

esec

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO



INSTITUTO POLITÉCNICO
DE COIMBRA

Departamento de Educação

Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências
Naturais do 2º Ciclo do Ensino Básico

Propriedades dos ângulos de triângulos: uma experiência de
ensino no 5º ano de escolaridade com recurso aos *Anglegs*

Catarina Joana dos Santos Graça

Coimbra, 2020

Catarina Joana dos Santos Graça

Propriedades dos ângulos de triângulos: uma experiência de ensino no 5.º ano de escolaridade com recurso aos *Anglegs*

Relatório Final do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, apresentada ao Departamento de Educação da Escola Superior de Educação de Coimbra para obtenção do grau de Mestre

Constituição do júri

Presidente: Professora Doutora Maria Filomena Rodrigues Teixeira

Arguente: Professora Doutora Maria Alexandra de Oliveira Gomes

Orientador: Professor Doutor Fernando Manuel Lourenço Martins

Trabalho realizado sob a orientação do Professor Doutor Fernando Manuel Lourenço Martins e a co-orientação da Professora Doutora Ana Elisa Esteves Santiago

Julho, 2020

Agradecimentos

Aos meus queridos pais, que me apoiaram e apoiam, incondicionalmente. Por não terem parado de me incentivar para voltar e terminar esta etapa do meu percurso.

Ao meu irmão, que com toda a certeza, me sorri, acompanha e protege lá de cima: ‘Sei que me dás força para enfrentar os meus medos e lutar por mim, todos os dias, um pouco mais...’

Ao meu namorado, Cristiano, que me abraçou quando foi preciso. Chamou-me à razão quando também foi preciso. Mas nunca me deixou desistir! Acredita em mim e mostra-me todos os dias que a felicidade está nas coisas mais simples e verdadeiras.

À minha querida amiga Joana, por se ter sentado ao meu lado tantas vezes a trabalhar comigo e ainda ficar sobrecarregada com o nosso projeto para me ceder mais tempo para me dedicar a este relatório.

À minha Rita, por me ouvir e me fazer acreditar em mim mesma.

À minha família e aos meus amigos, que estão sempre lá quando eu mais preciso e tantas vezes me perguntaram “Então e a tese?”. Malta... já está!

À minha Guidinha, por tudo!

Às minhas colegas de trabalho, Inês e Bárbara, por terem sido como “colegas de estágio”. Ouviram as minhas ideias e reflexões, debateram metodologias, aconselharam e apoiaram-me desmedidamente!

À Andreia, mais do que uma patroa, por ter permitido a adaptação dos horários de trabalho para fazer o estágio em 2.º CEB.

À professora cooperante do estágio em Matemática do 2.º CEB, que permitiu a realização deste estudo, sem colocar quaisquer entraves e ainda por ter partilhado comigo todos os seus conhecimentos pedagógicos e curriculares.

Aos meus orientadores, Fernando Martins e Ana Santiago, por terem feitos todos os possíveis para arranjam soluções que se adaptassem aos meus horários laborais, mas principalmente, por toda a persistência, paciência e ajuda. Sei que não fui uma aluna fácil.

Ao Instituto de Telecomunicações no âmbito do projeto UIDB/ EEA/ 50008/ 2020 financiado pela FCT/ MCTES através de fundos nacionais e quando aplicável cofinanciado por fundos comunitários.

Muito obrigada, do fundo do coração!

Propriedades dos ângulos de triângulos: uma experiência de ensino do 5.º ano de escolaridade com recurso aos *Anglegs*

Resumo: O presente Relatório Final foi elaborado com base em atividades desenvolvidas no âmbito dos estágios supervisionados integrados no Mestrado em Ensino no 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, estando estruturado em três principais componentes: Introdução; Componente Investigativa; Componente Reflexiva.

Na Introdução encontra-se uma breve descrição do modo de funcionamento dos estágios realizados e das respetivas turmas. Referem-se ainda aspetos importantes relativos às fases da prática docente, ressaltando a importância da reflexão e da investigação na formação inicial de professores.

A Componente Investigativa evidencia um conjunto de sessões planeadas e aplicadas no estágio de 2.º CEB, numa turma de 5.º ano, com intuito de analisar a influência do material didático *anglegs* na compreensão dos alunos sobre propriedades de triângulos. O principal objetivo deste estudo foi analisar a influência de uma experiência de ensino, recorrendo a artefactos, de modo a promover a compreensão dos alunos sobre os procedimentos matemáticos inerentes às propriedades dos triângulos no 5.º ano do 2.º CEB. Deste modo foi realizado um estudo de natureza qualitativa, de índole interpretativa e design de investigação-ação. Os dados foram recolhidos através do diário de bordo da professora estagiária, construídos através da observação participante, das produções escritas dos alunos, bem como dos registos fotográficos e áudio dos alunos. A investigação aplicada evidencia que a utilização dos *anglegs* influenciou a compreensão dos alunos relativamente às três propriedades dos triângulos pretendidas, promovendo melhorias significativas através da problematização e investigação das tarefas propostas.

A Componente Reflexiva é constituída por duas reflexões gerais sobre os estágios realizados em 1.º CEB e 2.º CEB, respetivamente.

Palavras-chave: Propriedades de triângulos, *Anglegs*, Prática Educativa, Formação de Professores, 2.º Ciclo do Ensino Básico

Properties of the angles of triangles: a teaching experience of the 5th year of schooling using *Anglegs*

Abstract: This Final Report was prepared based on activities developed within the scope of supervised internships integrated in the Master in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education (CEB) and in Mathematics and Natural Sciences in 2nd CEB, being structured in three main components: Introduction; Investigative Component; Reflective Component.

In the Introduction it will find a brief description of how the internships and their classes work. Important aspects related to the phases of teaching practice are also mentioned, emphasizing the importance of reflection and research in the initial training of teachers.

The Investigative Component shows a set of sessions planned and applied in the 2nd CEB internship, in a 5th year class, in order to analyze the influence of the *Anglegs* didactic material in the students' understanding of triangle properties. The main objective of this study was to analyze the influence of a teaching experience using artifacts in order to promote students' understanding of the mathematical procedures inherent to the properties of triangles in the 5th year of the 2nd CEB. In this way, a qualitative study of an interpretative nature and research-action design was carried out. The data were collected through the trainee teacher's logbook, constructed through participant observation, the students' written productions, as well as the students' photographic and audio records. Applied research shows that the use of *anglegs* influenced students' understanding of the three properties of the intended triangles, promoting significant improvements through the problematization and investigation of the proposed tasks.

The Reflective Component consists of two general reflections on the internships carried out in 1st CEB and 2nd CEB, respectively.

Keywords: Triangle Properties, *Anglegs*, Educational Practice, Initial Teacher Education, 2nd Cycle of Basic Education.

Índice

Abreviaturas -----	IX
Índice de Quadros -----	IX
Índice de Figuras -----	X
1. INTRODUÇÃO -----	1
2. COMPONENTE INVESTIGATIVA -----	9
<i>2.1. Introdução -----</i>	<i>11</i>
2.1.1. Motivação e Formulação do Problema -----	11
2.1.2. Objetivos e Questão de Investigação -----	13
2.1.3. Pertinência do Estudo -----	13
<i>2.2. Revisão da Literatura -----</i>	<i>18</i>
2.2.1. A Geometria nas práticas letivas -----	18
2.2.2. Triângulos e suas propriedades -----	22
2.2.3. Materiais Manipuláveis -----	25
<i>2.3. Opções Metodológicas -----</i>	<i>31</i>
2.3.1. Descrição da metodologia de investigação -----	31
2.3.2. Contexto do Estudo -----	34
2.3.3. <i>Design</i> do Estudo -----	35
2.3.4. Recolha e Análise de Dados -----	37
<i>2.4. Apresentação de Resultados -----</i>	<i>38</i>
2.4.1. Fase Inicial -----	39
2.4.1.1. Síntese da Fase Inicial -----	44
2.4.2. Fase de Intervenção -----	45
2.4.2.1. Desigualdade triangular -----	45
2.4.2.2. Classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos -----	49
2.4.2.3. Soma de ângulos internos de um triângulo -----	54
2.4.2.4. Síntese da Fase de Intervenção -----	57
2.4.3. Fase Final -----	58
2.4.3.1. Síntese da Fase Final -----	62

2.5. <i>Discussão de Resultados</i> -----	64
2.6. <i>Conclusões</i> -----	66
3. COMPONENTE REFLEXIVA -----	69
3.1. <i>1.º Ciclo do Ensino Básico</i> -----	71
3.2. <i>2.º Ciclo do Ensino Básico</i> -----	77
4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS -----	81
5. APÊNDICES -----	97
<i>Apêndice 1 – Enunciados das Tarefas da Fase Inicial</i> -----	99
<i>Apêndice 2 – Nível de Conhecimento dos Alunos na Fase Inicial</i> -----	101
<i>Apêndice 3 – Enunciados das Tarefas da Sessão 1 da Fase Interventiva</i> ----	109
<i>Apêndice 4 – Enunciados das Tarefas da Sessão 2 da Fase Interventiva</i> ----	113
<i>Apêndice 5 – Enunciados das Tarefas da Sessão 3 da Fase Interventiva</i> ----	115
<i>Apêndice 6 – Estratégia da Entrada na Sala de Aula na Sessão 1</i> -----	119
<i>Apêndice 7 – Enunciados das Tarefas da Fase Final</i> -----	121
<i>Apêndice 8 – Nível de Conhecimento dos Alunos na Fase Final</i> -----	123
<i>Apêndice 9 – Comboio dos números</i> -----	129
<i>Apêndice 10 – Tapete Interativo</i> -----	131

Abreviaturas

AE – Aprendizagens Essenciais

CEB – Ciclo do Ensino Básico

EE – Encarregados de Educação

ESEC – Escola Superior de Educação de Coimbra

ME – Ministério da Educação

MEC – Ministério da Educação e Ciência

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PA – Perfil do Aluno

PE – Professora Estagiária

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PM – Programa de Matemática

TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

Índice de Quadros

<i>Quadro 1 – Cronograma das sessões de intervenção</i>	35
<i>Quadro 2 – Critério de análise, com três níveis (Pratas et al., 2016, p.36)</i>	38
<i>Quadro 3 – Comparação dos níveis de conhecimento dos alunos da Fase Inicial e da Fase Final</i>	65
<i>Quadro 4 – Classificação dos alunos nas tarefas da fase Inicial</i>	102
<i>Quadro 5 – Classificação dos alunos nas tarefas da Fase Final</i>	124

Índice de Figuras

<i>Figura 1 – Material manipulativo: anglegs</i>	29
<i>Figura 2 – Polígonos construídos com anglegs</i>	30
<i>Figura 3 – anglegs com transferidor</i>	30
<i>Figura 4 – Ciclo de investigação-ação (Sousa & Baptista, 2011, p.65)</i>	32
<i>Figura 5 – Etapas do Processo de Investigação-Ação (Sousa & Baptista, 2011)</i>	32
<i>Figura 6 – Processo de observação Participativo (Silva, 2019)</i>	33
<i>Figura 7 – Resolução do aluno A da tarefa 12 da Fase Inicial</i>	39
<i>Figura 8 – Resolução do aluno A da alínea 3.1 da tarefa 3 da Fase Inicial</i>	40
<i>Figura 9 – Resolução do aluno A da tarefa 11 da Fase Inicial</i>	40
<i>Figura 10 – Resolução do aluno A das alíneas 3.1 e 3.2 da tarefa 3 da Fase Inicial</i>	40
<i>Figura 11 – Resolução do aluno A das alíneas 3.3 a) e b) da tarefa 3 da Fase Inicial</i>	41
<i>Figura 12 – Resolução do aluno B das alíneas 3.1 e 3.2 da tarefa 3 da Fase Inicial</i>	42
<i>Figura 13 – Resolução do aluno B da alínea 11.2 da tarefa 11 da Fase Inicial</i>	42
<i>Figura 14 – Resolução do aluno B da tarefa 12 da Fase Inicial</i>	43
<i>Figura 15 – Resolução do aluno B da alínea 3.3 da tarefa 3 da Fase Inicial</i>	43
<i>Figura 16 – Resolução do grupo da tarefa 1 da primeira sessão de intervenção</i>	46
<i>Figura 17 – Resolução do grupo da tarefa 2 da primeira sessão de intervenção</i>	49
<i>Figura 18 – Triângulo construído com anglegs, pelo grupo para desenvolver a tarefa 3 da segunda sessão de intervenção</i>	50
<i>Figura 19 – Resolução do grupo da tarefa 3 da segunda sessão de intervenção</i>	51
<i>Figura 20 – Resolução do grupo da tarefa 4 da terceira sessão de intervenção</i>	53
<i>Figura 21 – Resolução do grupo da tarefa 1 da primeira sessão de intervenção</i>	54
<i>Figura 22 – Resolução do grupo da tarefa 5 (Parte I) da terceira sessão de intervenção</i> ...	55
<i>Figura 23 – Resolução do grupo da tarefa 5 (Parte II) da terceira sessão de intervenção</i>	56
<i>Figura 24 – Resolução do aluno A da tarefa 1 da Fase Final</i>	58
<i>Figura 25 – Resolução do aluno A da tarefa 2 da Fase Final</i>	59
<i>Figura 26 – Resolução do aluno A da tarefa 3 da Fase Final</i>	59
<i>Figura 27 – Resolução do aluno A da tarefa 4 da Fase Final</i>	60
<i>Figura 28 – Resolução do aluno B da tarefa 1 da Fase Final</i>	61
<i>Figura 29 – Resolução do aluno B da tarefa 2 da Fase Final</i>	61
<i>Figura 30 – Resolução do aluno B da tarefa 3 da Fase Final</i>	62
<i>Figura 31 – Resolução do aluno B da tarefa 4 da Fase Final</i>	62

<i>Figura 32 – “Comboio dos Números”: Material didático construído pelo grupo de estágio</i>	130
<i>Figura 33 – Tapete interativo complementado com elementos produzidos pelo grupo de estágio</i>	132

1. INTRODUÇÃO

O presente relatório final foi elaborado para a obtenção do grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Este documento reflete o trabalho desenvolvido em dois estágios de Prática Educativa Supervisionada (PES), indo ao encontro dos pressupostos estabelecidos no regime jurídico de habilitação para a docência (Decreto-Lei n.º 79/2014 de 14 de maio), especificamente no n.º 2 do artigo 11.º, onde está afirmado que é obrigatória a elaboração de um relatório final baseado no estágio de natureza profissional. O mesmo decreto estabelece a ligação indiscutível entre a rigorosa e exigente preparação de educadores e professores e a qualidade da docência, reforçando que “o aumento do nível geral da formação de professores tende a ter um efeito mensurável e muito significativo na qualidade do sistema de ensino, tal como se registou notavelmente na Finlândia”. Ainda acrescenta que “a profundidade do conhecimento dos professores sobre as matérias específicas que lecionam tem efeito expressivo na sua autonomia e segurança em sala de aula, traduzindo-se numa mais elevada qualidade da aprendizagem dos alunos”.

O primeiro estágio, decorreu no ano letivo de 2012/2013, numa escola do 1.º CEB da periferia da cidade, numa turma composta por alunos a frequentar dois anos de escolaridade distintos. Constituída por 13 alunos, 8 deles a frequentar o 2.º ano e os restantes 5 alunos frequentavam o 3.º ano. A turma tinha apenas um aluno referenciado com Necessidades Educativas Especiais (NEE), mas existiam outros dois casos a salientar: um por revelar dificuldades de aprendizagem e de oralidade, ao qual era prestado o apoio por uma terapeuta da fala e outro aluno com problemas ao nível da aquisição da consciência fonológica que estava a começar a ser acompanhado. Globalmente, a turma apresentava um ritmo lento, mas detinha ótimos hábitos, tanto comportamentais, como de trabalho e cooperação, facilitando a gestão do processo de ensino e de aprendizagem. Nesta prática letiva o grupo de trabalho era formado por quatro pessoas: a Professora cooperante, responsável pela turma, o par pedagógico e o Professor orientador da Prática Educativa I.

O segundo estágio, decorreu ao longo do ano letivo de 2018/2019, numa escola urbana, acompanhando duas turmas em anos e disciplinas distintas, a saber: uma turma de 5.º ano, constituída por 23 alunos (2 referenciados com NEE e 1 de diferente

nacionalidade), na disciplina de Matemática; e uma turma de 6.º ano, composta por 29 alunos (2 frequentam a Unidade de Multideficiência (DL 54/2018 de 6 de julho), acompanhando a turma apenas em atividades específicas), na disciplina de Ciências Naturais. A turma de 5.º ano tinha um comportamento mediano que, por vezes destabilizava o decurso das aulas e afetava o processo de ensino e aprendizagem individual e, quanto ao ritmo de compreensão de conceitos, aprendizagem e capacidade de concentração, apresentava alguma heterogeneidade. A turma de 6.º ano era mais homogénea nos mesmos aspetos e apresentando um bom comportamento, favorável ao desenvolvimento de aulas significativas. Quanto aos grupos de trabalho, em ambas as turmas de 2.º CEB, coexistiam três elementos. Na vertente da matemática, o grupo era constituído por uma Professora Estagiária (PE), a Professora Cooperante, titular da turma de 5.º ano, e a Professora Orientadora da Prática Educativa II de Matemática. Em Ciências Naturais, o grupo de trabalho contava com a mesma PE, com a Professora Cooperante, titular da turma de 6.º ano, e com a Professora Orientadora da Prática Educativa II da área das Ciências.

A PES tanto no 1.º como no 2.º CEB envolveu quatro fases para uma organização de atividades adequadas, conscientes e evolutivas, a fim de alcançar o sucesso dos alunos aquando da sua aplicação. Um processo em que não se pode retirar nem menosprezar nenhuma das suas fases, as quais, mesmo sendo distintas no desenvolvimento e nos objetivos, ligam-se pela complementaridade, já que a sequência é unívoca e não progride sem as anteriores estarem concluídas. Assim, a observação de aulas lecionadas pelas Professoras Cooperantes, as planificações elaboradas pela PE, a subsequente aplicação das mesmas num contexto real (intervenção), e a essencial reflexão sobre dimensões anteriores, compilam as fases da PES (Araújo & Antunes, 2017).

O domínio da observação foi o primeiro a ser desenvolvido e vivenciado, pois:

Só a observação direta consistentemente realizada poderá permitir obter informações sobre os interesses e as necessidades das crianças; só a observação sistematicamente realizada permitirá obter dados exatos, precisos e significativos,

capazes de informar o professor [...] sobre as necessárias modificações a implementar. (Parente, 2002, como citado em Garcia, 2013, p.37).

Esta etapa permite que a PE tenha conhecimento da realidade em que vai intervir, ficando a conhecer os alunos, as metodologias da docente cooperante, os hábitos diários mais relevantes, as dinâmicas que melhor funcionam com o grupo e aspetos que se podem tentar alterar com intuito de melhorar o ambiente de ensino e de aprendizagem. Assim, concordamos com Garcia (2013) ao afirmar que “a partir da observação, pode-se avaliar determinados fatores essenciais para a planificação e consequente intervenção” (p.37). As durações dos períodos desta fase, nos dois estágios, variaram consoante as intervenções da PE, antecedendo-as.

A elaboração das planificações é uma etapa crucial de transição entre a observação e intervenção. O planeamento do desenrolar das práticas educativas baseou-se na perspetiva construtivista, a qual defende que “a planificação passa pela criação de ambientes estimulantes que propiciem actividades que não são à partida previsíveis e que, para além disso, atendam a diversidade das situações e aos diferentes pontos de partida dos alunos” (Zabalza, 1994, como citado em Silva, 2017, p.103). Para tal, houve preocupação em prever atividades que apresentassem os conteúdos de forma a tornarem-se significativos e funcionais para os alunos, desafiando-os e provocando-lhes conflitos cognitivos, para ajudá-los a desenvolver competências de aprender a aprender. Deste modo, reconhecemos a planificação como “um instrumento de apoio, indispensável na vida de um profissional de educação” (Garcia, 2013, p.39), concordando com Silva (2017) ao afirmar que “deve ser flexível, pois existem situações ao longo das aulas que são imprevisíveis e que devem ser consideradas caso se revelem pertinentes” (p.57).

No 1.º CEB, a elaboração das planificações foi uma tarefa evolutiva, dado que necessitou de várias remodelações até encontrar uma versão adequada ao grupo composto por dois anos de escolaridade. Era exigida uma leitura fácil, rápida, simples, prática e, simultaneamente tinha de compilar as propostas de trabalho para o 2.º e 3.º anos, de forma a ser acessível ao longo das intervenções, sem estremecer o seu desenvolvimento. No 2.º CEB, com a experiência, esta fase tornou-se mais inata, tendo que corrigir alguns aspetos inerentes à descrição das atividades, questão que fez tomar

consciência da importância de experimentar e refletir sobre todas, ou pelo menos o máximo, de hipóteses de desenvolvimento das tarefas, antes de solicitar aos alunos, na tentativa de antecipar a maior quantidade possível de situações.

Para Ponte (2012), a dimensão prática letiva é um domínio fundamental do conhecimento didático, onde estão incluídas as planificações e todas as questões associadas à condução das atividades das aulas. Nesta dimensão, a docência é assumida para serem colocadas em prática tarefas e atividades planificadas e, acima de tudo, adquirir experiência que fica espelhada na identidade profissional individual. De acordo com Jesus et al. (2014), a experimentação de situações próximas da realidade profissional promovem o desenvolvimento de um pensamento reflexivo que apela simultaneamente, ao conhecimento que o PE detém, tanto a nível dos conteúdos como ao nível pedagógico do conteúdo do currículo, permitindo o desenvolvimento de ambientes de ensino e de aprendizagem que potenciem a construção de conhecimentos significativos para os alunos. Por esse motivo, os contextos de estágio incentivam e garantem o desenvolvimento profissional de futuros professores, dado que promovem experiências autênticas e enquadradas na realidade escolar transpondo a teoria para a prática. No 1.º CEB as intervenções ocorriam três dias por semana, durante o 1.º semestre. No 2.º CEB, pude aplicar as minhas planificações ao longo de seis semanas não consecutivas, em ambas as turmas já referidas.

A importância da dimensão reflexiva vai ao encontro dessa evolução mencionada, tal como Nogueira e Blanco (2017) referem, “o desenvolvimento pessoal e profissional do professor pode (e deve) ser estimulado por hábitos de reflexão e de questionamento, que o ajudem a compreender o seu próprio pensamento e a refletir criticamente sobre a sua prática, construindo e significando o seu saber-fazer, projetando novas formas para a sua ação” (p.43). As práticas de reflexão podem ser desenvolvidas tendo por base “narrativas profissionais” de modo estruturar o pensamento, facilitar a consciencialização de contradições e criar hábitos reflexivos (Vieira & Moreira, 2011). Esta fase reflexiva foi essencial para que, intervenção após intervenção, se verificassem melhoras nos aspetos práticos que eram debatidos nos momentos de reflexão, que preenchiam os finais dos dias de estágio e das aulas lecionadas. Paralelamente, era notório que as reflexões iam sendo cada vez mais conscientes,

graças à experiência que, mesmo reduzida e primitiva, já sensibilizava para determinados tópicos, facilitando tanto a perceção de erros e de situações com qualidade didática, como a explicitação de abordagens metodológicas alternativas. Assim, vamos ao encontro da perspetiva de Sousa (2014) na qual “o profissional vai adequando diariamente as suas práticas tornando-as cada vez mais pertinentes, reestruturando-as periodicamente nas planificações permitindo uma autoavaliação, analisando as mais valias e as limitações, como meio de encetar modelos de superação” (p.16).

No contexto educativo, Nogueira e Blanco (2017) definem o conceito de reflexão como “uma qualidade do professor, entendida como processo de resolução de dúvidas e conflitos e emergente da sua disponibilidade e capacidade para analisar a sua própria atuação” (p.43). Zeichner (2008), como citado em Galvão et al. (2018), defende que a reflexão assenta “em comunidades de aprendizagem e em contextos supervisionados, em contextos de formação inicial e contínua” (p.31). Deste modo, transpomos a dimensão reflexiva para uma prática a necessitar de ser mantida em todo o percurso profissional de qualquer docente, sem limitar fases de maior ou menor importância. “Aprender a agir como um professor reflexivo significa ser capaz de (i) analisar o seu trabalho profissional, (ii) melhorar as suas próprias estratégias e práticas de ensino e (iii) assumir a responsabilidade de produzir novos conhecimentos acerca da educação e da formação” (Galvão et al., 2018, p.31).

Na formação inicial de professores, também é de ressaltar a importância da investigação, dado que “a formação inicial é fortemente beneficiada por assumir uma lógica de trabalho de cariz investigativo contextualizado na prática profissional” (Galvão & Ponte, 2018, p.210). Na perspetiva de Martins (2015), a cultura de investigação deve ser promovida na formação inicial, com intuito de desenvolver atitudes e competências que incitam o pensamento crítico e a problematização das práticas educativas. Alarcão et al. (1997, p.9), como citado em Galvão et al. (2018, p.35), justifica que a componente investigativa, aplicada na PES, ajuda a compreender a natureza, as problemáticas, os métodos e o valor da produção do conhecimento, permitindo o desenvolvimento de uma atitude investigativa, aberta à reflexão e ao aprofundamento do próprio conhecimento. Assim, a prática letiva, no estágio de 2.º

CEB, desenvolvido pela PE, permitiu a aplicação de uma investigação de cariz qualitativo, a fim de experienciar e fortalecer os aspetos mencionados pelos autores.

Os pressupostos acima descritos, relativos à importância dos domínios da preparação das atividades da PES, da reflexão e da investigação na formação inicial de professores, levaram à estruturação deste relatório em três partes: Introdução; Componente Investigativa; Componente Reflexiva.

Na Introdução são apresentados os contextos das PES realizadas durante o Mestrado, complementando com algumas referências a aspetos relevantes destes estágios que se relacionam com a importância da reflexão e da investigação na formação de professores.

Na segunda parte, da Componente Investigativa, é apresentado um estudo realizado na turma de 5.º ano, durante o estágio em 2.º CEB, focando a utilização do material manipulável *anglegs* para promover a compreensão das diferentes propriedades dos triângulos.

O terceiro capítulo é composto pela Componente Reflexiva, na qual são referidos e analisados criticamente, componentes e domínios que evoluíram ou marcaram o desenvolvimento profissional e pessoal da PE, tendo em conta aspetos chave que aconteceram nos estágios de 1.º e 2.º CEB.

2. COMPONENTE INVESTIGATIVA

2.1. Introdução

Este capítulo, componente investigativa, é constituído por seis subcapítulos. O primeiro é a presente introdução, onde é apresentada uma contextualização do estudo realizado, referindo a razão da escolha do tema, tendo em conta a motivação da PE e da equipa investigativa que pretende solucionar o problema diagnosticado, estabelecendo os objetivos e apresentando a questão-problema que orientam a investigação.

No segundo subcapítulo revisão da literatura, é exposto o resultado de uma pesquisa relevante para a temática em estudo, aprofundando a problemática de investigação. Repartido em três secções, é referida a importância da geometria nas práticas letivas, mencionando alguns estudos recentes associados ao ensino e aprendizagem de propriedades de triângulos e percebendo a maior valia da utilização de materiais manipuláveis, nomeadamente os *anglegs*, em contexto de sala de aula.

O terceiro subcapítulo apresenta, as opções metodológicas tomadas, referindo o tipo de investigação efetuado. Também é dado a conhecer o contexto do estudo, caracterizando os intervenientes, as fases de intervenção e os instrumentos utilizados para efetuar a recolha de dados que, posteriormente, foram analisados.

Os resultados são apresentados no quarto subcapítulo, dividido nas três fases: fase inicial, fase de intervenção, fase final. Cada uma dessas fases finaliza com uma síntese com intuito de auxiliar a discussão dos resultados apresentada no quinto subcapítulo.

O sexto e último subcapítulo relata as conclusões do estudo, acrescentando limitações e recomendações para futuras investigações.

2.1.1. Motivação e Formulação do Problema

No âmbito da prática educativa no 2.º CEB, observou-se que os alunos manifestavam dificuldades na aprendizagem e na compreensão de conceitos geométricos. Num momento de avaliação do mês de fevereiro, do ano em que decorreu a investigação, verificou-se esta mesma lacuna, pelo que se considerou oportuno e importante

sistematizar a medição de ângulos e as suas classificações conjuntamente com a exploração das propriedades dos triângulos, uma vez que são conceitos inseparáveis que se interpelam repetitivamente. Paralelamente, houve a constatação de que a turma manifestava dificuldades na manipulação de materiais didáticos. Numa aula que tinha como objetivo comparar de barras de papel coloridas, construídas pelos próprios, (um conjunto de barras de cada cor representava uma unidade, havendo distinção de espessuras das barras de cor, para cor), a fim de compreenderem o conceito de frações equivalentes, revelando um nível de motricidade fina não adequado à faixa etária em questão, aquando da sua utilização.

A geometria é considerada uma área bastante visual e manipulável (Rezende, 2017, p.12), deste modo, a utilização do material didático manipulável pode ajudar os estudantes a melhorar a perceção dos conceitos geométricos referentes a polígonos. Segundo Lorenzato (2009), material didático “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino e de aprendizagem” (p. 18), tornando a matemática mais experimental, com a possibilidade de tocar, manipular, visualizar, entre outras. Assim, podemos inferir que um artefacto, devidamente usado e de forma eficaz, poderá ajudar a colmatar as dificuldades dos discentes.

Simultaneamente a estes fatores, a abordagem do ensino da matemática tem vindo a ser explorada com intuito de melhorar a construção de conceitos significativos dos alunos num ambiente orientado pelos docentes. Num mundo no qual tudo é facilmente acessível, em que as respostas se encontram à distância de um ‘click’ e várias horas do dia são preenchidas com o tatear de aparelhos eletrónicos, a busca de métodos motivadores e eficazes numa sala de aula torna-se uma preocupação. A utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) é incontornável, contudo cada vez é mais importante proporcionar a manipulação de “materiais didáticos que promovem experiências enriquecedoras de aprendizagem, já que desempenham uma função determinante na formação de conceitos. A partir deles, os alunos criam uma maior correlação entre o concreto e o abstrato, de forma a alcançar, assim, uma aprendizagem significativa dos conteúdos abordados” (Ponte, 2017, p.3). Por sua vez, não foram encontradas muitas experiências com a utilização do material *anglegs*, em contexto de sala de aula, contribuindo para o considerar um artefacto interessante para explorar

conteúdos geométricos, dadas as suas características atrativas especificadas mais adiante.

Considerando os aspetos referidos anteriormente, aliados às pesquisas sobre os materiais manipuláveis e as práticas letivas na área da geometria, que ajudam a promover a compreensão dos alunos relativamente às propriedades dos triângulos, alcançou-se o problema orientador da investigação: Como integrar o manipulativo concreto *anglegs*, pouco referido na literatura, no processo de ensino e de aprendizagem para promover a compreensão dos alunos sobre as propriedades dos triângulos?

2.1.2. Objetivos e Questão de Investigação

Tendo em consideração o contexto da turma, as respetivas dificuldades, bem como a importância da geometria e da construção de conceitos significativos por parte dos alunos, foram formulados os seguintes objetivos de investigação:

- a) Mapear as dificuldades dos alunos relativamente às propriedades dos triângulos;
- b) Analisar a influência de uma experiência de ensino recorrendo a artefactos para promover a compreensão das diferentes propriedades dos triângulos.

Considerando os objetivos de investigação emerge a seguinte questão de investigação: de que modo o uso dos *anglegs* influencia a compreensão dos alunos relativamente às diferentes propriedades dos triângulos no 5.º ano do 2.º CEB?

2.1.3 Pertinência do Estudo

O estudo da geometria tem vindo a ser investigado e aprofundado no domínio dos processos de ensino e de aprendizagem, dada a sua especificidade perante as outras áreas da Matemática (Charleaux & Souza, 2019; Couto & Jesus, 2019; Delgado, 2017; Ferreira & Silva, 2017; Gonoring, 2020; Miranda & Miranda, 2019; Penteadó et al., 2019; Vasconcelos et al., 2020). Os resultados dessas investigações, levam

investigadores, educadores e políticos a discutir orientações curriculares do ensino da disciplina, de forma a melhorar o desempenho dos alunos e, conseqüentemente, dos resultados. Esta realidade apela à melhora dos processos de ensino, impulsionando a implementação de políticas educativas mais direcionadas para alcançar o sucesso dos alunos (Delgado, 2017).

Com essa finalidade têm vindo a ser criados documentos curriculares que orientam e servem de apoio à docência. Atualmente, em Portugal, existem dois desses documentos que se complementam e são a base do processo de ensino e de aprendizagem, nomeadamente: o Programa e as Metas Curriculares de Matemática (MEC, 2013) e as Aprendizagens Essenciais (AE) do Ensino Básico (ME, 2018).

No Programa de Matemática para o Ensino Básico “destacam-se três grandes finalidades para o Ensino da Matemática: a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade” (MEC, 2013, p.2). Para o alcance destas, também foram estabelecidos “os objetivos que traduzem os desempenhos fundamentais que os alunos deverão evidenciar em cada um dos três ciclos de escolaridade básica” (MEC, 2013, p.3). Neste documento “os conteúdos encontram-se organizados, em cada ciclo, por domínios. A articulação desejável entre os domínios de conteúdos e os objetivos antes enunciados encontra-se materializada no documento das Metas Curriculares. Nos 2.º e 3.º ciclos indica-se, a título não prescritivo, o número de tempos, de cinquenta minutos, que poderá ser dedicado a cada domínio” (MEC, 2013, p.5).

No domínio da geometria do 2.º CEB, “são introduzidos alguns conceitos e propriedades (...) envolvendo paralelismo e ângulos, com aplicações simples aos polígonos. Em particular, é fornecida uma definição geométrica de soma de ângulos, por justaposição, análoga à justaposição de segmentos de reta abordada no 1.º ciclo” (MEC, 2013, p.14). O Programa de Matemática propõe para o 5.º ano de escolaridade, o estudo de propriedades geométricas, estabelecendo os conteúdos “ângulos complementares e suplementares; igualdade de ângulos verticalmente opostos; semirretas diretamente e inversamente paralelas; ângulos correspondentes e paralelismo; ângulos internos, externos e pares de ângulos alternos internos e alternos

externos determinados por uma secante num par de retas concorrentes; ângulos de um triângulo: soma dos ângulos internos, relação de um ângulo externo com os internos não adjacentes e soma de três ângulos externos com vértices distintos; triângulos acutângulos, obtusângulos e retângulos; ângulos internos de triângulos obtusângulos e retângulos” (MEC, 2013, p.15).

As Metas Curriculares descrevem os parâmetros que os alunos devem atingir durante o Ensino Básico. Divididas em anos de escolaridade, são apresentados objetivos gerais para os domínios ou subdomínios definidos. Por sua vez, estes objetivos gerais são especificados em diversos descritores. “Os diferentes descritores estão redigidos de forma objetiva, numa linguagem rigorosa destinada ao professor, devendo este selecionar uma estratégia de ensino adequada à respetiva concretização, incluindo uma adaptação da linguagem aos diferentes níveis de escolaridade” (MEC, 2013, p.2).

A presente investigação enquadra-se no 5.º ano de escolaridade, no domínio “Geometria e Medida GM5”, tendo como subdomínio “Propriedades geométricas” e objetivos gerais “Reconhecer propriedades envolvendo ângulos, paralelismo e perpendicularidade” e “Reconhecer propriedades de triângulos e paralelogramos” (MEC, 2013, p.31). Os descritores foram selecionados para duas fases: identificar as dificuldades dos alunos: “identificar dois ângulos como «suplementares» quando a respetiva soma for igual a um ângulo raso” e “identificar dois ângulos como «complementares» quando a respetiva soma for igual a um ângulo reto.”; identificar propriedades de ângulos dos triângulos: “Saber que num triângulo a medida do comprimento de qualquer lado é menor do que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois e maior do que a respetiva diferença e designar a primeira destas propriedades por «desigualdade triangular»”, “reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso”, “Utilizar corretamente os termos «triângulo retângulo», «triângulo acutângulo» e «triângulo obtusângulo» (MEC, 2013, pp.31-33).

O documento das AE (ME, 2018) conduz ao desenvolvimento das competências inscritas no Perfil dos alunos (PA) à saída da escolaridade obrigatória, esclarecendo duas finalidades principais: “promover a aquisição e desenvolvimento de

conhecimento e experiência em Matemática e a capacidade da sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos; desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de reconhecer e valorizar o papel cultural e social desta ciência.” Estas AE são entendidas como “os conteúdos de conhecimento disciplinar estruturado, indispensáveis, articulados concetualmente, relevância significativos, bem como de capacidades e atitudes a desenvolver obrigatoriamente por todos os alunos em cada área disciplinar ou disciplina (...)” (Despacho n.º 5908/2017, de 5 de julho, como citado em ME, 2018, p.3).

Os conhecimentos, capacidades e atitudes descritos na “operacionalização das AE”, no tema da Geometria e Medida (subtemas – figuras no plano e sólidos geométricos, raciocínio matemático e comunicação matemática), declaram que:

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, o aluno deve resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a ficar capaz de: descrever figuras no plano e no espaço com base nas suas propriedades e nas relações entre os seus elementos e fazer classificações explicitando os critérios utilizados; reconhecer casos de possibilidade de construção de triângulos (...) (amplitude se ângulos, comprimento de lados); conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas usando ideias geométricas, em contextos matemáticos e não matemáticos e avaliando a plausibilidade dos resultados; desenvolver a capacidade de visualização e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos, incluindo o recurso a exemplos e contraexemplos; exprimir oralmente e por escrito, ideias matemáticas, com precisão e rigor, e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, terminologia e simbologia). (ME, 2018, pp.8-9)

Relativamente às “ações estratégicas de ensino orientadas para o PA” no mesmo tema, é referido que:

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que o aluno, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de: explorar, interpretar e analisar

situações em contextos variados que favoreçam e apoiem uma aprendizagem matemática com sentido (dos conceitos, propriedades, regras e procedimentos matemáticos); realizar tarefas de natureza diversificada ((...) atividades exploratórias, investigações, resolução de problemas(...)); utilizar modelos geométricos e outros materiais manipuláveis (...) na exploração de propriedades de figuras no plano (...); reconhecer relações entre as ideias matemáticas em geometria e aplicar essas ideias em outros domínios matemáticos e não matemáticos; resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos; abstrair e generalizar, reconhecer e elaborar raciocínios e argumentos, discutindo e criticando argumentos de outros; analisar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem; comunicar utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever e justificar raciocínios, procedimentos, e conclusões. (ME, 2018, pp.8-9)

A compilação dos documentos curriculares apresentados são a base para a planificação das práticas letivas de todos os docentes. No entanto, com tanta ou mais importância, é necessário idealizar e definir o melhor caminho que os alunos devem percorrer tendo em vista a aprendizagem significativa e em compreensão dos conteúdos matemáticos patenteados nos documentos curriculares.

Deste modo, recorrer a materiais concretos para explorar conceitos matemáticos em sala de aula, leva os alunos a “observar, relacionar, comparar hipóteses e argumentações” (Silva & Silva, 2017, p.33), enquanto “o professor é incumbido de orientar na resolução das tarefas” (Silva & Silva, 2017, p.33). A utilização de materiais concretos propicia a evolução do pensamento dos alunos, fazendo com que deixem de aguardar por uma resposta pronta e direta, desenvolvendo ideias, estratégias e disponibilidade para resolver sozinhos os problemas, sem receio de arriscar ou experimentar. Alcançar soluções torna-se um prazer que, com o tempo, se reflete na própria autoconfiança e autoestima. Os alunos também desenvolvem a confiança neles próprios, no que sabem, e acreditam mais naquilo que são capazes de alcançar.

Outra questão importante é a escolha do material a ser utilizado para explorar determinado conceito. Neste tópico, Silva e Silva (2017) defendem que esta opção

deve ter em conta o caráter desafiador, despertando interesse e adequando-se ao grau de desenvolvimento dos alunos, bem como à idade e ao nível de aprendizagem. Souza et al. (2020) adicionam mais um aspeto muito relevante da utilização de materiais didáticos, associada à dinâmica de construção do raciocínio lógico que a manipulação dos mesmos implica.

Para Lopes et al. (2017) “o material manipulável não vem a ser somente um objeto qualquer, mas um objeto que ajuda na compreensão de conceitos, para que assim facilite ao educador a construção do conhecimento do educando, tornando assim mais prático o ensino de matemática” (p.4). Assim, os materiais concretos devem proporcionar diversão, para provocar interesse nos alunos e estes se envolverem naturalmente, de forma animada e com boa disposição. Em seguida, os alunos começam a refletir e estabelecer relações lógicas dos conceitos trabalhados, estimulando os sentidos da criatividade e da iniciativa. Levam à melhoria da interação entre aluno e professor, reforçando a confiança, que origina uma participação mais ativa e, conseqüentemente, aulas mais dinâmicas e produtivas (Silva & Silva, 2017).

Em suma, pode considerar-se este estudo pertinente, porque: pretende atender a dificuldades de uma turma de 5.º ano diagnosticadas em contexto de sala de aula; o problema de investigação e as opções metodológicas vão ao encontro das sugestões da comunidade científica; foram encontradas poucas investigações que associem a exploração e aprendizagem das propriedades dos triângulos recorrendo ao material manipulativo *anglegs*; vai permitir que outros investigadores possam estudar um pouco mais sobre a temática e observar resultados reais;

2.2. Revisão da Literatura

2.2.1. A Geometria nas práticas letivas

Miranda e Miranda (2019) referem que a matemática está presente no quotidiano de todas as pessoas “seja nas formas geométricas existentes na arquitetura de prédios e casas; gráficos e tabelas vistos em revistas e jornais ou até mesmo no troco recebido ao comprar uma mercadoria” (p.162). Esta assiduidade diária justifica a importância

do seu estudo tornando-a numa das principais disciplinas estudadas durante a escolaridade obrigatória.

Vidal et al. (2019) afirma que “no ensino da matemática algo que se pode observar é que conceitos matemáticos estão, na maioria das vezes, condicionados a conhecimentos anteriores que formam toda uma base, necessária para a assimilação de novos saberes” (pp.69-70). Pereira e Pereira (2016) ainda acrescentam que “no decorrer de vários anos frente ao ensino de Matemática na educação básica, observamos nos alunos muitas dificuldades no que se refere à aplicação de conceitos geométricos como ferramenta na resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental” (p.1). Deste modo, é cada vez mais importante os professores preocuparem-se com a aprendizagem efetiva e em compreensão dos conteúdos, principalmente nos primeiros anos de escolaridade. Caso contrário, os alunos irão acumular dúvidas ao longo dos anos que poderão provocar desinteresse na disciplina, além de sobrecarregar educadores de anos vindouros que terão de fazer revisões de conceitos inerentes a um conteúdo de forma mais básica, simples e aprofundada, conseguindo conduzir os estudantes a raciocínios lógicos e firmes.

O domínio da geometria exige aos alunos um raciocínio diferente, mas que, quando é bem trabalhada, estimula a observação e exploração do espaço à sua volta, percebendo semelhanças e diferenças entre figuras, enquanto observa padrões, proporciona o trabalho com construções de objetos tridimensionais, e ainda é utilizada como uma ferramenta importante para outras áreas do conhecimento (Souza & Medeiros, 2019). Assim, a geometria deve pertencer aos currículos escolares e ser explorada com eficiência, valendo-se de metodologias adequadas à promoção de uma aprendizagem geométrica.

Pereira e Pereira (2016) recorrem a pesquisas anteriores para reforçar a importância do estudo da geometria, mencionando que “Davis e Hersh (1985) apontam a geometria como o ramo mais adequado da matemática no que diz respeito ao desenvolvimento de capacidades intelectuais dos alunos, dentre elas podemos citar a percepção espacial e a criatividade, sendo a geometria um campo ideal para o desenvolvimento desse tipo de raciocínio” (pp.1-2).

Para Ferreira e Silva (2017), a geometria é atualmente pouco explorada nas escolas e os professores lecionam conteúdos de uma maneira a que os alunos não conseguem compreender o que é a geometria, nem a riqueza que ela proporciona para entender o que os rodeia. “De fato, faz-se importante o estudo da geometria, pois a mesma proporciona ao indivíduo o conhecimento de formas e dimensões que levam a construir, explorar e reconhecer a geometria no cotidiano” (p.491). Nesta perspetiva, propuseram uma metodologia de trabalho, baseada em aulas lúdicas, que desenvolvam nos discentes, prazer de estudar geometria, construindo um conhecimento que vai além do ensinado. Os mesmos autores esclarecem que os educadores precisam de desenvolver mecanismos diferentes dos tradicionais, levando para a sala de aula outras formas de transmitir o conhecimento, além do livro didático, para que os alunos compreendam os conteúdos corretamente e claramente, estabelecendo pontes com o quotidiano.

Também Settimy e Bairral (2019), num artigo que condensa a pesquisa de Mestrado, defendem a relação entre os conteúdos geométricos e o mundo envolvente dos alunos, mencionando que “a Geometria estimula a imaginação e criatividade, além de promover o desenvolvimento da representação e argumentação” (p.258), de forma a permitir a perceção das representações geométricas do quotidiano.

No entanto, Penteadó et al. (2019) acompanham os mesmos ideais, mas não se escondem por detrás deles. Os autores esclarecem que:

Não basta simplesmente dizer que o conteúdo de geometria é importante, ou reconhecer que esse conteúdo não tem sido ensinado pelos professores, ou, ainda, buscar apontar um responsável para isso e ou culpá-lo. É preciso assumir o papel de professor, de educador e fazer com que os alunos também percebam o quanto aprender geometria é importante, não só para realizar as avaliações escolares ou atender os índices das avaliações externas relacionados a esse conteúdo estruturante. É preciso aprender geometria porque ela faz parte da vida, do dia a dia das pessoas, para que ela seja percebida e vivenciada de forma significativa, ou seja, existindo para o outro. (p.77)

Logo, perspetiva-se que estes fatores estão ao alcance dos professores segundo a forma como transmitem e colocam os seus alunos a contactar com a geometria. Não devem, nem podem ser colocados na balança apenas os conteúdos que constam nos currículos individuais dos discentes. O afeto e carinho com que se leciona e se conduz a aprendizagem, anexados à crença de que todos são capazes e merecem aprender com vontade e prazer, esvanece obstáculos que possam surgir neste caminho.

Fonseca e Leivas (2018), usando a teoria de Van Hiele para abordar o tema triângulos no seu estudo, concluiu que “o ensino de Geometria, nos diferentes níveis de ensino, necessita de mudanças urgentemente, sendo necessário repensar o fazer pedagógico, de modo que assuma um carácter mais dinâmico, significativo e efetivo” (p.152). Já em 1995, Lorenzato afirmava que “soluções esporádicas ou pontuais não serão suficientes para resolver a questão da omissão geométrica” (Lorenzato, 1995, como citado em Fonseca e Leivas, 2018, p.152).

Soares et al. (2019) também reconhecem a inquestionável importância da geometria, tanto sob o ponto de vista das aplicações práticas, quanto do aspeto do desenvolvimento de diferentes competências e habilidades necessárias à formação de qualquer indivíduo. Estes autores afirmam que a geometria “é uma poderosa ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos.” (p.130), dado que está sempre presente no nosso quotidiano. “Ao andarmos pela cidade observando os prédios, casas, monumentos, comércio, entre outros, estaremos visualizando inúmeras formas geométricas, planas e espaciais” (p.130).

Recorrendo ao desenho geométrico, como estratégia inovadora, para ajudar numa aprendizagem significativa da geometria, o estudo de Soares et al. (2019) “confirmou que a geometria é uma área propícia a realização de investigações por parte dos alunos e que os mesmos se envolvem em interessantes explorações e investigações geométricas” (p.139). No seguimento da preocupação constante dos professores em utilizar e almejar os melhores caminhos para a aprendizagem efetiva e em compreensão, Santana (2019) afirma que investigadores em Educação Matemática têm trabalhado e procurado novas estratégias para o ensino e a aprendizagem de geometria.

Souza e Medeiros (2019) refere que “a aprendizagem Matemática dos alunos deve ir além de tarefas rotineiras como meras resoluções de exercícios e ser enriquecida por meio de tarefas e atividades desafiadoras, como a Formulação e Resolução de Problemas” (p.216). Um bom ensino de Matemática deve proporcionar, tanto a exploração dos próprios raciocínios, como o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas e ainda o potencial criativo dos alunos.

2.2.2 Triângulos e suas propriedades

Nos conteúdos geométricos, Pachêco et al. (2020) dão uma importância especial aos triângulos, por estes serem reconhecidos pelos alunos com facilidade. Estas figuras geométricas são a base para a construção de muitas figuras estudadas em geometria e ainda dispõem de uma grande riqueza ao nível das suas propriedades, recorrentemente necessárias para estudar outros conteúdos.

Luciano (2018) refere que os “triângulos são considerados um dos polígonos mais estudados e que apresentam grande dificuldade para os alunos” (p. 31). O artigo do autor apresenta uma revisão bibliográfica e expõe uma análise da aplicação do recurso didático Geogebra no processo de ensino e aprendizagem de triângulos, contribuindo para o entendimento das propriedades destes polígonos.

Sousa (2014) apela à importância e necessidade de se explorarem conceitos geométricos, incluindo propriedades de triângulos (entre outras figuras geométricas), propondo construções referentes aos conceitos pretendidos, para que, a partir destas, os alunos possam analisar por si, as propriedades ligadas àquela definição. Nesta etapa, o professor deve acompanhar os alunos, questionando e motivando-os a encontrar explicações que se aproximem, cada vez mais, do objetivo.

Sousa (2016) também utilizou o Geogebra em três aulas lecionadas, com uma turma de 5.º ano, para abordar propriedades geométricas. A desigualdade triangular e o reconhecimento de que num triângulo, ao maior lado opõe-se o maior ângulo, ao menor lado opõe-se o menor ângulo e que a lados iguais se opõem ângulos iguais, e vice-versa, foram as características associadas aos triângulos. O mesmo autor investigou os

resultados da avaliação de questões específicas dos testes do grupo com o qual tinha trabalhado, com outras duas turmas, com a mesma docente, que não tinham interagido com o Geogebra, concluindo que “não houve diferenças muito evidentes nem os estudantes que utilizaram o Geogebra se destacaram” (p.41).

Pereira e Pereira (2016) analisaram a opinião de 100 alunos, maioritariamente, com idades entre os 14 e 15 anos, sobre a semelhança de triângulos e concluíram que, na generalidade, os discentes não apreciam matemática, não entendem as explicações dadas pelos professores e nos momentos das avaliações, revelam preocupação e insegurança que refletem a falta de contacto com o conceito de semelhança de triângulos, apresentando uma aprendizagem insatisfatória. Estes autores afirmam que o conceito de semelhança é importante nas resoluções de problemas de Geometria além de ser um pré-requisito para o estudo de vários conteúdos geométricos. Os dados do seu estudo revelaram que os conceitos e as definições associados à semelhança de triângulos são facilmente aprendidos, contrariamente, “existem alguns tópicos neste conteúdo que precisam de uma maior atenção no momento de seu ensino, principalmente no que se refere às questões contextualizadas que envolvam triângulos semelhantes dispostos de diferentes formas e o cálculo de distâncias inacessíveis” (p.7).

Rezende (2017) elaborou “uma sequência didática composta por nove tarefas exploratório-investigativas por meio das quais os alunos pudessem realizar suas descobertas, percepções, constatações e soluções” (p.38). Estas atividades foram colocadas em prática com alunos do 8.º ano, organizados em grupos, e aliadas à utilização de diferentes materiais didáticos manipuláveis (canudos com diferentes medidas, linhas de anzol, transferidor, régua, modelador de triângulos proposto por Kaleff (2008), entre outros), dependendo da tarefa, de forma a proporcionar aprendizagens de conteúdos inerentes a polígonos. Em algumas das tarefas propostas, o objetivo estava relacionado com a descoberta de propriedades dos triângulos, nomeadamente: o conceito de desigualdade triangular; de rigidez do triângulo; a invariância da medida da área em relação às variações de triângulos formados, através da observação das regularidades, medida da altura (fixa) em relação à medida constante de ao menos um dos lados; soma dos ângulos internos do triângulo; soma de

ângulos externos do triângulo. Rezende (2017) apresenta algumas considerações que alteraria dado não terem resultado eficazmente com os alunos.

Santos (2018) aplicou um questionário, composto por quatro questões fechadas, relacionadas com a área do triângulo, a alunos de três níveis de ensino diferentes (37 alunos do ensino básico, 18 do ensino secundário e 5 do ensino superior). Especificando a área do triângulo, o seu intuito foi diagnosticar e mostrar o défice da aprendizagem da geometria nas diferentes faixas etárias, apelando à urgente alteração e inovação das metodologias de ensino, a fim dos conhecimentos de geometria serem efetivos e significativos.

Charleaux e Souza (2019) realizaram uma pesquisa, com o objetivo de verificar como os alunos do 10.º ano lidam com tarefas de Geometria nas aulas de cariz investigativo, questionado a forma como transmitem os seus conhecimentos sobre construção de triângulos e quadriláteros. Inicialmente, com simples materiais e algumas orientações para desenvolverem as tarefas, os alunos não perceberam inteiramente o que deviam fazer, mas a pesquisadora pretendia que a curiosidade os guiasse. Segundo os autores, as discussões que surgiam intra-grupos (pares) eram interessantes, por revelarem que cada elemento começava a organizar conjuntos de triângulos considerando características diferentes do outro. Os discursos dos alunos e os seus registos revelaram que, as conversas proporcionam momentos de debate e reflexão sobre conceções individuais, construindo conhecimentos através da reestruturação dos conhecimentos prévios. Foi averiguado que “todos os alunos consideraram os lados dos triângulos para realizar as respectivas classificações, nenhuma dupla classificou os triângulos quanto a seus ângulos” (p.101), talvez por “visualmente, seja mais fácil comparar lados do que comparar ângulos” (p.101).

Freitas e Moreira (2019) realizaram um estudo de caso com duas turmas de 8.º ano usando o jogo do mico matemático, construído e adaptado ao tema por estes, como estratégia inovadora, lúdica e significativa. Este recurso foi utilizado para avaliar a aprendizagem dos alunos após as aulas teóricas sobre triângulos e quadriláteros, diagnosticando o uso do recurso segundo um questionário após o jogo. “Os resultados apontaram que o jogo, para além do valor formativo da matemática, contribuiu com o

seu caráter construtivista, para a estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo do conteúdo, além da aquisição de atitudes por meio da interação social” (p.489). Os autores dizem que “embora o ensino tenha se dado de forma mais tradicional o uso do jogo promoveu a aprendizagem mais significativa dos alunos, no sentido dos alunos observarem e formarem pares de acordo com as formas e definições das figuras geométricas por intermédio da comparação com um modelo” (p.498).

Pachêco et al. (2020) utilizaram a teoria de Van Hiele para investigar o nível de conhecimento geométrico de alunos de uma turma do 6.º ano sobre triângulos, analisando as medidas dos comprimentos de seus lados. Recolheram os dados através de um teste com quatro questões envolvendo os níveis de compreensão 1 (visualização ou reconhecimento) e 2 (análise) da teoria de Van Hiele. Os autores concluíram que “os alunos não apresentaram dificuldades no reconhecimento dos triângulos se adequando às características do nível 1 (visualização ou reconhecimento)” (p.344). Também averiguaram que, “de acordo com o nível 2 (análise), esses alunos estão progredindo dentro das características desse nível, ou seja, se aperfeiçoando quanto a esse saber” (p.344).

Segundo as investigações dos autores, denota-se uma forte preocupação em provar que é essencial os conceitos geométricos ficarem apreendidos e compreendidos nos primeiros anos escolares. O déficit da aprendizagem geométrica de triângulos leva a dificuldades acrescidas no futuro dos alunos, associando sentimentos de frustração e desinteresse.

2.2.3. Materiais Manipuláveis

As gerações atuais, incluindo dos alunos do 2.º Ciclo, nasceram num mundo digital e de fácil acesso a tudo e a toda a informação pela qual têm interesse (Pereira et al., 2019). Tal como Silva e Silva (2017) referem, hoje em dia, os alunos estão num mundo muito diferente daquele que existiu há décadas. Atualmente, as suas experiências são mais tecnológicas e proporcionam-lhes conhecimentos que já não são restringidos apenas ao âmbito familiar e escolar, sendo influenciados pelos mais diversos meios de

informação e comunicação. Por esse motivo, torna-se cada vez mais difícil captar a atenção e motivar uma turma para a aprendizagem de temas que, à primeira vista, não demonstram utilidade quotidiana.

Segundo Souza e Medeiros (2019) “Um modo que encontramos para possibilitar mudanças na atual realidade é propor o uso de atividades práticas com materiais manipuláveis a partir da formulação e resolução de problemas geométricos dos alunos” (p.209). Couto e Jesus (2019) acrescentam que o “uso de material concreto no ensino de Geometria é um dos muitos métodos de ensino” (p.1) utilizado para o ensino da geometria. Para Souza e Medeiros (2019) “esses materiais permitem aos alunos uma manipulação e visualização de características como os elementos básicos dos Poliedros” (p.210), favorecendo a análise, enquanto surgem ideias criativas. Oliveira et al. (2020) ainda declara que grande parte dos alunos de Educação Básica enfrentam várias dificuldades na aprendizagem da matemática, pelo que é necessário reinventar a prática docente. Para auxiliar neste processo, o autor sugere os jogos, argumentando que consolidam o abstrato, materializam dinamicamente o processo de ensino e aprendizagem e desenvolvem o raciocínio lógico de forma lúdica.

Silva e Silva (2017) basearam-se numa pesquisa bibliográfica que evidenciasse a importância da utilização de materiais concretos e lúdicos no ensino da matemática, pretendendo demonstrar que, quando os professores promovem atividades com jogos e materiais concretos, os alunos integram-se cooperativa e autonomamente, construindo relações cognitivas que se traduzem em aprendizagens efetivas. Hoje, com toda a informação existente, os alunos precisam de mais para serem motivados e os mesmos autores defendem que, “utilizando o material concreto as aulas podem ficar mais atrativas motivando os alunos a participarem de maneira prazerosa” (p.16). Estes autores, mencionam que os materiais concretos podem ser traduzidos num elo entre a teoria e a prática, de forma a que as ruturas desta articulação, entre o quotidiano e o saber escolar, seja minimizado o mais possível. Os autores reforçam que os alunos conseguem estabelecer relações entre as experiências manipulativas de materiais e os conceitos abstratos abordados. Assim, a aprendizagem é facilitada e os alunos não tendem a desistir do raciocínio por não serem capazes de ultrapassar essa barreira abstrata, pois, tal como Settimy e Bairral (2019) referem, “a visualização consiste em

um processo individual que não é inato e, portanto, precisa ser ensinado” (p.258) e uma das formas de estimular e enriquecer o pensamento visual individual é utilizar diversos recursos didáticos em sala de aula.

Couto e Jesus (2019) acrescentam que as “dificuldades podem ser amenizadas quando os professores em sala de aula inovam suas práticas com novas metodologias que permitem a participação dos alunos de forma ativa no seu processo de aprendizagem” (p.2). Para estes autores, os docentes devem rever as suas metodologias de ensino e adequar as ferramentas metodológicas, verificando se são adequadas ao perfil da turma, de forma a ser desenvolvido um trabalho coerente, auxiliador da aprendizagem dos conteúdos por parte dos alunos. Calestini e Libório (2020) entram em sintonia, referindo que “utilizar metodologias diferenciadas para o ensino da Matemática é fundamental” (p.120), destacando o uso de recursos didáticos como materiais manipuláveis, que quando são manuseados de forma adequada, promovem uma aprendizagem significativa.

Para Lorenzato (2006, como citado em Lutz & Leivas, 2019), usar materiais lúdicos nas aulas de matemática tem sido uma ferramenta evolutivamente interessante, tanto para os alunos como para os professores, uma vez que promovem a motivação e, simultaneamente, desafiam os discentes. Contudo, “o professor deve saber utilizar corretamente os materiais didáticos, pois estes exigem conhecimentos específicos de quem os utiliza. Não se pode deixar que o material se torne apenas um brinquedo para o aluno” (p.107). Para Couto e Jesus (2019), “os professores de matemática devem estar atentos à utilização de ferramentas metodológicas que auxiliem de fato o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos” (p.3). No entanto, também alertam que “o emprego correto pode favorecer o ensino, mas o ensino aleatório, sem um estudo correto, pode inviabilizar o processo” (p.4).

Silva e Silva (2017) ainda ressaltam que não é suficiente levar materiais manipuláveis para a sala de aula e que os objetivos a serem trabalhados devem estar bem definidos de modo a que as condições de aprendizagem para a compreensão dos conceitos sejam as melhores. Sendo imprescindível que qualquer trabalho com o material concreto seja realizado para que o aluno possa construir o conhecimento matemático. Nesse sentido,

o professor deve ser o mediador e o incentivador nos processos de ensino e de aprendizagem (Silva & Silva, 2017).

“Portanto, diante do exposto, o uso de jogos e materiais concretos pode levar o aluno a melhorar suas habilidades de percepção, criatividade e o raciocínio voltado para o ensino da Matemática” (Lutz & Leivas, 2019, p.108). Silva e Silva (2017) acompanha a ideia referindo que “o material concreto no trabalho em sala de aula, além de ser um meio de diversão, favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, da coordenação motora, a socialização e concentração, fatores fundamentais para a compreensão e resolução problemas matemáticos” (p.28).

Lutz e Leivas (2019) acreditam que “o material concreto e o jogo são maneiras de mostrar ao aluno outras formas de aprendizagem matemática” (p.107). Silva e Silva (2017) também defendem que a utilização de materiais concretos na sala de aula é uma forma de apresentar aos alunos uma maneira mais fácil e palpável de aprender, estimulando o interesse e a criatividade, de forma a que participem e aproveitem a aula de forma mais enriquecedora. A diversidade de materiais existe com a finalidade de melhorar a aprendizagem e tornar as aulas menos exaustivas, logo os professores devem recorrer aos mesmos, para poder alcançar o sucesso mais facilmente, proporcionando aos seus alunos a construção de saberes conscientes e significativos.

O estudo de Settimy e Bairral (2019) proporcionou o contacto com diversos recursos didáticos, a um grupo de alunos do 6.º ano, contribuindo para a aprendizagem geométrica e, principalmente, para o desenvolvimento da visualização no pensamento geométrico. Os autores concluíram que desenvolver atividades com recursos diferentes em aula é importante para motivar os discentes a contruir o seu próprio conhecimento matemático, de forma prazerosa.

Considera-se que cabe ao professor oferecer aos seus alunos, experiências de aprendizagem que lhes permita explorar a matemática utilizando materiais manipulativos. A grande maioria dos alunos tem dificuldades em resolver problemas oralmente, sendo estritamente necessário utilizar objetos que permitam visualizar, manipular e explorar. Assim, os poucos estudos conhecidos que utilizam o material manipulativo *anglegs*, desencadearam interesse para esta exploração.

Um conjunto de *anglegs* é acompanhado por quinze cartões de atividades que seguem os padrões da National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007) para a geometria. Este material estruturado é composto por um conjunto de 74 peças coloridas e flexíveis, em forma de varetas, e dois transferidores. As peças têm seis cores (laranja, roxo, verde, amarelo, azul e vermelho), com seis comprimentos diferentes (5 cm, 7,07 cm, 8,66 cm, 10 cm, 12,24 cm e 14,14 cm), sendo que a cada cor está associado um comprimento. É possível unir várias peças através do encaixe das estruturas que existem em todas as suas extremidades, assim como os transferidores que também encaixam nas peças para facilitar a medição da amplitude de ângulos.

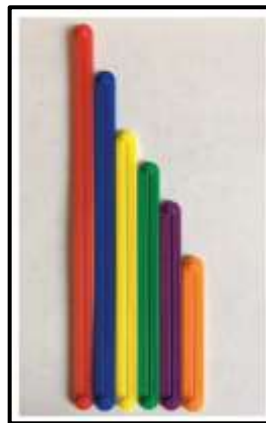


Figura 1 – Material manipulativo: anglegs

Este recurso tem diversas potencialidades na exploração de conceitos geométricos, como por exemplo: propriedades de triângulos, quadriláteros, o teorema de Pitágoras, a semelhança e congruência do triângulo, entre outros. Também permite a construção de diferentes tipos de polígonos (Figura 2).

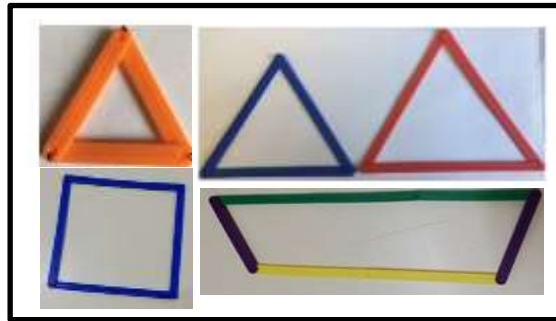


Figura 2 – Polígonos construídos com anglegs

Conciliando um transferidor, pode ser feita a medição da amplitude dos ângulos de polígonos, tal como é possível verificar no exemplo seguinte (Figura 3):

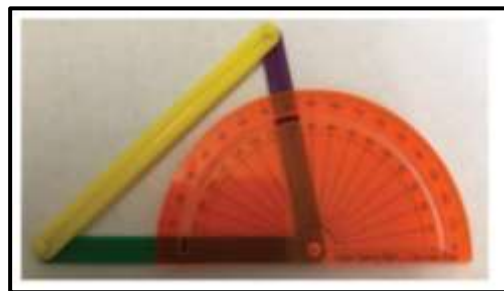


Figura 3 – anglegs com transferidor

Antes de planear este estudo, houve necessidade de sustentar a escolha deste material manipulativo. A revisão de literatura sobre o assunto foi bastante árdua, dada a escassez de investigações e ensaios da aplicação dos *anglegs*. A utilização deste artefacto, surge mencionado em atividades de sala de aula que são realizadas sem perspetivar, ou ter como objetivo, a investigação e análise de dados que espelhem os conhecimentos dos alunos, através dos seus registos escritos e/ou outros dados recolhidos. Roda (2016) expõe a aplicação de uma atividade descrita num cartão que acompanha os *anglegs*, tal como Campos (2017) que mostra registos fotográficos de uma atividade sem a descrever.

Além destes, na revista *Wisconsin Teacher of Mathematics*, Mainali (2018) apresenta uma exploração da igualdade de triângulos recorrendo ao uso dos *anglegs* e do Geogebra complementarmente. Neste artigo é mencionado que o uso de materiais

manipulativos nas aulas de matemática aprimora a compreensão conceitual, fornecendo experiências práticas de aprendizagem para os alunos. Contudo, apenas referem os *anglegs* como um apoio, dando mais ênfase à utilização do Geogebra para a atividade descrita.

2.3. Opções Metodológicas

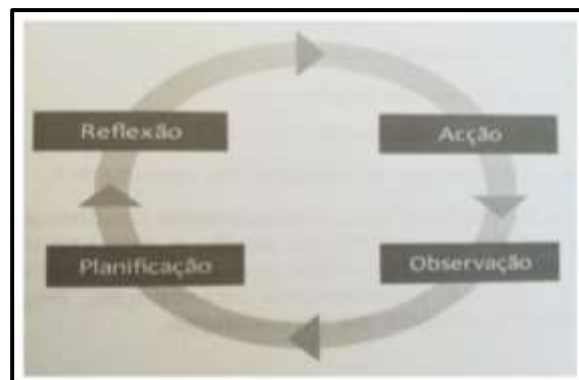
Neste subcapítulo é apresentado, de forma justificada, a natureza da investigação efetuada, o contexto e as fases do estudo, bem como os instrumentos utilizados na recolha e análise de dados.

2.3.1. Descrição da metodologia de investigação

Tendo em consideração os objetivos e a questão previamente definidos (secção 2.1.2.), a metodologia desta investigação respeita os propósitos de uma investigação qualitativa, de índole interpretativa e *design* de investigação-ação (Bodgan & Biklen, 2013), utilizando uma observação participante.

Uma metodologia de investigação qualitativa é indutiva e descritiva, na qual o investigador fortalece conceitos e ideias, a partir de padrões observados. Sousa e Baptista (2011) afirmam que “a investigação qualitativa centra-se na compreensão dos problemas, analisando os comportamentos, atitudes e valores. Não existe uma preocupação com a dimensão da amostra nem com a generalização dos resultados” (p.56). Este tipo de investigação é indutivo, pois a preocupação do investigador deve centrar-se no desenvolvimento de conceitos e na compreensão dos fenómenos, partindo dos modelos resultantes da recolha de dados. O papel do investigador é fundamental na recolha desses mesmos dados, e deve ser sensível ao contexto em que se realizam (Bodgan & Biklen, 2013). Já no que respeita ao facto da investigação ser descritiva, os dados são produzidos através de documentos e da observação direta, levando necessariamente a uma descrição rigorosa (Bodgan & Biklen, 2013). Segundo Sousa e Baptista (2011) o modelo de uma investigação qualitativa é flexível, pois tem

em conta as dificuldades e impedimentos da realidade, conduzindo o investigador à sua sensibilidade eloquente no contexto em que realiza a sua pesquisa. Cabe ao investigador conceber novas ideias mediante os dados que vai alcançando. Assim, pressupõe-se o desenvolvimento de uma investigação-ação (investigação = compreensão; ação = mudança), que tem por base quatro fases essenciais: observação, planificação, reflexão e ação (Sousa & Baptista, 2011).



Para que se possa desenvolver este processo, Sousa e Baptista (2011) referem a necessidade de seguir as seguintes etapas:

Figura 4 – Ciclo de investigação-ação (Sousa & Baptista, 2011, p.65)

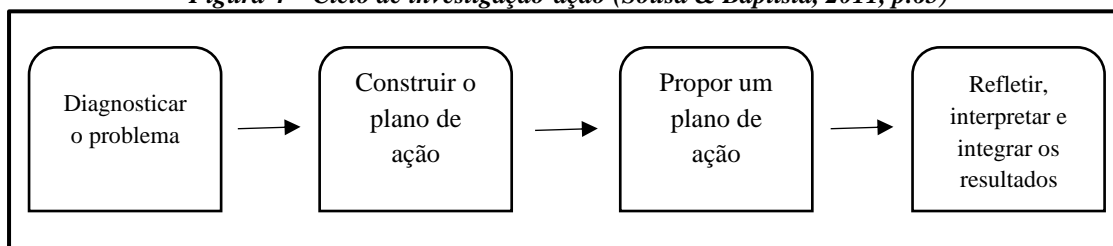


Figura 5 – Etapas do Processo de Investigação-Ação (Sousa & Baptista, 2011)

A investigação-ação compreende uma “análise de pequena escala” e uma “análise próxima dos efeitos dessa intervenção” (Cohen et al., 2007). Este género de investigação é direcionado para a “melhoria da prática nos diversos campos de ação” (Sousa & Baptista, 2011), uma vez que desenvolve a aprendizagem partindo das consequências que resultam das mudanças efetuadas ao longo da investigação (Cohen et al., 2007). Na verdade, a investigação-ação na educação é o “elo” de ligação entre a investigação e a prática (Cohen et al., 2007), ou entre a teoria e a prática (Fonseca,

2013), uma vez que deve contribuir para a teoria da educação, auxiliando os professores a refletir mais sobre a sua prática (Cohen et al., 2007; Fonseca, 2013). Este modelo de investigação facilita o desenvolvimento profissional do professor, pois permite fortalecer as “competências interpretativas e críticas que lhe possibilitam não só construir conhecimento científico-pedagógico mas também refletir sobre o seu papel e as suas responsabilidades no processo educativo” (Fonseca, 2013, p.79).

A observação participante é realizada no contexto natural, em contacto direto, frequente e prolongado do investigador com os intervenientes. O observador é também investigador e participa ativamente nas atividades de recolha de dados, sendo considerado um instrumento de pesquisa, influenciado pelas observações que faz (Mónico et al., 2017). Este tipo de observação tem três fases distintas. Primeiramente, a observação descritiva que fornece orientações, não específicas, para o campo de estudo, ajudando a desenvolver questões de pesquisa. Em seguida, restringindo a observação aos processos/problemas mais essenciais para a questão de investigação, o pesquisador realiza uma observação focalizada e, na fase final, ocorre a observação seletiva, na qual o observador se concentra em analisar o objeto de estudo. (Silva, 2019)

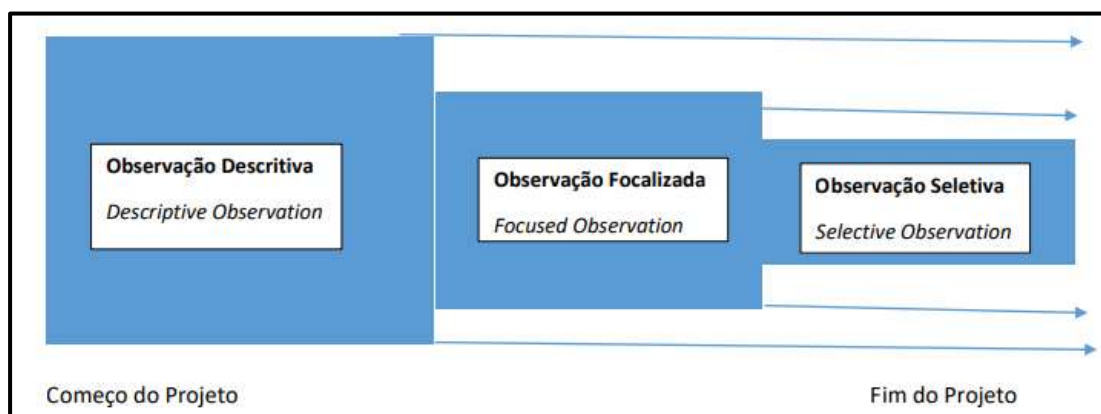


Figura 6 – Processo de observação Participativo (Silva, 2019)

A investigação qualitativa, neste estudo, foi usada porque os dados (em forma de palavras) foram recolhidos pela investigadora na PES, complementando-os com informações do contacto direto com os alunos na sala de aula, devidamente descritos e/ou transcritos, para uma análise instigadora e indutiva. A índole interpretativa foi

utilizada ao longo do estudo, considerando a sensibilidade e os valores da equipa investigativa nas tomadas de decisão. A investigação-ação foi escolhida porque a cada momento implementado seguiam-se as fases deste processo. O estudo contou com a observação participativa uma vez que o investigador estava inserido no contexto da turma para ter um contacto direto com grupo e recolher os dados do estudo ativamente, considerando o que ia sendo observado.

2.3.2. Contexto do Estudo

O estudo foi realizado na PES, com uma turma de 5.º ano, numa escola central da cidade de Coimbra, no ano letivo 2018/2019. A turma era constituída por 23 alunos, dos quais, doze eram do sexo masculino e onze do sexo feminino. Dois alunos estavam referenciados com NEE e havia uma aluna de nacionalidade iraniana que foi transferida de escola exatamente na semana em que este estudo foi realizado, pelo que a turma passou a ter 22 estudantes.

A organização da turma em pares favorecia a cooperação dos alunos, mas também alimentava a distração, revelando falta de hábitos na realização de trabalhos de grupo. No entanto, aproveitando a rotina dos discentes e a sua disposição na sala, a turma foi mantida em 11 pares, no entanto os pares foram reorganizados, tendo em conta as condições da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (Vygotsky, 1980). Deste modo, foram respeitados os níveis de discrepância ótima definidos segundo os resultados das tarefas propostas aos alunos, na Fase Inicial (Apêndice 2).

O acompanhamento foi idêntico para todos os grupos criados, mas apenas será apresentada a análise dos dados de um par, representativo das dificuldades encontradas na turma. O grupo escolhido é representativo das dificuldades encontradas na turma e, a escolha deste, teve por base três factos importantes: os alunos estarem presentes em todas as sessões do estudo, respondendo e desenvolvendo todas as tarefas propostas; a qualidade dos produtos das gravações audiovisuais afetada pela curiosidade e manipulação indevida dos gravadores por parte dos alunos; e o conhecimento da PE sobre as relações interpessoais, a evolução do trabalho de grupo nas sessões que, ao

longo do ano letivo, observou as atitudes em diversas circunstâncias, apercebendo-se de algumas características das personalidades individuais.

O grupo selecionado, formado pelo aluno A (nível 2) e pelo aluno B (nível 1), era bastante ativo. O aluno A estava sempre disponível para responder e explicar oralmente os seus raciocínios, usando uma linguagem matemática correta e fazendo intervenções oportunas. No entanto, acabava as tarefas de aula com brevidade e, mesmo lhe sendo propostas mais atividades, do que à restante turma, distraía outros alunos que o rodeavam, quando tinha tudo concluído. O aluno B distraía-se com facilidade, mas esforçava-se para melhorar e compreender os conteúdos programáticos. No entanto, não tinha facilidade em aplicar os conceitos em diferentes situações, por isso, em momentos de maior tensão, desmoralizava por não ver esse empenho recompensado perante exercícios de avaliação que não conseguia solucionar.

2.3.3. Design do Estudo

O período de recolha de dados foi organizado em três etapas diferentes: Fase inicial, Fase de intervenção (repartida em três sessões) e Fase Final. O Quadro 1 esclarece a cronologia destes três momentos, elucidando a duração individual, as datas em que foram realizadas, a organização da turma e o uso dos *anglegs*.

Quadro 1 – Cronograma das sessões de intervenção

	Fase Inicial	Fase de Intervenção			Fase Final
		1ª Sessão	2ª Sessão	3ª Sessão	
Duração	30 min	90 min	45 min	90 min	30 min
Data	14 de fevereiro	19 de março	20 de março	21 de março	2 de abril
Organização da Turma	Individual	Grupos de 2 alunos			Individual
Uso dos <i>anglegs</i>	Não	Sim			Não

Na fase inicial foram mapeadas as dificuldades dos alunos e recolhidas informações sobre os seus níveis individuais para se agrupar a turma em pares, tendo em consideração os critérios estabelecidos na próxima secção (2.3.4.). Para tal, os alunos resolveram individualmente um conjunto de situações problemáticas associadas aos conhecimentos prévios sobre ângulos (Apêndice 1), necessários para o estudo e exploração das propriedades dos triângulos. As três tarefas da fase inicial foram a base para calcular os níveis de conhecimento individual correspondentes, com base na mediana (Apêndice 2). Para ser dada igual importância aos diferentes tipos de representações, foi calculada a mediana das representações simbólicas e da determinação da amplitude de um ângulo, antes da mediada de todos os valores. A constituição dos grupos foi realizada atendendo à importância dos seus elementos pertencerem a níveis diferentes, mas consecutivos.

Deste modo, foi possível planear a fase de intervenção, subdividida em três sessões, utilizando o material manipulativo *anglegs*, para a realização das tarefas propostas (Apêndices 3, 4 e 5). Estas tarefas tinham como intuito, levar os alunos a inferir de forma autónoma as propriedades dos triângulos, usando os *anglegs* como meio auxiliar.

Na primeira sessão, foi utilizada uma estratégia para formar os grupos de trabalho, logo à entrada na sala de aula (Apêndice 6). Assim, esta logística foi facilitada num curto período de tempo e, simultaneamente, funcionou como um meio motivacional para os alunos, que ficaram expectantes com a aula. No entanto, também despoletou alguma agitação por não estarem habituados a estas alterações da rotina da sala de aula. Essa estratégia de organização foi uma mais valia para as sessões seguintes, pois a turma já sabia como se organizar, dirigindo-se para a secretária do seu grupo (onde já estava um conjunto de peças do *anglegs* e um gravador). De seguida procediam ao registo do sumário da aula anterior, enquanto a investigadora ligava os gravadores áudio para recolha de dados. Depois eram distribuídos os guiões que continham o enunciado das tarefas, e espaço para expor as respostas, explicando os seus raciocínios. O enunciado era lido em voz alta e posteriormente, interpretado por cada grupo. Em seguida, era dado tempo para os alunos resolverem a tarefa, enquanto a PE acompanhava os pares, fazia intervenções pontuais, na tentativa de encaminhar os

raciocínios e fazer esclarecimentos, sem interferir e promovendo atitudes o mais autónomas possíveis. Quando surgia a mesma dúvida a vários grupos, a PE solicitava a atenção de todos, levantando a discussão em toda a turma para ser esclarecida. Deste modo, todos os grupos faziam perguntas e pensavam sobre as questões, mesmo os mais tímidos.

Foram elaborados 5 guiões (Apêndices 3, 4 e 5) de suporte para conduzir as tarefas a realizar pelos alunos durante as aulas. Dois para a primeira sessão, um para a segunda e dois para a terceira sessão. Ao longo destas sessões com *anglegs*, foi necessário implementar medidas de contenção na manipulação das peças deste material, dado que os alunos começavam a utilizá-las para construir outras estruturas descontextualizadas.

Nas sessões de intervenção, existia um gravador na secretária de cada grupo, sendo todos ligados pela PE, enquanto a turma registava o sumário da aula anterior.

Na fase final, os alunos resolveram individualmente tarefas relativas aos conteúdos explorados nos guiões, associados às propriedades dos triângulos (Apêndice 7). Os resultados destas tarefas foram analisados e caracterizados através dos mesmos critérios utilizados na primeira fase, com intuito de identificar os níveis dos alunos após as sessões da fase de intervenção (Apêndice 8). Tanto nesta fase como na fase inicial, os *anglegs* não foram utilizados, de modo a comparar, nas mesmas circunstâncias, os resultados finais.

2.3.4. Recolha e Análise de Dados

A recolha de dados para este estudo foi feita através das notas de campo e do diário de bordo, construídos através da observação participante, dos registos de áudio, dos registos fotográficos e das produções escritas dos alunos. Os dados foram analisados segundo um critério de análise, composto por três níveis, elaborado por Pratas et al. (2016), tal como explicita o quadro seguinte (Quadro 2).

Quadro 2 – Critério de análise, com três níveis (Pratas et al., 2016, p.36)

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Conceitos matemáticos	A explicação demonstra um conhecimento muito limitado dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa ou não dá uma explicação.	A explicação demonstra algum entendimento dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa, mas falta-lhe coerência ou lógica ou contém algumas aceções erradas.	A explicação demonstra um completo entendimento dos conceitos matemáticos usados para resolver a tarefa.

Relativamente às representações utilizadas pelos alunos, é possível distinguirem-se dois grupos: representações usadas no momento da manipulação do material manipulável e representações utilizadas pelos alunos para representar a ideias matemáticas resultantes da manipulação. Segundo Bunner (1999), como citado em Santos (2015), as primeiras são denominadas por representações ativas. As segundas, na perspetiva de Montenegro et al. (2017) podem ser verbais (linguagem natural), visuais (figuras, tabelas, gráficos e esquemas) ou simbólicas (símbolos numéricos ou algébricos) (Santos, 2015, p.26).

2.4. Apresentação de Resultados

O subcapítulo de apresentação de resultados está organizado em três partes, correspondentes às três etapas do estudo: fase inicial, fase de intervenção e fase final. A primeira fase remete-se à fase diagnóstica, sendo a fase na qual foi possível aferir as dificuldades específicas e o nível de cada aluno. A segunda fase, deste subcapítulo, apresenta, diacronicamente, os dados do grupo selecionado, relativos às propriedades dos triângulos, subdividindo a fase interventiva em: desigualdade triangular, classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos; soma dos ângulos internos de um triângulo. A terceira e última fase contempla os resultados referentes à intervenção.

2.4.1. Fase Inicial

Individualmente e sem recurso a qualquer material manipulativo, os alunos responderam a um conjunto de tarefas, das quais, três delas (tarefa 3, tarefa 11 e tarefa 12) estavam relacionadas com o objetivo pretendido. Esse objetivo foi mapear as dificuldades dos alunos relativamente às propriedades dos triângulos (Apêndice 1), nomeadamente: a leitura de escalas do transferidor; a utilização de representações simbólicas para representar ângulos, pontos e lados; a determinação de ângulos suplementares e complementares; a classificação de ângulos; e a construção de ângulos, dada uma amplitude.

Aluno A

O aluno A, na tarefa 12 (Figura 7), constrói um ângulo com uma dada amplitude, identificando os pontos M, A, R e utilizando corretamente o transferidor (diário de bordo da PE). Assim, na categoria da construção de ângulos, dada uma amplitude, usando um transferidor, o aluno encontra-se no nível 3 dos critérios de análise estabelecidos demonstrando conhecimentos sobre o processo.

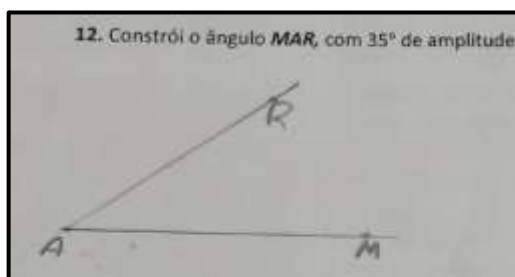


Figura 7 – Resolução do aluno A da tarefa 12 da Fase Inicial

No entanto, as resoluções da alínea 3.1 da tarefa 3 (Figura 8) e da alínea 11.1 da tarefa 11 (Figura 9) revelam que os seus conhecimentos da leitura da escala de um transferidor não são evidentes, uma vez que identifica corretamente os valores da amplitude do primeiro ângulo (Figura 8), mas responde incorretamente na amplitude do segundo ângulo (Figura 9). Assim, na leitura de escalas com o transferidor, o aluno encontra-se no nível 2.

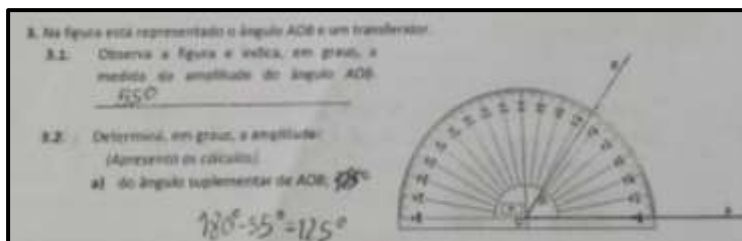


Figura 9 - Resolução do aluno A da alínea 3.1 da tarefa 3 da Fase Inicial

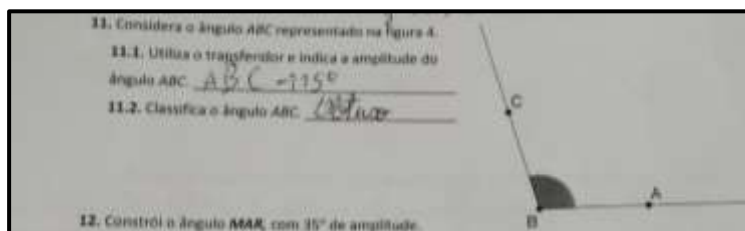


Figura 8 – Resolução do aluno A da tarefa 11 da Fase Inicial

Observando a resolução da alínea 3.2 a) e b) da tarefa 3 (Figura 10), verifica-se que o mesmo aluno evidencia lacunas nas representações verbais, apesar de parecer compreender os conceitos de ângulos suplementares e complementares, através das representações simbólicas. Deste modo, nesta categoria, o aluno encontra-se no nível 2 dos critérios estabelecidos.

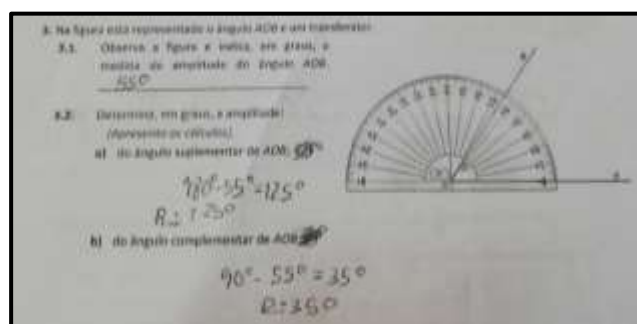


Figura 10 – Resolução do aluno A das alíneas 3.1 e 3.2 da tarefa 3 da Fase Inicial

Na tarefa 11, alínea 11.2 (Figura 9), o aluno A também revelou ter conhecimentos sobre a classificação de ângulos. No entanto, não demonstra que compreende os conceitos por não explicar o motivo dessa classificação. Por esse motivo, também se encontra no nível 2 no que respeita à classificação de ângulos.

O aluno A revela ainda maiores dificuldades em recorrer a representações simbólicas, principalmente, para identificar ângulos e pontos. Na questão 3.1 da tarefa 3 (Figura 10), o aluno não utilizou a simbologia para identificar o ângulo de 55° e na alínea 11.1 da tarefa 11 (Figura 9) colocou um sinal de subtração entre a representação simbólica e o valor da amplitude, onde deveria ter representado o sinal de igual (nível 1). A representação simbólica utilizada pelo aluno na alínea 3.3 b) da tarefa 3 (Figura 11) revela não compreender a diferença entre um ângulo e um ponto (nível 1). Na alínea 3.3. a), da tarefa 3 (figura 11), o aluno revela compreender que os lados de um ângulo são semirretas, recorrendo a uma representação simbólica correta (nível 3). Assim, no recurso a representações simbólicas para apresentar ângulos, lados e vértices, o aluno encontra-se no nível 1.

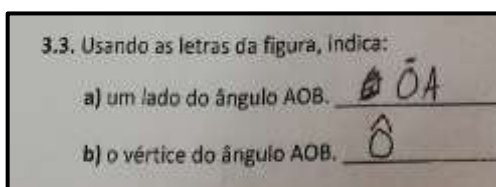


Figura 11 – Resolução do aluno A das alíneas 3.3 a) e b) da tarefa 3 da Fase Inicial

Atendendo às resoluções das tarefas 3, 11 e 12 da fase inicial, o aluno A encontra-se no nível 2, considerando os critérios de análise estabelecidos (Apêndice 2)

Aluno B

O aluno B revela que a sua compreensão da forma de se fazer a leitura de escalas, com recurso à utilização do transferidor, não é clara, uma vez que na alínea 3.1 da tarefa 3 (Figura 12) identifica corretamente os valores da amplitude do ângulo, mas responde incorretamente na leitura do ângulo da alínea 11.1 da tarefa 11 (Figura 13). Assim, nesta categoria, tendo em conta os critérios de análise estabelecidos, o aluno encontra-se no nível 2.

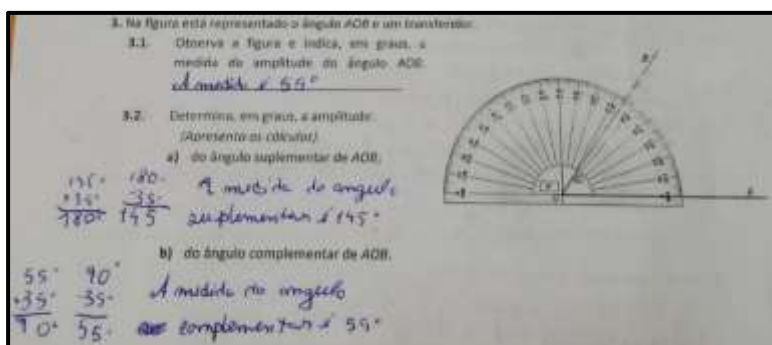


Figura 12 – Resolução do aluno B das alíneas 3.1 e 3.2 da tarefa 3 da Fase Inicial

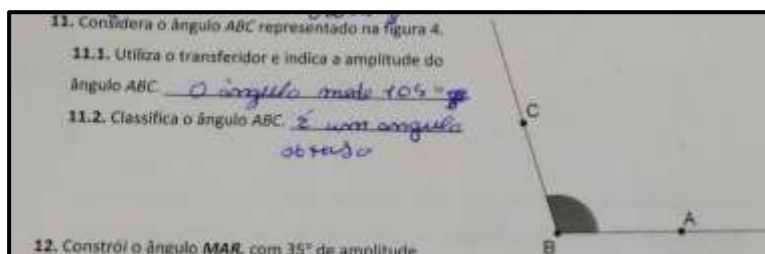


Figura 13 – Resolução do aluno B da alínea 11.2 da tarefa 11 da Fase Inicial

O aluno B revela instabilidade nas resoluções de tarefas relacionadas com conceitos semelhantes. A resolução da alínea 11.2 da tarefa 11 (figura 13) revela conhecimentos relativos à classificação de ângulos, mesmo não justificando essa classificação (o que não evidencia o entendimento do conceito). No entanto, na tarefa 12 (Figura 14), após a construção de um ângulo obtuso, dada a amplitude de um ângulo agudo, não associa o valor da amplitude ao ângulo construído.

Deste modo, as evidências não são esclarecedoras quanto aos conhecimentos do aluno B em relação à classificação de ângulos, não sendo possível afirmar que os compreende. Por esse motivo, encontra-se no nível 2.

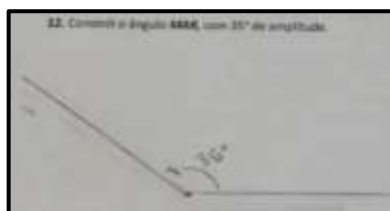


Figura 14 – Resolução do aluno B da tarefa 12 da Fase Inicial

Este aluno apresenta ainda maiores fragilidades na utilização de representações simbólicas, nomeadamente, na alínea 3.1 da tarefa 3 (Figura 12) e na alínea 11.1 da tarefa 11 (Figura 13), onde não recorre à representação simbólica para indicar as amplitudes dos ângulos e usa apenas representações verbais (nível 1). Na alínea 3.3 a) da tarefa 3 (Figura 15), as evidências revelam que não há compreensão do conceito de lado do ângulo, dado que o representa simbolicamente como uma reta (nível 1). Na alínea 3.3 b) da tarefa 3 (Figura 15), o aluno recorre a representações simbólicas que demonstram conhecimentos sobre o conceito de um ponto identificando o vértice do ângulo como tal (nível 3). Assim, na categoria relativa ao recurso a representações simbólicas para apresentar ângulos, lados e vértices, o aluno encontra-se no nível 1.

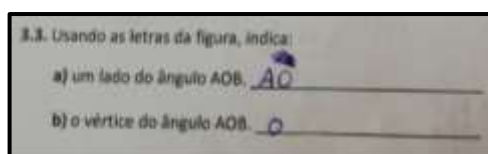


Figura 15 – Resolução do aluno B da alínea 3.3 da tarefa 3 da Fase Inicial

Para determinar a amplitude dos ângulos complementares e suplementares, nas alíneas 3.2 a) e 3.2 b) da tarefa 3 (Figura 12), o aluno B recorre a representações simbólicas para apresentar os cálculos. No entanto, pelos valores utilizados nesses cálculos, demonstra não compreender os conceitos de ângulos suplementares e complementares, encontrando-se no nível 1.

As evidências da construção do ângulo, apresentadas na tarefa 12 (Figura 14) demonstram que o aluno não compreende este processo, não identificando os pontos M, A e R ao longo da construção. Assim, nesta categoria, a aluno encontra-se no nível 1.

Atendendo às resoluções das tarefas 3, 11 e 12 da fase inicial, a aluno B encontra-se no nível 1, considerando os critérios de análise estabelecidos (Apêndice 2).

2.4.1.1. Síntese da Fase Inicial

Ao longo da secção 2.4.1. é possível observar a análise feita à forma como cada um dos dois alunos, efetuou a resolução das tarefas propostas. Esta análise focou-se em cinco aspetos principais que, posteriormente, tornaram possível a atribuição de um nível de conhecimentos às respostas de cada aluno: leitura da escala do transferidor; recurso à representação simbólica para indicar ângulos, lados e vértices; determinação da amplitude de ângulos; classificação de ângulos e construção de ângulos, dada uma amplitude. Além destes aspetos principais e do que já foi analisado anteriormente, pode ainda dizer-se que:

- o aluno A revela dificuldades em utilizar representações simbólicas para identificar amplitudes de ângulos e pontos, uma vez que os confunde. As suas representações verbais também apresentam lapsos, dado que não responde devidamente às questões colocadas, de modo a explicar e demonstrar o entendimento dos conceitos (classificação de ângulos, ângulos suplementares e ângulos complementares). Também apresenta dificuldades na leitura de escalas de um transferidor.
- o aluno B revela dificuldades em utilizar representações simbólicas para identificar amplitudes de ângulos (recorre apenas a representações verbais) e lados de ângulos (utiliza representações simbólicas que corresponde a uma reta). Relativamente a ângulos complementares e suplementares, o aluno associa o termo “suplementar” ao valor 180° e o termo “complementar” à

amplitude de 90° . No entanto, demonstra não compreender os conceitos e evidencia que não entende o que é um ângulo suplementar ou complementar de outro. As noções inerentes à classificação de ângulos também apresentam lapsos de compreensão, principalmente quando não é feita uma questão direta sobre esta característica. As etapas da construção de ângulos não são respeitadas, levando a dificuldades também nesta categoria, tal como a leitura de escalas com recurso a um transferidor.

Neste contexto, pode afirmar-se que o recurso a representações simbólicas corretas para mencionar o que pretendem e a explicação e demonstração de conceitos, são dificuldades comuns a estes alunos. A leitura de escalas com recurso ao transferidor também é uma dificuldade dos dois alunos.

2.4.2. Fase de Intervenção

A fase de intervenção decorreu durante três sessões. Ao longo destas sessões os alunos trabalharam em pares, utilizando o material manipulativo *anglegs*, na resolução das tarefas propostas nos guiões. Estas tinham como objetivo a compreensão das seguintes propriedades dos triângulos: desigualdade triangular, classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos e soma dos ângulos internos de um triângulo. Os dados desta fase são apresentados segundo cada propriedade, mantendo a diacronia ao longo das sessões.

2.4.2.1. Desigualdade triangular

O grupo revela que quando recebe e lê o primeiro guião, compreende o que é necessário para construir um triângulo:

aluno B: O que é necessário para construir um triângulo?

aluno A: 3 peças de *anglegs*.

Posteriormente à manipulação dos *angles*, o grupo apresenta uma representação visual (figura) onde se encontra ilustrado o resultado dessa manipulação (Figura 16). O aluno A disse “faz um esquema de como se constrói um triângulo” (recolha áudio do grupo), revelando o que pretendiam com a representação visual.

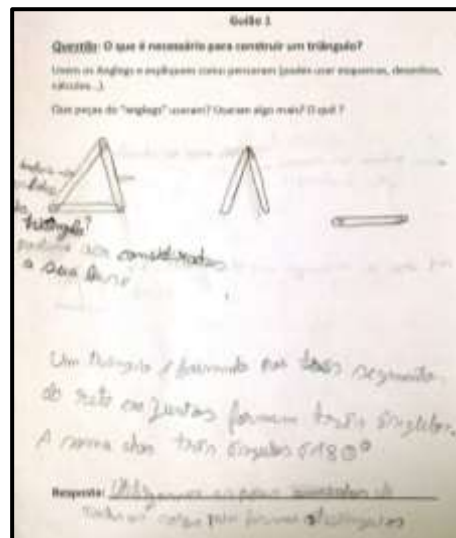


Figura 16 – Resolução do grupo da tarefa 1 da primeira sessão de intervenção

Os alunos também recorrem a representações verbais (linguagem natural) para expor o que pensaram e responder, mesmo que algumas informações não sejam relativas ao que é questionado e que a resposta não seja totalmente direcionada para a questão problemática do guião. No entanto, os dados demonstram que o grupo compreende que “um triângulo é formado por três segmentos de reta” (representação verbal, em baixo, antes da resposta final, na Figura 16).

No áudio do grupo, o aluno A afirma que “nós utilizámos todas as peças para contruir um só triângulo”. Esta questão foi abordada em grande grupo e, à pergunta ‘o que é necessário para construir um triângulo’, o aluno A responde que precisa de “peças. Segmentos de reta” e ainda especifica “3 segmentos de reta”, acrescentando que “as peças não podem formar mais do que 3 segmentos de reta”.

No que respeita à tarefa 2, o áudio do grupo demonstra que os alunos manipularam os *angles* antes de responder ou explicar o procedimento.

aluno B: Podem usar *anglegs* de quaisquer cores para construir um triângulo? Hum... sim, podemos.

aluno A: Não!

aluno B: Sim! Podemos sim!

aluno A: Eu não consigo montar este triângulo.

aluno B: Eu consigo! Olha...

aluno A: Este lado fica torto.

Tenta montar um com um laranja, um verde e um vermelho.

aluno B: Isso é um triângulo. Laranja, verde, vermelho.

aluno A: Não vais conseguir...

aluno B: Não sabes.

Bem... isso é porque o meu está bué pequenino, né?

O meu está bué pequenino. Prefiro com um azul.

aluno A: Mas tens de tentar fazer com todos.

aluno B: Não.

aluno A: Tens, tens.

aluno B: Oh, ya.

Dá! Dá para construir com diferentes cores.

aluno A: Sim. Mas não com todas.

aluno B: Dá sim.

aluno A: De quaisquer não.

aluno B: Dá sim!

aluno A: Isso não é!... isso não dá.

aluno B: Ah! Ok.

aluno A: Quaisquer cores não... então vou dar a resposta. Não dá para construir um com verde, laranja e vermelho.

Oh professora! não dá para construir com todas as cores.

Tentámos verde, vermelho e laranja e não dá. Porque depois, quando nós juntamos, este lado fica torto. Então não dá.

O aluno A demonstra ter consciência de que basta não conseguir construir um triângulo para a resposta ser negativa. O aluno B demorou mais algum tempo a compreender, mas a manipulação dos *anglegs* e o trabalho em grupo ajudaram. Também é evidente que o grupo compreende que os *anglegs* não podem ficar “tortos”, ou seja, fletidos, porque deixam de representar um segmento de reta.

O aluno A revela que a manipulação dos *anglegs* auxilia a aferir a propriedade pretendida, dizendo “espera.... Eu acho que estou aqui a descobrir uma relação. Mas ainda não...”.

aluno A: Se os dois outros lados... Se a soma dos dois outros lados for menor do que a hipotenusa, não é possível construir.

aluno B: Mas não podemos usar a hipotenusa.

aluno A: Podemos pois.

aluno B: Nem eu sei o que é que é a hipotenusa.

aluno A: É o lado maior do triângulo.

aluno B: Ok. Diz.

aluno A: Se a soma dos três lados. Se a soma dos outros dois lados, for maior... for menor do que a hipotenusa, não dá para construir um triângulo.

aluno B: É maior ou menor?

aluno A: Se a soma dos outros dois lados, for menor do que a hipotenusa, não dá para construir um triângulo.

Porque imagina que tentamos o azul com dois laranjas... não dá.

Porque a soma dos dois laranjas, que é 10 cm. É menor do que o azul. Que é 12.24cm.

O áudio revela que a propriedade vai sendo construída à medida que vão explorando e construindo diferentes triângulos com os *anglegs* até apresentarem representações verbais para explicar como pensaram e responder à questão do guião 2 (Figura 17).

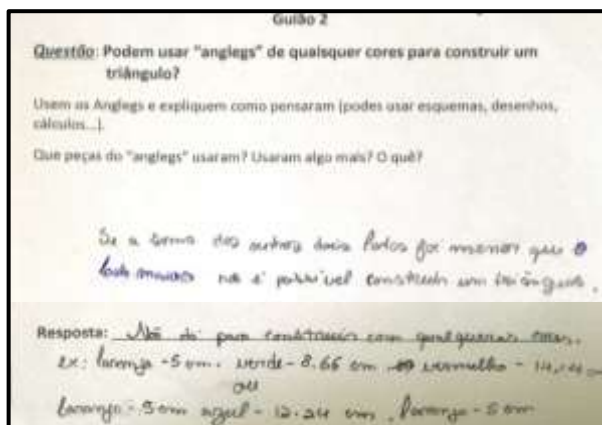


Figura 17 – Resolução do grupo da tarefa 2 da primeira sessão de intervenção

Nas primeiras representações verbais, o grupo escreveu a caneta “o lado maior” porque alterou o que tinha escrito depois de perguntar à PE “a hipotenusa é o lado maior do triângulo, não é?”, ao que foi respondido que “só podes chamar hipotenusa num triângulo retângulo, se não, tens que dizer mesmo o lado maior. Está bem?”. Na resposta final (em baixo na figura 17), o grupo apresenta representações verbais e simbólicas (numéricas) para expor exemplos de situações em que não conseguiram construir triângulos.

2.4.2.2. Classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos

O grupo revela que já tem conhecimentos sobre a classificação de triângulos quanto aos lados, no momento em que lê a questão “o que é necessário para construir um triângulo?”.

aluno B: O que é necessário para construir um triângulo?

aluno A: 3 peças de *anglegs*

aluno A: Triângulo isósceles, escaleno...

aluno B: Também quero!

aluno A: Faz um equilátero. 3 lados iguais. Tem de ser da mesma cor tudo.

Faz tudo amarelo!

Professora, já construímos os 3 tipos de triângulos!

O áudio revela que o aluno A tem presente que existem “três tipos de triângulos”, afirmando que o grupo fez a construção dos três, com os *anglegs*. Também demonstra ter a clara noção de que um triângulo equilátero tem os três lados iguais, correspondendo a peças dos *anglegs* da mesma cor.

No guião 3, segundo os registos áudio, o aluno A sugere “vamos fazer assim: azul, amarelo e laranja. Está bem?”, construindo o triângulo para desenvolver a tarefa 3 (Figura 18).



Figura 18 – Triângulo construído com anglegs, pelo grupo para desenvolver a tarefa 3 da segunda sessão de intervenção

Para apresentarem o triângulo, o grupo recorre a representações verbais (linguagem natural) para o classificar quanto aos lados e quanto aos ângulos (1.^a coluna, 2.^a e 3.^a linhas da tabela da Figura 19), apresentando as justificações corretamente (2.^a coluna, 2.^a e 3.^a linhas da tabela da Figura 19).

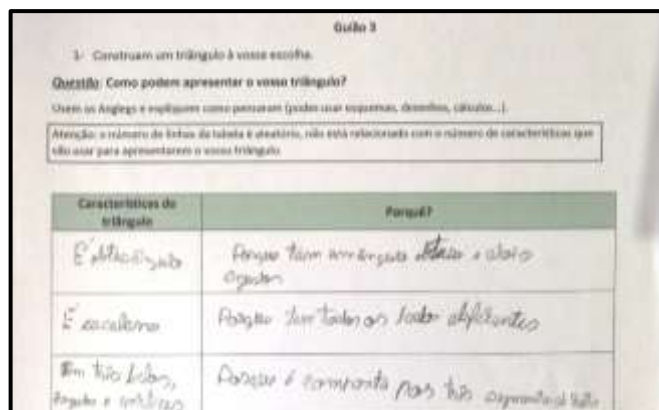


Figura 19 – Resolução do grupo da tarefa 3 da segunda sessão de intervenção

O grupo demonstra incerteza quanto à quantidade de características do triângulo que podem registar e utilizar para o descrever, mas revela associar naturalmente o tamanho das peças, às diferentes cores e classificação quanto aos lados, tal como se verifica no seguinte excerto áudio:

aluno B: Já não há mais nada para escrever... Tipo, as peças são de tamanhos diferentes?

aluno A: Já escrevi! É escaleno porque tem todos os lados diferentes.

aluno A: Podemos apenas escrever 3 características, professora?

professora cooperante: Não tens mais?

aluno A: Já escrevemos quanto aos ângulos, que tem 3 vértices e 3 ângulos e 3 lados. Então já acabámos... Professora Catarina! já acabámos!

Na terceira sessão, o grupo apresenta, à turma o triângulo construído (Figura 18).

PE: Aluno A, o vosso triângulo?

aluno A: O nosso triângulo é azul... (a turma interrompe e recomeça o aluno B)

aluno B: O triângulo é amarelo, laranja e azul.

PE: Ok! Então também podemos falar das cores. Muito bem! Mais?

aluno B: O laranja tem 5cm, o azul tem 12,24cm e o amarelo tem 10.

PE: Muito bem. Então também falámos de quê? Isso foi falar de quê, em relação do triângulo?

aluno B: As medidas?

aluno A e aluno B: É o comprimento dos lados. *(os dois alunos do grupo falam em simultâneo)*

PE: Ok, comprimento dos lados. Boa! Mais?

aluno A: Tem todos os lados... *(Não termina a frase e recomeça)* É escaleno. Quer dizer que tem todos os lados diferentes.

PE: Muito bem.

aluno A: E é um triângulo “obliquângulo”, porque tem um ângulo oblíquo.

PE: Não é oblíquo... esse ângulo aí, é um ângulo quê? Não se diz oblíquo... oblíquas são as retas.

aluno A: É... obliquo não! Obtuso, obtuso!

PE: Obtuso... Então como é que se chama o triângulo? Diz lá.

aluno A: Obtusângulo.

PE: Obtusângulo. Ok! Está certo. Muito bem. Boa aluno A!

Mais alguma coisa que vocês descobriram ou queiram falar do vosso triângulo?

aluno A: a... Tem três vértices, 3 ângulos e 3 lados.

Segundo o registo áudio, acima transcrito, o grupo associa o comprimento dos lados à correta classificação, justificando devidamente. Quanto aos ângulos, o aluno A comete um lapso oralmente, mas apercebesse e corrige automaticamente. Nos registos escritos (Figura 19), usando representações verbais (linguagem natural) o grupo revela ter o conhecimento do conceito (2^a linha da tabela da Figura 19).

Os registos do guião 4 (Figura 20) revelam que o grupo compreende que existem três tipos de ângulos internos: ângulo agudo, ângulo obtuso; ângulo reto (1ª coluna da tabela da figura 20).

Guião 4

Questão: Quais os 3 tipos de ângulos internos que um triângulo pode ter?
 Utiliza os ângulos e explica-os como construíste (podes usar recortes, compasso, régua, etc.).


Ângulos internos	Explica como construíste
ângulo agudo	construímos um triângulo equilátero e obtivemos três ângulos agudos.
ângulo obtuso	construímos um triângulo escaleno e obtivemos dois ângulos agudos e um obtuso.
ângulo reto	

Figura 20 – Resolução do grupo da tarefa 4 da terceira sessão de intervenção

Recorrendo a representações verbais (linguagem natural), o grupo explica que construíram um triângulo equilátero que tinha três ângulos agudos, justificando que um ângulo agudo é um tipo de ângulo interno que os triângulos podem ter (2.ª linha da 2.ª coluna da tabela da Figura 20). Para verificarem que o ângulo obtuso também era um tipo de ângulo interno de um triângulo, também utilizaram representações verbais (linguagem natural), onde dizem que construíram um triângulo escaleno que tinham dois ângulos agudos e um ângulo obtuso (3.ª linha da 2.ª coluna da tabela da Figura 20). Na justificação do ângulo reto, como um tipo de ângulo interno que pode existir num triângulo, o grupo apresentou uma representação visual (figura) de um triângulo construído com *anglegs*. Nesta representação, o grupo revela que fez um triângulo apresentando as medidas dos *anglegs* que utilizaram (7.07-roxo; 14.14-vermelho; 12.24-azul) mas não mostra ou indica que este triângulo tem algum ângulo reto.

Contudo, no momento da manipulação dos *anglegs*, o aluno B disse “yes! Construí um retângulo”. O aluno B questiona “Um retângulo?”, ao que o aluno A acrescenta sem hesitar “um triângulo retângulo!”.

No final desta exploração, o aluno A mostra uma conclusão importante dizendo “olha... então... um triângulo tem de ter sempre dois ângulos agudos! Aliás... pelo menos, dois ângulos agudos!”. O Aluno B ainda pergunta “Mas em qualquer triângulo?” e o aluno A responde “Sim, porque o terceiro ângulo é que pode ser reto, agudo ou obtuso. Se fossem dois ângulos retos já temos um quadrado ou retângulo. Olha aqui...”. Partindo deste excerto áudio do grupo, é possível perceber que a manipulação dos *anglegs* e a construção de diferentes triângulos, fez com que o grupo alcançasse esta noção.

2.4.2.3. Soma de ângulos internos de um triângulo

No primeiro guião, o grupo apresenta representações verbais que enunciam que “a soma dos três ângulos é 180°”. Mesmo não referindo que são os ângulos internos, demonstram ter alguma ideia associada à soma dos ângulos internos de um triângulo.

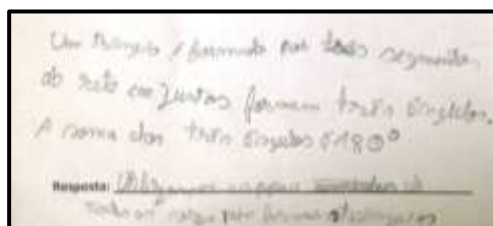


Figura 21 – Resolução do grupo da tarefa 1 da primeira sessão de intervenção

As evidências apresentadas no guião 5 (Figura 22), revelam que o grupo recorreu a representações verbais (linguagem natural) para dizer o que verificaram, tal como o áudio mostra que o aluno A diz para se escrever que “Nós obtivemos os 3 ângulos de um triângulo obtusângulo”. Portanto, o objetivo de concluírem que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° não foi alcançado. Em seguida, complementando com representações visuais (figura), o grupo apresenta o que construiu com os *anglegs*, mas não especifica cada peça com a cor ou indicação da medida, nem menciona que o elemento abaixo dos *anglegs* representa a régua.

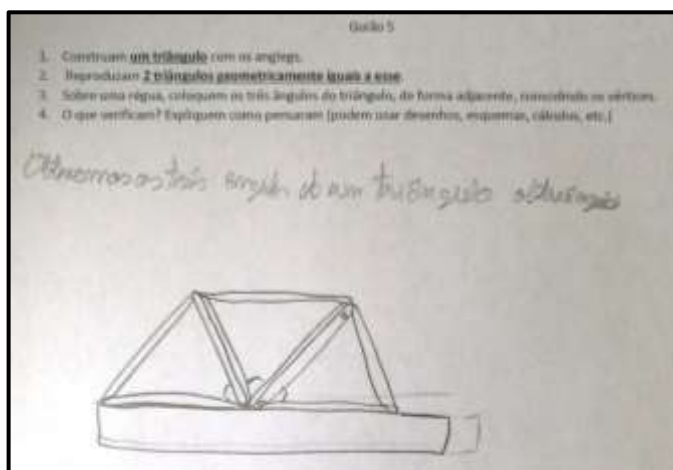


Figura 22 – Resolução do grupo da tarefa 5 (Parte I) da terceira sessão de intervenção

A gravação áudio permite perceber que o aluno B teve dificuldades na compreensão do conceito de “geometricamente iguais”:

aluno A: Vá... temos de começar a construir.

aluno B: Já estão construídos.

aluno A: Já perdemos muito tempo. (*tinham perdido uma peça do conjunto dos anglegs e andaram à procura*)

aluno B: Mas estão construídos! Oh Aluno A...

aluno A: Têm de ser 3 geometricamente iguais, Aluno B!

aluno B: E estão! Professora!?

aluno A: Tem de ser com as mesmas peças.

aluno B: não, não tem!

aluno A: Geometricamente iguais têm todos os lados com o mesmo comprimento! Este lado é igual a este, este é igual a este e este é igual a este.

aluno B: Professora, estes estão geometricamente iguais?

PE: Não...

aluno A: Estes dois não!

PE: Então... têm cores diferentes.

aluno A: pois...

Na parte II do guião 5 (Figura 23), o grupo apresenta o mesmo tipo de representações para responder: representações verbais (linguagem natural), seguidas de uma representação visual (figura) incompleta por não ter especificação de características das peças dos *anglegs* usadas.

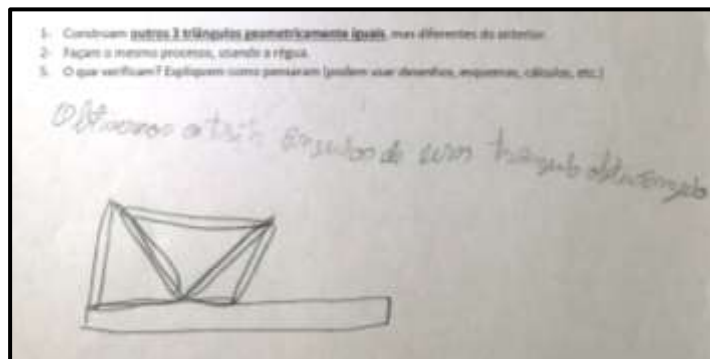


Figura 23 – Resolução do grupo da tarefa 5 (Parte II) da terceira sessão de intervenção

Contudo, a gravação áudio revela que o grupo conseguiu desvendar a propriedade pretendida, mesmo sem a terem registado no guião 5 (Figura 22 e Figura 23), dado que o aluno A disse “Então espera...(ouve-se a manipula as peças dos *anglegs* durante 6 segundos) Nós juntámos os ângulos deste triângulo obtusângulo e deu um ângulo raso. Sempre que nós somamos os três ângulos de um triângulo dá 180°!”.

2.4.2.4 Síntese da Fase de Intervenção

Ao observar os resultados apresentados ao longo da Fase de Intervenção e focando a análise dos dados nos mesmos critérios e nas dificuldades que foram referidas na síntese da Fase Inicial, bem como a utilização dos *anglegs* para auxiliar a compreensão dos alunos, pode referir-se que o grupo, constituído pelo aluno A e pelo aluno B, recorre maioritariamente a representações verbais (linguagem natural) para responder às tarefas. No entanto, também utiliza representações visuais (figuras), concordantes com as anteriores (mesmo que por vezes, menos rigorosas), para ajudar a explicar como pensaram, revelando empenho e preocupação em apresentar os seus resultados de forma detalhada e objetiva.

No que respeita à utilização dos *anglegs*, as evidências demonstram que a manipulação deste material didático ajudou o grupo a alcançar e compreender as três propriedades dos triângulos pretendidas, principalmente a desigualdade triangular e a soma dos ângulos internos de um triângulo (mesmo não registada no guião 5, o áudio mostra que chegaram à propriedade). A manipulação dos *anglegs*, para construir triângulos, possibilitaram:

- a compreensão de que cada um dos seus lados é um segmento de reta porque as peças não podem ficar fletidas, confirmando a compreensão dos procedimentos efetuados pelo grupo;
- a utilização de representações visuais para auxiliar nas explicações dos seus raciocínios, revelando maior compreensão dos conceitos, dado que na Fase Inicial não tinham recorrido a este tipo de representações.
- a construção e alcance dos conceitos das propriedades, de forma evolutiva, à medida que iam explorando as peças e as construções com *anglegs*;
- o esclarecimento de que lados iguais de triângulos são visualmente identificados com peças de *anglegs* da mesma cor, auxiliando na classificação dos triângulos quanto aos lados.

2.4.3. Fase Final

De forma individual e sem recorrer a nenhum material manipulativo, os alunos responderam a 4 situações problemáticas (Apêndice 7) relativas às propriedades exploradas na Fase de Intervenção. Nesta secção, são analisadas as resoluções dos alunos de forma a averiguar se as dificuldades mapeadas foram ultrapassadas e qual a influência da manipulação dos *anglegs* para a compreensão das propriedades dos triângulos (Apêndice 8).

Aluno A

O aluno A responde à tarefa 1 (Apêndice 8), em ambas as alíneas, através de representações simbólicas (numéricas) (Figura 24) que representam a adição dos dois lados menores dos triângulos. Também recorre a representações verbais (linguagem natural) para responder e explicar o seu pensamento, mostrando concordância entre as duas representações. No geral, as evidências revelam que o aluno A compreende a propriedade da desigualdade triangular alcançada na fase de intervenção e é capaz de a aplicar, encontrando-se no nível 3

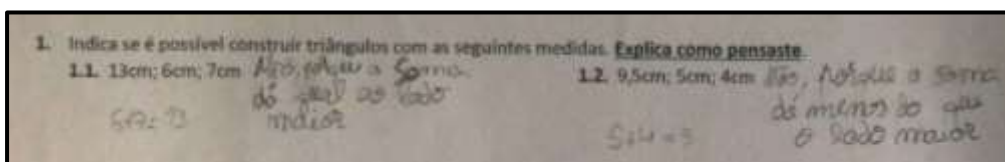


Figura 24 – Resolução do aluno A da tarefa 1 da Fase Final

Na tarefa 2 (Figura 25), o mesmo aluno revela o mesmo procedimento e apresenta representações simbólicas (numéricas) para adicionar os dois lados menores dos triângulos. Não indica a que triângulo corresponde cada operação, mas fá-las ordeira e organizadamente, conciliando com os comprimentos selecionados como resposta à situação problemática. Contudo apresenta outro tipo de representações para explicar melhor o motivo de ter optado pelos valores 15; 9 e 35, continuando a apresentar

lacunas nas suas representações verbais. Por esse motivo, o aluno encontra-se no nível 2, tendo em conta os critérios de análise estabelecidos.

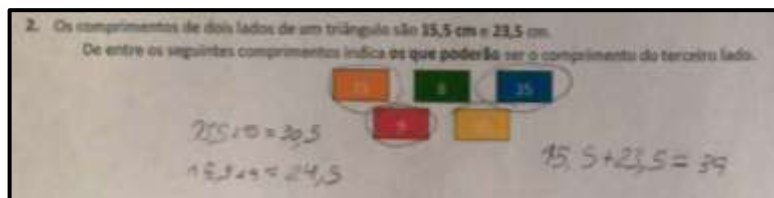


Figura 25 – Resolução do aluno A da tarefa 2 da Fase Final

Analisando a compreensão do aluno A sobre a propriedade da “desigualdade triangular”, a mediana das dos níveis associados às tarefas 1 e 2, colocam o aluno no nível 3 dos conhecimentos.

Relativamente à tarefa 3 (Figura 26), o aluno A responde corretamente a todas as classificações, usando representações verbais, tal como é pedido na situação problemática. Assim, releva compreender as classificações dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos de diferentes triângulos, encontrando-se no nível 3.

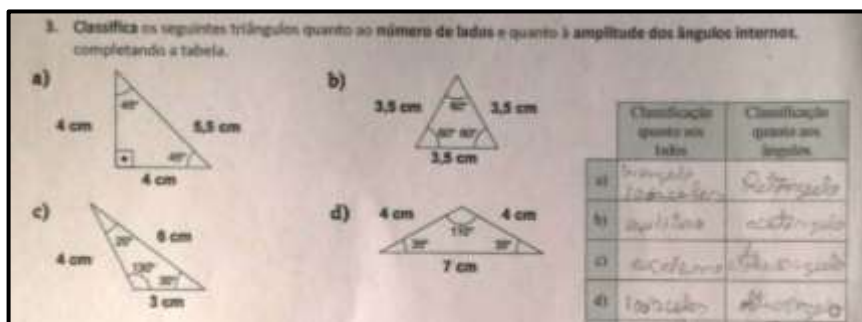


Figura 26 – Resolução do aluno A da tarefa 3 da Fase Final

No que respeita aos registos apresentados pelo aluno A para responder à tarefa 4 (Figura 27), voltam a ser utilizadas apenas representações simbólicas (numéricas), reforçando as dificuldades nas suas representações verbais. Contudo, as evidências encontram-se organizadas ordenadamente e agrupadas consoante a alínea a que correspondem. O aluno determina corretamente as três amplitudes dos ângulos dos triângulos e recorre à propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo, demonstrando que a compreende. Tendo em consideração os critérios de análise estabelecidos, dada a ausência de representações verbais que expliquem o raciocínio, o aluno encontra-se no nível 2 de conhecimentos.

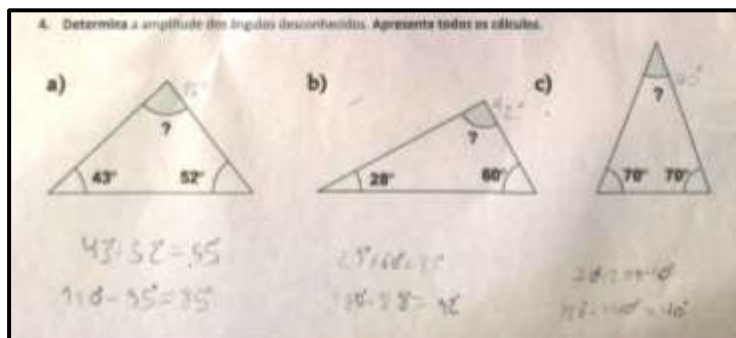


Figura 27 – Resolução do aluno A da tarefa 4 da Fase Final

Aluno B

Na tarefa 1 (Figura 28) o aluno B apresenta representações simbólicas (numéricas) com a adição dos três lados dos triângulos para concluir que é possível construir o triângulo com as medidas cedidas, no caso da alínea 1.1 (à esquerda na Figura 28) e, no caso da alínea 1.2 (à direita na Figura 28), que não é possível construir o triângulo. Mesmo que a resposta à alínea 1.2 esteja correta (não é possível construir o triângulo), nas duas alíneas da tarefa 1, o aluno B não explica como os processos apresentados o levam a essa conclusão e as representações simbólicas estão incorretas. Assim, o mesmo aluno revela não compreender a propriedade da “desigualdade triangular”, encontrando-se no nível 1.

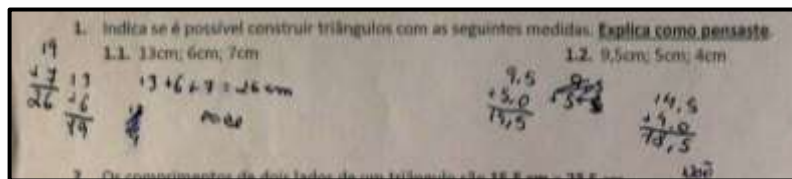


Figura 28 – Resolução do aluno B da tarefa 1 da Fase Final

Relativamente à tarefa 2 (Figura 29), o aluno B apresenta novamente, o mesmo raciocínio, adicionando os três lados do triângulo. No entanto, fá-lo apenas para um caso (comprimento do terceiro lado 9) e não chega a nenhuma conclusão, acabando por não responder à tarefa. As evidências revelam que o aluno não compreende a propriedade “desigualdade triangular”, estando no nível 1, tendo em conta os critérios de análise estabelecidos. Através da mediana destas duas primeiras tarefas, ligadas à propriedade “desigualdade triangular”, o aluno B encontra-se no nível 1.

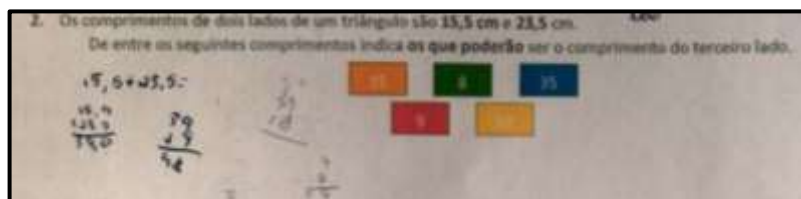


Figura 29 – Resolução do aluno B da tarefa 2 da Fase Final

Na tarefa 3 (Figura 30), o aluno B responde corretamente a todas as classificações, usando representações verbais, relevando compreender a propriedade das classificações dos triângulos quanto ao comprimento dos seus lados e quanto à amplitude dos ângulos internos de diferentes triângulos. Por esse motivo e tendo em conta os critérios de análise estabelecidos, o aluno B encontra-se, no nível 3.

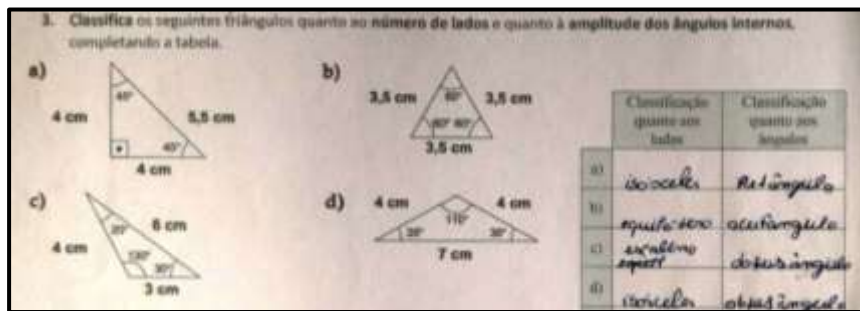


Figura 30 – Resolução do aluno B da tarefa 3 da Fase Final

Observando os registos apresentados pelo aluno B para responder à tarefa 4 (Figura 31), são utilizadas representações simbólicas (numéricas) organizadas e esclarecedoras. No entanto, tal como o aluno A, o aluno B não apresenta representações verbais para explicar os processos apresentados e recorre à propriedade da soma dos ângulos internos de cada triângulo, para determinar corretamente as amplitudes dos ângulos desconhecidos. Deste modo, demonstra compreender esta propriedade dos triângulos, encontrando-se no nível 2 de conhecimentos.

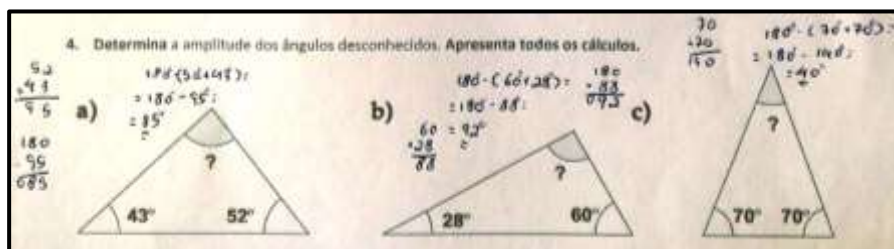


Figura 31 – Resolução do aluno B da tarefa 4 da Fase Final

2.4.3.1. Síntese da Fase Final

Ao longo da secção 2.4.3. foram apresentados os resultados obtidos por cada um dos alunos na Fase Final do estudo. De forma geral pode afirmar-se que os alunos, desde a Fase Inicial até à Fase Final, evoluíram e melhoraram em aspetos considerados fundamentais para análise neste estudo. Não foi possível ultrapassar todas as dificuldades identificadas na Fase Inicial, nomeadamente: a leitura de escalas de um transferidor; a construção de ângulos; e os conceitos de ângulos suplementares e complementares. No entanto, a manipulação do material didático *anglegs* foi

importante e permitiu a construção dos conceitos associados às propriedades dos triângulos para que existisse a compreensão efetiva dos mesmos, conseguindo, maioritariamente, obter resultados corretos. Também se revelou necessário continuar a trabalhar a capacidade de explicar verbalmente, usando representações verbais (linguagem natural), uma vez que foram bastante utilizadas na Fase de Intervenção, mas na Fase final, voltaram a ser escassas. Deste modo, pode referir-se que:

- o aluno A respondeu corretamente a todas as situações problemáticas (o que não se verificou na Fase Inicial, quando se encontrava no nível 2) e demonstrou ter compreendido as três propriedades exploradas com os *anglegs*. As representações são organizadas sequencialmente consoante o raciocínio, mas, mesmo tendo melhorado, continua a revelar dificuldades em explicar os processos recorrendo a representações verbais (linguagem natural). Contudo, as representações simbólicas (numéricas) são objetivas e corretas, demonstrando sempre como procedeu para obter um resultado final e revelando a compreensão das propriedades (nível 3).
- O aluno B evoluiu relativamente à Fase Inicial (nível 1). Demonstrou compreensão de duas das propriedades dos triângulos exploradas com os *anglegs*, apresentando melhorias na compreensão das situações problemáticas e nas suas representações simbólicas (numéricas) associadas a estas propriedades (nível 2).

Todos estes aspetos permitem referir que estes alunos evoluíram, dando significado à manipulação dos *anglegs* para a compreensão das propriedades dos triângulos, demonstrando que conseguiram aplicar os conceitos noutros contextos, permitindo-lhes chegar ao final do estudo e conseguir resultados bastante positivos. A evolução do aluno A e do aluno B foi potenciada pelas discussões proporcionadas pelo desenvolvimento do trabalho a pares, durante a Fase de Intervenção.

2.5. Discussão de Resultados

Vários autores consideram que o domínio da geometria deve ser trabalhado recorrendo a mecanismos diferentes dos tradicionais para que os alunos compreendam os conteúdos significativamente, desenvolvendo prazer pelo estudo da geometria (Bravim, 2020; Calestini & Libório, 2020; Ferreira & Silva, 2017; Fonseca & Leivas, 2018; Santana, 2019; Soares et. al, 2019; Souza & Medeiros, 2019). Também é consensual que a utilização de materiais manipuláveis cativa os alunos, motivando-os a participar com mais entusiasmo e empenho nas tarefas propostas, enquanto, simultaneamente, ameniza as suas dificuldades (Calestini & Libório, 2020; Couto & Jesus, 2019; Lorenzato, 2009; Lutz & Leivas, 2019; Settimy & Bairral, 2019; Silva & Silva, 2017; Souza & Medeiros, 2019). Neste estudo, foi perceptível que a utilização dos *anglegs*, como material didático manipulável, permitiu que os alunos estivessem motivados para a aprendizagem e conseguissem descobrir os conceitos pretendidos, construindo-os através da manipulação do material mencionado (Soares, 2014). Com este artefacto, as dificuldades diminuíram, mesmo que não tenham sido totalmente extintas (Mainali, 2018).

Neste estudo, as propriedades dos triângulos foram exploradas e inferidas, sem que lhes fossem apenas debitadas (Silva & Silva, 2017), recorrendo apenas à manipulação do material didático *anglegs*, de forma a que os alunos compreendessem significativamente os conceitos associados (Freitas & Moreira, 2019; Lopes et al., 2017; Pachêco et al., 2020; Rezende, 2017; Souza, 2020). Foi possível verificar a importância dos conhecimentos prévios que os alunos devem ter consolidados, como uma base para a aquisição de novos saberes (Pereira & Pereira, 2016; Vidal et al., 2016). As dificuldades diagnosticadas, associadas à utilização de representações verbais e simbólicas, parecem ter influenciado as resoluções da Fase Final, na medida em que os alunos, para explicar os seus raciocínios, não recorreram tanto a elas, como na Fase de Intervenção.

Alguns autores também alertam para a utilização correta dos materiais didáticos, sem deixar que se tornem num mero brinquedo para os alunos (Couto & Jesus, 2019; Lorenzato, 2009; Lutz & Leivas, 2019; Silva & Silva, 2017), o que foi observado na

Fase de Intervenção, tendo sido necessário aplicar algumas limitações para a manipulação dos *anglegs* por parte dos alunos, direcionando-os para as tarefas que estavam a desenvolver. Este facto pode dever-se à falta de hábitos da turma em utilizar diferentes recursos didáticos nas aulas (Settimy & Bairral, 2019). A manipulação dos *anglegs* e o desenvolvimento das tarefas dos guiões, simultaneamente, desencadeou experimentações que, conduzidos pela curiosidade, levantavam questões naturalmente, procurando depois, respostas aos resultados que iam observando (Soares, 2014).

Os resultados obtidos evidenciam as vantagens de serem implementadas tarefas em grupos de dois elementos, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de comunicação e argumentação de ideias para promover de aprendizagens significativas (Ponte & Serrazina, 2000; Rodrigues et al., 2018; Silva & Silva 2017).

Observando e comparando os resultados que os alunos obtiveram na Fase Inicial com os da Fase Final, é possível afirmar que os alunos apresentam melhorias em todos os aspetos que foram considerados para análise das suas resoluções. No Quadro 3 é possível observar essa evolução.

Quadro 3 – Comparação dos níveis de conhecimento dos alunos da Fase Inicial e da Fase Final

Aluno	Fase Inicial	Fase Final
Aluno A	2	3
Aluno B	1	2
Globais	1,5	2,5

Assim, os resultados obtidos evidenciam que o material didático *anglegs*, como artefacto, teve um impacto positivo na compreensão dos alunos sobre os as propriedades dos triângulos.

2.6. Conclusões

A realização deste estudo procurou responder à questão de investigação: De que modo o uso dos *anglegs* influenciaram a compreensão dos alunos relativamente às diferentes propriedades dos triângulos, no 5.º ano, do 2.º CEB?

Os objetivos traçados para este estudo foram parcialmente cumpridos, dado que algumas dificuldades diagnosticadas não foram ultrapassadas. Contudo, através dos resultados que foram apresentados ao longo do documento, é possível afirmar que os *anglegs* tiveram um papel importante, permitindo que, efetivamente, os alunos compreendessem as três propriedades dos triângulos trabalhadas.

De uma forma geral, os registos analisados demonstraram que os alunos chegaram ao final do estudo a conseguir aplicar os conceitos das propriedades de triângulos em diferentes situações problemáticas, respondendo e explicando os seus raciocínios com recurso a representações simbólicas (numéricas) e representações verbais (linguagem natural) que evidenciam a compreensão (Fernandes, 2014) das propriedades dos triângulos. De facto, as dificuldades dos alunos A e B, associadas à leitura de escalas, construção de ângulos dada uma amplitude e ângulos suplementares e complementares não puderam ser analisadas pelos dados na fase final. No entanto os alunos aumentaram a capacidade de raciocínio e compreensão e melhoraram a utilização de representações em linguagem natural, sendo necessário continuar a incidir nelas para que se torne inato.

A manipulação do material didático *anglegs* por parte dos alunos, revelou que este recurso, apelando aos sentidos, promove aprendizagens significativas:

- compreender que os lados dos triângulos não podem ser fletidos, nem curvos, porque representam segmentos de reta;
- trabalhar as classificações de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos, dado que visualmente, através das diferentes cores, percecionavam o número de lados com o mesmo comprimento, para os poder classificar.
- construir e alcançar os conceitos das propriedades, de forma evolutiva, à medida que exploram as peças e as construções com *anglegs*;

- utilizar representações visuais na explicação dos seus raciocínios;

Além da manipulação de materiais didáticos diferentes, o facto de os alunos terem trabalhado em grupo, estimulou tanto a motivação para a aprendizagem, como a partilha, comunicação e a argumentação entre os pares, pois o conhecimento matemático é construído a partir de situações específicas, onde os alunos levantam questões, formulam conjecturas e exploram possíveis caminhos até resolverem as tarefas (Oliveira & Carvalho, 2014; Ponte & Serrazina, 2000; Silva & Silva 2017). Assim, neste estudo, além de se observarem melhorias, e novas aprendizagens a nível dos conceitos matemáticos que se pretendiam desenvolver, os alunos também aprenderam a ser, a estar e a cooperar (Condessa, 2020; Matsumoto & Campos, 2008).

Todos os alunos são diferentes e têm ritmos de aprendizagem distintos, sendo evidente que nem todos alcançaram o mesmo patamar (Schwartz, 2008; Sousa, 2019), todavia, todos evoluíram e revelaram melhorias em diferentes aspetos. O professor, estagiário ou não, tem de estar consciente de que cada aluno precisa de apoios específicos, tendo utilizado este critério na formação dos pares, respeitando a ZDP (Vygotsky, 1980) e o conhecimento que detinha de cada um, fruto do período de observação ao longo do estágio. Neste sentido, volta a sobressair a importância de todos os professores refletirem sobre a própria prática e sobre as necessidades específicas de cada aluno, principalmente na formação inicial (Galvão et al., 2018; Jesus et al., 2014; Martins, 2015; Nogueira & Blanco, 2017; Silva & Silva, 2017), dado a panóplia de conhecimentos que tem de ter consideração (NCTM, 2007). Deste modo, desenvolve, adquire e amplia as suas valências e competências para alcançar o sucesso no processo de ensino e de aprendizagem, fundamentais para conduzir a sua prática pedagógica (Martins et al., 2017; Pereira et al. 2018).

As limitações sentidas neste estudo estiveram relacionadas com a quantidade de peças de *angleps* fornecidas a cada grupo, na fase de intervenção. Por um lado, apenas foram entregues peças suficientes para desenvolverem as tarefas dos guiões para não fazerem construções desajustadas ao que era pretendido. No entanto, por outro lado, surgiu um momento em que era importante construir mais triângulos diferentes, mas não tinham peças suficientes para o fazer, sendo necessário desmanchar uns para construir

outros. Como tal, teria sido benéfico ter, por exemplo, o dobro dos conjuntos de peças de *anglegs* para poder distribuir aos grupos, quando se sentisse essa necessidade.

Ao longo da análise dos dados recolhidos, também se sentiu que deveriam ter sido feitas algumas entrevistas semiestruturadas aos alunos, principalmente na fase final. Deste modo, teríamos mais evidências apresentadas para aprofundar o nível de compreensão dos alunos sobre as propriedades dos triângulos, bem como os seus raciocínios.

Para futuros estudos a serem implementadas, seria importante utilizar o material didático *anglegs* para explorar outros conteúdos do domínio da geometria, tal como a medição de amplitudes de ângulos (utilizando também os transferidores que fazem parte do material), primeiro em qualquer ângulo e em seguida, ângulos internos e externos de figuras geométricas. Sugere-se também a utilização dos *anglegs* em níveis de escolaridade inferiores (1.º CEB), abordando também, outras construções geométricas.

3. COMPONENTE REFLEXIVA

No último capítulo, Componente Reflexiva, será feita uma reflexão acerca da evolução profissional ao longo dos dois estágios que a PE realizou, especificando alguns aspetos mais relevantes referentes aos dois ciclos de ensino em que desenvolveu os estágios.

3.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico

O estágio em 1.º CEB foi uma experiência que me proporcionou um desenvolvimento profissional e pessoal bastante enriquecedores, tendo em conta vários aspetos pedagógicos com os quais me deparei e que me proporcionaram reflexões construtivas e aprendizagens imprescindíveis para a minha prática letiva futura.

Primeiramente, foi muito importante a constante cooperação mantida com a colega de estágio (Magalhães & Folque, 2018; Pereira et al., 2018; Sengik et al., 2019; Silva, 2002;). Já tinha a perceção de que o trabalho é facilitado e mais prazeroso quando há entajuda entre uma boa equipa, mas essa experiência efetiva fez com que evoluísse profissionalmente. O desenvolvimento dos planos de aula, o apoio emocional, as reflexões sobre as metodologias a utilizar e as críticas construtivas sobre opções tomadas (melhores ou piores) durante as intervenções individuais são aspetos que fizeram diferença na minha progressão como futura professora.

A turma de estágio era composta por dois anos de escolaridade consecutivos (2.º e 3.º anos) deixando-me, desde início, apreensiva, mas também bastante atenta na observação das aulas da professora cooperante, de modo a verificar quais as estratégias a que recorria para conseguir garantir os objetivos essenciais da prática letiva, principalmente a organização, gestão e progressão das aprendizagens, bem como o envolvimento de cada ano de escolaridade nas atividades (Junior et al., 2020; Pereira, 2018; Perrenoud, 1999). Verifiquei a importância deste período de observação, como uma etapa em que o grupo de estágio se apodera das características e hábitos da turma, bem como, das metodologias e estratégias do docente titular (Condessa, 2020; Garcia, 2013; Lopes & Scalabrin, 2018). Estas informações foram a base para a preparação das atividades e sucessiva planificação das práticas letivas devidamente adaptadas ao contexto e ao grupo em questão, pelo que, quanto melhor se conhece o grupo e todo o

contexto escolar, melhor e mais facilitado será o processo de aprendizagem, sustentado em planificações totalmente adaptadas à realidade (Ponte & Serrazina, 2000; Sousa, 2019).

Intervenção após intervenção, revelou necessidade de adaptar a estrutura das planificações algumas vezes, dado que havia atividades paralelas e simultâneas na maioria dos momentos, sendo essencial ter um plano simples, completo e de fácil leitura para me guiar. Conjuguar diferentes faixas etárias, com alunos que têm diferentes ritmos de aprendizagem, numa sala de aula, obriga a antecipar possíveis dúvidas e a ter um pensamento sempre “à frente” do momento que decorre, tendo presente o passo seguinte da atuação. Neste sentido, o estágio em 1.ºCEB foi muito marcante por me ter exigido uma adaptação rápida e um ritmo de aula contínuo e bastante organizado. Ora acompanhava o 2.ºano na abordagem de um novo conteúdo, enquanto o 3.ºano trabalhava autonomamente numa tarefa já predestinada, ora acontecia o inverso. Apenas algumas atividades eram feitas em conjunto e, um material didático mais apelativo, criado pelo grupo de estágio, era adaptado para duas atividades distintas, tendo em consideração o ano de escolaridade e o nível de desenvolvimento, pois “a manipulação de materiais é importante para uma aprendizagem bem sucedida” (Ponte & Sarrazina, 2004, p.7). Tive a preocupação de dar as mesmas oportunidades a todos os alunos (Sousa, 2019; Tomlinson & McTighe, 2010), porque aqueles que ficavam a desenvolver tarefas mais habituais, não conseguiam abster-se do que estava a acontecer ao seu lado, nem camuflar o desejo de participar no que os outros faziam. Portanto, amenizava o entusiasmo do grupo que aguardava para realizar a atividade mais dinâmica de maneira a que conseguisse estar concentrado na tarefa que desenvolviam. Também foi importante verificar que, no início do ano letivo, a docente cooperante, na sua planificação anual, teve a preocupação de conciliar conteúdos comuns, ou similares ou que se pudessem interligar entre os dois anos, para serem lecionados na mesma altura, facilitado as planificações semanais e a gestão das aulas. Assim, considero que esta experiência me proporcionou uma aprendizagem consistente, com maiores níveis de progressão e capacidade para ser mais habilitada profissionalmente.

Para lecionar a uma turma composta por dois anos de escolaridade, recorri aos colegas mais velhos para introduzir novos conceitos, que estes já tinham abordado. A faixa etária superior, além de fazer revisões, foi obrigada a expressar-se de forma simples e clara, ao ponto de os mais novos compreenderem o que estava a ser explicado. A autoestima, a solidariedade e a responsabilidade foram fomentadas e fortalecidas, aumentando a confiança nos seus conhecimentos e em si mesmos (Soares et. al, 2019).

No desenvolvimento das práticas letivas com a turma, os alunos revelavam bastante autonomia na resolução de atividades. Esta característica era resultado de um trabalho contínuo da docente cooperante que, despertava neles o espírito de iniciativa e a construção do próprio conhecimento, enquanto possibilitava, mais facilmente, a constante viagem entre os dois anos. Também a entrada na sala de aula, todas as manhãs, era marcada pelo início do trabalho dos alunos, verificando e executando as tarefas que lhes estavam destinadas nessa semana. Estas rotinas foram respeitadas e mantidas nas minhas intervenções, uma vez que eram executadas natural e eficazmente, assegurando o ritmo de trabalho do principiar dos dias. Assim, ficou evidente a importância de criar rotinas de trabalho com uma turma tendo como objetivo o desenvolvimento fluente e mais eficiente das práticas letivas, indo ao encontro da perspetiva de Gomes (2018), na qual o “professor deve compreender a rotina não apenas como uma repetição, que deve ser seguida rigidamente, mas sim, como um instrumento organizador do tempo e do espaço escolar” (p.11).

Ao longo do estágio, foram várias as experiências que se traduziram num conhecimento contextualizado, holístico e integrado da profissão docente e da tomada de consciência das minhas capacidades pessoais em docência. Uma das experiências de estágio mais significativa e formativa, que me marcou especialmente, decorreu numa aula que lecionei, pelo que irei detalhá-la em seguida e refletir sobre ela.

Num dos tempos letivos dedicados à resolução de exercícios autónomos, na área curricular de matemática, os discentes do 2.º ano de escolaridade resolviam exercícios relativos à “centena”, que tinha sido introduzida no dia anterior, recorrendo ao comboio dos números (produzido pelo meu grupo de estágio – Apêndice 9) e ao material multibásico. Adotando a visão de Oliveira (2017) e de Sousa (2019) que

defendem a utilização da estratégia interdisciplinar, durante o processo de ensino-aprendizagem, como um meio de construção de novos conhecimentos, a construção do “comboio dos números”, teve por base a interdisciplinaridade da semana. O material referido, além de utilizado em matemática, também serviu para a disciplina de estudo do meio: o 3.º ano abordou a evolução dos meios de transporte, e o 2.º ano, os sinais de trânsito. Foram desenvolvidas atividades, alternadamente, num tapete interativo (Apêndice 10), de forma a que pudessem ser trabalhados os diferentes conteúdos. Esta era uma das grandes preocupações que existia nos momentos de planificação: levar para a sala materiais diferentes (Bravim, 2020; Dantas et al., 2017; Silva & Silva, 2017), com os quais os discentes não tinham o hábito de trabalhar, mas adaptando-os aos dois anos, com a planificação de exercícios diferentes. Para ligar as outras áreas do saber à temática, aglomerei, para toda a turma, um texto de Língua Portuguesa sobre uma locomotiva, mas com a associação de tarefas distintas. Como, na matemática, ambos os anos iam abordar o valor posicional de algarismos no sistema de numeração decimal (os mais novos, a centena; e os mais velhos, o milhar), a equipa de estágio construiu o comboio dos números para facilitar e familiarizar a transição entre as áreas curriculares. Esta preocupação de interligar sempre os conteúdos é bastante importante nesta faixa etária, pois, como refere Roldão (2001), a abordagem integrada do conhecimento faz sentido no 1.º CEB, porque as crianças ainda estão numa fase do seu desenvolvimento em que percecionam de forma global a realidade.

A referida aula envolveu os alunos (2.º ano) em atividades práticas de manipulação e construção de números, englobando a centena. Todos os alunos, individualmente, dirigiram-se ao quadro para colocar no comboio dos números as quantias que formaram. Posteriormente, exploraram-se as mesmas, tanto ao nível do número de centenas, dezenas e unidades, como ao nível dos algarismos que correspondiam a cada ordem. Depois, recorrendo ao material multibásico, dividi a equipa do 2.º ano em três grupos e a cada um deles forneci: uma placa, 10 barras e 10 cubos. Primeiramente solicitei que recapitulassem que 10 cubos formam uma barra, isto é, dez unidades equivalem a uma dezena. Em seguida, disse aos discentes para tentarem perceber de quantas barras precisavam para terem uma placa, cobrindo-a com as barras até esta ficar preenchida, concluindo que seriam necessárias 10 barras. Dado que os alunos não

tinham trabalhado muito com este material e que conheceram um novo componente do mesmo, fiz uma síntese destas conclusões. Peguei nos três tipos de elementos que compõem o material multibásico e afixei-os no canto superior direito do quadro. Os alunos tiveram de mencionar o que representava cada um dos elementos, registando ao lado destes (o cubo, uma unidade, 1; a barra, uma dezena, 10; aplaca, uma centena, 100). Esta sistematização foi essencial para os alunos estruturarem o conhecimento e conseguirem (Mestre & Oliveira, 2012; Oliveira & Carvalho, 2014), mais facilmente, utilizar o mesmo material para representar os números que pedi. Todos os grupos tiveram um desempenho positivo, não apresentando respostas incorretas na execução da tarefa.

No dia seguinte, o espaço dedicado à matemática foi aproveitado para o desenvolvimento de exercícios, a fim de condensar os conhecimentos trabalhados. Os estudantes tiveram algum tempo para pensar nos exercícios e tentar resolvê-los, enquanto eu desenvolvia outros conceitos de Estudo do Meio com o 3.º ano, relativos à evolução dos meios de transporte, no tapete interativo.

No momento em que comecei a passar pelas carteiras dos elementos da faixa etária mais baixa, para ajudar os alunos que tinham mais dificuldades e esclarecer possíveis dúvidas, apercebi-me de que o primeiro problema não tinha sido compreendido por nenhum dos discentes. Como tal, agi para amparar todo o grupo, discutindo a questão oralmente, com a leitura faseada do problema, e simultâneo esboço no quadro da interpretação do problema. Porém, esta estratégia não foi suficiente para os alunos compreenderem e superarem as suas dificuldades. Foi então que chamei um dos alunos para vivenciar o próprio problema, adaptando os dados a uma prática que pudesse ser executada ali mesmo na sala. Como eu calculava, com a visualização direta e presencial do que o problema expressava na escrita, e recorrendo a números menores ($3 + 8 = 10$), todo o grupo soube resolver o problema de imediato, sendo capaz de chegar ao resultado final da situação problemática colocada.

Contudo, retomando os dados do problema que envolviam a centena ($85+15$), os estudantes não foram capazes de fazer a transição imediata do que viveram, para aquilo que a questão pedia, tendo em conta que a alteração era apenas para valores numéricos

maiores. Esta situação evidenciou que colocar os alunos nos papéis das personagens referidas nos problemas, auxilia a compreensão, aprendizagem e assimilação de conteúdos, proporcionando situações mais concretas e próximas dos alunos, como se as vivenciassem realmente (Barbosa, 2001; Biembengut, 2020; Ferri, 2010; Jesus et al., 2014). Assim, de forma natural e lúdica, os alunos nem se aperceberam de que estavam a resolver uma questão matemática, o que comprova a noção de Clements e Saram (2009, como citado em Serrazina & Oliveira, 2005), que defendem que “os seres humanos nascem com um sentido de quantidade, com um sentido espacial e uma propensão para procurar regularidades”.

Todas as atividades do âmbito da matemática devem ter em perspetiva desenvolver características nos alunos para que estes sintam cada vez menos dificuldades em situações problemáticas, ao mesmo tempo que se apercebem da sua aplicação à vida quotidiana. No caso relatado, foi visível que os alunos precisavam de encarar o problema de forma diferente, não o defrontando como um mero problema de matemática, mas sim como uma verdadeira questão que lhes podia surgir um dia. Tal como refere Ponte e Sousa (2010), “Num dado momento, uma certa questão pode constituir um problema para um certo indivíduo, mas, num outro momento, não passar de um simples exercício”. Apenas deste modo, as crianças podem habituar-se a lidar com a matemática regularmente, de forma natural e em contextos informais, apresentando maior facilidade na sua aprendizagem em contexto escolar (Rangel & Coimbra, 2012).

No meu ponto de vista, é essencial que situações similares à relatada sejam frequentes, de modo a que os alunos percebam a aplicação da matemática no dia-a-dia e que seja estimulado o gosto por esta disciplina, uma vez que “a matemática não é mais do que o nosso olhar organizador sobre o mundo que nos rodeia” (Rangel & Coimbra, 2012, p.5). Incentivando nos alunos, o desejo natural de compreender conceitos matemáticos do programa, simplificará o alcance do sucesso, já que de forma informal, as crianças desenvolvem gradualmente, um conjunto complexo de ideias sólidas e corretas, que envolvem números, padrões, formas, quantidades, dados e dimensões. Estas noções constituem uma base considerável de conhecimento implícito que devem ser tidas em conta para se construírem novas aprendizagens, realizando um envolvimento ativo que

é essencial para a aprendizagem da matemática com compreensão. Pois, como é mencionado por Abrantes et al. (1999), “na verdade, o aluno dá significado às coisas a partir daquilo que sabe, de toda a sua experiência anterior, e não necessariamente a partir da lógica interna dos conteúdos”.

Ao aprender com compreensão, o indivíduo constrói o seu conhecimento e evidencia atos significativos que são fundamentais na ultrapassagem de obstáculos específicos de determinadas tarefas matemáticas (APM, 1998; Nunes & Santana, 2017; Pires, 2015)

3.2. 2.º Ciclo do Ensino Básico

No 2.º CEB tive a oportunidade de lecionar e contactar com alunos do 5.º ano, em Matemática, e do 6.º ano, em Ciências Naturais, tornando-se numa experiência duplamente enriquecedora e demonstrativa das diferenças entre os dois grupos etários, mesmo que próximos. O 5.º ano é uma transição de ciclos bastante distintos. Começar a ter vários professores de várias disciplinas, horários mais rígidos e momentos de avaliação em maior número, são apenas exemplos de alterações marcantes na vida de todas as crianças. O 6.º ano, por sua vez, revela atitudes mais transitórias, entre a infância e o início da adolescência, orgulhando-se da evolução académica e revelando a possibilidade de utilizar uma linguagem mais complexa. Foi um privilégio e alguma fortuna ter coincido com grupos que motivavam as minhas intervenções, participavam evolutivamente com rigor e entusiasmo, enquanto espelhavam confiança no que juntos construíamos.

Em Matemática, assisti a uma alteração da postura dos alunos, ao longo de todo o ano escolar, dado que não se conheciam e que estavam a dar início a uma nova fase. Foi notório que quanto mais cresciam as relações de amizade entre eles, mais era afetado o comportamento, prejudicando o aproveitamento e a motivação. Tal facto, levou a que me preocupasse em estimular e recuperar a atenção e predisposição para a aprendizagem. Deste modo, nos momentos de planificar, o primeiro pensamento prendia-se com a melhor forma de conseguir essa captação. Desde iniciar as aulas com

materiais diferentes dos habituais (Bravim, 2020; Lopes et al., 2017; Lorenzato, 2009; Ponte, 2017), a reformular tarefas dos manuais e dinamizar as suas correções, penso que fui conseguindo alcançar os discentes e contribuir para que o ambiente fosse o desejável à aprendizagem efetiva e em compreensão (Barbosa, 2001; Biembengut, 2020). Fiz questão de recapitular conceitos constantemente e em situações diferentes para que a perceção e reflexão dos discentes os auxiliasse na assimilação dos conteúdos abordados (Mestre & Oliveira, 2012; Oliveira & Carvalho, 2014).

As planificações foram elementos fundamentais para antecipar várias questões possíveis e edificar um caminho gradual e construtivo dos raciocínios dos alunos (Lopes & Silva, 2020; Silva, 2017). Também foram importantes para aprofundar o conhecimento especializado dos conteúdos e o conhecimento horizontal dos conteúdos (Ball et al., 2008). No meu ponto de vista, estes documentos devem ser bem estruturados, práticos e reais, na medida em que podem ser totalmente alterados de um instante para o outro, exigindo uma reflexão consciente não exaustiva (Condessa, 2020; Garcia, 2013; Silva, 2017). Contudo, uma boa planificação já tem em conta várias questões que os alunos podem levantar e também considera os seus habituais erros, algo que vai sendo mais inato com a experiência profissional pedagógica, a qual tive oportunidade de também evoluir.

Foi muito interessante o reajuste de algumas conceções, nomeadamente o barulho durante uma aula ou as conversas paralelas estarem impreterivelmente ligadas à desconcentração, a comportamentos desadequados ou até ao descontrolo do grupo. Afinal, um ruído numa sala de aula, também pode significar trabalho em equipa, esclarecimento e confronto de respostas ou mesmo justificações das resoluções de tarefas, entre os próprios alunos. Não será assim em todos os casos, mas torna-se totalmente esclarecedora a importância do papel do docente como moderador e encaminhador da aprendizagem (Pereira et al., 2018; Ponte et al., 2013; Rodrigues et al., 2018). Assim, é concretamente fundamentada a necessidade de um professor circular por toda a sala, não apenas para controlar comportamentos impróprios, mas também para apoiar e acompanhar os raciocínios e debates que os intervenientes vão tendo entre si, para que encontrem o melhor caminho para atingir os objetivos.

Considero que teve extrema relevância o facto de me sentir e estar constantemente preparada para o esclarecimento de qualquer dúvida do foro conceptual dos conteúdos estudados. Rowland (2008) realça a importância do conhecimento matemático do professor ser sólido para possibilitar a concretização do seu desempenho na seleção de tarefas, na formulação dos objetivos, na capacidade de ajudar os alunos a ultrapassar dúvidas, explicando as suas ideias coerente e eficazmente. Deste modo, fui me apercebendo das dificuldades dos discentes enquanto me empenhava no esclarecimento das mesmas no imediato ou, em última circunstância, transpunha esse trabalho para a lição seguinte. Um dos meus focos, sempre foi esta necessidade de sentir que a dúvida fica esclarecida, após qualquer questão colocada por um aluno, verificando-o pelas expressões faciais.

Na disciplina de Ciências Naturais, desde a minha primeira intervenção, percebi que estava a desenvolver uma grande empatia com os conteúdos, com a maneira de os interpretar e de os dar a explorar aos alunos. A minha preocupação estava sempre centrada em descobrir a melhor forma de conduzir toda a turma a pensar sobre cada temática de forma crítica, estabelecendo relações com aspetos concretos do mundo que os rodeia todos os dias (Barbosa, 2001; Biembengut, 2020; Ferri, 2010; Jesus et al., 2014).

No primeiro dia em que lecionei nesta turma, o grupo mostrou-se menos curioso e participativo, do que nas aulas assistidas da docente cooperante. Mesmo percebendo que a intenção era proteger-me ou, que para eles era uma pessoa estranha, senti que tudo podia evoluir naturalmente para o mesmo patamar.

Nas planificações escritas das aulas, também foi necessário aperfeiçoar a partilha das minhas ideias, estratégias e métodos, dado que a primeira não transmitia clara e objetivamente todo o desenvolvimento da aula. Assim, na segunda intervenção houve uma grande progressão a todos os níveis, na minha perspetiva. Fiquei bastante satisfeita e orgulhosa por ter conseguido evoluir. A partir deste momento, penso ter conseguido manter a qualidade alcançada e melhorar a minha relação com a turma, numa perspetiva de afetividade e confiança. Assistir à evolução do raciocínio dos/as discentes ao longo de cada aula, constatando que estes transitam de conclusão em

conclusão, tal como eu idealizei no momento da planificação, é dos melhores sentimentos que um professor pode ter. Também foi gratificante verificar que os estudantes perderam o complexo e o receio de me questionar sobre qualquer assunto ou dúvida.

Na minha perspetiva, as últimas aulas, tanto de Matemática como de Ciências Naturais, foram uma ótima forma de terminar o estágio, começando na diversidade de estratégias, de atividades, até à gestão do tempo para abordar e fazer tudo aquilo a que me tinha proposto, passando pela relação entre os pares. Estes aspetos, em uníssono, provaram a minha evolução profissional e pessoal, conseguindo melhorar nos aspetos que foram sendo apontados tanto, pelas professoras cooperantes como pelas professoras supervisoras da Escola Superior de Educação.

Já tendo alguma experiência a trabalhar com crianças destas faixas etárias, lecionar numa escola é sempre diferente de ajudar a estudar e esclarecer dúvidas. Contudo, tenho plena consciência que o mundo do trabalho me trouxe imensas ferramentas para conseguir concluir o estágio da forma como desejei, levando qualidade para as minhas práticas letivas, como professora das turmas com que interagi.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). *Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação – Departamento de Educação Básica.
- Associação de Professores de Matemática (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Associação de Professores de Matemática.
- Araújo, S., & Antunes, A. (2017). Avaliação do estágio supervisionado: perfis evolutivos na formação de educadoras/es de infância. *Eduser*, 9(2), 28-41. <http://dx.doi.org/10.34620/eduser.v9i2.99>
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008, novembro 1). Content knowledge for teaching: what makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barbosa, J. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Anais de 24.ª reunião de Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*.
- Biembengut, M. (2020, abril 29). Modelagem na Educação Matemática, das ideias às proposições oficiais. *Com a Palavra, O professor*, 5(11), 136-139. <https://doi.org/10.23864/cpp.v5i11.558>
- Bodgan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.
- Bravim, J. (2020). Ensino de simetrias com o uso de materiais manipuláveis. In D. F. Andrade (Ed.), *Série Educar – Volume 19 – Matemática* (pp 97-103). Editora Poisson. <http://doi.org/10.36229/978-65-86127-05-8.CAP.14>
- Campos, C. (2017). *A Matemática e o Jogo*. [Tese de Mestrado, Universidade do Porto]. Repositório da Universidade do Porto. https://sigarra.up.pt/fcup/pt/pub_geral.show_file?pi_doc_id=138582

- Calestini, J., & Libório, D. (2020). O uso de origamis no ensino de geometria no 6º ano. In D. F. Andrade (Ed.), *Série Educar – Volume 17 – Matemática*. (pp. 119-125). Editora Poisson. <https://doi.org/10.36229/978-65-86127-09-6.CAP.15>
- Charleaux, M., & Souza, A. (2019). Ensinando geometria por meio de atividades investigativas. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 4(2), 89 – 103. <https://doi.org/10.34179/revisem.v4i2.11373>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6.^a ed). Routledge.
- Condessa, I. (2020). O recurso à observação como estratégia de formação inicial docente: notas de campo e outros registos. *Instrumento: Revista de Estudo e Pesquisa. em Educação*, 22(2), 248-261.
- Couto, A., & Jesus, A. (2019). O ensino de geometria espacial por meio do uso de material concreto: reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem. In F. A. M. F. Gonçalves (Org.), *As diversidades de debates na pesquisa em matemática*, 2(1), 1-11. Atena Editora. <https://doi.org/10.22533/at.ed.4721920121>
- Dantas, A., Batista, M., Santos, A., & Holanda, F. (2017). *Matemática recreativa através de materiais manipuláveis*. [Comunicação oral]. IV Congresso Internacional das Licenciaturas COINTER-PDVL, Brasil. <http://doi.org/10.31692/2358-9728.IVCOINTERPDVL.2017.00157>
- Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio. *Diário da República n.º 92/2014, Série I*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Decreto-Lei n.º 54/2018, de 6 de julho. *Diário da República n.º 129/2018, Série I*. Lisboa: Ministro da Educação.
- Delgado, M. (2017). A contextualização curricular no ensino da matemática no 3.º ciclo do ensino básico: relações entre políticas e práticas curriculares. [Tese de Doutoramento, Universidade do Porto]. Repositório Aberto da Universidade do Porto. <https://hdl.handle.net/10216/108100>

Despacho n.º 5908/2017, de 5 de julho. *Diário da República n.º 128/2017, Série II.*

Lisboa: Gabinete do Secretário de Estado da Educação

Galvão, C., & Ponte, J. P., (2018). Reflexão Final. In C. Galvão. & J. P. Ponte (Org.), *Práticas de Formação Inicial de Professores: Participantes e Dinâmicas* (pp. 204-215). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Galvão, C., Ponte, J. P., & Jonis, M. (2018). Os Professores e a sua Formação Inicial. In C. Galvão. & J. P. Ponte (Org.), *Práticas de Formação Inicial de Professores: Participantes e Dinâmicas* (pp. 25-46). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Garcia, D. (2013). *Práticas e intencionalidade educativas no ensino do 1º e 2º ciclo do ensino básico*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti]. Repositório da Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti. <http://hdl.handle.net/20.500.11796/1312>

Gomes, I. (2018). *Rotina e organização do tempo e espaço na educação infantil: possibilidades pedagógicas na pré-escola*. [Trabalho de conclusão de curso de graduação, Universidade Federal da Paraíba]. Repositório Institucional da Universidade Federal da Paraíba. <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/11209>

Gonoring, C. (2020). Ensino e aprendizagem de poliedros com materiais manipulativos. *Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco*, 8(1), 80-91. <https://doi.org/10.36524/saladeaula.v8i1.521>

Ferreira, A., & Silva, R. (2017). Geometria relacionada ao cotidiano. *Revista de Pesquisa Interdisciplinar*. 490-495. <http://dx.doi.org/10.24219/rpi.v2i2.0.375>

Ferri, R. (2010). Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de Matemática. *Educação e Matemática*. 110(5), 19-25.

Fernandes, M. (2014). *Representações matemáticas como meio facilitador da comunicação matemática na resolução de problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação

- de Viana do Castelo]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Viana do Castelo. <http://hdl.handle.net/20.500.11960/1699>
- Fonseca, J. (2013). A Investigação-Ação Como Abordagem ao Currículo: Questões Metodológicas e Éticas. In Sousa, F., Alonso, L., & Roldão, M. C. (Orgs.), *Investigação para um Currículo Relevante* (pp. 73-86). Almedina.
- Fonseca, J., & Leivas, J. (2018, abril). Triângulos: uma experiência utilizando a teoria de Van Hiele. *E-Mosaicos – Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ)*, 7(14), 137-154. <https://doi.org/10.12957/e-mosaicos.2018.29662>
- Freitas, A., & Moreira, M. (2019, outubro). Jogo do Mico Matemático: uma estratégia didática e lúdica para o ensino fundamental. *Thema*, 16(3), 489-500. <http://dx.doi.org/10.15536/thema.V16.2019.489-500.1142>
- Jesus, C., Cyrino, M., & Oliveira, H. (2014). Formação de professores que ensinam matemática: escolha, proposição e implementação de tarefas. In J. Brocardo, A. M. Boavista, C. Delgado, E. Santos, F. Mendes, J. Duarte, M. Baía, & M. Figueiredo (Coord.), *Livro de Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM 2014)* (pp. 295-308). Escola Superior de Educação-Instituto Politécnico de Setúbal.
- Junior, E., Lima, S., Silva, A., & Santos, M. (2020). Sala de aula de estágio supervisionado de Matemática. In D. F. Andrade (Ed.), *Série Educar – Volume 19 – Matemática* (pp 88-96). Editora Poisson. <http://doi.org/10.36229/978-65-86127-05-8.CAP.13>
- Lopes, A., & Scalabrin, T. (2019). Formação do futuro professor de matemática no contexto do estágio: a observação como ação formadora. *Revista Inter Ação*, 44(3), 727-741. <https://doi.org/10.5216/ia.v44i3.55673>
- Lopes, J., & Silva, H. (2020). Planificar o ensino para promover o pensamento crítico. In J. P. Lopes, H. S. Silva, C. Dominguez, & M. M. Nascimento (Coord.),

Educar para o Pensamento Crítico na Sala de Aula - Planificação, Estratégias e Avaliação (23-64). PACTOR.

Lopes, R., Luz, J., Pontes, F., Silva, F., & Araújo, T. (2017, dezembro). *Atividade experimental de geometria: construção de uma ponte para aplicação de congruência de triângulos*. [Comunicação oral]. IV Congresso Internacional das Licenciaturas COINTER-PDVL, Brasil. <https://doi.org/10.31692/2358-9728.IVCOINTERPDVL.2017.00071>

Lorenzato, S. (2009). *O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores*. (2ª ed.). Editora Autores Associados.

Luciano, K. (2018). Geogebra como opção metodológica. *Cadernos do IME – Série Matemática (online)*. (12), 26-38. <https://doi.org/10.12957/cadmat.2018.36645>

Lutz, R., & Leivas, J. (2019). Desafios com palitos: uma proposta lúdica para o ensino de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. *Ciências & Ideias*, 10(1), 101-117. <https://doi.org/10.22047/2176-1477/2019.v10i1.898>

Magalhães, C., & Folque, M. A. (2018). Aprender a Profissão em Cooperação: Progresso de formação docente para a infância. *Educação em Análise*, 3(1), 73-92. <http://hdl.handle.net/10174/24796>

Mainali, B. (2018). Exploring Triangle Similarity Using AngLegs and GeoGebra. *Wisconsin Teacher of Mathematics*, (2) 3-7.

Martins, F. (coord.), Duque, I., Pinho, L., Coelho, A., Vale, V. (2017). *Educação Pré-Escolar e Literacia Estatística: A criança como investigadora*. Psicosoma.

Martins, I. (2015). Formação inicial de professores: Um debate inacabado. In M. Gregório, & S. Ferreira (Org.), *Formação inicial de professores* (pp. 176-190). Conselho Nacional de Educação.

Matsumoto, L. E., & Campos, L. M. L. (2008). Favorecendo a cooperação entre crianças: relato de uma experiência. *Revista Simbio-Logias*, 1(1), 200-213.

- Mestre, C., & Oliveira, H. M. (2012). A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, 21(2), 111-137.
- Ministério da Educação. (2018). *Aprendizagens essenciais. Articulação com o perfil dos alunos 5.º ano. 2.º Ciclo do Ensino Básico - Matemática*. República Portuguesa - Educação.
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. MEC.
- Miranda, J., & Miranda, F. (2019). A utilização de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de geometria espacial na educação básica. In F. A. M. F. Gonçalves (Org.), *Educação Matemática e suas Tecnologias* 1(16), 162-169. Atena Editora. <https://doi.org/10.22533/at.ed.47719240516>
- Mónico, L., Alferes, V., Castro, P., Parreira, P. (2017). A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. *Atas - Investigação Qualitativa em Ciências Sociais*, 3, 724-733.
- Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações*, 24(1), 55-68. <http://dx.doi.org/10.15600/2238-121X/comunicacoes.v24n1p55-68>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. APM. (tradução portuguesa da edição original de 2000).
- Nogueira, I., & Blanco, T. (2017). Reflexão sobre a prática na formação em matemática para contexto pré-escolar. *Eduser*, 9(2), 42-50. <http://dx.doi.org/10.34620/eduser.v9i2.100>
- Nunes, C., & Santana, E. (2017). Resolução de problemas: um caminho para fazer e aprender matemática. *Acta Scientiae*, 9(1), 2-19.
- Oliveira, H., & Carvalho, R. (2014). Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos*

professores de Matemática (pp. 465-487). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 10.13140/RG.2.1.2808.1125

Oliveira, J. (2017). *Interdisciplinaridade como Estratégia de Ensino-Aprendizagem no 1º CEB e em Português e História e Geografia de Portugal no 2º CEB*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti]. Repositório da Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti. <http://hdl.handle.net/20.500.11796/2491>

Oliveira, F., Barroso, M., Ferreira, J., Vieira, M., & Silva, G. (2020). O Tangram como recurso lúdico pedagógico no ensino da matemática: Experiência pedagógica. In D. F. Andrade (Ed.), *Série Educar – Volume 15 – Matemática* (pp 34-37). Editora Poisson. <http://doi.org/10.36229/978-65-86127-00-3.CAP.05>

Pachêco, F., Silva, A., Araújo, J., & Silva, J. (2020). Identificando o conhecimento geométrico de alunos do 6º ano do ensino fundamental sobre triângulos. *REAMEC*, 8(1), 343-359. <http://doi.org/10.26571/reamec.v8i1.9362>

Penteado, D., Pereira, A., & Brandt, C. (2019). Geometria no ensino fundamental: das exigências legais às práticas cotidianas. *RPEM*, 8(16), 48-81. <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.16.48-81>

Pereira, B., Silva, A., Surdi, A. (2019). Educação na era Digital: A compreensão dos alunos sobre a importância das TDICs no processo de ensino-aprendizagem. *Revista Temas em Educação*, 28(3), 215-230. <https://doi.org/10.22478/ufpb.2359-7003.2019v28n3.47791>

Pereira, J., Sousa, C., Bueno, N., & Santos, L. (2018). Pedagogia Fast Food: Estágio Docente e a Formação de Professores. *Teoria e Prática em Administração*, 18(1), 47-74. <http://doi.org/10.21714/2238-104X2018v8i1-36797>

Pereira, S., & Pereira, M. (2016). *O ensino de semelhança de triângulos na opinião de alunos*. [Poster]. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, Brasil.

Perrenoud, P. (1999). *Dix nouvelles compétences pour enseigner: Invitation au voyage*. ESF Éditeur.

- Pires, M. (2015). Investigações matemáticas: aprender matemática com compreensão. *Saber & Educar*, (20), 42-51. <http://dx.doi.org/10.17346/se.vol20.196>
- Ponte, A. (2017). *Os materiais didáticos na aprendizagem de tópicos de Geometria: um estudo com alunos do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. [Tese de Mestrado, Universidade do Minho]. RepositóriUM. <http://hdl.handle.net/1822/57226>
- Ponte, J. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Graó.
- Ponte, J., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-81.
- Ponte, J., & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática no 1.º Ciclo*. Universidade Aberta.
- Ponte, J., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13 (2), 51-74.
- Ponte, J., & Sousa, H. (2010). *Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino Básico*. Associação dos Professores de Matemática. <http://hdl.handle.net/10451/3174>
- Pratas, R., Rato, V., & Martins, F. (2016). Modelação Matemática como prática de sala de aula: o uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição. In Canavarro, A., Brocardo, J., Santos, L. (Eds.), *Atas do EIEM 2016, Encontro de Investigação em Educação Matemática*. 1, 35-48. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Rangel, M., & Coimbra, B. (2012). *Matemática no dia a dia*. Porto Editora.
- Rezende, D. (2017). *Tarefas exploratório-investigativas para o estudo de polígonos no 8º ano do ensino fundamental*. [Tese de Mestrado, Universidade Federal Juiz de Fora]. Repositório Institucional Digital da Produção Científica e

Intelectual da Universidade Federal Juiz de Fora.
<https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/4472>

Roda, S. (2016). *A Promoção do Pensamento Crítico e as Atividades Experimentais nas aulas de Ciências Naturais do 2º CEB*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Santarém. <http://hdl.handle.net/10400.15/1046>

Rodrigues, C., Menezes, L., & Ponte, J. (2018). Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. *Boletim de Educação Matemática*, 32(61), 398-418. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a05>

Roldão, M. (2001). A escola como instância de decisão curricular. In: ALARCÃO, I. (Org.), *Escola reflexiva e supervisão: uma escola em desenvolvimento e aprendizagem* (p. 67-77). Porto Editora.

Rowland, T. (2008). Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (pp. 273-298). Sense. https://doi.org/10.1163/9789087905439_014

Santana, J. (2019). Distinção entre a geometria plana e a geometria espacial através de atividades baseadas em situações do cotidiano do aluno. In G. R. Ferreira, *Educação: Políticas, Estrutura e Organização* 5, 5(20), 311-319. Atena Editora. <https://doi.org/10.22533/at.ed.06419030430>

Santos, J. (2018). *Resoluções de problemas: área de triângulos*. [Trabalho de final de curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí]. Base Institucional Acadêmica do Instituto Federal do Piauí. <http://localhost:8080/handle/prefix/373>

Santos, L. (2015). Representações Matemáticas. In Pires, M. V., Ferriera, R. T., Domingos, A., Martins, C., Martinho, H., Vale, I., Amado, N., Carreira, S., Pimentel, T., & Santos, L. (Eds.), *Atas do EIEM 2015 Investigação em*

- Educação Matemática*. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 3-5.
- Schwartz, S. (2008). Aprendizagem: questão de ritmo?. In M. H. Abrahao (org.), *Professores e alunos: aprendizagens em comunidades de prática educativa* (pp. 1-18). EDIPUCRS.
- Sengik, A., Timm, J., & Stobaus, C. (2019). Estágio docente como prática pedagógica. *ETD-Educação Temática Digital*, 21(4), 979-993. <https://doi.org/10.20396/etd.v21i3.8652391>
- Serrazina, L. & Oliveira, I. (2005). O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. In APM-GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. APM.
- Settimy, T., & Bairral, M. (2019). Visualização em Sala de Aula: Revelando Descobertas de Estudantes do Sexto Ano do Ensino Fundamental. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 12(3), 258-267. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2019v12n3p258-267>
- Silva, B. (2017). *A escola a tempo inteiro – uma perspetiva dos Pais e Encarregado de Educação*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Coimbra]. Repositórios Científicos de Acesso Aberto de Portugal. <http://hdl.handle.net/10400.26/18908>
- Silva, E. (2019). *A Infância e a Educação das Crianças Indígenas Guarani Mbyá*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra]. Repositório Digital da Universidade de Coimbra. <http://hdl.handle.net/10316/87409>
- Silva, J. (2002). *Cooperação entre professores: Realidade(s) e desafios*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Superior de Psicologia Aplicada]. Repositório do Instituto Superior de Psicologia Aplicada. <http://hdl.handle.net/10400.12/935>
- Silva, K., & Silva, V. (2017). Material concreto: uma estratégia pedagógica no ensino e aprendizagem de matemática. *DiversaPrática*, 4(1), 16-41. <https://doi.org/10.14393/DP-v4n1-2017-48683>

- Soares, I. (2014). *O ensino das propriedades de triângulos e paralelogramos enfocando o uso de construções geométricas*. [Tese de Mestrado, Universidade Federal de Alagoas]. Repositório Institucional da Universidade Federal de Alagoas. <http://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/2454>
- Soares, L., Xavier, T., Barbosa, M., Fernandes, R., & Fernandes, M. (2019). As formas geométricas no desenho (animes, mangá): uma proposta pedagógica ao ensino de geometria. In E. C. Silva (Org.), *Ensino Aprendizagem de Matemática*, (pp. 129-140). Atena Editora. <https://doi.org/10.22533/at.ed.45719200812>
- Sousa, J. (2014). *A intervenção educativa no processo de aprendizagem: a agência da criança*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti]. Repositório da Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti. <http://hdl.handle.net/20.500.11796/1366>
- Sousa, M. (2016). *Triângulos e paralelogramos no 2º ciclo: Aprendendo com tecnologia*. [Tese de Mestrado, Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti]. Repositório da Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti. <http://hdl.handle.net/20.500.11796/2401>
- Sousa, M., & Baptista, C. (2011). *Como Fazer Investigação, Dissertações, Teses e Relatórios*. Pactor.
- Sousa, N. (2019). O impacto da redução do número de alunos por turma na prática letiva dos professores. [Tese de Mestrado, Instituto Universitário de Lisboa]. Repositório Institucional do Instituto Universitário de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10071/19219>
- Souza, S., & Medeiros, K. (2019). Duas atividades práticas envolvendo formulação e resolução de problemas geométricos com base em sólidos de Platão. In F. A. M. F. Gonçalves (Org.), *Educação Matemática e suas Tecnologias*, 1(20), 209-218. Atena Editora. <http://doi.org/10.22533/at.ed.47719240520>
- Souza, A., Silva, D., Júnior, E., Almeida, G. & Morais, P (2020). Prática realizada por bolsistas do PIBID: Aplicação de jogo didático e manipulável como recurso de aprendizagem. In D. F. Andrade (Ed.), *Série Educar – Volume 15 –*

Matemática, (pp. 26-33). Editora Poisson. <http://doi.org/10.36229/978-65-86127-00-3.CAP.04>

Tomlinson, C., & McTighe, J. (2010). *Intégrer la différenciation pédagogique et la planification à rebours*. Chenelière Éducation.

Vasconcelos, C., Ramos, F., Nunes, D., & Nascimento, R. (2020). A geometria estimulando o processo de ensino e aprendizagem no ensino médio. In J. E. B. Santos (Org.), *Ensino de Ciências e Educação Matemática 4* (pp.117-126). Atena Editora. <http://doi.org/10.22533/at.ed.13820160612>

Vieira, F., & Moreira, M. (2011). *Supervisão e avaliação do desempenho do docente: Para uma abordagem de orientação transformadora*. Ministério da Educação – Conselho Científico para a Avaliação de Professores. <http://www.ccap.min-edu.pt/pub.htm>

Vidal, F., Duarte, C., Azevedo, A., Carvalho, K., Lacerda, G., & Silva, U. (2019). Trigonometria no ensino médio: uma análise dos problemas que envolvem o seu ensino no IFPB Campus Cajazeiras-PB. In E. C. Silva (Org.), *Ensino Aprendizagem de Matemática*, (pp. 68-80). Atena Editora. <http://doi.org/10.22533/at.ed.4571920087>

Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

5. APÊNDICES

Apêndice 1 – Enunciados das Tarefas da Fase Inicial

3. Na figura está representado o ângulo AOB e um transferidor.

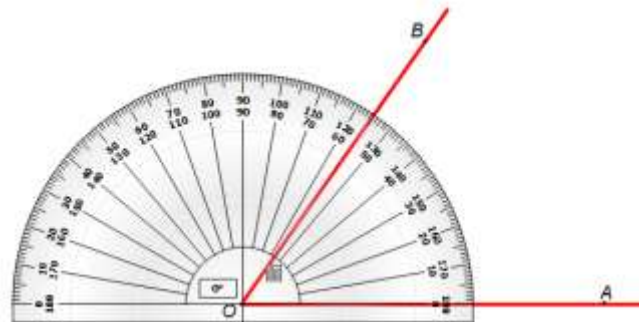
3.1. Observa a figura e indica, em graus, a medida da amplitude do ângulo AOB .

3.2. Determina, em graus, a amplitude:

(*Apresenta os cálculos*).

a) do ângulo suplementar de AOB ;

b) do ângulo complementar de AOB .



3.3. Usando as letras da figura, indica:

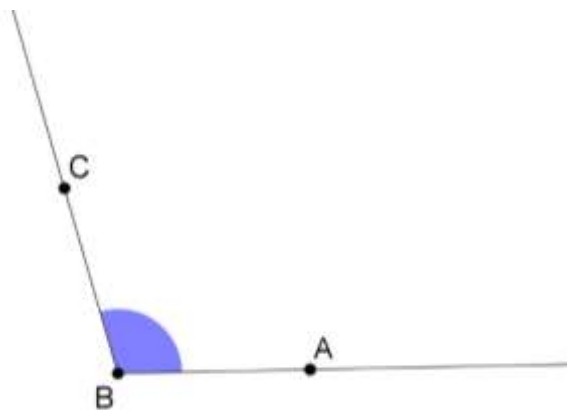
a) um lado do ângulo AOB . _____

b) o vértice do ângulo AOB . _____

11. Considera o ângulo ABC representado na figura 4.

11.1. Utiliza o transferidor e indica a amplitude do ângulo ABC . _____

11.2. Classifica o ângulo ABC . _____




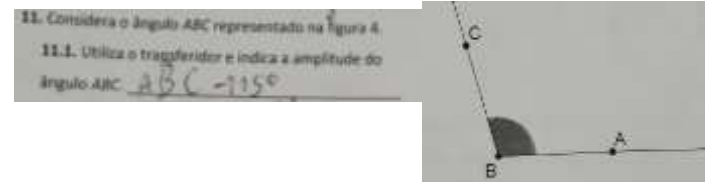
12. Constrói o ângulo MAR , com 35° de amplitude.


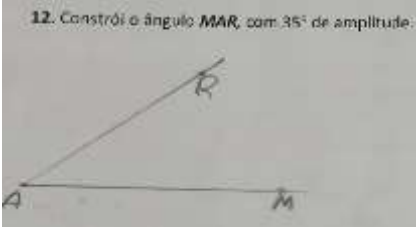
Apêndice 2 – Nível de Conhecimento dos Alunos na Fase Inicial

Quadro 4 – Classificação dos alunos nas tarefas da fase Inicial

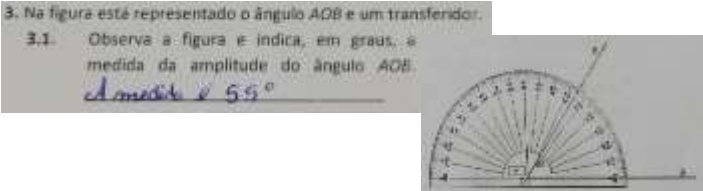
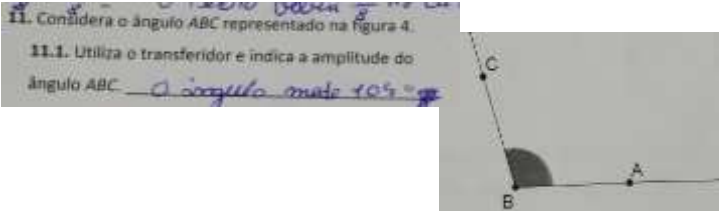
	Alunos	Nível dos Alunos
Grupo	A	2
	B	1

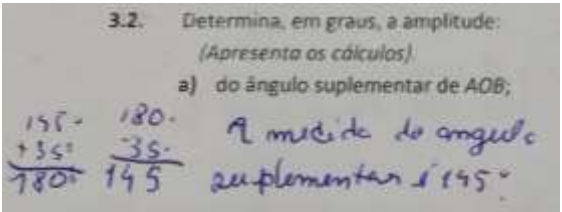
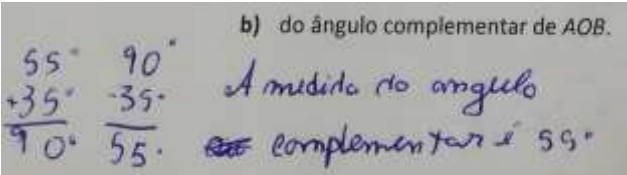
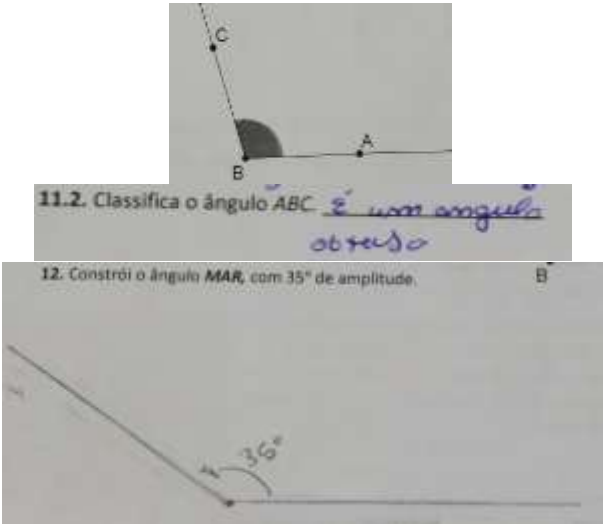
Aluno A

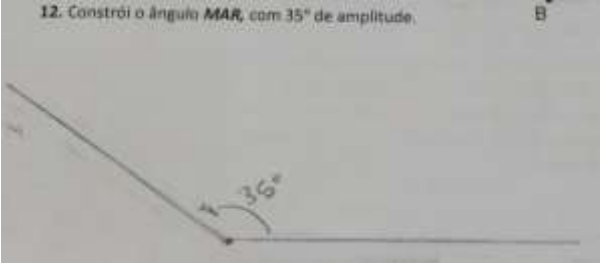
Objetivos		Nível	Evidências	Descrições	
Lê a escala do transferidor corretamente		2	<p>3. Na figura está representado o ângulo AOB e um transferidor.</p> <p>3.1. Observa a figura e indica, em graus, a medida da amplitude do ângulo AOB.</p> <p>55°</p>  <p>11. Considera o ângulo ABC representado na figura 4.</p> <p>11.1. Utiliza o transferidor e indica a amplitude do ângulo ABC. ABC - 75°</p> 	<p>O aluno A identifica os valores da amplitude do primeiro ângulo, mas comete um lapso na amplitude do segundo ângulo, revelando dificuldades da leitura da escala do transferidor.</p>	
Recorre à representação simbólica para indicar:	Ângulo	1	<p>Mediana: 1</p> <p>13. O Sr. João comprou quatro rifas. Ficou com uma e</p> <p>11. Considera o ângulo ABC representado na figura 4.</p> <p>11.1. Utiliza o transferidor e indica a amplitude do ângulo ABC. ABC - 75°</p>	<p>O aluno A usa incorretamente a representação simbólica. Revela compreender que um lado do ângulo é uma semirreta. No entanto, não recorrer à representação simbólica para indicar uma das amplitudes e no segundo caso, utiliza um sinal de subtração para referir a amplitude do ângulo, revelando que não a compreende. Também revela não compreender a diferença entre um ponto e um ângulo.</p>	
	Lado	3			<p>3.3. Usando as letras da figura, indica:</p> <p>a) um lado do ângulo AOB. OA</p>
	Vértice	1			<p>b) o vértice do ângulo AOB. O</p>

Determina a amplitude de um ângulo:	Suplementar	2	Mediana: 2	<p>3.2. Determina, em graus, a amplitude: (Apresenta os cálculos)</p> <p>a) do ângulo suplementar de AOB; 45°</p> <p>$180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ R.: 125°</p>	O aluno A apresenta os cálculos, mas não responde devidamente. Revela dificuldades nas representações verbais.
	Complementar	2		<p>b) do ângulo complementar de AOB; 55°</p> <p>$90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ R.: 35°</p>	
Classifica ângulos		2		 <p>11.2. Classifica o ângulo ABC. <u>Obtuso</u></p>	O aluno A classifica corretamente o ângulo quanto à sua amplitude, mas não explica nem demonstra o entendimento do conceito.
Constrói ângulo, dada uma amplitude		3		<p>12. Constrói o ângulo MAR, com 35° de amplitude:</p> 	O aluno A constrói o ângulo com a amplitude dada e identifica os pontos corretamente.
Nível: 2					

Aluno B

Objetivos		Nível	Evidências	Descrições
Lê a escala do transferidor corretamente		2	<p>3. Na figura está representado o ângulo AOB e um transferidor.</p> <p>3.1. Observa a figura e indica, em graus, a medida da amplitude do ângulo AOB.</p> <p><i>A medida é 55°</i></p>  <p>11. Considera o ângulo ABC representado na figura 4.</p> <p>11.1. Utiliza o transferidor e indica a amplitude do ângulo ABC.</p> <p><i>O ângulo mede 105°</i></p> 	<p>O aluno B identifica os valores da amplitude do primeiro ângulo, mas não é possível afirmar categoricamente que o aluno compreende o modo de fazer a leitura usando um transferidor, dado que na leitura do segundo responde incorretamente.</p>
Recorre à representação simbólica para indicar:	Ângulo	1	<p>3. Na figura está representado o ângulo AOB e um transferidor.</p> <p>3.1. Observa a figura e indica, em graus, a medida da amplitude do ângulo AOB.</p> <p><i>A medida é 55°</i></p> <p>11. Considera o ângulo ABC representado na figura 4.</p> <p>11.1. Utiliza o transferidor e indica a amplitude do ângulo ABC.</p> <p><i>O ângulo mede 105°</i></p>	<p>O aluno B revela compreender a representação simbólica de um ponto. Contudo, não recorre à representação simbólica para indicar as amplitudes dos ângulos, usando apenas representações verbais. Revela não compreender o conceito de lado do ângulo, dado que o representa simbolicamente como uma reta.</p>
	Lado	1		
	Vértice	3	<p>b) o vértice do ângulo AOB. <i>O</i></p>	

Determina a amplitude de um ângulo:	Suplementar	1	Mediana:	1	 <p>3.2. Determina, em graus, a amplitude: (Apresenta os cálculos). a) do ângulo suplementar de AOB;</p> <p>155° = 180° + 35° - 35° ----- 180° 145°</p> <p>A medida do ângulo suplementar é 145°</p>	As representações do aluno B revelam que associa o termo “suplementar” ao valor 180° e o termo “complementar” à amplitude de 90°. No entanto, demonstra não compreender os conceitos e evidencia que não entende o que é um ângulo suplementar ou complementar de outro.
	Complementar	1		 <p>b) do ângulo complementar de AOB.</p> <p>55° 90° + 35° - 35° ----- 90° 55°</p> <p>A medida do ângulo complementar é 55°</p>		
Classifica ângulos		2		 <p>11.2. Classifica o ângulo ABC. <u>é um ângulo obtuso</u></p> <p>12. Constrói o ângulo MAR, com 35° de amplitude.</p>	O aluno B classifica corretamente o ângulo quanto à sua amplitude, mas não explica nem demonstra o entendimento do conceito. Na tarefa 12 revela que não interpreta o ângulo 35° como um ângulo agudo. Por esse motivo, não é possível afirmar categoricamente que o aluno compreende a classificação de ângulos.	

Constrói ângulo, dada uma amplitude	1		As evidências revelam que o aluno B comete vários lapsos: não identifica os pontos M, A e R ao longo da construção; constrói um ângulo obtuso, quando é solicitado um ângulo agudo.
Nível: 1			

Apêndice 3 – Enunciados das Tarefas da Sessão 1 da Fase Interventiva

Guião 1

Questão: O que é necessário para construir um triângulo?

Usem os *anglegs* e expliquem como pensaram (podes usar esquemas, desenhos, cálculos...).

Que peças do “*anglegs*” usaram? Usaram algo mais? O quê ?

Resposta: _____

Guião 2

Questão: Podem usar “*anglegs*” de quaisquer cores para construir um triângulo?

Use os *anglegs* e expliquem como pensaram (podes usar esquemas, desenhos, cálculos...).

Que peças do “*anglegs*” usaram? Usaram algo mais? O quê?

Resposta: _____

Apêndice 4 – Enunciados das Tarefas da Sessão 2 da Fase Interventiva

Guião 3

1- Construam um triângulo à vossa escolha.

Questão: Como podem apresentar o vosso triângulo?

Usem os *angles* e expliquem como pensaram (podes usar esquemas, desenhos, cálculos...).

Atenção: o número de linhas da tabela é aleatório, não está relacionado com o número de características que vão usar para apresentarem o vosso triângulo.

Características do triângulo	Porquê?

Apêndice 5 – Enunciados das Tarefas da Sessão 3 da Fase Interventiva

Guião 4

Questão: Quais os 3 tipos de ângulos internos que um triângulo pode ter?

Usem os *anglegs* e expliquem como pensaram (podes usar esquemas, desenhos, cálculos...).

Ângulos internos			Explica como pensaste
A1	A2	A3	

Guião 5

1. Construam **um triângulo** com os ângulos.
2. Reproduzam **2 triângulos geometricamente iguais a esse**.
3. Sobre uma régua, coloquem os três ângulos do triângulo, de forma adjacente, coincidindo os vértices.
4. O que verificam? Expliquem como pensaram (podem usar desenhos, esquemas, cálculos, etc.)

- 1- Construam **outros 3 triângulos geometricamente iguais**, mas diferentes do anterior.
- 2- Façam o mesmo processo, usando a régua.
5. O que verificam? Expliquem como pensaram (podem usar desenhos, esquemas, cálculos, etc.)

Apêndice 6 – Estratégia da Entrada na Sala de Aula na Sessão 1

Ao soar o toque para a entrada dos alunos na sala de aula, a estagiária abre a porta e explica que os alunos terão de entrar e sentar-se na mesa onde está o papel da cor que lhes é dita individualmente, em voz baixa. Deste modo, a dinâmica gera nos estudantes curiosidade e interesse para o desenvolvimento da atividade, evitando alguma desordem ou agitação na organização dos pares.

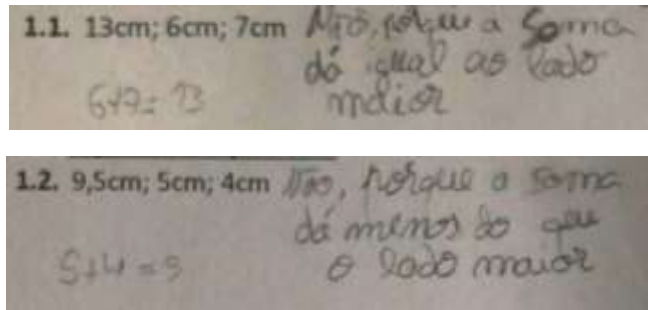
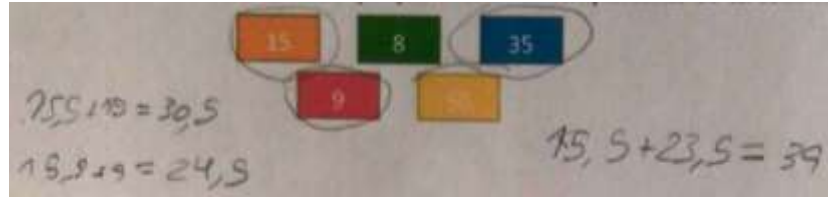
Apêndice 7 – Enunciados das Tarefas da Fase Final

Apêndice 8 – Nível de Conhecimento dos Alunos na Fase Final

Quadro 5 – Classificação dos alunos nas tarefas da Fase Final

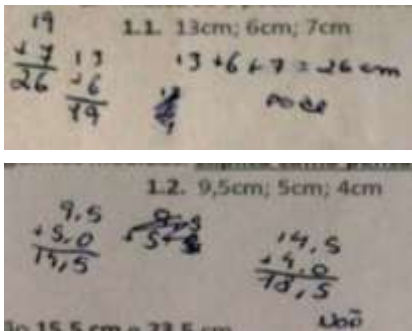
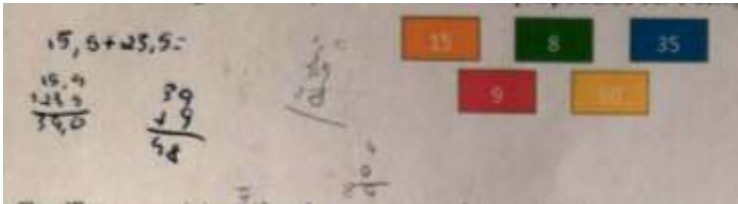
	Alunos	Nível dos Alunos
Grupo	A	3
	B	2

Aluno A

Objetivo	Tarefa	Nível	Evidências	Descrições
Compreender a propriedade “desigualdade triangular”	1	3		O aluno A apresenta sempre os cálculos que representam a adição dos 2 lados menores dos triângulos, demonstrando que compreende o conceito da propriedade “desigualdade triangular”. Contudo, na tarefa 2, não recorre a representações verbais para explicar o motivo de ter selecionado os valores 15, 9 e 35 como comprimentos possíveis para o terceiro lado do triângulo.
	2	2		

<p>Compreende a propriedade “Classificação de triângulos quanto aos ângulos”</p>	<p>3</p>	<p>3</p>		<p>O aluno A classifica corretamente os 4 triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos internos, demonstrando que compreende o conceito destas duas propriedades.</p>
<p>Compreende a propriedade “Classificação de triângulos quanto aos Lados”</p>	<p>3</p>	<p>3</p>		
<p>Compreende a propriedade “Soma dos ângulos internos de um triângulo”</p>	<p>4</p>	<p>2</p>		<p>O aluno A apresenta representações simbólicas (numéricas), organizadamente, para determinar a amplitude dos ângulos desconhecidos, recorrendo ao conceito da propriedade “soma dos ângulos internos do triângulo”. Contudo, continua a não utilizar representações verbais para complementar e explicar os outros processos apresentados.</p>
<p>Nível: 3</p>				

Aluno B

Objetivo	Tarefa	Nível	Evidências	Descrições
Compreender a propriedade “desigualdade triangular”	1	1		<p>Na tarefa 1, o aluno B apresenta cálculos que demonstram que não compreende o conceito da propriedade “desigualdade triangular”, dado que adiciona os três lados de cada triângulo e dessa forma chega a uma conclusão, mas não explica o seu raciocínio, respondendo incorretamente.</p> <p>Na tarefa 2, o aluno faz o mesmo tipo de processo, mas nem chega a responder à questão e revela que não compreendeu a propriedade.</p>
		1		

<p>Compreende a propriedade “Classificação de triângulos quanto aos ângulos”</p>	<p>3</p>	<p>3</p>	<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Mediana</p>	<p>3</p>	<p>O aluno B classifica corretamente os 4 triângulos quanto ao comprimento dos lados e quanto à amplitude dos ângulos internos, demonstrando que compreende o conceito destas duas propriedades.</p>
<p>Compreende a propriedade “Classificação de triângulos quanto aos Lados”</p>	<p>3</p>	<p>3</p>			
<p>Compreende a propriedade “Soma dos ângulos internos de um triângulo”</p>	<p>4</p>	<p>2</p>		<p>O aluno B apresenta representações simbólicas (numéricas), organizadamente, para determinar a amplitude dos ângulos desconhecidos, recorrendo ao conceito da propriedade “soma dos ângulos internos do triângulo”. Contudo, não utilizar representações verbais para complementar e explicar os processos apresentados.</p>	
<p>Nível: 2</p>					

Apêndice 9 – Comboio dos números



Figura 32 – “Comboio dos Números”: Material didático construído pelo grupo de estágio

Apêndice 10 – Tapete Interativo



Figura 33 – Tapete interativo complementado com elementos produzidos pelo grupo de estágio