EDUCAÇÃO

ESCOLA SUPERIOR
POLITÉCNICO SETÚBAL

CATARINA CARÇÃO SILVA

O PAPEL DO CONTEXTO NA APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES: UM ESTUDO COM UMA TURMA DE 3.º ANO

Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico.

ORIENTADOR

Professora Doutora Joana Filipa Oliveira Cabral

Dezembro, 2024

CATARINA CARÇÃO SILVA

O PAPEL DO CONTEXTO NA APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES: UM ESTUDO COM UMA TURMA DE 3.º ANO

Júri

Presidente: Professora Doutora Gina Cláudia Enguiça Marques Pereira de Lemos

Arguente: Professora Doutora Célia Maria Martins Vitorino Mestre

Orientador(a): Professora Doutora Joana Filipa Oliveira Cabral

Dezembro, 2024

AGRADECIMENTOS

Este projeto de investigação é dedicado a todos os que contribuíram para a sua realização, oferecendo-me apoio e inspiração ao longo de todo o percurso.

Primeiramente, quero agradecer à minha família, aos meus irmãos, André e Emanuel, que sempre estiveram ao meu lado. Um agradecimento especial aos meus pais e avós, pela compreensão da distância e pelo apoio constante.

A todos os meus amigos, pelo carinho, incentivo e apoio nos momentos mais difíceis, o meu muito obrigada. Um agradecimento especial à minha amiga Beatriz, pela sua amizade e presença constante.

A todos os meus professores, que ao longo dos anos me orientaram, desafiaram e inspiraram a seguir este caminho. As competências que desenvolvi ao longo do meu percurso foram, sem dúvida, impulsionadas pela minha vontade de aprender, mas também pela enorme capacidade de ensino de muitos profissionais.

À Vânia, que me acompanhou durante o estágio, partilhando as aventuras e os desafios desta jornada. À professora Suzana e à sua incrível turma, que tornaram este projeto possível; agradeço pela sua orientação, disponibilidade e empenho.

Um agradecimento muito especial à minha orientadora, Professora Joana Cabral, pela sua orientação, desde as pequenas dúvidas até às maiores, e pelo apoio nos momentos de maior ansiedade. Agradeço profundamente por, desde o início, ter demonstrado tanto carinho quanto uma grande preocupação com o meu projeto.

Não posso deixar de agradecer à minha prima Valentina, a primeira criança que conquistou o meu coração e me inspirou ainda mais a seguir esta área.

A todos aqueles que, de alguma forma, duvidaram de mim, o meu obrigada. O vosso ceticismo foi uma fonte de motivação para continuar a acreditar em mim mesma.

Por fim, dedico este projeto ao meu avô Silvério, que sempre me apoiou com amor e sabedoria. Acredito que ele, onde quer que esteja, está orgulhoso de mim. O seu exemplo de força e dedicação será sempre uma inspiração na minha vida.

A todos, o meu mais sincero e profundo agradecimento.

RESUMO

O presente projeto de investigação surge no âmbito da unidade curricular de Estágio no 1.º e no 2.º Ciclos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. O estudo foi desenvolvido a partir de uma intervenção realizada com uma turma do 3.º ano de escolaridade e visou compreender de que forma uma abordagem contextualizada pode contribuir para a aprendizagem das frações. A investigação pretende analisar as aprendizagens dos alunos no âmbito das frações, bem como as suas dificuldades e os contributos da abordagem contextualizada neste âmbito.

Este estudo segue uma metodologia qualitativa e enquadra-se numa investigação sobre a prática. As técnicas de recolha de dados incluíram a observação, o inquérito por questionário e a recolha documental. A análise dos dados recolhidos foi realizada por meio de uma análise de conteúdo, tendo em conta a literatura sobre o tema.

Os resultados obtidos indicam que os alunos, ao longo da intervenção, tiveram sucesso na aprendizagem associada às frações, superando dificuldades ao longo do processo. A abordagem contextualizada mostrou-se importante ao conectar a Matemática a situações práticas e do quotidiano dos alunos, tornando os conteúdos mais relevantes e ajudando os alunos a compreender possíveis aplicações das frações no seu dia a dia.

Palavras-Chave: Matemática, Frações, Aprendizagem Contextualizada

ABSTRACT

The present research project arises within the scope of the curricular unit Internship in the 1st and 2nd Cycles of the Master's Degree in Teaching for the 1st Cycle of Basic Education and Mathematics and Natural Sciences for the 2nd Cycle of Basic Education. The study was developed through an intervention conducted with a 3rd grade class and aimed to understand how a contextualized approach can contribute to learning fractions. The research seeks to analyze students' learning regarding fractions, their difficulties and the contributions of the contextualized approach in this context.

This study follows a qualitative methodology and is framed within practice-based research. Data collection techniques included observation, questionnaire surveys, and document collection. The analysis of the collected data was carried out through content analysis, considering the literature on the subject.

The results indicate that the students, throughout the intervention, successfully learned about fractions, overcoming difficulties during the process. The contextualized approach proved to be important by connecting Mathematics to practical and everyday situations, making the content more relevant and helping students understand potential applications of fractions in their daily lives.

Keywords: Mathematics, Fractions, Contextualized Learning

ÍNDICE

INDÍCE DE FIGURAS

INDÍCE DE TABELAS

INTRODUÇÃO

O projeto de investigação descrito no presente relatório foi desenvolvido no contexto da unidade curricular de Estágio no 1.º e no 2.º Ciclos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. A investigação foi desenvolvida com uma turma do 3.º ano de escolaridade, durante o período de estágio.

Neste capítulo, são apresentados os seguintes aspetos: a motivação pessoal, a natureza da investigação, a pertinência e atualidade do tema, os objetivos e questões orientadoras do estudo, bem como a organização e estrutura do relatório.

Ao longo do meu percurso académico, vários foram os momentos em que me questionei sobre a importância do que estava a aprender, particularmente na área da Matemática. Muitas vezes, encontrava-me a resolver exercícios e a memorizar fórmulas sem realmente entender como ou quando poderia aplicar esse conhecimento no meu dia a dia. Esta desconexão entre o que aprendia nas aulas e as aplicações práticas do dia a dia acabava por se tornar frustrante. Apesar do meu interesse pela Matemática, percebi que a falta de contexto tornava o processo de aprendizagem mais difícil e menos envolvente. Perguntava-me frequentemente: "Para que serve isto?".

Diante disso, ao decidir seguir a área da Educação, senti a necessidade de proporcionar aos meus futuros alunos uma experiência diferente da minha, em que pudessem entender a importância do que estavam a aprender. Acredito que o ensino da Matemática, para ser significativo, deve permitir que os alunos compreendam a importância e a utilidade prática dos temas que estão a aprender. Assim, desde cedo, percebi que gostaria de abordar esta questão no meu projeto de investigação, com o objetivo de promover um ensino que enfatizasse o contexto e a aplicabilidade dos temas matemáticos.

Durante o estágio, tive a oportunidade de conversar com a professora cooperante e constatei que a turma enfrentava várias dificuldades em Matemática, particularmente no que diz respeito à aprendizagem das frações. Esta realidade motivou a necessidade de repensar a forma como abordar o tema.

Reconhecer as dificuldades que a turma enfrentava levou-me a refletir sobre a importância de ensinar frações de uma maneira mais significativa e contextualizada.

Compreendi que, ao apresentar este tema de forma contextualizada, poderia, talvez, ajudá-los a superar os obstáculos que estavam a encontrar.

Neste contexto, o estudo adquire pertinência ao focar-se numa aprendizagem contextualizada, fazendo conexões com o quotidiano dos alunos. Autores como Ponte e Quaresma (2012) referem que o contexto desempenha um papel crucial na aprendizagem da Matemática, uma vez que permite conectar o conhecimento matemático com a experiência vivida pelos alunos. Nesta perspetiva, o estudo valoriza as conexões externas, que permitem aplicar o conhecimento matemático à vida real.

Com efeito, a investigação alinha-se com as orientações dos documentos oficiais que estruturam o currículo. As Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico reforçam a relevância das conexões matemáticas como uma competência fundamental a ser desenvolvida pelos alunos. O documento sublinha que "todos os alunos devem desenvolver a capacidade de estabelecer conexões matemáticas, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa" (Canavarro et al., 2021, p.4).

Também o documento curricular do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória reforça orientações comuns a uma aprendizagem contextualizada. Esta abordagem está alinhada com os princípios do documento, em particular com o princípio da Coerência e Flexibilidade, que destaca o envolvimento dos alunos com contextos reais, “trazendo a realidade para o centro das aprendizagens visadas” (p.13). Além disso, o documento reforça que é responsabilidade da escola desenvolver nos alunos uma cultura científica sólida, que lhes permita compreender, tomar decisões e agir sobre as realidades naturais e sociais. Neste sentido, a aprendizagem deve promover saberes e valores essenciais para contribuir para uma sociedade mais justa, “centrada na pessoa, na dignidade humana e na ação sobre o mundo enquanto bem comum a preservar” (p.13).

Nesta perspetiva, o estudo é assim motivado por estas orientações, de ambos os documentos, promovendo oportunidades que proporcionem aos alunos realizar, de forma contextualizada, aprendizagens no âmbito das frações.

No 3.º ano, o estudo das frações torna-se especialmente importante, pois, de acordo com os objetivos das Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), é nesta fase que os alunos aprofundam aprendizagens depois de o tópico ter sido introduzido no 2.º ano de escolaridade. Segundo Quaresma e

Ponte (2011), os alunos encontram, frequentemente, dificuldades na aprendizagem dos números racionais. Conforme Moss e Case (1999, citados por Monteiro & Pinto, 2005), muitos alunos demonstram resistência a este tema, em grande parte devido aos métodos tradicionais de ensino, que enfatizam uma aprendizagem mecânica. Assim, a presente investigação propõe uma abordagem contextualizada, que se afasta dessa perspetiva mais mecânica e descontextualizada, optando por integrar as conexões matemáticas na aprendizagem.

Em linha com esta perspetiva, a investigação tem o objetivo de compreender como uma abordagem contextualizada pode promover o conhecimento matemático de alunos do 3.º ano sobre frações. As questões orientadoras do projeto de investigação são as seguintes:

(i) Que aprendizagens realizaram e mobilizaram os alunos no âmbito das frações durante a intervenção?

(ii) Que dificuldades associadas às frações manifestaram os alunos durante a intervenção?

(iii) Que relevância pode ter tido a aprendizagem contextualizada para a aprendizagem das frações durante a intervenção?

O relatório é composto, além da presente introdução, por cinco capítulos: (i) Fundamentação Teórica, (ii) Metodologia de Investigação, (iii) Intervenção Pedagógica, (iv) Análise e Discussão dos Dados/Resultados e, (v) Considerações Finais. O capítulo Fundamentação Teórica visa apresentar e aprofundar os temas em análise, contribuindo para a sua problematização, sendo feita uma contextualização teórica do presente estudo. O capítulo Metodologia de Investigação descreve as escolhas metodológicas e detalha todas as etapas realizadas durante a investigação, apresentando o objetivo inicial e as questões orientadoras, a fundamentação da metodologia e a sua adequação ao estudo, as técnicas de recolha e análise de dados utilizadas, assim como a sua relevância para o estudo. O capítulo Intervenção Pedagógica apresenta o contexto e os participantes envolvidos na investigação, bem como a intervenção pedagógica proposta. No capítulo Análise e Discussão dos Dados/Resultados são apresentados e analisados os dados recolhidos ao longo da investigação, de acordo com a literatura sobre o tema em causa. Por fim, o capítulo Considerações Finais apresenta uma síntese do estudo, a discussão das questões iniciais, com base nas perspetivas apresentadas na fundamentação teórica, e uma reflexão global sobre o estudo.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo tem como objetivo apresentar e aprofundar os temas em estudo, contribuindo para a sua problematização e contextualização. Este é composto por dois subcapítulos. O primeiro apresentada uma abordagem aos números racionais, com especial enfâse nas frações, tendo em conta a temática do projeto. O segundo foca-se no papel do contexto no processo de ensino-aprendizagem e nas conexões matemáticas, nomeadamente no âmbito dos números racionais, com o objetivo de integrar as duas temáticas centrais da intervenção e, consequentemente, do presente relatório.

1. Números racionais

Conforme descrito por Boavida et al. (2016), o conjunto dos números racionais inclui os números inteiros, $\mathbb{Z}$, e os números fracionários. Este conjunto é representado por $\mathbb{Q}$ e é um subconjunto dos números reais – $\mathbb{R}$ (Boavida et al., 2016). Quaresma e Ponte (2012) assumem que o número racional pode ser representado na forma de: decimal, fração, pictórica e percentagem. O presente subcapítulo foca-se nas frações, tendo em conta que a intervenção na base deste relatório foi realizada no 3.º ano do 1.º CEB em que se destaca a fração como forma de representação dos números racionais.

1.1. Fração

Assim como o de número racional, o conceito de fração é complexo e apresenta diferentes caracterizações conforme os autores. Sequeira et al. (2009) afirmam que as frações são uma das formas de representação dos números racionais e que cada número racional pode ser expresso por várias frações diferentes.

Segundo Sequeira et al. (2009), a palavra fração deriva do latim "*fractus*", que significa uma parte de um todo. Do ponto de vista matemático, uma fração é definida pela razão entre números naturais, representando a divisão de uma quantidade em partes iguais (Sequeira et al., 2009). Desta forma, considera-se que "as fracções podem representar números e relações entre números" (Monteiro & Pinto, 2005, p. 91).

Neste sentido, o conjunto dos números fracionários compreende os números não inteiros que representam partes de uma ou de mais unidades que foram divididas em partes iguais (Boavida, et al., 2016). Os autores entendem como fração uma notação utilizada para indicar o resultado de uma divisão entre duas quantidades. Os mesmos referem que

> Nesta notação há três componentes a considerar: um traço (horizontal ou oblíquo) que simboliza a operação divisão: o traço de fracção; um número escrito acima, ou à esquerda desse traço: o numerador da fracção; um número escrito abaixo, ou à direita desse traço que tem que ser diferente de 0: o denominador da fracção. Tanto o numerador como o denominador são designados por termos da fracção (p.63).

Conforme apresentado por autores como Wu (2002), uma fração é definida como uma expressão matemática na forma $\frac{m}{n}$, com $n \neq 0$. Complementando essa definição, Sequeira et al. (2009) destacam que "qualquer número natural se pode escrever como uma fracção cujo denominador igual a 1" (p. 71), o que significa que números como 7 podem ser representados por $\frac{7}{1}$, onde o denominador 1 indica que a quantidade não está dividida em partes menores.

Além destas características, Monteiro e Pinto (2005) mencionam que as frações podem assumir diferentes significados, contudo, o seu significado é também definido pelo contexto em que a fração aparece (Graça et al., 2023).

1.1.1. Significados das frações

Neste sentido, conforme descrito por Boavida et al. (2016), os significados podem ser categorizados em: relação parte-todo, operador, razão, quociente e medida.

Conforme Boavida et al. (2016), a fração como relação parte-todo descreve a relação entre uma parte de um todo e o próprio todo. O símbolo $\frac{m}{n}$ refere-se a "uma parte fraccionada de uma só unidade" (Monteiro & Pinto, 2005, p.91). Por exemplo, se $\frac{1}{5}$ de uma folha de papel está pintada, o "todo" é referente à folha de papel inteira. Aqui, a fração resulta da comparação entre a parte pintada e a folha inteira, sendo esta a unidade. Neste sentido, o denominador indica o número de vezes em que a unidade foi dividida em partes iguais e o numerador representa o número de partes consideradas (Boavida et al., 2016).

De acordo com Monteiro e Pinto (2005), o significado como operador atua como uma transformação, transformando uma situação ou um estado. Neste contexto, a fração $\frac{m}{n}$ "transforma o cardinal de um conjunto discreto ou, no caso de uma Figura, tem o efeito de redução ou de ampliação" (p.92).

Segundo Boavida et al. (2016), o significado das frações como razão remete para "situações em que se pretende estabelecer uma relação entre duas quantidades que se querem comparar" (p.73). Este significado, conforme descrito por Monteiro e Pinto (2005), pode ser classificado como razão "parte-parte" ou como razão entre valores de duas grandezas diferentes. A razão "parte-parte" refere-se à relação entre duas quantidades de um mesmo todo, enquanto a segunda envolve a comparação entre valores de duas grandezas distintas, resultando numa nova grandeza.

Segundo Monteiro e Pinto (2005), o significado de quociente nas frações refere-se a situações em que a fração representa o quociente entre dois números. O numerador indica a quantidade a ser dividida, enquanto o denominador indica o número de partes da divisão. Quando interpretamos uma fração $\frac{m}{n}$ como um quociente, estamos, na prática, a dividir *m* por *n*.

Hunt et al. (2017) identificam três níveis de raciocínio ao lidar com o significado quociente das frações. Estes níveis refletem o progresso dos alunos na compreensão e na aplicação das frações como quocientes em situações de divisão equitativa. No primeiro nível, os alunos têm dificuldades em relacionar corretamente o número de objetos com o número de partes em que devem ser divididos. No segundo nível, os alunos começam a dividir os objetos em metades ou em partes menores para facilitar a distribuição equitativa. E, por fim, no terceiro nível, os alunos dividem a quantidade de objetos pelo número exato de partes necessárias para cada participante, mostrando uma compreensão mais profunda da divisão equitativa.

Monteiro e Pinto (2005) referem que o significado de medida envolve comparar uma quantidade com outra, considerada como unidade. Neste contexto, é necessário dividir a unidade de medida "numa parte que esteja contida um número inteiro de vezes na quantidade a medir" (p.92), permitindo uma comparação entre as duas grandezas.

1.1.2. Relações entre frações

De maneira a compreender o conceito de fração de forma completa, é importante que os alunos desenvolvam competências em três áreas distintas, conforme argumentado por Mamede (2011): (i) existência de frações equivalentes; (ii) a possibilidade de ordenar frações; (iii) a representação dessas quantidades de diversas formas.

Com efeito, um dos subtópicos descrito nas Aprendizagens Essenciais da Matemática do 3.º ano, relativamente ao tópico das frações, diz respeito à relação entre frações. Neste sentido, os alunos devem "reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte" e "comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas" (Canavarro et al., 2021, p.25).

Boavida et al. (2016) assumem as frações equivalentes como frações que representam o mesmo número racional e podem ser obtidas, multiplicando ou dividindo, o numerador e o denominador pelo mesmo número racional diferente de zero. Segundo Kamii e Clark (1995, citados por Quaresma, 2010), o significado de fração equivalente é atribuído à capacidade de relacionar o mesmo número a "nomes" diferentes.

Para a ordenação e comparação destes números, Quaresma e Ponte (2012) afirmam que "nos números racionais não existe uma relação ordinal óbvia que permita ordená-los de forma simples" (p.44). Neste sentido, de forma a poder comparar e ordenar frações, é necessário que o aluno compreenda que a fração $\frac{m}{n}$, $n \neq 0$, representa um número menor que 1 se $m < n$, um número maior que 1 se $m > n$, e a unidade se $m = n$ (Boavida et al., 2016).

Ainda que este seja um processo complexo, de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB, a comparação de frações é feita de forma faseada, sendo que no 3.º ano os alunos devem apenas comparar e ordenar frações com o mesmo denominador (Canavarro et al., 2021).

Neste sentido, no que diz respeito às frações com denominadores iguais, Quaresma (2010) sugere quatro estratégias para a sua comparação e ordenação: (i) compreender que o tamanho das partes é o mesmo, no entanto, numa das frações são consideradas menos partes; (ii) utilizar números de referência, como $\frac{1}{2}$ ou 1; (iii) usar imagens ou materiais manipuláveis para comparar frações; (iv) ordenar as frações comparando apenas os numeradores.

Segundo Mamede (2011), outro dos aspetos necessários para a compreensão do conceito de fração diz respeito à representação de diferentes formas. De acordo com Quaresma e Ponte (2012) representar um número significa atribuir-lhe uma designação. Monteiro e Pinto (2005) afirmam que os números racionais definem-se por um conjunto denso e com múltiplas representações, mencionadas anteriormente. Goldin (2008, citado por Quaresma & Ponte, 2012) define representação como "uma conFiguração de sinais, caracteres, ícones ou objetos que podem, de alguma forma, designar ou substituir alguma coisa" (p.3). Bruner (1999) classifica as representações em três tipos: ativas, icónicas e simbólicas. As representações ativas surgem através de ações, como experiências da vida real e modelos manipuláveis. As representações icónicas envolvem imagens visuais ou diagramas. Já as representações simbólicas envolvem palavras faladas ou símbolos escritos (Bruner, 1999). Segundo Bruner (1999), o processo de transição entre os diferentes tipos de representações é dinâmico e evolutivo, dependendo do progresso individual de cada aluno. Os alunos devem iniciar este processo com experiências mais concretas (ativas), avançar para as representações pictóricas (icónicas) e, por fim, para as representações mais abstratas (simbólicas). Para além disso, Graça et al. (2023) referem que uso de representações pictóricas "pode contribuir para uma melhor compreensão, por parte dos alunos, dos números racionais e da conversão entre as suas representações" (p.7).

1.2. Aprendizagem dos números racionais

De acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB, o estudo das frações é iniciado no 1.º CEB (Canavarro et al. 2021). Neste sentido, procura-se, desde cedo, promover o desenvolvimento do sentido do número, incluindo nele as frações (Mamede, 2011).

Conforme mencionado anteriormente, o conceito de número racional é complexo e, neste sentido, "muitos alunos têm dificuldades na aprendizagem dos números racionais" (Quaresma & Ponte, 2011, p.57). São vários os autores que descrevem as dificuldades dos alunos na aprendizagem dos números racionais, em particular, das frações. Segundo Gabriel et al. (2013), as frações são utilizadas há séculos em diversas situações do dia a dia e na matemática, mas continuam a ser um desafio para os alunos compreenderem e dominarem.

Uma das principais dificuldades na aprendizagem dos números racionais está relacionada com equivalência de frações. Segundo o estudo de Heitor (2018), os alunos demonstram dificuldades neste conceito, incluindo a incapacidade de identificar frações que representam a mesma quantidade e de compreender a relação entre numerador e denominador. Em muitos dos casos, os alunos não conseguiram visualizar a equivalência de frações em diferentes contextos. Quaresma (2010) também realça que a aprendizagem de frações equivalentes é um processo gradual, ainda assim, continua a ser desafiador, particularmente em tarefas complexas e na aplicação de frações em diferentes contextos.

Num estudo realizado por Cardoso e Mamede (2017), observou-se que um professor preferia respostas de alunos que mostravam a divisão direta dos itens conforme o solicitado, em vez de aceitar frações equivalentes, desconsiderando a importância de trabalhar com frações equivalentes. Neste sentido, segundo Boavida et al. (2016), é importante que o professor ofereça aos alunos atividades para a compreensão do conceito de frações equivalentes. Por exemplo, o professor pode apresentar sequências de frações equivalentes e solicitar que os alunos identifiquem um padrão. Com base neste padrão, poderão perceber que é possível transformar uma fração numa fração equivalente, multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo número (Boavida et al., 2016).

Ponte e Quaresma (2012) afirmam que com a introdução dos números racionais, a contagem deixa de ser a base para a ordenação. Os autores afirmam que, enquanto nos números naturais os alunos podem comparar a "grandeza" de dois números pela correspondência com elementos de dois conjuntos finitos que representam os mesmos números ou pela sequência de contagem, onde o número maior vem depois do menor, nos números racionais, não existe uma maneira clara de ordená-los. Gabriel et al. (2013) referem, no seu estudo, que as dificuldades na aprendizagem das frações podem ser consequência da tendência dos alunos em aplicar, de forma inadequada, as propriedades dos números inteiros aos números racionais. Os autores explicam que existe uma diferença entre estes dois tipos de números. Os números racionais formam um conjunto denso, onde há infinitos números racionais entre quaisquer dois elementos, enquanto os números inteiros formam um conjunto discreto, no qual não existe nenhum número inteiro entre dois números consecutivos. Esta perspetiva, ocorre no estudo realizado por Sousa (2014), onde alguns alunos afirmaram que $\frac{3}{8}$ era maior que $\frac{3}{4}$, apenas porque o número 8 é maior que o 4, fazendo um raciocínio refletido numa analogia, errada, aos números inteiros.

Um estudo de Cardoso e Mamede (2017) mostra que, mesmo quando os alunos respondem corretamente a questões sobre frações com o mesmo denominador, isso não garante que estes tenham compreendido este conceito por completo. Os resultados do estudo evidenciam este comportamento em casos, como, por exemplo, a ordenação de $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, onde os alunos podem responder corretamente dizendo que $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$, baseando-se apenas na comparação entre os números inteiros 1 e 2. “A circunscrição da abordagem à ordenação de frações a tarefas que envolvem frações com o mesmo denominador pode fazer crer ao professor que os alunos compreendem este tema, mesmo que tal não tenha sucedido devidamente” (Cardoso & Mamede, 2017, p.3). Complementar a esta ideia, no estudo de Graça et al. (2023), observa-se que os alunos frequentemente têm dificuldade em lidar com grandezas discretas, pois muitos interpretam a fração como dois números inteiros separados e tendem a considerar que a fração com os menores valores numéricos, tanto no numerador como no denominador, é a menor.

Segundo Monteiro e Pinto (2005), outra das dificuldades presentes na aprendizagem associada às frações, é associada aos “diferentes significados das frações, com a conceção da unidade e com o ensino precoce e descontextualizado dos símbolos e algoritmos” (p.89). Em particular, uma das dificuldades mais recorrentes está diretamente ligada à conceptualização da unidade. Os autores destacam que "no percurso do desenvolvimento do conhecimento matemático, nomeadamente na compreensão das frações, a questão da unidade desempenha um papel fulcral, pois uma fração tem sempre subjacente uma unidade" (p.95).

Neste sentido, Boavida et al. (2016) destacam que é importante que o professor enfatize que qualquer número racional pode ser representado sob a forma de fração. Os autores afirmam que, embora uma fração seja um número, também representa uma relação entre números. Ou seja, “embora se usem números diferentes para representar os numeradores e os denominadores de fracções equivalentes, o que é importante é a relação multiplicativa existente entre estes números” (p.76).

Neste sentido, estas e outras dificuldades na área da matemática, podem motivar os alunos a sentir receio da própria disciplina. A aversão dos alunos à matemática, especialmente em relação aos números racionais, é uma preocupação discutida na educação matemática. Este acontecimento pode ser atribuído a várias razões. Moss e Case (1999, citados por Monteiro & Pinto, 2005) apontam algumas destas razões: (i) nos métodos tradicionais de ensino, há uma forte ênfase à aprendizagem mecânica das frações, fazendo com que os alunos se concentrem mais em seguir regras e procedimentos do que em entender o significado por trás das operações; (ii) o ensino muitas vezes não aproveita as tentativas informais de resolução de problemas pelos alunos, não permitindo que façam conexões entre o que aprendem na escola e as suas experiências do dia-a-dia; (iii) As diferentes representações dos números racionais, como as frações, nem sempre são diferenciadas nos currículos e nas práticas de ensino; (iv) as notações matemáticas dos números racionais são, em muitos dos casos, apresentadas aos alunos como algo que deve ser memorizado, sem uma explicação adequada de seu significado e contexto. De forma a enfrentar essas dificuldades e a reduzir a aversão à matemática, Pinto (2011) sugere que é fundamental valorizar e incorporar as estratégias informais dos alunos no ensino da Matemática. Esta prática permite desenvolver conceitos de forma mais significativa e estabelecer conexões significativas.

Cardoso e Mamede (2017) afirmam que os professores aparentam estar dedicados a mudar as suas práticas de ensino sobre frações, embora considerem o tema complexo. O estudo destes autores sugere que, para realizar estas mudanças, é essencial aprofundar os conhecimentos matemáticos e didáticos sobre os significados e propriedades associados às frações. "Por conseguinte, parece ser urgente disponibilizar ao professor apoio no desenvolvimento da sua prática docente" (Cardoso & Mamede, 2017, p.4).

Além disso, Cardoso e Mamede (2017), sublinham que, para que essas mudanças sejam efetivas, é crucial que os professores tenham a oportunidade de refletir sobre as suas práticas. A reflexão colaborativa, em conjunto com o apoio pedagógico contínuo, pode contribuir significativamente para uma mudança no ensino das frações. O estudo dos autores sugere ainda que os professores devem não apenas compreender as frações nas suas diferentes representações, mas também ter acesso a metodologias que favoreçam uma compreensão mais integrada e significativa do conceito. O apoio aos professores deve incluir tanto a formação teórica como a prática colaborativa, permitindo-lhes familiarizar-se com novas abordagens pedagógicas e incorporar essas estratégias nas suas aulas de forma significativa (Cardoso & Mamede, 2017).

A investigação de Monteiro e Pinto (2005) destaca que o desenvolvimento do sentido do número racional pode ser promovido a partir de contextos de partilha equitativa e da utilização de estratégias informais dos alunos. Através do *Projeto Desenvolvimento do Sentido do Número* (2003-2007), os autores observaram que a utilização de materiais manipulativos e representações visuais, como diagramas e esquemas criados pelos alunos, facilita a compreensão das frações e das suas propriedades. Estes recursos não apenas apoiam o desenvolvimento da compreensão matemática, mas também contribuem para a reflexão crítica por parte dos professores sobre as suas práticas anteriores. Portanto, é essencial que o apoio ao professor inclua a disponibilização de materiais e formação que permitam implementar estratégias pedagógicas eficazes, como o uso de contextos significativos e a matematização progressiva, de modo a melhorar a aprendizagem dos alunos (Monteiro & Pinto, 2005).

2. Aprendizagem contextualizada da matemática

Esta secção é iniciada com uma abordagem ao papel do contexto no ensino-aprendizagem da Matemática. Seguidamente, será apresentada um enquadramento sobre as conexões matemáticas, explorando as suas diversas dimensões e destacando a sua importância no processo de aprendizagem da Matemática, com ênfase nas conexões externas.

2.1. O papel do contexto no ensino-aprendizagem da matemática

Para Morgado et al. (2011) "um dos problemas que continua a afetar as escolas e, em particular, o trabalho dos professores é a dissonância que existe entre aquilo que se ensina, ou pretende ensinar, e aquilo que, de facto, os alunos aprendem durante o seu percurso de escolarização" (p.1). Entre os vários fatores que contribuem para superar esta dificuldade, os autores consideram a contextualização do currículo, implementado nas escolas, como um fator importante.

De acordo com Morgado et al. (2011) a educação passa por uma "mudança paradigmática" (p.2) impulsionada pelas transformações sociais contemporâneas. Estas mudanças exigem que os alunos desenvolvam competências e capacidades que favoreçam a aprendizagem contínua, tornando-os aptos a lidar com os contextos em constante mudança. Neste sentido, o sistema educativo deve responder a estas exigências e adaptar-se, permitindo que cada aluno se aproprie do conhecimento de forma a desenvolver uma aprendizagem significativa ao longo da vida (Morgado et al., 2011).

Conforme afirmam Morgado et al. (2011), a contextualização é especialmente importante para combater as desigualdades, uma vez que aproxima o conteúdo curricular das experiências de vida dos alunos, permitindo-lhes ver utilidade no que aprendem. Segundo Meirieu (2006, citado por Morgado et al., 2011), uma educação inclusiva e de qualidade oferece oportunidades que não estariam acessíveis sem o reconhecimento das especificidades sociais e culturais.

Festas (2015) sugere que, em vez de uma aprendizagem descontextualizada, é essencial promover um ensino que esteja ligado ao contexto local, ao quotidiano e às experiências dos alunos. Para Leite et al. (2011) esta abordagem é considerada essencial para a forma como os conteúdos são tratados e as atividades escolares são organizadas. Ao ajudar os alunos a conectarem os conteúdos e tarefas educativas com os seus conhecimentos prévios e com as suas experiências do dia a dia, a contextualização curricular promove uma ligação entre a teoria e a prática, criando condições para que os alunos encontrem sentido e utilidade naquilo que aprendem na escola. Além disso, para Morgado et al. (2011), em vez de promover "procedimentos que privilegiam a acumulação e a reprodução de conhecimentos" (p.2), é necessário que os alunos desenvolvam uma aprendizagem ativa e contextualizada, que se conecte com as suas vivências e necessidades específicas.

Festas (2015) argumenta que a escola deve incentivar a aprendizagem através da observação e da participação, colocando o aluno no centro da descoberta e construção do seu próprio conhecimento. Jonassen (1999, citado por Festas, 1999) salienta que abordagens como a aprendizagem baseada em problemas, casos, projetos ou questões têm tido uma influência significativa em diversas áreas de formação. Este tipo de currículo incentiva os alunos a analisarem problemas e casos reais, estruturando a sua aprendizagem em torno desta análise. Não se trata de resolver problemas como uma aplicação do que foi ensinado anteriormente, mas sim de construir o conhecimento por meio da própria procura de respostas. Desta forma, para a autora, esta abordagem é centrada no aluno e evita uma metodologia diretiva.

Para Morgado et al. (2011), a contextualização do currículo envolve utilizar métodos que conectem o conteúdo escolar com o quotidiano e o local onde os alunos estão inseridos. Neste sentido, práticas como atividades experimentais, utilização de materiais autênticos, como objetos do quotidiano, projetos de intervenção com recurso a conhecimentos disciplinares, recuperação /exploração dos saberes tradicionais e inclusão do local/cidade dos alunos desempenham papéis cruciais na implementação deste objetivo.

Festas (2015) discute a relevância de adaptar práticas pedagógicas ao conhecimento gerado por teorias cognitivistas, que enfatizam a importância de estratégias e métodos educativos baseados em evidências e avaliações. No âmbito da aprendizagem contextualizada, que sugere que os alunos construam o seu próprio conhecimento, Jonassen e Land (2000, citados por Festas, 2015), defendem que os métodos centrados no aluno, e não diretivos, promovem essa construção do saber. Nesse contexto, o aluno é o protagonista da aprendizagem, utilizando a resolução de problemas como ferramenta para desenvolver competências complexas sem a necessidade de instruções formais diretas.

Especificamente no âmbito da Matemática, para Ponte e Quaresma (2012), a importância do contexto reside na capacidade de conectar o conhecimento matemático com a experiência vivida pelos alunos. Nesta perspetiva, a utilização de contextos apropriados nas tarefas matemáticas pode ajudar a reduzir a artificialidade frequentemente associada aos problemas matemáticos tradicionais. Ponte e Quaresma (2012) argumentam que os problemas matemáticos que se baseiam em situações reais ou semirreais podem aumentar o interesse dos alunos e promover uma aprendizagem mais significativa. Os autores realçam que quando os alunos se deparam com problemas que se assemelham a situações reais, estes tendem a mostrar mais interesse e a aplicar estratégias matemáticas de maneira mais eficaz.

Ponte e Quaresma (2012) realçam que, no processo de ensino-aprendizagem, é crucial não apenas identificar o ponto de partida e focar o trabalho em contextos matemáticos ou não matemáticos, mas também analisar a relação entre estes âmbitos e o papel que desempenham na aprendizagem matemática. A abordagem da educação matemática realística, proposta por Hans Freudenthal (1973) e descrita por Ponte e Quaresma (2012), reforça esta ideia ao sublinhar a importância das conexões matemáticas externas. Segundo esta abordagem, as situações de aprendizagem devem estar inseridas na realidade dos alunos, garantindo que os contextos dos problemas apresentados desempenhem um papel central na compreensão matemática. A relevância do contexto nas tarefas matemáticas, enfatizada por Freudenthal, ganhou ainda mais destaque com o projeto internacional PISA (Instituto de Avaliação Educativa [IAE], 2024).

O projeto internacional PISA avalia a forma como os alunos aplicam as competências que têm a Matemática e a outras áreas na resolução de problemas baseados em contextos reais. Ponte e Quaresma (2012) distinguem a abordagem do PISA daquela mais convencional. Para os autores, enquanto o PISA enfatiza a aplicação dos conceitos matemáticos em contextos reais, a abordagem convencional ensina os conceitos matemáticos de forma isolada, sem conexão com situações reais. Como consequência, Ponte e Quaresma (2012) relatam que

> o PISA indica que fora da escola, as situações da vida real em que o conhecimento matemático pode ser útil não se apresentam habitualmente já bem formulados para serem resolvidos matematicamente. O indivíduo precisa de traduzir a situação ou problema de uma forma que evidencie a relevância e a utilidade da Matemática (p.204).

Desta forma, defende-se, mais uma vez, que os alunos devem reconhecer o valor da Matemática na resolução de situações e problemas do quotidiano (Ponte & Quaresma, 2012).

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico, esta ideia é reforçada ao destacar a resolução de problemas como uma competência, tal como referido anteriormente, enfatizando que vários desses problemas devem ser baseados em situações reais: "a capacidade de raciocinar matematicamente e interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável" (Canavarro et al., 2021, p.2).

Com efeito, “mais do que motivação, o contexto deve ser sobretudo um suporte para a aprendizagem da Matemática. Mas a motivação não deixa de ser importante, uma vez que o aluno aprende essencialmente em função do seu interesse em aprender” (Ponte & Quaresma, 2012, p.215). Além do contexto, a conexão entre a matemática e outras áreas deve também ser uma abordagem comum na sala de sala para explorar as conexões matemáticas. Nesta perspetiva, “A Matemática é única, mas não é a única” (Canavarro et al., 2021, p.2) é um princípio essencial que as Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico defendem, em que se propõe uma visão da Matemática inserida numa educação global e integral do indivíduo. A Matemática, juntamente com outras áreas curriculares, contribui para o desenvolvimento das competências transversais estabelecidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Canavarro et al., 2021). Neste sentido, as Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico destacam a importância de utilizar tarefas matemáticas diversificadas no processo de ensino-aprendizagem, enfatizando a conexão com outras áreas do conhecimento ou com a realidade. Isto permite usar “a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas” (p.6).

Henriques e Nobre (2019), destacam um estudo com alunos do 3.º ano, utilizando tarefas matemáticas em contextos não formais e explorando o património local, natural e histórico/arquitetónico. Os resultados deste estudo indicam que os contextos não formais enriquecem a aprendizagem, promovendo uma compreensão mais profunda e duradoura dos conteúdos e ajudando os alunos a reconhecer e valorizar as conexões entre a matemática e o património local. Além disso, o estudo evidencia como a contextualização e a integração do contexto real potencializam a compreensão e aplicação da matemática. O estudo de Henriques e Nobre (2019) evidencia que o uso de contextos reais não só facilita a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos, mas também torna a aprendizagem mais significativa e relevante.

2.2. Conexões matemáticas

Conforme afirmado por Canavarro (2017), o conceito "conexão" ganhou destaque em 2000, quando o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) o incluiu como um processo fundamental para a aprendizagem da matemática. A autora destaca duas ideias transversais associadas às conexões matemáticas.

A primeira ideia realça a intencionalidade das conexões. Canavarro (2017) afirma que o principal propósito das conexões não se destaca apenas "com proporcionar o conhecimento de relações mais ou menos engraçadas, mais ou menos insuspeitadas, entre diferentes domínios da Matemática ou para além dela", mas sim que "ampliem a compreensão das ideias e dos conceitos que nelas estão envolvidos e, consequentemente, permitam aos alunos dar sentido à Matemática e entender esta disciplina como coerente, articulada e poderosa" (p.38). Nesta linha de pensamento, Cascalho et al. (2013) afirmam que o estabelecimento de conexões é importante para uma aprendizagem que favoreça a compreensão e para o desenvolvimento do gosto pela matemática e a capacidade de apreciá-la.

De acordo com Canavarro (2017) a segunda ideia transversal destaca a diversidade das conexões. O autor considera que existem conexões dentro da própria Matemática, "quer entre conteúdos de domínios distintos como, por exemplo, a Aritmética e a Geometria, quer entre conceitos e procedimentos, como por exemplo entre o conceito de área e o(s) procedimento(s) adotado(s) para determinar o seu valor" (p.38). E para além desta, como com outras disciplinas ou domínios do saber e o quotidiano.

Segundo Boavida et al. (2008), as conexões matemáticas visam, por um lado, "a criação e exploração de situações em que os alunos trabalhem a Matemática ligada a problemas da vida real (…) e a outras áreas curriculares" (p.38) e, por outro, "o destaque da relação entre tópicos ou temas matemáticos diferentes" (p.38).

Com efeito, nos documentos curriculares portugueses, as conexões matemáticas são apresentadas e valorizadas, destacando-se como elementos importantes para a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos. A Matemática, em conjunto com outras áreas curriculares, desempenha um papel crucial no desenvolvimento das competências transversais definidas no documento curricular do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017). De acordo com o documento, a escola deve "adaptar-se a novos contextos e novas estruturas, mobilizando as competências, mas também estando preparado para atualizar conhecimento e desempenhar novas funções (p.13). É na escola, "enquanto ambiente propício à aprendizagem e ao desenvolvimento de competências, onde os alunos adquirem as múltiplas literacias que precisam de mobilizar, tem que se ir reconFigurando para responder às exigências destes tempos de imprevisibilidade e de mudanças aceleradas" (p.7). Neste sentido, o saber está no centro do processo educativo, e é responsabilidade da escola promover uma cultura científica sólida. As aprendizagens devem ser intencionalmente orientadas para o desenvolvimento contínuo das capacidades dos alunos, preparando-os para uma formação ao longo da vida. A integração de diferentes áreas do saber e a abordagem de conteúdos relacionados com situações e problemas do quotidiano são fundamentais para desenvolver uma compreensão coerente e integrada, essencial para enfrentar os desafios contemporâneos (Martins et al., 2017).

As conexões matemáticas surgem nas Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico como uma capacidade matemática a ser desenvolvida, tal como a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, as representações matemáticas e o pensamento computacional. Dada a sua relevância, esta capacidade, bem como as outras, são destacadas como objetivos de aprendizagem e são incluídas em todos os anos escolares (Canavarro et al., 2021).

Refletindo a ideia de que as conexões matemáticas desempenham um papel central na aprendizagem da Matemática, é fundamental que estas sejam integradas de forma intencional e contínua na aprendizagem (Canavarro, 2017). Neste sentido, conforme descrito pela autora, a investigação em educação matemática sobre a aprendizagem de conexões mostra que as conexões matemáticas exigem uma abordagem sistemática por parte dos professores, sendo mais eficazes quando as conexões são incorporadas nas práticas diárias de ensino da Matemática.

Um exemplo desta abordagem diz respeito à introdução gradual dos números racionais ao longo da escolaridade, começando no 2.º ano do 1.º CEB e dando continuidade ao tópico nos anos e ciclos seguintes. As Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB destacam a importância de introduzir as diferentes representações dos números racionais de forma progressiva. Conforme estabelecido, "as diferentes representações dos números racionais não negativos são introduzidas de forma faseada, iniciando-se o trabalho com frações no 2.º ano e com decimais no 4.º (…)" (Canavarro et al., 2021, p.10). Neste contexto, Cascalho et al. (2013), destacam que é importante estabelecer conexões entre os diferentes anos e ciclos de ensino, tanto entre o pré-escolar e o 1.º ciclo, como entre os níveis seguintes. Os autores reforçam que a integração dos conteúdos é fundamental para o desenvolvimento contínuo dos conhecimentos, capacidades e competências dos alunos.

As conexões matemáticas podem ser categorizadas em diferentes formas, sendo que as Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico propõem a seguinte classificação: conexões entre ideias matemáticas – conexões internas – e, conexões entre a matemática e outras áreas ou contextos além da própria disciplina – conexões externas.

Segundo Vale e Pimentel (2010), nas conexões internas é importante destacar o reconhecimento e a utilização das relações entre as diferentes áreas da matemática, como número, álgebra, dados e probabilidades e geometria e medida. Desta forma, os autores sustentam que é possível mudar a ideia de que a matemática é apenas um conjunto de regras e procedimentos isolados. Vale e Pimental (2010) assumem que a apreciação da matemática só é possível quando esta é vista como um sistema coeso, onde os conteúdos e processos estão interligados. Para os autores, as novas aprendizagens feitas pelos alunos devem servir como um aprofundamento ou uma abordagem diferente das anteriores, mantendo uma continuidade na compreensão do conhecimento matemático.

Em concordância com esta perspetiva, as Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico também destacam a importância das conexões internas, destacando que estas enriquecem a compreensão dos conceitos e ideias matemáticos envolvidos, além de estabelecerem relações entre os diferentes temas da Matemática (Canavarro et al., 2021). Os autores defendem que

> é importante que os alunos trabalhem de forma intencionalmente explícita com conhecimentos de diferentes temas na abordagem de uma mesma situação/tarefa, mobilizando conexões internas da Matemática. Só assim o aluno pode desenvolver uma visão coerente e integrada, não compartimentada, desta área do saber, o que releva para a qualidade das aprendizagens e está em relação com a abordagem em espiral (p.6).

Neste sentido, os alunos devem: “reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada” (Canavarro et al., 2021, p.20).

Os números racionais estão interligados com diversos tópicos da Matemática, incluindo conceitos de medida. As Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB sugerem como uma das estratégias de ensino para os professores: "orientar a observação das relações entre o metro, o centímetro e o milímetro, utilizando uma fita métrica, e expressar essas relações através de frações com denominador 10, 100 ou 1000"

(Canavarro et al., 2021, p.35). Esta abordagem permite estabelecer uma conexão entre os números racionais, em particular, as frações e o comprimento e entre os números e a geometria. Da mesma forma, o documento curricular sugere que as relações entre o quilograma e o grama sejam exploradas expressando-se através de frações.

Já as conexões externas são identificadas, conforme Boavida et al. (2008), como: conexões da Matemática com a realidade, onde a relação com o mundo real contribui para a relevância da Matemática na sociedade, além de sua utilidade para compreender a realidade; conexões da Matemática com outras áreas do saber, onde os conceitos ou procedimentos devem ser analisados considerando as particularidades de cada área envolvida.

As Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB apresentam várias estratégias de ensino que os professores podem implementar para abordar os números racionais, estabelecendo conexões com situações reais, como a promoção da resolução de problemas relacionados com contextos familiares, exemplificada por: "Quatro amigos fizeram um piquenique e levaram para o lanche três pizas para partilharem igualmente. Que parte comeu cada um?" (Canavarro et al., 2021, pp. 24-25). Esta e outras estratégias permitem que os conhecimentos matemáticos sejam utilizados em várias áreas além da matemática (Canavarro et al., 2021). Neste contexto, o estudo de Ponte e Quaresma (2012) reforça a importância da contextualização na aprendizagem dos números racionais, indicando que a inclusão de situações do dia a dia pode facilitar a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos, utilizando o contexto como "um suporte para a aprendizagem da Matemática" (Ponte e Quaresma, 2012, p. 19).

As conexões externas, que abrangem tanto as Artes, as Ciências, as Humanidades, como outras situações da vida real, permitem que os conhecimentos matemáticos sejam aplicados para compreender, modelar e interagir com várias disciplinas e contextos (Canavarro et al., 2021). Assim, espera-se que os alunos do 3.º ano sejam bem-sucedidos em "aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" e "identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade" (Canavarro et al., 2021, p.20).

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as opções metodológicas associadas à presente investigação. Neste sentido, o capítulo inclui a caracterização dos métodos de investigação utilizados no estudo, bem como a sua pertinência; as técnicas e instrumentos de recolha de dados utilizados; as técnicas de análise de dados; e, por fim, uma breve exposição referente à ética na investigação utilizada com crianças.

1. Objetivo e questões de investigação

A presente investigação surgiu no meu interesse em dar sentido à aprendizagem matemática. Neste sentido, o objetivo de estudo definiu-se por compreender como uma abordagem contextualizada pode promover o conhecimento matemático de alunos do 3.º ano sobre frações. Partindo deste objetivo, o estudo foi orientado pelas seguintes questões de investigação: (i) Que aprendizagens realizaram e mobilizaram os alunos no âmbito das frações durante a intervenção? Que dificuldades associadas às frações manifestaram os alunos durante a intervenção? (iii) Que relevância pode ter tido a aprendizagem contextualizada para a aprendizagem das frações durante a intervenção?

2. Opções metodológicas

A investigação em educação articula duas vertentes: as diferentes abordagens teórico-metodológicas utilizadas no estudo e o conjunto de características dos investigadores (Alves & Azevedo, 2010). Beillerot (2001, citado por Ponte, 2002) refere que uma investigação deve atender a três condições: (i) produzir conhecimentos novos – se um estudo se restringe a reproduzir o que já existe sem trazer algo de novo, não pode ser considerado uma investigação; (ii) ter uma metodologia rigorosa – uma investigação deve envolver rigor, realizando um trabalho de forma metodológica, de maneira que a investigação possa ser desenvolvida por outros; (iii) ser pública – uma investigação deve ser apreciada e avaliada, de forma a ser potencialmente incorporada ao conhecimento do grupo de referência e pela própria comunidade.

Esta investigação enquadra-se numa metodologia qualitativa, uma vez que se foca na análise das ações e produções dos indivíduos dentro dos seus próprios contextos, utilizando métodos de recolha de dados apropriados às circunstâncias em que estas ações ocorrem (Gonçalves et al., 2021). Em particular, em contexto escolar, analisando dados realizados pelos próprios intervenientes, neste caso, os alunos.

Este estudo adota uma abordagem qualitativa, conforme definido por Bogdan e Biklen (1994), que destacam cinco características desta abordagem. (i) "Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal" (p. 47). Neste estudo, esta característica foi implementada ao utilizar a observação direta em sala de aula como método principal na recolha de dados, permitindo captar as interações dos alunos e a sua aprendizagem dos conceitos matemáticos, em contexto de sala de aula. (ii) "A investigação qualitativa é descritiva" (p. 48). A presente investigação centra-se em descrever e detalhar os dados recolhidos. (iii) "Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (p. 49). Durante o estudo, não foram apenas analisados os dados recolhidos pelos alunos, mas todo o processo de aprendizagem. (iv) "Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva" (p. 50). À medida que os dados foram recolhidos e agrupados, foi sendo feita uma análise indutiva. (v) "O significado é de importância vital na abordagem qualitativa" (p. 50). As opiniões e experiências dos alunos desempenharam um papel central em todas as etapas do presente estudo, assegurando que as suas perspetivas fossem sempre valorizadas.

Ainda nesta ordem de ideias e tendo em conta o referido por Alves e Azevedo (2010), considero que o estudo em questão segue uma perspetiva interpretativa, abrangendo várias dimensões: (i) dimensão ontológica; (ii) dimensão antropológica; (iii) e, dimensão epistemológica.

A dimensão ontológica é caracterizada por uma realidade subjetiva e sempre em evolução, dependendo do momento e do contexto em que é analisada (Alves & Azevedo, 2010). Neste sentido, a presente investigação adotou uma perspetiva ontológica, reconhecendo, ao longo da intervenção, que a compreensão das frações pelos alunos poderia variar conforme as suas experiências e capacidades individuais. Além disso, o modo como os alunos assimilaram certos tópicos mudou à medida que foram expostos a novos conceitos, métodos de ensino e experiências.

A dimensão antropológica é marcada por uma realidade onde o próprio investigador está inserido e na qual vai construindo essa realidade por meio dos significados que atribui ao que observa (Alves & Azevedo, 2010). Desta forma, a presente investigação, que visa compreender como uma abordagem baseada em conexões matemáticas contribui para a aprendizagem dos alunos, refletiu uma dimensão antropológica. Enquanto investigadora, estive diretamente inserida no contexto escolar, observando e interagindo com os alunos ao longo do processo de aprendizagem.

A dimensão epistemológica envolve uma realidade em que, ao interpretar o contexto em estudo, o conhecimento sobre o objetivo da investigação é construído simultaneamente com o autoconhecimento do investigador (Alves e Azevedo, 2010). O estudo refletiu uma dimensão epistemológica, uma vez que, à medida que os objetivos definidos foram sendo trabalhados, fui aprofundando o meu conhecimento sobre as metodologias pedagógicas e sobre o meu próprio desenvolvimento, enquanto investigadora. Este processo de aprendizagem dupla é central numa dimensão epistemológica.

Adicionalmente, considera-se o estudo em questão uma investigação sobre a prática, pois o mesmo inclui diversos aspetos comuns a este tipo de abordagem. Para Ponte (2002), "a investigação sobre a sua prática é, por consequência, um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente" (p.3). Para o mesmo autor, a investigação sobre a prática incide em dois objetivos:

> Por um lado, pode visar principalmente alterar algum aspecto da prática, uma vez estabelecida a necessidade dessa mudança e, por outro lado, pode procurar compreender a natureza dos problemas que afectam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de acção" (pp.3-4).

Neste sentido, a investigação é desenvolvida sobre a própria prática, perspetivando-se numa reflexão contínua sobre a prática trabalhada e sobre as mudanças que vão decorrendo com a reflexão. A investigação procura entender a natureza dos problemas que afetam a prática do contexto, com o objetivo de definir uma estratégia de ação. O presente estudo caracteriza-se por uma análise rigorosa e indutiva dos dados recolhidos, de forma compreender os processos e as experiências envolvidas.

Ponte (2002) refere que a formulação tanto da questão problema, como das questões orientadoras ao estudo é crucial numa investigação sobre a prática. As questões devem ser formuladas de maneira a resolver um problema ou a compreender uma situação, em vez de ser conduzida apenas para realizar uma investigação sem um propósito. Neste sentido, as questões formuladas ao longo da investigação tem o propósito de compreender situações especificas sobre o estudo, em particular, as aprendizagens realizadas pelos alunos, as dificuldades que os mesmos se deparam ao longo da intervenção e a relevância da abordagem realizada. As questões podem e devem evoluir com o próprio desenvolvimento da investigação, mas é importante que essa variação vá dando sentido ao propósito inicial. Ainda nesta linha de pensamento, a investigação sobre a prática possui características distintas: o forte vínculo com os problemas da prática profissional e a dimensão colaborativa (Ponte, 2002). Esta última característica é evidenciada na presente investigação, visto que, durante a intervenção, intervieram "diversos atores que se organizam numa lógica de trabalho de equipa" (p.14).

3. Técnicas de recolha de dados utilizadas e a sua adequação ao estudo

De acordo com Ponte (2002), toda a investigação envolve quatro momentos principais, em particular, a recolha de dados, permitindo responder ao problema em estudo. O autor refere que os dados a recolher podem ser de natureza quantitativa ou qualitativa, dependendo do problema do estudo. Neste sentido, Ponte (2002) refere que

> Em qualquer dos casos, com dados quantitativos ou qualitativos, o mais importante não é recolher muitos dados, mas recolher dados adequados ao fim que se tem em vista e que sejam merecedores de confiança. Para isso, é fundamental desenvolver um plano global do trabalho a realizar, prevendo o que se vai fazer, quando e como. É também importante que os dados sejam recolhidos, sempre da mesma forma, com procedimentos claros e bem definidos, de modo a possibilitar a sua posterior interpretação (p.15).

Desta forma, e tratando-se esta de uma investigação qualitativa, os próximos parágrafos fazem referência às diversas técnicas e instrumentos utilizados na recolha de dados no estudo, fundamentando a escolha e contextualizando como estas técnicas foram aplicadas na prática.

3.1. Observação participante

A observação pode ser uma técnica valiosa para a investigação, desde que seja direcionada conforme os objetivos estabelecidos, planeada de forma sistemática e controlada adequadamente, integrando-a com ideias e teorias sociais, perspetivas científicas e análises detalhadas (Olabuénaga, 1996, citado por Aires, 2015).

Gil (2008) afirma que a principal vantagem desta técnica de recolha de dados reside no facto de os acontecimentos serem observados diretamente, sem qualquer mediação. Neste sentido, a subjetividade, que permeia todo o processo, tende a ser minimizada. No entanto, o autor também aponta uma desvantagem significativa na observação, refletida pela presença do investigador. Esta pode influenciar o comportamento dos indivíduos observados, neste caso, dos alunos, comprometendo a espontaneidade das suas ações.

Segundo Carmo e Ferreira (1998), existem diferentes maneiras de classificar as técnicas de observação. Uma abordagem comum diz respeito à categorização com base no papel/lugar do observador, bem como ao grau de envolvimento do observador no contexto do estudo. Neste sentido, a observação pode ser classificada em observação não-participante e observação participante.

A observação é caracterizada como não participante quando, conforme descrito por Gil (2008), o observador não faz parte do grupo em estudo e evita qualquer forma de interação. Por outro lado, a observação participante, de acordo com o autor, implica a integração ativa do investigador na comunidade, grupo ou situação específica. Este tipo de observação ocorre, segundo Máximo-Esteves (2008), quando o investigador se insere no contexto em estudo, sem que os envolvidos percebam o seu papel de observador participante, o que exige uma integração natural no grupo. Neste sentido, Gil (2008) identifica que a observação participante pode ser realizada de duas maneiras: de forma natural, quando o observador já pertence à comunidade ou grupo em estudo; e de forma artificial, quando o observador se insere no grupo com o propósito específico de realizar a investigação.

Com efeito, a técnica utilizada é identificada como observação participante. Este tipo de observação permitiu-me participar ativamente nas tarefas, recolhendo informações a partir de uma perspetiva interna e vivenciando as dinâmicas do contexto em estudo. Embora não fizesse originalmente parte do grupo, a minha presença visou uma inserção discreta e próxima dos participantes, neste caso, dos alunos, permitindo uma análise detalhada e naturalizada das interações e comportamentos observados, sem interferir diretamente na rotina da turma.

Além desta categorização, a observação pode-se organizar quanto ao processo de observação: observação estruturada e observação não estruturada. A observação estruturada, segundo Afonso (2005), envolve o uso de ferramentas de observação, como fichas ou grelhas, que são preparadas antecipadamente com base nos objetivos/questões da investigação. Já na observação não estruturada, conforme o autor, o investigador insere-se ativamente na situação, observando o ambiente e os padrões de relacionamento entre os indivíduos, assim como as suas reações aos eventos que ocorrem. Com base nesta perspetiva, o estudo integra uma observação não estruturada, uma vez que não foram utilizadas ferramentas de observação, permitindo observar a complexidade das interações e comportamentos dos alunos, sem impor restrições preconcebidas.

De acordo com Máximo-Esteves (2008), o registo das observações deve ser feito de imediato, enquanto os acontecimentos ainda decorrem ou logo após o seu término, a fim de assegurar a precisão das informações recolhidas. Para o estudo, utilizaram-se notas de campo como instrumento de observação, as quais, segundo Bodgan e Biklen (1994), são essenciais para o sucesso de investigações qualitativas. Estas incluem dois tipos de registos: descritivos, que procuram capturar, de forma detalhada e objetiva, o local, as pessoas, as ações e as conversas observadas; e reflexivos, que refletem o ponto de vista do observador, incluindo impressões, sentimentos, hipóteses e planos para futuras investigações. A componente reflexiva apresenta um carácter mais subjetivo, permitindo o registo de ideias e ajustamentos que complementam o conteúdo descritivo.

Para além destes registos, durante a recolha de dados, foi realizado registo fotográfico em alguns momentos, seguindo a ideia de que "as fotografias de inventário podem ser tiradas em qualquer momento conveniente e podem ser adiadas, permitindo a realização cuidadosa das entrevistas e observações" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 140). É de destacar o valor dos registos fotográficos, pois foram dados recolhidos de forma instantânea, graças à praticidade dos telemóveis. Segundo os autores, as fotografias não só servem como um recurso para relembrar e estudar detalhes que poderiam ser negligenciados, mas também "… dão-nos fortes dados descritivos …", pois "…são muitas vezes utilizadas para compreender o subjetivo e são frequentemente analisadas indutivamente" (p. 183). Este tipo de registo visual permite uma análise mais aprofundada, contribuindo para a interpretação dos comportamentos e contextos observados. Durante a intervenção, foi desafiador focar, simultaneamente, na execução das atividades, atender às demandas dos alunos e fazer registos. Neste sentido, além dos registos referidos, optou-se também pelo registo de áudio, como instrumento de recolha, visando capturar o máximo de informações possível.

3.2. Recolha documental

Tal como a observação, a recolha documental é uma das técnicas utilizadas para a recolha de dados do estudo em questão. Para realizar uma recolha documental eficaz, é necessário realizar uma seleção de informações por meio de abordagens progressivas, registá-las e organizá-las de maneira adequada (Afonso, 2005). A vantagem desta técnica reside na sua natureza não intrusiva, permitindo a obtenção de dados sem a necessidade de interação direta com os sujeitos investigados, o que minimiza os problemas decorrentes da presença do investigador (Lee, 2003, citado por Afonso, 2005).

No contexto da recolha de dados, Afonso (2005) distingue três tipos de documentos: oficiais, públicos e privados. A análise documental é uma técnica essencial no processo de investigação e, de acordo com o autor, esta técnica envolve não apenas a recolha de dados, mas também a interpretação desses dados, que são analisados à luz de teorias e contextos prévios. A análise documental exige que o investigador faça uma análise crítica e seletiva dos dados recolhidos, com o propósito de identificar relações que possam contribuir para a compreensão do objeto em estudo.

No estudo em questão, são utilizados documentos privados e oficiais. Conforme descrito por Afonso (2005), os documentos privados incluem documentos de acesso restrito, como as planificações de aulas, trabalhos dos alunos, entre outros e os documentos oficiais são todos os documentos que foram elaborados por outras entidades, segundo Bodgan e Biklen (1994), nestes “documentos os investigadores podem ter acesso à "perspetiva oficial", bem como às várias maneiras como o pessoal da escola comunica” (p.180).

A recolha documental do estudo é centrada nas produções dos alunos, em particular nas relacionadas com a resolução de tarefas. Segundo Máximo-Esteves (2008, p. 92), a análise das produções das crianças “é indispensável quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos”, mas também serve para complementar a informação obtida através das outras técnicas. Estes materiais servem como base de análise para entender melhor as dinâmicas de aprendizagem e o impacto da prática pedagógica adotada no estudo. A recolha documental não só forneceu acesso a informações únicas, como destacado por Carmo e Ferreira (1998), mas também permitiu a obtenção de dados exclusivos essenciais para compreender aspetos necessários ao estudo.

3.3. Inquérito por questionário

De acordo com Freixo (2018) o questionário é uma das técnicas mais comuns para recolher informações, caracterizando-se pela necessidade de respostas (escritas ou verbais) dos participantes. O mesmo é composto por várias perguntas destinadas a avaliar as atitudes e as opiniões dos participantes, neste caso, dos alunos.

A elaboração de um inquérito por questionário requer um planeamento bem estruturado, visto que não há oportunidade de esclarecimento de dúvidas durante a aplicação do questionário, contrariamente a um inquérito por entrevista. Neste sentido, o inquérito por questionário (Anexo A) aplicado durante a intervenção foi estruturado de forma a ser lógico para os alunos, garantindo que as perguntas seguissem uma sequência acessível pois “quanto mais fáceis e claras forem as instruções de preenchimento, mais êxito de prevê no número de respostas” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 139).

Segundo os autores mencionados no parágrafo anterior, um questionário inclui diferentes tipos de questões: perguntas de identificação; perguntas de informação; perguntas de descanso; e, perguntas de controlo. O inquérito implementado integrou três questões abertas de informação, com o objetivo de recolher dados sobre as opiniões dos alunos sobre o próprio estudo, bem como descobrir qual o impacto que o projeto teve nas aprendizagens dos alunos envolvidos.

4. Técnicas de análise de dados

Após a recolha de todas as informações para o presente estudo, utilizando as técnicas de recolha de dados mencionadas anteriormente (observação, inquérito por questionário e recolha documental), foi necessário analisar e interpretar os dados recolhidos. Para a análise dos dados recolhidos durante presente o estudo é utilizada a técnica de análise de conteúdo.

Segundo Henriques (2014), a análise de conteúdo é uma técnica utilizada para analisar dados qualitativos com o objetivo de identificar padrões, temas e significados. A análise de conteúdo é considerada uma técnica, e não um método, utilizando o procedimento comum de investigação, que envolve o confronto entre o quadro de referência do investigador e os dados recolhidos. Segundo a mesma autora, a análise de conteúdos possui uma dimensão descritiva que visa relatar o que foi recolhido e uma dimensão interpretativa, onde existe uma análise dos dados recolhidos.

Esta técnica, segundo Bogdan e Biklen (1994), envolve a organização das informações provenientes das técnicas de dados (notas de campo, questionários, produções e outros materiais utilizados durante a recolha de dados). Esta organização tem o objetivo de auxiliar o investigador na compreensão do que está a ser estudado.

Segundo Afonso (2005), a técnica de análise começa com a descrição da informação, seguida pela interpretação dos dados recolhidos. No presente estudo são analisados registos realizados pelos alunos (produções dos alunos associadas às tarefas implementadas) e por mim (notas de campo, áudios gravados e registos fotográficos).

Para explorar adequadamente a documentação recolhida, é necessário categorizar a informação, selecionando e organizando os dados mais relevantes para a investigação em curso.

Neste sentido, foram construídas, *a posteriori*, categorias de análise. Este tipo de análise é designado por "procedimentos exploratório", conforme descrito por Bardin (1977). As categorias foram definidas com base no objetivo, bem como nas questões de investigação e no enquadramento teórico. Com efeito, a Tabela 1 apresenta as categorias de análise para a interpretação dos dados recolhidos no tópico das frações.

Tabela 1

Categorias e subcategorias de análise relativas ao tópico frações.

Categoria		Subcategoria	
A	Significado de fração	A1	Relação parte-todo e quociente
		A2	Numerador e denominador
		A3	Representações de frações
B	Relações entre frações	B1	Comparação e ordenação de frações
		B2	Equivalência de frações ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$)

A tabela 1 inclui duas categorias. A primeira categoria, designada como A, refere-se ao significado de fração e é subdividida em três subcategorias. A subcategoria A1 diz respeito ao reconhecimento da fração como uma representação de uma relação parte-todo e de quociente. A subcategoria A2 aborda a identificação do significado do numerador e do denominador em situações de resolução de problemas. Por sua vez, a subcategoria A3 foca na representação de uma fração de diferentes maneiras e na transição fluente entre diferentes representações. A segunda categoria, denominada por B, refere-se às relações entre frações e contém duas subcategorias. A subcategoria B1 diz respeito à comparação e ordenação de frações que possuem o mesmo denominador em contextos diversos, utilizando diferentes representações. Já a subcategoria B2 envolve o reconhecimento da equivalência entre frações que correspondem a metade, um quarto e um terço.

As categorias e subcategorias incluídas na tabela 1 foram estabelecidas com base no documento curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB. Além disso, estas foram definidas com base nas características apontadas por Carmo e Ferreira (1998), que sugerem que estas devem ser: (i) exaustivas – "todo o conteúdo que se tomou a decisão de classificar deve ser integralmente incluído nas categorias consideradas" (p.255); (ii) exclusivas – "os mesmos elementos devem pertencer a uma e não a várias categorias" (p.255); (iii) objetivas – "as características de cada categoria devem ser explicitadas sem ambiguidade e de forma suficientemente clara” (p.255); e (iv) pertinentes – “devem manter estreita relação com os objectivos e com o conteúdo que está a ser classificado” (p.256).

Durante a definição das categorias, tornou-se necessário a interpretação dos resultados obtidos, “feita à luz dos objetivos e do suporte teórico” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 258). Esta etapa deve não só possibilitar a compreensão do objetivo de estudo, como fazer o investigador chegar a conclusões e previsões, pois “uma análise de conteúdo será válida, quando a descrição que se fornece sobre o conteúdo tem significado para o problema em causa e reproduz fielmente a realidade dos factos” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 259).

5. Questões éticas

O presente estudo contou com a participação de crianças e, neste sentido, foi importante que estas fossem informadas sobre todas as condições e processos realizados. A ética na investigação com crianças requer uma atenção especial, conforme sugerido por Morrow & Richards (1996). É necessário garantir que as crianças compreendam o propósito do estudo, os procedimentos envolvidos e os seus direitos. Fernandes (2016) afirma que o investigador deve valorizar as opiniões das crianças em estudo, bem como respeitá-las. Neste sentido, é importante referir que, durante o estudo, a minha vontade, enquanto investigadora, nunca se sobrepôs à vontade das crianças envolvidas.

De forma proteger as informações dos alunos, durante a recolha de dados foram enviados pedidos de autorização aos Encarregados de Educação (EE) para a participação dos seus educandos no estudo e para a recolha de dados (Anexo B). É de salientar que todas as autorizações foram assinadas pelos EE. Além deste consentimento, todos os nomes referidos no estudo são fictícios de modo a garantir o anonimato dos intervenientes. É importante referir que foi também solicitada a permissão das próprias crianças envolvidas, assegurando que estavam confortáveis e dispostas a participar em cada etapa da investigação (Morrow, 2008). Ao seguir estas diretrizes e procedimentos, o estudo em questão não só respeita os princípios éticos, mas também assegura a qualidade dos dados recolhidos.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

1. Contexto e participantes

Este capítulo apresenta e descreve a intervenção pedagógica do estudo. O mesmo está dividido em duas partes principais: o contexto e os participantes e a apresentação e fundamentação da intervenção pedagógica. A primeira parte caracteriza o ambiente do estágio e os participantes envolvidos na intervenção pedagógica. Na segunda parte são detalhadas as sessões que constituíram a intervenção, com especial destaque para as tarefas e os seus objetivos.

1.1. Caracterização do contexto

A intervenção pedagógica associada ao projeto de investigação foi desenvolvida durante o período de estágio em 1.º CEB, que decorreu entre os dias 8 de janeiro e 28 fevereiro de 2024, numa instituição educativa de caráter público no concelho de Almada.

Em termos estruturais, a instituição era constituída por dois espaços principais, sendo um deles dedicado, exclusivamente, ao 1.º CEB e o segundo destinado à Educação Pré-Escolar. Em relação ao primeiro espaço, este era constituído por dois blocos, sendo que ambos apresentavam dois pisos compostos por quatro salas de aulas, com inúmeros arrumos para materiais. No lado oposto, para além do mencionado, encontrava-se também o refeitório, uma biblioteca, que possuía uma área de informática, equipada com quatro computadores, uma sala de professores e um gabinete destinado à direção. Relativamente ao espaço exterior, este era bastante amplo, estando à disposição dos alunos um campo de jogos, chafarizes e uma horta com uma pequena variedade de plantas, cujo cuidado e proteção estava a cargo dos alunos, docentes e não docentes.

Em relação à sala de aula da turma, com a qual realizei a intervenção, esta situava-se no primeiro piso do bloco B, tendo os alunos à sua disposição mesas e cadeiras viradas para o quadro. A sala contava também com um computador, dois quadros de ardósia (um grande e um pequeno) e dois armários para a arrumação. Importa salientar que o facto de existirem dois quadros na sala de aula, um na parede à frente dos alunos e, um segundo na parede do lado direito, permitiu com que a professora circulasse pela sala não se limitando a ficar apenas à frente da turma.

1.2. Caracterização dos participantes

A turma que acompanhei, era constituída por 24 alunos, 13 do sexo feminino e 11 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos de idade, à data do estágio. A maioria dos alunos eram de nacionalidade portuguesa, contudo a turma contava com sete alunos de nacionalidades estrangeiras, nomeadamente, brasileira, angolana e indiana.

Relativamente ao grupo, este caracterizou-se por apresentar diferentes níveis de maturidade e de ritmos de trabalho, porém, na globalidade, eram alunos bastante empenhados, no sentido em que faziam bastante questões e traziam partilhas de casa. Para além disto, os alunos eram concentrados nas aulas e tinham um comportamento adequado dentro e fora da sala de aula. De acordo com a professora cooperante, existiam cinco alunos a beneficiar de medidas universais de suporte e apoio à aprendizagem, tanto na disciplina de Matemática como na disciplina de Português. Neste sentido, foi possível constatar, ao longo das semanas de estágio, que, efetivamente, alguns dos alunos demonstraram pouca autonomia, assim como a necessidade de estratégias de diferenciação. Considera-se fundamental, ainda, destacar que, existia um aluno de Português Língua Não Materna, com o nível de proficiência linguística A1, que, passou a beneficiar de medidas universais em todas as disciplinas, visto que, até à data do estágio, o mesmo estava em Portugal há pouco tempo.

Em relação ao percurso académico da professora titular, a mesma contava com alguns anos de serviço e experiência neste ramo, confessando que realizava, diversas vezes, formações e aulas abertas para ampliar o seu conhecimento e, consequentemente, melhorar a sua prática. Neste sentido, a sua prática foi-se moldando e, assim, apesar de esta ter um horário estipulado por disciplinas, a mesma afirmou, numa conversa informal: "eu tenho o meu próprio horário em função das necessidades dos alunos, se eu vejo que eles precisam de investir mais na área da Matemática, então eu dedico mais tempo a essa disciplina nessa semana". Deste modo, a prática da professora cooperante foi ao encontro do documento em vigor da própria instituição "o professor não é um mero transmissor de conhecimentos, mas, cada vez mais, um facilitador de aprendizagens em que o aluno é o centro do próprio processo" (Projeto Educativo do Agrupamento, 2019, p. 10).

Pelo que pude perceber, a turma era bastante unida, sempre que existia alguma situação em que um aluno necessitava de auxílio, os colegas ofereciam ajuda, demostrando um grande sentido de união. Os alunos congratulavam-se uns aos outros quando eram bem-sucedidos nas tarefas, não sendo visível competição, mas sim espírito de equipa entre os elementos da turma, o que considero bastante benéfico. O grupo era composto por alunos com diferentes caraterísticas, no entanto, estas não os impediam de brincar entre si e de se respeitarem e aceitarem como eram.

Apesar deste respeito e amizade entre os alunos, ao longo do estágio, foi possível observar que os alunos se encontravam em diferentes fases ao nível da aprendizagem, com ritmos de trabalho distintos e algumas dificuldades em trabalhar cooperativamente, o que, por vezes, gerava alguns conflitos. Ainda assim, considero que a turma era composta por um grupo interessado e motivado, em que a participação era um aspeto positivo. Durante as aulas, os alunos eram encorajados a participar. Na maioria das vezes, essa participação era espontânea, o que mostrava um forte interesse por parte dos alunos em contribuir para o que estava a ser abordado. Apesar de, num modo geral, os alunos serem motivados e participativos, na área de Matemática existia menos entusiasmo por parte de alguns alunos.

A professora da turma reconhece que o grupo apresentava dificuldades na área, sobretudo no que diz respeito aos números racionais, em particular, às frações, tal como se evidencia no seguinte comentário feito pela professora: "Tenho observado que muitos alunos se sentem frustrados e desmotivados quando enfrentam questões que envolvem frações”. Para além disso, a professora destacou também que os alunos ainda não tinham tido oportunidade de trabalhar com frações no 3.º ano, o que contribuiu para as dificuldades observadas.

Observou-se que os recursos utilizados pela professora cooperante eram, na maioria das vezes, o manual escolar e os respetivos cadernos de fichas. De um modo geral, as aulas de Matemática não fomentavam em profundidade o estabelecimento de conexões. No entanto, é interessante notar que, durante a investigação, os alunos mostraram uma grande adesão por tarefas contextualizadas, sugerindo um interesse subjacente dos alunos em participar em mais atividades deste cariz.

2. Apresentação e fundamentação da intervenção pedagógica

O presente subcapítulo apresenta e fundamenta a intervenção pedagógica envolvida no presente estudo. A intervenção foi realizada durante um estágio curricular, que decorreu de 08 de janeiro a 28 de fevereiro de 2024 e, que incluiu diversas sessões planeadas para explorar e promover a aprendizagem das frações através de uma abordagem contextualizada. A tabela 2 apresenta a calendarização das sessões, bem como das tarefas realizadas ao longo da intervenção.

Tabela 2

Planificação da organização das sessões.

Sessão	Descrição	Data
1.ª Sessão	Resolução da Tarefa de Diagnóstico	24 de janeiro
2.ª Sessão	Resolução da tarefa “Barras Divididas”	6 de fevereiro
3.ª Sessão	Apresentação do PowerPoint “Frações Equivalentes”	7 de fevereiro
4.ª Sessão	Realização da tarefa “Escolha dos Sabores”	8 de fevereiro
5.ª Sessão	Apresentação do PowerPoint “Frações Equivalentes: Revisão” e resolução da tarefa “Frações Equivalentes”	14 de fevereiro
6.ª Sessão	Resolução da tarefa “Descobre a Receita”, apresentação do PowerPoint “Descobre a Receita” e resolução da tarefa “Relação Parte-Todo”	19 de fevereiro
7.ª Sessão	Resolução da tarefa “Farinha ou Açúcar?”, apresentação do PowerPoint “Comparar e Ordenar Frações” e resolução da Tarefa “Comparar e Ordenar Frações”	20 de fevereiro
8.ª Sessão	Resolução da tarefa “Instrumento Medidor”	21 de fevereiro
9.ª Sessão	Confeção do bolo	26 de fevereiro
10.ª Sessão	Resolução da Tarefa Final	27 de fevereiro
11.ª Sessão	Realização do Questionário	27 de fevereiro

Tal como mencionado na introdução, no momento de escolha da temática do projeto, considerei importante discutir com a professora cooperante as dificuldades e interesses da turma, para avaliar a pertinência e adequação do tema ao contexto específico. A partir desta discussão, foi possível identificar que a turma enfrentava dificuldades no âmbito das frações. Neste sentido, esta observação levou-me a refletir sobre o tema do presente estudo, procurando tornar a aprendizagem das frações mais significativa. A professora cooperante aceitou a proposta, reconhecendo que a abordagem poderia apoiar a aprendizagem deste tópico.

Neste sentido, foi importante, no momento da planificação, organizar as sessões de forma sequencial, procurando que cada tarefa fosse necessária. Pretendeu-se que as tarefas refletissem práticas comuns do dia a dia dos alunos, tornando a Matemática mais próxima das experiências pessoais dos alunos.

Nesta perspetiva, surgiu, em conjunto com os alunos, a ideia de fazer um bolo. Embora já tivesse interesse em adotar uma abordagem contextualizada no projeto, foi, apenas, durante a semana de observação que percebi o entusiasmo dos alunos pela confeção de bolos, algo que ficou evidente pelo facto de frequentemente trazerem bolos para a escola e destacarem que tinham participado na sua preparação. Através deste contexto, procurou-se desenvolver aprendizagens relacionadas com as frações de forma contextualizada e significativa. Assim, cada sessão foi planeada para contribuir direta ou indiretamente para a realização do bolo, desde a preparação inicial até à execução final da receita, enquanto eram trabalhados conteúdos associados ao tópico das frações.

Durante a intervenção, as tarefas foram realizadas pelos alunos, geralmente em grupos, com um número variável de elementos, variando entre grupos de dois, quatro e oito, existindo também momentos de trabalho individual e de grande grupo. Esta organização teve em conta as características de cada sessão e o objetivo das mesmas e procurou promover uma dinâmica flexível e colaborativa, onde os alunos puderam interagir entre si, partilhando ideias e confrontando diferentes formas de pensar. Ao trabalhar em grupos mais pequenos, como de dois ou quatro alunos, pretendeu-se que cada aluno se envolvesse diretamente com a aprendizagem dos tópicos trabalhados, contribuindo ativamente para a realização de tarefas propostas. Já nos grupos maiores e nas tarefas em que a turma toda participou em conjunto, pretendeu-se promover uma maior troca de ideias e uma discussão coletiva.

Nesta perspetiva, a metodologia de trabalho durante as sessões procurou que os alunos trabalhassem colaborativamente, incentivando-os a construírem o seu próprio conhecimento. A interação entre pares pretendeu que os alunos consolidassem a compreensão da aprendizagem das frações, discutindo diferentes estratégias e refletindo sobre as soluções encontradas. Este processo foi, sempre que possível, contextualizado com a realidade dos alunos e com aplicações práticas da Matemática no dia a dia, com objetivo de reforçar a relevância dos conteúdos abordados e a criar ligações com o mundo real. Neste sentido, a intervenção teve como propósito promover uma aprendizagem dos conceitos de forma significativa e contextualizada, ao criar oportunidades para que se estabelecesse conexões matemáticas de forma ativa e envolvente. Além disso, a implementação das tarefas desenvolveu-se em conformidade com o currículo do 3.º ano de escolaridade.

Em seguida é apresentado, com maior detalhe, uma descrição de cada uma das sessões e tarefas propostas.

2.1. 1.ª sessão

De forma a verificar os conhecimentos prévios dos alunos relativamente à temática em causa, foi construída uma Tarefa de Diagnóstico (Anexo C), com objetivos associados ao 2.º e 3.º anos do Ensino Básico (Tabela 3). A tarefa em questão incluiu objetivos de aprendizagem do 2.º ano com o intuito de verificar as aprendizagens associadas a este nível de ensino, tendo em conta as dificuldades da turma, referidas pela professora cooperante.

Tabela 3

Objetivos da Tarefa de Diagnóstico, de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico (2021).

Ano de Escolaridade	Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
3.º ano	Capacidades Matemáticas	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	“Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito” (p.18).
2.º ano	Números	Fração	Significado de fração	“Reconhecer a fração como possibilidade de representar uma quantidade não inteira relativa a uma relação parte-todo, sendo o todo uma unidade contínua, e explicar o significado do numerador e do denominador, no contexto da resolução de problemas” (p.24)
3.º ano				“Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas” (p.24)

A sessão teve início com a explicação sobre a tarefa que seria realizada. Informei os alunos de que iriam realizar uma tarefa destinada a avaliar o seu conhecimento sobre frações. Este diagnóstico permitiria adaptar as futuras sessões conforme as necessidades e o nível de compreensão da turma. Assim, distribuí as tarefas e solicitei que as realizassem individualmente. Durante o trabalho autónomo, procurei não interferir nas respostas dos alunos, limitando-me a esclarecer eventuais dúvidas sobre os enunciados. Após o tempo estipulado, procedi à recolha das tarefas e dei por terminada a sessão.

2.2. 2.ª sessão

Com a 2.ª sessão pretendeu-se que os alunos, através da própria prática e observação, pudessem explorar a equivalência de frações. A Tabela 4 apresenta os objetivos de aprendizagem associados à tarefa proposta desta sessão.

Tabela 4

Objetivos da Tarefa "Barras Divididas", de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

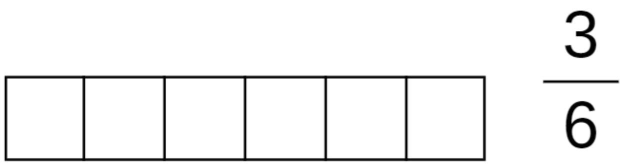
Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.17).
			"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.17).
	Representações matemáticas	Representações múltiplas	"Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas" (p. 18-19).
	Conexões Matemáticas	Conexões Externas	"Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" (p.20).

Números	Fração	Significado de fração	“Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas” (p.24).
		Relação entre frações	“Reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte” (p.25).

Iniciei a sessão distribuindo, aleatoriamente, a tarefa “Barras Divididas” (Anexo D), a cada aluno, composta por uma barra dividida em partes iguais e uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ou a $\frac{1}{4}$ (ou a própria fração), tal como mostra a Figura 1.

Figura 1

Barra dividida em 6 partes e com uma fração equivalente a $\frac{1}{2}$



Pedi que cada aluno pintasse a parte correspondente à fração que lhe foi atribuída. Enquanto os alunos trabalhavam individualmente, observei o processo. Após todos terem terminado, expus as barras pintadas no quadro, com o nome de cada aluno, permitindo que todos vissem as representações dos colegas. Seguiu-se uma discussão coletiva sobre as relações que se poderiam estabelecer entre as barras:

> **Prof. Est.[1]:** O que podemos perceber ao comparar as barras? Existe alguma semelhança? Existe alguma diferença?

Dei continuidade à discussão coletiva até os alunos chegarem à conclusão de que diferentes frações podem representar a mesma área pintada. À medida que a discussão foi evoluindo, fui organizando as barras no quadro, de forma a identificar as frações equivalentes. As frações que representavam a mesma quantidade, como $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$, foram

[1] A abreviatura "Prof. Est." utilizada nos excertos corresponde à designação de Professora Estagiária

colocadas em grupos para que os alunos pudessem visualizar claramente essa equivalência.

Neste sentido, esta etapa foi estruturada para que, no final, fossem formados três grupos de oito alunos. Cada grupo foi constituído pelos alunos que tinham barras cuja parte pintada pode ser representada por frações equivalentes entre si. Neste sentido, um grupo foi formado pelos alunos cuja pintura foi associada às frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, outro às frações equivalentes a $\frac{1}{3}$ e, por fim, às equivalentes a $\frac{1}{4}$.

2.3. 3.ª sessão

Na 3.ª sessão tive como objetivo sistematizar e consolidar conhecimentos sobre a equivalência de frações. A Tabela 5 apresenta os objetivos de aprendizagem associados à tarefa proposta.

Tabela 5

Objetivos do PowerPoint "Frações Equivalentes", de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.17).
	Representações matemáticas	Representações múltiplas	"Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas" (p. 18-19).
	Conexões Matemáticas	Conexões Externas	"Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" (p.20).

Números	Fração	Significado de fração	"Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas" (p.24).
		Relação entre frações	"Reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte" (p.25).

A aula começou com uma revisão do que foi abordado na sessão anterior. Questionei a turma, de forma a orientar uma discussão coletiva, sobre o que foi feito na sessão anterior e o que aprenderam. Após este momento, dei início à apresentação do PowerPoint (Anexo E), estruturado para consolidar as aprendizagens adquiridas sobre as frações equivalentes. A apresentação inclui tanto a definição de frações equivalentes, conforme apresentada no manual da turma, quanto exemplos práticos de frações equivalentes. Durante a apresentação, procurei criar um ambiente de discussão e partilha de ideias para que os alunos pudessem trabalhar os conteúdos a partir dos seus conhecimentos e conceções.

Iniciei a apresentação com a definição de frações equivalentes e, posteriormente, apresentei algumas das barras trabalhadas na sessão anterior, com diferentes partes preenchidas, destacando as diferentes frações e as suas equivalências. No final da sessão, tendo em conta o trabalho a realizar na aula seguinte, entreguei a cada aluno um papel e pedi que escolhessem um sabor de bolo, que anotassem a sua escolha no papel e que trouxessem na próxima aula.

2.4. 4.ª sessão

Na 4.ª sessão os alunos selecionaram os diferentes sabores dos três bolos a serem confecionados, mobilizando conhecimentos associados à temática Dados. A Tabela 6 apresenta os objetivos de aprendizagem da tarefa proposta.

Tabela 6

Objetivos da Tarefa "Escolha dos Sabores", de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Comunicação matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).
		Discussão de ideias	"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.18).
	Conexões Matemáticas	Conexões Internas	"Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada" (p.20).
		Conexões Externas	"Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" (p.20).
Dados	Questões estatísticas, recolha e organização de dados	Tabela de frequências absolutas	"Usar tabelas de frequência absolutas para organizar dados referentes a uma característica quantitativa discreta, e indicar o respetivo título" (p.36).
	Análise de dados	Resumo dos dados	"Identificar a(s) moda(s) num conjunto de dados quantitativos discretos" (p.39).
			"Reconhecer o mínimo e o máximo num conjunto de dados quantitativos discretos" (p.39).
		Interpretação e conclusão	"Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, relacionando tabelas, representações gráficas e medidas, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros e discutindo de forma fundamentada" (p.39).

A sessão começou com uma revisão do que foi abordado na sessão anterior. Questionei à turma sobre o que haviam feito e orientei uma discussão sobre o que tinham aprendido. Após este momento, pedi à turma que se organizassem nos grupos que haviam sido feitos na 2.ª sessão. Neste sentido, a turma estava organizada em três grupos de oito elementos. Pedi a cada grupo que se dividissem ao meio, de forma a criar subgrupos.

Uma vez formados os subgrupos, distribui, a cada um, um papel com os sabores selecionados por cada aluno. É importante destacar que os sabores foram apresentados de forma aleatória, tal como mostra a Figura 2.

Figura 2

Sabores do bolo escolhidos pelos alunos

Após este momento, pedi a cada subgrupo que organizasse os dados (sabores de bolo anotados) da maneira que achassem mais adequada, escolhendo a forma de organização que preferissem, desde que fosse clara e adequada para uma apresentação à turma. Neste momento, para além de observar cada subgrupo, auxiliei-os no necessário. Após a organização dos dados, os dois subgrupos de cada grupo original reuniram-se para discutir os resultados e decidir como organizar as apresentações. O objetivo passou por criar uma única apresentação por grupo que representasse as escolhas de sabores de maneira clara. No final desta sessão, cada grupo reuniu-se e elegeu um porta-voz para apresentar os resultados à turma.

Neste sentido, foram feitas três apresentações, cada uma representando as conclusões do respetivo grupo. Durante essas apresentações, pedi que os grupos fossem partilhando os sabores mais votados e como chegaram a essa conclusão. No final das apresentações, foi decidido, coletivamente, a partir das informações apresentadas, quais seriam os três sabores de bolo escolhidos. Neste sentido, os sabores de cenoura, laranja e morango foram os mais votados e, consequentemente, os escolhidos para a realização dos bolos. Terminei a sessão sorteando o sabor de bolo que cada grupo iria confecionar. Escrevi o nome de cada sabor num papel e pedi aos porta-vozes de cada grupo que retirassem um papel, sendo que o sabor indicado nesse papel seria o do bolo a realizar pelo grupo.

2.5. 5.ª sessão

Com a 5.ª sessão pretendi consolidar o conceito das frações equivalentes, bem como preparar os alunos para as sessões seguintes, de modo a mobilizarem os seus conhecimentos, nomeadamente sobre frações equivalentes, no desenvolvimento da receita dos bolos. A Tabela 7 apresenta os objetivos de aprendizagem das tarefas propostas.

Tabela 7

Objetivos do PowerPoint "Frações Equivalentes: Revisão" e da Tarefa "Frações Equivalentes", de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Resolução de Problemas	Processo	"Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas" (p.13).
	Comunicação matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).
		Discussão de ideias	"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.18).

	Conexões Matemáticas	Conexões Externas	“Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)” (p.20).
Números	Fração	Relações entre frações	“Comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas” (p.25).
		Significado e usos das operações	“Interpretar e modelar situações com a multiplicação no sentido combinatório, e resolver problemas associados.” (p.27).

Iniciei a sessão criando uma discussão sobre o que tínhamos feito nas sessões anteriores e sobre o que aprenderam. Em seguida, apresentei um PowerPoint (Anexo F), organizado em vários momentos. A apresentação começou com um exemplo prático, semelhante ao que os alunos iriam desenvolver nas sessões seguintes. Apresentei uma receita de panquecas em que as quantidades de ingredientes estavam representadas através de frações e pedi que analisassem a receita para, em turma, interpretarmos as frações indicadas. Depois de apresentar a receita, expliquei aos alunos que ao multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo valor, a fração continua a representar a mesma quantidade, mas expressa de outra forma.

Após este momento, orientei uma discussão coletiva sobre o modo como as frações podem ser usadas no dia a dia, incentivando os alunos a darem exemplos de situações quotidianas em que utilizam frações. Em seguida propus a realização, de modo individual, de dois problemas sobre frações equivalentes. Os enunciados dos problemas foram apresentados no quadro e pedi aos alunos que os resolvessem nas folhas que entreguei. Após fazermos a discussão dos resultados, incentivando a partilha sobre as diferentes estratégias utilizadas, distribui a cada aluno uma nova tarefa (Anexo G). O objetivo desta passou por consolidar os conhecimentos e conceitos que foram abordados durante a sessão. Após o tempo previsto, recolhi os enunciados. A discussão da tarefa foi realizada de forma oral, envolvendo toda a turma. Durante a discussão, incentivei os alunos a explicar os seus raciocínios e a confrontar as suas soluções com as dos colegas.

2.6. 6.ª sessão

Na 6.ª sessão realizaram-se tarefas sobre o significado de fração associado à relação entre a parte e o todo, utilizando as frações em situações práticas. A Tabela 8 apresenta os objetivos de aprendizagem respetivos das tarefas propostas.

Tabela 8

Objetivos da Tarefa "Descobre a Receita", do PowerPoint "Descobre a Receita" e da Tarefa "Relação Parte-Todo", de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Resolução de Problemas	Processo	"Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas" (p.13).
	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).
		Discussão de ideias	"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.18).
	Conexão Matemática	Conexões Externas	"Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" (p.20).
Números	Fração	Significado de Fração	"Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas." (p.24).

A 6.ª sessão, assim como as anteriores, começou com uma discussão sobre o trabalho realizado na aula anterior. Em seguida, pedi aos alunos que se organizassem em pares do mesmo grupo. Distribuí a cada par uma tarefa (Anexo H). Os enunciados da tarefa variaram de acordo com a receita do bolo correspondente ao sabor de cada grupo.

Assim, cada par recebeu a tarefa de acordo com o grupo ao qual pertencia. Após a realização da tarefa, a correção foi feita de forma coletiva. Isto permitiu que todos os alunos participassem ativamente na discussão, partilhassem as suas soluções e refletissem sobre as diferentes abordagens adotadas pelos colegas.

Seguiu-se uma apresentação em formato de PowerPoint (Anexo I) para discutir e corrigir a tarefa em grande grupo. Pedi que aos alunos que partilhassem o enunciado de cada grupo, as suas resoluções e a forma como pensaram. Posteriormente, de forma a consolidar o trabalhado, apresentei duas questões, que foram discutidas em grande grupo, de forma a trabalhar a relação parte-todo.

A sessão foi finalizada com uma tarefa, feita a pares (Anexo J), com ênfase na relação parte-todo. Após a resolução, foi feita a correção em grande grupo, promovendo uma discussão coletiva. Os alunos foram encorajados a partilhar os seus raciocínios, refletindo sobre as diferentes estratégias de resolução.

2.7. 7.ª sessão

O objetivo da 7.ª sessão foi promover a comparação de frações, utilizando exemplos práticos. A Tabela 9 apresenta os objetivos de aprendizagem respetivos da tarefa proposta.

Tabela 9

Objetivos da Tarefa "Farinha ou Açúcar?", do PowerPoint "Comparar e Ordenar Frações" e da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações, de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Resolução de Problemas	Processo	"Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas" (p.13).
	Comunicação Matemáti	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).

		Discussão de ideias	"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.18).
	Conexões Matemáticas	Conexões Externas	"Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" (p.20).
Números	Fração	Relações entre frações	"Comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas" (p.25).

A sessão começou com uma discussão sobre o trabalho realizado nas sessões anteriores. Seguiu-se a resolução de uma tarefa (Anexo K) e para tal, pedi aos alunos que se agrupassem nos pares estabelecidos na sessão anterior e distribui a cada par uma tarefa. À semelhança do ocorrido na sessão anterior, também esta tarefa teve três enunciados diferentes, consoante o grupo de oito elementos a que os pares pertenciam. Após todos terem terminado, a tarefa foi discutida em grande grupo.

Em seguida, utilizei um PowerPoint (Anexo L) para abordar a comparação de frações com o mesmo denominador. Incentivei a discussão coletiva, de forma a permitir aos alunos explorarem e compreenderem as ideias em causa.

Como consolidação distribui a cada aluno uma tarefa (Anexo M) constituída por questões que envolviam a comparação de frações. Cada aluno trabalhou individualmente na ficha e, após a conclusão, a discussão foi feita em grande grupo. Este momento de discussão coletiva possibilitou que os alunos partilhassem as suas respostas e raciocínios, promovendo discussões que esclareceram dúvidas e aprofundaram a compreensão do tema.

2.8. 8.ª sessão

O propósito da 8.ª sessão foi que os alunos, em grupos, construíssem o seu próprio instrumento de medição para utilizar na confeção do bolo. A Tabela 10 apresenta os objetivos de aprendizagem respetivos da tarefa proposta.

Tabela 10

Objetivos da Tarefa "Instrumentos de Medida", de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).
		Discussão de ideias	"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.18).
	Conexões Matemáticas	Conexões Externas	"Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)" (p.20).
		Conexões Internas	"Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada" (p.20).
Números	Fração	Significado de Fração	"Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas." (p.24).

No momento inicial da sessão, pedi aos alunos que se organizassem pelos grupos formados. Em seguida, distribui a cada aluno uma tarefa (Anexo N) e pedi que a resolvessem individualmente. A tarefa sugeria que recordassem as quantidades necessárias para a receita atribuída ao seu grupo e, como tal, distribui a receita respetiva a cada aluno. Após completarem a ficha, pedi que os alunos se reunissem com os seus grupos para discutir e comparar as suas estratégias. Os alunos compararam as diferentes resoluções e discutiram qual a abordagem era mais adequada para medir as diferentes quantidades de farinha, açúcar e óleo no mesmo copo. Ainda que tenha existido uma discussão entre cada grupo, foi sugerido que as várias estratégias fossem partilhadas entre a turma, de forma a realizar uma discussão coletiva.

No final da sessão, distribui a cada grupo uma garrafa cortada, uma tira de papel com 16 cm e fita-cola tal como mostra a Figura 3. Pedi a cada grupo para marcar as divisões na tira branca de papel, conforme discutido nas etapas anteriores. Em seguida, os alunos colaram a tira no copo, graduando-o adequadamente para medir as quantidades indicadas.

Figura 3

Instrumentos medidores feitos por cada grupo.

2.9. 9.ª sessão

A 9.ª sessão foi dedicada à confeção do bolo. A Tabela 11 apresenta os objetivos de aprendizagem respetivos da tarefa proposta.

Tabela 11

Objetivos da confeção do bolo, de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

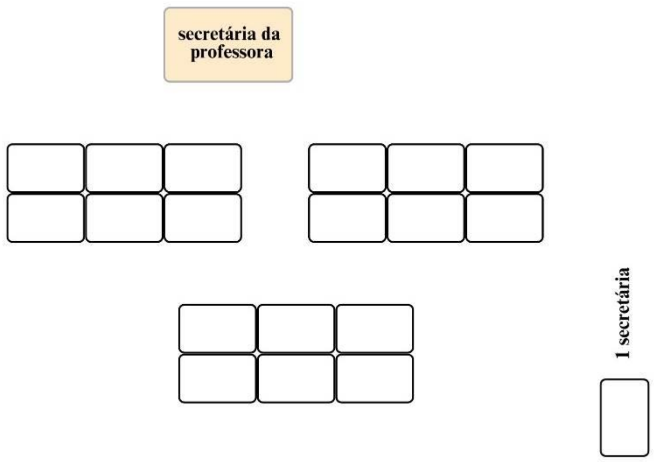
Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).
		Discussão de ideias	"Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos" (p.18).

	Conexões Matemáticas	Conexões Externas	“Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões)” (p.20).
Números	Fração	Significado de Fração	“Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas.” (p.24).
		Relações entre frações	“Reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte” (p.25).

Antes de iniciar a confeção do bolo, pedi aos alunos que se organizassem nos grupos previamente definidos e arrumassem as mesas de forma a criar três ‘ilhas’, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4

Planta da sala durante a 9.ª sessão.



Solicitei que cada grupo distribuísse responsabilidades entre todos os elementos, de modo que cada aluno tivesse uma função específica, como medir os ingredientes, misturar a massa ou preparar os utensílios necessários. Após a distribuição de funções, entreguei os ingredientes e a receita (Anexo O) respetiva a cada grupo e pedi que iniciassem a preparação dos bolos. Durante a sessão, circulei entre os grupos para auxiliar quando necessário, mas incentivei a autonomia dos alunos durante a execução da tarefa.

Quando a mistura ficou pronta para ir ao forno, sugeri que todos colaborassem na arrumação da sala. Após este momento, expliquei que os bolos levariam algum tempo para cozer, e, por isso, a aula continuaria normalmente até estarem prontos, isto é, na resolução de tarefas extrínsecas ao projeto. Assim que os bolos terminaram de cozer, cada grupo foi responsável por pensar em como dividir o bolo em oito fatias. O processo de cortar foi realizado por mim, mas foram os alunos que me indicaram onde cortar. Durante esta etapa, foi feita uma discussão em cada grupo sobre como dividir o bolo em partes iguais. Esta conversa não se limitou apenas à divisão do bolo, mas também envolveu questões de comparação entre as diferentes frações que poderiam ser utilizadas. Os alunos foram desafiados a pensar sobre como as frações representam partes do todo e como essas partes se relacionam entre si.

No final da atividade, os alunos foram instruídos a copiar as três receitas no caderno, para que pudessem utilizá-las em casa.

2.10. 10.ª sessão

Na 10.ª sessão foi realizada a "Tarefa final", envolvendo os conteúdos abordados ao longo da intervenção. A Tabela 12 apresenta os objetivos de aprendizagem respetivos da tarefa proposta.

Tabela 12

Objetivos da Tarefa Final, de acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB (2021).

Tema	Tópico	Subtópico	Objetivos de Aprendizagem
Capacidades Matemáticas	Comunicação Matemática	Expressão de ideias	"Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito" (p.18).
Números	Fração	Significado de Fração	"Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do

			numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas.” (p.24).
		Relações entre frações	“Reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte” (p.25).
			“Comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas” (p.25).

Num momento inicial, distribui a cada aluno a tarefa (Anexo P) e expliquei que seria feita individualmente. Circulei pela sala, mas, à semelhança da tarefa diagnóstica, não interferi no raciocínio dos alunos, apenas auxiliei na interpretação dos enunciados. Após todos terem terminado, recolhi as tarefas e dei por terminada a sessão.

2.11. 11.ª sessão

A última sessão foi realizada no mesmo dia da 10.ª e consistiu na aplicação de um questionário (Anexo A) com o objetivo de avaliar a perceção dos alunos sobre as tarefas realizadas ao longo do projeto.

Comecei a sessão relembrando o que havia sido feito durante as sessões anteriores e pedi à turma que refletisse sobre os conteúdos abordados e o que aprenderam com as sessões. Em seguida, entreguei o questionário a cada aluno, solicitando que o preenchessem de forma individual. Depois que todos terminaram, recolhi os questionários e dei por terminada a sessão.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS/RESULTADOS

O presente capítulo inclui a análise e discussão dos dados recolhidos durante a intervenção, com base nas categorias de análise estabelecidas e indicadas no capítulo 2. Os dados são apresentados de acordo com a ordem cronológica das sessões e de acordo com as tarefas realizadas.

1. Tarefa Diagnóstica

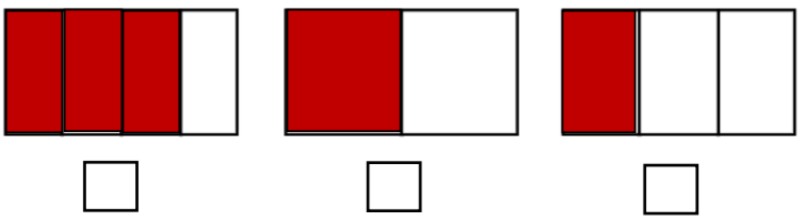
Os dados recolhidos, através do diagnóstico inicial (Anexo C), foram analisados durante a intervenção, de forma a ajustar as sessões seguintes de acordo com as necessidades da turma.

Vinte e dois alunos responderam corretamente à questão 1, ilustrada na Figura 5.

Figura 5

Questão 1 da Tarefa de Diagnóstico.

1. Assinala com um X a imagem que está pintado $\frac{1}{2}$ do retângulo.



Os dois alunos restantes, não foram bem-sucedidos em identificar a fração correta, assinalando $\frac{1}{3}$. A resposta dos alunos sugere que, possivelmente, não compreenderam adequadamente a divisão de uma unidade em duas partes iguais ou tiveram dificuldade em associar a fração em causa ao número de partes em que a unidade está dividida.

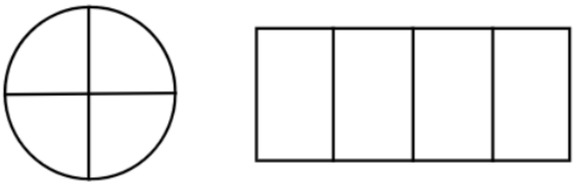
O facto de a maioria dos alunos responder corretamente à questão pode indicar que, globalmente, são bem-sucedidos em fazer a correspondência entre as representações em causa, relacionando corretamente a imagem com a fração indicada. Além disso, os alunos mostraram associar corretamente o numerador (que indica a parte pintada) ao denominador (que representa o total de partes em que o retângulo foi dividido).

À semelhança da questão 1, também na questão 2, ilustrada na Figura 6, vinte e dois responderam corretamente.

Figura 6

Questão 2 da Tarefa de Diagnóstico.

2. Na primeira imagem pinta a parte que representa a fração $\frac{2}{4}$ e na segunda imagem pinta a parte que presenta a fração $\frac{3}{4}$.



Dos dois alunos que não responderam corretamente, um deles pintou $\frac{3}{4}$ na primeira imagem e $\frac{2}{4}$ na segunda, indicando, possivelmente, uma dificuldade de interpretação do enunciado. O outro aluno pintou corretamente a primeira imagem, mas pintou $\frac{1}{4}$ na segunda imagem em vez de $\frac{3}{4}$, sugerindo uma possível dificuldade em interpretar corretamente o significado do numerador.

Na questão 3, ilustrada na Figura 7, nenhum dos alunos respondeu de forma totalmente correta ao pedido.

Figura 7

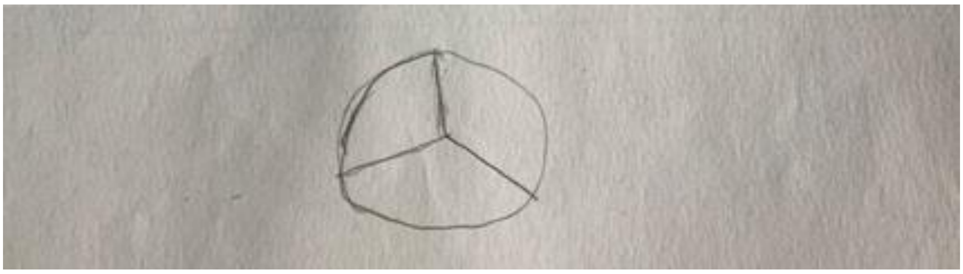
Questão 3 da Tarefa de Diagnóstico.

3. A Maria, a Beatriz e a Marta fizeram uma pizza para partilharem de igual forma para o jantar. Que parte da pizza comeu cada uma das amigas? Mostra como pensaste.

As respostas foram variadas, mostrando diferentes tipos de dificuldades entre os alunos. Seis alunos desenharam uma pizza e dividiram-na em três partes, tal como ilustra a Figura 8, com o exemplo da resolução de Luísa.

Figura 8

Resolução de Luísa à questão 3 da Tarefa de Diagnóstico.



Este tipo de resposta evidencia uma compreensão inicial do que representa a divisão da pizza entre as três amigas. Os seis alunos representaram corretamente, de forma pictórica, a resposta. No entanto, o facto de não representarem a fração simbolicamente, pode indicar que estes alunos têm dificuldades em articular diferentes representações da parte que cada uma comeu.

Quatro alunos responderam "3 + 3 + 3", possivelmente, indicando a ideia de que cada amiga comeu a mesma quantidade, mas a forma como a expressaram não é adequada ao contexto da questão e não evidencia compreensão de que cada uma comeu menos do que uma pizza.

Uma aluna, Ana, escreveu $\frac{3}{1}$, o que sugere uma interpretação errada do numerador e do denominador. No entanto, embora a representação fracionária esteja incorreta, a aluna parece perceber que é necessário dividir a pizza e associar o uso das frações a essa divisão. A resposta da aluna, provavelmente, está relacionada com a dificuldade em distinguir o numerador do denominador, mas parece compreender a necessidade de uma partilha equitativa.

Quatro alunos deixaram a questão em branco, o que pode evidenciar que tiveram dificuldades em responder a esta, particularmente, em utilizar a fração para representar situações de partilha equitativa de uma unidade. Isto sugere que esses alunos tiveram dificuldades em compreender o enunciado ou em reconhecer a fração como representação de quociente.

Na questão 4.1., ilustrada na Figura 9, que solicita a identificação do numerador e do denominador de $\frac{5}{10}$, cinco alunos não responderam de forma correta.

Figura 9

Questão 4.1. da Tarefa de Diagnóstico.

4. Considera a fração: $\frac{5}{10}$

4.1. Assinala com X as opções corretas.

A. O numerador da fração é 5. ☐

B. O numerador da fração é 10. ☐

C. O denominador da fração é 10. ☐

D. O denominador da fração é 5. ☐

A maioria destes cinco alunos, indicou que o denominador era 5 e o numerador 10, indicando, possivelmente, não reconhecer o significado ou a designação de numerador e denominador. Por outro lado, na questão 4.2., ilustrada na Figura 10, todos os alunos responderam corretamente, apresentando diferentes formas de preencher a moldura, sendo uma das resoluções apresentada na Figura 11.

Figura 10

Questão 4.2. da Tarefa de Diagnóstico.

4.2. Pinta a parte que representa a fração $\frac{5}{10}$.

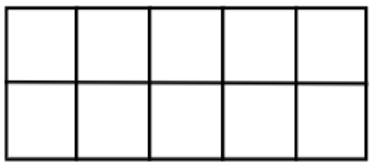
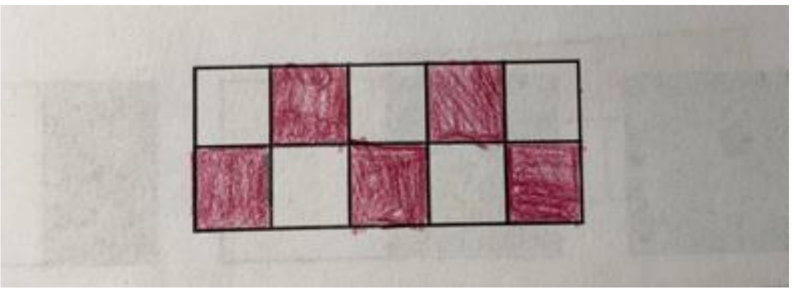


Figura 11

Resolução de Afonso à questão 4.2 da Tarefa de Diagnóstico.



Na questão 5, ilustrada na Figura 12, sete alunos desenharam e representaram corretamente a fração correspondente.

Figura 12

Questão 5 da Tarefa de Diagnóstico.

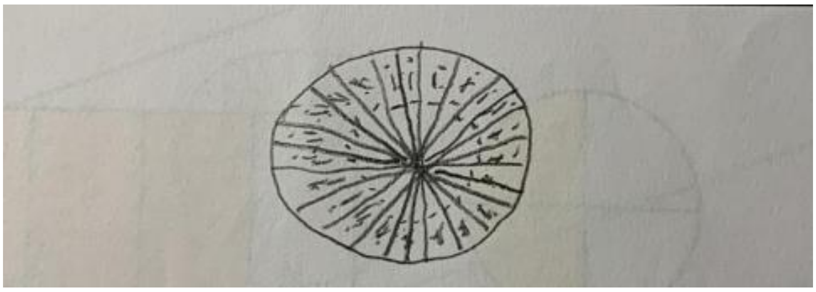
5. A Luísa fez anos e levou um bolo para dividir com a sua turma. A turma da Luísa tem 24 alunos e cada aluno comeu apenas 1 fatia de bolo. Representa, através de uma fração, a parte do bolo que cada aluno comeu. Mostra como pensaste.

À exceção da Ana que, à semelhança da questão 3, respondeu $\frac{24}{1}$, sendo, talvez, consequência, mais uma vez, de não reconhecer o significado de numerador e denominador. Ainda assim, é de notar que o facto de a aluna continuar a usar "1" no denominador levanta a hipótese de que não tenha percebido completamente o que deve ser dividido pelo quê, sugerindo que a dificuldade não se limita apenas à distinção entre numerador e denominador, mas também à compreensão da fração como representação de quociente.

Seis alunos não responderam e onze alunos desenharam o bolo dividido em 24 fatias, tal como ilustra a Figura 13, com a resolução de Vitória.

Figura 13

Resolução de Vitória à questão 5 da Tarefa de Diagnóstico.

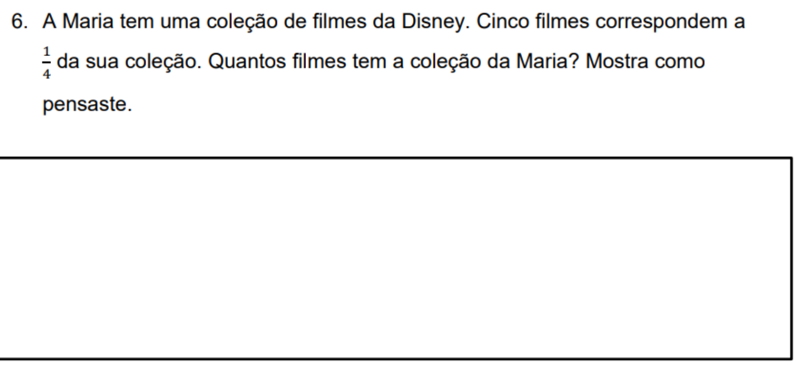


Apesar de mostrar, pictoricamente, a divisão do bolo de forma correta, a resposta desta aluna não apresenta a indicação da quantidade que cada aluno comeu, o que pode indicar dificuldades em associar a representação pictórica à simbólica.

Na questão 6, ilustrada na Figura 14. apenas um aluno, Afonso, respondeu corretamente, evidenciando possivelmente, que compreendeu a relação entre a parte e o todo, utilizando a adição para chegar ao total de filmes, tal como mostra a Figura 15.

Figura 14

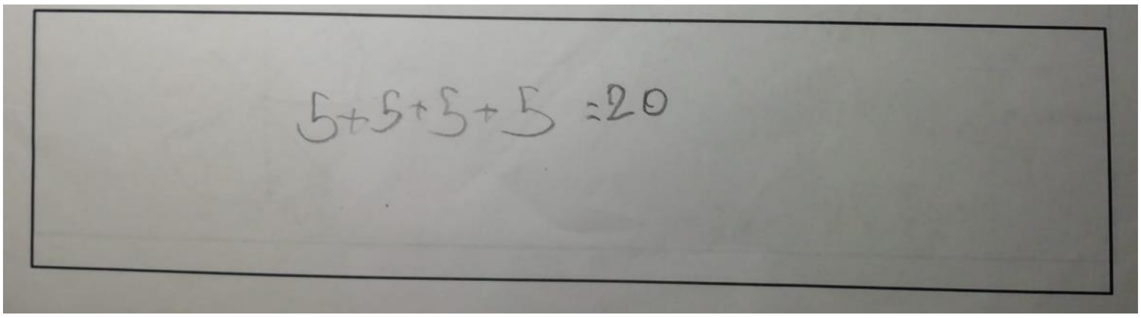
Questão 5 da Tarefa de Diagnóstico.



6. A Maria tem uma coleção de filmes da Disney. Cinco filmes correspondem a $\frac{1}{4}$ da sua coleção. Quantos filmes tem a coleção da Maria? Mostra como pensaste.

Figura 15

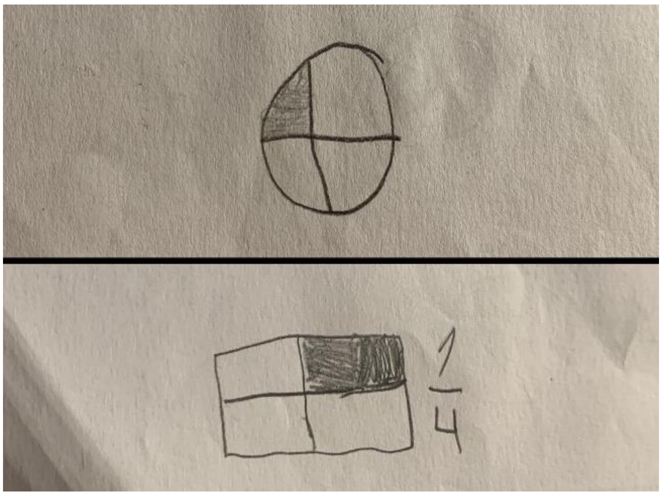
Resolução de Afonso à questão 6 da Tarefa de Diagnóstico.



Por outro lado, entre os alunos que não responderam corretamente, nove fizeram uma representação pictórica associada a $\frac{1}{4}$, mas não apresentaram o resultado do valor total de livros, tal como ilustra a Figura 16, com exemplos de duas resoluções, e os restantes não responderam à questão.

Figura 16

Resolução de Marta e Beatriz à questão 6 da Tarefa de Diagnóstico, respetivamente.



Esta tarefa foi necessária para entender os conhecimentos prévios dos alunos relativos ao tópico frações, considerando a conexão entre os vários subtópicos deste tema. A análise dos dados revela, possivelmente, uma dificuldade, na maioria dos alunos, em associar a representação pictórica das frações à sua representação simbólica, bem como em reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente. Ainda assim, grande parte dos alunos teve sucesso em reconhecer o significado de numerador e denominador.

2. Tarefa – Barras Divididas

O objetivo da tarefa "Barras Divididas" (Anexo D) passou pela identificação e representação de frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$, utilizando uma barra dividida em partes iguais. Foi solicitado que cada aluno pintasse a parte correspondente à fração atribuída. Verificou-se que os alunos pintaram corretamente as barras, com exceção de um aluno que pintou $\frac{6}{8}$ em vez de $\frac{2}{8}$. Esta resposta foi consequência, possivelmente, da dificuldade na interpretação do enunciado, levando o aluno a deixar apenas duas unidades por pintar, ao invés de colorir apenas duas partes, conforme o pedido. Este caso foi pontual e não resultou em dúvidas generalizadas, pois os restantes alunos resolveram a tarefa com facilidade, aparentemente.

De modo a permitir que os alunos comparassem as barras entre si, identificando semelhanças e diferenças, estas foram expostas no quadro, tal como mostra a Figura 17.

Figura 17

Barras de cada aluno expostas no quadro.

De forma a dar início à discussão coletiva sobre o proposto, questionei o seguinte:

> **Prof. Est.**: O que podemos perceber ao comparar as barras? Existe alguma semelhança? Existe alguma diferença?
>
> **João**: As barras da Ana e da Luísa estão pintadas da mesma cor.

Com o diálogo é possível inferir que a resposta de João se focou apenas na cor o que levou a conversa a focar-se nas semelhanças e diferenças entre as cores das barras. Diante disso, procurei orientar a discussão para outros aspetos mais importantes para o tema em causa, como a quantidade pintada.

> **Prof. Est.**: Muito bem, mas será que a cor é a única coisa que podemos observar?
>
> **Afonso**: Eu vejo que a cor é igual, mas não tenho certeza se a quantidade pintada também é igual.

O comentário de Afonso levantou a dúvida sobre se a quantidade pintada nas diferentes barras era realmente equivalente. A incerteza expressa por Afonso foi acompanhada por Vitória, que também fez uma observação:

> **Vitória:** A minha barra parece que tem a mesma quantidade pintada que a do António, mas a barra está dividida em mais partes.
>
> **Afonso:** Pois é e a minha parece ter a mesma quantidade que a do Guilherme.

O discurso de Vitória e de Afonso revela que ambos os alunos reconhecem que a quantidade pintada é a mesma, apesar de as barras estarem divididas em diferentes números de partes. Neste contexto, orientei os alunos com diferentes questões, como ilustra o excerto seguinte:

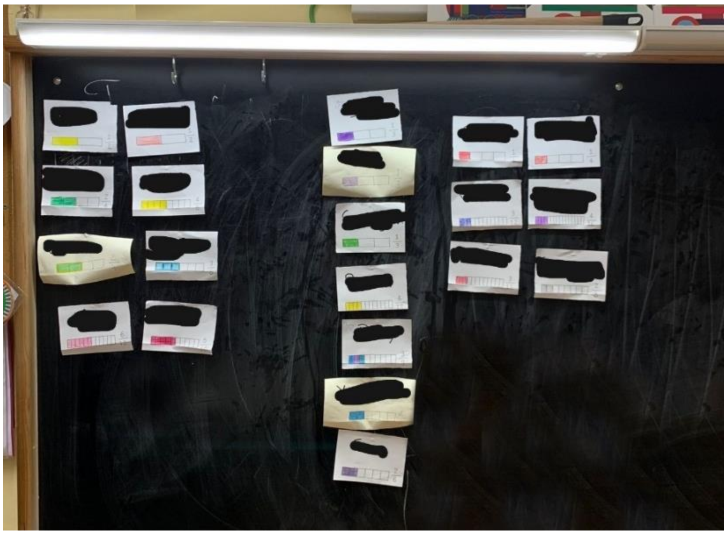
> **Prof. Est.**: Então, se as barras estão divididas em diferentes quantidades de partes, mas a quantidade pintada parece igual, o que acham que isso pode significar?
>
> **Luísa:** Que, mesmo que tenha mais partes, a quantidade pintada é a mesma.
>
> **Prof. Est.:** Muito bem, que exemplos temos disso?
>
> **Manuel:** O meu, que é $\frac{1}{2}$, e o da Carolina que é $\frac{2}{4}$.

Manuel, ao dar como exemplo a sua barra e a de Carolina, revela que, possivelmente, compreendeu que duas frações, embora diferentes, podem representar a mesma quantidade.

A discussão continuou e, a partir das várias observações, as barras foram sendo organizadas no quadro de modo a agrupar aquelas em que a parte pintada é a mesma, tal como mostra a Figura 18.

Figura 18

Barras de cada aluno organizadas no quadro.



Tal como referido no capítulo anterior, esta tarefa foi necessária para a formação dos grupos de trabalho. Neste sentido, após a organização das frações no quadro, sugeri a organização em grupos, como apresentado no excerto seguinte:

Prof. Est.: Todos as pessoas em que a fração atribuída seja equivalente a $\frac{1}{2}$ fazem um grupo.

João: Eu sou desse grupo? [*aluno cuja fração atribuída foi* $\frac{4}{8}$]

Prof. Est.: Não sei, pede ajuda aos teus colegas!

Manuel: Sim és, a tua fração tem a mesma quantidade que a minha! [*aluno cuja fração atribuída foi* $\frac{1}{2}$]

Carolina: Eu também faço parte do grupo. [*aluno cuja fração atribuída foi* $\frac{2}{4}$]

Prof. Est.: Muito bem! Os que tiverem uma fração equivalente a $\frac{1}{3}$ fazem outro grupo e, os que tiverem uma fração equivalente a $\frac{1}{4}$ fazem um terceiro grupo. André, qual é o teu grupo?

André: $\frac{1}{3}$ acho eu. [*aluno cuja fração atribuída foi* $\frac{3}{12}$]

Prof. Est.: Todos concordam?

Maioria dos alunos: Não.

Afonso: O André pertence ao meu grupo, que é $\frac{1}{4}$. [*aluno cuja fração atribuída foi* $\frac{2}{8}$]

O diálogo entre João, Manuel e Carolina revela que os alunos identificaram com sucesso frações equivalentes a $\frac{1}{2}$, mostrando que compreenderam a equivalência entre as frações que, neste caso, representam a metade. Por outro lado, André mostra dificuldade no reconhecimento da equivalência da fração que lhe foi atribuída. A correção feita por Afonso, ao identificar que André pertence ao grupo $\frac{1}{4}$, evidencia que compreendeu a equivalência entre as frações. Em termos gerais, a análise da interação descrita sugere o reconhecimento de diferentes frações equivalentes por parte dos alunos e a utilização deste conhecimento para formarem os grupos com base nessas equivalências.

A tarefa proposta proporcionou uma oportunidade importante para os alunos explorassem a noção de equivalência entre frações de maneira prática e significativa. Os excertos apresentados revelam que, apesar de alguns alunos terem apresentado dificuldades iniciais, a maioria identificou corretamente as representações associadas a frações equivalentes. Os comentários de alunos como Afonso e Vitória evidenciam a importância de reconhecer que a quantidade pintada pode ser a mesma, mesmo em barras divididas em diferentes números de partes.

Além disso, a exposição das barras no quadro facilitou uma discussão colaborativa, onde a compreensão da ideia de equivalência proporcionou uma aprendizagem significativa e contextualizada, permitindo que os alunos participassem ativamente no processo.

3. Questões do PowerPoint "Frações equivalentes"

A apresentação do PowerPoint (Anexo F), inclui uma receita de panquecas acerca da qual os alunos foram questionados sobre as quantidades de ingredientes expressas.

Prof. Est.: O que significa $\frac{2}{4}$ de uma caneca de farinha?

Afonso: Significa que precisamos de dois bocadinhos de uma caneca que está dividida em quatro partes.

A resposta de Afonso evidencia, possivelmente, que este reconhece a fração como representação de uma relação parte-todo. Ao referir-se a "dois bocadinhos de uma caneca dividida em quatro partes" está a reconhecer que a fração $\frac{2}{4}$ representa duas partes iguais de um total de quatro. Após este momento, Vitória intervém, originando o seguinte diálogo:

Vitória: $\frac{2}{4}$ é metade da caneca.

Prof. Est.: Muito bem! Isso quer dizer que $\frac{2}{4}$ é equivalente a …?

Vários alunos: $\frac{1}{2}$.

Vitória aparenta ter feito a associação correta entre $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$, reconhecendo que $\frac{2}{4}$ é equivalente a metade da caneca. O facto de outros alunos completarem a diálogo com $\frac{1}{2}$ mostra que, possivelmente, a maioria da turma também reconheceu a equivalência entre as diferentes frações.

Após a análise da receita, apresentei o processo de transformar a fração $\frac{1}{2}$ em $\frac{2}{4}$ através da multiplicação. Mostrei que, ao multiplicarmos o numerador e o denominador pelo mesmo número, neste caso por 2, a fração continua a representar a mesma quantidade. Este processo permitiu trabalhar as conexões entre diferentes tópicos matemáticos - frações equivalentes e multiplicação. Além disso, foi importante que os alunos compreendessem que, ao multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número, aumentamos proporcionalmente o número de partes em que a unidade é dividida, mas também o número de partes selecionadas. Esta ideia ajudou os alunos a perceber que a multiplicação altera a forma da fração, mas mantém o valor igual, reforçando a compreensão das frações equivalentes e a relação entre as partes e o todo.

Durante a apresentação, questionei a turma sobre o seguinte:

Prof. Est.: Onde podemos encontrar as frações no dia a dia?

Vicente: Quando dividimos pizzas para várias pessoas.

Leonor: Nas receitas!

Prof. Est.: Em que parte das receitas, Leonor?

Leonor: Nos ingredientes.

Prof. Est.: Por exemplo?

Leonor: Então, $\frac{1}{2}$ de uma caneca de açúcar, como vimos há bocado.

Prof. Est.: Isso mesmo! E alguém consegue pensar em outra situação do dia a dia onde usamos frações?

Ana: Quando medimos a água para fazer chá. A receita pode dizer: $\frac{1}{3}$ de litro de água.

André: O meu pai costuma dizer que passou meia hora.

A discussão coletiva reflete a compreensão dos alunos sobre a relevância das frações em situações quotidianas. Os alunos foram capazes de identificar contextos práticos onde as frações são relevantes. Vicente mencionou a divisão de pizzas e Leonor sugeriu o uso de frações em receitas como exemplo, dando, mais uma vez, contexto à aprendizagem das frações.

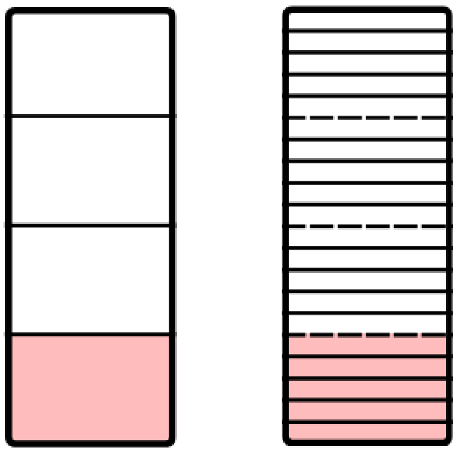
Após este momento, pedi aos alunos que transformassem a fração $\frac{1}{4}$ noutra fração equivalente, multiplicando tanto o numerador quanto o denominador por 2, conforme o pedido no slide. Após este momento, pedi que transformassem a mesma fração em outra, mas diferente de $\frac{2}{8}$. João intervém, afirmando:

> **João:** Eu multipliquei por 5 e deu $\frac{5}{20}$, mas eu não percebo porque é que é equivalente a $\frac{1}{4}$.

Atentei que João levantou uma dificuldade comum entre vários alunos. Esta sugere que, embora tenha compreendido o processo, aparenta ter dificuldades em entender o significado subjacente. Para que esta dificuldade fosse ultrapassada, recorri a uma representação pictórica que fiz no quadro, conforme o exemplo que ilustra a Figura 19.

Figura 19

Exemplificação da representação de $\mathbf{\frac{1}{4}}$ *e* $\mathbf{\frac{5}{20}}$.

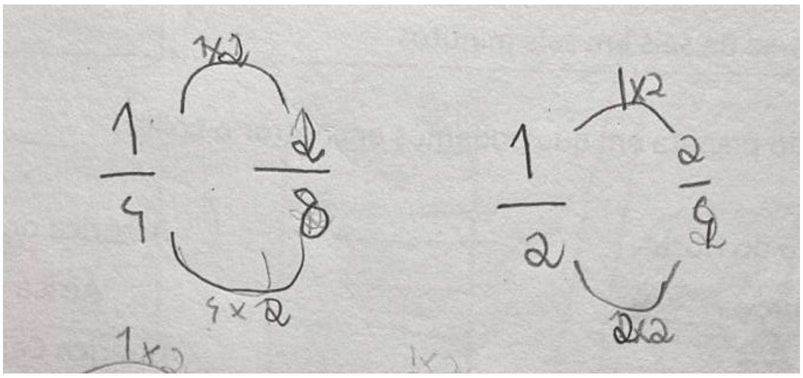


Expliquei que como dividi a barra em mais partes iguais, 20 neste caso, também tive de aumentar as partes consideradas, para que fosse equivalente à fração inicial.

Após a dinâmica em grande grupo, propus que escrevessem, individualmente, frações equivalentes a $\frac{1}{4}$ e a $\frac{1}{2}$. A maioria dos alunos realizou corretamente a questão proposta, através da multiplicação, conforme ilustra a Figura 20.

Figura 20

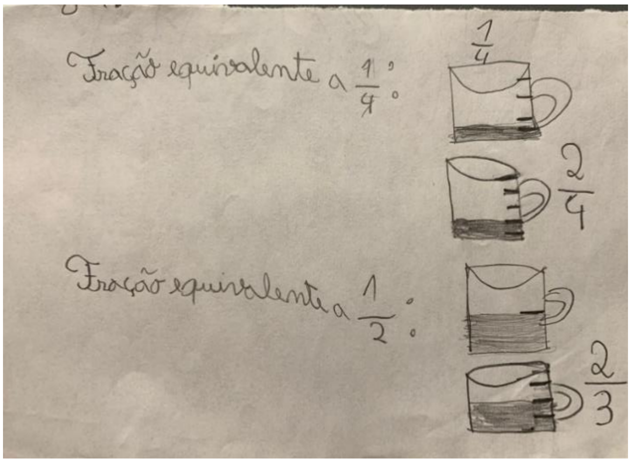
Resolução de António à 1.ª questão do PowerPoint "Frações Equivalentes".



Ainda, assim, existiram algumas dificuldades. Carlos utilizou uma representação pictórica, desenhando as frações, mas acabou por indicar que $\frac{1}{4}$ é equivalente a $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{3}$, tal como mostra a Figura 21.

Figura 21

Resolução de Carlos à 1.ª questão do PowerPoint "Frações Equivalentes".

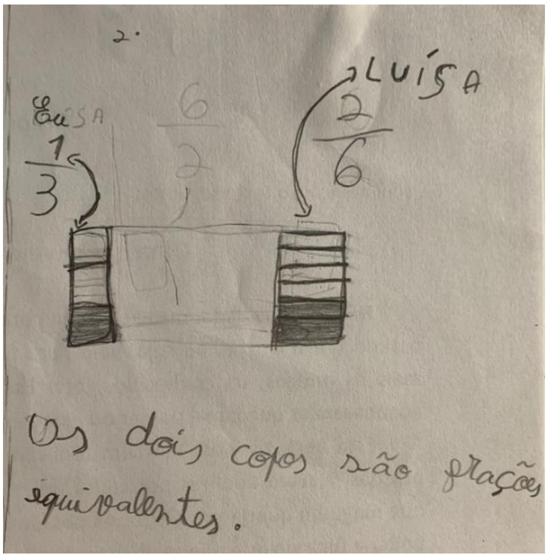


Para a fração equivalente a $\frac{1}{4}$, Carlos representou corretamente um copo com $\frac{1}{4}$ preenchido e outro com $\frac{2}{4}$ e, parece ter considerado $\frac{2}{4}$ como equivalente a $\frac{1}{4}$. A resposta de Carlos surge, possivelmente, pela dificuldade na interpretação de que ambos os copos têm a mesma quantidade. Para a fração equivalente a $\frac{1}{2}$, Carlos representou $\frac{1}{2}$ de um copo preenchido e representou, pictoricamente, $\frac{2}{4}$. Apesar de ter representado $\frac{2}{4}$, considerou que o desenho feito correspondia a $\frac{2}{3}$. Ainda que tenha representado pictoricamente duas frações equivalentes, não respondeu corretamente ao expressar a representação por $\frac{2}{3}$.

Dando sequência ao discutido anteriormente, apresentei à turma outra proposta para que, individualmente, comparassem a quantidade de água em dois copos: um com $\frac{1}{3}$ de água e outro com $\frac{2}{6}$. Grande parte da turma respondeu corretamente, afirmando que ambos os copos têm a mesma quantidade de água. É de notar que todos os alunos que responderam corretamente fizeram uma representação pictórica, representando copos com divisões, de forma a visualizar que as frações em causa são equivalentes, conforme ilustra a Figura 22.

Figura 22

Resolução de Afonso à 2.ª questão do PowerPoint "Frações Equivalentes".

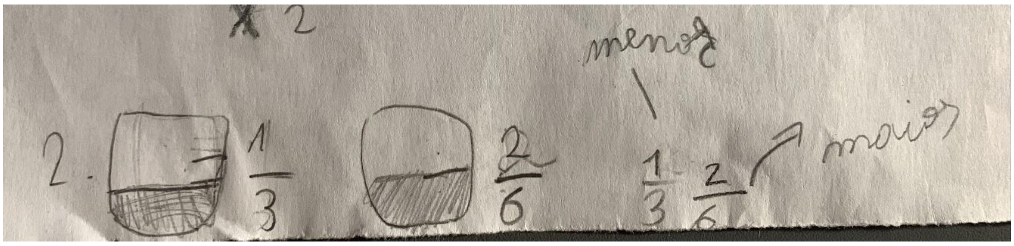


A utilização da representação pictórica dos copos divididos, parece ser consequência dos vários exemplos que utilizei associados à divisão dos copos durante a discussão.

Ainda assim, sete alunos não responderam acertadamente. Carolina, por exemplo, afirmou que o copo com $\frac{2}{6}$ tinha mais água. No entanto, ao representar as duas frações pictoricamente, deu a entender que ambas eram equivalentes, tal como mostra a Figura 23.

Figura 23

Resolução de Carolina à 2.ª questão do PowerPoint "Frações Equivalentes".



Carolina ao tentar representar $\frac{1}{3}$, desenhou um copo e dividi-o em 3 partes. No entanto, as divisões não são iguais, o que sugere uma dificuldade na representação de frações. Apesar disso, preencheu corretamente uma parte, indicando que compreende que $\frac{1}{3}$ corresponde a uma parte de um todo dividido em 3. Ao desenhar $\frac{2}{6}$, Carolina parece ter dificuldade em dividir o copo em 6 partes iguais, neste sentido, a fração não foi representada corretamente. Embora as representações feitas pela aluna não sejam precisas, Carolina pintou ambos os copos com a mesma quantidade, o que pode indicar que entende que $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ são frações equivalentes. Ainda assim, Carolina, ao afirmar que $\frac{2}{6}$ é maior que $\frac{1}{3}$, apresenta, possivelmente, dificuldades em comparar as representações simbólicas das frações, já que visualmente a aluna pintou a mesma quantidade de ambos os copos.

Os dados evidenciam que, embora grande parte da turma tenha reconhecido a equivalência entre diferentes frações, bem como a sua aplicação em contextos práticos, existiram, ainda, dificuldades, por parte de alguns alunos. Destaca-se que a utilização de representações pictóricas mostrou-se uma abordagem importante para superar estas dificuldades.

4. Tarefa – Frações Equivalentes

Na questão 1, ilustrada na Figura 24, da tarefa "Frações Equivalentes" (Anexo G), a maioria dos alunos fez corretamente a correspondência entre as frações equivalentes, ainda assim, sete alunos responderam de forma incorreta, o que pode indicar uma dificuldade, por parte destes alunos, em reconhecer frações equivalentes. Além disso, um aluno deixou a questão em branco.

Figura 24

Questão 1 da Tarefa "Frações Equivalentes".

1. Faz a correspondência entre as seguintes frações equivalentes.

$\frac{1}{2}$ •	• $\frac{2}{8}$
$\frac{1}{3}$ •	• $\frac{2}{6}$
$\frac{1}{4}$ •	• $\frac{2}{4}$

Quinze alunos responderam corretamente à questão 2, ilustrada na Figura 25, pintando duas partes do primeiro círculo e quatro partes do segundo círculo, indicando, possivelmente, que reconhecem a equivalência entre as frações, conforme exemplificado pela Figura 26.

Figura 25

Questão 2 da Tarefa "Frações Equivalentes".

2. Pinta a mesma quantidade nas duas figuras e escreve a fração correspondente em baixo.

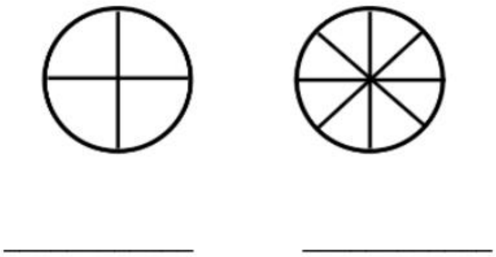
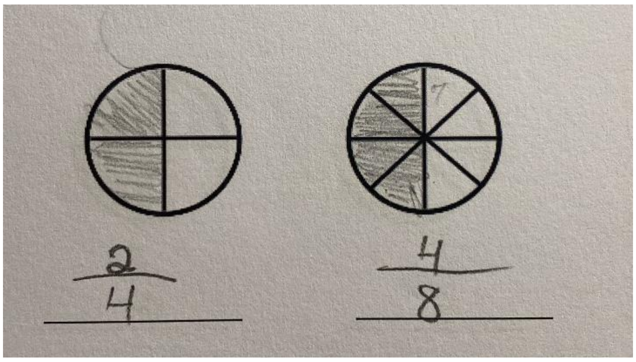


Figura 26

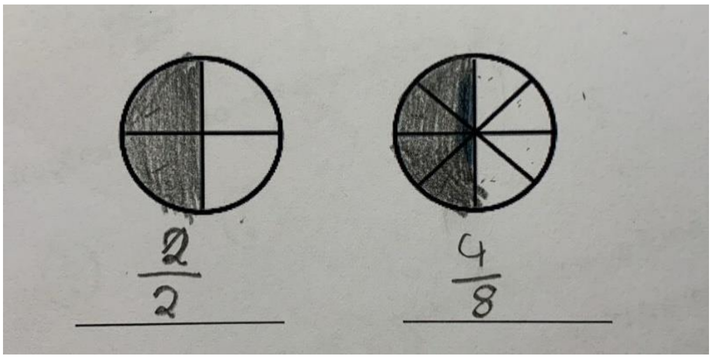
Resolução de Marta à questão 2 da Tarefa "Frações Equivalentes".



Ainda assim, existiram alguns alunos que apresentaram dificuldades na questão proposta. Cinco alunos pintaram duas fatias em ambos os círculos, como o caso de Valentina, representado na Figura 27.

Figura 27

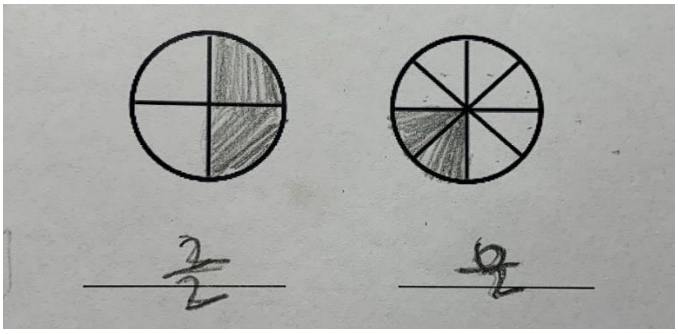
Resolução de Valentina à questão 2 da Tarefa "Frações Equivalentes".



Valentina pintou corretamente os círculos e indicou corretamente a fração da imagem da direita. No entanto, ao indicar a fração representada na imagem da esquerda, respondeu $\frac{2}{2}$, em vez de $\frac{2}{4}$, que era o que estava representado. Esta resposta sugere que Valentina, apesar de aparentar compreender o reconhecimento de equivalência, ainda apresenta dificuldades em reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo. Além destes alunos, existiram dificuldades específicas, como no caso de Gabriel, tal como ilustra a Figura 28.

Figura 28

Resolução de Gabriel à questão 2 da Tarefa "Frações Equivalentes".



Gabriel parece ter assumido que duas fatias de cada círculo representariam a mesma quantidade, independentemente do número de partes em que cada um se encontra dividido. Ao escrever $\frac{2}{2}$ e $\frac{6}{2}$ parece evidenciar também uma dificuldade em compreender a relação entre o numerador e denominador, visto que os números não correspondem às partes do todo. Além disso, para Gabriel, o denominador parece representar o número de partes pintadas, o que revela dificuldade na representação da fração.

Na questão 3, ilustrada na Figura 29, apenas uma aluna respondeu corretamente ao pedido.

Figura 29

Questão 3 da Tarefa "Frações Equivalentes".

3. Rodeia as frações que **não** são equivalentes a $\frac{1}{4}$.

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{12}$

No entanto, dezasseis identificaram corretamente que $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ não são equivalentes a $\frac{1}{4}$. Este aspeto pode estar relacionado com o facto de que, durante as aulas, foi evidenciada a comparação entre as representações das três frações, mostrando o porquê de não serem equivalentes. Ainda assim, alguns destes alunos tiveram dificuldade em identificar outras frações não equivalentes, como $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$, o que indica que, embora consigam reconhecer a diferença entre frações com numeradores iguais, apresentam dificuldades na equivalência entre frações com numeradores e denominadores diferentes.

Na questão 4, ilustrada na Figura 30, treze alunos responderam corretamente.

Figura 30

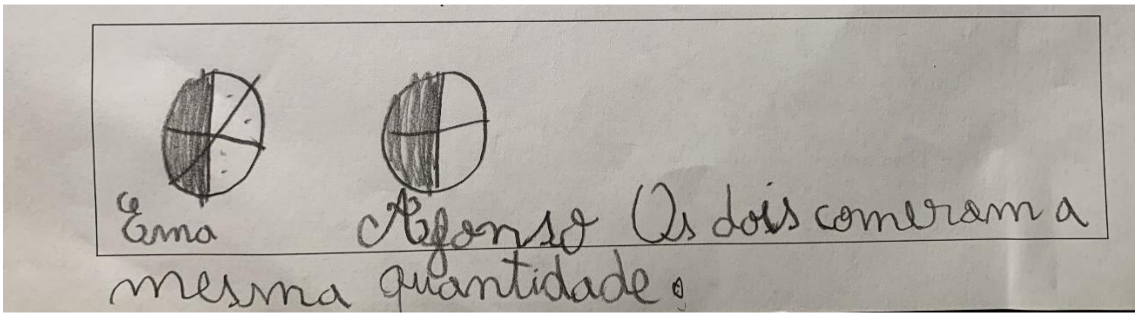
Questão 4 da Tarefa "Frações Equivalentes".

4. A Ema e o Afonso estão a comer cada uma pizza, a Ema já comeu $\frac{3}{6}$ e o Afonso já comeu $\frac{2}{4}$. Qual dos amigos comeu mais? Mostra como pensaste.

Dentro destes alunos, vários representaram círculos divididos e compararam as quantidades, tal como mostra a Figura 31.

Figura 31

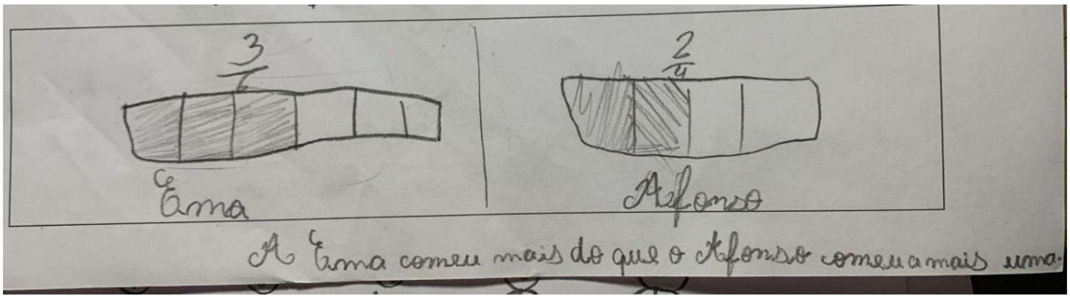
Resolução de António à questão 4 da Tarefa "Frações Equivalentes".



Este tipo de resposta indica que os alunos aparentam compreender que $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{4}$ representam a mesma quantidade, o que demonstra o reconhecimento da equivalência entre diferentes frações equivalentes a $\frac{1}{2}$. Por outro lado, os restantes alunos evidenciaram algumas dificuldades, devido, possivelmente, à comparação entre os numeradores diretamente (3 > 2) que os levou a assumir que a Ema comeu mais, tal como ilustra a Figura 32, através da resolução de Afonso.

Figura 32

Resolução de Afonso à questão 4 da Tarefa "Frações Equivalentes".



A resposta do aluno pode ter sido influenciada pelo facto de ter desenhado retângulos de tamanhos diferentes, uma vez que o retângulo que desenhou para Ema é maior que o de Afonso.

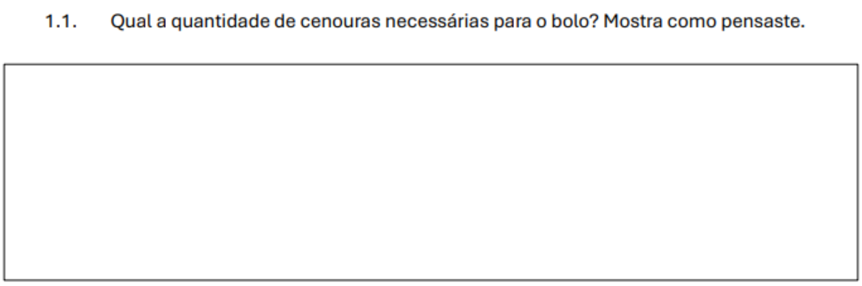
Apesar de, na maior parte das questões, grande parte da turma reconhecer a equivalência entre as diferentes frações, a análise da tarefa revela que existem ainda, em alguns alunos, dificuldades em trabalhar esta relação. Além disso, alguns alunos, como o caso do Gabriel, apresentam dificuldades em reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo.

5. Tarefa - Descobre a Receita

Na tarefa "Descobre a Receita"[2] (Anexo H), todos os pares responderam corretamente ao pedido, ilustrado na Figura 33.

Figura 33

Questão 1.1. da Tarefa "Descobre a Receita".

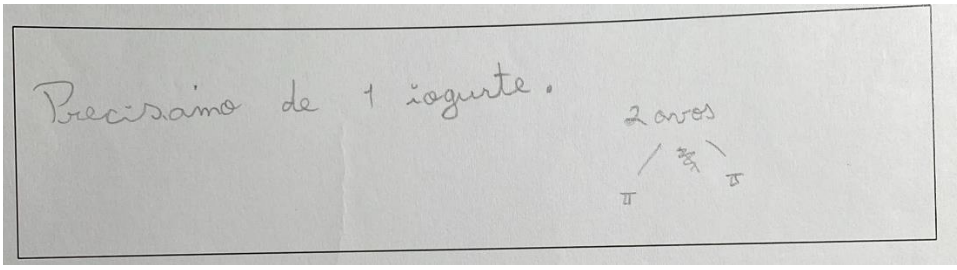

1.1. Qual a quantidade de cenouras necessárias para o bolo? Mostra como pensaste.

[2] Os enunciados da tarefa variaram de acordo com a receita do bolo correspondente ao sabor de cada grupo.

À exceção de dois pares de alunos, que apresentaram dificuldades na resolução da tarefa. A maioria dos pares que respondeu corretamente à questão, apenas expressou a quantidade necessária do ingrediente, sem justificar. Ainda assim, existiram dois pares a explicar o seu pensamento, conforme a resolução ilustrada na Figura 34.

Figura 34

Resolução de Ana e Guilherme à Tarefa "Descobre a Receita".

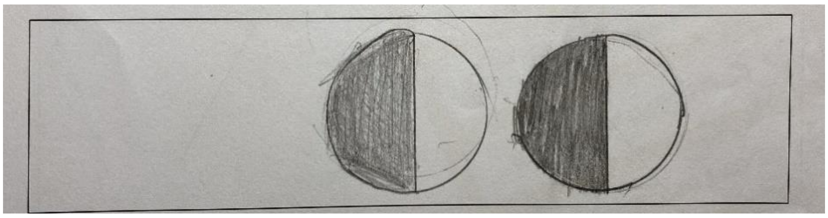


O par, ao desenhar os ovos e ao representar a divisão ao meio entre os dois ovos, evidencia que reconheceu que a fração apresentada implica a divisão do número de ovos para a determinação do número de iogurtes, associando corretamente a fração ao contexto.

Um dos pares que respondeu incorretamente ao pedido, representou dois círculos divididos ao meio, pintando apenas uma das metades, tal como mostra a Figura 35.

Figura 35

Resolução de Luísa e de Mariana à Tarefa "Descobre a Receita".

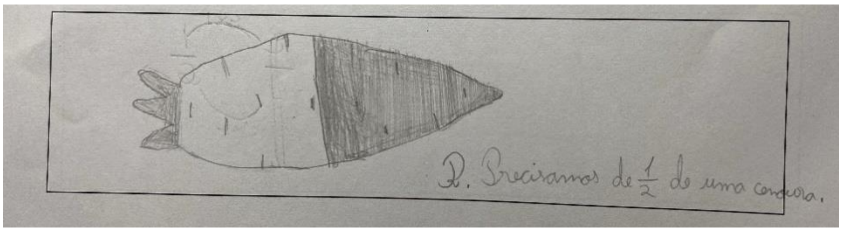


O par representou corretamente a divisão dos ovos, associada a $\frac{1}{2}$, no entanto, os alunos não a conectaram com a questão sobre a quantidade de iogurtes.

O outro par, respondeu incorretamente ao expressar que a quantidade necessária de cenouras seria $\frac{1}{2}$ cenoura, tal como apresentado na Figura 36.

Figura 36

Resolução de Francisca e de Carlos à Tarefa "Descobre a Receita".



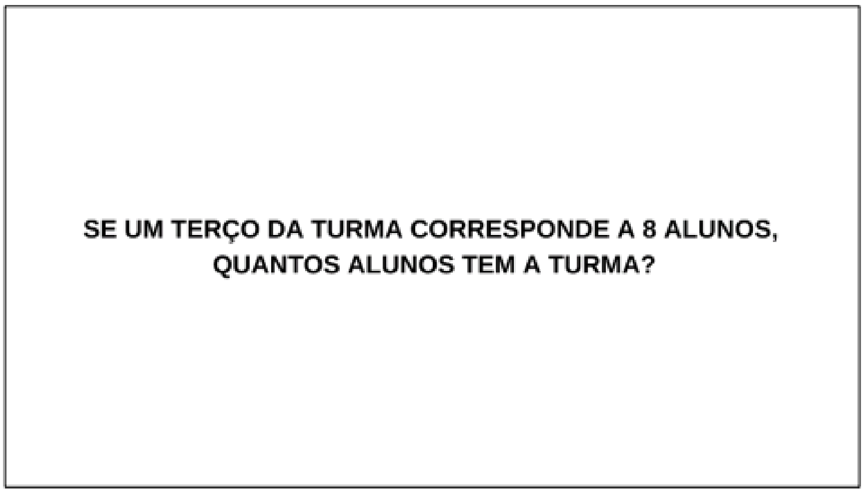
O par parece ter reconhecido que o problema envolvia frações e que o número de cenouras deveria ser uma fração do número de ovos. No entanto, interpretou que a fração seria $\frac{1}{2}$ cenoura, em vez de perceber que o número total de cenouras deveria ser metade dos ovos. Esta resposta pode revelar que, ao lidar com frações em situações práticas, como a de uma receita, os alunos podem encontrar algumas dificuldades. Por outro lado, a resposta pode, de igual forma, sugerir que o par não interpretou corretamente o pedido, focando apenas na fração sem perceber o seu significado no contexto da tarefa.

6. Questões do PowerPoint "Descobre a Receita"

Após a discussão da tarefa "Descobre a Receita", apresentei duas novas questões (Anexo I), focadas no significado parte-todo. Para resolver a primeira questão, ilustrada na Figura 37, os alunos tiveram de entender que "um terço da turma" corresponderia a dividir o total de alunos por 3, e que esse valor seria igual a 8.

Figura 37

1.ª Questão do PowerPoint "Descobre a Receita".



Neste contexto, surgiram várias respostas à questão:

> **Beatriz:** Eu acho que a turma tem 16 alunos, porque se um terço é 8, então eu adiciono mais 8.
>
> **Prof. Est.:** Todos concordam?
>
> **Francisca:** Não, porque o total dos alunos é 8.

Beatriz pareceu pensar que adicionar oito e oito seria suficiente para encontrar o número total de alunos, o que mostra que, possivelmente, ainda não compreendeu que um terço significa uma divisão em três partes iguais. Apesar de Francisca ter tentando corrigir a interpretação de Beatriz, também acabou por responder incorretamente. Ambas as respostas revelam uma dificuldade em mobilizar frações em situações práticas, onde o significado de um terço pode ser mal interpretado. Além disso, ambas as alunas podem ter tido dificuldades também na interpretação do problema, resultando numa resposta incorreta. Nesta sequência, Vitória refere:

> **Vitória:** Eu desenhei três grupos de 8 alunos, porque um terço são 8, então todos juntos dão 24!
>
> **Afonso:** Eu somei 8+8+8 e também deu 24.
>
> **António:** A mim também deu 24.
>
> **Prof. Est.:** Como pensaste, António?
>
> **António:** Multipliquei 8 por 3.
>
> **Prof. Est.:** Quem mais pensou como o António?
>
> **Valentina:** Eu fiz como o Afonso.
>
> **Vários alunos:** Eu também.

Vitória, ao desenhar três grupos de oito alunos, indica que, possivelmente, compreendeu que um terço da turma equivale a oito alunos, portanto, para encontrar o total, é necessário adicionar 8 três vezes. Afonso, que também adicionou 8 + 8 + 8, chega ao mesmo resultado, confirmando que também entendeu a relação entre as partes (os grupos de oito) e o todo (o total de alunos). E António, ao afirmar que multiplicou 8 por 3, revela utilizar corretamente as operações para resolver a situação. De um modo geral, apesar das dificuldades sentidas por alguns alunos, as respostas da maioria indicam que a turma respondeu corretamente ao pedido, reconhecendo e mobilizando a relação entre as partes e o todo.

7. Tarefa – Relação Parte-Todo

A tarefa “Relação Parte-Todo” (Anexo J) foi feita a pares, de forma consolidar o que foi trabalhado. A primeira questão, ilustrada na Figura 38, foi resolvida corretamente por todos os alunos, que utilizaram uma representação pictórica para compreender e resolver o problema, tal como mostra a Figura 39, apresentando como exemplo a resolução de Afonso e João.

Figura 38

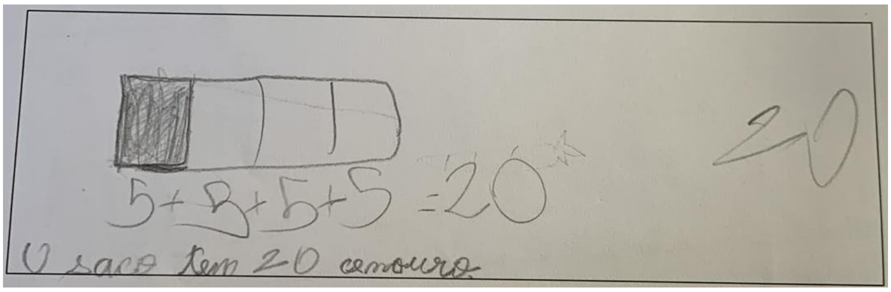
Questão 1.1. da Tarefa "Relação Parte-Todo".

1. Resolve os seguintes problemas. Mostra como pensaste.

1.1. A mãe do Tomás comprou um saco de cenouras para fazer um bolo. Para fazer o bolo usou 5 dessas cenouras. O Tomás disse à sua mãe:
– Usaste $\frac{1}{4}$ das cenouras do saco.
Quantas cenouras tem o saco no total?

Figura 39

Resolução de Afonso e de João à questão 1.1. da Tarefa “Relação Parte – Todo”.



Ao representar $\frac{1}{4}$, estes alunos evidenciam, possivelmente, que entenderam que a fração representa uma divisão do todo. A igualdade “5 + 5 + 5 + 5 = 20” parece demonstrar que compreenderam que cada parte do retângulo equivale a 5 cenouras, levando ao total de 20 cenouras no saco.

Treze alunos resolveram corretamente a segunda questão, ilustrada na Figura 40, utilizando, mais uma vez, representações pictóricas, dividindo o retângulo em três partes, pintando duas, e adicionaram corretamente os valores correspondentes a essas partes (4 + 4), resultando em 8 ovos usados, conforme ilustra a Figura 41.

Figura 40

Questão 1.2. da Tarefa "Relação Parte-Todo".

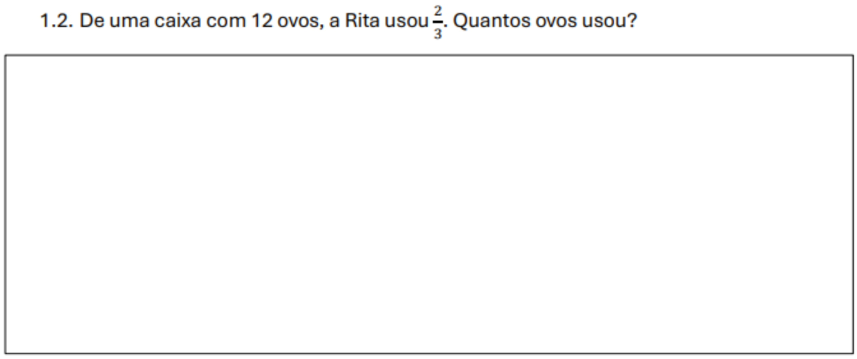
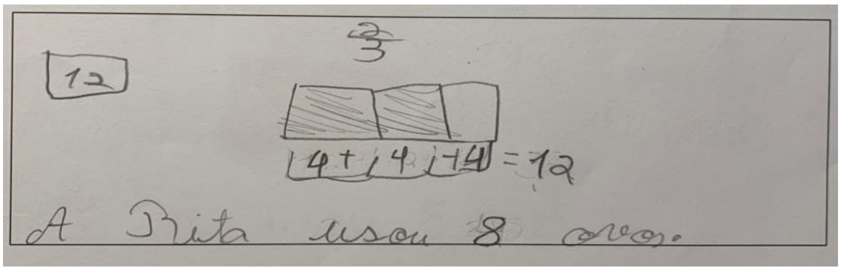

1.2. De uma caixa com 12 ovos, a Rita usou $\frac{2}{3}$. Quantos ovos usou?

Figura 41

Resolução de Marta e de António à questão 1.2 da Tarefa “Relação Parte – Todo”.

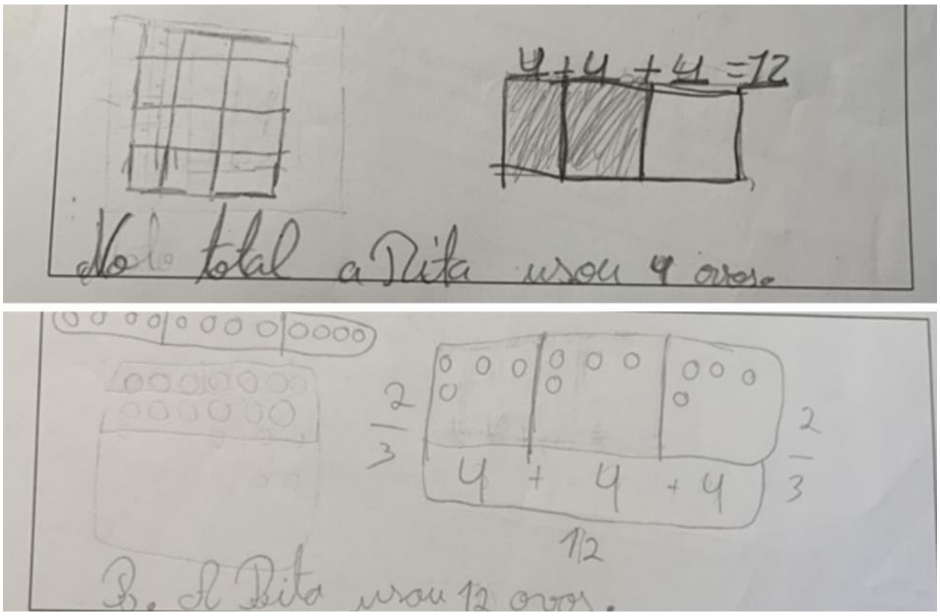


Esta resposta evidencia que os alunos reconhecem a fração como representação de uma relação parte todo.

Os restantes alunos revelaram algumas dificuldades. Dois pares de alunos responderam incorretamente mesmo representando corretamente $\frac{2}{3}$ de 12 ovos, conforme o ilustrado na Figura 42.

Figura 42

Resolução de Luísa e de Mariana e de Carlos e de Francisca à questão 2 da Tarefa “Relação Parte – Todo”.



Ambos os pares desenharam um retângulo dividido em três partes, pintaram duas e adicionaram corretamente 4 + 4 + 4, mas indicaram que a Rita usou 12 ovos. Esta resposta pode estar relacionada a uma falha na interpretação do resultado. Embora tenham compreendido que era necessário dividir o total por 3 partes, acabaram por confundir, possivelmente, o valor total da caixa de ovos (12) com a quantidade usada pela Rita ($\frac{2}{3}$ de 12).

Mais uma vez, apesar das dificuldades sentidas por alguns dos alunos, a maioria da turma revela reconhecer a fração como representação de um relação parte-todo e resolve corretamente situações problemáticas associadas a este aspeto. É de notar que as representações pictóricas mostraram-se fundamentais para facilitar o entendimento dos alunos. No geral, a tarefa proporcionou um contexto rico para que os alunos explorassem e aplicassem conceitos matemáticos de forma prática e significativa.

8. Tarefa – Farinha ou Açúcar?

A receita trabalhada ao longo do projeto de intervenção serviu de contexto para a tarefa "Farinha ou Açúcar?" (Anexo K). Todos os pares responderam corretamente à questão colocada, ilustrada na Figura 43.

Figura 43

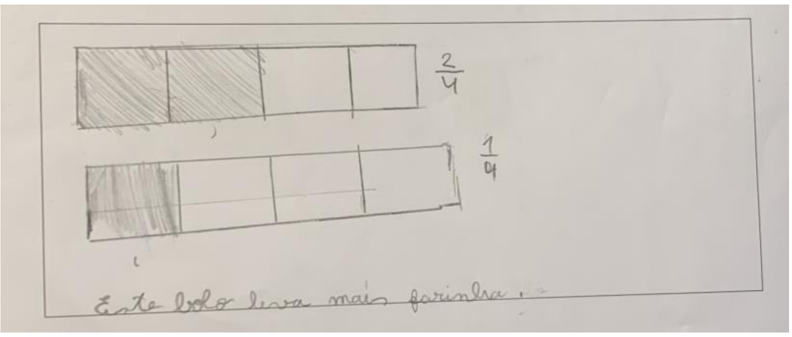
Questão 1.1. da Tarefa "Farinha ou Açúcar? ".

1.1. Este bolo leva mais farinha ou açúcar? Mostra como pensaste.

Os alunos representaram as frações e compararam as quantidades, tal como ilustra a Figura 44, com a resolução de André e Cátia.

Figura 44

Resolução de André e de Cátia à Tarefa "Farinha ou Açúcar?"



Esta resolução evidencia que os alunos são bem-sucedidos em comparar frações com o mesmo denominador através de representações pictóricas, identificando que $\frac{2}{4}$ é maior do que $\frac{1}{4}$. Ainda assim, foi necessário que os alunos compreendessem o significado associado a esta comparação no contexto em causa. Neste sentido, iniciei o seguinte diálogo:

Prof. Est.: Então o que significa dizer que $\frac{2}{4}$ é maior que $\frac{1}{4}$?

Afonso: Que vamos precisar de usar mais farinha que açúcar.

Prof. Est.: Como sabemos quanto vamos medir então?

Beatriz: Para o açúcar, só enchemos até ao primeiro tracinho, e para a farinha até ao segundo tracinho.

Prof. Est.: Para a farinha estamos a encher quanto?

Beatriz: $\frac{2}{4}$.

Prof. Est.: Certo, mas isso é quanto?

Vitória: Metade do copo.

O diálogo revela que os alunos compreendem a relação entre as diferentes frações. A identificação de que $\frac{2}{4}$ é maior do que $\frac{1}{4}$ indica, para além do mencionado anteriormente, que os alunos são capazes de relacioná-las a quantidades num contexto prático.

Afonso mostra, mais uma vez, comparar e ordenar frações com o mesmo denominador num contexto de receita, com sucesso. Beatriz revelou compreender a fração como representação de uma relação parte-todo, dado que parece saber o número de partes do copo que tem de preencher com cada ingrediente. E, por fim, a resposta de Vitória indica o seu reconhecimento da equivalência entre frações, mostrando que $\frac{2}{4}$ é equivalente a $\frac{1}{2}$.

9. Tarefa – Comparar e Ordenar Frações

Após a apresentação de sistematização do conteúdo trabalhado (Anexo L), foi realizada a tarefa "Comparar e Ordenar frações" (Anexo M) para consolidar as aprendizagens. Na questão 1, ilustrada na Figura 45, vinte alunos ordenaram corretamente as frações por ordem crescente, tal como ilustra a Figura 46, associada à resolução de Carlos.

Figura 45

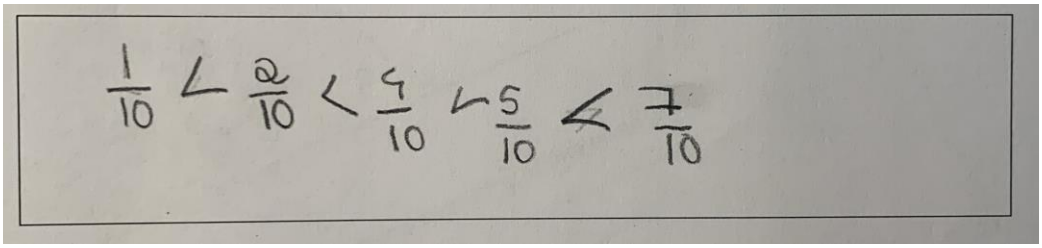
Questão 1 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

1. Ordena por ordem crescente as seguintes frações.

$$\frac{1}{10} \qquad \frac{2}{10} \qquad \frac{5}{10} \qquad \frac{7}{10} \qquad \frac{4}{10}$$

Figura 46

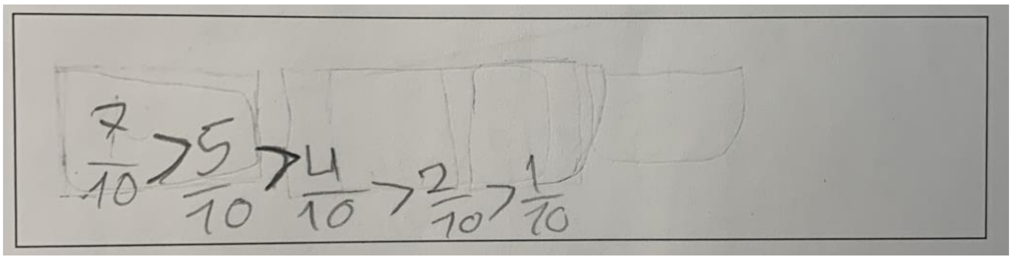
Resolução de Carlos à questão 1 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".



Dois alunos ordenaram corretamente as frações, mas por ordem decrescente conforme o ilustrado na Figura 47, através da resolução de Sofia.

Figura 47

Resolução de Sofia à questão 1 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

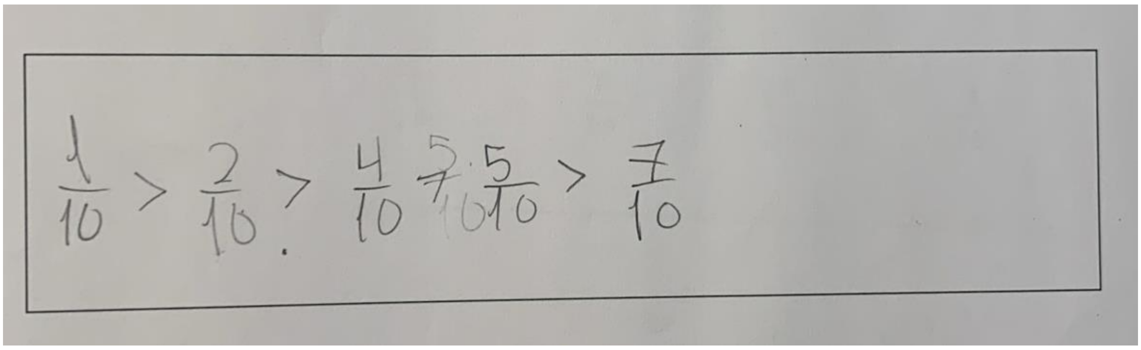


Esta resposta indica que os alunos compararam e ordenaram as frações, mas de forma decrescente. Apesar de o enunciado pedir que as frações sejam ordenadas de forma crescente, os alunos ordenaram corretamente, adaptando os sinais à situação.

Por outro lado, três alunos responderam incorretamente ao proposto. Os três alunos apresentaram o mesmo tipo de resolução, ilustradas pela resolução do Duarte na Figura 48.

Figura 48

Resolução de Duarte à questão 1 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".



Ainda que os alunos tenham apresentado a sequência correta, utilizaram incorretamente o sinal de maior. Ainda assim, apesar dos sinais incorretos, o facto de terem ordenado corretamente as frações indica, talvez, que compreenderam a ordem das frações, mas sentiram dificuldades na colocação dos sinais.

Na questão 2, ilustrada na Figura 49, onze alunos identificaram frações superiores a $\frac{2}{6}$, como pedido, dando respostas diferentes entre si, sendo uma das diferentes resoluções apresentada na Figura 50.

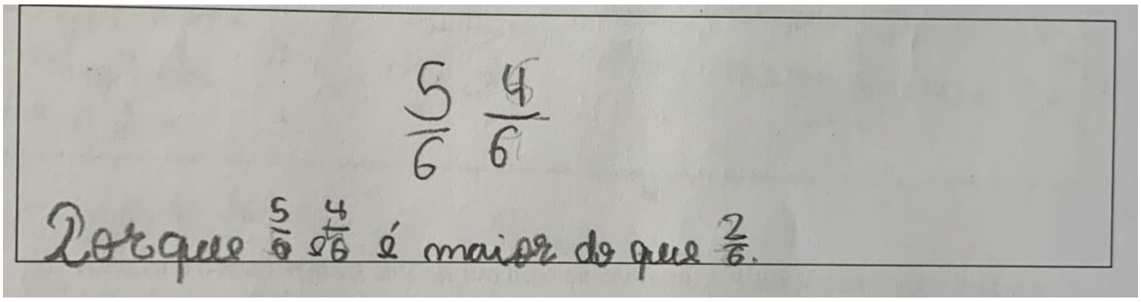
Figura 49

Questão 2 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

2. Dá um exemplo de duas frações maiores que $\frac{2}{6}$. Explica como pensaste.

Figura 50

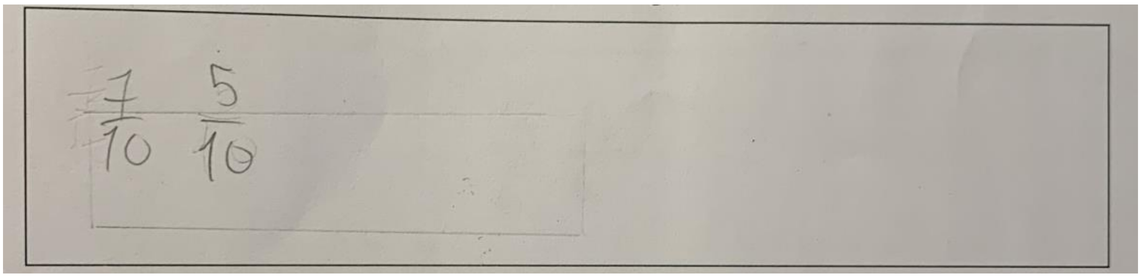
Resolução de Afonso à questão 2 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".



Os restantes alunos responderam incorretamente ao pedido, diferindo nas suas respostas. Dois alunos apresentaram frações com um denominador diferente de 6, tal como mostra a resolução de Duarte, ilustrado na Figura 51.

Figura 51

Resolução de Duarte à questão 2 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

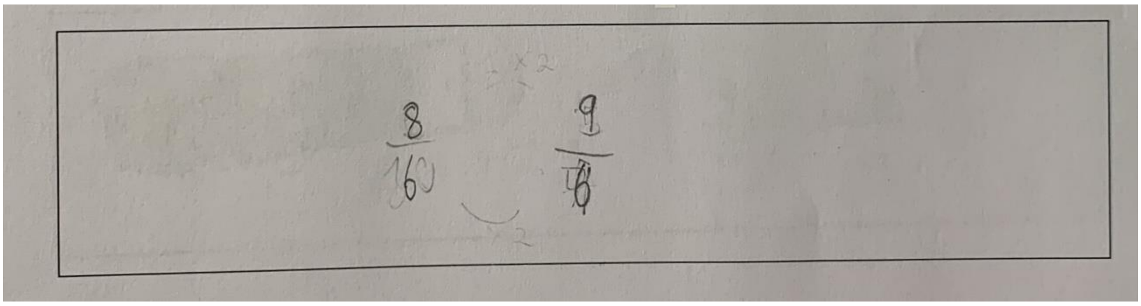


Embora estas frações sejam, de facto, maiores que $\frac{2}{6}$, a resposta de Duarte está, possivelmente, ligada ao facto de ter associado numeradores e denominadores maiores que os da fração inicial, dado que a turma ainda não explorou relações entre frações com denominadores diferentes.

Nove dos alunos que responderam incorretamente, apresentaram frações cujo numerador era maior que o denominador, como mostra a Figura 52.

Figura 52

Resolução de Francisca à questão 2 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".



Tal como Duarte, também Francisca apresentou frações maiores que $\frac{2}{6}$. Ainda assim, a aluna apresentou duas frações impróprias. O uso de frações impróprias neste contexto sugere que, possivelmente, os alunos usaram estas frações sem compreender o seu significado, visto que não foram trabalhadas em contexto de sala de aula, tal como referido pela professora cooperante.

Na questão 3, ilustrada na Figura 53, vinte e um alunos responderam corretamente, utilizando representações para ilustrar que João comeu mais, afirmando, corretamente, que $\frac{3}{8}$ é maior que $\frac{1}{8}$, tal como ilustra a Figura 54, com a resolução de André.

Figura 53

Questão 3 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

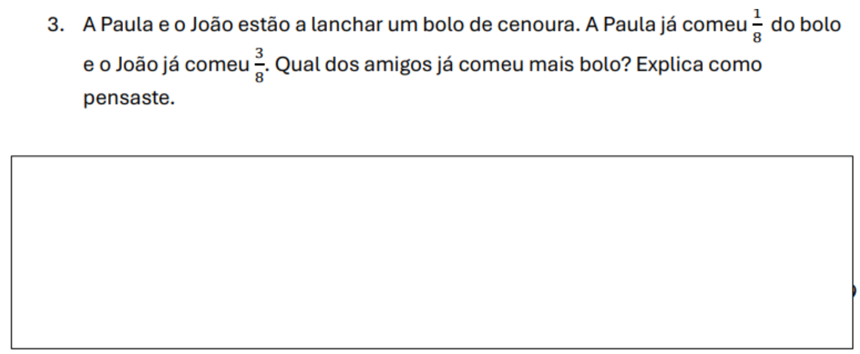
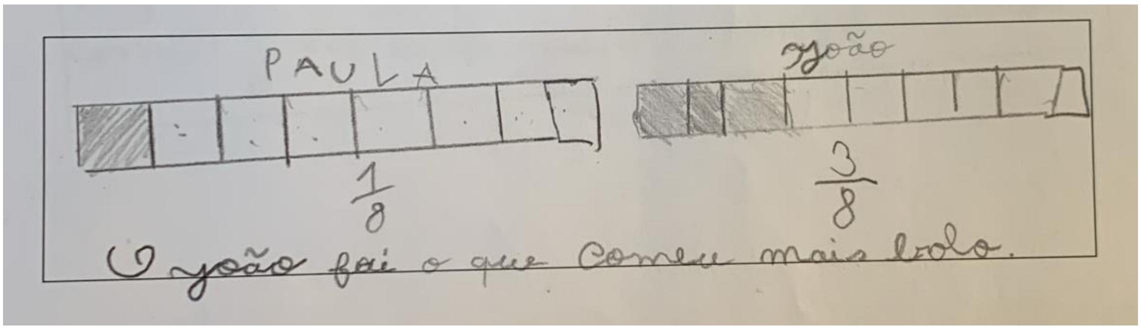

3. A Paula e o João estão a lanchar um bolo de cenoura. A Paula já comeu $\frac{1}{8}$ do bolo e o João já comeu $\frac{3}{8}$. Qual dos amigos já comeu mais bolo? Explica como pensaste.

Figura 54

Resolução de André à questão 3 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

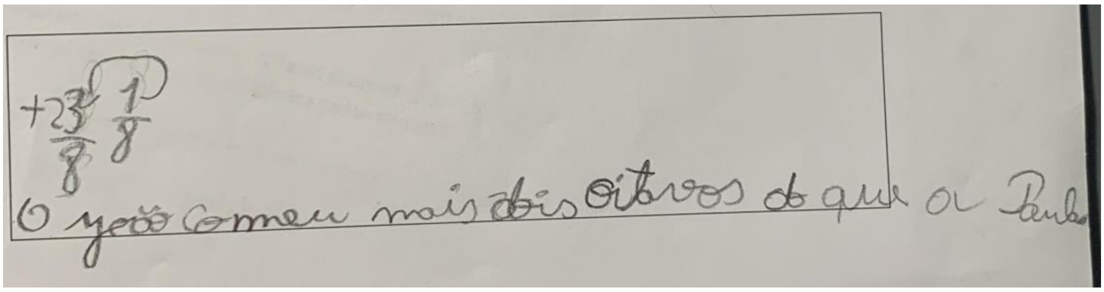


Na resposta apresentada, André representou corretamente as frações propostas e comparou-as, de forma a interpretar que João foi quem comeu mais bolo. Esta resposta sugere que o aluno estabeleceu corretamente a relação entre as frações, aplicando esta relação ao contexto.

António, por outro lado, relatou que o João comeu $\frac{2}{8}$ a mais do que Paula, conforme o ilustrado na Figura 55.

Figura 55

Resolução de António à questão 3 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".

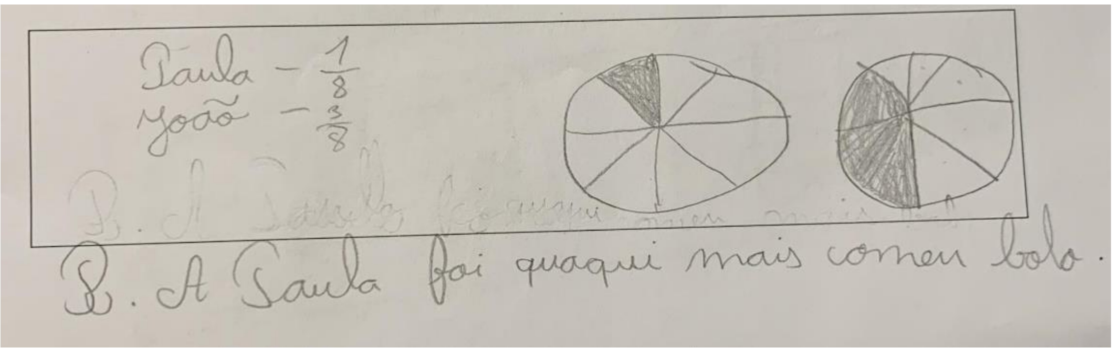


Ao calcular a diferença entre as quantidades, António parece não apenas reconhecer e comparar as frações envolvidas, mas realiza também, corretamente, uma subtração para determinar a diferença entre as frações.

Os alunos que responderam incorretamente à questão, afirmaram que foi Paula quem comeu mais bolo. Ainda assim, Francisca, embora tenha afirmado que Paula comeu mais, apresentou corretamente a representação das fatias, que evidenciam que João comeu mais, tal como mostra a Figura 56.

Figura 56

Resolução de Francisca à questão 3 da Tarefa "Comparar e Ordenar Frações".



A resposta de Francisca pode estar ligada à dificuldade em conectar e interpretar diferentes formas de representação. Apesar de ter representado corretamente a fração de forma pictórica, a aluna não utilizou a informação dessa representação para a sua conclusão integrada no contexto apresentado.

As resoluções associadas a esta tarefa revelam que a maioria dos alunos compara e ordena frações com sucesso, em particular em contextos práticos. No entanto, surgiram dificuldades, principalmente na utilização dos sinais associados às desigualdades. A utilização de representações pictóricas mostrou-se, mais uma vez, importante para os alunos.

10. Tarefa – Instrumento de Medida

A tarefa "Instrumento de Medida" (Anexo N) teve como objetivo relacionar vários subtópicos associados às frações, além de abranger diferentes tópicos matemáticos. Os alunos tiveram de pensar criticamente sobre a melhor forma de dividir o instrumento de acordo com as quantidades necessárias para a receita.

Durante a tarefa vários alunos enfrentaram dificuldades em entender como dividir o instrumento em partes que possibilitassem a medição de todas as quantidades indicadas. Percebendo que estas dificuldades eram comuns à maioria dos alunos, decidi transformar a realização da tarefa numa discussão coletiva, incentivando a partilha de ideias e a exploração de possíveis soluções, tal como mostra o seguinte excerto:

Afonso: Podemos dividir o copo em 4 partes. Assim, conseguimos medir $\frac{2}{4}$ de farinha.

Prof. Est.: Como podemos medir $\frac{1}{8}$ de óleo, se o instrumento está apenas dividido em 4?

André: Podemos dividir em 8?

Prof. Est.: Então e como conseguimos medir $\frac{1}{4}$?

André: Pois, não dá.

Afonso parece reconhecer que é necessário dividir o copo em quatro, para que seja possível medir $\frac{2}{4}$ de farinha. André, ao tentar responder à questão que lhe coloquei, sugere dividir o copo em oito partes, o que pode indicar que entendeu a necessidade de uma divisão num maior número de partes para medir $\frac{1}{8}$. Durante a discussão, ficou evidente que a maioria dos alunos se sentiu confusa em relação à tarefa proposta. Muitos deles pareciam ter dificuldade em entender que a divisão do copo não precisava ser determinada pelo denominador da fração que estavam a tentar medir, tal como é evidenciado no seguinte diálogo:

Prof. Est.: Então dividimos o copo em 4 ou em 8?

Beatriz: Não dá para fazer só com um copo.

Prof. Est.: Então?

Beatriz: Temos de ter um copo dividido em 4 e outro em 8.

Prof. Est.: Mas só podemos usar um copo.

Alguns alunos associaram a ideia de que, se queriam medir $\frac{1}{4}$, o copo deveria estar necessariamente dividido em quatro partes. Esta situação resultou num impasse, pois, para a turma, não fazia sentido que $\frac{1}{4}$ de açúcar fosse medido num copo que estivesse dividido em oito partes.

Neste sentido, procurei orientar a discussão, estimulando os alunos a pensar e a encontrar soluções por meio próprio, sem oferecer a resposta direta. Para tal, pedi a um aluno que desenhasse no quadro dois copos medidores: um dividido em 4 partes e outro em 8 partes. Em seguida, pedi que pintasse $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$, respetivamente. Após este momento, questionei:

Prof. Est.: Conseguem perceber alguma coisa?

Vitória: Que $\frac{1}{4}$ é equivalente a $\frac{2}{8}$!

Prof. Est.: Muito bem, Vitória! E isso significa o que, para nós quando estamos a medir?

André: Isso quer dizer que, se dividirmos o copo em 8 partes, conseguimos medir $\frac{1}{4}$.

Manuel: Basta encher dois traços!

Ana: Então se enchermos 4 partes, estamos a medir $\frac{2}{4}$?

Prof. Est.: É isso mesmo!

Duarte: Agora que estou a ver, $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ são metade do copo.

Prof. Est.: Ou seja? É equivalente a..?

Vários alunos: A $\frac{1}{2}$.

Prof. Est.: Então, dividimos o copo em quantas partes?

Turma: 8.

O processo de desenhar os copos e as frações foi importante, pois facilitou a compreensão e a discussão das relações entre frações. Por exemplo, André, que inicialmente não compreendeu que $\frac{1}{4}$ poderia ser medido num copo dividido em oito partes, compreendeu depois deste momento.

O processo de dividir o copo em oito partes iguais utilizando uma tira de papel de 16 cm revelou-se outro desafio significativo para os alunos. Embora a tarefa parecesse simples, na prática muitos dos alunos enfrentaram dificuldades ao tentar entender que cada divisão deveria ser feita em espaços de 2 cm. Inicialmente, os grupos fizeram as oito marcas de forma desigual, evidenciando dificuldade no reconhecimento da necessidade de uma divisão equitativa. Neste sentido e de forma auxiliar os grupos, questionei à turma o seguinte:

Prof. Est.: Através deste copo, será que consigo medir corretamente as quantidades?

Luísa: Acho que sim, tem os 8 traços.

Afonso: Mas não são bem iguais.

Prof. Est.: Muito bem, então como podemos fazer para que os espaços fiquem iguais?

Beatriz: Com uma régua?

Prof. Est.: E que medida usamos?

Guilherme: Podemos fazer espaços de 1 cm.

Prof. Est.: Vamos experimentar.

Após realizar as medições numa tira separada, perguntei:

Prof. Est.: Conseguem perceber alguma coisa?

Afonso: Que o último traço ficou maior.

Vitória: Só se fizermos com 2cm, já que 2 vezes 8 dá 16.

O excerto mostra que, inicialmente, os alunos tiveram dificuldade em entender como dividir o comprimento total da tira em partes iguais. Ainda assim, Afonso reconheceu a falta de uniformidade nas marcações, o que demonstra, possivelmente, que entendeu a importância de medir corretamente. Beatriz sugeriu usar uma régua e, Guilherme sugeriu dividir em espaços de 1 cm, o que revela uma tentativa de aplicar uma solução, embora incorreta. Já Vitória sugeriu que os espaços deveriam ter 2 cm, observando que 2 vezes 8 resultaria nos 16 cm totais. Este momento mostra uma compreensão dos factos básicos da multiplicação e da sua relação com a divisão. Após superadas as dificuldades cada grupo realizou a tarefa, tal como mostra a Figura 3, apresentada no capítulo 3.

11. Confeção do bolo

Na confeção dos bolos, os alunos foram expostos a uma experiência prática com o objetivo de promover a mobilização de diferentes conhecimentos associados aos conteúdos abordados de forma contextualizada. Os alunos mostraram-se bastante envolvidos e trabalharam em equipa, distribuindo as responsabilidades de acordo com as orientações fornecidas. Tal como evidenciam o seguinte diálogo e a Figura 57:

Sofia: Quanto é que precisamos de farinha?

Duarte: $\frac{2}{4}$.

Mariana: É metade do copo. Tens de encher até ao quarto traço.

Sofia: Sim, eu sei, são $\frac{4}{8}$.

Figura 57

Momento de medição da farinha no grupo 1.

O presente diálogo entre Sofia, Duarte e Mariana evidencia uma compreensão sobre aspetos essenciais associados ao trabalho com frações, em particular na relação entre frações equivalentes. Mariana mostra associar $\frac{2}{4}$ a metade do copo, orientando Sofia a encher até ao "quarto traço", conectando a fração ao contexto da receita. Sofia revelou compreender o reconhecimento da equivalência entre as frações $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$. Num outro grupo, outros alunos, como Afonso e João, também debateram as frações associadas às quantidades dos ingredientes da receita:

Afonso: Mete 1/8 de óleo.

João: Ou seja, tenho de encher até ao sétimo traço?

Afonso: O que? Não!

Valentina: Tens de encher até ao primeiro.

João: Então, mas é 1/8.

Afonso: Pois, tens de encher apenas 1 traço dos 8.

João: Pensei que fosse para deixar 1 traço.

A resposta de João, ao interpretar a instrução dada pelo colega, sugere dificuldade no significado de numerador e denominador em contexto da divisão de uma unidade. Em vez de visualizar $\frac{1}{8}$ como uma única parte entre oito iguais, João interpreta que $\frac{1}{8}$ corresponde a deixar uma parte vazia.

A discussão posterior, sobre como dividir os bolos em partes iguais, permitiu explorar de forma contextualizada, com cada um dos grupos, os tópicos que foram trabalhados ao longo do projeto:

Prof. Est.: Temos 3 bolos, portanto quantas fatias cortamos em cada bolo para cada aluno ter uma fatia?

Vários alunos: 8.

A resposta imediata de "8", por parte dos alunos, pode ser interpretada de duas maneiras. Por um lado, os alunos podem ter calculado que, para que cada aluno receba uma fatia, precisam de cortar 8 fatias por bolo, (3 bolos vezes 8 fatias). Neste caso, a resposta indica que os alunos entenderam a necessidade de dividir cada bolo em partes iguais, evidenciando a necessidade de realizar uma partilha equitativa. Por outro lado, esta resposta pode, também, estar associada ao facto de esta questão já ter sido trabalhada, na 6.ª sessão, com a seguinte questão: “Se um terço da turma corresponde a 8 alunos, quantos alunos tem a turma?”

Após este momento, pedi que cada grupo, à vez, se juntasse a mim e que, enquanto dividimos o bolo, respondessem às minhas questões, tal como evidencia o seguinte excerto[3]:

Prof. Est.: Primeiro divido onde?

Vários alunos: No meio.

Prof. Est.: O bolo está dividido em quantas partes?

Vários alunos: 2.

Prof. Est.: E esta fatia [*aponto*] corresponde ao quê?

Vários alunos: Metade.

Prof. Est.: Ou seja?

Vários alunos: $\frac{1}{2}$.

Os alunos, ao reconhecerem que a fatia representa metade e, em seguida, afirmarem que isso corresponde a $\frac{1}{2}$, evidenciam reconhecer a fração como uma forma de expressar a relação entre a parte e o todo, visto que os aparentaram perceber que o todo (o bolo inteiro) foi dividido em duas partes, sendo cada uma dessas partes equivalente a metade do bolo. Em seguida o bolo foi cortado outra vez no meio, resultando em quatro fatias, tal como evidencia o diálogo e a Figura 58.

Prof. Est.: E agora corto onde?

Afonso: Ao meio outra vez.

Prof. Est.: Agora está dividido em quantas partes?

Vários alunos: 4.

Prof. Est.: Esta fatia [*aponto*] corresponde ao quê?

Afonso: $\frac{1}{4}$.

Prof. Est.: E estas duas [*aponto*]?

[3] Excerto relativo à discussão do grupo do bolo de cenoura.

João: $\frac{2}{4}$.

Prof. Est.: Então esta fatia [*aponto*] tem mais ou menos quantidade do que 3 fatias?

Vários alunos: Menos.

Prof. Est.: Porquê?

Sofia: Porque $\frac{1}{4}$ é menor que $\frac{3}{4}$.

Figura 58

Momento em que o bolo foi cortado em 4 partes.

Neste diálogo, ao afirmar que a fatia corresponde a $\frac{1}{4}$, Afonso evidencia, possivelmente, que compreende a quantidade representada pela fração, visto que, ao reconhecer que, após um novo corte, o bolo está agora dividido em quatro partes iguais, Afonso parece compreender que a fração se refere ao número de partes em relação ao todo, que neste caso são 4 partes de um bolo. João ao associar $\frac{2}{4}$ a duas fatias, revela também reconhecer o número de partes consideradas relativamente ao total de fatias. Além disso, a resposta da Sofia, ao reconhecer que $\frac{1}{4}$ é menor que $\frac{3}{4}$, evidencia que a aluna compara de forma correta duas frações com o mesmo denominador. De forma a trabalhar as relações entre diferentes frações, questionei o seguinte:[4]

Prof. Est.: Então e $\frac{1}{2}$ [*aponto para as fatias que representam a fração indicada*] é maior ou menor que $\frac{1}{4}$ [*aponto para a fatia que representa a fração indicada*]?

[4] Excerto relativo à discussão do grupo do bolo de morango.

Vários alunos: É maior.

Para orientar o raciocínio dos alunos, utilizei as fatias do bolo como exemplo visual. A resposta em grupo, indicando que $\frac{1}{2}$ é maior, sugere que, possivelmente, os alunos entenderam a relação entre estas frações, reforçada, em grande parte, pela comparação entre as diferentes proporções representadas fisicamente, evidenciando a importância, neste momento, das representações ativas.

Prof. Est.: Uma fatia corresponde a quanto?

Vários alunos: $\frac{1}{8}$.

Prof. Est.: E duas?

Vários alunos: $\frac{2}{8}$.

Prof. Est.: E estas todas [*aponto*]?

Vários alunos: $\frac{4}{8}$.

Prof. Est.: ou?

Guilherme: Metade.

Vitória: $\frac{1}{2}$.

Neste diálogo, os alunos parecem reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo, ao identificar corretamente as partes correspondentes a $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$ e $\frac{4}{8}$. A resposta de Guilherme, ao afirmar que $\frac{4}{8}$ é metade e a confirmação de Vitória ao dizer $\frac{1}{2}$, revela que os alunos parecem reconhecer que as frações são equivalentes. No sentido de desafiar os alunos a aplicarem, mais uma vez, o tópico das frações a um contexto, questionei o seguinte[5]:

Prof. Est.: Quantas fatias teriam de cortar se quisesse que a turma toda comesse este bolo?

André: Muitas.

[5] Excerto relativo à discussão do grupo do bolo de laranja.

Prof. Est.: Mas quantas?

André: 24.

Prof. Est.: Então e uma fatia corresponderia a que fração?

Carolina: $\frac{1}{24}$.

Prof. Est.: E essa fração é maior ou menor que $\frac{1}{8}$?

Mariana: Muito menor.

Prof. Est.: Por que dizes isso?

Mariana: 24 fatias são mais pequenas que 8.

A resposta de Mariana, ao afirmar que $\frac{1}{24}$ é "muito menor" que $\frac{1}{8}$, parece revelar que reconhece a relação entre frações com diferentes denominadores e numerador um. Embora esta comparação seja influenciada pela ideia de que, para cortar o bolo em 24 fatias, estas precisam ser muito menores, a comparação é, também, reflexo de que a aluna, possivelmente, compreende que, quanto maior o denominador, menor a fração representada.

No final da confeção do bolo, os alunos foram instruídos a copiar as três receitas para o caderno, para que pudessem utilizá-las em casa. Através da cópia das receitas, os alunos não praticaram apenas a escrita, mas também tiveram a oportunidade de explorar o vocabulário específico relacionado à construção de uma receita. Durante este momento, vários alunos mostraram-se entusiasmados com a ideia de poder fazer em casa, tal como mostra o seguinte diálogo:

Sofia: Professora, posso fazer o bolo com a minha mãe em casa?

Mariana: Eu também quero tentar! Faço muitos bolos com a minha avó, acho que ela vai gostar deste.

João: E se eu errar nas medidas?

Prof. Est.: Não te preocupes, João! Faz como fizemos aqui. Podes usar um copo medidor ou marcar as divisões no copo, e se precisares, pedes ajuda.

Valentina: Eu nunca fiz um bolo … Mas acho que vou tentar! Se conseguir, trago um bocadinho para a turma.

O diálogo destaca o entusiasmo e a curiosidade dos alunos em aplicar o que aprenderam com as suas famílias. O momento em que os alunos copiaram as receitas para o caderno foi para além da prática da escrita, dado que permitiu que se familiarizem com o vocabulário da receita e que relacionassem o uso de frações a um contexto prático.

12. Tarefa Final

Na primeira questão da tarefa final (Anexo P), ilustrada na Figura 59, todos os alunos responderam corretamente ao pedido, tal como exemplificado pela resolução de Sofia (Figura 60).

Figura 59

Questão 1 da Tarefa Final

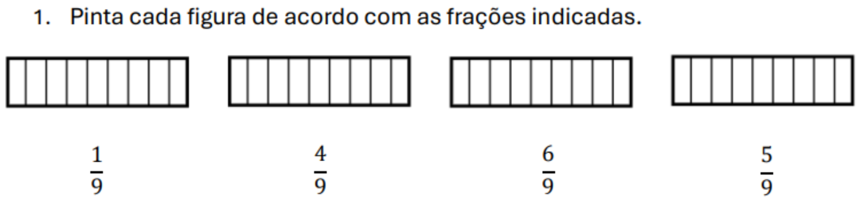
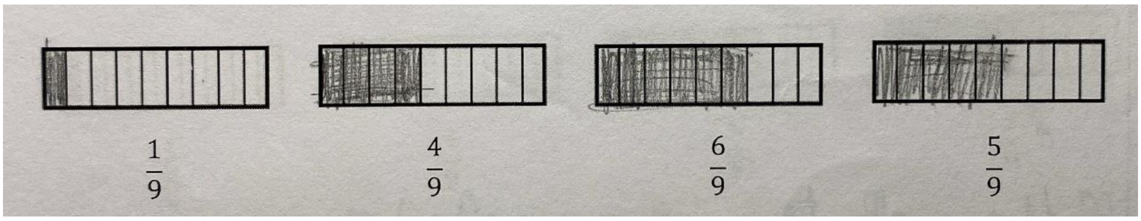


Figura 60

Resolução de Sofia à questão 1 da Tarefa Final.



Contudo, ao analisar a questão 1.1, ilustrada na Figura 61, observou-se que, apesar de dezoito alunos terem realizado a questão de forma adequada, alguns evidenciaram dificuldades, tal como mostra a resolução de João, expressa na Figura 62.

Figura 61

Questão 1.1. da Tarefa Final

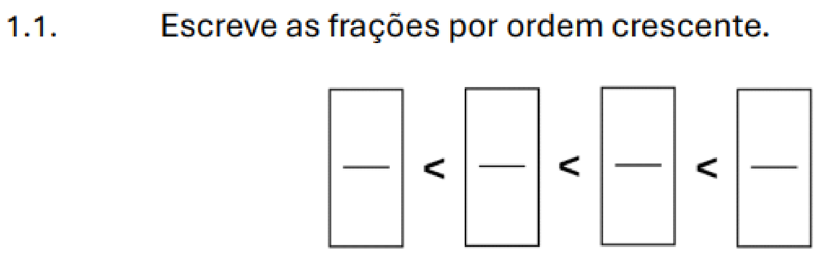
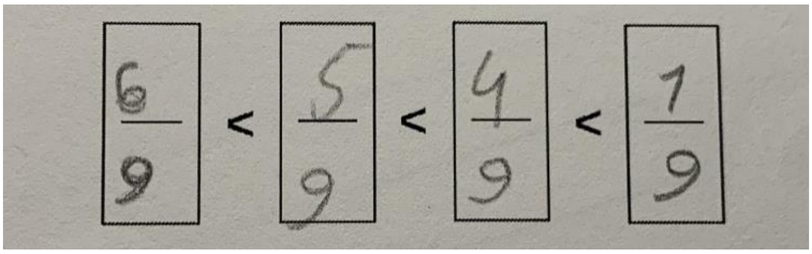


Figura 62

Resolução de João à questão 1.1. da Tarefa Final.



A resposta de João pode refletir dificuldades em ordenar, de forma crescente, as frações em causa, uma vez que o faz de forma decrescente ou mesmo que o aluno não reconhece a relação entre as quantidades representadas pelas frações.

Doze dos alunos responderam corretamente à questão 2, ilustrada na Figura 63, utilizando representações adequadas das frações para comparar $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$, conforme o ilustrado na Figura 64 através da resolução de Luísa.

Figura 63

Questão 2 da Tarefa Final

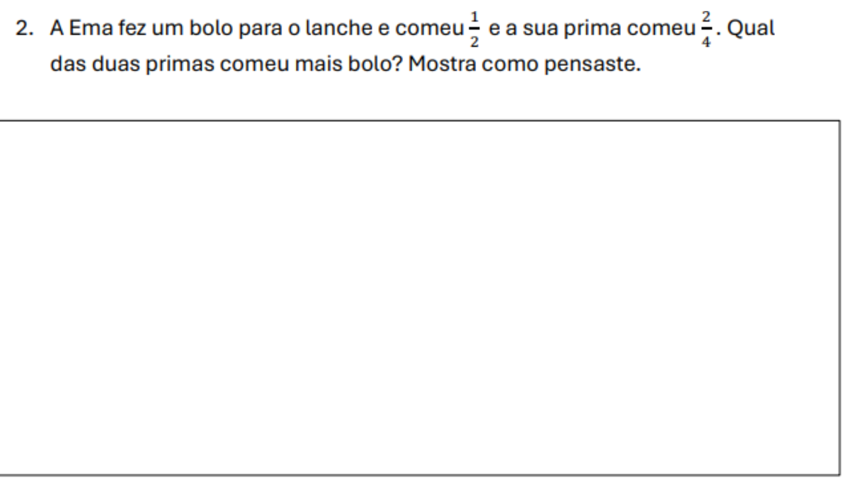
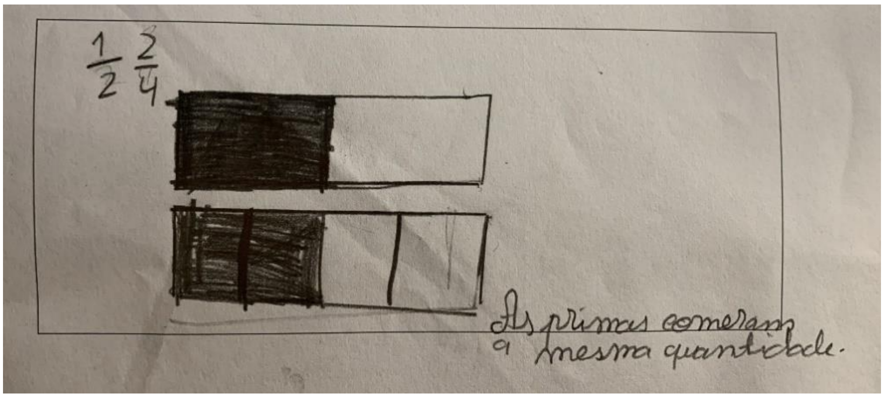


Figura 64

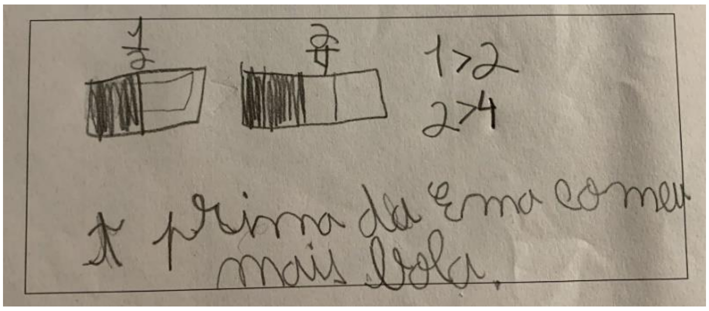
Resolução de Luísa à questão 2 da Tarefa Final.



As respostas da maioria dos outros alunos revelam dificuldades associadas à comparação, dado que afirmam que a prima da Ema comeu uma maior quantidade de bolo, tal como mostra o exemplo ilustrado na Figura 65, através da resolução de Rafael.

Figura 65

Resolução de Rafael à questão 2 da Tarefa Final.



Apesar da representação pictórica das frações, a resposta de Rafael parece ter decorrido da comparação apenas dos numeradores das frações, sem considerar que ambas são equivalentes.

Na questão 3, ilustrada na Figura 66, vinte e um alunos resolveram o proposto corretamente. A maior parte dos alunos representou pictoricamente a situação, mostrando que 50 + 50 + 50 + 50 totalizam 200 gelados, tal como ilustra a Figura 67, com a resolução de Valentina.

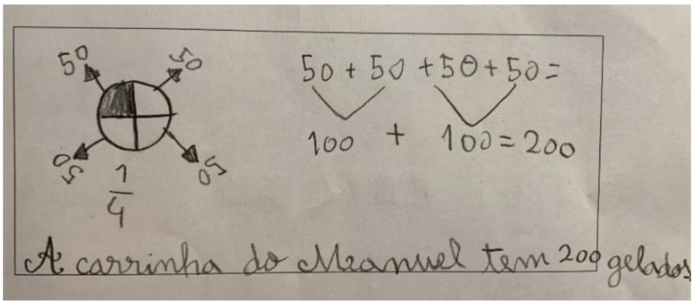
Figura 66

Questão 3 da Tarefa Final

3. O Manuel é dono de uma carrinha de gelados. Sabendo que tem 50 gelados de morango e que estes são $\frac{1}{4}$ do total de gelados, quantos gelados tem a carrinha do Manuel? Mostra como pensaste.

Figura 67

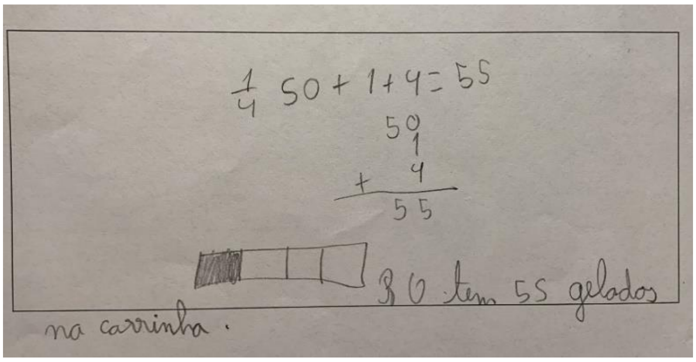
Resolução de Valentina à questão 3 da Tarefa Final.



Esta resolução mostra, possivelmente, que os alunos compreenderam que os 50 gelados de morango representavam uma parte do total. Ainda assim, três alunos deixaram a questão em branco, enquanto uma aluna apresentou uma resolução incorreta, adicionando 50 gelados com 1 e 4, resultando num total de 55 gelados, conforme a Figura 68.

Figura 68

Resolução de Francisca à questão 3 da Tarefa Final.



Esta resposta pode ter ocorrido porque a aluna adicionou o número de gelados de morango com os valores do numerador e do denominador da fração, evidenciando uma possível dificuldade na interpretação do problema e na compreensão do que representa uma fração.

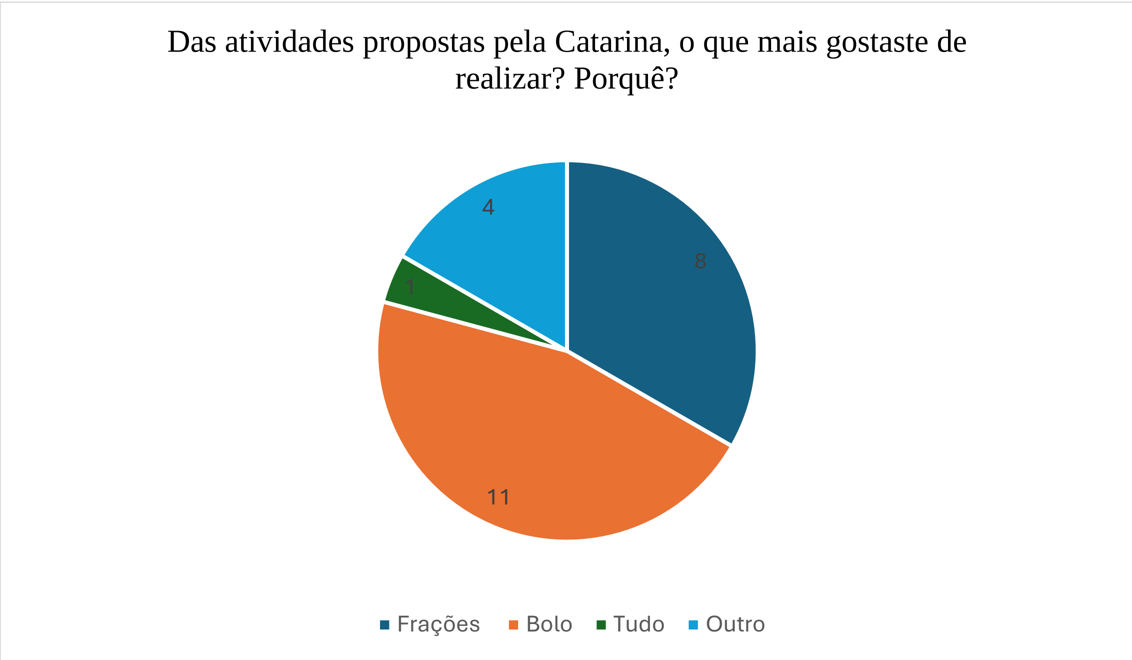
9. Questionário

Na última sessão foi feito um questionário (Anexo A), individualmente, de forma a obter feedback dos alunos sobre as tarefas realizada ao longo do projeto. O questionário foi organizado de forma a permitir saber tanto as preferências dos alunos em relação às tarefas quanto as dificuldades que encontraram, além de proporcionar uma oportunidade para refletirem sobre o que aprenderam.

No que respeita à primeira questão do questionário, as respostas foram bastante diversificadas, conforme ilustrado na Figura 69.

Figura 69

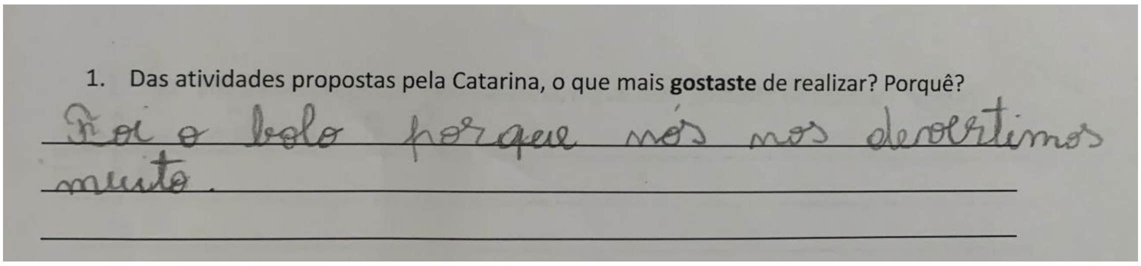
Gráfico relativo às respostas da questão 1 do questionário.



No total, onze alunos indicaram que a tarefa que mais apreciaram foi fazer o bolo. A principal justificação apresentada foi o facto de considerarem a tarefa divertida e prática, como exemplificado na Figura 70, através da resposta de Vitória.

Figura 70

Resposta de Vitória à questão 1 do questionário.

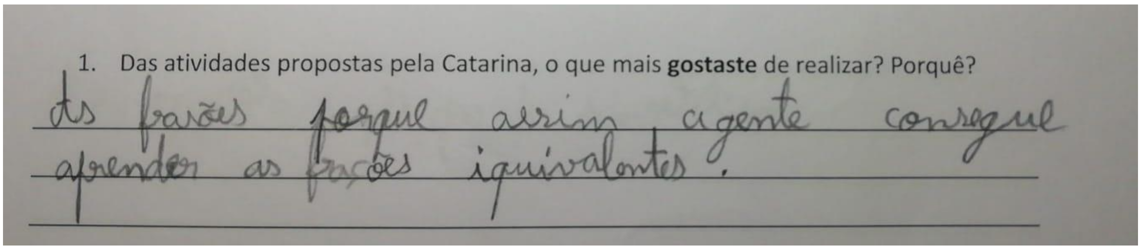

1. Das atividades propostas pela Catarina, o que mais **gostaste** de realizar? Porquê?

Foi o bolo porque nós nos devertimos muito.

Esta preferência pode estar associada ao caráter lúdico e colaborativo da atividade, que envolveu a aplicação de conceitos matemáticos de forma contextualizada, tornando o processo de aprendizagem mais envolvente. Oito alunos responderam que a atividade de que mais gostaram foi trabalhar com frações de forma geral, mencionando que aprenderam bastante, em particular sobre frações equivalentes, tal como ilustra a Figura 71.

Figura 71

Resposta de Mariana à questão 1 do questionário.

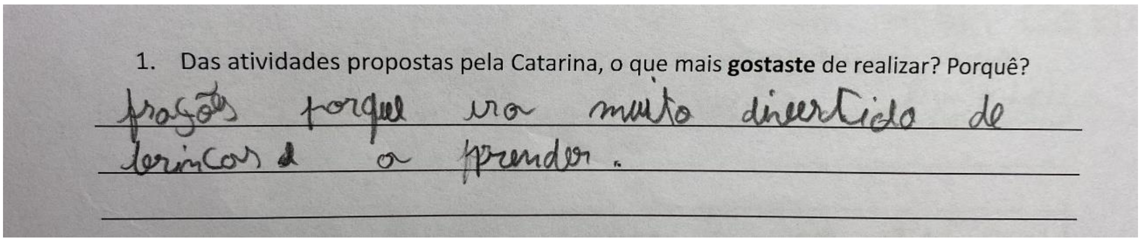

1. Das atividades propostas pela Catarina, o que mais **gostaste** de realizar? Porquê?

As frações porque assim agente consegue aprender as frações iquivalentes.

Três alunos também justificaram que foi uma experiência divertida, visto que encontraram uma forma de brincar e aprender ao mesmo tempo, tal como exemplifica a Figura 72, com a resposta de Beatriz.

Figura 72

Resposta de Beatriz à questão 1 do questionário.


1. Das atividades propostas pela Catarina, o que mais **gostaste** de realizar? Porquê?

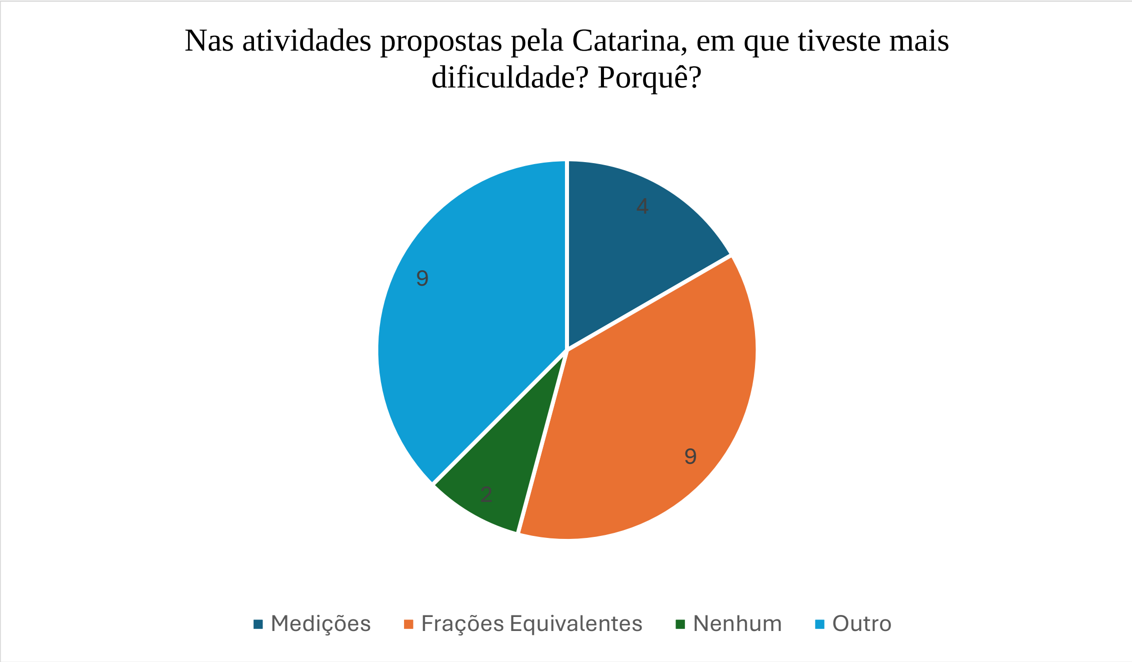
frações porque era muito divertido de brincar e a prender.

Quatro alunos deram respostas que não estavam diretamente relacionadas com o projeto, mencionando temas como a reciclagem, o que pode indicar uma possível falta de interpretação da pergunta ou confusão em relação às atividades realizadas. Além disso, um aluno respondeu que gostou de todas as atividades, sem especificar uma favorita, demonstrando, possivelmente, uma visão positiva global do projeto.

Na questão 2, as respostas foram variadas, refletindo as diferentes dificuldades encontradas pelos alunos ao longo do projeto, conforme retrata o Figura 73.

Figura 73

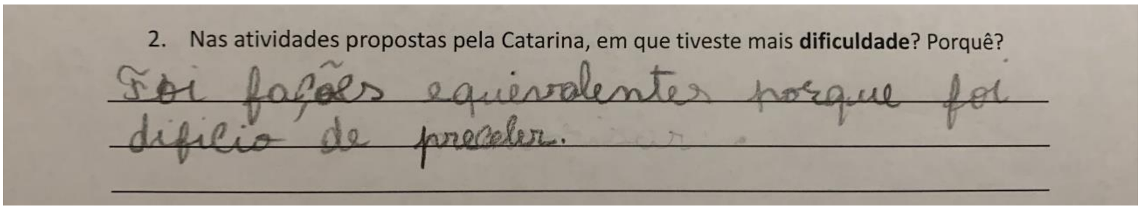
Gráfico relativo às respostas da questão 2 do questionário.



Quatro alunos indicaram que tiveram maior dificuldade nas medições associadas à receita, enquanto nove apontaram as frações equivalentes como o principal desafio, justificando que foi um tema difícil de entender, tal como ilustrado na Figura 74.

Figura 74

Respostas de Vitória à questão 2 do questionário.



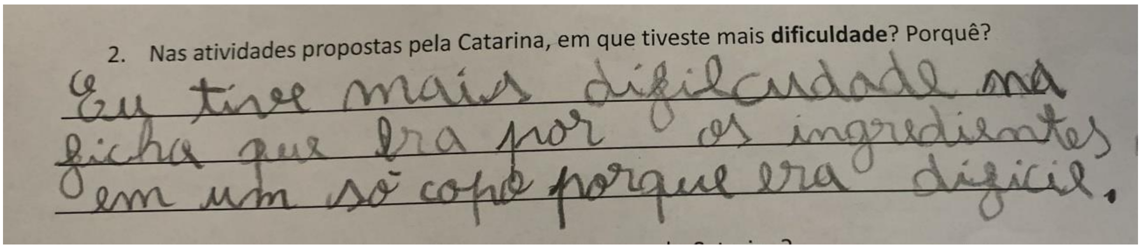
2. Nas atividades propostas pela Catarina, em que tiveste mais **dificuldade**? Porquê?

Foi fações equivalentes porque foi dificio de preceber.

Dois alunos afirmaram não ter tido dificuldades. Nove alunos escolheram outros temas diferentes dos restantes alunos. Oito desses alunos incluíram respostas não relacionadas diretamente com o projeto, como as Figuras geométricas. Uma aluna que mencionou dificuldades na construção e na divisão do instrumento de medida (Figura 75).

Figura 75

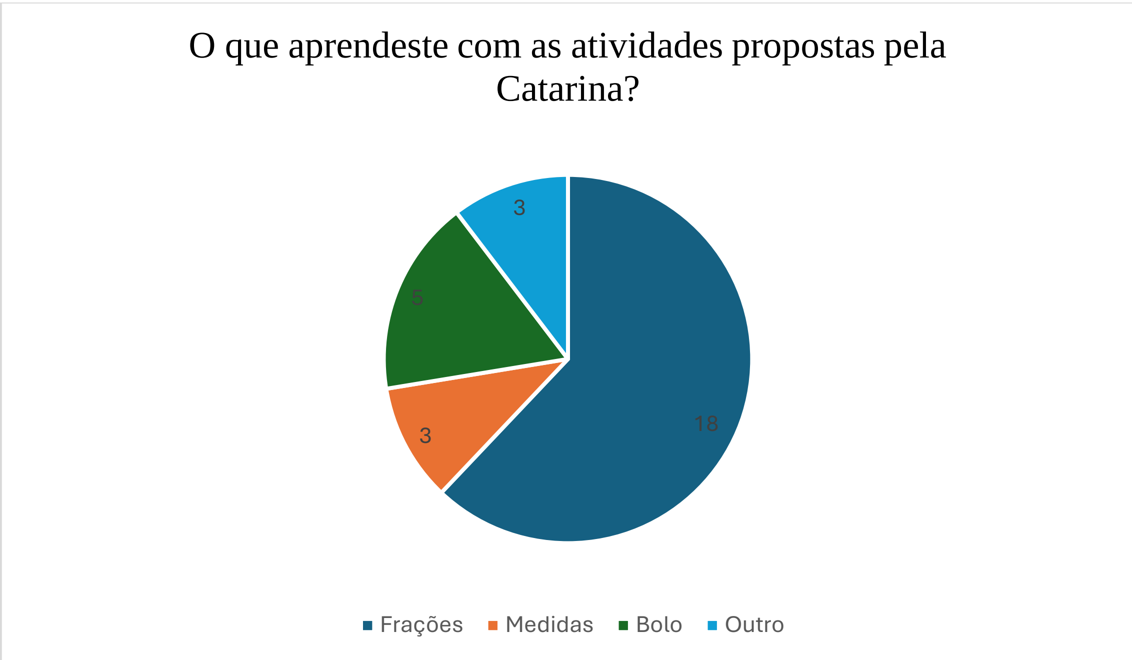
Respostas de Valentina à questão 2 do questionário.



As respostas à terceira questão foram bastante variadas, refletindo diferentes perceções dos alunos sobre as aprendizagens adquiridas durante a intervenção, conforme retrata a Figura 76.

Figura 76

Gráfico relativo às respostas da questão 3 do questionário.



Dezoito alunos afirmaram ter aprendido frações. Oito alunos mencionaram ter aprendido sobre medições, o que pode estar relacionado com as atividades práticas que envolveram a preparação do bolo e o uso um instrumento de medida. Cinco alunos destacaram que aprenderam a fazer um bolo, sugerindo que a experiência prática de cozinhar também foi marcante para a turma. No entanto, três alunos deram respostas que não estavam diretamente relacionadas ao projeto, possivelmente indicando uma confusão na interpretação da questão.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente capítulo está organizado em três secções: (i) uma síntese do estudo; (ii) as conclusões de acordo com as questões de investigação, com base nas perspetivas apresentadas na fundamentação teórica; (iii) uma reflexão global sobre o estudo.

1. Síntese do estudo

A presente investigação surgiu no meu interesse em dar sentido à aprendizagem matemática. Neste sentido, o objetivo de estudo define-se por compreender como uma abordagem contextualizada pode promover o conhecimento matemático de alunos sobre frações. A investigação foi conduzida com uma turma do 3.º ano do 1.º CEB, durante o período de estágio, no âmbito da unidade curricular de Estágio no 1.º e no 2.º Ciclos do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico.

O estudo desenvolvido incluiu várias sessões planeadas de forma a promover a aprendizagens associadas às frações por meio de uma abordagem contextualizada. Além disso, a metodologia adotada incentivou o trabalho colaborativo, permitindo que os alunos construíssem o seu próprio conhecimento. Em conjunto com os alunos, surgiu a ideia de fazer um bolo, o que proporcionou um contexto prático e significativo para a aprendizagem das frações. Cada sessão foi, então, pensada para contribuir diretamente para a execução da receita, trabalhando, de forma contextualizada, o tópico das frações. Neste sentido, as tarefas foram organizadas de forma sequencial, garantindo que cada sessão fosse essencial para o desenvolvimento do projeto.

Partindo do objetivo já enunciado, este estudo foi orientado pelas seguintes questões de investigação: (i) Que aprendizagens realizaram e mobilizaram os alunos no âmbito das frações durante a intervenção? (ii) Que dificuldades associadas às frações manifestaram os alunos durante a intervenção? (iii) Que relevância teve a aprendizagem contextualizada para a aprendizagem das frações durante a intervenção?

2. Conclusões do estudo de acordo com as questões de investigação

As conclusões do estudo são apresentadas com base nas questões de investigação definidas *a priori*.

2.1. Que aprendizagens realizaram e mobilizaram os alunos no âmbito das frações durante a intervenção?

Para a análise associada à realização e mobilização de aprendizagens no domínio das frações foram consideradas as referências discutidas na fundamentação teórica, com especial destaque para as orientações das Aprendizagens Essenciais de Matemática do 3.º ano do 1.º CEB. As tarefas realizadas na intervenção deram seguimento às aprendizagens que foram desenvolvidas no 2.º ano de escolaridade. As aprendizagens associadas aos subtópicos das frações no âmbito do 3.º ano foram graduais, sendo que, ao longo da intervenção, as tarefas propostas foram-se tornando mais complexas e desafiadoras, incentivando os alunos a refletirem sobre as suas aprendizagens.

Os alunos realizaram aprendizagens significativas sobre o significado das frações, tendo sido expostos a diferentes oportunidades de explorar diferentes interpretações deste objeto. No âmbito da relação parte-todo, as aprendizagens evidenciaram-se de forma mais consistente em contextos práticos e estruturados, como no PowerPoint "Descobre a Receita" (Anexo I). De um modo geral, os alunos foram bem-sucedidos em relacionar as partes com o todo, apoiando-se em representações pictóricas que facilitaram a sua compreensão.

Estas aprendizagens foram mobilizadas pelos alunos em novas tarefas, como no Instrumento de Medida (Anexo N), onde aplicaram os conhecimentos adquiridos sobre a relação parte-todo para dividir o instrumento em partes iguais e identificar a que correspondem cada uma das partes.

No âmbito do significado de fração como quociente, ainda que as tarefas ao longo da intervenção nem sempre tenham promovido a perceção desta relação, foi possível identificar aprendizagens importantes realizadas pelos alunos. Questões relacionadas com partilhas equitativas proporcionaram oportunidades para explorar este significado, permitindo aos alunos refletir sobre como distribuir quantidades de forma igual, como foi o caso da divisão dos bolos.

Ainda que as tarefas não solicitassem diretamente a identificação de numeradores e denominadores de frações, ao longo da intervenção foi notório que os alunos reconhecem, de um modo geral, o que representa o número acima do traço de fração e o número abaixo. Ao compreenderem que o denominador representa a quantidade total de partes iguais em que o todo é dividido e que o numerador indica quantas dessas partes são consideradas em determinado contexto, os alunos foram bem-sucedidos em diversos contextos, tanto na resolução de tarefas mais estruturadas como, por exemplo, no conhecimento sobre o número de partes em que o bolo está dividido.

Durante a intervenção, os alunos utilizaram diferentes representações de frações e transitaram entre elas com naturalidade, adaptando-as a contextos variados e tendo em conta a natureza das tarefas propostas. Este uso das representações foi particularmente evidente nas questões do PowerPoint "Frações Equivalentes" (Anexo F) e na tarefa "Frações Equivalentes" (Anexo G). Nestas, vários alunos mostraram relacionar corretamente as representações simbólicas com as representações pictóricas. Os resultados destas tarefas evidenciaram a importância das representações pictóricas para a aprendizagem das frações, um ponto destacado também por Graça et al. (2023). Ao associar as representações pictóricas às representações simbólicas, diversos alunos realizaram com sucesso diferentes questões, em particular, associadas ao reconhecimento de frações equivalentes, mobilizando de forma adequada as aprendizagens realizadas.

É ainda de destacar que os alunos, durante a intervenção, estabeleceram relações entre frações, em particular no que diz respeito à equivalência entre frações que representam a metade, a quarta e a terça parte e à comparação entre diferentes frações com o mesmo denominador. Vale destacar que a maioria dos alunos mobilizou diferentes representações, tanto pictóricas, quanto simbólicas, para auxiliar as suas respostas, evidenciando, mais uma vez, a relevância do uso destas no processo de aprendizagem.

No âmbito da equivalência de frações, diversos alunos foram bem-sucedidos em identificar frações equivalentes em diferentes contextos e representações, reconhecendo, por exemplo, que frações como $\frac{2}{8}$ e $\frac{1}{4}$ representam a mesma quantidade. Esta compreensão foi mobilizada em tarefas com maior ênfase na aplicação direta das aprendizagens, mas também em contextos mais práticos, como na construção do instrumento de medida ou na confeção do bolo.

Além disso, no que diz respeito à comparação e ordenação de frações, vários alunos foram bem-sucedidos ao comparar frações com o mesmo denominador, aplicando estratégias que facilitaram a ordenação entre as diferentes frações. Estas aprendizagens, embora exploradas em contextos diversos, foram particularmente reforçadas em situações práticas, como a medição das quantidades de ingredientes e a confeção dos bolos. Nestas, os alunos integraram os conceitos de equivalência e comparação de frações, mobilizando as aprendizagens realizadas nas tarefas propostas a outros contextos.

2.2. Que dificuldades associadas às frações manifestaram os alunos durante a intervenção?

No âmbito do significado das frações, as dificuldades manifestaram-se especialmente no reconhecimento da fração como uma representação uma relação parte-todo. Ao trabalhar frações como $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$, muitos dos alunos evidenciaram dificuldades em reconhecer o significado do denominador, especialmente no que diz respeito à divisão do todo em partes iguais. Esta dificuldade era frequentemente acompanhada pela dificuldade no reconhecimento do significado de numerador e denominador.

Alguns alunos manifestaram também dificuldades na transição entre diferentes representações da fração. Apesar de a maioria ter representado frações corretamente de forma pictórica e de muitos terem utilizado essas representações como suporte para as suas respostas, uma parte dos alunos revelou dificuldades em associar essas representações às representações simbólicas correspondentes. Neste sentido, esta dificuldade foi particularmente evidente em situações que exigiam a interpretação, a articulação ou a aplicação das representações pictóricas e simbólicas. A análise das resoluções de alguns alunos revelou que, mesmo quando as representações pictóricas eram corretamente elaboradas, as respostas à situação em causa nem sempre traduziram essa compreensão para o nível simbólico, evidenciando dificuldades na conexão entre representações.

No que diz respeito às relações entre frações, as dificuldades tornaram-se particularmente evidentes quando os alunos necessitaram de mobilizar as aprendizagens realizadas na resolução de problemas práticos. Tal como evidencia a análise da maior parte das respostas da Tarefa "Frações Equivalentes" (Anexo G), a mobilização das aprendizagens em situações mais complexas revelou-se um desafio que exigiu um esforço acrescido, tanto por parte dos alunos, como da minha intervenção enquanto docente. Apesar de a maioria dos alunos ter demonstrado compreender a equivalência entre frações em questões mais diretas, como na correspondência entre frações equivalentes ou na representação pictórica destas, foram observadas dificuldades significativas em situações que exigiam uma compreensão mais aprofundada da relação parte-todo. Esta relação é fundamental para interpretar frações equivalentes, uma vez que é necessário reconhecer que diferentes divisões de um mesmo todo podem representar a mesma quantidade. Além disso, dificuldades em transitar entre representações pictóricas e simbólicas também impactaram a compreensão das equivalências, pois vários alunos tiveram dificuldade em associar corretamente as frações simbólicas às divisões representadas pictoricamente, comprometendo o reconhecimento das frações como equivalentes.

Para além disso, as dificuldades na aprendizagem da equivalência entre frações, que representam a metade, a quarta e a terça parte, também se manifestaram quando os alunos tentaram verificar se frações com diferentes denominadores eram equivalentes. As discutirem a equivalência entre frações como $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$, os alunos demonstraram dificuldades em perceber que, embora as frações tivessem numeradores e denominadores distintos, ambas representavam a mesma quantidade da unidade. Esta dificuldade foi reforçada quando os alunos tentaram mobilizar estas aprendizagens à construção do instrumento de medida. As dificuldades ao tentarem dividir as partes de um todo de forma equitativa, que integrassem várias quantidades diferentes, evidenciam que nem sempre foi fácil para os alunos compreender que frações diferentes podem representar a mesma quantidade, em particular em contextos práticos.

É de salientar que, embora a maioria das dificuldades relacionadas com a equivalência de frações tenham sido ultrapassadas pelos alunos, ainda foram observados alguns desafios na realização da tarefa final (Anexo P), na qual apenas doze alunos responderam corretamente à questão 2, identificando corretamente que $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{2}{4}$. Os restantes alunos apresentaram respostas que evidenciaram dificuldades associadas ao reconhecimento da equivalência entre estas frações, o que vai ao encontro de diversos estudos sobre o tema, como o de Heitor (2018) que identifica a dificuldade dos alunos em reconhecer frações que representam a mesma quantidade. Além disso, estas dificuldades foram corroboradas pelos resultados do questionário aplicado ao final da intervenção. Nove alunos indicaram explicitamente que sentiram mais dificuldades ao lidar com frações equivalentes, o que sugere que a aprendizagem desta subcategoria específica foi, de facto, mais desafiadora para os alunos.

No âmbito das dificuldades na comparação e ordenação de frações com o mesmo denominador, estas foram evidenciadas pela tendência, observada em alguns alunos, em comparar frações considerando apenas os numeradores, levando a conclusões incorretas, como no caso da comparação entre $\frac{2}{6}$ e $\frac{1}{3}$, em que a primeira fração foi considerada maior, apesar de ambas serem equivalentes. Esse tipo de resposta reflete uma aplicação inadequada da lógica dos números naturais, na qual a comparação é feita apenas com base nos numeradores, tal como evidenciado no estudo de Sousa (2014). Em tarefas que envolviam frações com o mesmo denominador, a maioria dos alunos ordenou e comparou corretamente as frações, mas existiram casos em que os sinais de desigualdade foram usados incorretamente. Este erro pode estar relacionado com a dificuldade dos alunos em compreender a grandeza das frações ao compará-las.

2.3. Que relevância pode ter tido a aprendizagem contextualizada para a aprendizagem das frações durante a intervenção?

A aprendizagem contextualizada mostrou-se essencial para a realização e mobilização de aprendizagens no âmbito das frações, uma vez que inseriu o tema num contexto prático e próximo da realidade dos alunos. Assim, ao aplicar a matemática a situações do dia a dia, os alunos puderam conectar o conteúdo aprendido com experiências concretas, promovendo uma aprendizagem mais significativa e integrada, conforme reforçado por Festas (2015) e Leite et al. (2011).

Pretendeu-se que as tarefas desenvolvidas durante a intervenção integrassem conteúdos matemáticos e situações próximas da realidade dos alunos, facilitando a compreensão das frações. A tarefa "Barras Divididas" (Anexo D) foi especialmente relevante para a introdução sobre a equivalência de frações, ao permitir que os alunos visualizassem e comparassem diferentes frações.

Também as receitas dos bolos proporcionaram uma aplicação prática das frações, conduzindo os alunos ao uso de frações num contexto quotidiano. Ao trabalhar com receitas, os alunos não só mobilizaram aprendizagens associadas às frações, como também puderam perceber que as frações têm uma função prática e que são essenciais na realização de tarefas do dia a dia, como a culinária. Em particular, a confeção dos bolos revelou-se uma tarefa central para despertar o interesse e promover o envolvimento ativo dos alunos. Durante toda a intervenção, o entusiasmo foi evidente, com os alunos a partilharem espontaneamente receitas e a demonstrarem grande curiosidade em explorar o tema.

Para além disso, também a construção do instrumento medidor permitiu que os alunos associassem os conteúdos trabalhados ao quotidiano. Ao dividirem e graduarem o copo para medir quantidades específicas de ingredientes, os alunos puderam mobilizar aprendizagens realizadas no decurso da intervenção. Esta tarefa ajudou os alunos a reconhecer a aplicabilidade das frações em situações do quotidiano, contribuindo para a perceção de que não são apenas representações de números abstratos, mas que podem ser associadas a quantidades reais.

Nesta perspetiva, a intervenção ganhou destaque ao valorizar o contexto e as experiências quotidianas dos alunos. Esta abordagem contrastou com os métodos tradicionais que enfatizam a aprendizagem mecânica das frações. Incorporando uma abordagem contextualizada, a intervenção ofereceu oportunidades para que os alunos aplicassem e compreendessem os conhecimentos em situações práticas. O uso de contextos do quotidiano proporcionou aos alunos uma experiência significativa, em vez de uma memorização abstrata e sem conexão com a realidade. Neste sentido, os dados associados à intervenção parecem evidenciar que ao tornar o ensino das frações contextualizado e prático, pode contribuir-se para a promoção de aprendizagens significativas e para o combate à ideia, muitas vezes intrínseca aos alunos, de que a Matemática é uma disciplina difícil.

3. Reflexão sobre o estudo

Refletir sobre o desenvolvimento do projeto de investigação é necessário para compreender os desafios encontrados e as aprendizagens que surgiram ao longo deste percurso. Um dos desafios mais significativos, para mim, durante o desenvolvimento do presente estudo, foi construir tarefas contextualizadas e, ao mesmo tempo, significativas para os alunos. A tentativa de criar tarefas baseadas em situações práticas e contextualizadas, mas que ao mesmo tempo tivessem um impacto direto na aprendizagem matemática, especialmente no tópico das frações, foi um desafio constante. A necessidade de garantir que cada tarefa fosse relevante para a aprendizagem dos alunos, não apenas no que respeita aos conteúdos matemáticos, mas também no contexto em que estavam inseridos, exigiu uma preparação exigente. Ao propor tarefas como a elaboração do bolo, procurei integrar a aprendizagem das frações com situações do quotidiano dos alunos, procurando que percebessem a aplicabilidade dos conceitos em contextos reais. No entanto, esta integração não foi fácil, pois nem todas as situações práticas que idealizei sustentavam a complexidade necessária para explorar os conceitos matemáticos de forma eficaz.

Outro desafio foi a construção de uma sequência lógica para as tarefas propostas. A necessidade de garantir que cada tarefa se conectasse com a anterior e que todas fossem progressivamente mais desafiadoras, sem perder o foco na aprendizagem das frações, revelou-se difícil. Ao longo da investigação, fui percebendo que uma sequência bem estruturada era fundamental para que os alunos pudessem estabelecer relações entre as diferentes tarefas e assimilar os conteúdos de forma mais profunda. A transição entre as tarefas, especialmente nas tarefas relacionadas com a equivalência e comparação de frações, exigiu uma atenção constante para garantir que cada uma fosse preparada de forma a reforçar o que tinha sido aprendido anteriormente. No entanto, a organização sequencial das tarefas revelou-se importante para a aprendizagem dos alunos, permitindo que superassem as dificuldades e aprofundassem a aprendizagem associada às frações.

Nesta linha de pensamento, também a organização e a estruturação das tarefas se revelaram um desafio. Mais uma vez, a procura por uma estrutura que ligasse as diferentes questões e assegurasse a construção progressiva dos conhecimentos revelou-se um processo complexo. Este desafio foi particularmente evidente no caso do inquérito por questionário, em que só depois de ser aplicado é que percebi que a forma como as perguntas foram formuladas teve um impacto significativo nas respostas que obtive. Considero, neste momento, que as questões abertas resultaram em respostas gerais e superficiais. Os alunos não se focaram em aspetos específicos, como as conexões ou a aplicabilidade dos conteúdos no seu quotidiano, o que dificultou a obtenção de informações mais detalhadas e direcionadas. Neste sentido, para alcançar respostas mais focadas e esclarecedoras, seria necessário reformular as questões de maneira mais estruturada, orientando os alunos a refletirem sobre pontos específicos que tinha como objetivo explorar em mais detalhe.

A aprendizagem das frações equivalentes, em particular, revelou-se um desafio tanto para os alunos, quanto para mim. A abordagem que utilizei, baseada na multiplicação, pode não ter sido a mais adequada para a turma. Embora a minha intenção fosse garantir que os alunos compreendessem o processo por detrás da equivalência, acabei por focar em aspetos mais formais, o que pode ter dificultado o processo para a turma, tendo em conta o ano de escolaridade e a maturidade dos alunos. Considero também que, para aprofundar o entendimento das frações como quociente, teria sido útil explorar tarefas mais focadas que estimulassem os alunos a reconhecer as frações não apenas como partes de um todo, mas também como representação de quociente.

A prática de antecipar as dificuldades que os alunos poderiam enfrentar e as estratégias que poderiam usar também foi desafiadora. Apesar de ser uma prática que foi trabalhada ao longo da minha formação académica, senti, inicialmente, alguma insegurança em relação à minha capacidade de prever todas as dificuldades que poderiam surgir. Ainda assim, considero esta preparação antecipada necessária, pois consegui planear melhor as minhas intervenções e, caso necessário, ajustá-las, durante a realização das tarefas. Esta reflexão permitiu-me identificar áreas em que os alunos poderiam ter mais dificuldades. Além disso, antecipar as dificuldades também me ajudou a preparar estratégias para lidar com elas de forma mais eficaz. No entanto, nem todas as dificuldades foram previstas. Estes momentos foram particularmente desafiantes, pois obrigaram-me a repensar a minha abordagem no momento, muitas vezes ajustando o ritmo ou mudando a estratégia de forma improvisada. No entanto, esta flexibilidade foi igualmente valiosa, pois mostrou-me a importância de ser adaptável e estar atenta às necessidades dos alunos. Estes desafios, embora difíceis, foram fundamentais para o estudo, pois permitiram ajustar a minha prática e melhorar a minha abordagem pedagógica. A reflexão contínua sobre as dificuldades e as adaptações feitas ao longo do processo foram essenciais para a aprendizagem dos alunos.

Optar por uma metodologia qualitativa revelou-se uma decisão eficaz para o desenvolvimento deste estudo, pois possibilitou uma análise aprofundada das práticas dos alunos dentro do seu contexto de aprendizagem. Ao focar o estudo nas ações e produções dos alunos, foi possível compreender como estes interagiram com os conteúdos matemáticos e de que forma os aplicavam em situações concretas. Este enfoque permitiu-me também envolver-me diretamente com os alunos durante a resolução de tarefas e nas discussões coletivas, o que me proporcionou uma reflexão contínua sobre a minha prática no ambiente natural de aprendizagem. O estudo privilegiou a descrição detalhada dos dados recolhidos, com especial atenção às vivências e opiniões dos alunos, garantindo que as suas experiências fossem o centro da investigação. A análise incluiu diálogos, citações dos alunos, notas de campo e fotografias, elementos essenciais para uma compreensão mais rica e holística de todo o processo de aprendizagem. As perspetivas dos alunos foram mantidas como foco constante ao longo de todo o estudo, o que permitiu compreender, de maneira mais aprofundada, as suas interações com os conteúdos e a aplicação desses em contextos práticos. Desta forma, a metodologia qualitativa revelou-se fundamental para captar a complexidade das aprendizagens e das experiências dos alunos.

Além disso, acredito que a escolha de adotar uma investigação sobre a prática foi também apropriada, pois, segundo Ponte (2002) "a investigação sobre a prática é, por conseguinte, um processo essencial para a construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma atividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem ativamente" (p. 3). A investigação foi realizada com base na própria prática, com foco numa reflexão contínua sobre o trabalho desenvolvido e as mudanças que surgiram a partir dessa reflexão. Através desta prática reflexiva continuada sobre a minha intervenção, fui adquirindo uma maior consciência das limitações que surgiram tanto na realização das tarefas, pelos alunos, quanto na minha abordagem pedagógica. Este processo de autorreflexão permitiu-me perceber quais os aspetos do projeto precisaram de alterações. Identifiquei também as minhas próprias dificuldades, como a organização de algumas tarefas e a antecipação de dificuldades dos alunos. Com base nestas constatações, pude fazer adaptações no projeto, criando soluções mais ajustadas às necessidades dos alunos e ao contexto da turma.

O presente estudo teve um impacto significativo na construção do meu perfil profissional enquanto futura docente, uma vez que me proporcionou uma reflexão sobre a importância de uma aprendizagem contextualizada e da adaptação da prática pedagógica às necessidades dos alunos. Ao investigar como uma abordagem contextualizada pode promover a aprendizagem dos alunos sobre frações, tive a oportunidade de aplicar na prática os conceitos e métodos discutidos durante a minha formação. O desafio de tornar o ensino das frações mais significativo e acessível para os alunos do 3.º ano de escolaridade exigiu de mim não só o domínio matemático, mas também flexibilidade pedagógica para integrar o contexto real nas tarefas, conectando o conhecimento à vivência dos alunos, tal como defendido por Ponte e Quaresma (2012).

Ao considerar as dificuldades dos alunos, consegui identificar áreas de melhoria na minha prática pedagógica e estou, neste momento, mais preparada para enfrentar desafios semelhantes em futuras experiências docentes. O estudo consolidou a minha crença na importância de uma educação contextualizada e centrada no aluno, o que será, certamente, um princípio orientador ao longo do meu percurso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Afonso, N. (2005). *Investigação naturalista em educação: Um guia prático e crítico.* Asa.

Agrupamento. (2019-2023). *Projeto educativo do agrupamento*. Novos caminhos para o sucesso educativo.

Aires, L. (2015). *Paradigma qualitativa e práticas de investigação educacional* (1.ª ed.). Universidade Aberta. https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2028/4/Paradigma_Qualitativo%20(1%C2%AA%20edi%C3%A7%C3%A3o_atualizada).pdf

Alves, M. G., & Azevedo, N. R. (2010). *Investigar em educação: Desafios da construção de conhecimento e da formação de investigadores num campo multi-referenciado.* Várzea da Rainha Impressores. https://run.unl.pt/bitstream/10362/5287/1/V%c3%a1rios_2010.pdf

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Edições 70.

Beillerot, J. (2001). A "pesquisa": Esboço de uma análise. In M. André (Ed.), *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores* (4.ª ed., pp. 71-90). Papirus Editora.

Boavida, A., Delgado, C., Mendes, F., Brocardo, J., & Duarte, J. (2016). *Matemática para professores do Ensino Primário.* Ministério de Educação República de Angola. https://www.pat-med.org/wp-content/uploads/2021/05/Manual-de-Matematica-Professor.pdf

Boavida, A., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. Ministério da Educação, Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5566/1/A_experiencia_matematica_no_ens_basico.pdf

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação.* Porto Editora.

Bruner, J. (1999). Para uma teoria da educação. Relógio d'Água

Canavarro, A. P. (2017). O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões — ideias da teoria ilustradas com exemplos. *Educação e Matemática*, 144-145, 38-42. http://hdl.handle.net/10174/23007

Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Macias Marques, P., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens essenciais: Matemática - 3.º ano*. Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf

Cardoso, P., & Mamede, E. (2017). Dificuldades em ensinar frações no 1.º ciclo do ensino básico. https://hdl.handle.net/1822/52502

Cardoso, P., & Mamede, E. (2017). O ensino de frações no 1.º ciclo — Um estudo de caso. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, *Extr(06)*, 422-426. https://doi.org/10.17979/reipe.2017.0.06.2968

Carmo, H., & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da investigação - Guia para auto aprendizagem.* Universidade Aberta.

Cascalho, J., Melo, T., & Teixeira, R. (2013). Estabelecer conexões com outras áreas e domínios do currículo: Uma forma de cativar as crianças para a aprendizagem da Matemática. *Educação e Matemática, 124*, 12-18. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2145/3141

Fernandes, N. (2016). Ética na pesquisa com crianças: ausências e desafios. *Revista Brasileira de Educação, 21*(66), 759-779. https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/44475/1/RBE_Etica_na_pesquisa_2016.pdf

Ferreira, R., & Santos, L. (2019). Conexões no contexto das práticas e da formação de professores. In N N. Amado, A. P. Canavarro, S. Carreira, R. T. Ferreira, & I. Vale (Eds.), *Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 347-352). SPIEM. atas_EIEM_2019.pdf (spiem.pt)

Festas, M. I. F. (2015). A aprendizagem contextualizada: Análise dos seus fundamentos e práticas pedagógicas. *Educação e Pesquisa*, *41*(3), 717–732. https://doi.org/10.1590/S1517-9702201507128518

Freixo, M. J. (2018). *Metodologia científica, fundamentos métodos e técnicas.* Edições Piaget.

Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology, 4*, Article 715. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social* (6.ª ed.). Editora Atlas.

Graça, S., Ponte, J. P., & Guerreiro, A. (2023). A aprendizagem dos números racionais através de uma abordagem integrada das suas diferentes representações. *Quadrante, XXXII*(1), 6–25. https://doi.org/10.48489/quadrante.27802

Gonçalves, S. P., Gonçalves, J. P., & Marques, C. G. (2021). *Manual de investigação qualitativa.* PACTOR.

Heitor, B. P. (2018). *A utilização de materiais manipuláveis na aprendizagem de números racionais representados na forma de fração* [Dissertação de Mestrado não publicada, Escola Superior de Educação de Lisboa]. Repositório Científico do Instituto Politécnico de Lisboa (IPL). http://hdl.handle.net/10400.21/9592

Henriques, S. (2014). *Análise de conteúdo.* Universidade Aberta. https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/4860/3/AnalisedeConteudo_SH-2014.pdf

Henriques, A., & Nobre, S. (2019). Conexões entre matemática, ciências e realidade na aprendizagem. In N. Amado, A. P. Canavarro, S. Carreira, R. T. Ferreira, & I. Vale (Eds.), *Livro de atas do EIEM 2019: Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 65-69). SPIEM. atas_EIEM_2019.pdf (spiem.pt)

Hunt, J., Westenskow, A., & Moyer-Packenham, P. (2017). Variations of reasoning in equal sharing of children who experience low achievement in mathematics: Competence in context. *Education Sciences, 7*(1), 37. https://doi.org/10.3390/educsci7010037

Instituto de Avaliação Educativa (IAE). (2024). *PISA para as escolas*. https://www.pisaparaasescolas.pt/

Jacinto, H., & Pires, M. (2019). Tarefas e recursos para a promoção de conexões matemáticas. In N. Amado, A. P. Canavarro, S. Carreira, R. T. Ferreira, & I. Vale (Eds.), *Livro de atas do EIEM 2019: Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp.189-195). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. atas_EIEM_2019.pdf (spiem.pt)

Leite, C., Fernandes, P., Mouraz, A., Morgado, J. C., Esteves, M. M., Rodrigues, M. A., Costa, N., & Figueiredo, C. (2011). Contextualizar o saber para a melhoria dos resultados dos alunos. In C. S. Reis & F. S. Neves (Org.), *Atas do XI Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação*, SPCE. https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/61921/2/87057.pdf

Mamede, E. (2011). *Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino.* Universidade do *Minho.* https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/14996/1/Confer%c3%aancia%20ProfMat%202011.pdf

Martins, G. d'Oliveira, Gomes, C. A. S., Brocardo, J. M. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L. A., Silva, L. M. U., Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Direção-Geral da Educação. https://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-ação.* Porto Editora.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante, XIV*(1), 89–108. https://quadrante.apm.pt/article/view/22785/16851

Morgado, J. C., Fernandes, P., & Mouraz, A. (2011). Contextualizar o currículo para melhorar a aprendizagem dos alunos. In C. S. Reis & F. S. Neves (Org.), *Atas do XI Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.* SPCE. https://hdl.handle.net/1822/23184

Morrow, V., & Richards, M. (1996). The ethics of social research with children: An overview. *Children & Society, 10*(2), 90-105. https://doi.org/10.1111/j.1099-0860.1996.tb00461.x

Morrow, V. (2008). Ethical dilemmas in research with children and young people about their social environments. *Children's Geographies, 6*(1), 49-61. https://doi.org/10.1080/14733280701791918

Pinto, H. (2011). *O desenvolvimento do sentido da multiplicação e da divisão de números racionais.* [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. http://hdl.handle.net/10451/4516

Ponte, J. P. (2010). Conexões no programa de matemática do ensino básico. *Educação Matemática em Revista*, *110*, 19–28. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1894/1935

Ponte, J. P. (2002). Reflectir e investigar sobre a prática profissional. In GTI (Ed.). *Investigar a nossa própria prática* (pp. 5-28). APM. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7493006/mod_resource/content/1/Investigar_a_pr%C3%A1tica.pdf

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: O caso de Leonor. *Interacções, 20*, 37-69. https://doi.org/10.25755/int.485

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interacções, 22*, 196-216. http://hdl.handle.net/10451/22634

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: Uma experiência de ensino* [Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. http://hdl.handle.net/10451/2451

Roegiers, X., & Ketele, J.-M. D. (1993). *Metodologia da recolha de dados.* Instituto Piaget.

Sousa, R. A. C. da S. (2014). *Os conflitos entre alunos e professores*. Universidade Aberta. http://hdl.handle.net/10400.2/3639

Sequeira, L., Freitas, P. J., & Nápoles, S. (2009). *Números e operações: Guião didáctico no âmbito do programa para o ensino da matemática no 1.º Ciclo*. Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Documentos/num_oper.pdf

Vale, I., & Pimentel, T. (2010). Padrões e conexões matemáticas. *Educação e Matemática, 110*, 33-38. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1899/1940

Vilelas, J. (2009). *Investigação - O Processo de construção do Conhecimento.* Edições Sílabo.

Wu, H. (2002). Fractions. *Understanding numbers in elementary school mathematics.* University of California.https://math.berkeley.edu/~wu/EMI2a.pdf

ANEXOS

Anexo A – Questionário

[redacted]

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Questionário

Nome: ____ **Ano:**______ **Turma:** _____ **Data:**_____/____/________

1. Das atividades propostas pela Catarina, o que mais **gostaste** de realizar? Porquê?

____

____

____

2. Nas atividades propostas pela Catarina, em que tiveste mais **dificuldade**? Porquê?

____

____

____

3. O que **aprendeste** com as atividades propostas pela Catarina?

____

____

____

Anexo B – Autorização para os Encarregados de Educação

Pedido de Autorização

Exmo. Sr.

Encarregado de Educação

Eu, Catarina Carção Silva, estudante do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico no Instituto Politécnico de Setúbal e estagiária na turma [redacted] do 3.º ano da Escola [redacted] irei realizar um projeto de investigação, no âmbito da Unidade Curricular Investigação e Prática Pedagógica. Para a realização desta investigação no âmbito da matemática, mais concretamente do estudo das frações, venho por este meio solicitar a participação do seu educando.

A realização desta investigação não resultará em qualquer prejuízo para os alunos nem para o cumprimento do programa, mas o interesse dos alunos em participar voluntariamente neste estudo e o consentimento dos respetivos encarregados de educação (preenchendo e assinando a ficha anexa), são condições essenciais para que se efetive a sua participação neste projeto. A participação neste projeto envolverá: (i) a recolha das resoluções escritas das tarefas realizadas (que poderão incluir um questionário) no âmbito do mesmo; (ii) o registo, através de fotografias, de alguns momentos de aula, (iii) a gravação áudio das aulas em que propuser as tarefas.

Os dados recolhidos serão usados exclusivamente para o objetivo deste projeto, pelo que asseguro que a informação recolhida permanecerá totalmente confidencial. A imagem do seu educando será sempre preservada e o nome dos alunos e identificação da escola não serão divulgados. O material áudio recolhido será apenas usado para fins de investigação e será armazenado em local seguro, a que apenas eu terei acesso.

Antecipadamente grata pela colaboração.

Caterina Silva

18/01/2024

Autorização

Eu, ____, autorizo/não autorizo, que

(nome do Encarregado de Educação)

o meu educando ____________________________________ , participe nas

(nome do educando)

atividades propostas no âmbito do projeto de investigação de Catarina Carção Silva, tendo tomado conhecimento dos seus pressupostos e implicações, nomeadamente a gravação áudio das aulas e o registo fotográfico, através do documento anexo a este pedido de autorização.

Assinatura:______________________________________

Setúbal, _____ de janeiro de 2024

Anexo C – Tarefa de Diagnóstico

[redacted]

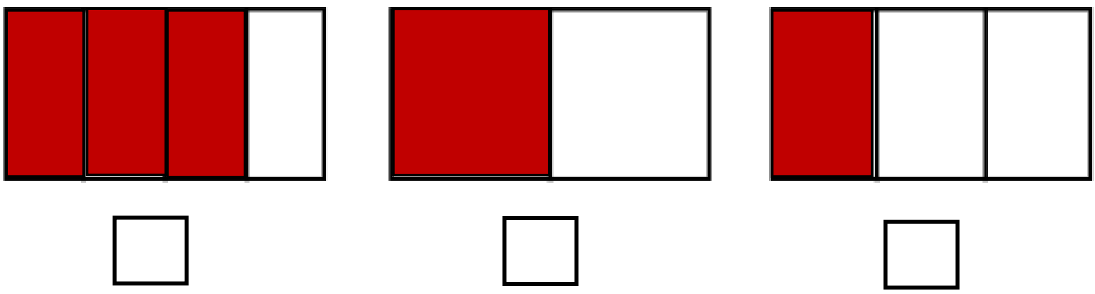
GOVERNO DE PORTUGAL

Ano Letivo: 2023-2024

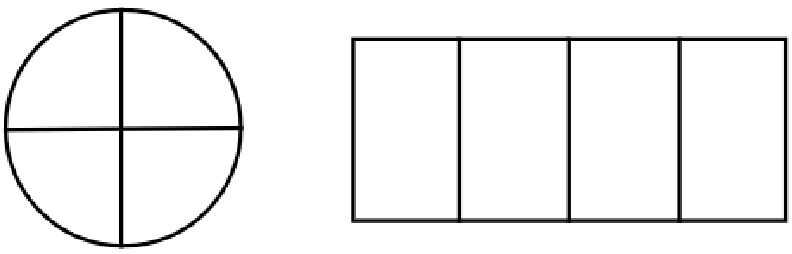
Atividade Diagnóstica - Frações

Nome: ____Ano:______Turma: _____ Data:_____/____/________

1. Assinala com um X a imagem que está pintado $\frac{1}{2}$ do retângulo.



2. Na primeira imagem pinta a parte que representa a fração $\frac{2}{4}$ e na segunda imagem pinta a parte que presenta a fração $\frac{3}{4}$.



3. A Maria, a Beatriz e a Marta fizeram uma pizza para partilharem de igual forma para o jantar. Que parte da pizza comeu cada uma das amigas? Mostra como pensaste.

4. Considera a fração: $\frac{5}{10}$

4.1. Assinala com X as opções corretas.

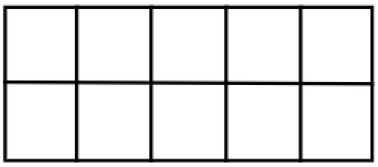
A. O numerador da fração é 5. ☐

B. O numerador da fração é 10. ☐

C. O denominador da fração é 10. ☐

D. O denominador da fração é 5. ☐

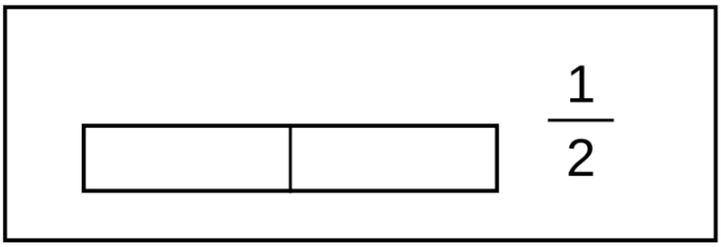
4.2. Pinta a parte que representa a fração $\frac{5}{10}$.

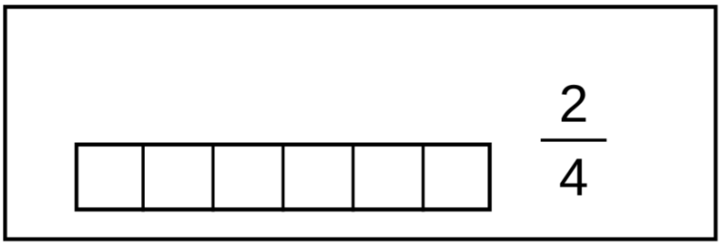


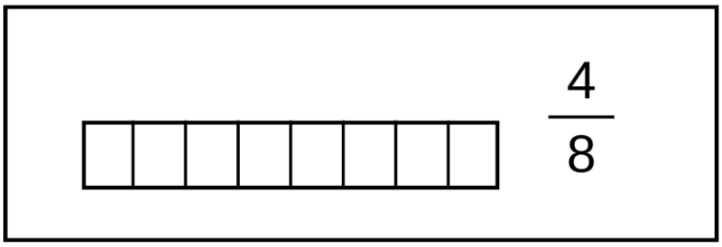
5. A Luísa fez anos e levou um bolo para dividir com a sua turma. A turma da Luísa tem 24 alunos e cada aluno comeu apenas 1 fatia de bolo. Representa, através de uma fração, a parte do bolo que cada aluno comeu. Mostra como pensaste.

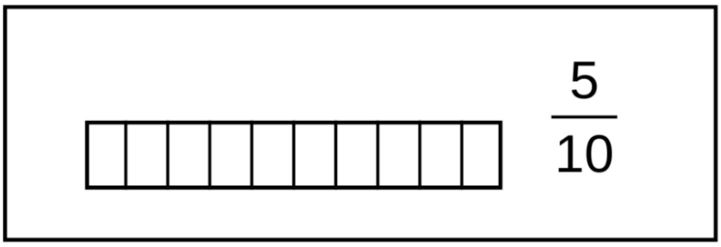
6. A Maria tem uma coleção de filmes da Disney. Cinco filmes correspondem a $\frac{1}{4}$ da sua coleção. Quantos filmes tem a coleção da Maria? Mostra como pensaste.

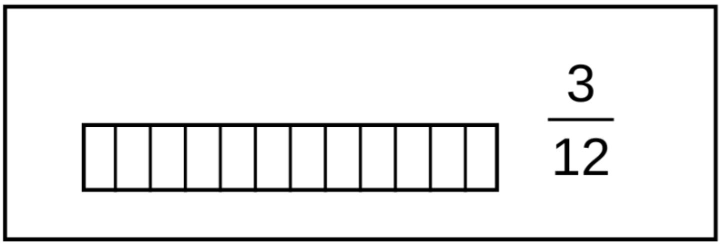
Anexo D – Barras Divididas

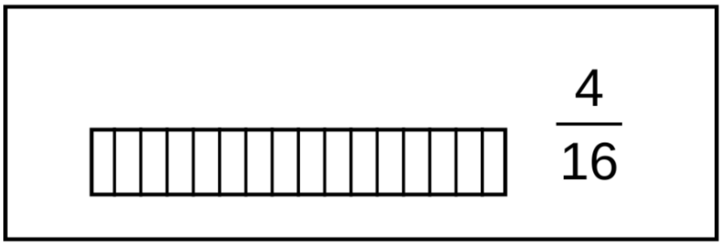






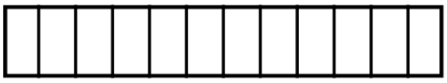






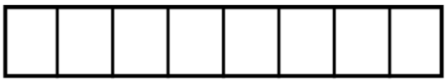
$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{9}$$

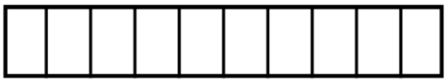


$$\frac{4}{12}$$

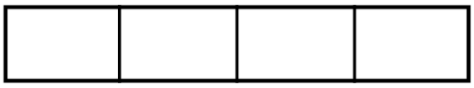
$$\frac{2}{6}$$



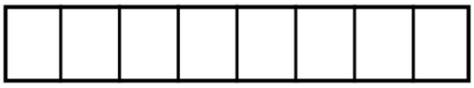
$$\frac{4}{8}$$



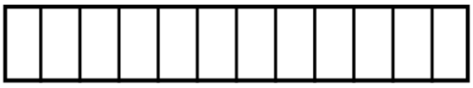
$$\frac{5}{10}$$



$\frac{1}{4}$

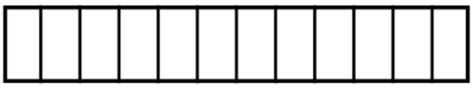


$\frac{2}{8}$

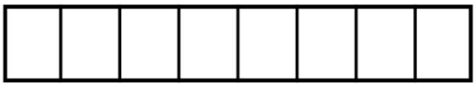


$\frac{3}{12}$

$\frac{4}{16}$



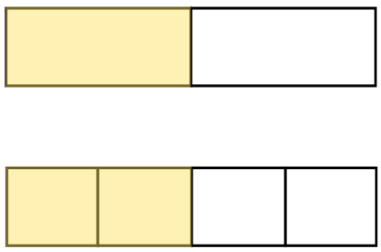
$\frac{4}{12}$



$\frac{2}{6}$

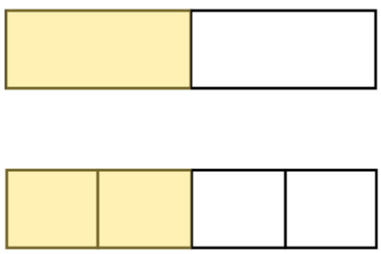
Anexo E – PowerPoint – Frações Equivalentes

Chamam-se **frações equivalentes** as frações que representam a <u>mesma quantidade</u> em relação à unidade considerada.



$$\frac{1}{2}$$

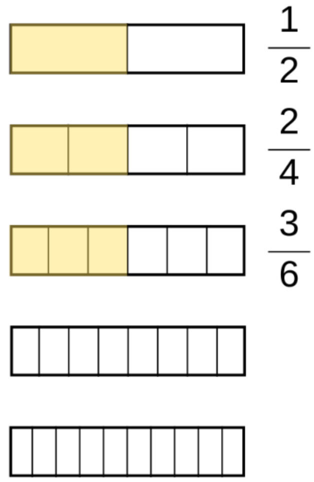
$$\frac{2}{4}$$

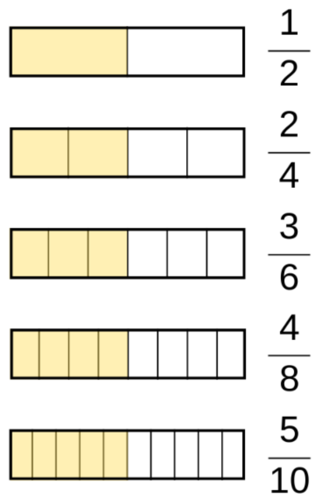


$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4}$$

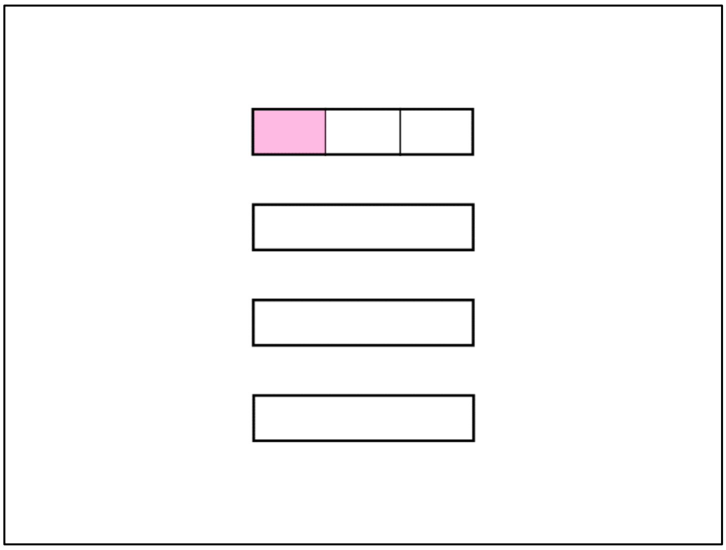
$\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{4}$ SÃO FRAÇÕES EQUIVALENTES

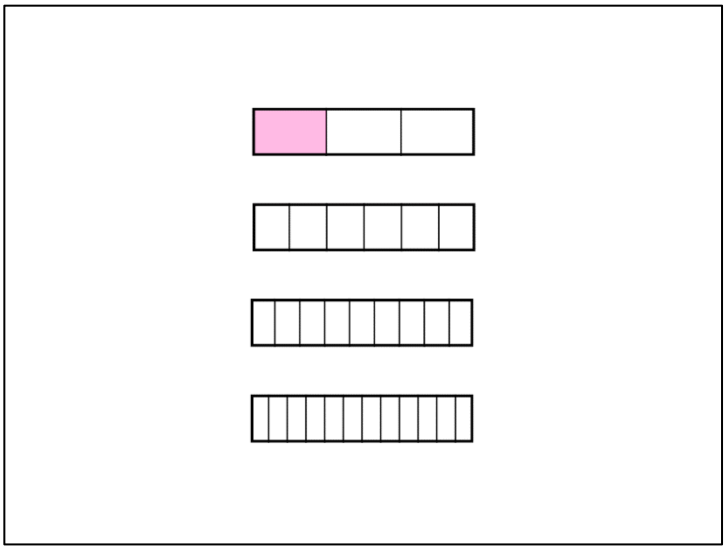




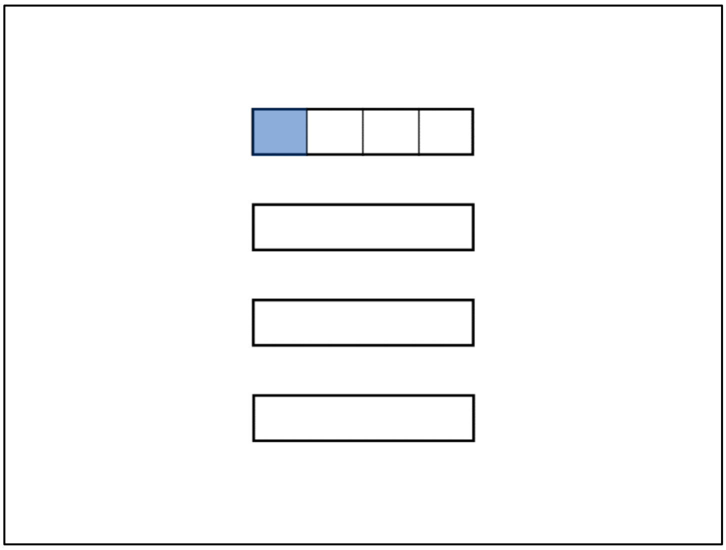
$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{6}{12}$$

TODAS SÃO FRAÇÕES EQUIVALENTES

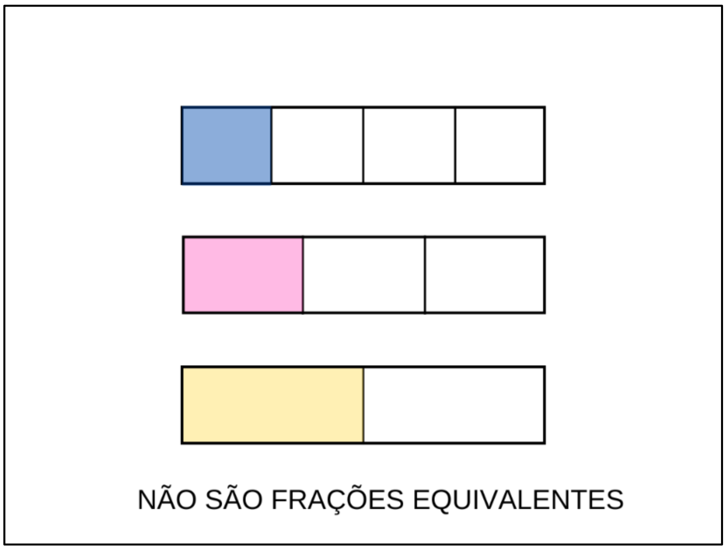





1/3
2/6
3/9
4/12
TODAS SÃO FRAÇÕES EQUIVALENTES



$\frac{1}{4}$
$\frac{2}{8}$
$\frac{3}{12}$
$\frac{4}{16}$
TODAS SÃO FRAÇÕES EQUIVALENTES



NÃO SÃO FRAÇÕES EQUIVALENTES

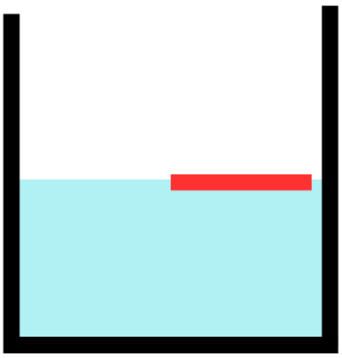
Anexo F – PowerPoint – Frações Equivalentes: Revisão

Panquecas

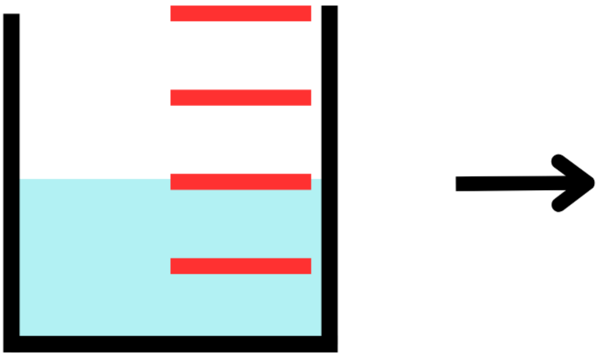
Ingredientes

Farinha	$\frac{2}{4}$ de uma caneca
Açúcar	$\frac{1}{4}$ de uma caneca
Fermento	1 colher de chá
Sal	$\frac{1}{2}$ colher de chá
Ovo	1 unid.
Leite	1 caneca

$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{1}{2} \xrightarrow[2x2]{1x2} \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{4} \xrightarrow[4x2]{1x2} \frac{?}{?}$$

1x2

$$\frac{1}{4} \qquad \frac{2}{8}$$

4x2

Bolo de chocolate

Ingredientes

Farinha	2 canecas
Açúcar	$\frac{1}{2}$ de 4 canecas
Fermento	2 colheres
Sal	$\frac{1}{2}$ colher de chá
Ovo	4 unid.
Leite	$\frac{1}{2}$ de 2 canecas
Chocolate em pó	4 colheres de chá

ONDE PODEMOS ENCONTRAR AS FRAÇÕES NO DIA A DIA?

Escreve duas frações equivalentes a $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$

Se eu encher um copo com um terço de água e a Luísa encher outro com dois sextos, qual dos copos tem mais água?

Anexo G – Tarefa - Frações Equivalentes

[redacted]

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ano Letivo: 2023-2024

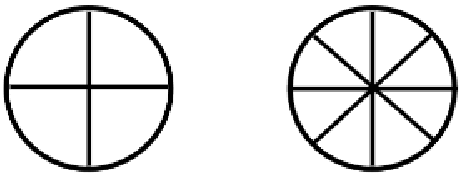
Tarefa – Frações Equivalentes

Nome: ____ Ano:______ Turma: _____ Data:_____/____/________

1. Faz a correspondência entre as seguintes frações equivalentes.

$\frac{1}{2}$ •	• $\frac{2}{8}$
$\frac{1}{3}$ •	• $\frac{2}{6}$
$\frac{1}{4}$ •	• $\frac{2}{4}$

2. Pinta a mesma quantidade nas duas Figuras e escreve a fração correspondente em baixo.



_______________   _______________

3. Rodeia as frações que **não** são equivalentes a $\frac{1}{4}$.

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{12}$

4. A Ema e o Afonso estão a comer cada uma pizza, a Ema já comeu $\frac{3}{6}$ e o Afonso já comeu $\frac{2}{4}$. Qual dos amigos comeu mais? Mostra como pensaste.

Anexo H – Tarefa – Descobre a Receita

Nome: ____ Data: ____/_____/_____

Bolo de ______________

1. Lê a lista de ingredientes para o bolo da tua equipa.

- 2 OVOS
- $\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- O NÚMERO DE CENOURAS É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

1.1. Qual a quantidade de cenouras necessárias para o bolo? Mostra como pensaste.

1.1.1. Discute e partilha com a tua equipa os resultados.

Nome: ____ Data: ____/_____/_____

Bolo de _______________

1. Lê a lista de ingredientes para o bolo da tua equipa.

- 2 OVOS
- $\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- O NÚMERO DE LARANJAS É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

1.1. Qual a quantidade de laranjas necessárias para o bolo? Mostra como pensaste.

1.1.1. Discute e partilha com a tua equipa os resultados.

Nome: ____ Data: ____/_____/_____

Bolo de ________________

1. Lê a lista de ingredientes para o bolo da tua equipa.

2 OVOS
$\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
$\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
$\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
O NÚMERO DE IOGURTES É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

1.1. Qual a quantidade de iogurtes necessários para o bolo? Mostra como pensaste.

1.1.1. Discute e partilha com a tua equipa os resultados.

Anexo I – PowerPoint – Descobre a Receita

RECEITA DO BOLO DE MORANGO

- 2 OVOS
- $\frac{1}{2}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- O NÚMERO DE IOGURTES É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

COMO CHEGAMOS AO RESULTADO?

RECEITA DO BOLO DE MORANGO

- 2 OVOS
- $\frac{1}{2}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- O NÚMERO DE IOGURTES É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

NÚMERO DE OVOS: **2**

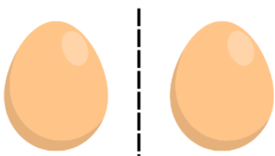
NÚMERO DE IOGURTES: $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

RECEITA DO BOLO DE MORANGO

- 2 OVOS
- $\frac{1}{2}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- O NÚMERO DE IOGURTES É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE OVOS

NÚMERO DE OVOS: 2

NÚMERO DE IOGURTES: $\frac{1}{2}$ DE 2

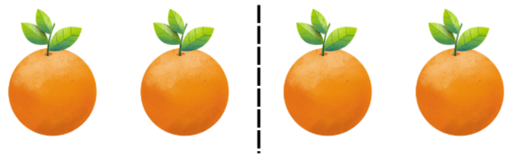


RECEITA DO BOLO DE LARANJA

- 4 LARANJAS
- $\frac{1}{2}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- O NÚMERO DE OVOS É $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE LARANJAS

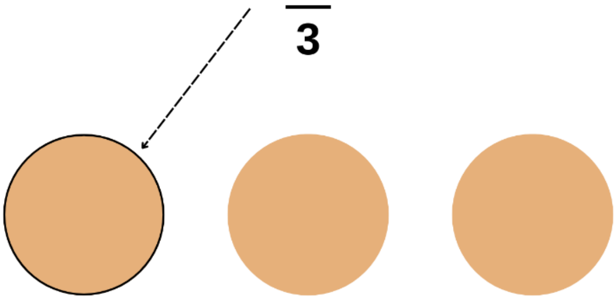
NÚMERO DE LARANJAS: 4

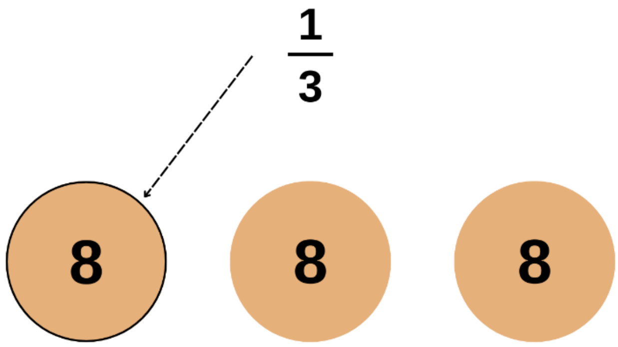
NÚMERO DE OVOS: $\frac{1}{2}$ DO NÚMERO DE LARANJAS



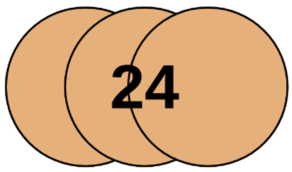
SE UM TERÇO DA TURMA CORRESPONDE A 8 ALUNOS, QUANTOS ALUNOS TEM A TURMA?

$$\frac{1}{3}$$

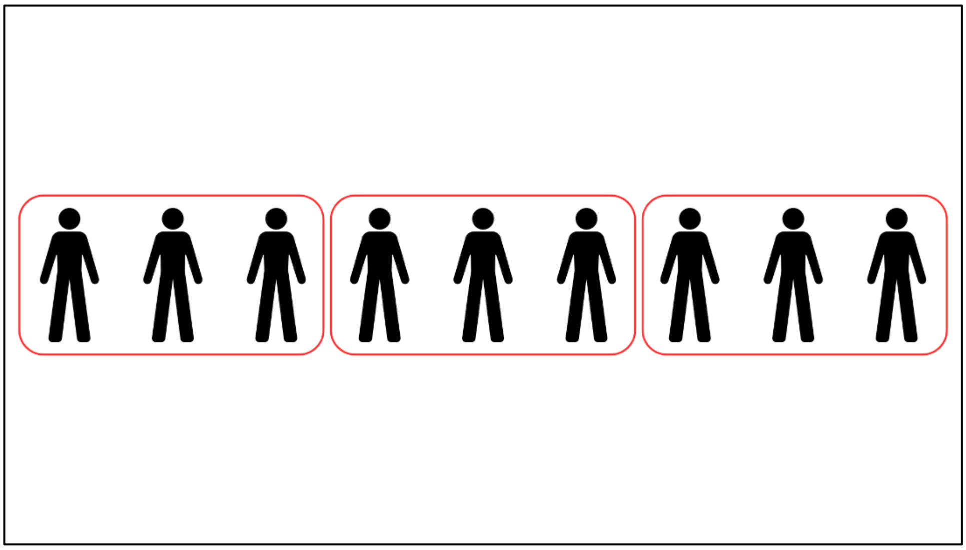


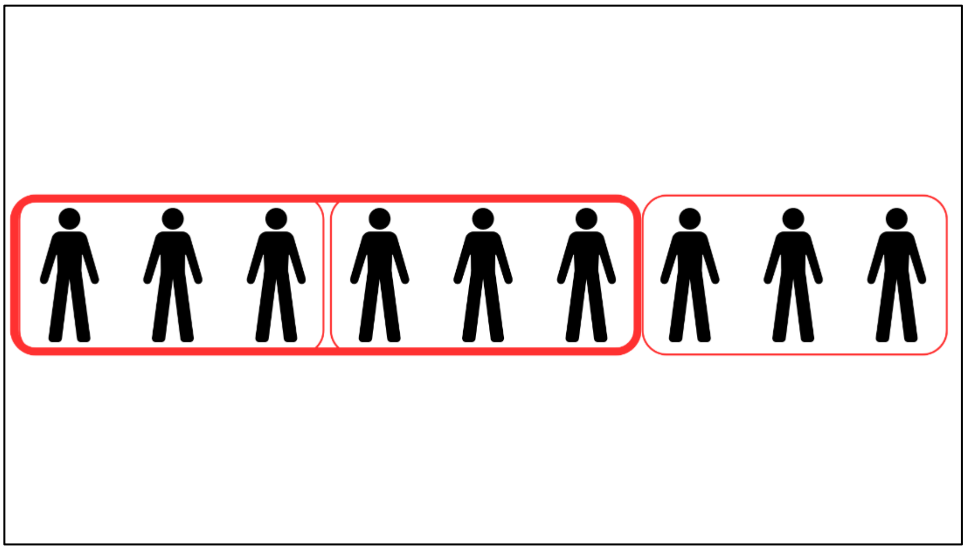


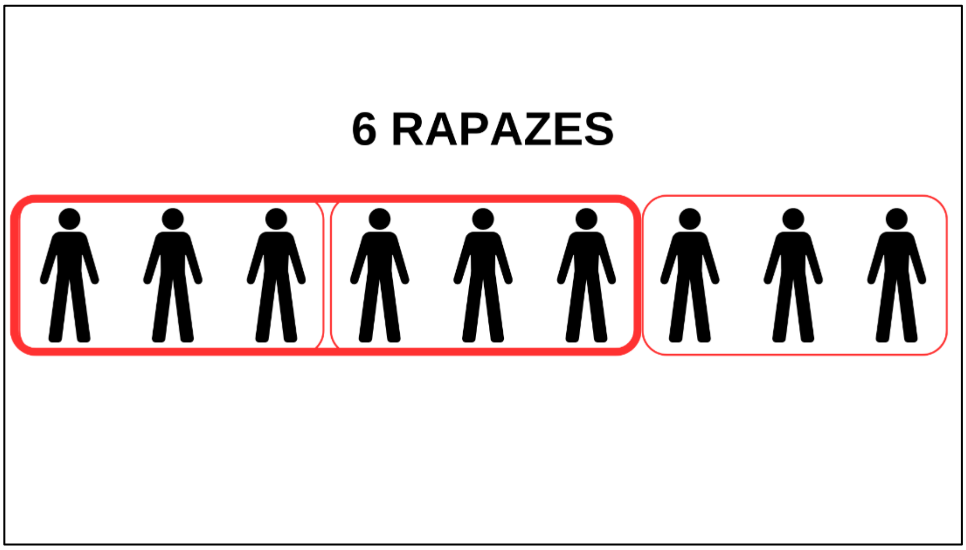
24 ALUNOS



A AULA DE PINTURA DA RITA TEM 9 ALUNOS.
DOIS TERÇOS SÃO RAPAZES.
QUANTOS RAPAZES HÁ NO TOTAL?






6 RAPAZES

[redacted]

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ano Letivo: 2023-2024

Tarefa - Frações

Nome: ____Ano:______Turma: _____ Data:_____/____/________

1. Resolve os seguintes problemas. Mostra como pensaste.

1.1. A mãe do Tomás comprou um saco de cenouras para fazer um bolo. Para fazer o bolo usou 5 dessas cenouras. O Tomás disse à sua mãe:
– Usaste $\frac{1}{4}$ das cenouras do saco.
Quantas cenouras tem o saco no total?

1.2. De uma caixa com 12 ovos, a Rita usou $\frac{2}{3}$. Quantos ovos usou?

Anexo K – Farinha ou Açúcar?

Nome: ____ Data: ____/_____/_____

Bolo de _______________

1. Volta a ler a lista de ingredientes do bolo da tua equipa.

- 2 OVOS
- $\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- 1 CENOURA

1.1. Este bolo leva mais farinha ou açúcar? Mostra como pensaste.

Nome: ____ Data: ____/_____/_____

Bolo de ________________

1. Volta a ler a lista de ingredientes do bolo da tua equipa.

2	OVOS
$\frac{2}{4}$	DE UM COPO DE FARINHA
$\frac{1}{4}$	DE UM COPO DE AÇÚCAR
1	COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
$\frac{1}{8}$	DE UM COPO DE ÓLEO
1	LARANJA

1.1. Este bolo leva mais farinha ou açúcar? Mostra como pensaste.

Nome: ____ Data: ____/_____/_____

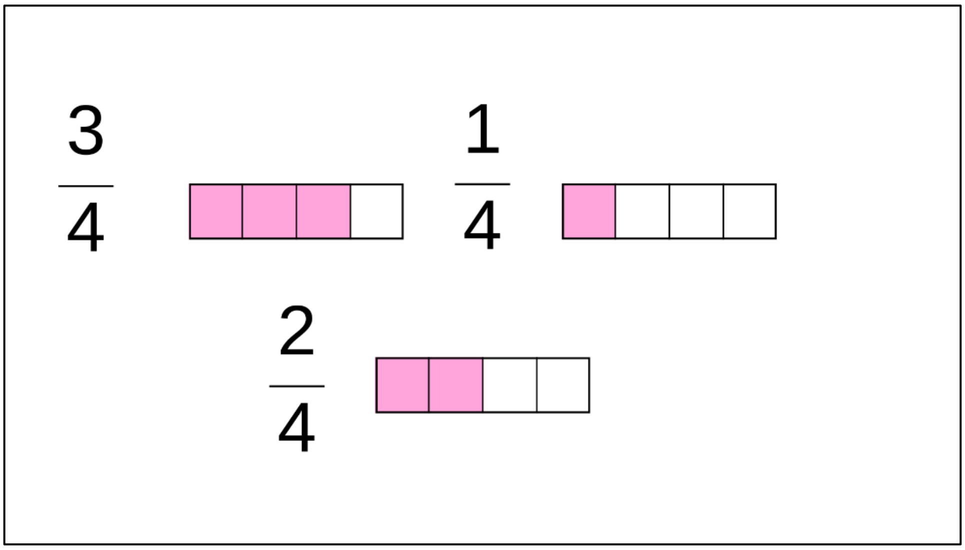
Bolo de ________________

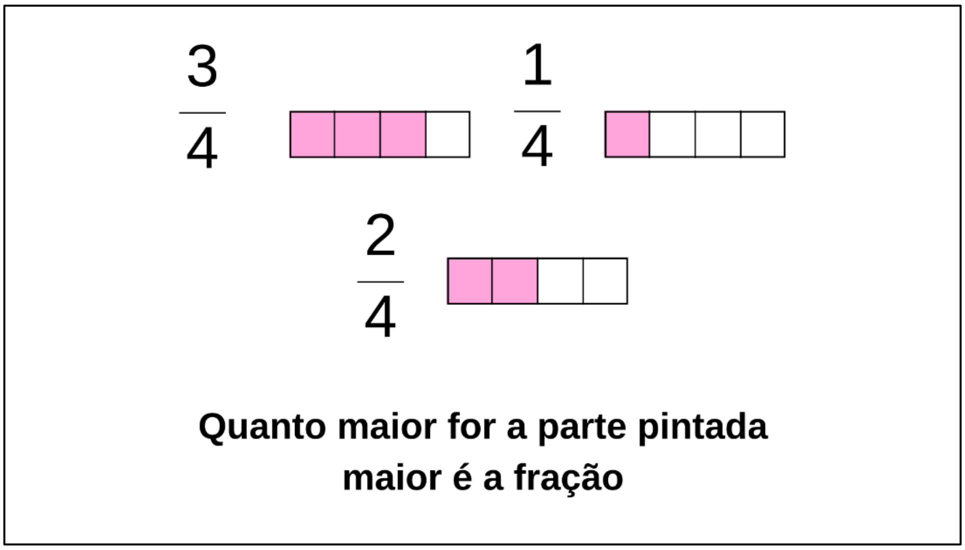
1. Volta a ler a lista de ingredientes do bolo da tua equipa.

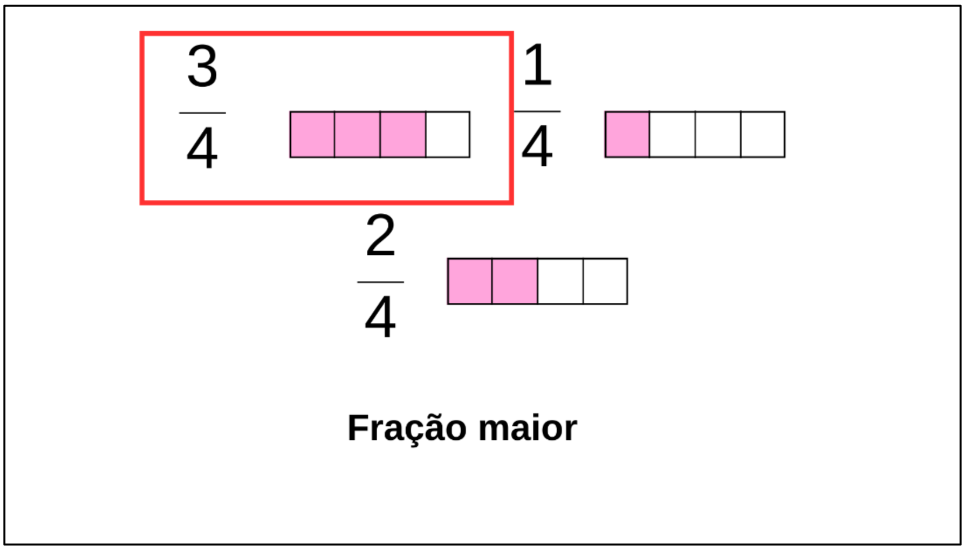
2	OVOS
$\frac{2}{4}$	DE UM COPO DE FARINHA
$\frac{1}{4}$	DE UM COPO DE AÇÚCAR
1	COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
$\frac{1}{8}$	DE UM COPO DE ÓLEO
1	IOGURTE

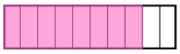
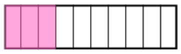
1.1. Este bolo leva mais farinha ou açúcar? Mostra como pensaste.

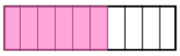
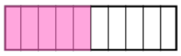
Anexo L – PowerPoint – Comparar e Ordenar Frações





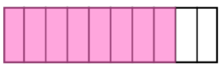


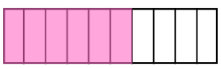
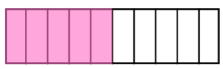
$\frac{8}{10}$  $\frac{3}{10}$ 

$\frac{6}{10}$  $\frac{5}{10}$ 

Fração maior

$$\frac{3}{10} < \frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{8}{10}$$

$\frac{8}{10}$  $\frac{3}{10}$ 

$\frac{6}{10}$  $\frac{5}{10}$ 

Anexo M – Tarefa – Comparar e Ordenar Frações

[redacted]

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ano Letivo: 2023-2024

Tarefa - Frações

Nome: ______________________________ **Ano:**______ **Turma:** ______ **Data:**_____/____/________

1. Ordena por ordem crescente as seguintes frações.

$$\frac{1}{10} \qquad \frac{2}{10} \qquad \frac{5}{10} \qquad \frac{7}{10} \qquad \frac{4}{10}$$

2. Dá um exemplo de duas frações maiores que $\frac{2}{6}$. Explica como pensaste.

3. A Paula e o João estão a lanchar um bolo de cenoura. A Paula já comeu $\frac{1}{8}$ do bolo e o João já comeu $\frac{3}{8}$. Qual dos amigos já comeu mais bolo? Explica como pensaste.

Anexo N – Instrumento de Medida

[redacted]

GOVERNO DE PORTUGAL | MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Ano Letivo: 2023-2024

Tarefa - Frações

Nome: ____ **Ano:**______ **Turma:** _____ **Data:**_____/_____/________

1. Volta a ler as quantidades para os ingredientes da receita da tua equipa.

1.1. Em quantas partes iguais deves dividir o copo para medir a quantidade de farinha, óleo e o açúcar? Mostra como pensaste.

2. Partilha e discute o modo como pensaste com a tua equipa.
3. Em grupo, marquem o copo com as 'divisões' usando a régua, o lápis e a tira branca.

Anexo O – Receita

RECEITA DO BOLO DE LARANJA

Ingredientes

- 2 OVOS
- $\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- 1 LARANJA

Preparação

1. **Juntar os ovos com o açúcar numa tigela e mexer com a vara até formar um creme volumoso;**
2. **Adicionar o óleo e mexer;**
3. **Adicionar o sumo de laranja e mexer;**
4. **Adicionar a farinha e o fermento e mexer;**
5. **Colocar a massa no tabuleiro.**

RECEITA DO BOLO DE CENOURA

Ingredientes

- 2 OVOS
- $\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- 1 CENOURA

Preparação

1. Bater, numa tigela, os 2 ovos, o óleo, o açúcar e a cenoura ralada;
2. Noutra tigela, colocar a farinha e o fermento;
3. Juntar as duas misturas;
4. Colocar a massa no tabuleiro.

RECEITA DO BOLO DE MORANGO

Ingredientes

- 2 OVOS
- $\frac{2}{4}$ DE UM COPO DE FARINHA
- $\frac{1}{4}$ DE UM COPO DE AÇÚCAR
- 1 COLHER DE CHÁ DE FERMENTO
- $\frac{1}{8}$ DE UM COPO DE ÓLEO
- 1 IOGURTE

Preparação

1. Numa tigela, adicionar a farinha e o fermento e mexer;
2. Noutra tigela, adicionar o açúcar, o iogurte, os ovos e o óleo e mexer;
3. Juntar as duas misturas;
4. Colocar a massa no tabuleiro.

Anexo P – Tarefa Final

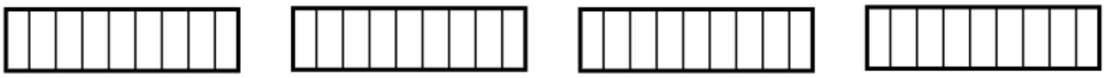
[redacted]

Ano Letivo: 2023-2024

Tarefa Final

Nome: ______________________________ **Ano:**______ **Turma:** _____ **Data:**_____/_____/________

1. Pinta cada Figura de acordo com as frações indicadas.



$\frac{1}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{5}{9}$

1.1. Escreve as frações por ordem crescente.

$\boxed{\frac{\ }{\ }} < \boxed{\frac{\ }{\ }} < \boxed{\frac{\ }{\ }} < \boxed{\frac{\ }{\ }}$

2. A Ema fez um bolo para o lanche e comeu $\frac{1}{2}$ e a sua prima comeu $\frac{2}{4}$. Qual das duas primas comeu mais bolo? Mostra como pensaste.

3. O Manuel é dono de uma carrinha de gelados. Sabendo que tem 50 gelados de morango e que estes são $\frac{1}{4}$ do total de gelados, quantos gelados tem a carrinha do Manuel? Mostra como pensaste.