



ACADEMIA DA FORÇA AÉREA



Caracterização do comportamento dinâmico da plataforma Alpha-Extended e definição de uma metodologia de análise modal

Ivo Filipe Matos de Almeida

136163-F

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Aeronáutica Militar

Especialidade em Engenharia Aeronáutica

Júri

Presidente: MGen/PilAv/039514-F Joaquim Manuel Nunes Borrego

Orientador: Doutor Nuno António Neves Nunes

Coorientador: Cap/EngAer/131605-C Sara Filipa Nunes Cordeiro

Vogais: Doutor António Manuel Relógio Ribeiro

Sintra, dezembro de 2014

*“Cesse tudo o que a Musa antiga canta, Que outro valor mais alto se
alevanta”*

Luís Vaz de Camões

Agradecimentos

Gostaria de começar por prestar os meus maiores agradecimentos ao meu orientador, Doutor Nuno António Neves Nunes, e à minha coorientadora, Capitão Sara Filipa Nunes Cordeiro, pelo fantástico acompanhamento prestado durante a realização deste trabalho.

Ao meu orientador em especial pela disponibilização de equipamento, pelos conselhos e pela boa disposição que sempre o acompanhou durante todos os desafios. À minha coorientadora pela sua constante disponibilidade e preocupação e por toda a ajuda prestada.

Também gostaria de agradecer ao Capitão Luís Félix por ter disponibilizado os desenhos do Alpha-Extended e à Ajudante Dulce Maria pela ajuda prestada nas referências bibliográficas.

Também um agradecimento especial aos Sargentos do Laboratório de Aeronáutica e ao Aspirante Romero pela ajuda nas medições experimentais e ao Major Silva pelos ensaios em voo.

Estou muito grato ao Doutor Miranda Guedes do Instituto superior Técnico, ao Tenente Cardozo e ao Doutor Aníbal Valido do Instituto Politécnico de Setúbal pelo auxílio prestado na componente dos elementos finitos.

Este trabalho não teria sido possível sem o contributo prestado pelo Capitão Oliveira e pelo Tenente Cruz que disponibilizaram as câmaras de filmar, fichas técnicas e materiais que permitiram concluir este trabalho.

Um obrigado também para a professora Manuela Barbosa em relação ao Inglês.

Em termos pessoais agradeço a todos aqueles que de uma maneira ou de outra me incentivaram e ajudaram a terminar este trabalho.

Resumo

O uso de aeronaves não tripuladas tem aumentado com o desenvolvimento tecnológico e beneficiado com a maior utilização de materiais mais leves e resistentes, como é o caso dos materiais compósitos. Esta nova tipologia de aeronaves permitiu eliminar muitas das limitações causadas pelo fator humano, o que leva a que seja um tipo de aparelho muito apetecível para as Forças Armadas.

Desta forma, a Força Aérea Portuguesa tem vindo a desenvolver diversas aeronaves não tripuladas, tendo havido a necessidade de se começar a fazer a caracterização do comportamento dinâmico das aeronaves. Essa necessidade adveio, em parte, de um excesso de transmissão de vibrações numa câmara de filmar instalada numa das plataformas desenvolvidas. Conhecendo o comportamento dinâmico de uma estrutura é possível determinar e controlar os seus parâmetros modais identificando as ressonâncias nos regimes de funcionamento pretendidos e ajustando o modelo da aeronave de forma a reduzir a transmissibilidade de vibração.

Na presente dissertação foi realizado uma análise modal em elementos finitos da plataforma Alpha-Extended desenvolvida no Laboratório de Aeronáutica da Força Aérea Portuguesa e uma identificação modal experimental de forma a identificar as frequências naturais das diferentes partes da aeronave com o objetivo de estudar o melhor local de instalação da câmara de filmar. Para além disso, todo o processo utilizado, tanto experimental como em elementos finitos, teve também como objetivo o estabelecimento de uma metodologia que possa ser aplicada no desenvolvimento de novas plataformas, facilitando a escolha da localização dos diversos componentes. Como forma de validação e simplificação do processo de análise, testou-se primeiramente a metodologia em estruturas mais simples, comparando-se resultados experimentais com teóricos. Usaram-se alguns softwares já existentes na Força Aérea a fim de serem explorados e realizaram-se ensaios em voo para determinar as frequências perturbadoras em voo de cruzeiro.

Com a determinação das frequências perturbadoras, foi possível realizar-se um estudo de transmissibilidade e determinar as características dos apoios da câmara de filmar a fim de minimizar as vibrações transmitidas para a câmara.

Por fim, exploraram-se alguns materiais que podem ser utilizados na construção de apoios de forma a amortecer as vibrações na câmara e propôs-se soluções para um estudo futuro.

Palavras-chave: UAV, Materiais compósitos, Elementos finitos, Identificação modal, FRF, Transmissibilidade

Abstract

The use of unmanned aerial vehicles has increased with technological development and has benefitted from the increased use of lighter and stronger materials, such as composite materials. This new aircraft topology has eliminated many of the limitations caused by the human factor, which means that it is a very attractive type of aircraft for the military forces. Thus, the Portuguese Air Force has been developing several unmanned aircrafts and, as a consequence, it was necessary to do the dynamic behaviour characterization of the aircrafts. This necessity arose from an excess of vibration in a camera installed in one of the aircrafts. So, if the dynamic behaviour of a structure is known, it is possible to determine and control its modal parameters and prevent the appearance of resonances in the desired operating regimes adjusting the model of the aircraft to reduce the vibration transmissibility.

In the present study, a modal analysis in finite elements was performed in the Alpha-Extended platform that was performed in the Portuguese Air Force Aeronautical Laboratory and also an experimental modal identification to identify the natural frequencies of the different parts of the aircraft in order to determine and check the best place to install the camera. In addition, all the process used, experimental as well as in finite elements, can be used as a future methodology in the development of new platforms facilitating the choice of the location of various components. As a form of validation and simplification of the analysis process, the methodology was tested first in simpler structures by comparing experimental results with theoretical ones. In the analysis, some software from the Portuguese Air Force was used in order to be explored. Furthermore, it was necessary to perform flight tests to determine the disturbing frequencies during cruise flight. With the determination of the disturbing frequencies, a study of transmission could be carried out in order to determine the characteristics of the camera support to minimize vibrations transmitted to the camera. Finally, a research was done to find materials that can be used in the camera supports to absorb vibrations and solutions for future studies about vibration isolation were proposed.

Keywords: UAV, Composite Materials, Finite Elements, Modal Identification, FRF, Transmissibility

Índice

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Lista de Símbolos e Abreviaturas	xvii

1	Introdução.....	1
1.1	Enquadramento	2
1.2	Objetivos	2
1.3	Estrutura da Tese	4
2	Fundamentos de Análise Modal	5
2.1	Fundamentos Teóricos de Análise Modal	5
2.1.1	Vibrações livres de sistemas de um grau de liberdade	5
2.1.2	Vibrações livres de um sistema com vários graus de liberdade	8
2.2	Método dos Elementos finitos.....	9
2.2.1	Elemento Finito Linear Quadrado.....	10
2.2.2	Princípio dos trabalhos virtuais.....	12
2.2.3	Elemento Finito Quadrilátero com Geometria Variável	13
2.3	Análise Modal Experimental	16
2.3.1	Transformadas de Fourier	16
2.3.2	Funções de Resposta em Frequência.....	17
2.3.3	Processo de Aquisição e Processamento de Dados	18
2.3.4	Conversão analógico para digital	20
3	Aplicação da Análise Modal.....	23
3.1	Modelação em Elementos Finitos.....	23
3.2	Elementos	24
3.2.1	SHELL281	25
3.2.2	COMBIN14	25
3.2.3	MASS21	26
3.3	Cadeia de Medição	26
3.3.1	PROSIG.....	27
3.4	Estruturas de Teste	29
4	UAV Alpha Extended	33
4.1	Características do Alpha-Extended	34
4.2	Análise Modal Computacional	36
4.2.1	Constrangimentos e Malha.....	37
4.2.2	Resultados.....	42
4.3	Análise Modal Experimental	44
4.3.1	Pontos de Medição e Excitação da Estrutura	44
4.3.2	Resultados e Discussão	48

4.4	Cancelamento de massas	61
5	Isolamento de vibrações	63
5.1	Ensaio em Voo.....	63
5.2	Propriedades dos Apoios da Câmara de Filmar.....	65
5.3	Seleção de Apoios.....	68
5.3.1	Procedimento Experimental	68
5.3.2	Estudo de Mercado	71
5.4	Métodos para diminuir as vibrações na câmara	73
6	Conclusões e Recomendações	75
6.1	Conclusões	75
6.2	Recomendações.....	77
6.3	Trabalhos Futuros.....	77
	Referências Bibliográficas	79
	Anexos	84

Lista de Figuras

Figura 1 - Elementos de um sistema vibratório [10]	5
Figura 2 - Elemento finito quadrado de quatro nós [13]	10
Figura 3 - Elemento finito quadrado de oito nós [13]	10
Figura 4 - Elemento finito quadrilátero de quatro nós com geometria arbitrária [13]	13
Figura 5 - Substituição das variáveis [13]	13
Figura 6 - Esquema representativo de uma cadeia de medição	18
Figura 7 - Fenómeno de <i>aliasing</i> [24]	20
Figura 8 - Janela de <i>Hanning</i> [25]	21
Figura 9 - Elemento linear, linear deformado, quadrático e triangular [27]	23
Figura 10 - Ligação entre elementos quadráticos e lineares [27]	24
Figura 11 - Elemento SHELL281 [29]	25
Figura 12 - Elemento Combin14 [29]	25
Figura 13 - Esquema da cadeia de medição	26
Figura 14 - Cadeia de medição utilizada	27
Figura 15 - Ligação do transdutor e do acelerómetro ao Alpha-Extended	27
Figura 16 - <i>PROSIG</i> P8004 [30]	28
Figura 17 - Esquema para obtenção das FFT's	28
Figura 18 - Esquema para obtenção das FRF's	28
Figura 19 - Pontos de medição na ET1	30
Figura 20 - Pontos de medição na ET2	30
Figura 21 - Local de instalação da câmara no Alpha-Extended	33
Figura 22 - Partes do Alpha-Extended sujeitas a estudo	33
Figura 23 - Titan ZG26SC [32]	34
Figura 24 - Interior do compartimento de combustível	36
Figura 25 - Servo elétrico do estabilizador horizontal	36
Figura 26 - Elementos distorcidos e degenerados no para-fogo	37
Figura 27 - Elementos distorcidos e degenerados no estabilizador vertical	37
Figura 28 - Elementos distorcidos na nervura da asa	38
Figura 29 - Malha da asa parametrizada	38
Figura 30 - Superfícies móveis de difícil modelação	38
Figura 31 - Elementos distorcidos na ligação fusão-estabilizador vertical	39
Figura 32 - Malha do fusão de ligação parametrizada	39
Figura 33 - Superfícies móveis de difícil modelação	39
Figura 34 - Elementos distorcidos e degenerados na nervura do estabilizador horizontal	40
Figura 35 - Malha do estabilizador horizontal parametrizada	40
Figura 36 - Superfícies móveis de difícil modelação	40

Figura 37 – Elementos distorcidos na ligação fusos-asa	40
Figura 38 - Malha do corpo central parametrizada	41
Figura 39 – Complexidade geométrica nos fusos de ligação à asa	41
Figura 40 – Malha do Alpha-Extended parametrizada	41
Figura 41 – Alpha-Extended completo sem motor e aviónicos	41
Figura 42 – UAV completo com motor e aviónicos	42
Figura 43 - Ligação do vibrador à asa	44
Figura 44 – Pontos de medição na asa	44
Figura 45 - Ligação do vibrador ao fusos de ligação	45
Figura 46 – Pontos de medição no fusos de ligação	45
Figura 47 - Ligação do vibrador ao estabilizador horizontal	45
Figura 48 – Pontos de medição no estabilizador horizontal	45
Figura 49 – Ligação do vibrador ao corpo central do Alpha-Extended	46
Figura 50 – Pontos de medição no corpo central do Alpha-Extended	46
Figura 51 – Ligação do vibrador ao Alpha-Extended sem motor e aviónicos	46
Figura 52 – Pontos de medição no Alpha-Extended sem motor e aviónicos	46
Figura 53 – Ligação do vibrador ao Alpha-Extended com motor e aviónicos	47
Figura 54 – Pontos de medição no Alpha-Extended com motor e aviónicos	47
Figura 55 - Novos locais de medição na asa	49
Figura 56 - FRF obtida no ponto 3 (ponta da asa)	49
Figura 57 – Modo de vibração da asa (flexão)	49
Figura 58 - Novos locais de medição no fusos de ligação	50
Figura 59 - Novos locais de medição no estabilizador horizontal	52
Figura 60 - Novos locais de medição no corpo central do UAV	53
Figura 61 - FRF obtida na ponta da asa do Alpha-Extended	59
Figura 62 - FRF obtida no local de instalação da câmara de filmar	60
Figura 63 - FRF obtida no nariz do Alpha-Extended	60
Figura 64 - MSR165	63
Figura 65 - Montagem do MSR165	63
Figura 66 – Calhas de alumínio para apoio da câmara de filmar	64
Figura 67 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 1 segundo o eixo y	64
Figura 68 - Valores de transmissibilidade para diferentes valores de amortecimento [47]	66
Figura 69 - Tase 150 [39]	67
Figura 70 - Gobi 384 [49]	67
Figura 71 - JAI AD-080 [50]	67
Figura 72 - Comparador analógico Mitutoyo	69
Figura 73 - Apoios testados	69
Figura 74 - Comparador no ensaio experimental	69
Figura 75 - Força vs deslocamento dos apoios 1	70
Figura 76 - Força vs deslocamento dos apoios 2	70

Figura 77 - Força vs deslocamento dos apoios 3	70
Figura 78 – Espuma Hanenite [51].....	72
Figura 79 - Sistema com um grau de liberdade com um absorvedor dinâmico passivo [52]	73
Figura 80 – Amplitude de vibração da massa principal com e sem absorvedor e com absorvedor otimizado [52]	73
Figura 81 - Sistema primário com um absorvedor dinâmico ativo [52]	74
Figura 82 - Absorvedor dinâmico adaptativo [52].....	74
Figura A.1 - FRF obtida no ponto 1.....	A-1
Figura A.2 - FRF obtida no ponto 2.....	A-1
Figura A.3 - FRF obtida no ponto 3.....	A-2
Figura A.4 - FRF obtida no ponto 4.....	A-2
Figura A.5 - FRF obtida no ponto 5.....	A-2
Figura A.6 –FRF obtida na medição no ponto 1 na vertical.....	A-3
Figura A.7 –FRF obtida na medição no ponto 1 na horizontal.....	A-3
Figura A.8 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	A-3
Figura A.9 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	A-3
Figura A.10 –FRF obtida na medição no ponto 4.....	A-3
Figura A.11 –FRF obtida na medição no ponto 5.....	A-3
Figura B.1 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	B-3
Figura B.2 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	B-3
Figura B.3 –FRF obtida na medição no ponto 4.....	B-3
Figura B.4 –FRF obtida na medição no ponto 1.....	B-3
Figura B.5 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	B-3
Figura B.6 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	B-3
Figura B.7 –FRF obtida na medição no ponto 1.....	B-3
Figura B.8 –FRF obtida na medição no ponto 1.....	B-3
Figura B.9 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	B-3
Figura B.10 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	B-4
Figura B.11 –FRF obtida na medição no ponto 1.....	B-4
Figura B.12 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	B-4
Figura B.13 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	B-4
Figura B.14 –FRF obtida na medição no ponto 4.....	B-4
Figura B.15 –FRF obtida na medição no ponto 3'.....	B-4
Figura B.16 –FRF obtida na medição no ponto 5.....	B-4
Figura B.17 –FRF obtida na medição no ponto 4'.....	B-4
Figura B.18 –FRF obtida na medição no ponto 2'.....	B-4
Figura B.19 –FRF obtida na medição no ponto 1'.....	B-5
Figura B.20 –FRF obtida na medição no ponto 19.....	B-5
Figura B.21 –FRF obtida na medição no ponto 10.....	B-5
Figura B.22 –FRF obtida na medição no ponto 17.....	B-5

Figura B.23 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	B-5
Figura B.24 –FRF obtida na medição no ponto 14.....	B-5
Figura B.25 –FRF obtida na medição no ponto 15.....	B-5
Figura B.26 –FRF obtida na medição no ponto 16.....	B-5
Figura B.27 –FRF obtida na medição no ponto 12.....	B-5
Figura B.28 –FRF obtida na medição no ponto 13.....	B-6
Figura B.29 –FRF obtida na medição no ponto 11.....	B-6
Figura B.30 –FRF obtida na medição no ponto 6.....	B-6
Figura B.31 –FRF obtida na medição no ponto 7.....	B-6
Figura B.32 –FRF obtida na medição no ponto 8.....	B-6
Figura B.33 –FRF obtida na medição no ponto 9.....	B-6
Figura B.34 –FRF obtida na medição no ponto 4.....	B-6
Figura B.35 –FRF obtida na medição no ponto 5.....	B-6
Figura B.36 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	B-6
Figura B.37 –FRF obtida na medição no ponto 18.....	B-6
Figura B.38 –FRF obtida na medição no ponto 1.....	B-7
Figura B.39 –FRF obtida na medição no ponto 5.....	B-7
Figura B.40 –FRF obtida na medição no ponto 9.....	B-7
Figura B.41 –FRF obtida na medição no ponto 1.....	B-7
Figura B.42 –FRF obtida na medição no ponto 4.....	B-7
Figura B.43 –FRF obtida na medição no ponto 3.....	B-7
Figura B.44 –FRF obtida na medição no ponto 2.....	B-7
Figura B.45 –FRF obtida na medição no ponto 13.....	B-7
Figura B.46 –FRF obtida na medição no ponto 6.....	B-7
Figura B.47 –FRF obtida na medição no ponto 7.....	B-8
Figura B.48 –FRF obtida na medição no ponto 12.....	B-8
Figura B.49 –FRF obtida na medição no ponto 10.....	B-8
Figura B.50 –FRF obtida na medição no ponto 11.....	B-8
Figura B.51 –FRF obtida na medição no ponto 14.....	B-8
Figura B.52 –FRF obtida na medição no ponto 8.....	B-8
Figura B.53 –FRF obtida na medição no ponto 15.....	B-8
Figura B.54 –FRF obtida na medição no ponto 16.....	B-8
Figura E.1 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 1 segundo o eixo x.....	E-1
Figura E.2 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 1 segundo o eixo z.....	E-1
Figura E.3 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 2 segundo o eixo x.....	E-1
Figura E.4 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 2 segundo o eixo y.....	E-1
Figura E.5 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 2 segundo o eixo z.....	E-1
Figura E.6 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 3 segundo o eixo x.....	E-1
Figura E.7 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 3 segundo o eixo y.....	E-1
Figura E.8 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 3 segundo o eixo z.....	E-1

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Parâmetros definidos no <i>PROSIG</i> para aquisição de dados	28
Tabela 2 - Comparação de resultados da ET1	30
Tabela 3 - Frequências naturais medidas nos 6 pontos com a estrutura na horizontal em comparação com as obtidas em <i>ANSYS</i>	31
Tabela 4 – Característica da plataforma Alpha Extended	34
Tabela 5 – Propriedades dos materiais que constituem o Alpha-Extended.....	35
Tabela 6 – Modos de vibração do Alpha-Extended com motor e aviônicos	42
Tabela 7 - Comparação entre as frequências naturais obtidas nos quatro pontos da asa e do <i>ANSYS</i>	48
Tabela 8 - Comparação entre as frequências naturais do fusão de ligação experimentais e do <i>ANSYS</i>	51
Tabela 9 - Comparação entre as frequências naturais do estabilizador horizontal experimentais e do <i>ANSYS</i>	52
Tabela 10 - Comparação entre as frequências naturais mais baixas do corpo central e do <i>ANSYS</i>	54
Tabela 11 – Numeração dos componentes do Alpha-Extended.....	55
Tabela 12 – Comparação entre os modos de vibração experimentais do Alpha-Extended sem motor e aviônicos e em elementos finitos	55
Tabela 13 - Comparação entre as frequências naturais do Alpha-Extended com motor e aviônicos obtidas experimentalmente e em elementos finitos	56
Tabela 14 – Comparação entre os modos de vibração experimentais do Alpha-Extended com motor e aviônicos e em elementos finitos	58
Tabela 15 – Comparação das frequências relativas à asa	59
Tabela 16 - Resultados obtidos na referência bibliográfica (LEMLER, [8]).....	60
Tabela 17 - Resultados obtidos na referência bibliográfica (SAHIN, [9]).....	60
Tabela 18 – Comparação entre as frequências obtidas pelas rpm do motor e as medidas pelo MSR165.	64
Tabela 19 - Propriedades a utilizar na escolha dos apoios.....	67
Tabela 20 – Valores máximos de rigidez para os apoios em cada câmara.....	68
Tabela 21 - Valores de carregamento e respetivo deslocamento nos apoios	69
Tabela 22 - Valores de rigidez para os apoios em cada câmara	70
Tabela 23 - Valores de rigidez para diferentes materiais.....	72
Tabela A.1 - Modos de vibração da ET1.....	A-1
Tabela A.2 - Modos de vibração da ET2.....	A-2
Tabela B.1 – Materiais que compõem o Alpha-Extended.....	B-1
Tabela C.1 – Modos naturais do Alpha-Extended completo obtidos no <i>ANSYS</i>	C-1
Tabela D.1 - Comparação entre as frequências naturais do corpo central e do <i>ANSYS</i>	D-1
Tabela D.2 - Comparação entre as frequências naturais do corpo central e do <i>ANSYS</i>	D-1
Tabela D.3 - Comparação entre as frequências naturais da asa do UAV sem motor e aviônicos e do <i>ANSYS</i>	D-2

Tabela D.4 - Comparação entre as frequências naturais do corpo central do UAV sem motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-2
Tabela D.5 - Comparação entre as frequências naturais do fuso de ligação do UAV sem motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-3
Tabela D.6 - Comparação entre as frequências naturais do estabilizador horizontal do UAV sem motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-3
Tabela D.7 - Comparação entre as frequências naturais do estabilizador vertical do UAV sem motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-4
Tabela D.8 - Comparação entre as frequências naturais do trem traseiro do UAV sem motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-4
Tabela D.9 - Comparação entre as frequências naturais do corpo central do UAV com motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-5
Tabela D.10 - Comparação entre as frequências naturais da asa do UAV com motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-5
Tabela D.11 - Comparação entre as frequências naturais da cauda do UAV com motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-6
Tabela D.12 - Comparação entre as frequências naturais do fuso de ligação do UAV com motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-6
Tabela D.13 - Comparação entre as frequências naturais do nariz e trem do UAV com motor e aviônicos e do ANSYS.....	D-7

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Acrónimos

A/D	Analógico-digital
AFA	Academia da Força Aérea
DFT	Discrete Fourier Transform
ET1	Estrutura de teste 1
ET2	Estrutura de teste 2
FAP	Força Aérea Portuguesa
FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
FFT	Fast Fourier Transform
FRF	Frequency Response Function
Hz	Hertz
IEPE	Integrated Electronic Piezoelectric
ICP	Integrated Circuit Piezoelectric
MEF	Método dos Elementos Finitos
NATO	North Atlantic Treaty Organization
PITVANT	Projeto de Investigação e Tecnologia em Veículos Aéreos não Tripulados
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais
UAV	Unmanned Aerial Vehicle

Símbolos

a	Coordenadas nodais (deslocamento)
A	Área da secção
a	Coordenadas nodais (aceleração)
a_n, b_n	Coefficientes da série de Fourier
c	Amortecimento
C	Matriz de amortecimento
c_c	Constante de amortecimento crítico
c_n	Coefficientes da série de Fourier complexa
C_v	Coefficientes de amortecimento
C_1, C_2	Constantes genéricas
D	Matriz elasticidade
e	Exponencial
E	Módulo de Elasticidade
f	Frequência
$F, f(t)$	Força
g	Aceleração gravítica
G	Módulo de elasticidade transversal

h	Espessura do elemento
H	Função de resposta em frequência genérica
i	Unidade imaginária, $i=-1$
i, n, r, s	Índices de identificação de coordenadas genéricas
I	Matriz identidade
J	Jacobiano
k	Rigidez
K	Matriz de rigidez
L	Comprimento do elemento; matriz que representa um operador diferencial linear
m	Massa
M	Matriz de massa
N	Número de equações homogêneas; funções de forma
N_{cn}	Transformada de Fourier discreta
p_b	Vetor de forças volumétricas
q	Coordenadas modais
r	Razão de frequências
s	Variável de Laplace; valores nodais
t	Tempo
T	Período, matriz transformação
u	Coordenadas locais (deslocamento)
u	Coordenadas locais (aceleração)
V	Volume
x	Deslocamento na direção x
$\dot{x}$	Velocidade na direção x
$\ddot{x}$	Aceleração na direção x
X	Vetor deslocamento
y, Y	Coordenada de deslocamento da base de um sistema massa-mola
δU_e	Energia de extensão virtual das tensões internas
δW_e	Trabalho virtual das ações externas no elemento
γ	Distorções angulares
ε	Extensão (deformação)
λ	Valores próprios complexos
ξ	Fator de amortecimento viscoso
ρ	Densidade
σ	Vetor tensão
ν	Coeficiente de Poisson
ϕ	Elemento do vetor de forma; ângulo de fase
ψ_r	Vetor próprio do modo r
ω	Frequência
ω_n	Frequência natural

F Transformada de Fourier

1 Introdução

Os *unmanned aerial vehicles* (UAV's) são um tipo de aeronave que tem vindo a ser cada vez mais utilizadas, tanto a nível militar como civil, devido à sua versatilidade em termos de configuração (aviões, *drones*, balões ou dirigíveis e helicópteros), capacidade e tipo de operação.

A grande diferença destas aeronaves é o facto de serem não tripuladas, o que elimina grande parte das limitações que o fator humano acarreta, como por exemplo, com o limite de g ou a temperatura. De facto, o Departamento de Defesa dos Estados Unidos classifica-os como veículos aéreos com propulsão própria e que não possuem uma cabine de pilotagem. Podem voar autonomamente ou por controlo remoto [1].

Ao longo do tempo, estes aparelhos foram demonstrando a sua capacidade em operar em diferentes cenários, tendo sido utilizados para fazer reconhecimento, ataque, apoio a combate e definição de alvos. Para além disso, no mundo civil têm sido utilizados na busca e salvamento, no mapeamento, na prevenção de fogos, nas comunicações, na monitorização ambiental e de tráfego, em filmagens, na agricultura, entre outros [2].

Existe uma gama de aplicações de tal forma variada que se torna quase impossível referir todas as áreas de aplicação deste tipo de aeronave. Para além de se conseguir operar em zonas onde não é possível a presença humana, também se consegue operar em zonas de vigilância prolongada não se sendo afetado pelo cansaço inerente dos pilotos e eliminando-se o risco de morte do piloto por abate da aeronave.

Outro fator que permitiu o grande desenvolvimento dos UAV's foi a exploração de materiais compósitos que têm vindo a ser utilizados na aviação desde 1960 [3]. Com a utilização deste tipo de material, consegue-se obter componentes mais leves (importância do peso numa aeronave) e mais resistentes (mais capazes de suportar esforços) o que torna as aeronaves mais manobráveis e com maior capacidade de carga.

Desta forma, a Força Aérea Portuguesa (FAP), sentiu a necessidade de explorar o leque de capacidades que este tipo de aeronave oferece e criou, em 2008, o Projeto de Investigação e Tecnologia em Veículos Aéreos Não-Tripulados (PITVANT) que tem sido desenvolvido no Laboratório de Aeronáutica (LABAER).

Ao longo dos últimos anos, têm sido desenvolvidas diferentes plataformas para diferentes tipos de missões, sendo que numa delas, a plataforma Alpha, era necessário utilizar uma câmara de filmar para a realização da missão de vigilância. A instalação de uma câmara desde cedo levantou problemas, pois as vibrações transmitidas pela estrutura faziam com que as imagens obtidas se apresentassem desfocadas, sendo tanto maior a desfocagem quanto maior o zoom da câmara. Com o desenvolvimento de uma nova plataforma, o Alpha-Extended, pretendeu-se evitar os problemas associados à transmissão das vibrações para a câmara de filmar.

Neste sentido, sentiu-se a necessidade de criar uma metodologia que permitisse, em plataformas futuras, não só solucionar a localização da instalação da câmara como também a escolha dos apoios a utilizar de forma a reduzir as vibrações transmitidas.

1.1 Enquadramento

Desde 2008, que tem sido desenvolvido no LABAER o PITVANT.

Com este projeto pretende-se conciliar a experiência e o *know-how* da Academia da Força Aérea (AFA) com o da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP) e de outras instituições que nele colaboram [4].

Tem como objetivo desenvolver tecnologias, doutrinas, formação e treino, inerentes à nova valência do poder aéreo do século XXI, valência essa que a Força Aérea, à semelhança das suas congéneres da NATO e não só, terá necessidade de vir a implementar para melhor poder cumprir a missão que estatutariamente lhe está cometida [4].

A base do projeto encontra-se na Academia da Força Aérea em Sintra e é no Centro de Formação Militar e Técnica, na Ota, que se testa o que se vem desenvolvendo. A partir de 2012 também se começaram a realizar operações fora da Ota, nomeadamente voos sobre o mar, a partir do Aeródromo de Santa-Cruz.

Os UAV's da Força Aérea Portuguesa, por enquanto, fazem a descolagem controlada e só depois de estarem no ar, passam a voo autónomo. Fazem a missão programada e depois, para a aterragem, o controlo é passado novamente para o piloto [5].

A mais recente plataforma desenvolvida no âmbito PITVANT é o Alpha-Extended que já conta com 5 exemplares (alguns dos quais ainda em fase de construção e instalação de componentes aviónicos). Cada aeronave terá uma missão específica, o que se concretiza com ligeiras alterações à geometria do UAV, nomeadamente no tamanho dos depósitos de combustível. Para além disso, uma das aeronaves está equipada com um motor elétrico, sendo que as outras apresentam motores a combustão.

Um dos pontos fulcrais destes UAV's é que sejam capazes de realizar filmagens durante o voo. Assim, com a experiência adquirida em plataformas anteriores (Alpha), onde foram testadas diferentes posições para a colocação da câmara, concluiu-se que as vibrações durante o voo afetavam em demasia a qualidade da imagem, principalmente na câmara Tase e nas GoPro's, com maior severidade no nariz do UAV. Para evitar a degradação da imagem, a instalação da câmara no Alpha-Extended foi projetada na barriga do UAV.

Apesar de na plataforma Alpha-Extended já não ser possível alterar a localização da câmara, é importante realizar-se uma caracterização dinâmica da estrutura, identificarem-se problemas nessa fase de caracterização, propor soluções e alternativas, para que se crie uma metodologia de projeto que possa ser utilizada em futuras construções.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é o de realizar uma caracterização dinâmica da plataforma Alpha-Extended por forma a estabelecer uma metodologia que permita obter um modelo dinâmico que possa ser utilizado na avaliação dos efeitos de uma alteração à estrutura. Isto é, pretende-se definir uma metodologia para a obtenção de um modelo dinâmico, identificando e solucionando as dificuldades do processo, de forma a que se possa utilizar em projetos futuros. Assim, para a

plataforma Alpha-Extended, com este trabalho pretende-se realizar uma caracterização dinâmica para que se conheçam as consequências de possíveis alterações à sua estrutura através da instalação de componentes.

A caracterização dinâmica, que passa pela identificação e caracterização dos modos de vibração natural da plataforma Alpha-Extended, ao ser realizada através de uma análise em elementos finitos e de ensaios experimentais, permite compreender o comportamento dinâmico da estrutura e analisar a zona de instalação da câmara. Com ensaios em voo, é possível determinar as frequências a que a câmara estará sujeita e assim, em comparação com a análise modal, verificar se existe excitação de alguma frequência natural. Por fim, deseja-se dimensionar os apoios da câmara de forma a minimizar a transmissão de vibrações.

Para além destes objetivos principais, também foi proposto que se explorasse o *PROSIG*, que é um equipamento de recolha e análise de vibrações existente na Força Aérea. Atualmente, não se conhecem as limitações e capacidades deste equipamento em termos de análise modal e seria uma mais valia para a instituição começar a incluí-lo em projetos que exijam análises de vibrações.

Assim, para a concretização destes objetivos, definiram-se as seguintes etapas:

- Análise Modal Experimental e Modelação numérica utilizando o método dos elementos finitos (em *ANSYS*) para determinação das frequências naturais e modos de vibração;
- Ajuste do modelo da modelação numérica de forma a gerar os resultados de acordo com a análise modal experimental e identificar os problemas encontrados na modelação;
- Utilizando os dados das etapas anteriores, identificar a localização adequada para instalação da câmara de vídeo em termos de transmissão de vibrações;
- Realização de ensaios em voo para se identificarem as frequências que são transmitidas à câmara durante a fase de voo de cruzeiro;
- Com base nos resultados dos ensaios em voo, realizar cálculos de transmissibilidade de forma a projetarem-se os apoios para a câmara de filmar.

Para a escolha da metodologia, foram analisadas as metodologias adotadas noutras análises dinâmicas realizadas em aeronaves (mais precisamente em UAV's) e os problemas encontrados. Para além disso, os resultados obtidos noutros UAV's podem servir de comparação com os que se obtiveram no UAV Alpha-Extended.

Desta forma, verifica-se que existem outros trabalhos de análise dinâmica de UAV's realizados por Simsiriwong (2012, [6]), Insuyu (2010, [7]), Lemler [8] e Sahin (2010, [9]) em que na maioria dos casos não se utiliza software para uma análise modal prévia em elementos finitos, visto as aeronaves já estarem construídas e faltarem certezas na definição e caracterização dos materiais constituintes. Por outro lado, em todos os casos foi realizada uma análise dinâmica de corpo livre, ora nas asas dos UAV's ora na aeronave completa, de forma a poder caracterizar as frequências naturais do UAV (torção, flexão). Baseavam-se na escolha estratégica de vários pontos de medição ao longo da estrutura e na utilização de software de processamento de dados para se obter as frequências naturais. Relativamente aos resultados, serão úteis na comparação com os obtidos neste projeto.

1.3 Estrutura da Tese

O presente trabalho está organizado em seis capítulos. No capítulo 1, procede-se à introdução do tema e ao enquadramento do problema, assim como à definição dos objetivos e das etapas estabelecidas para os atingir. No segundo capítulo aborda-se os fundamentos de análise modal teórica e experimental. No terceiro capítulo retrata-se a aplicação dos conceitos de análise modal referidos no capítulo dois. Desta forma, explica-se a metodologia utilizada na modelação teórica e ainda a cadeia de medição utilizada na análise modal experimental. No capítulo quatro, incide-se sobre o objeto principal de estudo, o UAV Alpha-Extended. Faz-se uma descrição da estrutura, da simulação em elementos finitos do UAV e das dificuldades encontradas. Refere-se o procedimento experimental, primeiro em partes do UAV e depois no seu todo e por fim compara-se e discute-se os resultados obtidos. No quinto capítulo faz-se a caracterização dos apoios a utilizar para cada câmara com base na teoria de transmissibilidade. Por fim, no último capítulo apresentam-se as conclusões e recomendações deste trabalho, e propõem-se trabalhos futuros como continuação deste trabalho.

2 Fundamentos de Análise Modal

2.1 Fundamentos Teóricos de Análise Modal

As vibrações caracterizam-se pelo movimento oscilatório (em equilíbrio) de um corpo em torno de um ponto fixo. Em equilíbrio porque apesar de haver oscilação o vetor soma de todas as forças a atuar no sistema em qualquer instante é zero e, se assim não fosse, existiria um movimento de translação. Este movimento oscilatório pode ser representado na forma de uma onda, isto é, através da forma do sinal de vibração representado ao longo do tempo.

Existem diferentes tipos de vibração que podem ser caracterizadas da seguinte forma [10]:

- Vibração periódica - Movimento típico de máquinas rotativas e repete-se no tempo;
- Vibração aleatória - Movimento oscilatório que não se consegue prever no tempo;
- Vibração transiente - Movimento temporário e de curta duração, resultando tipicamente de ressonâncias estruturais ou choques.

Cada estrutura pode ser representada através de um sistema mecânico que apresenta características de rigidez e de massa diferentes, sendo que existem várias frequências naturais associadas a cada estrutura. A frequência natural corresponde à frequência que o sistema vai vibrar quando sujeito a uma força de excitação à mesma frequência, isto é, quando uma ação externa é aplicada numa estrutura, esta vai vibrar nas suas frequências com amplitudes exageradamente grandes sem que a amplitude da força excitadora tenha aumentado.

O conhecimento das frequências naturais é importante pois quando um corpo é sujeito a forças dinâmicas com frequência igual ou semelhante à sua frequência de vibração, a amplitude de vibração é aumentada, dizendo-se que o corpo entra em ressonância [10].

2.1.1 Vibrações de sistemas de um grau de liberdade

A representação de uma estrutura através do seu sistema mecânico faz-se através das suas propriedades que são a massa (m), a rigidez (k) e o amortecimento (c).

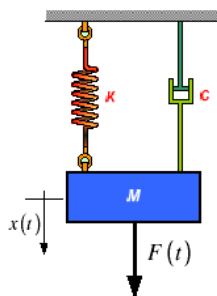


Figura 1 - Elementos de um sistema vibratório [10]

A figura 1 representa o modelo de um sistema mecânico de um grau de liberdade com massa, rigidez

e amortecimento. A massa, num sistema mecânico, refere-se a qualquer componente ou corpo dentro do sistema que se pode movimentar, sendo levado a esse movimento recorrendo a uma força [10].

A constante da mola (k) de cada sistema massa/mola determina quanto é que a massa se desloca em resposta a uma força, contribuindo desta forma, para a dinâmica global do sistema [10]. Assim, a rigidez é a parte do sistema que tem a função de “mola” e a sua constante k , em unidades de força por deslocamento, caracteriza-se pela capacidade de restituição da mola a uma força aplicada.

$$k = \frac{F[N]}{x[m]} \quad (1)$$

Ao processo de dissipação de energia que leva a massa até ao repouso chama-se amortecimento que pode ser de fricção, viscoso ou de histerese.

Relativamente ao amortecimento de fricção, ocorre quando duas superfícies deslizam uma sobre a outra, provocando libertação de calor, devido ao atrito existente. Quanto ao amortecimento viscoso resulta da força de resistência de um corpo mergulhado num fluido. Assim, quanto mais viscoso e mais espesso for o meio maior será o amortecimento. O mesmo acontece para velocidades e corpos maiores.

O amortecimento de histerese, ou amortecimento estrutural, diz respeito à fricção interna em materiais sólidos (particularmente metais). É um tipo de fricção devida ao escorregamento dos planos internos do material quando sujeito a determinadas cargas.

Relativamente ao movimento da massa, este provoca reações nos apoios em oposição ao movimento com uma força proporcional ao deslocamento (kx – força elástica) e amortecimento com uma força proporcional à velocidade ($c\dot{x}$ – amortecimento viscoso).

O seu movimento para um grau de liberdade pode ser descrito através de uma equação de movimento, que na sua forma homogénea, isto é, considerando a vibração livre da estrutura sem forças aplicadas é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2)$$

Com solução do tipo:

$$x(t) = X e^{st} \quad (3)$$

Com s como sendo a variável de Laplace (quantidade complexa a ser determinada).

Substituindo na equação homogénea obtém-se a chamada de equação característica com duas raízes dadas por:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (4)$$

Verifica-se que as raízes da equação podem originar 3 situações:

- O domínio das forças dissipativas com $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$, em que as raízes são ambas reais. Diz-se que o sistema é sobreamortecido;
- O domínio das forças inerciais com $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$, em que as raízes são complexas conjugadas. Diz-se que o sistema é subamortecido;
- Forças inerciais semelhantes às dissipativas $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$ em que existem duas raízes reais iguais. Diz-se que o sistema é criticamente amortecido.

Assim, a solução geral da equação homogénea é dada por:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \quad (5)$$

Com C_1 e C_2 como constantes determinadas pelas condições iniciais impostas no sistema em $t=0$.

Utilizando o caso hipotético de não haver amortecimento, a equação 2 fica:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (6)$$

Considere-se o tipo de vibração mais simples (vibração harmónica ou movimento sinusoidal) descrito por:

$$x(t) = X \sin(\omega t + \alpha) \quad (7)$$

Onde

$$\omega = 2\pi f \quad (8)$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (9)$$

ω corresponde à velocidade angular em rad/s e f à frequência em Hz. X corresponde à amplitude, α é o ângulo de fase em radianos e T é o período.

A amplitude pode ser medida em diferentes unidades além do deslocamento e permite verificar a severidade da vibração. As medidas de amplitude obtidas diretamente da representação gráfica são designadas de amplitude pico (distância máxima da massa a partir da posição neutral) e de amplitude pico-a-pico que corresponde à distância máxima percorrida de um extremo ao outro.

Por sua vez, o ângulo de fase permite medir o movimento em relação a um referencial, o que possibilita comparar sinais. O ângulo de fase é usado em análises de vários tipos de problemas, na determinação dos modos de vibração de um aparelho e na distinção de componentes à mesma rotação.

Pegando na equação que descreve o movimento sinusoidal, tem-se que a sua primeira derivada em relação ao tempo corresponde à velocidade e a segunda derivada à aceleração.

Desta forma, a relação entre a aceleração e o deslocamento é

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t) \quad (10)$$

Relacionando a equação 6 com a 10 obtém-se

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (11)$$

Sendo esta a frequência natural de um sistema, pois é obtida apenas pelas propriedades rigidez e massa.

Apesar de na realidade não existirem vibrações sem amortecimento, tal facto não desvaloriza a frequência natural teórica que se pode determinar. Mesmo não entrando com o amortecimento na frequência teórica, os sistemas vibram a uma frequência muito próxima desta.

Para se definir a fronteira entre um sistema subamortecido e um sistema sobreamortecido utiliza-se o parâmetro denominado coeficiente de amortecimento crítico.

Definindo uma quantidade adimensional ξ como a razão de amortecimento,

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (12)$$

as raízes da equação característica são dadas por:

$$s_{1,2} = -\omega_n \xi \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (13)$$

Se

- $\xi > 1$ o sistema é sobreamortecido;
- $\xi = 1$ o sistema é criticamente amortecido;
- $\xi < 1$ o sistema é subamortecido com raízes complexas conjugadas.

2.1.2 Vibrações de sistemas com vários graus de liberdade

Quando se analisa sistemas com mais de um grau de liberdade, nas equações de movimento, em vez de as propriedades do sistema, a massa, o amortecimento e a rigidez, aparecerem como uma só variável, estas propriedades passam a ser representadas por matrizes de forma a representarem todas as massas, molas e amortecedores.

Quando um sistema subamortecido é sujeito a uma perturbação inicial e, posteriormente, é deixado livremente para se mover, vai oscilar em torno de uma posição de equilíbrio. Este movimento pode ser descrito como o seu próprio modo de vibração natural. Dinamicamente, o sistema foi totalmente caracterizado através da sua frequência natural de vibração livre.

Começando por assumir que o sistema é não amortecido e considerando a solução de vibração livre tem-se que:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (14)$$

Considerando as soluções na forma:

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}\}e^{i\omega t} \quad (15)$$

Onde $\{\bar{X}\}$ é um vetor Nx1 (N é o número de equações homogêneas).

Substituindo 15 em 14 e aplicando $e^{i\omega t} \neq 0$ para qualquer instante de tempo, obtém-se:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{\bar{X}\} = \{0\} \quad (16)$$

Chega-se então a um problema de valores próprios generalizado. Multiplicando os dois lados da equação pelo inverso de $[[K] - \omega^2[M]]$ e evitando a solução trivial, para a equação 16 ter solução o inverso de $[[K] - \omega^2[M]]$ não pode existir. Para tal, é necessário que

$$\det[[K] - \omega^2[M]] = 0 \quad (17)$$

Esta é uma equação algébrica, conhecida como a equação característica do sistema, que produz N soluções possíveis (reais positivas) $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_N^2$ também conhecidas por valores próprios da equação 16 [11]. Os valores $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ são as frequências naturais do sistema não amortecido.

Se se substituir cada frequência na equação 16 e se resolver o conjunto de equações em ordem a $\{\bar{X}\}$ obtém-se N possíveis soluções em forma de vetor $\{\psi_r\}$ ($r = 1, 2, \dots, N$) conhecidos como vetores próprios dos modos de vibração do sistema, que correspondem aos valores próprios do problema [11].

Estes valores só são conhecidos em termos relativos, isto é, sabe-se a direção do vetor mas não a sua magnitude absoluta.

A solução completa de vibração livre é normalmente expressa em duas matrizes diagonais ($[\omega_r^2]$ e $[\psi_r]$) que contêm uma descrição completa das características dinâmicas de um sistema.

Portanto, estas equações constituem o que é conhecido como modelo modal, isto é, descrevem o sistema através das suas propriedades modais (frequências naturais e modos de vibração) em oposição ao modelo espacial em que o sistema é descrito pelas suas propriedades espaciais (massa, amortecimento e rigidez) [11].

Assim, em contraste com as frequências naturais que são quantidades fixas únicas, os modos de vibração são conhecidos dentro de um fator de escala indeterminado. Então, k_r e m_r , não podem ser obtidos separadamente. É a razão $\frac{k_r}{m_r} = \omega_r^2$ que apresenta um valor bem definido.

A apresentação dos vetores de forma é, por conseguinte, sempre submetida a um procedimento de dimensionamento ou normalização [11].

Tomando-se $[\phi]$ como sendo a matriz de massas modal normalizada construída a partir dos vetores de forma e utilizando as suas propriedades de ortogonalidade pode-se determinar a solução do problema de vibrações livres da equação 14. Definindo as coordenadas de transformação como:

$$\{x(t)\} = [\phi]\{q(t)\} \quad (18)$$

Onde $\{q(t)\}$ são conhecidas como as coordenadas modais ou principais e substituindo em 14 e multiplicando por $[\phi]^T$ tendo em conta as propriedades de ortogonalidade vem:

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\omega_r^2]\{q(t)\} = \{0\} \quad (19)$$

que representa um conjunto de N equações de movimento desacopladas. Note-se que se usar uma matriz modal arbitrária com uma determinada escala $[\psi]$ deve-se obter

$$[m_r]\{\ddot{q}(t)\} + [k_r]\{q(t)\} = \{0\} \quad (20)$$

Assim, através de uma simples transformação de coordenadas, o sistema com vários graus de liberdade fica transformado em N sistemas de um grau de liberdade que podem ser resolvidos separadamente.

Depois de resolver a equação 19 ou 20 em ordem a $q_i(t)$, a solução final de vibração livre, em termos de $x_i(t)$, é facilmente obtida através da transformação de coordenadas dada pela equação 18.

2.2 Método dos Elementos finitos

Ao longo do tempo, várias teorias matemáticas têm sido desenvolvidas de forma a explicar e representar adequadamente a situação física real de componentes sujeitos a esforços mecânicos. Para tal contribuíram muitos pesquisadores como Cauchy, Poisson, Navier, entre outros [12]. No entanto, a sua aplicação em casos práticos é deveras complicada, pois em casos reais, ao contrário dos teóricos, as estruturas apresentam geometria complexa, carregamentos irregulares, comportamento dos materiais diferentes, entre outros. Então, a solução é partir-se para a simplificação do problema real, de maneira a ser possível aplicar os modelos matemáticos aos casos em análise.

Porém, cada vez mais os engenheiros têm interesse em realizar análises mais precisas e aprofundadas em estruturas mais complexas, o que implica tratamentos analíticos mais elaborados com soluções teóricas extremamente difíceis de obter [12].

Assim, cria-se uma necessidade de, simplificar os próprios modelos matemáticos em si, desenvolvendo ou aplicando métodos aproximados que permitam aplicar os princípios das teorias de forma simples e precisa. Os mais utilizados são aqueles que se baseiam na divisão do meio contínuo em partes mais pequenas, como por exemplo, o Método dos Elementos Finitos (MEF). A grande vantagem deste método deve-se à sua aplicabilidade em diversas áreas e à relação direta que tem entre a estrutura real e o modelo de malha em elementos finitos, sendo a sua aplicação relativamente simples. Como foi referido anteriormente, com o MEF divide-se a estrutura em elementos mais pequenos de forma a tornar a sua análise possível. É aí que surge um dos desafios da aplicação do MEF: conseguir transformar uma estrutura em elementos de superfície ou sólidos ligados entre si formando uma malha de elementos. Assim, os modelos matemáticos já são capazes de analisar um elemento em forma de quadrado ou de triângulo, pois foi eliminada a complexidade da geometria. Ou seja, com essa operação, tem-se a oportunidade de estudar o comportamento dos elementos (mais simples), e depois unirem-se as soluções parciais para o estudo do sistema global.

Quanto mais elementos (mais número de divisões) se utilizar, mais preciso será o resultado até se atingir a convergência de valores, e com a evolução dos computadores, os problemas discretos passaram a ser resolvidos sem grande dificuldade, apesar da capacidade dos computadores ser finita.

Desta forma, os passos necessários para a utilização do MEF são os seguintes:

- Desenho da estrutura;
- Condições de fronteira e constrangimentos;
- Escolha do tipo de elementos;
- Construção da malha;
- Análise modal.

2.2.1 Elemento Finito Linear Quadrado

Na construção de uma malha de elementos, deve-se utilizar uma malha de elementos finitos de quatro ou oito nós, como os representados nas figuras 2 e 3, uma vez que, em geral, permitem obter soluções mais precisas que os elementos de três nós. A construção dos elementos quadráticos (oito nós) efetua-se da mesma forma que os lineares, sendo que a única diferença se prende com o número de nós no elemento.

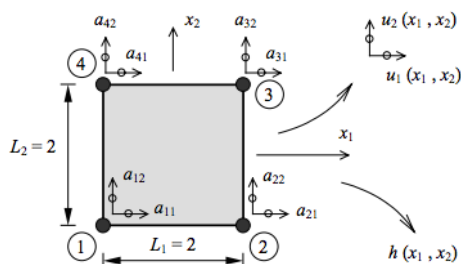


Figura 2 - Elemento finito linear de quatro nós [13]

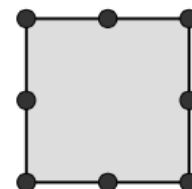


Figura 3 - Elemento finito quadrático de oito nós [13]

Para este tipo de elemento, as coordenadas dos nós são armazenadas numa matriz x , cujo elemento genérico x_{ij} , com i a representar o número do nó e j a direção, é o campo de deslocamentos caracterizado pela função $u(x)$:

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \\ x_{41} & x_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \quad (21) \quad u(x) = \begin{cases} u_1(x_1, x_2) \\ u_2(x_1, x_2) \end{cases} \quad (22)$$

Utilizando-se funções de forma e os deslocamentos nodais, cada uma das componentes de $u(x)$ pode ser interpolada separadamente:

$$u_1(x_1, x_2) = N_1(x_1, x_2)a_{11} + N_2(x_1, x_2)a_{21} + N_3(x_1, x_2)a_{31} + N_4(x_1, x_2)a_{41} \quad (23)$$

$$u_2(x_1, x_2) = N_1(x_1, x_2)a_{12} + N_2(x_1, x_2)a_{22} + N_3(x_1, x_2)a_{32} + N_4(x_1, x_2)a_{42} \quad (24)$$

É de reparar que o número de funções de forma N_i corresponde ao número de nós do elemento finito (n).

A função $u(x_1, x_2)$ deve assumir nos nós os valores nodais do campo de deslocamentos.

Para se construir as funções de interpolação do elemento linear, deve-se respeitar o facto de a função N_i ter de assumir um valor unitário no nó i e um valor nulo nos restantes nós. Assim, as funções de interpolação escrevem-se:

$$N_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(1 - x_1)\frac{1}{2}(1 - x_2) = \frac{1}{4}(1 - x_1)(1 - x_2) \quad (25)$$

$$N_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(1 + x_1)\frac{1}{2}(1 - x_2) = \frac{1}{4}(1 + x_1)(1 - x_2) \quad (26)$$

$$N_3(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(1 + x_1)\frac{1}{2}(1 + x_2) = \frac{1}{4}(1 + x_1)(1 + x_2) \quad (27)$$

$$N_4(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(1 - x_1)\frac{1}{2}(1 + x_2) = \frac{1}{4}(1 - x_1)(1 + x_2) \quad (28)$$

Armazenando os deslocamentos nodais e construindo a matriz N obtém-se:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{31} \\ a_{32} \\ a_{41} \\ a_{42} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Para o caso de um elemento finito retangular com dimensões $L_1 \times L_2$, as funções de forma seriam:

$$N_1(x_1, x_2) = \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{L_1}{2} - x_1 \right) \left(\frac{L_2}{2} - x_2 \right) \quad (30)$$

$$N_2(x_1, x_2) = \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{L_1}{2} + x_1 \right) \left(\frac{L_2}{2} - x_2 \right) \quad (31)$$

$$N_3(x_1, x_2) = \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{L_1}{2} + x_1 \right) \left(\frac{L_2}{2} + x_2 \right) \quad (32)$$

$$N_4(x_1, x_2) = \frac{1}{L_1 L_2} \left(\frac{L_1}{2} - x_1 \right) \left(\frac{L_2}{2} + x_2 \right) \quad (33)$$

Tomando em consideração o campo de deformações num estado plano de tensões e a equação 29 vem que:

$$\varepsilon = L N a \quad (34)$$

Onde ε é a matriz com as deformações e L a matriz que representa um operador diferencial linear. Chamando por B ao produto $L N$:

$$B = L N = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} & \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & \frac{\partial N_4}{\partial x_2} & \frac{\partial N_4}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Fica-se com:

$$\varepsilon = B a \quad (36)$$

Note-se que a matriz B relaciona as extensões em qualquer ponto interior do elemento com os deslocamentos nodais.

A relação entre tensão e a extensão, para materiais lineares elásticos com pequenas deformações, é descrita pela lei de Hook escrita como:

$$\sigma = D \varepsilon = D B a \quad (37)$$

Onde D é a matriz elasticidade que depende do módulo de Young (E) e do coeficiente de Poisson (ν).

2.2.2 Princípio dos trabalhos virtuais

O Princípio dos trabalhos virtuais permite estabelecer as condições de equilíbrio do elemento. Baseia-se no equilíbrio das forças aplicadas externamente ao elemento com as forças internas.

$$\delta U_e = \delta W_e \quad (38)$$

Onde δU_e é a energia de extensão virtual das tensões internas e δW_e é o trabalho virtual das ações externas no elemento.

Assim, tem-se que:

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV = \delta u^T p + \int_V \delta u^T b dV - \int_V \delta u^T \rho \ddot{u} dV + \int_S \delta u^T q dS \quad (39)$$

Com σ como sendo o vetor das tensões, $b dV$ representando as forças volumétricas aplicadas a um elemento infinitesimal, $\rho \ddot{u} dV$ representando as forças de inércia no elemento, $u^T q dS$ representando as tensões à superfície do elemento e $u^T p$ como sendo forças generalizadas concentradas num ponto.

Utilizando a equação da deformação virtual, o campo de acelerações no elemento, substituindo na eq. 37 e cancelando a^T vem:

$$M \ddot{a} + K a = p(t) + p_b(t) \quad (40)$$

Sendo p_b o vetor de forças volumétricas dado por:

$$p_b(t) = \int_V N^T b(t) dV \quad (41)$$

Para se determinar as matrizes de rigidez e de massa do elemento finito utilizam-se as seguintes expressões:

$$K = \int_V B^T D B dV \quad (42) \quad M = \int_V \rho N^T N dV \quad (43)$$

No caso de ser um elemento retangular, as matrizes rigidez e massa são definidas por:

$$K = \int_{-L_2/2}^{L_2/2} \int_{-L_1/2}^{L_1/2} B^T D B h \, dx_1 dx_2 \quad (44)$$

$$M = \int_{-L_2/2}^{L_2/2} \int_{-L_1/2}^{L_1/2} \rho N^T N h \, dx_1 dx_2 \quad (45)$$

Com h a representar a espessura do elemento.

2.2.3 Elemento Finito de Quatro Nós com Geometria Variável

Viu-se no ponto 2.2.2 como se obtêm as matrizes de rigidez e de massa para elemento quadrados. No entanto, quando as estruturas apresentam geometria complexa, a sua divisão origina quadriláteros de geometria arbitrária, como o representado na figura seguinte.

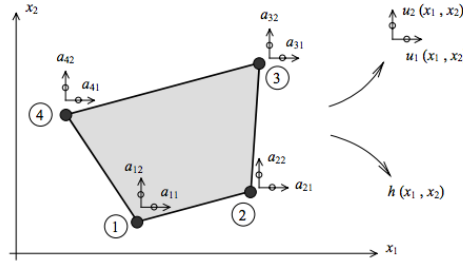


Figura 4 - Elemento finito quadrilátero de quatro nós com geometria arbitrária [13]

Para este elemento, as coordenadas dos nós também são armazenadas na matriz x . A espessura do elemento finito é representada por h , que também pode ser função de x_1 e x_2 .

De forma a simplificar os cálculos neste elemento, procede-se a uma substituição das variáveis x_1 e x_2 usando uma transformação de coordenadas entre a geometria real e uma geometria de referência que é um quadrado de lado 2 como representado na figura 5.

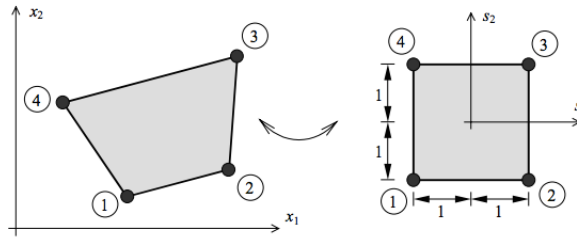


Figura 5 - Substituição das variáveis [13]

Utilizando as mesmas funções de forma N , é possível a transformação de coordenadas de um modo semelhante à aproximação do campo de deslocamentos (elemento isoparamétrico).

Como para cada ponto (s_1, s_2) existe uma correspondência com um ponto (x_1, x_2) , a passagem entre os dois sistemas de coordenadas faz-se por:

$$x_1(s_1, s_2) = N_1(s_1, s_2)x_{11} + N_2(s_1, s_2)x_{21} + N_3(s_1, s_2)x_{31} + N_4(s_1, s_2)x_{41} \quad (46)$$

$$x_2(s_1, s_2) = N_1(s_1, s_2)x_{12} + N_2(s_1, s_2)x_{22} + N_3(s_1, s_2)x_{32} + N_4(s_1, s_2)x_{42} \quad (47)$$

Por sua vez, as funções de forma são as mesmas que foram definidas anteriormente, substituindo x_1 por s_1 e x_2 por s_2 .

Para se determinar as matrizes de rigidez e de massa do elemento finito utiliza-se a seguinte expressão:

$$K = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B^T D B J \, ds_1 ds_2 \quad (48)$$

$$M = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \rho N^T N J \, ds_1 ds_2 \quad (49)$$

Com J como o determinante Jacobiano, que corresponde ao determinante da matriz de transformação de coordenadas. A matriz Jacobiana é definida por [14]:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial s_1} & \frac{\partial x_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial s_1} & \frac{\partial x_2}{\partial s_2} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Se a matriz D não for constante, também se deve usar as funções de forma para se escrever E e v em função de s_1 e s_2 . O mesmo aplica-se para a espessura do elemento.

As equações para os deslocamentos nodais a e para as funções de forma N mantêm-se válidas para o elemento quadrilátero de quatro nós de geometria arbitrária, mantendo-se:

$$u = N a \quad (51)$$

Em que as funções de forma N agora dependem das variáveis s_1 e s_2 .

O campo de deformações calcula-se como anteriormente e a matriz B é a mesma que para o elemento quadrado.

Porém, para se poder calcular as derivadas é necessário obter as expressões de $\frac{\partial N_i}{\partial x_i}$ em função de s_1 e s_2 ficando:

$$\frac{\partial N}{\partial s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial s_1} & \frac{\partial N_1}{\partial s_2} \\ \frac{\partial N_2}{\partial s_1} & \frac{\partial N_2}{\partial s_2} \\ \frac{\partial N_3}{\partial s_1} & \frac{\partial N_3}{\partial s_2} \\ \frac{\partial N_4}{\partial s_1} & \frac{\partial N_4}{\partial s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1+s_2}{4} & \frac{-1+s_1}{4} \\ \frac{+1-s_2}{4} & \frac{-1-s_1}{4} \\ \frac{+1+s_2}{4} & \frac{+1+s_1}{4} \\ \frac{-1-s_2}{4} & \frac{+1-s_1}{4} \end{bmatrix} \quad (52)$$

Assim, já se conseguiu escrever os elementos da matriz B em função de s_1 e s_2 e como todos os componentes da função integranda também já estão definidos em função de s_1 e s_2 já é possível calcular a matriz rigidez para este elemento.

Muitas vezes os eixos dos elementos não são paralelos aos eixos globais da estrutura. Então, é necessário transformar as coordenadas de todos os vetores definidos e das matrizes de rigidez e de massas para o sistema de coordenadas global antes da montagem das matrizes globais da estrutura.

A transformação é feita usando uma matriz de transformação T .

Para os vetores fica:

$$a = T^{-1} a' = R a' \quad (53)$$

Em que a é o vetor em coordenadas globais e a' é o mesmo vector expresso em coordenadas locais.

Para as matrizes vem:

$$A = T^T A' T \quad (54)$$

É de notar que T é ortogonal e consequentemente a sua inversa é igual à transposta.

Assim, as matrizes rigidez e massas em coordenadas globais obtêm-se fazendo:

$$K = T^T K' T \quad (55)$$

$$M = T^T M' T \quad (56)$$

Uma propriedade das soluções do MEF baseia-se no facto do Princípio dos Trabalhos Virtuais ser uma forma integral, e por conseguinte todos os integrais associados podem ser obtidos pela soma

dos integrais em cada um dos elementos finitos. Assim as matrizes de rigidez, de massas e vetores de cargas nodais de toda a estrutura podem ser construídos através de uma soma criteriosa das matrizes de rigidez, de massas e vetores de cargas de cada elemento:

$$K_s = \sum_{i=1}^n K_i \quad (57) \quad M_s = \sum_{i=1}^n M_i \quad (58)$$

Como para a determinação das frequências naturais não há necessidade do vetor de forças fica:

$$[M]\ddot{\partial} + [C]\dot{\partial} + [K]\partial = 0 \quad (59)$$

A solução desta equação para condições iniciais não nulas é dada por:

$$\{\partial\} = \{\phi\}e^{\lambda t} \quad (60)$$

Com $\{\phi\}$ como o vetor de elementos reais ou complexos e λ um número complexo.

Assim, a equação 59 fica:

$$[\lambda^2[M] + [K]]\{\phi\} = \{0\} \quad (61)$$

A equação possuirá solução não nula se:

$$\det[\lambda^2[M] + [K]] = 0 \quad (62)$$

Usando a seguinte relação

$$\lambda_r = \pm i\omega_r \quad (63)$$

Onde ω_r é a frequência natural do modo r.

Então para cada frequência natural deve-se resolver um sistema homogêneo de ordem N [15] [16] sendo assim possível obter a forma de vibrar para uma determinada frequência natural em função de um dos N elementos de $\{\phi\}$. Os modos de vibração possuem propriedades determinadas a partir das suas deflexões que são produzidas por forças de inércia atuando como carregamentos aplicados [17]. Desta forma, tem-se que:

$$[K]\{\phi_r\} = \omega_r^2[M]\{\phi_r\} \quad (64)$$

Multiplicando ambos os lados da equação anterior pelo vetor transposto do modo s, escrevendo a mesma equação para o modo s e multiplicando pela transposta do modo r e por fim subtraindo as duas obtém-se as conhecidas relações de ortogonalidade dos modos de vibração para $\omega_r \neq \omega_s$ e para $\omega_r = \omega_s$:

$\omega_r \neq \omega_s$	$\omega_r = \omega_s$
$\{\phi_r\}^T[M]\{\phi_s\} = 0 \quad (65)$	$\{\phi_r\}^T[M]\{\phi_s\} = [m] \quad (66)$
$\{\phi_r\}^T[K]\{\phi_s\} = 0 \quad (67)$	$\{\phi_r\}^T[K]\{\phi_s\} = [k] \quad (68)$

Onde m_r é o coeficiente de massa generalizada e k_r o coeficiente de rigidez generalizada. Para os N modos de vibrar vem:

$$[\phi]^T[M][\phi] = [m] \quad (69)$$

$$[\phi]^T[K][\phi] = [k] \quad (70)$$

Desta forma, calculam-se as frequências naturais através de:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k_r}{m_r}} \quad (71)$$

Para além de permitir calcular as frequências naturais, a massa generalizada também permite normalizar os modos de vibração.

Sendo assim, todos os modos de vibração normalizados podem ser calculados determinando as

seguintes equações:

$$[\hat{\phi}]^T [M] [\hat{\phi}] = [I] \quad (72)$$

$$[\hat{\phi}]^T [K] [\hat{\phi}] = [\omega_r^2] \quad (73)$$

Atualmente o uso de programas de elementos finitos tem vindo a aumentar, o que facilita muito a obtenção rápida de resultados. No entanto, deve existir cada vez mais uma preocupação com a sua interpretação e aceitação, a fim de se evitarem erros.

Esses erros podem estar associados aos dados de entrada tais como propriedades físicas e dimensões, à má escolha dos elementos, o que leva à formulação de um problema distinto daquele que se pretende, à má aplicação das cargas, à definição errada das condições de fronteira, à malha com poucas divisões ou demasiado distorcida e erros inerentes aos métodos utilizados na solução das equações.

2.3 Análise Modal Experimental

2.3.1 Transformadas de Fourier

A resposta de um sistema em vibração pode ser representada pelas amplitudes de deslocamento, velocidade ou aceleração tanto no domínio do tempo como no da frequência.

O domínio do tempo consiste na variação da resposta ao longo do tempo. Quanto ao domínio da frequência, caracteriza-se por amplitudes dos termos de séries de senos e cossenos ao longo da frequência. Estes senos e cossenos têm uma magnitude e uma fase que varia com a frequência [18]. Como as medições de vibrações são sempre efetuadas na forma analógica, isto é, no domínio do tempo, precisam de ser transformadas para o domínio da frequência.

Segundo Fourier, torna-se natural conjecturar a possibilidade de descrever uma função contínua num intervalo recorrendo a uma série trigonométrica. Não é de admirar portanto que Fourier tenha afirmado que qualquer função de uma variável contínua possa ser representada por uma série de senos [19].

A série de Fourier de uma função f é:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (74)$$

Com $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Os coeficientes a_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) e b_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) são calculados como se segue:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega t dt \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (75)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\omega t dt \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (76)$$

Assim, a série de Fourier representa a função f através de uma soma de funções trigonométricas com frequências angulares múltiplas da frequência $\omega = \frac{2\pi}{T}$ em que cada seno e cosseno é afetado por um coeficiente bem determinado a_n e b_n .

Utilizando as fórmulas de Euler e substituindo na expressão da série de Fourier real, obtém-se a série de Fourier complexa:

$$f(t) \sim \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n e^{in\omega t} \quad (77)$$

Sendo os seus coeficientes obtidos através de:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) e^{-in\omega x} dx \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (78)$$

Então, a partir destes princípios consegue-se obter a transformada de Fourier, que descreve a função f no domínio frequencial [20]:

$$\mathcal{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (79)$$

Importa referir também que a transformada de Fourier de uma função real f é, em geral, uma função complexa $\mathcal{F}(\omega)$ e portanto caracterizada por uma amplitude $|\mathcal{F}(\omega)|$ e uma fase $\angle \mathcal{F}(\omega)$.

Nas aplicações experimentais da transformada de Fourier, a função f é discretizada ao longo dum intervalo finito de tempo T (período de tempo este que nada tem a ver com a periodicidade de f). A função f é, portanto, conhecida apenas num certo número de N pontos equidistantes pertencentes ao intervalo $[0, T]$. Desta forma, torna-se necessário usar uma versão discreta da transformada de Fourier (DFT), que é dada por:

$$N_{cn} \approx \mathcal{F}\left(n \frac{2\pi}{T}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} f(t_k) e^{-in \frac{2\pi k}{N}} \text{ com } n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (80)$$

Este é o propósito das DFT, transformar o sinal do domínio do tempo para o da frequência na forma discreta [21]. De forma a tornar o processo mais rápido, utilizam-se as chamadas FFT's.

As FFT's possuem uma grande eficiência para substituir as DFT's longas por várias DFT's mais pequenas. Uma vez que o número de operações necessárias para o cálculo direto de uma DFT de N pontos é proporcional a N^2 , o uso de FFT's diminui bastante o tempo de cálculo [22].

2.3.2 Funções de Resposta em Frequência

Num processo experimental, não chega só converter o sinal analógico de entrada para o domínio da frequência. Neste trabalho foi necessário calcularem-se as denominadas funções de resposta de frequência para se poder relacionar uma força aplicada com a resposta do sistema.

As *Frequency Response Functions* (FRF's) descrevem a relação entre a entrada e a saída do sistema em função da frequência, onde a entrada usada foi a força e a saída a aceleração e a força. É interessante reparar, por exemplo, que os picos nas FRF's ocorrem nas frequências naturais do sistema a analisar.

Considerando um sistema massa-mola com amortecimento só com um grau de liberdade, sabe-se que a equação de movimento é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (81)$$

Fazendo-se a Transformada de Laplace de uma diferencial de segunda ordem com condições iniciais iguais a zero, pois pretende-se a Função de Transferência que representa a resposta em regime permanente do sistema [23], e aplicando-a na equação do movimento tem-se:

$$ms^2x(s) + csx(s) + kx(s) = F(s) \quad (82)$$

Onde $F(s)$ é a Transformada de Laplace de $F(t)$.

Relacionando-se a resposta do sistema com uma excitação a ele aplicada obtém-se a Função Transferência [23]:

$$H(\omega) = \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (83)$$

Que leva a obtenção de valores complexos, em função de s , e é representada como uma superfície no domínio de Laplace. O denominador da equação Transferência é a equação característica que permite a determinação de duas raízes.

Assim, avaliando a Função de Transferência somente no domínio da frequência e aplicando-se as definições da frequência natural e do fator de amortecimento, ou seja, $\omega_n = \sqrt{k/m}$ e $\xi = c/(2m\omega_n)$, a FRF pode ser escrita como [23]:

$$H(\omega) = \frac{1/m}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i2\xi\omega\omega_n} \quad (84)$$

Desta forma, a FRF nada mais é do que um caso particular da Função de Transferência.

Visto que o valor da FRF em qualquer frequência é um número complexo, pode-se determinar o seu módulo (magnitude do sinal de saída por unidade do sinal de entrada) e a sua fase (relativa entre a saída e entrada) em função da frequência [23]. Assim, a FRF descreve uma relação de causa e efeito e permite determinar as frequências naturais de um sistema.

Existem relações que são utilizadas na análise do sinal que permitem identificar as ressonâncias. Por exemplo, todas as ressonância (picos) diretas são separadas por antirressonâncias; a fase diminui 180 graus quando se passa por uma ressonância e ganha 180 graus quando se passa numa antirressonância.

Sendo a FRF uma função complexa da frequência pode ser representada com a parte real e imaginária vs frequência ou então através do Diagrama de Bode (conjunto de dois gráficos onde se tem uma curva que representa a magnitude da FRF vs frequência e outra representando a fase da FRF vs frequência).

2.3.3 Processo de Aquisição e Processamento de Dados

Para se poder realizar medições de vibrações, é necessário recorrer a equipamentos próprios que se relacionam entre si permitindo a análise dinâmica de uma estrutura. Dependendo do objetivo das medições, a cadeia de medição pode ser mais ou menos complexa, mas a sua base geral mantém-se.

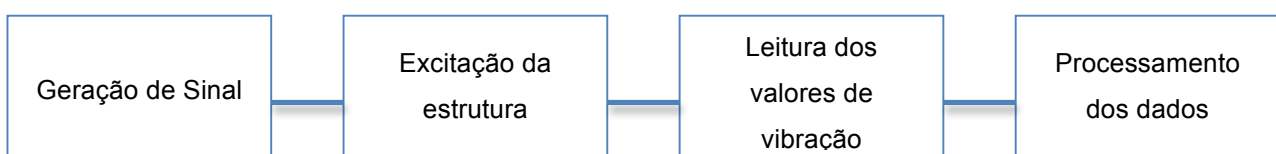


Figura 6 - Esquema representativo de uma cadeia de medição

Em muitas medições é necessário gerar o sinal que vai excitar a estrutura e depois aplicá-lo recorrendo a vibradores ou excitar a estrutura recorrendo a martelos de impacto. Noutros casos, a própria estrutura já está sujeita à vibração (ex: motor) e a sua excitação é feita diretamente por esses componentes vibrantes.

Relativamente à leitura dos valores de vibração, é conseguida através do uso de transdutores de vários tipos: de aceleração, de velocidade ou de deslocamento também denominados de acelerómetros, velocímetros e sensores de deslocamento. A utilização destes elementos transdutores é fundamental na análise experimental de vibrações sendo que são os responsáveis por converter o sinal de vibração num sinal elétrico.

Os transdutores de aceleração mais comuns, ou simplesmente acelerómetros, são os piezoelétricos que se podem dividir em dois tipos: acelerómetros com circuitos eletrónicos integrados (ICP- *Integrated Circuit Piezoelectric*) e os acelerómetros com saída direta em carga (acelerómetros de carga). A grande diferença entre os dois está na localização do condicionador de sinal. Normalmente, o sinal medido é de alta impedância existindo a necessidade de convertê-lo num sinal de baixa impedância para minimizar as perdas no seu percurso até ao analisador a fim de torná-lo menos suscetível ao ruído. O condicionador de sinal é o responsável por converter, amplificar e filtrar o sinal dos acelerómetros e pode encontrar-se incorporado no acelerómetro (ICP) ou numa unidade externa (acelerómetro de carga).

Os acelerómetros piezoelétricos normalmente apresentam características superiores às dos outros transdutores de aceleração devido às propriedades do material piezoelétrico [10], à sua robustez e resistência, ao facto de serem compactos e leves, não apresentar partes móveis (sem desgaste) e não precisar de uma fonte de energia externa. O material piezoelétrico, quando sujeito à pressão mecânica, quer por tensão, compressão ou corte, gera uma carga elétrica nas faces, proporcional à força aplicada. Pela 2ª Lei de Newton, tendo-se a força aplicada (obtida pelo transdutor de força) e a massa, consegue-se obter a aceleração [10]. Porém o sinal obtido tem de ser amplificado para poder ser utilizado e poder posteriormente ser integrado para se obter outras propriedades.

Por outro lado, existem algumas medidas a ter em conta com a utilização deste tipo de acelerómetro, como é o método de fixação do mesmo. O método de fixação por perno roscado é o preferencial por permitir uma melhor transmissibilidade das vibrações e também por garantir uma frequência natural de vibração do conjunto superior aos outros métodos. Assim, a situação ideal é a fixação dos acelerómetros através de parafuso numa superfície lisa e plana de maneira a que fique totalmente apoiado e em contacto com a estrutura. Nas situações em que não é possível aparafusar um acelerómetro, a melhor solução passa pela utilização de colas duras. Se a estrutura vibrante for metálica, ainda existe a possibilidade de fixação magnética do acelerómetro, através da utilização de bases magnéticas. No entanto este método só pode ser aplicado para uma gama de frequências relativamente baixa, porque a frequência de ressonância do conjunto é inferior à obtida com perno roscado e com cera de abelha.

Por fim, o processamento de dados é realizado recorrendo a equipamentos providos de software de análise de vibrações, que permitem a determinação de FFT's e de FRF's.

No entanto, os valores obtidos após o processamento de dados devem ser analisados com cuidado, e é de conhecimento técnico que [10]:

- Valores de vibração muito baixos podem corresponder a uma fixação deficiente entre o acelerómetro e suporte ou a cabos em más condições ou desligados;
- Uma linha sem picos pode corresponder a cabos em más condições ou fichas danificadas;
- Valores muito elevados (todos os picos) pode corresponder a sensibilidade errada ou a equipamento fora do prazo de calibração;
- A ocorrência de *ski slope* devido a vibração excessiva para o sensor pode corresponder a saturação do sinal. Poderá ser ainda um sintoma de acelerómetro mal fixo.

Assim, se em alguma análise de resultados se observar estes fenómenos, a solução é verificar toda a cadeia de medição e realizar novos ensaios.

2.3.4 Conversão de analógico para digital

Como já foi referido, os sinais provenientes das vibrações recolhidos pelos transdutores são sinais analógicos. Para serem processados, necessitam de uma conversão para sinais digitais através um conversor analógico-digital (A/D) à base de microprocessadores (em números binários) [24].

Quanto maior o número de divisões, melhor é a resolução do sinal. Para se definir o número de divisões deve-se escolher a frequência de amostragem que se baseia na escolha do número de pontos por segundo em que se vai dividir o sinal e recolher informação. Quanto maior o número de divisões, mais pontos representam o sinal o que fará com que fique mais parecido com o sinal analógico. Este é o processo de converter o sinal de analógico para digital. Portanto, torna-se necessário perceber quando é que o sinal digital é uma réplica fiável do sinal original.

A resposta recai sobre o teorema de *Nyquist* que diz que para não se perder informação contida num sinal, deve-se escolher uma frequência de amostragem no mínimo duas vezes maior que a maior frequência do componente em estudo. Na prática, só com uma frequência de amostragem dez vezes maior se consegue recolher toda a informação.

A figura 7 mostra um caso em que a frequência de amostragem é menor que o dobro da frequência do sinal. Pode-se observar que quatro intervalos recolhidos em 3ms resultam na construção de uma onda com uma frequência menor e sem a representação correta do sinal original.

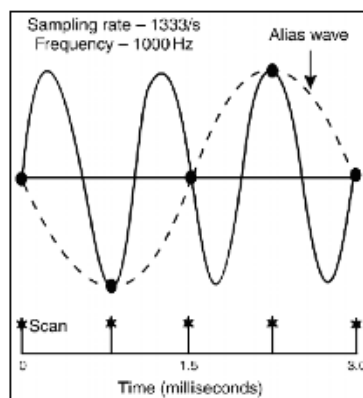


Figura 7 - Fenómeno de *aliasing* [24]

Este fenómeno de formação de um sinal com menor frequência devido à escolha errada da frequência de amostragem chama-se *aliasing* e normalmente os equipamentos de análise já apresentam mecanismos que previnem este fenómeno. Então, todos os bons analisadores são equipados com filtros *antialiasing* sendo os analógicos os mais caros. Basicamente, são filtros passa-baixo, que permitem que as baixas frequências passem e bloqueiam as elevadas removendo assim todas as vibrações do sinal analógico que apresentem frequências maiores que metade da frequência de amostragem, filtrando assim as frequências indesejáveis. Estes filtros ajustam-se automaticamente com a introdução da frequência de amostragem pretendida.

É importante perceber que a filtragem tem de ocorrer antes da digitalização dos dados. Apesar de existirem filtros digitais (muito mais baratos), a filtragem do sinal acontece com possíveis erros de *aliasing*. A única maneira de evitar que a conversão traga estes erros passa por filtrar o sinal analógico.

Depois do sinal ser digitalizado pelo conversor analógico-digital, o passo seguinte do processo é escolher a janela de visualização que mais se adequa ao problema de forma a evitar efeitos de *leakage* (fuga).

Quando o sinal analógico é captado, ele vem representado em intervalos de tempo fixos. Por vezes, acontece que o sinal não contém um número inteiro de ciclos no interior da janela a submeter à análise. Por conseguinte, a onda será descontínua entre o fim e o início da janela de análise. Tal ocorrência fará com que exista um erro denominado de *leakage* sendo notório o aparecimento de frequências em torno da frequência real do sinal.

Existem várias formas de minorar este erro, bastando submeter o sinal a uma determinada janela de visualização. Algumas das mais usadas em vibrações são a *Flat top*, a *Hanning*, a *Hamming* e a *Kaiser Bessel* [24].

O objetivo destas janelas de visualização é fazer com que a amplitude do sinal, no início e no fim, tendam para zero de forma a tornarem o sinal contínuo.

A escolha de uma das janelas depende daquilo que se está a querer analisar e neste trabalho usou-se a janela *Hanning* que fornece uma boa resolução em termos de amplitude e garante a continuidade do sinal.

Pela figura 8, pode-se observar a janela *Hanning* que evita o aparecimento de fugas para as frequências adjacentes, ficando as linhas concentradas em torno da frequência real do sinal. No entanto, chama-se a atenção que a amplitude do sinal se reduz para metade resultante da aplicação da janela *Hanning* sendo que a solução passa por dobrar os valores de amplitude obtidos.

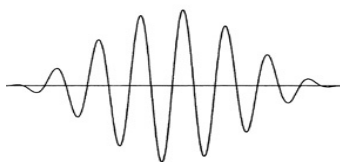


Figura 8 - Janela de *Hanning* [25]

Para além disso, a utilização de médias é outra ferramenta que os analisadores normalmente possuem para a análise de resultados. O objetivo é obter um maior número de resultados repetidos o que facilita a interpretação de sinais complexos e com ruído.

Existem vários tipos de médias [24], como a média linear, a média de pico, a exponencial e a *Synchronous time*. Para este trabalho, a média linear é a que mais se adequa ao tipo de análise que se pretende. Para a sua obtenção, cada espectro FFT recolhido durante uma medição é somado com outro e dividido pelo número de somas. Este método ajuda a obter dados repetidos e é o método mais utilizado. Neste projeto foram usadas 4 médias.

3 Aplicação da Análise Modal

Depois de estudados os conceitos de análise modal, torna-se essencial conseguir aplicá-los num caso real. Como tal, neste trabalho pretende-se realizar uma análise dinâmica na plataforma Alpha-Extended tanto em elementos finitos como experimentalmente. Como a estrutura apresenta uma geometria complexa, optou-se por definir uma metodologia de análise em duas estruturas mais simples antes de se partir para a análise do Alpha-Extended.

Assim, é necessário definir-se primeiramente o tipo de modelação em elementos finitos que se quer efetuar, especificando os elementos utilizados e o tipo de malha. Para além disso, convém estabelecer uma cadeia de medição e no final validar os resultados obtidos.

Desta forma, é possível utilizar a metodologia adotada nas estruturas mais simples na análise mais complexa do Alpha-Extended.

3.1 Modelação em Elementos Finitos

Neste trabalho, decidiu-se utilizar um programa de análise de elementos finitos com o objetivo de caracterizar o comportamento dinâmico do UAV Alpha-Extended. Assim, utilizou-se o programa comercial ANSYS por ser um programa de análise que faz parte do plano curricular do curso de Engenharia Aeroespacial do Instituto Superior Técnico e já haver familiaridade no seu uso.

Em qualquer análise MEF, os passos básicos são: pré processamento; solução; pós processamento. No pré processamento, define-se geometricamente o modelo dividindo a estrutura em elementos formando uma malha. Depois, definem-se os elementos a utilizar de acordo com os disponíveis e que se encontram pré definidos com funções de forma associadas. Desta forma, é possível desenvolver as equações de equilíbrio para cada elemento fazendo-se a assemblagem das matrizes de rigidez e massas e dos vetores de cargas. Para além disso, também se definem as condições de fronteira, as condições iniciais e os carregamentos.

O ANSYS, oferece as seguintes opções para cálculo do problema de valores e vetores próprios: Lanczos, Subespaço, Powerdynamics, Reduzido, Unsymmetric, Damped, e QR Damped.

Cada método tem as suas vantagens e desvantagens de acordo com o tipo de análise que se pretende efetuar. Neste trabalho optou-se por realizar uma análise segundo o método Lanczos porque para uma solução de problemas de valores próprios simétricos grandes, tem uma taxa de convergência rápida [26]. Quanto ao tipo de elementos a utilizar, o ANSYS apresenta dois tipos de elementos à escolha do utilizador com algumas variações: linear (com ou sem formas extra) e quadrático como representado na figura 9.

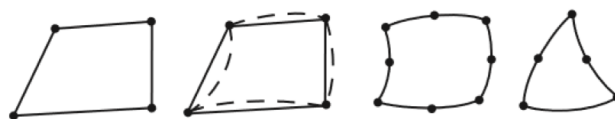


Figura 9 - Elemento linear, linear deformado, quadrático e triangular [27]

Quando se está a modelar uma superfície curva, é necessário escolher entre a utilização de elementos curvos (quadráticos) ou elementos planos (lineares). Cada escolha tem as suas vantagens e desvantagens. Em estruturas simples normalmente consegue-se bons resultados usando uma malha de elementos lineares bem refinada e com pouco tempo de processamento. No entanto, com estruturas complexas, deve-se evitar que estes elementos degenerem em elementos triangulares-2D e tetraédricos-3D pois não apresentam resultados viáveis. A solução passa por aumentar o número de divisões da malha, porém, neste trabalho, devido à curvatura e complexidade da maior parte dos componentes do Alpha-Extended, o refinamento da malha teria de ser de tal ordem elevado que não seria possível fazer uma análise ao UAV completo devido ao tempo de processamento de dados.

Desta forma, teve que se utilizar elementos quadráticos com elementos apresentando formas degeneradas triangulares-2D. Estes elementos costumam geralmente apresentar melhores resultados em menos tempo pois não exigem um refinamento da malha tão exaustivo. Apesar de não ser idealmente o tipo de elemento recomendado em análises dinâmicas, pelo facto de a massa nos nós internos ser maior que nos cantos não existindo uma distribuição de massa uniforme no elemento [27], é comum utilizar-se este tipo de elementos em análise modais com bons resultados como foi demonstrado por (WANG, [28]). Segundo Wang, também foi demonstrado que a deformação dos elementos lineares incorre em erros de análise muito acentuados mostrando que os elementos quadráticos são a melhor opção no estudo do Alpha-Extended.

Existe ainda a solução de juntar os dois tipos de elementos numa só análise. Porém, a sua ligação torna-se mais complicada de se fazer, pois os elementos lineares não apresentam os nós internos e ter-se-ia de remover um dos nós como representado na figura 10. Assim, esta abordagem não foi utilizada.

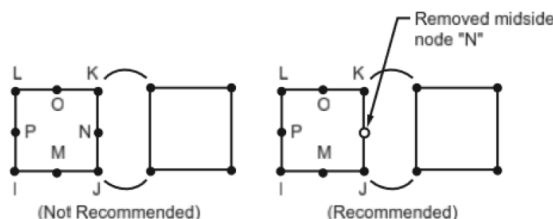


Figura 10 - Ligação entre elementos quadráticos e lineares [27]

3.2 Elementos

Para se poder comparar os resultados experimentais com os teóricos utilizando o ANSYS é necessário proceder-se a uma escolha bem fundamentada dos elementos que vão constituir as estruturas.

Visto que a maior parte das estruturas simuladas do Alpha-Extended podem ser representadas por “casca”, utilizou-se o elemento SHELL281 para a sua definição. Apesar de existirem muitos componentes que seriam melhor representados por outros tipos de elementos (devido à sua maior espessura), por uma questão de simplificação do projeto, optou-se por representar tudo com o elemento SHELL281. Em termos de resultados da análise modal, a aproximação torna-se válida pois não se está a procurar soluções específicas em determinados componentes, mas os modos de vibração globais de toda a estrutura.

Para além disso, utilizou-se o elemento COMBIN14 para fixar as estruturas e o elemento MASS21 para simular e evitar desvios devido ao aumento de massa provocado pelo conjunto transdutor de forças, acelerómetro e ímanes e as massas internas do Alpha-Extended como os aviónicos, motor e combustível.

3.2.1 SHELL281

O elemento SHELL281 é adequado para analisar estruturas de casca fina ou moderadamente espessas. É um elemento de 8 nós com seis graus de liberdade em cada nó: deslocamentos em X, Y e Z e rotações sobre os eixos x, y, z [29] como se pode ver pela figura 11.

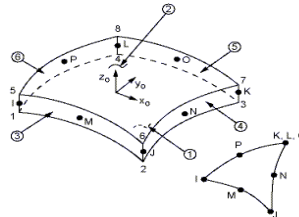


Figura 11 - Elemento SHELL281 [29]

Também se pode usar a opção de membrana, na qual o elemento tem apenas graus de liberdade de deslocamento [29]. É adequado para aplicações com grandes rotações ou aplicações não lineares de grande deformação [29]. Este tipo de elemento tem a vantagem de permitir construir as cascas em 2D e através dos comandos SECT e SECDATA definir a espessura. Assim, é possível visualizar o 3D com a simples aplicação do comando ESHAPE [29].

3.2.2 COMBIN14

O elemento COMBIN14 é um elemento mola/amortecedor com capacidade longitudinal ou torsional em aplicações 1-D, 2-D ou 3-D [29]. A opção longitudinal mola/amortecedor é um elemento de tensão-compressão uniaxial com 3 graus de liberdade em cada nó: deslocamento em X, Y e Z sem flexão e sem torção [29].

A opção torsional mola/amortecedor é um elemento puramente rotacional com três graus de liberdade em cada nó: rotação sobre os eixos x, y e z sem flexão nem cargas axiais [29]. Este é um elemento que não tem massa, o que se torna conveniente para a simulação de uma estrutura em vibração livre de forma a não alterar o valor das frequências naturais. No entanto, podem ser adicionadas massas através do elemento MASS21 [29].

Escolheu-se sempre um fator de elasticidade muito baixo para cada elemento COMBIN14.

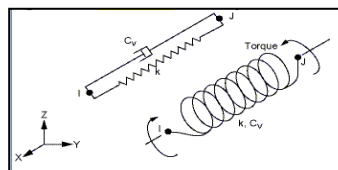


Figura 12 - Elemento Combin14 [29]

A geometria, localização dos nós e o sistema de coordenadas para este elemento estão representados na figura 12. Como se pode observar, este elemento é formado por dois nós, uma

constante de rigidez (k) e coeficientes de amortecimento $(Cv)_1$ e $(Cv)_2$. A capacidade de amortecimento não é usada nas análises modais. Já a constante de elasticidade deve ter unidades força/comprimento [29].

3.2.3 MASS21

O elemento MASS21 é um elemento pontual com seis graus de liberdade: deslocamentos em X, Y, e Z e rotações sobre os eixos x, y e z [29]. Permite definir massa e inércia rotacional diferentes e cada direção [29].

A massa deste elemento é definida por um único nó e permite simular a existência de massa em ligações nas estruturas [29].

3.3 Cadeia de Medição

Depois de definidos os parâmetros para a análise em elementos finitos, é necessário adotar uma cadeia de medição a ser utilizada em todos os ensaios.

A cadeia de medição adotada está representada na figura seguinte.

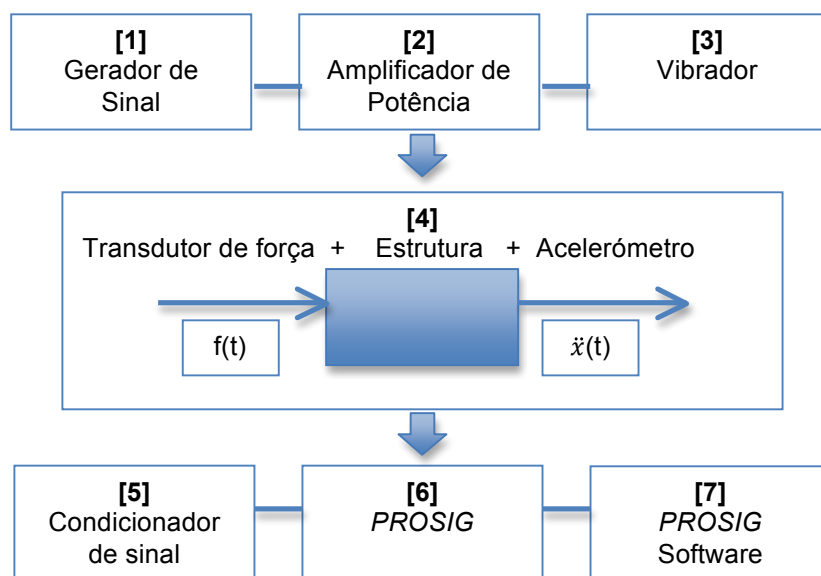


Figura 13 - Esquema da cadeia de medição

[1] – O gerador de sinal utilizado foi uma onda de ruído branco emitido pelo programa comercial *Adobe Audition*.

[2] – O amplificador de potência utilizado foi da *Bruel & Kjaer type 2718* e aumenta a amplitude do sinal de modo a ter intensidade suficiente para ser reproduzido pelo vibrador.

[3] – O vibrador utilizado foi o vibrador eletromagnético *Bruel & Kjaer type 4809* e tem como função excitar a estrutura de acordo com o sinal gerado.

[4] – Pela figura 15, pode-se observar como foi feita a excitação do Alpha-Extended.

O vibrador encontra-se conectado ao transdutor de forças (4'), que vai ler a força $f(t)$, em Newton, que está a ser transmitida à estrutura (4''). Por sua vez, a estrutura encontra-se conectada ao

acelerómetro (4''') que mede a aceleração sentida no ponto de medição em mm/s^2 . De forma a certificar que o transdutor de forças fica bem fixo à estrutura, optou-se por uma fixação aparafusada. O acelerómetro teve de ser colado com uma cola dura para se poder fixar em diferentes posições.

[4'] – O transdutor de força utilizado foi da *Brueel & Kjaer type 8200* com o número de série 1258144 e sensibilidade 4,1 pC/N. O transdutor esteve sempre ligado ao vibrador.

[4''] – As estruturas utilizadas ao longo do trabalho foram suspensas com fios de forma a simular a vibração livre, pois apresentam vibrações de corpo rígido muito baixas e de fácil deteção, não afetando as medições.

[4'''] – O acelerómetro utilizado foi da *Brueel & Kjaer type 4284* com o número de série 1929152 e sensibilidade 0,9962 pC/N. Foi colocado em diferentes posições.

[5] – Como os acelerómetros utilizados não eram do tipo ICP, tiveram de ser ligados a um condicionador de sinal (Endevco modelo 133) que amplifica o sinal medido e filtra as frequências desejadas.

[6] e [7] – Após a recolha dos sinais (entrada e resposta), utilizou-se o equipamento *PROSIG* para fazer a sua análise em frequência. Com o software *DATS*, define-se as propriedades dos sinais a medir e calculam-se as FFT's e as FRF's.

Na figura 14, estão representados os equipamentos de medição definidos anteriormente. Neste caso, estão montados para a medição de vibrações de uma viga. A figura 15 mostra em detalhe a ligação dos transdutores ao Alpha-Extended.

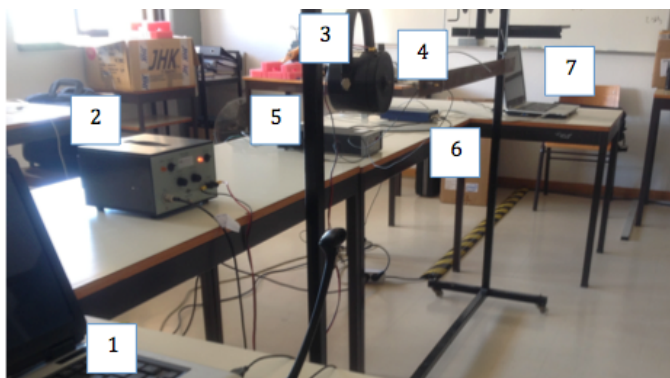


Figura 14 - Cadeia de medição utilizada

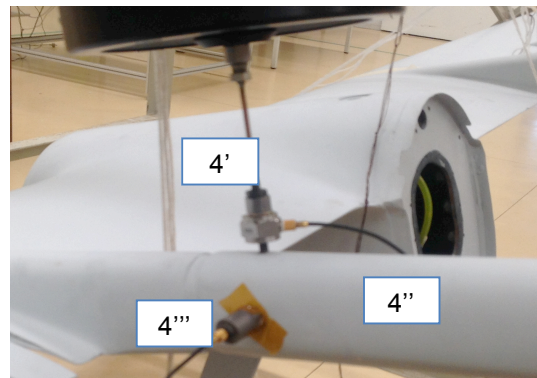


Figura 15 - Ligação do transdutor e do acelerómetro ao Alpha-Extended

Uma das hipóteses mais simples de excitar a estrutura era através da utilização do martelo de impacto, no entanto como um dos objetivos do trabalho era usar o *PROSIG*, que não dispunha do módulo de software *hammer* (martelo), foi necessário recorrer-se a um gerador de ruído branco e a um vibrador.

3.3.1 PROSIG

A pedido do Departamento de Engenharia e Programas (DEP) da FAP, o analisador utilizado para processamento de dados foi o *PROSIG*. O objetivo de utilizar o *PROSIG* foi o de explorar a

capacidade do software em análises modais já que este equipamento já existia na FAP sem que se tivesse até ao momento potenciado as suas capacidades.

O *PROSIG* P8004 (ver figura 16) é um sistema de aquisição de dados de 24 bits. Consiste num equipamento compacto, robusto e extremamente preciso o que o torna ideal como dispositivo móvel. Apresenta 4 canais de entrada e a sua comunicação ao software é realizada através de uma porta USB 2.0.



Figura 16 - *PROSIG* P8004 [30]

O software do *PROSIG* (DATS) divide-se em aquisição e análise de dados. Numa primeira fase, para a aquisição de dados, é necessário inserir dados relativos ao sinal, nomeadamente o condicionamento, dados relativos ao transdutor, entre outros. Encontram-se na tabela 1 os dados inseridos no software de aquisição.

Tabela 1 – Parâmetros definidos no *PROSIG* para aquisição de dados

Nome	Freq. Amostragem	Filtro	Unidades	Amplitude de entrada	Sensibilidade	Transdutor
Força	2000 Hz	800 Hz	N	± 5 N	100 mV/N	<i>Direct Voltage</i>
Aceleração	2000 Hz	800 Hz	m/s ²	± 100 m/s ²	100 mV/(m/s ²)	<i>Direct Voltage</i>

Na parte da análise de dados, tem de se montar um esquema que realize a análise pretendida com base nas funções disponíveis no software. Os dois esquemas seguintes mostram como se obtiveram as FFT's e as FRF's.

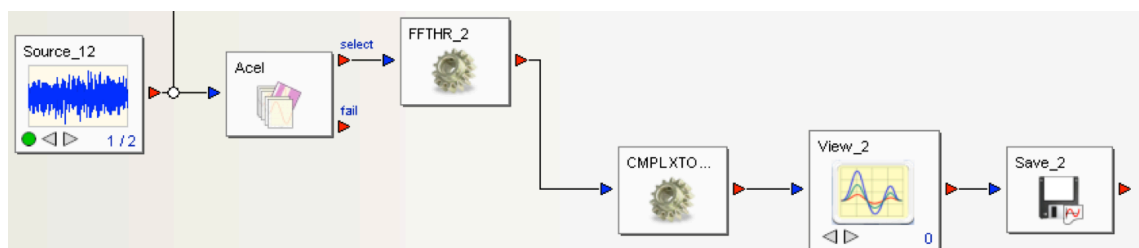


Figura 17 - Esquema para obtenção das FFT's

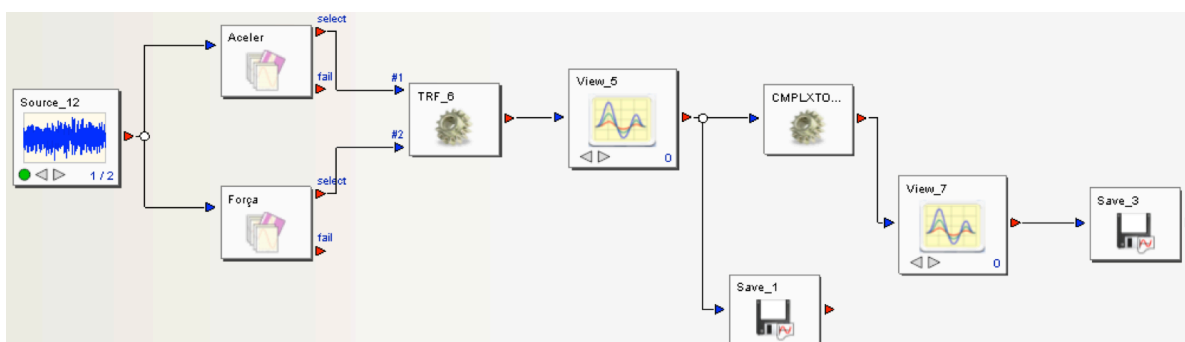


Figura 18 – Esquema para obtenção das FRF's

Como se pode observar pelo esquema das FRF's (Figura 18), uma vez obtidos os sinais no tempo medidos pelos dois transdutores (força e aceleração) no software de aquisição, os mesmos podem ser tratados com um conjunto de operações que permitirão obter as FRF's. Essas operações são efetuadas pela função TRF obtendo-se o gráfico em números complexos da FRF. Depois aplica-se a função CMPLXTOMDL que converte para o módulo e a fase.

O esquema das FFT's é semelhante, utilizando-se apenas o sinal de resposta (aceleração) e a função FFT que permite obter a mesma.

Por fim, é necessário aplicar um método de identificação modal. Os métodos de identificação modal podem ser agrupados em dois domínios: métodos no domínio do tempo e métodos no domínio da frequência. Os métodos no domínio da frequência correspondem ao uso das FFT's e FRF's enquanto que os métodos no domínio do tempo usam os dados da força e da resposta diretamente.

Neste projeto foram utilizados apenas os métodos no domínio da frequência através do cálculo das FRF's de uma única entrada e uma única saída. Para se ser mais exato, utilizou-se o método da amplitude de pico que consiste em retirar os valores das frequências naturais diretamente dos picos observados nos gráficos da magnitude. Este é o método mais simples conhecido para identificar as frequências naturais de uma estrutura através das FRF's. Para tal, observa-se os picos da curva de magnitude da resposta que correspondem às frequências naturais da estrutura [31]. Por vezes, devido ao ruído, é necessário recorrer-se ao gráfico da fase e verificar as mudanças de 180 graus.

Assim, este método baseia-se na observação da resposta do sistema que atinge um ponto de máxima amplitude (pico) próximo à frequência natural [31]. O valor de frequência onde o valor extremo é observado é chamado de frequência de ressonância e é uma boa aproximação da frequência natural não-amortecida para sistemas com baixo amortecimento. Existem outros métodos que permitem identificar as frequências naturais em situações específicas, como para casos em que as ressonâncias estão muito próximas ou exista muito amortecimento.

3.4 Estruturas de Teste

Para se poder efetuar o estudo das frequências dos modos de vibração no Alpha-Extended, optou-se por testar e validar as análises do software de elementos finitos *ANSYS* e do *PROSIG* comparando as análises de duas estruturas mais simples. A estrutura de teste 1 (ET1) corresponde a uma viga de aço de secção constante e a estrutura de teste 2 (ET2) corresponde a um conjunto de vigas de aço soldadas a simular a forma de uma aeronave.

Assim, com a ET1 pretende-se comparar os resultados teóricos relativos às frequências naturais existentes sobre uma viga livre no espaço com os resultados obtidos no *ANSYS* e validar as opções de análise tomadas, isto é, constrangimentos, elementos, malha, entre outros. Para além disso, pretende-se utilizar o ET1 como uma estrutura de aprendizagem no processo experimental, validando a cadeia de medição utilizada, assim como todos os parâmetros inseridos nos equipamentos (inclui-se o *PROSIG*).

Com a ET2 pretende-se verificar a influência dos apoios no ensaio experimental da estrutura livre no espaço e da posição do acelerómetro na mesma comparando os resultados com o modelo em elementos finitos.

As figuras 19 e 20 representam a ET1 e a ET2 usadas nos ensaios e as posições dos acelerómetros.

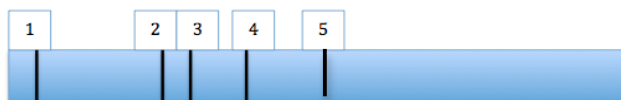


Figura 19 – Pontos de medição na ET1

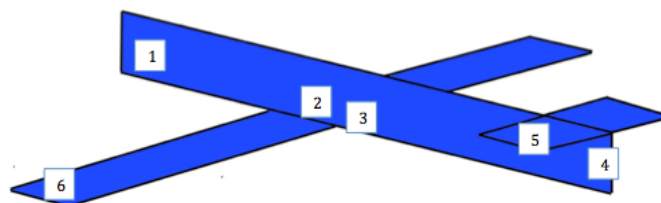


Figura 20 – Pontos de medição na ET2

Relativamente à figura 19, utilizando as dimensões da viga para o cálculo do momento de inércia e valores tabelados para determinar as suas frequências naturais, obteve-se o valores das quatro primeiras frequências de vibração e respetivos modos. Os modos teóricos foram importantes para poder ser comparado com os elementos finitos, isto é, para além de se comparar o valor das frequências também se verifica se os modos de vibração são os mesmos.

Quanto à análise em elementos finitos, inseriram-se molas no sistemas com baixa rigidez de forma a simular a vibração livre. A baixa rigidez das molas, permite identificar as frequências de corpo rígido sem as confundir com as frequências naturais da estrutura. As molas foram encastradas e ligadas às pontas da chapa e a malha criada através da divisão das linhas para formar quadrados. Para além disso, realizou-se um estudo de convergência, isto é, começou-se com um valor pequeno de elementos e foi-se aumentando gradualmente (aumentando o número de divisões) até o valor das frequências ser constante. Assim nesta análise foram utilizados 10197 elementos.

Na parte do ensaios experimentais colocou-se a ET1 horizontalmente e, para a obtenção de resultados fiáveis, foi necessário colocar o acelerómetro em diferentes posições da viga. O vibrador e o transdutor de forças foram aparafusados à estrutura, sendo que o acelerómetro foi fixado com a utilização de um íman.

Desta forma, foi possível comprovar os modos de vibração através da inexistência de determinadas frequências em algumas posições e obter-se as primeiras frequências naturais da ET1.

Assim, de maneira a facilitar a comparação de resultados, apresentam-se agrupados na tabela 2 da seguinte forma:

Tabela 2 - Comparação de resultados da ET1

	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
Teórico	25,60	70,58	-	138,36	228,72	-	-	-
ANSYS	25,31	69,98	111,49	137,57	227,87	293,19	341,82	477,85
Experimental	27,93	72,27	-	137,89	228,52	-	341,80	476,76
% desvio relativamente ao teórico								
ANSYS	1,13	0,85	-	0,57	0,37	-	-	-
Experimental	9,10	2,39	-	0,34	0,09	-	-	-

Note-se que os resultados teóricos apresentam valores muito próximos daqueles que foram obtidos pela modelação em elementos finitos. Era de esperar que os valores obtidos em *ANSYS* fossem ligeiramente inferiores aos obtidos teoricamente pelo facto de se ter introduzido a massa do transdutor de forças e do acelerómetro na análise de elementos finitos. Esta adição de massa, diminui o valor das frequências naturais.

Em termos experimentais notou-se alguma dificuldade em ter precisão no registo das baixas frequências, mas nas altas os valores aproximam-se muito mais dos esperados. Também se observa que as frequências naturais relativas à torção não foram detetadas nas análises experimentais (modo 3 e 6) nem nas teóricas porque não foram calculadas. Este resultado era de esperar visto que os acelerómetros foram colocados sempre a meia altura na viga e observando os modos de vibração de torção no *ANSYS* (representados no anexo A), verifica-se que em toda a barra, a meia altura, o deslocamento é nulo (cor verde).

Desta forma, mostra-se que o procedimento em elementos finitos foi adequado, pois aproxima-se do teórico, e que a cadeia de medição e técnicas utilizadas também se adequa ao processo.

Relativamente à ET2 surge como uma necessidade de aumentar a complexidade da estrutura e verificar se com esse aumento, se verificam diferenças significativas dos resultados devido à forma de suspender a estrutura e ao local de colocação do acelerómetro.

Assim, a ET2 é composta por três vigas: uma central a todo o comprimento correspondente ao corpo da aeronave, uma para as asas e outra para a cauda.

Quanto à análise em elementos finitos foi realizada exatamente da mesma forma que a da ET1 tendo as mola sido colocadas nas extremidades da viga correspondente ao corpo central. Também se adicionaram massas pontuais na estrutura para simular a massa dos transdutores. O estudo de convergência revela que são apenas necessários 7004 elementos para a obtenção de resultados constantes, valor inferior ao número de elementos usados na ET1.

A ET2 foi inicialmente suspensa com a estrutura na horizontal com dois apoios, e na vertical com um. Realizaram-se medições no ponto 1 e concluiu-se que as frequências naturais obtidas apresentavam valores muito próximos, não se conseguindo definir uma melhor posição para se suspender a ET2.

Assim realizam-se os ensaios nos outros pontos sempre com a estrutura na horizontal. Da mesma forma que na ET1, o vibrador e o transdutor de forças foram aparafusados à estrutura, sendo que o acelerómetro foi fixo com a utilização de um íman.

Os resultados obtidos para as medições com a ET2 na horizontal em comparação com os resultados em elementos finitos são apresentados na tabela seguinte:

Tabela 3 - Frequências naturais medidas nos 6 pontos com a estrutura na horizontal em comparação com as obtidas em *ANSYS*

Modo de vibração	Experimental						Teórico
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 6	<i>Ansys</i>
1	9,77	9,77	10,74	-	-	7,81	9,04
2	-	-	-	12,70	-	13,28	12,82
3	16,60	17,58	-	-	16,60	-	16,37

4	27,34	-	-	27,34	27,34	25,39	25,62
5	-	37,11	37,11	33,20	37,11	32,23	39,02
6	49,80	50,78	-	48,83	48,83	48,83	48,60
7	71,29	-	-	-	-	71,88	72,12
8	83,01	83,98	-	83,98	-	84,96	82,35

Como se pode observar na tabela 3, os valores obtidos em cada ponto não correspondem a todas as frequências naturais da estrutura. Assim se mostra que a escolha do local de fixação do acelerómetro é bastante importante de forma a não se perder informação. Por exemplo, o ponto 4, situado na ponta de trás da fuselagem, corresponde a uma zona da estrutura que não será afetada pela flexão das asas provocada pela sétima frequência natural enquanto que no ponto 6 (ponta de asa) essa frequência é detetada.

Assim, os resultados obtidos experimentalmente aproximam-se muito dos valores apresentados pela modelação em elementos finitos. No entanto, nota-se que com o aumento da complexidade da estrutura, os desvios tornam-se mais evidentes, nomeadamente para as frequências correspondentes ao quinto modo de vibração.

Consegue-se assim, através de duas estruturas mais simples, validar a metodologia adotada, tanto a nível experimental como em elementos finitos. Para além disso, estas análises foram uma forma de se ganhar experiência em ensaios de vibrações e de começar a lidar com o tipo de problemas que surgirão na análise do Alpha-Extended.

4 UAV Alpha-Extended

As análises dinâmicas em estruturas tão complexas, como é o caso de um UAV, podem ser bastante complicadas e levantar muitas incertezas sobre a validade dos resultados obtidos.

Uma vez validada a metodologia, conforme descrito no capítulo 3, na análise do Alpha-Extended, optou-se por uma abordagem metódica que visa a análise das partes para atingir um todo. Desta forma, analisou-se em separado o corpo central do UAV, as asas, os fusos de ligação entre o estabilizador horizontal e as asas e por último o estabilizador horizontal. Todas as análises foram efetuadas sem o motor instalado assim como sem os componentes aviônicos incorporados.

Assim, torna-se mais simples ajustar o modelo em elementos finitos ao real para se obter resultados mais satisfatórios numa posterior análise ao Alpha-Extended completo. Depois, aumentou-se o grau de complexidade da estrutura e juntou-se todas as partes do Alpha-Extended sem os componentes aviônicos e sem motor. Após a análise da assemblagem das partes, adicionaram-se as massas internas (aviônicos e combustível) e o motor. É de salientar que apenas foi modelado metade do Alpha-Extended. Devido ao tempo de processamento computacional, foi preferível usar simetria ao invés de tratar a estrutura completa. Por fim, realizaram-se ensaios em voo com a colocação de um acelerómetro no local de instalação da câmara. O local de instalação da câmara está representado na figura 21.



Figura 21 – Local de instalação da câmara no Alpha-Extended

Para os ensaios experimentais, teria sido mais correto usar sempre o mesmo UAV em todo o processo. Porém, a FAP tem vindo a trabalhar em todos eles sendo que as análises foram sendo realizadas nos UAV's disponíveis na altura. Apesar disso, como as suas geometrias são bastante semelhantes, achou-se aceitável usar modelos diferentes.

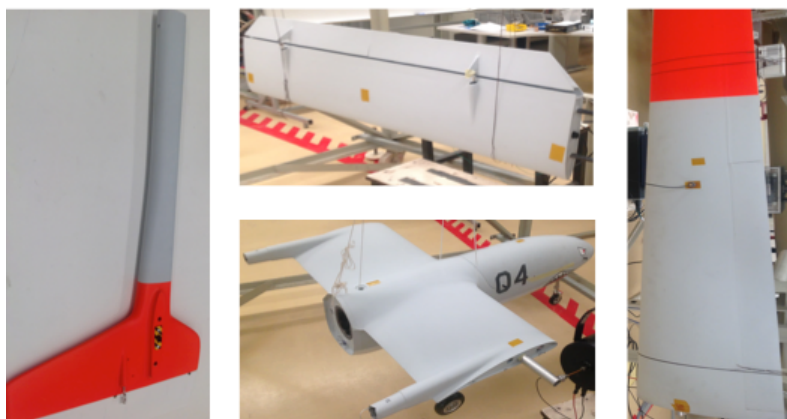


Figura 22 - Partes do Alpha-Extended sujeitas a estudo: fusso de ligação, estabilizador horizontal, corpo central e asa

4.1 Características do Alpha-Extended

O Alpha-Extended é uma plataforma desenvolvida pelo LABAER da Força Aérea Portuguesa. Trata-se de uma aeronave não tripulada com o objetivo de realizar missões de busca e de vigilância. Nesta fase do projeto, já existem 5 aeronaves em construção cada uma com uma missão específica, 4 com motor a combustão e 1 elétrico (Alpha 01). A realizar ensaios em voo, existe o Alpha 00, que foi o primeiro modelo a ser construído.

Para já, a operação destas aeronaves realiza-se em espaço restrito, no entanto, espera-se poder operar em espaços mais abrangentes. Como tal, é necessário garantir a fiabilidade destas aeronaves de forma a não representarem perigo para as pessoas, veículos ou estruturas que se encontrem no solo nas imediações do Alpha-Extended. Assim, é necessário assegurar que os sistemas de controlo, propulsão e a própria estrutura das aeronaves sejam fiáveis. No caso da estrutura, é fundamental garantir que os materiais suportem as cargas de projeto e garantem resistência estrutural.

As características do Alpha-Extended são apresentadas na tabela 4.

Tabela 4 – Característica da plataforma Alpha Extended

Wingspan	3,5 m
MTOW	26 Kg
Cruise Speed	70 Kts
Autonomy Electric	2h
Autonomy Combustion	8h
Payload	8 Kg

Para este trabalho efetuaram-se medições apenas nos UAV's com motor a combustão. Essa escolha foi baseada no facto de a plataforma Alpha, onde tinham ocorrido primeiramente os problemas de vibração, ser equipada com um motor a combustão. Para além disso, os motores a combustão provocam maiores amplitudes de vibração do que um motor elétrico.

Relativamente ao motor que equipa o Alpha-Extended, é um motor Titan ZG26SC com uma capacidade de 25,4 ccm, 2,2 hp e um peso de 1425 gramas como representado na figura 23.



Figura 23 - Titan ZG26SC [32]

Os materiais que compõem o Alpha-Extended são maioritariamente compósitos. Este tipo de material é composto por uma fase contínua (matriz) e uma fase dispersa (reforço ou modificador), contínua ou não, cujas propriedades são obtidas a partir da combinação das propriedades dos constituintes

individuais (regra da mistura) [33]. Assim, com os compósitos, ao invés de se desenvolver um material que pode ter ou não as propriedades desejadas, modifica-se um material já existente através da incorporação de outro componente, garantindo que as propriedades do conjunto são melhores do que a dos seus elementos.

A classificação costuma ser feita dentro de um dos dois grupos seguintes [3]:

-Materiais compósitos reforçados com fibras, que consistem em fibras dispostas numa matriz. Incluem os laminados, as fibras contínuas e as fibras descontínuas.

-Materiais compósitos reforçados com partículas, que são compostos por uma disposição de partículas numa matriz. Podem ser aplicadas alinhadas ou aleatórias

Desta forma, com a aplicação deste tipo de material nos UAV's, conseguiu-se uma melhoria da sua performance, tornando-os mais leves, mais manobráveis, com mais capacidade de carga e com maior autonomia [34] [35] [36].

No Anexo B especifica-se a sua disposição pelos componentes do Alpha-Extended e na tabela seguinte as suas propriedades em resina epoxy.

Tabela 5 – Propriedades dos materiais que constituem o Alpha-Extended

Material	E1 [Pa]	E2 [Pa]	G12 [Pa]	G23 [Pa]	ν_{12}	ρ [Kg/m³]
Carbono bidirecional	70E9	70E9	30E9	5E9	0,74	1600
Carbono unidirecional	135E9	70E9	5E9	5E9	0,3	1600
fita de carbono unidirecional	170E9	70E9	5E9	5E9	0,3	2000
Aramida bidirecional	300E9	30E9	5E9	5E9	0,2	1400
Fibra de vidro bidirecional	25E9	25E9	8E9	4E9	0,53	1900
Fibra de vidro bidirecional mais pesada	45E9	45E9	8E9	4E9	0,19	2280
Balsa	3,76E9	-	0,23E9	-	0,375	150
Airex 70	230E9	-	13E9	-	0,19	40
Contraplacado Aeronáutico	11,8E9	7,1E9	0,12E9	0,08E9	0,19	800
Sandwich com PVC	0,1E9	-	0,22E9	-	0,4	65
Alumínio	70E9	-	-	-	0,33	2800
Borracha	0,02E9	-	-	-	0,5	1520

Convém salientar que as propriedades dos materiais utilizados são valores gerais que se encontram tabelados em (TECHNOLOGY REINFORCEMENT, [37]), (Composite Materials, [38]), (OLIVEIRA, [39]), (MARINELLI, [40]), (MOHAMAD, [41]), (FURLAN, [42]) e (MORAIS, [43]), e não valores fornecidos pelo laboratório, uma vez que esta caracterização não tem vindo a ser realizada.

4.2 Análise Modal Computacional

Para a modelação do Alpha-Extended, foi necessário recorrer a ferramentas de desenho mais potentes do que o *ANSYS*. Apesar de grande parte da geometria exterior ter sido fornecida pela FAP em *SOLID WORKS*, muitos componentes estavam em falta tendo sido necessário:

- Desenhar o trem de aterragem, o interior das asas e o estabilizador horizontal e vertical;
- Exportar o desenho em formato IGES para se poder importar para o *ANSYS*;
- Corrigir a geometria no *ANSYS* devido à importação do *SOLID WORKS*.

Assim, depois de conseguida a geometria do Alpha-Extended foi possível proceder-se às análises modais. Ainda relativamente à geometria do Alpha-Extended, existe uma incerteza à volta dos valores de espessura dos materiais e da configuração interna da aeronave. Neste projeto, seguiu-se em parte a configuração que constava nos desenhos de projeto, no entanto, na realidade verificavam-se muitas alterações a essa geometria. Um exemplo que demonstra a dificuldade de simular com rigor a geometria do Alpha-Extended prende-se com a espessura da fuselagem. Existem zonas mais reforçadas em que a fuselagem apresenta mais do dobro da espessura do que noutras. Outro exemplo prende-se com o interior, que em muitas arestas apresenta acumulação de resina, tubagens e cablagem que não estavam representadas no desenho de projeto, como o representado no compartimento de combustível na figura 24. O servos elétricos (figura 25) que acionam as partes móveis também se tornaram num problema em termos de modelação pois também não se encontravam representados.



Figura 24 – Interior do compartimento de combustível

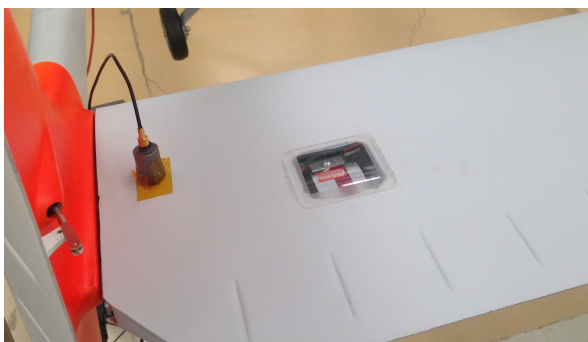


Figura 25 – Servo elétrico do estabilizador horizontal

Desta forma, convém salientar que se partiu para uma modelação em elementos finitos de uma estrutura já construída e que não tinha uma correspondência total com os desenhos de projeto.

4.2.1 Constrangimentos e Malha

No caso de uma estrutura complexa, como é o caso de um UAV ou as suas partes constituintes, torna-se complicado inserir manualmente molas para fixar a estrutura sem incorrer em erros relativamente aos graus de liberdade. Normalmente, o que acontece é a impossibilidade da resolução do problema de vetores próprios devido à falta de constrangimentos nos graus de liberdade. Isto é, pretende-se realizar uma análise de vibrações livres no espaço, sendo que, nos programas de elementos finitos, as estruturas não podem estar livres no espaço. Normalmente adicionam-se molas de baixa rigidez que fixem a estrutura e que apresentem frequências naturais muito baixas, tipicamente abaixo de 1 Hz (frequências de corpo rígido). Esta metodologia costuma funcionar na maioria das estruturas, tendo inclusive funcionado nas estruturas anteriormente testadas (ET1 e ET2). No entanto em estruturas muito grandes e complexas, como o Alpha-Extended, é complicado colocar molas sem que os programas reportem o erro de que a estrutura está demasiado livre.

Para evitar essa situação, utilizou-se um comando automático do *ANSYS* (*wsprings*) que insere molas de baixa rigidez em pontos cruciais da estrutura para a resolução da análise dinâmica. Para se ter a certeza da fiabilidade deste comando, foi utilizado também nas ET1 e ET2 e constatou-se que efetivamente mantinha os mesmos resultados das molas aplicadas manualmente. Para além disso, ainda eliminava as frequências de corpo rígido, por ser um elemento criado automaticamente pelo programa.

Por sua vez, a malha da estrutura foi criada a partir de divisões das linhas de forma a criar quadriláteros tal como na metodologia adotada para as estruturas de teste. No entanto, devido à complexidade e curvatura das áreas que compõem a estrutura, não foi possível obter-se quadrados perfeitos em todas as zonas, como representado nas figuras 26 e 27.

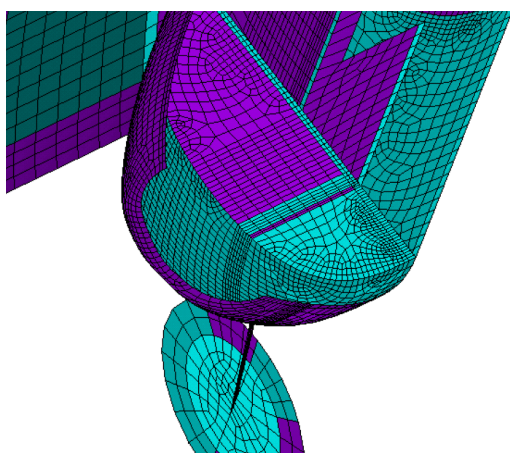


Figura 26 – Elementos distorcidos e degenerados no para-fogo

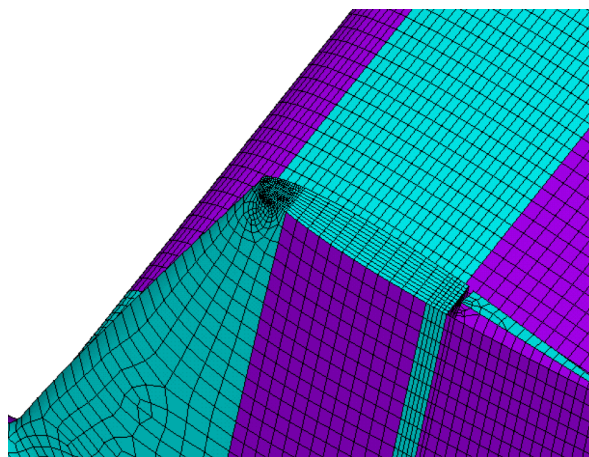


Figura 27 – Elementos distorcidos e degenerados no estabilizador vertical

É devido a estes elementos degenerados que a utilização de elementos quadráticos permite melhores resultados do que a utilização de elementos lineares.

Quanto à malha gerada para a asa, conseguiram-se quadriláteros pouco deformados em quase toda a estrutura, sendo que os maiores problemas foram:

- Degeração dos elementos nas nervuras da asa, por terem uma forma bastante complexa. Ver figura 28;
- Modelação das superfícies móveis.

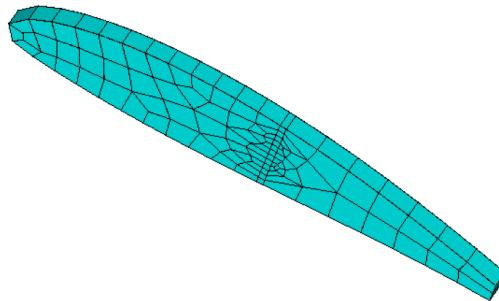


Figura 28 – Elementos distorcidos na nervura da asa

Apesar de fazerem parte do revestimento da asa e sendo os seus graus de liberdade criados através de um corte no intradorso, o movimento das superfícies móveis é controlado por dois servos elétricos. Estes servos, como não estão em funcionamento, apresentam uma folga considerável o que levanta uma série de problemas na aproximação no modelo de elementos finitos. Isto porque os apoios não podem ser simulados como uma ligação rígida entre a superfície móvel e o corpo da asa nem podem ser simplesmente ignorados. A aproximação mais razoável encontrada foi o ligeiro aumento de espessura no extradorso da superfície móvel na zona de passagem para o corpo da asa. Esse aumento de espessura tenta simular a limitação de movimento imposta pelos servos elétricos. A figura 29 mostra a malha da asa e a figura 30 as superfícies móveis de difícil representação.

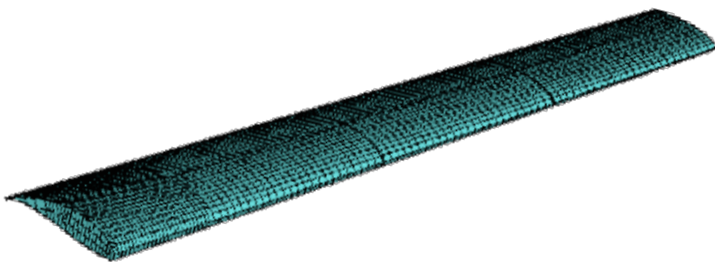


Figura 29 - Malha da asa parametrizada



Figura 30 - Superfícies móveis de difícil modelação

Relativamente à malha gerada para o fuso de ligação entre a asa e o estabilizador horizontal, verifica-se que:

- Apresenta maiores deformações na passagem do fuso para o estabilizador, visto existir uma variação mais acentuada da geometria, como representado na figura 31;
- Apresenta uma superfície móvel independente da restante estrutura.

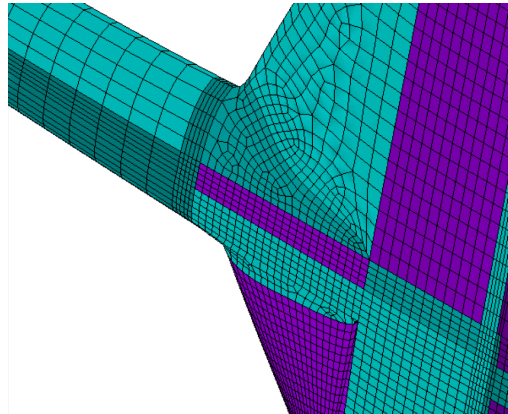


Figura 31 – Elementos distorcidos na ligação fuso-estabilizador vertical

Este pequeno componente foi dos mais difíceis de simular em elementos finitos como se pode observar pela figura 32, simplesmente pelo facto de possuir uma parte móvel independente da restante estrutura (figura 33). Esta separação física, implica o uso de materiais tipo dobradiça para a sua fixação. Para além disso, o movimento desta superfície é controlado por servos elétricos que ainda estavam desconectados, o que diminuía os seus constrangimentos.

A forma encontrada para representar todos estes fatores passou pela ligação da superfície móvel à restante estrutura com um elemento Shell do mesmo material mas com uma diminuição da espessura considerável. Desta forma, esse elemento tentou simular o efeito dobradiça da estrutura.

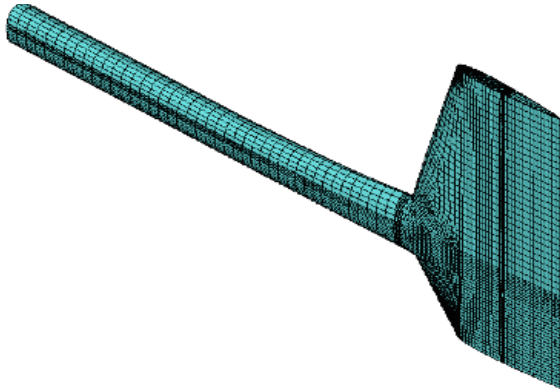


Figura 32 - Malha do fuso de ligação parametrizada

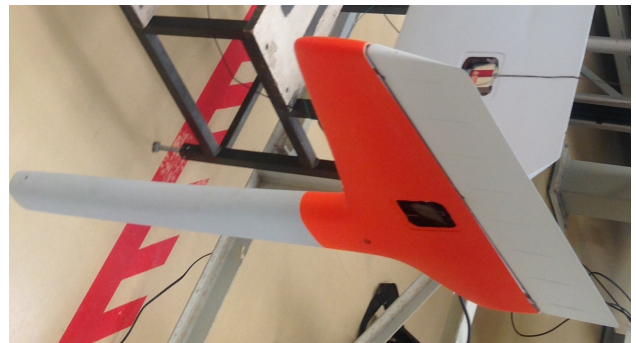


Figura 33 - Superfícies móveis de difícil modelação

No que diz respeito ao estabilizador horizontal, verifica-se que:

- A malha apresenta as maiores deformações dos quadriláteros nas nervuras interiores (figura 34), como acontece na asa;
- Apresenta superfícies móveis idênticas às da asa, isto é, ligadas pelo extradorso à restante estrutura, separadas através de um corte no intradorso, e controladas por servos elétricos desacoplados.

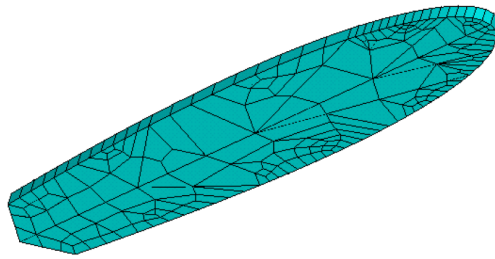


Figura 34 – Elementos distorcidos e degenerados na nervura do estabilizador horizontal

A solução encontrada para a modelação em elementos finitos (figura 35) foi a mesma que se usou na asa. As superfícies móveis estão representadas na figura 36.

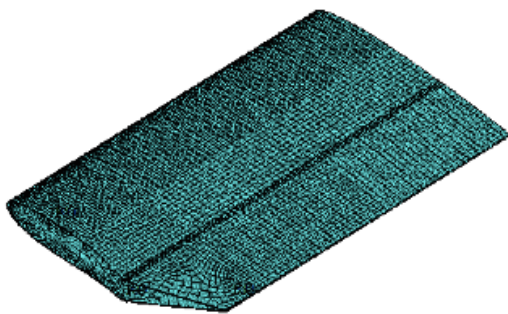


Figura 35 - Malha do estabilizador horizontal parametrizada



Figura 36 - Superfícies móveis de difícil modelação

O corpo central e os seus componentes foram sem dúvida as partes mais complexas e morosas de se simular devido:

- À complexidade geométrica;
- Ao elevado número de componentes constituintes.

Em termos de malha, o maior desafio passou pelo componente que faz a ligação entre o fusó e a asa, por criar uma variação geométrica no meio do perfil da asa, como mostra a figura 37.

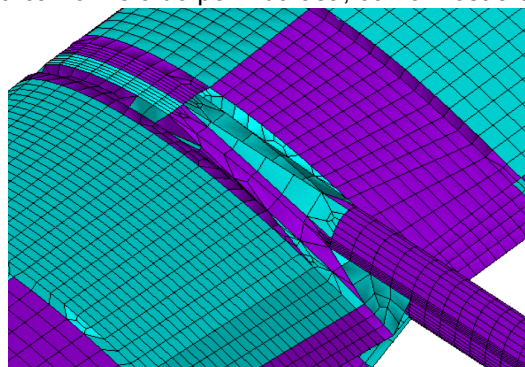


Figura 37 – Elementos distorcidos na ligação fusó-asa

Para a análise modal, decidiu-se modelar os trens de aterragem ao invés de colocar massas pontuais nos seus nós de ligação à fuselagem. Esta escolha teve por base as baixas frequências que estão associadas ao próprio trem e que não conseguiriam ser representadas simplesmente através de massas pontuais.

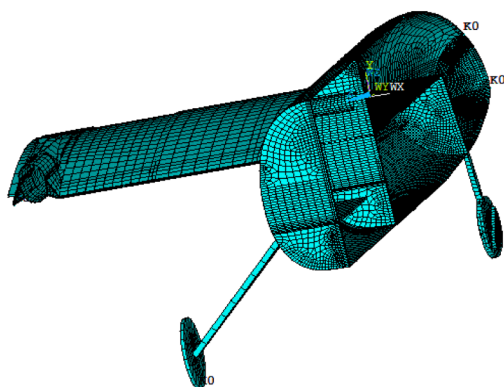


Figura 38 - Malha do corpo central parametrizada



Figura 39 – Complexidade geométrica nos fusos de ligação à asa

Uma vez simuladas as partes constituintes do Alpha-Extended, a simulação passou pelo acoplamento de todos os componentes anteriormente mencionados. Qualquer correção ao modelo foi efetuada sempre na parte correspondente e não no Alpha-Extended completo. A razão de tal acontecer prende-se com o tempo de computação requerido para cada análise no Alpha-Extended completo. As ligações entre os diferentes componentes foram sempre efetuadas através da colagem das áreas (*Glue Areas*), disponível no ANSYS.

A figura 40 mostra a malha do Alpha-Extended parametrizada e a figura 41 mostra a forma como a estrutura foi suspensa. Nesta análise, verifica-se a não existência de canopy, visto ter sido desmontada e não apresentar os parafusos de fixação. Optou-se por avançar com os ensaios experimentais no Alpha-Extended sem a canopy uma vez que a aeronave nem sempre estava disponível para os ensaios.

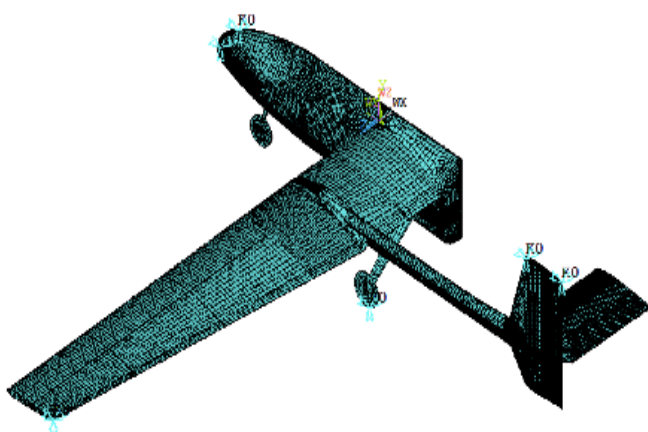


Figura 40 – Malha do Alpha-Extended parametrizada

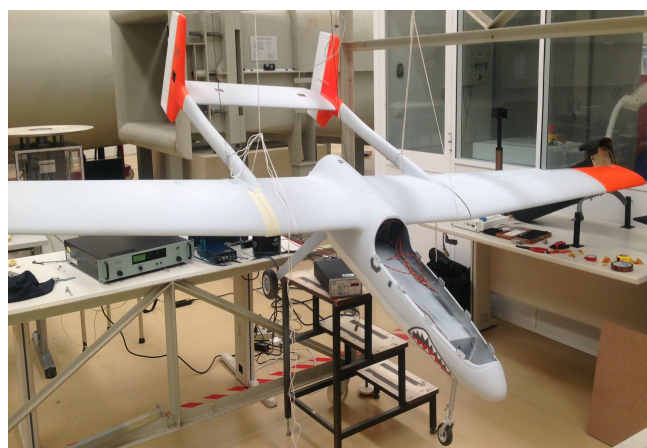


Figura 41 – Alpha-Extended completo sem motor e aviônicos

Por fim, adicionaram-se os aviônicos e o motor. A diferença desta fase para a anterior em termos de simulação em elementos finitos prende-se com a adição de massas nos locais onde estão instalados os componentes aviônicos, o combustível e o motor de forma a simplificar a modelação. A malha é

igual à da simulação anterior. O Alpha-Extended utilizado para as medições foi o Alpha-Extended com o número de cauda 00 como representado na figura 42.

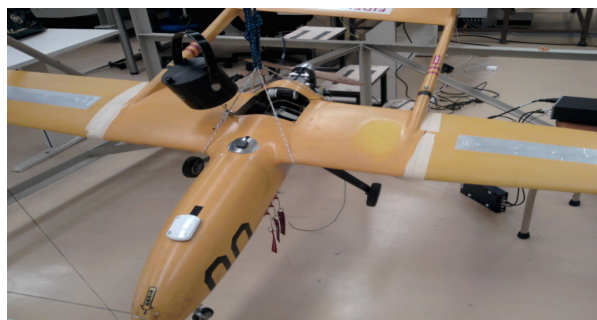
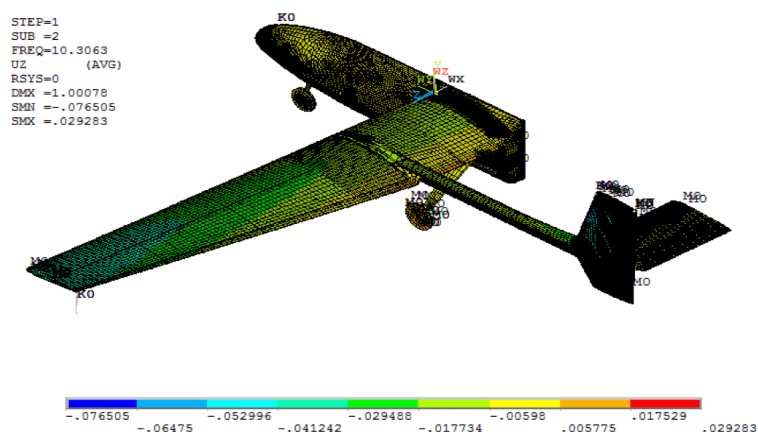


Figura 42 – UAV completo com motor e aviônicos

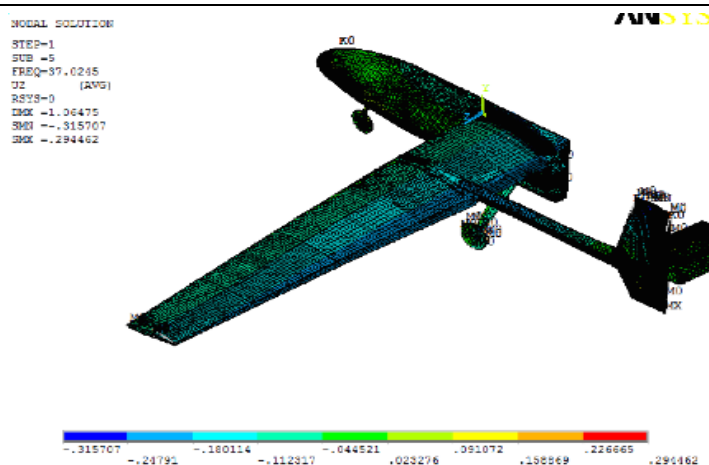
4.2.2 Resultados

Os resultados da análise modal para o Alpha-Extended completo com motor e aviônicos estão apresentados no Anexo C, estando só alguns desses modos de vibração representados na tabela 6.

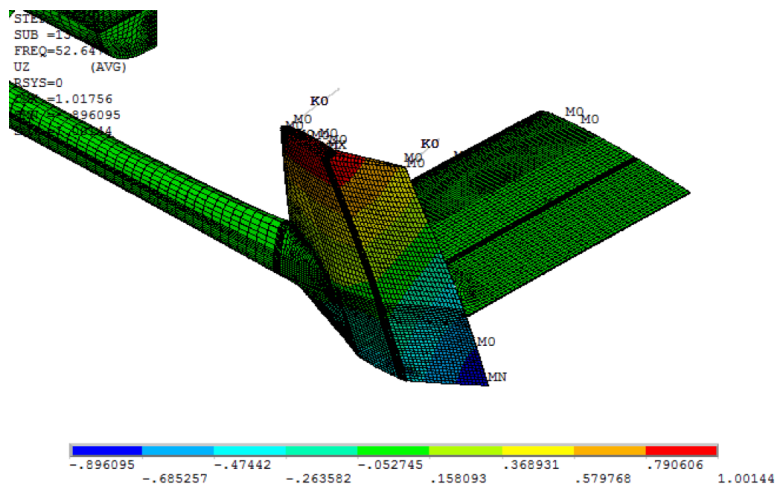
Tabela 6 – Modos de vibração do Alpha-Extended com motor e aviônicos



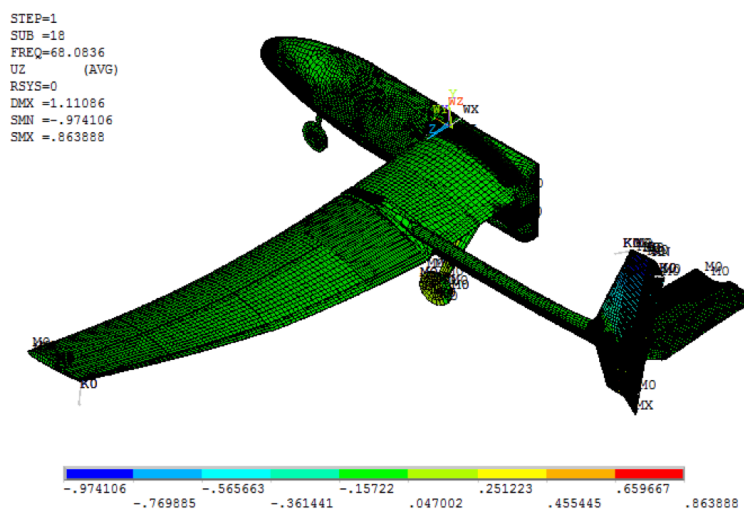
10,31 Hz – Flexão da asa



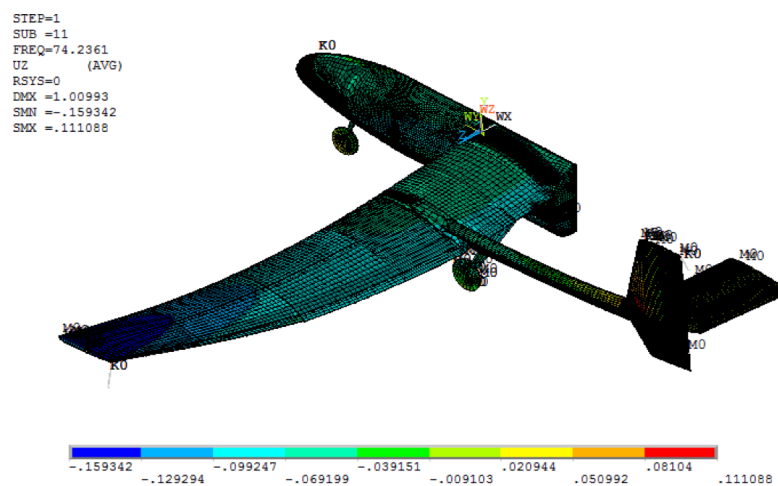
37,02 Hz – Flexão lateral da asa com torção da cauda



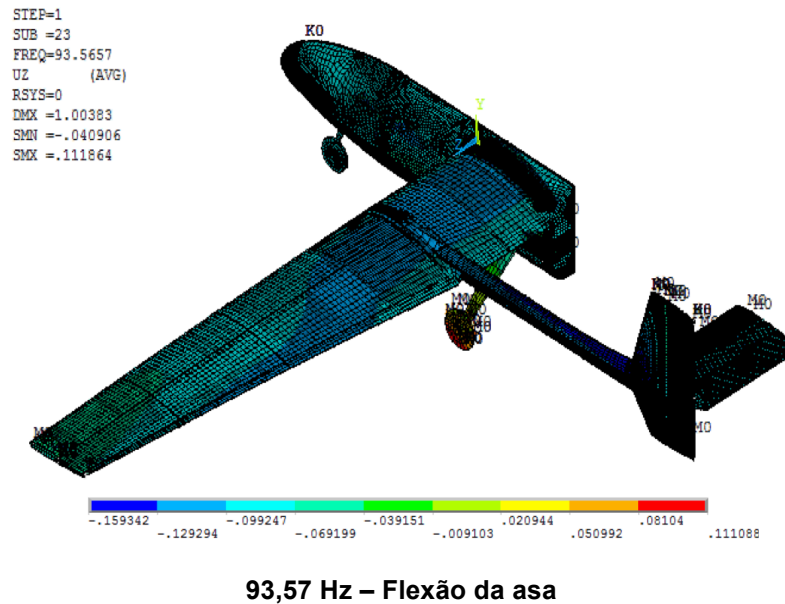
52,65 Hz – Torção da cauda



68,08 Hz – Flexão da asa com torção da cauda



74,24 Hz – Flexão da asa com flexão da cauda



4.3 Análise Modal Experimental

4.3.1 Pontos de Medição e Excitação da Estrutura

Como já foi referido anteriormente, os ensaios experimentais foram realizados em diferentes UAV's por estarem constantemente a serem utilizados noutros trabalhos do projeto. Relativamente aos ensaios nas partes do Alpha-Extended, conseguiu-se utilizar sempre componentes do Alpha-Extended número de cauda 04. Estes ensaios em componentes da aeronave simplificaram a análise em elementos finitos e serviram de base para a otimização do modelo em ANSYS.

No que diz respeito à asa, como se recorreu ao vibrador para induzir ruído branco na estrutura, houve uma limitação quanto ao local da fixação do mesmo. Desta forma, o local mais viável para a instalação do vibrador foi o tubo de alumínio que fixa a asa ao corpo central do Alpha-Extended, como representado na figura 43. Para além disso foram efetuadas medições em quatro pontos como representado na figura 44: no início da asa, a um quarto da envergadura, a meio e na extremidade.

Apesar destes pontos terem sido escolhidos sem se conhecer os modos de vibração da estrutura, foram baseados nos resultados obtidos pela análise da ET1, de forma a tentar detetar todas as frequências naturais.

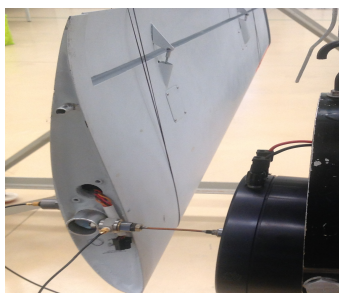


Figura 43 - Ligação do vibrador à asa

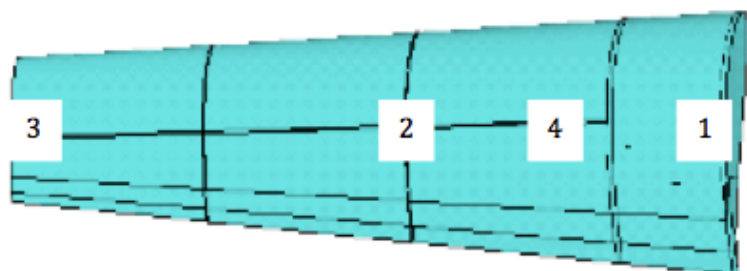


Figura 44 – Pontos de medição na asa

Relativamente ao fuso de ligação, a ligação do vibrador com a estrutura foi realizada no furo do parafuso que fixa o fuso com a asa (próximo do ponto 1) como representado na figura 45.

Efetuar-se 3 medições experimentais como representado na figura 46: no ponto de ligação com a asa, na ligação entre o fuso e o estabilizador vertical e na parte superior do estabilizador vertical. Estes pontos foram escolhidos simplesmente por se encontrarem em zonas distintas da estrutura, pois, por não ser de geometria simples, torna-se difícil determinar os modos de vibração.

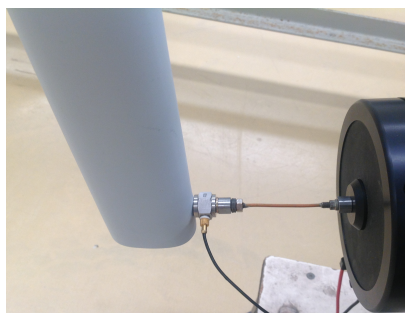


Figura 45 - Ligação do vibrador ao fuso de ligação

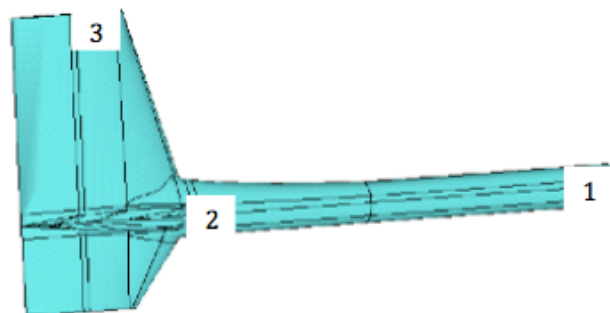


Figura 46 – Pontos de medição no fuso de ligação

Relativamente ao estabilizador horizontal, a ligação do vibrador ficou limitada ao tubo de encaixe entre os estabilizadores como representado na figura 47.

Efetuar-se 3 medições experimentais como representado na figura 48: na ponta próxima do vibrador, no meio e na outra extremidade. Na figura 48 o ponto 3 parece estar fora da estrutura porque na modulação de elementos finitos usou-se simetria.

Mais uma vez, estes pontos foram escolhidos simplesmente por se encontrarem em zonas distintas da estrutura.

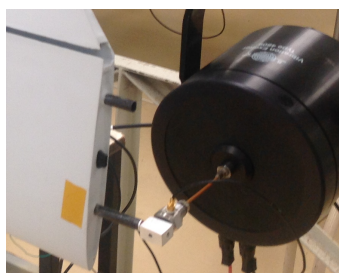


Figura 47 - Ligação do vibrador ao estabilizador horizontal

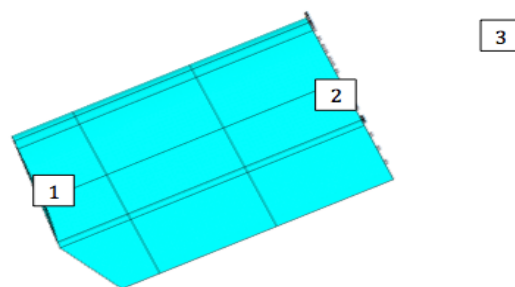


Figura 48 – Pontos de medição no estabilizador horizontal

No que diz respeito ao corpo central do Alpha-Extended, na ligação do vibrador, visto ter de ser aparafusado, utilizou-se o tubo de alumínio que liga a asa ao corpo central, tal como foi efetuado na análise da asa. A figura 49 mostra a ligação do vibrador ao transdutor de forças e à estrutura.

Efetuar-se 5 medições no exterior e 4 no interior da aeronave, como representado na figura 50, de forma a se conseguir obter informação da plataforma onde serão instalados os componentes aviónicos.

Escolheram-se novamente pontos dispersos pela estrutura de forma a detetar-se a flexão do início da asa, as vibrações no nariz (que tinham dado problemas na plataforma Alpha), as vibrações na zona de fixação do motor e na zona de instalação da câmara.

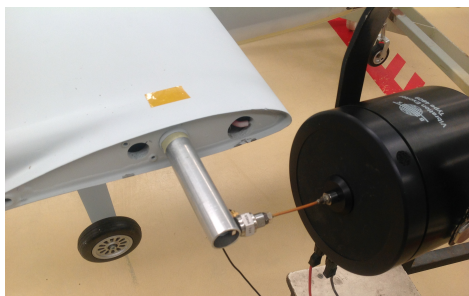


Figura 49 – Ligação do vibrador ao corpo central do Alpha-Extended

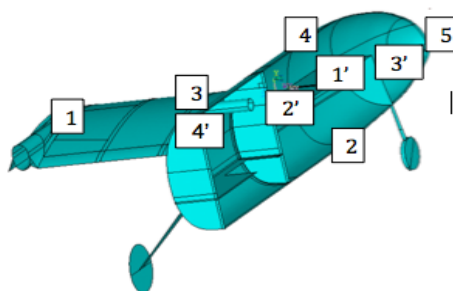


Figura 50 – Pontos de medição no corpo central do Alpha-Extended

Para o Alpha-Extended completo sem motor e aviônicos, o vibrador e o transdutor de forças foram aparafusados no local de ligação entre a cauda e a asa como representado na figura 51.

À semelhança do que foi feito anteriormente, seleccionaram-se determinados pontos para a colocação do acelerómetro nas medições experimentais e, fazer de imediato a correspondência com os modos de vibração obtidos na análise de elementos finitos.

Assim, foram realizadas 19 medições ao longo de todo o Alpha-Extended, como representado na figura 52, divididos nas seguintes partes:

- Asa: pontos 1, 18 e 19;
- Fuso de ligação: 10, 11, 12 e 13;
- Trem Principal: 2 e 3
- Estabilizador vertical: 4 e 5;
- Estabilizador horizontal: 6, 7, 8 e 9;
- Corpo central: 14, 15, 16 e 17.

No entanto, os ensaios experimentais foram realizados sem a canopy visto que esta se encontrava sem os parafusos de fixação.

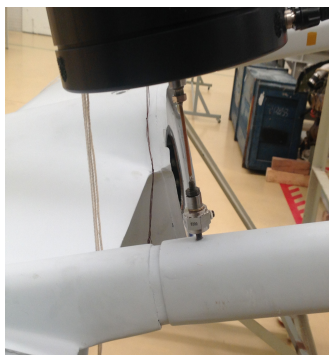


Figura 51 – Ligação do vibrador ao Alpha-Extended sem motor e aviônicos

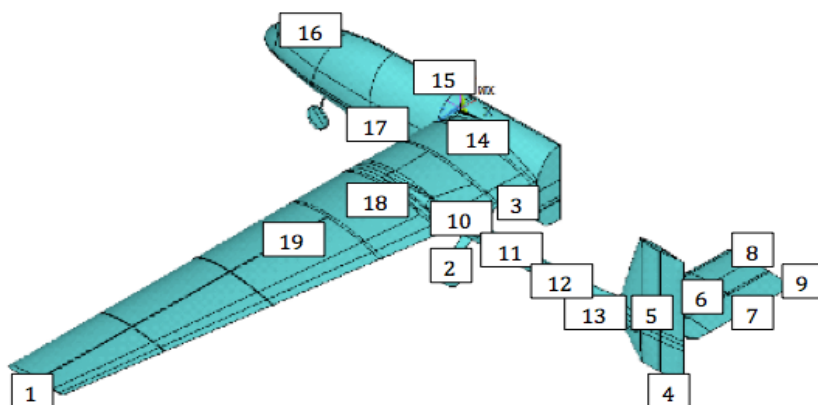


Figura 52 – Pontos de medição no Alpha-Extended sem motor e aviônicos

No caso do Alpha-Extended completo com motor e aviônicos, por indisponibilidade dos restantes, teve de ser usado o Alpha-Extended número de cauda 00, que apresenta ligeiras diferenças de

configuração. Uma das diferenças mais importantes é o facto de atualmente não poder ser equipado com câmara de filmar pois não apresenta nenhuma abertura na barriga (local onde será instalada a câmara). Porém, os resultados obtidos neste UAV continuam a ser válidos e podem ser utilizados para as restantes aeronaves. Salienta-se que as medições no Alpha-Extended 00 foram realizadas com os depósitos de combustível vazios. Em contrapartida, foram colocadas massas equivalentes no depósito da aeronave.

No que diz respeito à fixação do vibrador, foi efetuada na parte central da fuselagem como representado na figura 53. Para tal, foi necessário retirar a tampa do depósito de combustível para se ter algum ponto de fixação.



Figura 53 – Ligação do vibrador ao Alpha-Extended com motor e aviónicos

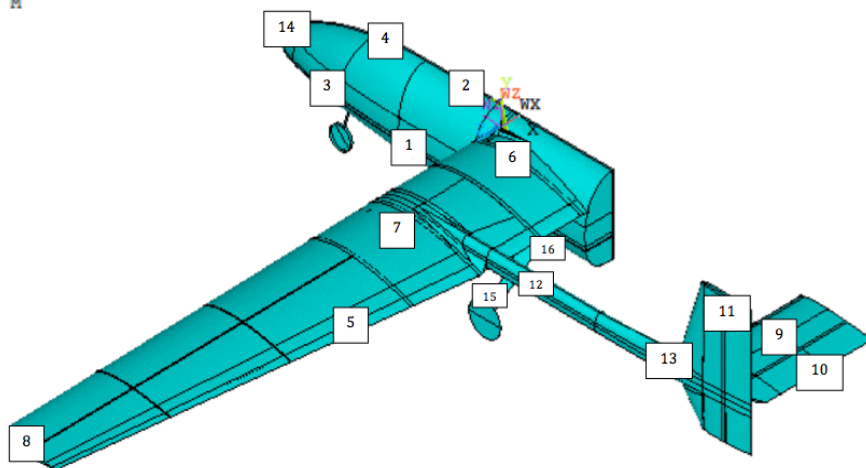


Figura 54 – Pontos de medição no Alpha-Extended com motor e aviónicos

Como se pode observar pela figura 54, as medições finais focaram-se mais na parte central do UAV por ser o local onde foram acrescentadas as massas pontuais e também por ser o local onde se instalará a câmara de filmar.

Desta forma tem-se:

- Asa: pontos 5, 7 e 8;
- Fuso de ligação: 12 e 13;
- Trem Principal: 15 e 16
- Estabilizador vertical: 11;
- Estabilizador horizontal: 9 e 10;
- Corpo central: 1, 2, 3, 4, 6 e 14.

Apesar de serem menos pontos de medição que no Alpha-Extended sem motor, pode-se concluir que para os objetivos do trabalho são suficientes. Com a experiência adquirida nas medições anteriores, verificou-se que em alguns pontos a informação recolhida era repetitiva podendo-se então eliminar alguns locais de medição e acrescentar outros na zona de instalação da câmara.

4.3.2 Resultados e Discussão

Tabela 7 - Comparação entre as frequências naturais obtidas nos quatro pontos da asa e do ANSYS

Modos de Vibração	Frequências naturais da asa [Hz]				
	Valores experimentais				Valores Teóricos
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	ANSYS
1	74,02	72,27	-	71,88	-
2	90,04	89,84	87,89	-	-
3	101,95	102,34	101,56	101,76	-
4	147,27	-	146,48	-	-
5	158,40	159,37	158,79	158,20	156,06
6	192,19	189,45	188,28	188,67	-
7	226,14	224,61	224,61	224,61	228,80
9	266,41	264,65	262,70	261,72	259,92
10	303,71	300,78	300,78	-	-
11	-	315,43	-	-	-
12	-	-	-	321,29	319,70
13	335,35	334,96	333,01	-	-
14	347,66	347,66	348,63	-	345,27
15	353,52	-	-	-	353,60
16	369,14	367,19	-	-	-
17	-	-	380,47	380,86	-
18	398,44	394,53	-	-	387,68
19	-	-	-	409,18	408,22
20	424,80	-	424,80	-	426,74
21	436,52	435,55	-	-	439,21

Como experimentalmente se obtiveram mais frequências naturais do que na modelação em elementos finitos, foi necessária uma confirmação da correspondência modo de vibração – frequência natural.

Para tal, definiram-se locais estratégicos, como representado na figura 55, tendo em conta os modos de vibração apresentados na análise de elementos finitos, para se efetuarem novas medições. O processo utilizado foi o mesmo para as restantes partes constituintes do Alpha-Extended:

- Observação dos modos de vibração em elementos finitos e correspondente frequência natural;
- Escolha de um local na estrutura que não sofra deslocamento para um determinado modo;
- Colocação do acelerómetro na localização escolhida;
- Excitação da estrutura com ruído branco;
- Análise da FRF e verificação da não deteção da frequência natural.

As FRF's obtidas nos novos pontos não foram incluídas no trabalho visto servirem só como uma verificação dos resultados e serem um passo intermédio na optimização do modelo em elementos finitos.

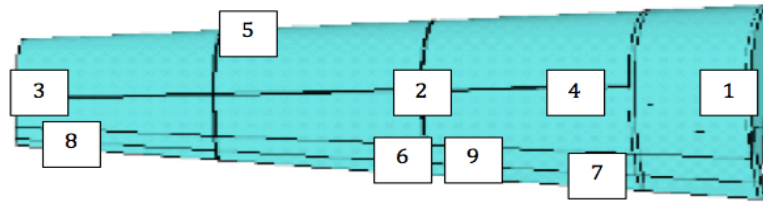


Figura 55 - Novos locais de medição na asa

Um dos principais modos de vibração a serem confirmados foi a flexão da asa. Este tipo de modo tem muita influência na ponta da asa, sendo que as amplitudes obtidas na FRF para a flexão da asa devem ser as de maior amplitude. A torção da asa terá amplitudes menores por se estar a medir a meio do perfil.

Observando a FRF obtida pela medição no ponto 3, representada na figura 56, consegue-se constatar que existe a possibilidade de a flexão da asa corresponder a uma das quatro frequências naturais: 87 Hz, 101 Hz, 158 Hz ou 224 Hz.

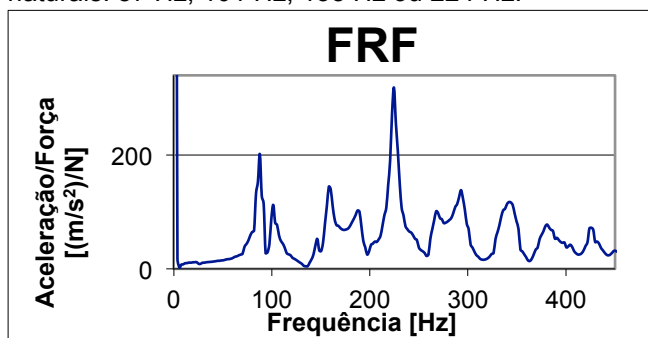


Figura 56 - FRF obtida no ponto 3 (ponta da asa)

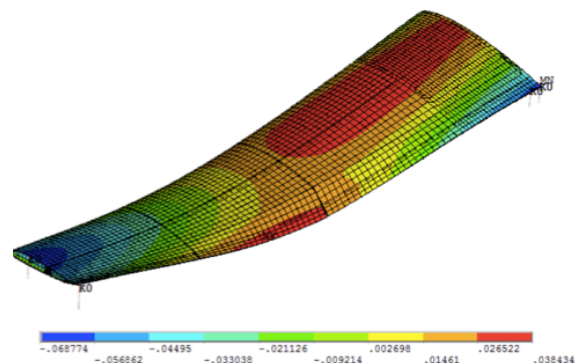


Figura 57 – Modo de vibração da asa (flexão)

Pela análise em elementos finitos, obteve-se a flexão da asa para uma frequência próxima dos 158 Hz.

Observando-se o modo de vibração para flexão da asa pela figura 57, constata-se o seguinte:

- Para os pontos 5, 8 e 9 a frequência correspondente à flexão da asa tem de ter pequena amplitude;
- Para o ponto 4, a frequência da flexão deve apresentar grande amplitude.

Assim, colocando o acelerómetro nessas posições e excitando a estrutura com ruído branco, e obtendo-se as respetivas FRF's à frequência natural de 158 Hz, verifica-se esse comportamento nos pontos supra referidos.

Conclui-se que esta frequência corresponde a uma flexão da asa, no entanto, a frequência 87 Hz também está associada à flexão da asa, sendo que representa a primeira frequência de flexão da mesma. Esta conclusão foi retirada pela análise das FRF's ao longo da asa. No entanto, como se pode verificar, na análise em elementos finitos não se obteve nenhuma frequência abaixo dos 156,06 Hz. Tal facto pode ser explicado pelos constrangimentos automáticos aplicados na asa. Sendo esta

asa na realidade só uma parte da asa, e não a sua totalidade, é natural que o valor das frequências naturais seja ligeiramente mais elevado do que o valor obtido em trabalhos de análise modal em UAV's. Esse aumento de rigidez pode levar a que a aplicação automática de molas na estrutura torne a asa demasiado constrangida no espaço e omita ou aumente frequências de vibração mais baixas. Essas frequências que agora estão a ser ignoradas, surgirão quando a asa for acoplada no corpo central do Alpha-Extended, sendo que, como o objetivo é a modelação do Alpha-Extended completo, admitiu-se a omissão de algumas frequências numa análise de uma estrutura preliminar.

A representação das superfícies móveis no modelo em elementos finitos, mais uma vez, não foi a mais correta. Com as medições nas superfícies móveis obteve-se novos valores de frequências e mostrou-se que grande parte das baixas frequências estão associadas às mesmas. São os casos dos 35 Hz, 50 Hz, 70 Hz e 85 Hz. Com a colocação do acelerómetro nos pontos 6, 7, 8 e 9 concluiu-se que as frequências de vibração mais baixas correspondem às superfícies móveis da asa. Para além disso, ainda foram detetadas outras frequências que não tinham sido obtidas nas outras posições. Por exemplo, passaram-se a detetar frequências naturais de 52 Hz, 110 Hz e 135 Hz na posição 7 e na posição 6 obtiveram-se como novas frequências 120 Hz e também 135 Hz.

Pelas amplitudes das FRF's concluiu-se que a superfície móvel do ponto 6 e 7 apresenta um modo de vibração para os 70 Hz e outro para os 87 Hz, pois é muito afetada por estas frequências. Outros modos que lhe podem estar associados encontram-se para as frequências 135 Hz e 190 Hz.

Por outro lado, esta superfície é bastante afetada pelas frequências de baixa ordem como a de 53 Hz. Assim, mostra-se que a primeira frequência obtida experimentalmente nos pontos 1, 2 e 4 está associada ao movimento das superfícies móveis, que nesta fase se encontram desconectadas dos servos elétricos.

Como foi referido anteriormente, um dos problemas na análise do fuso de ligação prende-se com o facto de existir uma superfície móvel folgada. Para a confirmação dos modos de vibração desta estrutura, colocou-se o acelerómetro em posições que, segundo a análise em elementos finitos, não detetariam as frequências correspondentes (figura 58).

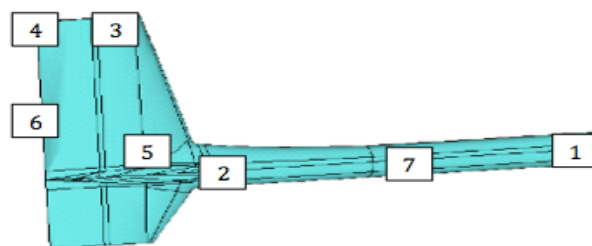


Figura 58 - Novos locais de medição no fuso de ligação

Os resultados são apresentados na tabela 8.

Tabela 8 - Comparação entre as frequências naturais do fuso de ligação experimentais e do ANSYS

Modos de Vibração	Frequências naturais do fuso de ligação cauda - asa [Hz]			
	Valores experimentais			Valores Teóricos
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	ANSYS
1	23,83	23,44	23,44	-
2	37,50	36,91	36,13	-
3	61,52	60,55	60,55	61,06
4	143,55	142,58	143,55	143,00
5	-	-	155,27	-
6	161,13	161,13	-	-
7	179,69	175,78	173,83	-
9	-	-	189,45	185,21
10	196,29	197,27	-	-
11	207,03	206,05	208,98	210,49
12	-	218,75	-	-
13	228,52	-	229,49	227,39
14	-	-	-	230,87
15	-	242,19	-	-
16	260,74	260,74	260,74	256,29
17	270,51	269,53	-	269,77
18	279,30	-	-	-
19	295,90	-	294,92	296,17
20	-	307,62	308,59	305,07

Considerando-se a primeira frequência obtida em elementos finitos (61,06 Hz) e analisando o seu modo de vibração no ANSYS, tem-se que no ponto 7 teoricamente não se conseguiria detetar essa frequência visto ser um modo associado ao movimento da superfície móvel. Analisando as FRF's do ponto 7 confirma-se a não existência dessa frequência. Nos pontos 1, 2, 3 e 5 onde supostamente também não se detetaria essa frequência, verifica-se a sua deteção na análise das FRF's mas com pequenas amplitudes.

Em relação às frequências mais baixas, 23 Hz e 36 Hz, verifica-se que são mais facilmente obtidas nos pontos 3, 4 e 6, podendo-se concluir que se tratam de frequências associadas à folga existente na superfície móvel que não foram consideradas na simulação em elementos finitos.

Passando agora para o segundo modo de vibração obtido em elementos finitos, tem-se que lhe está associado uma frequência de 143 Hz. Segundo este modo de vibração obtido em elementos finitos, o ponto 6 coincide com um local onde não é suposto conseguir detetar-se essa frequência. Pela análise da FRF associada confirma-se o esperado.

Tendo em conta o modo de vibração para a frequência de 185 Hz (a mais próxima de 189 Hz) pode-se constatar que nos pontos 1, 2 e 7 muito dificilmente se deteta esta frequência. Pela análise das FRF's também se confirmou essa suposição.

Para o sexto modo obtido em elementos finitos, que não tinha correspondência com nenhuma frequência experimental, foi possível detetar a frequência de 230 Hz na análise do ponto 4, o que demonstra a imprecisão na modelação das superfícies móveis.

Relativamente ao estabilizador horizontal, observou-se novamente que existiam problemas associados às superfícies móveis, pelo que se efetuaram mais 3 medições no intradorso do estabilizador horizontal, como representado na figura 59.

Pela análise das FRF's conclui-se que as frequências naturais da estrutura começam nos 125 Hz, devido às elevadas amplitudes registadas a partir desta frequência.

Para a confirmação dos modos de vibração procedeu-se da mesma forma que nos componentes anteriores.

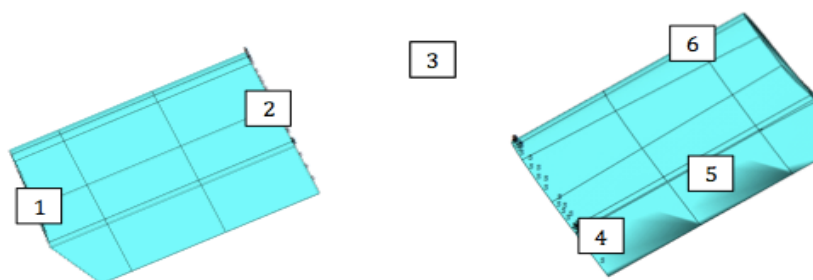


Figura 59 - Novos locais de medição no estabilizador horizontal

Os resultados são apresentados na tabela 9.

Tabela 9 - Comparação entre as frequências naturais do estabilizador horizontal experimentais e do ANSYS

Modos de Vibração	Frequências naturais do estabilizador horizontal [Hz]			
	Valores experimentais			Valores Teóricos
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	ANSYS
1	125,00	121,68	125,00	123,56
2	-	150,39	151,56	153,75
3	164,06	-	165,04	168,61
4	191,41	191,41	192,38	196,21
5	224,61	225,39	224,61	223,00
6	-	246,09	246,09	-
7	275,39	278,32	279,30	-
9	303,71	-	303,52	298,50
10	-	-	317,38	-
11	330,08	329,10	331,05	333,37
12	-	339,84	339,06	338,73
13	-	357,62	360,35	360,12
14	-	369,14	-	-
15	-	-	380,86	377,56

Para além dos três primeiros pontos medidos, colocou-se o acelerómetro no intradorso do estabilizador horizontal em três novos pontos estrategicamente escolhidos. Para o modo de vibração com frequência 125 Hz, tem-se que pela modelação seria impossível detetar essa frequência no ponto 5. Pela análise da FRF constatou-se que a amplitude dessa frequência foi muito atenuada, no entanto, ainda foi possível a sua deteção.

Pelas FRF's concluiu-se que a frequência de 125 Hz não está associada às partes móveis, pois a sua amplitude é maior nos pontos 1, 2 e 3.

Relativamente à frequência 153 Hz obtida em elementos finitos, observou-se que é uma frequência associada ao movimento da superfície móvel tendo por isso grande amplitude nas análises dos pontos 4 e 5.

Com a colocação de acelerómetros nos pontos 4 e 5 obtiveram-se novas frequências que não tinham sido detetadas nos restantes pontos, nomeadamente 135 Hz.

Para além disso confirmou-se que os 150 Hz estão claramente associados ao movimento da superfície móvel.

Também se confirmou o modo de vibração associado à frequência 298 Hz sendo que para este modo, os pontos 2 e 6 não são afetados por essa mesma frequência.

Pela análise das suas FRF's confirmaram-se os resultados apresentados em elementos finitos.

Durante a simulação em elementos finitos da parte central do Alpha-Extended, existiram desvios relevantes entre as primeiras frequências naturais obtidas experimentalmente e através do ANSYS como se pode observar no anexo D. Foi necessário identificar a que componentes essas frequências estavam associadas e determinar se eram relevantes para o estudo efetuado neste trabalho ou não.

Desta forma, acrescentaram-se mais alguns pontos de medição, nomeadamente no trem principal, para além dos que já haviam sido realizados, como representado na figura 60.

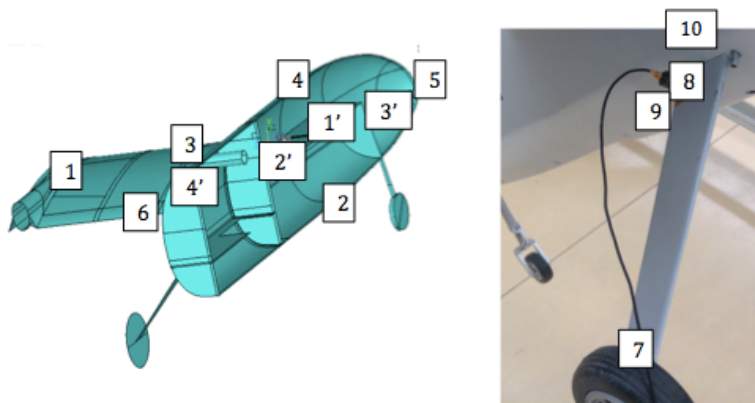


Figura 60 - Novos locais de medição no corpo central do UAV

Analisando a tabela 10, verifica-se que foram detetadas 3 novas frequências naturais associadas ao trem de aterragem que têm relação direta com as frequências obtidas no ANSYS (representadas a vermelho).

Pela análise no ponto 7, constata-se que as frequências mais baixas estão associadas ao trem principal, identificando-se 9 Hz, 33Hz e 42 Hz. Para além disso, também a frequência 166 Hz tem muita influência neste ponto.

Passando agora para o ponto 8, verificou-se experimentalmente também grande influência da frequência 33 Hz. Para além disso, por se encontrar numa zona imediatamente abaixo da asa, sofre grande influência das duas primeiras frequências associadas à flexão e torção da asa: 75 Hz e 94 Hz. As frequências 9 Hz e 23 Hz também foram facilmente determinadas.

Relativamente aos pontos 9 e 10, também sofrem influência da frequência 33 Hz como seria de esperar devido às suas proximidades ao trem e das 75 Hz e 94 Hz pelas mesmas razões apontadas ao ponto 8 (flexão da asa). No entanto, os modos que mais influenciam estes pontos são os que estão associados às frequências 114 Hz e 136 Hz. Não se pode deixar passar que as frequências mais baixas (9 Hz, 18 Hz e 26 Hz) também foram facilmente detetadas.

Conclui-se então que as primeiras frequências determinadas experimentalmente estão associadas a deformações do trem de aterragem principal e às superfícies móveis. Verificou-se que os desvios encontrados nas primeiras frequências estão associados às aproximações geométricas aplicadas no trem e aos graus de liberdade que caracterizam as superfícies móveis. No entanto, foi possível fazer uma correlação direta entre as frequências em elementos finitos e as experimentais deslocando-as para o valor que deveriam apresentar. A tabela 10 mostra as primeiras frequências obtidas nos 5 primeiros pontos do corpo central e a sua correspondência com os valores obtidos em ANSYS. Verificou-se que as frequências representadas a vermelho apresentam valores mais elevados devido à aproximação da simulação das superfícies móveis, que neste caso não simulou com precisão os graus de liberdade destas estruturas.

Tabela 10 - Comparação entre as frequências naturais mais baixas do corpo central e do ANSYS

Valores experimentais					Valores Teóricos
Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ansyp
10,74	-	-	10,74	-	10,14
19,53	17,58	17,77	-	17,58	18,53
29,30	27,34	26,37	27,34	-	43,92
-	-	33,20	-	-	58,96
40,04	42,97	-	41,02	41,02	65,97

Analisando agora a flexão da asa, pela análise do ponto 1 verifica-se que a primeira grande frequência a ser detetada corresponde aos 74 Hz, tal como acontece na análise de elementos finitos. Assim também se verifica a correspondência entre as frequências e os modos de vibração.

Relativamente à análise do Alpha-Extended completo sem motor e aviônicos, pode-se verificar que a assemblagem das partes permitiu uma convergência dos resultados obtendo-se valores muito aproximados.

Para além disso, os resultados apresentados podem ser otimizados pelo refinamento das partes em separado. Como esta análise apresenta mais de 100000 elementos, torna-se impraticável otimizar o modelo numérico diretamente no Alpha-Extended completo devido ao tempo de processamento dos

dados. No geral, quando se acertam separadamente os componentes (asa, estabilizadores, fuselagem), os resultados ficam corretos na montagem final. Claro que a ligação entre os componentes é o fator de maior erro na montagem final em elementos finitos, visto considerar-se que as superfícies estão todas coladas e não aparafusadas ou rebitadas.

Devido à dimensão da estrutura, a forma mais prática de se verificar os modos de vibração e realizar a sua otimização passa pela observação dos modos de vibração e comparação com os resultados teóricos. Por exemplo, se a 100 Hz apresentava flexão da asa no modelo em elementos finitos mas experimentalmente esta ocorria nos 90 Hz, pode significar que a ligação da asa no modelo em elementos finitos ficou demasiado rígida.

Depois de acertadas as frequências, conclui-se mais uma vez que existiam algumas frequências (principalmente das mais baixas) que não são representadas em elementos finitos pois também já existiam omissões de frequências nas análises dos componentes.

De forma a visualizar-se melhor a correspondência entre os modos de vibração e as frequências obtidas experimentalmente, decidiu-se dividir o Alpha-Extended por partes e numerá-las de 1 a 6 como representado na tabela 11.

Tabela 11 – Numeração dos componentes do Alpha-Extended

Número do componente	Componente
1	Asa (inclui movimento de ailerons)
2	Trem de aterragem principal
3	Fuso de ligação
4	Estabilizador vertical
5	Estabilizador Horizontal
6	Fuselagem central

O resultados experimentais encontram-se no anexo D e a correspondência entre os modos de vibração experimentais e teóricos estão representados na tabela 12.

Tabela 12 – Comparação entre os modos de vibração experimentais do Alpha-Extended sem motor e aviônicos e em elementos finitos

Frequência experimental [Hz]	Componentes que registaram maiores amplitudes de vibração	
	Experimental	ANSYS
5-9	1-2-4-5-6	1-2-4-5-6
10-13	1-2-3-4-6	1-2-3-4-5
14-20	4-5	4
21-30	1-2-4-5-6	-
31-39	1-2-3-6	1-2-3-6
40-48	1-3-4	1-3-4-5
49-59	1-2-3-5-6	1-2-3-4-5-6

60-69	3-4-5-6	3-4-5
70-79	1-2-4-5-6	1-2-4-5-6
80-87	1-2-3-5-6	1-2-3-4-5-6
88-95	1-2-3-4-5	1-2-3-4-5
110-120	2-3-4-5-6	3-4-6
121-129	1-2-3-5-6	1-3-6
130-139	1-2-3-4-5-6	-
140-148	1-3-4-5-6	6
149-159	1-2-3-5-6	1-2-3-4-5-6
160-169	1-4-5-6	1-4-5-6
170-180	3-4-5	1-2-3-4-5
181-189	1-2-3-4-5-6	1-2-3-4-5-6
190-195	2-4-5	1-2-3-4-5

Observando a tabela acima, verifica-se que existem vários componentes a serem excitados para cada gama de frequências. Assim, de forma a se poder otimizar o modelo em elementos finitos, agruparam-se os componentes que apresentam maiores amplitudes de vibração nas medições experimentais. Por exemplo, para a gama de 31 a 39 Hz os componentes que experimentalmente foram mais excitados são os que correspondem aos números 1-2-3-6. Não significa que nos outros componentes não se tenha detetado estas frequências, simplesmente apresentavam amplitudes de vibração muito baixas. O modelo em elementos finitos fica otimizado quando esses mesmos componentes apresentam modos de vibração nessa gama de frequências. Por exemplo, foi possível detetar tanto experimentalmente como na análise em elementos finitos que um dos modos de flexão da asa ocorre na gama 88-95 Hz.

O entanto, existem algumas incongruências em certas gamas de frequência. Observe-se a gama 21-30 Hz que experimentalmente corresponde à excitação de 1-2-4-5-6 e no modelo em elementos finitos nem é representada. Tal facto deve-se em parte aos erros cometidos na representação dos modos de vibração das baixas frequências dos componentes do Alpha-Extended.

Relativamente ao Alpha-Extended completo com motor e aviônicos instalados, o método de otimização das frequências realizou-se de forma semelhante ao anterior. Os resultados de elementos finitos e experimentais encontram-se na tabela 13.

A tabela 14, por sua vez, mostra a correspondência entre os modos de vibração e as frequências obtidas experimentalmente.

Tabela 13 - Comparação entre as frequências naturais do Alpha-Extended com motor e aviônicos obtidas experimentalmente e em elementos finitos

Frequências naturais [Hz]	
Experimental	ANSYS
5,86	5,44

7,81	7,87
9,77	7,97
11,72	10,31
13,67	12,64
15,62	15,65
19,53	-
21,48	21,38
23,44	-
25,39	-
27,34	-
31,25	30,66
33,20	-
35,16	-
37,11	37,02
39,06	39,37
41,02	42,67
46,87	46,31
48,83	47,89
50,78	48,46
52,73	52,65
54,69	56,73
56,64	58,62
60,55	59,11
62,50	63,71
64,45	-
66,41	-
68,36	68,08
72,27	-
74,22	74,24
76,17	78,79
78,13	79,17
80,08	79,27
82,03	79,57
83,98	-
85,94	-
87,89	-
89,84	-
91,80	91,03
93,75	93,57
95,70	95,21

97,66	96,26
99,61	-
101,56	101,74
103,52	-
105,47	109,50
107,42	110,92
111,33	113,51
117,19	117,52
119,14	119,00
121,09	122,67
125,00	123,81
126,95	126,40
130,86	130,59

Tabela 14 – Comparação entre os modos de vibração experimentais do Alpha-Extended com motor e aviônicos e em elementos finitos

Frequência experimental [Hz]	Componentes que registaram maiores amplitudes de vibração	
	Experimental	ANSYS
5-9	1-2-3-6	1-2-3-4-5-6
10-13	1-2-4-5	1-2-4-5-6
14-25	1-2-3-4-6	2-4-6
26-31	6	6
31-42	1-3-6	1-2-3-4-5-6
43-52	1-4-5-6	1-2-4-5-6
53-59	2-4	2-4-5-6
60-69	1-2-3-4-5	1-2-3-4-5
70-80	1-3	1-3-4-5
81-87	3-6	3-4-5-6
88-95	1-2-3-4-5	1-2-3-4-5
96-109	4-5-6	6
110-118	5-6	5-6
119-129	1-2-5-6	1-2-4-5-6
130-139	1-6	6
140-148	5-6	6
149-159	1-2-3-6	1-2-3-6

Observando estes resultados, verifica-se que a introdução de massas a simular o motor e a simular o equipamento aviônico teve alguma influência no valor das frequências naturais, tendo no geral, contribuído para a sua diminuição comparativamente aos resultados obtidos no Alpha-Extended sem

massas adicionadas. Com a adição de massas no início das asas (simulação do combustível), verificou-se uma diminuição dos valores de frequência associados a esta estrutura, sendo que por isso, a asa já é mais afetada por frequências na gama dos 14-25 Hz. No entanto, existem frequências experimentais que não foram representadas nos resultados em elementos finitos. Existe um desvio entre os resultados devido à estrutura do Alpha-Extended, mais precisamente porque:

- O modelo teórico apresenta diferenças nas propriedades dos materiais e no design comparativamente ao experimental;
- A maioria das frequências naturais experimentais não representadas em elementos finitos estão associadas à vibração de componentes específicos;
- O Alpha-Extended utilizado foi o Alpha-Extended número de cauda 00, que é ligeiramente diferente dos outros. Houve então necessidade de se realizar mais alterações no modelo em elementos finitos do que seria necessário num outro número de cauda.

Apesar de alguma falta de correspondência, foi possível determinar e representar os principais modos de vibração do Alpha-Extended, tendo-se assim conseguido uma boa caracterização dinâmica da estrutura.

A figura 61 corresponde à FRF obtida no ensaio na ponta da asa. Condensando os resultados relativos aos modos de vibração da asa na tabela 15, constata-se que se conseguiu uma correspondência muito aproximada entre os modos de vibração do *ANSYS* e experimentais.

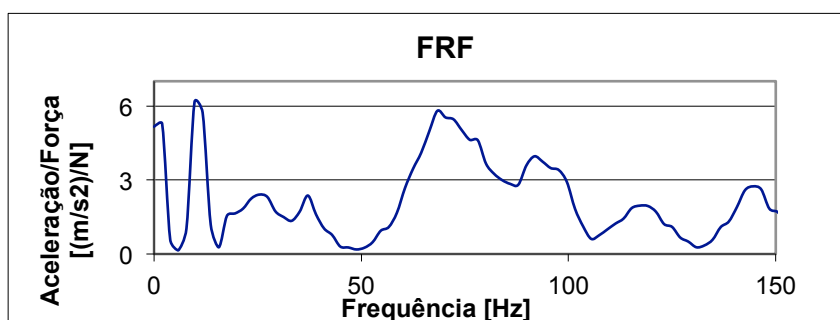


Figura 61 - FRF obtida na ponta da asa do Alpha-Extended

Tabela 15 – Comparação das frequências relativas à asa

Modo de vibração	ANSYS [Hz]	Experimental [Hz]
Flexão vertical da asa	10,31	9,77
Flexão lateral da asa	37,02	37,11
Flexão da asa e torção da cauda	68,08	68,36
Flexão da asa em oposição à flexão da cauda	74,24	74,22
Flexão da asa	93,57	93,75
Flexão da asa	146,53	146,48

Esta análise permitiu identificar o comportamento dinâmico da estrutura, em termos de torções, flexões e gamas de vibrações nos seus componentes. Para além disso, os valores obtidos estão

dentro do esperado. Por exemplo, nos trabalhos de Lemler (LEMLER, [8]) e Sahin (SAHIN, [9]), em que se realizaram análises modais experimentais e em elementos finitos para o (SAHIN, [9]) num UAV, obtiveram-se os seguintes resultados:

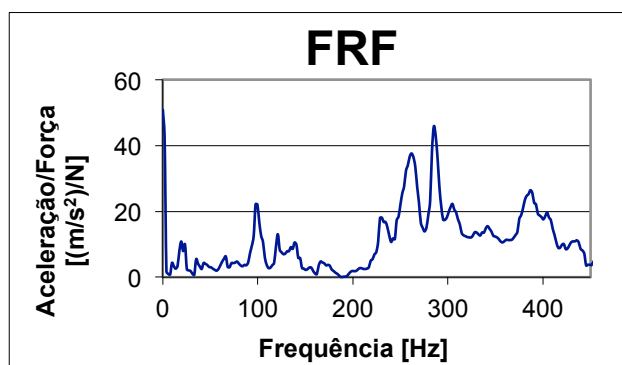
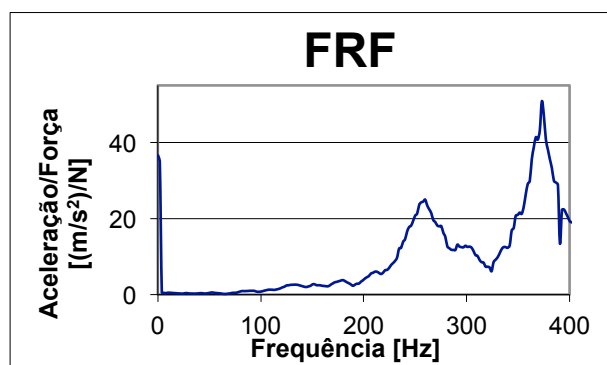
Tabela 16 - Resultados obtidos na referência bibliográfica (LEMLER, [8])

Modo de vibração	Experimental [Hz]
Flexão da asa	12,04
Torção da cauda	27,00
Flexão da asa em oposição à flexão da cauda	27,60
Flexão da asa e torção da cauda	72,80
Flexão da asa	90,80

Tabela 17 - Resultados obtidos na referência bibliográfica (SAHIN, [9])

Modo de vibração	Experimental [Hz]	Elementos finitos [Hz]
Flexão da asa	13,00	13,52
Torção da asa	49,00	46,30
Flexão da asa	88,75	87,69

Como se pode constatar, são valores muito próximos daqueles que se obtiveram no Alpha-Extended. Analisando os pontos de medição no Alpha-Extended verifica-se que neste ensaio se incidiu mais sobre o corpo central da aeronave, mais precisamente sobre o local onde será instalada a câmara. Foi possível concluir que o local escolhido é um dos que menos é afetado por frequências abaixo de 200 Hz, como se pode ver pela figura 62, enquanto que o nariz, por exemplo, é afetado por frequências à volta dos 100 Hz (ver figura 63), o que vai de encontro à experiência passada do Laboratório de Aeronáutica, que tendo identificado na prática que em termos de vibrações este teria sido o pior local em que tinham instalado a câmara.



Desta forma, tem-se que o local de instalação da câmara parece ser apropriado por não apresentar ressonâncias na zona de operação do motor. Por outro lado, elimina-se a possibilidade de instalação no nariz devido à existência de frequências naturais na gama das de funcionamento do motor. Para além disso, também não é recomendável a instalação de câmaras nas asas ou na cauda, por serem estruturas com frequências naturais ligeiramente mais baixas que a frequência do motor e por serem muito suscetíveis a fenómenos aerodinâmicos.

4.4 Cancelamento de massas

A precisão e a fiabilidade das diversas análises utilizando FRF's dependem fortemente da qualidade dos dados medidos. É sabido que a qualidade das FRF's é muito afetada por diversos fatores, como o ruído, erros sistemáticos e efeitos do carregamento de massa dos transdutores [44]. Um transdutor montado sobre um sistema de vibração altera a dinâmica da estrutura pois acrescenta-lhe massa. Por conseguinte, os valores das frequências naturais são alterados, fazendo-se sentir maior erro em frequências elevadas. O que acontece então, é uma diminuição das frequências de ressonância e a previsão incorreta dos parâmetros modais.

Em muitas situações, o efeito da massa do transdutor é ignorado no processo analítico e modelamento experimental, com base no pressuposto de que a massa deste é insignificante em comparação com a da estrutura em teste.

No entanto, quando estruturas mais leves são estudadas, este efeito pode ser significativo e pode ser necessário eliminar este efeito indesejável antes de os dados medidos serem usados para as análises posteriores.

Os efeitos da massa do acelerómetro e do transdutor de força podem ser eliminados da FRF em testes com o vibrador [45].

Para o cancelamento de massa, é utilizada uma massa de teste. Além disso, os efeitos de carga provocados pela massa do transdutor na FRF podem ser removidos utilizando dois acelerómetros com massas diferentes. Por vezes, o efeito do aumento de massa numa FRF pode ser cancelado através de uma técnica de cancelamento usando transdutores nos pontos de condução [45].

Assim, as frequências de ressonância medidas com um acelerómetro são inferiores às medidas sem acelerómetro. No entanto, após a eliminação do efeito da diferença de massa entre os dois acelerómetros, tanto as frequências naturais como as FRF ficam de acordo com o valor desejado.

Para este projeto, não se considerou necessária a aplicação do cancelamento de massa. É verdade que em cada estrutura, com a colocação do acelerómetro em diferentes posições, os valores das ressonâncias variavam ligeiramente, tendo-se notado maior discrepância nos ensaios na ET1 e na ET2 nas frequências mais elevadas. Tal facto deve-se à pouca massa das estruturas em análise e à utilização de um fixador magnético que acrescenta muita massa ao sistema. De forma a fazer corresponder os resultados em elementos finitos com os experimentais, optou-se por adicionar massas pontuais no local onde o acelerómetro foi colocado. No entanto, ao proceder deste modo, apesar de se ter resultados comparativos bastante próximos, sabe-se que o verdadeiro valor das frequências naturais é ligeiramente inferior ao obtido.

Por fim, quando se passou à análise do Alpha-Extended, constatou-se que o efeito da massa dos transdutores numa estrutura grande era insignificante para a gama de frequências medida. Realizou-se o teste em elementos finitos com a massa do transdutor incluída na estrutura e sem a sua inclusão. Os resultados obtidos foram praticamente os mesmos, pelo que se considerou que o efeito do aumento de massa não era significativo. Outro fator que contribuiu para não se realizar cancelamento de massas foi a fixação do transdutor com fita cola e não com um fixador magnético. Desta forma, a massa acrescentada foi muito menor do que nos ensaios preliminares.

5 Isolamento de vibrações

Após a realização da caracterização dinâmica do Alpha-Extended, existiu a necessidade de se desenvolver soluções de isolamento de vibrações a serem aplicadas na câmara de filmar.

Assim, utilizou-se a seguinte metodologia:

- Ensaios em voo;
- Identificação das câmaras de filmar a serem utilizadas;
- Determinação das propriedades dos apoios a utilizar;
- Seleção de apoios.

5.1 Ensaios em Voo

Os ensaios em voo foram realizados no Alpha-Extended número de cauda 00 e consistiram na medição das vibrações, em voo cruzeiro, no local de instalação da câmara. Para tal, foi utilizado o equipamento MSR165 (figura 64), que consiste num medidor de vibrações portátil da FAP, que tem uma bateria incluída com duração até 6 meses e com um cartão de memória incorporado que lhe permite recolher até sensivelmente 30 minutos de dados com a frequência de amostragem máxima. Este coletor de dados é à prova de água e feito de alumínio (69 gramas). Mede as acelerações em três eixos e também pode ser usado para medições de choques até 200g.

O objetivo deste teste foi o de verificar quais as frequências que afetavam, durante a fase de cruzeiro (200 metros de altitude), o Alpha-Extended no local da câmara. Seria de esperar encontrar as frequências do motor e as suas harmónicas, no entanto, devido aos fenómenos aerodinâmicos, achou-se que seria uma mais valia realizar os testes em voo e não em bancada.

Assim, a montagem no MSR165 realizou-se conforme a figura 65, onde se observa o local de fixação.



Figura 64 - MSR165



Figura 65 - Montagem do MSR165

A sua fixação foi feita com fita cola, ficando a base do acelerómetro em contacto diretamente com a fuselagem. Na realidade, a câmara será instalada sobre umas calhas de alumínio no interior da fuselagem (figura 66), no entanto, visto que esta aeronave não apresenta esse tipo de configuração, o MSR165 teve de ser colocado sobre a fuselagem.

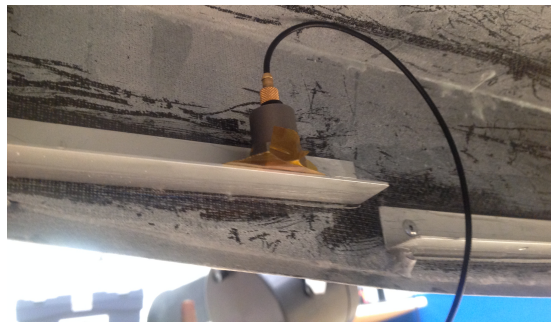


Figura 66 – Calhas de alumínio para apoio da câmara de filmar

Nos testes em voo, registaram-se dados durante um voo de 15 minutos com 3 passagens à velocidade cruzeiro. Recolheram-se os dados à frequência de amostragem máxima do MSR165 (1600 Hz) visto que este não apresenta filtro analógico. Desta forma, tentou-se evitar erros de *aliasing* associados às altas frequências. Os resultados obtidos foram comparados com os dados recolhidos pelo piloto automático durante a fase de voo (velocidade, rpm do motor, atitude, entre outros) como se mostra na tabela 18.

Tabela 18 – Comparação entre as frequências obtidas pelas rpm do motor e as medidas pelo MSR165.

Voo cruzeiro	Frequência do motor	Frequência 1 MSR	Frequência 2 MSR	Frequência 3 MSR	Frequência 4 MSR
1	124,28 Hz	125 Hz	250 Hz	376 Hz	501 Hz
2	106,08 Hz	107 Hz	214 Hz	320 Hz	414 Hz
3	101,62 Hz	101 Hz	202 Hz	302 Hz	404 Hz

A frequência do motor em voo cruzeiro foi obtida através da média das rpm em cada passagem. Como as rpm não são constantes, em termos de FFT's não se obtém uma só frequência para o motor, mas um conjunto de frequências em torno de uma posição média.

As FFT's relativas a estes ensaios encontram-se no anexo E.

A título de exemplo, na figura 67 está uma FFT obtida segundo o eixo y no voo de cruzeiro 1. O Eixo das ordenadas encontra-se em unidades de g, isto é aceleração/9,81.

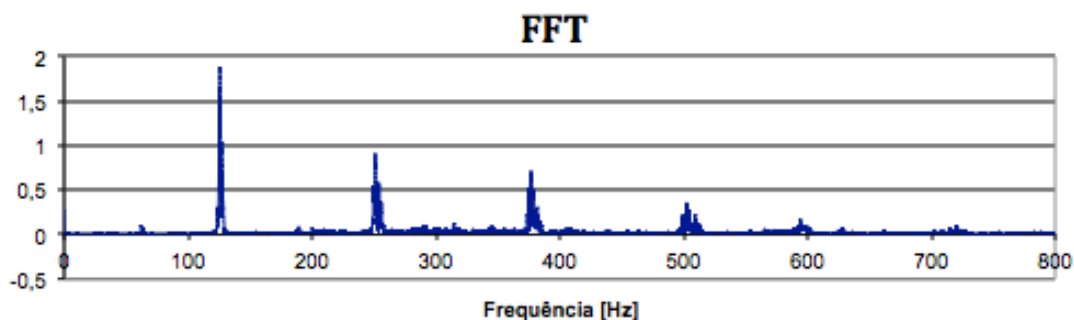


Figura 67 - FFT obtida no ensaio em voo no voo cruzeiro 1 segundo o eixo y

Como se pode observar, as frequências obtidas correspondem à frequência do motor em voo cruzeiro e às suas harmônicas. Este é um resultado interessante pois, para a localização atual da câmara, a única preocupação a ter em conta com o isolamento de vibrações é a frequência do motor. Para além disso, verifica-se que as amplitudes de vibração são relativamente pequenas. Desta forma, conclui-se que as amplitudes registadas em voo de cruzeiro não danificam as câmaras de filmar que se pretendem utilizar.

Assim, analisando os resultados obtidos para o Alpha-Extended com motor e aviônicos, foi possível concluir que o local onde a câmara vai estar instalada é pouco afetada pela frequência fundamental do motor, pois só em frequências mais elevadas se faz sentir elevadas amplitudes de vibração. No entanto, as suas harmônicas estão muito próximas dos valores das frequências naturais do local de instalação da câmara, e deve-se ter em conta o isolamento destas frequências.

5.2 Propriedades dos Apoios da Câmara de Filmar

Quando se parte para um processo de isolamento de vibrações, deve-se ter sempre em conta a relação entre a transmissibilidade e os fatores amortecimento, representada na figura 68.

A transmissibilidade, prende-se com a transmissão das vibrações de um corpo para outro, sendo Y o movimento do corpo vibrante e X o do corpo que se quer isolar. Desta forma, uma razão de transmissibilidade X/Y menor que 1, significa que se está a diminuir a transmissão das vibrações de Y para X [46].

A razão de amortecimento é dada por:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (85)$$

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n \quad (86)$$

E a razão de frequências por:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (87)$$

A equação que caracteriza a transmissibilidade é:

$$\frac{X}{Y} = \left[\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (88)$$

Assim, a razão entre a amplitude da resposta x(t) e a y(t) é chamado de transmissibilidade. As variações da transmissibilidade e do ângulo de fase estão representadas na figura seguinte.

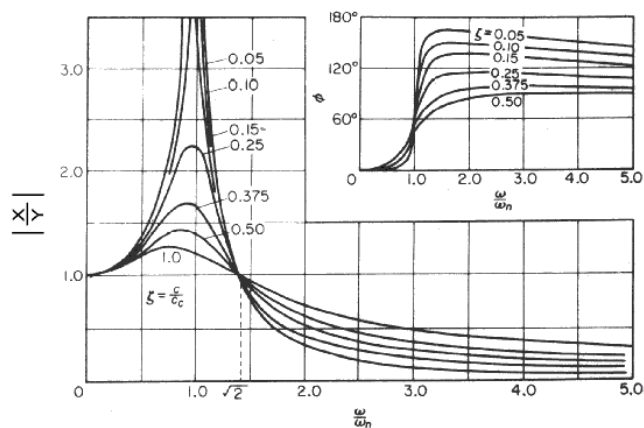


Figura 68 - Valores de transmissibilidade para diferentes valores de amortecimento [47]

Analisando a figura acima, pode retirar que [47]:

1. O valor da transmissibilidade é unitário para $r=0$ e perto da unidade para valores pequenos de r ;
2. Para um sistema não amortecido ($\xi = 0$), a transmissibilidade tende para infinito à ressonância ($r=1$);
3. O valor da transmissibilidade é inferior à unidade para valores de $r > \sqrt{2}$ (para qualquer valor de amortecimento);
4. Para cada valor de amortecimento, a transmissibilidade é sempre 1 para $r = \sqrt{2}$;
5. Para $r < \sqrt{2}$, valores de amortecimento menores apresentam maiores valores de transmissibilidade. Por outro lado, para $r > \sqrt{2}$, valores de amortecimento menores apresentam menores valores de transmissibilidade.

Desta forma, quando se está a escolher apoios com a finalidade de reduzir a transmissibilidade de vibrações, deve-se garantir que a escolha recai sobre valores de $r > \sqrt{2}$. Um dos valores mais usuais é considerar que o $r=2,5$ e a partir daí determinar as propriedades do apoio.

Para se determinar as propriedades dos apoios é necessário primeiramente saber-se que componente se quer isolar. Para o Alpha-Extended, serão utilizadas 3 câmaras diferentes, representadas nas figuras 68, 69 e 70, de acordo com o tipo de missão:

-Tase 150 – direcionável (espectro do visível);

-Gobi 384 - solidária com a fuselagem (espectro de infravermelho térmico);

-JAI AD-080 - solidária com a fuselagem (com um sensor do espectro do visível e outro do near-InfraRed);

Só a Tase 150 vem com sistema para colocação de apoios, sendo que as restantes são fixadas diretamente na fuselagem. No entanto, também se fará o estudo do valor da constante de elasticidade dos apoios a usar em cada câmara.

As propriedades a ter em conta para este processo são:

Tabela 19 - Propriedades a utilizar na escolha dos apoios

Massa da Tase 150 [M ₁]	Massa da Gobi [M ₂]	Massa da JAI [M ₃]	Frequência perturbadora [ω]	Razão de frequências [r]
1 kg	0,5 kg	0,32 kg	638,5 rad/s	2,5

Sendo que a frequência perturbadora utilizada foi a menor frequência de vibração medida nos ensaios em voo.

Relativamente à Tase 150, a câmara apresenta componentes que são sensíveis às vibrações, e as suas perturbações podem ser divididas em três grupos [48]:

- Perturbações com frequência de baixa ordem (0 até 5 Hz) são originárias normalmente do movimento da aeronave ou da fixação da câmara. Originam movimentos de grande amplitude.
- Perturbações com frequência de média ordem (5 até 30 Hz) são originárias normalmente da montagem da câmara e de vibrações estruturais da aeronave. Originam movimentos de amplitude moderada. Tanto as perturbações de baixa ordem como as de média provocam uma espécie de salto do vídeo entre os frames.
- Perturbações com alta frequência (acima dos 30 Hz) são originárias normalmente do motor e originam movimentos de pequena amplitude que produzem uma espécie de borrão no vídeo e em cada frame uma imagem turva. Este fenómeno pode degradar a eficácia do software de estabilização e seguimento de objetos móveis para além de obscurecer detalhes no vídeo.

A própria câmara tem incluído um sistema que elimina as frequências de baixa ordem, no entanto, para as de média e alta ordem, tem de se recorrer aos apoios para minimizar os efeitos. Não existe referência a uma frequência máxima de operação.

As câmaras estão representadas nas figuras seguintes.



Figura 69 - Tase 150 [47]



Figura 70 - Gobi 384 [49]



Figura 71 - JAI AD-080 [50]

No que diz respeito à JAI AD-080, apenas garante um bom funcionamento (sem danos permanentes) até um limite de 200 Hz para vibrações até 3g de amplitude [50] enquanto que a Gobi pode ir até ao 500 Hz para amplitudes máximas de vibração de 4,5g [49]. Torna-se essencial evitar que as câmaras operem com frequências demasiado elevadas. Quanto às amplitudes, verificou-se que em voo cruzeiro nunca se passa de 1g de amplitude, sendo que este fator não é preocupante.

Deve salientar-se que as massas das câmaras a utilizar serão divididas pelos quatro apoios que se utilizarão. Quanto à frequência perturbadora, foi determinada experimentalmente nos ensaios em voo. A razão de frequências foi escolhida com o valor de 2,5 por ser um valor usualmente escolhido e conservativo.

Sabendo-se que:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} (=) \omega_n = \frac{\omega}{r} (=) \omega_n = \frac{638,5}{2,5} = 255,4 \frac{rad}{s}$$

Consegue-se determinar o valor da constante de elasticidade k dos apoios. Aplicando a expressão:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M_i/4}} (=) k = \omega_n^2 \frac{M_i}{4}$$

Tem-se que:

Tabela 20 – Valores máximos de rigidez para os apoios em cada câmara

Tase 150	Gobi	JAI
[N/m]	[N/m]	[N/m]
k≤16307,29	k≤8153,65	k≤5218,33

Calculando o valor de transmissibilidade, considerando que o amortecimento é nulo (boa aproximação) vem que:

$$\frac{x}{y} = \left[\frac{1}{(1-r^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{(1-2,5^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 0,19$$

5.3 Seleção de Apoios

Com as propriedades ideais dos apoios já determinadas, já é possível selecionar-se apoios para a câmara de filmar.

Como o Laboratório de Aeronáutica da Força Aérea já possui alguns apoios, determinou-se as suas propriedades através de um ensaio experimental de forma a verificar se estes são adequados.

Para além disso, também se pretende efetuar um estudo de mercado e encontrar outros materiais e outras soluções para o isolamento de vibrações.

5.3.1 Procedimento Experimental

Para se realizar a determinação experimental da constante de rigidez dos apoios utilizou-se um comparador analógico da Mitutoyo, representado na figura 72, e com os apoios representados na figura 73 e o esquema de montagem representado na figura 74.



Figura 72 - Comparador analógico Mitutoyo

O comparador é um aparelho de precisão que permite medir as dimensões e a planicidade de uma peça. Neste caso, permite medir a deformação dos apoios. Como se pode observar pelo esquema de montagem, fixaram-se os quatro apoios numa placa rígida e o comparador num braço metálico. O braço metálico permite fixar o comparador junto a um dos apoios com um valor lido diferente de zero. É importante que este valor seja diferente de zero, pois significa que o comparador está sobre tensão. Se tal não acontecesse, a deformação dos apoios faria com que o comparador deixasse de estar em contacto com a peça e não medisse nenhum valor. Porém, não é necessário fixar o valor inicial do comparador e andar a fazer subtrações porque pode-se rodar o mostrador do comparador e colocá-lo a zero.

Depois, o procedimento passa por ir acrescentando massas na placa e ir registando os valores da deformação.

Os ensaios foram realizados para um tipo de apoio (sinoblocos) em 3 tamanhos diferentes (sendo o apoio 1 o maior e o 3 o menor) estando os dois menores representados na figura 73.



Figura 73 - Apoios testados

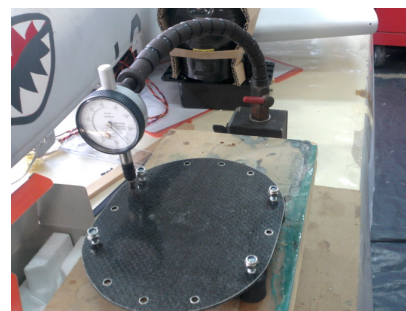


Figura 74 - Comparador no ensaio experimental

Este tipo de ensaio só é possível devido à pouca rigidez dos apoios e às baixas cargas utilizadas. Desta forma, opera-se no regime elástico linear fazendo com que a força e o deslocamento sejam proporcionais entre si.

Os resultados obtidos foram os seguintes:

Tabela 21 - Valores de carregamento e respetivo deslocamento nos apoios

Carregamento [N]	Deslocamento Apoio 1 [m]	Deslocamento Apoio 2 [m]	Deslocamento Apoio 3 [m]
0	0	0	0

5,06	1,95e-4	1,5e-4	1,60e-4
10,15	3,80e-4	3,00e-4	2,90e-4
15,18	5,20e-4	4,30e-4	4,20e-4

Tabela 22 - Valores de rigidez para os apoios em cada câmara

k apoio 1 [N/m]	k apoio 2 [N/m]	k apoio 3 [N/m]
28126	34735	35399

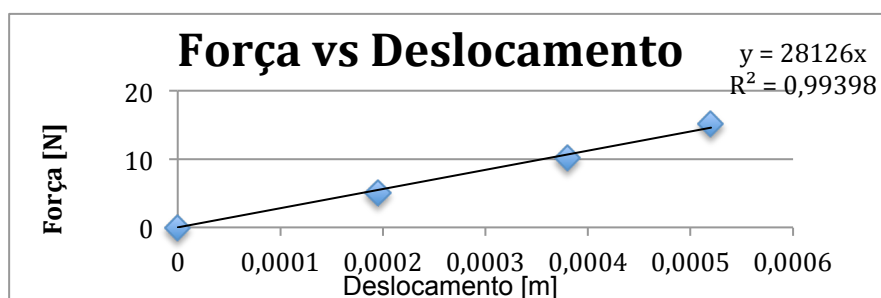


Figura 75 - Força vs deslocamento dos apoios 1

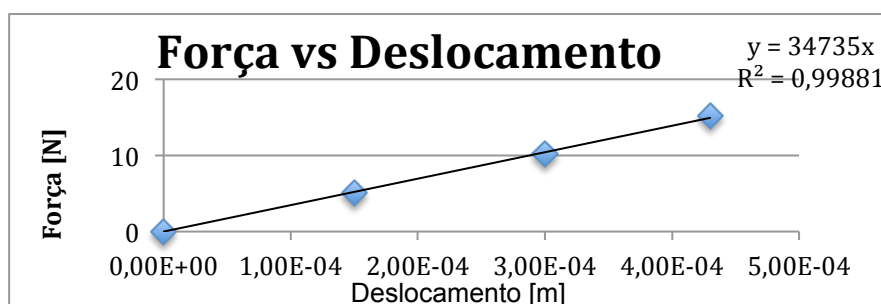


Figura 76 - Força vs deslocamento dos apoios 2

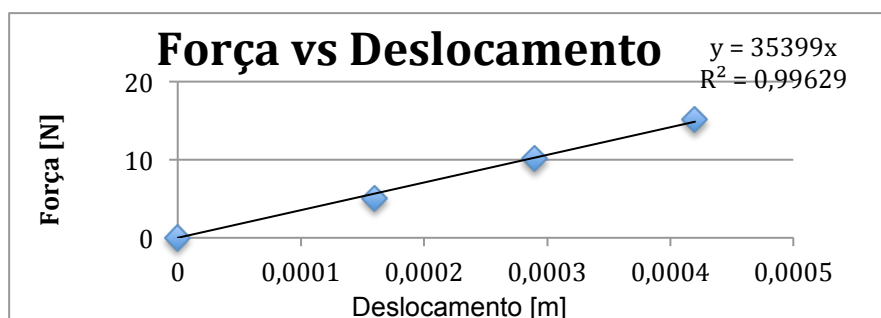


Figura 77 - Força vs deslocamento dos apoios 3

Como era esperado, obtiveram-se retas cujo declive corresponde à constante de rigidez dos apoios pois:

$$F_{elastica} = k\Delta d \quad (89)$$

Quanto maior é o apoio, menor a sua constante de rigidez, ou seja, menos rígido é o apoio.

Comparando com o k teórico que se tinha determinado, verifica-se que estes apoios não servem para atenuar os efeitos das vibrações na câmara. Seriam necessários apoios menos rígidos para baixar a constante de rigidez.

Se os apoios maiores tivessem sido utilizados na Tase 150 (a de maior massa), significaria que:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M_1/4}} = \sqrt{\frac{28126}{0,25}} = 335,42 \text{ rad/s}$$

Então, a razão de frequências seria:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{638,50}{335,42} = 1,90$$

Calculando o valor de transmissibilidade, considerando que o amortecimento é nulo (boa aproximação) vem que:

$$\frac{x}{y} = \left[\frac{1}{(1-r^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{(1-1,95^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 0,38$$

Apesar destes apoios estarem a diminuir o efeito das vibrações na câmara, recomenda-se que sejam colocados outros com constantes de elasticidade mais baixas.

No entanto, para as outras câmaras, devido à sua baixa massa, estes apoios já não cumprem os requisitos.

Para a Gobi, a razão de frequências para os apoios 1 é de 1,21 e para a JAI é de 0,96 que são inferiores a 2. Com estes apoios, as vibrações na câmara estariam a ser amplificadas sendo que seria preferível não colocar nenhum.

Assim, torna-se necessário fazer um estudo de mercado e encontrar soluções para os apoios da câmara de filmar.

5.3.2 Estudo de Mercado

Visto que o LABAER não apresenta sinoblocos que respondam às necessidades relativas ao isolamento das vibrações nas câmaras, realizou-se um estudo de mercado na procura de soluções e alternativas. O objetivo passa por encontrar materiais que se possam utilizar como amortecedores, com uma constante de rigidez menor e que se encontre dentro do desejado para cada câmara.

Uma das maneiras de se determinar se um material é ou não adequado para a instalação na câmara, passa pelo seu módulo de elasticidade. Se o fabricante fornecer o módulo de elasticidade, sabe-se que:

$$k = \frac{AE}{L} \quad (89)$$

Sendo A a área da secção do corpo antes da compressão, E o módulo de elasticidade, e L tamanho do corpo perpendicular à força sendo aplicada.

Desta forma, é possível dimensionar um apoio tentando garantir que cumpre os requisitos calculados anteriormente.

Pela consulta do site do fabricante dos sinoblocos existentes no LABAER, verifica-se que se pode adquirir o modelo menos rígido que apresenta uma constante de rigidez de 16000 N/m. Este tipo de apoio já consegue isolar as vibrações pelo menos para a Tase. Para além deste apoio, existem ainda muitos fabricantes que desenvolvem apoios em borracha com características de rigidez muito semelhantes, sendo que com apoios de silicone em vez de borracha, consegue-se atingir valores de rigidez na ordem dos 13000 N/m. Porém, já apresentam diâmetros de 4 cm o que pode ser demasiado grande para ser colocado na câmara.

Para valores de rigidez mais baixos, tem de se procurar materiais na área das espumas como representado na figura 78, ou folhas de borracha e gel.



Figura 78 – Espuma Hanenite [51]

Na tabela seguinte, está listado um conjunto de materiais e as suas dimensões que são uma solução alternativa de apoio a se colocar nas câmaras.

Tabela 23 - Valores de rigidez para diferentes materiais

Material	Dimensões da base [cmxcm]	Espessura [cm]	Rigidez [N/m]
Espuma: Hanenite	3x2	2	1200
CDM-PF Polyurethane Foam Materials	2x2	2	3000
CDM-MF Microcellular Foam Materials	2x2	2	5000
Borracha: GP-35L	2x2	2	5600
Borracha: GP-60L	2x2	2	8000
Borracha: CP-40S	2x2	2	5400
Borracha: OP-40	2x2	2	6800
Gel: HGN-25	2x2	2	3200

Como se pode observar, a borracha é um material com propriedades capazes de isolar as vibrações da maior parte das câmaras. No entanto para a câmara JAI já é necessário recorrer a materiais menos rígidos, como por exemplo, o gel ou as espumas.

Desta forma, existe no mercado uma variedade de materiais que podem ser utilizados para minimizar o efeito das vibrações na câmara de filmar para uma determinada frequência. Mas para uma gama mais ampla de vibrações existem outros tipos de mecanismos que permitem um isolamento das vibração mais eficaz, como é o caso dos absorsores dinâmicos.

5.4 Métodos para diminuir as vibrações na câmara

Uma das técnicas que se pode utilizar para o isolamento de vibrações é a aplicação de absorvedores dinâmicos que têm vindo a ser largamente utilizados na atenuação de vibrações estruturais e a ser aplicados cada vez mais na indústria aeroespacial [52]. Os absorvedores dinâmicos mais utilizados são os passivos compostos por elementos de inércia, rigidez e amortecimento (figura 79). Basicamente, são projetados para terem uma frequência natural semelhante à da estrutura em que estão aplicados. No entanto, ficam muito limitados em estruturas em que as frequências de excitação variem. De forma a ultrapassar essa limitação foram desenvolvidos os absorvedores ativos e adaptativos que têm capacidade de sintonização com bandas de frequência mais amplas. Os ativos são aqueles em que um actuador, colocado paralelamente aos elementos passivos, exerce uma força de controlo que permite mudar a sua sintonização. Os adaptativos são aqueles cujos parâmetros de inércia, rigidez e amortecimento podem ser alterados de forma desejada e controlada [52].

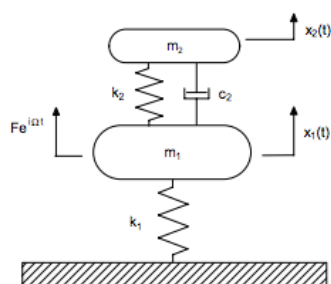


Figura 79 - Sistema com um grau de liberdade com um absorvedor dinâmico passivo [52]

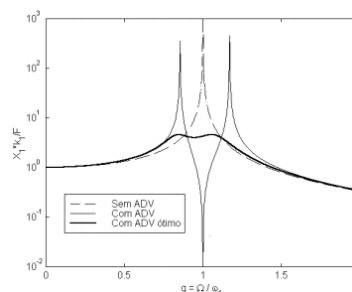


Figura 80 – Amplitude de vibração da massa principal com e sem absorvedor e com absorvedor otimizado [52]

Pode-se observar o básico do funcionamento de um absorvedor passivo pelas figuras acima. Repare-se que quando a frequência de excitação é igual à frequência natural da estrutura sem absorvedor, esta entra em ressonância. Com a adição do absorvedor obtém-se em oposição uma antirressonância [52]. No entanto, observa-se o aparecimento de dois picos em ambos os lados da antirressonância correspondentes à frequência natural do sistema acoplado de 2 graus de liberdade. Estes picos podem ser praticamente eliminados através da otimização do absorvedor, que se baseia na escolha das suas propriedades.

Desta forma, é possível projetar um absorvedor que elimine uma frequência de ressonância. Tornam-se ideais para a atenuação das vibrações numa gama estreita de frequências.

No que diz respeito aos absorvedores ativos, oferecem a possibilidade de atenuar vibrações numa faixa mais ampla de frequências, com a vantagem de que podem ser ajustados os ganhos de alimentação para sintonizar as frequências sem se alterar os parâmetros físicos. São mais difíceis de implementar do que os absorvedores passivos, e não são mais do que um absorvedor passivo com um actuador (elemento ativo) colocado paralelamente aos elementos de rigidez e amortecimento, como se mostra na figura seguinte [52].

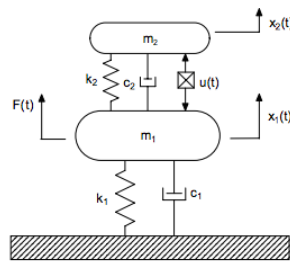


Figura 81 - Sistema primário com um absorvedor dinâmico ativo [52]

Não se vai aprofundar os tipos de absorvedores dinâmicos ativos existentes deixando essa sugestão para um trabalho futuro. Como exemplo tem-se um actuador que é realimentado com o sinal do deslocamento da massa reativa. Também existe uma configuração que utiliza uma realimentação dada por uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre a massa reativa e o sistema primário.

A grande desvantagem deste tipo de absorvedor é não se conseguir garantir a estabilidade para todas as combinações dos parâmetros de controlo [52].

No que diz respeito aos absorvedores dinâmicos adaptativos, tentam combinar os aspetos positivos dos dois tipos anteriores. São adaptativos porque podem variar os parâmetros físicos automaticamente ou com intervenção do operador de modo a assegurar a sintonização numa banda de frequências mais ampla. Nos casos em que é alteração é feita externamente, pode-se considerar que este sistema possa ser modelado como um absorvedor passivo em cada instante com parâmetros físicos passivos de valor constante. Assim, garante-se a estabilidade do sistema [52].

Existem várias configurações para este tipo de absorvedor, sendo que na figura seguinte está representado um do tipo massa-mola helicoidal.

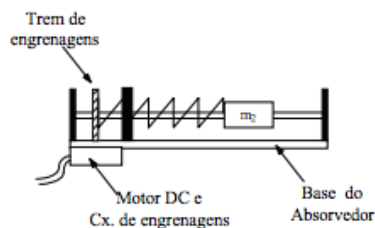


Figura 82 - Absorvedor dinâmico adaptativo [52]

As novas configurações nos absorvedores adaptativos tem vindo a ser suportadas pelo desenvolvimento de materiais inteligentes. Estes materiais são capazes de sofrer alterações controláveis na sua geometria ou propriedades físicas mediante o meio em que estão inseridos.

Alguns tipo de absorvedores adaptativos são os baseados na corda vibrante, os pendulares e com actuadores piezoelétricos.

Assim, este tipo de sistemas podem ser uma solução a implementar futuramente nos UAV's que se desenvolverem na FAP.

6 Conclusões e Recomendações

6.1 Conclusões

A análise em elementos finitos é uma mais valia no desenvolvimento de projetos pois permite minorar a necessidade de correções futuras no desenvolvimento de um projeto. Esta capacidade de evitar estes erros tem sido uma mais valia em todas as áreas de engenharia e a aviação não é exceção.

No que diz respeito à análise dinâmica de aeronaves, verificou-se através da bibliografia que é um procedimento cada vez mais usual que, se considerado, pode prevenir o aparecimento de fenómenos aerodinâmicos (por exemplo o *flutter*) prejudiciais à integridade da estrutura.

Assim, o presente trabalho adveio de uma necessidade da parte da Força Aérea Portuguesa de se fazer uma análise modal à plataforma Alpha-Extended onde se instalará uma câmara de filmar de forma a evitar o problema de focagem que se verificou em plataformas anteriores. Com esta análise pretendia-se verificar a existência de alguma ressonância durante o voo de cruzeiro no local de instalação da câmara. Também foi necessária para verificar se o local escolhido para instalação da câmara foi efetivamente o mais adequado e quais seriam as alternativas, definindo-se uma metodologia de processo, tanto a nível experimental como em elementos finitos. O presente trabalho foi desenvolvido recorrendo ao *PROSIG*, visto ser um recurso existente na Força Aérea que não está a ser explorado. Por fim, ainda com base na caracterização dinâmica e no estudo de transmissibilidade, foi possível indicar o tipo de apoios a utilizar de forma a reduzir as vibrações na câmara.

Desta forma, para se cumprir o objetivo da caracterização dinâmica do Alpha-Extended, definindo-se uma metodologia e identificando as dificuldades encontradas efetuaram-se dois tipos de análise: experimental e modal em elementos finitos.

Relativamente à análise modal em elementos finitos concluiu-se que:

- A escolha de poucos tipos de elementos facilita o processo de modelação;
- O uso de elementos SHELL em quase toda a estrutura não afeta o comportamento dinâmico geral do Alpha-Extended;
- As superfícies móveis foram de difícil representação sendo que a solução aplicada neste trabalho nem sempre apresentou resultados satisfatórios;
- A análise por partes do Alpha-Extended facilitou a análise do UAV completo visto só se ter de fazer correções ao nível das ligações dos componentes;
- Existiram problemas associados às diferenças de geometria dos Alpha-Extended entre si e entre o design de projeto e as plataformas;
- A adição de massas para simular os componentes aviónicos, o combustível e o motor, foi uma aproximação que ofereceu resultados satisfatórios;
- Com a análise dos modos de vibração foi possível caracterizar o comportamento dinâmico do Alpha-Extended.

Quanto à análise experimental concluiu-se que:

- Os ensaios em estruturas mais simples foram essenciais para a definição de uma cadeia de medição, como processo de aprendizagem e como método de validação da metodologia;
- Os ensaios tiveram de ser realizados com ruído branco para se poder utilizar o equipamento *PROSIG* e assim explorar as suas capacidades;
- O método de colocação do acelerómetro influencia a qualidade dos resultados, porém, de forma a não danificar o Alpha-Extended, os acelerómetros foram colados e não aparafusados;
- É importante realizar um estudo prévio, com base no modelo em elementos finitos, sobre a colocação dos acelerómetros de forma a evitar repetições nas medições;
- Como as medições não foram todas realizadas na mesma aeronave, foi mais complicado fazer a comparação dos resultados com o modelo em elementos finitos;
- Na identificação das frequências, que são transmitidas para a câmara através de ensaios em voo, verificou-se que para cada voo cruzeiro existe uma pequena variação dos rpm do motor e que as frequências perturbadoras são todas provenientes do motor e das suas harmónicas.
- O nariz da aeronave apresentou uma ressonância perto da frequência de operação do motor (97,66 Hz) tendo-se confirmado como um dos piores locais para a instalação da câmara;
- No local de instalação da câmara, as respostas originadas pelas frequências naturais são de uma ordem de grandeza elevada (acima dos 200 Hz), sendo que a frequência fundamental do motor não origina ressonâncias nesta zona;

Desta forma, apesar de se conseguir mostrar que a frequência fundamental do motor não excitava nenhuma frequência natural que origine respostas de elevada amplitude no local de instalação da câmara, deve-se ter em conta as harmónicas obtidas em voo cruzeiro que apresentam frequências muito próximas das ressonâncias no local de instalação da câmara.

Cumpriu-se assim o objetivo da caracterização dinâmica do Alpha-Extended, tendo-se definido uma metodologia de análise com as dificuldades e soluções encontradas identificadas. Assim, este tipo de análise pode ser utilizado em análises futuras noutras aeronaves que se venham a desenvolver, para a avaliação da localização de instalação de câmaras mas também de outros componentes aviónicos.

Quanto à melhor localização para a instalação da câmara, conseguiu-se verificar que:

- O local escolhido parecia ser o mais adequado por não apresentar ressonâncias na gama de operação do motor em voo de cruzeiro, fase do voo em que tipicamente a câmara é utilizada, porém existem harmónicas que irão excitar a estrutura à sua frequência natural;
- Excluiu-se uma possibilidade de instalação da câmara no nariz da aeronave, visto haver uma ressonância nessa zona;
- Não se recomenda a instalação da câmara nas asas e na cauda visto que apresentam modos de vibração ligeiramente abaixo da frequência do motor. Estas estruturas estão mais sujeitas a fenómenos aerodinâmicos, sendo mais difícil proceder-se ao isolamento das vibrações.

Outro objetivo que foi cumprido foi a exploração e utilização do *PROSIG*. Todas as medições foram efetuadas com recurso a este equipamento e verificou-se que é de fácil utilização com obtenção de bons resultados.

Para além disso, foi possível fazer um estudo de transmissibilidade e determinar as características dos apoios a utilizarem-se nas diversas câmaras que se querem instalar. Referiu alguns materiais como alternativa aos apoios do LABAER e métodos de isolamento de vibrações através do uso de absorsores dinâmicos.

6.2 Recomendações

Uma das maiores dificuldades deste projeto prendeu-se com a incerteza relativa às propriedades dos materiais e da geometria do Alpha-Extended. Recomenda-se assim, que num futuro projeto a modelação em elementos finitos se realize antes ou durante a construção das aeronaves, de forma a se poder acompanhar de perto as alterações estruturais que vão sendo realizadas. Para além disso é importante determinar-se corretamente as propriedades dos materiais, sabendo-se a percentagem de resina utilizada ou através de ensaios que determinem as suas propriedades.

Recomenda-se também que se faça uma equilibragem aos hélices de forma a reduzir-se as vibrações transmitidas à câmara.

Recomenda-se também que para as aeronaves Alpha-Extended se adquiram novos apoios para as câmaras com uma rigidez mais baixa.

Por fim, seria uma mais valia se em plataformas futuras fosse explorada a possibilidade de se utilizar absorsores dinâmicos para eliminar frequências que afetem a qualidade da imagem da câmara de filmar.

6.3 Trabalhos Futuros

Como trabalho futuro seria interessante explorarem-se as diferentes capacidades dos absorsores dinâmicos e a sua aplicação em componentes da Força Aérea Portuguesa. Este é um tipo de conceito que tem vindo a ser desenvolvido recentemente e que apresenta um potencial enorme perante os métodos tradicionais de isolamento de vibrações. O objetivo seria a focagem nos chamados materiais inteligentes e a sua aplicação nos absorsores dinâmicos adaptativos. Seria possível então isolar a frequência proveniente do motor em vários regimes de funcionamento e não apenas no de cruzeiro. Esta seria uma enorme vantagem na operação dos UAV's pois não limitaria o uso adequado da câmara a apenas um só regime.

Referências Bibliográficas

- [1] Office of the Secretary of Defence - **Unmanned Aircraft Systems Roadmap: 2005-2030**, 2008.
- [2] MARTINS, Alfredo – Veículos Autónomos Aéreos. Porto: Instituto Superior de Engenharia do Porto. 40 Diapositivos.
- [3] PEREIRA, Patrícia da Veiga Frade - **Estudo da adequabilidade de técnicas de ensaios não destrutivos para identificar defeitos internos e externos em estruturas complexas de materiais compósitos de componentes aeronáuticos e aeroespaciais**. Sintra: Academia da Força Aérea Portuguesa, 2013. Dissertação de Mestrado.
- [4] FORÇA AÉREA PORTUGUESA - **Projeto PITVANT**: 2012.
- [5] MACHADO, Miguel – “PITVANT”: O primeiro passo para um UAV português?. Revista Operacional. Lisboa (2011).
- [6] SIMSIRIWONG; SULLIVAN, R. Warsi - Experimental Vibration Analysis of a Composite UAV Wing. Department of Aerospace Engineering. Mississippi. ISSN 1537-6494 (2012), p. 196-202.
- [7] INSUYU, E. T. – **Aero-structural design and analysis of an unmanned aerial vehicle and its mission adaptive wing**. Middle East Technical University, 2010. Dissertação de Mestrado.
- [8] LEMLER, Kaci J. - Structural Analysis of a Small Unmanned Aircraft Using ModalVIEW and NI CompactDAQ [Em linha]. Dakota: School of Engineering and Mines University of North Dakota. Disponível em: WWW:<URL:http://sine.ni.com/cs/app/doc/p/id/cs-14596>
- [9] SAHIN, M. [et al] - Design, Analysis and Experimental Modal Testing of a Mission Adaptive Wing of an Unmanned Aerial Vehicle [Em linha]. Turkey: Middle East Technical University, 2010. Disponível em: WWW:<URL:http://ae.metu.edu.tr/~yyaman/Publications/International/38.pdf>
- [10] Força Aérea. Manual da Força Aérea MAF 500-12, 2013.
- [11] MAIA, Nuno M. M.; SILVA, Júlio M. M. – **Theoretical and Experimental Modal Analysis**. First Edition, Great Britain: SRP Ltd, 1997. ISBN 0-86380-208-7.
- [12] WESTIN, M. F.; RIBEIRO, R. T. S. - Método Dos Elementos Finitos Na Simulação De Tensão E Elasticidade Em Placas [Em linha]. Engenharia Mecânica – 1º Período. Geometria Analítica e Álgebra Linear. Disponível em: WWW:<URL:http://www.mat.ufmg.br/gaal/aplicacoes/elementos_finitos.pdf>
- [13] AZEVEDO, A. F. M. – **Método dos Elementos Finitos**. 1ª ed. Porto: Faculdade de Engenharia do Porto, 2003.
- [14] REDDY, J. N. – **An introduction to the finite elemento method**. Second Edition, Singapore: Texas A & M University, McGRAW-HILL (1993). ISBN 0-07-112799-2.
- [15] NEWLAND, D. E. – On the modal analysis of non-conservative linear system. Journal of sound and vibration [Em linha]. Vol. 112, (1987), p. 69-96.
- [16] VAROTO, P. S. – **Análise modal no domínio da frequência: um método de identificação de multimodos**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1991. Dissertação de Mestrado.
- [17] CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. – **Dynamics of structures**. New York: McGraw-Hill, 1975.
- [18] MOREIRA, M. – A equação de onda unidimensional. Setúbal: Departamento de Matemática da

Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal. 2014. 17 Diapositivos.

[19] LUZ, C. – Séries de Fourier. Setúbal: Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal. 2005.

[20] MOREIRA, M. – Transformadas de Fourier: da teoria à prática. Setúbal: Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal. 2014. 84 Diapositivos.

[21] TEODORO, F. – Sumários de Matemática Aplicada. Séries de Fourier. Setúbal: Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal.

[22] GONÇALVES, L. A. – **Um estudo sobre a transformada rápida de Fourier e seu uso em processamento de imagens**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004. Dissertação de Mestrado.

[23] SOEIRO, Newton Sure – **Análise Modal Experimental**. Belém: Universidade Federal do Pará, 2001. Dissertação de Mestrado.

[24] SCHEFFER, Cornelius; GIRDHAR, Paresh – **Machinery Vibration Analysis & Predictive Maintenance**. First Edition, Oxford, Elsevier, 2004. ISBN 0-7506-6275-1.

[25] WITTE, Robert A. – **Spectrum and networks measurements** [Em linha]. 2001, ISBN 1884932169. Disponível em:

WWW:<URL:<http://www.globalspec.com/reference/77953/203279/spectrum-and-network-measurements>>

[26] GONÇALVES, J. C. G. – **Cálculo de Valores Próprios de Estruturas Pelo Método de Lanczos**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1986.

[27] ANSYS Mechanical APDL Modeling and Meshing Guide. 2012.

[28] WANG, E.; NELSON, T. and RAUCH, R. - Back to Elements: Tetrahedra vs. Hexahedra. Munich, Germany. Disponível em:

WWW:<URL:<http://www.ansys.com/Resource+Library/Conference+Papers/Back+to+Elements+-+Tetrahedra+vs.+Hexahedra>>

[29] ANSYS User's Manual Theory

[30] PROSIG – Official page [Em linha]. 2014. [Consult. 9 Out. 2014]. Disponível em: WWW:<URL:<http://www.prosig.com>>

[31] MASOTTI, Diego – **Comparação de métodos de determinação do amortecimento estrutural através de técnicas de ajuste de curvas de funções resposta em frequência**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2013. Dissertação de Mestrado.

[32] TONI CLARK – Practical scale [Em linha]. Luebbecke, Germany. Disponível em: WWW:<URL:<http://www.toni-clark.com>>

[33] Materiais Compósitos: Introdução. 26 Diapositivos

[34] BARNHART, R. K. [et al.] - **Introduction to unmanned aircraft systems**. New York: CRC Press, 2012, ISBN 978-1-4398-3521-0.

[35] BORCHARDT, J. K. - Unmanned aerial vehicles spur composites use. Reinforced Plastics, 48(4): 28–31, 2004.

[36] FRANCESCO, L. D.; HOWARD, M.; IVAN, B.; STEFANO, C.; GYUHAE, P.; and CHARLES, F. -

Health monitoring of UAV wing skin-to-spar joints using guided waves and macro fiber composite transducers. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 18(4):373–388, 2007.

[37] **TECHNOLOGY REINFORCEMENT – Composite Systems for Concrete, Masonry, Metal, Wood**. Intech. Italy, 2013

[38] Composite Materials Engineering Specialists in Carbon Fibre - JULY 2009. Disponível em WWW: <URL: <http://www.performance-composites.com/>>

[39] OLIVEIRA, G. H.; GUIMARÃES, V. A.; BOTELHO, E. C. - Influência da temperatura no desempenho mecânico de compósitos PEI/fibras de vidro. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*. São Carlos. Polímeros Vol. 19 nº4 (2009).

[40] MARINELLI, A. L. [et al] - Desenvolvimento de compósitos poliméricos com fibras vegetais naturais da biodiversidade: uma contribuição para a sustentabilidade amazônica. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*. ISSN 0104-1428. São Carlos. Polímeros Vol. 18 nº2 (2008).

[41] MOHAMAD, G.; ACCORDI, J.; ROCA, L. E. - Avaliação da associação de compósito de fibra de vidro e carbono no reforço de madeira de eucalyptus in natura e autoclavada. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*. ISSN 1517-7076. Rio de Janeiro. Vol. 16 nº1 (2011).

[42] FURLAN, L. G. [et al] - Avaliação das propriedades de compósitos de polipropileno reforçados com casca de aveia. ISSN 0100-4042. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*. São Paulo. Polímeros Vol. 35 nº8 (2012).

[43] MORAIS, W. A.; ALMEIDA, J. M. R. - Comparação do comportamento à flexão com restrições à deflexão de placas de compósitos de matriz polimérica epoxídica em função do tipo de fibra de reforço. ISSN 0104-1428. São Carlos. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*. Polímeros Vol. 13 nº3 (2003).

[44] ASHORY, Mohammad Reza – Correction of Mass-Loading Effects of Transducers and Suspension Effects in Modal Testing. London: Department of Mechanical Engineering, p. 815 - 828.

[45] ASHORY, Mohammad Reza – **High Quality Modal Testing Methods**. London: University of London, 1999. Dissertação de Mestrado.

[46] HARRYS, C. M.; and PIERSOL, A. G. – **Harris' shock and vibration handbook**. Fifth Edition, New York: McGRAW-HILL (2002). ISBN 0-07-13081-1.

[47] RAO, S. S. – **Mechanical Vibrations**. Fourth Edition, Miami: University of Miami, Pearson Education, (2004). ISBN 0-13-120768-7.

[48] HAMMITT, J.; GILCHRIST, R. and MILLER, T. – Cloud Cap Technology: Gimbal Integration Guide. Portland: 2011. Disponível em: <URL:<http://www.cloudcaptec.com>>

[49] XENICS – Gobi-384: Uncooled smart thermal camera. Belgium, 2008. Disponível em: <URL:<http://www.xenics.com>>

[50] JAI – C3 camera suit: Unlimited digital switchability. Disponível em: <URL:<http://www.jai.com>>

[51] NAIGAI - Naigai Rubber Industry, Nishioka. Disponível em: <URL:<http://www.naigai-rubber.co.jp/en.html>>

[52] MARQUES, Rodrigo França Alves – **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2000. Dissertação de Mestrado.

- [53] PEREIRA DA COSTA, Sérgio Eduardo Aurélio - **Controlo e Simulação de um Quadrirotor Convencional**. Lisboa: Instituto Superior Técnico, 2008. Dissertação de Mestrado.
- [54] COELHO, J. P. – Controlo digital: material de apoio às aulas. Bragança: Instituto Politécnico de Bragança, 2005.
- [55] FILIPA – Flutter. Lisboa: Instituto Superior Técnico. Relatório final de Projeto Aeroespacial II.
- [56] DIAB GROUP- **DIAB guide to core and sandwich**. Rev 1. Laholm, 2012
- [57] TITA, Volvei – **Análise dinâmica teórica e experimental de vigas fabricadas a partir de materiais compósitos poliméricos reforçados**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1999. Dissertação de Mestrado.
- [58] EWINS, D. J. – **Modal Testing and the Average Structure**. First Edition, London (1983). ISBN 7-1006-1290-3.
- [59] WOHRLE, T. G.; COSTERUS, C. L. – Modal Analysis of Pathfinder Unmanned Air Vehicle. Laurence Livermore National Laboratory, p. 1687-1693.
- [60] KARLE, A. D.; Bhoite, S. K.; AMALE, A. B. - Investigation of Transducer Mass Loading Effect in Frequency Response Function (FRF). International Journal of Emerging Trends in Science and Technology. India. ISSN 2348-9480. Vol. 1, p. 584-589.
- [61] JONES, R. M. - **Mechanics Of Composite Materials**. Materials Science and Engineering Series. Taylor & Francis, 1998.
- [62] MACIEL, Rui Miguel da Costa Alves – **Método dos elementos finitos aplicado à análise de sólidos: conceção e implementação**. Lisboa: Instituto Superior Técnico, 2013. Dissertação de Mestrado.
- [63] VOZKOVA, P. - Elastic Modulus FEM Modelling of the Layered Woven Composite Material. Czech Republic: Technical University of Liberec.
- [64] BASTOS, L. F.; TAVARES, J. M. R. S. - Método Dos Elementos Finitos, Análise Modal e Técnicas de Otimização para a Determinação de Correspondências Entre Objetos [Em linha]. Disponível em:<URL:<http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/533/2/25916.pdf>>
- [65] FARIA, A.; SILVA, V. – Análise Modal Teórica Via Método dos Elementos Finitos de Uma Viga Feita A Base De Compósitos. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Catlunya. ISSN 0213-1315. Vol. 19 (2002), p. 541-548.
- [66] FERNANDES, Luís Tiago da Silva – **Implementação de Bancada de Teste de Motor Aeronáutico para Análise de Vibrações**. Sintra: Academia da Força Aérea Portuguesa, 2012. Dissertação de Mestrado.
- [67] SORIANO, H. L. – **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. USP. Vol. 48. ISBN 8531407303.
- [68] MEIRELES, J. F. B. – **Análise Dinâmica de Estruturas por Modelos de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente**. Guimarães: Universidade do Minho, 2007. Dissertação de Doutoramento.
- [69] GOMES, Cristóvão Estrada – **Desenvolvimento de um Painel Sandwich para a Indústria Aeronáutica**. Aveiro: Universidade de Aveiro, 2008. Dissertação de Mestrado.
- [70] GONÇALVES, Louis Augusto –**Um Estudo Sobre a Transformada Rápida de Fourier e seu**

Uso em Processamento de Imagens. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004. Dissertação de Mestrado.

[71] AZEVEDO, Nelson Fernando Peixoto –**Caracterização do Comportamento Dinâmico Anômalo de um Hélice da Aeronave CASA C-212 Aviocar.** Sintra: Academia da Força Aérea Portuguesa, 2011. Dissertação de Mestrado.

[72] MARIO – El rincón de ingeniero [Em linha]. 2013. Disponível em: <URL:<http://www.elrincondelingenero.com/centro-de-masas-e-inercia/>>

[73] CARRILLO, J.; ALCOCER, S. M.; GONZALEZ, G. – Ingeniería e Investigación: Experimental assessment of damping factors in concrete housing walls. Evaluación experimental de los factores de amortiguamiento en muros de concreto para vivienda. Open Journal Systems. México. Vol 32, Nº 3 (2012).

[74] MOREIRA, M. – Funções de variável complexa. Setúbal: Secção Autónoma de Matemática da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal. 1997.

[75] MOREIRA, M. – Cálculo Integral em R. Primitivação e integração. Setúbal: Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal.

[76] Mashinsky, E. I. – Differences between static and dynamic elastic moduli of rocks: physical causes. Russian Geology and Geophysics. S. V. Gol'din. Russia. Vol.44, No.9 (2003), p. 953-959.

[77] CORREIA, Luís Miguel Ferreira dos Santos Príncipe – **Determinação experimental do Módulo de Elasticidade dinâmico de compósitos de cortiça.** Lisboa: Instituto Superior Técnico, 2012. Dissertação de Mestrado.

[78] CDM – **Specialist in noise and vibration isolation systems since 1951.** Belgium, 2005

Anexos