



CIÊNCIAS EMPRESARIAIS

ESCOLA SUPERIOR
POLITÉCNICO SETÚBAL

MARIA LUÍSA
CARVALHO
NOGUEIRA
TAVARES

OTIMIZAÇÃO DE ROTAS NUM COLÉGIO DO CONCELHO DO BARREIRO

Relatório de projeto do Mestrado em
Ciência de Dados para Empresas

ORIENTADORES

Doutora Maria da Graça Costa

Doutor Vítor Barbosa

Dezembro 2024

MARIA LUÍSA
CARVALHO
NOGUEIRA
TAVARES

**OTIMIZAÇÃO DE ROTAS NUM
COLÉGIO DO CONCELHO DO
BARREIRO**

JÚRI

Presidente: Doutora Ana de Jesus Mendes

Orientadora: Doutora Maria da Graça Costa

Vogal Arguente: Doutor Sérgio Flores Fernandes

Dezembro 2024

Agradecimentos

O meu sincero agradecimento aos Professores Maria da Graça Costa e Victor Barbosa por toda a disponibilidade, dedicação e auxílio na concretização deste trabalho de projeto de Mestrado. Sem eles, sem as suas críticas, orientações e incentivos, certamente que não me teria sido possível chegar a este ponto. Ambos foram inexcedíveis, no papel de orientadores.

Agradeço à direção do Colégio Minerva ter-me facultado os dados para o presente trabalho.

Ao meu pai e à minha mãe, por me terem sempre apoiado na vida. Não foi possível ter a minha mãe comigo nesta etapa, mas o meu pai, apesar de muitas vezes internado, sempre compreendeu quando não pude estar presente.

A meus irmãos, João e Pedro que sempre tiveram um papel muito importante na minha vida e nesta fase também não deixaram de estar presentes.

Ao meu marido Fernando e ao meu filho Tiago, sem o apoio dos quais não me teria sido possível, vinte anos depois da licenciatura, voltar novamente à vida académica. Foram eles que sempre manifestaram um apoio e compreensão incondicionais.

Agradeço à minha diretora, Dr.^a Ivone Matoso pelo incentivo e apoio neste meu percurso como trabalhadora-estudante.

Resumo

Este trabalho centra-se na otimização de rotas de transporte escolar no Colégio Minerva, situado no concelho do Barreiro, abordando o *School Bus Routing Problem* (SBRP), um problema clássico de Investigação Operacional.

A otimização tem por objetivo melhorar a eficiência do serviço de transporte dos alunos de e para o colégio, reduzindo o tempo total de condução e os custos operacionais, ao mesmo tempo que cumpre várias restrições, sejam estas de horários, capacidade dos veículos disponíveis ou outras.

Para tal, desenvolveu-se um modelo matemático fundamentado no problema de rotas de veículos *Vehicle Routing Problem* (VRP), adaptado para o contexto escolar e implementado no Excel com o suplemento OpenSolver. Este modelo, baseado numa análise do estado da arte e nas especificidades do colégio, procura uma solução otimizada, mais especificamente no que diz respeito ao tempo total de condução.

O estudo é estruturado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta a revisão da literatura sobre o VRP e suas variantes aplicáveis ao SBRP; o Capítulo 3 caracteriza o problema específico do colégio, detalhando dados, restrições e a situação atual das rotas; o Capítulo 4 apresenta o desenvolvimento e a implementação do modelo de otimização; o Capítulo 5 analisa os resultados obtidos, com sugestões para investigações futuras; e o Capítulo 6 contém as conclusões do trabalho.

A relevância deste projeto reside no potencial de apoiar a direção do colégio na tomada de decisões estratégicas sobre transporte, promovendo uma redução de custos e uma prestação de serviço mais eficiente.

Palavras – chave: Otimização de rotas; transporte escolar; sistema de apoio à decisão.

Abstract

This work focuses on the optimization of school transport routes at Colégio Minerva, located in the municipality of Barreiro, addressing the *School Bus Routing Problem* (SBRP), a classic Operations Research problem.

The aim is to improve the efficiency of the students transport service, to and from school, reducing the total driving time and operating costs, while complying with various constraints, be they timetables, available vehicle capacity or others.

To this end, a mathematical model based on the *Vehicle Routing Problem* (VRP) was developed, adapted for the school context and implemented in Excel with the OpenSolver add-in. This model, based on an analysis of the state of the art and the specificities of the school, seeks an optimized solution, specifically with regard to total driving time.

The study is structured as follows: Chapter 2 presents the literature review on VRP and its variants applicable to SBRP; Chapter 3 characterizes the specific problem of the school, detailing data, constraints and the current situation of the routes; Chapter 4 presents the development and implementation of the optimization model; Chapter 5 analyzes the results obtained, with suggestions for future research; and Chapter 6 contains the conclusions of the work.

The relevance of this project lies in its potential to support the school's management in making strategic decisions about transportation, promoting cost savings and more efficient service provision.

Key words: Route optimization; school transport; decision support system.

Índice

Resumo	iii
Abstract	iv
Índice de Tabelas.....	vii
Índice de Figuras	viii
Lista de Abreviaturas	ix
1 Introdução	1
2 Revisão da Literatura	3
2.1 Vehicle Routing Problem	3
2.1.1 Modelo matemático	4
2.2 Capacitated Vehicle Routing Problem	4
2.2.1 Modelo matemático para o CVRP	5
2.2.2 Métodos de Resolução do VRP	5
2.2.3 Métodos Exatos	6
2.2.4 Métodos Heurísticos	6
2.3 School Bus Routing Problem	8
2.3.1 Classificação dos SBRP de acordo com as suas características	9
2.3.2 Ambiente urbano versus ambiente rural.....	10
2.3.3 Problema matutino versus problema vespertino.....	11
2.3.4 Possibilidade de carregamento misto	12
2.3.5 Transporte de alunos de educação especial ou com necessidades específicas....	12
2.3.6 Tipo de Frota – homogénea ou heterogénea	13
2.3.7 Objetivos e Restrições.....	13
2.3.8 Etapas de resolução de um SBRP	14
3 Caraterização do problema abordado	16
3.1 Objetivo de estudo	16
3.2 Caracterização dos dados.....	16
3.3 Restrições	19
3.4 Classificação do problema de estudo de acordo com as suas características.....	20
4 Metodologia.....	22
4.1 Tratamento dos dados.....	22
4.2 Modelo matemático do problema matutino	22
4.2.1 Parâmetros	22
4.2.2 Variáveis de decisão.....	23
4.2.3 Função objetivo	23

4.2.4	Restrições	23
4.3	Modelo matemático do problema vespertino	24
4.4	Resolução do modelo	24
4.4.1	Resolução com recurso ao suplemento do Microsoft Excel OpenSolver	25
4.4.2	Implementação do modelo no Excel	25
4.4.3	Soluções obtidas e estratégia subsequente	31
5	Resultados e Discussão	32
5.1	Rotas obtidas pelo modelo.....	32
5.2	Análise crítica das rotas obtidas.....	34
5.3	Sugestões para futuras investigações	36
6	Conclusão	37
	Referências Bibliográficas	39
	Anexos	43
	Anexo I	43
	Anexo II	44
	Anexo III.....	45
	Anexo IV	46
	Anexo V	47

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Matriz de tempo de percurso entre paragens (incluindo o Colégio).....	26
Tabela 2 – Matriz alunos nas paragens e seus destinos.....	26
Tabela 3 - Matriz de tempo de percurso entre paragens (incluindo o Polo)	34
Tabela 4 – Resumo Tempo de condução (em minutos) – rotas matutinas	35

Índice de Figuras

Figura 1 – Rota Matutina da Carrinha Iveco	18
Figura 2 – Rota Matutina da Carrinha Mercedes	19
Figura 3 – Transposição para Excel das restrições (12), (13) e (14)	28
Figura 4 – Transposição para Excel da restrição (15)	29
Figura 5 – Transposição para Excel das restrições (16) e (19) do modelo.....	29
Figura 6 - Transposição para Excel das restrições (17) e (18)	30
Figura 7 - Modelo Open Solver.....	30
Figura 8 – Rota obtida (Carrinha Iveco)	32
Figura 9 – Rota obtida (Carrinha Mercedes).....	33
Figura 10 – Rota Carrinha Volkswagen	34

Lista de Abreviaturas

ARL – Allocation-Routing-Location

CVRP – Capacity Vehicle Routing Problem – Problema de Rotas para Veículos com Capacidade

GRASP – Greedy Randomised Adaptative Search Procedure

HVRP – VRP Heterogéneo

LAR – Location- Allocation-Routing

MIP – Mixed Integer Programming - Programação Inteira Mista

OVRP – Open Vehicle Routing Problem – Problema de Rotas para Veículos Aberto

RSBRP – Rural School Bus Routing Problem - Problema de Rotas para Transporte Escolar Rural

SBRP – School Bus Routing Problems - Problema de Rotas para Transporte Escolar

TSP – Traveling Salesman Problem – Problema do Caixeiro Viajante

VNS – Value Neighborhood Search – Método do Vizinho Mais Próximo

VRP – Vehicle Routing Problem – Problema de Rotas para Veículos

1 Introdução

A otimização de rotas de transporte é um problema clássico na Investigação Operacional e na Ciência de Dados, com aplicações que vão desde a distribuição de mercadorias até ao transporte de passageiros. No contexto escolar, o transporte eficiente de estudantes apresenta desafios específicos, como a necessidade de minimizar o tempo de viagem e os custos operacionais, respeitando, ao mesmo tempo, restrições de capacidade e de horários. O problema de rotas de transporte escolar, conhecido como *School Bus Routing Problem* (SBRP), é um tópico essencial na logística das instituições de ensino, tanto em ambientes rurais quanto urbanos.

Este trabalho aborda o SBRP no contexto do Colégio Minerva, situado no concelho do Barreiro, onde a otimização das rotas de transporte escolar é uma necessidade crítica para melhorar a eficiência do serviço prestado aos alunos. O estudo visa desenvolver um modelo matemático capaz de otimizar as rotas das carrinhas disponíveis, reduzindo o tempo total de condução e levando em conta diversas restrições operacionais.

A relevância deste projeto reside no seu potencial para influenciar diretamente a tomada de decisão da direção do colégio na definição das rotas de transporte. Ao propor uma solução otimizada, espera-se não apenas reduzir os custos, mas também melhorar significativamente a qualidade do serviço prestado. A redução de custos será alcançada através da minimização do tempo de condução, o que implica menor gasto com combustíveis, salários dos motoristas e outros custos operacionais tais como os de desgaste das carrinhas.

Para atingir esses objetivos, o trabalho adota uma abordagem baseada na modelação matemática e na aplicação de métodos de resolução do problema de rotas de veículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP). O capítulo 2, revisão da literatura, explora o estado da arte do VRP, com ênfase no SBRP e suas variantes, incluindo modelos e métodos exatos e heurísticos para a resolução do problema. São discutidas diferentes variantes que podem influenciar a modelação do SBRP, como a distinção entre ambientes urbanos e rurais, a natureza matutina ou vespertina do problema, a possibilidade de carregamento misto, o transporte de alunos com necessidades especiais, o tipo de frota (homogénea ou heterogénea), bem como os objetivos e restrições envolvidos.

O Capítulo 3 caracteriza detalhadamente o problema específico abordado, destacando os objetivos, os dados e as restrições. São descritas a situação atual das rotas matutinas do colégio, incluindo os utilizadores, as zonas de transporte, as mensalidades pagas, a frota automóvel e as rotas praticadas, além da classificação do problema conforme os critérios apresentados no Capítulo 2.

Com o problema devidamente identificado e classificado, o Capítulo 4 apresenta a metodologia de resolução, descrevendo o desenvolvimento do modelo matemático e a sua implementação no Excel, utilizando o suplemento OpenSolver para a sua otimização. Os resultados obtidos e sua discussão, juntamente com sugestões para futuras investigações, são apresentados no Capítulo 5. Por fim, o Capítulo 6 contém as conclusões do trabalho.

2 Revisão da Literatura

Neste capítulo, apresentaremos uma revisão da literatura sobre o Problema de Rotas para Veículos (VRP) e suas variantes, CVRP e mais aprofundadamente o SBRP.

A seção sobre o SBRP, que é o foco principal desta revisão, detalha as suas particularidades e apresenta uma classificação abrangente com base nas características do problema, como o ambiente de operação, o tipo de frota e os objetivos específicos. Também são discutidas as diferentes abordagens para resolver o SBRP.

2.1 Vehicle Routing Problem

O Vehicle Routing Problem (VRP) – Problema de Rotas para Veículos (VRP), é um problema de otimização combinatória clássico, com décadas de investigação e desenvolvimento de novas aplicações e formulações, mostrando-se, ao longo do tempo, uma base para a resolução de muitos outros problemas relacionados ou com características específicas (Toth & Vigo, 2002b).

Um VRP consiste num conjunto de veículos que saem de um depósito inicial e tanto descarregam como carregam mercadorias num conjunto de clientes. O objetivo do VRP é minimizar o número total de veículos e a distância percorrida sem exceder a capacidade dos veículos e assegurando que cada cliente será visitado exatamente uma vez.

Matematicamente, o VRP representa-se através de um grafo $G=(V,A)$, onde $V=\{0,1,\dots,n,n+1\}$ é o conjunto de vértices que podem retratar cidades, paragens ou outras localizações, e A é o conjunto de arcos que estabelecem a ligação entre o par de vértices $i,j \in V$. Assume-se que o armazém é representado pelos vértices 0 e $n+1$, pelo que as rotas terão início no vértice 0 e terminarão no vértice $n+1$. Cada arco (i,j) , com $i \neq j$, terá um custo associado, representativo do custo de viagem, do custo de tempo de viagem ou outro, sendo $C=(c_{i,j})$ a matriz de custos correspondente. Se a matriz de custos for simétrica, os arcos não possuem direção e são designados por arestas, sendo o VRP classificado de simétrico. Se, pelo contrário, a matriz de custos não for simétrica, o VRP é classificado de assimétrico. Na maioria dos problemas de

VRP, o objetivo será o de minimizar algo, seja o custo total do transporte, a distância total percorrida, o tempo total do percurso, o número total de veículos necessários, entre outros.

2.1.1 Modelo matemático

Segundo Laporte (1992) o VRP pode ser formulado matematicamente através do seguinte modelo:

Função objetivo: $\min \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij}$

Sujeito a:

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V, \quad (1)$$

$$\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V, \quad (2)$$

$$\sum_i x_{ij} \geq |S| - v(S) \quad \{S: S \subseteq V \setminus \{1\}, |S| \geq 2\}, \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall \{i, j\} \in E; i \neq j. \quad (4)$$

V é o conjunto de vértices que representam as cidades a visitar, E o conjunto de arestas que estabelecem as ligações entre todos os vértices e c_{ij} o custo de percorrer a aresta que une o vértice i ao j . S é um subconjunto de V . $v(S)$ é o número mínimo de veículos necessários para visitar todos os vértices contidos em S na solução ótima. Se $x_{ij} = 1$ significa que a localização j é visitada imediatamente a seguir à localização i , caso contrário $x_{ij} = 0$. As restrições (1) e (2) garantem, respetivamente, que para uma localização $i \in V$, existe somente uma ligação de saída e uma de chegada, ou seja, garantem que a localização i será visitada uma única vez. As restrições (3) eliminam a possibilidade de formação de subciclos e as restrições (4) definem que x_{ij} são variáveis binárias, ou seja, só podem tomar o valor de 0 ou 1.

2.2 Capacitated Vehicle Routing Problem

Partindo de um VRP simples, muitas extensões deste problema foram estudadas pela comunidade científica (Vidal et al., 2020). Pelo seu interesse para o problema a resolver, passaremos a caracterizar o *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP).

O problema de rotas para veículos com capacidade (*Capacitated Vehicle Routing Problem*) (Toth & Vigo, 2002b) apenas introduz ao VRP uma restrição que é a capacidade dos veículos, capacidade essa que não poderá ser ultrapassada e que terá de ser tida em conta na resolução do problema.

2.2.1 Modelo matemático para o CVRP

Quando a matriz de custos do CVRP é assimétrica, o modelo matemático do problema é o seguinte (Toth & Vigo, 2002b):

Função objetivo: $\min Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \quad (5)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K, \quad (7)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K, \quad (8)$$

$$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq v(S) \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset, \quad (9)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V. \quad (10)$$

As restrições (5) e (6) têm idêntico significado às (1) e (2) do modelo do VRP, respetivamente, ou seja, estabelecem o grau de entrada e de saída dos vértices que representam uma localização. As restrições (7) e (8) impõem, respetivamente, o grau de entrada e saída do vértice que representa o armazém, que é igual ao número de veículos utilizados para servir os clientes. As restrições (9) assegura que a procura total de uma dada rota não excede a capacidade do veículo, assim como garante a conectividade da solução. As restrições (10) têm o mesmo significado que as restrições (4).

2.2.2 Métodos de Resolução do VRP

Os métodos de resolução do VRP dividem-se, essencialmente, em dois grupos, os métodos exatos e os métodos heurísticos. Nesta secção iremos descrever alguns dos métodos de cada um dos grupos.

2.2.3 Métodos Exatos

Existem duas categorias de métodos exatos de resolução de VRP, os métodos de pesquisa em árvore diretos e de programação dinâmica.

2.2.3.1 *Métodos de Pesquisa em Árvore Diretos*

Os métodos de pesquisa em árvore diretos possibilitam a construção de cada rota de forma sequencial através de uma árvore *branch-and-bound*. O *branch-and-bound* divide a região admissível em subregiões mais pequenas, sucessivamente, calculando para cada uma os limites do valor objetivo que permitem desconsiderar algum dos grupos de análises posteriores. O cálculo dos limites só é possível devido à substituição dos modelos correntes por modelos menos restringidos, ou seja, havendo uma relaxação, e permite, a partir do modelo resultante, determinar os limites para o modelo inicial. Este procedimento termina quando os submodelos originam soluções não admissíveis ou não produzem soluções melhores do que as já determinadas. Nesta altura, a melhor solução até então encontrada será a solução ótima (Toth & Vigo, 2002a).

2.2.3.2 *Programação Dinâmica*

Este método permite a decomposição de um problema complexo numa sequência de subproblemas de menor dimensão.

Com a resolução destes subproblemas, ou seja, com a identificação da solução ótima de cada um deles, combinando as soluções obtidas, chegamos à solução do problema inicial.

A aplicação deste método apenas é possível se existirem elementos que interrelacionem os problemas (Gromicho et al., 2012).

2.2.4 Métodos Heurísticos

Os algoritmos heurísticos procuram resolver problemas com base em regras empíricas e não garantem a obtenção de uma solução ótima. No entanto, as heurísticas, normalmente, conseguem obter soluções de qualidade em tempos de computação relativamente reduzidos, por comparação com os métodos exatos, embora realizem uma exploração limitada do espaço de soluções.

Por norma, os algoritmos heurísticos adaptam-se bem a problemas de situações reais que apresentam diversas restrições.

2.2.4.1 Heurísticas Clássicas

Laporte & Semet (2002) defenderam que as comumente denominadas de heurísticas clássicas, num VRP, podem ser divididas em três grandes categorias :

1. **Construtivas** – determinam uma solução admissível que minimize o custo, sendo que estas heurísticas não incluem nenhum método de melhoria para as soluções obtidas;

2. **Duas fases** – a resolução do problema contempla duas fases, numa primeira fase os vértices são agrupados em clusters admissíveis e, numa segunda fase são determinadas as rotas.

Estas heurísticas podem ser divididas em dois grupos: *cluster first, route second* e *route first, cluster second*.

3. **Melhoria** – uma solução obtida vai sendo melhorada por permutas de arestas intra e inter rotas.

2.2.4.2 Metaheurísticas

As metaheurísticas, ao contrário das heurísticas clássicas, permitem realizar uma exploração mais efetiva das regiões com maior potencial do espaço de soluções. Estes métodos combinam regras complexas de pesquisa de vizinhança, estruturas de memória e recombinação de soluções (Elshaer & Awad, 2020).

Alguns dos procedimentos que constituem as metaheurísticas provêm das heurísticas clássicas, construtivas e de melhoria. Aliás, a literatura defende que as metaheurísticas podem ser interpretadas como uma evolução natural das heurísticas clássicas (Laporte, 1992). Durante o processo é permitido que as soluções “intermédias” possam ser piores que as anteriores ou mesmo inadmissíveis. Soluções de maior qualidade são obtidas, o que exige maior tempo de computação. A aplicação destes métodos, normalmente, está limitada a situações concretas exigindo parâmetros bem definidos Laporte et al. (2000). Gendreau et al. (2002) identificaram 6 tipos de metaheurísticas: arrefecimento simulado (Simulated Annealing),

deterministic annealing, pesquisa tabu (tabu search), algoritmos genéticos (genetic algorithms), sistemas de formigas (ant systems) e redes neurais.

Laporte (2007) sugeriu uma classificação diferente, dividida em três classes: pesquisa local (local search), pesquisa na população (population search) e machine learning.

Além destas metaheurísticas existem outras usadas por outros autores na resolução deste problema. Por exemplo, Baker & Carleto (2003) utilizaram uma abordagem heurística baseada no procedimento GRASP (greedy randomised adaptive search procedure), enquanto que Kytöjoki et al. (2007) apresentaram uma heurística VNS (Variable neighborhood search) eficiente.

2.3 School Bus Routing Problem

O School Bus Routing Problem (SBRP) refere-se ao problema de otimização relacionado com a definição das rotas mais eficientes de transporte escolar. Trata-se de um desafio importante na gestão de frotas de autocarros escolares, que visa garantir a segurança e a comodidade no transporte dos alunos entre paragens previamente estabelecidas e as respetivas escolas, tanto no início como no fim das aulas.

Desde que o SBRP foi apresentado inicialmente (Newton & Thomas, 1969), o seu estudo tem ganho relevância devido à procura por transportes escolares e à complexidade crescente associada ao planeamento de rotas.

O SBRP tem por base um conjunto de paragens, residências dos alunos, frotas de autocarro, escolas e garagens, com os quais se procura otimizar as rotas e reduzir os custos operacionais do serviço.

O SBRP pode ser considerado como um problema de otimização combinatório que tem pressupostos e restrições específicas. Embora possa ter uma ou mais escolas, na literatura a maior parte dos artigos foca-se em problemas de uma única escola, sendo que a solução deste tipo de problema se assemelha à obtida num VRP. No SBRP o depósito é, geralmente, diferente da escola. Acresce, ainda, o facto de os tempos (ou distâncias) de viagem do depósito até à primeira paragem e da escola até à estação de partida serem insignificantes, o que faz com que a estrutura das rotas do SBRP seja semelhante à estrutura do Open Vehicle Routing Problem OVRP (VRP

onde o veículo não retoma ao seu depósito inicial após visitar o último cliente numa rota).

Os SBRP são problemas complexos com vários subproblemas, podendo cada um deles ser estudado individualmente (Mohd Azmi et al., 2024).

Na década de 2000, foram acrescentadas restrições mais sofisticadas aos algoritmos SBRP. Por exemplo, Li & Fu (2002) acrescentaram novas restrições sobre a hora mais cedo de recolha dos alunos, enquanto o algoritmo proposto tentava minimizar o número total de autocarros necessários e o tempo total de deslocação dos alunos. Utilizaram um método heurístico para transformar o problema num Problema do Caixeiro Viajante (TSP). Schittekat et al. (2006) consideraram o conceito de paragens no algoritmo, potenciais pontos a curta distância para os alunos, passando assim o serviço de autocarro escolar a não funcionar como um serviço porta-a-porta. Já a função objetivo do modelo proposto incluía minimizar a distância a pé dos alunos e o tempo de viagem do autocarro escolar. Neste modelo, os autocarros escolares serviriam apenas um nível/ciclo de ensino de cada vez (Nickkar & Lee, 2023).

2.3.1 Classificação dos SBRP de acordo com as suas características

Os SBRP podem ter características diferenciadas que, consequentemente, determinam uma abordagem também ela diferenciada na construção do modelo matemático e na sua resolução.

No SBRP pode haver uma ou várias escolas. O sistema de autocarros escolares, na maior parte dos casos, é um sistema multiescolar e não um sistema de escola única. No entanto, na literatura, um grande número de artigos foca-se num sistema de escola única (Fu et al., 2005).

Na configuração multiescola, existem duas abordagens diferentes para gerar rotas, de acordo com Spada et al. (2005): uma abordagem baseada na escola e uma abordagem baseada no domicílio.

Na abordagem baseada na escola, um conjunto de rotas é gerado para cada escola, e essas rotas são atribuídas a uma frota de autocarros e programadas de acordo com as janelas horárias das escolas. A abordagem baseada na escola não permite que alunos de escolas diferentes viajem no mesmo autocarro ao mesmo tempo (sem cargas mistas).

A abordagem domiciliar desenvolvida por Braca et al. (1997) insere uma paragem de cada vez numa rota. Quando é determinada uma paragem a ser inserida num percurso, a escola correspondente a esta paragem também deverá estar neste percurso. Se a escola não estiver na rota, o algoritmo encontra o melhor ponto de inserção para esta escola. O ponto de inserção é determinado em relação ao custo de inserção. A relação de precedência temporal (Bredström & Rönnqvist, 2008) entre o aluno e a escola também deve ser considerada. Ao contrário da abordagem escolar, a abordagem domiciliar permite que alunos de escolas diferentes viajem no mesmo autocarro ao mesmo tempo, ou seja, permite cargas mistas.

2.3.2 Ambiente urbano versus ambiente rural

A abordagem para resolver um SBRP pode variar consoante o ambiente em que o serviço é prestado é urbano ou rural. Nas áreas urbanas, presume-se que os estudantes caminhem das suas casas até aos pontos de autocarro. Já em zonas rurais, onde o número de alunos é pequeno, é comum recolhê-los em casa, eliminando assim a necessidade de selecionar pontos de paragem de autocarro.

Howley et al. (2001) e Ripplinger (2005) exploraram as características únicas do problema em ambientes rurais. Howley et al. (2001) investigaram diferenças entre viagens de autocarro escolar rural e suburbano através de uma pesquisa de opinião, abordando temas como o maior tempo de viagem e a maior área de atendimento em ambientes rurais. Ripplinger (2005) destacou a singularidade do ambiente rural, sugerindo que soluções geradas manualmente podem ser ideais devido ao tamanho relativamente pequeno do problema nesses ambientes.

Além disso, muitos investigadores ressaltaram a diferença entre os sistemas de autocarros escolares urbanos e rurais, indicando que, nas áreas urbanas, a capacidade dos autocarros geralmente é esgotada antes de atingir o tempo máximo de viagem de um estudante. Restrições de tempo máximo de condução foram até eliminadas por alguns autores, como Bowerman et al. (1995), devido à alta densidade de estudantes nas áreas urbanas.

Chen et al. (1990) destacaram as distinções entre ambientes escolares rurais e urbanos, incluindo menor densidade populacional, maior distância percorrida por trajeto, menor número de passageiros por ponto de autocarro, mais paragens por

trajeto e menos passageiros por trajeto. Eles também mencionaram a limitada disponibilidade de estradas alternativas para paragens de autocarro distantes da escola.

Quando associado a estudantes de uma zona rural, os SBRP designam-se de *rural school bus routing problems* (RSBRP) (Miranda et al., 2021).

2.3.3 Problema matutino versus problema vespertino

O SBRP consiste essencialmente num problema matutino e num problema vespertino. De manhã, o autocarro recolhe os alunos nas paragens e deixa-os na escola. À tarde, o autocarro recolhe os alunos na escola e deixa-os nas paragens.

Braca et al. (1997) afirmaram que o problema matutino será mais desafiante do que o problema vespertino, devido a horários escolares mal distribuídos bem como a tráfego mais intenso. Como resultado, o problema vespertino recebe menos atenção em comparação com o problema matutino. Muitos estudos são dedicados ao problema matutino, enquanto o problema vespertino apenas é mencionado de forma breve. Li & Fu (2002) salientaram o facto de um problema de rotas de autocarro escolar vespertino poder ser convertido em um problema matutino com poucas modificações.

Bodin & Berman (1979) propuseram uma abordagem simples para o problema vespertino, tendo argumentado que a sequência de paragens para uma escola no problema vespertino seria uma replicação do problema matutino ou seria invertida para obter um tempo de viagem menor. A sequência invertida poderia ser mais intuitiva, mas a sequência replicada é a que gera mais consenso do ponto de vista da equidade no equilíbrio do tempo de viagem no autocarro para cada aluno. Desrosiers et al. (1981) geraram todos os horários possíveis para uma rota, os quais denominaram de combinações de corrida, combinações essas que contêm informação sobre o período do dia em que são executadas, considerando restrições como o limite superior do tempo de espera dos alunos entre a chegada à escola e o horário de início das aulas. Ao seleccionar um conjunto ideal de combinações de corrida, os horários da manhã e da tarde são gerados simultaneamente.

Além do problema matutino e vespertino, Bookbinder & Edwards (1990) abordaram um tipo diferente de problema de criação de rotas de autocarro escolar, denominado problema de agendamento de programas. O problema de agendamento de programas

visa encontrar o melhor plano de transporte para os alunos de várias escolas durante atividades escolares especiais, como natação ou outras atividades físicas. Eles desenvolveram um modelo de Programac o Inteira Mista (MIP) para o problema e resolveram-no usando uma abordagem modificada de resolu o de problemas de afeta o.

2.3.4 Possibilidade de carregamento misto

Bodin & Berman (1979) indicaram que o problema do carregamento misto pode ocorrer em áreas rurais. Quando são permitidas cargas mistas, alunos de escolas diferentes podem ser colocados no mesmo autocarro simultaneamente. Permitir cargas mistas proporciona maior flexibilidade e economia de custos (Braca et al., 1997). Quando cargas mistas não são permitidas, o problema torna-se o problema de carga única, no qual o autocarro pode recolher ou deixar os alunos numa única escola (Bodin et al., 1983). Chen et al. (1988) destacaram que a suposi o de carga única   demasiado restritiva e poderá resultar no uso excessivo de autocarros para crianças em áreas remotas.

Embora o problema do carregamento misto seja discutido em vários artigos ((Bodin & Berman, 1979); (Bodin et al., 1983); (Chen et al., 1988); (Spada et al., 2005)), apenas Braca et al. (1997) propuseram um algoritmo para cargas mistas. Chen et al. (1988) desenvolveram um sistema especialmente dedicado a um distrito escolar rural e permitiram cargas mistas para rotas. No entanto, as rotas foram geradas manualmente. Spada et al. (2005) lidaram com cargas mistas através de uma ferramenta de interface de usuário interativa.

2.3.5 Transporte de alunos de educa o especial ou com necessidades específicas

O desafio de transportar alunos com necessidades educativas específicas difere significativamente do transporte de alunos em geral em vários aspetos. Em primeiro lugar, os alunos de educa o específica, face às suas mais variadas especificidades, são recolhidos e deixados diretamente em suas casas, e não nas paragens de autocarro.

Em segundo lugar, facilmente se compreende que se torna necessário que a restri o relativa ao tempo máximo de viagem para um aluno de educa o específica num

autocarro tenha de ser bastante mais restritiva comparativamente a um estudante comum.

Por fim, cada aluno de educação específica tem necessidades específicas, sejam elas de carácter físico ou psicológico, que deverão ser tidas em conta.

Face às diversas especificidades que este tipo de transporte tem, apenas alguns artigos abordam o problema de transporte de alunos com necessidades específicas, entre eles, (Ripplinger, 2005), (Imran et al., 2009) e (Caceres et al., 2019).

2.3.6 Tipo de Frota – homogénea ou heterogénea

Num problema com uma frota heterogénea, tal como referido por (Imran et al., 2009), assume-se que cada autocarro possui características diferentes, tais como capacidade de lotação, tempo máximo permitido de viagem, custos fixos e variáveis por unidade de distância, ou outros. Este tipo de problema, sendo uma variante do VRP, é designado como um Heterogeneous Vehicle Routing Problem (HVRP),

Newton & Thomas (1974) assumiram que todos os autocarros tinham as mesmas características. No entanto nem sempre isso acontece, pois, cada escola tem a sua própria frota de veículos, frotas essas que poderão ter características diferentes entre si, tais como capacidade de lotação, tempo máximo permitido de viagem, custos fixos e variáveis por unidade de distância, ou outros (Koç et al., 2016).

2.3.7 Objetivos e Restrições

Savas (1978) discutiu três medidas para avaliar o desempenho dos serviços públicos, podendo também ser utilizadas para avaliar os serviços de transportes escolares: a eficiência (relação entre o nível de serviço e o custo dos recursos necessários para fornecer esse mesmo serviço), a eficácia (forma como a procura é satisfeita) e a equidade (que avalia a justiça e imparcialidade).

A maioria dos estudos do SBRP visa minimizar o número de autocarros utilizados e a distância total de viagem dos mesmos.

Braca et al. (1997) e Spada et al. (2005) listaram as restrições mais comuns para um SBRP:

- a) Capacidade de veículos;

- b) Tempo máximo de viagem;
- c) Distância máxima percorrida a pé;
- d) Janela de horário escolar;
- e) Número de alunos nas paragens;
- f) Hora mais cedo de recolha de alunos;
- g) Número mínimo de crianças para criar uma rota.

Noutros estudos, algumas destas restrições são consideradas na função objetivo. Por exemplo, Bennett & Gazis (1972) e Li & Fu (2002) consideraram o tempo máximo de condução, e minimizaram o tempo total de viagem gasto por todos os alunos como objetivo. Bowerman et al. (1995) incluíram a distância total percorrida pelo aluno na função objetivo. Desrosiers et al. (1981), Raff (1983) e Fügenschuh (2009) assumiram as janelas de tempo da escola como variáveis de decisão e ajustaram o horário escolar, para reduzir o número de autocarros necessários.

2.3.8 Etapas de resolução de um SBRP

O SBRP, segundo Desrosiers et al. (1981), pode ser decomposto em subproblemas, associando cinco etapas de resolução que, dada a complexidade de cada uma, são geralmente tratadas individualmente.

As etapas identificadas são:

Primeira Etapa: preparação dos dados, especificação da rede viária e preparação dos dados dos estudantes (localização da residência, escola de destino e tipo de aluno, geral ou deficiente), das escolas (localização, horário de início e término das aulas para chegada do autocarro e tempo máximo de viagem do aluno num autocarro), dos veículos (localização do autocarro e tipos de autocarros disponíveis bem como capacidade de cada autocarro) e matriz origem-destino, matriz essa que armazena os menores tempos de viagem ou distâncias entre pares de nós (escola, localização do aluno e localização de origem do autocarro).

Segunda Etapa: seleção das paragens de autocarro e atribuição de alunos. Na maior parte dos estudos esta etapa é omitida havendo já paragens pré-determinadas. No entanto, havendo lugar a esta etapa, existem estratégias heurísticas para seleção de paragens de autocarro, estratégias essas que são designadas de Location-Allocation-Routing (LAR) ou Allocation-Routing-Location (ARL).

A estratégia LAR primeiro identifica as paragens e posteriormente atribui os alunos às paragens.

Na estratégia ARL, os alunos são agrupados em clusters enquanto satisfazem as restrições de capacidade dos veículos. Posteriormente, os pontos de paragem são selecionados e é gerada uma rota por cada cluster.

Finalmente, os alunos num cluster (rota) são atribuídos a uma paragem de autocarro que satisfaça todos os requisitos dados no problema, como a distância máxima a pé de casa, o número máximo de alunos que pode ser atribuído a uma paragem de autocarro e a distância mínima entre paragens.

Terceira Etapa: Determinação de rotas dos autocarros escolares. Nesta etapa existem dois tipos de abordagens distintas:

a) Primeiro a rota e depois o cluster

Neste caso, com recurso ao problema do caixeiro-viajante, constrói-se uma grande rota que considera todas as paragens e as particiona em rotas menores, de acordo com as restrições;

a) Primeiro o cluster, a rota depois

Esta abordagem agrupa os alunos em clusters para que cada cluster possa ser servido como uma rota que satisfaça as restrições.

Quarta Etapa: Ajuste do horário escolar. Embora na maioria dos estudos o horário de início e término das aulas nas escolas sejam restrições, há estudos que consideram os horários escolares como variáveis de decisão.

Quinta Etapa: Agendamento das rotas. O agendamento de rotas consiste na programação da rota específica e do horário exato de início e termo de cada rota, bem como a forma de eventuais cadeias de rotas que podem ser executadas sucessivamente pelo mesmo autocarro.

Estas últimas duas etapas mostram-se necessárias, essencialmente para a configuração multiescola.

3 Caracterização do problema abordado

No contexto do Colégio Minerva, o problema da otimização das rotas de transporte escolar é de grande relevância e surge todos os anos letivos. Este é um desafio particularmente importante para o colégio, localizado no concelho do Barreiro, que se encontra dividido em dois polos distintos: o Espaço Manuel de Melo e o Espaço Casquilhos.

A situação é ainda mais complexa pelo facto de o serviço de transporte escolar abranger uma área geográfica extensa, desde o concelho do Barreiro até ao concelho de Alcochete, perfazendo aproximadamente 568 km² de área. O colégio acolhe alunos desde a creche até ao 12.º ano, conta com 50 docentes e cerca de 52 funcionários, tendo mais de 700 alunos, dos quais, cerca de 12% utilizam o serviço de transporte.

3.1 Objetivo de estudo

Com este trabalho de projeto pretende-se otimizar as viagens/rotas das carrinhas do Colégio, de modo a satisfazer todas as necessidades atuais e minimizar o tempo de condução, bem como o número de carrinhas necessárias.

Complementarmente, iremos estudar possíveis ferramentas de otimização para anos letivos futuros, com a possibilidade de alteração das restrições ora analisadas.

3.2 Caracterização dos dados

a) Utilizadores

Atualmente, o Colégio tem 65 alunos a usufruir do serviço de transporte mediante pagamento adicional, dos quais 27 frequentam o Espaço Manuel de Melo e 38 frequentam o Espaço Casquilhos. Alguns dos alunos do Espaço Manuel de Melo participam em atividades extracurriculares no Espaço Casquilhos e, para tal, utilizam o serviço de transporte entre os dois polos. Além disso, há ainda outros que recorrem ao transporte entre os referidos espaços por diversas razões.

Dos 65 alunos que usufruem do serviço de transporte, 34 fazem-no no período da manhã.

b) Zonas de transporte e mensalidades pagas pelo mesmo

Existem quatro zonas distintas de transporte;

- i) **a zona A**, que abrange o Barreiro, Lavradio, Baixa da Banheira e Vale da Amoreira, em que cada aluno, mensalmente, paga 85€ pelo serviço de transporte de manhã e tarde, e 45€ pelo serviço só de tarde ou só de manhã;
- ii) **a zona B**, que abrange Santo António da Charneca, Coina e Alhos Vedros, em que cada aluno, mensalmente, paga 95€ pelo serviço de transporte de manhã e tarde, e 50€ pelo serviço só de tarde ou só de manhã;
- iii) **a zona C**, que abrange Penalva e Moita, em que cada aluno, mensalmente, paga 110€ pelo serviço de transporte de manhã e tarde, e 60€ pelo serviço só de tarde ou só de manhã;
- iv) **a zona D**, que abrange o Montijo e Alcochete, em que cada aluno paga, mensalmente, 130€ pelo serviço de transporte de manhã e tarde, e 70€ pelo serviço só de tarde ou só de manhã.

Pelo serviço de transporte entre o Espaço D. Manuel de Melo e o Espaço Casquilhos, ou vice-versa, cada aluno paga, mensalmente, 25€, excetuando-se os casos de transporte entre o Espaço Manuel de Melo e o Espaço Casquilhos para frequência de atividades extracurriculares, ou de transporte entre espaços de alunos com irmãos a frequentar espaços diferentes (desde que a lotação máxima do transporte assim o permita).

O Colégio não tem aulas ao fim de semana, pelo que o serviço de transporte é feito apenas de segunda a sexta-feira.

c) Condição mínima para realização de transporte

O colégio só efetua transporte de alunos para a Zona C com um mínimo de 3 alunos, e para a Zona D com um mínimo de 4 alunos.

d) Frota automóvel

O Colégio possui uma frota automóvel dedicada a este serviço, composta por três carrinhas, uma Iveco com capacidade para 37 passageiros, uma Mercedes com capacidade para 9 passageiros e uma Volkswagen com capacidade para 20

passageiros (incluindo-se nestas capacidades o lugar do condutor). Nenhuma das carrinhas permite o transporte de pessoas em pé.

e) Rotas matutinas atuais

O serviço de transporte inicia-se às 06:45 horas com 3 viagens distintas, compondo duas rotas matutinas.

A primeira rota inicia-se no espaço Casquilhos, recolhendo alunos em Alcochete, Montijo, Moita, Penteado, Espaço Manuel de Melo e terminado no Espaço Casquilhos.

Devido à grande dispersão de moradas dos alunos da zona de Alcochete, Montijo e Moita, a opção atual é a de agrupar os alunos por clusters (em função da zona de residência).

Já a segunda rota é composta por duas viagens seguindo uma lógica de agrupar zonas empiricamente próximas e alternando entre Espaço Manuel de Melo e Espaço Casquilhos.

As figuras 1 e 2 ilustram as soluções atuais de rotas matutinas, sendo que, para uma melhor compreensão da figura, os trajetos terminados em paragens da Zona A encontram-se representados com setas azuis, da Zona B com setas amarelas, da Zona C com seta laranja e da Zona D com setas verdes, as paragens encontram-se representadas por números e o Colégio e o Polo pelas letras C e P, respetivamente:

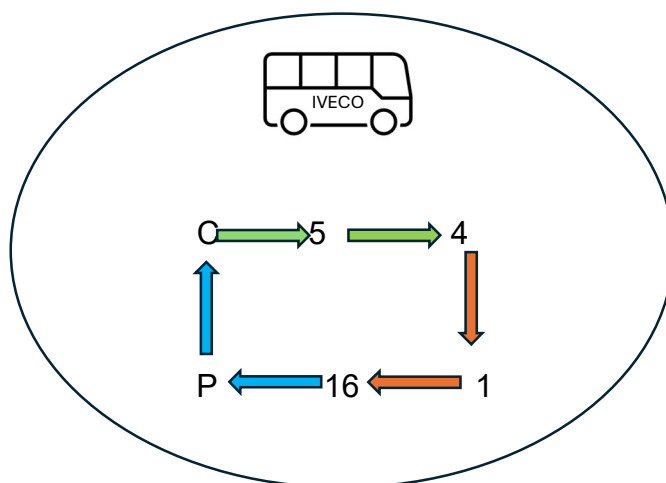


Figura 1 – Rota Matutina da Carrinha Iveco

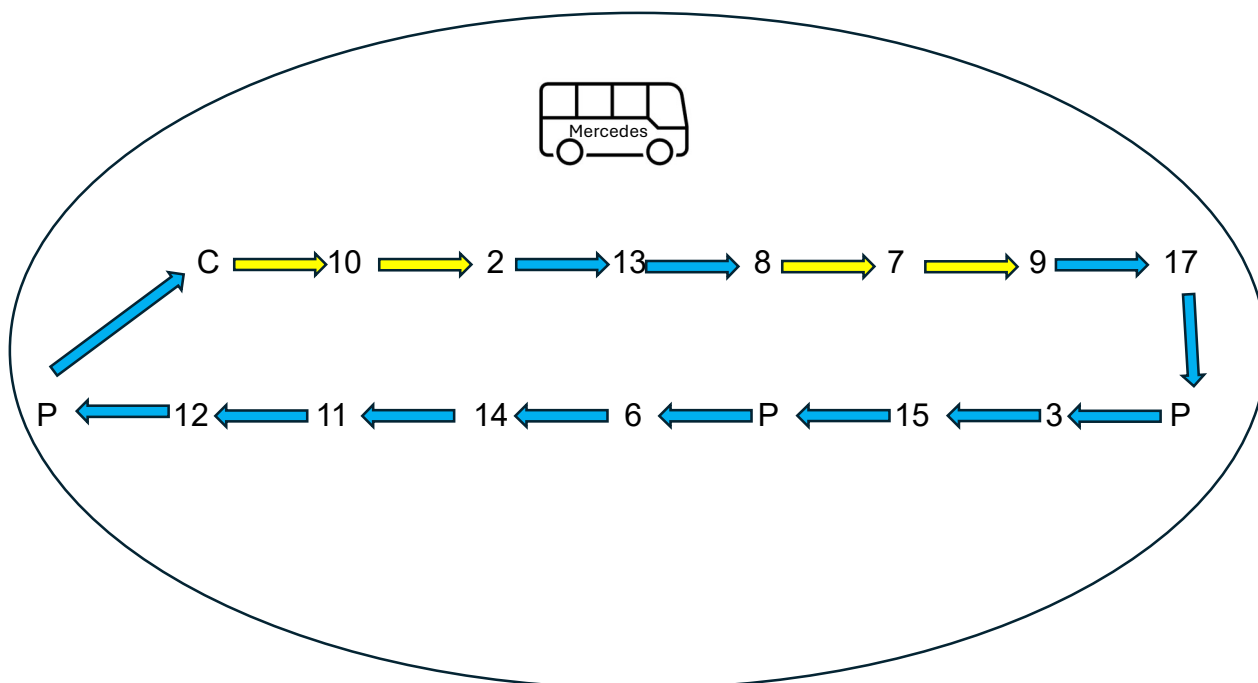


Figura 2 – Rota Matutina da Carrinha Mercedes

f) Colaboradores

Quanto a colaboradores, o Colégio possui 3 condutores, sendo que, dependendo do número de alunos transportados, cada condutor é coadjuvado, de acordo com o art.º 8º da Lei 13/2006, por um ou dois vigilantes por carrinha.

No transporte de crianças é assegurada, para além do motorista, a presença de um acompanhante adulto designado por vigilante, a quem compete zelar pela segurança das crianças.

Quando o veículo automóvel transportar mais de 30 crianças ou jovens são assegurados, pelo menos, dois vigilantes - ("Lei n.º 13/2006 | DR").

3.3 Restrições

Face à explicação supra, podemos identificar várias restrições genéricas do problema em estudo:

- 1) Restrições de transporte de alunos de cada uma das carrinhas, sendo que a cada aluno corresponde um lugar sentado, não podendo, em caso algum, a lotação do veículo ser excedida;

Assim, a carrinha Iveco tem capacidade de transporte de 34 alunos, a carrinha Volkswagen tem capacidade de transporte de 18 alunos e a carrinha Mercedes tem capacidade de transporte de 7 alunos.

- 2) Janela horária (horário condicionado ao horário letivo/atividades dos alunos);

As aulas e atividades no Espaço Manuel de Melo iniciam-se às 8h45 para os 1.º e 2.º anos, e às 9h00m para os 3.º e 4.º anos. No que diz respeito aos outros alunos, os mesmos poderão entrar no colégio até às 9h00;

As aulas e atividades no Espaço Casquilhos iniciam-se às:

- a) 8h15 para os alunos do Ensino Secundário;
- b) 8h45 para os alunos do 3.º Ciclo do Ensino Básico;
- c) 9h00 para os alunos do 2.º ciclo do Ensino Básico.

O Colégio encontra-se aberto das 7h30 às 19h30.

- 3) Os alunos de creche, pré-primária e 1.º ciclo do ensino básico têm aulas no Espaço Manuel de Melo;
- 4) Os alunos dos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico e do Secundário têm aulas no Espaço Casquilhos;
- 5) Dependendo do dia da semana, todos os pontos de paragem, de um determinado período do dia, terão de estar contemplados em alguma viagem de uma e uma só rota;
- 6) As carrinhas do Colégio nunca saem adiantadas de qualquer ponto de paragem, mas também não esperam por qualquer aluno ou, na entrega, pela pessoa indicada para o receber. “Neste caso, o aluno regressa ao Colégio, onde deve ser procurado até às 19h30.” (“Condições do Transporte dos Alunos do Colégio Minerva”).

3.4 Classificação do problema de estudo de acordo com as suas características

No caso concreto, estamos perante um problema de multiescolas, uma vez que o sistema de transporte escolar assegura o transporte de duas escolas distintas, a localizada no Espaço Manuel de Melo e a localizada no Espaço Casquilhos. A abordagem atual de rotas é uma abordagem baseada no domicílio dos alunos e não

na escola que cada um frequenta, permitindo uma denominada carga mista (autocarro/carrinha com alunos de diferentes escolas/Polos).

A solução atualmente em prática é maioritariamente rural, sendo que os pontos de recolha dos alunos são determinados como sendo os seus domicílios, havendo apenas uma rota em que é adotado um SBRP de características urbanas, ou seja, os alunos deslocam-se a pontos previamente determinados e são recolhidos nesses pontos pelo transporte escolar.

Tendo em conta as restrições anteriormente indicadas, o problema em estudo não é o mesmo problema todos os dias, nem sequer é idêntico de manhã e à tarde, pois o Colégio proporciona a escolha do tipo de transporte - só manhã, só tarde, manhã e tarde ou transporte entre escolas.

Embora exista uma grande amplitude entre as idades dos alunos, a solução em prática no Colégio não contempla diferentes tipos de transportes em função da sua faixa etária nem foi identificada qualquer necessidade especial de algum deles que determinasse ser contemplada na escolha da rota de transporte.

A frota ao dispor do Colégio não poderia ser mais heterogénea, tanto a nível de lotação como em função do número de colaboradores necessários (motorista + vigilante(s)).

4 Metodologia

4.1 Tratamento dos dados

Numa primeira abordagem do problema em estudo, iniciámos a recolha de dados bem como o tratamento dos mesmos.

Os dados foram fornecidos pelo Colégio, salvaguardando a identificação dos alunos que utilizam o transporte escolar bem como moradas que os identifiquem (por exemplo, foram omitidas referências a andares).

Os utilizadores encontravam-se identificados por números, sendo que se mostrou necessário compilar a informação em ficheiro Excel identificando cada aluno por um número único bem como qual o serviço que utiliza, sendo também codificados os vários pontos de paragem (num total de 29) e, ainda, o autocarro/carrinha que utiliza.

O resultado dessa compilação resultou nos quadros anexos identificados como Anexo I a Anexo V, correspondendo cada um deles à solução atualmente a ser implementada no Colégio em cada um dos dias da semana.

Feita esta compilação de dados, foram elaboradas duas matrizes de distâncias entre paragens, uma referente ao período da manhã e outra referente ao período da tarde, com recurso à aplicação Google Maps. A opção pela elaboração de duas matrizes deveu-se ao facto de alguns fatores externos, como tráfego habitual, condicionarem o tempo de percurso em função do período do dia em referência.

Nesta altura, encontrando-se devidamente identificado o tipo de problema em análise bem como objetivos e restrições associados ao mesmo, passou-se então à construção do modelo matemático representativo do problema.

4.2 Modelo matemático do problema matutino

4.2.1 Parâmetros

$J = \{0, 1, 2, \dots, n + 1\}$, o conjunto de todas as paragens da parte da manhã, representando 0 e $n+1$ o Colégio

$K = \{1, 2, \dots, l\}$, $l \in \mathbb{N}$ o conjunto de carrinhas

t_{ij} = tempo de viagem, de manhã, da paragem i para a paragem j , em minutos, com $i, j \in J$

C_k = capacidade de transporte de alunos da carrrinha k , com $k \in K$

$C = \sum_k C_k$, ou seja, a soma da capacidade de todas as carrinhas

l_i , com $i \in J$, o número de alunos que iniciam a viagem na paragem i

A = hora de início (mínima) das rotas das carrinhas

B = hora mais tarde de fim das rotas matutinas no Colégio.

4.2.2 Variáveis de decisão

$x_{kij} = \begin{cases} 1, & \text{se a carrinha } k \text{ vai da paragem } i \text{ para a paragem } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

u_i : Variável contínua que representa a posição da paragem i na rota do veículo, com $1 \leq u_i \leq n - 1$ para $i \in J$, e $u_0 = 0$

4.2.3 Função objetivo

$$\text{Min } \sum_{k \in K} \sum_{i \in J} \sum_{j \in J, j \neq i} t_{ij} x_{kij} \quad (11)$$

4.2.4 Restrições

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J, j \neq i} x_{kij} = 1, \forall i \in J \quad (12)$$

$$\sum_{j \in J, j \neq 0} x_{k0j} = 1 \forall k \in K \quad (13)$$

$$\sum_{i \in J, i \neq n+1} x_{k,i,n+1} = 1 \forall k \in K \quad (14)$$

$$\sum_{j \in J, j \neq i} x_{kij} = \sum_{j \in J, j \neq i} x_{kji}, \forall k \in K, \forall i \in J \quad (15)$$

$$\sum_{i \in J} l_i \sum_{j \in J, j \neq i} x_{kij} \leq C_k \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$u_j - u_i \geq l_j - C(1 - x_{kij}), \forall i, j \in J, i \neq j \quad (17)$$

$$l_i \leq u_i \leq C, \forall i \in J \quad (18)$$

$$\sum_{i \in J} \sum_{j \in J, j \neq i} t_{ij} x_{kij} \leq B - A, \forall k \in K \quad (19)$$

$$x_{kij} \in \{0,1\} \forall i, j \in J, k \in K \quad (20)$$

As restrições (12) garantem-nos que todos os pontos de paragem da parte da manhã estarão contemplados em alguma viagem de uma e uma só rota.

As restrições (13) garantem-nos que todas as rotas se iniciam no Colégio e as restrições (14) garantem-nos que todas as rotas terminam no mesmo.

Já no que às restrições (15) diz respeito, as mesmas asseguram-nos que se uma carrinha chega a uma paragem, então terá necessariamente de sair dessa paragem também.

As restrições (16) impõem que a lotação máxima de cada carrinha não é ultrapassada.

Sendo necessário que não haja subciclos nas rotas, as restrições (17) e (18) fazem com que seja impossível a sua existência, restrições estas conhecidas como restrições de Miller,Tucker Zemlin.(Miller et al., 1960).

Por fim, as restrições (19) acautelam que todas as rotas terminam antes do início das aulas e as restrições (20) têm o mesmo significado que as restrições (4), isto é, as variáveis de decisão são binárias.

4.3 Modelo matemático do problema vespertino

Não nos iremos debruçar sobre este modelo dada a sua similaridade com o modelo matutino, contando até com menos restrições, nomeadamente a do tempo de chegada à escola/casa.

4.4 Resolução do modelo

Tal como anteriormente referido, a resolução de um SBRP pode ter abordagens bastante distintas. Optámos por explorar uma dessas abordagens, utilizando o

OpenSolver, de modo a tentar perceber a sua viabilidade e/ou melhor adequação prática ao problema em análise.

4.4.1 Resolução com recurso ao suplemento do Microsoft Excel OpenSolver

O uso do Solver do Excel para a resolução de modelos matemáticos do SBRP oferece diversas vantagens, especialmente para problemas de pequena a média escala. O Solver é uma ferramenta acessível e fácil de usar que permite aos utilizadores formular e resolver problemas de otimização, considerando múltiplas restrições e objetivos. Ele é particularmente útil para introduzir o modelo matemático e testar soluções iniciais para o SBRP. A interface amigável do Excel facilita a definição de variáveis, restrições e funções objetivo, proporcionando uma abordagem prática para a resolução de problemas com um número limitado de variáveis.

No entanto, à medida que a complexidade e o número de variáveis do problema aumentam, o desempenho do Solver do Excel pode tornar-se limitado. Para problemas com mais de algumas centenas de variáveis, o Solver pode não ser capaz de encontrar soluções eficientes em tempo razoável. Nesses casos, o uso do OpenSolver, uma extensão para o Excel, é recomendado. O OpenSolver permite resolver problemas maiores e mais complexos, ultrapassando as limitações de tamanho e desempenho do Solver.

Dada a quantidade de variáveis do problema em estudo, a opção de resolução usando o OpenSolver afigurou-se-nos adequada ao propósito a atingir.

Foi utilizada a versão 2.9.3 (2020.03.01) do OpenSolver e utilizado o Solver CBC v2.9.4 (64-bit).

4.4.2 Implementação do modelo no Excel

No caso concreto do problema em estudo, haveria, nesta fase, de transpor para Excel as variáveis de decisão e a função objetivo, bem como de configurar o modelo para resolução com recurso ao OpenSolver.

No nosso caso de estudo, o problema matutino, temos os seguintes:

parâmetros

$J=\{0,1,\dots,17\}$, o conjunto de todas as paragens da parte da manhã, representando 0 e 17 o Colégio;

$K=\{1,2,3\}$, o conjunto das carrinhas, representando 1 a carrinha Iveco, 2 a carrinha Volkswagen e 3 a carrinha Mercedes;

$C_1 = 34$; $C_2 = 18$; $C_3 = 7$, capacidades de transporte de alunos das carrinhas 1, 2 e 3, respetivamente;

$C = 59$, soma da capacidade de todas as carrinhas;

$A = 06:45$ horas; hora de início (mínima) das rotas das carrinhas

$B = 08:00$ hora mais tarde de fim das rotas matutinas, no Colégio

Tabela 1 – Matriz de tempo de percurso entre paragens (incluindo o Colégio)

PARAGEM	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	n+1
0		15	11	9	20	22	8	8	9	9	13	6	6	8	5	7	7	0
1			8	13	10	11	13	13	14	14	9	15	20	11	19	13	7	14
2			8		7	15	19	12	7	7	8	2	18	17	5	15	10	6
3			13	6		15	10	7	6	7	7	11	11	11	6	9	1	6
4			8	16	14		6	19	17	18	18	15	26	25	17	23	17	17
5			11	18	10	7		21	19	21	21	18	27	28	20	25	20	22
6			13	12	7	19	21		8	6	7	7	11	11	5	10	7	4
7			13	7	5	19	20	8		3	2	10	14	15	5	12	6	6
8			14	6	7	23	24	7	3		2	8	17	16	3	14	7	5
9			14	7	6	19	21	7	1	2		9	16	15	4	12	6	6
10			9	2	10	17	18	7	9	8	9		18	18	6	15	10	7
11			13	18	8	24	25	9	12	13	13	16		2	11	2	8	9
12			13	16	9	25	26	10	12	13	13	16	2		12	1	9	10
13			12	5	6	19	21	5	5	3	4	6	14	14		11	6	4
14			23	14	8	24	25	9	11	12	12	15	2	4	11		8	5
15			21	9	1	18	19	7	6	6	6	10	10	10	6	8		5
16			13	7	6	19	20	4	6	5	6	7	10	10	3	8	5	7

Tabela 2 – Matriz alunos nas paragens e seus destinos

Paragem	Nº de Alunos	Destino Colégio	Destino Polo
1	2	2	0
2	1	1	0
3	1	0	1
4	14	13	1
5	3	2	1
6	1	0	1
7	1	1	0
8	1	1	0
9	1	0	1
10	1	0	1
11	1	1	0
12	2	0	2
13	1	1	0
14	2	0	2
15	1	0	1
16	1	1	0
17	0	0	0

Dada a sua extensão, não nos é possível transpor para este documento toda a folha de Excel de implementação do modelo.

Assim, apenas a título de exemplo e por forma a uma melhor perceção da referida folha, tentaremos, nesta fase, explicar partes da implementação do modelo em folha Excel.

Por fim, apresentaremos, então o modelo do Open Solver.

[illegible]

As linhas a verde servem de base para a transposição para Excel das restrições (15) do modelo.

Figura 5 – Transposição para Excel das restrições (16) e (19) do modelo

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	1
Vars U		0	1	1	14	3	1	1	1	1	1	2	1	2	1		
		31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	3
1	2	1.2	-1	1													
1	3	1.3	-1		1												
1	4	1.4	-1			1											
1	5	1.5	-1				1										
1	6	1.6	-1					1									
1	7	1.7	-1						1								
1	8	1.8	-1							1							
1	9	1.9	-1								1						
1	10	1.10	-1									1					
1	11	1.11	-1										1				
1	12	1.12	-1											1			
1	13	1.13	-1												1		
1	14	1.14	-1													1	
1	15	1.15	-1														1
1	16	1.16	-1														
2	1	2.1	-1	-1													
2	3	2.3	-1		1												
2	4	2.4	-1			1											
2	5	2.5	-1				1										
2	6	2.6	-1					1									
2	7	2.7	-1						1								
2	8	2.8	-1							1							
2	9	2.9	-1								1						
2	10	2.10	-1									1					
2	11	2.11	-1										1				
2	12	2.12	-1											1			
2	13	2.13	-1												1		
2	14	2.14	-1													1	
2	15	2.15	-1														1
2	16	2.16	-1														

Figura 6 - Transposição para Excel das restrições (17) e (18)

As linhas de cor rosa servem de base para a transposição para Excel das restrições (17) e (18) do modelo.

A definição do modelo no Open Solver é apresentada na figura 7.

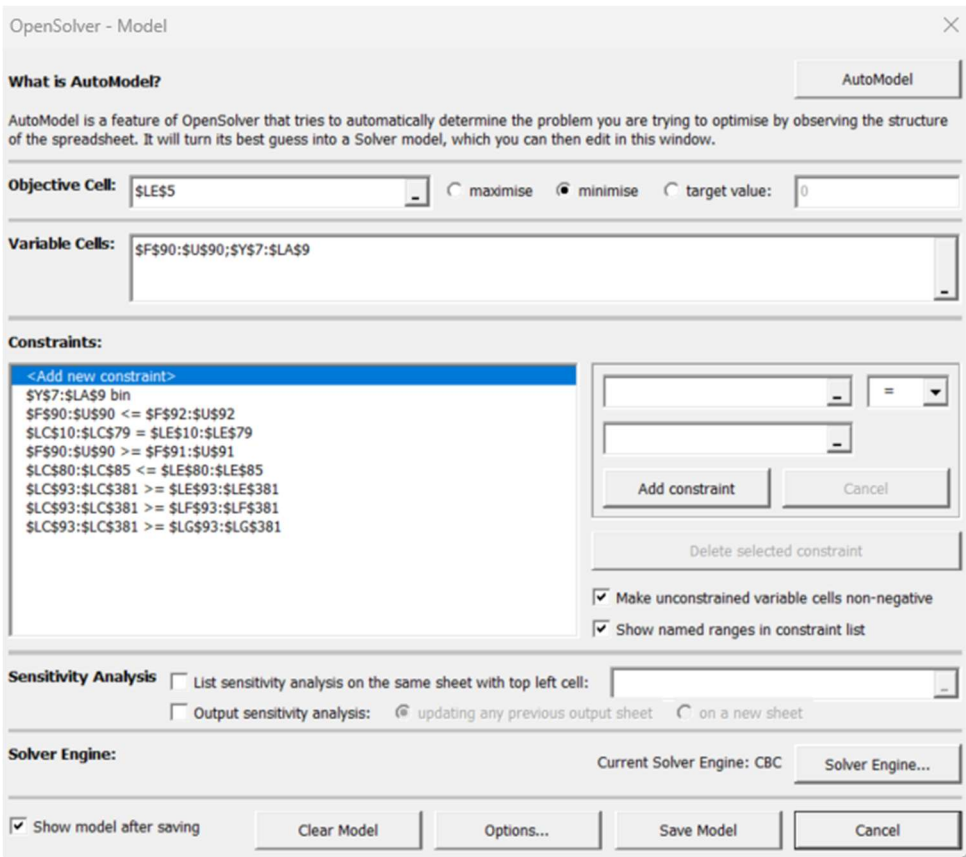


Figura 7 - Modelo Open Solver

A primeira restrição do modelo corresponde às restrições (20), indicação de que as variáveis de decisão são binárias, ficando, deste modo, todo o modelo transposto para o OpenSolver.

Embora se trate de um problema de pequena dimensão, com apenas 16 paragens e 3 carrinhas, a implementação do modelo resulta em:

- 867 variáveis de decisão binárias e 16 variáveis inteiras (usadas na eliminação de subciclos);
- 76 restrições do modelo (e 883 restrições para evitar subciclos na solução).

4.4.3 Soluções obtidas e estratégia subsequente

Resolvendo o modelo com recurso ao Open Solver, obtemos as seguintes informações:

- a) Sequência de paragens para as rotas da manhã, iniciando as mesmas no Colégio e terminando no mesmo, bem como horários de passagem em cada paragem e horário de chegada ao Colégio;
- b) Número de alunos transportados por cada carrinha bem como horário de chegada de cada uma ao Colégio;
- c) Número de alunos que chega ao Colégio e cujo destino final é o Polo do mesmo, bem como horário de chegada ao Colégio.

Com base na informação constantes em a) e b), escolher-se-á a(s) carrinha(s) que efetuará(ão) o serviço de transporte entre o Colégio e o Polo, sendo que a restrição dos alunos chegarem ao Polo antes do início das atividades será salvaguardada no modelo matutino, assegurando que os alunos chegam ao Colégio a tempo de continuarem com outra rota até ao Polo e chegarem antes do início das atividades respetivas.

No que ao serviço de transporte do Polo para o Colégio diz respeito, sendo o mesmo efetuado num horário anterior ao início das rotas vespertinas, escolher-se-á a(s) carrinha(s) que o efetuará(ão) tendo por base o número de alunos que utilizam este transporte.

5 Resultados e Discussão

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pela resolução do modelo através do Open Solver, bem como uma análise crítica dos mesmos por forma a confirmar, ou infirmar, se a abordagem ao problema que nos propusemos otimizar se mostrou vantajosa, ou não, para a organização.

5.1 Rotas obtidas pelo modelo

Com recurso ao OpenSolver do Excel para resolução do modelo, obtivemos uma solução ótima, composta pelas rotas, para cada uma das carrinhas, que serão apresentadas de seguida.

A rota da primeira carrinha (Iveco), com 34 lugares de capacidade, é representada na figura 8.

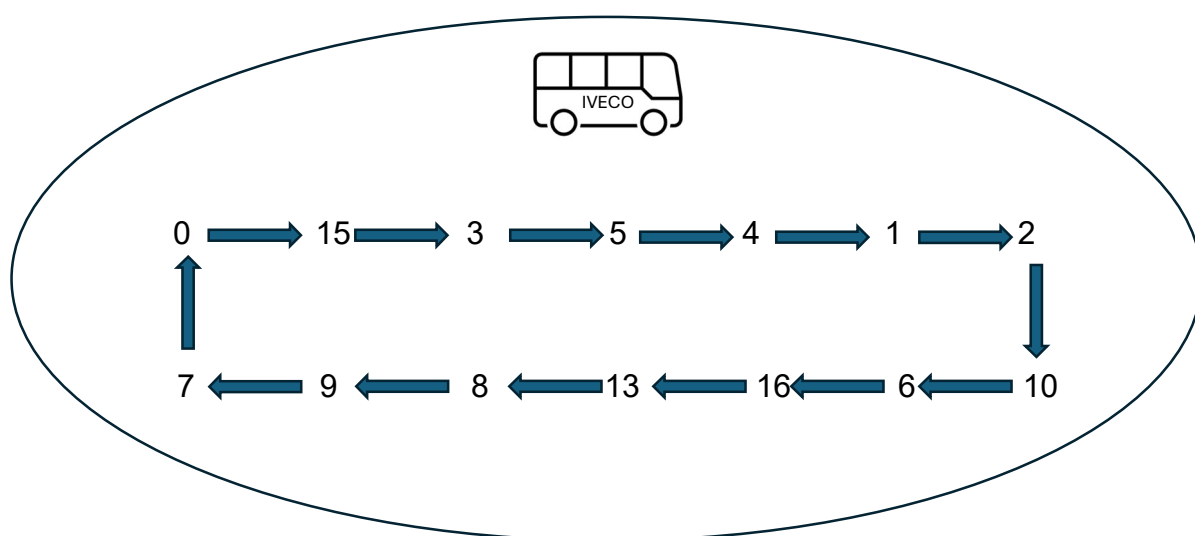


Figura 8 – Rota obtida (Carrinha Iveco)

Com esta rota, o tempo total de condução da carrinha Iveco é de 71 minutos.

A carrinha Iveco transporta, no total, 29 alunos até ao Colégio, sendo que 7 desses têm como destino final o Polo.

Já a rota obtida para a carrinha Mercedes está representada na figura 9.

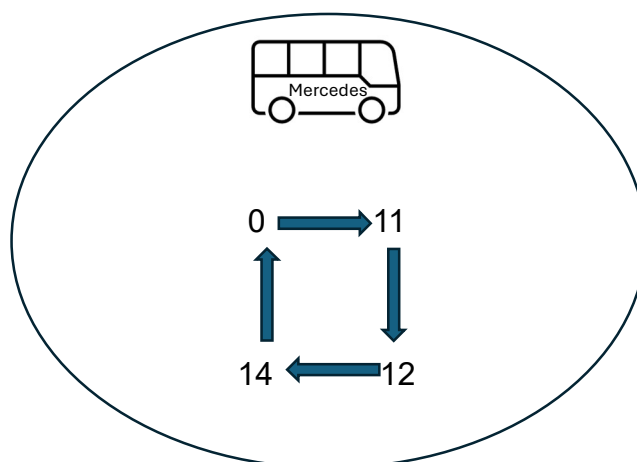


Figura 9 – Rota obtida (Carrinha Mercedes)

Com esta rota o tempo de condução da carrinha Mercedes é de 14 minutos.

A carrinha Mercedes transporta, no total, 5 alunos até ao Colégio, sendo que 4 desses têm como destino final o Polo.

A implementação do modelo matemático sugere as rotas ótimas com chegada ao colégio. No entanto, existem ainda alunos das rotas matutinas que apenas vão do Colégio para o Polo, ou do Polo para o Colégio.

Vejamos, então, esses casos:

Do colégio para o Polo irão os 7 alunos que terminaram a rota da carrinha Iveco no Colégio, mais os 4 alunos que terminaram a rota da carrinha Mercedes no Colégio e, ainda, dois alunos que apenas utilizam o serviço de transporte do Colégio para o Polo, num total de 13 alunos. Ora, a carrinha cuja lotação mais se aproxima deste número é a carrinha Volkswagen, pelo que deverá ser a escolhida para este transporte, com um tempo total de viagem até ao Polo de 4 minutos (rota apresentada na figura 10). Por fim, a referida carrinha regressará ao Colégio transportando os dois alunos que apenas utilizam o serviço de transporte do Polo para o Colégio, com um tempo total de transporte até ao Colégio de 4 minutos.

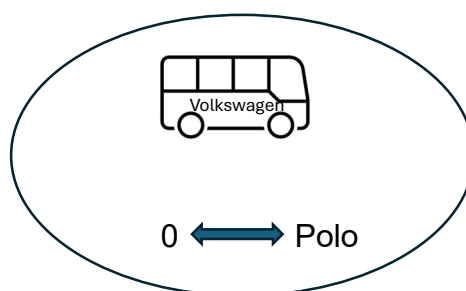


Figura 10 – Rota Carrinha Volkswagen

Deste modo, terminam as rotas matutinas, com um tempo total de condução de 93 minutos, correspondente à soma dos 71 minutos, 14 minutos e 8 minutos das carrinhas Iveco, Mercedes e Volkswagen, respetivamente.

5.2 Análise crítica das rotas obtidas

Confrontadas as rotas constantes das figuras 1 e 2, com as obtidas pelo modelo implementado, estamos agora em condições de comparar as rotas obtidas com as rotas em prática no colégio, nunca deixando de nos focar no objetivo deste trabalho: otimizar as rotas das carrinhas de transporte escolar do colégio de forma a minimizar o tempo de condução (aqui, em particular, das rotas matutinas).

Para que a comparação seja a mais fiel possível, decidimos não utilizar as horas de passagem nas paragens indicadas pelo Colégio, mas sim utilizar a tabela 1 para a contabilização das rotas atuais.

Tabela 3 - Matriz de tempo de percurso entre paragens (incluindo o Polo)

PARAGEM	Polo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	n+1
0	4		15	11	9	20	22	8	8	9	9	13	6	6	8	5	7	7	0
1	17			8	13	10	11	13	13	14	14	9	15	20	11	19	13	7	14
2	13				7	15	19	12	7	7	8	2	18	17	5	15	10	6	12
3	6			13		6	15	10	7	6	7	11	11	6	9	1	6	9	
4	25			8	16	14		6	19	17	18	15	26	25	17	23	17	17	19
5	25			11	18	10	7		21	19	21	18	27	28	20	25	20	20	22
6	9			13	12	7	19	21		8	6	7	7	11	5	10	7	4	8
7	9			13	7	5	19	20	8		3	2	10	14	15	5	12	6	8
8	11			14	6	7	23	24	7	3		2	8	17	16	3	14	7	10
9	11			14	7	6	19	21	7	1	2		9	16	15	4	12	6	9
10	14			9	2	10	17	18	7	9	8	9		18	18	6	15	10	13
11	7			13	18	8	24	25	9	12	13	13	16		2	11	2	8	6
12	5			13	16	9	25	26	10	12	13	13	16	2		12	1	9	6
13	5			12	5	6	19	21	5	5	3	4	6	14	14		11	6	9
14	9			23	14	8	24	25	9	11	12	12	15	2	4	11		8	5
15	10			21	9	1	18	19	7	6	6	6	10	10	6	8		5	10
16	7			13	7	6	19	20	4	6	5	6	7	10	10	3	8		7
Polo			19	13	6	24	23	8	9	10	10	14	5	5	5	8	8	7	4

Focando-nos agora nas rotas constantes das figuras 1 e 2, bem como na tabela 3, concluímos que atualmente, para a realização da rota matutina, a carrinha Iveco tem um tempo de condução de 63 minutos e a carrinha Mercedes um tempo de condução de 89 minutos, perfazendo, no total das rotas matutinas, 152 minutos de condução.

Para uma melhor comparação de dados, a tabela 3 mostra os dados mais relevantes, quanto às rotas matutinas, do presente trabalho.

Tabela 4 – Resumo Tempo de condução (em minutos) – rotas matutinas

Carrinha	Tempo total de condução atual	Tempo total de condução obtido pelo modelo	Diferença
Iveco	63	71	+8
Mercedes	89	14	-75
Volkswagen	-	8	+8
Total	152	93	-59

Verifica-se, assim, que com as rotas ora sugeridas, existirá uma diminuição significativa do tempo de condução, satisfazendo todas as restrições existentes.

Haverá, ainda, que ter em conta o tempo de paragem e recolha dos alunos. No entanto, para salvaguardar esse aspeto, colocando a restrição dos alunos chegarem, no máximo, ao colégio pelas 8:00 horas, tivemos em conta que 15 minutos seriam o suficiente para tal tarefa, independentemente da carrinha utilizada.

Outro aspeto a ter em conta é a hora de início das rotas de modo que também esse aspeto seja otimizado. No que à rota da carrinha Iveco diz respeito, a mesma deverá manter a sua hora de início inalterada. Já a rota da carrinha Mercedes deverá iniciar-se 57 minutos depois da rota da carrinha Iveco, ou seja, às 7:40 horas, permitindo a ambas terminarem o percurso no Colégio sensivelmente à mesma hora, iniciando-se, finalmente, a rota da carrinha Volkswagen.

No que ao número de condutores diz respeito, dois condutores serão suficientes para realizar a condução referente às rotas matutinas já que, apesar de serem utilizadas as três carrinhas ao dispor do Colégio, a rota da carrinha Volkswagen só se inicia com o término das rotas das duas outras carrinhas, pelo que um dos condutores das carrinhas Iveco e Mercedes poderá fazer a rota da carrinha Volkswagen.

Quanto a vigilantes, uma vez que a carrinha Iveco apenas transportará 29 alunos, cumprindo o estipulado na Lei 13/2006, tal como para os condutores, apenas se mostrarão necessários 2 vigilantes para as rotas matutinas.

É com muita satisfação que chegamos a esta fase do trabalho e verificamos que o mesmo se mostrou profícuo. O método de resolução mostrou ser o adequado e, com a definição de rotas obtida, o tempo de condução das carrinhas diminuiu em cerca de uma hora relativamente ao tempo ora praticado.

Além disso, uma mais-valia deste trabalho é o facto de a instituição de ensino ficar, deste modo, munida de uma ferramenta informática que, em anos letivos futuros, apenas substituindo alguns dados, poderá utilizar na tomada de decisão quanto às rotas de transporte escolar a adotar.

5.3 Sugestões para futuras investigações

No que diz respeito a trabalhos futuros, mais uma vez com o objetivo de habilitar a instituição de ensino a determinar as suas rotas de transporte escolar, terá interesse elaborar análise idêntica para a rota da tarde, ficando, deste modo, os decisores da referida instituição com ferramentas informáticas para a determinação de todas as rotas de transporte escolar.

Numa perspetiva mais economicista, seria certamente um trabalho aliciante recolher todos os dados necessários de modo a maximizar o lucro obtido no serviço de transporte escolar por parte do Colégio.

Como se verificou nas rotas obtidas, a capacidade de cada uma das carrinhas é um fator bastante importante na definição das rotas ótimas.

Assim, o estudo da capacidade ótima das carrinhas face ao número de alunos que utilizam o serviço de transporte, bem como o tempo que cada aluno gasta em transporte, também seria bastante pertinente.

Por fim, também se revelaria útil o desenvolvimento de uma interface ou aplicação para facilitar a utilização pela equipa Colégio.

6 Conclusão

Este estudo teve como objetivo abordar o problema de otimização de rotas de transporte escolar no Colégio Minerva, no concelho do Barreiro, com o intuito de melhorar a eficiência do serviço prestado. A aplicação de técnicas de modelação matemática e a utilização de métodos de resolução para um tipo de *Vehicle Routing Problem* (VRP), nomeadamente o *School Bus Routing Problem* (SBRP), resultaram em avanços significativos na definição das rotas para as carrinhas escolares.

Os resultados obtidos indicaram uma melhoria substancial em relação às rotas anteriormente utilizadas pelo colégio, com uma redução total de 59 minutos no tempo de condução para o transporte do mesmo número de alunos, considerando o mesmo conjunto de paragens. Essa diminuição representa não só uma otimização do tempo, mas também potenciais economias em custos operacionais, como o consumo de combustível e as horas de trabalho dos motoristas.

A relevância deste projeto estende-se para além da simples economia de recursos; ele proporciona uma ferramenta prática para a tomada de decisão da direção do colégio na definição das rotas de transporte escolar, apresentando um modelo flexível que pode ser ajustado conforme as necessidades mudem. Os resultados demonstram a aplicabilidade das técnicas de otimização na resolução de problemas práticos de logística escolar, reforçando a importância do uso da Ciência de Dados e da Investigação Operacional na gestão de transportes.

Em resumo, este trabalho alcançou os objetivos propostos, demonstrando que a otimização das rotas de transporte escolar pode gerar melhorias expressivas na eficiência operacional e na qualidade do serviço prestado. A contribuição deste estudo reside na demonstração prática de como a modelação matemática e as técnicas de otimização podem ser aplicadas para resolver desafios logísticos em instituições de ensino.

Referências Bibliográficas

- Ball, M., Bodin, L., & Dial, R. (1983). MATCHING BASED HEURISTIC FOR SCHEDULING MASS TRANSIT CREWS AND VEHICLES. *Transportation Science*, 17(1). <https://doi.org/10.1287/trsc.17.1.4>
- Bennett, B. T., & Gazis, D. C. (1972). School bus routing by computer. *Transportation Research*, 6(4). [https://doi.org/10.1016/0041-1647\(72\)90072-X](https://doi.org/10.1016/0041-1647(72)90072-X)
- Bodin, L. D., & Berman, L. (1979). ROUTING AND SCHEDULING OF SCHOOL BUSES BY COMPUTER. *Transp Sci*, 13(2). <https://doi.org/10.1287/trsc.13.2.113>
- Bookbinder, J. H., & Edwards, S. H. (1990). School-bus routing for program scheduling. *Computers and Operations Research*, 17(1). [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(90\)90030-B](https://doi.org/10.1016/0305-0548(90)90030-B)
- Bowerman, R., Hall, B., & Calamai, P. (1995). A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. *Transportation Research Part A*, 29(2). [https://doi.org/10.1016/0965-8564\(94\)E0006-U](https://doi.org/10.1016/0965-8564(94)E0006-U)
- Braca, J., Bramel, J., Posner, B., & Simchi-Levi, D. (1997). A computerized approach to the New York City school bus routing problem. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 29(8). <https://doi.org/10.1080/07408179708966379>
- Bredström, D., & Rönnqvist, M. (2008). Combined vehicle routing and scheduling with temporal precedence and synchronization constraints. *European Journal of Operational Research*, 191(1). <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.07.033>
- Caceres, H., Batta, R., & He, Q. (2019). Special need students school bus routing: Consideration for mixed load and heterogeneous fleet. *Socio-Economic Planning Sciences*, 65. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2018.02.008>
- Chen, D. S., Kallsen, H. A., Chen, H. C., & Tseng, V. C. (1990). A bus routing system for rural school districts. *Computers and Industrial Engineering*, 19(1–4). [https://doi.org/10.1016/0360-8352\(90\)90131-5](https://doi.org/10.1016/0360-8352(90)90131-5)
- Chen, D. S., Kallsen, H. A., & Snider, R. C. (1988). School bus routing and scheduling: An expert system approach. *Computers and Industrial Engineering*, 15(1–4). [https://doi.org/10.1016/0360-8352\(88\)90082-4](https://doi.org/10.1016/0360-8352(88)90082-4)
- Desrosiers, J., Ferland, J. A., Rousseau, J. M., Lapalme, G., & Chapleau, L. (1981). An overview of a school busing system. *Scientific Management of Transport Systems*.
- Elshaer, R., & Awad, H. (2020). A taxonomic review of metaheuristic algorithms for solving the vehicle routing problem and its variants. *Computers and Industrial Engineering*, 140. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106242>
- Fu, Z., Eglese, R., & Li, L. (2005). A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem. In *Journal of the Operational Research Society* (Vol. 56, Issue 3). <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601817>

- Fügenschuh, A. (2009). Solving a school bus scheduling problem with integer programming. *European Journal of Operational Research*, 193(3).
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.10.055>
- Gendreau, M., Laporte, G., & Potvin, J.-Y. (2002). Metaheuristics for the Capacitated VRP. In *The Vehicle Routing Problem* (pp. 129–154).
<https://doi.org/10.1137/1.9780898718515.ch6>
- Gromicho, J., Van Hoorn, J. J., Kok, A. L., & Schutten, J. M. J. (2012). Restricted dynamic programming: A flexible framework for solving realistic VRPs. *Computers and Operations Research*, 39(5). <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.07.002>
- Howley, C. B., Howley, A. A., & Shamblen, S. (2001). Riding the School Bus: A Comparison of the Rural and Suburban Experience in Five States. *Journal of Research in Rural Education*, 17(1).
- Imran, A., Salhi, S., & Wassen, N. A. (2009). A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 197(2). <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.07.022>
- Koç, Ç., Bektaş, T., Jabali, O., & Laporte, G. (2016). Thirty years of heterogeneous vehicle routing. In *European Journal of Operational Research* (Vol. 249, Issue 1).
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.020>
- Kytöjoki, J., Nuortio, T., Bräysy, O., & Gendreau, M. (2007). An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems. *Computers and Operations Research*, 34(9).
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.10.010>
- Laporte, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(3).
[https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90192-C](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90192-C)
- Laporte, G. (2007). What you should know about the vehicle routing problem. *Naval Research Logistics*, 54(8). <https://doi.org/10.1002/nav.20261>
- Laporte, G., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Semet, F. (2000). Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, 7(4–5). <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2000.tb00200.x>
- Laporte, G., & Semet, F. (2002). 5. Classical Heuristics for the Capacitated VRP. In *The Vehicle Routing Problem*. <https://doi.org/10.1137/1.9780898718515.ch5>
- Li, L. Y. O., & Fu, Z. (2002). The school bus routing problem: A case study. *Journal of the Operational Research Society*, 53(5).
<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601341>
- Miller, C. E., Zemlin, R. A., & Tucker, A. W. (1960). Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems. *Journal of the ACM (JACM)*, 7(4).
<https://doi.org/10.1145/321043.321046>
- Miranda, D. M., de Camargo, R. S., Conceição, S. V., Porto, M. F., & Nunes, N. T. R. (2021). A metaheuristic for the rural school bus routing problem with bell

- adjustment. *Expert Systems with Applications*, 180.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115086>
- Mohd Azmi, N. I. L., Md Mahdzir, A. H., Heng, Y. X., Ng, X. Y., Tan, M. T., & Tian, Y. K. (2024). The Review of Recent Trend for School Bus Routing Problem. *Journal of Engineering Technology and Applied Physics*, 6(1).
<https://doi.org/10.33093/jetap.2024.6.1.9>
- Newton, R. M., & Thomas, W. H. (1969). Design of school bus routes by computer. *Socio-Economic Planning Sciences*, 3(1). [https://doi.org/10.1016/0038-0121\(69\)90051-2](https://doi.org/10.1016/0038-0121(69)90051-2)
- Newton, R. M., & Thomas, W. H. (1974). Bus routing in a multi-school system. *Computers and Operations Research*, 1(2). [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(74\)90047-1](https://doi.org/10.1016/0305-0548(74)90047-1)
- Nickkar, A., & Lee, Y. J. (2023). Optimal Integrated Single-Framework Algorithm for the Multi-Level School Bus Network Problem. *Algorithms*, 16(11).
<https://doi.org/10.3390/a16110528>
- Raff, S. (1983). Routing and scheduling of vehicles and crews. *Computers & Operations Research*, 10(2). [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(83\)90030-8](https://doi.org/10.1016/0305-0548(83)90030-8)
- Ripplinger, D. (2005). Rural School Vehicle Routing Problem. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 1922(1).
<https://doi.org/10.1177/0361198105192200114>
- Savas, E. S. (1978). On Equity in Providing Public Services. *Management Science*, 24(8).
<https://doi.org/10.1287/mnsc.24.8.800>
- Schittkat, P., Sevaux, M., & Sörensen, K. (2006). A mathematical formulation for a school bus routing problem. *Proceedings - ICSSSM'06: 2006 International Conference on Service Systems and Service Management*, 2, 1552–1557.
<https://doi.org/10.1109/ICSSSM.2006.320767>
- Spada, M., Bierlaire, M., & Liebling, T. M. (2005). Decision-aiding methodology for the school bus routing and scheduling problem. *Transportation Science*, 39(4).
<https://doi.org/10.1287/trsc.1040.0096>
- Toth, P., & Vigo, D. (2002a). 2. Branch-And-Bound Algorithms for the Capacitated VRP. In *The Vehicle Routing Problem*. <https://doi.org/10.1137/1.9780898718515.ch2>
- Toth, P., & Vigo, D. (2002b). Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 123(1–3).
[https://doi.org/10.1016/S0166-218X\(01\)00351-1](https://doi.org/10.1016/S0166-218X(01)00351-1)
- Vidal, T., Laporte, G., & Matl, P. (2020). A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants. In *European Journal of Operational Research* (Vol. 286, Issue 2). <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.10.010>

Informação constante de documento interno do Colégio intitulado “Condições do Transporte dos Alunos do Colégio Minerva”

Lei n.º 13/2006, de 17 de abril, publicada em

<https://data.dre.pt/eli/lei/13/2006/04/17/p/dre/pt/html>

Anexos

Anexo I

Aluno	Ano	Zona	Parte do dia	Carrinha/autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Paragem	Hora na Paragem	Destino	Hora no Destino	Parte do dia	Carrinha/autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Destino	Hora no Destino
1	4º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
2	2º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
3	8º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
4	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
5	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
6	1ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	2	08:15						
7	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
8	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
9	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
10	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
11	5º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
12	12º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
13	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
14	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
15	8º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
16	9º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
17	8ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
18	8º	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
19	7ºB	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
20	7º	Penteado	Manhã	IVECO	1	06:45	29	07:50	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	29	18:20
21	5º	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
22	6ºC	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
23	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
24	1ºB	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	20	07:15	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	20	18:40
25	6ºA	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	4	07:15	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	4	18:40
26	5º	Fontainhas	Manhã	Mercedes	1	06:45	24	07:20	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	24	17:50
27	6º B	Vale da Amoreira	Manhã	Mercedes	1	06:45	18	07:20	1	07:50						
28	6º B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	17	07:25	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	18:20	17	18:30
29	anos B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	19	07:25	2	08:05						
30	4ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
31	1ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
32	3 anos	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	11	08:00	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	11	18:20
33	1º	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	28	08:00	2	08:05						
34	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1	08:45	1	09:00						
35	4 anos	Baixa da Banheira	Manhã	Mercedes	2	08:05	14	08:20	2	08:45						
36	3ºB	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
37	4ºA	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
38	5º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45	Tarde	Mercedes	1	17:00	22	18:20
39	4 anos	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
40	4º A	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
41	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
42	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
43	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1		1	09:00		VW	1	17:15	2	17:30
44	anos B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	14	17:40
45	8º B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	27	17:40
46	3º B	Lavadio									Tarde	Mercedes	1	17:00	21	17:35
47	4 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	25	17:40
48	4ºA	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	5	17:40
49	7º C	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	6	17:40
50	3 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	9	17:40
51	7º	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	3	17:25
52	4º B	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	22	17:30
53	6º B	Vale da Amoreira									Tarde	Mercedes	1	17:00	10	17:55
54	3ºA	Alhos Vedros									Tarde	Mercedes	1	17:00	16	18:40
55	5º A	Moita									Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
56	2º B	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
57	10º	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
58	5º	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35	Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
59	6º C	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
60	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
61	5º	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
62	3º A	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
63	2º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
64	4º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
66	4ºB	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
67	4ºB	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
68	4ºB	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
69	4º A	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15

Anexo II

Aluno	Ano	Zona	arte do di	Carrinha/ autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Paragem	Hora na Paragem	Destino	Hora no Destino	Parte do dia	Carrinha/ autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Destino	Hora no Destino
1	4º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
2	2º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
3	8º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
4	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
5	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
6	1ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	2	08:15						
7	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
8	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
9	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
10	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
11	5º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
12	12º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
13	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
14	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
15	8º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
16	9º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
17	8ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
18	8º	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
19	7ºB	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
20	7º	Penteado	Manhã	IVECO	1	06:45	29	07:50	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	29	18:20
21	5º	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
22	6ºC	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
23	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
24	1ºB	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	20	07:15	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	20	18:40
25	6ºA	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	4	07:15	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	4	18:40
26	5º	Fontainhas	Manhã	Mercedes	1	06:45	24	07:20	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	24	17:50
27	6º B	Vale da Amoreira	Manhã	Mercedes	1	06:45	18	07:20	1	07:50						
28	6º B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	17	07:25	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	18:20	17	18:30
29	5 anos B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	19	07:25	2	08:05						
30	4ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
31	1ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
32	3 anos	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	11	08:00	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	11	18:20
33	1º	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	28	08:00	2	08:05						
34	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1	08:45	1	09:00						
35	4 anos	Baixa da Banheira	Manhã	Mercedes	2	08:05	14	08:20	2	08:45						
36	3ºB	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
37	4ºA	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
38	5º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45	Tarde	Mercedes	1	17:00	22	18:20
39	4 anos	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
40	4º A	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
41	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
42	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
43	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1		1	09:00		VW	1	17:15	2	17:30
44	5 anos B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	14	17:40
45	8º B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	27	17:40
46	3º B	Lavradio									Tarde	Mercedes	1	17:00	21	17:35
47	4 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	25	17:40
48	4ºA	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	5	17:40
49	7º C	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	6	17:40
50	3 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	9	17:40
51	7º	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	3	17:25
52	4º B	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	22	17:30
53	6º B	Vale da Amoreira									Tarde	Mercedes	1	17:00	10	17:55
54	3º A	Alhos Vedros									Tarde	Mercedes	1	17:00	16	18:40
55	5º A	Moita									Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
56	2º B	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
57	10º	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
58	5º	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35	Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
59	6º C	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
60	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
61	5º	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
62	3º A	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
63	2º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
64	4º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
65	6º B	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	7	17:10
70	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
71	1º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
72	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
73	2º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
74	1º A	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
75	2º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
76	3º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
77	1º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15

Anexo III

Aluno	Ano	Zona	arte do di	Carrinha/ autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Paragem	Hora na Paragem	Destino	Hora no Destino	Parte do dia	Carrinha/ autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Destino	Hora no Destino	Só Transfere Pago
1	4º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00	
2	2º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00	
3	8º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00	
4	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35							
5	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
6	1ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	2	08:15							
7	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
8	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
9	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
10	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35							
11	5º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
12	12º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
13	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35							
14	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
15	8º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
16	9º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
17	8ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
18	8º	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20	
19	7ºB	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20	
20	7º	Penteado	Manhã	IVECO	1	06:45	29	07:50	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	29	18:20	
21	5º	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35							Sim
22	6ºC	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35							Sim
23	7ºB	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35							Sim
24	1ºB	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	20	07:15	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	20	18:40	
25	6ºA	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	4	07:15	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	4	18:40	
26	5º	Fontainhas	Manhã	Mercedes	1	06:45	24	07:20	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	24	17:50	
27	6º B	Vale da Amoreira	Manhã	Mercedes	1	06:45	18	07:20	1	07:50							
28	6º B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	17	07:25	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	18:20	17	18:30	
29	anos B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	19	07:25	2	08:05							
30	4ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05							Sim
31	1ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05							Sim
32	3 anos	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	11	08:00	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	11	18:20	
33	1º	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	28	08:00	2	08:05							
34	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1	08:45	1	09:00							Sim
35	4 anos	Baixa da Banheira	Manhã	Mercedes	2	08:05	14	08:20	2	08:45							
36	3ºB	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40	
37	4ºA	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40	
38	5º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45	Tarde	Mercedes	1	17:00	22	18:20	
39	4 anos	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45							
40	4º A	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45							
41	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45							
42	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45							
43	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1		1	09:00		VW	1	17:15	2	17:30	Sim
44	anos B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	14	17:40	
45	8º B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	27	17:40	
46	3º B	Lavradio									Tarde	Mercedes	1	17:00	21	17:35	
47	4 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	25	17:40	
48	4ºA	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	5	17:40	
49	7º C	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	6	17:40	
50	3 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	9	17:40	
51	7º	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	3	17:25	
52	4º B	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	22	17:30	
53	6º B	Vale da Amoreira									Tarde	Mercedes	1	17:00	10	17:55	
54	3º A	Alhos Vedros									Tarde	Mercedes	1	17:00	16	18:40	
55	5º A	Moita									Tarde	VW	1	17:50	8	18:20	
56	2º B	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
57	10º	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35	
58	5º	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35	Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15	Sim
59	6º C	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35							Sim
60	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35							Sim
61	5º	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15	Sim
62	3º A	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35	Sim
63	2º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35	Sim
64	4º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35	Sim
78	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
79	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
80	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
81	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
82	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
83	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
84	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
85	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
86	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	
87	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15	

Anexo IV

Aluno	Ano	Zona	Parte do dia	Carrinha/autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Paragem	Hora na Paragem	Destino	Hora no Destino	Parte do dia	Carrinha/autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Destino	Hora no Destino
1	4º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
2	2º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
3	8º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
4	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
5	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
6	1ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	2	08:15						
7	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
8	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
9	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
10	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
11	5º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
12	12º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
13	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
14	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
15	8º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
16	9º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
17	8ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
18	8º	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
19	7ºB	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
20	7º	Penteado	Manhã	IVECO	1	06:45	29	07:50	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	29	18:20
21	5º	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
22	6ºC	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
23	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
24	1ºB	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	20	07:15	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	20	18:40
25	6ºA	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	4	07:15	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	4	18:40
26	5º	Fontainhas	Manhã	Mercedes	1	06:45	24	07:20	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	24	17:50
27	6º B	Vale da Amoreira	Manhã	Mercedes	1	06:45	18	07:20	1	07:50						
28	6º B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	17	07:25	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	18:20	17	18:30
29	5 anos B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	19	07:25	2	08:05						
30	4ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
31	1ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
32	3 anos	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	11	08:00	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	11	18:20
33	1º	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	28	08:00	2	08:05						
34	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1	08:45	1	09:00						
35	4 anos	Baixa da Banheira	Manhã	Mercedes	2	08:05	14	08:20	2	08:45						
36	3ºB	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
37	4ºA	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
38	5º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45	Tarde	Mercedes	1	17:00	22	18:20
39	4 anos	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
40	4º A	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
41	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
42	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
43	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1		1	09:00		VW	1	17:15	2	17:30
44	5 anos B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	14	17:40
45	8º B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	27	17:40
46	3º B	Lavradio									Tarde	Mercedes	1	17:00	21	17:35
47	4 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	25	17:40
48	4ºA	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	5	17:40
49	7º C	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	6	17:40
50	3 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	9	17:40
51	7º	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	3	17:25
52	4º B	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	22	17:30
53	6º B	Vale da Amoreira									Tarde	Mercedes	1	17:00	10	17:55
54	3º A	Alhos Vedros									Tarde	Mercedes	1	17:00	16	18:40
55	5º A	Moita									Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
56	2º B	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
57	10º	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
58	5º	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35	Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
59	6º C	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
60	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
61	5º	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
62	3ºA	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
63	2º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
64	4º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
65	6º B	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	7	17:10
78	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
79	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
80	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
81	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
82	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
83	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
84	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
85	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
86	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
87	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
70	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15

Anexo V

Aluno	Ano	Zona	arte do di	Carrinha/ autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Paragem	Hora na Paragem	Destino	Hora no Destino	Parte do dia	Carrinha/ autocarro	Início da Viagem	Hora de início viagem	Destino	Hora no Destino
1	4º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
2	2º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	2	08:15	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
3	8º	Alcochete	Manhã	IVECO	1	06:45	13	07:10	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	13	19:00
4	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
5	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
6	1ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	2	08:15						
7	6º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
8	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
9	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
10	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
11	5º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
12	12º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
13	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35						
14	7º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
15	8º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
16	9º	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
17	8ºB	Montijo	Manhã	IVECO	1	06:45	12	07:30	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
18	8º	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
19	7ºB	Moita	Manhã	IVECO	1	06:45	8	07:45	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
20	7º	Penteado	Manhã	IVECO	1	06:45	29	07:50	1	08:35	Tarde	VW	1	17:50	29	18:20
21	5º	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
22	6ºC	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
23	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	1	08:15	2	08:15	1	08:35						
24	1ºB	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	20	07:15	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	20	18:40
25	6ºA	Alhos Vedros	Manhã	Mercedes	1	06:45	4	07:15	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	4	18:40
26	5º	Fontainhas	Manhã	Mercedes	1	06:45	24	07:20	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	17:00	24	17:50
27	6º B	Vale da Amoreira	Manhã	Mercedes	1	06:45	18	07:20	1	07:50						
28	6º B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	17	07:25	1	07:50	Tarde	Mercedes	1	18:20	17	18:30
29	5 anos B	Vila Chã	Manhã	Mercedes	1	06:45	19	07:25	2	08:05						
30	4ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
31	1ºA	Transfere	Manhã	Mercedes	1	07:50			2	08:05						
32	3 anos	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	11	08:00	2	08:05	Tarde	Mercedes	1	17:00	11	18:20
33	1º	Qta. Lomba	Manhã	Mercedes	2	07:50	28	08:00	2	08:05						
34	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1	08:45	1	09:00						
35	4 anos	Baixa da Banheira	Manhã	Mercedes	2	08:05	14	08:20	2	08:45						
36	3ºB	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
37	4ºA	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	26	08:35	2	08:45	Tarde	VW	1	17:30	26	17:40
38	5º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45	Tarde	Mercedes	1	17:00	22	18:20
39	4 anos	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
40	4º A	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	22	08:35	2	08:45						
41	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
42	1º	Barreiro	Manhã	Mercedes	2	08:05	23	08:40	2	08:45						
43	6º B	Transfere	Manhã	Mercedes	2	08:45	1		1	09:00		VW	1	17:15	2	17:30
44	5 anos B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	14	17:40
45	8º B	Baixa da Banheira									Tarde	Mercedes	1	17:00	27	17:40
46	3º B	Lavadio									Tarde	Mercedes	1	17:00	21	17:35
47	4 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	25	17:40
48	4ºA	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	5	17:40
49	7º C	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	6	17:40
50	3 anos	Barreiro									Tarde	VW	1	17:30	9	17:40
51	7º	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	3	17:25
52	4º B	Barreiro									Tarde	Mercedes	1	17:00	22	17:30
53	6º B	Vale da Amoreira									Tarde	Mercedes	1	17:00	10	17:55
54	3º A	Alhos Vedros									Tarde	Mercedes	1	17:00	16	18:40
55	5º A	Moita									Tarde	VW	1	17:50	8	18:20
56	2º B	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
57	10º	Montijo									Tarde	VW	1	17:50	12	18:35
58	5º	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35	Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
59	6º C	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
60	7º B	Transfere	Manhã	IVECO	2	08:15			1	08:35						
61	5º	Transfere									Tarde	Mercedes	1	17:00	2	17:15
62	3º A	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
63	2º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
64	4º B	Transfere									Tarde	Mercedes	2	18:05	1	18:35
78	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
79	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
80	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
81	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
82	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
83	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
84	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
85	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
86	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
87	4ºA	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15
70	4º B	Transfere									Tarde	VW	2	17:00	1	17:15