



CATARINA SOFIA
FERNANDES
LOPES

**DIFERENCIAR EM MATEMÁTICA:
AS POTENCIALIDADES DAS
TAREFAS PARALELAS NO
DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO
MENTAL**

Relatório de Componente de Investigação de
Estágio do Mestrado em Educação Pré-escolar
e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

ORIENTADOR

Prof.ª Doutora Joana Maria Leitão Brocardo

VERSÃO DEFINITIVA

Dezembro/ 2018

Resumo

Este estudo incide na diferenciação em Matemática para trabalhar o cálculo mental e foi realizado em contexto de estágio curricular entre março e maio de 2018 numa turma de 4.º ano com 19 alunos. O objetivo da investigação é analisar e interpretar de modo reflexivo a minha prática pedagógica centrada nas potencialidades das tarefas paralelas enquanto estratégia diferenciadora na área da matemática.

A investigação segue uma abordagem qualitativa em que para a recolha de dados os principais métodos foram a observação participante e a recolha documental. As formas de registo utilizadas foram a gravação de vídeo, transcrições integrais das gravações, notas de campo e produções dos alunos. A análise incide na interpretação dos dados recolhidos durante as discussões coletivas e nas estratégias utilizadas na atribuição das tarefas paralelas.

As conclusões do estudo evidenciam várias potencialidades da exploração das tarefas paralelas focadas numa mesma ideia-chave, nomeadamente i) a compreensão da ideia-chave a ser trabalhada, ii) permite que as crianças realizem tarefas mais desafiantes para o seu “nível” de conhecimento, iii) permite que o professor partilhe com os alunos a explicação de estratégias de cálculo mental. Os resultados do estudo indicam que a atribuição e a progressão do nível de tarefa a realizar por cada um dos alunos não é um processo linear e que deve ser reajustado sempre que necessário, de acordo com as dificuldades das crianças.

Palavras-chave: Diferenciação Pedagógica, Diferenciar em Matemática; Tarefas Paralelas; Reflexão sobre a prática.

Abstrat

The study focuses on the differentiation in mathematics to work the mental calculus and was carried out in the context of the curricular stage between March and May 2018 in a class of 4th year with 19 students. The objective of the research is to analyze and interpret in a reflective way my pedagogical practice, centered on the potentialities of parallel tasks as a differentiating strategy in the area of mathematics.

The research follows a qualitative approach in which the main methods for collecting data were participant observation and documentary collection. The forms of recording used were video recording, full transcripts of recordings, field notes and student productions. The analysis focuses on the interpretation of the data gathered during the collective discussions and on the strategies used in the attribution of the parallel tasks.

The conclusions of the study show several potentialities of exploring parallel tasks focused on the same key idea, namely i) understanding the key idea to be worked on, ii) allowing children to perform tasks more challenging for their "level" of knowledge , iii) allows the sharing with the students of the explanation of mental calculation strategies. The results of the study indicate that the assignment and progression of the level of task to be performed by each of the students is not a linear process and should be adjusted whenever necessary, according to the difficulties of the children.

Keywords: Pedagogic Differentiation, Differentiate in Mathematics; Parallel Tasks; Reflection on practice.

Agradecimentos

Este projeto de investigação significa para mim uma luta da qual não desisti ao tentar fazer com que se tornasse real. É o culminar de cinco anos de muita dedicação, persistência e até mesmo algumas dúvidas. Hoje é um sonho meu e o sorriso de quem fez com que se tornasse possível. Nunca estamos sozinhos quando alcançamos os nossos objetivos e por isso mesmo é necessário valorizar e agradecer a quem não nos deixou ficar pelo caminho e nos deu o empurrão que tantas vezes precisamos.

Em primeiro lugar, e não pretendendo que se construa uma escala de agradecimentos, quero dedicar esta etapa aos meus avós, em especial à minha querida avó. A educação é amor e foi a minha avó que me mostrou o amor nas coisas mais simples. Hoje em dia é o meu amor eterno que me conforta a alma nos bons momentos da vida e também nas suas partidas.

Em segundo lugar quero agradecer à minha mãe por todos os esforços que fez em prol da minha educação. Quero agradecer por me ensinar que podemos não ter tudo mas temos muito se formos sempre fiéis ao que queremos ser.

Em terceiro lugar quero agradecer ao amor da minha vida e ao meu melhor amigo ao mesmo tempo. Que sorte tenho! Obrigada por me tornares na minha melhor versão de mim mesma e me fazeres acreditar que existe um futuro risonho, sendo que desistir nunca é opção.

Em seguida, quero agradecer às amigas que a vida académica me concebeu. Ao trio maravilha Anabela Ornelas, Sara Santos e Ana Margarida que fez com que tudo fosse mais feliz. São sem dúvida as minhas companheiras e o meu braço direito ao longo destes cinco anos. Mostraram-me que em vez de competição pode haver cooperação e que caminhando juntas o caminho torna-se mais fácil.

Por fim, mas não menos importante, quero agradecer profundamente à professora Joana Brocardo pelo trabalho, disponibilidade e compreensão. É sem dúvida uma inspiração profissional em todos os sentidos que irei guardar com amor no coração.

Índice

Capítulo 1- Introdução	10
1.1. Pertinência do tema.....	10
Capítulo 2- Enquadramento Teórico	14
2.1. Diferenciar na perspectiva da Inclusão	14
2.1.1. Introdução.....	14
2.2. Diferenciar em Matemática	21
2.2.1. Introdução.....	21
2.2.2. Estratégias de diferenciação em matemática.....	22
2.3.4. Trabalhar o Cálculo Mental em sala de aula	32
Capítulo 3- Metodologia	35
3.1. Introdução	35
3.2. Paradigma Qualitativo	35
3.5. Caracterização do contexto e participantes	39
3.6. Projeto de intervenção	40
3.6.1. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”. 41	
3.6.2. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”, parte II. 43	
3.6.3. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”. 44	
3.6.4. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”45	
3.6.5. Explorar a ideia-chave “10% de uma quantia é o mesmo que dividi-la por 10” 47	
3.6.6. Explorar as cadeias numéricas	48
Capítulo 4- Análise de Dados	49
4.1. Tarefa 1: “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”	49
4.2. Tarefa 2: “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1” parte II	51

4.3. Tarefa 3: “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”	54
4.4. Tarefa 4: “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”	56
4.5. Tarefa 5: “10% de uma quantia é o mesmo que dividi-la por 10”	57
4.6. Tarefa 6: Cadeia numéricas sobre as ideias-chave trabalhadas.	59
Capítulo 5-Conclusão e Considerações Finais	61
Referências Bibliográficas	66

Índice de Tabelas

Tabela 1: Algoritmos segundo Thompson (1999).....	29
Tabela 2: Estratégias de cálculo segundo Thompson (2009) com números até 20.....	30
Tabela 3: Estratégias de cálculo segundo Beishuizen (1993) com números superiores a 20.....	31
Tabela 4: Estratégias de cálculo para a operação da multiplicação segundo Brocardo (2017).	32
Tabela 5: Estratégias de cálculo para a operação da divisão segundo Brocardo (2017).	32
Tabela 6: Ideias-chave trabalhadas no decurso da intervenção na aula	40
Tabela 7: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”, número de alunos por tarefa.....	41
Tabela 8: Número de alunos que realizou cada uma das tarefas na ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”.	42
Tabela 9: Atribuição das tarefas da ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”- Parte II, número de alunos a realizar cada uma das tarefas.....	43
Tabela 10: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”, número de alunos por tarefa.....	44
Tabela 11: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4", número de alunos por tarefa.....	45
Tabela 12: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave "10% de uma quantidade é o mesmo que dividi-la por 10", número de alunos por tarefa.	47

Índice de Figuras

Figura 1: Representação em esquema da teoria das "Inteligências Múltiplas" de Gardner.	16
Figura 2: Esquema sobre os três tipos de cálculo adaptado de Moor e Brink (2001, cit. Brocardo, 2011).	27
Figura 3: Exemplo de uma cadeia numérica, adaptado do programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º e 2.º ciclo do E.B (2009).	33
Figura 4: Relações numéricas a partir do cálculo de $5+7$, segundo Kraemer (2011, cit. por Brocardo, 2011).	34
Figura 5: Apresentação do PowerPoint utilizado para a introdução da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2".	45
Figura 6: Apresentação do PowerPoint para a introdução da ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4".	46
Figura 7: Cadeia numérica sobre a ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4".	48
Figura 8: Barra representativa de 1 unidade.	53
Figura 9: Retângulos representativos de 0,1.	53
Figura 10: Sobrepor os 10 retângulos de 0,1 sobre a barra de 1 unidade.	53

Índice de Anexos

Anexo 1: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1".	69
Anexo 2: Tarefa verde da ideia-chave " Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1".	70
Anexo 3: Tarefa vermelha da ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”.	70
Anexo 4: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1- Parte II"	71
Anexo 5: Tarefa verde da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1- Parte II"	71
Anexo 6: Tarefa vermelha da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1- Parte II"	72
Anexo 7: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4"	73
Anexo 8: Tarefa verde da ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4"	74
Anexo 9: Tarefa vermelha da ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”	74
Anexo 10: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2"	75
Anexo 11: Tarefa verde da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2"	76
Anexo 12: Tarefa vermelha da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2"	76
Anexo 13: Tarefa amarela da ideia-chave “10% de uma quantidade é o mesmo que dividi- la por 10”.	77
Anexo 14: Tarefa laranja da ideia-chave “10% de uma quantidade é o mesmo que dividi- la por 10”.	78
Anexo 15: Cadeias numéricas sobre as ideias-chave desenvolvidas.	78

Capítulo 1- Introdução

Este estudo insere-se no Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e incide na área da Matemática. Com esta investigação pretendo perceber como diferenciar o ensino da Matemática para promover o desenvolvimento nos alunos do cálculo mental. O objetivo do estudo é analisar e interpretar de modo reflexivo a minha prática pedagógica, centrada nas potencialidades das tarefas paralelas enquanto estratégia diferenciadora na área da Matemática. Em particular formulo a seguinte questão, desdobrada em duas subquestões:

Quais as potencialidades da proposta de tarefas paralelas como estratégia de diferenciação pedagógica no desenvolvimento do cálculo mental?

(1) De que modo a discussão coletiva das tarefas paralelas focadas numa mesma ideia-chave favorece a compreensão de estratégias de cálculo mental?

(2) Que estratégias podem ser usadas para a atribuição de tarefas paralelas e de que modo podem ser ajustadas?

1.1. Pertinência do tema

A sociedade é composta por indivíduos com características únicas que contribuem para a sua individualidade. Essa individualidade exprime-se também na forma como cada um de nós desenvolve a sua aprendizagem, aprendendo de forma diferente, com ritmos, tempos e estratégias próprias.

A diversidade cultural e as turmas heterogéneas geram desafios ao nível das práticas docentes. Em educação a ideia da valorização da individualidade da criança traduz-se no termo “diferenciação pedagógica”, que segundo a United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO, 2004, p.14)

(...) é o processo de modificação ou adaptação do currículo de acordo com os diferentes níveis de habilidade dos estudantes numa classe. Os professores podem adaptar ou diferenciar o currículo mudando: o conteúdo, os métodos de ensino e conteúdo de aprendizagem (às vezes referido como o processo), e os métodos de avaliação (às vezes referidos como os produtos).

Diferenciar é promover o sucesso das crianças, pois quer por motivos físicos, culturais ou cognitivos todas são diferentes e é importante respeitar as suas características.

Optar por uma estratégia de diferenciação pedagógica ajuda os alunos com mais dificuldades a superar as mesmas, mas também os alunos com mais facilidade em superarem-se através de novos desafios. Organizar o ensino recorrendo a estratégias de diferenciação é uma alternativa a uma prática de trabalho na aula que é igual para todos, baseada nas mesmas tarefas, resolvidas ao mesmo tempo. Segundo Cosme (2018) diferenciar implica tarefas de acordo com as competências e dificuldades de cada criança, em que os docentes adaptam as suas estratégias bem como os seus materiais e recursos. De acordo com o Decreto-Lei n.º 54/ 2018 a escola deve ter uma visão inclusiva de “ensinar tudo a todos” e ao mesmo tempo diferenciadora, que define o currículo do professor em Portugal.

No perfil do professor do 1.º ciclo do Ensino Básico lê-se que uma das competências do professor deve ser o facto de desenvolver “(...) as aprendizagens (dos alunos), mobilizando integradamente saberes científicos relativos às áreas e conteúdos curriculares e às condicionantes individuais e contextuais que influenciam a aprendizagem;”. Ou seja, o professor deve mobilizar estratégias e práticas adequadas às características dos indivíduos promovendo o sucesso escolar.

Sendo a área da Matemática uma das áreas em que as crianças tendem a ter maiores dificuldades vários autores recomendam a exploração das estratégias próprias dos alunos como base para promover a sua aprendizagem. Esta prática ajudará os alunos desde cedo a criar bases que os ajudam a ultrapassar as suas dificuldades. Quando o docente apresenta um tipo de tarefa global a todos os elementos da turma não está a respeitar as dificuldades de cada criança, está no entanto a exigir que todas resolvam aquela tarefa, independentemente do que cada uma, de facto, sabe. Neste sentido, revela-se importante a diferenciação cujo objetivo no ensino da Matemática, segundo alguns autores como Mendes, Brocardo, Duarte e Boavida (2017, p.1) é implementar a equidade como princípio orientador. De acordo com os autores anteriores isto significa que o professor tem o papel de ajudar os alunos “ a progredir tendo em conta o que já sabe, o que precisa de aprender, quais são as suas necessidades e o que o motiva a ir mais além”.

Diferenciar no ensino da Matemática é um tema pouco explorado existindo um número escasso de investigações nesta área e por esta razão, torna-se importante desenvolver investigações e conhecimento sobre o tema tornando-o pertinente para a prática docente.

1.2. Pertinência Pessoal

Com a realização do Estágio III, tive a oportunidade de verificar que a Matemática é uma das áreas de maior insucesso escolar, sendo uma realidade que deve ser transformada e estudada no sentido de a atenuar. Além deste fator, ao estagiar neste contexto senti que a área da Matemática era a que mais me desafiava porque não me sentia completamente segura nos conhecimentos científicos e didáticos da mesma e porque era a área em que eu tinha que explicar de diversas formas um determinado conceito devido ao raciocínio individual de cada uma das crianças. Quando explorava uma tarefa matemática igual para todos os alunos em sala de aula observei que as crianças com maior dificuldade não a compreendiam e que apenas a realizavam no momento de discussão quando era trabalhada em grande grupo. Tive também a oportunidade de observar que os alunos que se sentiam à vontade na resolução das tarefas propostas não eram suficientemente desafiados e que se descuravam na resolução das mesmas por já as saberem resolver. Estas observações fizeram-me refletir sobre o facto de a minha prática não estar a contribuir para as aprendizagens daquele grupo de alunos e não conseguir acompanhar as crianças respeitando as suas necessidades.

A minha intervenção durante o contexto de estágio fez-me refletir nos desafios que existem sobre a heterogeneidade das crianças e na dificuldade que o docente sente em conseguir dar resposta a todas as crianças. Em parte pelo número elevado de crianças por turma e, também, pelo desconhecimento de estratégias cuja implementação possam favorecer a aprendizagem das crianças, bem como o gosto por aprender.

É nesta última ideia que o trabalho se foca, oposta ao “ensinar tudo a todos” e respeitando as necessidades dos alunos, acompanhando a sua evolução.

1.3. Organização do Relatório

Este relatório está dividido em 5 capítulos. No capítulo 1 Introdução apresento o objetivo e as questões orientadoras do tema. São igualmente apresentadas a pertinência pessoal, identificando as minhas motivações para o estudo, bem como a pertinência do tema.

No capítulo 2 apresento o enquadramento teórico que sustenta o projeto focando as perspectivas atuais sobre a diferenciação pedagógica no currículo do 1.º Ciclo do Ensino Básico, as estratégias de diferenciação pedagógica em Matemática, o cálculo mental no currículo do 1.º Ciclo do E.B, e por fim, as estratégias de cálculo mental e as suas práticas.

No capítulo 3 apresento a metodologia utilizada para esta investigação. Explico e justifico as minhas opções metodológicas, as técnicas de recolha de dados utilizadas, a apresentação do contexto no qual foi realizado o estudo, bem como a explicação da análise dos dados recolhidos e a planificação das intervenções.

No capítulo 4 descrevo as minhas intervenções pedagógicas sobre as tarefas paralelas e reflito sobre a minha prática.

No capítulo 5 destaco as conclusões gerais da investigação.

Capítulo 2- Enquadramento Teórico

2.1. Diferenciar na perspetiva da Inclusão

2.1.1. Introdução

Em Portugal, durante o regime salazarista, o sistema educativo era dominado pelo método tradicional, em que o professor assumia um tipo de comunicação transmissiva e unidirecional. O acesso às diferentes correntes teóricas na área da educação que haviam surgido era bastante limitado e refletiam pouco sobre a sua prática de ensino. Tal como afirma Roldão (1999, p.18) “(...) as mudanças de fundo e o acesso à diversidade de correntes teóricas (...) vieram a operar-se a partir de 1974.” Estas mudanças originaram uma mudança ao nível das perspetivas curriculares dos professores e até mesmo nas próprias instituições.

O currículo sempre ocupou e continua a ocupar um papel relevante no sistema educativo, pelo que é assumido como um aspeto a ter em consideração no que diz respeito à inclusão ao nível da escola. Torna-se, deste modo, importante esclarecer o conceito de currículo. Segundo a UNESCO (2004) entende-se por currículo o que é aprendido e ensinado, ou seja, o contexto, os métodos de ensino-aprendizagem, a forma como se avalia e os recursos utilizados para apoiar o ensino e a aprendizagem.

O currículo é um conjunto de metas e resultados educacionais a obter que formam o “currículo formal”. Outros autores, como Roldão (1999, p.13) caracterizam o currículo como “os conteúdos de aprendizagem escolar em função de certas finalidades e modos organizativos de a promover, incluindo materiais e atividades”. A autora (1999, p.24) afirma também que o currículo escolar é “ (...) o conjunto de aprendizagens que, por se considerarem socialmente necessárias num dado tempo e contexto, cabe à escola garantir e organizar.”.

De acordo com Roldão (1999) identificam-se duas linhas teóricas que tiveram na base da alteração curricular de 1974, nomeadamente, a estrutura das ciências, no qual as crianças eram incentivadas à descoberta científica e a linha em que centrava o currículo no aluno, valorizando os seus interesses e a sua autonomia como futuro cidadão.

Atualmente, relativamente às metodologias de ensino, tem particular relevo a perspetiva construtivista, que embora de forma nem sempre contínua tem sido destacada em Portugal nos currículos oficiais. Segundo Prosser e Trigwell (1997), esta perspetiva

baseia-se no ensino centrado no aluno, sendo que este se assume como agente da construção do seu conhecimento e aprendizagem.

A Lei de Bases do sistema educativo marca a reforma educativa dos anos 80 do séc. XX. Tem o objetivo de estabelecer o quadro geral do sistema educativo e pode definir-se como o referencial normativo das políticas educativas que visam o desenvolvimento da educação e do sistema educativo. Nela define-se o ensino em Portugal como um direito para todos que deve promover a igualdade de oportunidades e o sucesso escolar, assegurar o direito à diferença, respeitando a individualidade das crianças e valorizando os seus saberes e culturas. Esta Lei circunscreve uma nova visão sobre o ensino perspetivando a importância da inclusão. Salienta-se a importância de existir uma colaboração entre alunos e professores nas estratégias de aprendizagem colaborativas, construindo um ensino interativo e inclusivo (Grave-Resendes & Soares, 2002). Segundo Niza (1996, cit. por Grave-Resendes & Soares, 2002) “o respeito pela diversidade deve orientar a passagem de uma escola de exclusão para uma escola de inclusão, que assegure o direito de acesso e de igualdade de condições para o sucesso de todos os alunos numa escola para todos.”

O reconhecimento da heterogeneidade e das individualidades das crianças, sendo por fatores de inserção (cultura, valores, língua), por fatores cognitivos e estilo de aprendizagem, ou por fatores de interesses e necessidades, impõe a reconstrução do currículo por parte dos professores, adotando estratégias pedagógicas diferenciadas.

2.1.2. Porquê diferenciar?

Segundo Grave-Resendes e Soares (2002, p. 20) “ (...) todos os alunos aprendem melhor quando os professores respeitam a individualidade de cada um e ensinam de acordo com as suas diferenças.”. São igualmente identificadas pelas autoras algumas características inerentes a cada criança que são fatores importantes de diferenças individuais, principalmente ao nível das diferenças cognitivas, linguísticas e socioculturais.

Relativamente às diferenças cognitivas, Howard Gardner (1985) desenvolveu a teoria das “Inteligências Múltiplas” na qual concluiu que os seres humanos possuem oito modos de reconhecer o mundo. A figura seguinte representa os oito tipos de inteligência identificadas por Gardner (1985).

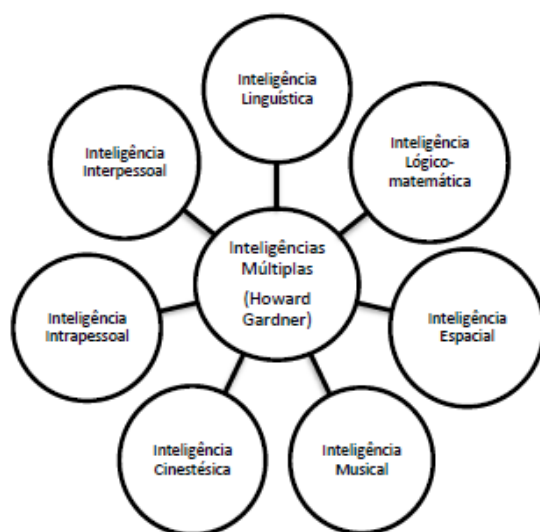


Figura 1: Representação em esquema da teoria das "Inteligências Múltiplas" de Gardner.

A teoria desenvolvida por Gardner reforça as fragilidades do ensino tradicional uma vez que este não tende a respeitar a liberdade de aprendizagem das crianças, nem respeita as suas características individuais. O facto de existirem vários tipos de inteligência que caracterizam a forma como cada individuo melhor aprende, tal como referem as autoras Grave-Resendes e Soares (2002), não implica que o professor tenha de ensinar de várias maneiras diferentes, mas sim que reconheça as capacidades cognitivas de cada criança e desta maneira, planifique e avalie o processo de ensino-aprendizagem.

2.1.3. O que é diferenciar?

Roldão (1999, p. 52) descreve diferenciar como “definir percursos e opções curriculares diferentes para situações diversas que possam potenciar para cada situação, a consecução das aprendizagens pretendidas”. A autora refere ainda que diferenciar é “estabelecer diferentes vias mas não pode ser nunca estabelecer níveis de chegada por causa das condições de partida”. Perrenoud (1997, cit. por Inácia Santana, 1999) considera que a diferenciação pedagógica é

romper com a pedagogia magistral- a mesma lição e os mesmos exercícios para todos ao mesmo tempo- mas é sobretudo uma maneira de pôr em funcionamento uma organização de trabalho que integre dispositivos didáticos, de forma a colocar cada aluno perante a situação mais favorável.

Segundo Visser (1993, cit. por Grave-Resendes & Soares, 2002) diferenciação é o processo no qual os professores encaram as necessidades das crianças, selecionando métodos e estratégias de ensino apropriadas para a aprendizagem.

A diferenciação pedagógica é uma resposta à variedade e às características de uma determinada turma. Como referido por Grave-Resendes e Soares (2002), os alunos têm ritmos próprios e necessidades próprias que dão sentido a não tentar impor estudar da mesma forma e as mesmas coisas. Em suma, a seguinte citação da UNESCO (2004, p. 14) resume o entendimento do que é diferenciar ao nível do ensino e da aprendizagem.

Os professores oferecem aos alunos uma variedade de experiências de aprendizado para atender às diferentes necessidades de aprendizado. A diferenciação do currículo, então, é o processo de modificar ou adaptar o currículo de acordo com os diferentes níveis de habilidade dos alunos de uma turma. Os professores podem adaptar ou diferenciar o currículo alterando: o conteúdo, os métodos de ensino e aprendizagem de conteúdo (por vezes referido como o processo) e os métodos de avaliação (por vezes referidos como os produtos).

2.1.4. Como diferenciar?

Gerir o currículo ao nível da diferenciação pressupõe, tal como afirma Roldão (1999, p. 52), “diferenciar os modos de ensinar e organizar o trabalho dos alunos para garantir a aprendizagem bem-sucedida de cada um”. Para tal, deve diferenciar-se os métodos pedagógicos, bem como as atividades de forma a dar resposta às necessidades das crianças. Diferenciar, como referido anteriormente, assume como princípios i) o reconhecimento das características individuais; a participação dos alunos durante o processo, ii) a colaboração dos docentes e dos discentes durante o processo de aprendizagem, iii) a alteração do conteúdo, do processo e do produto segundo a disponibilidade, o interesse e o perfil das aprendizagens dos alunos. Assim, de acordo com Tomlinson e Allan (2002) considera-se possível diferenciar face ao conteúdo, ao processo e ao produto.

Quanto à diferenciação ao nível do conteúdo deve possibilitar-se às crianças o contacto com diferentes tipos de materiais e deve estabelecer-se objetivos de acordo com as capacidades de cada uma, incluindo-as nesse processo. Para Feyfant (2016) querer diferenciar os conteúdos de aprendizagem implica interessar-se pelo que os alunos aprendem e como o fazem. Trata-se aqui de adaptar e de propor conteúdos de aprendizagem em função das características de um aluno ou de um grupo de alunos. Neste sentido, devem ter-se em atenção cinco pontos: o assunto, os alunos, o contexto, o

professor e os métodos pedagógicos apropriados. Na opinião de Tomlinson e Allan (2002, p.21) os conteúdos “consistem em factos, conceitos, generalizações ou princípios, atitudes e competências relacionadas com uma disciplina, bem como os materiais que permitem aceder a esses elementos”.

Relativamente ao processo, este centra-se nas estratégias utilizadas pelo docente de acordo com as capacidades dos alunos, bem como o tipo de atividade a sugerir. Assim sendo, cabe ao professor explorar diversas estratégias de ensino, de acordo com a tarefa e os alunos. Alguns exemplos mencionados por Feyfant (2006, p.12-13) são “ (...) estratégias socio construtivistas (projeto e aprendizagem cooperativa), estratégias interativas (debates e grupos de discussão), estratégias de trabalho individual (aprendizagem por problemas e estudos de caso) ou estratégias magistrais (exposições e demonstrações).”

Diferenciar está associado à forma de avaliação das crianças, que deve ser contínua e formativa. Ou seja, deve estar relacionada com a avaliação do processo e com a evolução da criança. Inicialmente, Feyfant (2016, p.15) define a importância da avaliação diagnóstica pois “ (...) permite antecipar a prática de ensino, numa perspetiva preventiva.” Posteriormente, a autora (2016, p. 16) defende uma avaliação formativa ao longo das aprendizagens pois vai permitir “ (...) determinar as estratégias de aprendizagem, regular as aprendizagens, ajustar os métodos de ensino, explicar e modelizar os exercícios.” Por fim, deve então existir a avaliação sumativa, que segundo Annie Feyfant (2016, p. 16) “ (...) pode traduzir-se por uma diferenciação das modalidades de avaliação, em função do ritmo e das particularidades do aluno (avaliação oral, escrita, em diferentes momentos e em concertação entre aluno e professor).”

Na linha das ideias anteriores, a UNESCO (2004) identifica algumas componentes da gestão curricular numa perspetiva de diferenciação, nomeadamente, o método de apresentação dos conteúdos; o método de prática e o método de avaliação. Referentemente ao método de introdução dos conteúdos, o professor pode assumir uma atitude colaborativa com os estudantes e fornecer-lhes materiais e recursos que permitam os alunos recolher as informações necessárias e apresentem aos colegas, de modo individual ou em pequenos grupos. Neste sentido, o professor irá conseguir apoiar melhor as crianças e identificar as suas dificuldades, pois não assume uma atitude unidirecional e transmissiva dos conteúdos. Quanto ao método de prática, este baseia-se em dar espaço às crianças na construção do seu conhecimento, permitindo que estas deem sentido às informações recolhidas e exploradas. Por fim, no que diz respeito ao método de avaliação

este deve ter em atenção todo o processo e não apenas o resultado do produto, ou seja, os alunos devem ser avaliados de acordo com o seu progresso. Cabe ao professor ir registando e observando o trabalho desenvolvido pelos alunos ao longo de todas as atividades.

2.1.5. Perspetivas de diferenciação no currículo em Portugal

Os temas “diferenciação pedagógica” e “inclusão” são ciclicamente debatidos ao nível da comunidade educativa e até mesmo do público em geral. Recentemente a Direção Geral de Educação (DGE) tem vindo a coordenar um novo debate sobre estes temas visando uma alteração legislativa que começa a ser implementada em 2018/2019.

O Decreto-Lei n.º 54 de 2018 estabelece os princípios da inclusão como resposta à heterogeneidade dos alunos. Neste decreto é possível ler-se que o Programa do XXI Governo Constitucional estabeleceu prioridades quanto à escola inclusiva, nomeadamente na resposta às necessidades e potencialidades de cada criança, tornando-as num direito, independentemente da sua situação pessoal ou social. Refere igualmente a reconstrução do programa educativo para que todas as crianças possam participar e desenvolver o sentido de pertença respeitando o princípio da equidade, de forma a contribuir para uma maior coesão social.

Com este novo decreto relativo à escola inclusiva pretende-se o sucesso escolar de todos os alunos e perspetiva-se o perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória como o ‘alvo’ a ser progressivamente atingido via a autonomia e flexibilidade das escolas/agrupamentos que são convidadas a diversificar estratégias e medidas de organização curricular. Deste modo, garante-se que cada aluno progrida no currículo tendo em consideração o seu sucesso educativo. Para isso, salienta-se que tanto a instituição como os professores devem adequar os seus processos de ensino às características individuais de cada criança, adaptando o currículo e recorrendo a estratégias de diferenciação pedagógica adequadas. Neste documento oficial introduz-se o conceito de aprendizagem multinível, assente num modelo curricular flexível, apoiado no diálogo entre os docentes, os especialistas, e os encarregados de educação.

No parecer n.º 7 de 2018, publicado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) a 26 de Abril é analisado o regime jurídico sobre a educação inclusiva no pré-escolar e nos ensinos básico e secundário. Neste parecer, são destacadas três conceções sobre a escola inclusiva definidas no decreto-lei n.º 54/2018, nomeadamente

i) o comprometimento de toda a escola na missão de educar todos os alunos, ii) a perspectiva de encorajar a diversidade de todas as componentes curriculares (...), iii) a ideia de criar na escola um sistema de apoio extensivo a qualquer aluno que, de forma episódica ou permanente, possa dele necessitar para o sucesso do seu percurso escolar.

O princípio da escola inclusiva destacou-se no presente ano letivo 2018/2019, por esta razão é um processo progressivo que deve começar a estar presente na organização curricular de forma a garantir uma prática que se adequa às estratégias pedagógicas necessárias para ir ao encontro das necessidades individuais das crianças.

2.2. Diferenciar em Matemática

2.2.1. Introdução

A diferenciação pedagógica assenta numa perspectiva de ensino que visa a aprendizagem de todos os alunos, segundo as suas necessidades e possibilidades. É indiscutível que os alunos possuem características próprias que lhes permite, por alguma razão, ter mais facilidade ou mais dificuldade na compreensão dos conteúdos em uma determinada área do currículo. No que diz respeito à área da Matemática esta tem-se mostrado ao longo dos anos uma das áreas do currículo de maior insucesso escolar, tornando-se assim importante assumir estratégias que possam auxiliar as crianças na superação das suas dificuldades. Segundo Mendes et al (2017, p. 1), cada aluno pode “ (...) ser ajudado a progredir tendo em conta o que já sabe, o que precisa de aprender, quais são as suas necessidades e o que o motiva a ir mais além”. Ao encontro com a ideia anterior, os autores referem que é da responsabilidade dos professores delinear estratégias segundo as dificuldades e necessidades das crianças. Assim sendo, Mendes et al (2017), afirmam que o professor para desenvolver estratégias de diferenciação deve i) considerar as necessidades das crianças, avaliando os seus saberes; ii) propor tarefas segundo o grau de dificuldade de cada um dos alunos, mas que permita que todos trabalhem a mesma ideia-chave; iii) proporcionar às crianças, em alguns momentos, autonomia na escolha das tarefas que irão resolver. Em concordância com as afirmações anteriores, Small (2017) afirma que uma estratégia para atender às necessidades das crianças é fornecer-lhes tarefas adequadas às suas dificuldades, nomeadamente, propor às crianças com mais dificuldade uma tarefa mais simples e às crianças mais avançadas uma tarefa mais desafiadora.

Quanto à diferenciação em Matemática os autores Small (2017) e Mendes et al (2017) consideram fundamental trabalhar segundo ideias-chave. Contrariamente aos métodos de diferenciação pedagógica utilizados com maior frequência, em que os alunos trabalham segundo as áreas ou os conceitos em que têm maior dificuldade. Na perspectiva de diferenciação em Matemática os autores anteriores defendem que os alunos trabalhem todos a mesma ideia-chave, mas de acordo com as suas dificuldades sobre essa mesma ideia.

Ideias-chave, segundo Mendes et al (2017), são ideias matemáticas importantes que ligam ideias mais específicas. Estes autores indicam como exemplo a afirmação “números

de referência podem ser úteis para relacionar números e estimar quantidades.”. Segundo os autores (2017, p. 2), esta afirmação “ (...) representa uma ideia-chave pois constitui uma ideia matemática essencial para resolver tarefas com um nível de complexidade bastante distinto.”, e por isso, uma forma de desenvolvê-la é propor por exemplo, às crianças do 1.º ano a realização de tarefas que lhes permitam compreender a utilidade dos números de referência (5, 10, 15 ou 20). Estas tarefas deverão ser adaptadas segundo as capacidades das crianças, sendo que os alunos de ensino mais avançado podem realizar tarefas com outros números de referência ou até mesmo com números racionais.

2.2.2. Estratégias de diferenciação em matemática

Diferenciar em Matemática, tal como considera Small (2017) é uma ideia relativamente recente porque contrariamente às restantes áreas não se pode fornecer um livro alternativo. É difícil entender como se deve diferenciar para aprender Matemática e os professores têm pouca formação profissional na área. Segundo esta autora, pode ser através das respostas que os alunos fornecem às questões que os conseguimos diferenciar, pois elas são relevantes para o tipo de feedback e de ajudas que o professor pode fornecer a cada uma das crianças. A mesma ideia é defendida por Mendes et al (2017) quando consideram que a análise das respostas a tarefas com determinadas características são formas de identificar as necessidades e a compreensão dos saberes das crianças.

Para que se diferencie em Matemática, tal como referem Small (2017) e Mendes et al (2018), os professores podem usar diversas estratégias/técnicas de diferenciação. Mendes et al (2018, p. 3) consideram que “(...) o grande objetivo da diferenciação no ensino da Matemática é ir ao encontro das necessidades de cada aluno, de modo a apoiar a construção do seu conhecimento.” Neste sentido, os autores identificam 3 tipos de estratégias de diferenciação e os tipos de tarefas correspondentes:

- 1) *Diferenciar recorrendo à análise das respostas de alunos a tarefas abertas ou à análise de questões de escolha múltipla.* No que diz respeito às tarefas abertas, segundo os autores, é uma tarefa que é formulada de forma a possibilitar a utilização de diversas estratégias e processos. Quanto às tarefas de escolha múltipla a sua principal característica é a possibilidade de o professor identificar as conceções e conhecimentos das crianças sobre a ideia-chave a ser trabalhada.
- 2) *Diferenciar recorrendo a tarefas com diferentes níveis de dificuldade sobre a mesma ideia-chave, recorrendo a tarefas paralelas.*

- 3) *Diferenciar a partir da escolha autónoma de tarefas.* Neste caso, as crianças devem ter ao seu dispor vários grupos de tarefas organizadas por ideias-chave e cada uma deve selecionar a sua tarefa de acordo com as suas dificuldades e necessidades, resolvendo-a de forma autónoma.

No presente projeto serão exploradas as potencialidades de diferenciar o ensino propondo tarefas paralelas, que tal como refere Mendes et al (2017) se baseiam na proposta de tarefas de diferentes graus de dificuldade sobre uma mesma ideia-chave. Segundo os autores Mendes et al (2017, p. 4)

A expressão tarefas paralelas refere-se a um conjunto de, usualmente, duas ou três tarefas, associadas à mesma ideia-chave, que são concebidas de modo a irem ao encontro das necessidades dos alunos com diferentes níveis de desenvolvimento matemático e a terem um contexto suficientemente próximo para poderem ser discutidas simultaneamente.

Recorrendo às tarefas paralelas pretende-se que após a resolução das tarefas seja gerado um momento de discussão coletiva, de forma natural, sobre a ideia-chave a ser desenvolvida. Para Murray e Jorgensen (2007, cit. por Small, 2017) o facto de se recorrer a tarefas paralelas desenvolve em sala de aula uma “comunidade de aprendizagem” na qual todos os alunos são agentes ativos da ideia-chave em estudo.

2.2.3. *Design* de tarefas paralelas e sua exploração na aula de Matemática

Uma das questões frequentes com que os professores se deparam quando recorrer à exploração de tarefas paralelas, identificada por Mendes et al (2018, p. 39), diz respeito à dificuldade de as formular: “Como saber se a partir de uma tarefa que selecionou conseguem formular tarefas paralelas?”.

Para Mendes et al (2018) primeiramente deve ter-se em consideração a ideia-chave que se pretende desenvolver e de seguida deve pensar-se de que forma é que os alunos podem ser diferenciados de acordo com a ideia-chave. No momento da seleção das tarefas, uma vez que nem todas as crianças conseguem manipular as mesmas grandezas numéricas, deve ter-se em consideração os pontos de partida para cada criança, mas explorando a mesma ideia-chave. Uma possibilidade de diferenciação é sugerir ao grupo de alunos com mais dificuldades a realização de tarefas que envolvam operações, por

exemplo, com números inteiros e ao grupo de alunos com menos dificuldades a realização de tarefas que envolvam operações com números decimais. Existem princípios fundamentais, mencionados por Small (2017), que devem ser executados no momento do desenvolvimento das perguntas e das tarefas, nomeadamente,

- 1) As tarefas paralelas sugeridas permitirem que os alunos com mais dificuldades as ultrapassem e os alunos com menos dificuldades se sintam desafiado;
- 2) As tarefas devem ser compostas por questões que permitam a discussão global da turma e a aprendizagem conjunta.

Ao longo da distribuição das tarefas alguns alunos podem querer escolher uma tarefa mais desafiadora. Nesse caso, o professor deve deixar o aluno explorar a tarefa que deseja. Esta opção pode ser relevante para o professor porque se por um lado pode ser surpreendido pelas capacidades da criança, por outro, tal como refere Small (2017), pode ajudar a criança a perceber as suas dificuldades. Caso a criança não consiga realizar a tarefa, o professor deve atribuir-lhe novamente a tarefa com menor dificuldade.

Depois do momento da realização das tarefas é importante organizar-se uma discussão global sobre a ideia-chave trabalhada para consolidar os conhecimentos dos alunos. Uma das possíveis formas de organizar a discussão é, por exemplo, convidar as crianças da tarefa menos difícil a resolver algumas questões da tarefa mais difícil. Neste momento, as crianças que resolveram a tarefa mais difícil podem auxiliar as restantes crianças e partilhar as suas resoluções de forma a serem discutidas. No decorrer da discussão matemática final, o professor tem um papel fundamental na orquestração da mesma. De acordo com Small (2017), no momento da discussão deve valorizar de igual modo as tarefas e as respostas das crianças, quer tenham mais ou menos dificuldades no tema. Posteriormente deve propor a análise de questões pertinentes e adequadas a cada um dos grupos, não hierarquizando o nível das questões, ou seja, não mencionando se a questão é mais ou menos difícil.

2.3. Cálculo Mental

A nível escolar o desenvolvimento do cálculo mental é habitualmente um tópico de relevância no currículo da matemática. De acordo com o NCTM (2000) as crianças deverão até ao final do 5.º ano possuir destreza de cálculo com números inteiros, ou seja, possuir métodos eficazes e precisos de cálculo. O NCTM (2000) afirma ainda que os métodos a que os alunos recorrem devem ser apoiados pelos conhecimentos matemáticos que possuem, incluindo a propriedade das operações e as relações numéricas válidas.

O programa de Matemática de 2007 dava um grande destaque ao cálculo mental indicando que deve ser desenvolvido desde o 1.º ciclo por estar intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número. Este programa valoriza o cálculo mental por permitir que as crianças recorram às suas próprias referências numéricas, desenvolvam as suas estratégias de cálculo, bem como a sua capacidade de estimação. De acordo com Sequeira, Freitas e Nápoles (2009, p.82), é fulcral que o cálculo mental assuma um lugar “proeminente e precoce na Matemática e que os alunos pratiquem, desde o primeiro ano. O seu uso deve preceder claramente a introdução dos algoritmos.”

Atualmente, no programa e metas curriculares de Matemática (2013, p. 6) em vigor, os autores identificam como sendo fundamental os alunos adquirirem “fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações.”, valorizando a aplicação do algoritmo e dos cálculos mecanizados e desvalorizando o cálculo mental.

Existem opiniões diversas sobre a valorização do algoritmo e se este deveria de ser integrado ou não no currículo da matemática. Esta ideia é referida por Brocardo e Serrazina (2008, p.102) que afirmam que “a crescente importância, no mundo de hoje, de competências de cálculo que vão muito além do uso do algoritmo, têm originado um intenso debate sobre o valor e lugar dos algoritmos, no currículo da matemática.” De acordo com os autores que se opõem ao destaque dos algoritmos no currículo da matemática, identificados por Brocardo e Serrazina (2008, p. 105), deve ser dada liberdade às crianças de utilizar e explorar as suas próprias estratégias de cálculo e devem discutir com os restantes elementos da turma. Os autores que defendem a importância do cálculo mental afirmam ainda que ao introduzir-se desde cedo o algoritmo no currículo corremos o risco de as crianças não desenvolverem o cálculo mental, bem como o sentido de número. O cálculo mental é fulcral no desenvolvimento do sentido do número, uma vez que segundo Castro e Rodrigues (2008, p. 11) o sentido de número “(...) diz respeito

à compreensão global e flexível dos números e das operações, com o intuito de compreender os números e as suas relações (...)”. Neste sentido, valorizar o cálculo mental, permite desenvolver estratégias que relacionam os números, contrariamente à memorização de regras necessárias para usar o algoritmo.

Thompson (1999) identifica quatro razões pelas quais o cálculo mental deve ser desenvolvido e trabalhado:

- O tipo de cálculo mais utilizado em adulto é o cálculo mental;
- O cálculo mental dá sentido aos números;
- O cálculo mental desenvolve a capacidade de resolver problemas;
- O desenvolvimento do cálculo mental auxilia nos cálculos algorítmicos.

Em suma, identifica-se uma posição forte de valorizar a importância do cálculo mental que Brocardo e Serrazina (2008, p. 106) resumem perspetivando “os algoritmos não devem ser o foco central do currículo e devem decorrer de um longo trabalho centrado no desenvolvimento do sentido de número.”. Deste modo, considero ser importante desenvolver e trabalhar estratégias de cálculo que permitam dar uma resposta rápida às nossas necessidades do quotidiano, nomeadamente na realização de operações e resolução de problemas.

2.3.1. Cálculo Mental: O que é?

Ao chegar à vida adulta, tal como afirma Matos e Serrazina (1996, p. 245), cada vez menos recorremos a cálculos escritos para calcular, em especial aos algoritmos formais das operações aritméticas. Quando é necessário realizar uma operação facilmente recorremos à utilização da calculadora para obtermos resultados exatos. No entanto, sabemos que esta não é de todo a única forma de calcular. Na Matemática identificam-se tipos de cálculo, distintos: o cálculo mental, o cálculo algorítmico e o cálculo por estimação.

De acordo com Brocardo (2011) resolver problemas que envolvam raciocínios com números obedece a uma série de ações, por exemplo perceber se a resposta tem de ser exata ou por estimativa; decidir que forma de cálculo é adequada (calculadora, cálculo mental, etc.) e escolher uma estratégia para o realizar. O esquema abaixo referido por Brocardo (2011), explicita os caminhos que podem ser seguidos ao tentar resolver um problema que envolve a realização de cálculos numéricos. Em primeiro lugar percebe-se que o cálculo mental é sempre associado à determinação de um valor exato. No entanto

podemos também recorrer ao algoritmo ou à utilização da calculadora para obter esse mesmo resultado.

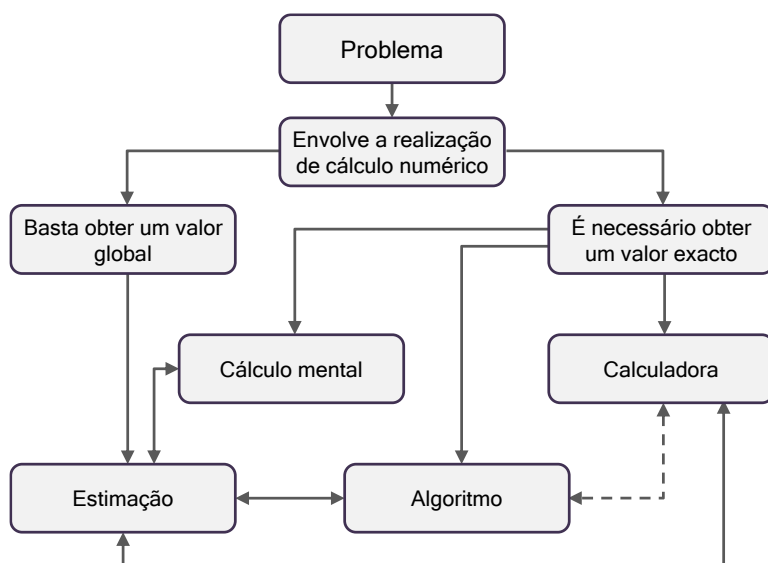


Figura 2: Esquema sobre os três tipos de cálculo adaptado de Moor e Brink (2001, cit. Brocardo, 2011).

Existem várias definições e características do cálculo mental identificadas por diversos autores, pois este conceito nem sempre é claro. De acordo com Noteboom, Boklove e Nelissen (2001, cit. por Brocardo & Serrazina, 2008), o cálculo mental é um cálculo pensado e flexível que envolve a representação mental dos números e os relaciona de acordo com as propriedades das operações, podendo recorrer a registos escritos. Esta última ideia, de que quando calculamos mentalmente podemos utilizar lápis e papel é muitas vezes discutida, por a maioria das pessoas associar essa característica aos algoritmos e excluí-la do cálculo mental. No entanto, tal como afirmam Noteboom, Bocklove e Nelissem (2001) calcular mentalmente é calcular com a cabeça e não de cabeça.

Segundo Buys (2001), as três principais características do cálculo mental são: opera-se com os números e não com os dígitos, recorre-se ao uso de relações numéricas e das propriedades das operações e é possível realizar-se cálculo mental com registos no papel.

Para Heuvel-Panhuizen (2001, cit. por Sequeira, Freitas & Nápoles, 2009) existem 4 características de cálculo mental que vão de encontro às de Buys, incluindo o facto de se apoiar em conhecimentos sobre factos numéricos. Quanto a Matos e Serrazina (1996), bem como Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), o cálculo mental caracteriza-se como sendo:

- Variável (recorre a diversas estratégias);
- Flexível (as estratégias adaptam-se conforme os números em causa);
- Ativo (permite cada pessoa escolher um método consciente ou não);
- Holístico (lidam com os números na sua globalidade e não com dígitos).

No que diz respeito ao cálculo algorítmico, Brocardo e Serrazina (2008,p. 104), caracterizam-no como um “processo mecânico, não pensado (sempre o mesmo tipo de operação, na mesma ordem e segundo as mesmas regras) ”. As autoras afirmam que no algoritmo trabalha-se da direita para a esquerda operando sobre os dígitos. Embora esta seja uma definição generalista, existem outros autores que exploram esta definição de forma mais ampla ou mais restrita.

Treffers, Noteboom e Goeji (2001, cit. por Brocardo e Serrazina, 2008), além do conceito de algoritmo consideram importante introduzir o conceito de cálculo em coluna. Segundo os autores, o cálculo em coluna juntamente com o cálculo mental são a primeira fase do algoritmo, ou seja, antes de as crianças operarem com o algoritmo realizam o cálculo mental e depois o cálculo em coluna. Este cálculo representa-se também verticalmente mas recorre à decomposição decimal dos números, ou seja, segundo o seu valor posicional e por isso trabalha-se da esquerda para a direita, contrariamente ao algoritmo.

Thompson (1999) adota uma definição mais ampla, na qual identifica três categorias de algoritmos escritos, nomeadamente, *standard* e formal; não *standard* e formal; e não *standard* informal. No entanto, Brocardo e Serrazina (2008) criticam a definição de Thompson porque ao ser demasiado ampla torna a maior parte dos processos de cálculo mental em algoritmos. Esta afirmação baseia-se no facto de o autor ligar o cálculo mental aos algoritmos por se apoiarem em estratégias como o cálculo em linha e no uso das propriedades e relações numéricas, características do cálculo mental. O quadro seguinte, adaptado por Brocardo e Serrazina (2008, p. 104), exemplifica a afirmação anterior:

Algoritmos segundo Thompson (1999)	Estratégia de cálculo mental e ideias matemáticas associadas
<p>Standard e Formal</p> $54 - 23$ $54 - 20 = 34$ $34 - 3 = 31$ $54 - 23 = 31$	Cálculo em linha começando pelas dezenas e depois pelas unidades
<p>Não Standard e Formal</p> $136 - 27$ $\begin{array}{r} 27 \quad 3 \\ 30 \quad 100 \\ 130 \quad +6 \\ \hline 136 \quad 109 \end{array}$	Para subtrair posso adicionar. Cálculo em linha, começando por aproximar à dezena mais próxima.
<p>Não Standard e Informal</p> 123×4 $100 \times 4 = 400$ $20 \times 4 = 80$ $3 \times 4 = 12$ $400 + 80 + 12 = 492$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Tabela 1: Algoritmos segundo Thompson (1999)

Devido às diversas definições de algoritmo, Brocardo e Serrazina (2008) salientam que deve ter-se em consideração a escolha e interpretação dos diversos conceitos e que é importante que os alunos desenvolvam o cálculo mental e recorram ao uso do algoritmo para números grandes. Ou seja, os processos do cálculo mental (propriedades e relações numéricas) devem apoiar a construção dos algoritmos.

Relativamente ao cálculo por estimacão este, segundo Brocardo (2011), nem sempre é claro quando comparado com o cálculo mental. Segundo a autora (2011, p. 4), na estimacão “não se tem em conta os ‘detalhes’ dos números, ou seja, usam-se arredondamentos para obter valores facilmente manejáveis.”, contrariamente e tal como referido anteriormente, no cálculo mental pretende-se obter um valor exato. Deste modo, pode concluir-se que a estimacão permite ter uma ideia global da grandeza do resultado,

mas próxima do valor exato. O cálculo por estimativa é utilizado para nos dar uma “ideia” do valor pretendido, sendo que além disso, tal como refere Brocardo (2011, p. 5) a estimativa permite a crítica de erros comuns. Um exemplo referido pela autora (2011, p. 5) que sustenta a afirmação anterior é ao calcular 3179 a dividir por 3, de facto, usando o algoritmo é provável ocorrer um erro que leva a obter um quociente igual a 159 que o cálculo por estimativa permite imediatamente identificar como incorreto.

2.3.2. Estratégias de cálculo mental

As estratégias às quais recorreremos quando necessitamos de calcular mentalmente são pessoais, tal como afirmam Sequeira, Freitas e Nápoles (2009, p.84) “a prática de cálculo mental não é sujeita a processos rígidos. Decide-se, caso a caso, qual o procedimento mais vantajoso para determinar o resultado.” Vários estudos indicam que os alunos tendem a adequar a estratégia a utilizar à grandeza dos números com que operam, nomeadamente, dividindo-as quando se tratam de números menores que 20 e números entre 20 e 100.

Thompson (2009) estudou as estratégias de cálculo mais usuais, para as operações de adição e subtração, com números menores que 20. Estas estratégias são apresentadas no seguinte quadro, adaptado de Morais (2011):

Adição	Subtração
Contar Todos	Contar os que sobram
Contar a partir do primeiro número	Contar para trás a partir de um número
Contar a partir do número maior	Contar para trás até
Cálculo com base em factos numéricos	Calcular com base em factos numéricos

Tabela 2: Estratégias de cálculo segundo Thompson (2009) com números até 20.

Quanto às estratégias utilizadas quando operamos com números superiores a 20, são identificadas dois tipos de estratégias como sendo as mais desenvolvidas. Estas estratégias foram propostas por Beishuizen (1993) que considera duas grandes categorias: N10 e 1010. A estratégia N10 está associada a saltos ou estratégia linear, na qual os números são manipulados como se estivessem posicionados na reta numérica. Quanto à estratégia 1010, ela está associada à decomposição, ou seja, manipulação dos números a partir das suas possíveis decomposições sendo a mais frequente a decomposição em unidades e dezenas. Estas duas estratégias são utilizadas tanto para a adição como para a subtração, tal como se exemplifica no quadro seguinte, adaptado de Morais (2011):

Estratégias		Adição 65+27	Subtração 74-38
N10	N10	$65 + 20 = 85, 85 + 7 = 92$	$74 - 30 = 44, 44 - 8 = 36$
	N10C	$65+30= 95$ $95-3=92$	$74-40= 34$ $34+2=36$
	A10	$65+5=70, 70+22=92$	$74-4=70, 70-34=36$
1010	1010	$60+20=80, 5+7=12,$ $80+12=92$	$70-30=40, 4-8= -4$ $40-4=36$
	10S	$60+20=80,$ $80+5=85, 85+7=92$	$70-30=40$ $40+4=44, 44-8=36$

Tabela 3: Estratégias de cálculo segundo Beishuizen (1993) com números superiores a 20.

Na linha de Beishuizen, o autor Buys (2001) sugere três formas básicas de cálculo, nomeadamente, o cálculo em linha, o cálculo por decomposição decimal e o cálculo mental recorrendo a estratégias variadas (*varing*). Relativamente à primeira estratégia, esta baseia-se no movimento das operações a partir da reta numérica, na qual as operações correspondem a movimentos ou “saltos” para a esquerda e para a direita. A segunda estratégia parte da decomposição decimal dos números e envolve operar unidades com unidades, dezenas com dezenas, centenas com centenas etc. e depois recompor os resultados parciais num número. Por fim, a terceira estratégia envolve a utilização de estratégias variadas segundo a estrutura e as propriedades aritméticas mais adequadas.

Inseridas no grupo das estratégias variadas, principalmente para as operações da multiplicação e da divisão, seguem os seguintes exemplos representados na tabela 4 e 5, propostos por Brocardo (2017).

Multiplicação
<p>• Usar produtos de múltiplos de 10:</p> <p>Ex. $60 \times 700 =$</p> <p>$60 \times 700 = (6 \times 7) \times (10 \times 100) = 42 \times 1000 = 42000$</p>
<p>• Aproximar um dos fatores às centenas e compensar:</p> <p>Ex. $8 \times 99 =$</p> <p>$8 \times 99 = 8 \times (100 - 1) = (8 \times 100) - 8 = 800 - 8 = 792$</p>

<p>• Decompor um dos fatores:</p> <p>Ex. $35 \times 21 =$ $35 \times 21 = 35 \times (20 + 1) = 35 \times 20 + 35 = 700 + 35 = 735$</p>
<p>• Multiplicar e dividir pelo mesmo número (usar dobros e metades, usar triplos e terça parte, etc.)</p> <p>Ex. $5 \times 16 =$ $5 \times 16 = (10 : 2) \times 16 = 160 : 2 = 80$ ou $5 \times 16 = 5 \times (2 \times 8) = (5 \times 2) \times 8 = 10 \times 8 = 80$</p>

Tabela 4: Estratégias de cálculo para a operação da multiplicação segundo Brocardo (2017).

Divisão
<p>• Procurar o múltiplo de 10 mais próximo e compensar:</p> <p>Ex. $96 : 2 =$ $96 : 2 = (100 - 4) : 2 = 100 : 2 - 4 : 2 = 50 - 2 = 48$</p>
<p>• Decompor o dividendo:</p> <p>Ex. $129 : 3$ $129 : 3 = (120 + 9) : 3 = 120 : 3 + 9 : 3 = 40 + 3 = 43$</p>

Tabela 5: Estratégias de cálculo para a operação da divisão segundo Brocardo (2017).

2.3.4. Trabalhar o Cálculo Mental em sala de aula

Um dos principais entraves ao desenvolvimento do cálculo mental em contexto de sala de aula é a falta de indicações explícitas dadas aos professores sobre como explorar o tema, uma vez que, tal como é referido por Brocardo e Serrazina (2008, p. 107), “não há referência explícita a técnicas de cálculo nem se especificam o que se deve conseguir calcular mentalmente.”

Brocardo e Serrazina (2008) recomendam o adiamento da introdução dos algoritmos, trabalhando primeiramente técnicas de cálculo com os alunos, com números até 100. Estas autoras também sugerem algumas metodologias de trabalho para desenvolver o cálculo mental, nomeadamente as cadeias numéricas inspiradas nas *minilessons* de Fosnot e Dolk (2001). As cadeias numéricas são tarefas que permitem desenvolver uma determinada estratégia do cálculo mental, tal como explicado no documento *Calcular em cadeia* Programa de Formação Contínua em Matemática para

Professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (2009). Fosnot e Dolk (2001) definem as *minilessons* como períodos de tempo diários curtos, planeados de forma a ajudar os alunos a desenvolver estratégias de cálculo e a compreenderem as operações e as relações numéricas.

Segundo Fosnot e Dolk (2001), para implementar as *minilessons* o professor deve planejar as cadeias numéricas de modo a utilizar uma determinada estratégia de cálculo de acordo com os números que pretende trabalhar, pois nas cadeias numéricas procura-se construir relações numéricas a partir dos cálculos realizados nas linhas anteriores da mesma cadeia. Na realização destas tarefas, as crianças devem ter liberdade de exploração e construção de estratégias que lhes sejam mais úteis, no entanto, os alunos devem ser capazes de explicar as suas estratégias e em turma analisá-las de modo a encontrar a estratégia mais eficaz. A partilha de conhecimento é um momento coletivo de aprendizagem no qual o professor tem um papel importante no que diz respeito ao apoio e mobilização da discussão. De acordo com Brocardo (2011) no 1.º e 2.º ciclo as cadeias numéricas usadas para promover o desenvolvimento do cálculo mental, podem constituir-se como momentos lúdicos aliados a concursos de respostas rápidas e questões numéricas, realizado em turma, a partir da tarefa.

O exemplo seguinte, adaptado do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos do E.B (2009), apresenta uma cadeia numérica, com o objetivo de “trabalhar a adição usando saltos de 10 ou saltos de 10 com compensação”.

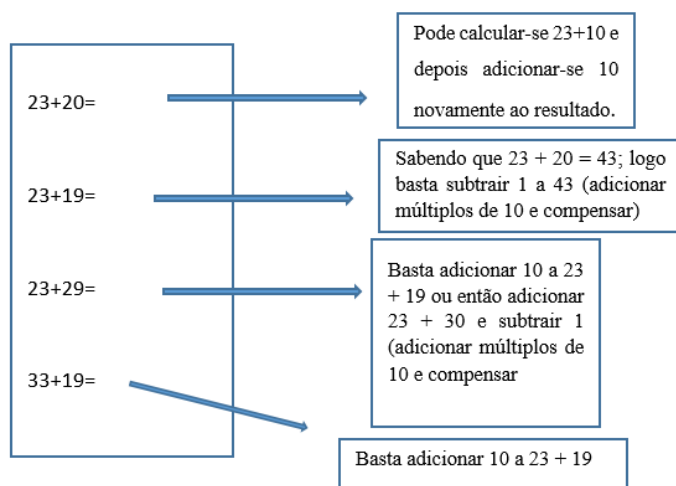


Figura 3: Exemplo de uma cadeia numérica, adaptado do programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º e 2.º ciclo do E.B (2009).

Como se pode observar no exemplo acima, os alunos ao resolverem a cadeia numérica podem optar por usar diversas estratégias que lhes permitem calcular o resultado das operações, relacionando-o com as anteriores.

Finalmente, de acordo com Brocardo (2011 p. 15) os professores devem ter em consideração que “desenvolver o cálculo mental é uma tarefa continuada, a ser levada a cabo em todos os níveis de ensino e de forma sistemática.”. A autora refere três aspetos que permitem o desenvolvimento do cálculo mental em sala aula que são baseadas nas orientações curriculares de outros países. Estes aspetos centram-se nas três categorias de cálculo mental defendidas por Buys, a definição dos objetivos a atingir no cálculo mental ao fim de cada ciclo, e por fim, a evolução das relações que suportam o cálculo mental.

Relativamente aos três níveis de cálculo definidos por Buys (2001), explicados por Brocardo e Serrazina (2008), na primeira categoria o autor considera que a resposta é quase imediata, pois decorre da aplicação de factos memorizados ou de um *insight* nas regras e propriedades das operações. Na segunda categoria deve pensar-se rapidamente e com facilidade, de cabeça. Por fim, na terceira categoria deve calcular-se relativamente rapidamente e se necessário pode recorrer-se a registos intermédios.

No que respeita a evolução das relações que suportam o cálculo mental, Brocardo (2011, p. 18) define-as com “fundamentais para percorrer o caminho que tenho vindo a definir para suportar o desenvolvimento do cálculo mental e em que os factos e relações exploradas a um nível elementar são continuamente ampliados e consolidados.” A autora acompanha a ideia com o exemplo seguinte, baseado em Kraemer (2011, cit. por Brocardo, 2011), no qual se parte do cálculo de $5+7$ para estabelecer uma série de relações numéricas, ampliando o conhecimento de factos envolvendo a adição e a subtração:

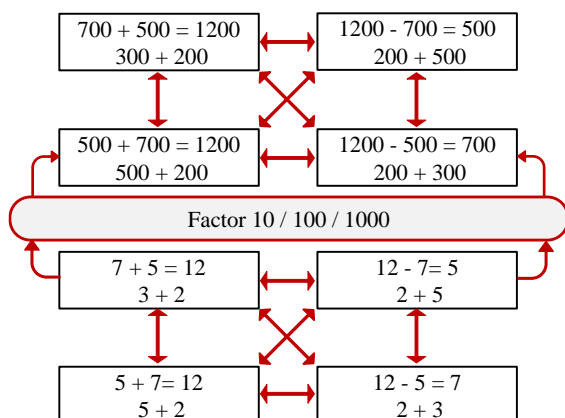


Figura 4: Relações numéricas a partir do cálculo de $5+7$, segundo Kraemer (2011, cit. por Brocardo, 2011).

Capítulo 3- Metodologia

3.1. Introdução

Neste capítulo descrevo os aspetos relativos à metodologia usada nesta investigação. Como anteriormente referido, a presente investigação incide na diferenciação na área da Matemática explorando as potencialidades de uma técnica de diferenciação.

O objetivo deste estudo é analisar e interpretar de modo reflexivo a minha prática pedagógica, centrada nas potencialidades das tarefas paralelas enquanto estratégia diferenciadora na área da matemática.

3.2. Paradigma Qualitativo

No âmbito da investigação em Educação destacam-se dois paradigmas: o qualitativo e o quantitativo. Relativamente à abordagem quantitativa, Afonso (2014) explica-a como sendo de natureza mais estatística, com resultados objetivos e processos de recolha e amostras baseadas em dados matemáticos. Quanto à abordagem qualitativa, esta é baseada em observações e participação do investigador no contexto em estudo com recolhas de dados bastante descritivos. Estas recolhas caracterizam-se por notas de campo, registos fotográficos e vídeo ou observações do investigador, no momento e local da investigação. Segundo Vasconcelos (2013) a investigação qualitativa envolve várias formas de obter dados para a compreensão, explicação e interpretação dos diferentes fenómenos, entre eles, os educativos. De acordo com o autor

Este tipo de investigação tem como centralidade a ideia de que a realidade é construída pelos indivíduos na interação com ‘os mundos’ em que se inserem, e, neste contexto, o investigador interessa-se pela compreensibilidade dos significados que estes dão a esses mesmos mundos. (p. 16)

Para Bogdan e Blikem (1994) na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Ou seja, os investigadores participam no contexto e recolhem dados, por exemplo, através de vídeos, registo ou fotografias. Este autores salientam que nesta abordagem os investigadores participam e preocupam-se com o contexto para melhor compreender as ações que nele

se desenrolam, preocupando-se mais com os processos do que com os resultados. Os registos recolhidos são descritivos, compostos por palavras ou imagens, sendo que os investigadores focam-se mais no processo do que no produto final.

Com base no que anteriormente referi esta investigação tem um cariz qualitativo uma vez que participei durante a minha intervenção com o intuito de compreender o processo da minha investigação. A minha participação foi de natureza ativa e reflexiva no contexto, por não me focar tanto no resultado final mas sim na minha prática e na forma que esta poderia melhorar o desempenho das crianças.

3.3. Investigação sobre a prática

Defende-se que a profissão docente envolve um sentido reflexivo e também investigativo. Tal como referido por Ponte (2003), esta ideia do professor investigador insere-se numa perspetiva de procurar aprender e por sua vez melhorar a sua prática em prol das aprendizagens dos alunos. Segundo o autor

Esta separação entre investigar e ensinar tem vindo a ser questionada, do mesmo modo que se tem vindo a pôr em causa a existência de uma separação incontornável entre investigar e aprender. Afinal, quem investiga está a procurar aprender e quem aprende pode ter muito interesse em investigar. (p.1)

A metodologia de investigação utilizada para o presente projeto é a investigação sobre a prática. Segundo Ponte (2002) é um método usado principalmente na profissão docente que se baseia na reflexão e constante questionamento, colocando o docente no papel de investigador. Para o autor, investigar sobre a prática profissional é uma investigação que pretende resolver problemas profissionais e aumentar o conhecimento sobre os mesmos, gerando conhecimento para a prática de outros docentes. Como afirma Ponte (2002, p.2) “ (...) podemos dizer que a investigação sobre a prática profissional, a par da sua participação no desenvolvimento curricular, constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores.” O seu objetivo é alterar algum aspeto na prática do professor, aumentando o conhecimento sobre um determinado tema. Ponte (2002, p.3) afirma ainda que

A investigação sobre a sua prática é, por consequência, um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma atividade de

grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem ativamente.

Segundo Ponte (2002) a investigação da prática pode ter dois tipos de objetivo, um é o de alterar algum aspeto da prática, uma vez que se necessite. O outro objetivo é o de compreender a nossa prática devido à identificação de um problema na mesma, apoiada posteriormente por uma estratégia de ação. Para alguns autores, este segundo objetivo é designado por investigação-ação que Ponte (2002, p. 7) caracteriza resumidamente deste modo:

a investigação-acção envolve uma preocupação de intervenção imediata, muitas vezes de mudança radical, que pode existir ou não quando fazemos investigação sobre a prática. Além disso, é frequente a investigação-acção envolver equipas cujos iniciadores nem sequer são membros da instituição ou comunidade em que essa intervenção vai decorrer.

Tendo em conta o objetivo deste estudo, perceber as potencialidades da proposta de tarefas paralelas como estratégia de diferenciação pedagógica no desenvolvimento do cálculo mental, faz sentido que a investigação seja sobre a prática pois procura compreender possíveis mudanças que podem ou não acontecer. Estas mudanças têm por base uma reflexão sobre o que pode ser melhorado ao nível da aprendizagem a partir da estratégia utilizada, ao invés de alterar uma realidade.

3.4. Recolha de dados

Para realizar uma investigação rigorosa importa usar procedimentos adequados à recolha de dados. Esta recolha é realizada a partir da seleção de técnicas que se identifiquem com o nosso tipo de investigação e o nosso tema. Ponte (2003, p.15) afirma que quer sejam dados quantitativos ou qualitativos o importante não é recolher muitos dados, mas sim,

recolher dados adequados ao fim que se tem em vista e que sejam merecedores de confiança (...). É também importante que os dados sejam recolhidos, sempre da mesma forma, com procedimentos claros e bem definidos, de modo a possibilitar a sua posterior interpretação.

Segundo o Ponte (2002) as técnicas de recolha numa abordagem qualitativa são principalmente a observação, a entrevista e a análise de documentos. De acordo com o autor (2002, p.14)

Recentemente, tem vindo também a generalizar-se o uso de diários de bordo, onde o investigador regista os acontecimentos relevantes que vão surgindo no decurso do trabalho, bem como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo. Na análise destes dados usa-se uma variedade de técnicas, incluindo a análise de conteúdo e a análise de discurso.

Na presente investigação recolhi os dados a partir da observação e da análise documental (resolução das crianças sobre as tarefas diagnósticas e paralelas), tal como apresentada na tabela abaixo.

Métodos	Fontes	Formas de Registo
Observação Participante	Aulas	Gravações de video: Transcrições de excertos das gravações
		Notas de campo
Recolha Documental	Alunos	Produções dos alunos

Tabela 6: Métodos, fontes e forma de registo de dados.

Quanto à observação, Afonso (2014) menciona que existem dois tipos de observação, a estruturada e a não estruturada. Na sua opinião toda a observação são necessariamente estruturada na medida em que o ponto de partida é sempre um questionamento sobre o contexto a partir de questões específicas da investigação. No entanto, o que diferencia em grande parte ambas as observações é principalmente os dispositivos de observação. No caso deste estudo, a observação é de cariz não estruturado, uma vez que recorre a notas de campo manuscritas e de gravações audiovisuais ao invés de grelhas de observação qualitativas. Mais concretamente, é uma observação participante uma vez que segundo Lacey (1976, cit. por Bell, 2010) os investigadores observam os acontecimentos, comportamentos e situações e recorrem a apontamentos para os registar. O autor anterior define observação participante como “a transferência do individuo total para uma experiência imaginativa e emocional na qual o investigador aprendeu a viver e a compreender o novo mundo” e observa com exatidão e não com ideias preconcebidas.

3.5. Caracterização do contexto e participantes

Este projeto de investigação, inserido na Unidade Curricular Estágio IV, decorreu no contexto de 1.º Ciclo do Ensino Básico, numa turma de 4.ºano, no ano letivo 2017/2018.

A turma era composta por 19 crianças, sendo que 4 estavam diagnosticadas com Necessidades Educativas Especiais. De um modo geral, o grupo tinha problemas de socialização, na medida em que era pouco coeso e não respeitava as regras de convivência em sala de aula. Esta característica fez com que tivesse que adaptar a minha postura, bem como a minha intervenção de modo a que o projeto tivesse sucesso e as crianças colaborassem com vontade. Na primeira semana de intervenção tive oportunidade de observar a turma e conversar com a professora titular sobre as características globais da mesma na área da matemática. Esta semana permitiu-me verificar que a maioria dos alunos da turma não usava o cálculo mental, e que sempre que era necessário realizar operações recorriam aos algoritmos tradicionais. Além disso, foi possível identificar as crianças que possivelmente tinham mais dificuldades, tal como as que tinham mais facilidade na área da Matemática para que na semana seguinte realizasse a atribuição das tarefas. Inicialmente, o grupo solicitava constantemente ajuda na realização das tarefas e quando não conseguiam realizar um exercício desmotivavam-se. Este fator fez com que tivesse que alterar várias vezes o meu projeto, tanto ao nível das tarefas que atribuía como a sua implementação.

3.6. Projeto de intervenção

O procedimento da implementação das tarefas compreende três fases: i) atribuição das tarefas paralelas a cada criança, segundo o seu nível de dificuldade; ii) resolução individual da tarefa num período de tempo aproximado de 15 minutos; e iii) discussão coletiva sobre a ideia-chave trabalhada.

A implementação das tarefas paralelas foi realizada uma vez por semana, num total de 5 intervenções, sendo que no final foi planeada uma sessão extra com cadeias numéricas, de forma a consolidar as estratégias de cálculo mental trabalhadas com as crianças. A escolha das ideias-chave a trabalhar decorreu de uma breve análise, realizada juntamente com a professora orientadora, das produções das crianças relativas à ideia-chave trabalhadas na tarefa anterior. Não existindo desde início uma planificação rigorosa sobre as datas e respetivas ideias-chave a trabalhar nessa semana, manteve-se sempre o foco do estudo e a sua articulação com os temas matemáticos que as crianças estavam a trabalhar. Na tabela 6 sistematizo a intervenção que realizei, especificando as ideias-chave trabalhadas.

Intervenção	Ideia-chave a desenvolver
1. ^a Intervenção usando tarefas paralelas	“Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”
2. ^a Intervenção usando tarefas paralelas	“Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”- Parte II
3. ^a Intervenção usando tarefas paralelas	“Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”
4. ^a Intervenção usando tarefas paralelas	“Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”
5. ^a Intervenção usando tarefas paralelas	“10% de uma quantia é o mesmo que dividi-la por 10”
6. ^a Intervenção usando cadeias numéricas	“Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”; “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”; “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”; “10% de uma quantia é o mesmo que dividi-la por 10”

Tabela 6: Ideias-chave trabalhadas no decurso da intervenção na aula

O modelo escolhido para as tarefas paralelas foi adaptado do que Mendes et al (2017) sugerem. As tarefas destinadas aos alunos com mais dificuldades incluem, habitualmente números inteiros e um encadeado de relações muito explícitas, construídas de forma a ser fácil chegar a uma regra de cálculo, solicitada explicitamente no final da tarefa. As tarefas destinadas aos alunos intermédios não possuíam qualquer exemplo e

incluíam habitualmente números inteiros. Por último, as tarefas destinadas aos alunos com menos dificuldades incluíam habitualmente operações com números inteiros e decimais, sendo que não apresentavam qualquer exemplo. As tarefas intermédias e as mais desafiantes não solicitavam a explicação da regra usada porque se supõe que as crianças já a conheciam. Para distinguir as tarefas optei por lhes atribuir cores e não números para que as crianças não atribuíssem conotações negativas. Desta forma, a tarefa mais simples foi designada como tarefa azul; a tarefa intermédia foi designada por tarefa verde; e a tarefa mais desafiante foi designada por tarefa vermelha.

3.6.1. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”.

De acordo com o modo com está organizado o Estágio IV, na primeira semana as estagiárias focam a sua atenção na observação do contexto para que posteriormente organizem a sua intervenção pedagógica e desenvolvam o seu projeto de estágio. Durante a primeira semana de observação, que decorreu entre 12 e 16 de março, pude verificar a pertinência de procurar desenvolver o cálculo mental e de o fazer recorrendo ao uso de estratégias de diferenciação. De modo a estabelecer uma ponte entre os conteúdos que as crianças estavam a trabalhar na aula e as tarefas que iria propor, optei por escolher trabalhar a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”, uma vez que estas estavam a trabalhar a divisão por 0,1; 0,01; e 0,001.

Seguindo as sugestões de Mendes et al (2017) construí três tipos de tarefas paralelas sobre a ideia-chave (anexos 1, 2 e 3). Para a primeira intervenção, de forma a decidir que tarefa atribuir a cada criança, utilizei como estratégia a observação realizada nas duas semanas antes da realização das tarefas. Além deste fator tive a possibilidade de conversar com a professora titular sobre as dificuldades das crianças de forma individual. Com base nas estratégias utilizadas, pode verificar-se na tabela seguinte o número de crianças que devia realizar cada uma das tarefas, de acordo com a minha planificação.

N.º de tarefas azuis atribuídas:	N.º de tarefas verdes atribuídas:	N.º de tarefas vermelhas atribuídas:
6	10	3

Tabela 7: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”, número de alunos por tarefa.

Durante a intervenção as crianças foram convidadas a realizar autonomamente as tarefas que lhe tinham sido previamente atribuídas. No entanto, uma das crianças teve de

realizar uma tarefa diferente daquela que eu tinha atribuído inicialmente. A aluna tinha sido convidada a realizar a tarefa vermelha (mais desafiante) mas no momento da resolução verifiquei que estava com bastantes dificuldades na sua resolução. Neste momento, questionei a criança se preferia realizar a tarefa verde (intermédia), ao qual ela respondeu que sim. É importante referir que por se ter atribuído uma determinada tarefa a um aluno se no momento da realização verificarmos que é demasiado desafiante ou pouco desafiante podemos substituir por outra mais adequada. Na tabela seguinte represento a atualização da atribuição das tarefas paralelas para esta ideia-chave.

N.º de tarefas azuis atribuídas:	N.º de tarefas verdes atribuídas:	N.º de tarefas vermelhas atribuídas:
6	11	2

Tabela 8: Número de alunos que realizou cada uma das tarefas na ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”.

Depois das crianças resolverem individualmente as tarefas paralelas, e terem sido reajustadas as devidas alterações, sucedeu-se a discussão coletiva, tal como planificado. Nesta discussão o meu papel foi moderar a mesma, de forma a realizar uma ponte entre as três tarefas em que as crianças partilham as suas respostas e as estratégias a que recorreram. Para que todas as tarefas fossem exploradas durante a discussão, comecei por convidar uma criança que tivesse realizado a tarefa verde (intermédia) para ir escrever no quadro uma das expressões numéricas de que se perguntava o resultado. Em seguida questiono as crianças da tarefa azul (mais fácil) e vermelha (mais desafiante) procurando indagar se sabiam a resposta. Depois de verificar que a maioria das crianças da tarefa vermelha levantou o dedo e algumas crianças da tarefa azul também, convidei preferencialmente uma criança da tarefa azul a ir resolver aquela operação e a explicar como pensou. Neste momento aponta-se no quadro as diferentes respostas e estratégias mas sem nunca revelar a resposta certa, pois o objetivo é que as crianças reflitam sobre as diversas respostas e no final optem pela resposta correta, de acordo com a ideia-chave. As crianças que realizaram a tarefa vermelha são escolhidas de forma a responder corretamente e a conseguirem justificar a resposta de acordo com a ideia-chave a ser trabalhada. No final, as crianças da tarefa vermelha indicam no quadro as operações que lhes foram propostas, de modo a desafiarem as restantes crianças, bem como a sistematizar a ideia-chave.

3.6.2. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”, parte II.

Para a planificação desta segunda intervenção baseei-me na intervenção anterior, na qual verifiquei que as crianças tiveram bastantes dificuldades na sistematização e compreensão da ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1.” Neste sentido, optei por realizar uma segunda intervenção de modo a trabalhar a mesma ideia, abordando alguns conceitos que não estavam bem compreendidos pela turma, nomeadamente o conceito de divisão. A maioria das crianças mostrou-se confusa por dividir um número e ele ficar “maior”, pois, de forma errónea achavam que sempre que dividíamos um número por outro que o quociente seria um número menor que o dividendo.

Relativamente à atribuição das tarefas, estas basearam-se tanto nas produções das crianças como nos ajustes realizados durante a realização na primeira intervenção. Sendo esta uma 2.ª parte da mesma ideia-chave da intervenção anterior, optei por reaproveitar as tarefas anteriores realizando apenas uma nova tarefa vermelha (mais difícil) que ao invés de incluir operações com números decimais inclui números fracionários (por exemplo, em vez de 0,1, usa-se $\frac{1}{10}$). Neste sentido, a tarefa azul (mais fácil) da primeira intervenção extinguiu-se e a verde (intermédia) da intervenção anterior passou a ser a azul nesta intervenção, bem como a vermelha (mais difícil) da primeira intervenção passou a ser a verde nesta intervenção, tal como se verificam nos anexos (4, 5 e 6). De acordo com as substituições, nesta intervenção pode verificar-se o número de crianças a realizar cada uma das tarefas na tabela abaixo:

N.º de tarefas azuis atribuídas:	N.º de tarefas verdes atribuídas:	N.º de tarefas vermelhas atribuídas:
12	6	1

Tabela 9: Atribuição das tarefas da ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”- Parte II, número de alunos a realizar cada uma das tarefas.

Na sala de aula comecei por convidar as crianças a realizar as novas tarefas paralelas que lhes foram atribuídas. Durante a resolução das tarefas não senti necessidade de ajustar nenhuma das tarefas. Nesta intervenção senti necessidade de alertar as crianças a não utilizar aos algoritmos para realizar as operações, uma vez que ao corrigir as tarefas da intervenção anterior verifiquei que algumas crianças o tinham feito.

Depois de perceber que as crianças já tinham terminado a realização das tarefas iniciei a discussão coletiva com uma barra feita em cartolina. Esta barra era representativa de 1 unidade e existiam 10 retângulos que representavam 10 décimas, ou seja, 0,1 de cada retângulo. O objetivo era as crianças perceberem que um retângulo com o valor 0,1 “cabe” 10 vezes numa barra de 1 unidade, ou seja, os 10 retângulos sobrepõem-se na barra de 1 unidade. Posteriormente, tal como na intervenção anterior, convidei uma criança que tenha realizado a tarefa verde para escrever no quadro uma das expressões da sua tarefa. O procedimento da discussão foi realizado tal como na primeira intervenção.

3.6.3. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”

De forma a dar seguimento às intervenções anteriores decidi continuar a trabalhar ideias-chave referentes à multiplicação e à divisão. Desta vez foquei a ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”. Tendo em consideração as intervenções anteriores atribuí o nível de dificuldade da tarefa de acordo com a observação realizada nas resoluções às últimas tarefas. Na tabela seguinte indico o número de crianças que realizaram cada uma das tarefas:

N.º de tarefas azuis atribuídas:	N.º de tarefas verdes atribuídas:	N.º de tarefas vermelhas atribuídas:
12	5	2

Tabela 10: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”, número de alunos por tarefa.

No momento da intervenção, de modo a despertar o interesse das crianças antes de distribuir as tarefas paralelas por cada uma das crianças, convidei-as a participar numa “banca das promoções”. Em turma apresentei um PowerPoint com 5 peças de vestuário com os preços marcados. Uma vez que existe uma promoção em que tudo fica a metade do preço, as crianças tinham de descobrir os novos preços, tal como se indica na figura seguinte.



Figura 5: Apresentação do PowerPoint utilizado para a introdução da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2".

Depois de descobrirem o novo preço das peças foram apresentadas 5 expressões numéricas, nomeadamente o preço original de cada peça a multiplicar por $\frac{1}{2}$. O objetivo foi que as crianças relacionassem a divisão de um número por 2 e a multiplicação por $\frac{1}{2}$ ou 0,5.

Posteriormente à resolução das expressões numéricas, as crianças foram convidadas a realizar as tarefas paralelas, que lhes são atribuídas, de forma autónoma e num espaço de tempo entre 10 e 15 minutos. Durante a resolução das tarefas paralelas (anexos 7, 8 e 9), as crianças não solicitaram realizar outra proposta de tarefa sobre a que lhes tinha sido inicialmente atribuída. Após a realização individual das tarefas paralelas realizou-se a discussão coletiva que foi orquestrada segundo a metodologia das discussões anteriores.

3.6.4. Explorar a ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”

Continuando a explorar e a trabalhar ideias-chave que desenvolvessem estratégias de cálculo com a multiplicação e a divisão, surgiu a ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”. Como o balanço sobre a atribuição anterior das tarefas paralelas foi positivo optei por não alterar as cores pelo que mantive as mesmas cores e a distribuição indicada na tabela 11:

N.º de tarefas azuis atribuídas:	N.º de tarefas verdes atribuídas:	N.º de tarefas vermelhas atribuídas:
12	5	2

Tabela 11: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4", número de alunos por tarefa.

Tal como na intervenção anterior, uma vez que as crianças se mostraram interessadas na discussão sobre “a banca de promoções” decidi criar para esta ideia-chave uma situação que envolvesse operações com divisão por 4 e multiplicação por 0,25. Desta forma, no momento de exploração da ideia-chave em sala de aula, projetei no quadro um PowerPoint representativo de uma situação em que quatro amigos foram viajar e necessitam de dividir entre eles o preço das despesas, tal como se indica na imagem seguinte:



Figura 6: Apresentação do PowerPoint para a introdução da ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”.

Foram também apresentadas operações incluindo o preço do avião e de um jantar. Em grande grupo as crianças deviam discutir as estratégias de modo a chegar ao resultado necessário e procurar construir relações numéricas.

Depois da discussão sobre a viagem dos 4 amigos, as crianças foram convidadas a realizar as tarefas paralelas sobre a ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4” (anexos 10, 11 e 12). Nesta intervenção as crianças começaram a questionar a atribuição das cores das tarefas e a relaciona-las com graus de dificuldade de uma forma negativa. Algumas crianças que sempre realizaram a tarefa azul (a mais fácil) perguntaram-me porque é que não podiam fazer a vermelha (mais desafiante). Decidi responder que podiam tentar, se quisessem. Assim que lhes entreguei a tarefa vermelha as próprias crianças disseram que não conseguiam resolver e preferiam a azul. Neste momento transmiti-lhes a ideia de que a cor da tarefa não é sinal de maior ou menor inteligência mas sim sinal de progresso e noção das nossas capacidades e dificuldades

para que possamos melhorar e progredir. Assim, não existiu reformulação sobre as atribuições de tarefas que tinham sido previstas por mim.

Posteriormente à realização individual das tarefas, realizou-se a discussão em grande grupo, respeitando a metodologia usada nas tarefas anteriores.

3.6.5. Explorar a ideia-chave “10% de uma quantia é o mesmo que dividi-la por 10”

Durante todas as minhas intervenções tive em consideração os conteúdos matemáticos que as crianças estavam a abordar nas aulas para a planificação e escolha das ideias-chave a serem trabalhadas com as tarefas paralelas. Neste sentido, uma vez que a turma estava a trabalhar o tópico matemático “percentagens ” optei por escolher trabalhar a ideia-chave “10% de uma quantidade é o mesmo que dividi-la por 10”.

Ao longo das sessões, mas mais intensamente na intervenção anterior, verifiquei que as crianças começaram a levantar questões sobre as cores das tarefas, associando-as à “tarefa mais difícil” e menos “difícil” com uma conotação negativa associada a mais inteligente e menos inteligente. Como forma de resolver este desconforto por parte das crianças, para a exploração desta ideia-chave optei por realizar apenas duas tarefas paralelas (anexos 13 e 14) e com duas novas cores: a amarela (mais fácil) e a laranja (mais desafiante). Estas tarefas, contrariamente às anteriores, em vez das expressões numéricas contêm um problema matemático. No caso da tarefa amarela é um problema simples de um passo, no caso da tarefa laranja é um problema de dois passos.

Quanto à atribuição das tarefas, sendo que agora só iriam existir apenas duas tarefas tive que dividir a turma em dois grupos. A atribuição da tarefa teve por base as produções realizadas individualmente ao longo das ideias-chave trabalhadas, neste sentido, pode verificar-se na tabela seguinte uma visão geral do número de crianças que ia realizar cada uma das tarefas:

N.º de tarefas amarelas atribuídas:	N.º de tarefas laranjas atribuídas:
10	9

Tabela 12: Atribuição das tarefas sobre a ideia-chave "10% de uma quantidade é o mesmo que dividi-la por 10", número de alunos por tarefa.

Na aula comecei por convidar as crianças a realizar individualmente a tarefa que lhes tinha sido atribuída. Neste momento, confrontaram-se com as novas cores e

demonstraram-se entusiasmadas com as mesmas, sugerindo até alguma cores para uma próxima intervenção. Durante a realização das tarefas não senti necessidade de fazer nenhuma mudança sobre a tarefa que tinha sido atribuída. Após a realização das tarefas realizou-se a sua discussão coletiva, sendo que a primeira tarefa discutida foi a amarela (mais fácil) e posteriormente a laranja (mais desafiante).

3.6.6. Explorar as cadeias numéricas

Para a última intervenção decidi realizar uma sessão de sistematização/ avaliação da compreensão das ideias-chave trabalhadas ao longo das intervenções. Neste sentido, ao invés de realizar tarefas paralelas, optei por criar um conjunto de cadeias numéricas (anexo 15) com operações que envolvessem as ideias-chave trabalhadas anteriormente.

Na sala de aula solicitei que as crianças colocassem o nome numa folha branca e fossem realizando as operações das cadeias numéricas que iam sendo projetadas para todo o grupo no quadro, linha a linha. Por exemplo na cadeia numérica da figura 7 que envolve a ideia-chave “multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”. Apresentei inicialmente apenas a primeira expressão “ $4 \times 0,25 =$ ”. Para a resolução de cada operação tinham cerca de 1 minuto, sendo que em seguida tinham que colocar o dedo no ar quando terminassem e explicar como pensaram. A segunda expressão da cadeia só era revelada após discutirmos as estratégias de cálculo para a primeira operação e assim sucessivamente.

$4 \times 0,25 =$
$8 \times 0,25 =$
$12 \times 0,25 =$
$16 \times 0,25 =$

Figura 7: Cadeia numérica sobre a ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4".

Capítulo 4- Análise de Dados

4.1. Tarefa 1: “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”.

Na discussão coletiva sobre a ideia-chave “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1” comecei por questionar qual das crianças com a tarefa verde (intermédia), queria ir ao quadro escrever a primeira operação da sua tarefa. Nesse momento, algumas crianças levantaram o dedo e acabei por escolher a Mariana. A aluna deslocou-se ao quadro e escreveu “ $22 \div 0,1 =$ ”, depois regressou ao seu lugar. Neste momento voltei a questionar as crianças “Quem é que teve a tarefa vermelha ou azul e pensa conseguir resolver a operação?”.

Note-se que optei por solicitar a crianças das outras tarefas que não a verde, de forma a criar uma ponte em todas as tarefas. Após a questão, algumas crianças levantaram o dedo e convidei o David, que tinha realizado a tarefa azul (mais fácil), para ir escrever a sua resposta. O David escreveu “ $22 \div 0,1 = 220$ ” e regressou ao lugar. Voltei a questionar as crianças (desta vez sem especificar a cor da tarefa) se concordavam ou tinham outra opinião. Algumas crianças levantaram o dedo mas convidei o Diogo, que tinha a tarefa verde, para ir ao quadro escrever a sua resposta que foi “ $22 \div 0,1 = 0,22$ ”. Sem comentar, voltei a questionar o grupo se alguém tinha outra opinião diferente das apresentadas. Nesse momento, o Nuno levantou o dedo e eu pedi-lhe que fosse também escrever a sua resposta: “ $22 \div 0,1 = 2,2$ ”. Depois de mais nenhuma criança indicar outra possibilidade, conduzi uma discussão com os alunos (episódio 1):

Episódio 1

Professora Estagiária: David, porque é que dizes que $22 \div 0,1$ dá 220? Como pensaste?

David: Eu vi os exemplos da minha ficha (tarefa azul) e percebi que para dividir por 0,1 posso multiplicar por 10.

Professora Estagiária: (Apontando para a segunda resposta) e tu Diogo? Como pensaste, para chegares ao resultado 0,22?

Diogo: Eu para dividir por 0,1 acrescentei um zero.

Professora Estagiária: Mas porquê? Porque é que colocaste o zero à esquerda do número?

Diogo: Porque a dividir o número fica mais pequeno.

Professora Estagiária: E tu, Nuno? Porque achas que é 2,2?

Nuno: Eu pensei como o Diogo mas como só tem um número depois da vírgula eu andei com a vírgula um número também.

Professora Estagiária: Mas ao dividirmos o número fica sempre mais pequeno como?

Nuno: Por exemplo, $4 \div 2 = 2$. O 2 é menor que o 4.

Professora Estagiária: Vocês concordam com o Nuno e o Diogo? Sempre que dividimos um número por outro o resultado é sempre menor que o número que dividimos?

(Pedro que tinha a tarefa vermelha levanta o dedo)

Professora Estagiária: Pedro queres responder?

Pedro: Não, quando dividimos por 0,1 o número fica dez vezes maior.

Professora Estagiária: Mas porquê? E se fosse com 0,01?

Pedro: Ficava 100 vezes maior.

Laysa: Já sei! Fica maior quando é números com vírgulas.

Professora Estagiária: Porquê? O que significa dividir um número por outro?

(as crianças ficam em silêncio)

Professora Estagiária: Dividir significa verificar quantas vezes um número cabe no outro.

Por exemplo, o Diogo disse que $4 \div 2 = 2$ porquê?! Porque o 2 cabe 2 vezes no 4.

Nuno: Então o David tem razão, o 0,1 cabe 220 vezes no 22 porque é um número mais pequeno.

Neste episódio a primeira observação foca-se no facto de as crianças terem partilhado algumas das suas conceções erróneas, nomeadamente, quando mencionam que “quando dividimos um número ele fica mais pequeno”. Estas afirmações mostram que as crianças prolongam para o conjunto dos números racionais uma regra que sabem ser válida para os números naturais. Como forma de explicar às crianças com mais dificuldades o conceito de divisão solicitei a intervenção e explicação do Pedro (que tinha realizado a tarefa mais desafiante). O Pedro mostrou dominar o conceito de divisão tanto com números naturais como com números decimais, pois rapidamente respondeu que um número ao ser dividido por 0,01 fica 100 vezes maior. A Laysa, de forma perspicaz depois da participação do Pedro afirmou “Já sei! Fica maior quando é números com vírgulas.”

Neste excerto verifiquei que as crianças da tarefa azul (mais fácil) conseguiram realizar as operações pelo facto de as suas tarefas conterem os exemplos iniciais. No entanto, não conseguiram relacionar as operações de divisão por 0,1 e as de multiplicação por 10, o que resultou em dificuldades na generalização. As crianças da tarefa vermelha resolveram corretamente as operações mas não conseguiam explicar de que modo é que as mesmas se relacionavam.

Na 2.^a parte da discussão convidei o Pedro, que tinha a tarefa vermelha (mais desafiante), a ir escrever ao quadro uma das suas expressões. Escreveu no quadro “ $22,05 \div 0,1 =$ ” e regressou o lugar. Neste momento questioneei novamente quem sabia responder e Mariana respondeu “Eu acho que é 220,5”.

Episódio 2

Professora Estagiária: Mariana queres explicar? Como pensaste?

Mariana: Como estivemos a falar o número ao dividir por 0,1 fica 10 vezes maior, logo fica 220,5. Andamos com a vírgula um número.

Professora Estagiária: E se fosse $22,05 \div 0,01$?

Pedro: Ficava 100 vezes maior, 2205!

Professora Estagiária: Então o que podemos concluir?

Pedro: Dividir por 0,1 é o mesmo que multiplicar por 10.

Depois da primeira parte da discussão Mariana, que tinha realizado a tarefa intermédia, rápida e corretamente consegue determinar bem o resultado da operação sugerida pelo Pedro. Além disso, mostra dominar os conhecimentos matemáticos envolvidos, uma vez que sabe ao movimentar a vírgula uma casa decimal para a direita o número fica 10 vezes maior. Quanto à generalização, como era de esperar o Pedro rapidamente partilhou corretamente a mesma, mostrando saber aplicar a ideia-chave.

No que diz respeito ao momento da discussão, de um modo geral, verifiquei que poucas crianças se sentiam à vontade para participar e discutir em grupo, sendo que na presente discussão apenas participaram cinco crianças. Por outro lado, a discussão revelou-se fulcral para a compreensão e sistematização das ideias-chave, uma vez que permitiu a discussão das estratégias e conceções erróneas das crianças. As crianças das tarefas azuis (mais fáceis) e verdes (intermédias) são mais beneficiadas pela discussão do que as crianças da tarefa vermelha (mais desafiante), pois a sua participação não é tão solicitada uma vez que se pressupõe que as mesmas já conhecem e sabem aplicar corretamente a ideia-chave.

Globalmente senti dificuldade em gerir a discussão para que todas as crianças participassem. No momento, torna-se complicado ter em atenção as crianças que estão a participar e as que não estão, uma vez que a discussão se vai desenrolando segundo as respostas das crianças. A minha postura foi solicitar que as crianças explicassem sempre as suas estratégias de forma a perceber o seu pensamento e as suas dificuldades, antes de lhes transmitir se a resposta estava certa ou errada.

No final da intervenção e discussão, ao observar e corrigir a resolução das crianças à respetiva tarefa realizei um novo balanço contabilizando o número de tarefas bem e mal atribuídas. Nesta intervenção existiram 10 tarefas “bem” atribuídas e 7 “mal” atribuídas. Isto era de esperar uma vez que era a primeira vez que realizava a intervenção, no entanto estes dados permitiram-me reajustar a atribuição das cores da segunda intervenção.

4.2. Tarefa 2: “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1” parte II.

Como esta intervenção era uma 2.^a parte da intervenção anterior comecei por iniciar a discussão coletiva sobre as novas tarefas paralelas indicando na conclusão/generalização que tínhamos descoberto, nomeadamente “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1”.

Episódio 3

Professora Estagiária: Quem é que se lembra da conclusão a que chegamos na última discussão sobre as tarefas?

David: Multiplicar qualquer número por 10, por 100 ou por 1000 é o mesmo que dividi-lo por 0,1; 0,01 ou 0,001.

Professora Estagiária: Concordam?

Pedro: Sim, mas nós só falamos do 10 e do 0,1. Dissemos que multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1.

Professora Estagiária: Ou seja, como é que eu descubro o resultado de $5 \div 0,1$, Carolina (uma das crianças com mais dificuldades)?

Carolina: 50, 5×10 .

Professora Estagiária: Muito bem. Então para descobrir rapidamente o resultado de operações com números maiores a dividir por 0,1 basta multiplicar por 10. Eu estive a ver as fossas tarefas paralelas e alguns meninos disseram que quando dividimos um número ele fica mais pequeno, o que é estranho porque ainda agora dividimos 5 por 0,1 e deu 50. Quem é que me consegue explicar o que significa dividir?

Pedro: Repartir, ou seja, distribuir.

Professora Estagiária: Como assim? Distribuir um número até ter outro?

Pedro: Não, distribuir em partes iguais.

Professora Estagiária: Quando divido 5 por 0,1? O que é que eu estou a fazer?

Eric: A dividir.

Professora Estagiária: A dividir o quê? O 0,1? Ou o 5?

Eric: Estou a dividir o 0,1 por 5 para saber o resultado.

(A professora estagiária foi buscar uma barra representativa de 1 unidade e colocou no quadro, fig. 5)

Professora Estagiária: Eu tenho aqui esta barra, que representa quanto Lara?

Lara: Uma unidade.

Professora Estagiária: Muito bem, ou seja, a barra representa 1. E tenho retângulos (fig.6) que representam 0,1 (coloco no quadro apenas um dos retângulos). Se eu dividir 1 por 0,1 quanto é Constança?

Constança: 10.

Professora Estagiária: E isto quer dizer o quê?

Pedro: Que aumentou.

Professora Estagiária: Porquê?

Pedro: Porque estamos a dividir por um número decimal.

Professora Estagiária: Quantos retângulos com 0,1 é que eu tenho que ter para ficar com uma barra de 1 unidade?

Turma: 10

Professora Estagiária: Porquê?

(Nenhuma criança responde)

Professora Estagiária: Porque quando dividimos queremos descobrir quanta vezes é que um número “cabe” noutra. Neste caso queremos descobrir quantas vezes é que o 0,1 cabe no 1, que vão ser 10. (Sobrepõe os 10 retângulos de 0,1 sobre a barra de 1 unidade, fig. 7)

Beatriz: Então o 0,1 cabe 20 vezes no 2; e 30 vezes no 3; etc.

Professora Estagiária: Exatamente e assim sucessivamente. Então e outra forma de eu representar o 0,1? Se numa unidade eu tenho 10 vezes o 0,1, como posso representá-lo?

Pedro: $\frac{1}{10}$.



Figura 8: Barra representativa de 1 unidade.



Figura 9: Retângulos representativos de 0,1.

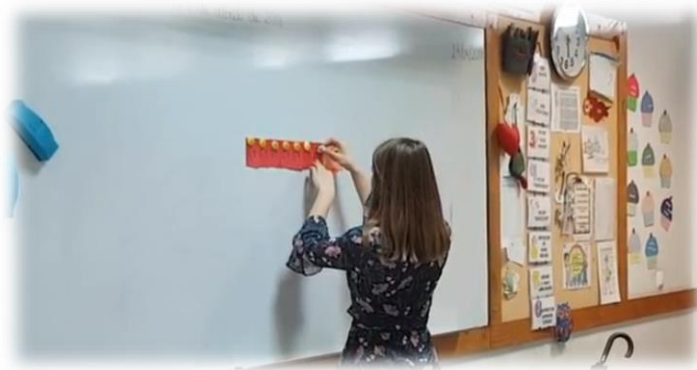


Figura 10: Sobrepor os 10 retângulos de 0,1 sobre a barra de 1 unidade.

Nesta intervenção a minha intenção era explorar junto das crianças o significado de “dividir um número por outro”. Quando questionei as crianças sobre as conclusões a que tínhamos chegado sobre dividir um número por 0,1, o David (que tinha realizado a tarefa mais fácil) rapidamente disse que era o mesmo que multiplicar por 10. Além disto, rapidamente recorreu aos seus conhecimentos matemáticos sobre a ideia-chave

aplicando-o a outras situações, afirmando que “multiplicar qualquer número por 10, por 100 ou por 1000 é o mesmo que dividi-lo por 0,1; 0,01 ou 0,001.”

De modo a facilitar a aprendizagem das crianças sobre o conceito de divisão optei por usar a barra e os retângulos para que visualmente percebessem que $1 \div 0,1 = 10$ porque o 0,1 somado 10 vezes dá 1. Durante a discussão exploramos o facto de 0,1 poder ser representado por $\frac{1}{10}$, uma vez que $1 \div 10 = 0,1$.

É importante que nas discussões participem as crianças com mais dificuldades bem como as crianças com menos dificuldades para que, tal como aconteceu nesta discussão, ambas partilhem as suas estratégias e pensamentos e cooperem umas com as outras. Relativamente à minha postura, uma vez que na discussão anterior tinha verificado que foram poucas as crianças a participar, optei por questionar intencionalmente algumas crianças, principalmente as que tinham mais dificuldades para perceber se estavam a compreender a ideia-chave a trabalhar.

Após a discussão coletiva corriji as produções das crianças e tal como na intervenção anterior realizei um balanço sobre a sua atribuição, ou seja, se as tarefas tinham sido bem ou mal atribuídas. Nesta intervenção 17 tarefas foram “bem” atribuídas e 3 tarefas foram “mal” atribuídas. As três tarefas “mal” atribuídas foram as tarefas verdes que deveriam ser azuis, ou seja, estavam demasiado desafiantes para as crianças de acordo com a ideia-chave a ser trabalhada.

4.3. Tarefa 3: “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”

Para a discussão da ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2” comecei por convidar a Beatriz, que tinha a tarefa intermédia, a escrever uma das suas expressões no quadro. Beatriz escolheu “ $22 \times 0,5 =$ ”

Episódio 4

Professora Estagiária: Quem dos meninos da tarefa vermelha ou azul acha que consegue resolver a operação?

(Quase todos colocaram o dedo no ar. Como sabia que o Juan tinha a tarefa azul convidei-o a ir escrever a sua resposta no quadro)

Juan: 11

Professora Estagiária: Alguém tem outra resposta?

(Ninguém se manifestou)

Professora Estagiária: Juan, como pensaste?

Juan: Porque vi na minha tarefa, nos exemplos que $4 \times 0,5 = 2$ e que $4 \div 2 = 2$. Então $22 \div 0,5 = 11$

Professora Estagiária: Mas porquê que é 11 e não é outro número qualquer?

Constança: Porque é a metade!

Professora Estagiária: Concordas Juan? Achaste a metade de 22?

Juan: Sim

Professora Estagiária: E porquê que será a metade?

Pedro: Porque se somarmos 22 vezes o 0,5 dá 11.

Professora Estagiária: Perceberam o pensamento do Pedro? Concordam?

Laysa: Sim eu concordo. Também respondi 11.

Professora Estagiária: Mas já repararam, vocês diziam que dividir o número fica mais pequeno e a multiplicar não deveria ficar maior?

Pedro: Sim, mas são números decimais.

Professora Estagiária: Mas é só por isso? O que significa multiplicar?

Pedro: É somar o número as vezes que o vamos multiplicar.

Professora Estagiária: Exato. Por exemplo, no 2×4 somamos $4+4$ que dá oito. Então no $2 \times 0,5$?

Ilian: $0,5+0,5=1$

Professora Estagiária: Então o que podemos concluir quando multiplicamos por 0,5?

Constança: Podemos achar a metade.

Professora Estagiária: E como achamos a metade de algo? Como na roupa?

Laysa: Dividimos por 2.

Nesta intervenção, contrariamente às anteriores, as crianças sentiram-se familiarizadas com a ideia-chave e por este motivo foram poucas as crianças que revelaram dificuldades na realização das operações. As crianças rapidamente conseguiram generalizar, dizendo que multiplicar por 0,5 é achar a metade do número, dividindo-o por dois. Novamente, o facto de a tarefa azul (mais fácil) conter exemplos ajuda as crianças com mais dificuldades a criar relações numéricas. Nesta discussão desenvolveu-se o conceito de multiplicação, sendo que o Pedro (um dos elementos da turma que tinha a tarefa vermelha) foi fulcral para a discussão, no que diz respeito à partilha de noções matemáticas. Foi o Pedro que facilmente explicou porque é que quando multiplicamos um número por 0,5 é o mesmo que dividi-lo por dois, fazendo ponte entre a adição e a multiplicação, nomeadamente quando responde, “é somar o número as vezes que o vamos multiplicar”. No que diz respeito à participação da crianças, nesta discussão algumas crianças que nunca tinham participado tomaram a iniciativa de o fazer, o que pode revelar que das outras vezes não se sentiam à vontade com a ideia-chave em questão.

Quanto à minha intervenção, tentei novamente assumir uma postura de questionamento, de forma a que as crianças pensassem sobre as suas respostas, bem como sobre o seu pensamento e o explicassem. Num dos momentos, senti necessidade de alertar para o facto de estarmos a multiplicar um número por outro e ele ficar “mais pequeno”, uma vez que nas discussões anteriores as crianças demonstraram conceções erróneas como “sempre que dividimos um número ele fica mais pequeno” e neste sentido poderiam pensar que ao multiplicar ele ficaria “maior”.

Ao corrigir e analisar as produções individuais das crianças verifiquei que para esta ideia-chave todas as tarefas estavam bem atribuídas e adequadas ao grau de

dificuldade de cada uma das crianças. Nesta intervenção apercebi-me que persistiam dificuldades relativamente ao desenvolvimento do cálculo mental, uma vez que o número de tarefas azuis foi aumentado e o número de tarefas vermelhas atribuídas foi diminuindo. Com o novo ponto de análise, nomeadamente se as crianças da tarefa azul conseguem realizar a generalização da mesma, concluí que nesta intervenção das 12 crianças com tarefa azul, 5 não realizaram generalização e das 7 que escreveram a generalização apenas 1 a realizou corretamente

4.4. Tarefa 4: “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”

No momento da discussão solicitei a uma criança que tivesse a tarefa verde (intermédia) para ir ao quadro escrever uma das suas expressões. A escolhida foi “ $60 \times 0,25 =$ ” e em seguida questionei as crianças da tarefa azul.

Episódio 5

Diogo: Eu acho que dá 150.

Professora Estagiária: Como pensaste?

Diogo: Fiz 6×25 .

Professora Estagiária: E os zeros? Era $60 \times 0,25$ e não 6×25 .

Diogo: Cortei-os.

Professora Estagiária: Mas podemos cortar os zeros nesta situação? Só podemos cortar os zeros quando estão à direita do número e depois os acrescentarmos, por exemplo: $60 \times 250 = 15000$, para facilitar podemos fazer 6×25 que dá 150 e depois acrescentar dois zeros, que fica 15000.

Professora Estagiária: Alguém pensou de outra forma?

David: Eu só preciso de saber quanto é a metade de 30.

Professora Estagiária: Porquê que queres descobrir a metade de 30?

David: Porque multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4. Eu na minha cabeça vi que metade de 60 é 30 agora só preciso de saber a metade de 30.

Professora Estagiária: Para achares $\frac{1}{4}$ de 60 ou seja a sua quarta parte?! Então quem consegue rapidamente ajudar o David a achar a metade de 30?

Laysa: 15!

Professora Estagiária: Muito bem. O David descobriu a partir da sua tarefa que multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4. Então, para achar a quarta parte de 60 ele decidiu achar a sua metade que foi 30 e depois voltar a achar a metade de 30 que é 15. Ou seja, dividiu o número duas vezes por 2. Pedro queres vir partilhar uma operação da tua tarefa (vermelha)? (O Pedro escreve no quadro $0,25 \times 52,12 =$)

Professora Estagiária: Meninos da tarefa verde quem acha que consegue resolver? Acham que ter “ $0,25 \times 52,12$ ” é o mesmo que ter “ $52,12 \times 0,25$ ”?

Mariana: Sim porque é o mesmo número.

Professora Estagiária: Então eu ter $4 \div 8$ é o mesmo que eu ter $8 \div 4$?

Turma: Não!

Professora Estagiária: Porquê?

Pedro: Porque só é válido na multiplicação e na adição.

Professora Estagiária: Muito bem Pedro. Então quem me sabe resolver a operação que o Pedro escreveu no quadro?

Nuno: Dá 13,03.

Professora Estagiária: Como pensaste?

Nuno: Dividi primeiro o 52 por 4 que dá 13 e depois o 12 por quatro que dá 3.

Nesta quarta intervenção tive oportunidade de voltar a verificar que as tarefas azuis (mais fáceis), por conterem exemplos, cria sustentabilidade às crianças com mais dificuldades para construírem relações numéricas. Por esta razão, o David conseguiu facilmente relacionar o facto de se multiplicar por 0,25 com a divisão por 4. Na sequência da generalização conseguiu partilhar uma das estratégias de cálculo mais utilizadas quando pretendemos dividir um número por 4, nomeadamente, primeiro determinar a sua metade e posteriormente descobrir a metade da metade, ou seja realizar sucessivas divisões por 2. Durante a discussão abordou-se o facto de que dividir por quatro é o mesmo que descobrir a sua quarta parte, o que permite às crianças construir essas mesmas relações. De seguida, discutiram-se as propriedades das operações, nomeadamente a comutativa da multiplicação e a associativa da divisão à direita.

No que diz respeito à intervenção das crianças muitas já se sentem à vontade para participar, no entanto, dos alunos que realizam tarefas vermelhas o Pedro é um aluno fulcral nas discussões. Este fator é bastante benéfico para os alunos com mais dificuldades mas não é tão desafiante para o aluno em questão, uma vez que demonstra dominar os conteúdos explorados.

Quanto às produções das crianças tive oportunidade de as corrigir e analisar depois da discussão. Nesta intervenção apenas uma tarefa foi mal atribuída porque uma das crianças realizou a tarefa verde (intermédia) e devia ter realizado a tarefa vermelha (mais desafiante). A aluna demonstrou ter percebido a ideia anterior o que facilitou a compreensão e a resolução das tarefas sobre esta ideia-chave.

Relativamente às crianças com a tarefa azul, verifiquei que apenas 2 crianças das 12 não realizou a generalização. Das 10 crianças que realizaram a generalização foram 5 as que acertaram, o que significa que existiu progressão face à tarefa anterior.

4.5. Tarefa 5: “10% de uma quantia é o mesmo que dividi-la por 10”

Para iniciar a discussão das novas tarefas, uma vez que nestas continham problemas matemáticos, optei por ler primeiro o enunciado da tarefa amarela (mais simples).

Professora Estagiária: “Numa prova de skate participaram 70 pessoas e 10% tinha um skate amarelo. Quantas pessoas tinham um skate amarelo?” Meninos da tarefa amarela, quantas pessoas participaram na prova?

Turma: 70!

Nuno: É o total de pessoas que participaram.

Professora Estagiária: E qual era a percentagens de pessoas que tinha um skate amarelo? Carolina?

Carolina: Era 10%

Professora Estagiária: Este 10% é referente ao quê?

Juan: A 70, é 10% de 70.

Professora Estagiária: Alguém não concorda?

Turma: Não.

Professora Estagiária: Quem é que me consegue explicar porquê? Porquê que é 10% de 70 e não de 100, se estamos a falar em percentagens?

Laysa: Porque 70 é o total, corresponde a 100%.

Professora Estagiária: Isso mesmo! Então das 70 pessoas quantas tinham skate amarelo na prova?

David: Uma.

Professora Estagiária: Como pensaste?

David: $70 \div 10$

Professora Estagiária: E como pensaste para calcular?

David: Tirei os zeros e fiz $7 \div 1$ que deu um.

Professora Estagiária: $7 \div 1$ dá 1?

Turma: Não dá 7!

Professora Estagiária: Lembram-se de eu ter trazido uma vez uma reta em cartolina? O que era dividir? Tínhamos que ver quantas vezes o 0,1 cabia no 1. Neste caso a nossa reta é o 7 e temos que ver quantas vezes cabe lá o 1, que são 7 vezes. $1+1+1+1+1+1+1=7$. Então David para descobrirmos $70 \div 10$ estamos a verificar o quê?

David: Quantas vezes cabe o 10 no 70?!

Professora Estagiária: Exatamente. Que vão ser quantas?

David: 7!

Para esta discussão optei por uma metodologia diferente, uma vez que o formato das tarefas paralelas também o era. Decidi explorar primeiramente a tarefa de menor dificuldade para que as crianças partilhassem o seu conceito de percentagem e o entendessem, pois desta forma seria mais fácil realizar posteriormente a tarefa laranja. Como se pode verificar no episódio 6, o David voltou a mostrar dificuldades na compreensão do conceito de divisão, daí afirmar que $7 \div 1$ é 1. Neste momento achei interessante fazer a ponte e relembrar as ideias-chave anteriores. Voltei a relembrá-lo da discussão da 2.^a intervenção na qual discutimos o conceito de divisão, ao verificarmos que temos que pensar “quantas vezes cabe um número noutra”. Na primeira parte da discussão tentei que percebessem a importância do total fazendo-o corresponder a 100 pois algumas crianças tinham dificuldades em compreender porque é que tínhamos que achar 10% de 70 e não de 100 uma vez que estávamos a falar de percentagens.

Episódio 7

Professora Estagiária: Agora, meninos da tarefa laranja vou ler o enunciado, “Numa prova de skate participaram 35 rapazes e 55 raparigas, sendo que 10% tinha um skate azul. Quantas pessoas tinham o skate azul?” Então qual o primeiro passo para resolver o problema?

Beatriz: Somar os rapazes com as raparigas para descobrir o total.

Professora Estagiária: Todos concordam? Porquê?

Eric: Sim, para descobrir o total.

Professora Estagiária: Então como podemos rapidamente somar 35 a 55?

Juan: Somar o 5 com o 5 e depois o 3 com o 5 e juntar.

Professora Estagiária: Mas isso não é como tu calculas quando usas o algoritmo?

Pedro: Podemos fazer a decomposição, 30 mais 50 e depois mais 10. Vai dar 90.

Professora Estagiária: Boa Pedro! E outra forma?

(As crianças não se manifestam)

Professora Estagiária: E se eu pensar em 40 mais 60 depois tenho que fazer o quê?

Lara: Tirar 10! Porque é 5 do 40 mais 5 do 60. Estão a mais.

Professora Estagiária: Muito bem. Calculamos por compensação. Outra estratégia?

Beatriz: Tirar o 5 do 55 e somar ao 35 que dá 40. Depois somar 50 ao 40.

Professora Estagiária: Então já sabemos que houve 90 participantes. Como achamos o 10% das pessoas?

Constança: Dividimos o 90 por 10 como fizemos no 70. Vai dar 9.

Professora Estagiária: Então como descobrimos rapidamente 10% de uma quantidade?

Turma: Dividimos por 10.

Quanto à 2.^a parte da discussão, o enunciado da tarefa laranja (mais desafiante) permitiu explorar com as crianças estratégias de cálculo mental associadas à adição. As crianças da tarefa laranja foram as que facilmente partilharam estratégias como a decomposição e a compensação, sendo que as restantes calculavam mentalmente a partir do algoritmo. Neste momento, em turma, chegamos à generalização da ideia-chave na qual as crianças disseram que para descobrirmos rapidamente 10% de uma quantidade basta dividi-la por 10.

Com a correção e análise das produções das crianças verifiquei que ao organizar a turma em apenas dois grupos não existia uma discrepância tão grande como quando as dividia em três. Concluí que apenas uma tarefa não tinha sido “bem” atribuída. O aluno em questão deveria ter realizado a tarefa menos desafiante. Quanto à generalização, ambas as tarefas pediam que generalizassem a ideia-chave e verifiquei que 8 das 19 crianças realizaram acertadamente.

4.6. Tarefa 6: Cadeia numéricas sobre as ideias-chave trabalhadas.

No decorrer desta intervenção tive oportunidade de avaliar globalmente de que modo é que as tarefas paralelas promoveram o desenvolvimento do cálculo mental nos elementos da turma. No geral, as crianças estabeleceram relações numéricas e

apoderaram-se das generalizações das ideias-chave desenvolvidas para realizar as operações.

Durante a realização das cadeias numéricas verifiquei que na ideia-chave “Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2”, de um modo geral as crianças descobriam rapidamente a metade do número que estava a ser multiplicado. Como se sentiam à vontade na divisão por dois acabavam por não relacionar as parcelas na mesma ideia-chave, contrariamente do que aconteceu na divisão por quatro quando foi apresentada a cadeia numérica da ideia-chave “Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4”. Quando surgiu a operação “ $4 \times 0,25$ ” algumas crianças lembraram-se da ideia-chave e dividiram 4 por 4 mas outras mostraram ter dificuldades no cálculo do valor desta expressão. Depois de em grupo ter sido lembrado que se podia rapidamente dividir por 4, algumas crianças recorreram à estratégia de determinar a metade da metade. Por exemplo, na operação “ $8 \times 0,25$ ” as crianças dividiram 8 por 2 que deu 4 e depois dividiram 4 por 2 descobrindo o resultado “ $8 \times 0,25 = 2$ ”. Algumas crianças, como as parcelas se relacionavam entre si, uma vez que a parcela seguinte era sempre o quádruplo da anterior, iam multiplicando por 4 o resultado das operações, por exemplo sabendo que “ $4 \times 0,25 = 1$ ” então “ $8 \times 0,25 = 4$ ” porque “ $1 \times 4 = 4$ ” e assim sucessivamente.

Nas ideias-chave “10% de uma quantidade é o mesmo que dividi-la por 10” e “Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1” foram as ideias-chave que as crianças melhor mobilizaram possivelmente por ser relativamente fácil dividir e multiplicar qualquer número por 10. No entanto, alguns alunos trocaram estas duas ideias-chave multiplicando por 10 quando tentavam descobrir 10% de uma quantidade e dividiam por 10 quando tinham que resolver uma operação que fosse a dividir por 0,1. Este facto parece demonstrar que estes alunos decoraram as generalizações de ambas as ideias-chave mas não as compreenderam.

Capítulo 5-Conclusão e Considerações Finais

5.1.Síntese do estudo

O objetivo desta investigação, realizada no contexto da minha prática pedagógica, é analisar as potencialidades das tarefas paralelas enquanto estratégia de diferenciação na área da Matemática. Neste sentido definiram-se as seguintes questões de investigação:

(1) De que modo a discussão coletiva das tarefas paralelas focadas numa mesma ideia-chave favorece a compreensão de estratégias de cálculo mental?

(2) Que estratégias podem ser usadas para a atribuição de tarefas paralelas e de que modo podem ser ajustadas?

Este estudo inseriu-se num paradigma interpretativo e numa abordagem qualitativa. A análise dos dados baseou-se nas produções das crianças e na interpretação da discussão coletiva, sendo que é uma análise essencialmente descritiva e interpretativa, tal como sugere o objetivo do estudo.

5.2.Conclusões do estudo

De que modo a discussão coletiva das tarefas paralelas focadas numa mesma ideia-chave favorece a compreensão de estratégias de cálculo mental?

Os dados analisados confirmam potencialidades das discussões coletivas identificadas por autores como Staples e Connis (2007) ou Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) para apoiar a aprendizagem matemática dos alunos, principalmente quando são identificadas com carácter colaborativo. De acordo com os autores referidos, o facto de as crianças partilharem as suas ideias, considerando o pensamento dos restantes colegas faz com que desenvolvam novos conhecimentos matemáticos. A discussão coletiva das tarefas paralelas focada numa mesma ideia-chave favoreceu os alunos na compreensão de estratégias de cálculo mental, tornando-se fundamental para contrariar a tendência de memorização de regras. Nas primeiras discussões a maioria dos alunos mostraram que trabalhavam o cálculo mental de forma mecânica e que decoravam “quanto dá”. No episódio 1 o David afirmava “eu vi os exemplos da minha ficha (tarefa azul) e percebi que para dividir por 0,1 posso multiplicar por 10.” Através das discussões coletivas foi possível partilhar as explicações, ou seja, os “porquês”, o que fez com que as crianças compreendessem a estratégia de cálculo mental utilizada e conseqüentemente

desenvolvessem o seu cálculo mental. Estes momentos foram fulcrais para a explicação de estratégias de cálculo e relações numéricas.

Neste estudo, em particular, destaca-se o modo como a discussão coletiva de tarefas paralelas permite dar oportunidade aos alunos de realizar tarefas mais desafiantes para o seu “nível” de conhecimento. Ao explorar as ideias-chave em sala de aula um dos objetivos das discussões era fazer uma ponte entre os diferentes níveis de tarefa para cada uma das ideias-chaves, procurando que todos os alunos acabassem por resolver todas as tarefas propostas para trabalhar uma determinada ideia-chave. Os episódios analisados anteriormente ilustram a opção de organizar as discussões, convidando em primeiro lugar um aluno que explorou a tarefa intermédia (verde) a escrever no quadro, sem dar a resposta, uma das expressões de que deveriam determinar o valor. Posteriormente, tanto as crianças da tarefa mais fácil como da mais desafiante deveriam determinar o valor desta expressão numérica. De um modo geral optei sempre por convidar a criança da tarefa mais fácil a ir resolver as operações da tarefa intermédia. Este é um momento no qual a criança que realizou a tarefa mais fácil pode tentar resolver a tarefa intermédia, mobilizando os conhecimentos que adquiriu ao resolver a sua. Esta metodologia permite que as crianças vão progressivamente aumentando e testando o seu conhecimento. O mesmo acontece quando uma das crianças da tarefa mais desafiante escreve no quadro uma das suas expressões e são convidadas preferencialmente as crianças da tarefa intermédia a resolver. Nestes momentos de discussão, tal como sugerido por Small (2017), valorizei tanto as questões mais desafiantes como as mais simples, bem como as respostas das crianças que têm mais ou menos dificuldades, de forma a criar um ambiente de equidade.

Os momentos de discussão foram fundamentais para que os alunos com mais dificuldade ouvissem as explicações e estratégias utilizadas pelos colegas com menos dificuldades e conseguissem perceber como podiam resolver as tarefas mais desafiantes. Como referido na parte teórica, esta evidência sustenta a afirmação de Murray e Jorgensen (2007, cit. por Small, 2017), nomeadamente o facto de quando se recorre ao uso de tarefas paralelas em sala de aula desenvolve-se uma “comunidade de aprendizagem”. Também Brocardo, Duarte, Boavida, Delgado e Mendes (2018) salientam que é no momento da discussão que as crianças, principalmente as que têm mais dificuldades, têm oportunidade de consolidar o que aprenderam tanto pela análise das tarefas dos outros colegas e das suas formas de pensar, bem como ao serem desafiados a tentar resolver essas mesmas tarefas. Este estudo confirma, igualmente, o que estes autores referem relativamente às

potencialidades das discussões coletivas para apoiar a progressão dos alunos com mais dificuldades. De facto, ao longo das intervenções, verifiquei que as crianças com mais dificuldades foram mais beneficiadas pelas discussões coletivas do que as que já dominavam as ideias-chave, uma vez que efetivamente progrediam ao serem desafiadas com as tarefas verde e vermelha. As crianças que dominavam a ideia-chave partilhavam as suas estratégias e explicações com os elementos que tinham mais dificuldade, sendo que não tinham oportunidade de resolver uma nova tarefa mais desafiante do que a que tinha sido proposta.

Nesta investigação constatei que a discussão coletiva teve como grande potencialidade a compreensão e sistematização das ideias-chave trabalhadas, no entanto, não pareceu influenciar a progressão de atribuir tarefas mais desafiantes. Um dos fatores que pode explicar estes resultados foi o facto de o tempo de intervenção ter sido bastante curto, uma vez que só existiram seis intervenções.

Em síntese, no que diz respeito às potencialidades da discussão coletiva das tarefas paralelas focadas numa mesma ideia-chave destacam-se três conclusões:

- As discussões coletivas focadas numa mesma ideia-chave permitem que os alunos com mais dificuldades sejam desafiados a realizar tarefas de nível mais complexo;
- As discussões coletivas focadas numa mesma ideia-chave são poderosas para a compreensão da ideia-chave a ser trabalhada;
- As discussões coletivas focadas numa mesma ideia-chave permitem partilhar com os alunos explicações que dão sentido às propriedades e relações numéricas importantes para desenvolver o cálculo mental.

Que estratégias podem ser usadas para a atribuição de tarefas paralelas e de que modo podem ser ajustadas?

No que respeita à atribuição das tarefas paralelas a realizar este não é um processo linear e que deve ser reajustado sempre que necessário. Ao longo das intervenções planeava a tarefa que ia atribuir a cada uma das crianças segundo as suas dificuldades. Como estratégias para atribuição das tarefas paralelas destacaram-se a observação diagnóstica para a primeira tarefa e nas seguintes a correção das produções das crianças.

Em várias sessões, no momento em que os alunos estavam a realizar as tarefas propostas tive de reajustar a cor da tarefa principalmente por verificar que o aluno não estava a conseguir resolvê-la por ser demasiado desafiante. Em algumas intervenções

foram as crianças que sentiram que a tarefa atribuída era demasiado difícil e pediram para realizar uma tarefa mais simples.

Uma das principais dificuldades que senti ao realizar este estudo foi em conseguir que os alunos que tinham mais dificuldades fossem progredindo de forma a ser possível atribuir uma tarefa mais desafiante. Com a análise das tarefas atribuídas verifiquei que foram poucas as crianças que conseguiram evoluir para uma tarefa mais desafiante, sendo que na turma a maioria dos alunos recebia uma tarefa mais simples ou uma tarefa intermédia. Em algumas ideias-chave tentei atribuir a tarefa mais desafiante a alunos que habitualmente resolviam a tarefa intermédia, no entanto no momento da sua exploração da tarefa esta teve que ser novamente reajustada por se verificar que era complexa. Na última intervenção, como descrito anteriormente apenas existiram dois níveis de tarefa, uma mais simples e outra mais desafiante sendo que o número de crianças por tarefa foi quase igual, a tarefa amarela (mais simples) teve apenas mais um aluno do que a tarefa laranja (mais complexa).

5.3. Considerações finais

A bibliografia analisada indica, nomeadamente que é unânime que seguir uma pedagogia diferenciada numa turma é um processo exigente. Como vários autores afirmam, diferenciar requer uma reflexão diária e de trabalho mútuo entre o professor e os alunos, de modo a estabelecer objetivos e ajustar metodologias. O facto de se implementar uma metodologia diferenciada numa turma de 4.º ano sem que nunca tivessem experienciado esta forma de trabalho exigiu um esforço redobrado da minha parte. Consequentemente considerei fulcral a planificação semanal das atividades, pois em primeiro lugar permitia a reflexão tanto da minha prática como das dificuldades das crianças; e em segundo lugar uma preparação e organização detalhada para a exploração das tarefas em contexto de sala de aula. No presente projeto através das discussões sobre as ideias-chave desenvolvidas, enquadradas no cálculo mental, apercebi-me de várias conceções erróneas que as crianças possuem e que lhes dificulta certamente a aprendizagem de novos conteúdos na área da matemática. No que respeita à visão do professor estes momentos são fulcrais para que de forma reflexiva se identifiquem as dificuldades das crianças e se volte a planificar de acordo com as mesmas para que este processo seja de superação e progressão.

Como referido ao longo das conclusões e investigado por vários autores como Wood, Merkel & Uerkwitz (1996), as discussões coletivas são sobre a importância dos modos de pensar das crianças em Matemática e a sua aprendizagem. Segundo os autores este tipo de discussões refletem uma mudança relativamente à forma como se aprende matemática, pois permite-lhes interagir com os outros de forma a partilhar e a explicar as suas ideias sobre aspetos matemáticos. Wood et al (1996, p. 39) defendem que o objetivo como professor é “criar situações nas quais as crianças estejam envolvidas em partilhas intencionais sobre o seu pensamento acerca de matemática”, ou seja, em situações que expliquem os seus pensamentos, estratégias e resoluções de problemas. Seguindo esta perspectiva, durante a orquestração das discussões coletivas tentei ouvir e incentivar a partilha de pensamentos por parte dos elementos da turma sobre as ideias-chave a serem desenvolvidas. Uma das maiores dificuldades foi a gestão da participação dos alunos, tentando, sempre que possível, convidar crianças diferentes a participar nas discussões. Relativamente à minha prática pedagógica assumi uma postura de compreensão, interesse e questionamento das intervenções das crianças. Este aspeto foi fulcral para que as crianças não sentissem receio nem vergonha em participar e explicar o seu pensamento, contribuindo para um momento de aprendizagem coletiva. Teria sido relevante inserir no enquadramento teórico um tópico sobre as discussões coletivas, uma vez que os resultados mostram várias potencialidades das mesmas. No entanto, não senti necessidade de sustentar teoricamente a minha prática na orquestração das discussões uma vez que foram planificadas cuidadosamente para cada uma das ideias-chave. O tipo de discussão desenvolvido a partir das tarefas paralelas é bastante peculiar não existindo sustentação teórica sobre como organizar as discussões coletivas no seguimento da exploração das tarefas paralelas.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Afonso, N. (2014). *Investigação Naturalista em Educação*. Fundação Manuel Leão.
- Beishuizen. (1993). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up too 100. *Journal of Research in Mathematics Education*, 294-323.
- Bell, J. (2010). *Como realizar um projeto de investigação: um guia para a pesquisa em ciências sociais e da educação*. Lisboa: Gravida.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. (2007). *Programa e Metas Curriculares Matemática*. Ministério da Ciência e da Educação;.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática*. Ministério de Educação.
- Bogdan, R., & Blikem, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo. (2017). PowerPoint Didática da Matemática . "*Estratégias de Cálculo Mental*".
- Brocardo, J. (2010). *Trabalhar os números Racionais numa Perspetiva de Desenvolvimento do Sentido do Número*. Educação e Matemática.
- Brocardo, J. (2011). *Uma Linha de Desenvolvimento do Cálculo Mental: Começando no 1.º ano e continuando até ao 12.º ano*. Lisboa: Atas do Profmat.
- Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O Sentido do Número no Currículo de Matemática. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido do Número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.
- Brocardo, J., Duarte, J., Boavida, A. M., Delgado, C., & Mendes, F. (2018). Diferenciação Pedagógica em Matemática. Em E. d. Setúbal, *Manual de Diferenciação Pedagógica em sala de aula para Professores do Ensino Primário - Volume II* (pp. 111-188). Ministério da Educação – República de Angola.
- Buys. (2001). Mental Arithmetic. Em Heuvel-Panhuizen, *Children Learn Mathematics* (pp. 121-146). Netherlands: Freudenthal Institute Utrecht University & National Institute for Curriculum Development .
- Cadeias Numéricas . (2009). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*.
- Castro, J. P., & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados*. Lisboa: Ministério da Educação.

- Cosme, A. (18 de Janeiro de 2018). *Webinars DGE da Informação ao Conhecimento*. Obtido em 2 de Julho de 2018, de Diferenciar para aprender na sala de aula: questões e respostas: <https://webinars.dge.mec.pt/webinar/diferenciar-para-aprender-na-sala-de-aula-questoes-e-respostas>
- Decreto-Lei n.º 241/2001 . (30 de Agosto de 2001). *Diário da República n.º 201/2001 - I Série A*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Decreto-Lei nº 54/2018. (6 de junho de 2018). *Diário da República n.º129/2018 - I Série*, 2918-2928. Lisboa: Educação.
- Dolk, M., & Fosnot, C. (2001). *Young Mathematicians at Work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth: Heinman.
- Feyfant, A. (2016). *A diferenciação Pedagógica em Sala de Aula*.
- Gardner, H. (1985). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. Basic Books Inc.
- Grave-Resendes, L., & Soares, J. (2002). *Diferenciação Pedagógica*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Lei n.º 46/86. (14 de novembro de 1986). *Diário da República n.º 237/1986 , Série I*, 3067-3081. Lisboa: Ministério da Educação.
- Mathematics, N. C. (2000). *Princípios e Normas para Matemática Escolar*.
- Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Mendes, F., Brocardo, J., Duarte, J. A., & Boavida, A. M. (2017). *Diferenciação pedagógica - Matemática - Volume I*. Republica de Angola: Ministério de Educação.
- Morais, C. (2011). *O Cálculo Mental na Resolução de Problemas: Um Estudo no 1.º ano de Escolaridade*. Lisboa: Instituto Politecnico de Lisboa.
- Mouta. (2015). *Avaliação Diagnóstica e Diferenciação Pedagógica : Dispositivos Orientadores da Aprendizagem*. Porto: Politecnico do Porto.
- NCTM. (2000). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2002). *Investigar a nossa própria prática*. Universidade de Lisboa: Faculdade de Ciências.
- Ponte, J. P. (2003). *Investigar, ensinar e aprender*. Universidade de Lisboa: Faculdade de Ciências .
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., . . . Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação.

- Ponte, P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2006). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Prosser, & Trigwell. (1997). *Perceptions of the teaching environment and its relationship to approaches to teaching*. British Journal of Educational Psychology.
- Roldão, M. d. (1999). *Reorganização e Gestão Curricular no Ensino Básico: Reflexão Participada*. Lisboa: Ministério de Educação.
- Santana, I. (1999). Práticas Pedagógicas Diferenciadas. Em L. Grave-Resendes, *Pedagogia Diferenciada: Da Exclusão à Inclusão Pedagógica* (pp. 115-116). Lisboa: Universidade Aberta.
- Sequeira, L., Freitas, P., & Nápoles, S. (2009). *Números e Operações: Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Small, M. (2017). *Good Questions: Great Ways to Differentiate Mathematics Instruction in the Standards-Based Classroom*. Teachers College, Columbia University.
- Staples, M., & Colonis, M. (2007). Making the most os mathematical discussions. *Mathematics Teacher* 101, 257-261.
- Thompson. (1999). *Mental Calculation Strategies for Addition and Subtraction Part. I. Mathematics in School* .
- Thompson. (2009). Getting Your Head Around Mental Calculation. *Teaching Numeracy in Primary Schools*, 145-156.
- Tomlinson, & Allan. (2002). *Liderar Projetos de Diferenciação Pedagógica*. Porto: Edições ASA.
- UNESCO. (2004). *Changing Teaching Practices:using curriculum differentiation to respond to students' diversity*. France: UNESCO.
- Vasconcelos, A. (2013). Da investigação qualitativa: Entre Diferentes Mundos, Processos e Metodologias. Em *Entre a Teoria , os Dados e o Conhecimento. Estudo Caso Investigação-Ação*. Escola Superior de Educação do Instituto Politecnico de Setúbal.
- Wood, T., Merkel, G., & Verkwitz, J. (1996). Criar um ambiente na aula para falar sobre a matemática. *Educação e Matemática n.º 40*, 39-43.

Anexos

Tarefa azul: Multiplicar os números naturais por 10 e dividir por 0,1.

1. Sabendo que $4 \times 10 = 40$ calcula:

$$8 \times 10 =$$

$$23 \times 10 =$$

$$11 \times 10 =$$

$$100 \times 10 =$$

2. Sabendo que $4 \div 0,1 = 40$ calcula:

$$8 \div 0,1 =$$

$$23 \div 0,1 =$$

$$11 \div 0,1 =$$

$$100 \div 0,1 =$$

3. Observa as igualdades anteriores e procura descobrir como podes rapidamente dividir um número por 0,1.

Para dividir um número por 0,1 posso

Anexo 1: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1".

Tarefa verde: Multiplicar os números naturais por 10 e dividir por 0,1.

Calcula:

$$22 \div 0,1 =$$

$$10 \times 55 =$$

$$60 \div 0,1 =$$

$$7 \times 10 =$$

$$13 \div 0,1 =$$

$$30 \times 10 =$$

Anexo 2: Tarefa verde da ideia-chave " Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1".

Tarefa vermelha: Multiplicar os números naturais por 10 e dividir por 0,1.

Calcula:

$$22,05 \div 0,1 =$$

$$10 \times 55,340 =$$

$$60,9 \div 0,1 =$$

$$7,001 \times 10 =$$

$$13,9 \div 0,1 =$$

$$30,08 \times 10 =$$

Anexo 3: Tarefa vermelha da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1".

Tarefa azul: Multiplicar os números naturais por 10 e dividir por 0,1.

1. Calcula:

$$1 \div 0,1 =$$

$$10 \times 68 =$$

$$90 \div 0,1 =$$

$$500 \times 10 =$$

$$246 \div 0,1 =$$

$$17 \times 10 =$$

$$13 \div 0,1 =$$

Anexo 4: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1- Parte II"

Tarefa verde: Multiplicar os números naturais por 10 e dividir por 0,1.

1. Calcula:

$$3,1 \div 0,1 =$$

$$25,98 \div 0,1 =$$

$$10 \times 67,340 =$$

$$6,567 \div 0,1 =$$

$$7,006 \times 10 =$$

$$13,4 \div 0,1 =$$

$$89,08 \times 10 =$$

Anexo 5: Tarefa verde da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1- Parte II"

Tarefa vermelha: Multiplicar os números naturais por 10 e dividir por 0,1.

Calcula:

$$4,5 \div \frac{1}{10} =$$

$$22,68 \div \frac{1}{10} =$$

$$10 \times 5,340 =$$

$$90,01 \div \frac{1}{10} =$$

$$7,001 \times 10 =$$

$$5 \div \frac{1}{10} =$$

$$30,08 \times 10 =$$

Anexo 6: Tarefa vermelha da ideia-chave "Multiplicar por 10 é o mesmo que dividir por 0,1- Parte II"

Tarefa azul: Multiplicar números naturais por 0,25.

4. Sabendo que $4 \times 0,25 = 1$ e que $12 \times 0,25 = 3$ calcula:

$$8 \times 0,25 =$$

$$20 \times 0,25 =$$

$$40 \times 0,25 =$$

$$100 \times 0,25 =$$

5. Sabendo que $4 \div 4 = 1$ calcula:

$$8 \div 4 =$$

$$20 \div 4 =$$

$$40 \div 4 =$$

$$100 \div 4 =$$

6. Observa as igualdades anteriores e procura descobrir como podes rapidamente multiplicar um número por 0,25.

Para multiplicar um número por 0,25 posso

Anexo 7: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4"

Tarefa verde: Multiplicar números naturais por 0,25.

Calcula:

$$28 \times 0,25 =$$

$$32 \times 0,25 =$$

$$60 \times 0,25 =$$

$$16 \div 4 =$$

$$80 \div 4 =$$

$$56 \div 4 =$$

Anexo 8: Tarefa verde da ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4"

Tarefa vermelha: Multiplicar números naturais por 0,25.

Calcula:

$$24,4 \times 0,25 =$$

$$32,08 \div 4 =$$

$$0,25 \times 52,12 =$$

$$40,36 \div 4 =$$

$$4,0 \times 0,25 =$$

$$16 \div 4 =$$

Anexo 9: Tarefa vermelha da ideia-chave "Multiplicar por 0,25 é o mesmo que dividir por 4"

Tarefa azul: Multiplicar números naturais por 0,5.

7. Sabendo que $4 \times 0,5 = 2$ e que $6 \times 0,5 = 3$ calcula:

$$8 \times 0,5 =$$

$$22 \times 0,5 =$$

$$40 \times 0,5 =$$

$$100 \times 0,5 =$$

8. Sabendo que $4 \div 2 = 2$ calcula:

$$8 \div 2 =$$

$$20 \div 2 =$$

$$66 \div 2 =$$

$$100 \div 2 =$$

9. Observa as igualdades anteriores e procura descobrir como podes rapidamente multiplicar um número por 0,5.

Para multiplicar um número por 0,5 posso

Anexo 10: Tarefa azul da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2"

Tarefa verde: Multiplicar números naturais por 0,5.

Calcula:

$$22 \times 0,5 =$$

$$34 \times 0,5 =$$

$$60 \times 0,5 =$$

$$20 \div 2 =$$

$$70 \div 2 =$$

$$30 \div 2 =$$

Anexo 11: Tarefa verde da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2"

Tarefa vermelha: Multiplicar números naturais por 0,5.

Calcula:

$$22,04 \times 0,5 =$$

$$30,08 \div 2 =$$

$$0,5 \times 56,30 =$$

$$60,8 \div 2 =$$

$$7,030 \times 0,5 =$$

$$15 \div 2 =$$

Anexo 12: Tarefa vermelha da ideia-chave "Multiplicar por 0,5 é o mesmo que dividir por 2"

Tarefa amarela: Achar 10% de uma quantidade.

1. Numa prova de skate participaram 70 pessoas e 10% tinha um skate amarelo.

Quantas pessoas tinham um skate amarelo?

10. Procura descobrir como podes rapidamente determinar 10% de uma quantidade.

Para determinar 10% de uma quantidade posso

Anexo 13: Tarefa amarela da ideia-chave “10% de uma quantidade é o mesmo que dividi-la por 10”.

Tarefa laranja: Achar 10% de uma quantidade.

11. Numa prova de skate participaram 35 rapazes e 55 raparigas, sendo que 10% tinha um skate azul. Quantas pessoas tinham o skate azul?

12. Procura descobrir como podes rapidamente determinar 10% de uma quantidade.

Para determinar 10% de uma quantidade posso

Anexo 14: Tarefa laranja da ideia-chave “10% de uma quantidade é o mesmo que dividi-la por 10”.

$$4 \times 0,25 =$$

$$8 \times 0,25 =$$

$$12 \times 0,25 =$$

$$16 \times 0,25 =$$

$$5 \times 0,50 =$$

$$15 \times 0,50 =$$

$$20 \times 0,50 =$$

$$25 \times 0,50 =$$

$$10\% \text{ de } 100 =$$

$$10\% \text{ de } 200 =$$

$$10\% \text{ de } 300 =$$

$$10\% \text{ de } 400 =$$

$$10 \div 0,1 =$$

$$35 \div 0,1 =$$

$$45 \div 0,1 =$$

$$55 \div 0,1 =$$

Anexo 15: Cadeias numéricas sobre as ideias-chave desenvolvidas.