à tarefa, mas que os alunos com mais dificuldades analisassem as resoluções mais complexas e daí construíssem ligações para evoluir no seu conhecimento matemático.

2.2. Lecionação de aulas orientadas para a diferenciação pedagógica e desafios experienciados

Organizei as aulas em torno de três partes principais de acordo com os princípios principais do ensino exploratório: apresentação da tarefa, trabalho dos anos e discussão/partilha de resoluções.

A apresentação da tarefa é crucial para que os alunos compreendam o que é pretendido. Além disso, há diferenças significativas entre apresentar uma tarefa aberta e tarefas paralelas que têm várias variantes. Por estas razões, apresentei de formas distintas as cinco tarefas exploradas o que se refletiu no trabalho dos alunos. Na tarefa "*Os chocolates do avô*", primeiro, deixei que os alunos lessem, individualmente, o enunciado e de seguida procedi à sua leitura. Posteriormente, para averiguar se tinham realmente entendido pedi que me explicassem a tarefa e, assim, percebi que ainda existiam muitas dúvidas. A dificuldade em compreender o enunciado traduz-se na dificuldade em encontrar, posteriormente, estratégias de resolução adequadas ao problema, que, como referido anteriormente, os alunos conseguiram descobrir, apenas, uma das várias possibilidades de resposta. Um outro exemplo, é a tarefa "*A festa da turma 47*", na qual decidi não ler o enunciado, devido às características da tarefa e se traduziu numa dificuldade enorme em compreender o enunciado e as próprias questões, observável no facto de os alunos que resolveram a tarefa menos complexa não conseguirem associar a imagem presente no enunciado à sua resolução. No caso da tarefa "*Uma coleção de tampinhas*" optei por apresentar a tarefa através de uma narrativa oral dos aspetos comuns aos dois enunciado.

Na tarefa "*A história de uma professora…*" que foi alterada a forma de apresentação. Os alunos não contactavam com um enunciado escrito como era habitual mas apenas com uma narrativa oral e com o registo, no quadro, dos dados mais relevantes e questões a responder. Senti que na fase de resolução e até da discussão coletiva estavam mais interessados em encontrar uma solução, assim como em expô-la para os seus colegas. O que sobressai de todas estas apresentações é o facto de querer que toda a turma percebesse a tarefa, para que mesmo que não a conseguissem resolver na globalidade, conseguirem, pelo menos fazer tentativas. Ao refletir sobre esta fase da lecionação concluo que a tarefa que foi mais proveitosa em termos do envolvimento, geral, da turma foi a tarefa "*A história de uma professora*" pelas razões mencionadas no parágrafo anterior. Em termos de conteúdos matemáticos, considero que foi a tarefa "*Vamos pintar o painel*!", pois ao iniciar a apresentação da tarefa com uma discussão focada na interpretação de uma tabela de 10 por 10 visando favorecer a compreensão futura dos enunciados de qualquer uma das variantes, os alunos conseguiram, na sua maioria, resolver a tarefa com relativa facilidade.

Tornar as tarefas percetíveis para todos, mesmo quando alguns aspetos dos enunciados são diferentes, como acontece nas tarefas paralelas, nem sempre se revelou simples.

Na fase de monitorização, na qual averiguei a forma como a turma estava a resolver as tarefas procedi, de forma geral, da mesma maneira. Permitia que os alunos, individualmente ou em grupos, resolvessem a tarefa, autonomamente, e em caso de dúvidas deslocava-me pela sala para os auxiliar. Na tarefa "*Os chocolates do avô*" houve algumas diferenças, no sentido em que percebi que os alunos não iam conseguir encontrar mais nenhuma solução para o problema e decidi dar-lhes algumas pistas como: *Quando vocês vão ao supermercado os chocolates são todos iguais?* e, ainda, recorrer aos materiais preparados antecipadamente, de modo a incentivá-los a construir novas relações entre *metade* e *um quarto*. Um dos desafios nesta fase foi atender às dúvidas de todos os alunos e ser capaz de os ajudar sem diminuir o desafio da tarefa.

Para a realização da discussão coletiva, escolhia, no decorrer da tarefa, as resoluções mais significativas, para que a sua partilha fosse um meio de construção de conhecimento. Contudo, nem sempre foi possível escolher boas resoluções, mas sim as tentativas que os alunos faziam em resolver as tarefas, visto que apresentavam muitas dificuldades em compreendê-las. No caso da tarefa "*A história de uma professora*", por exemplo, todos os alunos apresentaram as suas resoluções na discussão coletiva e foi uma das mais ricas, porque houve um envolvimento e uma procura pela solução, diferente de todas as outras, o que me leva a acreditar que o modo como é apresentada uma tarefa é essencial para o desenrolar de toda a sua exploração. Contudo, é de referir que as discussões coletivas ficaram aquém do pretendido e uma das causas é o facto dos alunos não se terem apropriado e agido de acordo com um certo tipo de *normas sociais* (Boavida, 2005), que são normas reguladoras das "interacções sociais entre professores e alunos estabelecidas a propósito da actividade desenvolvida na aula" (p. 102). As aulas

> caracterizadas pela argumentação são, em geral, reguladas e sustentadas por normas que valorizam a explicação e justificação, as tentativas de encontrar sentido em ideias apresentadas por outros, a indicação de acordo ou desacordo e a discussão de alternativas relativas a interpretações e soluções. (idem)

Com base no referido por Boavida (2005) na citação anterior, os alunos têm de valorizar as explicações e justificações, assim como apoiar-se e dar sentido às ideias apresentadas por outros. Nesta turma, eles tinham voz, porque habitualmente faziam assembleias, mas não estavam habituadas ouvir e a apoiar-se nos raciocínios uns dos outros de forma a evoluir matematicamente.

A orquestração das discussões coletivas foi um dos maiores desafios vivenciados no estudo que desenvolvi, principalmente, porque o facto de dar voz aos alunos faz com que o controle dos acontecimentos não esteja inteiramente nas mãos do professor, neste caso nas minhas enquanto professora/investigadora, o que se traduz num certo desconforto e insegurança, principalmente porque era uma prática que nunca tinha experienciado.

Sempre acreditei que a educação deve ser inclusiva, no sentido em que se deve respeitar a diversidade de modos de ser e de aprender que podem existir numa sala de aula, como refiro nas motivações para a realização deste estudo. O recurso a uma abordagem como a diferenciação pedagógica permite isso mesmo, uma aprendizagem centrada nos alunos e nas suas especificidades. Contudo é um grande desafio no dia-a-dia de um professor, principalmente porque é preciso acreditar que concretizar um ensino diferenciado é possível. No entanto, os professores revelam alguma "dificuldade em transpor esta convicção para a prática de sala de aula" (Feyfant, 2016, p. 19). Tudo isto, porque, exige que o professor conheça as necessidades dos alunos, de modo a oferecer-lhes um ensino que os entusiasme e vá ao encontro das suas características individuais e dos objetivos de aprendizagem para cada um. É nesta fase de passagem da teoria à prática que vem o maior desafio (Feyfant, 2016). Existem guias (Grenier referido por Feyfant, 2016) que clarificam a noção de diferenciação pedagógica, ao mesmo tempo, que fornecem estratégias para a pôr em prática, contudo não mostram estudos empíricos sobre a eficácia da sua exploração no sucesso dos alunos. Tudo isto conduz a dificuldades na "definição das noções e capacidades fundamentais do currículo" e a como é possível " ajudar os alunos a tornar-se parceiros eficazes do seu próprio sucesso" (idem, p. 19).

Em suma, a Diferenciação Pedagógica é uma abordagem que exige "paciência e rigor" (Kirouak citado por Feyfant, 2016), assim como preparação, antecipação e investimento. Além disso, implica uma "reflexão pedagógica e que o professor seja capaz de se pôr em questão, saiba ser flexível" (Beuchat referido por Feyfant, 2016, p. 20).

3. Considerações finais

A realização deste estudo constitui uma fonte de aprendizagem, quer na realização e compreensão de como se efectua uma investigação, assim como na evolução dos meus conhecimentos em relação à diferenciação pedagógica em Matemática. Para além de me ter permitido uma exploração mais aprofundada da área da Matemática, percebi que esta se pode tornar uma área muito interessante para os alunos, se forem adotadas com estratégias motivadoras. A aprendizagem destas estratégias, enquanto futura professora, serão uma mais-valia para incentivar os alunos a gostarem e interessarem-se por esta área disciplinar.

Uma investigação sobre a própria prática é sempre um desafio, sendo que enquanto investigadora/professora é necessário descentrar a atenção "daquilo que os alunos fazem" e refletir sobre as minhas ações, daquilo "que eu fiz em pról deles". Ao longo do decorrer da investigação, senti que uma das minhas maiores dificuldades foi analisar as minhas próprias ações e intenções e, consequentemente, justificá-las.

Em relação aos dados recolhidos, refiro que poderia ter realizado gravações vídeo e áudio ao longo de todas as explorações de tarefas. Na primeira tarefa - " *Os chocolates do avô*" - realizei gravações vídeo, desde a primeira fase de partilha de resoluções, até ao fim da discussão coletiva, o que me permitiu reviver os acontecimentos de uma forma mais fidedigna. Nas tarefas seguintes (2,3,4 e 5) realizei gravações de áudio e elaborei notas de campo, escritas após cada tarefa realizada, ficando com o registo de algumas conversas entre e com os alunos, mas não o suficiente para reviver, completamente, o que experienciei com a turma, perdendo alguns momentos importantes, assim como alguns aspetos relevantes das aulas.

Nas tarefas (3 e 4) recorri ao gravador de áudio e às notas de campo, o que me permitiu ter uma perspetiva mais abrangente dos diálogos que ocorreram entre mim e a turma, tornando a minha análise de dados mais rica. Importa, ainda, referir que apenas na primeira tarefa foi possível analisar desde os diálogos às ações que realizei durante a monitorização da tarefa.

Com base no que experienciei durante a intervenção pedagógica e após a análise dos dados, verifiquei que os meus receios foram diminuindo, à medida que a investigação avançava. O que se traduziu num aumento do meu nível de segurança em relação à exploração de estratégias de diferenciação pedagógica, pois fui adquirindo conhecimentos e bases sobre esta temática. Contudo, considero que ainda tenho um longo caminho a percorrer de forma a melhorar certos aspetos. Ao nível da preparação das aulas, tenho de ter especial atenção à inventariação de questões a colocar para auxiliar na aprendizagem, pois senti alguma dificuldade em colocar perguntas que os levassem a raciocinar, acabando por a parte da discussão coletiva se centrar numa compreensão e consolidação das resoluções de cada aluno ou grupo. Nas duas últimas tarefas, esta fase desenrolou-se de uma forma mais natural da minha parte e mais participativa da parte dos alunos – principalmente, na tarefa 5. Em relação à comunicação oral, é de referir que preciso de investir nas expressões matemáticas a utilizar, assim como no próprio discurso oral, para evoluir de forma a ter um discurso coerente e objetivo, facilitando a compreensão dos alunos.

Em relação à prestação dos alunos, é possível afirmar que observei algumas evoluções ao nível da aprendizagem das frações, nomeadamente no que diz respeito ao significado parte/todo. Inicialmente, o nível de conhecimento da turma, em geral, era muito rudimentar e notei que começaram a construir as suas concepções de metade/ um quarto, assim como das noções de numerador e denominador. Com o avançar da investigação, tornou-se percetível que os alunos começaram a interessar-se mais, participando de forma mais ativa nas discussões finais.

Após cada exploração, senti a necessidade de averiguar quais os aspetos negativos e positivos, sempre, com o objetivo de verificar quais os aspetos a melhorar na planificação/exploração e nas minhas intervenções. Este processo ajudou-me na reflexão para este estudo, concretamente na enumeração dos desafios que enfrentei e na forma como lidei com cada um deles.

A nível pessoal, a realização desta investigação foi uma mais valia para o meu crescimento enquanto ser humano. Basicamente, tornou-se uma realização pessoal, porque consegui enfrentar os meus receios e inseguranças relativamente à disciplina da matemática e de a trabalhar em sala de aula. No entanto, para realizar um projeto deste tipo tive de realizar muitas pesquisas teóricas que me de mostraram que era possível dinamizar o ensino da matemática e apercebi-me que aos poucos comecei a apreciar esta disciplina.

A nível profissional, este estudo possibilitou-me aprender mais sobre a temática da diferenciação pedagógica que desde, sempre, me despertou muito interesse. Desde sempre que acreditei que as diferenças não são significativas, quer no mundo em geral, quer em sala de aula. Acredito, sim que todas as pessoas tem a possibilidade de aprender consoante as suas características e com as adaptações necessárias. Contudo, ao pensar em concretizar esta forma de ver o ensino sentia alguns receios, por ser bastante complexo e exigir muito conhecimento por parte do professor, principalmente ao nível da Matemática. Com isto pretendo dizer que o maior crescimento a nível profissional que senti com esta investigação, foi a perceção de que a diferenciação pedagógica é exequível de aplicar em sala de aula, principalmente porque contactei com estratégias e o modo de as adotar ao nível da matemática. Uma outra aprendizagem muito relevante, profissionalmente, foi a perceção de como pode funcionar o ensino dos números racionais sem se basear, apenas, nas relações parte-todo, o que me suscitou mais interesse em explorar esta temática em sala de aula.

No futuro, pretendo que a minha prática profissional se baseie em estratégias de diferenciação pedagógica, nas diversas áreas disciplinares. Principalmente, porque pretendo que o ensino seja libertador, viva do interesse pela aprendizagem e não da frustração em tentar compreender os conteúdos.

Para tal, considero importante planificar aulas em que sejam privilegiados os interesses do aluno, que sejam adaptadas ao nível das aprendizagens de cada um e,ainda, ao seu ritmo e às suas capacidades. Desta forma, desejo que os meus futuros alunos sintam que, apesar das suas individualidades, têm o seu espaço na sala de aula e isso faça com que se tornem sujeitos recetivos à diferença e convivam num clima de abertura, tornando-se, consequentemente, sujeitos ativos no seu processo de aprendizagem. Em relação às aulas de matemática, considero importante fomentar nos alunos a ideia de que esta área disciplinar não é um problema se as atividades forem estimulantes, se compreenderem determinados conteúdos e a vivenciarem coletivamente.

Resumidamente, pretendo continuar a aprofundar a temática da diferenciação pedagógica com o objetivo de diferenciar, futuramente, enquanto professora. Sempre, com o objetivo, de melhorar as aulas de matemática e, ao mesmo tempo, praticar uma educação inclusiva. Para isto ser possível, considero importante continuar a expandir e aprofundar os meus conhecimentos sobre a diferenciação pedagógica e o ensino da matemática, de forma a aperfeiçoar a minha prática profissional.

Referências

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Afonso, N. (2014). *Investigação naturalista em educação*. Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão.

Alarcão, I. (2001). *Professor-investigador: Que sentido? Que formação?* Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/alarcao01.pdf.

APM. (1988). *A renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. (2013). *Programa e metas curriculares - matemática (PCCM)*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Bliken, B. &. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Boavida, A. M. R. (2005). *A argumentação em matemática - Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, *115*, 11-17.

Canavarro, Oliveira, & Menezes. (2014). Práticas de ensino exploratório da matemática: Ações e intenções de uma professora. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 217–233). Instituto de Educação: Lisboa.

Cardoso, J. (2016). *Ensinar frações no 5.º ano de escolaridade: Um estudo sobre as práticas de uma professora*. Disponível em https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/11125/1/Relatório%20de%20estágio_versão%20definitiva_Joana%20Cardoso.pdf

Cardoso, P., & Mamede, E. (2015). O conceito de fração – o conhecimento de professores do 1.º ciclo. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, Ext. *6*, A6 229-233.

Coutinho, C. (2014). *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas: Teoria e prática*. Coimbra: Edições Almedina.

Delgado, C. (2013). *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número: Um estudo no 1.º ciclo* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Diário da República. (1992). *Despacho Normativo no. 98-A/92*. Disponível em https://dre.pt/pesquisa/-/search/642919/details/maximized

Diário da República. (1986). *Lei n.º 46/86*. Disponível em https://dre.pt/application/dir/pdf1sdip/1986/10/23700/30673081.pdf

Diário da República. (2001). *Decreto-Lei nº. 6/2001*. Disponível em https://dre.pt/pesquisa/-/search/338986/details/maximized.

Diário da República. (2005). *Despacho Normativo nº1/2005*. Disponível ewm https://dre.pt/web/guest/pesquisa/-/search/457204/details/normal?q=Despacho+normativo+nº1%2F2005

Diário da República. (2012). *Decreto-Lei nº. 139/2012*. Disponível em https://dre.pt/home/-/dre/178548/details/maximized

Diário da República. (2018). *Despacho Normativo nº. 10-A/2018*. Disponível em https://dre.pt/home/-/dre/115552668/details/maximized.

Diário Da República. (1999). *Decreto-Lei nº. 54/2018*. Disponível em https://www.dge.mec.pt/noticias/decreto-lei-no-542018-educacao-inclusiva

DGE. (2018). *Aprendizagens essenciais - 4º.ano*. Lisboa: DGE.

Dicionário Verbo da Língua Portuguesa (2006). Lisboa: Editorial Verbo.

Esteves, M. (2017). A diferenciação pedagógica e a formação de professores. In M. L. Borges et al. (Orgs.), *Direitos humanos e escola inclusiva: Múltiplos olhares*. Faro: Universidade do Algarve.

Mendes, F., Brocardo, J., Duarte, J., Boavida, A. M., & Delgado, C. (2017). Diferenciação pedagógica em matemática. In N. Matias, J. Duarte, & M. Figueiredo (Orgs.), *Diferenciação pedagógica em sala de aula para professores do ensino primário - Volume 1* (pp. 129-174). República de Angola: Ministério da Educação.

Feyfant, A. (2016). A diferenciação pedagógica em sala de aula. Disponível em https://www.aeolivais.edu.pt/docs/orientadores/DiferenciacaoPedagogica.pdf.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Gonçalves, A. (2008). *Desenvolvimento do sentido de número num contexto de resolução de problemas em alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico* (tese de mestrado, Universidade de Lisboa).Lisboa: APM.

Grave-Resendes, L., & Soares, J. (2002). *Diferenciação pedagógica*. Lisboa: Universidade Aberta.

Heacox. (2006). *Diferenciação curricular na sala de aula - Como efetuar alterações curriculares para todos os alunos*. Porto: Porto Editora.

Kilpatrick, J., Swafford, S., & Findel, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington: Academy Press.

Gonçalves, L. (2016). *A diferenciação pedagógica na sala de aula de matemática – Um estudo exploratório nos 1. º, 2. º e 3. º ciclos do ensino básico*. Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti.

Small, M. (2017). *Good questions: Great ways to differentiate mathematics*. Reston: Teachers College Press.

Monteiro, C., & Costa, C. (1996). Dificuldades na aprendizagem dos números racionais. *Educação e Matemática*, *40*, 4–7.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, *14*, 89–108.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa: APM.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Brenda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação/ Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Pinto, F. (2011). Diferenciação pedagógica e prevenção das desigualdades educativas: Breve contributo reflexivo. *Cadernos de Investigação Aplicada*, 5, 149-166.

Pinto, J., Lopes, J., Santos, L., & Brilha, J. (2007). *Diferenciação pedagógica na formação*. Lisboa: IEFP.

Pinto, H., & Ribeiro, M. (2013). Diferentes significados das frações - Conhecimento mobilizado por futuros professores no primeiros anos. In R. Cadima, H. Pinto, H. Menino, I. S. Simões (Org.) *Proceedings of the International Conference of Research, Practices and Contexts in Education,* (pp. 209-217). Leiria: ESECS.

Ponte, J. P. (1994). *Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso?* Disponível em www.educ.fc.ul.pt › docs-pt › 94-Ponte(NOESIS)

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In Grupo de Trabalho sobre Investigação (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. Ponte (Ed.) *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 13–27). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In Grupo de Trabalho sobre Investigação (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2012). Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: O caso da Leonor. *Interações*, 37–69.

Quivy, R., & Campenhoudt, L. (2005). *Manual de investigação em ciências sociais*. Lisboa: Gradiva.

Sanches, I. (2009). Compreender, agir, mudar, incluir. Da investigação-acção à educação inclusiva. *Revista Lusófona de Educação, 5,* 127-142.

Santos, L. (2009). *Diferenciação pedagógica: Um desafio a enfrentar*. Disponível em http://area.fc.ul.pt/en/artigos%20publicados%20nacionais/Diferenciacao%20Pedagogica%20Noesis.pdf

Silva, M., Boavida, A. M., & Oliveira, L. (2012). Desenvolvendo o sentido de número racional: Que desafios para o professor? In Canavarro, A., Santos, L., Boavida, A., Oliveira, H., Menezes, L., e Carreira, S. (Orgs), *Investigação em educação matemática 2012: Práticas de ensino da matemática* (pp. 201-213). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática: Portalegre**.**

Silva, H. S., & Lopes, J. P. (2015). O questionamento eficaz na sala de aula: Procedimentos e estratégias. *Revista Eletrónica de Educação e Psicologia*, 1–17.

Silva, M. (2012). *Do número natural ao número racional: Um projeto de colaboração com uma professora do 3º ano de escolaridade* (tese de mestrado, Universidade de Lisboa).Lisboa: APM.

Smith, M. S., Hughes, E., Engle, R., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating Discussions. *Mathematics Teaching in the Middle Scho*ol, 14 (9). 548-556.

Tomlinson, C. A. (2008). *Diferenciação pedagógica e diversidade: Ensino de alunos em turmas com diferentes níveis de capacidades*. Porto: Porto Editora.

Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

UNESCO. (1994). *Declaração de Salamanca*. Disponível em http://www.pnl2027.gov.pt/np4Admin/%7B$clientServletPath%7D/?newsId=1011&fileName=Declaracao_Salamanca.pdf

Vala, J. (1989). A análise de conteúdo. In S. e Pinto (Ed.), *Metodologia das ciências sociais*. Porto: Afrontamento.

Documentos não publicados

Crespo, C. (2019). *Plano de Turma do 4º. ano de escolaridade*. Setúbal.

Anexos

Anexo 1 – Tabela de análise das Fichas de Avaliação de Matemática

	Questões														
Alunos	1.1.	1.2	1.3	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.1.	10.2.	10.3.	10.4.
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															

Legenda:	
Correta	
Incorreta	
Incompleta	

Legenda			
1.1	Soma	**7.**	Angulos
1.2	Multiplicação	**8.**	Polígonos Regulares
1.3	Divisão	**9.**	Angulos adjacentes e opostos
2.	Numeral Decimal	**10.1.**	O.T.D
3.	Decomposição decimal	**10.2.**	O.T.D.
4.	Frações	**10.3.**	O.T.D.
5.	Operações com frações	**10.4.**	O.T.D.
6.	x10, x100, x1000		

Anexo 2 – Tarefa " Os chocolates do Avô"

Os chocolates do Avô

O Avô João adora os seus netos, o António e a Maria, por isso todas as semanas lhes faz uma visita. O primeiro neto a visitar é a Maria, que mora perto do avô. Entrega-lhe um chocolate e um beijinho e segue o seu caminho. De seguida, visita o neto António, deixando-lhe também um chocolate e um beijinho.

No dia seguinte, o António e a Maria encontram-se na escola e conversam sobre a visita do seu avô:

- Ontem comi metade de um chocolate que o avô me deu! – dizia a Maria.

- E eu comi um quarto de um chocolate que o avô me deu… - dizia o António.

Algum dos netos terá comido mais chocolate de que o outro? Ou não?

Explica como pensaste.

Anexo 3 – Tarefa " Uma festa na turma 47" (Versão A)

A festa da turma 47

A turma 47 decidiu fazer uma festa de final de ano. Cada aluno trouxe alguns ovos de casa para fazerem bolos para a festa. Ao contaram os ovos que todos os alunos da turma tinham trazido, descobriram que havia 48 ovos. Quando estavam a escolher o tipo de bolos a fazer o Rafael, o Carlos e a Cláudia sugeriram:

Depois dos bolos todos feitos sobraram ovos? Porquê?

Explica o teu raciocínio.

Anexo 4 - Tarefa " Uma festa na turma 47" (Versão B)

A festa da turma 47

A turma 47 decidiu fazer uma festa de final de ano. Cada aluno trouxe alguns ovos de casa para fazerem bolos para a festa. Ao contaram os ovos que todos os alunos da turma tinham trazido, descobriram que havia 48 ovos. Quando estavam a escolher o tipo de bolos a fazer o Rafael, o Carlos e a Cláudia sugeriram:

a) Quantos ovos foram utilizados nos Bolos de Laranja?
b) Para fazerem os Bolos de Chocolate, quantos ovos foram precisos?
c) E para o Bolo de Iogurte?
d) Depois de todos os bolos feitos sobraram ovos? Porquê?

Anexo 5 - Tarefa " Uma festa na turma 47" (Versão C)

A festa da turma 47

A turma 47 decidiu fazer uma festa de final de ano. Cada aluno trouxe alguns ovos de casa para fazerem bolos para a festa. Ao contaram os ovos que todos os alunos da turma tinham trazido, descobriram que havia 24 ovos. Quando estavam a escolher o tipo de bolos a fazer o Rafael, o Carlos e a Cláudia sugeriram:

a) Quantos ovos foram utilizados nos Bolos de Laranja?

b) Para fazerem os Bolos de Chocolate, quantos ovos foram precisos?

c) E para o Bolo de Iogurte?

d) Depois de todos os bolos feitos sobraram ovos? Porquê?

Anexo 6– Tarefa “ Uma coleção de tampinhas” (versão A)

O Pedro está a fazer uma coleção de tampinhas de garrafas.

1. O Pedro tinha doze tampinhas, mas perdeu $\frac{1}{3}$. Quantas tampinhas perdeu o Pedro?

Explica como pensaste. Podes usar palavras, desenhos ou cálculos.

2. A Maria é amiga do Pedro e também faz coleção de tampinhas. Tinha 15 tampinhas e decidiu oferecer 10 ao Pedro. Que fração das suas tampinhas deu a Maria ao Pedro?

Explica como pensaste. Podes usar palavras, desenhos ou cálculos.

Anexo 7 – Tarefa " Uma coleção de tampinhas" (versão B)

O João está a fazer uma coleção de tampinhas de garrafas.

1. O João tinha doze tampinhas, mas perdeu $\frac{1}{4}$. Quantas tampinhas perdeu o João?

Explica como pensaste. Podes usar palavras, desenhos ou cálculos.

As tampinhas que o João tinha

2. A Ana é amiga do João e também faz coleção de tampinhas. Tinha 15 tampinhas e decidiu oferecer 5 ao João. Que fração das suas tampinhas deu a Ana ao João?

Explica como pensaste. Podes usar palavras, desenhos ou cálculos.

As tampinhas da Ana

Anexo 8 – Tarefa " A história de uma professora"

A história de uma professora…

Ontem os meus alunos do ano passado vieram visitar-me. Recordaram-se de uma visita de estudo que fizemos o ano passado e disseram-me que não tinha corrido muito bem.
Querem saber o que se passou?

Tínhamos decidido visitar vários locais de Setúbal e ficou combinado que o bar da escola prepararia daquelas baguetes muito grandes para o lanche. Cada grupo visitava um local e depois partilhavam o que tinham aprendido. Pedi a colaboração dos pais e cada grupo iria com um adulto. Só que à última da hora um dos pais adoeceu e tive que juntar dois grupos. A minha turma tinha 22 alunos. **Quatro alunos** foram para o ***Museu do Trabalho*** dei-lhes **três** baguetes. **Cinco** foram para a ***Casa do Bocage*** e como havia mais um aluno dei-lhes quatro baguetes. Para o ***Convento de Jesus*** foram **oito alunos** e dei-lhes **sete baguetes**. Sobraram **três grandes** que dei aos **cinco alunos** que foram para o ***Parque da Bela Vista*** [*à medida que vou falando, afixo no quadro folhas de papel com o registo da quantidade de baguetes e de pessoas por grupo*].

Os meus alunos do ano passado queixaram-se. Diziam que a distribuição das baguetes não tinha sido justa, que uns tinham comido mais do que outros... O que pensam disto? Será que tinham razão? Eu não tenho a certeza... (...)

Bom, vou dizer-vos o que é que eu quero que vocês me ajudem a descobrir [*a medida que vou falando, vou afixando no quadro uma folha de papel com as questões]:*

1. Quanto comeu cada pessoa de cada grupo?
2. Em que grupo é que cada pessoa comeu mais?

Anexo 9 – Tarefa " Vamos pintar o painel!" (versão A)

A Maria estava a brincar no recreio e decidiu decorar o painel de azulejos que estava à entrada da escola.

A Maria pintou:

- $\frac{35}{100}$ do painel de cor de laranja;

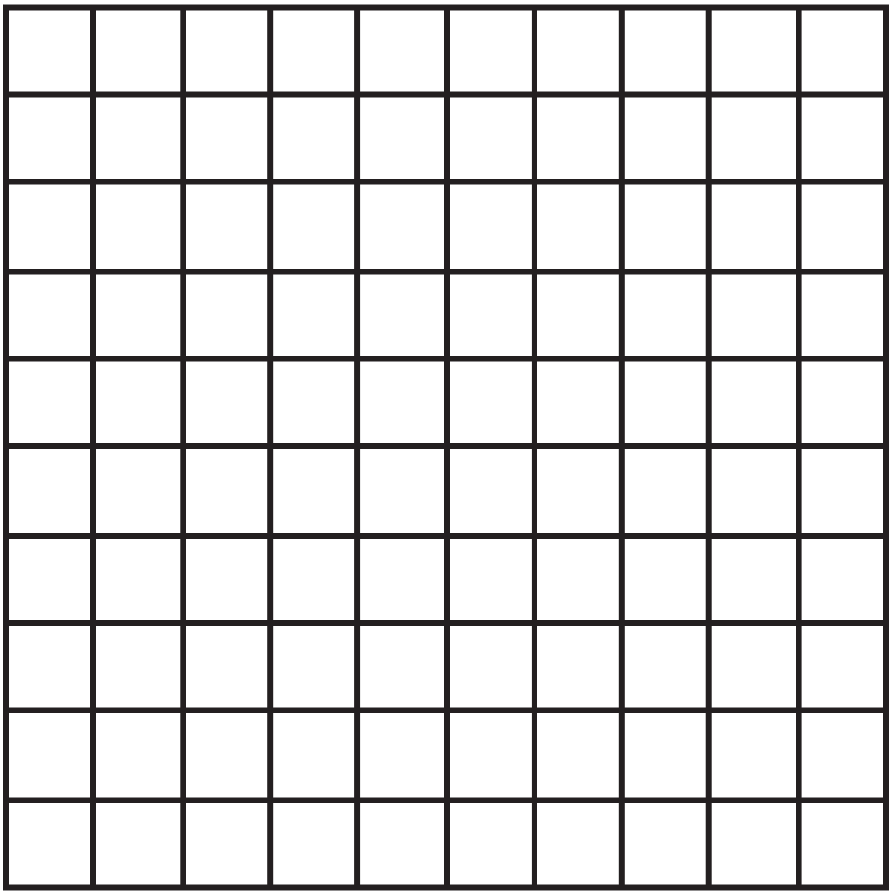
- $\frac{1}{5}$ do painel de verde;

- $\frac{2}{10}$ do painel de vermelho;

- $\frac{1}{4}$ do painel de amarelo.

<u>Pinta o painel de acordo com o que fez a Maria.</u>

Aqui está o desenho do painel que estava à entrada da escola.



.

Anexo 10 - Tarefa " Vamos pintar o painel!" (versão B)

O Rui estava a brincar no recreio de decidiu decorar o painel de azulejos que estava à estrada da escola.

O Rui pintou:

- $\frac{40}{100}$ do painel de laranja;

- $\frac{1}{10}$ do painel de verde;

- $\frac{1}{2}$ do painel de vermelho;

<u>Pinta o painel de acordo com as indicações do Rui.</u>

Aqui está o desenho do painel que estava à entrada da escola