



## **Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejanas**

**Jorge Miguel Marques dos Santos**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

### **Engenharia Militar**

Orientadores

Professor Doutor António Manuel Candeias de Sousa Gago

Tenente-Coronel de Engenharia João Carlos Martins Rei

### **Júri**

Presidente: Professor Doutor Fernando Manuel Fernandes Simões

Vogais: Professor Doutor Eduardo Manuel Baptista Ribeiro Pereira

Tenente-Coronel de Engenharia João Carlos Martins Rei

**Outubro de 2014**



*Aos Meus Familiares e Amigos*



## Agradecimentos

Para a realização deste trabalho, ainda que individual, foi fundamental o contributo, directo e indirecto, de inúmeras pessoas e instituições, às quais presto os públicos e sinceros agradecimentos. Apesar da tarefa algo ingrata de mencionar todos aqueles a quem reconheço o apoio prestado, gostaria de referir alguns pela particular atenção que me dedicaram.

Assim, a primeira palavra de agradecimento não podia deixar de ser dirigida ao Sr. Professor Doutor António Gago, meu orientador e supervisor deste trabalho, pela disponibilidade e orientação constante ao longo do período da realização do mesmo.

Ao Tenente-Coronel de Engenharia João Rei, meu co-orientador, manifesto também os meus sinceros agradecimentos pela disponibilidade demonstrada em todas as fases da realização deste trabalho, em particular na realização do modelo experimental. Além disso, reconheço o seu apoio por ter sido o primeiro revisor científico desta dissertação e pela extensa bibliografia que me disponibilizou.

Agradeço também o especial apoio do Regimento de Engenharia N.º 1, em particular ao Major de Engenharia José de Sousa (Comandante de Batalhão), ao 1.º Sargento Oliveira e a todos os que com ele trabalharam na concepção da estrutura metálica imprescindível para a execução do modelo experimental.

Ao Sr. Eng. Vieira de Lemos, investigador do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, agradeço pela disponibilidade e pelo auxílio prestado na melhor compreensão do Método dos Elementos Discretos e sua aplicação no programa de cálculo *3DEC*.

Também não podia deixar de agradecer ao meu colega Pedro Gomes pela disponibilidade e ensinamentos transmitidos no âmbito do software *3DEC*.

Ao Tenente-Coronel Raul Gomes, meu actual director de curso, agradeço toda a disponibilidade demonstrada, bem como preocupação e incentivo.

Não posso deixar de reconhecer o apoio que recebi de alguns camaradas de curso ao longo destes últimos meses, agradecendo a todos as palavras de incentivo e motivação que me dedicaram.

Por fim, à minha família, a quem dedico este trabalho, que sempre me apoiou e tentou ajudar da melhor forma, um muito obrigado por tudo.



## Resumo

A construção em alvenaria é uma das técnicas construtivas mais antigas. A sua simplicidade de execução, economia, durabilidade e sustentabilidade, contribuíram para a ampla divulgação deste material compósito. Existe, portanto, um elevado número de estruturas de alvenaria, nas quais as estruturas arqueadas assumem um papel relevante por permitirem vencer vãos utilizando um material com fraca resistência à tracção.

Com o crescente interesse na conservação do património construído, surgiu a necessidade de estudar um tipo particular de abóbadas existentes em Portugal, denominadas por *abobadilhas alentejanas*. Estas correspondem a uma solução estrutural de pavimentos e tectos, característica das habitações dos séculos XIX e XX das regiões do Alentejo e Algarve.

Na presente dissertação faz-se o estudo construtivo da *abobadilha alentejana*, bem como a análise do seu funcionamento estrutural. Estudam-se duas tipologias de *abobadilhas*: a *abobadilha* cilíndrica e a *abobadilha* de engas, tendo-se simulado o seu comportamento estrutural através de modelos numéricos, nos quais se avaliou a resposta destes sistemas a carregamentos assimétricos. Nestas análises, utilizou-se o Método dos Elementos Discretos por permitir a modelação do comportamento não linear da alvenaria e por simular o comportamento estrutural destas estruturas desde o início do carregamento até ao colapso total. Por último, foi elaborado um modelo experimental à escala real com o objectivo de comparar os resultados numéricos com os resultados experimentais.

Das análises numéricas, verificou-se que estas estruturas apresentam uma menor capacidade resistente quando sujeitas a cargas assimétricas, sendo notória a vantagem do enchimento do extradorso no aumento da capacidade de carga destas soluções.

**Palavras-chave:** Análise Estrutural, Alvenaria, Abóbada, *Abobadilha*, Método dos Elementos Discretos



## Abstract

Masonry is one of the oldest construction techniques. The sustainability, durability, economy and simplicity of the process has contributed towards the widespread use of this composite material. Therefore, nowadays there is a great number of masonry structures, in which the arched structures have a significant role, for allowing to overcome spans using a material with low tensile strength.

With the growing interest in the conservation of heritage buildings, it has become necessary to study a specific type of vault in Portugal called “*abobadilha*”. These are sustainable pavements and ceilings characteristics of the nineteenth and twentieth centuries buildings in the regions of Alentejo and Algarve.

This dissertation studies the constructive process of the *abobadilha alentejana*, as well as the analysis of two different types of this vaults: the barrel vault and the cloister vault. When it comes to structural analysis, numerical models were used to analyse the response of the system when non-symmetric load was applied. Due to masonry behaviour, the Discrete Element Method was applied. It allows the usage of a non-linear behaviour model and can perform the full simulation of the structures behaviour since the load is applied until the structure collapse. An experimental full-scale model was also created, with the objective of comparing the numerical and experimental results.

The results showed that, similar to arches, these structures have a low bearing capacity when subjected to non-symmetric loads, and also it was possible to conclude that the filling of the extrados leads to a large increase in load capacity.

**Keywords:** Structural Analysis, Masonry, Vault, *Tiled Vault*, Discrete Element Method



## Índice Geral

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. ENQUADRAMENTO GERAL .....	1
1.2. MOTIVAÇÃO.....	3
1.3. OBJECTIVOS E METODOLOGIA .....	3
1.5. ESTRUTURA/ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	4
<b>CAPÍTULO 2 – ESTRUTURAS ARQUEADAS: ENQUADRAMENTO HISTÓRICO .....</b>	<b>5</b>
2.1. INTRODUÇÃO.....	5
2.2. AS ESTRUTURAS ARQUEADAS ATRAVÉS DOS TEMPOS .....	5
2.2.1. <i>Origem no Egipto e Mesopotâmia</i> .....	5
2.2.2. <i>Contributo da Civilização Romana</i> .....	6
2.2.3. <i>Contributo do Império Bizantino</i> .....	9
2.2.3. <i>Contributo do Período Medieval</i> .....	9
2.2.4. <i>Contributos do Renascimento à actualidade</i> .....	10
2.3. EVOLUÇÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO.....	11
2.3.1. <i>Da Antiguidade ao Período Medieval</i> .....	11
2.3.2. <i>Do Período Medieval ao Renascimento</i> .....	11
2.3.3. <i>Do Renascimento ao século XIX</i> .....	13
2.3.4. <i>Do século XIX à Actualidade</i> .....	19
2.4. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	24
<b>CAPÍTULO 3 – ABÓBADAS E ABOBADILHAS DE TIJOLO: AS ABOBADILHAS ALENTEJANAS .....</b>	<b>27</b>
3.1. INTRODUÇÃO.....	27
3.2. ORIGEM DAS ABOBADILHAS DE TIJOLO.....	28
3.3. EVOLUÇÃO AO LONGO DO TEMPO.....	30
3.4. TIPOLOGIAS DE ABÓBADAS E ABOBADILHAS .....	32

3.4.1. Quanto à forma .....	33
3.4.2. Quanto à geometria.....	34
3.5. MATERIAIS.....	37
3.5.1. Tijolos ou Tijoleiras.....	37
3.5.2. Argamassa .....	37
3.6. REGRAS TRADICIONAIS PARA O DIMENSIONAMENTO E EXECUÇÃO .....	37
3.6.1. Espessura dos Pés-direitos .....	37
3.6.2. Altura do Enchimento do extradorso .....	38
3.6.3. Flechas usuais .....	38
3.6.4. Carregamento e Cintagem.....	39
3.7. PROCESSO CONSTRUTIVO .....	39
3.8. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	43
<b>CAPÍTULO 4 – FUNCIONAMENTO ESTRUTURAL DE ABOBADILHAS ALENTEJANAS.....</b>	<b>45</b>
4.1. INTRODUÇÃO.....	45
4.2. ESTADO DA ARTE SOBRE O FUNCIONAMENTO ESTRUTURAL DE ABÓBADAS E ABOBADILHAS.....	45
4.3. MODELAÇÃO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE ABOBADILHAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS.....	47
4.3.1. Generalidades do Método.....	47
4.3.2. Os Modelos de Elementos Discretos .....	49
4.3.3. Análise de Resultados .....	54
4.3.3.1. Influência da resistência à tracção das juntas.....	54
4.3.3.2. Comparação de diferentes flechas .....	59
4.3.3.3. Estudo do Efeito do Enchimento e dos Muretes de Carga .....	61
4.3. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	70
<b>CAPÍTULO 5 – MODELO EXPERIMENTAL DE UMA ABOBADILHA ALENTEJANA .....</b>	<b>73</b>
5.1. INTRODUÇÃO.....	73
5.2. DESCRIÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL.....	73
5.3. <i>SETUP</i> EXPERIMENTAL E PROCESSO CONSTRUTIVO .....	75
5.4. PLANO DE ENSAIOS.....	80
5.4.1. Ensaio dos Materiais .....	80
5.4.2. Ensaio e Monitorização do Modelo Experimental.....	81
5.5. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO .....	82
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....</b>	<b>83</b>

6.1. INTRODUÇÃO.....	83
6.2. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	83
6.3. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	85
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>89</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>A.1</b>
ANEXO A – TERMINOLOGIA DAS ESTRUTURAS ARQUEADAS.....	A.1
ANEXO B – RESULTADOS NUMÉRICOS .....	B.1



## Índice de Figuras

Figura 1.1 – Diferença de funcionamento entre arcos e peças lineares.....	1
Figura 1.2 – Distinção entre <i>abobadilha</i> e abóbada .....	2
Figura 2.1 – Abóbada de canhão: técnica dos leitos inclinados [8] .....	6
Figura 2.2 – Cúpula do Tesouro de Atreu [7].....	6
Figura 2.3 – Abóbadas de berço – técnica romana [11] .....	7
Figura 2.4 – Abóbada de aresta.....	7
Figura 2.5 – Pormenores de construção de abóbadas de aresta [7] .....	8
Figura 2.6 – Cúpula do Panteão de Roma (século II d.C.) [9] .....	8
Figura 2.7 – Ruínas do templo de Minerva Médica (século IV) [13] .....	9
Figura 2.8 – Transição de base quadrada para base circular através de pendúculos [7] .....	9
Figura 2.9 – Esquema estrutural de uma catedral gótica: presença de arcos ogivais, arcobotantes, pináculos e contrafortes [9] .....	10
Figura 2.10 – Regras empíricas de Rodrigo Gil de Hontañón para o dimensionamento da espessura das colunas ou paredes que suportam um arco semi-circular [9].....	12
Figura 2.11 – Regras geométricas para dimensionamento de paredes e contrafortes [10] .....	12
Figura 2.12 – Contributos de Leonardo da Vinci [16].....	13
Figura 2.13 – Estudo e regras para a estabilidade de arcos de Leonardo da Vinci [9] .....	13
Figura 2.14 – Analogia de Robert Hooke entre o perfil de uma catenária e a forma perfeita do arco..	14
Figura 2.15 – Mecanismo de cunha deslizante proposto por Philippe de La Hire .....	15
Figura 2.16 – Diagrama de corpo livre correspondente ao mecanismo proposto por La Hire [9].....	15
Figura 2.17 – (a) Mecanismo de colapso considerado por Couplet [9] e (b) metodologia gráfica para análise do equilíbrio [18] .....	16

Figura 2.18 – Estudos de Poleni (1748) para a análise da estabilidade da cúpula da Basílica de S. Pedro em Roma: a) Padrão de fissuração [10] b) Mecanismo de colapso [1] e c) Lúnulas e arco equivalente com a sobreposição da catenária invertida [9].	18
Figura 2.19 – Conceitos de linha de pressões e linha de resistência	19
Figura 2.20 – Linha de resistência “verdadeira”, segundo Moseley, correspondente ao impulso mínimo [9]	20
Figura 2.21 – Método gráfico de Méry [9]	20
Figura 2.22 – Configuração das linhas de pressão para os impulsos mínimo e máximo [17]	22
Figura 2.23 – Mecanismo de colapso de um arco submetido a uma carga pontual [17]	23
Figura 3.1 – Abóbadas de berço da cidade de Tebas, Egipto (1289-1222 a.C.) [27]	28
Figura 3.2 – Desenhos de Choisy sobre a técnica romana de construção de abóbadas usando a <i>abobadilha</i> como cofragem [29].	29
Figura 3.3 – Aplicação da <i>abobadilha</i> durante a idade média	30
Figura 3.4 – Aplicação da técnica da <i>abobadilha</i> entre vigas de ferro [29]	32
Figura 3.5 – Tipologia de abóbadas e <i>abobadilhas alentejanas</i>	33
Figura 3.6 – <i>Abobadilha</i> de luneta	34
Figura 3.7 – Traçado de <i>abobadilhas</i> [34]	35
Figura 3.8 – Flecha na direcção do raio na região dos rins [12]	35
Figura 3.9 – Comparação de duas <i>abobadilhas</i> de aresta [27]	36
Figura 3.10 – Curvatura associada à flecha na direcção do raio	36
Figura 3.11 – Pormenores relativos ao carregamento e cintagem de <i>abobadilhas alentejana</i>	39
Figura 3.12 – Abertura de roços nas paredes para o apoio da <i>abobadilha</i>	40
Figura 3.13 – Juntas entre tijolos – corte transversal [12]	40
Figura 3.14 – Pormenores da execução das fiadas de uma <i>abobadilha</i>	41
Figura 3.15 – Execução do enchimento do extradorso da <i>abobadilha</i>	41
Figura 3.16 – Sequência de execução de <i>abobadilhas</i> e pormenor da execução do fecho [12]	42
Figura 3.17 – Pormenores de execução de <i>abobadilhas alentejanas</i>	42
Figura 4.1 – Análise do comportamento estrutural de uma abóbada de arestas: a) Transmissão de forças [8]; b) e c) Modelos simplificados de análise [2]	46
Figura 4.2 – Modelo constitutivo assumido para as juntas	49
Figura 4.3 – Sentidos positivos arbitrados	50

Figura 4.4 – Geometria do modelo 1.1 .....	50
Figura 4.5 – Mecanismos de Rotura .....	51
Figura 4.6 – Geometria do modelo 2.2 .....	51
Figura 4.7 – Geometria do modelo 3.2 .....	52
Figura 4.8 – Geometria do modelo 4.2 .....	52
Figura 4.9 – Modelos da <i>abobadilha</i> de engras .....	52
Figura 4.10 – Configuração do carregamento .....	53
Figura 4.11 – Pormenor de aplicação da sobrecarga no modelo 7 .....	54
Figura 4.12 – Carga de colapso em função da localização (modelo 1.1 vs modelo 1.2).....	54
Figura 4.13 – Variação da espessura mínima de um arco submetido apenas ao seu peso próprio, em função do ângulo de abertura [9] .....	55
Figura 4.14 – Distribuição dos impulsos no bordo 1 .....	56
Figura 4.15 – Impulsos horizontais no bordo 1 em função da posição de carga (modelo 1.2).....	57
Figura 4.16 – Reacções verticais em função da posição da carga.....	58
Figura 4.17 – Mecanismo de colapso da <i>abobadilha</i> cilíndrica .....	59
Figura 4.18 – Cargas de colapso da <i>abobadilha</i> cilíndrica com diferentes flechas .....	59
Figura 4.19 – Linha de pressões bi-linear correspondente à carga a 1/2 vão .....	60
Figura 4.20 – Impulsos horizontais de <i>abobadilhas</i> cilíndricas com diferentes flechas .....	60
Figura 4.21 – Reacções verticais de <i>abobadilhas</i> cilíndricas com diferentes flechas .....	60
Figura 4.22 – Comparação da linha de pressões do modelo 1.1 e 1.2 para a mesma localização da carga P .....	61
Figura 4.23 – Cargas de colapso dos modelos 2.2, 3.2 e 4.2 – influência dos muretes e do enchimento do extradorso.....	62
Figura 4.24 – Cargas de colapso dos modelos 2.2 e 3.2 - influência do enchimento no extradorso....	62
Figura 4.25 – Mecanismo de colapso do modelo 3.2 .....	63
Figura 4.26 – Linha de pressões dentro do enchimento do extradorso [40].....	63
Figura 4.27 – Factor de Segurança Geométrico [9].....	64
Figura 4.28 – Análise do mecanismo de colapso do modelo 4.2.....	64
Figura 4.29 – Situação correspondente ao deslocamento horizontal impedido .....	65
Figura 4.30 – Posições e configurações das cargas .....	65

Figura 4.31 – Cargas de colapso dos modelos 5.2 e 6.2.....	66
Figura 4.32 – Distribuição dos impulsos no bordo paralelo à aplicação da carga .....	66
Figura 4.33 – Distribuição dos impulsos no bordo perpendicular à aplicação da carga .....	66
Figura 4.34 – Distribuição dos impulsos horizontais de uma abóbada de engas com dimensões em planta de 6.00x6.00 m <sup>2</sup> e flecha de 3.00 m [38].....	67
Figura 4.35 – Cargas de colapso dos modelos 5.2 e 7.....	68
Figura 4.36 – Distribuição dos impulsos na <i>abobadilha</i> cilíndrica - modelo 7 .....	68
Figura 4.37 – Mecanismo de colapso da <i>abobadilha</i> de engas.....	69
Figura 4.38 – Abertura das diagonais e desenvolvimento de fendas meridionais típicas das cúpulas.....	69
Figura 4.39 – Evidências construtivas comprovadas com os resultados das análises numéricas [12].....	70
Figura 5.1 – Materiais usados na construção do modelo experimental.....	74
Figura 5.2 – Estrutura de suporte da <i>abobadilha</i> .....	76
Figura 5.3 – Pormenores do “caixilho” metálico.....	76
Figura 5.4 – Adaptação da secção do “caixilho” metálico.....	77
Figura 5.5 – Planta do <i>setup</i> experimental .....	77
Figura 5.6 – Alçado do <i>setup</i> experimental.....	78
Figura 5.7 – Montagem dos taipais de madeira .....	78
Figura 5.8 – Faseamento construtivo.....	79
Figura 5.9 – Sequência da realização do fecho da <i>abobadilha</i> .....	80
Figura 5.10 – Modelo experimental concluído .....	80
Figura 5.11 – Ensaio de compressão aos espécimes de tijolo da <i>abobadilha</i> .....	81
Figura 5.12 – Ensaio de flexão aos provetes de argamassa .....	81
Figura A.1 – Terminologia das estruturas arqueadas de alvenaria [7] .....	A.1

## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Soluções para a espessura mínima de um arco circular [1, 18, 19] .....	17
Tabela 3.1 – Flechas nas geratrizes da região dos rins [12] .....	35
Tabela 3.2 – Espessuras típicas das paredes de alvenaria de tijolo maciço para suporte de <i>abobadilhas</i> [12] .....	38
Tabela 3.3 – Flechas das <i>abobadilhas alentejanas</i> [12] .....	39
Tabela 4.1 – Propriedades dos blocos e juntas do modelo 1.1 .....	50
Tabela 4.2 – Propriedades dos blocos e juntas do modelo 2.2 .....	51
Tabela 5.1 – Materiais usados na construção do modelo e respectivas quantidades .....	74
Tabela B.1 – Cargas de colapso dos modelos 1.1 e 1.2 .....	B.1
Tabela B.2 – Impulsos horizontais no bordo 1 – modelo 1.1 .....	B.1
Tabela B.3 – Impulsos horizontais no bordo 1 – modelo 1.2 .....	B.2
Tabela B.4 – Reacção vertical $R_{v1}$ – modelo 1.1 .....	B.2
Tabela B.5 – Reacção vertical $R_{v2}$ – modelo 1.1 .....	B.2
Tabela B.6 – Reacção vertical $R_{v1}$ – modelo 1.2 .....	B.3
Tabela B.7 – Reacção vertical $R_{v2}$ – modelo 1.2 .....	B.3
Tabela B.8 – Cargas de colapso do modelo 2.2 .....	B.3
Tabela B.9 – Cargas de colapso dos modelos 5.2 e 6.2 .....	B.4
Tabela B.10 – Impulsos horizontais do modelo 5.2 .....	B.4
Tabela B.11 – Cargas de colapso e impulsos horizontais do modelo 7 .....	B.4



## Lista de Abreviaturas, Siglas e Acrónimos

FRP	<i>Fibre Reinforced Polymer</i>
IST	Instituto Superior Técnico
LERM	Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais
MED	Método dos Elementos Discretos
MEF	Método dos Elementos Finitos
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais
3DEC	<i>Three Dimensional Distinct Element Code</i>



## Simbologia

No âmbito do presente trabalho, utiliza-se a seguinte notação:

### Letras maiúsculas latinas

$A$	área de influência do contacto
$E_b$	módulo de elasticidade dos tijolos
$E_m$	módulo de elasticidade da argamassa
$F_n$	componente normal da força de contacto
$F_s$	componente tangencial da força de contacto
$K_n$	rigidez normal do contacto
$K_s$	rigidez tangencial do contacto
$L_L$	comprimento de aplicação da carga
$L_y$	vão da <i>abobadilha</i>
$L_z$	flecha da <i>abobadilha</i>
$PP$	peso próprio
$Pu$	carga de colapso
$R$	raio
$R_{médio}$	raio médio
$R_v$	reação vertical
$R_{v1}$	reação vertical no bordo 1
$R_{v2}$	reação vertical no bordo 2

### Letras minúsculas latinas

$c_u$	coesão da argamassa
$f_b$	resistência à compressão dos tijolos
$f_m$	resistência à compressão da argamassa
$k_n$	rigidez normal do contacto em unidades tensão/comprimento
$k_s$	rigidez tangencial do contacto em unidades tensão/comprimento
$t$	espessura
$u_n$	deslocamento relativo dos blocos na direcção normal ao contacto
$u_s$	deslocamento relativo dos blocos na direcção tangencial ao contacto

### Letras minúsculas gregas

$\alpha$	ângulo de abertura das estruturas arqueadas
$\beta$	ângulo medido na vertical até a junta crítica na qual se forma a charneira de rotação
$\gamma_b$	peso específico dos tijolos
$\gamma_f$	peso específico do material de enchimento
$\sigma_n$	tensão normal no contacto
$\sigma_{t,max}$	resistência à tracção da junta de argamassa
$\tau_s$	tensão de corte no contacto
$\phi$	ângulo de atrito interno da junta de argamassa

*“A abobadilha é o elemento mais precioso da nossa construção pois permite executar com simplicidade e rapidez as formas mais complexas, não exige cimbre e tem grande resistência em relação à sua esbelteza”*

*A. Gaudí (1926)*



# CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

## 1.1. Enquadramento Geral

A construção em alvenaria, apesar de ser uma das mais antigas técnicas construtivas, ainda se mantém na construção civil actual. Esta técnica terá surgido nas primeiras construções, fruto da necessidade dos povos construírem os seus abrigos [1]. Desde então, a alvenaria e a madeira foram os materiais de construção por excelência, embora a partir do uso generalizado do aço e do betão armado na construção, tenham vindo a ser substituídos gradualmente por esses novos materiais.

No que se refere à constituição da alvenaria, o material inicialmente utilizado terá sido a pedra, embora pela sua escassez, ou indisponibilidade na proximidade dos locais de construção, se tenha começado a utilizar outras variantes como a terra e o tijolo de argila. Não obstante o aperfeiçoamento dos materiais e das técnicas construtivas, verifica-se que o princípio de ligação de diversos elementos da alvenaria permaneceu inalterado desde a sua origem. Este facto, conjugado com a simplicidade de execução, economia e durabilidade das estruturas de alvenaria, tornou este material compósito num popular material de construção.

Nas variadas construções em alvenaria, são amplamente utilizadas estruturas curvas (arcos, abóbadas e cúpulas), por serem aquelas que permitem vencer vãos utilizando um material com resistência à tracção diminuta (a alvenaria). De facto, nas estruturas arqueadas, ao contrário do que acontece nas peças lineares submetidas à flexão (Figura 1.1b), a transmissão de cargas resulta de um fluxo de tensões de compressão até aos apoios, sem se gerarem tensões de tracção (Figura 1.1a).

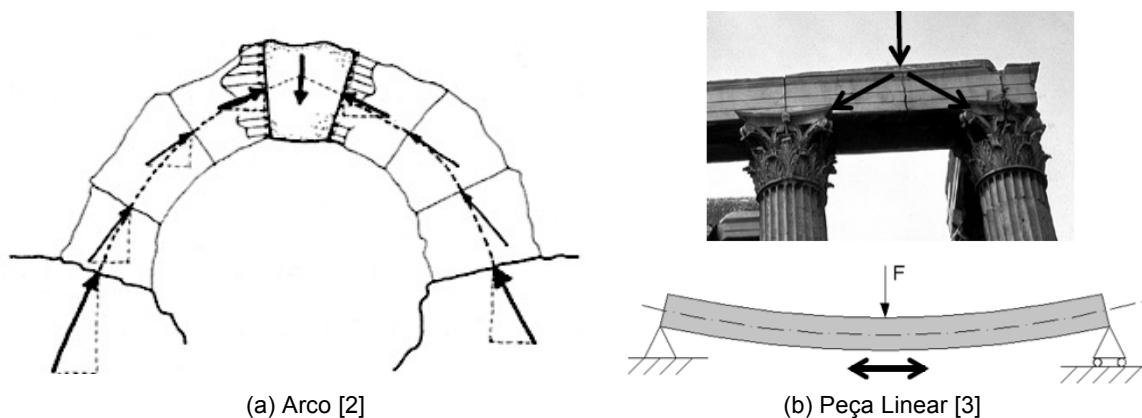


Figura 1.1 – Diferença de funcionamento entre arcos e peças lineares

Existe, portanto, um elevado número de arcos, abóbadas e cúpulas nas estruturas e construções em alvenaria e, face ao crescente interesse na conservação e recuperação do património construído, surge a necessidade de estudar o seu desempenho estrutural e avaliar a sua capacidade resistente.

Por outro lado, atendendo à presença, em Portugal, de um tipo particular de abóbadas designadas por *abobadilhas alentejanas*, faz-se neste trabalho um estudo construtivo e estrutural desta solução tradicional. Note-se que devido à sua beleza, ao seu bom desempenho estrutural e às suas características de isolamento térmico e acústico, esta solução construtiva tem vindo a ser utilizada em algumas intervenções recentes.

A designação *abobadilha*, diz respeito a um tipo particular de abóbadas executadas com elementos cerâmicos colocados ao baixo, isto é, com a sua maior dimensão segundo a superfície da abóbada (Figura 1.2a), em oposição às abóbadas correntes em que os elementos cerâmicos são colocados ao cutelo, ou seja, com a sua maior dimensão normal ao desenvolvimento da superfície arqueada (Figura 1.2b). Este é um dos aspectos que torna as *abobadilhas* mais económicas comparativamente com as abóbadas correntes.

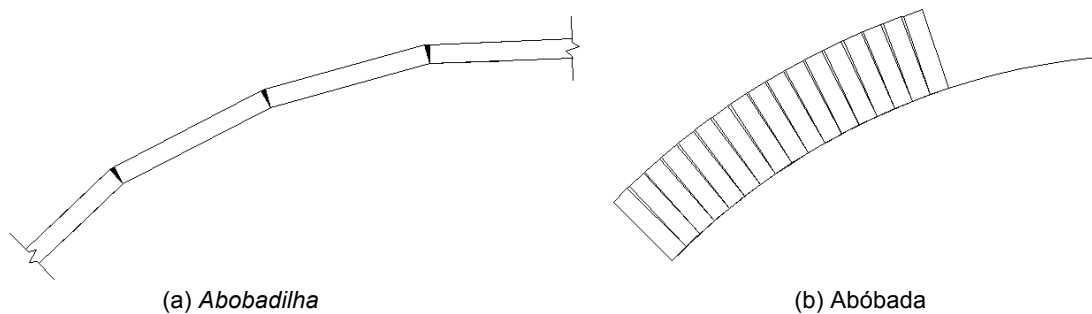


Figura 1.2 – Distinção entre *abobadilha* e abóbada

Como ilustrado na Figura 1.1, o funcionamento dos sistemas estruturais arqueados difere do funcionamento de peças lineares. Assim os conceitos de dimensionamento desenvolvidos para as estruturas modernas não são directamente aplicáveis às estruturas arqueadas de alvenaria. Na verdade, enquanto que nas estruturas modernas os conceitos de dimensionamento abrangem os problemas de resistência, deformabilidade e estabilidade, nas estruturas arqueadas a resistência e a deformabilidade não condicionam, em geral, o dimensionamento, assumindo a estabilidade global um papel preponderante.

Face ao tema da presente dissertação e às particularidades acima mencionadas, torna-se imprescindível a revisão dos conceitos de dimensionamento e análise que se aplicam às estruturas arqueadas. Neste contexto, destaca-se o conceito de linha de pressões, ou de superfície de pressões no caso de estruturas tridimensionais, sem os quais é impossível a compreensão dos resultados provenientes de análises numéricas.

Por último, dado que neste trabalho se estudam estruturas arqueadas de alvenaria, existem termos específicos que serão mencionados ao longo do texto, tendo-se optado por apresentar a terminologia relativa a estas estruturas no anexo A.

## 1.2. Motivação

Como na generalidade das estruturas arqueadas de alvenaria, nas *abobadilhas alentejanas* muitos aspectos encontram-se ainda por estudar, nomeadamente, o sistema construtivo sem recurso a cimbres e o seu comportamento estrutural.

Devido às lacunas de conhecimento e à inexistência de normas e regulamentos que permitam avaliar a sua capacidade resistente, observa-se uma frequente, mas desnecessária, demolição deste tipo de estruturas, perdendo-se cada vez mais exemplos desta técnica.

Por outro lado, muitas destas estruturas necessitam de ser intervencionadas e/ou reforçadas face às novas utilizações dos edifícios, sendo indispensável compreender o seu funcionamento estrutural para a avaliação da sua segurança.

Os aspectos supramencionados motivaram o presente trabalho de investigação, pois só o conhecimento aprofundado dos materiais, da técnica construtiva e do funcionamento estrutural permite inverter o panorama actual relacionado com as *abobadilhas alentejanas*.

Por último, refira-se que este trabalho ostenta ainda uma indubitável importância para a Instituição Militar, pelo facto da maior parte das infra-estruturas do Exército corresponderem a edifícios antigos de alvenaria, os quais, à semelhança dos restantes, apresentam estruturas arqueadas, cuja conservação e reabilitação é uma necessidade cada vez mais evidente face à idade das respectivas estruturas.

## 1.3. Objectivos e Metodologia

Como objectivos da presente dissertação enumeram-se os seguintes:

1. Compreensão do funcionamento estrutural das estruturas arqueadas, bem como dos respectivos conceitos e métodos de dimensionamento.
2. Estudo construtivo de *abobadilhas alentejanas*, em particular do seu sistema construtivo sem recurso a cimbres, das tipologias e materiais constituintes.
3. Análise do funcionamento estrutural de algumas tipologias de abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, nomeadamente das *abobadilhas* cilíndricas e das *abobadilhas* de engros.
4. Validação da aplicabilidade de modelos tridimensionais de elementos discretos ao estudo de estruturas arqueadas de alvenaria.
5. Realização de modelos experimentais de forma a comparar os resultados numéricos com os resultados experimentais.

Refira-se que o último objectivo não foi completamente atingido por falta de tempo, tendo apenas sido realizado no que respeita ao registo do procedimento construtivo do modelo experimental.

A metodologia adoptada na realização deste trabalho de investigação consistiu, em primeiro lugar, numa revisão bibliográfica sobre os métodos de dimensionamento e análise de estruturas arqueadas de alvenaria, com o objectivo de compreender os conceitos básicos do funcionamento estrutural desse tipo de estruturas. Hoje em dia, esses princípios de análise não são ensinados nos currículos dos cursos de engenharia civil, dada a generalização da tecnologia dos edifícios modernos em aço e betão.

Numa segunda fase, foi aplicado o Método dos Elementos Discretos através do programa de cálculo 3DEC [4], com o objectivo de analisar o funcionamento estrutural das abóbadas e *abobadilhas alentejanas*. Este método é particularmente indicado para a simulação do comportamento de estruturas, nas quais a parcela significativa de deformação ocorre pelo movimento relativo entre blocos [5], como é o caso das abóbadas de alvenaria.

Por último, numa terceira fase, para dar resposta às dificuldades que surgiram, nesta investigação, ao nível da caracterização mecânica dos materiais, fruto da indisponibilidade de resultados experimentais, realizou-se um modelo experimental à escala real no Laboratório LERM (Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais) do Instituto Superior Técnico que se pretendia ensaiar. No entanto, o processo de execução do modelo experimental foi complexo e esse objectivo não foi cumprido. De qualquer modo, a execução do modelo experimental permitiu o acompanhamento das técnicas e procedimentos tradicionais utilizados na execução das *abobadilhas*, constituindo um importante registo das técnicas construtivas.

## **1.5. Estrutura/Organização da Dissertação**

Este trabalho encontra-se organizado em seis capítulos, os quais se apresentam brevemente de seguida:

No presente *Capítulo (Introdução)* faz-se uma apresentação geral do assunto do trabalho, justificando-se a escolha do tema, explicitando os objectivos que se pretendem alcançar e a metodologia aplicada com essa finalidade.

No *Capítulo 2 (Estruturas Arqueadas: Enquadramento Histórico)* realiza-se uma abordagem histórica sobre a evolução das estruturas arqueadas de alvenaria e uma revisão das metodologias de análise e dimensionamento destas estruturas.

Já no *Capítulo 3 (Abóbadas e Abobadilhas de Tijolo: Abobadilhas Alentejanas)* procede-se à descrição das abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, referindo-se as várias tipologias, os materiais constituintes, as regras tradicionais usadas para o seu dimensionamento e o respectivo processo construtivo.

No *Capítulo 4 (Funcionamento Estrutural das Abobadilhas Alentejanas)* estuda-se o funcionamento estrutural das *abobadilhas alentejanas*, fazendo-se a descrição dos modelos implementados e apresentando-se os resultados das análises efectuadas a esses modelos.

No *Capítulo 5 (Modelo Experimental de uma Abobadilha Alentejana)* descrevem-se os trabalhos de execução do modelo experimental de uma *abobadilha* de engros e todos os trabalhos preliminares para que essa realização fosse possível. Além disso, apresenta-se o plano de ensaios laboratoriais que se pretende vir a realizar aos materiais e ao próprio modelo.

Por último, no *Capítulo 6 (Conclusões e Desenvolvimentos Futuros)* fazem-se as considerações finais acerca do tema desenvolvido nesta dissertação e apresentam-se as perspectivas de desenvolvimentos futuros.

## **CAPÍTULO 2 – ESTRUTURAS ARQUEADAS: ENQUADRAMENTO HISTÓRICO**

### **2.1. Introdução**

O conhecimento adquirido e patente nas obras do passado não deve ser renunciado, pois constitui o ponto de partida para compreender o presente e preparar o futuro. Assim, a análise de estruturas arqueadas de alvenaria, fruto do carácter histórico das mesmas, deve ser precedida de uma visão da sua evolução temporal, com dois objectivos. Por um lado, a recolha de informação relativa à mecânica dos materiais, e por outro, a revisão de procedimentos de cálculo simples que possam ser utilizados para verificar a segurança e compreender o seu comportamento estrutural.

Este capítulo enquadra o estudo das estruturas arqueadas de alvenaria abordando, numa primeira parte, a evolução das técnicas construtivas e, numa segunda, a evolução dos métodos de análise estrutural aplicados a estas construções. O objectivo, como mencionado, é a recolha de informação que permita compreender o comportamento das estruturas arqueadas analisadas neste trabalho.

### **2.2. As Estruturas Arqueadas Através dos Tempos**

#### **2.2.1. Origem no Egipto e Mesopotâmia**

A utilização de estruturas arqueadas em alvenaria é uma técnica antiga. Embora tenham sido os Romanos a fazer a transição das estruturas rectilíneas da arquitectura helénica para as estruturas curvas (arcos, abóbadas e cúpulas), supõe-se que o arco tenha sido inventado na Mesopotâmia e no Egipto Antigo, há cerca de 6000 anos [1]. Porém, o seu uso não foi comum a todas as civilizações dado que, Astecas, Maias e Incas continuaram a construir em alvenaria durante séculos sem utilizar o arco.

Embora o aparecimento do arco como sistema estrutural constitua um marco na história da arquitectura, o seu funcionamento e as suas vantagens tardaram a ser compreendidas pelos construtores. Isto reflecte a sua reduzida utilização inicial, tendo sido apenas os Romanos a tirar partido das suas potencialidades. Herdando o conhecimento do arco da civilização Etrusca, os Romanos atingiram uma elevada mestria na concepção e construção destes elementos, o que lhes possibilitou a construção de estruturas amplas, de maiores dimensões e, simultaneamente, mais duráveis e resistentes.

As abóbadas, terão resultado da generalização do arco e estima-se que tenham surgido pouco tempo depois. Segundo Luna e Bernal [6], à semelhança do arco, na Babilónia e no Egipto identificaram-se exemplos de abóbadas de canhão (também designadas por abóbadas de berço), com cerca de 5000 anos de construção, executadas sem cimbra através da técnica dos leitos inclinados<sup>1</sup> (Figura 2.1).

No que diz respeito às cúpulas, o primeiro exemplo remonta à civilização Micénica (1600 a 1000 a.C.) e trata-se de uma construção denominada *tholos*. O Tesouro de Atreu (Figura 2.2) é o exemplo mais notável e bem conservado deste tipo de cúpula. O seu processo construtivo baseava-se no posicionamento dos blocos de pedra de forma desencontrada, criando-se fiadas em balanço, conferindo-lhe um perfil ogival (Figura 2.2a) [7]. Porém, à semelhança do arco, foram os construtores Romanos que mais contribuíram para a evolução deste tipo de estruturas.

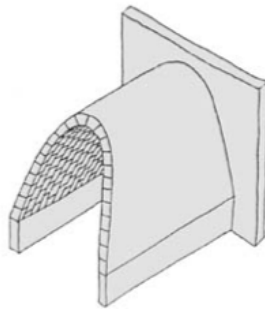
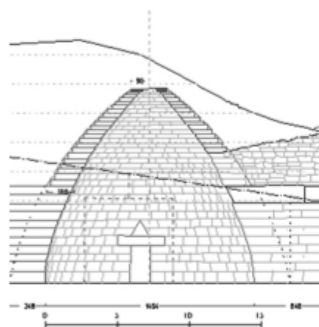


Figura 2.1 – Abóbada de canhão: técnica dos leitos inclinados [8]



(a) Perfil esquemático



(b) Vista interna

Figura 2.2 – Cúpula do Tesouro de Atreu [7]

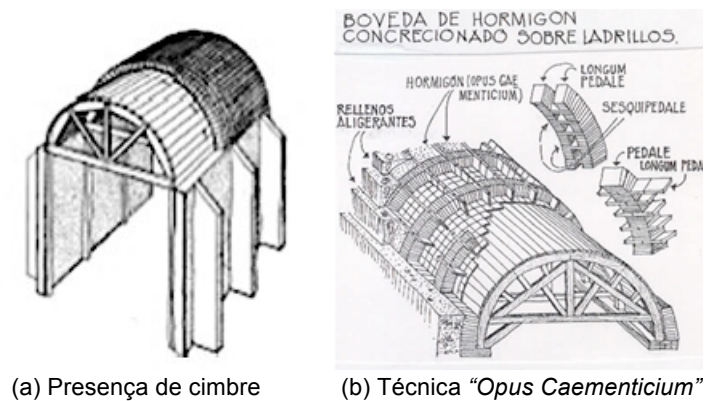
## 2.2.2. Contributo da Civilização Romana

Do contributo dos Romanos destacam-se, o uso de novos materiais, a adopção de novas técnicas construtivas e a concepção de novos perfis de abóbadas. Do ponto de vista dos materiais, salienta-se a produção de tijolos, que passaram a ter dimensões normalizadas, e o aparecimento do betão, constituído por cascalho e areia, aglutinados com cal e pozolanas (*"pulvis puteolanus"*) [9].

No que diz respeito às técnicas construtivas, os Romanos, contrariamente aos antecessores Egípcios, utilizavam o cimbra nas suas edificações monumentais. Geralmente este consistia numa estrutura de

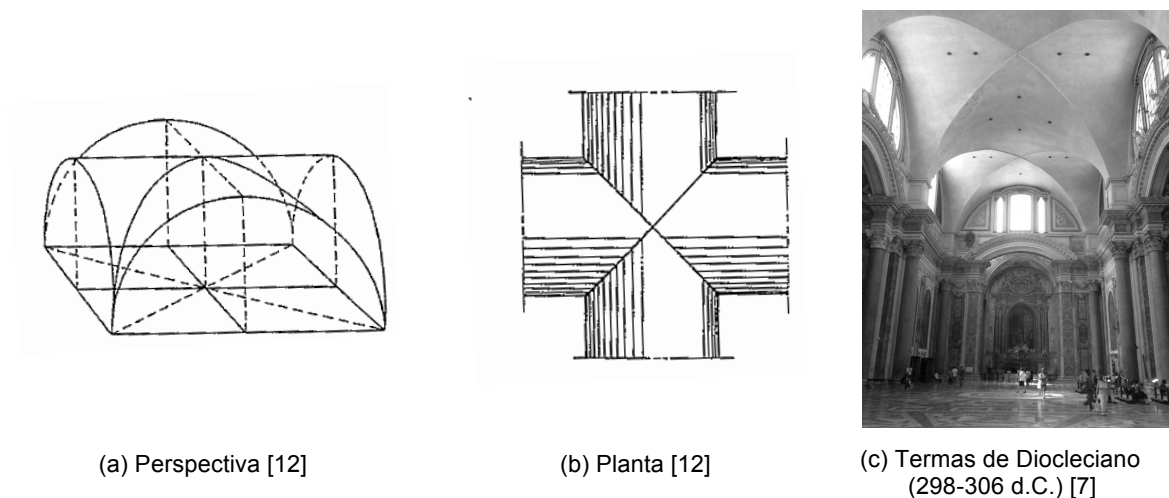
<sup>1</sup> A técnica dos leitos inclinados consiste em executar uma abóbada com fiadas autoportantes, estáveis através da sua forma, gerando arcos. Enquanto a fiada não está fechada a sua estabilidade depende da aderência conferida pela argamassa e, uma vez completa a estabilidade resulta da sua forma em arco. Após o assentamento da primeira fiada, esta serve de base às unidades da fiada seguinte a ser assente sobre ela, repetindo-se o processo até que a abóbada esteja concluída.

madeira, auxiliar e provisória, utilizada durante a fase construtiva (Figura 2.3). Nas abóbadas de maior dimensão, usavam uma técnica compósita (“*Opus Caementicium*”) [6, 7, 10] que consistia em executar uma camada de tijolo como cimbra perdida, sobre a qual a abóbada em betão se desenvolvia (Figura 2.3b). Com se verá no capítulo 3, esta é, para alguns autores, uma das possíveis origens das abóbadas do tipo *abobadilha*.



(a) Presença de cimbra (b) Técnica “*Opus Caementicium*”  
 Figura 2.3 – Abóbadas de berço – técnica romana [11]

Em termos da concepção estrutural e arquitectónica, os Romanos desenvolveram, além da abóbada de berço, a abóbada de aresta que resulta da intersecção de duas abóbadas de berço, originando arestas convexas no intradorso (Figura 2.4).



(a) Perspectiva [12] (b) Planta [12] (c) Termas de Diocleciano (298-306 d.C.) [7]

Figura 2.4 – Abóbada de aresta

Pode imaginar-se que este tipo de abóbadas tenha surgido na tentativa de economizar material e promover o espaço interior, mas o facto é que o seu uso conduziu ao aumento dos vãos, redução da espessura das paredes que as sustentavam (pés-direitos) e, ainda, à possibilidade de incorporar aberturas nessas paredes (Figura 2.4c). Tal foi possível graças ao sistema de encaminhamento das cargas, que nas abóbadas de aresta, se faz pela concentração de tensões nas arestas, aliviando, deste modo, as paredes laterais [10].

Contudo, este sistema apresentava algumas limitações. Na verdade, adaptava-se bem a uma base quadrada, mas para bases com geometrias rectangulares exigia que o comprimento fosse múltiplo da

largura, o que influenciava a concepção arquitectónica dos edifícios [7]. Por outro lado, nas diagonais, existiam dificuldades geométricas inerentes ao corte das pedras (estereotomia) que eram agravadas em abóbadas de base rectangular, devido à intersecção de abóbadas de berço com vãos diferentes. O mesmo acontecia quando as abóbadas de aresta resultavam da intersecção de abóbadas de berço com diferentes flechas (alturas diferentes).

Face a este cenário, os arquitectos passaram a adoptar plantas rectangulares múltiplas de bases quadradas, sobre as quais erguiam abóbadas de arestas (Figura 2.5b e 2.5c). Além disso, para fazer face ao problema das diagonais, iniciavam a construção das abóbadas pelos arcos de alvenaria nestas zonas que, posteriormente, eram embebidos, total ou parcialmente, nas cascas (Figura 2.5a). Deste modo, solucionou-se o problema geométrico associado ao corte das pedras nas arestas, melhorando-se, por outro lado, o comportamento estrutural. Os arcos de alvenaria, funcionando como nervuras, permitiram reduzir e uniformizar o nível de tensões na casca, assegurando uma melhor transmissão dos esforços aos apoios.

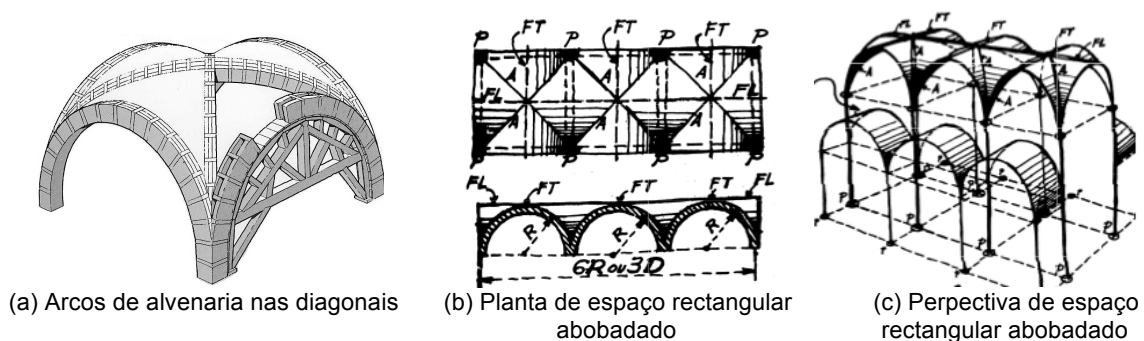


Figura 2.5 – Pormenores de construção de abóbadas de aresta [7]

Os Romanos, além da abóbada, desenvolveram também a cúpula. Enquanto que a primeira é obtida pela translação do arco, esta resulta da rotação do arco em torno de um eixo fixo. Um dos exemplos mais notáveis e bem conservados é a Cúpula do Panteão de Roma (século II d.C.) (Figura 2.6). Outro exemplo, é a cúpula do templo de Minerva Médica, do qual só restam ruínas (Figura 2.7). Ambos os exemplos têm em comum a planta circular devido à dificuldade de execução de cúpulas sobre plantas com outras geometrias, limitação que foi superada pelos construtores Bizantinos.

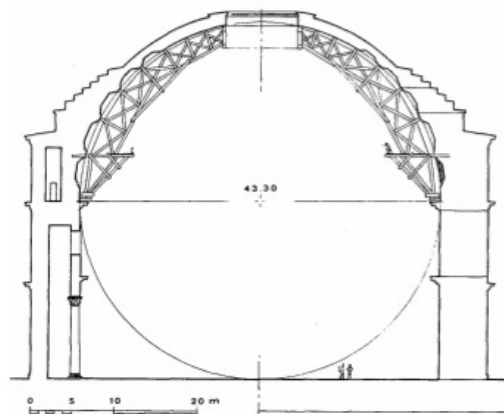


Figura 2.6 – Cúpula do Panteão de Roma (século II d.C.) [9]



Figura 2.7 – Ruínas do templo de Minerva Médica (século IV) [13]

### 2.2.3. Contributo do Império Bizantino

O Império Bizantino resultou do Império Romano no Oriente e da deslocação da capital do Império de Roma para Bizâncio, efectuada por Constantino, no século IV. A principal contribuição da arquitectura religiosa de Bizâncio, do ponto de vista estrutural, foi o desenvolvimento de uma solução que permitiu a sobreposição da cúpula sobre uma base de planta não circular. Tal solução consistiu na introdução de elementos esféricos triangulares (pendículos) entre a cúpula e a base (Figura 2.8). O exemplo mais importante desta arquitectura é a Basílica de Santa Sofia construída no século VI por Justiniano [9].

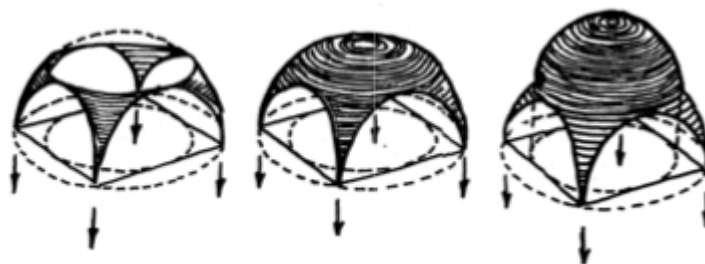


Figura 2.8 – Transição de base quadrada para base circular através de pendículos [7]

Do ponto de vista das técnicas construtivas, pensa-se que os Bizantinos tenham sido os mestres da construção sem cimbra, influenciados pelo amplo conhecimento dos sistemas de construção abobadados da engenharia Persa Aqueménida (648 – 330 a.C.) [14, 15].

### 2.2.3. Contributo do Período Medieval

A Idade Média surge após a decadência do Império Romano, sendo um período muito instável a nível político e económico, o que teve consequências no desenvolvimento arquitectónico. De facto, devido ao desmembramento do Império Romano e, conseqüentemente, da sua estrutura logística que permitira a construção de obras monumentais, perdeu-se durante séculos a capacidade de edificar grandes estruturas e, simultaneamente, a capacidade de inovar e desenvolver novos conhecimentos construtivos e estruturais.

Na época medieval, a actividade construtiva, com excepção da relacionada com as estruturas defensivas não era prioridade e a mão-de-obra era recrutada para a guerra ou para os campos

agrícolas. Isto explica a estagnação que se assistiu nesta actividade e justifica o ressurgimento dos princípios e regras da construção romana (ainda que com algumas reformulações fruto da necessidade de adaptação às capacidades disponíveis e ao desenvolvimento de novas tendências arquitectónicas). Assim, surgiu o estilo românico associado às ordens religiosas, dado que apenas estas foram capazes de reunir uma estrutura logística capaz de substituir a antiga estrutura romana [9].

A expressão principal do românico é a arquitectura religiosa, procurando-se edificar catedrais sólidas e duradouras, sendo de salientar a utilização de paredes robustas e, em certos casos, contrafortes para absorver os impulsos dos arcos e abóbadas.

O gótico surgiu numa fase mais avançada da Idade Média, destacando-se deste período arquitectónico, a transição do arco circular para o arco quebrado, ou ogival, conduzindo à redução dos impulsos horizontais dos arcos e abóbadas, o que levou à redução da espessura dos elementos que os suportavam. Outras das inovações da arquitectura gótica foram o arcobotante, os pináculos e os contrafortes (Figura 2.9), que permitiram a transmissão das cargas até às fundações e a libertação das paredes de funções estruturais.

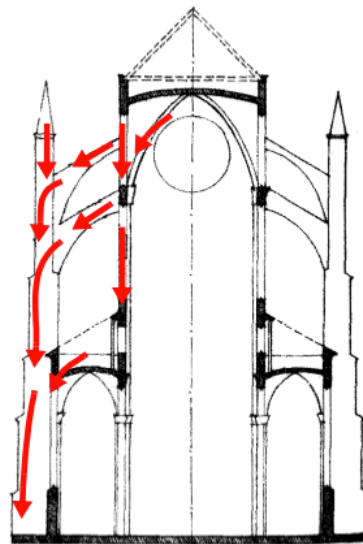


Figura 2.9 – Esquema estrutural de uma catedral gótica: presença de arcos ogivais, arcobotantes, pináculos e contrafortes [9]

Relativamente aos avanços nas estruturas arqueadas, o gótico é conhecido pelas abóbadas nervuradas. A introdução das nervuras à semelhança dos arcos de alvenaria nas abóbadas de aresta romanas, permitiu facilitar a intersecção entre as várias superfícies, diminuir a espessura das abóbadas e reduzir a dimensão dos cimbres. Em relação às cúpulas, neste período não se verificou nenhum desenvolvimento digno de registo.

#### **2.2.4. Contributos do Renascimento à actualidade**

O período renascentista é a fase subsequente da história da arquitectura (séculos XV e XVI). Nesta fase volta-se a dar importância às ideias clássicas e são construídos diversos palácios. São privilegiadas as formas simples, cujos critérios são a regularidade e a simetria. No entanto, as construções de maior relevância são as igrejas com as suas enormes cúpulas que são as marcas

deste período. Em geral, estas cúpulas são constituídas por duas cascas ligadas entre si por nervuras, o que permite uma alteração da geometria do interior para o exterior, reduzindo também o peso durante a construção, servindo a exterior de protecção à cúpula interior decorada. Como exemplos desta arquitectura é de mencionar a Basílica de Santa Maria del Fiore em Florença (século XV), de Filippo Brunelleschi, e a basílica de S. Pedro em Roma (século XVI), de Michelangelo [9, 16].

Após o renascimento surgiu o barroco (séculos XVII e XVIII), mas o seu contributo foi sobretudo arquitectónico, não se destacando avanços significativos do ponto de vista estrutural. A partir desse momento assistiu-se a uma estagnação nos desenvolvimentos relativos à técnica de construção em alvenaria, em particular nas estruturas arqueadas (arcos, abóbadas e cúpulas). Mais tarde, com a revolução industrial, estes elementos de alvenaria começaram a tornar-se obsoletos e substituídos por elementos em ferro e aço.

Hoje em dia são poucos os mestres que dominam a técnica da construção de arcos, abóbadas e cúpulas em alvenaria, e desde algum tempo, os projectistas substituíram o uso destas estruturas por outras em aço ou betão armado.

Face às vantagens destes dois materiais e à sua generalizada aplicação, os centros de ensino e investigação têm desvalorizado o ensino específico de estruturas de alvenaria, o que torna difícil a inversão do actual panorama. Contudo, face à necessidade de restauro e manutenção, assim como à necessidade da verificação da segurança deste tipo de estruturas, a comunidade científica tem constatado a necessidade de conhecer as técnicas construtivas, os métodos e regras de dimensionamento tradicionais. A seguir, resumem-se esses métodos de dimensionamento e apresentam-se as abordagens modernas usadas para avaliar a segurança deste tipo de estruturas.

## **2.3. Evolução dos Métodos de Análise e Dimensionamento**

### **2.3.1. Da Antiguidade ao Período Medieval**

Deste período, infelizmente, a bibliografia não contempla grande informação e, quando a contém, é escassa e imprecisa. Dos períodos anteriores ao Império Romano não existem referências às regras que os construtores etruscos, egípcios e persas usavam para dimensionar as suas construções. Os primeiros textos escritos relativos a tratados de construção remontam ao século I a.C., consistindo no manual *“Dez livros de Architectura”* do engenheiro militar romano Vitruvius. Contudo, neste tratado não se encontram regras de dimensionamento específicas de estruturas arqueadas, existindo apenas referência a regras de proporção adequadas para garantir a estabilidade dos seus apoios [9].

### **2.3.2. Do Período Medieval ao Renascimento**

Do período medieval já se encontram alguns escritos relativos a regras de dimensionamento, sendo os estudos desenvolvidos por Villard de Honnecourt (século XIII) um desses exemplos [17]. Outro exemplo, é o tratado de arquitectura de Leon Battista Alberti (1404-1472), escrito provavelmente em 1435, que contém algumas regras estruturais e detalhes construtivos sobre arcos, abóbadas e cúpulas [1].

Deste período, destacam-se ainda as regras de Rodrigo Gil de Hontañón (1500 – 1577) que serviam para dimensionar as colunas (interiores e exteriores), arcobotantes e contrafortes do período gótico (Figura 2.10).

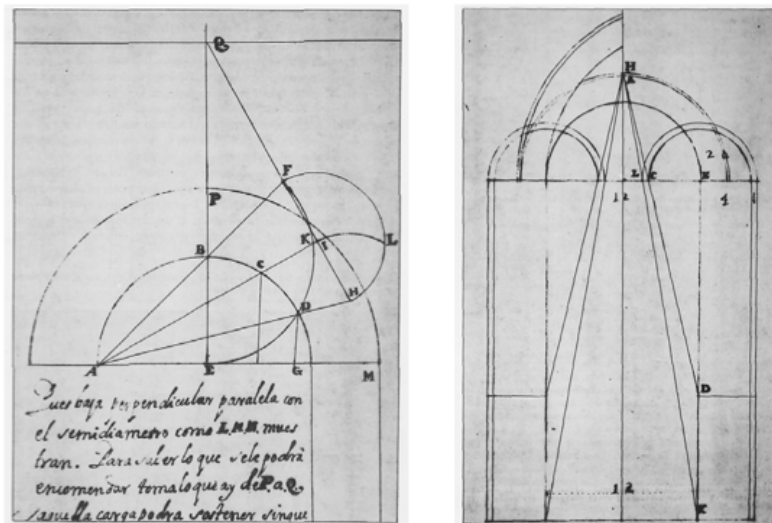


Figura 2.10 – Regras empíricas de Rodrigo Gil de Hontañón para o dimensionamento da espessura das colunas ou paredes que suportam um arco semi-circular [9]

Do gótico, salienta-se um tratado de Coenen, também sobre o dimensionamento de contrafortes. Neste tratado, a título de exemplo, definia-se o comprimento do contraforte “c” como sendo igual a três vezes a espessura da parede “t”, e esta igual a um décimo do vão da abóbada “s”. Já a largura do contraforte admitia-se igual à espessura da parede (Figura 2.11). De acordo com o mesmo tratado, estas regras podiam ainda sofrer pequenas alterações em função da qualidade da alvenaria [10]

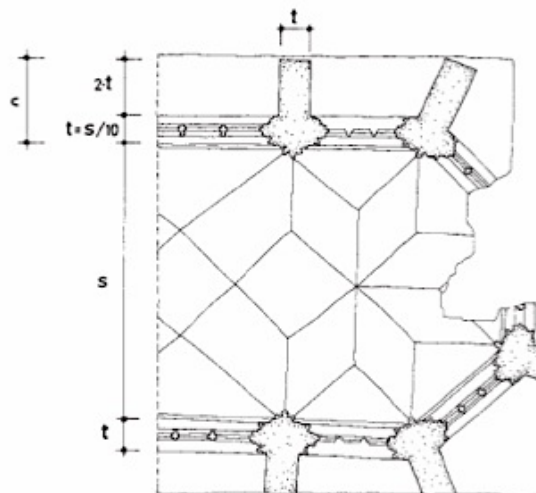


Figura 2.11 – Regras geométricas para dimensionamento de paredes e contrafortes [10]

Constata-se, assim, não existirem métodos de dimensionamento de estruturas arqueadas até ao século XVII, mas apenas regras de proporção geométrica que serviam de regras estéticas, que permitiram reproduzir, à escala, os casos de sucesso.

### 2.3.3. Do Renascimento ao século XIX

Desde a Antiguidade até Renascimento o saber era empírico, baseado na TRADIÇÃO e ARTE. Com o Renascimento surgiram algumas regras racionais e começaram-se a aplicar as regras da mecânica ao comportamento de arcos e abóbadas, centrando-se o conhecimento na RAZÃO e CIÊNCIA [16].

Os primeiros trabalhos a contribuir para esta mudança foram os de Leonardo Da Vinci, escritos entre 1400 e 1499. Destes manuscritos destacam-se os resultados das suas experiências sobre arcos, enunciando-se pela primeira vez dois princípios que só viriam a ser validados muito mais tarde. Segundo Da Vinci:

- i) o mecanismo de colapso de um arco de volta perfeita, carregado na chave, está associado à formação de cinco charneiras (rótulas), ver Figura 2.12a;
- ii) um arco não cairá se a corda exterior não tocar o seu intradorso (Figura 2.12b).



Figura 2.12 – Contributos de Leonardo da Vinci [16]

Não obstante os contributos mencionados, Leonardo Da Vinci realizou, ainda, esforços no sentido de compreender o impulso horizontal, salientando-se a indicação do local onde deveria colocar-se um tirante para absorver estas forças ao nível do arranque dos arcos (Figura 2.13) [10]

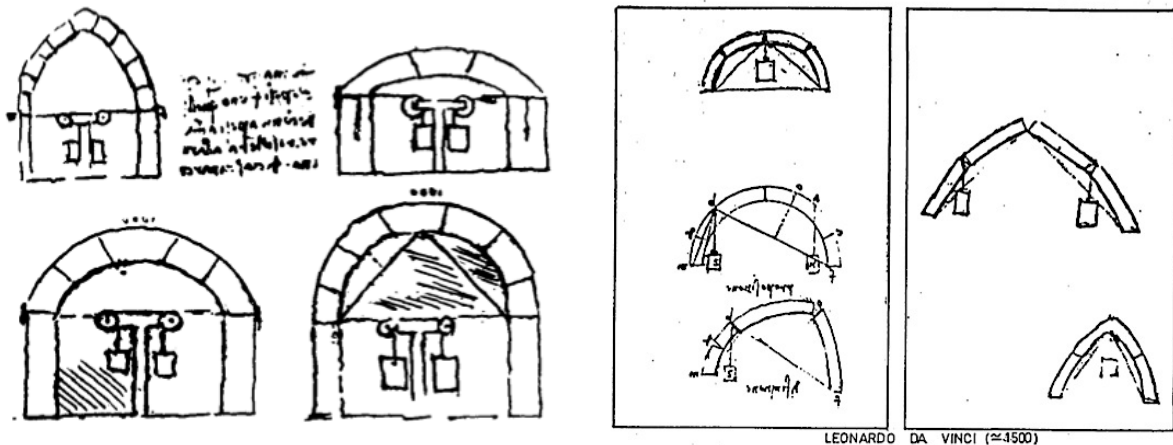


Figura 2.13 – Estudo e regras para a estabilidade de arcos de Leonardo da Vinci [9]

Após Da Vinci surgiram os trabalhos de Galileu, Newton, Hooke e La Hire que efectivaram a aplicação da matemática e da mecânica ao estudo de arcos. Galileu Galilei, em 1638, implementou as bases da mecânica estrutural através de estudos sobre o comportamento à tracção e à flexão de elementos estruturais, nos quais procurou responder à questão: “Qual o valor da carga de rotura de um elemento?” [10]. Já Newton desenvolveu as três leis que fundamentaram a mecânica clássica.

Por sua vez Robert Hooke, em 1675, tentando alcançar “a verdade Matemática e Mecânica de todas as formas possíveis de Arcos para a Construção”, reconheceu que o problema do arco poderia identificar-se com o de uma corrente metálica suspensa nas extremidades (catenária), sendo que um era o inverso do outro e que a geometria da corrente suspensa quando replicada num arco resultava numa estrutura estável [9]. Deste modo, Hooke, embora não conseguindo concretizar a formulação matemática deste seu teorema, foi o primeiro a aproximar-se do conceito de linha de pressões que viria a surgir anos mais tarde (Figura 2.14).

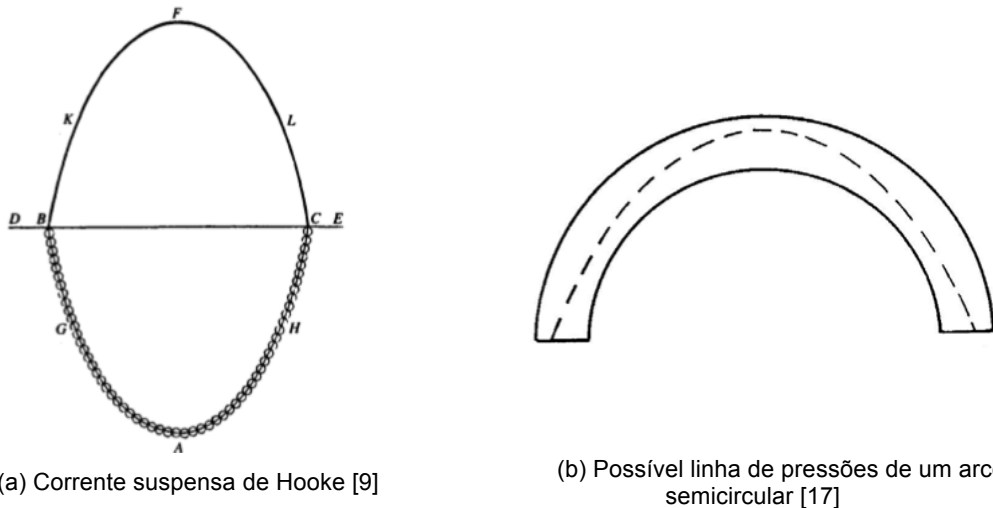


Figura 2.14 – Analogia de Robert Hooke entre o perfil de uma catenária e a forma perfeita do arco

A expressão matemática para a catenária viria a ser publicada cerca de 20 anos mais tarde por David Gregory (1697), que completou a afirmação de Hooke dizendo que “só a catenária representa a geometria de um arco ou de uma abóbada verdadeira” e “quando um qualquer arco se mantém em equilíbrio é porque contém na sua espessura uma catenária” [2]. Gregory afirmou ainda que “a mesma força que a corrente exerce para dentro é exercida para fora pelo arco” [9]

Analisando agora a analogia proposta por Hooke à luz do conhecimento actual, verifica-se que a equação que descreve uma catenária é também a expressão que define o perfil da linha de pressões de um arco sujeito ao seu peso próprio. Ao passo que a equação que descreve a família de linhas de pressões de um arco submetido a uma carga distribuída é uma parábola. Resultados que validam o contributo de Hooke. Estas e outras conclusões acerca da aplicabilidade e da validade dos processos analíticos na verificação de segurança de estruturas arqueadas, podem ser consultadas em Gago [9].

Contudo, foi Philippe de La Hire, membro da Academia das Ciências de Paris, no final do século XVII e início do seguinte, que aplicou pela primeira vez os novos conceitos da Estática à análise do equilíbrio dos arcos e abóbadas. O estudo consistiu no estabelecimento de um mecanismo de colapso e na análise do equilíbrio do sistema nas condições de rotura [16]. La Hire (1695) admitiu que um arco real ruía através de um mecanismo do tipo cunha deslizante, onde a parte do troço central cairia devido ao peso próprio, deslizando sobre juntas fracturadas e empurrando as estruturas de suporte para o

exterior (Figura 2.15). Saliente-se que este mecanismo de colapso não tinha em consideração o efeito do atrito entre juntas, o qual só com Coulomb viria a ser formulado, cerca de 40 anos mais tarde [9].

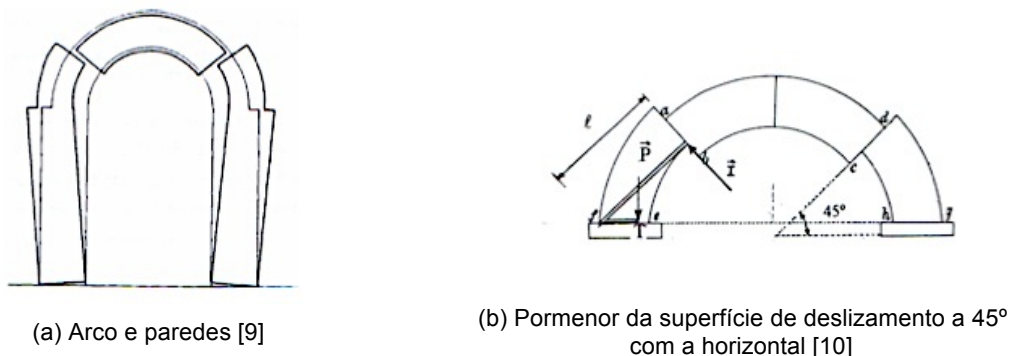


Figura 2.15 – Mecanismo de cunha deslizante proposto por Philippe de La Hire

Além disso, o mecanismo de colapso funcionava pela ocorrência de juntas de escorregamento a 45° com a horizontal, assumindo-se que as três zonas entre as descontinuidades se mantinham coesas com movimento de corpo rígido. Uma vez não considerado o atrito, La Hire admitiu que a pressão entre aduelas consecutivas se fazia perpendicularmente às juntas e que nas juntas críticas (juntas onde se dava o escorregamento) o impulso  $P$  actuava no ponto interior (ponto  $L$ ), ver Figura 2.16. Deste modo, considerando estas hipóteses, foi possível determinar analiticamente o impulso  $P$ , por equilíbrio do corpo superior, e posteriormente através do equilíbrio de momentos no ponto  $H$ , definir a expressão quadrática para a espessura dos pés-direitos [16]. No entanto, devido às dificuldades inerente à resolução analítica das equações, este cálculo era feito recorrendo a construções gráficas.

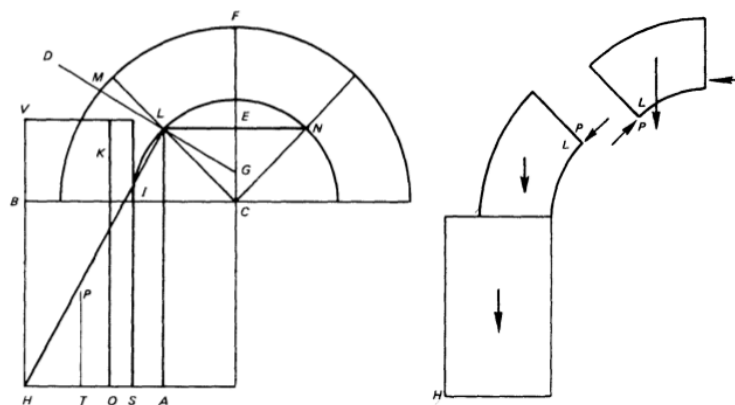


Figura 2.16 – Diagrama de corpo livre correspondente ao mecanismo proposto por La Hire [9]

Estes estudos de La Hire foram continuados por Bernard Belidor (1698 – 1761), que tinha objectivos práticos associados à determinação de regras práticas para dimensionar a espessura dos pés-direitos de arcos e abóbadas. Inspirando-se no trabalho de La Hire, Belidor, em 1729, propôs o mesmo mecanismo de colapso, mas com o impulso resultante do peso do corpo superior aplicado perpendicularmente no centro da secção crítica, e não no intradorso como La Hire tinha admitido [16]. Esta alteração no ponto de aplicação do impulso, traduzia-se segundo Gago [9] num resultado ligeiramente mais conservativo comparado com o resultado da teoria de La Hire.

Efectivamente, os trabalhos de La Hire e de Belidor, assumem-se como os primeiros a introduzir a estática e os mecanismos de colapso aos sistemas de arcos e abóbadas, tendo como principal objectivo a determinação da espessura dos pés-direitos que sustentavam estas estruturas e, deste modo, substituir as regras empíricas da época medieval aplicadas até então. Apesar disso, estes trabalhos apresentavam lacunas, nomeadamente ao não considerarem a influência da espessura do arco nem a altura do pé-direito na análise dos mecanismos de colapso.

Posteriormente, salienta-se a contribuição dos estudos de Pierre Couplet (1730), introduzindo conceitos inovadores relativamente aos estudos de La Hire e Belidor. Couplet apresenta um novo critério para verificar a segurança de um arco: *“admitindo que as aduelas de um arco não podem ter deslizamentos relativos entre si, um arco não colapsará se a corda da metade do extradorso não cortar o intradorso e permanecer dentro da espessura do arco”*, ver Figura 2.12b. [9]. No fundo, este critério retrata o segundo princípio definido por Leonardo Da Vinci dois séculos mais cedo.

Além do princípio enunciado anteriormente, Couplet destacou-se pelo notável e completo trabalho desenvolvido na determinação da espessura mínima admissível para o arco circular submetido ao seu peso próprio. Para tal, Couplet admitiu um novo mecanismo de colapso baseado na formação de charneiras de rotação nas juntas entre aduelas. Tal como anteriormente, Couplet viria a adoptar e a desenvolver o mecanismo de colapso proposto por Da Vinci, “ignorando” o mecanismo proposto por La Hire e seguido por Belidor.

Considerando, a abertura de charneiras situadas a 45° com a horizontal e que o arco circular colapsava através de um mecanismo de quatro corpos rígidos ligados por cinco rótulas (Figura 2.17) e admitindo ainda que o impulso não era tangente ao intradorso do arco nas juntas críticas, Couplet determinou a relação entre a espessura mínima e o raio para o arco circular submetido ao seu próprio peso. Segundo Couplet a relação espessura/raio é  $t/R = 0.101$ .

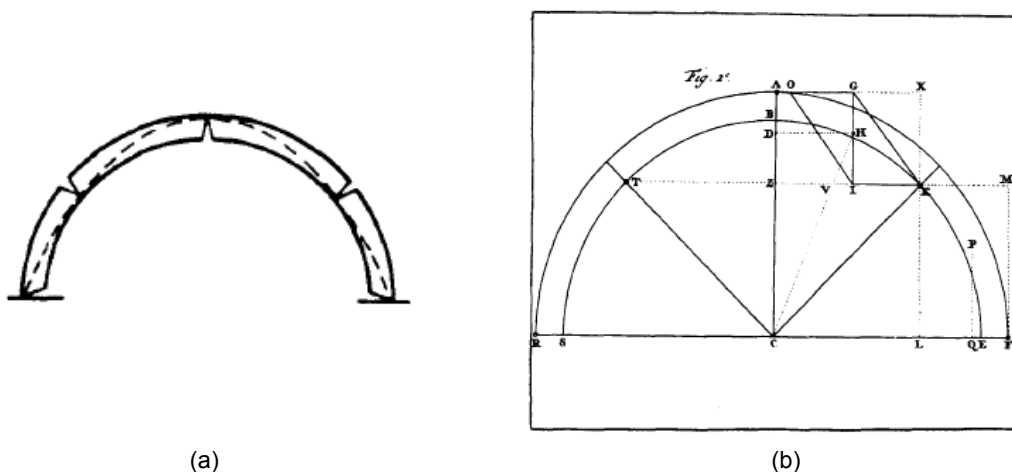


Figura 2.17 – (a) Mecanismo de colapso considerado por Couplet [9] e (b) metodologia gráfica para análise do equilíbrio [18]

A ideia de que um arco de alvenaria deve possuir uma espessura mínima para ser estável é antiga, tornando-se um problema clássico das estruturas arqueadas de alvenaria. Couplet estudou também o

arco abatido com ângulo de abertura de  $120^\circ$ , obtendo para este a relação  $t/R=0.0195 \approx 1/50$ , ou seja, o arco abatido podia ser cinco vezes mais fino que o arco circular [1]. Outros autores debruçaram-se sobre o mesmo assunto, nomeadamente: Rondelet (1802), Pétit (1835), Méry (1840), Milankovitch (1907), Heyman (1969), entre outros. Na tabela que se segue apresentam-se os vários resultados, evidenciando-se a proximidade das soluções.

Tabela 2.1 – Soluções para a espessura mínima de um arco circular [1, 18, 19]

	<b>Relação t/R</b>	<b><math>\beta</math>, em graus</b>
Couplet (1730)	0.1010	45.0
Rondelet (1802)	0.1053	-
Pétit (1835)	0.1078	-
Milankovitch (1907)	0.1075	54.5
Heyman (1969)	0.1060	58.9
Ochsendorf (2002)	0.1075	54.5

Nota:  $\beta$  corresponde ao ângulo medido na vertical até a junta crítica na qual se forma a charneira.

Em 1732, Augustin Danyzy viria a confirmar o trabalho de Couplet através de ensaios sobre pequenos modelos com aduelas de gesso, que serviram para demonstrar que o mecanismo de colapso de arcos estava associado à formação de rótulas e não ao deslizamento, contrariamente aos estudos de Philippe de La Hire [10]. Contudo foram precisos quarenta anos para que Coulomb desenvolvesse a teoria sobre a formação daqueles mecanismos.

Apesar de tudo, foi Poleni na primeira metade do século XVIII, que aplicou pela primeira vez a mecânica estrutural na resolução de um problema real. Devido à fendilhação que se observava na Cúpula da Basílica de S. Pedro em Roma e questionada a sua segurança, Poleni realizou um estudo no qual aplicou o princípio definido por David Gregory da analogia entre o arco e a catenária. Dada a fendilhação meridional que se observava na cúpula (Figura 2.18a), este dividiu-a em cinquenta fatias (lúnulas) e analisou a estabilidade de um arco equivalente constituído por duas fatias diametralmente oposta (Figura 2.18c).

Por sua vez, dividiu as lúnulas em dezasseis sectores para estimar qual o diâmetro das esferas a aplicar no perfil da catenária de modo a estas representarem o peso dos sectores das lúnulas. Deste modo, concluiu que era possível inscrever na secção do arco em análise um perfil de catenária, assegurando deste modo que apesar da elevada fissuração a cúpula era estável, tendo proposto que a intervenção passasse pelo refecimento das fendas e a colocação de anéis de correntes de aço em torno da cúpula a vários níveis de altura [9]. Desta forma, sem saber, Poleni tinha aplicado o teorema estático da análise limite aplicado às estruturas de alvenaria pela primeira vez por Heyman nos anos 70 do século XX.

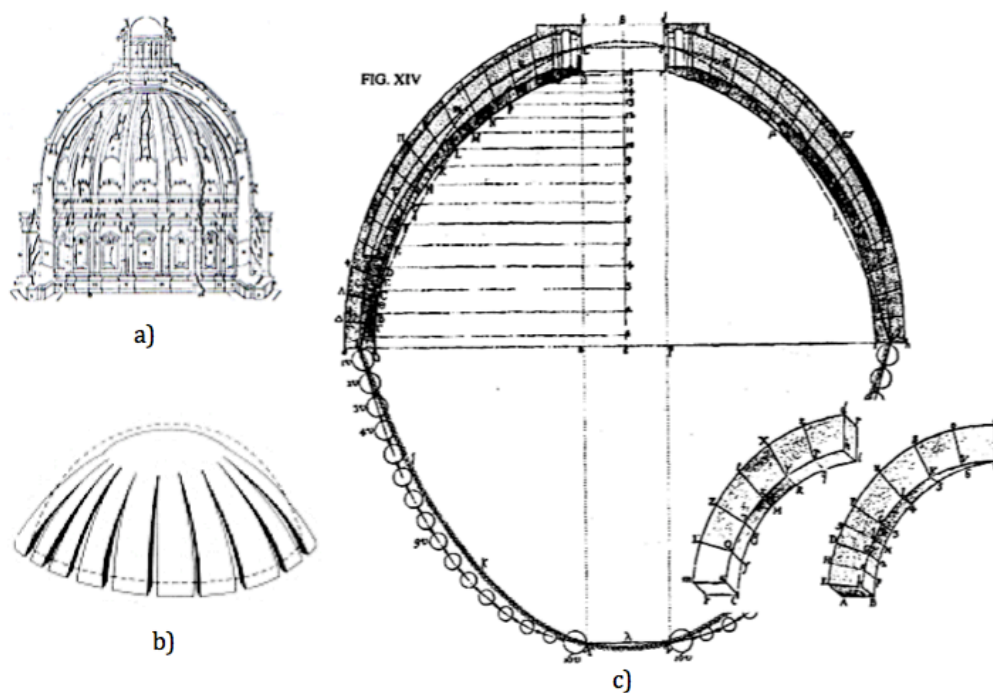


Figura 2.18 – Estudos de Poleni (1748) para a análise da estabilidade da cúpula da Basílica de S. Pedro em Roma: a) Padrão de fissuração [10] b) Mecanismo de colapso [1] e c) Lúnulas e arco equivalente com a sobreposição da catenária invertida [9].

Em 1773, Coulomb ignorando as contribuições de Couplet, Danyzy e Poleni, começou praticamente de novo o estudo do arco, estabelecendo, de forma pragmática, que o único processo de geração do mecanismo de colapso de arcos era a formação de rótulas, uma vez que o atrito das juntas entre aduelas era bastante alto evitando os escorregamentos. Coulomb, concluiu também, que o impulso transmitido entre aduelas não teria de ser necessariamente perpendicular à junta, como admitia La Hire, mas que apenas tinha de estar contido na espessura do arco [9].

Não conseguindo identificar a localização exacta para as rótulas, Coulomb analisou vários mecanismos de colapso e identificou a localização mais desfavorável das juntas críticas, tendo concluído que tanto o impulso como a espessura mínima admissível são parâmetros relativamente insensíveis à localização precisa dessas juntas.

Até finais do século XVIII, os restantes estudos, entre eles os de Lorenzo Mascheroni (1750-1800) e Giuseppe Venturoli (1768-1844), viriam a debruçar-se sobre a análise de arcos já dimensionados, não resultando quaisquer regras de dimensionamento. Na verdade, estes estudos pouco influenciaram as metodologias de dimensionamento dos projectistas e construtores, que continuaram a construir obedecendo às regras empíricas de fácil aplicação, baseadas na semelhança e proporções geométricas, assim como na intuição. Salienta-se, ainda, no que se refere ao dimensionamento de abóbadas e cúpulas, que todas as abordagens até aqui não tinham em consideração o comportamento tridimensional destas estruturas, resultando o seu estudo na aplicação de técnicas usadas para o arco.

Dos finais do século XVIII, salienta-se ainda a realização dos primeiros ensaios sobre os materiais com o objectivo de detectar as suas propriedades mecânicas. Perrot e Soufflot foram os primeiros a realizar ensaios sistemáticos cujos resultados foram compilados por Gauthey, em 1774. Deste trabalho,

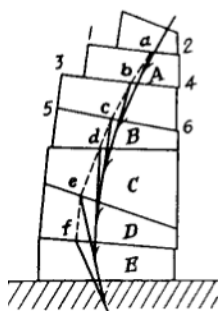
salienta-se o facto do tamanho da amostra influenciar os valores da carga de rotura do material, assim como as condições de higroscopicidade das unidades. Além disso, outros dos critérios que influenciavam eram a espessura das juntas e o material de enchimento, sendo que é sabido que o aumento da espessura das juntas diminuí a resistência do arco. Dos resultados, destaca-se a elevada resistência da alvenaria à compressão e a baixa resistência à tracção (entre 1/10 e 1/20 da resistência à compressão) [1].

### 2.3.4. Do século XIX à Actualidade

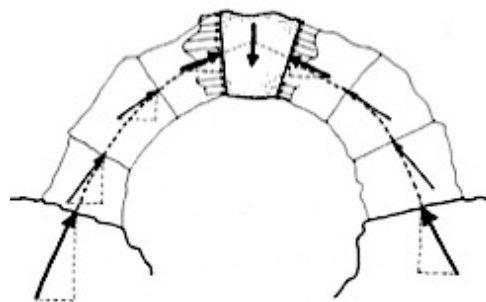
No início do século XIX constatou-se que o estudo das estruturas arqueadas ainda era incipiente, não se tendo a certeza quanto ao mecanismo de colapso destas estruturas, embora a experiência mostrasse que, para condições normais de atrito nas juntas, o mecanismo estivesse associado à formação de charneiras de rotação. Por outro lado, o comportamento do arco em condições normais longe da rotura ainda não tinha sido abordado, dado o seu carácter hiperestático e a dificuldade associada ao levantamento da indeterminação estática, assim como o comportamento quando submetido a cargas concentradas.

Deste modo, neste período assistiu-se a uma mudança na abordagem do estudo dos arcos. Enquanto que até ao século XIX o estudo centrou-se na análise do arco nas condições de rotura, a partir do século XIX, fruto do desenvolvimento da mecânica estrutural associado à teoria das vigas, adoptou-se a teoria da elasticidade no estudo das estruturas arqueadas. Os primeiros contributos foram os de Claude Navier, em 1823, que definiu o conceito de núcleo central [9].

Da primeira metade do século XIX, salientam-se as inovações apresentadas por Moseley (na Inglaterra), Méry (em França) e Franz Gerstner (na Alemanha), que de forma independente entre 1830 e 1840 formularam o conceito de “*Linha de Pressões*” como sendo o lugar geométrico das consecutivas intersecções das resultantes das pressões actuantes em cada junta. Paralelamente, surgiu o conceito de “*Linha de Resistência*” que corresponde ao polígono que une o centro de pressões de cada junta (Figura 2.19a).



(a) Linha de pressões (A-B-C-D-E) e linha de resistência (a-b-c-d-e-f) [1]



(b) Linha de pressões de um arco [2]

Figura 2.19 – Conceitos de linha de pressões e linha de resistência

Várias abordagens foram desenvolvidas por estes autores, que embora distintas, contribuíam para a compreensão do mecanismo resistente dos arcos e para o início da aplicação da teoria elástica às

estruturas arqueadas. De facto, Moseley afirmou em 1843, que para um arco se manter em equilíbrio é porque a linha de resistência estava contida na sua espessura e, que havendo infinitas possibilidades para a sua localização, a “verdadeira” linha de resistência era a que correspondia ao impulso mínimo (Figura 2.20) [9].

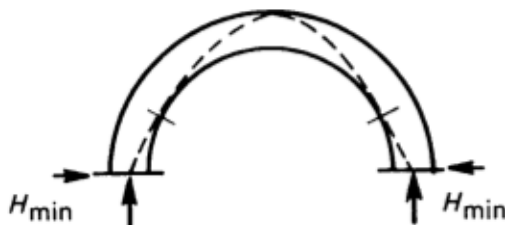


Figura 2.20 – Linha de resistência “verdadeira”, segundo Moseley, correspondente ao impulso mínimo [9]

Já Méry, desenvolveu uma metodologia gráfica de fácil utilização (Figura 2.21), cujo princípio de funcionamento era a linha de pressões estar contida no núcleo central da secção do arco e, deste modo, o arco funcionar totalmente à compressão já que se admitia que a resistência do material à compressão era suficientemente elevada para não causar problemas de rotura por esmagamento, sendo a resistência à tracção nula [10].

Segundo Méry, a situação limite para a formação do mecanismo de colapso era aquela em que a linha de pressões era tangente ao ponto superior do núcleo central na secção do fecho do arco e ao ponto inferior do núcleo central na secção em “rotura” nos rins do arco. Para este autor, o ângulo vertical que definia a junta crítica nos rins do arco era de  $60^\circ$  que, comparando com a solução exacta de  $54.5^\circ$  (ver Tabela 2.1), era uma boa aproximação.

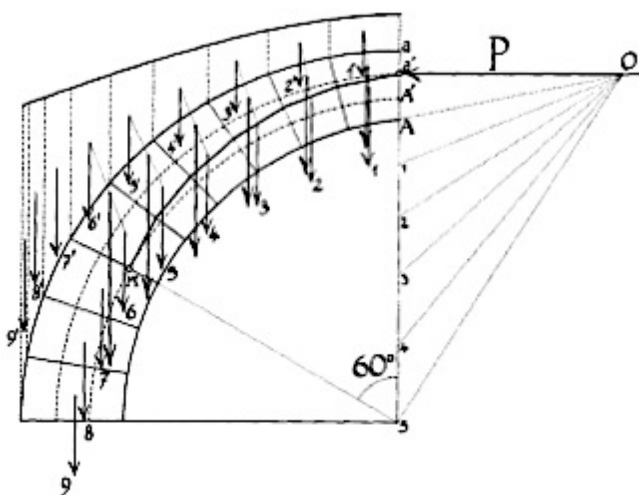


Figura 2.21 – Método gráfico de Méry [9]

Contudo, no final da primeira parte do século XIX a questão relacionada com a determinação da solução exacta do arco e, conseqüentemente, das leis físicas que tinham de ser aplicadas para levantar a indeterminação estática deste problema ainda se mantinham. Deste modo, Poncelet (1852), consciente disso, sugeriu a aplicação da teoria da elasticidade a arcos de alvenaria para obter a solução “única”, o que foi contestado por alguns engenheiros devido ao carácter heterogéneo e

anisotrópico da alvenaria e ao facto da teoria da elasticidade ser aplicada a materiais com comportamento elástico (uniforme e isotrópico). Apesar disso, em 1860 Saavedra e, mais tarde, Castigliano (1879) levaram a cabo algumas análises elásticas aplicadas a arcos de pontes em alvenaria [2].

A análise elástica aplicada a estruturas de alvenaria viria a ser profundamente utilizada por Winkler, em 1879, que aplicando o princípio dos trabalhos virtuais (PTV) ao arco de alvenaria, afirmou que a “verdadeira” linha de pressões era aquela que se afastava, em média, o menos possível do eixo do arco [18]. Dos seus estudos, salienta-se ainda a introdução do conceito de “perturbações” que afectavam a posição da linha de pressões, sendo esta muito sensível: (i) às deformações do cimbres durante a construção; (ii) aos movimentos dos pés-direitos e (iii) às variações de temperatura. Winkler sabia que estas “perturbações” eram a origem de fendas que alteravam substancialmente a posição da linha de pressões em relação à calculada pela teoria elástica [2].

Em 1883, Antoni Gaudí iniciou a construção da Igreja da Sagrada Família em Barcelona, tendo adoptado ainda as metodologias antigas, nomeadamente a analogia entre a catenária e o arco para a concepção de cúpulas. Facto que comprova que até ao final do século XIX a teoria da mecânica estrutural ainda era difícil de aplicar a estruturas complexas, como abóbadas e cúpulas [9].

No final do século XIX e início do século XX, alguns autores como Howe (1897), Rankine (1898) e Thompson (1900), salientaram a importância do efeito favorável do enchimento no extradorso para a estabilidade global da estrutura, defendendo que o vão efectivo deveria ser diminuído e apenas a porção do arco acima do enchimento deveria ser tratada como arco real [9].

Também de finais do século XIX, destaca-se o trabalho de Rafael Guastavino (1842-1908) no âmbito das abóbadas de tijolo. Guastavino foi um arquitecto e construtor que nasceu em Valência e formou-se em Barcelona, tendo depois emigrado para os Estados Unidos em 1881. Lá desenvolveu importantes obras em abóbadas de tijolo tendo formulado uma teoria para explicar o seu funcionamento denominada “*sistema coesivo*”. Por este facto, apresenta-se como um dos autores mais importantes para o estudo das abóbadas do tipo *abobadilha*, tendo publicado em 1893 a obra “*Essay on the history and Theory of Cohesive Construction Applied Especially to the Timbrel Vault*” [20].

Face aos desenvolvimentos, no início do século XX, os conceitos fundamentais sobre arcos estavam amplamente divulgados, destacando-se os conceitos de linhas de pressão e resistência. No entanto, à imagem de Antoni Gaudí, os projectistas faziam o pré-dimensionamento das estruturas arqueadas usando as regras geométricas e empíricas e, posteriormente, aplicavam os conceitos da mecânica estrutural para verificar a sua estabilidade.

Do início do século XX, destaca-se o trabalho de Pippard que, no seguimento das conclusões de Winkler sobre as “perturbações” que afectavam o comportamento elástico dos arcos, concluiu que, havendo na realidade imperfeições, o arco inicialmente hiperestático funcionava como isostático [9].

Face à impossibilidade de determinar a linha de pressões “verdadeira” de um arco real, uma vez que esta é muito sensível às perturbações que o arco sofre durante a sua vida útil, e sendo impossível prever em que estado se encontra um arco construído, abandonou-se a ideia de determinar a solução

elástica (solução única e exacta) deste problema, surgindo a aplicação da análise limite a estruturas arqueadas de alvenaria [2].

Jacques Heyman na sua investigação, iniciada em 1966 e que prossegue até aos dias de hoje, dedicou-se ao estudo das estruturas de alvenaria mais importantes salientando-se os arcos, arcobotantes, abóbadas e cúpulas, torres e escadas [9]. Heyman, não só sistematizou a informação da teoria de abóbadas dos séculos XVIII e XIX, como propôs métodos de análise de estruturas tridimensionais, cujo princípio era a redução do problema tridimensional a simples análises bidimensionais de arcos.

Segundo Heyman, apesar da impossibilidade de determinar a real linha de pressões de um arco, é possível estabelecer as condições limite para a sua posição, que neste caso correspondem ao máximo e mínimo impulso horizontal nos arranques [17]. Como situações limite, correspondem simultaneamente ao mecanismo de colapso do arco, que se baseia na formação de quatro rótulas plásticas, dado o arco ser uma estrutura triplamente hiperestática, ver Figura 2.22.

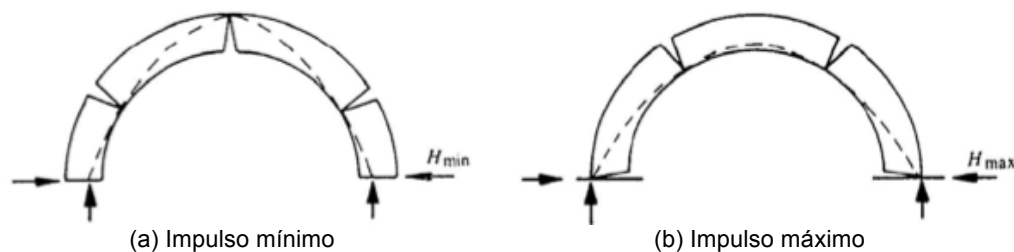


Figura 2.22 – Configuração das linhas de pressão para os impulsos mínimo e máximo [17]

Heyman, para aplicar a teoria da análise limite às estruturas de alvenaria, considerou as seguintes hipóteses [9, 19]:

1. Os elementos apresentam resistência à tracção nula;
2. A resistência à compressão da alvenaria é ilimitada;
3. Não existe deslizamento nas aduelas.

A primeira hipótese é conservativa e deve-se à baixa resistência à tracção da alvenaria. Já a segunda hipótese, embora contra a segurança, assume-se porque o nível de tensões de compressão instaladas na alvenaria são reduzidas quando comparadas com a resistência do material<sup>2</sup>. A última hipótese é geralmente verdade uma vez que os coeficientes de atrito das juntas entre aduelas são tão altos que, embora sejam pequenas as tensões de compressão instaladas, o deslizamento não ocorre [1].

Excluindo a apresentação exhaustiva dos três teoremas da análise limite (teorema estático, cinemático e o teorema da unicidade), apresenta-se a aplicação do teorema estático por Heyman à análise de arcos de alvenaria. Segundo este teorema, “se for possível encontrar um estado de tensão em equilíbrio com as solicitações exteriores e que simultaneamente verifique o critério de resistência em todas as secções, então a estrutura não colapsará sob a acção dessas solicitações” [9]. O que corresponde a

<sup>2</sup> Segundo Heyman [17], em estruturas de alvenaria como o problema é a estabilidade e não a resistência, o seu dimensionamento conduz a espessuras generosas, o que faz com que as tensões de compressão sejam da ordem de 1/10 das tensões de esmagamento do material.

achar uma linha de pressões em equilíbrio com o carregamento do arco e verificar se esta se encontra contida na sua espessura. A importância da aplicação deste princípio reside no facto do estado de equilíbrio a analisar não necessitar de ser o real, bastando apenas ser um possível, daí validar-se as teorias desenvolvidas por Poleni e outros autores dos séculos XVIII e XIX [9].

A Heyman deve-se também o conceito denominado “*Factor de Segurança Geométrico*”, definido como o quociente entre a espessura real do arco e a espessura mínima admissível que este terá de ter para ser estável face ao carregamento aplicado [21]. Este conceito é aplicado na avaliação da estabilidade de um arco ou abóbada existente e no dimensionamento plástico de novas estruturas curvas, através dos procedimentos gráficos que se descrevem em Mateus [16]. No entanto, importa salientar que este conceito não é comparável com a noção habitual de coeficientes de segurança associado à metodologia de dimensionamento corrente [10].

Além disso, Heyman estudou o comportamento do arco submetido à acção do peso próprio e de uma carga concentrada variável  $P$ , verificando que o mecanismo de colapso é formado por quatro articulações correspondentes às secções onde a linha de pressões (representada a encarnado) toca os limites da espessura do arco. Este verificou ainda, que a intensidade da carga  $P$  que provoca o colapso do arco depende do seu ponto de aplicação, da relação vão-altura do arco e da intensidade das cargas permanentes. Assim, concluiu que em arcos abatidos a carga de colapso é maior que em arcos circulares, sendo que para ambos os casos a localização da carga mais desfavorável corresponde ao intervalo entre  $1/3$  a  $1/4$  do apoio. Em relação à influência das cargas permanentes, Heyman destaca que quanto maior for a intensidade da carga permanente que actua no arco, maior é a carga de colapso  $P$ . Na verdade, esta última conclusão é a razão para que a generalidade das estruturas arqueadas de alvenaria apresentem um carregamento no extradorso, o que não é excepção no caso da técnica de construção de abóbadas e *abobadilhas*.

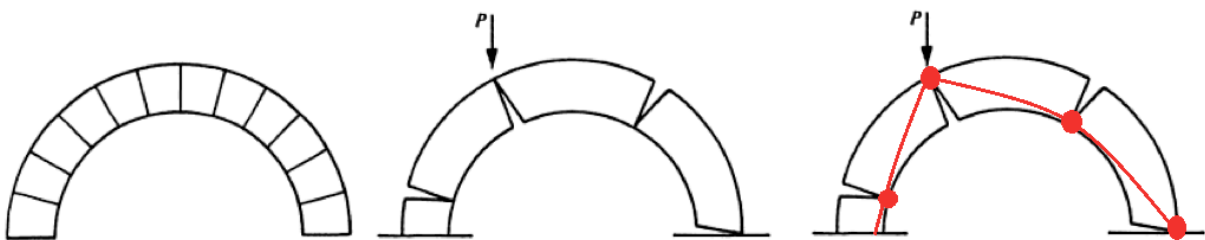


Figura 2.23 – Mecanismo de colapso de um arco submetido a uma carga pontual [17]

Mais recentemente, em 1982, Robert Mark utilizou métodos de foto-elasticidade que permitiram identificar as zonas de concentração de tensões e, conseqüentemente, avaliar o comportamento estrutural de vários elementos de alvenaria [9].

Em 1999, O'Dwyer propôs a extensão do conceito da “*Linha de Pressões*” ao conceito de “*Superfície de Pressões*” para a análise de estruturas tridimensionais, destacando-se ainda a possibilidade de dividir estas estruturas em elementos bidimensionais segundo os planos das fissuras, defendendo o método usado por Poleni para verificar a segurança da cúpula da Basílica de São Pedro em Roma [22].

Mais recentemente, em 2000, Pierre Smars estudou a estabilidade de arcos e abóbadas face aos deslocamentos dos seus pés-direitos, propondo um novo conceito para avaliar o nível de segurança de estruturas arqueadas, designado "*Kinematic factor*", o qual se baseia no incremento de vão que causa o seu colapso. Contudo, não considerou a possibilidade de alteração das juntas críticas com os deslocamentos dos apoios [23].

Em 2002, Ochsendorf retomou o estudo de Smars desenvolvendo uma aplicação em MATLAB que calcula alguns parâmetros relativos ao mecanismo de colapso de arcos devido ao movimento dos seus apoios. Este confirmou que o mecanismo de colapso de um arco circular devido ao afastamento dos apoios corresponde à formação de cinco rótulas plásticas, sendo a sua localização função da espessura e do ângulo de abertura do arco. Além disso, afirma também que em arcos com espessura elevada e ângulos de abertura pequenos, o mecanismo de colapso pode ter apenas três rótulas. Verificou ainda, que para arcos abatidos (ângulos de abertura inferiores a  $180^\circ$ ) com relação  $t/R$  igual, as rótulas no colapso têm tendência a deslocar-se para o fecho, tanto mais quanto menor o ângulo de abertura [19].

Hoje em dia novas estratégias de análise surgiram e, graças ao desenvolvimento dos meios computacionais e dos ensaios de caracterização dos materiais (que permitiram definir as suas leis constitutivas), é possível aplicar o Método dos Elementos Finitos (MEF) no estudo das estruturas de alvenaria. Não obstante este facto, devido às características não lineares do comportamento mecânico deste material compósito, é necessário adoptar análises que combinem as diferentes manifestações de não linearidade (quer física, como geométrica) [24].

Deste modo, quando se pretende uma análise simplificada, a análise limite assume-se como uma opção útil tendo como vantagem o facto de não necessitar da caracterização rigorosa dos materiais, mas apenas dos seus valores limites de resistência.

Por último, paralelamente aos elementos finitos, o Método dos Elementos Discretos começou a ser usado na modelação de estruturas de alvenaria. Este método tem a vantagem de permitir grandes deslocamentos e rotações entre os vários corpos (inclusivé a sua separação), diferindo das modelações não-lineares dos elementos finitos por actualizar o posicionamento dos contactos entre elementos discretos ao longo da análise [9]. Face a estas características, este será o método aplicado na análise numérica do comportamento das *abobadilhas alentejanas* que se apresenta no capítulo 4.

## **2.4. Conclusões do capítulo**

Os arcos e as restantes estruturas arqueadas (abóbadas e cúpulas) têm vindo a suscitar, desde o seu aparecimento até aos dias de hoje, o interesse de vários autores. Porém, actualmente ainda persistem dúvidas quanto ao funcionamento estrutural e quanto aos métodos a adoptar para verificar a segurança das mais complexas. Daí que o Eurocódigo 6 [25], referente ao projecto de estruturas de alvenaria, ainda não contemple nenhuma indicação relativa a este tipo de estruturas.

Apesar disso, salienta-se o facto dos construtores da Idade Média e do Período Gótico terem sido capazes de erguer grandiosas estruturas, a maior parte delas ainda em funcionamento, aplicando

regras empíricas baseadas unicamente em proporções geométricas e na sua intuição. Regras estas que se prolongaram até ao início do século XX.

Contudo, face ao desenvolvimento da mecânica estrutural a partir do século XVII, vários métodos de análise e dimensionamento foram surgindo com o objectivo de substituir o “*cálculo tradicional*” (baseado em regras geométricas) pelo “*cálculo científico*”. Deste modo, uma vasta gama de teorias foi desenvolvida centrada em dois grandes temas: mecanismos de colapso (comportamento na rotura) e conceito de linha de pressões (comportamento em condições de equilíbrio). Em relação aos mecanismos de colapso duas abordagens surgiram: o mecanismo de escorregamento defendido por La Hire (1695) e Belidor (1729) e o mecanismo de rotação proposto por Couplet (1730). No que se refere à linha de pressões, vários autores concluíram que o equilíbrio e a estabilidade de um arco está assegurada se for possível inscrever na sua espessura uma linha de pressões em equilíbrio com as solicitações exteriores.

Mais recentemente, no final da primeira parte do século XX, surgiu a aplicação da teoria da análise limite ao estudo da estabilidade das estruturas arqueadas, destacando-se os trabalhos de Heyman. A análise limite assume-se, hoje em dia, como uma estratégia de análise muito útil devido essencialmente à sua simplicidade.

Face aos desenvolvimentos computacionais, outras possibilidades surgiram sendo aplicados actualmente tanto o Método dos Elementos Finitos, como o Método dos Elementos Discretos na modelação de estruturas de alvenaria. Contudo, devido às características não lineares do comportamento da alvenaria, decorrentes da sua fraca resistência à tracção, da sua limitada resistência ao corte e da existência de descontinuidades entre elementos, a formulação dos elementos discretos, inicialmente desenvolvida para a mecânica das rochas, tem vindo a demonstrar-se muito adequada para a modelação comportamental deste tipo de estruturas.

Porém, importa salientar que são necessários estudos de caracterização dos materiais e de calibração dos modelos numéricos, a fim de analisar com rigor a segurança das construções em alvenaria. Tarefa que se torna difícil, principalmente no que respeita à caracterização dos materiais, dada à indisponibilidade de resultados experimentais que caracterizem os vários parâmetros.



## CAPÍTULO 3 – ABÓBADAS E ABOBADILHAS DE TIJOLO: AS ABOBADILHAS ALENTEJANAS

### 3.1. Introdução

As abóbadas são estruturas tridimensionais com desenvolvimento curvilíneo que tiveram outrora ampla utilização como suporte de pavimentos elevados de edifícios, quer monumentais quer utilitários, e ainda como coberturas em galerias e aquedutos [26]. A maior parte destas estruturas foram construídas em alvenaria de pedra ou tijolo, sendo o tijolo o material mais usado e aquele que ainda se usa actualmente.

Os primeiros tijolos empregues na construção destas estruturas terão sido semelhantes aos blocos de adobe, os quais eram manufacturados com terra argilosa misturada com água e secos ao sol. A sua ampla utilização face à pedra, principalmente nas regiões secas e temperadas, resultou da disponibilidade da matéria-prima no local da construção e do reduzido nível tecnológico requerido para o seu fabrico.

A *abobadilha* (em português), *bóveda tabicada* (em espanhol), *voûte à la Roussillon* (em francês) ou a *la volterrana* (em italiano), é um caso particular de abóbadas, nas quais os elementos cerâmicos são colocados ao baixo, isto é, com a sua maior dimensão segundo a superfície da abóbada, em oposição às abóbadas correntes, em que os elementos cerâmicos são colocados ao cutelo, ou seja, com a sua maior dimensão normal ao desenvolvimento da superfície arqueada.

Dada a pouca informação sobre a técnica portuguesa e, por outro lado, à existência de alguma documentação sobre as variantes construídas em Espanha, neste capítulo apresenta-se a origem e evolução histórica desta técnica de uma forma genérica na Península Ibérica, uma vez que as variantes espanholas sendo semelhantes à portuguesa, supõem-se que tenham surgido na mesma altura.

Este capítulo debruça-se em particular à *abobadilha alentejana*, apresentando-se as várias tipologias, quanto à geometria e forma, os materiais utilizados e os detalhes relativos ao seu processo construtivo, estabelecendo-se, quando oportuno, o paralelismo com as variantes espanholas. Do ponto de vista do dimensionamento, salientam-se as regras tradicionais usadas pelos mestres-pedreiros para erguer estas estruturas e destacam-se alguns elementos importantes no seu funcionamento estrutural.

### 3.2. Origem das *Abobadilhas* de Tijolo

Os Babilónios e os Egípcios foram os primeiros a dominar a manufatura dos tijolos e foram também os primeiros a construir as abóbadas com este material. Como referido no parágrafo 2.2.1, as primeiras abóbadas de tijolo terão sido abóbadas de berço, sendo que os Babilónios utilizavam a técnica de construção dos leitos inclinados, enquanto os Egípcios usavam uma técnica já muito semelhante à actual.

Tebas é uma cidade do antigo Egipto, situada junto à margem do rio Nilo, da qual se destacam as abóbadas de berço (aparentemente de secção elíptica ou catenária) compostas por quatro camadas de tijolo sobrepostas, ver Figura 3.1. Estima-se que estas sejam os exemplos mais antigos de abóbadas de tijolo ainda existentes, apesar de parte delas já se encontrarem em ruínas.



Figura 3.1 – Abóbadas de berço da cidade de Tebas, Egipto (1289-1222 a.C.) [27]

Quanto à disseminação das abóbadas do tipo *abobadilha* existem diferentes opiniões, não havendo ainda consenso. Assim, alguns autores atribuem a sua origem à técnica romana que a usava como cofragem para a execução de abóbadas de betão, enquanto outros defendem a sua génese na cultura construtiva popular medieval, existindo ainda um terceiro grupo que identifica a influência islâmica na sua implantação [15]. Esta última hipótese está de acordo com o facto das mais antigas aplicações desta técnica em território nacional e em Espanha, serem aparentemente contemporâneas da presença muçulmana na Península Ibérica.

De acordo com Auguste Choisy [28], a hipótese da origem da *abobadilha* estar relacionada com a “cofragem” das abóbadas romanas da época imperial é a mais coerente. Segundo este autor, o uso destas estruturas auxiliares em tijolo trazia notórias vantagens. Primeiro, servia de cofragem contínua e homogéneo ao betão e, em segundo, permitia o uso de cimbres menos resistentes ainda que o peso do betão fosse considerável, dado que a camada de tijolo funcionava como suporte aliviando as solicitações transmitidas ao cimbra de madeira. Nas situações em que o vão era maior, usavam-se duas camadas de tijolos, tendo os primeiros dimensões de aproximadamente 60x60x7cm e os segundos 20x20x7cm. Por vezes, usavam-se ainda tijolos ao cutelo para melhorar a aderência entre as camadas de tijolo e a lâmina de betão superior (Figura 3.2) [29].

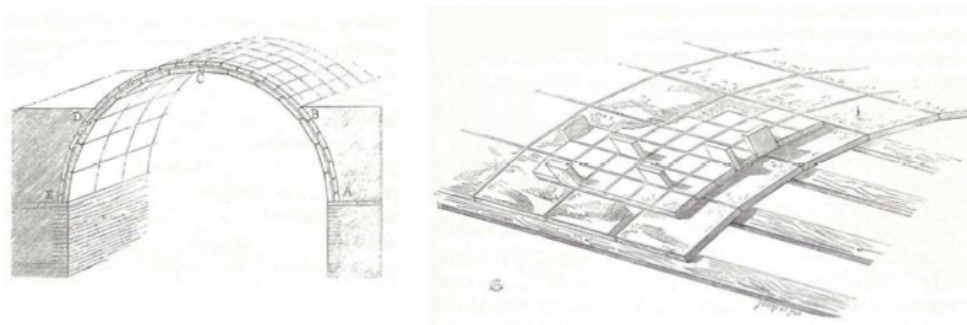


Figura 3.2 – Desenhos de Choisy sobre a técnica romana de construção de abóbadas usando a *abobadilha* como cofragem [29].

Não obstante o facto dos Romanos já utilizarem os tijolos ao baixo e estes serem ligados através de uma argamassa à base de cal e gesso, não se pode atribuir-lhes a origem da técnica construtiva de *abobadilhas*. Efectivamente, existe uma terceira característica, típica destas estruturas, que estes, aparentemente, nunca desenvolveram – a construção sem cimbra. A técnica de construção de *abobadilhas* apresenta as seguintes características:

- Colocação do tijolo ao baixo;
- Utilização de uma argamassa à base de cal e gesso para se assegurar uma presa rápida;
- Uso de um processo construtivo sem cimbra;

sendo que os Romanos apenas tinham em conta as duas primeiras, pois no seu período os tijolos tinham dimensões demasiado grandes para dispensarem o uso de cimbra. Esta técnica foi muito usada em Itália donde evoluiu a designada *volte a la volterrana* (também apelidada de *volte a foglio*), que, embora muito similar à *abobadilha* e à *bóveda tabicada*, difere destas essencialmente no facto de ser construída com cimbra fruto do processo construtivo dos Romanos. Desta forma, contrariamente ao que Choisy afirmou, não se pode atribuir a técnica de execução deste tipo particular de abóbadas aos Romanos.

Julga-se que as *abobadilhas* resultaram de uma combinação de técnicas tradicionais de vários povos, entre eles os Bizantinos, mestres na construção sem cimbra [15] e os Árabes que possivelmente as implementaram na Península Ibérica, sendo o clima desta região o principal factor que contribui para o seu sucesso. Segundo Zaragoza a notória influência árabe no aparecimento desta técnica em Portugal e Espanha atesta-se pelo facto das mais antigas presenças deste tipo de estruturas datarem dos finais do século XII e inícios do século XIII [30].

Em Portugal, fruto do uso generalizado nas regiões do Alentejo e Algarve, são vulgarmente designadas por *abobadilhas alentejanas*, as quais são análogas às *bóvedas tabicadas* de Espanha, cuja aplicação se centra nas regiões de Valência, Estremadura, Andaluzia e Catalunha, havendo, no entanto, outros exemplos espalhados pelo resto do país. No entanto, há uma ligeira diferença entre elas que tem a haver com a quantidade de documentos escritos sobre cada uma, sendo que hoje em dia existe uma vasta gama de documentos sobre as *bóvedas tabicadas* e muito pouco sobre as *abobadilhas alentejanas*. Contudo, do ponto de vista estrutural, quer em Espanha como em Portugal ainda são poucos os desenvolvimentos sobre este sistema construtivo.

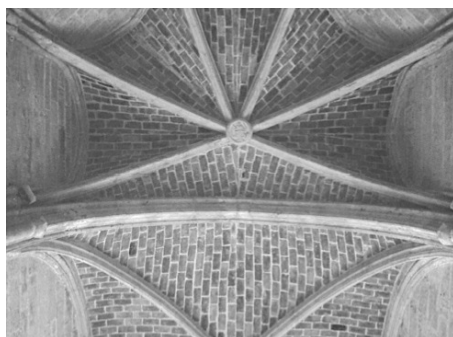
Embora não exista nenhum dado que indique que as primeiras *abobadilhas* se construíram na Península Ibérica, é consensual que nesta região se alcançou um grande desenvolvimento desde o seu aparecimento, na Idade Média, até à actualidade.

### 3.3. Evolução ao Longo do Tempo

Datar o nascimento das *abobadilhas* não é tarefa fácil, tal como a descrição da sua evolução histórica devido, por um lado, à ausência de documentos escritos relativos a estes elementos e, por outro, à escassez das provas arqueológicas.

Deste modo, apesar de se encontrarem vestígios desta técnica que remontam aos finais do século XII e inícios do século XIII, Philippe Araguas fixa o nascimento da *abobadilha* no ano de 1328, com base num documento do rei D. Pedro de Aragão, onde se descreve a invenção como “...*una manera de trabajar con el yeso y el ladrillo más provechosa, más ligera y de poco peso*” [31].

Inicialmente esta técnica foi amplamente utilizada em Valência, ao longo dos séculos XIV e XV, sendo nos primórdios aplicada no preenchimento dos espaços entre nervuras de pedra das abóbadas góticas, evoluindo depois até culminar nas abóbadas de aresta características da idade moderna. Na Figura 3.3a, apresenta-se aquele que se supõe ser o primeiro trabalho onde se recorreu à *abobadilha* para fechar os espaços entre nervuras de pedra de uma abóbada, em 1382; e na Figura 3.3b o tecto da capela da rainha María, anexa ao claustro do convento da Trindad em Valência, todo ele executado com tijolo ao baixo, sendo este um exemplo de *abobadilha* de aresta [29, 32].



(a) Convento de Santo Domingo de Valencia [32]



(b) Capela da rainha María no convento da Trindad de Valencia [32]

Figura 3.3 – Aplicação da *abobadilha* durante a idade média

Analisando a Figura 3.3, é possível verificar o desenvolvimento desta técnica, que no decurso de dois séculos, passou de uma forma de preenchimento dos espaços entre nervuras para uma solução 100% estrutural. Importa referir que a transição de uma solução para a outra, foi gradual, existindo também referências bibliográficas a um outro tipo de abóbadas muito utilizadas na idade média, designadas por *bóvedas de crucería*. Este tipo de abóbadas terá tido uma extensa aplicação a partir do século XVI.

Em termos estruturais e arquitectónicos, as abóbadas de cruzaria eram muito semelhantes às *abóbadas* de aresta desenvolvidas pelos Romanos. Em muitas destas, os arcos diagonais, ainda que invisíveis por se encontrarem dentro da casca da abóbada, eram executados em pedra ou em tijolo,

funcionando como nervuras que recebiam a maior parte das cargas aliviando a casca construída em *abobadilha* [30].

Nos séculos XVI e XVII assistiu-se a uma generalização do sistema construtivo e estrutural das *abobadilhas*, as quais eram valorizadas pela sua facilidade de construção, elevada resistência e, sobretudo, pelo seu menor peso próprio e, conseqüentemente, menor impulso. Desta forma, estimulado pela crescente utilização desta técnica, o arquitecto e mestre-de-obras espanhol Fray Lorenzo de San Nicolas, publicou em Madrid, no ano de 1639, o tratado "*Arte y Uso de Arquitectura*" no qual dedica grande parte à descrição aprofundada desta técnica.

Neste tratado, Fray Lorenzo descreve para além dos tipos fundamentais de *abobadilha* (berço, arestas e engras)<sup>3</sup>, o seu processo de execução do qual se salienta a necessidade de aplicar um enchimento no extradorso da *abobadilha*, cuja altura deveria ser de aproximadamente um terço da flecha, e a conveniência da primeira fiada de tijolo encastrar na parede limítrofe através da abertura de roços ao longo do perímetro das nascenças da *abobadilha*. Além disso, estabelece as espessuras mínimas para os pés-direitos em função do vão da *abobadilha* [33].

Apesar de no tratado de Fray Lorenzo apenas se fazer referência à necessidade do enchimento do extradorso, Zaragoza [30] afirma que o funcionamento estrutural deste tipo de abóbadas só é possível graças à introdução de novos elementos, entre os quais, o enchimento descrito por Fray Lorenzo, mas salienta sobretudo a importância do "*carrego*"<sup>4</sup> o qual melhora substancialmente o seu comportamento face a solicitações assimétricas (caso de cargas pontuais e de "faca").

Como referido, esta técnica desenvolveu-se também na região da Catalunha atingindo o expoente máximo no século XVI. Nas *abobadilhas* típicas da Catalunha denota-se algumas peculiaridades, nomeadamente o uso de tijolos furados em vez de tijolos maciços [11].

Refira-se, no entanto que independentemente da variante e da localização, até ao início do século XIX, a aplicação desta técnica concentrou-se essencialmente em Igrejas, Castelos e Palácios, não havendo nenhuma referência ao seu uso em habitações [30].

No século XVIII destaca-se o aparecimento da *abobadilha* em França, designada *voûte à la Roussillon*. Estas foram difundidas pelo Conde francês d'Éspie, em 1754, numa publicação sobre o modo de tornar os edifícios incombustíveis. Não obstante o facto de ter sido publicada praticamente um século após a obra de Fray Lorenzo, neste pequeno memorial a técnica construtiva da *abobadilha* foi apresentada como inovadora.

Em Portugal, a primeira referência às *abobadilhas* data da mesma época (1757), constando de uma publicação intitulada "*Advertências aos Modernos que Aprendem o Ofício de Pedreiro e Carpinteiro*" da autoria do mestre pedreiro Valério Martins de Oliveira. Contudo, a referência ao caso particular da *abobadilha alentejana*, apareceu pela primeira vez em 1896 no manual "*Curso Elementar de*

<sup>3</sup> Como se verá, a tipologia de *abobadilhas alentejanas* também se centra nestas três formas geométricas, sendo a descrição detalha destes tipos efectuada de seguida. Este é um dos factos que comprova as várias semelhanças existentes entre as variantes desta técnica na Península Ibérica.

<sup>4</sup> Este termo refere-se ao enchimento do extradorso da abóbada até ao nível do fecho de forma a ficar horizontal (dizendo-se que a abóbada é de nível); ou de modo a constituir planos inversamente inclinados, os quais serviam depois para assentar directamente as asnas de madeira da cobertura.

*Construções*” do engenheiro militar Luís Augusto Leitão, que descreve o tipo de materiais utilizados, a possibilidade de poderem ser simples ou forradas, bem como as geometrias mais comuns para este tipo de estruturas.

Tendo por base as referências consultadas, verifica-se que a técnica construtiva de *abobadilhas* teve um grande desenvolvimento em Espanha e Portugal, difundindo-se, mais tarde, por outros países de Europa (e.g. França e Itália) estando sempre muito ligada a edifícios monumentais (Igrejas, Conventos e Palácios), tendo sido aparentemente os portugueses, no século XIX, os primeiros, dentro da Península Ibérica, a usá-la em habitações para substituir os pisos de madeira.

Neste século, a técnica da *abobadilha* foi combinada com a utilização de perfis metálicos na construção, dando origem ao método construtivo de *abobadilhas* entre vigas de ferro, que caracterizou a arquitectura do século XIX e início do século XX, ver Figura 3.4 [16].

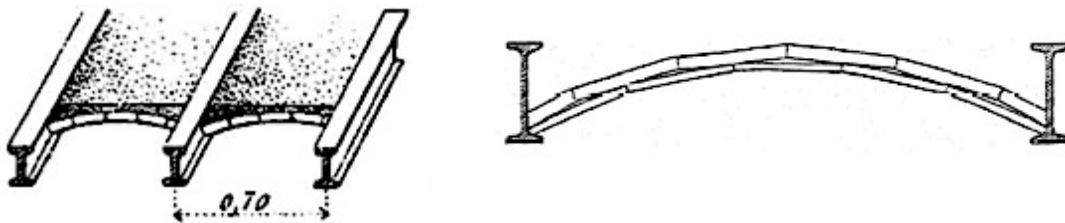


Figura 3.4 – Aplicação da técnica da *abobadilha* entre vigas de ferro [29]

Por último, é de referir ainda, a utilização no passado recente da *abobadilha* por arquitectos contemporâneos como Guastavino, Gaudí e le Corbusier que a adaptaram face às exigências modernas, que por si só atesta a simplicidade e a versatilidade desta técnica [30].

### 3.4. Tipologias de Abóbadas e *Abobadilhas*

Como referido, nas regiões do Alentejo e Algarve, existe uma grande variedade de abóbadas e *abobadilhas* de tijolo, sendo características das habitações do século XIX e inícios do século XX. Estas assumem-se como uma solução estrutural de pavimentos e tectos, com bom comportamento acústico e térmico, e com boas características em caso de incêndio.

As *abobadilhas alentejanas* podem ser constituídas por uma única camada de tijolo (*abobadilhas* simples) ou mais camadas sobrepostas (*abobadilhas* forradas). Para ligar os tijolos da primeira camada utilizava-se uma argamassa de cal e gesso, ao passo que os tijolos das camadas subsequentes são assentes com argamassa normal de cal e areia ou cimento e areia [12]. Nos tempos mais recentes, as argamassas de cal e gesso e de cal e areia foram substituídas por argamassas em cimento Portland e gesso e/ou areia.

Quer as abóbadas, quer as *abobadilhas* apresentam várias formas, reflectindo a capacidade de adaptação que o mestre faz a cada planta em particular. Contudo, à semelhança das restantes variantes da Península Ibérica, as *abobadilhas alentejanas* agrupam-se em três tipologias diferentes que se apresentam de seguida.

### 3.4.1. Quanto à forma

Como referido, existem três formas principais de abóbadas e *abobadilhas* (Figura 3.5), sendo a mais corrente e a mais simples a “cilíndrica” (também designada por “de berço”, “de tumba” ou “de canudo”). As abóbadas e *abobadilhas* “de aresta” (também conhecidas por “de percinas”) e as “de engras” ou “de barrete de clérigo” são menos correntes, mas, ainda assim existem inúmeros exemplares. A abóbada de engras é a mais difícil de construir, uma vez que não existem linhas guia ou referências a não ser a experiência e a sensibilidade do construtor [12].

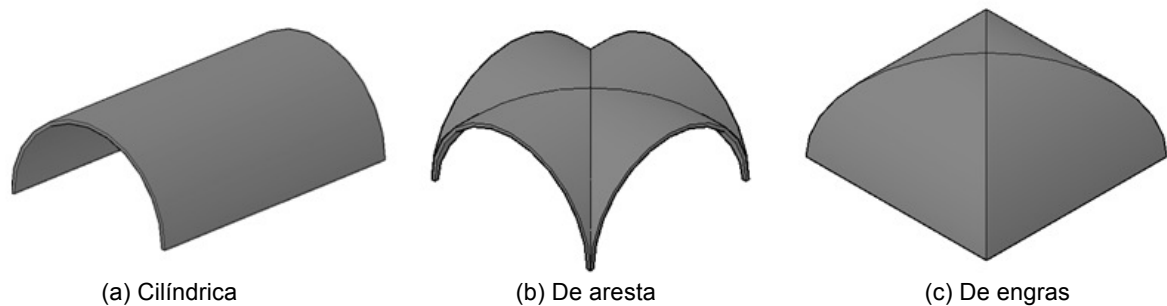


Figura 3.5 – Tipologia de abóbadas e *abobadilhas alentejanas*

Em relação às abóbadas de berço, estas apoiam-se de forma contínua em duas paredes paralelas entre si, sendo vulgar o seu uso para vão até cerca de 6.5 metros, embora em casos excepcionais possam atingir os 10 metros. Pelas suas características, são usadas em geral em espaços com planta estreita e alongada (e.g. corredores).

Por sua vez, as abóbadas de aresta resultam da intersecção em ângulo recto de duas abóbadas cilíndricas, originando arestas no intradorso com traçado elíptico. Este tipo de abóbada é semelhante à abóbada nervurada característica do gótico, só que sem nervuras.

Já as abóbadas de engras resultam também da intersecção de duas abóbadas cilíndricas mas, contrariamente às abóbadas de arestas, estas abóbadas cilíndricas não se prolongam para um e outro lado da intersecção, o que faz com que não se formem arestas no intradorso, mas sim uma superfície curva que se esbate [12].

No que se refere às *abobadilhas*, pode-se dizer que apresentam a mesma forma das abóbadas apresentadas anteriormente daí que, quando rebocadas, seja difícil distinguir qual a técnica que foi utilizada.

Por fim, deve-se salientar um caso particular de *abobadilha* – a *abobadilha* de luneta. Esta corresponde a uma *abobadilha* de aresta em que as *abobadilhas* que a constituem têm flechas e vãos diferentes. É o caso de uma *abobadilha* cilíndrica intersectada perpendicularmente por outras de menor dimensão correspondentes a aberturas de janelas, ver Figura 3.6.

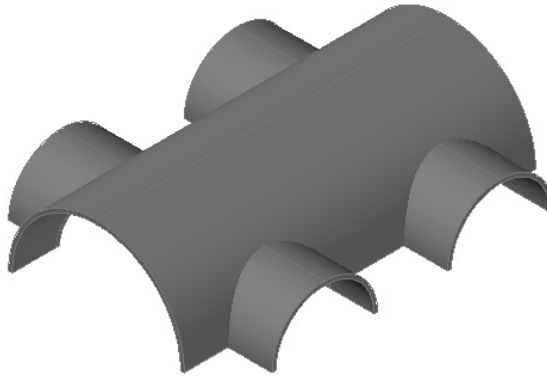


Figura 3.6 – *Abobadilha* de luneta

### 3.4.2. Quanto à geometria

As *abobadilhas* têm, em geral, um das seguintes geometrias: semicircunferência, curva contínua e curva elíptica [12]. São correntes as *abobadilhas* em que a directriz é uma semicircunferência cuja flecha é inferior a metade da dimensão do vão, denominadas *abobadilhas* “de volta abatida” ou “de geração”. Neste caso, conhecendo-se o vão  $\overline{ab}$  e a flecha  $\overline{df}$  (Figura 3.7a), o perfil abatido é obtido através da marcação do seu centro. Para tal, une-se o extremo superior da flecha (ponto  $f$ ) aos pontos das nascenças (pontos  $a$  e  $b$ ) e traçam-se as perpendiculares aos meios dessas rectas, as quais se vão encontrar num ponto que materializa o centro do arco abatido (ponto  $c$ ).

Por vezes, as *abobadilhas* são traçadas a partir da concordância de uma sucessão de arcos de circunferências, em número variável, que apresentam no ponto de junção a mesma tangente. Neste caso, as *abobadilhas* designam-se por *abobadilhas de cesto*, esquematizando-se na Figura 3.7b o traçado de um destes arcos. Neste caso, começa-se por marcar sobre o vão  $\overline{AB}$  uma semicircunferência que se divide em três partes iguais através das rectas  $\overline{aO}$  e  $\overline{bO}$ . Conhecidos os pontos  $a$  e  $b$ , e também o ponto  $d$  (correspondente ao extremo superior da flecha da semicircunferência traçada), marcam-se as rectas  $\overline{Aa}$ ,  $\overline{ad}$ ,  $\overline{db}$  e  $\overline{bB}$ . Estipulando-se depois a flecha para a *abobadilha*,  $\overline{OD}$ , traçam-se as rectas  $\overline{eD}$  e  $\overline{Df}$  paralelas, respectivamente, a  $\overline{ad}$  e  $\overline{db}$ ; e de  $e$  e  $f$  traçam-se as paralelas às rectas  $\overline{aO}$  e  $\overline{bO}$  que se unem no ponto  $E$ . Desta forma determinam-se os centros dos três arcos que formam a curva contínua:  $E$ ,  $F$  e  $G$ .

O traçado elíptico é igualmente comum, coincidindo o eixo maior da elipse com o vão da *abobadilha* e o menor com a flecha. Para desenhar este perfil utiliza-se a técnica tradicional do cordel (designada por técnica do jardineiro), tendo este o comprimento do eixo maior da elipse. Assim, definidos os focos por meio de dois pregos, fixa-se-lhes o cordel, e com um lápis sempre encostado de forma a mantê-lo esticado, traça-se a respectiva curva.

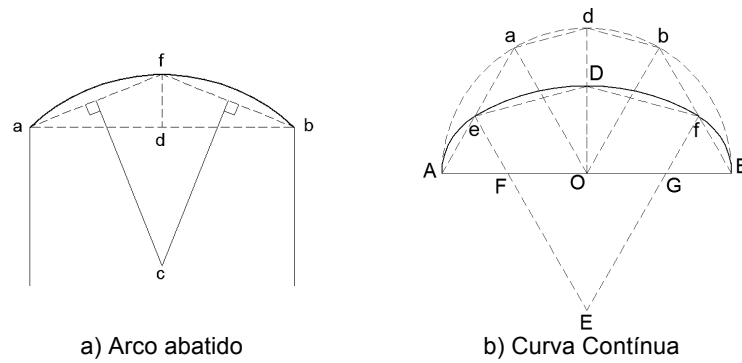


Figura 3.7 – Traçado de *abobadilhas* [34]

Para além do referido, outra característica geométrica importante das *abobadilhas* diz respeito à flecha na zona dos rins (Figura 3.8). Utilizada sempre que o comprimento da *abobadilha* é superior a dois metros, a flecha das geratrizes na região dos rins melhora a sua estabilidade, apesar de resultar numa maior complexidade construtiva [12]. Na Tabela 3.1 apresentam-se as flechas nas zonas dos rins que são normalmente utilizadas em função das dimensões em planta da *abobadilha*.

Tabela 3.1 – Flechas nas geratrizes da região dos rins [12]

Vão [m]	Comprimento [m]	Flecha [mm]
3,5	3,5	15
5,0	5,0	35 a 40
5,0	10	40 a 50
8,0	8,0	50 a 55
8,0	10	50 a 55

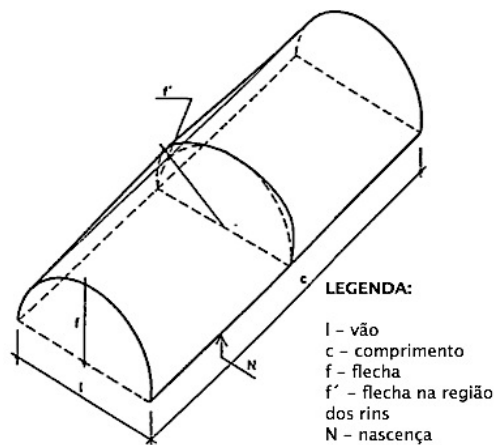
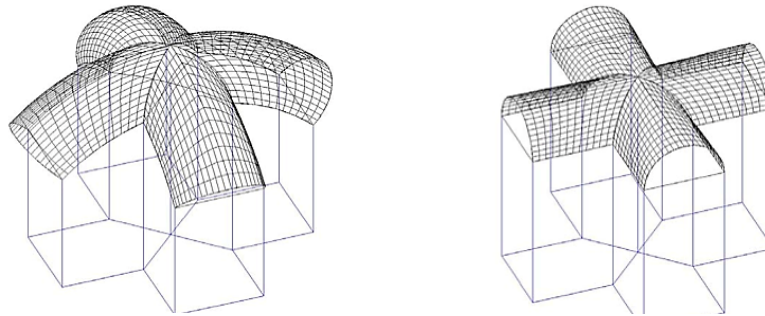


Figura 3.8 – Flecha na direcção do raio na região dos rins [12]

A flecha na região dos rins na direcção do raio, faz com que *abobadilha*, mesmo a cilíndrica, apresente dupla curvatura, sendo a maior na direcção transversal e a mais reduzida na direcção longitudinal. Contudo, a utilização desta flecha adicional na região dos rins não é consensual entre autores. Na verdade, há os que referem a sua aplicação em todas as *abobadilhas*, mas alguns, como Paz Branco restringem-na apenas ao caso de *abobadilhas* cilíndricas [35]. Por outro lado, João Maria d'Aguiar, refere a existência de uma outra flecha, não na região dos rins, mas na zona do fecho das *abobadilhas* [36].

Segundo Manuel Fortea Luna e Vicente López, que editaram em 1998 a obra intitulada “*Bóvedas extremeñas. Proceso constructivo y análisis estructural de bóvedas de arista*”, as *abobadilhas alentejanas* são em tudo semelhantes às *bóvedas extremeñas* apresentando, ambos os casos, uma geometria complexa que apelidam de “*retumbo*” (Figura 3.9a). Da análise da Figura 3.9a é evidente a elevação da zona do fecho da *abobadilha*, à qual se referiu João Maria d’Aguilar, e também a dupla curvatura.



(a) Técnica peninsular (dupla curvatura)    (b) Técnica romana (curvatura simples)

Figura 3.9 – Comparação de duas *abobadilhas* de aresta [27]

De facto, as *abobadilhas* apresentam uma geometria complexa e, embora este aspecto nunca tenha merecido grande atenção, só com esta complexidade geométrica é possível a sua execução sem cimbra, isto porque, cada fiada funciona como um arco que fica comprimido assim que a respectiva fiada é concluída. Este é um aspecto que será retomado, ainda neste capítulo, aquando da descrição do processo construtivo.

Por forma a ilustrar esta geometria complexa associada à dupla curvatura, apresentam-se na Figura 3.10 duas imagens referentes à execução de uma *abobadilha* de engras nas quais é possível verificar que as unidades, quanto mais ao centro se encontram, mais pronunciado é o seu afastamento para o exterior, definindo-se assim uma superfície côncava.



Figura 3.10 – Curvatura associada à flecha na direcção do raio

Este é um aspecto importante que deve ser aprofundado num estudo futuro, visto que é expectável que altere o funcionamento estrutural deste tipo de elementos. A este respeito e citando Manuel Luna, esta geometria faz com que a *abobadilha* ora apresente um funcionamento mais próximo de uma cúpula (caso da Figura 3.9a), ora de uma abóbada nervurada (caso da Figura 3.9b) [14].

## 3.5. Materiais

### 3.5.1. Tijolos ou Tijoleiras

Na execução de abóbadas e *abobadilhas alentejanas* é geralmente utilizado o tijolo maciço de barro vermelho - conhecido por “tijolo burro” ou “tijoleira” – com dimensões próximas de 300x150x35 mm<sup>3</sup>. No enchimento, assim como nas cintas e muretes de carga, usa-se um tijolo com o mesmo comprimento e largura mas com o dobro da espessura, designado por “tijolo lambaz” [12].

Na execução de *abobadilhas* com tijolos das dimensões referidas, considera-se vinte cinco tijolos por metro quadrado da superfície em planta. Esta estimativa é efectuada considerando vinte tijolos por metro quadrado sendo o remanescente contabilizado para atender à curvatura da *abobadilha*, às possíveis quebras durante a execução e à necessidade de se fazerem cortes.

### 3.5.2. Argamassa

O ligante utilizado no assentamento dos tijolos consistia numa mistura de cal e gesso, sendo, hoje em dia, a cal substituída por cimento portland. O gesso é utilizado para que o ligante adquira num curto espaço de tempo uma resistência necessária que permita a fixação dos tijolos através de duas das suas faces, dispensando o uso de cimbres. Em geral, as argamassas apresentavam um traço de 3:1 (três partes de cal para uma de gesso).

A preparação deste ligante constava numa dosagem e mistura a seco das partes, a qual se efectuava num balde, que depois era colocado junto à estância do mestre de modo a ser retirada e amassada com água unicamente a quantidade necessária para colar um tijolo. Em caso de sobra, o excedente não se utilizava uma vez que a mistura já tinha iniciado a presa.

A cal, quando utilizada, podia ser gorda – a qual garantia melhor trabalhabilidade embora tivesse uma resistência inferior, ou então usava-se cal hidráulica que apresentava as características opostas [12]. O uso da cal como ligante tem a vantagem de diminuir a contracção por secagem da argamassa, ao passo que a utilização do cimento confere-lhe maior resistência mecânica.

## 3.6. Regras Tradicionais para o Dimensionamento e Execução

À semelhança das demais estruturas arqueadas em alvenaria, as regras tradicionais de dimensionamento de abóbadas e *abobadilhas* de tijolo baseiam-se, essencialmente, em regras de proporção geométrica e regras empíricas. Após a resenha histórica dos métodos e regras de dimensionamento apresentadas no capítulo anterior, salientam-se as regras de dimensionamento tradicionais das abóbadas e *abobadilhas alentejanas*.

### 3.6.1. Espessura dos Pés-direitos

A resistência e a estabilidade dos pés-direitos com vista a suportar os impulsos horizontais das estruturas arqueadas que neles descarregam têm sido, desde a antiguidade, uma questão preocupante

que tem conduzido a várias abordagens, cujo princípio tem sido a determinação da espessura adequada para evitar o seu deslocamento e, por conseguinte, o colapso das estruturas que suportam.

Apresentam-se na Tabela 3.2 as espessuras das paredes de alvenaria de tijolo maciço tipicamente utilizadas e que eram consideradas suficientes para suportar o impulso das *abobadilhas*. Por vezes, para reduzir estas espessuras, recorria-se à introdução de tirantes, cuja função era absorver o referido impulso. Importa referir, também, que o emprego de sistemas abobadados era praticamente restringido apenas ao primeiro piso, uma vez que nos últimos as paredes não tinham, em geral, capacidade resistente para absorver os impulsos transmitidos pelos tectos abobadados.

Tabela 3.2 – Espessuras típicas das paredes de alvenaria de tijolo maciço para suporte de *abobadilhas* [12]

Dimensão do vão [m]	Espessura [m]
até 3,0	0,30
de 3,0 a 4,5	0,45
de 4,5 a 6,0	0,60

### 3.6.2. Altura do Enchimento do extradorso

Do inventário de regras aplicadas às abóbadas e *abobadilhas* de tijolo destacam-se as observações relativas ao enchimento do extradorso. Leon Alberti (1404-1472) foi o primeiro a advertir para a necessidade de encher a zona entre o extradorso da abóbada e as paredes limítrofes que a suportam com uma argamassa “firme”. Segundo Alberti, carregando adequadamente um abóbada ou *abobadilha* podia-se aumentar consideravelmente a sua estabilidade, o mesmo sucedendo quando se optava por uma geometria mais abatida [1].

Segundo Fidalgo [12], nas *abobadilhas alentejanas* é vulgar o carregamento desde as nascenças até 1/3 da altura da flecha, o que corresponde exactamente ao que Fray Lorenzo descreve, no século XVII, em relação à técnica espanhola. Segundo este autor, o carregamento tem como finalidade impedir o possível levantamento dos rins da *abobadilha* devido às cargas actuantes, melhorando o seu funcionamento estrutural.

### 3.6.3. Flechas usuais

Como as *abobadilhas* são estruturas que apresentam uma elevada esbelteza e, por conseguinte, relações  $t/R$  próximas da relação mínima apresentada na Tabela 2.1, os construtores, com a prática, verificaram que os perfis quanto mais abatidos fossem mais estáveis se tornavam. Hoje em dia, através da compreensão do mecanismo resistente dos arcos, constata-se que as relações geométricas interferem na estabilidade deste tipo de estruturas, sendo que um perfil abatido é mais estável do que um perfil mais circular porque é mais fácil inscrever a linha de pressões dentro da sua espessura.

Contudo, importa referir que são também os perfis mais abatidos que transmitem um maior impulso às estruturas de suporte. No entanto, devido às *abobadilhas* terem um reduzido peso próprio os impulsos não eram preocupação para os mestres que preferiam voltas mais abatidas. Deste modo, é vulgar as *abobadilhas alentejanas* apresentarem flechas da ordem das que se apresentam na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Flechas das *abobadilhas alentejanas* [12]

Dimensão do vão [m]	Flecha [% do vão]
até 4,0	15 a 20
de 4,0 a 6,0	25 a 30
de 6,0 a 10,0	35

### 3.6.4. Carregamento e Cintagem

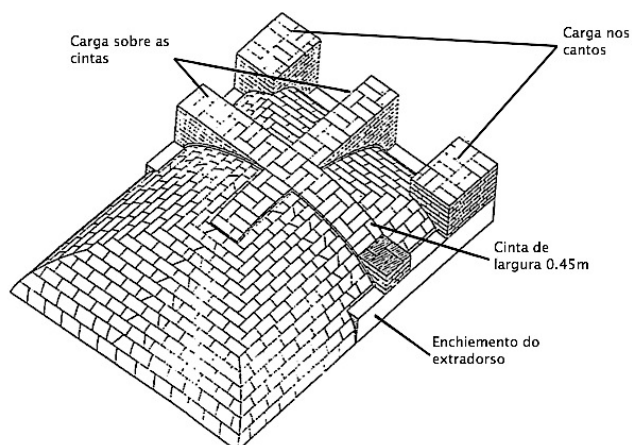
Com o propósito de melhorar o comportamento das *abobadilhas* pode adoptar-se um procedimento tradicional que consiste na execução de cintas de alvenaria (Figura 3.11a) com 0.30 ou 0.45 m de largura, no extradorso da *abobadilha*, distanciadas entre si de 2.5 a 4.0 m. Normalmente, estes elementos utilizavam-se para vãos a partir dos 4.0 m [35].

Em geral, sobre as cintas erguem-se muretes de carga em tijolo maciço, como se observa na Figura 3.10b, que têm como função, à semelhança do enchimento, confinar os deslocamentos dos rins da *abobadilha*. Geralmente estes muros são construídos até uma cota superior à do fecho da *abobadilha*, embora para isso haja a necessidade de existir paredes até à referida cota, o que não é o caso apresentado na Figura 3.11a.

No caso das *abobadilhas* de engras, tanto as cintas como os muretes de carga são dispostos nos dois sentidos, sendo os longitudinais interrompidos nos cruzamentos com os transversais, dado que é a direcção transversal que absorve mais esforços uma vez que apresenta menor vão. Além disso, neste tipo de *abobadilhas* é recorrente o uso de um carregamento também na zona dos cantos (Figura 3.11b). A razão de ser deste carregamento é evitar a “abertura” das arestas quando a *abobadilha* é carregada.



(a) *Abobadilha* de berço



(b) *Abobadilha* de engras [12]

Figura 3.11 – Pormenores relativos ao carregamento e cintagem de *abobadilhas alentejana*

## 3.7. Processo Construtivo

O primeiro passo da execução das *abobadilhas* é o seu traçado nas paredes envolventes. É necessário, portanto, que as paredes estejam construídas, pelo menos, até à altura do extradorso da abóbada, de modo a marcar-se a geometria da volta através das formas descritas no parágrafo 3.4.2.

É também vulgar a marcação da posição das juntas correspondentes às fiadas, nas quais se fixam cordéis, de modo a definir os extremos que servem de orientação ao mestre no assentamento de cada tijolo.

Após esta fase inicial, realiza-se o apoio da abóbada ou *abobadilha* através da abertura de roços nas paredes (Figura 3.12), iniciando-se o assentamento dos tijolos logo que estes estejam concluídos. A argamassa de assentamento destes tijolos, como de todos os outros, consiste numa mistura de cal e gesso ao traço de 3:1 (três partes de cal para uma de gesso).



Figura 3.12 – Abertura de roços nas paredes para o apoio da abobadilha

Para o assentamento, os tijolos devem estar desempenados e em esquadria, no entanto caso apresentem irregularidades nas faces, o pedreiro, mesmo com um martelo, desbasta-os para melhor se fazer a ligação entre o tijolo que se está a assentar e os já assentes. Os tijolos consideram-se bem assentes quando, no intradorso, ficam bem ajustados e praticamente em contacto, ao passo que no extradorso a junta, em forma de cunha, deve ficar preenchida por argamassa que refluí do interior para o exterior, ver Figura 3.13 [12]. Refira-se que neste processo os tijolos são sempre colados através de duas faces.

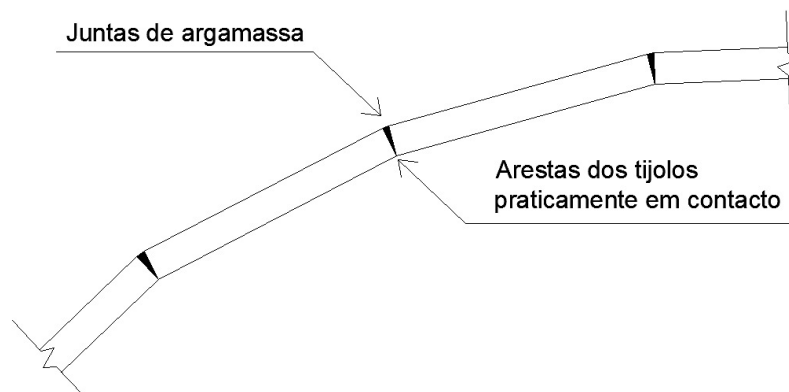


Figura 3.13 – Juntas entre tijolos – corte transversal [12]

Refira-se que, para o assentamento ser executado sem cimbra, os tijolos devem estar secos de modo a absorverem a água da argamassa, fazendo-a endurecer mais rapidamente. Não obstante este aspecto, em geral os tijolos dos cantos são molhados para retardar a presa da argamassa para facilitar a sua colocação e ajuste (Figura 3.14a).

Normalmente as *abobadilhas* são construídas das extremidades para o centro do compartimento, sendo o fecho de cada fiada executado sensivelmente no centro de cada alinhamento. Note-se que este é efectuado com juntas que fazem um ângulo de aproximadamente  $30^\circ$  com a vertical, fazendo com que o último elemento funcione como cunha (Figura 3.14b). Este é um aspecto relevante porque assim que uma fiada é fechada instalam-se tensões de compressão em todos os elementos que a constituem.

Como dito anteriormente em relação aos aspectos geométricos, supõem-se que a dupla curvatura e o facto das fiadas serem fechadas através de um elemento em forma de cunha, tenha influência no comportamento estrutural da *abobadilha* e que sejam aspectos relevantes na sua construção sem cimbre.



(a) Assentamento dos tijolos de canto



(b) Junta inclinada entre os tijolos no fecho da fiada

Figura 3.14 – Pormenores da execução das fiadas de uma *abobadilha*

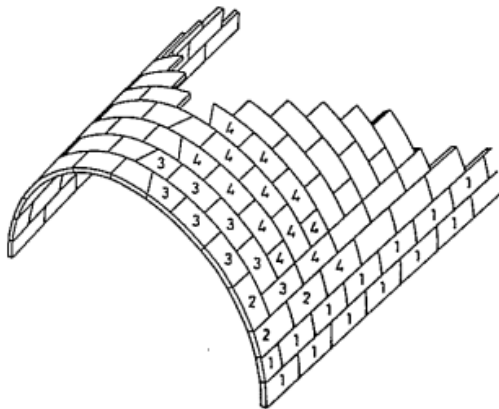
Assim que a primeira fiada está completa, assentam-se os quatro cantos da fiada superior, seguindo-se o assentamento dos restantes tijolos dessa fiada até ao seu fecho. Após a conclusão da segunda fiada dá-se início ao enchimento do extradorso da *abobadilha* que vai acompanhando as fiadas fechadas até atingir  $1/3$  da altura da flecha da *abobadilha* (Figura 3.15) Em geral, este é constituído por um argamassa de cal e areia, com traço volumétrico 1:4, podendo ser de cimento e areia com traço 1:6 [12]. Além disso, é comum a incorporação de tijolos partidos ou pedras de modo a preencher mais facilmente o espaço vazio.



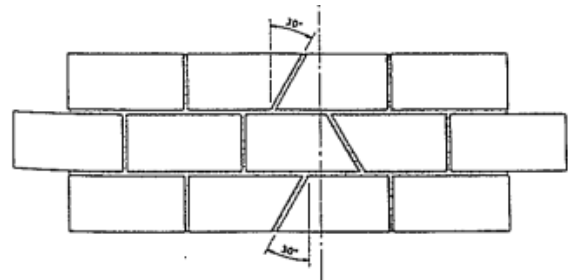
Figura 3.15 – Execução do enchimento do extradorso da *abobadilha*

A sequência descrita para o assentamento dos tijolos vai prosseguindo, assentando-se o número necessário de fiadas até se atingir a altura do fecho da *abobadilha* (Figura 3.16a). Esta é a última zona

a ser executada, sendo o ajuste dos tijolos feito de um e do outro lado da linha de fecho, por juntas desencontradas que fazem um ângulo de 30° com a referida linha (Figura 3.16b).



(a) Execução a partir dos cantos



(b) Execução da zona do fecho

Figura 3.16 – Sequência de execução de abobadilhas e pormenor da execução do fecho [12]

Após a colocação do último elemento, duas situações distintas podem ocorrer, dependendo se a abobadilha leva “carrego” ou não. Caso a *abobadilha* leve “carrego”, isto é, seja carregada até à altura do seu fecho (Figura 3.17a) não se executa o “caldeamento”, caso contrário este é executado, consistindo no revestimento do extradorso da *abobadilha* por forma a melhorar a ligação entre os tijolos, ver Figura 3.17b. Para isso, utiliza-se uma mistura de cal gorda e areia lavada com traço 1:3, ou cal magra e areia argilosa a 1:4, podendo-se utilizar ainda cimento e areia com traço 1:5 ou 1:6.

Este processo é executado por pequenas áreas que começam por ser molhadas abundantemente a fim de evitar que o tijolo absorva a água da amassadura, sendo esta espalhada à colher de modo a garantir-se uma camada com 20 mm de espessura [12].



(a) Exemplo de “carrego” numa *abobadilha alentejana* [37]



(b) Exemplo de *abobadilha* com enchimento até 1/3 da flecha e execução do “caldeamento”

Figura 3.17 – Pormenores de execução de *abobadilhas alentejanas*

No que diz respeito ao “carrego”, refira-se que este é executado geralmente até 1/2 da altura da flecha com material pesado (e.g. pedras), sendo depois utilizado material mais leve até se atingir a cota do

fecho da *abobadilha* cujo objectivo é não carregar demasiado a zona do fecho. Isto é evidente na Figura 3.16a, onde se verifica que é junto da parede que existem as pedras de maiores dimensões.

### 3.8. Conclusões do capítulo

Neste capítulo abordaram-se, numa primeira fase, as abóbadas e *abobadilhas* de tijolo na sua generalidade, destacando-se o facto destas terem sido inicialmente desenvolvido pelos Bizantinos e Egípcios que dominavam a manufatura dos tijolos da época e a construção sem cimbres. Desta primeira fase, salientam-se ainda as possíveis origens da técnica da *abobadilha* na Península Ibérica, sendo a hipótese mais coerente a da influência islâmica, dado que as mais antigas aplicações desta solução foram, aparentemente, contemporâneas da presença muçulmana na Península Ibérica.

Feito o enquadramento das abóbadas e *abobadilhas* de tijolo, apresentou-se resumidamente a evolução desta técnica na Península Ibérica, concluindo-se que as *abobadilhas alentejanas* apresentam bastantes semelhanças com as variantes espanholas, nomeadamente, nas formas (*abobadilha* “cilíndrica”, “de aresta” e “de engras”), bem como no processo construtivo e na geometria, destacando-se desta última, flechas da ordem de 1/5 a 1/3 de vão e a presença de dupla curvatura que confere a este tipo de abóbadas um comportamento próximo da cúpula. Saliente-se que este comportamento de cúpula advém, por um lado, da elevação da zona do fecho da abóbada que faz com que esta zona esteja a uma cota superior à das restantes zonas (característica típica das cúpulas), e, por outro, à curvatura longitudinal que nas abóbadas não é constante e nas cúpulas é, originando a base circular.

No que diz respeito aos materiais e processo construtivo e, não esquecendo que esta técnica remonta ao período em que o uso do betão armado ainda não era generalizado, verifica-se que, para a época, a *abobadilha* apresentou inúmeras vantagens, de que são exemplo: a economia; a simplicidade e rapidez de execução; a fácil manutenção e preservação; a boa capacidade resistente e bom comportamento acústico e térmico; o seu bom comportamento em caso de incêndio e capacidade de adaptação às plantas mais variadas através da versatilidade de formas e funcionamento.

Efectivamente, no que se refere à economia, para além de ser necessário menos quantidade de material, porque os tijolos são colocados segundo a sua maior face<sup>5</sup>, estas sendo menos espessas que as abóbadas têm menos peso próprio, e portanto, para a mesma geometria as *abobadilhas* apresentam menos impulsos, exigindo menores espessuras dos pés-direitos, que contribui também para a maior poupança de recursos materiais, espaço e mão-de-obra. Além disso, como são executadas sem cimbres, prescinde-se de alguma mão-de-obra e reduz-se o custo dos materiais.

---

<sup>5</sup> Manuel Luna [6] refere que com a colocação dos tijolos ao baixo precisa-se apenas de 1/5 do material que se precisaria se os tijolos fossem colocados ao cutelo.



## **CAPÍTULO 4 – FUNCIONAMENTO ESTRUTURAL DE ABOBADILHAS ALENTEJANAS**

### **4.1. Introdução**

No presente capítulo estuda-se o funcionamento estrutural das *abobadilhas alentejanas*. Neste contexto, faz-se uma abordagem dos métodos que podem ser usados na análise deste tipo de estruturas, salientando, em particular, os conceitos de linha de pressões e superfície de pressões, apresentados no capítulo 2. Posteriormente, referem-se as metodologias adoptadas mais recentemente, das quais se destacam as análises numéricas através do Método dos Elementos Finitos e do Método dos Elementos Discretos.

Dado que os exemplos presentes neste capítulo foram analisados através do programa de cálculo *3DEC*, referem-se os aspectos mais relevantes do Método dos Elementos Discretos, apresentando-se de seguida os modelos implementados.

Na segunda parte deste capítulo, são apresentados e discutidos os resultados da modelação numérica, enumerando-se as respectivas capacidades resistentes, mecanismos de colapso e reacções de apoio. O objectivo do estudo é a avaliação e comparação do funcionamento estrutural e respectiva eficiência de duas soluções de *abobadilha alentejana*: a *abobadilha* cilíndrica e a *abobadilha* de engras. O foco principal é a interpretação do seu comportamento face a carregamentos assimétricos. Além disso, pretende-se justificar, à luz dos resultados obtidos, a presença dos elementos que, em geral, constituem este sistema estrutural complexo, dos quais se salientam: o enchimento do extradorso e os muretes de carga.

Por último, refira-se que os resultados serão apresentados em termos de gráficos, sendo que os respectivos valores numéricos constam do anexo B.

### **4.2. Estado da Arte sobre o Funcionamento Estrutural de Abóbadas e Abobadilhas**

Como referido no capítulo 2, a primeira metodologia aplicada à análise de estruturas arqueadas tridimensionais (cúpulas e abóbadas) foi a sua decomposição numa série de sub-estruturas bidimensionais, às quais se aplicaram os princípios desenvolvidos para a análise de arcos, entre os quais, o conceito de linha de pressões e os teoremas da análise limite.

Apesar desta metodologia não ter em conta os efeitos tridimensionais resultantes da interação das sub-estruturas, quando aplicada às abóbadas cilíndricas, verifica-se que apresenta resultados aceitáveis, principalmente no caso de estruturas contínuas e longas, onde os efeitos de fronteira são pouco relevantes [9]. De facto, o comportamento das abóbadas cilíndricas é semelhante ao do arco, e conseqüentemente, é próximo de um comportamento bidimensional onde quase não existem os referidos efeitos tridimensionais.

No caso de abóbadas e *abobadilhas* de aresta, esta abordagem foi também aplicada surgindo inicialmente por Frézier (1737). Na Figura 4.1 apresentam-se dois modelos usados na análise deste tipo de abóbadas. Neste caso, a metodologia consistia na aplicação do conceito de linha de pressões a cada arco individualmente, sendo posteriormente analisados os sistemas formados pelos arcos diagonais e as reacções de cada arco elementar, consistindo toda a análise na determinação de linhas de pressões em equilíbrio com as cargas actuantes e totalmente contidas na espessura desses elementos. Refira-se que este procedimento, tendo como base os teoremas da análise limite, permite concluir que se as sub-estruturas forem por si só estáveis, o seu conjunto também o será [2].

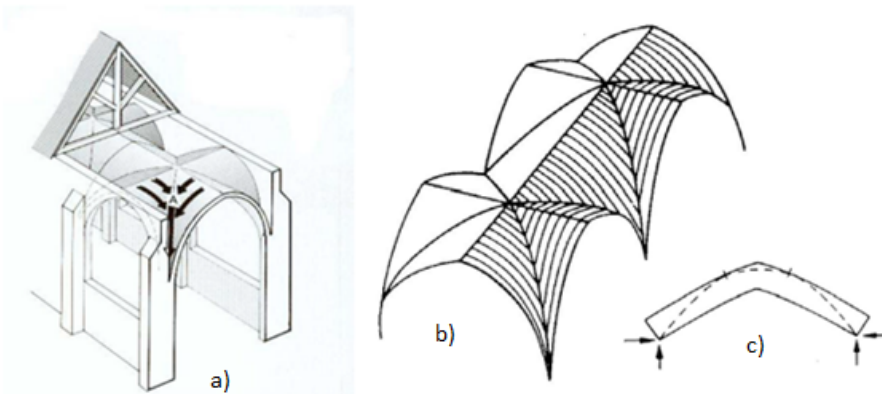


Figura 4.1 – Análise do comportamento estrutural de uma abóbada de arestas: a) Transmissão de forças [8]; b) e c) Modelos simplificados de análise [2]

Em alternativa à metodologia anterior, surgiu o conceito de superfície de pressões, que se baseia na teoria das membranas. Com adopção deste conceito, foi possível considerar o efeito tridimensional nas análises de abóbadas e cúpulas, embora seja notória a complexidade relativa à sua aplicação ao estudo de superfícies de pressões.

Na verdade, além de não se conseguir determinar a posição real desta superfície, este conceito requer uma solução de membrana totalmente comprimida. Além disso, refira-se que esta teoria tem a desvantagem de não considerar a redistribuição de esforços devido a fenómenos que afectam a solução elástica deste problema, tais como a abertura de fendas, que na alvenaria é vulgar devido à baixa resistência à tracção.

Contudo, apesar das limitações referidas, saliente-se que os métodos analíticos associados à teoria das membranas conduzem a soluções equilibradas, muito úteis em estudos preliminares, uma vez que se constituem como primeiras aproximações para validar os resultados numéricos de futuras análises computacionais.

Face à geometria complexa que as *abobadilhas* de engradados apresentam, a metodologia aplicada neste caso de estudo tem sido as análises numéricas através de modelos computacionais, embora, mesmo estes, sejam relativamente escassos. Neste campo, cita-se o trabalho desenvolvido por Elide Tomasoni, em 2008, que adoptou modelos de elementos finitos de comportamento não linear para estudar um exemplo desta tipologia [38].

Apesar das capacidades do Método dos Elementos Finitos (MEF), no presente trabalho optou-se pelo Método dos Elementos Discretos (MED) devido às vantagens que este apresenta na análise de estruturas de alvenaria. Em primeiro lugar, porque dispensa uma refinada caracterização mecânica dos materiais, que só por si é uma enorme vantagem nas estruturas de alvenaria, face ao seu carácter histórico e à indisponibilidade dos valores dos parâmetros necessários para definir esses materiais. E em segundo lugar, porque o MED, como referido, permite deslocamentos e rotações finitas dos corpos discretos (inclusivé a sua separação) e o reconhecimento de novos contactos, com consequente eliminação dos contactos obsoletos, à medida que os cálculos progredem. E portanto, através deste método é possível simular o processo de colapso da estrutura.

### **4.3. Modelação do Comportamento Estrutural de *Abobadilhas* através do Método dos Elementos Discretos**

#### **4.3.1. Generalidades do Método**

Este método foi inicialmente desenvolvido por Peter Cundall, no âmbito da mecânica das rochas, tendo em vista o estudo de situações onde a parcela significativa de deformação ocorre pelo movimento relativo entre blocos [5]. Face às suas características, o seu âmbito de aplicação estendeu-se, sendo hoje em dia usado para modelar meios descontínuos, dos quais se destacam as estruturas de alvenaria.

No Método dos Elementos Discretos (MED), os blocos (poliedros) podem ser considerados rígidos ou deformáveis, sendo a consideração como elementos rígidos apropriada nas situações em que a sua deformação é desprezável face à deformação das interfaces. Os mesmos devem ser considerados deformáveis quando a deformabilidade é influente no comportamento da estrutura, ou nos casos em que se pretende aferir o seu nível de tensões. No caso de blocos rígidos, cada elemento discreto apresenta seis graus de liberdade (três translações e três rotações), enquanto que os blocos deformáveis são discretizados em elementos tetraédricos de diferenças finitas, cujos nós apresentam três graus de liberdade, correspondentes às três translações.

Neste método, as juntas, ao contrário dos modelos habituais de elementos finitos, são definidas através de um conjunto de pontos de contacto localizados nos vértices dos blocos. Sendo que no caso de blocos rígidos, os pontos de contacto entre dois corpos são criados em cada interacção entre um vértice de um bloco e uma aresta ou um vértice do bloco adjacente, ao passo que nos blocos deformáveis, os nós dos elementos tetraédricos de diferenças finitas em que são discretizados, são considerados como novos vértices e, portanto, novos contactos.

Como referido, no MED admite-se, através da definição de uma lei constitutiva, que os contactos são deformáveis, escolhendo-se o modelo constitutivo que reproduz os resultados experimentais do comportamento do material.

O modelo mecânico mais simples, implementado para representar o comportamento físico das juntas, consiste em admitir que, no contacto pontual, os blocos estão ligados através de molas nas direcções normal e tangencial, sendo a variação das forças, normal e de corte ( $F_n$  e  $F_s$ ), proporcionais aos respectivos deslocamentos relativos do contacto ( $u_n$  e  $u_s$ ). Para o efeito são consideradas as constantes de proporcionalidade  $k_n$  e  $k_s$  respectivamente. Desta forma, os incrementos das componentes normal e tangencial da força de contacto são determinados através das seguintes expressões:

$$\Delta F_n = K_n \Delta u_n \quad (4.1)$$

$$\Delta F_s = K_s \Delta u_s \quad (4.2)$$

em que  $K_n$  e  $K_s$  são as constantes de rigidez normal e tangencial do contacto e  $\Delta u_n$  e  $\Delta u_s$  são os incrementos dos respectivos deslocamentos normal e tangencial.

Tal como mencionado, no MED a interacção entre dois blocos é definida através de um conjunto de contactos pontuais, aos quais está associada uma área de influência. Considerando-se uma área de influência genérica  $A$ , é possível formular as expressões anteriores em termos de tensões e deslocamentos relativos, tendo-se:

$$\sigma_n = F_n/A \quad (4.3)$$

$$\tau_s = F_s/A \quad (4.4)$$

donde:

$$\Delta \sigma_n = k_n \Delta u_n \quad (4.5)$$

$$\Delta \tau_s = k_s \Delta u_s \quad (4.6)$$

em que as constantes  $k_n$  e  $k_s$  têm unidades de tensão/comprimento.

Assim, em cada passo de cálculo, os incrementos de tensão são determinados de acordo com as expressões anteriores e adicionados às tensões existentes, verificando-se, então, se esses valores estão dentro dos limites definidos pelos critérios de rotura do material. Em geral, utiliza-se o critério de rotura de Mohr-Coulomb para as tensões tangenciais, adoptando-se o modelo elástico linear “perfeitamente plástico” para as tensões normais de tracção no contacto. Já no que diz respeito às tensões de compressão, assume-se um comportamento elástico linear com resistência ilimitada.

Por último, conforme referido o programa de cálculo estrutural usado neste trabalho foi o *3DEC (Three Dimensional Distinct Element Code)*, uma aplicação do Método dos Elementos Distintos, definida por Peter Cundall [9]. Segundo Peter Cundall, o Método dos Elementos Distintos é uma variante do Método

dos Elementos Discretos que usa esquemas explícitos para resolver directamente as equações de movimento dos corpos discretos. Uma explicação mais detalhada deste método pode ser encontrada em Gago [9].

Na secção que se segue descrevem-se os modelos de elementos discretos que foram analisados neste trabalho, referindo em particular as geometrias, as acções consideradas e as propriedades atribuídas aos materiais. Em relação a estas, face à indisponibilidade de resultados experimentais que caracterizam os seus parâmetros mecânicos, consideraram-se os resultados de campanhas de ensaios experimentais realizados pelo Professor Paulo Lourenço [24].

### 4.3.2. Os Modelos de Elementos Discretos

Em primeiro lugar, no que respeita às relações constitutivas dos materiais, consideraram-se os blocos rígidos pelas razões anteriormente elencadas. Esta opção justifica-se pelo facto do comportamento das abobadilhas ser, em condições normais, condicionado pelo comportamento (resistência e deformabilidade) das juntas. A deformabilidade dos blocos (tijoleiras) é, em geral, menor que a deformabilidade das juntas e o colapso destas estruturas está, normalmente, associado à rotura das juntas entre blocos. As dimensões dos blocos nos modelos tridimensionais de elementos discretos correspondem às dimensões reais das tijoleiras, isto é,  $300 \times 150 \times 35 \text{ mm}^3$ , tendo-se considerado para o seu peso próprio  $\gamma_b = 16.80 \text{ kN/m}^3$ .

Relativamente às juntas, assumiu-se o modelo de Coulomb para as tensões de corte (Figura 4.2b). E no que se refere à direcção normal ao contacto, admitiu-se um comportamento elástico linear com resistência ilimitada à compressão e uma resistência de tracção limitada a  $\sigma_{t,max}$ , (Figura 4.2a). Ainda em relação ao critério de rotura de Mohr-Coulomb, este corresponde a uma relação linear entre a tensão tangencial,  $\tau_s$ , e a tensão normal de compressão,  $\sigma_n$ , definida através da expressão:

$$\tau_s = c_u + \sigma_n \tan \phi \quad (4.7)$$

em que  $c_u$  representa a coesão e  $\phi$  o ângulo de atrito interno da junta.

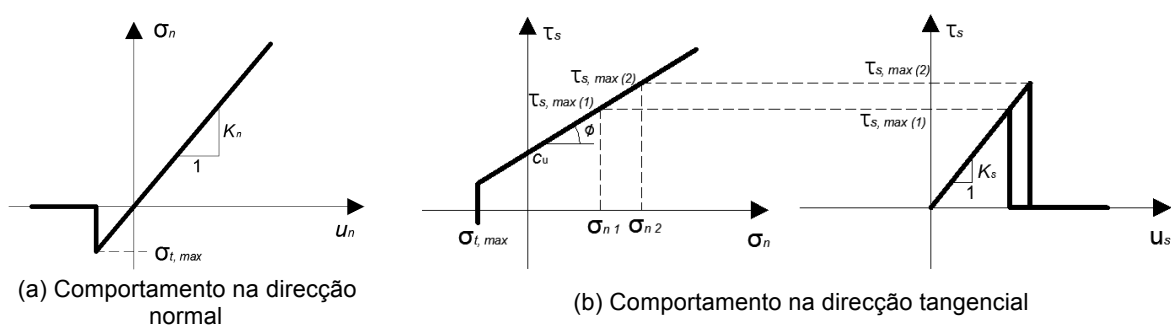


Figura 4.2 – Modelo constitutivo assumido para as juntas

Na Figura 4.3 ilustra-se o sentido positivo arbitrado, quer para as forças/tensões de contacto, quer para os deslocamentos relativos no contacto, o qual foi usado para definir as leis constitutivas apresentadas na figura anterior.

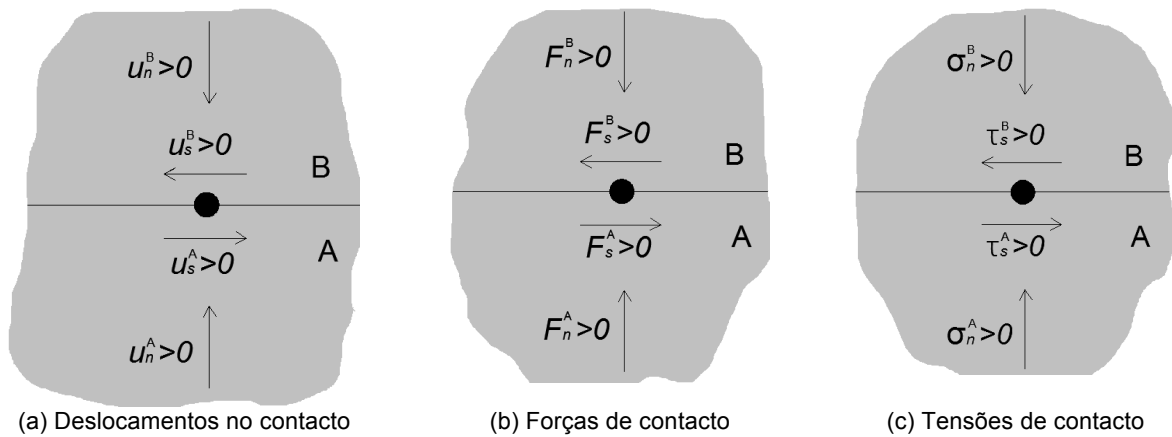


Figura 4.3 – Sentidos positivos arbitrados

Do ponto de vista geométrico, em todos os modelos, consideraram-se as mesmas dimensões em planta:  $3.00 \times 2.00 \text{ m}^2$ , que correspondem às dimensões do modelo experimental que foi executado no laboratório LERM (Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais) do Instituto Superior Técnico.

Na Figura 4.4 ilustra-se o modelo 1.1, o qual corresponde a uma *abobadilha* cilíndrica com flecha de 0.60 m. Refira-se que a presente flecha enquadra-se nas regras tradicionais apresentadas no parágrafo 3.6.3, cujos limites são de 1/5 a 1/3 de vão. Neste modelo, as características físicas e mecânicas admitidas para os materiais, representam-se na Tabela 4.1.

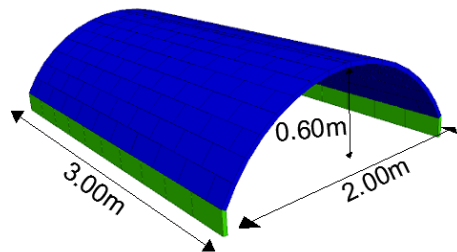


Figura 4.4 – Geometria do modelo 1.1

Tabela 4.1 – Propriedades dos blocos e juntas do modelo 1.1

Blocos		Juntas	
$\gamma_b$	16.80 kN/m <sup>3</sup>	$\phi$	35°
		$c_u$	0.20 MPa
		$\sigma_{t,max}$	0
		$k_n$	100 GPa/m
		$k_s$	100 GPa/m

Na modelação desta geometria, foi introduzida uma nova fiada de blocos em cada um dos bordos (blocos a verde), que servem para materializar os apoios da *abobadilha*. Refira-se que foram considerados apoios infinitamente rígidos, salientando-se que, para efeitos de flecha, as respectivas fiadas não foram consideradas. Este procedimento foi adoptado para os demais modelos analisados neste trabalho. Seguidamente, quando se apresentarem os gráficos relativos aos diagramas de impulsos horizontais, estes dizem respeito às forças horizontais que actuam em cada um dos blocos a verde.

Paralelamente ao modelo 1.1, executou-se o modelo 1.2 cuja diferença reside no valor considerado para a resistência à tracção das juntas. Enquanto no modelo 1.1 assumiu-se  $\sigma_{t,max} = 0 \text{ MPa}$ , no modelo 1.2 considerou-se uma resistência à tracção de 0.20 MPa. No que se refere à coesão, à semelhança de Paulo Lourenço [24], considerou-se  $c_u = 0.20 \text{ MPa}$ , uma vez que, pela evidência experimental, este é o valor típico para alvenaria de juntas de argamassa de cimento (que foi o ligante usado na execução do modelo experimental) e, por outro lado, não é habitual mecanismos de colapso

de corte entre elementos (Figura 4.5a), sendo o mais comum a formação de charneiras de rotação (Figura 4.5b). Contudo são necessários estudos futuros para calibrar os respectivos valores.

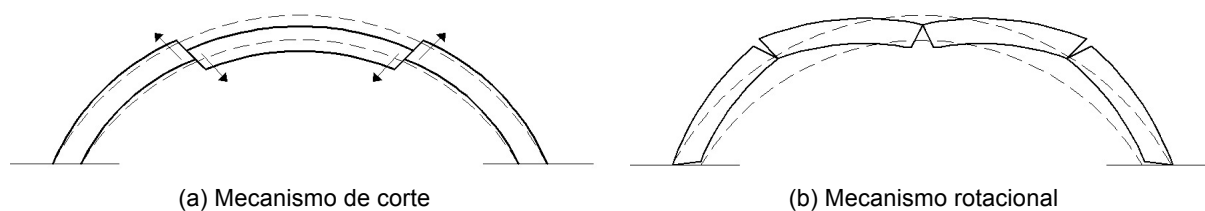


Figura 4.5 – Mecanismos de Rotura

O modelo 2.2 corresponde também a uma *abobadilha* cilíndrica, considerando-se agora uma flecha de 0.40 m (Figura 4.6), sendo as propriedades dos materiais (representadas na Tabela 4.2) semelhantes às do modelo 1.2.

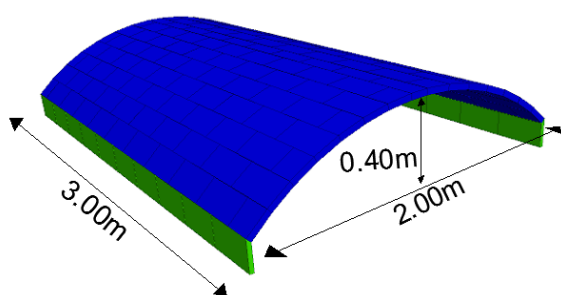


Figura 4.6 – Geometria do modelo 2.2

Tabela 4.2 – Propriedades dos blocos e juntas do modelo 2.2

Blocos		Juntas	
$\gamma_b$	16.80 kN/m <sup>3</sup>	$\phi$	35°
		$c_u$	0.20 MPa
		$\sigma_{t,max}$	0.20 MPa
		$k_n$	100 GPa/m
		$k_s$	100 GPa/m

Como referido, estudou-se também a presença dos elementos, tipicamente usados, na construção deste tipo de estruturas, entre eles: o enchimento do extradorso e os muretes de carga. Dado que o objectivo da análise é a compreensão do efeito que resulta da presença destes elementos, considerou-se em primeiro lugar apenas o enchimento do extradorso (modelo 3.2), sendo o efeito dos muretes analisado no modelo 4.2. Do ponto de vista das propriedades dos materiais, à semelhança do modelo 1.2, as características mecânicas dos blocos que constituem a *abobadilha* e das respectivas juntas constam da Tabela 4.2. Neste modelo, considerou-se para o peso próprio do material de enchimento  $\gamma_f = 24 \text{ kN/m}^3$ . Enquanto que no caso dos muretes, como estes também são executados com tijolo, considerou-se para o seu peso próprio  $\gamma_b = 16.80 \text{ kN/m}^3$ .

Nas figuras seguintes ilustra-se a geometria dos referidos modelos, destacando-se as particularidades relativas ao enchimento e aos muretes de carga. No caso do modelo 3.2, considerou-se uma altura do enchimento equivalente a 7/10 da flecha (Figura 4.7). Ainda relativamente ao modelo 3.2, importa esclarecer que embora os blocos cerâmicos estejam representados a verde e o enchimento a azul, neste modelo, as respectivas cores devem-se ao facto de representarem materiais distintos, ao contrário dos restantes modelos, nos quais o verde simboliza os blocos fixos.

No caso do modelo 4.2 consideraram-se dois muretes de carga com espessura de 0.30 m e afastamento entre eixos de 1.50 m. Estes elementos encontram-se ainda distanciados dos bordos livres da *abobadilha* de 0.75 m (Figura 4.8b), estando a cota superior afastada de 0.25 m da zona do fecho da mesma (Figura 4.8a).

Por último, saliente-se que em ambos os modelos 3.2 e 4.2, quer o enchimento do extradorso, como os muretes de carga, funcionam apenas por intermédio do confinamento que conferem à estrutura devido ao peso próprio, embora na realidade, quer num caso quer noutro, face ao prolongamento em altura dos pés direitos que suportam estes sistemas, os referidos elementos se encontrem restringidos em termos de movimento horizontal. No entanto, para efeitos de modelação, desprezou-se esse efeito restritivo das paredes e, portanto, considerou-se o deslocamento livre tanto na direcção vertical como na horizontal.

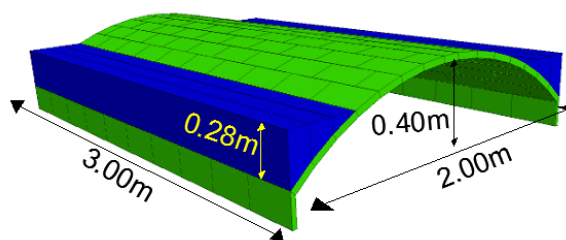
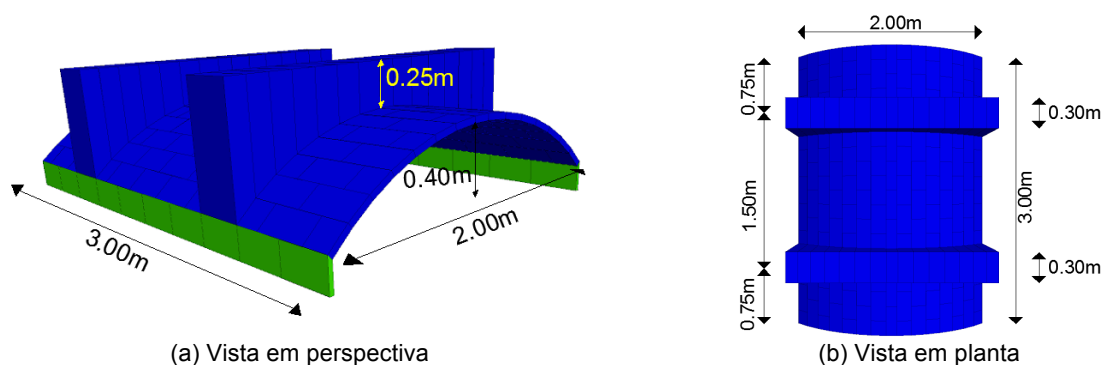


Figura 4.7 – Geometria do modelo 3.2



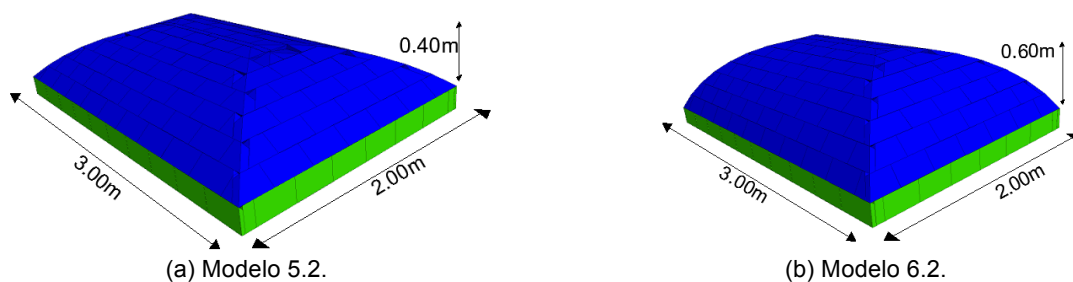
(a) Vista em perspectiva

(b) Vista em planta

Figura 4.8 – Geometria do modelo 4.2

Efectivamente, como se verá no próximo parágrafo, a restrição ao movimento horizontal dos referidos elementos confere uma elevada capacidade resistente a estas estruturas, porventura superior à real, uma vez que a parede não é infinitamente rígida existindo sempre algum deslocamento.

Seguidamente apresentam-se os modelos de *abobadilha* de engras analisados neste trabalho. À semelhança dos modelos precedentes, estudaram-se duas geometrias cujas dimensões em planta são as mesmas ( $3.00 \times 2.00 \text{ m}^2$ ), considerando-se para um caso uma flecha de 0.40 m (modelo 5.2 – Figura 4.9a) e, para o outro, flecha de 0.60 m (modelo 6.2 – Figura 4.9b). Nestes modelos, mantiveram-se as propriedades apresentadas na Tabela 4.2.



(a) Modelo 5.2.

(b) Modelo 6.2.

Figura 4.9 – Modelos da *abobadilha* de engras

No que respeita à geometria dos modelos 5.2 e 6.2, salienta-se que não foi considerada a dupla curvatura associada à flecha na direcção longitudinal e à elevação da zona do fecho da *abobadilha*, uma vez que a introdução destas particularidades no *3DEC* é complexa, dado que a geometria é gerada por funções matemáticas. Além disso, nestes modelos não se teve em conta os efeitos de um eventual enchimento do extradorso que aumentaria, significativamente, a capacidade resistente destas *abobadilhas*.

Não obstante o facto anterior, saliente-se que principalmente em engenharia a representação de um sistema físico através de um modelo envolve sempre um número de simplificações e aproximações significativo, sendo impossível reproduzir todos os detalhes do sistema real. Além disso, a inclusão de mais detalhes não melhora necessariamente o modelo, embora neste caso particular este aspecto relativo à geometria seja uma questão a analisar em estudos futuros.

Acerca das acções, considerou-se o efeito do peso próprio e a actuação de uma sobrecarga de “faca” variável, disposta segundo a direcção longitudinal da *abobadilha* (eixo x), ver Figura 4.10. Nos modelos de *abobadilha* cilíndrica, esta é aplicada em toda a extensão da estrutura paralelamente ao bordo 1 (Figura 4.10a), enquanto nos modelos de *abobadilha* de engras a carga é aplicada apenas numa faixa de 1.00 m (Figura 4.10b) devido ao desenvolvimento das arestas. A nomenclatura atribuída aos diferentes bordos encontra-se esquematizada nas figuras seguintes, sendo os bordos 1 e 2 paralelos ao eixo x, e os bordos 3 e 4 (presentes apenas nos modelos de *abobadilha* de engras) paralelos ao eixo y.

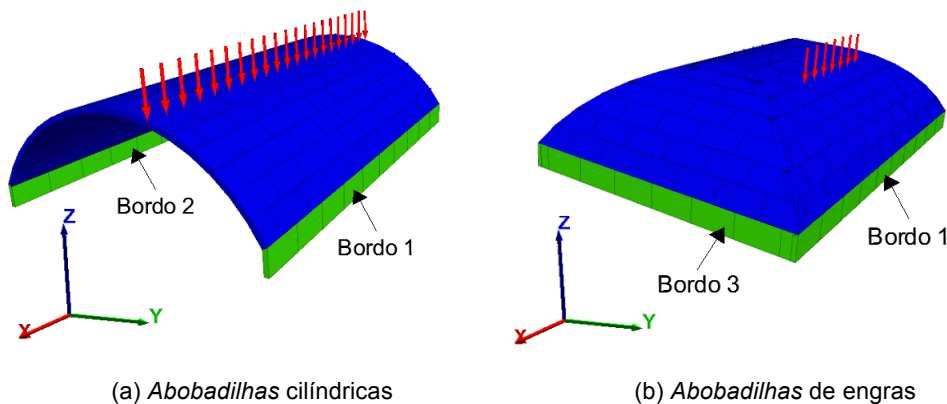


Figura 4.10 – Configuração do carregamento

Como a sobrecarga é aplicada numa extensão, nas *abobadilhas* cilíndricas, e noutra distinta, nas *abobadilhas* de engras, a fim de se comparar o comportamento dos referidos tipos de *abobadilha* considerou-se um novo modelo de *abobadilha* cilíndrica (modelo 7 – Figura 4.11), que corresponde ao modelo 2.2 diferindo apenas na questão da aplicação da sobrecarga, a qual, no modelo 7, está aplicada numa faixa central de um metro, à semelhança do que acontece nos modelos de *abobadilhas* de engras.

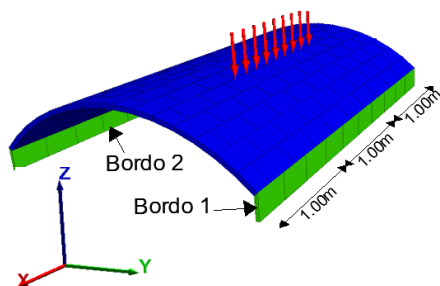


Figura 4.11 – Pormenor de aplicação da sobrecarga no modelo 7

De seguida apresentam-se e analisam-se os resultados obtidos, os quais em alguns casos particulares são complementados com resultados de outros autores, que em última instância confirmam os resultados deste trabalho.

### 4.3.3. Análise de Resultados

#### 4.3.3.1. Influência da resistência à tracção das juntas

Em primeiro lugar, estudou-se o comportamento dos modelos 1.1 e 1.2 submetidos à acção do seu peso próprio e à sobrecarga de “faca” variável aplicada como consta na Figura 4.12. Recorda-se que estes modelos dizem respeito a *abobadilhas* cilíndricas com flecha de 0.60 m, tendo-se considerado valores diferentes para a resistência à tracção das juntas.

Deste modo, analisando a Figura 4.12, constata-se o efeito favorável da resistência à tracção das juntas de argamassa, verificando-se o aumento do valor da carga de colapso no modelo em que essa resistência é considerada (modelo 1.2). No que diz respeito ao modelo 1.1, salienta-se o seu comportamento muito instável, sendo difícil de avaliar os respectivos resultados.

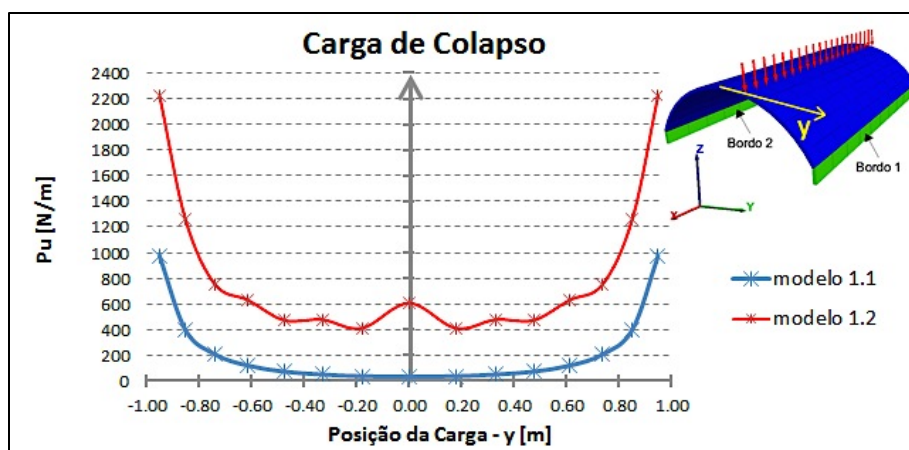


Figura 4.12 – Carga de colapso em função da localização (modelo 1.1 vs modelo 1.2)

Da Figura 4.12, salienta-se ainda o facto da maior parte das cargas de colapso serem inferiores a 1.0 kN/m, o que traduz uma reduzida capacidade resistente destas estruturas para o carregamento indicado. A justificação para esta constatação centra-se no facto dos modelos apresentarem uma relação espessura/raio ( $t/R$ ) muito próxima da relação mínima admissível.

De facto, considerando a relação  $t/R$  mínima admissível em função do ângulo de abertura  $\alpha$  (representada no gráfico da Figura 4.13), e calculando-se o raio ( $R$ ) e o ângulo de abertura ( $\alpha$ ) dos modelos 1.1. e 1.2 através das fórmulas:

$$R = \frac{L_y^2}{8 L_z} + \frac{L_z}{2} \quad (4.8)$$

$$\alpha = 90 - \cos^{-1} \left( \frac{L_y}{2R} \right) \quad (4.9)$$

em que  $L_y$  é o vão e  $L_z$  a flecha da *abobadilha*.

Como para os referidos modelos,  $L_y$  é 2.00 m e  $L_z$  é 0.60 m, das expressões anteriores resultam, respectivamente:

$$R = 1.1333 \text{ m} \quad (4.10)$$

$$\alpha = 62^\circ \quad (4.11)$$

Sendo o raio médio ( $R_{\text{médio}}$ ) igual a 1.1508 m, dado que os blocos apresentam uma espessura de 0.035 m.

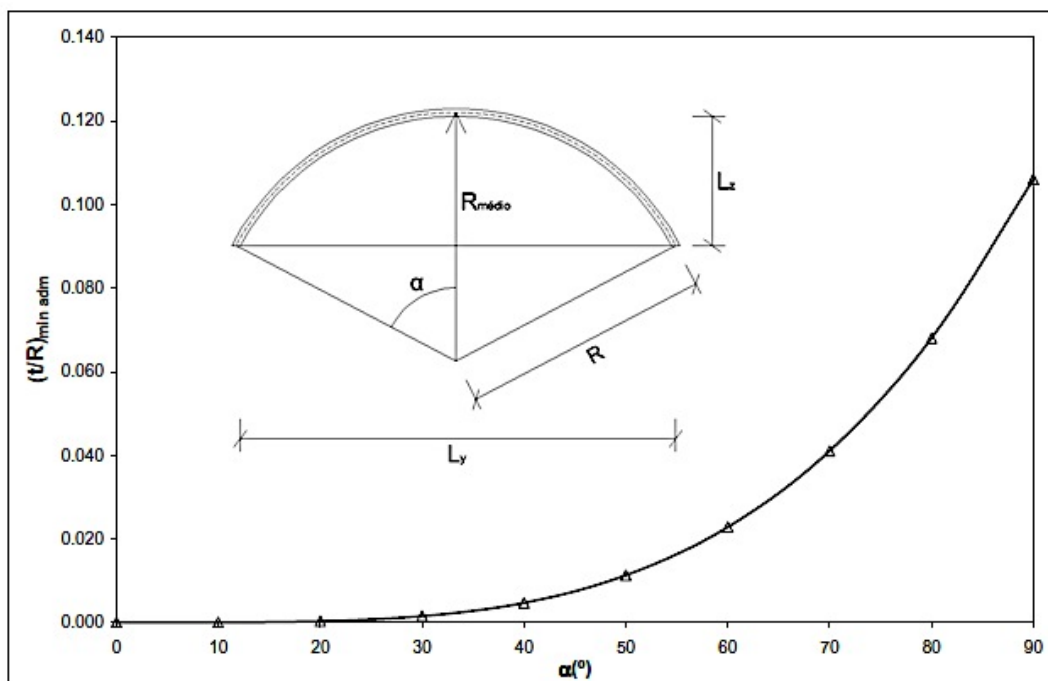


Figura 4.13 – Variação da espessura mínima de um arco submetido apenas ao seu peso próprio, em função do ângulo de abertura [9]

Portanto, com  $R_{\text{médio}} = 1.1508 \text{ m}$  e  $\frac{t}{R_{\text{médio}}(\alpha=62^\circ)} = 0.028$ , valor que é obtido do gráfico da Figura 4.13, determina-se a espessura mínima para a *abobadilha*, cujo valor é  $t = 0.03222 \text{ m}$ , que compara com a espessura real de 0.035 m.

Tendo presente o conceito de “*Factor de Segurança Geométrico*” apresentando no parágrafo 2.3.4, que consiste na relação entre a espessura real do arco ou abóbada e a espessura mínima admissível e sabendo-se, por outro lado, que esta relação é uma medida da capacidade resistente real da estrutura quando submetida a uma determinada acção, torna-se evidente a reduzida capacidade de carga destes dois modelos devido à proximidade da espessura real com a espessura mínima admissível.

De seguida, apresentam-se os gráficos relativos à distribuição dos impulsos horizontais nos apoios para níveis de carga imediatamente anteriores à carga de colapso, para os modelos 1.1 e 1.2 (Figura 4.14). Da análise dos respectivos gráficos, conclui-se que a distribuição de impulsos numa *abobadilha* cilíndrica, é praticamente constante ao longo do bordo, apesar de se observar (principalmente no modelo 1.2), que à medida que a sobrecarga é aplicada mais próximo do bordo, a distribuição tende a tornar-se mais instável. Além disso, são também notórios efeitos de fronteira nos blocos de extremidade, os quais apresentam valores ligeiramente maiores para os impulsos.

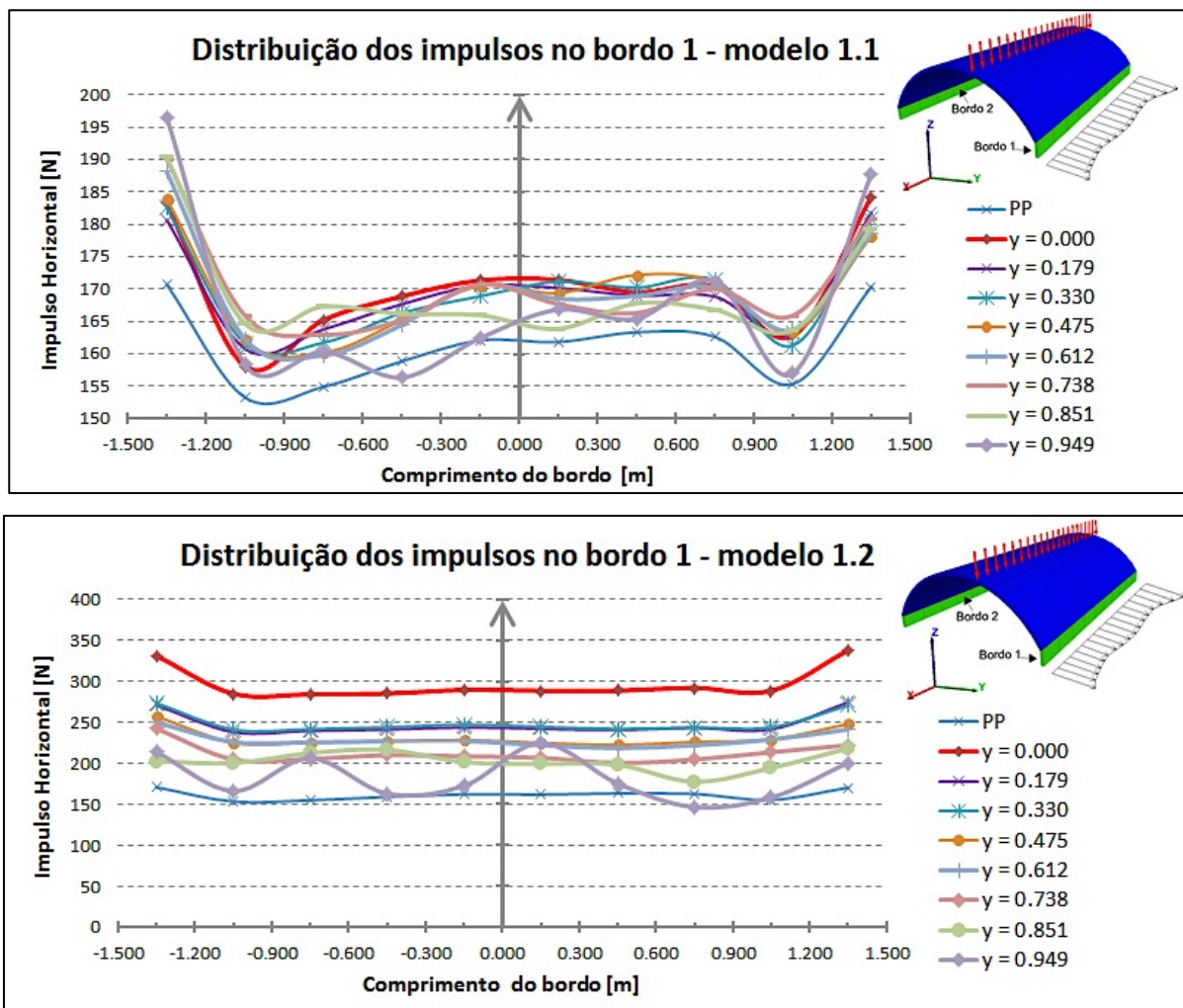


Figura 4.14 – Distribuição dos impulsos no bordo 1

Ainda acerca da análise dos referidos impulsos, constata-se que, naturalmente, a situação de carga referente apenas ao peso próprio da estrutura (caso de carga - PP) é aquela que transmite menos impulsos aos pés-direitos. Ao contrário a situação de carga correspondente ao peso próprio e à

sobrecarga aplicada a 1/2 vão da estrutura, é aquela que transmite o maior impulso. De forma a observar-se mais facilmente o descrito, apresentam-se no gráfico seguinte (Figura 4.15) os impulsos médios em função da localização da sobrecarga de colapso.

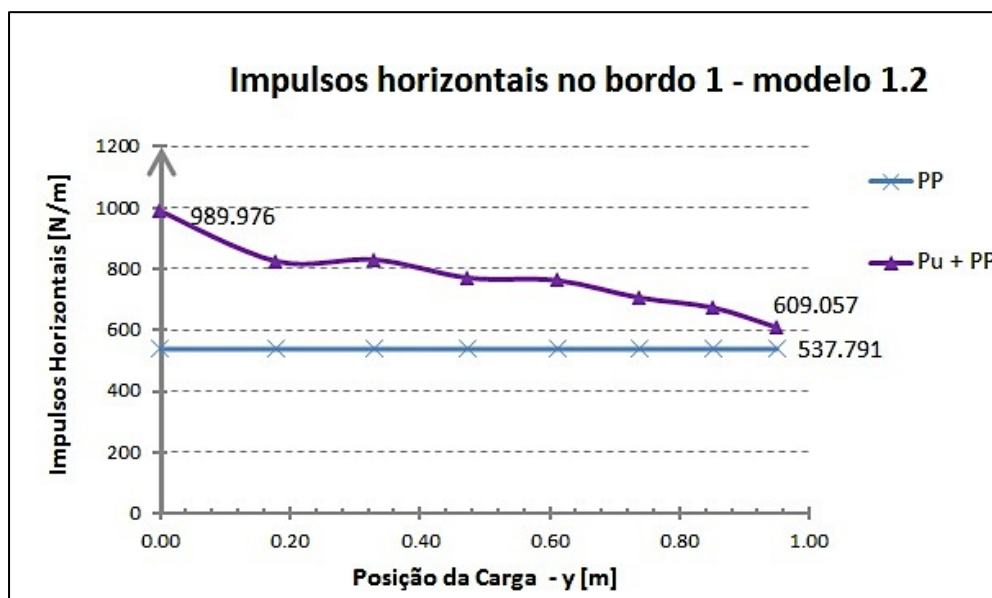


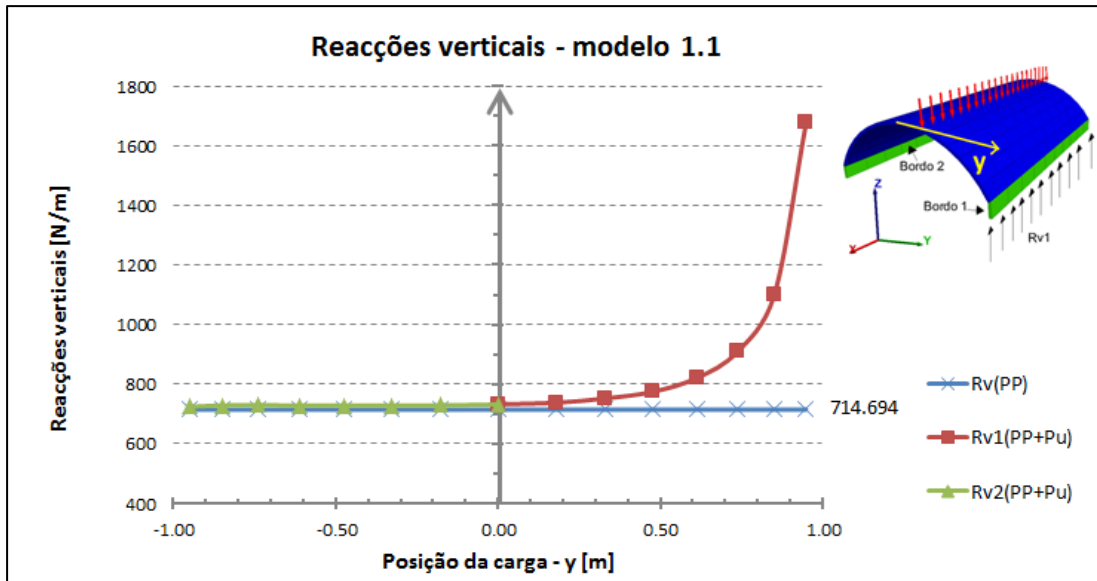
Figura 4.15 – Impulsos horizontais no bordo 1 em função da posição de carga (modelo 1.2)

Importa referir que os impulsos mencionados, quer no gráfico da Figura 4.15, quer nos gráficos da Figura 4.14, correspondem à situação imediatamente antes do colapso da estrutura. Isto porque, após o início do mecanismo dinâmico, os impulsos já não correspondem aos impulsos devido apenas ao carregamento, mas também têm em consideração o facto do sistema estar em movimento. Ou seja, enquanto que para a sobrecarga imediatamente antes da sobrecarga de colapso da estrutura, a equação que rege o sistema é a equação da estática (eq. 4.12), onde o somatório das forças do sistema é igual a zero, quando se analisa a situação correspondente ao colapso, verifica-se que a resposta dinâmica do sistema é agora dada através da 2ª lei de Newton, que estabelece a igualdade entre a resultante das forças aplicadas e as forças de inércia proporcionais à aceleração  $\vec{a}$  e à massa  $m$  do sistema (eq. 4.13).

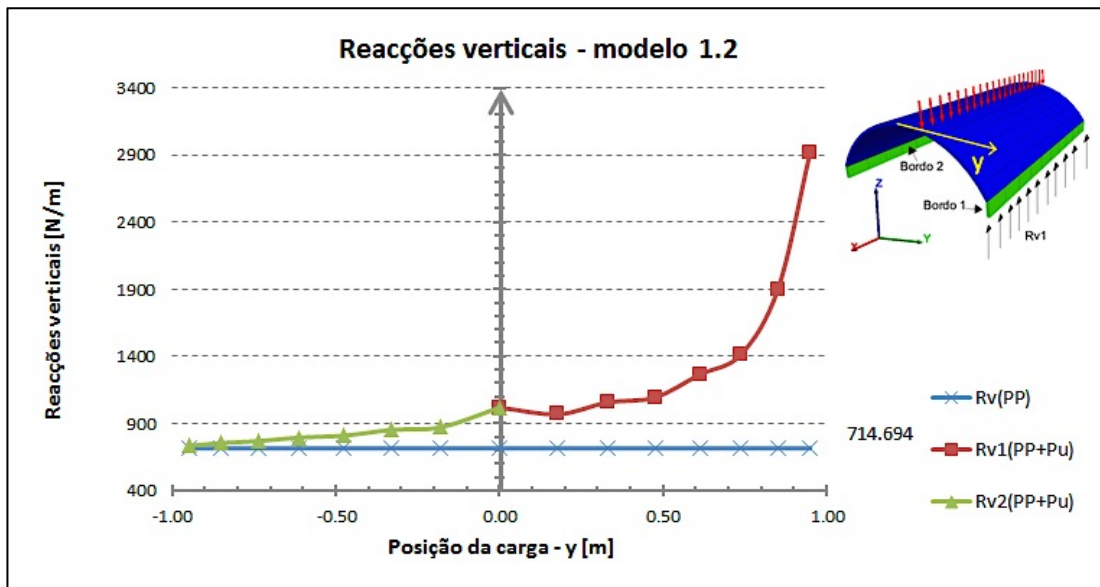
$$\sum \vec{F} = 0 \quad (4.12)$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (4.13)$$

Além do estudo dos impulsos horizontais, efectuou-se uma análise das reacções verticais nos bordos 1 e 2 ( $R_{v1}$  e  $R_{v2}$ , respectivamente) para as mesmas combinações de acções, tendo-se obtido os resultados dos gráficos da Figura 4.16. Antes de mais, importa clarificar que o bordo 1 corresponde à fronteira do lado onde se aplicou a sobrecarga, sendo o bordo 2 o simétrico em relação ao plano xz (Figura 4.16).



(a) Modelo 1.1



(b) Modelo 1.2

Figura 4.16 – Reacções verticais em função da posição da carga

Verifica-se, como esperado, que à medida que a sobrecarga actua mais próximo de um bordo, o encaminhamento das cargas faz-se directamente para esse apoio através de campos de compressões, aumentando a intensidade da respectiva reacção vertical e diminuindo a parcela relativa ao bordo contrário. Além disso, quando a carga é aplicada simetricamente (posição  $y=0.00$ ), as reacções são, como expectável, iguais nos dois bordos.

No que diz respeito aos mecanismos de colapso dos modelos 1.1 e 1.2, verifica-se que a *abobadilha* cilíndrica apresenta um mecanismo de rotura semelhante ao arco, o qual consiste na formação de charneiras de rotação. Note-se que no caso de cargas simétricas a formação das rótulas ocorre simetricamente, nas secções das nascenças, dos rins e do fecho (Figura 4.17a), ao passo que quando a carga é aplicada de forma não simétrica o mecanismo de colapso envolve a formação de quatro rótulas com localizações não simétricas (Figura 4.17b).

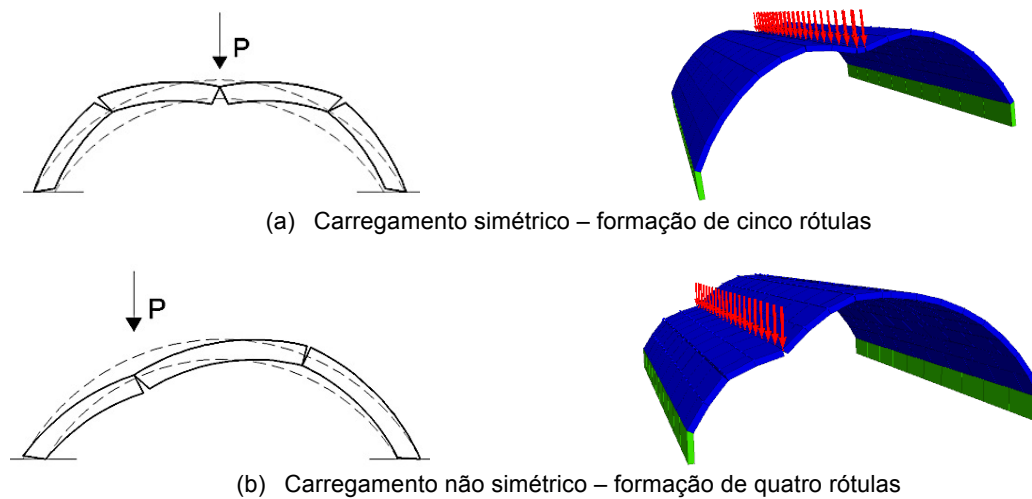


Figura 4.17 – Mecanismo de colapso da *abobadilha* cilíndrica

Em suma, conclui-se que os modelos 1.1 e 1.2, no geral, apresentam uma reduzida capacidade resistente, o que evidencia o facto destas estruturas, só por si mesmas, terem um comportamento muito instável face a carregamentos não simétricos. Constatando-se que a resistência à tracção das juntas de argamassa melhora o seu comportamento, embora as respostas continuem a ser semelhantes devido, por um lado à reduzida resistência à tracção e, por outro, ao comportamento pós rotura frágil que se atribuiu no modelo constitutivo das juntas.

Face aos resultados e também ao apresentado no parágrafo 3.5.2 sobre a composição da argamassa de assentamento dos tijolos, nas análises seguintes irá considerar-se a resistência à tracção de 0.20 MPa, devendo-se confirmar a validade desse valor em trabalhos futuros.

#### 4.3.3.2. Comparação de diferentes flechas

Nesta secção analisam-se duas geometrias de *abobadilhas* cilíndricas: uma com flecha de 0.60 m (modelo 1.2) e outra com flecha de 0.40 m (modelo 2.2).

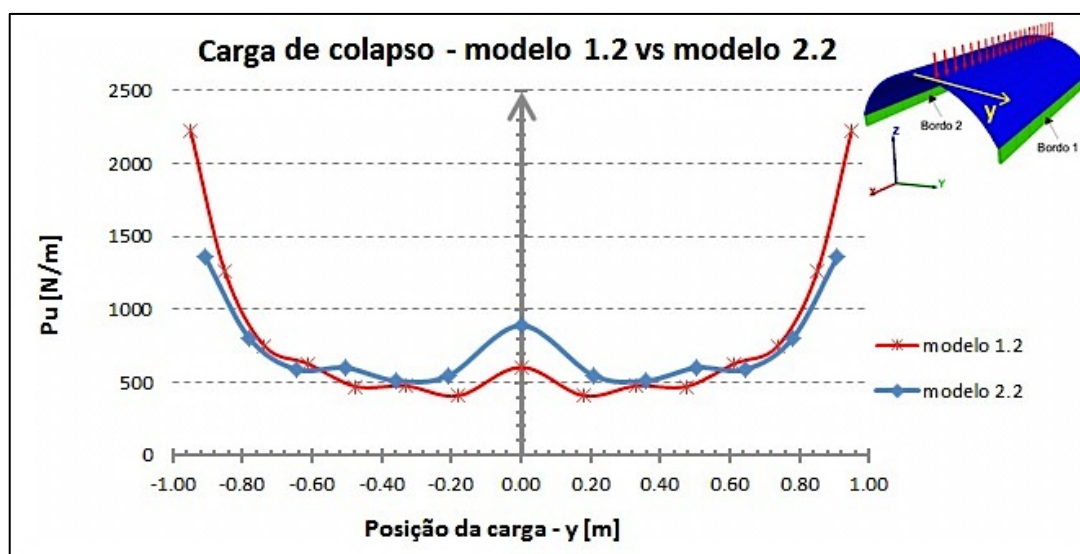


Figura 4.18 – Cargas de colapso da *abobadilha* cilíndrica com diferentes flechas

Como se pode observar na Figura 4.18, os modelos apresentam praticamente a mesma capacidade resistente, sendo de salientar o aumento significativo da intensidade da carga de colapso para a situação de carga a 1/2 vão no modelo com geometria mais abatida. Este facto está relacionado com a maior facilidade em inscrever a linha de pressões bi-linear correspondente à carga a 1/2 vão dentro da espessura do arco num perfil mais abatido, como se observa na Figura 4.19.

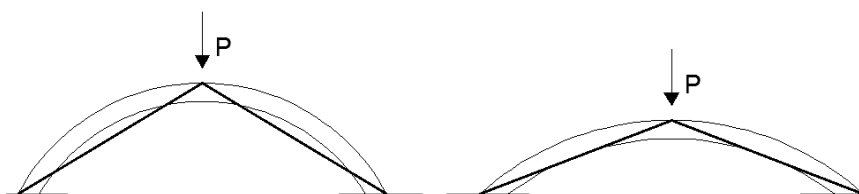


Figura 4.19 – Linha de pressões bi-linear correspondente à carga a 1/2 vão

De seguida, analisam-se e comparam-se os mesmos modelos em termos de reacções nos bordos (impulsos – Figura 4.20 e reacções verticais – Figura 4.21).

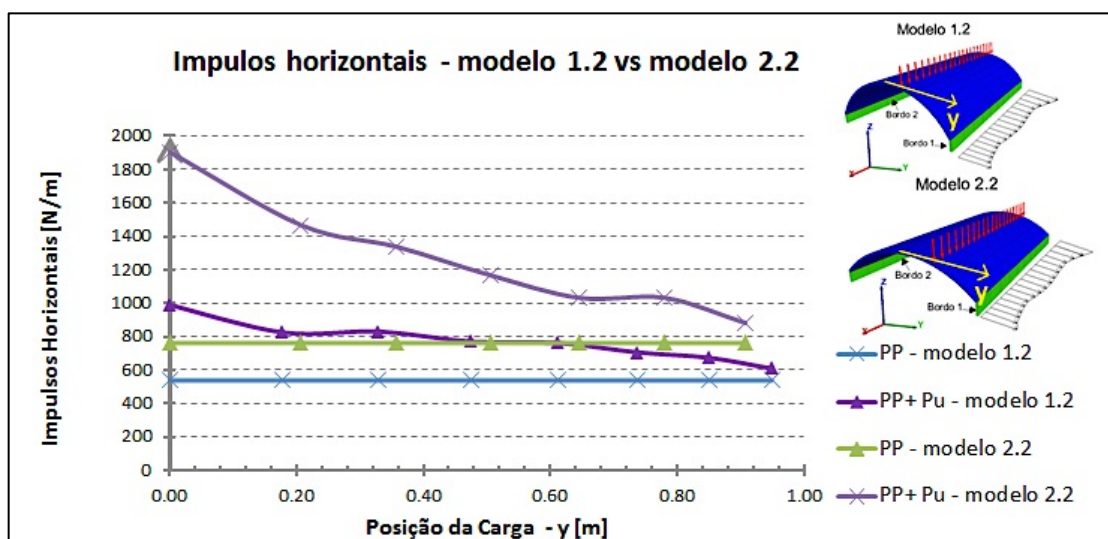


Figura 4.20 – Impulsos horizontais de abobadilhas cilíndricas com diferentes flechas

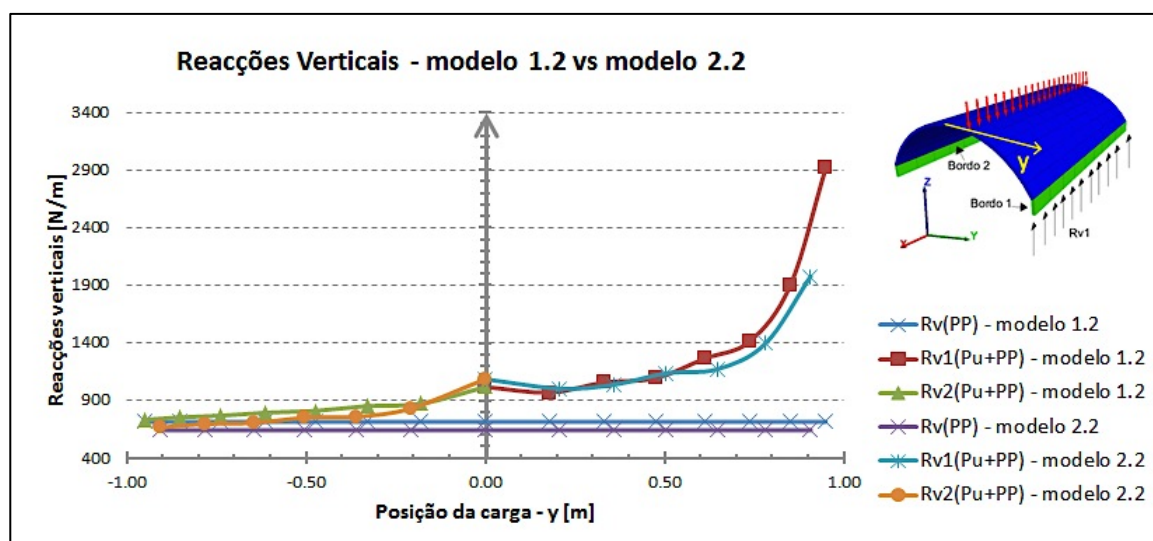


Figura 4.21 – Reacções verticais de abobadilhas cilíndricas com diferentes flechas

Da análise do gráfico da Figura 4.20 constata-se, como previsto, que a geometria mais abatida conduz a impulsos maiores sobre os pés-direitos. Para  $y=0.35$ , em que o valor da carga de colapso é praticamente o mesmo nos dois modelos, verifica-se que o impulso imediatamente antes do colapso para o modelo 2.2 é significativamente maior que o impulso do modelo 1.2.

Por outro lado, continua a verificar-se ainda a diminuição dos impulsos devidos à combinação de acções do peso próprio e da sobrecarga de colapso à medida que esta actua mais próximo do bordo. Tal como referido para as Figuras 4.14 e 4.15, os impulsos constantes no gráfico da Figura 4.20 referem-se à carga imediatamente antes da carga de colapso para que estes correspondam à situação estática.

Acerca das reacções verticais, a tendência é idêntica em ambos os casos, embora na *abobadilha* mais abatida a reacção vertical no bordo mais afastado da localização da sobrecarga (reacção  $Rv2$ ) tende a apresentar uma diminuição mais acentuada quando comparada com a mesma reacção no modelo mais circular. Supõem-se que isto se deva à menor inclinação da linha de pressões para a geometria mais abatida e, por conseguinte menor componente vertical da reacção no bordo 2 (Figura 4.22).

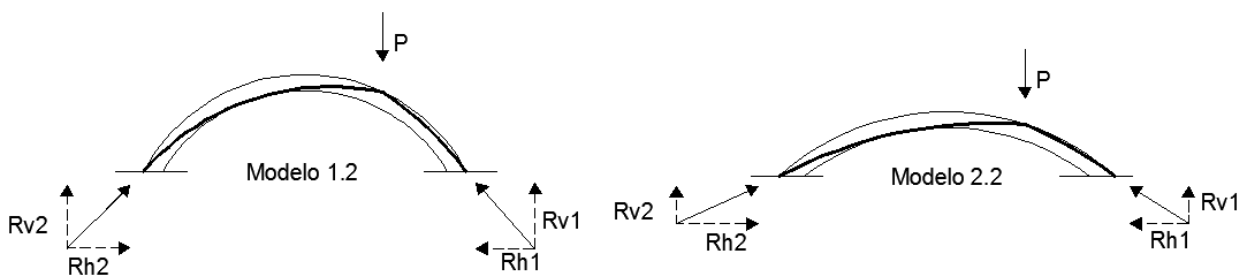


Figura 4.22 – Comparação da linha de pressões do modelo 1.1 e 1.2 para a mesma localização da carga P

Concluindo, a resposta dos dois modelos é semelhante e, dado que o modelo experimental construído no Laboratório LERM do Instituto Superior Técnico tem flecha de 0.40 m, de seguida, comparam-se três modelos referentes à *abobadilha* cilíndrica com essa flecha: o modelo 2.2 (que corresponde à *abobadilha* sem enchimento nem muretes), o modelo 3.2 (que corresponde ao modelo com enchimento) e o modelo 4.2. que apresenta muretes de carga.

#### 4.3.3.3. Estudo do Efeito do Enchimento e dos Muretes de Carga

No gráfico da Figura 4.23 é evidente o aumento da capacidade resistente da *abobadilha* que apresenta muretes de carga (modelo 4.2). De facto, a existência destes elementos de reforço resulta numa maior compressão das aduelas da *abobadilha* (e, conseqüentemente, numa maior resistência ao corte inerente ao modelo de Mohr-Coulomb), assim como numa restrição ao deslocamento horizontal da zona dos rins (visível no mecanismo de colapso apresentado na Figura 4.17), o que tem como consequência um aumento significativo da estabilidade deste modelo. Refira-se que estes efeitos estão de acordo com estudos realizados sobre arcos [39].

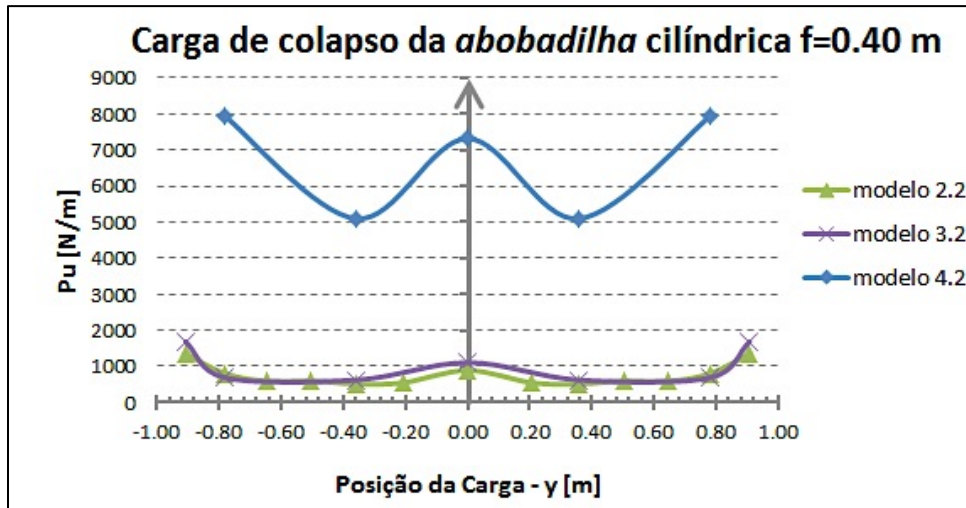


Figura 4.23 – Cargas de colapso dos modelos 2.2, 3.2 e 4.2 – influência dos muretes e do enchimento do extradorso.

Para analisar os resultados relativos ao modelo com enchimento no extradorso, uma vez que no gráfico anterior o seu efeito não é bem visível, optou-se por representar na Figura 4.24 apenas a comparação das cargas de colapso dos modelos 2.2 e 3.2.

Como se pode observar no gráfico da Figura 4.24, a presença do enchimento no extradorso da *abobadilha* conduz a uma capacidade de carga relativamente superior, visível no terço central e junto dos apoios, embora como se constatou anteriormente, a sua eficácia não se compare com a eficácia dos muretes de reforço. Sobre este assunto, recorde-se que o enchimento no extradorso é, em geral, uma das características destas estruturas, ao passo que os muretes eram exclusivamente usados para reforçar as *abobadilhas* que tinham de receber mais esforços, aspecto que se torna evidente após a análise da resposta estrutural destes modelos.

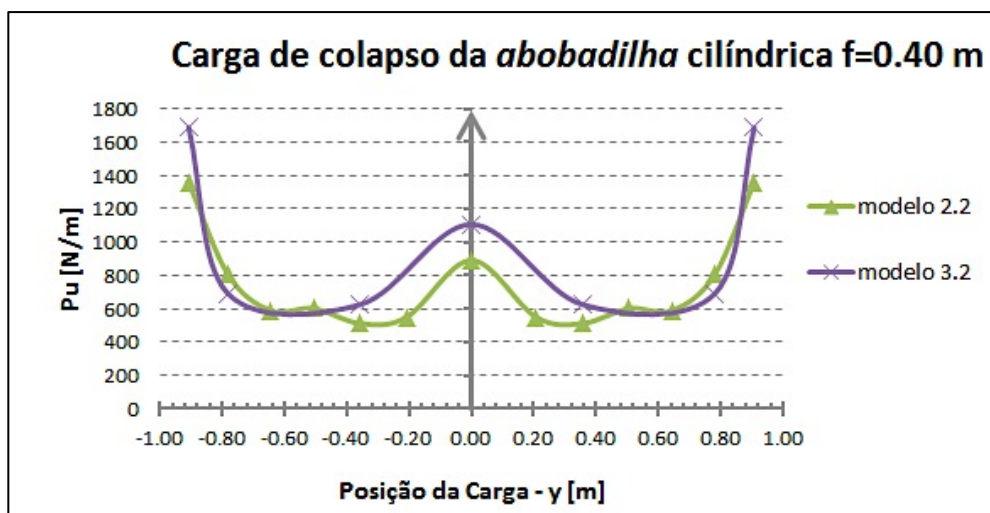


Figura 4.24 – Cargas de colapso dos modelos 2.2 e 3.2 - influência do enchimento no extradorso

No que diz respeito às vantagens do enchimento, refira-se que, analogamente aos muretes de carga, este confina as fiadas da *abobadilha*, restringindo o seu deslocamento, o que faz com que a estrutura passe a funcionar com um vão efectivo mais pequeno. Este aspecto torna-se evidente pela análise do

mecanismo de colapso deste modelo (Figura 4.25), no qual se observa que apenas a parcela acima do enchimento é que apresenta uma maior deformação.

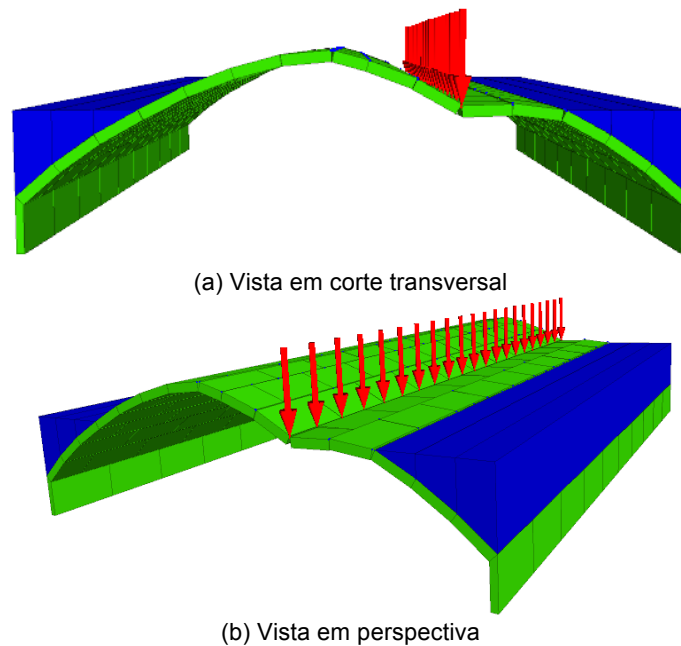


Figura 4.25 – Mecanismo de colapso do modelo 3.2

Além deste efeito, se o enchimento apresentar alguma consistência e a sua interface com os blocos das fiadas que constituem a *abobadilha* tiver resistência ao corte suficiente (que é o caso geral) a linha de pressões poderá “sair da espessura dos blocos” e continuar o seu percurso ao longo do material do enchimento. Este efeito adicional está bem representado na Figura 4.26, a qual foi retirada de uma análise de elementos finitos realizada a uma abóbada de berço por Reese [40].

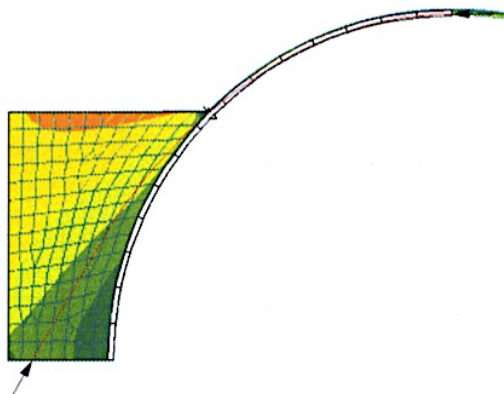


Figura 4.26 – Linha de pressões dentro do enchimento do extradorso [40]

Por último, da análise das Figuras 4.23 e 4.24, verifica-se que a localização mais desfavorável da sobrecarga variável é próxima de  $1/3$  a  $1/4$  de vão. Esta evidência está de acordo com a constatação feita por Jacques Heyman no século passado, acerca do “*Factor de Segurança Geométrico*”. Na verdade, considerando este factor uma medida da capacidade de carga da estrutura, e observando-se o gráfico da Figura 4.27, verifica-se que o seu valor mínimo corresponde à posição de carga próxima de  $1/3$  a  $1/4$  de vão.

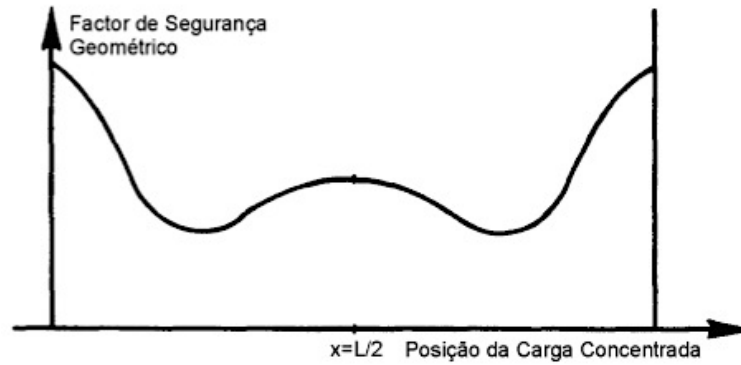


Figura 4.27 – Factor de Segurança Geométrico [9]

De seguida, ilustra-se o mecanismo de colapso do modelo 4.2 (Figura 4.28). Da observação das respectivas figuras, constata-se o confinamento das fiadas referido anteriormente, que tem como repercussão a concentração da deformação junto do local da aplicação da sobrecarga (Figura 4.28a). Já na Figura 4.28b, apresentam-se os vectores de deslocamentos dos blocos, dos quais se destacam os deslocamentos correspondentes aos blocos da região dos rins da *abobadilha* do lado oposto ao da aplicação da sobrecarga.

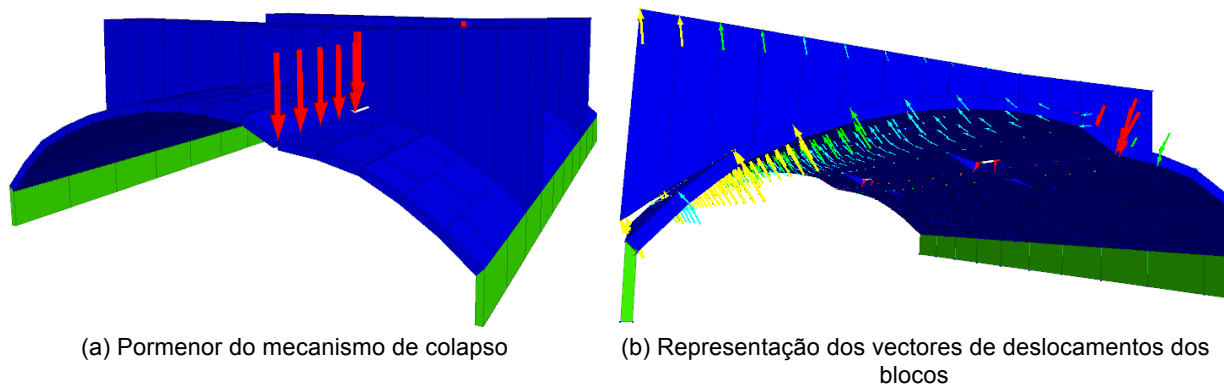


Figura 4.28 – Análise do mecanismo de colapso do modelo 4.2

Como referido na apresentação dos modelos, não se considerou nenhuma restrição ao deslocamento dos muretes (o que é visível na Figura 4.28b), embora numa situação real o prolongamento em altura dos pés-direitos conduza a um aumento da rigidez lateral destes elementos, que apesar de pequena, tem elevada influência no comportamento deste sistema estrutural. Desta forma, ao não se restringir o deslocamento horizontal, no fundo o efeito que se simula é simplesmente o efeito do confinamento pelo peso próprio destes elementos, tendo-se verificado ainda assim um aumento significativo da capacidade de carga.

A fim de compreender qual a influência da respectiva restrição associada aos deslocamentos horizontais, efectuou-se uma análise onde esse deslocamento foi impedido, tendo-se obtido para a posição de carga a 1/2 vão, uma intensidade da sobrecarga de colapso de 100 kN/m (Figura 4.29). Facto que não corresponde à realidade uma vez que haverá sempre algum movimento, tendo-se optado, portanto por uma abordagem conservativa.

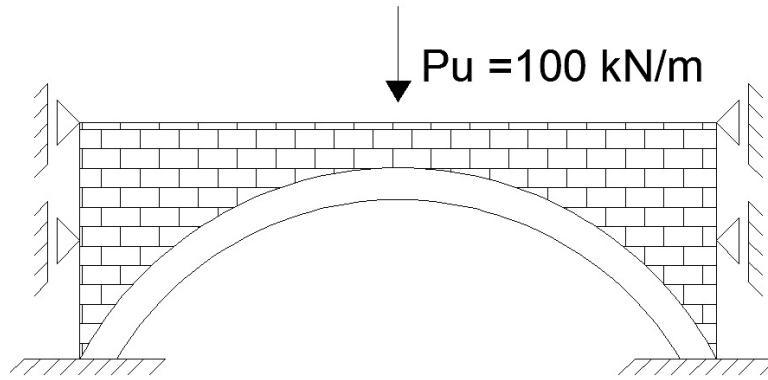


Figura 4.29 – Situação correspondente ao deslocamento horizontal impedido

Assim, conclui-se o estudo simplificado da *abobadilha* cilíndrica e dos vários elementos que a constituem, verificando-se que os mesmos são bastante influentes no comportamento destas estruturas, uma vez que quando se analisa a *abobadilha* isoladamente ela apresenta grande instabilidade. De seguida apresentam-se os resultados relativos aos modelos de *abobadilha* de engradado.

À semelhança do estudo efectuado para *abobadilha* cilíndrica, analisam-se de seguida as cargas de colapso dos modelos 5.2 e 6.2. Estes dizem respeito às flechas de 0.40 m e 0.60 m respectivamente. Refira-se que nos presentes modelos analisaram-se três posições de carga distintas, a 1/2 vão, a 1/3 do vão e junto do apoio, as quais estão aplicadas conforme se mostra na Figura 4.30.

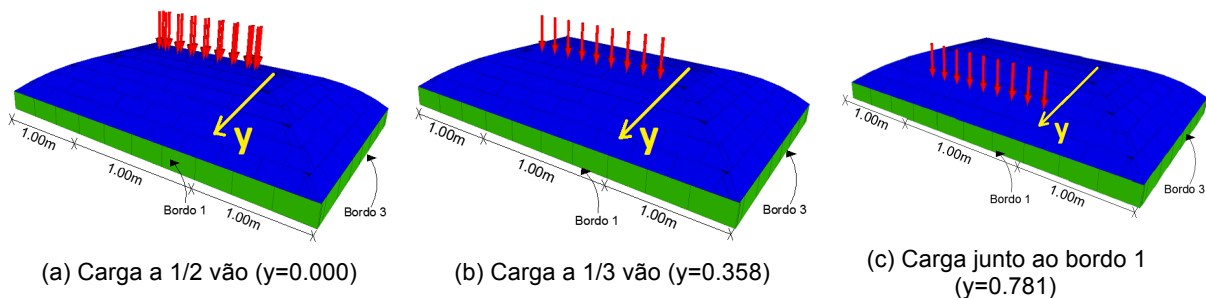


Figura 4.30 – Posições e configurações das cargas

Da análise da Figura 4.31 verifica-se, tal como nos casos das *abobadilhas* cilíndricas, que o modelo com flecha de 0.40 m apresenta uma capacidade resistente superior quando a carga está localizada no fecho da abobadilha (posição de carga  $y=0.000$ ). Enquanto que o modelo com flecha de 0.60 m possui uma maior capacidade de carga para as restantes localizações da carga.

Relativamente à distribuição de impulsos sobre os apoios da *abobadilha* de engradado (Figuras 4.32 e 4.33), assiste-se a uma diminuição junto das extremidades, a qual é evidente em todos os casos de carga, até para o peso próprio. Estes resultados levam a concluir que não haverá concentração de impulsos nas extremidades destas *abobadilhas*, isto é, junto das arestas de intersecção das superfícies curvas.

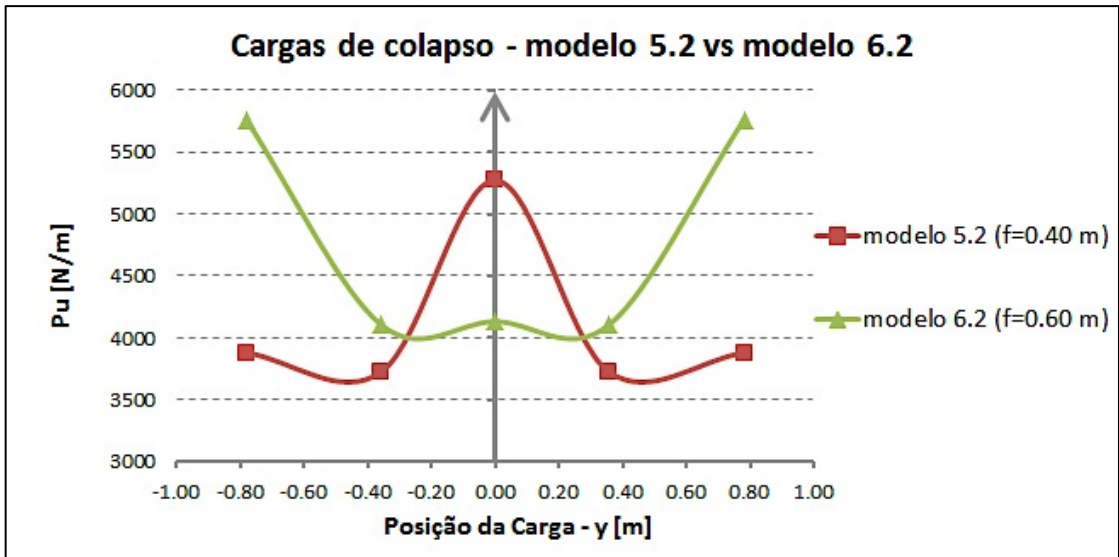


Figura 4.31 – Cargas de colapso dos modelos 5.2 e 6.2

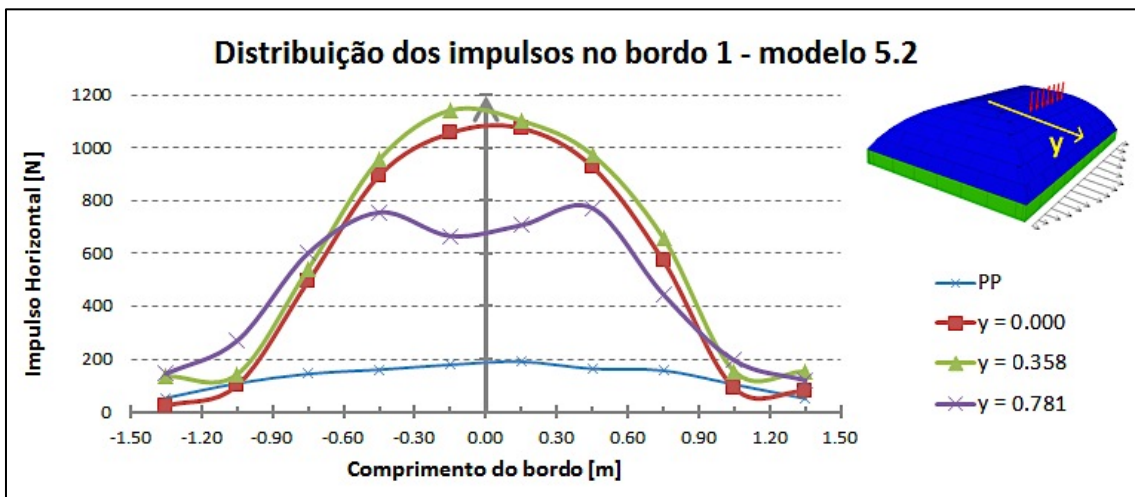


Figura 4.32 – Distribuição dos impulsos no bordo paralelo à aplicação da carga

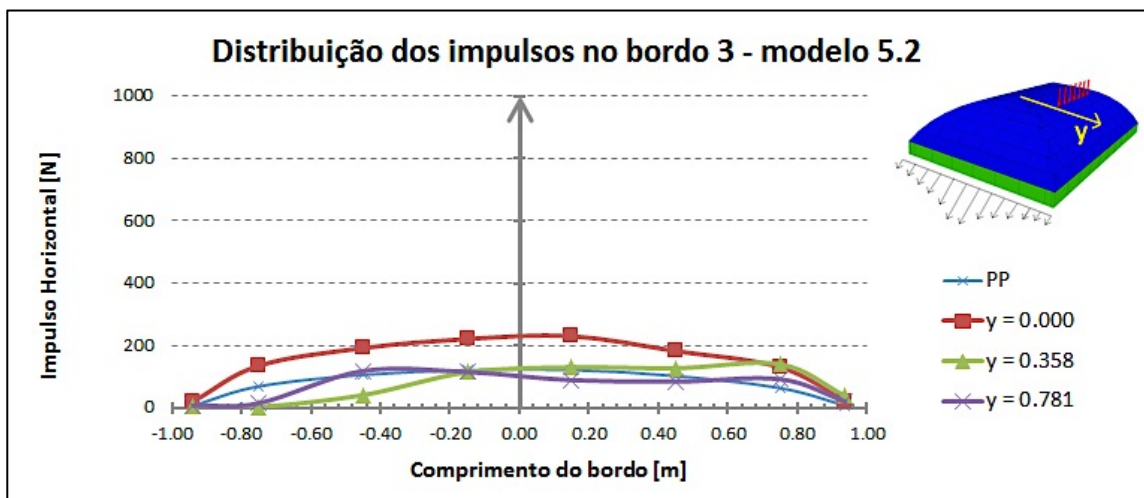


Figura 4.33 – Distribuição dos impulsos no bordo perpendicular à aplicação da carga

Uma das possíveis justificações para a distribuição representada na Figura 4.32 baseia-se na configuração do carregamento. Isto porque os impulsos máximos são registados precisamente nos blocos que se encontram na faixa central do bordo, a qual corresponde simultaneamente à faixa de aplicação da carga. Contudo, poderá haver outra justificação, uma vez que a distribuição dos impulsos mantém a sua tendência quando só se aplica o peso próprio.

De facto, outra razão plausível para justificar esta distribuição é o facto das zonas das arestas de intersecção das superfícies curvas corresponderem a zonas frágeis da estrutura, sendo os esforços encaminhados pelas zonas mais rígidas. Refira-se que esta última hipótese está de acordo com o padrão de fissuração típico destas *abobadilhas*, e também com o facto das arestas “abrirem” quando se aplica um carregamento. Estas duas particularidades serão discutidas mais à frente, embora esta correlação deva ser estudada mais em pormenor em estudos futuros.

Por último, ainda acerca da distribuição dos impulsos (dado que é natural pensar-se que este tipo de abóbadas e *abobadilhas* concentram os esforços nas arestas, à semelhança das abóbadas e *abobadilhas* de aresta), cita-se o trabalho italiano desenvolvido por Elide Tomasoni, em 2008, sobre este assunto, do qual se destaca o gráfico apresentado na Figura 4.34. Antes de analisar o respectivo gráfico, importa esclarecer que “*spinta orizzontale*” corresponde em português a “impulso horizontal”. De facto, analisando qualitativamente o respectivo gráfico constata-se que o impulso horizontal tende a ser menor junto das respectivas arestas. Refira-se que no caso da Figura 4.34 os impulsos são devidos unicamente ao peso próprio da estrutura, tendo os resultados sido obtidos através de uma análise não linear de elementos finitos.

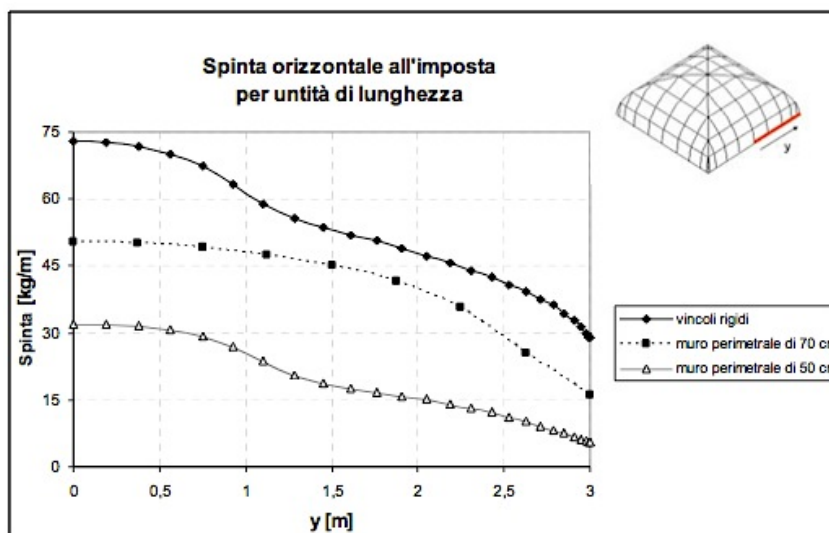


Figura 4.34 – Distribuição dos impulsos horizontais de uma abóbada de engrads com dimensões em planta de 6.00x6.00 m<sup>2</sup> e flecha de 3.00 m [38]

Na Figura 4.35 comparam-se os resultados dos modelos 5.2 e 7, em termos de cargas de colapso. Lembra-se que o modelo 5.2 corresponde a um *abobadilha* de engrads, enquanto que o modelo 7 representa uma *abobadilha* cilíndrica, ambos com flecha de 0.40 m. O carregamento é igual nos dois casos.

Relativamente aos resultados obtidos, constata-se que, independentemente da localização, a carga de colapso correspondente à *abobadilha* de engras é significativamente superior à carga de colapso correspondente à *abobadilha* cilíndrica. Por outro lado, verifica-se, em ambos os casos, que a situação de carga mais desfavorável corresponde a um carregamento próximo de 1/3 do vão (posição de carga  $y = 0.358$ ) (Figura 4.35).

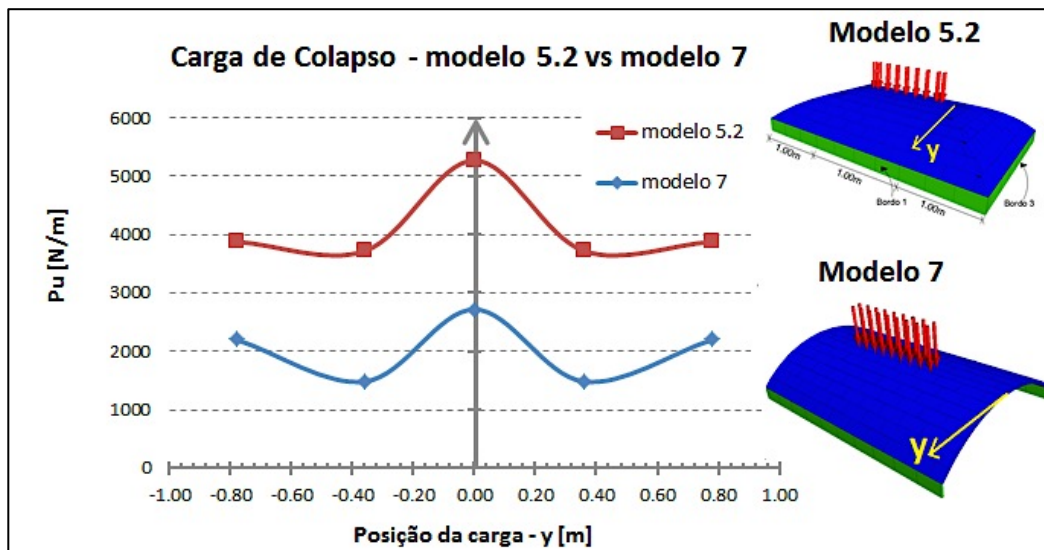


Figura 4.35 – Cargas de colapso dos modelos 5.2 e 7

No que diz respeito à distribuição dos impulsos do modelo 7, verifica-se que a mesma é mais homogénea do que no caso anterior da *abobadilha* de engras (Figura 4.32), embora exista um ligeiro aumento no centro do bordo devido à distribuição da carga aplicada (Figura 4.36), uma vez que esse aumento é notório apenas para as situações de carga correspondentes à combinação do peso próprio e da carga variável. Pois como se depreende do respectivo gráfico, a distribuição dos impulsos devido apenas ao peso próprio (PP) é praticamente uniforme, embora como já referido, existam ligeiros efeitos de extremidade nos blocos de fronteira.

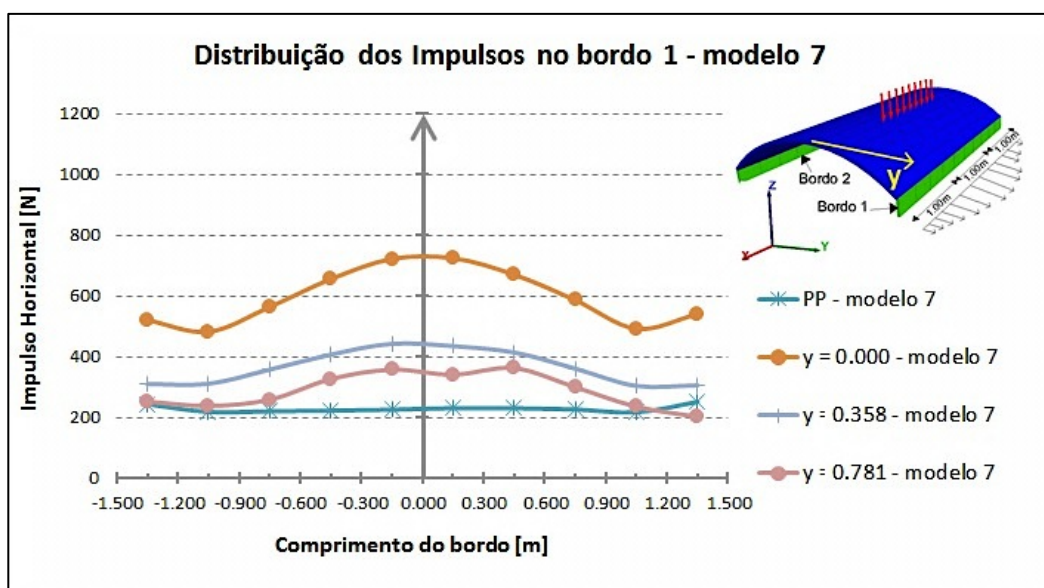


Figura 4.36 – Distribuição dos impulsos na *abobadilha* cilíndrica - modelo 7

Em relação ao mecanismo de colapso da *abobadilha* de engras, refira-se que este apresenta um carácter mais local, comparativamente ao mecanismo de colapso da *abobadilha* cilíndrica, resultando só numa fase posterior no colapso global da estrutura. Na Figura 4.37 apresenta-se o mecanismo de colapso para cada uma das configurações de carga analisadas onde o aspecto local é evidente.

Como referido anteriormente, é também notória a particularidade relativa à “abertura” das arestas, a qual se assinala nas Figuras 4.37b e 4.37c com um círculo a encarnado. Tal como no caso da distribuição dos impulsos, este aspecto está também saliente no trabalho de Tomasoni [38], como se observa na Figura 4.38a. No entanto, a geometria e o carregamento do exemplo estudado por Tomasoni conduz a uma deformada diferente dos exemplos deste trabalho, embora para a compreensão do comportamento das arestas estes aspectos não tenham demasiada influência.

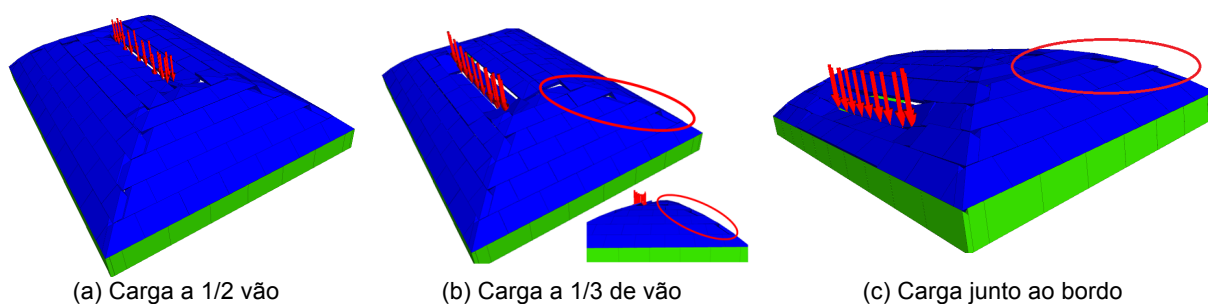
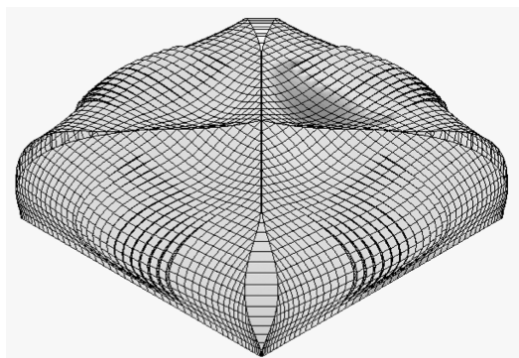
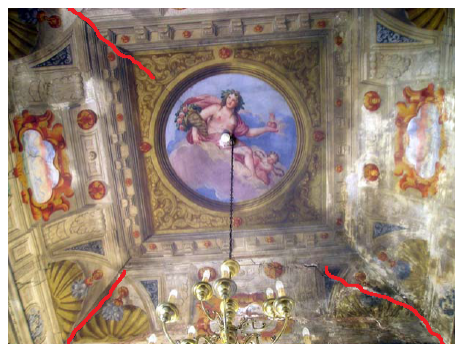


Figura 4.37 – Mecanismo de colapso da *abobadilha* de engras



(a) Deformação de uma abóbada de engras (factor de escala  $10^5$ ) [38]



(b) Abóbada de engras do Palácio de Martinengo delle Palle (Brescia, Itália) [38]

Figura 4.38 – Abertura das diagonais e desenvolvimento de fendas meridionais típicas das cúpulas.

Salienta-se, que os resultados deste trabalho estão de acordo com os resultados do trabalho de Tomasoni e parecem estar em consonância com o que se observa na realidade. Na verdade, este tipo de abóbadas e *abobadilhas* são, em geral, afectadas por fendas ao longo das diagonais, como se observa na Figura 4.38b.

Por último, ainda da análise da Figura 4.38a, verifica-se a abertura de fendas na direcção meridional junto aos rins da abóbada, característica típica das cúpulas (ver Figura 2.19). A este respeito, recorde-se o referido por Manuel Luna, acerca do comportamento de cúpula de determinadas abóbadas e *abobadilhas*, apresentado no capítulo anterior.

A partir dos resultados da análise estrutural realizada neste capítulo, constata-se que os construtores e mestres antigos, mesmo sem o domínio dos conceitos científicos da mecânica estrutural, usavam

técnicas e soluções construtivas empíricas para suprir as deficiências estruturais identificadas neste trabalho. Além disso, a partir dos resultados obtidos consegue-se justificar a razão de ser de algumas exigências do processo construtivo tradicional destas soluções, nomeadamente, a presença do enchimento do extradorso, dos muretes de carga sobre as cintas e do carregamento da zona dos cantos devido à potencial abertura das diagonais (Figura 4.39).

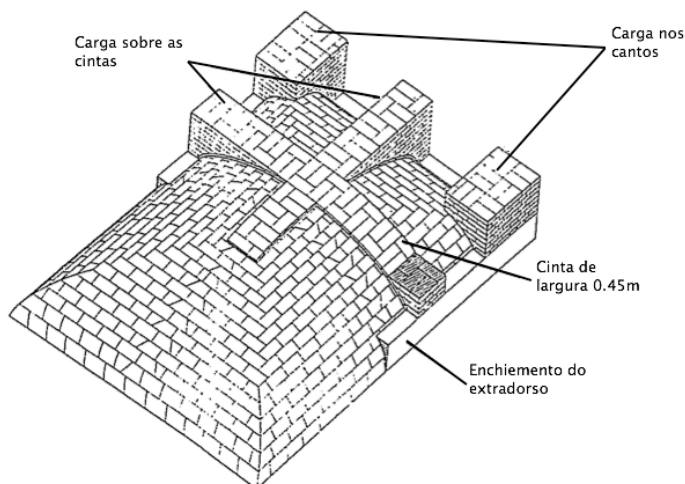


Figura 4.39 – Evidências construtivas comprovadas com os resultados das análises numéricas [12]

### 4.3. Conclusões do capítulo

O comportamento das estruturas de alvenaria é não linear, devido à fraca resistência à tracção, à limitada resistência ao corte dos elementos que a constituem e à existência de descontinuidades entre esses elementos. Devido a essa não linearidade, a simulação numérica destas estruturas é uma tarefa complexa. Existem, no entanto, várias metodologias avançadas que podem ser usadas no âmbito da análise de estruturas arqueadas, das quais se destacam os Métodos de Elementos Finitos e o Método de Elementos Discretos.

Neste trabalho optou-se pelo Método de Elementos Discretos, uma vez que este tem a vantagem de permitir a ocorrência de deslocamentos e rotações finitas dos corpos discretos (inclusive a sua separação) e a detecção de novos contactos à medida que a análise progride, sendo assim, possível simular o processo de colapso destas estruturas. Além disso, tem também a vantagem, face ao Método dos Elementos Finitos, de dispensar uma refinada caracterização mecânica dos materiais através de modelos constitutivos rigorosos, o que nem sempre é possível (como é o caso deste trabalho) face ao seu carácter histórico e à indisponibilidade de resultados experimentais para os valores dos respectivos parâmetros numéricos.

As estruturas foram modeladas e analisadas utilizando o software de cálculo *3DEC* [4], tendo-se considerado blocos rígidos ligados por contactos deformáveis. Esta opção justifica-se pelo facto do comportamento das *abobadilhas* ser, em condições normais, condicionado pelo comportamento (resistência e deformabilidade) das juntas. A deformabilidade dos blocos é, em geral, menor que a deformabilidade das juntas e o colapso destas estruturas está, normalmente, associado à rotura das juntas entre blocos.

Analisaram-se duas soluções de *abobadilhas alentejanas*: a *abobadilha* cilíndrica e a *abobadilha* de engras, cujas dimensões resultaram da aplicação das regras de pré-dimensionamento apresentadas no capítulo anterior. Nas análises consideraram-se as *abobadilhas* submetidas à acção do seu peso próprio e de uma carga linear variável.

Da análise dos resultados, constatou-se que o parâmetro associado à resistência à tracção das juntas entre elementos condiciona o valor da carga de colapso dos respectivos modelos. Devido à sua esbelteza (resultante dos tijolos serem colocados ao baixo), estas *abobadilhas* apresentam, quando analisadas sem se ter em conta os efeitos do enchimento do extradorso, reduzidas capacidades de carga, sendo claramente notória a grande instabilidade quando não se considera resistência à tracção.

Acerca dos modelos de *abobadilha* cilíndrica, verifica-se, como esperado, que estes apresentam um comportamento semelhante ao de um arco, facto que é comprovado quer através da observação dos mecanismos de colapso, como também pelas reacções de apoio e capacidades resistentes que apresentam, verificando-se para todos os casos que a situação de carga mais gravosa corresponde a um carregamento próximo de 1/3 de vão.

Além disso, constatou-se o efeito favorável do enchimento do extradorso e dos muretes de carga, que conduzem ao aumento da capacidade de carga dos respectivos modelos devido, essencialmente, ao efeito de compressão das fiadas das *abobadilhas*, mas também à restrição do seu deslocamento horizontal. Sobre este aspecto salienta-se, como exemplificado, que caso se restringisse o deslocamento horizontal através de apoios com rigidez infinita, a capacidade de carga do sistema aumentava exageradamente, correspondendo a uma situação irreal. Note-se que no modelo de elementos discretos, os blocos dos muretes, como todos os blocos da *abobadilha*, foram considerados rígidos e indefinidamente resistentes à compressão e à tracção.

Da comparação do enchimento com os muretes de carga, sobressai o aumento significativo da carga máxima correspondente ao modelo com muretes de carga. Comprovando-se, desta forma a sua eficácia no reforço destas estruturas.

No que diz respeito à *abobadilha* de engras, verifica-se que a sua capacidade de carga é superior à da *abobadilha* cilíndrica, assistindo-se a uma diminuição dos impulsos junto das arestas de intersecção das superfícies curvas. Este resultado leva a concluir que não haverá concentração de esforços nas referidas zonas, ao contrário do que acontece na *abobadilha* de arestas, devido à fragilidade destas zonas que, frequentemente se encontram fissuradas. Acerca deste último aspecto, conclui-se que a causa das fendas observáveis nas intersecções de superfícies curvas é o próprio funcionamento estrutural desta geometria, e não os deslocamentos dos apoios como se pensava.

Desta forma, compreendido o funcionamento estrutural destas *abobadilhas*, defende-se a afirmação feita por Manuel Luna acerca do comportamento de cúpula de algumas destas soluções. De facto, nas *abobadilhas* de engras desenvolvem-se fendas na direcção meridional devido ao campo de tracções que se instala na direcção perpendicular como resultado do deslocamento para o exterior das fiadas da região dos rins, o que conduz à “abertura” das diagonais (e, conseqüente fendilhação). Por último,

refira-se que os construtores antigos, embora desconhecendo a razão de ser do que observavam, desenvolveram técnicas empíricas que solucionavam os problemas estruturais observados.

## **CAPÍTULO 5 – MODELO EXPERIMENTAL DE UMA ABOBADILHA ALENTEJANA**

### **5.1. Introdução**

A possibilidade de se realizarem ensaios de carga em abóbadas e *abobadilhas alentejanas* reais é algo invulgar devido aos condicionamentos locais. Assim, na análise do seu comportamento estrutural, verifica-se uma lacuna de informação devido ao facto da maior parte dos modelos numéricos presentes na literatura não estarem calibrados através de ensaios experimentais, existindo muitas incertezas acerca dos respectivos resultados.

Deste modo, conforme referido no capítulo 4, foi executado, no âmbito deste trabalho, um modelo experimental de uma *abobadilha alentejana* (*abobadilha* de engas), cujo objectivo era ser usado na validação e calibração dos resultados dos modelos numéricos estudados no capítulo anterior.

Contudo, face às vicissitudes que a execução de um modelo à escala real acarreta, os estudos de calibração através de ensaios, quer aos materiais, quer à própria estrutura, não foram possíveis de realizar em tempo, tendo-se optado neste capítulo por apresentar o plano de ensaios que estava planeado realizar-se, de modo a que estes possam ser realizados num futuro estudo.

Apesar disso, dado que um dos objectivos deste trabalho consistia na descrição do processo construtivo de abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, embora não se tenham realizado os ensaios pretendidos, a construção deste modelo à escala real foi útil para concretizar o objectivo descrito, pois contribuiu para esclarecer determinados aspectos não consensuais presentes na literatura relativos à sua execução.

Desta forma, este capítulo consiste na descrição do modelo experimental e do seu processo construtivo, salientando-se também os trabalhos preliminares que foram necessários para a sua construção. Por último, apresenta-se um possível plano de ensaios a realizar no futuro, de forma a validar os resultados numéricos apresentados.

### **5.2. Descrição do Modelo Experimental**

Em primeiro lugar, refira-se que, de forma a não violar as condições de semelhança, os modelos experimentais devem ter escalas próximas das reais. De facto, os efeitos de escala, aliados à

complexidade da composição das alvenarias, podem inviabilizar a correlação entre ensaios experimentais realizados em modelos de escala reduzida e o comportamento real da estrutura [9].

Assim, para evitar efeitos de escala, as dimensões consideradas para o modelo experimental executado no laboratório LERM do Instituto Superior Técnico foram de 3.00x2.00 m<sup>2</sup> (em planta) e 0.40 m de flecha. Refira-se que estas dimensões correspondem às vulgarmente realizadas na prática, tendo resultado da aplicação das regras tradicionais de pré-dimensionamento apresentadas no capítulo 3. Salienta-se também, que, para obviar os referidos efeitos, foram usados tijolos com as medidas reais, isto é, 300x150x35 mm<sup>3</sup>. Os restantes materiais usados, assim como as respectivas quantidades, apresentam-se na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Materiais usados na construção do modelo e respectivas quantidades

<b>Materiais</b>	<b>Quantidades</b>	
Tijolos (300x150x35 mm <sup>3</sup> )	170	unidades
Cimento Portland	160	kg
Areia Lavada	0.50	m <sup>3</sup>
Gesso	20	kg



(a) Tijolos



(b) Ligantes: gesso e cimento



(c) Areia lavada



(d) Pedacos de tijolos

Figura 5.1 – Materiais usados na construção do modelo experimental

Como consta na Figura 5.1d, para além dos materiais que se apresentam na Tabela 5.1, utilizaram-se pedaços de tijolos que foram incorporados na argamassa de enchimento com o objectivo de preencher o volume existente no extradorso da *abobadilha*.

A argamassa de assentamento dos tijolos constou numa mistura de cimento e gesso ao traço 3:1, enquanto que a argamassa usada no enchimento do extradorso consistiu numa mistura de cimento e

areia com um traço volumétrico de 1:4. Esta última, é aconselhável apresentar-se aguada porque os tijolos vão absorver grande parte da água da amassadura, e só assim se garante uma consistência e uma interface de ligação entre os tijolos e o enchimento com características adequadas para a linha de pressões poder “sair da espessura dos tijolos” e poder continuar o seu percurso ao longo do material de enchimento, como se referiu no capítulo anterior.

De seguida, apresenta-se, resumidamente, o processo construtivo desta *abobadilha* de engras, fazendo-se referência também aos trabalhos preliminares que foram necessários para a elaboração deste modelo.

### **5.3. Setup Experimental e Processo Construtivo**

Como a construção de abóbadas e *abobadilhas* é feita, em geral, por baixo, houve a necessidade de conceber uma solução que permitisse, simultaneamente, manter a estrutura elevada e absorver os esforços (quer impulsos como reacções verticais) transmitidos durante o processo construtivo e aquando da realização dos ensaios de carga.

Assim, decidiu-se dispor quatro apoios monolíticos de betão com dimensões em planta de 0.50x0.50 m<sup>2</sup> e 0.88 m de altura, com o propósito de elevar a estrutura, colocando-se posteriormente sobre estes, quatro perfis metálicos HEA 220, dois deles com 2.04 m de comprimento e outros dois com 2.64 m (Figura 5.2). Refira-se que estes perfis foram introduzidos apenas com a função de rigidificar o sistema e, conseqüentemente, diminuir a deformabilidade vertical dos bordos da *abobadilha* aquando dos ensaios de carga. Este é um aspecto importante, uma vez que foram considerados apoios rígidos na modelação apresentada no capítulo anterior e, só desta forma se podem comparar os resultados experimentais com os resultados numéricos.

Para resistir aos impulsos, optou-se pela concepção de um “caixilho” metálico constituído por perfis em “I” que resultaram da junção de dois perfis UNP 140 (em aço S 235) através de dois cordões de soldadura, um em cada banzo (Figura 5.3a), sendo os elementos unidos através de ligações aparafusadas (Figura 5.3b). Na selecção deste tipo de ligação, teve-se em consideração o facto das ligações aparafusadas apresentarem vantagens, face às ligações soldadas, na montagem e desmontagem do “caixilho” (e, conseqüentemente, transporte facilitado), assim como o facto das ligações por parafusos, em geral, apresentarem maior ductilidade do que as ligações soldadas.

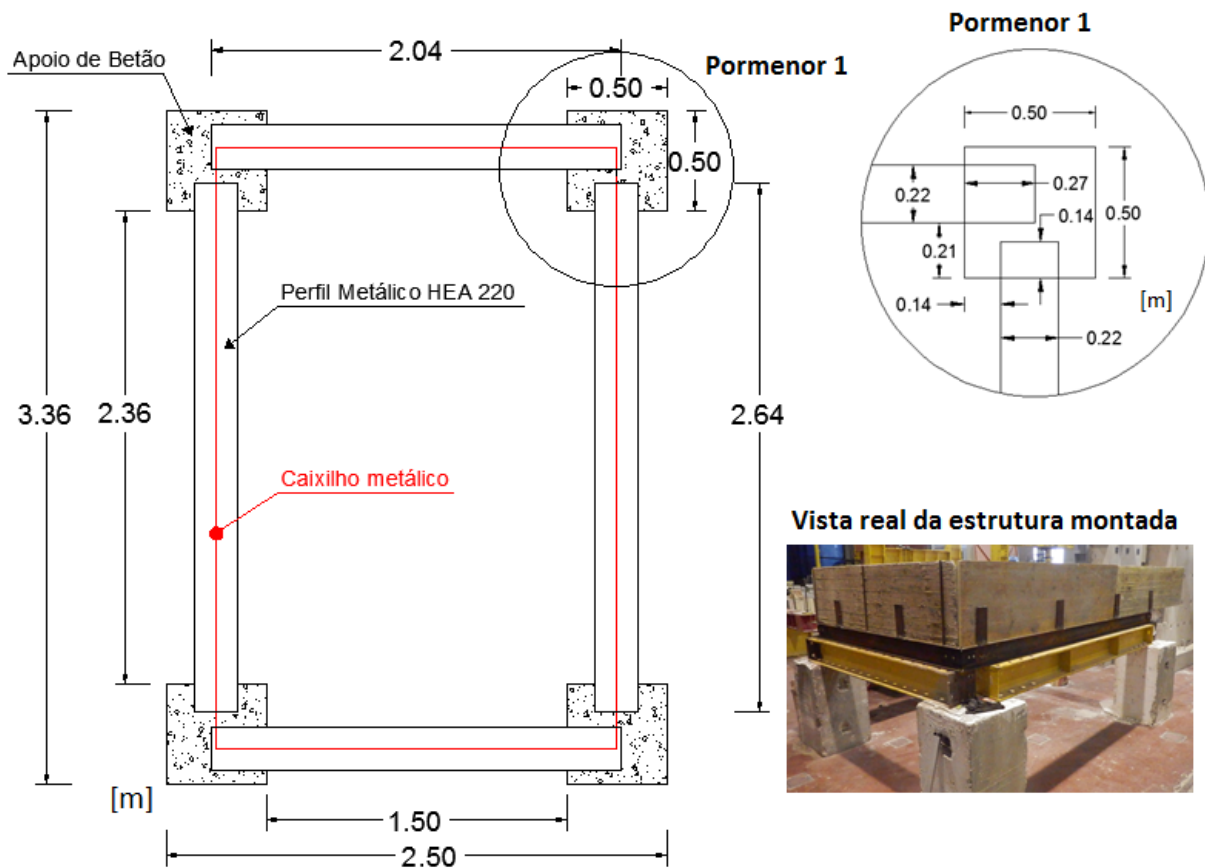


Figura 5.2 – Estrutura de suporte da *abobadilha*



(a) União dos perfis UNP 140 através de cordões de soldadura

(b) Ligaçãõ aparafusada

Figura 5.3 – Pormenores do “caixilho” metálico

No dimensionamento do referido “caixilho” considerou-se, de forma conservativa, o momento flector resistente da secção igual ao respectivo momento de cedência, dado que não é apenas importante assegurar a resistência das secções e a estabilidade dos elementos, como também é necessário garantir pequenas deformações.

Contudo, face às características dos perfis metálicos, nomeadamente a reduzida porosidade e rugosidade, considerou-se impossível o assentamento da primeira fiada de tijolos directamente sobre os perfis. Desta forma, para ultrapassar esta dificuldade foi necessário efectuar alterações na secção

transversal dos perfis (Figura 5.4a), tendo-se executado uma “cama de argamassa” sobre o banzo inferior (Figura 5.4b) e cortado o banzo superior interior de modo a ser possível o assentamento dos tijolos.



(a) Corte do banzo superior

(b) Execução da “cama de argamassa”

Figura 5.4 – Adaptação da secção do “caixilho” metálico

Na Figura 5.5 esquematiza-se a planta do *setup* experimental planeado para a realização dos ensaios de carga à *abobadilha*. Como se constata, houve a preocupação de posicionar o modelo para que fosse possível a fixação do pórtico de reacção ao piso do laboratório através da furação própria para o efeito.

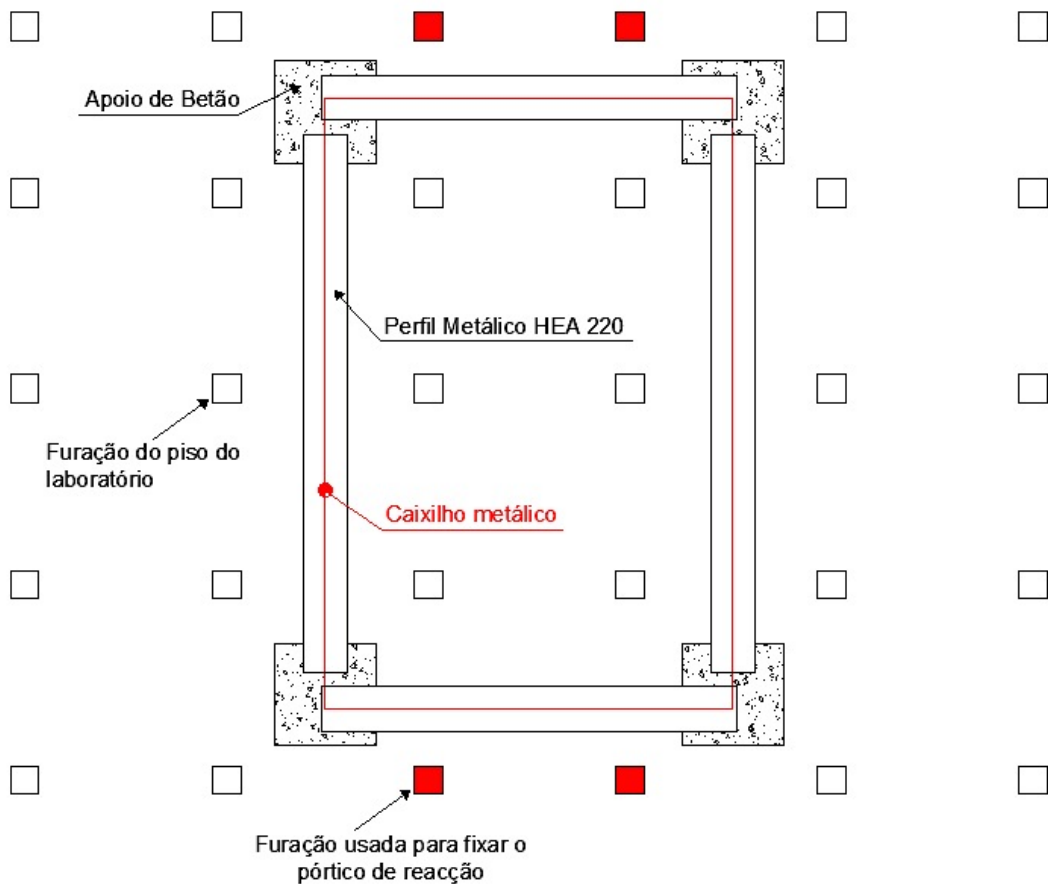


Figura 5.5 – Planta do *setup* experimental

O pórtico de reacção, assim como o respectivo esquema de montagem encontram-se ilustrados na Figura 5.6.

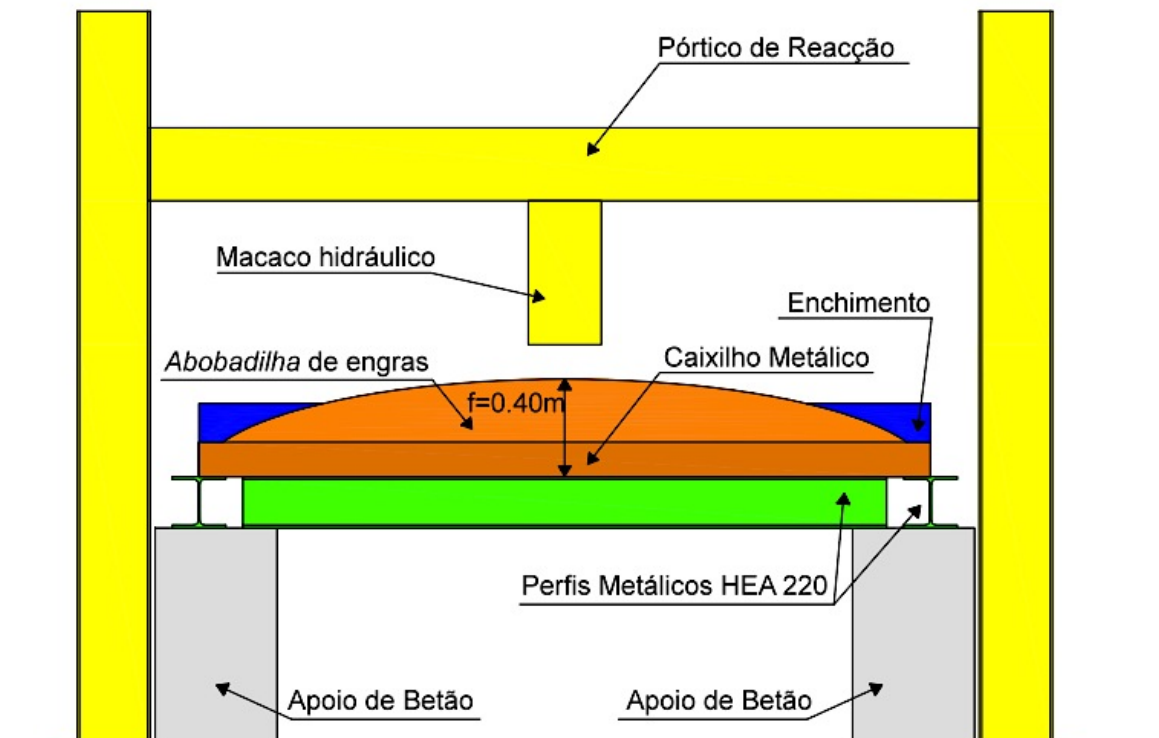


Figura 5.6 – Alçado do *setup* experimental

Relativamente ao processo construtivo, à semelhança do descrito no parágrafo 3.7, em primeiro lugar, fez-se a marcação do traçado geométrico da *abobadilha*. Para tal, devido à inexistência de paredes na envolvente, colocaram-se taipais de madeira em todo o contorno (Figura 5.7), os quais serviram, numa fase posterior, para conter lateralmente o enchimento a realizar.



Figura 5.7 – Montagem dos taipais de madeira

Concluído o traçado, iniciou-se o assentamento dos tijolos, tendo-se usado para o efeito a argamassa descrita anteriormente à base de cimento e gesso, ao traço de 3:1. Os primeiros tijolos a serem assentes foram os dos cantos (Figura 5.8a), seguindo-se o assentamento dos tijolos adjacentes.

Como referido na bibliografia, confirmou-se que as *abobadilhas* são executadas das extremidades para o centro dos compartimentos, sendo os cantos de uma fiada executados sempre em primeiro lugar e, só depois, é que a restante fiada é fechada com o auxílio de cordéis fixados nos tijolos das extremidades (Figura 5.8b).

Como se observa na Figura 5.8b, os cordéis são usados para que o mestre tenha a percepção da inclinação e da flecha que tem de dar aos tijolos de forma a que o tijolo localizado no centro da fiada seja o mais afastado do cordel, obtendo-se assim, a dupla curvatura.



(a) Execução dos cantos

(b) Execução da restante fiada

(c) Execução do enchimento

Figura 5.8 – Faseamento construtivo

Na Figura 5.8c, verifica-se que a execução do enchimento vai acompanhando sempre o desenvolvimento em altura das fiadas, e só desta maneira é possível a execução da *abobadilha* sem cimbre.

Outro aspecto que se evidenciou do processo construtivo do modelo experimental foi o facto de só se iniciar uma nova fiada após a anterior estar fechada, isto é, concluída. Refira-se que o fecho de cada fiada é executado através de juntas inclinadas de modo ao último elemento de cada fiada funcionar como cunha que comprime os restantes elementos dessa fiada.

Como mencionado, a execução da *abobadilha* ocorre das extremidades para o centro, sendo esta a última zona a ser construída (Figura 5.9). Nesta zona o ajuste dos tijolos dependente das circunstâncias particulares de cada situação, embora como regra este ajuste deva ser efectuado através de juntas desencontradas que façam um ângulo de 30° com a linha de fecho (Figuras 5.9b e 5.9c).

Na Figura 5.10 ilustra-se o modelo experimental concluído e que virá a ser ensaiado. Os trabalhos referentes à construção deste modelo decorreram em dois dias e meio, tendo contado com a participação de um mestre abobadeiro e de um servente.

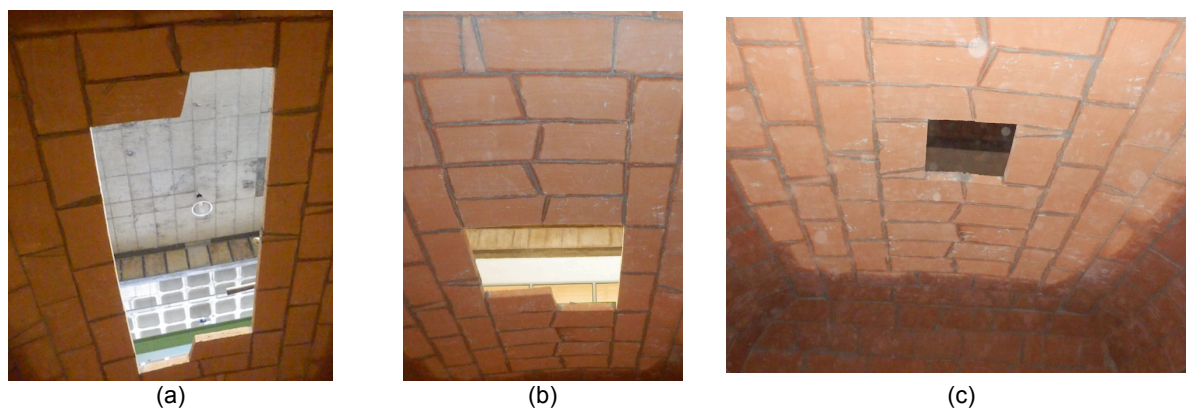


Figura 5.9 – Sequência da realização do fecho da *abobadilha*



(a) Vista exterior



(b) Vista interior

Figura 5.10 – Modelo experimental concluído

## 5.4. Plano de Ensaios

De forma a melhorar os resultados numéricos apresentados no capítulo 4, torna-se necessário realizar ensaios experimentais, em primeiro lugar aos materiais e, em segundo ao próprio modelo construído.

### 5.4.1. Ensaios dos Materiais

Relativamente aos ensaios dos materiais, devem ser realizados ensaios de compressão aos vários espécimes de tijolo, assim como a unidades individualmente (Figura 5.11a), de forma a obter-se o respectivo módulo de elasticidade ( $E_b$ ) e a resistência à compressão ( $f_b$ ) dos tijolos cerâmicos. Este ensaio deve ser realizado num equipamento de carga apropriado (Figura 5.11c), sendo a amostra

comprimida e a deformação devido às várias cargas registada a fim de se obter a relação tensão – extensão ( $\sigma - \varepsilon$ ) e, conseqüentemente, o módulo de elasticidade que caracteriza os espécimes de tijolo da *abobadilha*.

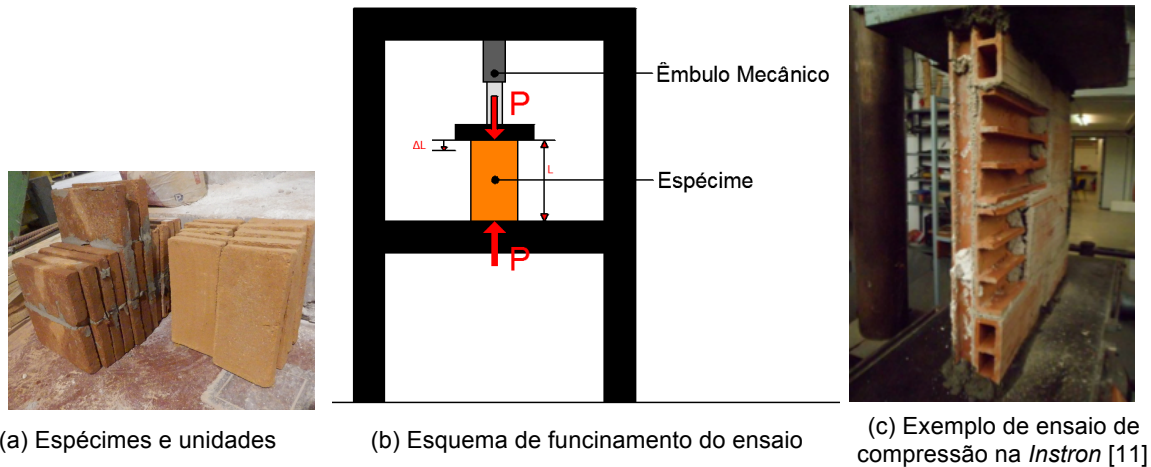


Figura 5.11 – Ensaio de compressão aos espécimes de tijolo da *abobadilha*

Devem, também, ser executados ensaios à argamassa, destacando-se o ensaio de flexão. Neste sentido foram preparadas três séries de amostras paralelepípedicas, num total de nove unidades com dimensões de 40x40x160 mm<sup>3</sup> (Figura 5.12a).

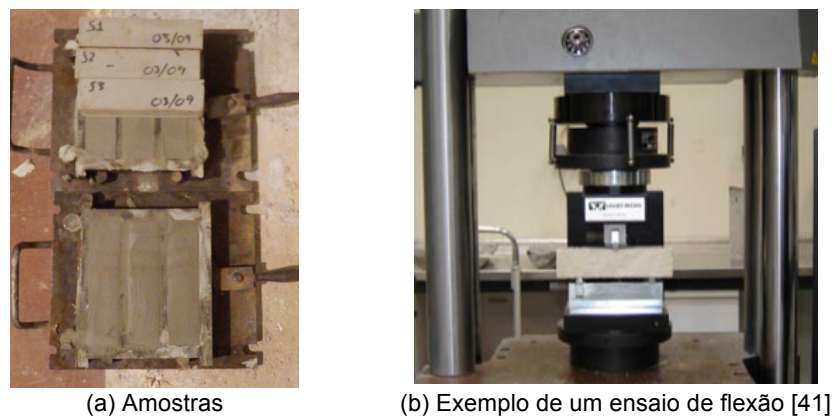


Figura 5.12 – Ensaio de flexão aos provetes de argamassa

#### 5.4.2. Ensaio e Monitorização do Modelo Experimental

De modo a ser possível aplicar outras metodologias à análise de abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, antes de se efectuarem quaisquer ensaios que coloquem em perigo a integridade do modelo, deve-se proceder ao levantamento rigoroso da sua geometria, utilizando para isso, por exemplo, a tecnologia de levantamento *Laser scanning*. De facto, através desta técnica é possível a reconstrução tridimensional de objectos de uma forma completa, tornando a modelação 3D fácil e precisa, o que permite em análises numéricas aos respectivos modelos, uma melhor previsão do estado de tensão nas estruturas.

Por outro lado, uma vez que o comportamento sísmico destas estruturas ainda está pouco estudado, é também indicado proceder-se à caracterização dinâmica do modelo através de ensaios de vibração

ambiente. Embora se saliente que os resultados poderão ser pouco conclusivos uma vez que o sistema está construído sobre uma estrutura diferente das existentes na realidade.

Por último, devem ser executados ensaios de carga, nos quais o comportamento da estrutura deverá ser monitorizado. Contudo, antes da realização destes é aconselhável que os resultados apresentados no capítulo 4 sejam validados e/ou reformulados tendo-se em conta os resultados experimentais dos materiais. Estima-se que a rotura destas estruturas seja bastante frágil e esteja associada a pequenos deslocamentos sendo, portanto, difícil de avaliar se o colapso está ou não iminente, a não ser pela comparação directa da carga que se está a aplicar com os resultados numéricos.

Para a realização dos ensaios de carga deve ser seguido o *setup* apresentado na Figura 5.6, ajustando-se a posição do macaco hidráulico em função da localização pretendida para a sobrecarga. De modo a distribuir a carga pontual resultante da aplicação do macaco hidráulico, deverá ser usada uma viga de distribuição metálica, a qual poderá constar de um perfil IPE.

## 5.5. Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, destacaram-se os aspectos mais importantes sobre a montagem do *setup* experimental concebido para a realização dos futuros ensaios, tendo-se optado por um “caixilho” metálico para absorção dos esforços provenientes da *abobadilha*. Refira-se que antes de adoptar esta solução efectuou-se um estudo de viabilidade de outras soluções, nomeadamente a construção de quatro paredes em alvenaria, que tinha a vantagem de melhor simular a realidade.

Não obstante esse facto, acabou-se por abandonar esta solução, uma vez que para a realização dos futuros ensaios de carga, esta apresentava várias desvantagens, tais como: a reduzida resistência à compressão dos tijolos e a diminuta estabilidade lateral das paredes. De facto, enquanto que a primeira questão está associada à intensidade da componente vertical da reacção transmitida aos bordos da *abobadilha* (e conseqüente esmagamento da respectiva parede); a segunda questão está relacionada com os impulsos horizontais, os quais podem causar o derrubamento lateral das paredes.

Relativamente ao plano de ensaios preconizado, destaca-se em primeiro lugar os ensaios aos materiais, em particular o ensaio de compressão aos tijolos e o ensaio de flexão à argamassa. E, em segundo lugar, os ensaios que devem ser executados sobre o modelo. Destes, salienta-se a sua caracterização dinâmica através de ensaios de vibração, uma vez que o estudo do comportamento dinâmico destas abóbas é ainda incipiente e traduz-se numa mais valia dispor desses parâmetros para posteriores estudos nesta área, e também os ensaios de carga até ao colapso da estrutura.

Face à sua geometria complexa é ainda recomendável fazer-se um levantamento rigoroso da referida geometria através, por exemplo, da técnica *Laser scanning*. Obviamente, que este levantamento deve ser realizado antes da realização de qualquer ensaio que coloque em perigo a integridade do modelo, tais como os ensaios de carga. De facto, através desta técnica é possível a reconstrução tridimensional de objectos de uma forma completa, tornando a modelação 3D fácil e precisa, o que permite uma melhor estimativa do estado de tensão em futuras análises numéricas.

## CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 6.1. Introdução

Com a generalização das construções de betão e aço tem-se assistido nas escolas de engenharia a uma contínua desvalorização do ensino de estruturas de alvenaria e, em particular, das estruturas arqueadas. Com efeito, constata-se, na generalidade, um desconhecimento das características mecânicas deste material compósito e, conseqüentemente, lacunas na compreensão do funcionamento estrutural deste tipo de construções antigas.

Desta forma, assiste-se cada vez mais a uma inadequada avaliação da segurança estrutural de estruturas arqueadas, o que conduz com elevada frequência à sua demolição. Assim, urge a investigação acerca das abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, as quais correspondem a uma técnica construtiva e estrutural característica das habitações do século XIX e inícios do século XX, muito utilizada nas regiões do Alentejo e Algarve.

### 6.2. Considerações Finais

No presente trabalho, o estudo das abóbadas e *abobadilhas alentejanas* consistiu, por um lado, na descrição do seu processo construtivo e, por outro, na análise estrutural de diferentes tipologias.

Acerca da técnica de construção das *abobadilhas alentejanas* verifica-se que esta é o resultado de um lento, mas persistente processo evolutivo para o qual contribuíram vários povos, entre eles os Bizantinos (mestres na construção sem cimbra), os Romanos, e os Árabes, aos quais se deve o seu aparecimento na Península Ibérica.

Esta técnica utiliza materiais tradicionais, como o tijolo e a argamassa, e baseia-se numa sequência de trabalhos que não requerem técnicas nem equipamentos sofisticados, mas apenas a mão-de-obra com alguma especialização. Os aspectos particulares desta técnicas são:

- Colocação do tijolo ao baixo;
- Utilização de uma argamassa à base de cal/cimento e gesso para se assegurar uma presa rápida;
- Uso de um processo construtivo sem cimbra;
- Geometria complexa associada à dupla curvatura.

Relativamente à sequência que permite o levantamento da *abobadilha* sem o auxílio de cimbres, esta inicia-se com a marcação do respectivo traçado nas paredes de contorno, sendo posteriormente executado o seu apoio através da abertura de roços nessas paredes. Só após a conclusão destes trabalhos é que se inicia o assentamento dos tijolos, os quais são, na maioria das vezes assentes através de duas faces. Este assentamento é sempre executado das extremidades para o centro do compartimento, iniciando-se uma nova fiada só após a conclusão da anterior. Salienta-se, ainda, o facto do fecho ser executado através de juntas inclinadas de forma ao último elemento da fila funcionar como cunha. Por último, destaca-se um aspecto indispensável ao longo de toda a execução da *abobadilha* que é a execução do respectivo enchimento do extradorso, supondo-se que só desta forma estas estruturas possam ser executadas.

Para além dos aspectos mencionados anteriormente, verifica-se que a *abobadilha alentejana* é uma técnica de construção leve, de elevada durabilidade e versatilidade, e económica. De facto, comparando-a com a abóbada tradicional verifica-se que necessita de menos quantidade de material e é mais leve, o que conduz a menores impulsos e, por conseguinte, menores espessuras dos pés-direitos. Além disso, como são executadas sem cimbres, prescinde-se de alguma mão-de-obra e reduz-se o custo dos materiais.

Apresentadas as conclusões referentes ao estudo construtivo das abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, de seguida tecem-se as considerações finais acerca do funcionamento estrutural deste sistema. Começa-se por recordar que, em virtude do comportamento não linear das estruturas de alvenaria, decorrente da fraca resistência à tracção e da limitada resistência ao corte dos seus elementos, bem como à existência de descontinuidades entre esses elementos, a simulação numérica destas estruturas é uma tarefa complexa. No entanto, hoje em dia, devido ao desenvolvimento computacional, novas ferramentas estão disponíveis, tais como, programas de cálculo baseados no Método de Elementos Finitos e no Método de Elementos Discretos.

Neste trabalho optou-se pelo Método dos Elementos Discretos, uma vez que este tem a vantagem de permitir a ocorrência de deslocamentos e rotações finitas dos corpos discretos (inclusive a sua separação) e a detecção de novos contactos à medida que a análise progride, sendo assim, possível simular o processo de colapso destas estruturas. Além disso, tem também a vantagem, face ao Método dos Elementos Finitos, de dispensar uma refinada caracterização mecânica dos materiais através de modelos constitutivos rigorosos, o que nem sempre é possível.

As estruturas foram modeladas e analisadas utilizando o software de cálculo *3DEC*, tendo-se como objectivo a avaliação e comparação do comportamento estrutural e respectiva eficácia de duas soluções de *abobadilhas alentejanas*: *abobadilha* cilíndrica e *abobadilha* de engras. Nas análises realizadas consideraram-se as *abobadilhas* submetidas à acção do seu peso próprio e de uma carga linear variável.

No que diz respeito ao desempenho estrutural, constatou-se que as *abobadilhas*, devido à reduzida espessura, quando desprovidas de enchimento do extradorso, apresentam reduzidas capacidades resistentes. Verificando-se, ainda, um aumento da capacidade de carga quando esse enchimento é

considerado. Este efeito benéfico do enchimento resulta, por um lado do efeito de compressão das fiadas da *abobadilha* e, por outro da restrição que provoca ao deslocamento horizontal das mesmas.

A *abobadilha* cilíndrica, como esperado, apresenta um comportamento semelhante ao do arco e, quando se compara a presença de enchimento com a presença de muretes de carga, é notório o aumento da capacidade de carga quando se consideram muretes, atestando-se a sua eficácia como técnica de reforço destas estruturas.

No que diz respeito à *abobadilha* de engras, verifica-se que a sua capacidade de carga é superior à da *abobadilha* cilíndrica, assistindo-se a uma diminuição dos impulsos junto das arestas de intersecção das superfícies curvas. Este resultado leva a concluir que não haverá concentração de esforços nas referidas zonas, ao contrário do que acontece na *abobadilha* de arestas. Conclui-se, também, que a causa das fendas observáveis nas intersecções de superfícies curvas é o próprio funcionamento estrutural desta geometria, e não os deslocamentos dos apoios.

Por último, quando se comparam os dois modelos em termos de mecanismos de colapso verifica-se que no caso da *abobadilha* de engras o mecanismo apresenta um carácter mais local que só numa fase posterior resulta no colapso global da estrutura. Ao passo que na *abobadilha* cilíndrica o mecanismo é muito semelhante ao do arco, o qual consiste na formação de charneiras de rotação.

Face à necessidade de comparar os resultados numéricos com os de trabalhos experimentais, foi realizado no âmbito do presente trabalho um modelo experimental correspondente a uma *abobadilha* de engras, cujo objectivo era a realização de ensaios, quer aos materiais, quer ao próprio modelo. Contudo, face a diversas circunstâncias estes ensaios não foram realizados, tendo-se optado por apresentar o plano de ensaios planeado de forma à sua conclusão no âmbito de trabalhos futuros.

### **6.3. Perspectivas de Desenvolvimentos Futuros**

Uma vez que o presente trabalho consistiu numa primeira abordagem ao estudo das abóbadas e *abobadilhas* alentejanas, do ponto de vista estrutural, muitas questões foram levantadas e novas perspectivas de desenvolvimento podem ser tomadas para que num futuro próximo se tenha um conhecimento mais amplo sobre o desempenho estrutural desta técnica construtiva.

Neste sentido, os futuros estudos devem incidir sobre:

1. O estudo da influência da dupla curvatura na resposta estrutural das abóbadas e *abobadilhas* alentejanas.

Dado que os modelos implementados neste trabalho não consideraram esta característica associada à elevação da zona do fecho e à flecha na direcção do raio na região dos rins da *abobadilha*, o seu estudo revela-se fundamental, até porque vários autores afirmam que a presença desta geometria aproxima o comportamento destas abóbadas ao comportamento das cúpulas.

2. A análise dos possíveis efeitos associados ao estado de tensão inicial de compressão, instalado ao longo das fiadas da *abobadilha*, resultante da utilização do elemento em forma de cunha no fecho de cada uma das fiadas.

Neste caso o objectivo será, em primeiro lugar, aferir a existência de um possível estado inicial de compressão ao longo das fiadas da *abobadilha*, e em segundo lugar (caso exista esse estado de compressão, que é o mais provável) avaliar os benefícios que dele advêm face ao facto de existirem tensões de tracção nessa direcção.

3. A verificação e comparação das vantagens de utilizar mais do que uma camada de tijolo, e quais as características ideais para a argamassa da interface entre camadas.

Acerca deste ponto, dado que as *abobadilhas* são constituídas por uma única camada de tijolo - situação normal (*abobadilhas* simples) ou duas camadas sobrepostas (*abobadilhas* forradas), torna-se necessário a comparação entre estas duas situações a fim de concluir quais as vantagens decorrentes da utilização de várias camadas. Refira-se sobre este aspecto que, caso a argamassa de ligação entre as várias camadas de tijolo não permita que as mesmas funcionem como uma única camada com o dobro da espessura, este procedimento para além de não apresentar vantagens é ainda prejudicial pois existe um aumento da carga aplicada na camada inferior.

4. A determinação do aumento de vão crítico para as várias tipologias de *abobadilhas alentejanas*, ou seja, a obtenção da ordem de grandeza dos deslocamentos dos apoios que causam o colapso destas estruturas.

Sobre este estudo saliente-se que a determinação do aumento de vão crítico é, à semelhança da relação entre a espessura real e a espessura mínima admissível, também um factor essencial na verificação da estabilidade de uma estrutura arqueada.

5. A realização do plano de ensaios prescrito no capítulo 5 do presente trabalho de forma a caracterizar os materiais utilizados nestas construções e, conseqüentemente identificar os correspondentes parâmetros que definem os modelos numéricos, nomeadamente resistências à compressão e tracção, módulos de elasticidade e ângulos de atrito.
6. O estudo da questão da “abertura” das diagonais na tipologia de *abobadilha* de engras e estudo da influência do carregamento sobre os cantos na limitação dos deslocamentos destas zonas de intersecção de superfícies curvas.
7. A caracterização do estado de tensões dos tijolos, aplicando o método dos Elementos Finitos e a averiguação da deformabilidade do sistema em geral, tendo em consideração os parâmetros numéricos obtidos da caracterização dos materiais através de ensaios experimentais.
8. O estudo da estabilidade estrutural deste tipo de estruturas tendo em conta o faseamento construtivo descrito neste trabalho de forma a compreender como é que o processo construtivo é possível sem o recurso a cimbres.

9. A aplicação dos modelos estudados na análise do comportamento sísmico destes sistemas, assim como a avaliação da sua segurança às acções regulamentares (e.g. variações de temperatura).
10. O estudo de diferentes técnicas de reforço para as diferentes tipologias de abóbadas e *abobadilhas alentejanas*, entre as quais a aplicação de materiais FRP (Fiber Reinforced Polymer), adição de uma camada de betão, entre outras.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. Huerta, Arcos, bóvedas y cúpulas: geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 2004.
- [2] S. Huerta, "Mechanics of Masonry vaults: the equilibrium approach," in Historical Constructions: possibilities of numerical and experimental techniques, Guimarães, 2001.
- [3] A. S. Gago, "Concepção, modelação e verificação da segurança de estruturas existentes e novas," in Estruturas de Edifícios em Alvenaria, ed. FUNDEC, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2014.
- [4] Itasca, 3DEC 4.1 - User's Guide. Minneapolis, Minnesota, 2007.
- [5] P. Cundall, "A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems," in Symposium of the International Society of Rock Mechanics, Nancy, França, 1971.
- [6] M. Luna and V. Bernal, "Prólogo," in Bóvedas de Ladrillo: proceso constructivo y análisis estructural de bóvedas de arista, ed: Colegio Oficial de Arquitectos de Extremadura, 2001.
- [7] P. Nunes, "Teoria do Arco de Alvenaria: uma perspectiva histórica," Dissertação para obtenção do grau de Mestre, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.
- [8] M. Como, Statics of Historic Masonry Constructions. Roma: Springer, 2013.
- [9] A. S. Gago, "Análise Estrutural de Arcos, Abóbadas e Cúpulas," Tese para obtenção do grau de Doutor, Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2004.
- [10] P. Lança, "Análise estrutural de abóbadas poli-nervuradas: aplicação ao Coro alto do Mosteiro dos Jerónimos," Dissertação para obtenção do grau de Mestre, Engenharia Civil, Universidade do Minho: Escola de Engenharia, Minho, 2006.
- [11] D. López, "Structural Analysis of Tile Vaults: Methods and Variables," Dissertação para obtenção do grau de Mestre, Universidade do Minho, Minho, 2013.
- [12] C. Fidalgo, "As abobadilhas de tijolo," presented at the 2º Encontro Nacional sobre Conservação e Reabilitação de Edifícios, Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) Lisboa, 1998.
- [13] F. Garin. (2012). Templo de Minerva Medica. Available: <https://geolocation.ws/v/P/29098723/templo-de-minerva-medica/en#>

- [14] M. Luna and V. Bernal, "The timbrel vault (Extremaduran vault)," in First International Congress on Construction History, Madrid, 2003.
- [15] J. Girón, "Persia, Dieulafoy y Choisy: el debate sobre la influencia persa en la arquitectura occidental," presented at the Colloque Centenaire Auguste Choisy:1841-1909, L'Architecture et l'Art de Bâtir, 2009.
- [16] J. Mateus, Técnicas Tradicionais de Construção de Alvenarias. Lisboa: Livros Horizonte, 2002.
- [17] J. Heyman, The stone skeleton - structural engineering of masonry architecture. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [18] K. E. Kurrer, The History of the Theory of Structures: From Arch Analysis to Computational Mechanics. Berlin: Ernst & Sohn, 2008.
- [19] J. Ochsendorf, "Collapse of Masonry Structures," University of Cambridge, Cambridge, 2002.
- [20] R. Guastavino, Essay on the history and Theory of Cohesive Construction Applied Especially to the Timbrel Vault 2<sup>a</sup> ed. Boston: Ticknor and Company, 1893.
- [21] J. Heyman, The Masonry arch. London: Ellis Horwood Limited, 1982.
- [22] G. Antunes, "Comportamento Estrutural de Edifícios Antigos: Estruturas Arqueadas Planas," Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2010.
- [23] P. Smars, "Etudes sur la Stabilité des Arcs et Voutes: Confrontation des méthodes de l'analyse limite aux voûtes gothiques en Brabant," Thèse présentée en vue de l'obtention du titre de "docteur en sciences appliquées", Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, 2000.
- [24] P. B. Lourenço, "Analysis of historical constructions: from thrust-lines to advanced simulations," in Historical Constructions: possibilities of numerical and experimental techniques, Guimarães, 2001.
- [25] CEN, "Eurocode 6 - Design of masonry structures - Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures," vol. ENV 1996-1-1:1995, ed. Brussels: CEN, 2005.
- [26] M. Rodrigues, "Nota sobre estruturas de abobadilhas de tijolo," in Relatório de Tirocínio, ed Lisboa: LNEC, 1954.
- [27] M. Luna, "Análisis Estructural de Bóvedas de Fábrica: la eficacia de la geometría," Dissertação para a obtenção do grau de Doutor, Departamento de Expresión Gráfica, Universidad de Extremadura, Badajoz, 2013.
- [28] A. Choisy, S. Huerta, and J. Girón, El arte de construir en Roma: Instituto Juan de Herrera, 1999.
- [29] R. E. Martínez, "La Bóveda Tabicada em Espanha en el siglo XIX: la transformación de un sistema constructivo," Tese para obtenção do grau de Doutor em Arquitectura, Universidade Politécnica de Madrid, Madrid, 2013.

- [30] A. Zaragozá, "Hacia una historia de las bóvedas tabicadas," in Simposio Internacional sobre Bóvedas Tabicadas, Valencia, 2011.
- [31] M. Luna, "Origen de la bóveda tabicada," in Sexto Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Valencia, 2009.
- [32] M. Luna, Origen de la bóveda tabicada: Centro de Oficios de Zafra, 2008.
- [33] R. E. Martínez, "La bóveda tabicada en los tratados españoles de los siglos XVI al XIX," in Séptimo Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Santiago, 2011.
- [34] A. Leitão, Curso Elementar de Construções, 1896.
- [35] J. P. Branco, Manual do Pedreiro. Lisboa: LNEC, 1981.
- [36] J. Aguiar. (1899) Abobadilhas de Tijolo no Alentejo. Revista de Engenharia Militar.
- [37] V. Trindade, "Construção Tradicional do Algarve," Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na especialidade de Reabilitação de Edifícios, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2008.
- [38] E. Tomasoni, "Le Volte in Muratura negli Edifici Storici: Tecniche Costrittive e Comportamento Strutturale," Tese para obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Estruturas, Università degli Studi di Trento, Trento. Itália, 2008.
- [39] A. S. Gago, J. Alfaiate, and A. Lamas, "The effect of the infill in arched structures: Analytical and numerical modelling," Engineering Structures, vol. 33, pp. 1450-1458, 5// 2011.
- [40] M. Reese, "Structural Analysis and Assessment of Guastavino Vaulting," Degree of Master of Science in Building Technology, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2008.
- [41] C. Costa, "Análise numérica e experimental do comportamento estrutural de pontes em arco de alvenaria de pedra," Dissertação para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2009.



## Anexo A – Terminologia das Estruturas Arqueadas

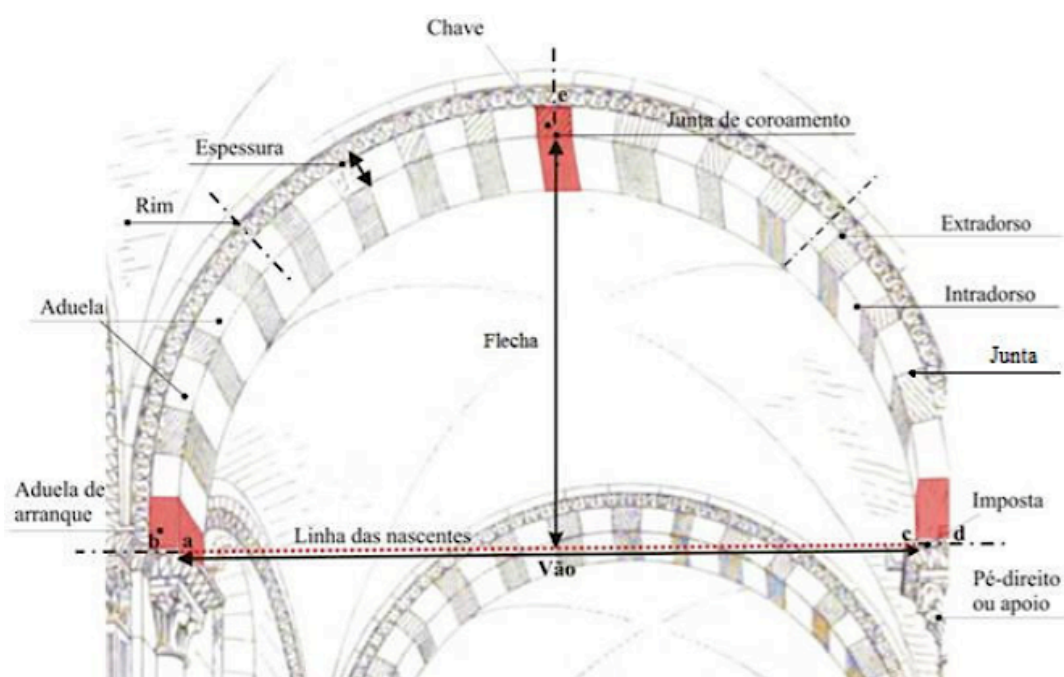


Figura A.1 – Terminologia das estruturas arqueadas de alvenaria [7]

Os principais constituintes das estruturas arqueadas de alvenaria são os indicados na Figura A.1. A “aduela” corresponde ao bloco em forma de cunha que constitui o arco. O plano de contacto entre duas “aduelas” é designado “junta”. À aduela superior, que fecha a estrutura, dá-se o nome de “chave” ou “fecho”; enquanto que às aduelas inferiores, posicionadas na base do arco, dá-se o nome de “aduelas de arranque”.

As estruturas arqueadas apoiam-se nos “pés-direitos” ou “apoios”, sendo o termo “imposta” usado para designar o último bloco do pé-direito, no qual a aduela de arranque se apoia. A face interior côncava é designada “intradorso” e a face exterior convexa “extradorso”. As “nascenças” correspondem às arestas inferiores das aduelas de arranque (pontos a, b, c e d da Figura A.1). O termo “rim” designa a secção transversal situada a meia altura do arco.

O “vão” ou “luz” do arco, corresponde à distância entre nascenças. Enquanto que a “flecha” corresponde à distância entre a linha de arranque e face inferior da chave. A espessura corresponde à distância entre o intradorso e o extradorso.



## Anexo B – Resultados Numéricos

Tabela B.1 – Cargas de colapso dos modelos 1.1 e 1.2

$P_u$ - Modelo 1.1				$P_u$ - Modelo 1.2			
Posição da carga	$L_c$ [m]	$P_u$ [N]	$P_u$ [N/m]	Posição da carga	$L_c$ [m]	$P_u$ [N]	$P_u$ [N/m]
y = 0.000	3.00	102.50	34.17	y = 0.000	3.00	1818.50	606.17
y = 0.179	3.00	110.50	36.83	y = 0.179	3.00	1231.00	410.33
y = 0.330	3.00	152.00	50.67	y = 0.330	3.00	1433.00	477.67
y = 0.475	3.00	218.50	72.83	y = 0.475	3.00	1419.00	473.00
y = 0.612	3.00	357.00	119.00	y = 0.612	3.00	1887.70	629.23
y = 0.738	3.00	620.00	206.67	y = 0.738	3.00	2254.00	751.33
y = 0.851	3.00	1193.00	397.67	y = 0.851	3.00	3777.00	1259.00
y = 0.949	3.00	2913.00	971.00	y = 0.949	3.00	6662.00	2220.67

Tabela B.2 – Impulsos horizontais no bordo 1 – modelo 1.1

Impulsos horizontais [N] - Modelo 1.1									
Coordenada do bordo	PP	y = 0.000	y = 0.179	y = 0.330	y = 0.475	y = 0.612	y = 0.738	y = 0.851	y = 0.949
x = -1.350	170.73	183.22	180.66	182.54	183.88	188.09	190.09	190.37	196.51
x = -1.050	153.28	158.09	160.81	161.61	162.19	162.29	165.89	164.65	158.34
x = -0.750	154.91	165.21	163.77	161.73	160.20	159.77	162.96	167.31	160.40
x = -0.450	158.85	168.86	167.67	166.29	165.14	164.44	165.23	166.16	156.35
x = -0.150	162.08	171.34	170.56	168.89	170.51	170.74	170.75	165.98	162.41
x = 0.150	161.84	171.42	170.17	171.15	169.39	168.48	167.69	163.87	166.84
x = 0.450	163.33	169.50	168.99	170.24	172.19	168.95	166.31	167.80	165.41
x = 0.750	162.64	170.43	168.84	171.41	171.11	170.30	170.03	166.83	171.27
x = 1.050	155.36	162.81	163.31	161.31	163.32	163.76	165.92	163.69	157.00
x = 1.350	170.36	184.28	181.76	180.93	178.18	178.59	180.91	179.34	187.78
N/m	537.79	568.39	565.52	565.37	565.37	565.14	568.59	565.33	560.77

Tabela B.3 – Impulsos horizontais no bordo 1 – modelo 1.2

Impulsos horizontais [N] – Modelo 1.2									
Coordenada do bordo	PP	y = 0.000	y = 0.179	y = 0.330	y = 0.475	y = 0.612	y = 0.738	y = 0.851	y = 0.949
x = -1.350	170.73	331.01	270.79	273.34	257.30	249.72	242.27	202.41	213.86
x = -1.050	153.28	284.91	238.16	241.13	225.22	225.89	204.69	200.25	166.27
x = -0.750	154.91	284.21	239.62	241.59	225.07	225.60	205.47	212.52	206.23
x = -0.450	158.85	285.08	241.14	243.88	226.86	226.77	209.97	216.45	163.03
x = -0.150	162.08	289.46	243.76	247.09	228.25	227.05	208.51	201.53	172.37
x = 0.150	161.84	288.48	242.00	244.38	224.83	222.03	206.69	199.24	224.68
x = 0.450	163.33	288.61	240.68	241.79	222.35	218.46	200.47	198.21	175.38
x = 0.750	162.64	291.95	243.15	243.66	226.04	221.86	204.57	177.52	146.54
x = 1.050	155.36	288.47	241.51	243.85	229.22	228.82	213.53	194.37	158.05
x = 1.350	170.36	337.75	274.47	270.67	247.82	241.31	222.08	218.31	200.75
N/m	537.79	989.98	825.09	830.46	770.98	762.50	706.08	673.60	609.06

Tabela B.4 – Reacção vertical Rv1 – modelo 1.1

Reacção vertical - Rv1 [N]									
Coordenada do bordo	PP	y = 0.000	y = 0.179	y = 0.330	y = 0.475	y = 0.612	y = 0.738	y = 0.851	y = 0.949
x = -1.350	221.09	229.47	228.89	235.54	241.71	262.42	294.89	367.25	587.28
x = -1.050	205.29	207.21	212.74	218.16	224.84	238.12	267.17	319.60	475.59
x = -0.750	209.35	214.74	216.09	218.72	226.30	240.10	267.55	332.72	483.09
x = -0.450	213.25	218.50	219.73	221.39	230.06	244.10	272.49	325.29	477.65
x = -0.150	216.35	221.69	223.16	227.98	233.96	247.83	272.09	321.07	485.07
x = 0.150	216.34	221.63	223.10	225.57	232.42	243.95	266.99	316.45	489.13
x = 0.450	216.34	219.89	222.21	226.51	231.38	241.84	263.39	319.24	490.24
x = 0.750	215.90	219.19	221.74	226.61	232.25	242.54	263.84	316.74	488.52
x = 1.050	208.17	211.32	214.80	220.82	226.10	240.82	267.48	322.66	478.98
x = 1.350	222.00	231.72	230.64	233.53	242.30	258.43	290.19	354.85	574.93
N/m	714.69	731.79	737.71	751.61	773.77	820.05	908.69	1098.62	1676.83

Tabela B.5 – Reacção vertical Rv2 – modelo 1.1

Reacção vertical - Rv2 [N]									
Coordenada do bordo	PP	y = 0.000	y = 0.179	y = 0.330	y = 0.475	y = 0.612	y = 0.738	y = 0.851	y = 0.949
x = -1.350	221.09	234.04	233.46	233.02	232.95	232.27	232.07	231.77	232.43
x = -1.050	205.29	206.90	206.15	206.08	206.15	205.88	205.94	205.48	204.42
x = -0.750	209.35	220.09	218.01	218.08	218.05	218.14	218.38	218.16	216.36
x = -0.450	213.25	223.78	221.58	221.67	221.62	221.64	221.69	221.81	220.08
x = -0.150	216.35	220.39	220.15	220.23	220.08	220.04	219.91	219.94	218.22
x = 0.150	216.34	218.30	217.15	217.19	217.08	217.01	217.25	216.99	215.48
x = 0.450	216.34	217.77	217.15	217.19	217.18	217.05	217.74	217.15	215.63
x = 0.750	215.90	216.19	215.66	215.67	215.82	215.78	216.65	216.07	214.15
x = 1.050	208.17	208.27	207.54	207.59	207.77	208.00	208.66	208.35	206.21
x = 1.350	222.00	229.64	228.76	228.69	228.73	229.28	229.69	229.66	227.80
N/m	714.69	731.79	728.54	728.47	728.47	728.36	729.32	728.46	723.59

Tabela B.6 – Reacção vertical Rv1 – modelo 1.2

Reacção vertical - Rv1 [N]									
Coordenada do bordo	PP	y = 0.000	y = 0.179	y = 0.330	y = 0.475	y = 0.612	y = 0.738	y = 0.851	y = 0.949
x = -1.350	221.09	326.33	308.26	341.43	353.81	415.20	475.27	625.53	1018.29
x = -1.050	205.29	292.96	280.73	308.43	321.96	374.20	415.11	558.83	823.36
x = -0.750	209.35	292.37	281.96	308.07	321.46	373.73	417.99	569.46	869.82
x = -0.450	213.25	291.53	282.90	310.35	323.92	376.94	422.45	577.19	834.38
x = -0.150	216.35	297.98	287.07	314.30	326.71	376.66	419.70	560.94	834.37
x = 0.150	216.34	300.04	285.56	310.02	320.63	367.81	411.89	556.85	893.38
x = 0.450	216.34	305.11	286.99	308.93	317.56	362.58	397.97	547.33	833.40
x = 0.750	215.90	308.84	290.38	312.13	320.75	366.12	403.43	517.65	797.61
x = 1.050	208.17	295.99	283.83	310.55	323.36	376.55	424.16	553.13	828.67
x = 1.350	222.00	342.15	316.96	342.95	349.10	401.17	450.45	638.45	1018.81
N/m	714.69	1017.77	968.21	1055.72	1093.09	1263.65	1412.81	1901.79	2917.36

Tabela B.7 – Reacção vertical Rv2 – modelo 1.2

Reacção vertical - Rv2 [N]									
Coordenada do bordo	PP	y = 0.000	y = 0.179	y = 0.330	y = 0.475	y = 0.612	y = 0.738	y = 0.851	y = 0.949
x = -1.350	221.09	353.29	303.37	300.55	282.20	281.32	267.64	263.38	228.33
x = -1.050	205.29	297.09	254.99	248.65	235.65	231.88	223.41	218.01	207.07
x = -0.750	209.35	300.99	259.07	252.84	241.08	236.12	228.19	221.77	217.43
x = -0.450	213.25	292.55	249.55	241.73	231.01	224.67	218.38	214.12	212.14
x = -0.150	216.35	290.72	248.61	241.85	231.85	226.11	219.72	215.99	212.43
x = 0.150	216.34	296.40	255.07	249.85	239.83	235.36	227.98	223.29	217.30
x = 0.450	216.34	300.25	257.20	250.66	239.63	235.17	227.81	223.97	217.90
x = 0.750	215.90	301.78	258.76	251.91	239.75	235.40	227.81	224.30	220.70
x = 1.050	208.17	295.55	253.20	246.73	233.82	229.52	222.24	218.57	222.99
x = 1.350	222.00	324.82	274.80	269.31	253.18	249.45	240.64	236.47	241.87
N/m	714.69	1017.82	871.54	851.36	809.33	795.00	767.94	753.29	732.72

Tabela B.8 – Cargas de colapso do modelo 2.2

<b><math>P_u</math> - Modelo 2.2</b>			
Posição da carga	$L_c$ [m]	$P_u$ [N]	$P_u$ [N/m]
y = 0.000	3.00	2672.00	890.67
y = 0.207	3.00	1648.00	549.33
y = 0.358	3.00	1536.20	512.07
y = 0.505	3.00	1805.00	601.67
y = 0.647	3.00	1772.90	590.97
y = 0.781	3.00	2417.00	805.67
y = 0.908	3.00	4075.00	1358.33

Tabela B.9 – Cargas de colapso dos modelos 5.2 e 6.2

Pu - Modelo 5.2 (f=0.40)			Pu - Modelo 6.2 (f=0.60)		
Posição da carga	$L_z$ [m]	$P_u$ [N]	Posição da carga	$L_z$ [m]	$P_u$ [N]
y = 0.000	1.00	5272.267	y = 0.000	1.00	4132.810
y = 0.358	1.00	3723.836	y = 0.475	1.00	4132.810
y = 0.781	1.00	3880.104	y = 0.851	1.00	4132.810

Tabela B.10 – Impulsos horizontais do modelo 5.2

Impulsos horizontais – Modelo 5.2									
Bordo 1 paralelo à carga					Bordo 3 perpendicular à carga				
coord	pp	y = 0.000	y = -0.358	y = -0.781	coord	pp	y = 0.000	y = -0.358	y = -0.781
-1.350	53.032	23.309	135.844	144.899	-0.938	7.849	21.561	7.961	7.661
-1.050	108.343	100.812	142.754	269.750	-0.750	69.004	135.363	3.473	15.104
-0.750	144.313	495.456	543.325	601.739	-0.450	106.055	191.903	41.416	118.654
-0.450	160.111	895.250	956.884	755.818	-0.150	120.866	221.269	114.396	115.115
-0.150	178.927	1056.407	1142.399	666.697	0.150	121.862	229.952	130.147	89.158
0.150	190.454	1074.555	1103.115	707.396	0.450	102.339	182.528	127.296	84.243
0.450	163.650	928.848	974.241	771.948	0.750	63.689	130.626	140.207	92.135
0.750	156.943	572.407	659.291	445.074	0.938	7.695	21.766	37.944	20.308
1.050	103.996	89.487	153.857	194.884					
1.350	50.604	78.650	154.338	119.463					
N/m	436.791	1771.727	1988.682	1559.223		299.680	556.601	301.420	271.189

Tabela B.11 – Cargas de colapso e impulsos horizontais do modelo 7

$P_u$ - Modelo 7 (f=0.40)		
Posição da carga	$L_z$ [m]	$P_u$ [N]
y = 0.000	1.00	2718.780
y = 0.358	1.00	1484.785
y = 0.781	1.00	2202.953

Impulsos horizontais - modelo 7				
coord	pp	y = 0.000	y = -0.358	y = -0.781
-1.350	243.24	520.30	309.57	251.80
-1.050	218.00	481.92	310.75	237.71
-0.750	220.17	563.78	357.38	258.23
-0.450	222.17	655.38	406.72	326.26
-0.150	225.37	722.10	442.23	357.10
0.150	230.11	724.09	434.82	340.53
0.450	230.27	669.92	413.75	362.21
0.750	226.17	585.85	360.48	299.23
1.050	216.64	492.05	303.69	235.21
1.350	251.30	540.23	305.59	201.91
N/m	761.14	1985.21	1214.99	956.73