



IPS Instituto
Politécnico de Setúbal
Escola Superior de
Tecnologia de Setúbal

CARLOS DANIEL
FIDALGO
JERÓNIMO
BERNARDES

**MODELIZAÇÃO EM LINGUAGEM
AMPL PARA OTIMIZAÇÃO DO
FLUXO DE ENTRADA E SAÍDA EM
AEROPORTOS**

Relatório de Dissertação do Mestrado em
Engenharia de Produção

ORIENTADOR

Professor César Rodrigo Fernández

Novembro de 2023

CARLOS DANIEL
FIDALGO
JERÓNIMO
BERNARDES

**MODELIZAÇÃO EM LINGUAGEM
AMPL PARA OTIMIZAÇÃO DO
FLUXO DE ENTRADA E SAÍDA EM
AEROPORTOS**

JÚRI

Presidente: Professor Pedro Filipe do Carmo Cunha

Orientador: Professor César Rodrigo Fernández

Vogal: Professor Sérgio Flores Fernandes

Novembro de 2023

Resumo

As operações de aterragem e descolagem de um aeroporto, em qualquer dia, são descritas em termos das envolventes de capacidade associadas a configurações do sistema de pistas, dos voos programados ao longo do dia e das tolerâncias dos atrasos predefinidas para ambos os tipos de operações. Assumindo que os tempos entre chegadas e os tempos de serviço são variáveis aleatórias com fatores quadráticos de momentos conhecidos, é possível identificar um parâmetro, o tempo de espera estável associado a cada serviço e intervalo temporal, que mede o desempenho do aeroporto ao longo do dia. A alocação de voos em intervalos temporais posteriores permite eliminar saturações ou até mesmo congestionamentos no sistema de filas de espera. Tendo em conta os custos associados a mudanças no programa diário de voos, estas transferências de voos devem trazer benefícios para o desempenho do aeroporto. Embora as restrições nas taxas de serviço e a definição dos tempos de espera sejam não lineares, a descrição da capacidade do sistema de pistas utilizando pontos de controlo permite realizar uma otimização do serviço fornecido pelo sistema de pistas dentro do modelo geral de programação linear, minimizando custos associados a atrasos. Recorrendo à linguagem AMPL, é modelada a dinâmica das filas de espera nas pistas do aeroporto, ao longo de um dia concreto, sendo conhecidas as previsões horárias de voos e as envolventes de capacidades características desse mesmo aeroporto. Assim, é fornecida ao gestor de operações uma ferramenta de auxílio à tomada de decisão relativa à dimensão dos serviços a serem concluídos ao longo desse dia, de forma a que resultem tempos de espera mínimos para os aviões que pretendem aterrar e descolar.

Palavras-chave: Taxa de procura, taxa de serviço, sistema de filas de espera, configurações das pistas, tempo de espera estável, programação linear.

Abstract

The landing and takeoff operations for an airport, at any given day, are described in terms of the capacity envelopes associated to runway system configurations, of the scheduled flights along the day and of predefined delay tolerances for both types of operations. Assuming the inter-arrival times and service times are random variables with known quadratic ratio of momenta, it is possible to identify a parameter, the stable transit time associated to each service and slot, that measures the performance of the airport along the day. The allocation of flights in posterior time slots allows the elimination of saturations or even of congestions in the queuing system. Taking into account the costs associated with changes in the daily flight program, these transferences of flights should bring benefits to the performance of the airport. Even though constraints on service rates and definition of transit times are nonlinear, the description of runway system capacity using control points allows the performance of an optimization of the service given by the runway system in the general linear programming framework, minimizing costs associated to delays. Using AMPL language, the dynamics of queues on airport runways over the course of a specific day are modeled, with flight schedules and the characteristic capacity envelopes of that airport. Thus, the operations manager is provided with a tool to aid with decision-making regarding the size of services to be completed throughout that day, so that minimal waiting times result for airplanes intending to land or takeoff.

Keywords: Demand rate, service rate, queuing system, runway configurations, stable transit time, linear programming.

Índice

Resumo	iv
Abstract	v
Índice	vi
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
Capítulo 1	1
Introdução	1
Capítulo 2	10
Os problemas de programação matemática na gestão do tráfego aéreo..	10
2.1. A gestão do horário dos serviços de transporte aéreo e da tripulação	11
2.2. A gestão do fluxo de tráfego aéreo	12
2.3. A gestão e previsão da capacidade aeroportuária	14
Capítulo 3	15
Modelo matemático de gestão das capacidades das pistas de aeroporto	15
3.1. Parâmetros relevantes nas operações de aterragem e descolagem	15
3.1.1. <i>A procura de serviços de aterragem e descolagem</i>	15
3.1.2. <i>A capacidade de serviço de aterragem e descolagem</i>	16
3.1.3. <i>Configurações das pistas do aeroporto</i>	16
3.2. Representação da configuração de pistas pelo domínio de Gilbo ... 17	
3.2.1. <i>A curva de capacidades de Gilbo</i>	18
3.2.2. <i>Linearização das restrições de capacidade</i>	22
3.2.3. <i>Representação da curva de capacidade através de um conjunto simplificado de parâmetros</i>	24
3.3. Evolução diária dos parâmetros de operação e das configurações de pistas	26
Capítulo 4	29
A teoria das filas de espera	29
4.1. Componentes do modelo geral das filas de espera	29

4.2. Distribuições dos tempos de chegada e de serviço dos clientes.....	30
4.2.1. <i>Modelo exponencial.....</i>	30
4.2.2. <i>Modelo exponencial deslocado.....</i>	32
4.2.3. <i>Modelo de Erlang</i>	33
4.2.4. <i>Modelo normal.....</i>	34
4.3. Estimativa do coeficiente de variação no serviço de aterragem e descolagem a partir dos dados empíricos	35
4.4. Modelo $M/M/1$ e taxa de utilização do serviço	40
4.5. Modelo $M/G/1$ em estado estacionário.....	44
4.5.1. <i>Fórmulas de valor médio de Pollaczek-Khintchine.....</i>	47
Capítulo 5.....	49
A gestão das filas de aterragem e descolagem.....	49
5.1. Modelização dinâmica das duas filas.....	49
5.2. O modelo com chegadas e serviços deterministas: o crescimento/descrescimento das filas de espera.....	53
5.3. Medidas de desempenho em modelos de filas não deterministas... 	54
5.3.1. <i>Desempenho num slot no caso estável.....</i>	54
5.3.2. <i>Funções objetivo.....</i>	55
5.4. Os tempos de espera como variáveis de decisão.....	56
5.5. Identificação dos pontos que não geram filas de espera estáveis... 	65
5.6. Associação de aeronaves a slots temporais posteriores.....	68
Capítulo 6.....	76
Modelização em linguagem AMPL.....	76
6.1. Implementação dos horários e configurações no aeroporto	76
6.2. Otimização dos tempos de atraso esperados	78
6.3. Otimização da alocação de voos em slots posteriores	83
6.4. Ficheiro de dados.....	87
6.4.1. <i>Configurações concretas de aeroportos.....</i>	87
6.4.2. <i>Dados reais dos horários de voos num dia concreto.....</i>	89
6.4.3. <i>Valores do fator quadrático de momentos para a duração do serviço</i>	89
6.4.4. <i>Modelos em linguagem AMPL.....</i>	90
Capítulo 7.....	97
Análise de Resultados.....	97
Capítulo 8.....	116

Conclusões e Investigação Futura.....	116
Bibliografia.....	119

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Diagrama espaço-temporal da ocupação da pista.....	3
Figura 1.2 - Relação entre taxa de serviço e tamanho da fila de espera (“delay”), com indicação da capacidade prática associada a um nível de serviço	6
Figura 2.1 – Diagrama das diferentes fases de um voo e das respectivas temporizações previstas e efetivas, onde i representa o voo	13
Figura 3.1 – Região convexa e curva de capacidades de Gilbo (vista geral)	19
Figura 3.2 – Fluxo operacional observado e curvas de capacidade no aeroporto JFK, para duas configurações diferentes, em condições meteorológicas visuais.....	20
Figura 3.3 – Fluxo operacional observado e curva de capacidade no aeroporto JFK, em condições meteorológicas marginais.....	21
Figura 3.4 – Fluxo operacional observado e curvas de capacidade no aeroporto JFK, em condições meteorológicas instrumentais	22
Figura 3.5 – Fluxo operacional observado e curvas de capacidade no aeroporto DCA, em condições meteorológicas visuais	23
Figura 3.6 – Domínio convexo e curva de capacidades de Gilbo, aproximado por uma linha poligonal	25
Figura 4.1 – Distribuição do tempo de serviço de descolagem no aeroporto Logan	36
Figura 4.2 – Distribuição do tempo de serviço de descolagem no aeroporto Logan, distinção por categorias	37
Figura 4.3 – Cadeia de Markov em tempo contínuo para o caso $M/M/1..$	42
Figura 4.4 – Número médio de clientes versus Utilização	44
Figura 4.5 – Número médio de clientes no sistema para diferentes taxas de	

ocupação ρ e diferentes coeficientes de variação cS do tempo de serviço	47
Figura 5.1 – Diagrama de parâmetros e decisões na gestão de operações nas pistas de um aeroporto	50
Figura 5.2 – Domínio convexo de Gilbo, pontos de controlo e comportamento de $z_a + z_d$	60
Figura 5.3 – Representação dos elementos vistos na figura 5.2, agora em termos das variáveis z_a, z_d	61
Figura 5.4 – Linearização do domínio admissível de tempos de espera estáveis	62
Figura 5.5 – Representação em termos de (μ_a, μ_d) da linearização do domínio de tempos de espera estáveis	62
Figura 5.6 – Domínio de taxas de serviço para uma configuração concreta das pistas e serviços que produzem filas de espera estáveis para taxas de procura concretas	65
Figura 5.7 – Domínio de tempos de espera estáveis associados às taxas de serviço da configuração dada na figura 5.6, para taxas de procura e fatores quadráticos de momento específicos	67
Figura 5.8 – Para uma dada taxa de serviço μ , certas taxas de procura λ podem levar a sistemas de fila de espera sustentáveis, saturados ou com congestionamento	68
Figura 5.9 – Taxas de procura de serviço não compatíveis com a configuração de pistas e alteração para novas taxas compatíveis	69
Figura 5.10 – Gráfico que relaciona o número de aviões retirados de cada slot temporal com a taxa de procura λa	70
Figura 5.11 – Gráfico da variação da taxa de procura λa ao longo dos diferentes slots temporais i e ponto de controlo μ_{maxa}	71
Figura 5.12 – Gráfico do número de aviões retirados de cada slot temporal i	71
Figura 5.13 – Gráfico da variação da taxa de procura λa_2 ao longo dos diferentes slots temporais i e ponto de controlo μ_{maxa}	72
Figura 5.14 – Para a envolvente de Gilbo associada a uma configuração,	

	determinam-se as taxas de procura que garantem a existência de um serviço dentro da tolerância predeterminada para as operações de aterragem e descolagem.....	73
Figura 6.1	– Gráfico das capacidades de entrada e saída no aeroporto Miami, em condições meteorológicas visuais	88
Figura 7.1	– Gráfico da variação das taxas de procura $\lambda a, \lambda d$ ao longo dos diferentes slots temporais i , para o aeroporto de Miami no dia 3 de Junho de 2023	110
Figura 7.2	– Gráfico do número de aviões retirados de cada slot temporal i , para o aeroporto de Miami no dia 3 de Junho de 2023.....	111
Figura 7.3	– Gráfico da variação das taxas de procura $\lambda a2, \lambda d2$ ao longo dos diferentes slots temporais i , para o aeroporto de Miami no dia 3 de Junho de 2023.....	111

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Duas configurações do sistema de pistas para condições meteorológicas visuais, no aeroporto JFK.....	19
Tabela 3.2 – Configuração do sistema de pistas para condições meteorológicas marginais, no aeroporto JFK	20
Tabela 3.3 – Configuração do sistema de pistas para condições meteorológicas instrumentais, no aeroporto JFK	21
Tabela 4.1 – Valores médios e variâncias para diferentes conceitos de tempo de serviço de descolagem no aeroporto internacional de Boston	35
Tabela 4.2 – Valores médios e variâncias para os serviços de aterragem e descolagem em diferentes voos no aeroporto DFW.....	38
Tabela 4.3 – Valores médios e variâncias para os serviços de aterragem e descolagem em diferentes voos no aeroporto BOS	38
Tabela 4.4 – Valores médios e variâncias para o serviço de taxi-out sem restrições e com vários tipos de restrições no aeroporto de Logan.....	39

Lista de Símbolos

μ_i^a	Taxa máxima de serviço atribuída às operações de aterragem no aeroporto, no slot de tempo i , sendo que $i \in I$;
μ_i^d	Taxa máxima de serviço atribuída às operações de descolagem no aeroporto, no slot de tempo i , sendo que $i \in I$;
μ_{int}^a	Valor intermédio que delimita os valores de μ^a que podem existir para uma configuração concreta;
μ_{int}^d	Valor intermédio que delimita os valores de μ^d que podem existir para uma configuração concreta;
μ_{max}^a	Majorante do número de aterragens de aviões que se podem efetuar para uma configuração concreta;
μ_{max}^d	Majorante do número de descolagens de aviões que se podem efetuar para uma configuração concreta;
μ_{min}^a	Minorante do número de aterragens de aviões que se podem efetuar para uma configuração concreta;
μ_{min}^d	Minorante do número de descolagens de aviões que se podem efetuar para uma configuração concreta;
λ_i^a	Procura de serviço de aterragem no slot de tempo i ;
λ_i^d	Procura de serviço de descolagem no slot de tempo i ;
σ_S^2	Variância do tempo de serviço;
φ_i	Uma função decrescente $\varphi(\mu)$ que representa a configuração de pista utilizada para as operações do aeroporto, durante o slot de tempo i ;
ρ	Taxa de utilização;
Φ	Conjunto de funções decrescentes $\varphi(\mu)$, que representa todas as configurações de pista do aeroporto, em todas as condições meteorológicas;
ψ	Função inversa de φ que limita o domínio convexo de Gilbo;
α	Peso relativo entre o custo associado a um tempo de espera de aterragem ou o mesmo tempo de espera de descolagem;
C	Variável aleatória do modelo aleatório associada ao tempo entre chegadas de clientes;
c_C	Coefficiente de variação do tempo entre chegadas de clientes;
c_S	Coefficiente de variação do tempo de serviço;
$E(C)$	Valor esperado do tempo entre chegadas de clientes;
$E(S)$	Valor esperado do tempo de serviço;

E_k	Distribuição de Erlang;
$F(t)$	Função de distribuição acumulada de probabilidade do modelo exponencial;
$f(x)$	Função de densidade de probabilidade;
G	Modelo geral de filas de espera;
$G(t)$	Função de distribuição acumulada de probabilidade do modelo exponencial deslocado;
$H(t)$	Função de distribuição acumulada de probabilidade do modelo de Erlang;
I	Conjunto $\{1, 2, \dots, N\}$ de slots temporais em que se divide a atividade das pistas, num dia concreto;
i	Intervalo ou slot temporal;
$j(x)$	Função de densidade de probabilidade do modelo normal;
M	Modelo de Markov de filas de espera com tempos de chegada exponenciais;
$N(t)$	Variáveis aleatórias que medem o número de clientes no sistema de fila de espera, no instante t ;
n	Número de pontos usados para a representação de uma configuração através de uma envolvente de tipo poligonal;
p	Tolerância ou nível de serviço;
$Q(t)$	Variáveis aleatórias que medem o número de clientes que existem na fila de espera, no instante t ;
q_s, q_c	Fator quadrático de momentos para a duração do serviço $\frac{E(S^2)}{(E(S))^2}$ e para o tempo de chegada entre clientes $\frac{E(C^2)}{(E(C))^2}$;
Q_i^a	Tamanho da fila de espera de aterragens no início do slot temporal i (aleatória ou determinista);
Q_i^d	Tamanho da fila de espera de descolagens no início do slot temporal i (aleatória ou determinista);
R	Variável aleatória que, quando parte um cliente, mede o tempo restante até a chegada do próximo cliente;
S	Variável aleatória que, quando um cliente começa a ser servido, mede o tempo até este serviço ser completado;
\bar{s}	Valor médio do tempo de serviço;
T	Variável aleatória que mede o tempo que um cliente permanece no sistema;
$Var(C)$	Variância $E(C^2) - (E(C))^2$ de uma variável aleatória C ;
W	Variável aleatória que mede o tempo que passa um determinado cliente na fila de espera;

- $x(p), y(p)$ Ponto de controlo utilizado para descrever a envolvente de capacidades, por uma linha poligonal (onde $p = 1 \dots n$);
- $X(t)$ Variável aleatória que representa o tempo de serviço já recebido pelo cliente que está a ser servido no momento t ;
- Z Função objetivo (diversas opções);
- z_i^a Valor esperado do tempo que permanece no sistema um cliente de aterragens programado no slot i ;
- z_i^d Valor esperado do tempo que permanece no sistema um cliente de descolagens programado no slot i .

Capítulo 1

Introdução

Desde o início da aviação comercial que o desenvolvimento social e industrial das sociedades assentes num determinado território ficou associado à conectividade com outros territórios, que pode ser garantida por este novo meio de transporte.

A aviação comercial veio também permitir a transferência de passageiros e mercadorias entre diferentes cidades e núcleos produtivos duma forma muito mais imediata do que através dos meios de transporte existentes até então. Com isto, o crescimento económico das cidades passou a depender, em grande medida, do nível de serviço garantido por meio do transporte aéreo.

O fluxo total que podia ser assumido por esta indústria esteve, no seu início, limitado pelas capacidades técnicas das aeronaves usadas, as quais foram progressivamente incrementando o seu raio de voo e capacidade de carga. Posteriormente, desde o início do século XXI que esta indústria se encontra numa situação em que as principais limitações de fluxo não são determinadas tanto pelas características técnicas das aeronaves, mas ainda mais por uma adequada escolha de infraestruturas aeroportuárias. Esta escolha condiciona fortemente o número de voos efetuados no espaço aéreo próximo a uma grande cidade.

Nos processos de gestão do tráfego aéreo e dos aeroportos é procurado um equilíbrio apropriado entre, por um lado, diferentes parâmetros que medem a produtividade (em termos de unidades transportadas, lucro monetário, critérios de tempo, ou ambientais), e por outro lado as limitações devidas a condicionantes externas que visam garantir os interesses, direitos e a segurança de todas as partes envolvidas no processo de transporte.

É frequente classificar os problemas de gestão de tráfego aéreo em duas categorias: de sistema ou de aeroporto [1].

Na categoria de gestão do sistema encontram-se questões relativas ao fluxo de tráfego (ATFM-“*Air traffic flow management*”) e à gestão do espaço aéreo (setores de tráfego, rede aeroportuária, automatização e resolução de conflitos em voo).

Por sua vez, na categoria de gestão do aeroporto encontram-se questões relativas à gestão da capacidade aeroportuária, à utilização das instalações aeroportuárias, ou à operação das aeronaves nas manobras no terminal aeroportuário. A complexidade das diversas operações e tarefas executadas nos aeroportos pode ser consultada em [2].

Todos os aspetos indicados influenciam em diferentes graus a produtividade da aviação comercial e são objeto de estudo em numerosos trabalhos académicos cujos resultados são depois refletidos nos manuais de gestão e regulamentos usados no controlo de tráfego aéreo.

O estudo analítico rigoroso das operações em qualquer destas duas categorias teve um importante impulso a partir da introdução nos anos 50 de um novo ramo da matemática como ferramenta de gestão, a investigação operacional.

Como é referido em [1], a formulação de modelos analíticos para estes problemas incorporou desde então diferentes técnicas: programação linear e programação linear inteira, programação dinâmica, modelos de fluxos em redes, modelos de afetação de recursos e de temporização de eventos, modelos estocásticos, modelos de fila de espera, sistemas baseados no conhecimento e diferentes técnicas de inteligência artificial.

Um dos elementos que na atualidade representa o principal gargalo da garrafa para a produtividade dos aeroportos encontra-se na execução dos serviços que utilizam as suas pistas, as quais não admitem uma fácil ampliação, e que se reflete na capacidade das mesmas para gerir um determinado fluxo de aeronaves em operação de aterragem e descolagem, em diferentes situações.

Um trabalho nesta área e que tem influenciado todas as investigações posteriores foi elaborado em 1960 por Blumstein [3], onde foi apresentado um primeiro modelo analítico da capacidade operacional de uma pista de aeroporto como função dos parâmetros relevantes do aeroporto e do tráfego aéreo (regras de segurança, condições meteorológicas, intensidade de tráfego, instrumentos de apoio à navegação).

O desempenho de um aeroporto depende assim da capacidade do aeroporto, que em geral é fixa e só pode ser alterada por meio de investimentos elevados que alterem a infraestrutura, mas também depende do planeamento horário dos voos, uma previsão de serviços a realizar ao longo de uma jornada, e que depende de decisões externas, por envolver diferentes aeroportos e ligações previstas pelas companhias aéreas.

O desempenho depende finalmente das decisões táticas na gestão das operações, a determinação de regras que identifiquem qual será a resposta a dar às circunstâncias variáveis com que o gestor se encontra ao longo de um dia.

O conjunto das pistas de um aeroporto oferece dois serviços essenciais: o serviço de descolagem e o de aterragem. O foco da presente dissertação de mestrado estará no estudo destes dois serviços de aterragem e descolagem num único aeroporto, condicionado pela previsível procura destes serviços (planeamento dos horários dos voos) e pelas condições de operação que podem ser assumidas pelas pistas próprias do aeroporto. Estudar-se-ão os efeitos das diferentes decisões táticas que podem ser tomadas ao longo de um dia.

O fluxo de voos em aterragem e descolagem nas pistas do aeroporto está condicionado fundamentalmente pelas restrições de segurança que, no caso do espaço aéreo imediato ao aeroporto, partilhado para aterragem ou descolagem, estabelece uma separação mínima a ser mantida entre aeronaves, e no caso do espaço físico da pista, proíbe a sua utilização simultânea por mais do que uma aeronave.

No caso de uma única pista, esta é utilizada no mesmo sentido por todas as aeronaves nas operações de aterragem e descolagem, oposta à direção do vento, de forma a minimizar a distância necessária na pista para levantar o voo ou para travar a aeronave e, essencialmente, por questões de segurança devido ao vento.

Em [4] Newel apresenta uma leitura crítica de toda a literatura (já antiga, até 1980) sobre a operação de pistas de aeroportos, e um estudo analítico da importância de intercalar operações de descolagem e aterragem, evidente através dos diagramas espaço-temporais que mostram a operação de diferentes aeronaves e a ocupação destes espaços num dado período temporal:

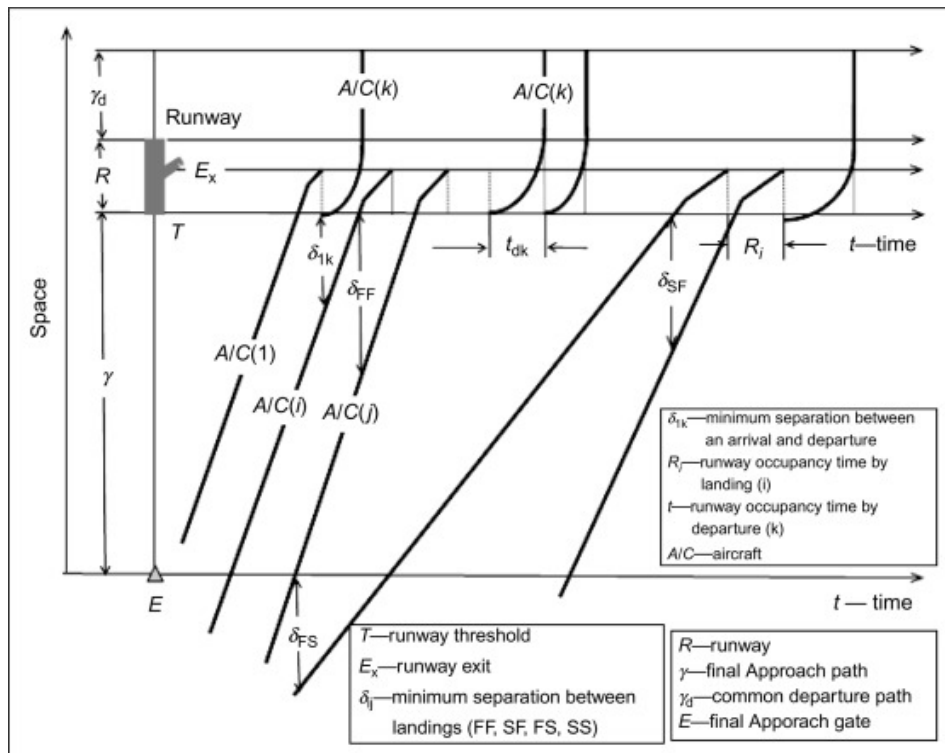


Figura 1.1 – Diagrama espaço-temporal da ocupação da pista [4]

Uma consequência destacada das observações de Newell [4] é que o tempo dedicado a operações de aterragem e descolagem não depende linearmente do número de operações, mas também de como estas são intercaladas.

Os diferentes serviços de aterragem e descolagem podem então ser sequenciados e programados de maneira a otimizar alguma medida de desempenho de interesse. A existência de diferentes tempos de serviço, em função do tipo de aeronave, a possibilidade de iniciar operações de descolagem que não interferem na ocupação da pista com as operações de aterragem e diferentes aspetos relacionados com estas operações, fazem com que exista uma diversidade de seqüências de aterragem/descolagem que podem ser executadas num período temporal determinado sem colidir com as normas de operação e segurança.

Isto é, num determinado período temporal pode-se considerar um parâmetro bidimensional (serviços de aterragem e serviços de descolagem a executar nesse período) e

identificar se os valores escolhidos para esse parâmetro ficam dentro das capacidades existentes para as pistas do aeroporto ou se são valores para além destas capacidades. A possibilidade ou impossibilidade de executar esses movimentos depende de circunstâncias muito diversas: a tipologia de aeronave, as condições meteorológicas, a densidade de tráfego aéreo, e diversas condicionantes de tipo aleatório. Posto isto, é importante estabelecer algum modelo simplificado que consiga lidar com esta complexidade e definir uma noção de “capacidade” de um aeroporto sem ter que envolver um número excessivo de parâmetros que, em geral, teriam natureza aleatória e seriam de difícil controlo.

Para uma perspetiva mais moderna da natureza do serviço de aterragem e descolagem, dos principais parâmetros usados na caracterização destas operações, e para uma revisão da literatura existente nesta área, pode-se consultar o trabalho de Bennell et al. [5] (movimentos nas proximidades do aeroporto, medição de capacidades, afetação e temporização de operações, separação entre operações, permutação de posições, medidas de desempenho), ou Ikli et al. [6], onde se mencionam diferentes técnicas utilizadas para modelar as operações de aterragem ou descolagem, e são apresentados diferentes algoritmos para a otimização destas operações.

Existem na literatura diferentes formas de definir e medir a capacidade do aeroporto. As investigações neste aspeto têm a sua origem em [3]. Algumas das definições de capacidade mais usadas na prática atual podem ser consultadas em [7], com uma descrição na página 26 dos principais autores e artigos que trataram o tema.

Numa definição abrangente pode-se dizer que a medida de capacidade representa o número de movimentos (parâmetro bidimensional que inclui aterragens e descolagens) que podem ser garantidos pelo aeroporto numa determinada unidade de tempo, quando o sistema de pistas é levado aos seus limites sem violar os regulamentos de segurança, e em presença de uma procura contínua e sem folga destes serviços.

Após os estudos mais antigos (consultar [4]) onde era estudada a capacidade de uma única pista de aeroporto, iniciou-se o estudo do aeroporto no seu conjunto. No caso da operação com uma única pista, as operações devem adaptar-se às condições meteorológicas observadas, fundamentalmente no relativo à direção do vento e à visibilidade. No caso de aeroportos com mais de uma pista existem diferentes formas de ordenar e distribuir as operações de aterragem e descolagem entre as diversas pistas, adaptando-se melhor às circunstâncias através da seleção de um conjunto de regras de operação, regras estas que são denominadas por “configuração das pistas”.

A capacidade tem assim uma componente bidimensional, formada pela medida de serviços de aterragem e de serviços de descolagem, e é dependente da configuração adotada pelo aeroporto. Newell [4] foi o primeiro a recolher estes valores como pontos de um domínio convexo (“*capacity domain*”), mas Gilbo, em 1993, foi o primeiro a utilizar este domínio para caracterizar as capacidades de um aeroporto concreto, tendo em conta os dados históricos disponíveis da sua operação em diferentes configurações, e utilizou esta informação para formular e resolver problemas de investigação operacional em que se procurava maximizar o

rendimento de um aeroporto, ao longo do dia, através da escolha apropriada de diferentes configurações e de diferentes rácios de serviço de aterragem e descolagem.

A determinação do domínio convexo de capacidades é feita de forma empírica a partir dos dados históricos de cada aeroporto [8]. Através de um diagrama de dispersão do número de aterragens e descolagens por unidade de tempo (slots de 15 minutos), Gilbo caracterizou a envolvente de capacidade como um máximo (após eliminar “*outliers*”) de operações de um tipo que podiam ser executadas no mesmo intervalo temporal que um determinado número de operações do segundo tipo.

Como indicado por Shone et al. em [9] ou [10], a operação de pistas nos aeroportos é um caso específico do problema de distribuição de um recurso comum (neste caso o tempo de utilização da pista) entre duas fontes com procura variável no tempo. Neste caso, o recurso é o tempo de utilização da pista e as fontes são o conjunto de aviões que pretendem aterrar ou descolar, respetivamente, com um nível de procura marcado pelo horário de serviço previsto em cada jornada. Esta situação pode ser estudada dentro do modelo geral de filas de espera. Gilbo (1993) [8], Bertsimas, Frankowich e Odoni (2011) [11], Del-Olmo, Lulli [12] ou Gluschenko [13] assumiram uma procura de serviço determinista, com horários de chegada de clientes não sujeitos a fatores aleatórios.

Jacquillat e Odoni [14] e Ignacollo [15], pelo contrário, recuperaram o modelo de Newell numa perspetiva de procura de serviços estocástica, mais próxima da realidade. Enquanto Newell estimou que o tempo de serviço seguia o modelo de Poisson, Jacquillat, Odoni e Ignacollo utilizam o modelo de Erlang para os tempos de serviço. A utilização destes modelos está parcialmente justificada pela natureza do serviço e, principalmente, por serem modelos onde é possível descrever de forma precisa o comportamento da fila de espera. Um estudo empírico sobre outras opções de distribuição para o tempo de serviço de descolagem de aviões foi feito por Simaiakis e Balakrishnan [16] e por Pujet et al. [17].

A diferença entre estes dois pontos de partida (determinista e estocástico) é importante. Como é de imaginar, se o tempo de execução de cada serviço for superior ao tempo esperado entre chegadas de clientes consecutivos, o estado do sistema irá apresentar filas de espera que crescem com o tempo. Menos intuitiva será a situação na qual o tempo de execução do serviço é inferior ao tempo entre chegada de clientes consecutivos: se esta chegada é determinista e com separação uniforme, nunca irá existir uma fila de espera, mas se esta chegada está sujeita a fatores aleatórios, no longo prazo o estado do sistema irá produzir filas de espera de tamanho estável. Assim, os clientes devem contar com um tempo total para serem servidos superior ao tempo necessário para o serviço propriamente dito. O tempo total de cada cliente até terminar o serviço não será apenas o tempo de serviço, como foi considerado por Gilbo, Bertsimas ou Frankowich, mas um tempo que, na realidade, depende da procura existente para este serviço.

A procura de serviços na pista do aeroporto é dinâmica, variável com o tempo, e em qualquer instante pode ser caracterizada por parâmetros numéricos de simples interpretação: a

taxa de chegada de clientes é o inverso do tempo de chegada entre dois clientes consecutivos, e a taxa de serviço de clientes é o inverso do tempo dedicado a servir cada cliente.

Em cada momento, o quociente entre a taxa de chegada de clientes e a taxa de serviço é conhecido como taxa de utilização. Uma taxa de utilização de 100% garante filas de espera instáveis, que crescem de forma permanente e saturam os serviços do aeroporto. No entanto, uma taxa de utilização ligeiramente inferior ao 100% tende a estabilizar, provocando filas de espera elevadas que levam a um congestionamento dos serviços, e onde pequenos incrementos na procura dos serviços levam a fortes incrementos das filas de espera. Uma taxa de utilização moderada irá gerar filas de espera de tamanho moderado. Diante a possibilidade de gerar uma fila de espera, os aeroportos determinam, previamente, um nível de serviço (*“Level of Service”*), onde é indicado o limite superior do tamanho da fila de espera, associado a um tempo de atraso para os voos. Este nível de serviço que gera filas de espera estáveis pode ser mantido por períodos de tempo grandes e é chamado capacidade prática ou sustentável do aeroporto, que não deve ser confundida com o conceito de capacidade máxima.

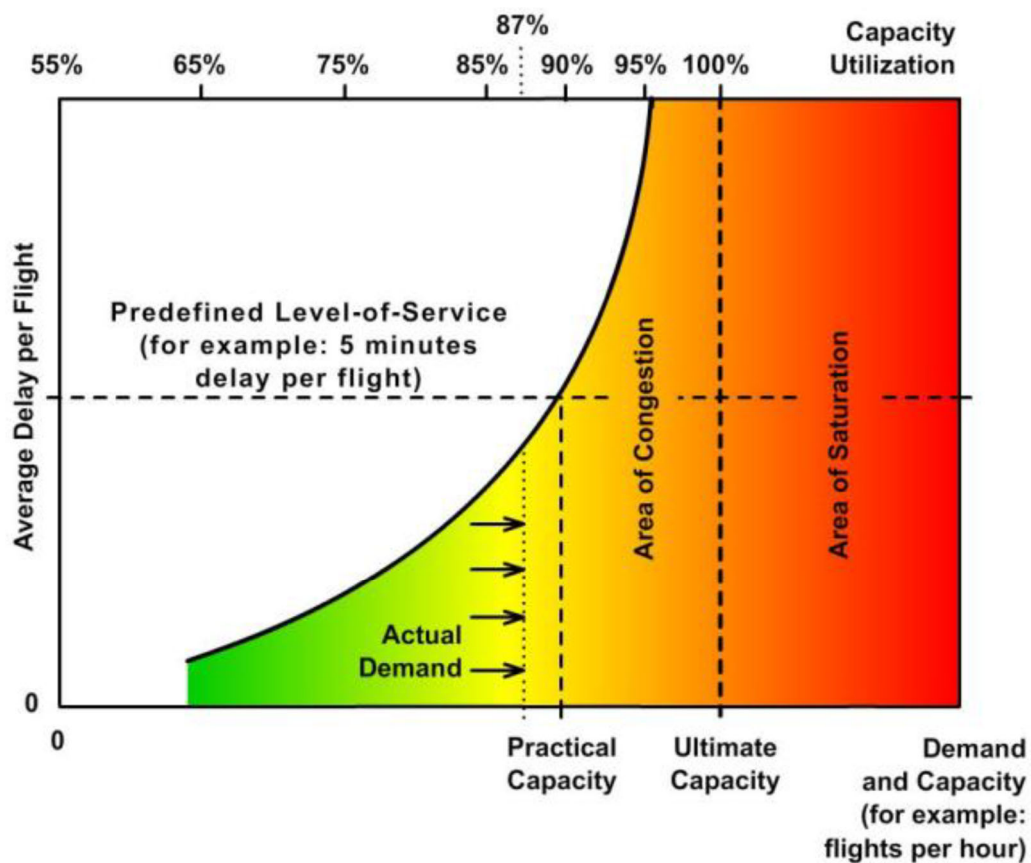


Figura 1.2 - Relação entre taxa de serviço e tamanho da fila de espera (*“delay”*), com indicação da capacidade prática associada a um nível de serviço [18]

A procura de serviço dos aeroportos nas grandes cidades cresceu, em muitos casos, para além das capacidades previstas no desenho original das instalações. Para evitar o

congestionamento ou a saturação do aeroporto, são tomadas decisões estratégicas que garantem que o número de operações programadas, para cada dia, não seja superior à capacidade sustentável do aeroporto. Quando esta situação for garantida, ainda resta tomar decisões táticas que garantam que os custos derivados da fila de espera estável não sejam elevados. Decisões a longo prazo são tomadas no planeamento de novas instalações, de forma que estas tenham uma capacidade adequada à previsão futura de procura. A seguir são tomadas novas decisões para otimizar as capacidades, face às situações específicas encontradas durante a operação. Finalmente, se houver um excesso de procura não previsto ou controlável, tomam-se medidas que permitem moderar a procura e, quando isto não resultar, é necessária uma alteração mais ou menos significativa da infraestrutura. Para orientar de forma adequada todas estas decisões, é essencial uma caracterização analítica adequada do conceito de capacidade e do comportamento deste conceito.

Um elemento relevante na medição da capacidade das pistas é o ROT (*“runway occupancy time”*), tanto para aterragens (ROTA) como para descolagens (ROTD). Um estudo destes conceitos pode ser encontrado em [19].

Um segundo elemento destacado é o fluxo operacional (*“operational throughput”*), que mede o número de aeronaves que obtêm um serviço (de aterragem ou descolagem) num determinado período temporal. Este fluxo depende de vários fatores:

- Número de pistas e sua disposição (fator invariável);
- Configuração das pistas, adequando-se às condições meteorológicas (fator variável não controlável);
 - Mistura na procura: tamanho e tipologia de aviões que procuram o serviço, os quais condicionam a sequenciação que pode ser aplicada na pista para as operações de aterragem e descolagem e o número de operações que se podem realizar;
 - Intensidade da procura: número de aeronaves à procura de serviço, num determinado período de tempo, e a relação aterragem-descolagem no seu conjunto.

No artigo de 2011, Gluschenko [13] mostra que a relação entre os caudais de aterragem e de descolagem (o fluxo de um dos serviços determina um máximo para o fluxo do outro serviço) leva a uma relação entre as filas de espera que devem ser esperadas nos serviços de aterragem e descolagem (um tamanho de fila de espera de um serviço determina um mínimo para o tamanho da fila do outro serviço). Assim, a curva de capacidades de Gilbo, que representa o número de operações executadas em cada slot temporal, na realidade, está formada pela medida do número de operações efetuadas em slots nos quais as condições de operação não podem ser equiparadas, sendo que, em alguns casos, o fluxo operacional atingido se verificou com umas condições concretas de procura e, noutros casos, em condições totalmente diferentes.

No estudo do desempenho do sistema de pistas de um aeroporto Jacquillat e Odoni, em [14], utilizaram dois fatores como parâmetros de entrada: (i) estimativas da capacidade do aeroporto para as diferentes configurações e condições meteorológicas e (ii) o horário previsto originalmente pelas companhias aéreas para qualquer dia de operação do aeroporto, assim como as ligações pretendidas entre estes voos.

Num artigo posterior [20], a operação das pistas é controlada incorporando como novo fator as observações feitas sobre o congestionamento (tamanho das filas de espera), para além dos parâmetros antes indicados, e com a consideração de um elemento de custo adicional nos processos em que há mudança de configuração das pistas. Em todos estes trabalhos assume-se que o custo total depende de forma quadrática do número de aeronaves em cada uma das filas de espera. Os modelos desenvolvidos por Jacquillat e Odoni podem ser considerados aqueles que conseguem captar a natureza do problema de espera para aeronaves em operações de aterragem e descolagem num determinado aeroporto, a partir de uma informação mínima sobre o mesmo.

Na presente dissertação, pretende-se incorporar um elemento adicional neste modelo “*standard*”. Nomeadamente, como já foi indicado, as curvas de capacidades obtidas a partir de registos históricos contêm informação sobre o fluxo operacional (“*operational throughput*”) observado nas duas variantes de serviço (aterragem/descolagem), em diferentes slots temporais, e para configurações conhecidas. No entanto, não mostram se estas medições foram feitas na presença de um maior ou menor número de aeronaves em espera. Mais ainda, os custos associados a um determinado nível de serviço não podem ser medidos de forma linear, em termos de número de aviões atendidos em cada slot temporal. Os custos costumam depender linearmente do atraso experienciado pelos passageiros, e este atraso é proporcional ao tamanho da fila de espera que o avião encontra na sua aterragem/descolagem no/do aeroporto. A teoria de filas de espera indica que este tamanho de fila de espera depende, de forma não linear, da taxa de utilização do serviço, a qual envolve não só o número de serviços efetuados, mas também a procura desses serviços.

Pretende-se, portanto, introduzir a taxa de utilização de cada serviço (aterragem/descolagem) para modelar a evolução e desempenho das pistas de um aeroporto, ao longo de um dia concreto, se forem conhecidos os parâmetros de entrada já considerados nos trabalhos de Gilbo e de Jacquillat e Odoni.

Na presente dissertação, pretende-se responder às seguintes questões:

- Será possível determinar um modelo linear para representar a dinâmica do serviço de aterragem/descolagem nas pistas de um aeroporto, do qual são conhecidos o horário e as configurações de pistas previstas ao longo de um dia?

- Será possível representar, de forma linear, todas as restrições existentes para a relação entre aterragens e descolagens, e para as funções objetivo de interesse neste processo?
- Qual é a descrição do modelo como programa linear, qual a estrutura de dados necessários, e como pode ser isto implementado em linguagem AMPL?

Capítulo 2

Os problemas de programação matemática na gestão do tráfego aéreo

Existem diferentes formas de aplicar métodos de investigação operacional, de programação matemática e de modelar, através desta programação, diversos problemas de gestão de tráfego aéreo. Estes problemas são conhecidos na literatura, na qual existem várias referências que abordam a análise da maximização da rentabilidade das companhias aéreas através do planeamento de horários do transporte aéreo e da tripulação, a análise da gestão do fluxo do tráfego aéreo e a gestão e previsão da capacidade aeroportuária, pontos que serão brevemente apresentados neste capítulo.

Gilbo [21] refere que um dos problemas que surgem relacionados com a previsão da capacidade aeroportuária é o da otimização desta mesma capacidade, quando sujeita a restrições nas operações de aterragem e descolagem, sugerindo um modelo que considera a interação entre a capacidade da pista e a previsão horária de movimentos para otimização do fluxo de tráfego.

Relativamente à análise da gestão do fluxo de tráfego aéreo, também Sridhar et al. [22] estudam o planeamento do tráfego aéreo, de modo a evitar exceder a capacidade aeroportuária, fornecendo uma visão geral sobre as decisões de gestão de fluxo de tráfego, assim como revendo abordagens de modelagem, avaliações de desempenho e otimização do sistema de espaço aéreo, considerando restrições de capacidade e de rotas.

Segundo Barnhart et al. [23], para além destes problemas, também surgem na literatura, relativamente à gestão do tráfego aéreo, questões como a gestão de receitas (“*Revenue Management*”) nas companhias aéreas, na qual se toma em consideração a complexidade do problema associado ao inventário dos lugares de uma dada companhia aérea; os modelos de “*overbooking*” – o caso da aceitação de reservas superiores à capacidade das aeronaves; a combinação de classes tarifárias – uma das maiores técnicas de gestão de receitas das companhias aéreas é a determinação de qual é o número de lugares que devem ser disponibilizados em cada voo, para cada nível tarifário; e o controlo da origem-destino (“*Network Revenue Management*”), que representa outra grande técnica de gestão de receitas, dando à companhia aérea a capacidade de gestão de inventário de lugares a partir do valor da receita do itinerário origem-destino do passageiro na rede da companhia aérea.

2.1. A gestão do horário dos serviços de transporte aéreo e da tripulação

De modo a maximizar a rentabilidade das companhias aéreas, é necessário realizar o planeamento dos horários de aeronaves e tripulações. Este problema é caracterizado por diversos fatores: uma rede de voos, diferentes tipos de aeronaves, restrições de controlo de tráfego aéreo, faixas horárias aeroportuárias, requisitos de manutenção, regras de trabalho da tripulação e ambientes competitivos e dinâmicos nos quais são sempre incertas as exigências dos passageiros e as estratégias de preços são complexas.

Barnhart et al. [23] dividem este problema em quatro subproblemas:

- Especificação de horários, com o objetivo de determinar os mercados a servir, a frequência com que são servidos e como programar voos segundo essa frequência. O horário dos voos, que especifica as etapas a realizar e o horário de partida em cada etapa, determina de forma importante a posição competitiva da companhia aérea e portanto é um fator determinante da sua rentabilidade. Este subproblema é afetado por todas as decisões de programação de aeronaves e tripulações da companhia aérea, bem como das companhias concorrentes;

- Atribuição da frota, onde é especificado o tipo da aeronave a atribuir a cada voo. O problema é encontrar uma atribuição que minimiza custos com base nos tipos de aeronaves para as etapas na rede de voos. Estes custos são compostos por custos operacionais (representados pelo custo de cada etapa com um determinado tipo de aeronave) e custos de derrames (receitas que são perdidas quando a procura dos passageiros por uma determinada escala de voo excede a capacidade de lugares da aeronave atribuída);

- Determinação de rotas para operações de manutenção de aeronaves. Este processo define como são encadeadas as etapas das aeronaves de maneira a garantir o cumprimento dos requisitos de manutenção. A rede de voos decompõe-se em sub-redes, cada uma associada a aeronaves de um único tipo. A atribuição de uma aeronave concreta de um tipo específico a uma etapa destas subredes acontece no passo de determinação de rotas de manutenção de aeronaves. O objetivo é determinar rotas ou rotações para cada aeronave da frota: uma rota trata-se de uma sequência encadeada de etapas de voo, enquanto que uma rotação trata-se de uma rota que começa e termina no mesmo local. A rotação atribuída a cada aeronave deverá visitar estações de manutenção em intervalos regulares. Este problema é, portanto, um problema de circulação numa rede, onde as variáveis de decisão correspondem a sequências de etapas a realizar pela aeronave, ordenadas numa sequência que deverá começar e terminar numa estação de manutenção, ao mesmo tempo que são satisfeitas as regras que regem o tempo máximo entre manutenções;

- Distribuição dos horários entre as tripulações. Aqui se determinam as tripulações que devem ser atribuídas a cada voo de forma a minimizar os custos devidos à tripulação. Os

problemas associados ao agendamento da tripulação costumam ter regras numerosas e complexas, mas custos bem definidos, e estes custos são passíveis de otimização. As tripulações representam o segundo maior custo operacional das companhias aéreas, a seguir ao combustível, pelo que mesmo pequenas melhorias podem originar numa economia significativa.

2.2. A gestão do fluxo de tráfego aéreo

A infraestrutura do sistema de aviação mundial é composta por dois elementos principais: os aeroportos e os sistemas de gestão do tráfego aéreo (ATM).

Segundo Barnhart et al. [23], os aeroportos podem ser, por sua vez, subdivididos em instalações relativas ao ambiente aéreo (como pistas, caminhos de circulação, plataformas de estacionamento e stands de aeronaves) e em instalações orientadas aos elementos terrestres (como edifícios de passageiros e carga). Os sistemas ATM são também compostos por um subsistema tático – o controlo de tráfego aéreo (ATC) – e estratégico – a gestão do fluxo de tráfego aéreo (ATFM).

Ao invés de se resolver o congestionamento a partir de medidas locais, o objetivo da ATFM é evitar que se dê a sobrecarga do sistema local. Isto é conseguido ajustando dinamicamente os fluxos de aeronaves na base nacional ou regional, ou seja, na ATFM são desenvolvidos planos de fluxo que combinam dinamicamente a procura de tráfego com a capacidade disponível, considerando intervalos de tempo longos. A sua aplicação poderá ser na retenção em terra ou no ar, por exemplo, atrasa-se intencionalmente a descolagem da aeronave por um certo tempo de forma a que se evitem atrasos ou dá-se ordem à aeronave no ar para abrandar a velocidade.

O fluxo de tráfego aéreo encontra-se condicionado pela distribuição ao longo do tempo das diferentes operações efetuadas por cada aeronave individual na execução de um serviço (“voo”), no interior da rede.

Jacquillat e Odoni [24] referem as diferentes fases de um voo e as temporizações previstas e efetivas associadas a estas fases. Seja:

- F o conjunto de voos num determinado dia, sendo que cada voo f pertence ao conjunto de voos, $f \in F$;

- OUT_f o momento em que a aeronave abandona a porta de embarque (“*gate-out time*”);

- OFF_f o momento em que a aeronave descola na pista (“*wheels-off time*”);

- ON_f o momento em que a aeronave aterriza na pista (“*wheels-on time*”);

- IN_f o momento em que a aeronave chega à porta de embarque (“*gate-in time*”).

A introdução destes quatro eventos temporais leva à consideração da duração de três intervalos temporais:

- TO_f o intervalo de tempo desde que a aeronave abandona a porta de embarque até à descolagem na pista (“*taxi-out time*”);

- AIR_f a duração do voo (“*airborne time*”);

- TI_f o intervalo de tempo desde que a aeronave aterra na pista até à chegada à porta de embarque (“*taxi-in time*”).

As relações entre estas quantidades são:

$$TO_f = OFF_f - OUT_f$$

$$AIR_f = ON_f - OFF_f$$

$$TI_f = IN_f - ON_f$$

Para todas estas quantidades são considerados o tempo planeado P e o tempo atual A .

As diferentes fases de um voo são representadas na figura 2.1:

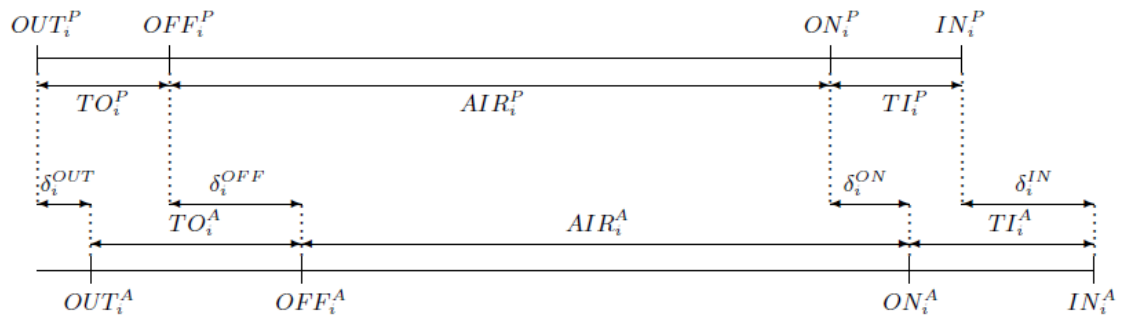


Figura 2.1 – Diagrama das diferentes fases de um voo e das respectivas temporizações previstas e efetivas, onde i representa o voo [24]

A existência de um evento efetuado mais tarde do que o previsto leva a uma medida dos tempos de atraso representados por δ_f^{OUT} , δ_f^{OFF} , δ_f^{ON} e δ_f^{IN} , respetivamente:

$$\delta_f^{OUT} = \max(OUT_f^A - OUT_f^P, 0)$$

$$\delta_f^{OFF} = \max(OFF_f^A - OFF_f^P, 0)$$

$$\delta_f^{ON} = \max(ON_f^A - ON_f^P, 0)$$

$$\delta_f^{IN} = \max(IN_f^A - IN_f^P, 0)$$

Os atrasos observados num voo condicionam o serviço dado nas pistas de aterragem aos restantes voos e, reciprocamente, as perturbações no serviço dado pelas pistas do aeroporto implicam atrasos nos diferentes voos, o que leva ao estudo do subproblema da previsão da capacidade das pistas aeroportuárias.

2.3. A gestão e previsão da capacidade aeroportuária

De forma a prevenir o congestionamento do tráfego nos aeroportos, é necessária a correta previsão da procura e gestão das capacidades nos mesmos. Para tal, existem métodos de investigação operacional para gerir as capacidades das pistas do aeroporto tendo em conta a procura.

A gestão das operações de aterragem e descolagem no aeroporto é complexa, dependendo de fatores como as condições meteorológicas, as configurações das pistas e o maior ou menor equilíbrio entre o número de operações de aterragem e descolagem requeridas desde a rede externa de tráfego aéreo. Além disto, o estudo da capacidade aeroportuária depende do modelo escolhido, podendo ser determinista ou estocástico. No modelo determinista os acontecimentos observados não estão sujeitos a fatores aleatórios, sendo por este motivo mais simples de analisar do que o modelo estocástico, onde diferentes acontecimentos observados, como a frequência de procura de serviço, ficam sujeitos a fatores aleatórios.

Os dois parâmetros que caracterizam a capacidade operacional (*“operational throughput”*) de uma pista não são arbitrários, devem satisfazer uma relação de interdependência que pode ser descrita através de uma função decrescente. Esta função restringe a capacidade operacional de aterragem e descolagem com base na configuração de pista e nas condições meteorológicas. O próximo capítulo apresenta o modelo matemático geral usado para descrever a utilização das capacidades das pistas de um aeroporto.

Capítulo 3

Modelo matemático de gestão das capacidades das pistas de aeroporto

Existem elementos de natureza muito diversa a ter em conta na gestão das pistas de um aeroporto. Estes elementos foram tratados por diferentes autores, os quais, no geral, assumem uma estrutura básica ao descrever as limitações na capacidade de um aeroporto para garantir as operações de descolagem e aterragem necessárias. Esta estrutura básica é apresentada em [8].

Gilbo [8] sugere um modelo simplificado de operação das pistas de um aeroporto, em que a capacidade aeroportuária é definida por dois parâmetros, um para descrever a capacidade de aterragem e outro para descrever a capacidade de descolagem, sendo que os mesmos podem variar para diferentes configurações de pista.

3.1. Parâmetros relevantes nas operações de aterragem e descolagem

Os parâmetros que definem de forma mais simples as operações nas pistas de um aeroporto são a medida de qual é a procura do serviço de descolagem e aterragem, e a medida de qual é a velocidade com que estes serviços são fornecidos.

3.1.1. *A procura de serviços de aterragem e descolagem*

Ao longo de um dia, um dado aeroporto apresenta uma dinâmica específica onde o seu estado varia em conformidade com o fluxo de entrada e saída de aviões. Mais concretamente, no aeroporto existem diversas pistas capazes de oferecer serviço de aterragem ou descolagem, garantindo a aterragem das aeronaves no final de uma viagem ou a descolagem após os passageiros e a tripulação terem finalizado o processo de embarque. A operação normal de um aeroporto divide-se frequentemente em períodos temporais de um dia de operação. Ao longo do dia existe uma previsão de quais os aviões que pretendem obter estes serviços, tendo em conta que todos eles devem concluir até o final do dia. Embora exista esta previsão temporal dos serviços a serem prestados, na realidade o momento específico em que os aviões necessitam do serviço apresenta uma componente aleatória que depende de fatores onde existem incertezas, nomeadamente os tempos de serviço necessários para o abastecimento, controlos de segurança, processos de entrada dos passageiros e tripulações fundamentais para que a aeronave esteja em situação de iniciar o voo, ou os tempos de atrasos acumulados no caso de

outras operações de tráfego nas aeronaves que chegam ao espaço aéreo gerido desde o aeroporto. Mesmo que exista uma componente aleatória, a previsão dos aviões que necessitam de obter serviço permite determinar uma taxa esperada de operações de aterragem e descolagem, em média, procuradas num dado período de tempo (ou slot temporal). O estado da procura num aeroporto é caracterizado, de forma simplificada, pela taxa de procura de operações de aterragem (λ^a), representante do número esperado de operações de aterragem requeridas por unidade de tempo, e pela taxa de procura de operações de descolagem (λ^d), representante do número esperado de operações de descolagem requeridas por unidade de tempo.

3.1.2. A capacidade de serviço de aterragem e descolagem

Um aeroporto presta os serviços de aterragem aos aviões que chegam ao aeroporto e de descolagem aos aviões que partem do aeroporto. Estes serviços de aterragem e descolagem são realizados nas pistas disponíveis de forma inter-dependente. As manobras efetuadas pelos aviões leva à necessidade de impedir o acesso à pista e ao espaço aéreo em utilização a outras aeronaves, durante uma certa quantidade de tempo até que termine o serviço. Este tempo durante o qual as pistas são utilizadas é variável em cada serviço de aterragem e pode ser medido como um parâmetro de tempo médio de utilização necessário para cada manobra de aterragem. Em alternativa, o serviço em consideração pode ser medido pelo inverso do parâmetro do tempo médio de utilização, podendo ser visto como a taxa máxima de aeronaves que podem concluir o serviço de aterragem, por unidade de tempo (μ^a). Também o tempo de utilização das pistas é variável em cada serviço de descolagem e pode ser medido como um parâmetro de tempo médio de utilização necessário para cada manobra de descolagem ou como a taxa máxima de aeronaves que podem concluir o serviço de descolagem, por unidade de tempo (μ^d).

De notar que estes dois parâmetros variam com a estrutura de pistas existente no aeroporto e com as condições meteorológicas. Para além disto, um aumento da taxa máxima de aterragens por unidade de tempo implica uma redução na taxa máxima de descolagens por unidade de tempo e vice-versa, tratando-se de uma correlação negativa entre os dois parâmetros.

3.1.3. Configurações das pistas do aeroporto

A capacidade do aeroporto num certo instante temporal encontra-se condicionada pelas condições pluviométricas, visibilidade, orientação das pistas no que diz respeito ao vento e ao sol. Estas circunstâncias impõem ou condicionam fortemente a operação das pistas dentro de um determinado sistema de regras, caracterizadas como uma “configuração das pistas do aeroporto”. Entende-se assim por “configuração das pistas” o número, localização, e orientação

das pistas utilizadas de forma ativa, juntamente com as regras de voo em aplicação, num determinado momento de operação no aeroporto.

No caso dos aeroportos com mais de uma pista, estas costumam ser representadas por um número na gama de 1 a 36, indicando a orientação da pista relativamente ao norte magnético e, no caso de existirem várias pistas paralelas, após decidir qual é a orientação em que os aviões operam, a distinção das pistas é feita por uma letra (L-“*left*”, C-“*center*”, R-“*right*”). Assim, um aeroporto poderá ter pistas 14,16L,16R,17 que, operadas no sentido oposto (orientação muda 180 graus), chamam-se 32,34R,34L,35, respetivamente.

Em presença de várias pistas, existe um mecanismo para o aeroporto se adaptar às circunstâncias meteorológicas observadas. Em qualquer momento de operação, a gestão das pistas poderá mudar as regras aplicadas, em particular quais as pistas utilizadas nas operações de aterragem e de descolagem nesse período, e quais os procedimentos (“*Visual Rules*” ou “*Instrumental Rules*”). Isto é conhecido como configuração das pistas do aeroporto, que pode ser indicada por A1,A2...|D1,D2...|R, sendo que A1,A2... representa as pistas empregues nas operações de aterragem, D1,D2... representa as pistas associadas a operações de descolagem e R representa o conjunto de regras (operação visual ou instrumental). O aeroporto do exemplo poderia operar com regras 14,16R|14,16L,17|VR. A velocidade máxima com que é possível executar as manobras e, portanto, a capacidade do aeroporto varia consoante a configuração de pista.

A capacidade aeroportuária (μ^a, μ^d), e portanto o número máximo de operações de aterragem e descolagem de aviões que podem ser realizadas num dado intervalo de tempo no aeroporto, encontra-se num determinado domínio de valores admissíveis que dependem da configuração de pistas adotada.

3.2. Representação da configuração de pistas pelo domínio de Gilbo

Como já foi referido, quando o aeroporto opera segundo condições concretas e com uma configuração específica, o número máximo de serviços que podem ser prestados são caracterizados pela sua capacidade (μ^a, μ^d). Esta capacidade depende de escolhas feitas pelos gestores do aeroporto em diferentes momentos. A capacidade não é um valor diretamente medível e totalmente determinado pela estrutura do aeroporto, mas sim um valor desconhecido que deve ser estimado a partir da observação empírica das operações efetuadas nesse aeroporto. Existem registos históricos alargados que referem qual foi o fluxo de operações efetivamente atingido (“*operational throughput*”) correspondente a um aeroporto em diferentes momentos, considerando diferentes configurações e situações meteorológicas.

Segundo Gilbo [8], de modo a ser possível obter estimativas realistas e confiáveis da capacidade aeroportuária, combinam-se métodos empíricos com métodos analíticos, pois os

dados empíricos como as contagens históricas das aterragens e descolagens no aeroporto permitem a correção dos modelos analíticos, assim como dos seus parâmetros.

A relação entre as capacidades de aterragem e descolagem é representada por uma curva que delimita uma região onde se encontram os caudais operacionais de entrada/saída que podem ser implementados. Estas capacidades de aterragem e descolagem são, portanto, interdependentes entre si.

3.2.1. A curva de capacidades de Gilbo

Na representação da capacidade aeroportuária consideram-se domínios convexos que relacionam o parâmetro μ^a (taxa máxima de serviço de aterragem por unidade de tempo) e μ^d (taxa máxima de serviço de descolagem por unidade de tempo). Estes domínios convexos bidimensionais estão limitados pelo gráfico de uma função $\varphi(\mu)$, um gráfico que é conhecido como envolvente de fluxo operacional (“*operational throughput envelope*”), e que será denominado de “curva de capacidades de Gilbo”. Desta forma, para um determinado número de aviões μ^a que aterram numa pista num dado intervalo de tempo, tem-se um majorante do número de descolagens de aviões que se podem efetuar ($\mu^d \leq \mu_{max}^d(\mu^a) = \varphi(\mu^a)$), sendo que o conjunto de pontos $(\mu^a, \varphi(\mu^a))$, gráfico de φ , formam a curva de capacidades de Gilbo. Em forma análoga, para um determinado número de aviões μ^d que descolam de uma pista num dado intervalo de tempo, tem-se um majorante do número de aterragens de aviões que se podem efetuar ($\mu^a \leq \mu_{max}^a(\mu^d) = \psi(\mu^d)$), sendo que os pontos $(\psi(\mu^d), \mu^d)$ formam a mesma curva de capacidades, e portanto ψ é a função inversa de φ .

Dentro de uma configuração concreta pode-se identificar um valor máximo $\mu_{max}^d = \varphi(0)$ relativo à taxa de serviço de descolagem garantida pelo aeroporto, assumindo que não é realizada nenhuma operação de aterragem. Existe ainda o valor máximo $\mu_{max}^a = \psi(0)$ relativo à taxa de serviço de aterragem garantida pelo aeroporto, assumindo que não é realizada nenhuma operação de descolagem.

Deste modo, tem-se uma função φ definida no intervalo $[0, \mu_{max}^a]$ que caracteriza os diferentes caudais operacionais que podem ser fornecidos de forma simultânea num determinado período de tempo e para uma configuração específica do aeroporto, a partir das restrições $0 \leq \mu^d \leq \varphi(\mu^a)$ e $0 \leq \mu^a \leq \mu_{max}^a$.

A função φ é decrescente para que exista uma correlação negativa entre os valores máximos μ_{max}^a e μ_{max}^d e limita um domínio convexo no primeiro quadrante do plano que é chamado “região convexa de capacidades de Gilbo”.

Esta relação encontra-se representada na figura 3.1, onde μ^a é a capacidade para operações de aterragem e μ^d a capacidade para operações de descolagem:

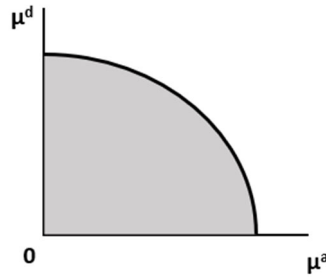


Figura 3.1 – Região convexa e curva de capacidades de Gilbo (vista geral) [8]

Utilizando como exemplo o aeroporto John F. Kennedy International, em Nova Iorque, tem-se operações em quatro configurações possíveis, considerando as diferentes condições meteorológicas:

Tabela 3.1 – Duas configurações do sistema de pistas para condições meteorológicas visuais, no aeroporto JFK [25]

JFK Scenario		Arrival Runways	Departure Runways	Procedures	Hourly Rate	
					ATC Facility Reported	Model-Estimated
CURRENT OPERATIONS	ARRIVAL PRIORITY	13L, 22L	13R	Visual Approaches, Visual Separation	84	87
	DEPARTURE PRIORITY	22L	22R, 31L		90	93

A operação de aproximação visual (“*Visual Weather Conditions*”) ocorre quando, por exemplo, existem melhores condições, não há nuvens e os pilotos conseguem aterrizar e descolar sem problemas de visibilidade. Na tabela acima é possível verificar quais as pistas utilizadas para as aterragens e descolagens, considerando as condições meteorológicas visuais. Nesta tabela pode-se observar dois tipos de configurações disponíveis para utilização, uma que prioriza a operação de aterragem e outra que prioriza a operação de descolagem.

Neste caso, relativamente ao exemplo do aeroporto JFK, tem-se o gráfico da figura 3.2, um diagrama de dispersão dos valores de fluxo operacional (μ^a, μ^d), atingidos pelo aeroporto em diferentes slots temporais de 15 minutos em que esteve ativa uma destas duas configurações de pista. A cor dos pontos representa a frequência com que aquele fluxo foi atingido e os dados foram utilizados para estimar a curva de capacidades de Gilbo associada a cada uma destas configurações, acompanhada em traço descontínuo por uma proposta de possíveis melhorias que poderiam ser obtidas nesta curva:

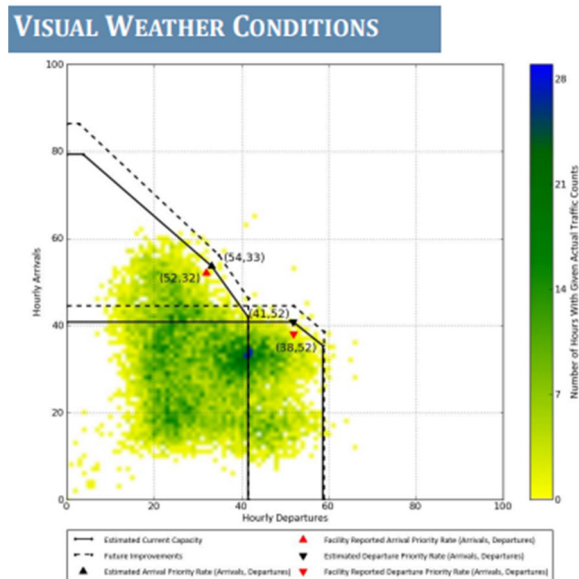


Figura 3.2 – Fluxo operacional observado e curvas de capacidade no aeroporto JFK, para duas configurações diferentes, em condições meteorológicas visuais [25]

Neste gráfico e nos gráficos posteriores com dados de fluxo operacional medido em diferentes aeroportos, as abcissas e ordenadas representam respectivamente o fluxo de descolagem e de aterragem, numa convenção (abcissas-descolagens, ordenadas-aterragens) que ordena as duas componentes de forma oposta ao modelo apresentado por Gilbo.

Outro tipo de configuração correspondente a condições meteorológicas marginais (“Marginal Weather Conditions”) ocorre quando o piloto tem uma visibilidade reduzida e se verificam condições meteorológicas piores que no modelo anterior:

Tabela 3.2 – Configuração do sistema de pistas para condições meteorológicas marginais, no aeroporto JFK [25]

JFK Scenario	Arrival Runways	Departure Runways	Procedures	Hourly Rate	
				ATC Facility Reported	Model-Estimated
CURRENT OPERATIONS	4R, 4L	4L, 31L	Dependent Instrument Approaches, Visual Separation	86	85

Com isto, tem-se também, na figura 3.3, o diagrama de dispersão de movimentos de aterragem e descolagem observados e curva de capacidades, segundo estas condições meteorológicas:

MARGINAL WEATHER CONDITIONS

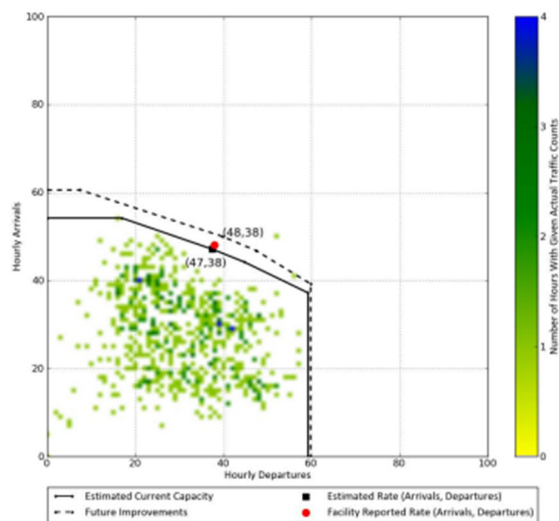


Figura 3.3 – Fluxo operacional observado e curva de capacidade no aeroporto JFK, em condições meteorológicas marginais [25]

Por fim, o outro tipo de configuração é o de condições meteorológicas instrumentais (“*Instrument Weather Conditions*”) que ocorre quando se verificam más condições de visibilidade, sendo que o piloto necessita de utilizar instrumentos de auxílio para aterrizar e descolar em segurança, situação esta em que o fluxo operacional atingido é inferior ao correspondente às três configurações anteriormente consideradas:

Tabela 3.3 – Configuração do sistema de pistas para condições meteorológicas instrumentais, no aeroporto JFK [25]

JFK Scenario	Arrival Runways	Departure Runways	Procedures	Hourly Rate	
				ATC Facility Reported	Model-Estimated
CURRENT OPERATIONS	4R, 4L	4L, 31L	Dependent Instrument Approaches, Radar Separation	84	74

Na figura 3.4, tem-se o diagrama de dispersão e curva de capacidades para operações de aterragem e descolagem, segundo estas condições meteorológicas:

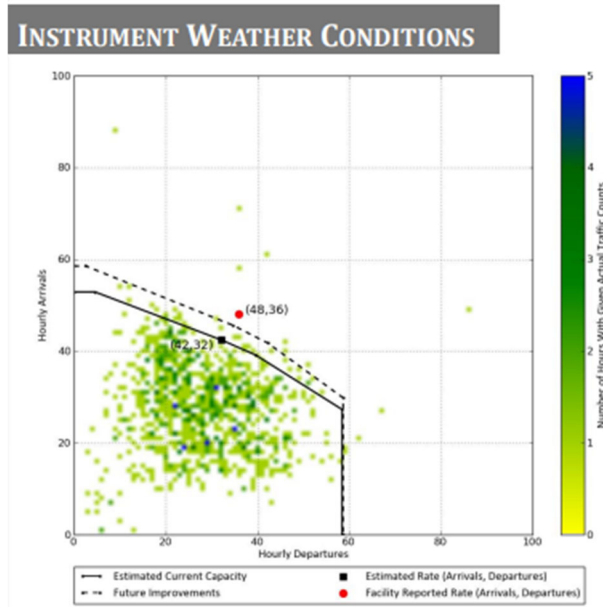


Figura 3.4 – Fluxo operacional observado e curvas de capacidade no aeroporto JFK, em condições meteorológicas instrumentais [25]

3.2.2. Linearização das restrições de capacidade

Como referido anteriormente, a configuração utilizada na pista do aeroporto num slot temporal determinado pode ser modelada matematicamente através de uma função $\varphi(\mu)$. A capacidade (μ^a, μ^d) utilizada no slot temporal é restringida pelas condições de não negatividade $0 \leq \mu^a, 0 \leq \mu^d$, um majorante para o valor μ^a (restrição do tipo $\mu^a \leq \mu_{max}^a$) e a restrição não linear $\mu^d \leq \varphi(\mu^a)$, sendo φ uma função decrescente definida em $[0, \mu_{max}^a]$.

Uma simplificação do modelo é a substituição da restrição não linear por uma nova restrição ou conjunto de restrições lineares. Para tal, o domínio convexo de Gilbo é substituído por um domínio poligonal convexo formado por um segmento no eixo μ^a , outro segmento no eixo μ^d e novos segmentos retilíneos com declive não positivo.

Estes segmentos podem ser caracterizados por um conjunto de n pontos, cada um constituído por duas componentes.

O conjunto de pontos inicia com $(x(1), y(1)) = (\mu_{max}^a, 0)$, termina com $(x(n), y(n)) = (0, \mu_{max}^d)$ e é dado em forma monótona de acordo com $x(p+1) \leq x(p)$ e $y(p+1) \geq y(p)$.

As curvas de capacidade correspondentes às diferentes configurações de um aeroporto estão definidas por estes n pontos, que por sua vez definem os $n - 1$ segmentos retilíneos dados pelas seguintes restrições:

- O número total de aterragens tem de ser não negativo:

$$\mu^a \geq 0 \tag{3.1}$$

- O ponto $(x(p), y(p))$ juntamente com o ponto $(x(p + 1), y(p + 1))$ determinam um segmento linear:

$$\mu^a \times (y(p + 1) - y(p)) + \mu^d \times (x(p) - x(p + 1)) \leq x(p) \times y(p + 1) - x(p + 1) \times y(p) \quad (3.2)$$

Sendo $p \in [1, n - 1]$.

- O número total de descolagens tem de ser não negativo:

$$\mu^d \geq 0 \quad (3.3)$$

Por exemplo, no caso do aeroporto DCA, tem-se a curva de capacidades aproximada por uma linha poligonal que é mostrada no gráfico da figura 3.5 (uma curva estimada a partir dos dados empíricos, representada em forma contínua, e outra curva prevista após aplicação de melhorias no sistema das pistas, representada em forma descontínua):

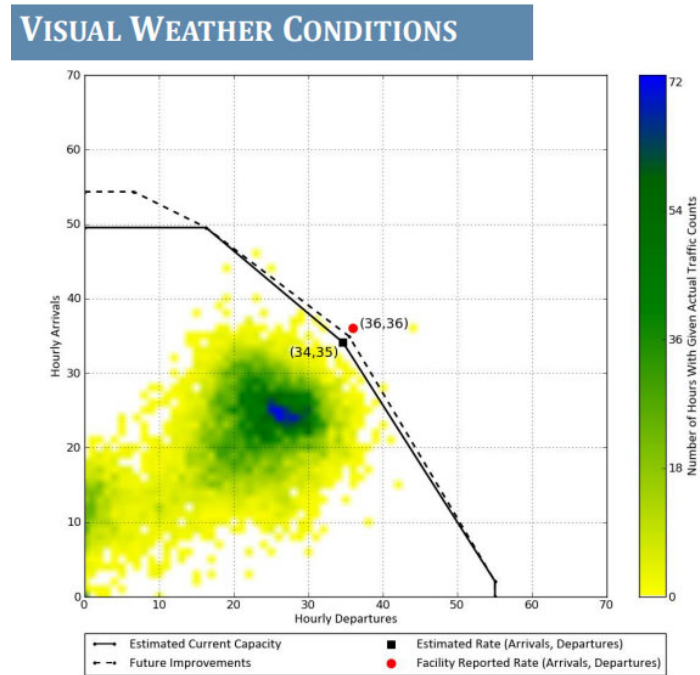


Figura 3.5 – Fluxo operacional observado e curvas de capacidade no aeroporto DCA, em condições meteorológicas visuais [25]

Neste aeroporto, tendo em conta o gráfico dado, com as capacidades de descolagem nas abcissas e de aterragem nas ordenadas, a curva de capacidades de Gilbo fica determinada pelas coordenadas $x(p), y(p)$ dos vértices da linha poligonal, vistos com uma alteração na ordem dos eixos. Mais concretamente, tem-se uma curva poligonal de capacidades com um segmento retilíneo horizontal definido pelos pontos $(x(5), y(5)) = (0, 55)$ e $(x(4), y(4)) = (3, 55)$, um segmento retilíneo intermédio definido pelos pontos $(x(4), y(4)) = (3, 55)$ e $(x(3), y(3)) = (35, 34)$, outro segmento retilíneo intermédio definido pelos pontos $(x(3), y(3)) = (35, 34)$ e

$(x(2), y(2)) = (50, 17)$ e ainda um segmento retilíneo vertical definido pelos pontos $(x(2), y(2)) = (50, 17)$ e $(x(1), y(1)) = (50, 0)$.

3.2.3. Representação da curva de capacidade através de um conjunto simplificado de parâmetros

Assume-se que o domínio convexo de capacidades de Gilbo está caracterizado na forma simplificada de domínio poligonal indicado anteriormente. Mais concretamente, assume-se que o conjunto de pontos, denominados de pontos de controlo para uma configuração concreta, que definem o domínio são sempre do tipo indicado no caso anterior, caracterizado por um par de valores μ_{max}^a, μ_{min}^a , um par de segmentos paralelos aos eixos x e y a unir o ponto $(\mu_{max}^a, 0)$ com o ponto $(\mu_{max}^a, \mu_{min}^d)$ e a unir o ponto $(0, \mu_{max}^d)$ com $(\mu_{min}^a, \mu_{max}^d)$. Estes pontos $(\mu_{max}^a, \mu_{min}^d)$ e $(\mu_{min}^a, \mu_{max}^d)$ também determinam dois novos segmentos intermédios que conectam a curva através de um ponto intermédio $(\mu_{int}^a, \mu_{int}^d)$ (ver figura 3.6).

Assim, a curva de capacidade de Gilbo em estudo é caracterizada por um conjunto de três pontos de controlo e quatro segmentos retilíneos. Cada um destes pontos é constituído por duas componentes, portanto a configuração fica caracterizada por 6 valores reais que serão denominados $\mu_{max}^a > \mu_{int}^a > \mu_{min}^a, \mu_{max}^d > \mu_{int}^d > \mu_{min}^d$. Tem-se uma componente denominada μ_{max}^a para o valor a ser considerado como majorante dos valores de μ^a que podem existir, outra componente μ_{max}^d para o valor a ser considerado como majorante dos valores de μ^d que podem existir, outra componente μ_{min}^a para um determinado número mínimo de aterragens associado ao majorante das descolagens, outra componente μ_{min}^d para um determinado número mínimo de descolagens associado ao majorante das aterragens, outra componente μ_{int}^a para um determinado número intermédio de aterragens e outra componente μ_{int}^d para um determinado número intermédio de descolagens.

Na figura 3.6 apresenta-se um gráfico com o domínio de Gilbo linearizado, onde se podem observar os três pontos de controlo e os seis parâmetros que os definem, bem como um domínio convexo limitado pela curva envolvente de Gilbo antes dessa linearização:

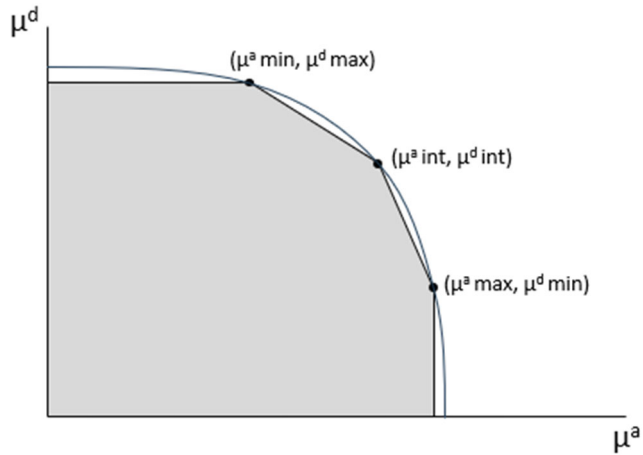


Figura 3.6 – Domínio convexo e curva de capacidades de Gilbo, aproximado por uma linha poligonal

Todas as curvas de Gilbo estão caracterizadas por estes três pontos, os quais determinam um domínio poligonal convexo caracterizado pela não negatividade $\mu^a \geq 0$, $\mu^d \geq 0$, juntamente com as restrições lineares anteriormente estudadas para qualquer conjunto de pontos. Neste caso, estas restrições definidas pelos três pontos escolhidos tornam-se no seguinte conjunto de quatro desigualdades:

- O número total de aterragens tem de ser menor ou igual ao majorante das aterragens:

$$\mu^a \leq \mu_{max}^a \quad (3.4)$$

- O número total de descolagens tem de ser menor ou igual ao majorante das descolagens:

$$\mu^d \leq \mu_{max}^d \quad (3.5)$$

- O ponto $(\mu_{min}^a, \mu_{max}^d)$ juntamente com o ponto intermédio $(\mu_{int}^a, \mu_{int}^d)$ determinam um segmento linear intermédio:

$$\mu^a \times (\mu_{max}^d - \mu_{int}^d) + \mu^d \times (\mu_{int}^a - \mu_{min}^a) \leq \mu_{int}^a \times \mu_{max}^d - \mu_{min}^a \times \mu_{int}^d \quad (3.6)$$

- O ponto $(\mu_{max}^a, \mu_{min}^d)$ juntamente com o ponto intermédio $(\mu_{int}^a, \mu_{int}^d)$ determinam outro segmento linear intermédio:

$$\mu^a \times (\mu_{int}^d - \mu_{min}^d) + \mu^d \times (\mu_{max}^a - \mu_{int}^a) \leq \mu_{max}^a \times \mu_{int}^d - \mu_{int}^a \times \mu_{min}^d \quad (3.7)$$

No exemplo do aeroporto DCA, tinha-se os pontos (3,55), (35,34) e (50,17). Na nova formulação simplificada utiliza-se como parâmetros que caracterizam a configuração um conjunto de 6 números. Neste caso, μ_{max}^a apresenta o valor 50, μ_{int}^a apresenta o valor 35, μ_{min}^a

apresenta o valor 3, μ_{max}^d apresenta o valor 55, μ_{int}^d apresenta o valor 34 e μ_{min}^d apresenta o valor 17.

O domínio convexo de Gilbo para a configuração considerada está formado pelos pontos μ^a, μ^d que satisfazem:

$$0 \leq \mu^a \leq 50$$

$$0 \leq \mu^d \leq 55$$

$$21 \times \mu^a + 32 \times \mu^d \leq 1823$$

$$17 \times \mu^a + 15 \times \mu^d \leq 1105$$

3.3. Evolução diária dos parâmetros de operação e das configurações de pistas

As pistas de aterragem têm uma configuração associada, que pode ser escolhida ao longo do tempo, e também são escolhidas as capacidades (μ^a, μ^d) dentro do domínio convexo de capacidades de Gilbo. A configuração impõe uma relação entre a capacidade que pode ser atribuída às operações de aterragem e a capacidade que pode ser atribuída às operações de descolagem.

As condições de operação das pistas alteram-se com o tempo, sendo que em determinados slots temporais existem circunstâncias como a meteorologia ou a procura de serviços de descolagem/aterragem que podem variar. Com isto, também a decisão tomada pelo gestor das operações de escolher um equilíbrio apropriado (μ^a, μ^d) entre as operações de aterragem e de descolagem, consoante as restrições definidas pela configuração das pistas, é feita para cada slot temporal, podendo ser alterada posteriormente. Numa situação genérica pode ser admitida uma duração de 15 minutos em cada slot temporal, pelo que uma nova decisão é feita pelos gestores para cada slot de 15 minutos.

Gilbo [8] apresenta o problema de gestão das operações de aterragem/descolagem ao longo de um dia como um programa linear em que estas operações são divididas em N slots temporais consecutivos. Em cada slot temporal existe uma série de condições como a procura de serviços de aterragem ou descolagem, o tamanho da fila de espera de aviões que pretendem obter estes serviços ou a configuração das pistas nesse slot temporal, sendo que deve existir uma tomada de decisão sobre o equilíbrio que se pretende para as operações de aterragem e descolagem, em preparação para as circunstâncias variáveis ao longo do dia.

Os elementos utilizados por Gilbo para a formulação do problema são:

- T_{tot} = Duração total das operações do aeroporto, num dia concreto, que consiste em N_{tot} slots de tempo de duração Δ ($\Delta = 15$ minutos, por exemplo);

- I = conjunto de intervalos ou slots de tempo, sendo que cada slot de tempo corresponde a um elemento i do conjunto $\{1, 2, \dots, N_{tot}\}$;
- λ_i^a = procura de serviço de aterragem no slot de tempo i , sendo i pertencente a I ;
- λ_i^d = procura de serviço de descolagem no slot de tempo i , sendo i pertencente a I ;
- Q_i^a = comprimento da fila de espera de aterragem no início do intervalo de tempo i , sendo $i = 1, 2, \dots, N_{tot} + 1$;
- Q_i^d = comprimento da fila de espera de descolagem no início do intervalo de tempo i , sendo $i = 1, 2, \dots, N_{tot} + 1$;
- Φ = conjunto de funções decrescentes $\varphi(\mu)$, que representa todas as configurações de pista do aeroporto, em todas as condições meteorológicas;
- φ_i = uma função decrescente $\varphi(\mu)$ que representa a configuração de pista utilizada para as operações do aeroporto, durante o slot de tempo i , sendo i pertencente a I ;
- μ_i^a = taxa máxima de serviço atribuída às operações de aterragem no aeroporto, no slot de tempo i , sendo i pertencente a I ;
- μ_i^d = taxa máxima de serviço atribuída às operações de descolagem no aeroporto, no slot de tempo i , sendo i pertencente a I .

O modelo de Gilbo assume que a procura e os serviços de aterragem e descolagem são deterministas, pelo que no slot temporal i os parâmetros λ e μ representam uma quantidade exata de procura de serviços e de serviços concluídos, nas operações de aterragem e descolagem. Deste modo, a evolução das filas de espera é determinada através de um conjunto de expressões lineares simples de calcular e o tamanho das filas de espera aumenta e diminui numa quantidade exatamente correspondente ao excesso ou defeito entre a procura existente e o serviço prestado, em cada slot temporal.

Segundo Jacquillat et al. [14], este modelo para a utilização das capacidades de aterragem e descolagem dos aviões envolve a seleção da configuração da pista e as taxas de serviço de aterragens e descolagens tendo em conta que este se trata de um modelo dinâmico.

No início de cada período de 15 minutos são controladas as seguintes condições:

- Fatores como as condições climáticas que determinam a configuração da pista e portanto as taxas de serviço alcançáveis, as quais podem ser escolhidas visando um elevado nível de rendimento operacional;

- São seleccionadas de forma compatível com a configuração atual as taxas de serviço de aterragem e descolagem. Com isto, o controlo é exercido tendo em conta os comprimentos de fila de espera para aterragem e descolagem dos voos, as condições meteorológicas que afetam a eficiência operacional e a configuração da pista em utilização. É também com este

controlo que se obtém o compromisso entre a capacidade de aterragem e descolagem. Com este processo, pretende-se minimizar os custos de congestionamento.

Com isto, é realizada a formulação do modelo. O modelo geral de Gilbo [8] (também utilizado por muitos autores, como Jacquillat et al. [14]) refere que, como dados de entrada têm-se as taxas de procura de voos que requerem serviços de aterragem e descolagem em cada slot, representadas por λ_i^a e λ_i^d , e as funções $\varphi_i(\mu)$ que identificam os domínios convexos de capacidade de Gilbo para caracterização da configuração de uma pista determinada pelas condições meteorológicas em cada slot temporal i .

Como o tempo de serviço para aterragem ou descolagem pode ser ajustado e equilibrado de forma diferente, ao longo do dia, em cada momento poderão observar-se valores para a variável de decisão μ_i^a , que representa a taxa de serviço nas operações de aterragem no slot temporal i , e para a variável de decisão μ_i^d que representa a taxa de serviço nas operações de descolagem no slot temporal i .

Como consequência dos parâmetros de entrada observados e das decisões tomadas sobre as taxas de serviço a implementar, o responsável pela tomada de decisão poderá influenciar em cada slot temporal i de $\{1, \dots, N\}$:

- O comprimento da fila de espera de aterragens no início do slot i , representado por Q_i^a ;
- O comprimento da fila de espera de descolagens no início do slot i , representado por Q_i^d .

No caso determinista estudado por Gilbo estes comprimentos ficam relacionados com as decisões (μ_i^a, μ_i^d) através das relações:

$$Q_{i+1}^a = \max(0, Q_i^a + \lambda_i^a - \mu_i^a) \quad (3.8)$$

$$Q_{i+1}^d = \max(0, Q_i^d + \lambda_i^d - \mu_i^d) \quad (3.9)$$

A aparição de “*max*” deve-se ao facto de se estar a tomar uma decisão sobre a “capacidade”, não sobre o “número de operações efetuadas”, sendo que num slot temporal a capacidade poderá não ser utilizada até ao seu limite, se não existir procura suficiente deste serviço.

Estes valores de comprimento de filas de espera em diferentes instantes ao longo do dia, combinado com os custos associados à existência de aeronaves em espera e a sua duração, permitem dar uma medida de desempenho das decisões tomadas pelo gestor, o qual deverá escolher estas de modo a otimizar os custos de congestionamento.

Capítulo 4

A teoria das filas de espera

O estudo da gestão de operações no aeroporto feito no artigo de Gilbo tem um tempo discretizado através de uma divisão em slots temporais, e o processo de chegada de clientes e de serviço dos mesmos é determinista. Neste artigo assume-se que em cada slot temporal é conhecido de forma exata o número de clientes a requerer serviço (dado pelo planeamento horário do aeroporto) e o número de clientes que recebem o serviço (dado pela decisão do gestor de operações, que neste modelo consegue controlar totalmente as consequências das suas decisões, sem que estas se encontrem sujeitas a efeitos aleatórios). O desempenho é medido pelo tamanho das filas de espera deterministas que resulta das diferentes decisões ao longo do dia.

No presente trabalho, pelo contrário, parte-se de uma suposição mais realista, na qual a chegada de clientes e o serviço ficam caracterizados por variáveis C e S , com uma distribuição aleatória correspondente ao modelo probabilístico que melhor se ajuste, tendo em conta se a operação é de aterragem ou de descolagem e se se medem tempos de chegada ou de serviço. Para se poder formular o problema de forma realista são utilizados os modelos gerais de filas de espera, como por exemplo o desenvolvimento teórico dado em [26].

A teoria das filas de espera, tal como o nome indica, é o ramo da matemática que permite estudar e modelar o comportamento das filas geradas à espera de um serviço, em presença de um fluxo de clientes. O processo de fila de espera ocorre com a existência de um conjunto de servidores que pretendem oferecer um serviço a um conjunto de clientes. Nesta situação os servidores e clientes podem ter um comportamento aleatório, sendo necessário um estudo de distribuições de probabilidade associadas ao processo de serviço destes clientes.

4.1. Componentes do modelo geral das filas de espera

Segundo o manual de Taha [27], o estudo das filas de espera utiliza diversas variáveis como medidas representativas do desempenho, por exemplo, os tempos médios de espera nas filas, o tamanho médio das mesmas, ou outras medidas de utilização das instalações. Os dois elementos principais numa fila de espera são o cliente e o servidor. Os clientes, após chegarem à instalação de serviço, podem iniciar imediatamente o serviço ou ficar à espera numa fila, caso a instalação esteja ocupada. Existindo fila, sempre que a instalação conclui um serviço, permite que o cliente seguinte da fila seja servido; caso não existam clientes à espera na fila, os servidores ficam sem atividade até à chegada de um novo cliente.

A fonte a partir da qual os clientes são gerados poderá ser finita ou infinita: uma fonte finita limita o número de clientes que chegam ao serviço, enquanto uma fonte infinita não tem limitação do número de clientes que chegam ao serviço e é sempre abundante.

Ao nível da análise das filas de espera, o manual de Taha [27] refere que a chegada dos clientes é representada pelo tempo entre chegadas de clientes sucessivos e o serviço é representado pelo tempo de atendimento dos clientes, sendo que estes tempos C entre chegadas e S de serviço poderão ser aleatórios.

Tendo em conta a velocidade de chegada de clientes e a velocidade de execução do serviço, o sistema poderá gerar uma fila de espera de clientes que não começaram o serviço caso os servidores se encontrem ocupados. De forma a descrever o comportamento do sistema deve ser conhecido previamente o comportamento aleatório dos tempos de chegada e dos tempos de serviço.

4.2. Distribuições dos tempos de chegada e de serviço dos clientes

De modo a caracterizar as propriedades do processo de chegada de clientes e das operações de serviço ao cliente existem duas variáveis aleatórias destacadas. Tem-se uma variável aleatória C que mede o tempo a decorrer desde a chegada de um cliente até a chegada do cliente seguinte. Tem-se ainda a variável aleatória S que mede o tempo que decorre desde o momento em que o servidor começa o serviço de um determinado cliente até que este serviço é concluído e o servidor fica disponível para atender um novo cliente.

Para a caracterização das variáveis aleatórias C e S que descrevem matematicamente a fila de espera, a distribuição exponencial é importante, pois permite descrever os intervalos de tempo entre chegadas sucessivas. A distribuição exponencial é característica de uma variável aleatória contínua que mede o tempo que se deve esperar entre qualquer instante temporal e o momento em que acontece um determinado evento. A distribuição de Poisson, por outro lado, é característica de uma variável aleatória discreta que contabiliza, para um dado intervalo de tempo, o número de vezes que acontece um destes eventos. Ambas as distribuições são importantes no estudo dos processos de Poisson.

4.2.1. Modelo exponencial

Num determinado instante de um dia, é denotada por C a variável aleatória que mede o tempo que demora a chegada de um novo cliente ao sistema. Se esta variável tem a propriedade de “falta de memória”, ou seja, se as correspondentes probabilidades são independentes do momento do dia e dos acontecimentos prévios, encontramos-nos perante um processo de

Poisson, e a variável contínua C tem uma distribuição de probabilidades denominada distribuição exponencial.

O modelo exponencial é um modelo clássico cujas propriedades se ajustam bem às características dos processos de chegada de clientes e, por vezes, poderá ser utilizado também na descrição do tempo de serviço aos clientes.

Uma variável contínua C correspondente ao modelo exponencial tem uma função de densidade de probabilidade $f(x)$ que depende de um parâmetro $\lambda > 0$ da seguinte forma:

$$f(x) = \lambda \times e^{-\lambda x}, \text{ com } x > 0 \quad (4.1)$$

Assim, se se considerar a distribuição acumulada de probabilidades $F(t)$, ou seja, a probabilidade de chegada de um novo cliente antes de t unidades temporais, tem-se:

$$F(t) = P(C < t) = \int_0^t \lambda \times e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-t\lambda}. \quad (4.2)$$

Nas variáveis deste modelo tem-se o valor esperado e a variância de C dados por:

$$E(C) = \frac{1}{\lambda}, \quad Var(C) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (4.3)$$

Com isto, o valor esperado para o tempo de espera $E(C)$ é de $1/\lambda$, ou seja, o tempo de espera entre clientes médio é de $1/\lambda$ unidades de tempo por cliente. A velocidade de chegada é λ clientes por unidade de tempo. Assim, o valor λ representa a taxa de chegada de clientes por unidade de tempo.

O coeficiente de variação c_c é dado pela raiz quadrada de:

$$c_c^2 = \frac{Var(C)}{(E(C))^2} = 1 \quad (4.4)$$

Quando se pretende medir o número de clientes que chegam num intervalo de tempo Δt , tem-se uma variável discreta N correspondente ao modelo de Poisson, para a qual se podem determinar o valor esperado e diferentes probabilidades:

Valor esperado corresponde a uma média de $\lambda \times \Delta t$ clientes para um período de tempo Δt

$$P(N = 0) = e^{-\lambda \Delta t}, \quad P(N = 1) = \lambda \times \Delta t \times e^{-\lambda \Delta t} \quad (4.5)$$

$$P(N > 1) = 1 - e^{-\lambda \Delta t} - \lambda \times \Delta t \times e^{-\lambda \Delta t} \quad (4.6)$$

Neste caso particular em que é conhecido de forma precisa a distribuição de probabilidades do número de clientes que chegam, o sistema de fila de espera segue o modelo de Markov (M) na chegada de clientes. Como será visto, para este modelo vai ser possível dar uma descrição do tamanho da fila de espera no longo prazo, independentemente do modelo seguido no serviço dos clientes.

4.2.2. Modelo exponencial deslocado

Segundo Simaiakis [16], o modelo exponencial deslocado é o modelo que melhor se ajusta aos tempos de serviço observados nas operações de descolagem de aeronaves num aeroporto. Diferentemente ao modelo exponencial que tem suporte no intervalo $[0, +\infty[$, ou seja, os tempos de serviço são qualquer valor positivo, o modelo exponencial deslocado tem suporte no intervalo $[s, +\infty[$, onde $s > 0$ representa o tempo mínimo necessário para ocorrer o serviço. De notar que o número máximo de serviços por unidade de tempo será $k = 1/s$.

Neste modelo, assume-se que $S - s$ tem uma distribuição exponencial com parâmetro $1/f > 0$. A variável S tem a seguinte densidade de probabilidade:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{f} e^{-\frac{x-s}{f}}, & x \geq s \\ 0, & x < s \end{cases} \quad (4.7)$$

e distribuição de probabilidade:

$$G(t) = P(S \leq t) = \int_{-\infty}^t g(x) dx = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{t-s}{f}}, & t \geq s \\ 0, & t < s \end{cases} \quad (4.8)$$

Sabendo que $S - s$ é exponencial com parâmetro $1/f$, então o valor esperado e variância de S são:

$$\bar{s} = E(S) = s + E(S - s) = s + f \quad (4.9)$$

$$\sigma_s^2 = Var(S) = Var(S - s) = f^2 \quad (4.10)$$

Assim, o tempo mínimo s mais a folga esperada adicional f resultam no valor esperado de tempo de serviço. Já a variância do tempo de serviço trata-se do quadrado da folga esperada adicional.

A taxa de serviço, ou velocidade de serviço, é o inverso de $E(S)$ e representa uma estimativa do número de serviços feitos por unidade de tempo. Esta taxa de serviço chama-se μ no modelo de Gilbo [8] e para o modelo exponencial deslocado tem-se:

$$\mu = \frac{1}{s + f} \quad (4.11)$$

Se se considerar $\delta = f/s > 0$, o fator de desvio entre o tempo mínimo de serviço e o tempo médio de serviço, ou seja, $\bar{s} = s \times (1 + \delta)$, tem-se:

$$\bar{s} = s \times (1 + \delta), \quad \sigma_s^2 = s^2 \times \delta^2 \quad (4.12)$$

O coeficiente de variação c_s da variável S é a raiz quadrada de:

$$c_s^2 = \frac{Var(S)}{(\bar{s})^2} = \frac{f^2}{(s+f)^2} = \frac{\delta^2}{(1+\delta)^2} \quad (4.13)$$

O conhecimento dos parâmetros δ e s neste caso é equivalente ao conhecimento do coeficiente de variação de duração do serviço $\frac{\delta}{1+\delta}$ (que neste modelo é sempre inferior a 1) e da taxa de serviço $\mu = \frac{1}{\bar{s}} = \frac{1}{s \times (1+\delta)}$.

4.2.3. Modelo de Erlang

As variáveis aleatórias do modelo de Erlang com parâmetro de forma k são variáveis que medem o tempo de espera necessário para que sejam superadas k observações de um evento de tipo Poisson. São apropriadas para modelar o tempo de espera até uma situação em que foram superados k passos prévios e portanto é uma distribuição típica na teoria de filas de espera.

Para Shone et al. [9] e Jacquillat e Odoni [14], os aeroportos podem ser modelados como sistemas nos quais as filas de espera de aterragem e descolagem evoluem independentemente e os tempos de serviço para operações de aterragem e para operações de descolagem são tempos aleatórios que seguem uma distribuição de Erlang E_k .

O modelo de Erlang tem a vantagem de existirem fórmulas específicas para medir as probabilidades de que a fila de espera atinja um determinado tamanho, probabilidades que são estudadas mais à frente, tratando-se de uma situação mais realista do que utilizar um modelo exponencial para estes tempos de serviço, porque o tempo restante de serviço irá diminuir em função do tempo de serviço já empregue até ao momento, o que não acontece no modelo exponencial. No entanto, o suporte da variável S continua a ser $[0, +\infty[$ e, em princípio, o tempo S poderia tomar valores próximos de 0, o que é uma desvantagem com respeito ao modelo exponencial deslocado. Se se assumir que S tem distribuição de Erlang, a variável tem densidade de probabilidade:

$$h(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{f}\right)^k \times e^{-x/f} \\ x \times (k-1)! \end{cases}, \quad x > 0 \quad (4.14)$$

$$0, \quad x \leq 0$$

e distribuição de probabilidade:

$$H(t) = P(S \leq t) = \int_{-\infty}^t h(x) dx = \begin{cases} 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{1}{n!} \times \left(\frac{t}{f}\right)^n \times e^{-t/f}, & t \geq 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

O valor esperado e a variância de S são:

$$\bar{s} = E(S) = f \times k, \quad \text{Var}(S) = f^2 \times k \quad (4.16)$$

O coeficiente de variação c_s é dado pela raiz quadrada de:

$$c_s^2 = \frac{\text{Var}(S)}{(E(S))^2} = \frac{1}{k} \quad (4.17)$$

O valor inteiro k determina o coeficiente de variação no serviço (seria de $\sqrt{\frac{1}{k}}$) e a taxa de serviço é de $\mu = \frac{1}{\bar{s}} = \frac{1}{f \times k}$.

O conhecimento do coeficiente de variação e da taxa de serviço equivale ao conhecimento dos parâmetros k e f . O coeficiente de variação utilizado não é arbitrário, visto que $\frac{1}{c^2}$ deve resultar num valor inteiro, o parâmetro k .

4.2.4. Modelo normal

Segundo o teorema do limite central, quando uma variável aleatória é obtida como soma de um número elevado de termos aleatórios independentes, no limite quando estes fatores são muitos, a variável segue uma distribuição normal. Assim, pode-se considerar que o tempo S que demora a ser servido um cliente é aleatório e com distribuição normal. Deste modo, se se chamar \bar{s} ao valor esperado de S e se chamar a $c > 0$ de coeficiente de variação (o desvio-padrão seria $\sigma = \bar{s} \times c$), tem-se a distribuição com densidade:

$$j(x) = \frac{1}{\bar{s} \times c \times \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{\left(\frac{x}{\bar{s}} - 1\right)^2}{2 \times c^2}} \quad (4.18)$$

A função de distribuição é a função de distribuição normal, na qual se pode utilizar \bar{s} e c como parâmetros em lugar de $\mu = \bar{s}$ e $\sigma = \bar{s} \times c$. Assim, o valor esperado e a variância são:

$$\bar{s} = E(S), \quad \text{Var}(S) = \bar{s}^2 \times c^2 \quad (4.19)$$

Deste modo, o coeficiente de variação c_s é dado pelo valor c . A taxa de serviço é $\mu = 1/\bar{s}$.

A grande desvantagem desta variável para modelar tempos de serviço é que estes tempos só podem ser positivos e uma variável do modelo normal tem sempre uma probabilidade não nula de tomar valores negativos. No entanto, o modelo pode ser satisfatório quando o valor esperado for positivo e o coeficiente de variação for suficientemente pequeno.

4.3. Estimativa do coeficiente de variação no serviço de aterragem e descolagem a partir dos dados empíricos

O valor esperado do tempo de serviço está caracterizado pelo seu valor inverso: a taxa de serviço. Por sua vez, a taxa de serviço, ou seja, o número de aviões que são servidos nas operações de aterragem por unidade de tempo, está limitada pela taxa de serviço pretendida nas operações de descolagem, e reciprocamente. O aeroporto pode alterar ao longo do tempo o serviço prestado nas aterragens e nas descolagens.

No entanto, o coeficiente de variação do tempo de serviço é um parâmetro independente da escala utilizada. Para variações na velocidade de serviço, pode-se interpretar que houve uma mudança de escala na componente temporal e pode-se admitir que o coeficiente de variação (não depende da escala de medida utilizada) permanece constante. Por exemplo, definir um coeficiente de variação de 0.2 implica admitir que o desvio padrão no tempo de serviço é 20% do valor esperado para o tempo de serviço, não sendo relevante se, no período estudado, existia uma maior ou menor intensidade no serviço. Entende-se que o coeficiente de variação no tempo de serviço é um parâmetro característico da configuração de pistas do aeroporto, invariável nos diferentes slots temporais. Para o estudo a ser efetuado, é de interesse identificar quais são os valores típicos deste coeficiente de variação, para operações de aterragem, ou para operações de descolagem, em diferentes aeroportos, e para diferentes configurações das pistas.

Existem numerosas fontes com dados sobre a distribuição empírica de tempos de serviço em diferentes aeroportos. Simaiakis [28] refere que para uma determinada configuração das pistas no aeroporto internacional de Boston, tem-se um valor esperado de serviço de descolagem de 9,81 minutos com variância de 1,90.

Tabela 4.1 – Valores médios e variâncias para diferentes conceitos de tempo de serviço de descolagem no aeroporto internacional de Boston [28]

Distribution	Mean	Variance	KL Divergence
f_{rw}	9.81	1.90	–
f_{rm}	9.81	1.80	0.0102
\tilde{f}_{de}	9.81	1.77	0.0079

Com base nesta tabela, conhecem-se os valores da média e da variância do tempo de serviço:

$$E(S) = 9.81$$

$$Var(S) = \sigma_S^2 = 1.90$$

E o quadrado do coeficiente de variação para os serviços de descolagem:

$$c_S^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} = \frac{1.90}{9.81^2} \approx 0.0197$$

No artigo de Idris [29] é referido para o aeroporto de Logan um valor esperado para o serviço de descolagem de 11m41s, com desvio padrão de 3m13s, como se pode observar na figura 4.1:

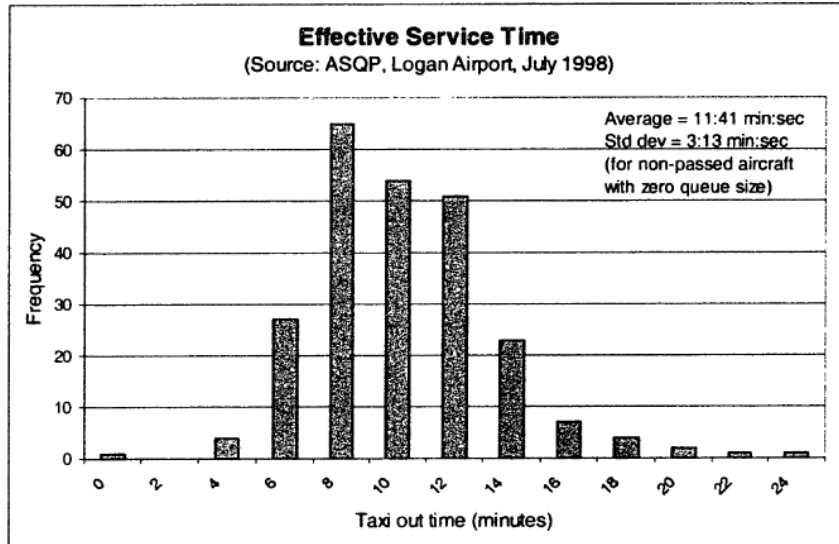


Figura 4.1 – Distribuição do tempo de serviço de descolagem no aeroporto Logan [29]

De acordo com a figura acima, conhecem-se os valores da média e do desvio padrão do tempo de serviço de descolagem:

$$E(S) = 11 + \frac{41}{60} \approx 11.6833$$

$$\sigma_S = 3 + \frac{13}{60} \approx 3.2167$$

Logo, determina-se o valor da variância:

$$Var(S) = \sigma_S^2 = 3.2167^2 \approx 10.3469$$

E o quadrado do coeficiente de variação:

$$c_S^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} = \frac{10.3469}{11.6833^2} \approx 0.0758$$

Idris [29] distingue ainda os tempos de taxi-out das aeronaves não ultrapassadas, ou seja, que passam por uma fila de espera de tamanho regular e os tempos de taxi-out das aeronaves ultrapassadas, ou seja, que passam por uma fila de espera com um tamanho superior, devido ao facto de ser atribuída maior prioridade a um tipo de aeronave diferente. O tempo de serviço de taxi-out no aeroporto de Logan em dois tipos diferentes de aeronaves, sendo estas as aeronaves não ultrapassadas e as aeronaves ultrapassadas, é apresentada na figura 4.2:

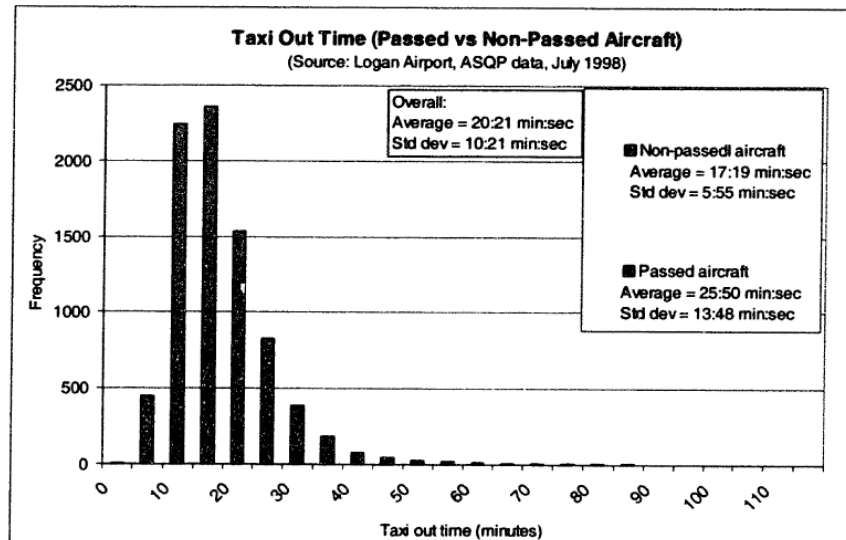


Figura 4.2 – Distribuição do tempo de serviço de descolagem no aeroporto Logan, distinção por categorias [29]

O tempo médio de taxi-out das aeronaves não ultrapassadas é de 17:19 minutos com desvio padrão de 5:55 minutos para um tamanho de fila de espera médio de 4.5 aeronaves e o tempo médio de taxi-out das aeronaves ultrapassadas é de 25:50 minutos com desvio padrão de 13:48 minutos para um tamanho de fila de espera médio de 7.4 aeronaves.

A partir da figura acima, conhecem-se os valores da média e do desvio padrão do tempo de serviço de taxi-out na situação das aeronaves não ultrapassadas:

$$E(S) = 17 + \frac{19}{60} \approx 17.3167$$

$$\sigma_S = 5 + \frac{55}{60} \approx 5.9167$$

Logo, determina-se o valor da variância:

$$Var(S) = \sigma_S^2 = 5.9167^2 \approx 35.0069$$

E o quadrado do coeficiente de variação:

$$c_S^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} = \frac{35.0069}{17.3167^2} \approx 0.1167$$

Frankovich [30] considera os dados históricos para a média e desvio padrão do tempo de serviço relativos ao aeroporto DFW, desde o momento em que a aeronave abandona a porta de embarque até ao momento em que o avião descola na pista no caso das descolagens e desde o momento em que a avião aterriza até à chegada à porta de embarque no caso das aterragens:

Tabela 4.2 – Valores médios e variâncias para os serviços de aterragem e descolagem em diferentes voos no aeroporto DFW [30]

\mathcal{F}	Optimized Surface Times				Historic Surface Times			Comp. Time (s)
	Dep. G.H.	Dep.	Arr.	Avg.	Dep.	Arr.	Avg.	
155	1.8/2.7	9.5/1.8	10.8/2.6	10.2/2.3	13.0/3.9	8.9/3.9	10.7/4.4	1430
175	2.2/3.2	9.2/1.9	10.7/2.4	9.9/2.2	12.8/3.2	9.3/4.4	11.2/4.2	1465
153	1.0/1.8	9.5/2.0	10.6/2.3	10.0/2.2	13.5/3.0	9.2/4.9	11.6/4.5	211
155	1.0/1.2	9.6/1.9	11.1/2.4	10.4/2.3	13.5/3.9	9.0/3.7	11.0/4.4	379
168	0.9/1.4	9.3/1.9	11.8/2.8	10.5/2.7	13.0/2.9	10.1/5.7	11.6/4.7	546
171	2.1/3.0	10.0/2.1	11.4/2.5	10.7/2.4	13.6/3.2	8.9/3.9	11.3/4.3	600
159	1.3/1.6	9.1/1.8	10.8/2.4	10.0/2.3	13.9/3.1	9.1/3.9	11.4/4.3	806
153	0.7/1.0	9.0/1.8	11.1/2.1	10.1/2.2	13.4/3.8	9.6/3.6	11.2/4.1	463

Tem-se 8 medições de média e desvio padrão para diferentes conjuntos de voos e 8 coeficientes de variação para o serviço de descolagem em diferentes modalidades.

Os quadrados dos coeficientes de variação medidos em diferentes situações para o serviço de descolagem situam-se entre 0.049 e 0.09, com uma mediana de $c_s^2 = 0.0589$.

Para o serviço de aterragem estes quadrados de coeficiente de variação situam-se entre 0.14062 e 0.3185, com uma mediana de $c_s^2 = 0.192$.

Frankovich [30] considera ainda os dados históricos para a média e desvio padrão do tempo de serviço relativos ao aeroporto BOS, desde o momento em que a aeronave abandona a porta de embarque até ao momento em que o avião descola na pista no caso das descolagens e desde o momento em que a avião aterra até à chegada à porta de embarque no caso das aterragens:

Tabela 4.3 – Valores médios e variâncias para os serviços de aterragem e descolagem em diferentes voos no aeroporto BOS [30]

\mathcal{F}	Optimized Surface Times				Historic Surface Times			Comp. Time (s)
	Dep. G.H.	Dep.	Arr.	Avg.	Dep.	Arr.	Avg.	
90	1.6/2.0	13.7/0.8	4.4/1.2	9.3/4.8	18.7/6.0	5.2/1.1	12.4/8.1	418
91	0.8/1.0	14.0/0.8	4.5/1.2	9.6/4.8	16.7/4.8	6.1/1.7	11.6/6.5	388
80	2.2/3.9	16.4/0.7	5.0/1.1	12.2/5.6	17.6/5.3	5.9/2.0	13.1/7.2	168
63	0.5/0.7	16.6/0.6	4.9/1.1	10.3/5.9	18.2/8.4	6.5/1.7	12.2/8.4	161
63	0.5/0.7	16.0/0.8	5.0/1.1	10.1/5.6	18.5/8.2	4.4/1.1	10.9/9.0	229
71	1.3/1.5	11.6/1.0	8.2/0.8	10.1/1.9	16.6/4.4	5.1/0.9	11.4/6.6	1457
59	2.6/5.2	13.8/0.7	4.6/1.3	8.5/4.7	14.7/4.9	5.8/1.3	9.9/5.7	325
63	0.9/1.1	16.2/0.9	4.9/1.1	10.5/5.7	17.1/6.9	6.6/1.8	11.3/7.1	187

Os tempos de serviço para diferentes grupos de aviões a descolar apresentam quadrados de coeficiente de variação c_s^2 entre 0.213 e 0.070, com uma mediana de $c_s^2 = 0.107$.

Para os grupos de aviões a aterragem os quadrados de coeficiente de variação que se encontram são c_s^2 situados entre 0.1149 e 0.0311, com mediana de 0.0655.

Idris, Clarke, Bhuvu e Kang [31] distinguem o tempo de serviço de taxi-out sem restrições e com vários tipos de restrições no aeroporto de Logan:

Tabela 4.4 – Valores médios e variâncias para o serviço de taxi-out sem restrições e com vários tipos de restrições no aeroporto de Logan [31]

Restriction type	Mean "taxi-out" (min)	Standard deviation (min)	p-value (mean difference with No restriction)	Observations
No restriction	193	7.3		6896
In-Traï (Destination)	216	7.9	0.006	78
In-Traï (Local)	229	11.9	1.90E-08	342
DSP	206	7.9	0.002	329
EDCT	279	21	0.007	39
GS (Destination)	464	26.5	7.40E-06	27
GS (Local)	317	15.7	1.50E-07	55

Restriction type	Mean "schedule-to-pushback" (min)	Standard deviation (min)	p-value (mean difference with No restriction)	Observations
No restriction	6.4	23.7		6983
In-Traï (Destination)	7.3	17.2	0.34	60
In-Traï (Local)	203	40	6.60E-10	325
DSP	6.2	20.7	0.45	298
EDCT	30.1	59.2	0.008	39
GS (Destination)	363	67.2	0.007	34
GS (Local)	165	20.7	0.001	41

Neste caso, conhecem-se os valores da média e do desvio padrão do tempo de serviço de taxi-out sem restrições:

$$E(S) = 19.3$$

$$\sigma_S = 7.3$$

Logo, determina-se o valor da variância:

$$Var(S) = \sigma_S^2 = 7.3^2 = 53.29$$

E o quadrado do coeficiente de variação:

$$c_S^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} = \frac{53.29}{19.3^2} \approx 0.1431$$

Em qualquer dos serviços observados encontram-se coeficientes de variação significativamente diferentes de 1. Portanto, não pode ser assumido que estes serviços seguem o modelo exponencial. Existem motivos para ajustar esta informação a algum dos modelos alternativos: exponencial deslocado, Erlang ou modelo normal. Após serem conhecidos o valor médio e o desvio padrão do tempo de serviço, podem ser estimados os parâmetros s, f do modelo exponencial deslocado, os parâmetros f, k do modelo de Erlang e os parâmetros \bar{s}, c do modelo normal, que melhor se ajustam a estes dados. Por exemplo, considerando novamente os dados referidos por Idris [15] para o aeroporto de Logan, no caso dos serviços de descolagem, tem-se:

$$E(S) \approx 11.6833$$

$$\sigma_S \approx 3.2167$$

$$Var(S) = \sigma_S^2 \approx 10.3469$$

$$c_s^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} \approx 0.0758$$

Assim sendo, no modelo exponencial deslocado estimam-se os parâmetros s, f :

$$\sigma_s^2 = Var(S) = Var(S - s) = f^2 \approx 10.3469 \leftrightarrow f \approx \sqrt{10.3469} \leftrightarrow f \approx 3.2167$$

$$\bar{s} = E(S) = s + E(S - s) = s + f \approx 11.6833 \leftrightarrow s \approx 11.6833 - f \leftrightarrow s \approx 11.6833 - 3.2167 \leftrightarrow s \approx 8.4666$$

O tempo de serviço de descolagem ajusta-se ao modelo exponencial deslocado, com um tempo mínimo de serviço de 8.5 minutos e com uma folga esperada de 3.21 minutos.

E no modelo de Erlang tem-se os parâmetros f, k :

$$c_s^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} = \frac{1}{k} \approx 0.0758 \leftrightarrow k \approx \frac{1}{0.0758} \leftrightarrow k \approx 13.1926$$

$$\bar{s} = E(S) = f \times k \approx 11.6833 \leftrightarrow f \approx \frac{11.6833}{k} \leftrightarrow f \approx \frac{11.6833}{13.1926} \leftrightarrow f \approx 0.8856$$

O tempo de serviço de descolagem ajusta-se ao modelo de Erlang com parâmetro de forma aproximado $k = 13$ e com taxa aproximada $f = 0.9$.

Finalmente, no modelo normal determinam-se os parâmetros \bar{s}, c :

$$\bar{s} = E(S) \approx 11.6833$$

$$Var(S) = \bar{s}^2 \times c^2 \approx 10.3469 \leftrightarrow c \approx \sqrt{\frac{10.3469}{\bar{s}^2}} \leftrightarrow c \approx \sqrt{\frac{10.3469}{11.6833^2}} \leftrightarrow c \approx 0.2753$$

Neste caso, a aproximação da taxa de serviço de descolagem ao modelo normal tem média aproximada de 11m40s e taxa de variação de 27.53%.

Os tempos de serviço de aterragem devem ser medidos em termos de serviço efetivo, ou seja, desde o momento em que é dada autorização para aterragem até ao momento em que o avião, depois de aterrar, deixa a pista livre. A bibliografia relativa às aterragens foca-se normalmente no atraso experienciado pelo avião, não sendo fácil encontrar na literatura uma fonte de dados sobre os tempos de serviço de aterragem que possa ser utilizada como fonte confiável para estimar o coeficiente de variação do serviço de aterragem.

4.4. Modelo $M/M/1$ e taxa de utilização do serviço

A teoria de filas de espera descrita por Sztrik [26] refere a seguinte notação clássica (chamada notação de Kendall) que caracteriza um sistema de filas de espera:

$$A/B/m$$

Nesta notação, A representa a função distribuição dos tempos entre chegadas de clientes, B representa a função distribuição dos tempos de serviço e m representa o número de servidores.

As variáveis aleatórias exponencialmente distribuídas são denominadas de M , o que significa processo de Markov com tempos de chegada exponenciais, ou com “falta de memória”.

No estudo das filas de espera são utilizadas como referência as notas do curso de Willig [32], onde se refere que quando se pretende descrever o estado de um sistema de filas de espera num determinado momento t , é necessário considerar as variáveis aleatórias $N(t)$ e $X(t)$. A variável aleatória $N(t)$ representa o número de clientes no sistema no momento t e a variável aleatória $X(t)$ representa o tempo de serviço já recebido pelo cliente nesse momento t . Esta variável $X(t)$ é importante, pois o tempo de serviço já recebido não tem “falta de memória” e depende do momento em que se iniciou o serviço. Considerando o momento t_n em que o n -ésimo cliente termina o seu serviço, o tempo de serviço já oferecido ao cliente seguinte é $X(t_n) = 0$. Neste caso, o estado do sistema é representado por $N(t_n)$.

Numa situação em que se pretende estudar uma família de variáveis aleatórias $X(t)$ dependentes de um parâmetro t (o tempo), a esta situação é o que se chama de um sistema estocástico. Os sistemas estocásticos mais simples são aqueles onde o parâmetro tempo está discretizado e onde as variáveis aleatórias num determinado tempo são dependentes apenas do valor das variáveis em tempos anteriores, normalmente no tempo discreto imediatamente anterior. A cadeia de Markov é um caso particular de um processo estocástico em que os estados são discretos e a distribuição de probabilidade do estado seguinte depende do estado atual e não depende dos eventos antecessores.

Segundo a notação de Kendall um sistema de filas de espera $M/M/1$ é um sistema onde os tempos entre chegada são exponencialmente distribuídos com parâmetro λ , assim como os tempos de serviço são exponencialmente distribuídos com parâmetro μ . Este sistema tem apenas um servidor, sendo a chegada de clientes feita a partir de uma fonte potencialmente infinita.

Segundo a teoria de filas de espera descrita por Willig [32], ao considerar o número de clientes do sistema como o estado do mesmo, obtém-se uma cadeia de Markov. O sistema $M/M/1$ trata-se de um sistema onde, a qualquer momento, ocorre no máximo um evento, sendo este evento a chegada de um novo cliente ou a conclusão do serviço a um cliente. Este trata-se de um sistema simples, pois a taxa de chegada e a taxa de serviço são variáveis independentes. O diagrama de taxa de transição de estado da cadeia de Markov de tempo contínuo está representado na figura 4.3:

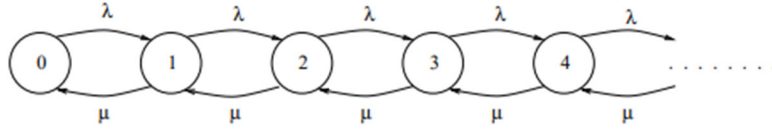


Figura 4.3 – Cadeia de Markov em tempo contínuo para o caso M/M/1 [32]

De forma a avaliar o desempenho do sistema, o tamanho da fila de espera em diferentes momentos do dia representa uma variável importante. Deste modo, tem-se o valor inteiro $N(t)$, aleatório e dependente do tempo, que representa o número de clientes em espera. Este valor $N(t)$ é discreto para qualquer instante temporal t , sendo que o seu comportamento é dado por uma medida de probabilidade:

$$P(N(t) = k) = p_k(t), \quad \text{sendo que } \sum_{k=0}^{\infty} p_k(t) = 1. \quad (4.20)$$

A probabilidade em estado estacionário do sistema se encontrar no estado k ($k \in \mathbb{N}$) é p_k , definida por:

$$p_k = \lim_{t \rightarrow \infty} p_k(t) \quad (4.21)$$

$p_k(t)$ representa a probabilidade, dependente do tempo, de haver k clientes no sistema, num dado momento. Esta probabilidade em estado estacionário p_k não depende de t .

Se se admitir que o comportamento de $C(t)$ e $S(t)$, vistos anteriormente, vai seguir uma distribuição exponencial, com λ e μ constantes, obtém-se, tirando termos quadráticos em Δt , uma probabilidade $\lambda \times \Delta t$ de chegada de um cliente, uma probabilidade $\mu \times \Delta t$ de completar o serviço de um cliente e uma probabilidade $1 - (\lambda + \mu) \times \Delta t$ de chegada e término do serviço de um cliente. Portanto:

$$p_k(t + \Delta t) = p_{k-1}(t) \times (\lambda \Delta t) + p_k(t) \times (1 - (\lambda + \mu) \Delta t) + p_{k+1}(t) \times (\mu \Delta t) + \dots \text{ termos} \quad (4.22)$$

Ou seja:

$$p_k'(t) = \lambda \times p_{k-1}(t) - (\lambda + \mu) \times p_k(t) + \mu \times p_{k+1}(t). \quad (4.23)$$

Considerando que a situação estacionária é atingida para $t \rightarrow \infty$, tem-se $p_k'(t) \rightarrow 0$, pode-se resolver a igualdade $0 = \lambda \times p_{k-1} - (\lambda + \mu) \times p_k + \mu \times p_{k+1}$ e obtém-se:

$$p_k = (1 - \rho) \rho^k, \quad \text{sendo } \rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1. \quad (4.24)$$

A constante λ/μ trata-se da taxa de utilização. Esta taxa de utilização $\rho = \lambda/\mu$ é assumida como sendo inferior a 1, caso contrário não existe um estado estacionário e o tamanho da fila aumenta até ao infinito.

A teoria geral de filas de espera descrita por Willig [32] refere que a taxa de utilização indica a fração de tempo em que o servidor está ocupado. Por exemplo, se se considerar, em média, uma taxa de procura de serviço de 12 clientes por hora e uma taxa máxima de clientes que podem concluir o serviço de 20 clientes por hora, tem-se uma taxa de utilização $\rho = \frac{12}{20} = 0.6$, ou seja, o servidor está ocupado 60% do tempo e disponível devido ao sistema estar vazio os restantes 40% do tempo. A taxa de utilização é a probabilidade do sistema não estar vazio em qualquer momento no estado estacionário:

$$\text{Utilização} = 1 - p_0 = \rho \quad (4.25)$$

No caso particular das operações de descolagem e aterragem num aeroporto, tem-se duas filas de espera a agir de forma separada, a correspondente às operações de aterragem e a correspondente às operações de descolagem. Para cada uma destas filas de espera, em cada instante t tem-se as variáveis $N^a(t)$ que medem o tamanho da fila de espera dos aviões que pretendem aterrar e $N^d(t)$ que medem o tamanho da fila de espera dos aviões que pretendem descolar, num dado momento t .

Deste modo, as probabilidades de que o tamanho das diferentes filas em diferentes momentos t sejam um valor k , podem ser representadas da seguinte forma:

$$p_k^a(t) = P(N^a(t) = k) \quad e \quad p_k^d(t) = P(N^d(t) = k) \quad (4.26)$$

De notar que se pode assumir que ambas as filas de espera vão ter comportamentos independentes, mas aquando da escolha das taxas de serviço μ^a e μ^d que são aplicadas nas operações de aterragem e descolagem, respetivamente, cada uma destas escolhas está condicionada pela outra devido ao facto de o par de taxas representar um ponto no domínio de capacidades de Gilbo.

A Lei de Little [33] é um teorema aplicável na teoria de filas de espera e refere que quando medido em intervalos de tempo grandes, o número médio de clientes e o tempo médio que o cliente passa no sistema de filas de espera estão relacionados pela seguinte igualdade:

$$N = \lambda \times T \quad (4.27)$$

Nesta fórmula, N representa o número médio de clientes no sistema, λ representa a taxa de chegada de clientes e T representa o tempo médio que um cliente permanece no sistema, desde chegada à fila de espera até à conclusão do serviço. Deste modo, a Lei de Little é utilizada para determinar medidas de desempenho de um sistema, como o tempo médio de resposta e o número médio de clientes no sistema.

- Medidas de desempenho

O número médio de clientes no sistema no estado estacionário é representado pela expressão:

$$\bar{N} = E[N] = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k = p_0 \times \left(\sum_{k=0}^{\infty} k \rho^k \right) = (1 - \rho) \times \frac{\rho}{(1 - \rho)^2} = \frac{\rho}{1 - \rho} \quad (4.28)$$

Na qual é utilizada a soma:

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \rho^k = \frac{\rho}{(1 - \rho)^2}, \quad \text{para } |\rho| < 1 \quad (4.29)$$

A fórmula que determina o número médio de clientes no sistema é válida apenas quando $0 < \rho < 1$.

Deste modo, pode-se visualizar a relação existente entre a taxa de utilização ρ e o número médio de clientes no sistema através do gráfico da figura 4.4:

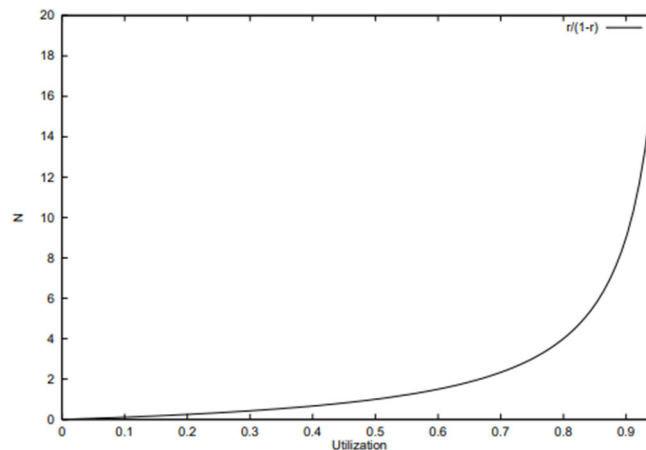


Figura 4.4 – Número médio de clientes versus Utilização [32]

Verifica-se que \bar{N} tende para infinito quando ρ se aproxima de 1, ou seja, taxas de utilização próximas de 1 levam o sistema à instabilidade.

4.5. Modelo $M/G/1$ em estado estacionário

Considera-se agora um sistema de filas de espera do tipo $M/G/1$. Segundo Sztrick [26], este sistema tem as seguintes características:

- No sistema $M/G/1$ tem-se um único servidor que presta um serviço aos clientes;

- Os clientes chegam com um tempo de espera entre clientes C , variável aleatória do modelo exponencial com parâmetro $\lambda = 1/E(C)$. Como $E(C)$ se trata do tempo médio de espera até chegar um novo cliente, o valor λ considera-se como sendo uma taxa de número de clientes por unidade de tempo;

- Um tempo de serviço de clientes S , valor aleatório com uma distribuição qualquer (denominada “geral”) e com $\mu = 1/E(S)$ conhecido (o valor μ considera-se como sendo uma taxa do número de clientes que se consegue servir por unidade de tempo).

O valor $\rho = \lambda \times E(S) = \frac{E(S)}{E(C)}$ mede a relação que existe entre o tempo esperado de serviço e o tempo esperado até chegar um novo cliente. Quando $\rho < 1$ este valor é interpretado como taxa de utilização do sistema. Se $\rho > 1$, a taxa de chegada de clientes por unidade de tempo é superior à taxa com que estes clientes conseguem ser servidos e, assim, a fila de espera cresce de forma limitada. Quando $\rho > 1$, este parâmetro mede até que ponto o servidor está saturado e trata-se de uma taxa de saturação do sistema.

Segundo a teoria de filas de espera descrita por Willig [32], neste sistema $M/G/1$ o valor esperado para o tempo R que resta até à chegada do próximo cliente é dado por:

$$E[R] = \frac{E(C^2)}{2 \times E[C]} = \frac{E[C]}{2} + \frac{\sigma^2}{2 \times E[C]} \quad (4.30)$$

Outra representação para este valor esperado $E[R]$ pode ser dada por:

$$E[R] = \frac{E[C]}{2} \times (1 + c_c^2) \quad (4.31)$$

c_c^2 trata-se do quadrado do coeficiente de variação da distribuição de tempos entre chegadas de clientes e, para uma variável aleatória C com valor esperado e variância finitos, o quadrado do coeficiente de variação é definido por:

$$c_c^2 = \frac{Var[C]}{(E[C])^2} \quad (4.32)$$

Este parâmetro representa uma medida do desvio quadrático médio de uma variável aleatória C em relação à sua média, independente da escala utilizada nas medições.

Relativamente ao serviço, o valor esperado da variável aleatória para os tempos de serviço S representa-se por:

$$E(S) = \frac{1}{\mu} \quad (4.33)$$

No qual $1/\mu$ mede o tempo esperado de serviço por cliente e o seu inverso será o número de clientes que é possível servir, por unidade de tempo e supondo que existe uma fila de espera infinita de clientes.

$$c_s^2 = \frac{Var(S)}{(E(S))^2} \rightarrow 1 + c_s^2 = \frac{Var(S) + (E(S))^2}{(E(S))^2} = \frac{E(S^2)}{(E(S))^2} \quad (4.34)$$

Sendo c_s^2 o quadrado do coeficiente de variação associado à variável aleatória do tempo de serviço. A relação entre o momento de ordem 2 e o quadrado do momento de ordem 1 da variável S é dada por $1 + c_s^2$ e será denominado de fator quadrático de momentos, representado por q_s .

Pode-se considerar que c_s ou $1 + c_s^2$ são valores fixos conhecidos e que medem a variabilidade de S , medida em termos do valor médio $1/\mu$.

Chama-se W ao tempo de espera ("waiting time") até começar a ser servido um cliente que acaba de chegar, incluindo o tempo até os clientes com precedência no atendimento na fila serem servidos e o tempo de serviço do cliente atualmente a ser servido. Sabendo que cada um dos Q clientes em fila de espera deve ter um serviço de duração esperada $E(S)$ e que ρ se trata da probabilidade do servidor estar ocupado, tem-se:

$$E(W) = E(Q) \times E(S) + \rho \times E(R) \quad (4.35)$$

A Lei de Little indica uma relação entre a duração da espera e a taxa de chegadas, bem como o tamanho da fila:

$$\lambda \times E(W) = E(Q) \quad (4.36)$$

o que leva à fórmula do tempo W até o cliente começar a ser servido:

$$E(W) = \frac{\rho}{1 - \rho} \times E(R) = \frac{\rho}{2 \times (1 - \rho)} \times \frac{E(S^2)}{E(S)} \quad (4.37)$$

Para se obter o tempo T desde que o cliente entra na fila até que termina de ser servido, soma-se o tempo do serviço $E(S)$ e o tempo em fila de espera $E(W)$, tendo em conta que $\rho = \lambda \times E(S)$:

$$\begin{aligned} E(T) &= E(S) + E(W) = E(S) + \frac{\rho}{2 \times (1 - \rho)} \times \frac{E(S^2)}{E(S)} \\ &= \frac{1}{\lambda} \times \left(\rho + \frac{\rho^2}{2 \times (1 - \rho)} \times \frac{E(S^2)}{E(S)} \right) \end{aligned} \quad (4.38)$$

Com base na Lei de Little, a relação entre o número de clientes no sistema N , a taxa de chegadas λ e o tempo que o cliente passa no sistema desde a sua chegada à fila de espera até ao término do serviço é dado pela seguinte fórmula:

$$E(N) = \lambda \times E(T) = \rho + \frac{\rho^2}{2 \times (1 - \rho)} \times \frac{E(S^2)}{(E(S))^2} \quad (4.39)$$

Estas duas últimas equações tratam-se das fórmulas de Pollaczek-Khintchine. O número médio de clientes no sistema para diferentes coeficientes de variação e para ρ é representado na figura 4.5:

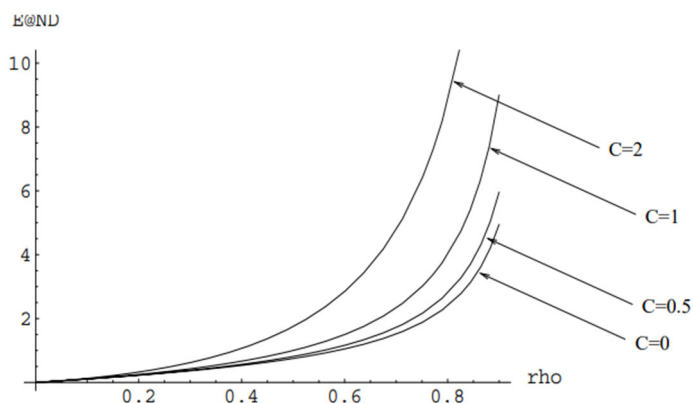


Figura 4.5 – Número médio de clientes no sistema para diferentes taxas de ocupação ρ e diferentes coeficientes de variação c_s do tempo de serviço [32]

Considerando que $E(S^2) \geq (E(S))^2$, deduz-se que no melhor caso, ou seja, quando a variável S é determinada, numa situação estacionária, o número esperado de clientes no sistema será constante, em média, $\rho + \frac{\rho^2}{2 \times (1 - \rho)}$ e que, para serviços com elevada variância, este número esperado de clientes, no caso estacionário, poderá ser superior.

4.5.1. Fórmulas de valor médio de Pollaczek-Khintchine

Considerando-se sempre a situação $\rho < 1$, deve-se esperar que a fila de espera possa crescer apenas de forma limitada. A variável que mede o número de clientes em fila de espera no instante t chama-se $N(t)$ e a $p_k(t)$ a probabilidade:

$$p_k(t) = P(N(t) = k) \quad (4.40)$$

A probabilidade $p_k(t)$ pode ser calculada caso se considere uma variável S concreta. Se é conhecido $p_k(t)$, no caso $\rho < 1$, pode ser determinado o limite:

$$p_k = \lim_{t \rightarrow \infty} p_k(t) \quad (4.41)$$

Assim, considerando o longo prazo, o comportamento da fila de espera terá uma estrutura estável, pelo que em qualquer momento (caso t seja suficientemente elevado) pode-se dizer que a probabilidade de $N(t) = k$ é um valor p_k fixo.

O valor W , o tempo de espera médio de um cliente que chega a esta fila, pode ser medido nesta situação estável, assim como Q , o tamanho da fila de espera. Estes valores podem ser utilizados como medidas do desempenho do servidor, e um bom desempenho pode ser caracterizado por um baixo valor de W ou de Q . As fórmulas Pollaczek-Khintchine indicam a relação entre todas estas variáveis:

$$E(W) = \frac{\rho}{1-\rho} \times \frac{c_s^2 + 1}{2} \times E(S) \quad (4.42)$$

$$E(Q) = \frac{\rho^2}{1-\rho} \times \frac{c_s^2 + 1}{2} \quad (4.43)$$

Sendo $c_s^2 = \frac{\text{var}(S)}{(E(S))^2}$ o quadrado do coeficiente de variação de S . Um parâmetro equivalente é a utilização de $(1 + c_s^2) = \frac{E(S^2)}{(E(S))^2}$, que será denominado de fator quadrático de momentos no serviço e representado por q_s .

Segundo Iglehart e Whitt [34], pode-se considerar o modelo geral $G/G/m$, onde se tem m servidores e tempos entre chegadas e tempos de serviço independente e identicamente distribuídos. Assume-se que os coeficientes de variação dos tempos entre chegadas de clientes e dos tempos de serviço são c_c^2 e c_s^2 , respetivamente. O comprimento da fila de espera neste modelo em estado estacionário, sem considerar os clientes a receber serviço, é aproximadamente (aproximação de Kingman):

$$E[Q] \approx \frac{\rho^2(c_c^2 + c_s^2)}{2(1-\rho)} \quad (4.44)$$

Capítulo 5

A gestão das filas de aterragem e descolagem

5.1. Modelização dinâmica das duas filas

Como já visto, a pista de aterragem fornece dois tipos de serviço: serviço de aterragem e serviço de descolagem. Assim, considera-se que se tem dois modelos de filas de espera que operam de modo independente um do outro.

Uma vez que existem dois tipos de clientes, os que pretendem aterrar e os que pretendem descolar, considera-se uma variável para cada tipo de cliente. Os valores aleatórios C^a e C^d medem o tempo decorrido entre a chegada de dois clientes consecutivos para o serviço de aterragem ou para o serviço de descolagem, respetivamente. A duração do slot temporal é utilizada como unidade de tempo nestas variáveis. Assume-se ainda que ambas seguem o modelo exponencial com parâmetros λ^a e λ^d (taxas de procura de serviço de aterragem e descolagem por cada slot temporal).

O serviço de aterragem e descolagem depende de várias decisões, mais concretamente da velocidade com que se servem os clientes. Com um único tipo de clientes num modelo de filas de espera, a variável aleatória S mede o tempo do serviço, desde que o cliente é admitido até que o serviço ao cliente é concluído, sendo característica dessa variável S a densidade de probabilidade de algum modelo contínuo, como os descritos na secção 4.2.

Para estes modelos, basta conhecer dois parâmetros de forma a caracterizar a variável: o valor esperado (inverso das taxas de serviço μ^a, μ^d) e os coeficientes de variação c^a, c^d ou equivalentemente os fatores quadráticos de momentos q^a, q^d .

Enquanto os valores λ^a e λ^d são taxas de chegada de clientes e portanto parâmetros que o gestor das pistas não pode alterar, os valores μ^a e μ^d são taxas de serviço que o gestor pode alterar, equilibrando-as segundo a necessidade de serviço de aterragem e de descolagem, sempre dentro do domínio convexo limitado pela curva de capacidades de Gilbo.

Relativamente aos parâmetros c^a e c^d dos coeficientes de variação (ou equivalentemente, se são conhecidos os fatores quadráticos de momentos q^a, q^d) para as variáveis de tempo de serviço, para uma configuração concreta das pistas de um aeroporto, pode-se assumir que estes valores são conhecidos, sem alteração nos diferentes slots temporais, e da forma \sqrt{k} (caso se considere o modelo de Erlang), igual a 1 (caso de considere o modelo exponencial clássico), ou outro valor para os restantes modelos.

Para uma escolha de μ^a , μ^d , q^a e q^d concretas (determinadas quando é conhecida a distribuição de probabilidades da variável de tempo de serviço), tem-se valores que podem ser utilizados para medir o desempenho do aeroporto (dados por $E(Q)$ ou $E(W)$) e estes valores vão depender das taxas de utilização $\rho^a = \lambda^a/\mu^a$, $\rho^d = \lambda^d/\mu^d$ e dos fatores quadráticos q^a, q^d correspondentes.

A situação real é dinâmica, pelo que o comportamento das variáveis C^a , C^d , S^a , S^d é diferente em diferentes períodos do dia, dando origem a vários valores aleatórios C_i^a , C_i^d , S_i^a , S_i^d , com distribuições diferentes para diferentes slots temporais i em $\{1, 2, \dots, N\}$.

Assume-se que os fatores quadráticos de momentos destas variáveis são fixos e a decisão tomada pelo gestor das pistas é a escolha de taxas μ_i^a , μ_i^d a aplicar para as operações de aterragem e descolagem nesse slot temporal.

Jacquillat e Odoni [24] referem que o controlo das taxas de serviço de aterragem e de descolagem implica decisões táticas por parte dos gestores de tráfego aéreo integradas no modelo de filas de espera estratégico de congestionamento aeroportuário. Este controlo encontra-se representado na figura 5.1:

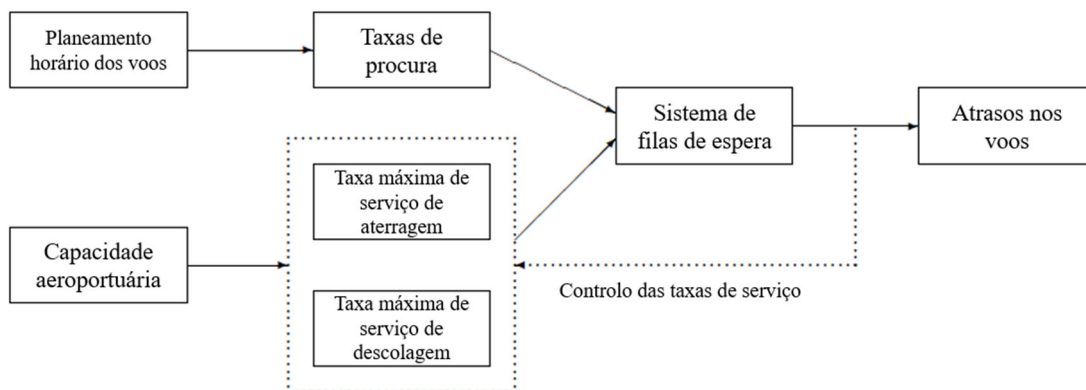


Figura 5.1 – Diagrama de parâmetros e decisões na gestão de operações nas pistas de um aeroporto – Adaptado de [24]

O planeamento horário dos voos permite extrair as taxas de procura λ_i^a , λ_i^d de operações de aterragem e de descolagem. Já a capacidade aeroportuária é selecionada pelo gestor, condicionada pela configuração das pistas do aeroporto, representada através das curvas de capacidade de Gilbo. Estas curvas estabelecem uma relação entre as taxas máximas de serviços que podem ser concluídos no caso das aterragens e as taxas máximas de serviços que podem ser concluídos no caso das descolagens. Por sua vez, as taxas de procura e as taxas de serviço constituem inputs no sistema de filas de espera. Quando as taxas de serviço são inferiores às taxas de procura, o serviço prestado não é suficiente para satisfazer a procura e as filas de espera aumentam de forma infinita. Neste caso, é feita uma realimentação no sistema, ou seja, são controlados os parâmetros das taxas de serviço que podem ser concluídos tanto na

aterragem como na descolagem. A manipulação das taxas de serviço permite estabelecer uma taxa de utilização inferior a 1, resultando numa fila de espera estável e num serviço que satisfaz toda a procura. A partir de um sistema de filas de espera estável (taxa de utilização inferior a 1) são determinados os atrasos nos voos previstos e é possível procurar um controlo das taxas de serviço que minimizem os custos de congestionamento.

Distinguindo as taxas de serviço, quando comparadas com a taxa de chegada de clientes:

- Com valores $\lambda \geq \mu$ que correspondem a sistemas sem estados estáveis, onde a fila de espera irá crescer de forma indefinida, considera-se um sistema saturado de filas de espera.

- A valores com $\lambda < \mu$, próximos um do outro, correspondem taxas de utilização $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ próximas de 1, onde a fila de espera estabiliza ao longo do tempo até um valor médio de z , considerado elevado, com $z > p$, sendo p um valor pré-definido e denominado de nível de serviço ou tolerância. Neste caso, considera-se um sistema em congestionamento. Nesta situação, os atrasos são elevados e pequenas alterações nos parâmetros resultam em elevadas variações nesses atrasos.

- Valores com $\lambda < \mu$ suficientemente afastados correspondem a valores $\rho < 1$ não próximos de 1. Desta maneira, o critério para ρ estar afastado de 1 é considerar $z \leq p$, sendo p o mesmo nível de tolerância definido anteriormente. Neste caso, considera-se um sistema sustentável.

Nesta situação dinâmica é útil considerar cada dia de operação do aeroporto decomposto em slots temporais de 15 minutos. Considera-se agora um dia de operação com 18 horas diárias de operação, supondo um tempo total de 1080 minutos e imaginando que este tempo se encontra dividido em slots de comprimento de 15 minutos, existindo 72 slots ao longo do dia.

Deste modo, considera-se que $I = \{1, 2, \dots, 72\}$ se trata do conjunto de todos os slots e que cada valor i representa o intervalo de tempo $15 \times (i - 1) \leq t \leq 15 \times i$.

Assume-se que se tem um horário a indicar que no slot i está prevista a chegada de λ_i^a aeronaves para aterragem e λ_i^d aeronaves para descolagem. Assume-se ainda que neste horário há uma previsão meteorológica, direção dos ventos, orientação do sol, etc., ou seja, dados que implicam uma configuração concreta das pistas. Nestas condições meteorológicas, a variabilidade dos tempos de serviço é dada por valores conhecidos de $q_i^a = (1 + (c_i^a)^2) = \frac{E((s_i^a)^2)}{(E(s_i^a))^2}$,

o fator quadrático de momentos no serviço de aterragem no slot i , e de $q_i^d = (1 + (c_i^d)^2) = \frac{E((s_i^d)^2)}{(E(s_i^d))^2}$, o fator quadrático de momentos no serviço de descolagem no slot i . Também se pode

escolher dentro da curva de capacidades correspondente a esta configuração e determinar que, num dado slot, são prestados serviços de aterragem com uma taxa μ_i^a e serviços de descolagem com uma taxa μ_i^d .

Assim, considerando diferentes filas de espera, no caso dos clientes de aterragem, para cada slot $i \in I$ tem-se:

- A variável aleatória C_i^a que, em qualquer momento do intervalo i mede o tempo que falta até chegar o próximo cliente do serviço de aterragem. Esta variável é exponencial com parâmetro $\lambda_i^a = \frac{1}{E(C_i^a)}$ conhecido;

- A variável aleatória S_i^a que, para qualquer cliente de aterragem servido no slot i mede o tempo que demora este serviço. Esta variável tem uma distribuição para a qual se conhece a taxa de serviço $\mu_i^a = \frac{1}{E(S_i^a)}$ e o fator quadrático de momentos do serviço $q_i^a = \frac{E((S_i^a)^2)}{(E(S_i^a))^2}$;

- A variável aleatória W_i^a que mede o tempo de espera do cliente de aterragem do slot i , até conseguir entrar no serviço;

- A variável aleatória T_i^a que mede o tempo total que um cliente de aterragem do slot i deverá passar no sistema, desde que chega até que termina o seu serviço.

Existindo um estado estável na fila de espera e se $\rho_i^a = \lambda_i^a / \mu_i^a < 1$, tem-se, para o slot i , tempos esperados de serviço e número esperado de aviões em espera:

$$E(T_i^a) = \frac{1}{\lambda_i^a} \times \left(\rho_i^a + \frac{(\rho_i^a)^2}{2 \times (1 - \rho_i^a)} \times q_i^a \right) \quad (5.1)$$

$$E(N_i^a) = \rho_i^a + \frac{(\rho_i^a)^2}{2 \times (1 - \rho_i^a)} \times q_i^a \quad (5.2)$$

Estes tempos são válidos sob a hipótese de estabilidade do sistema, o que apenas pode acontecer quando a taxa de utilização ρ_i^a for inferior à unidade. Nesta situação, os tempos de espera dos clientes de aterragem tendem a estabilizar no valor indicado. Isto acontece gradualmente, aproximando-se o tamanho da fila de espera ao valor indicado, quando se mantém fixa num intervalo de tempo a mesma taxa de utilização.

No caso de clientes de descolagem, para cada slot $i \in I$, tem-se elementos similares, mas com índice d em lugar de a .

Em cada slot temporal o planeamento da procura de serviços deve ser sempre feito de forma a que existam taxas de serviço (μ_i^a, μ_i^d) no domínio convexo de capacidades de Gilbo correspondente à mesma configuração, taxas que não levem à saturação do aeroporto, ou seja, valores $\mu_i^a > \lambda_i^a, \mu_i^d > \lambda_i^d$. Isto significa que a configuração do sistema de pistas nesse slot permite utilizar taxas de serviço (μ_i^a, μ_i^d) para as quais as taxas de utilização $\rho_i^a = \frac{\lambda_i^a}{\mu_i^a}, \rho_i^d = \frac{\lambda_i^d}{\mu_i^d}$ são inferiores a 1. Mais ainda, é desejável que as taxas de serviço possam ser escolhidas visando taxas de utilização baixas que evitem o congestionamento dos serviços de aterragem ou descolagem.

5.2. O modelo com chegadas e serviços deterministas: o crescimento/descrescimento das filas de espera

Na situação estudada acima, assume-se um comportamento aleatório na chegada de clientes para os serviços de aterragem e descolagem. Nesta situação as filas de espera podem crescer até atingir um estado estável, e para evitar que possam crescer de forma indefinida ou que estabilizem com um elevado tempo de espera, devem-se impor taxas de utilização inferiores a 1.

No caso em que a chegada de clientes é determinista, tem-se certezas acerca do comportamento da fila de espera: esta fila recolhe o excesso entre a taxa de serviço e a taxa de chegada de clientes.

Segundo o modelo de Gilbo [8], apresentado na secção 3.3, caso se considere que não existem fatores aleatórios que condicionem a procura (λ^a, λ^d) dos serviços de aterragem e descolagem em cada slot, o problema geral de otimização da capacidade do aeroporto, durante o intervalo de tempo T , considera as seguintes restrições para os tamanhos Q_i^a, Q_i^d das filas de espera no início de cada slot temporal:

$$Q_{i+1}^a = \max(0, Q_i^a + \lambda_i^a - \mu_i^a), \quad \text{sendo } i \in I \quad (5.3)$$

$$Q_{i+1}^d = \max(0, Q_i^d + \lambda_i^d - \mu_i^d), \quad \text{sendo } i \in I \quad (5.4)$$

$$Q_1^a = 0; \quad Q_1^d = 0 \quad (5.5)$$

$$0 \leq \mu_i^d \leq \varphi_i(\mu_i^a); \quad \text{sendo } \varphi_i \in \Phi \text{ e } i \in I \quad (5.6)$$

μ_i^a e μ_i^d são variáveis de decisão, sendo $i \in I$.

Nesta situação determinista, o tamanho da fila de espera no início do slot temporal $i + 1$ é diretamente influenciado pelo tamanho da fila de espera no início slot temporal i , pela procura de aviões que pretendem aterrar e descolar ao longo do slot temporal i e pela quantidade de aviões servidos ao longo do mesmo slot temporal i .

Assim sendo:

- Caso a procura de aviões que pretendem aterrar e descolar seja superior ao número de aviões servidos ao longo do slot temporal i , o tamanho da fila de espera no slot temporal $i + 1$ terá crescido em relação ao tamanho da fila de espera no slot temporal i ;

- Caso a procura de aviões que pretendem aterrar e descolar seja inferior ao número de aviões servidos ao longo do slot temporal i , o tamanho da fila de espera no slot temporal $i + 1$ terá decrescido em relação ao tamanho da fila de espera no slot temporal i , até um mínimo de uma fila de espera nula, na qual toda a procura é satisfeita.

De modo a que o desempenho do sistema seja satisfatório, Gilbo [8] sugere a minimização da soma nos diferentes slots temporais de uma média ponderada do tamanho da fila de espera nas aterragens e descolagens:

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_i \times Q_{i+1}^a + (1 - \alpha_i) \times Q_{i+1}^d), \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1 \quad (5.7)$$

Esta função incorpora um parâmetro α_i que permite dar maior ou menor importância aos atrasos nas operações de aterragem ou de descolagem em função da hora do dia.

5.3. Medidas de desempenho em modelos de filas não deterministas

5.3.1. Desempenho num slot no caso estável

A chegada de aviões para aterrar após uma viagem ou o sinal para descolar após recolha de passageiros resulta num processo com bastantes componentes aleatórias. Por isso é estudado o comportamento das filas de espera como um processo aleatório. Na secção 4.3. foi feito um estudo empírico dos principais parâmetros associados a estas operações.

Nestes processos, mesmo quando $\rho_i^a < 1$ e $\rho_i^d < 1$, tem-se um tamanho de fila de espera que, em média, é diferente de zero. Contrariamente aos modelos clássicos, nos quais a fila de espera cresce de modo indefinido e existem desistências de clientes, neste modelo pretende-se que o aeroporto tenha taxas de serviço $\mu_i^a > \lambda_i^a$ e $\mu_i^d > \lambda_i^d$, suficientes para satisfazer a procura. Pretende-se que todos os clientes sejam servidos e após uma espera não demasiado longa.

Considera-se agora um período de tempo no qual as variáveis C_i^a, S_i^a têm um comportamento inalterado ao longo de todo o período e, no caso dos clientes de aterragem, para cada slot $i \in I$ tem-se as fórmulas já estudadas em 4.5.1. sobre o tempo de espera e o tamanho da fila, nesta situação, se o sistema atinge um estado estável. Em particular tem-se o tempo que cada avião passa no sistema de aterragem ou de descolagem, se estes sistemas atingem um estado estável:

$$z_i^a = E(T_i^a) = \frac{1}{\lambda_i^a} \times \left(\rho_i^a + \frac{(\rho_i^a)^2}{2(1 - \rho_i^a)} \times q_i^a \right) \quad (5.8)$$

$$z_i^d = E(T_i^d) = \frac{1}{\lambda_i^d} \times \left(\rho_i^d + \frac{(\rho_i^d)^2}{2(1 - \rho_i^d)} \times q_i^d \right) \quad (5.9)$$

Estes valores z_i^a, z_i^d são denominados de tempos de espera estáveis, nos serviços de aterragem e descolagem, no intervalo i . Estes tempos só podem ser calculados para taxas de

procura e serviço que não levem à saturação, ou seja, quando as taxas de utilização são inferiores a 1.

O desempenho do sistema será fraco se, num dado intervalo $i \in I$, algum destes componentes for elevado. É importante para o serviço de aterragem ou descolagem garantir que os tempos de espera T_i^a ou T_i^d não sejam demasiado elevados. Assim, pretende-se que o avião não passe demasiado tempo no ar no caso das aterragens e demasiado tempo em terra no caso das descolagens.

5.3.2. Funções objetivo

Num cenário em que é estabelecido que a prioridade é conseguir que os aviões nas aterragens nunca atinjam um tempo de espera muito elevado, é usada como função objetivo:

$$Z = \max_i(z_i^a) \quad (5.10)$$

No entanto, a otimização (minimizando-o) deste valor implica incrementar o tempo de espera no serviço de descolagem, onde são geradas longas filas de espera. Inversamente, se fosse dada prioridade às descolagens, seria usada como função objetivo:

$$Z = \max_i(z_i^d) \quad (5.11)$$

Isto faria com que, em todos os casos, fosse dada prioridade às operações de descolagem, forçando os aviões a aterrarem noutros aeroportos, com elevadas indemnizações.

Ambos estes cenários podem levar a prejuízos para o aeroporto. Como tal, é importante definir uma função objetivo que permita atingir um equilíbrio entre as operações de aterragem e descolagem, e por outro lado minimizar eventuais prejuízos. Por exemplo, pode ser definido um parâmetro α como peso para indicar se é pretendido dar maior importância a um tempo de espera elevado nas aterragens ou nas descolagens num dado slot, resultando na função objetivo a minimizar:

$$Z = \alpha \times \max_i(z_i^a) + (1 - \alpha) \times \max_i(z_i^d). \quad (5.12)$$

Podem ainda ser definidas funções para avaliar o prejuízo, por exemplo uma função $f(z^a)$ que mede o prejuízo de ter um avião em espera para aterragem durante um tempo z^a e uma função $g(z^d)$ que mede o prejuízo de ter um avião em espera para descolagem durante um tempo z^d . Tipicamente estas funções têm valor 0 até z atingir um determinado nível, passando a um valor concreto de indemnização a partir do momento em que é ultrapassado este limite. Deste modo, a indemnização devida, num dado slot i , em que existem $(Q_{i+1}^a - Q_i^a)$ aviões por aterrar e $(Q_{i+1}^d - Q_i^d)$ por descolar, pode ser calculada como:

$$Z_i = (Q_{i+1}^a - Q_i^a) \times f(z_i^a) + (Q_{i+1}^d - Q_i^d) \times g(z_i^d) \quad (5.13)$$

O custo total, que deverá ser minimizado, corresponde então à soma do custo de todos os slots:

$$Z_{tot} = \sum_i Z_i \quad (5.14)$$

Outra função objetivo apresenta a combinação linear dos diferentes valores z_i^a, z_i^d . O tempo de espera estável acumulado pelo total de clientes no slot é obtido com $Z_i^a = \lambda_i^a \times z_i^a$ ou com $Z_i^d = \lambda_i^d \times z_i^d$. Denomina-se agora de c^a o custo por unidade de tempo de espera de um cliente de aterragem e denomina-se de c^d o custo por unidade de tempo de espera de um cliente de descolagem. Neste caso, o custo total da decisão em cada slot temporal é dado por:

$$Z_i = c^a \times Z_i^a + c^d \times Z_i^d = c^a \times \lambda_i^a \times z_i^a + c^d \times \lambda_i^d \times z_i^d \quad (5.15)$$

Pretende-se minimizar a soma total de custos na combinação de todos os slots temporais:

$$Z_{tot} = \sum_i Z_i \quad (5.16)$$

5.4. Os tempos de espera como variáveis de decisão

As restrições impostas no capítulo 3 nas taxas de serviço eram não lineares e foram substituídas por restrições lineares para que fosse possível descrever a curva envolvente de Gilbo como uma curva poligonal, caracterizada por pontos de controlo. Uma análise das funções objetivo Z mostra que estas funções objetivo são não lineares nos parâmetros μ^a, μ^d . Portanto, o programa linear que trata de otimizar o serviço das pistas do aeroporto é na realidade não linear nas restrições (domínio de Gilbo) e não linear nos objetivos (soma ponderada dos tempos de espera).

Por outro lado, para qualquer sistema de filas de espera é conhecida uma relação não linear entre a taxa de chegada de clientes λ , a taxa de serviço de clientes μ e o tempo de espera z numa situação estável. Em particular o conhecimento de λ permite dar uma relação invertível entre μ e z .

A decisão (μ^a, μ^d) tomada em cada slot temporal pode ser descrita como uma decisão (z^a, z^d) sobre os tempos de espera associados. A função objetivo pode ser descrita como uma combinação linear dos valores z^a, z^d e a restrição de Gilbo em (μ^a, μ^d) , que era não linear mas podia ser vista como segmentos lineares, pode agora ser considerada uma restrição em (z^a, z^d) que também pode ser linearizada, em forma análoga ao já feito com μ^a, μ^d .

Considerando as funções objetivo no capítulo 5.3.2., o elemento básico que define a função objetivo Z neste modelo é apresentado nas seguintes funções:

$$z_i^a = E(T_i^a) = \frac{1}{\lambda_i^a} \times \left(\rho_i^a + \frac{(\rho_i^a)^2}{2(1-\rho_i^a)} \times q_i^a \right) \quad (5.17)$$

$$z_i^d = E(T_i^d) = \frac{1}{\lambda_i^d} \times \left(\rho_i^d + \frac{(\rho_i^d)^2}{2(1-\rho_i^d)} \times q_i^d \right) \quad (5.18)$$

Os dois parâmetros, respetivamente, vão depender de μ_i^a e μ_i^d , e são chamados de tempos de espera estáveis nos clientes de aterragem e nos clientes de descolagem. Os valores das funções anteriores dependem de parâmetros que existem no sistema e que não podem ser alterados, como q_i^d , q_i^a ou λ_i^d , λ_i^a , e dos valores da taxa de utilização $\rho = \lambda/\mu$.

Surge o problema em que ρ não depende de μ em forma linear, e $\lambda z(\rho) = \rho + \frac{q}{2} \frac{\rho^2}{1-\rho}$ não depende de ρ em forma linear.

Conhecendo o valor λ , a escolha de um valor $\mu > \lambda$ é equivalente à escolha de um valor $\rho < 1$. Pode-se considerar que em cada slot temporal, ao invés de escolher (μ^a, μ^d) com $0 < \lambda^a < \mu^a$ e $0 < \lambda^d < \mu^d$, escolhe-se (ρ^a, ρ^d) com $0 < \rho^a < 1$ e $0 < \rho^d < 1$. Deste modo, o desempenho associado a esta escolha, atendendo a um determinado slot, é medido com cada um dos valores $z_i^a = E(T_i^a)$, $z_i^d = E(T_i^d)$ normalmente combinados numa forma ponderada: $z_i = \alpha_i^a E(T_i^a) + \alpha_i^d E(T_i^d)$, com α_i^a, α_i^d positivos, tais que $\alpha_i^a + \alpha_i^d = 1$.

Assim, a função objetivo é uma combinação linear de funções do tipo:

$$z_{r,s}(\rho) = r \times \rho + s \times \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}, \quad s \geq r > 0 \text{ porque } q \geq 1 \quad (5.19)$$

Onde $r = \frac{1}{\lambda}$, $s = \frac{q}{\lambda}$, sabendo que $q \geq 1$. Desta maneira, para qualquer uma das taxas de serviço μ (tanto taxa de aterragem como taxa de descolagem, em qualquer um dos slots temporais), considera-se a transformação:

$$\mu \in]\lambda, +\infty[\rightarrow \rho = \lambda/\mu \in]0,1[\rightarrow z_{r,s}(\rho) = r \times \rho + s \times \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \in]0, +\infty[\quad (5.20)$$

Verifica-se que valores maiores de μ correspondem a valores menores de z , ou seja, $z_{r,s}(\rho)$ trata-se de uma função estritamente decrescente. Na realidade, $z_{r,s}(\lambda/\mu)$ estabelece uma bijeção entre os valores $\mu \in]\lambda, +\infty[$ e os valores $z \in]0, +\infty[$, onde valores de μ próximos de λ correspondem aos valores de z a tender para $+\infty$, e valores de μ a tender para $+\infty$ correspondem a valores de z próximos de 0.

Considerando a correspondência:

$$\rho \in]0,1[\quad \rightarrow \quad z_{r,s}(\rho) = r \times \rho + s \times \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \in]0, +\infty[\quad (5.21)$$

Tem-se a resolução da igualdade:

$$z = r\rho + s \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} \Leftrightarrow 2(1-\rho)z = 2r(\rho - \rho^2) + s\rho^2 \Leftrightarrow (s-2r)\rho^2 + 2(r+z)\rho - 2z = 0 \quad (5.22)$$

Assim, no caso $s = 2r$, tem-se:

$$\rho = \frac{z}{z+1} \in]0,1[\quad (5.23)$$

E no caso $s \neq 2r$, tem-se:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{-2(r+z) \pm \sqrt{4(r+z)^2 + 8z(s-2r)}}{2(s-2r)} = \frac{-(r+z) \pm \sqrt{(r-z)^2 + 2zs}}{s-2r} \quad (5.24) \\ &= \frac{(r+z) \pm \sqrt{(r-z)^2 + 2zs}}{2r-s} \end{aligned}$$

É necessário determinar qual destas soluções fica no intervalo $]0,1[$. Caso se multiplique no numerador e no denominador por $(r+z) \mp \sqrt{(r-z)^2 + 2zs}$, resulta $(r+z)^2 - (r-z)^2 - 2zs = 4rz - 2sz = (2r-s) \times 2z$ no numerador, ou seja:

$$\rho = \frac{(r+z) \pm \sqrt{(r-z)^2 + 2zs}}{2r-s} = \frac{2z}{r+z \mp \sqrt{(r-z)^2 + 2zs}} \quad (5.25)$$

Verifica-se que $(r-z)^2 + 2zs = r^2 + z^2 + 2z(s-r)$, onde $s-r > 0$. Tem-se assim $(r-z)^2 + 2zs > r^2$ e caso se escolha, entre as duas opções de ρ , a que é dada pela raiz negativa, tem-se um quociente com denominador menor do que $r+z-r = z$, ou seja, $\rho > 2$.

No entanto, esta não é a solução pretendida. Caso se utilize a raiz positiva, tendo em conta que $r^2 + z^2 + 2z(s-r) > z^2$, obtém-se um quociente com denominador maior do que $r+z+z = 2z$ e um valor $\rho < 1$. A solução procurada em qualquer dos casos, incluindo $s = 2r$, é:

$$\rho = \frac{2z}{r+z + \sqrt{r^2 + z^2 + 2z(s-r)}} \quad (5.26)$$

Deduzindo o valor μ correspondente, tem-se:

$$\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \lambda \times \frac{r+z + \sqrt{r^2 + z^2 + 2z(s-r)}}{2z} \quad (5.27)$$

Mais especificamente, tem-se a relação entre μ e z (considerando $0 < r < s$ e $0 < \lambda < \mu$):

$$z = \frac{2r\lambda\mu + (s - 2r)\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)} \quad (5.28)$$

$$\mu = \lambda \times \frac{r + z + \sqrt{r^2 + z^2 + 2z(s - r)}}{2z} \quad (5.29)$$

onde $r = 1/\lambda$ e $s = q/\lambda$, sabendo que estes valores vão ser diferentes, caso sejam clientes de aterragem ou clientes de descolagem. Tem-se assim:

$$z = \frac{1}{\mu} + \frac{q\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)} \quad (5.30)$$

$$\mu = \frac{1 + \lambda z + \sqrt{1 + \lambda^2 z^2 + 2\lambda z(q - 1)}}{2z} \quad (5.31)$$

$$\lambda = \frac{2(z\mu - 1)}{q + 2(z\mu - 1)} \times \mu \quad (5.32)$$

onde $q > 1$.

Cada ponto $(\mu^a, \mu^d) \in]\lambda^a, +\infty[\times]\lambda^d, +\infty[$ corresponde a um ponto $(z^a, z^d) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$. Já as restrições $\alpha \times \mu^a + \beta \times \mu^d \leq \gamma$ podem ser vistas como restrições não lineares em (z^a, z^d) , na seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \bar{\alpha} \times \lambda^a \times \frac{r^a + z^a + \sqrt{(r^a)^2 + (z^a)^2 + 2z^a(s^a - r^a)}}{2z^a} \quad (5.33) \\ & + \bar{\beta} \times \lambda^d \times \frac{r^d + z^d + \sqrt{(r^d)^2 + (z^d)^2 + 2z^d(s^d - r^d)}}{2z^d} \leq \gamma \end{aligned}$$

De notar que as restrições convexas impostas em (μ^a, μ^d) foram colocadas numa forma linear por conveniência. Se se usar (z^a, z^d) para representar as possíveis decisões que podem ser tomadas sobre o número de aviões a aterrar e a descolar, aparecem restrições não lineares que, por conveniência, podem ser também substituídas por restrições lineares, identificando uma nova região convexa.

Na figura 5.2 é mostrada a situação, atendendo a um intervalo temporal concreto e considerando um domínio convexo de Gilbo específico, que representa a configuração do aeroporto nesse instante.

Para isto, considera-se que, nesse intervalo temporal, o número de clientes de aterragem e de descolagem que chegam são conhecidos, (λ^a, λ^d) , e que se tem valores $0 < r^a < s^a$ e $0 < r^d < s^d$ que definem os valores $z_{r,s}(\mu)$ para cada taxa de serviço em aterragens e descolagens.

Considera-se também a função objetivo $z^a(\mu^a) + z^d(\mu^d)$ que resulta de uma decisão admissível (μ^a, μ^d) que satisfaz as restrições de Gilbo e as restrições de $\mu^a > \lambda^a$ e $\mu^d > \lambda^d$.

Na figura 5.2 observa-se o conjunto de pontos admissíveis neste intervalo temporal que forma o domínio convexo de Gilbo e que se pode linearizar. Ao utilizar 3 pontos de controlo (μ^a, μ^d) na fronteira, podem ser escritas as restrições como um conjunto de quatro desigualdades lineares em que cada uma identifica um segmento linear na forma simples estudada na secção 3.2.3.

Ainda na figura 5.2, observa-se o conjunto de pontos onde a função objetivo atinge valores superiores a um determinado z_0 , pois pretende-se minimizar o valor de z em pontos admissíveis. Este conjunto caracteriza-se por uma função não linear, pelo que ainda que se tenha admitido que as restrições que definem o domínio de Gilbo possam ser linearizadas, a função objetivo continua a ser não linear.

Tem-se, na figura 5.2, o gráfico com a região admissível a azul, os pontos de controlo na fronteira, um ponto admissível onde z é quase ótimo e a região onde z assume valores menores a verde:

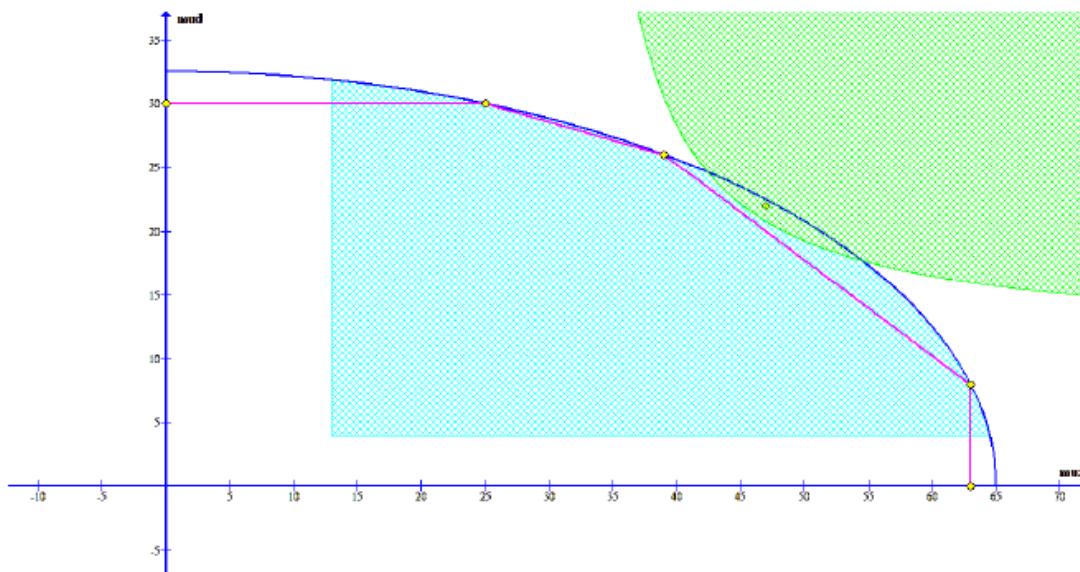


Figura 5.2 – Domínio convexo de Gilbo, pontos de controlo e comportamento de $z^a + z^d$

A figura 5.3 mostra a mesma situação anterior, representada em termos dos valores $z^a(\mu^a), z^d(\mu^d)$, tempos de espera estáveis. Verifica-se que o conjunto de pontos (z^a, z^d) admissíveis é novamente um conjunto com restrições não lineares. A vantagem de utilizar novas variáveis é que a função objetivo é simples e linear: $z^a + z^d$.

Considerando o que acontece ao utilizar as restrições linearizadas de Gilbo, estas restrições são dadas por 3 pontos de controlo, ou seja, os pontos z associados ao μ anteriormente usados, mas os segmentos retilíneos antes dados passam agora a ser arcos de

curva não lineares, continuando com um programa não linear. Aqui, a função objetivo é linear, mas as restrições linearizadas em μ não produzem restrições lineares em z .

É possível observar o gráfico de valores (z^a, z^d) admissíveis, as restrições originais, as restrições induzidas pela linearização feita na curva de Gilbo e a função objetivo linear. Também se observam os pontos admissíveis a cinzento, a curva a vermelho associada ao polígono que linearizava o domínio de Gilbo, os pontos associados aos pontos de controlo na curva de Gilbo, a linha verde do conjunto de pontos onde z toma o valor z_0 e o ponto (z^a, z^d) onde o valor ótimo, o mínimo, de z é atingido, de forma aproximada:

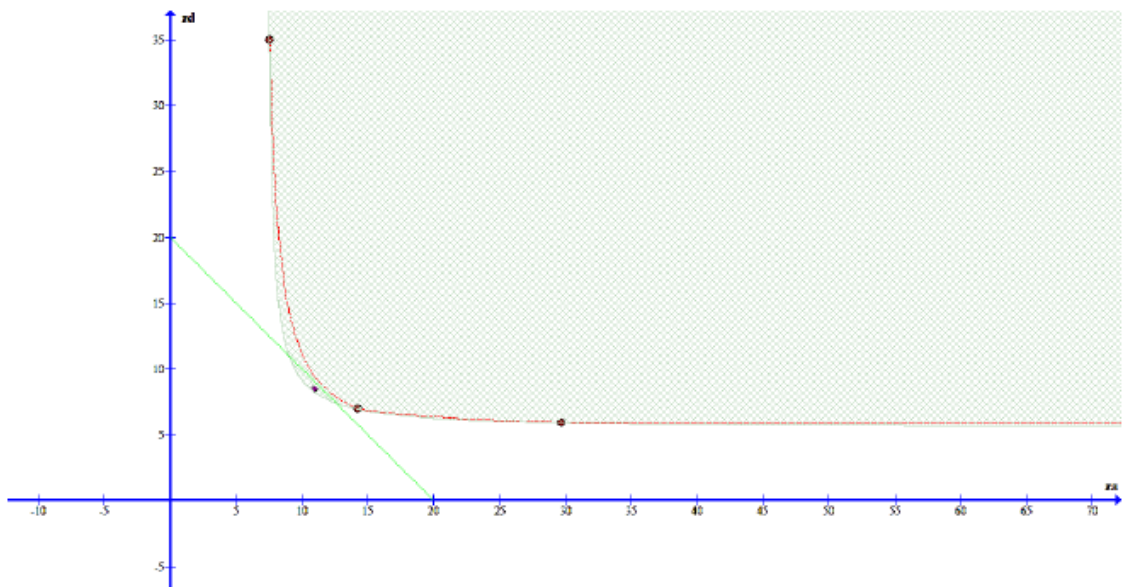


Figura 5.3 – Representação dos elementos vistos na figura 5.2, agora em termos das variáveis z^a, z^d

Considerando que existe uma forma de obter a função objetivo linear, nomeadamente quando se trabalha com z^a, z^d enquanto variáveis de decisão, ao invés de μ^a, μ^d , sabe-se que os 3 pontos de controlo (μ^a, μ^d) que identificam a configuração do aeroporto podem ser vistos como 3 pontos (z^a, z^d) e que as restrições em (z^a, z^d) podem ser construídas como restrições lineares. Ao aproveitar estes pontos e ao gerar segmentos retilíneos a partir dos mesmos, obtém-se o diagrama da figura 5.4:

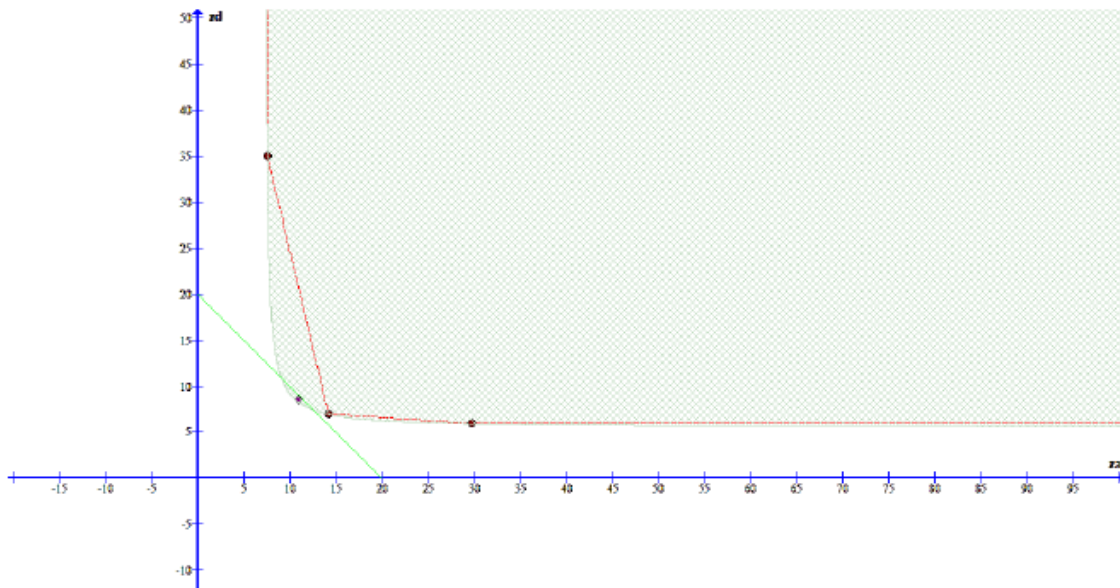


Figura 5.4 – Linearização do domínio admissível de tempos de espera estáveis

Ao observar em variáveis (μ^a, μ^d) , por sua vez, tem-se na figura 5.5 a representação curvilínea em (μ^a, μ^d) dos segmentos lineares em (z^a, z^d) :

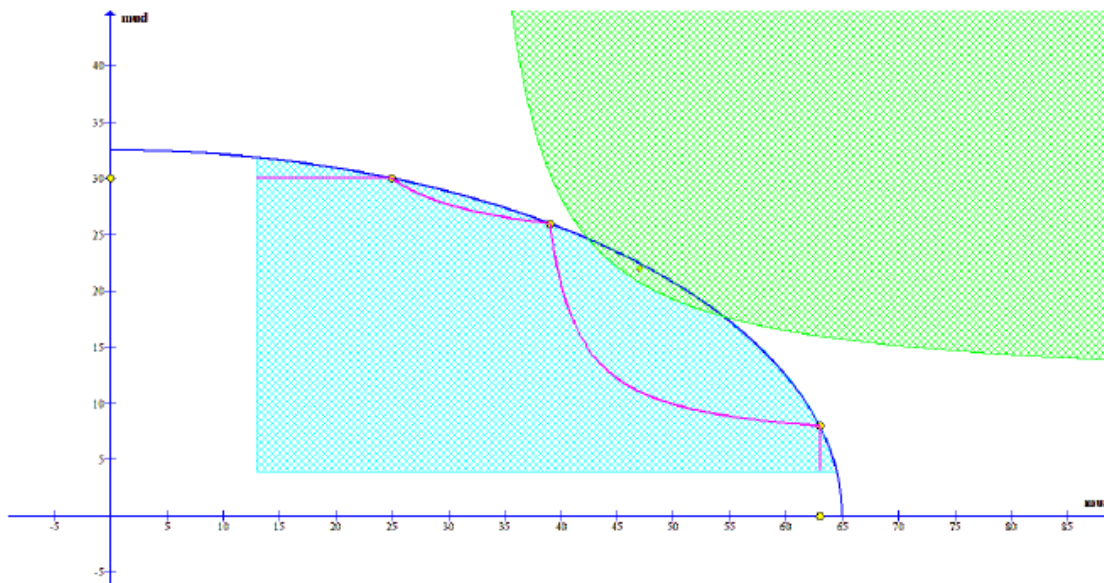


Figura 5.5 – Representação em termos de (μ^a, μ^d) da linearização do domínio de tempos de espera estáveis

Portanto, a transformação de (μ^a, μ^d) em (z^a, z^d) não respeita a representação linear nem a convexidade do domínio de Gilbo.

De notar que, para cada slot temporal $i \in I$, tem-se:

- Uma configuração associada a esse slot, ou seja, um domínio convexo de Gilbo que indica os pares (μ^a, μ^d) que seriam admissíveis nesse slot. Um par específico representa uma taxa de serviço de aviões na operação de aterragem e uma taxa de serviço de aviões na operação de descolagem. Estas configurações encontram-se determinadas, numa aproximação poligonal, pelos pontos:

$$(0, \mu_{max}^d), (\mu_{min}^a, \mu_{max}^d), (\mu_{int}^a, \mu_{int}^d), (\mu_{max}^a, \mu_{min}^d), (\mu_{max}^a, 0)$$

- Fatores quadráticos de momentos $q = \frac{E(S^2)}{(E(S))^2}$, sendo um deles para o tempo de serviço de aterragem q^a e outro para o tempo de serviço de descolagem q^d . Estes fatores são sempre $q \geq 1$ e medem a variabilidade existente no serviço de aterragem ou descolagem. Estes coeficientes encontram-se associados à configuração e não dependem do número de aviões em espera por um serviço. Alguns dos seus valores podem ser deduzidos de forma empírica como foi mostrado na secção 4.3.

- Uma taxa de chegada de aeronaves para aterragem λ^a e uma taxa de chegada de aeronaves para descolagem λ^d .

- Uma decisão $\mu^a < \lambda^a$ produziria, a longo prazo, uma situação de não estabilidade na fila de espera de aterragens. O mesmo acontece na fila de espera de descolagens. Para evitar esta situação, assume-se que no slot dado apenas se admitem os pares (μ^a, μ^d) admissíveis para a configuração e que $\mu^a > \lambda^a$ e $\mu^d > \lambda^d$. A decisão gera filas de espera estáveis para a taxa de chegada de clientes existente nesse intervalo.

- Caso algum dos pontos de controlo de Gilbo leve a uma situação com filas não estáveis, ou seja, caso $\mu < \lambda$ em algum caso, esse valor do ponto de controlo deve ser substituído por outro que possa ser usado. Caso se verifique que todos os pontos de controlo de Gilbo levam a uma situação instável (ou seja, $\mu_{min}, \mu_{int}, \mu_{max} < \lambda$), não existem decisões na região admissível de Gilbo que gerem filas estáveis. Neste caso, o planeamento de voos não é admissível pelo aeroporto na configuração dada.

- Cada recinto de Gilbo em (μ^a, μ^d) deve ser transformado num novo recinto para (z^a, z^d) , sabendo que este recinto é determinado a partir dos pontos de controlo de Gilbo. Se todas as componentes μ forem maiores do que o λ correspondente, ao aplicar as transformações em z^a, z^d , obtém-se os novos valores:

$$\begin{aligned} z_{min}^a &= z^a(\mu_{max}^a), & z_{int}^a &= z^a(\mu_{int}^a), & z_{max}^a &= z^a(\mu_{min}^a) \\ z_{min}^d &= z^d(\mu_{max}^d), & z_{int}^d &= z^d(\mu_{int}^d), & z_{max}^d &= z^d(\mu_{min}^d) \end{aligned} \quad (5.34)$$

De notar que nem sempre se tem $\mu > \lambda$ e nesse caso estas fórmulas não podem ser diretamente aplicadas. Cada um destes valores z^a depende não só da correspondente taxa de

serviço μ^a , mas também da taxa de procura λ^a . O mesmo pode ser dito dos valores z^d , que dependem dos diferentes μ^d e também de λ^d .

- O tempo estável de espera para o total de clientes do slot que é obtido com $Z^a = \lambda^a \times z^a$ ou com $Z^d = \lambda^d \times z^d$ e caso se denomine de c^a o custo por unidade de tempo de espera de um cliente de aterragem e se denomine de c^d o custo por unidade de tempo de espera de um cliente de descolagem, tem-se o custo total da decisão:

$$Z = c^a \times Z^a + c^d \times Z^d = c^a \times \lambda^a \times z^a + c^d \times \lambda^d \times z^d \quad (5.35)$$

- Com a presente formulação, as decisões feitas num slot determinam totalmente o custo associado aos aviões nesse slot, não aparecendo termos relacionados com os slots vizinhos.

Com isto:

Assume-se que $\mu_{max}^a > \mu_{int}^a > \mu_{min}^a$ e que $\mu_{max}^a > \lambda^a$.

Assume-se que $\mu_{max}^d > \mu_{int}^d > \mu_{min}^d$ e que $\mu_{max}^d > \lambda^d$.

A restrição $\mu^a \leq \mu_{max}^a$ transforma-se em $z^a \geq z_{min}^a = z^a(\mu_{max}^a)$.

A restrição $\mu^d \leq \mu_{max}^d$ transforma-se em $z^d \geq z_{min}^d = z^d(\mu_{max}^d)$.

A restrição $\mu^a > \lambda^a$ corresponde a $z^a < +\infty$.

A restrição $\mu^d > \lambda^d$ corresponde a $z^d < +\infty$.

As restrições lineares definidas por pares de pontos de controlo são formuladas com as desigualdades no sentido oposto, considerando os pontos correspondentes (z^a, z^d) .

As fórmulas que determinam valores z a partir de valores μ não podem ser utilizadas no caso em que $\mu < \lambda$. Os pontos de controlo do domínio convexo de Gilbo devem ser alterados para evitar sempre esta situação.

O conjunto de restrições, caso os pontos dados satisfaçam as condições $\lambda^a < \mu_{min}^a < \mu_{int}^a < \mu_{max}^a$ e $\lambda^d < \mu_{min}^d < \mu_{int}^d < \mu_{max}^d$, são:

$$z^a \times (z_{min}^d - z_{int}^d) - z^d \times (z_{max}^a - z_{int}^a) + z_{max}^a \times z_{int}^d - z_{int}^a \times z_{min}^d \leq 0 \quad (5.36)$$

$$z^a \times (z_{int}^d - z_{max}^d) - z^d \times (z_{int}^a - z_{min}^a) + z_{int}^a \times z_{max}^d - z_{min}^a \times z_{int}^d \leq 0 \quad (5.37)$$

$$z^a \geq z_{min}^a \quad (5.38)$$

$$z^d \geq z_{min}^d \quad (5.39)$$

5.5. Identificação dos pontos que não geram filas de espera estáveis

Pretende-se estudar o problema relativo a como alterar o domínio de Gilbo, caso algum dos pontos de controlo (μ^a, μ^d) utilizados não gere uma fila estável, ou seja, caso se tenha $\mu^a \leq \lambda^a$ ou $\mu^d \leq \lambda^d$ para algum destes pontos.

Mantendo-se uma situação de saturação de forma indefinida ao longo do tempo, isto leva à aparição duma fila de espera que cresce sem limite. Esta situação de saturação pode ser resolvida por um processo de “push-back”, ou seja, algumas aeronaves são associadas ao slot temporal posterior.

Imagina-se agora que neste período de tempo existe uma procura de serviço com taxa λ^a para as operações de aterragem, isto ao mesmo tempo que existe uma procura de serviço com taxa λ^d para as operações de descolagem. Tem-se duas novas restrições, $\mu^a > \lambda^a$ e $\mu^d > \lambda^d$, para as capacidades que se podem associar aos serviços de aterragem e descolagem, de modo a que a fila de espera estabilize. Esta região estável está representada na figura 5.6:

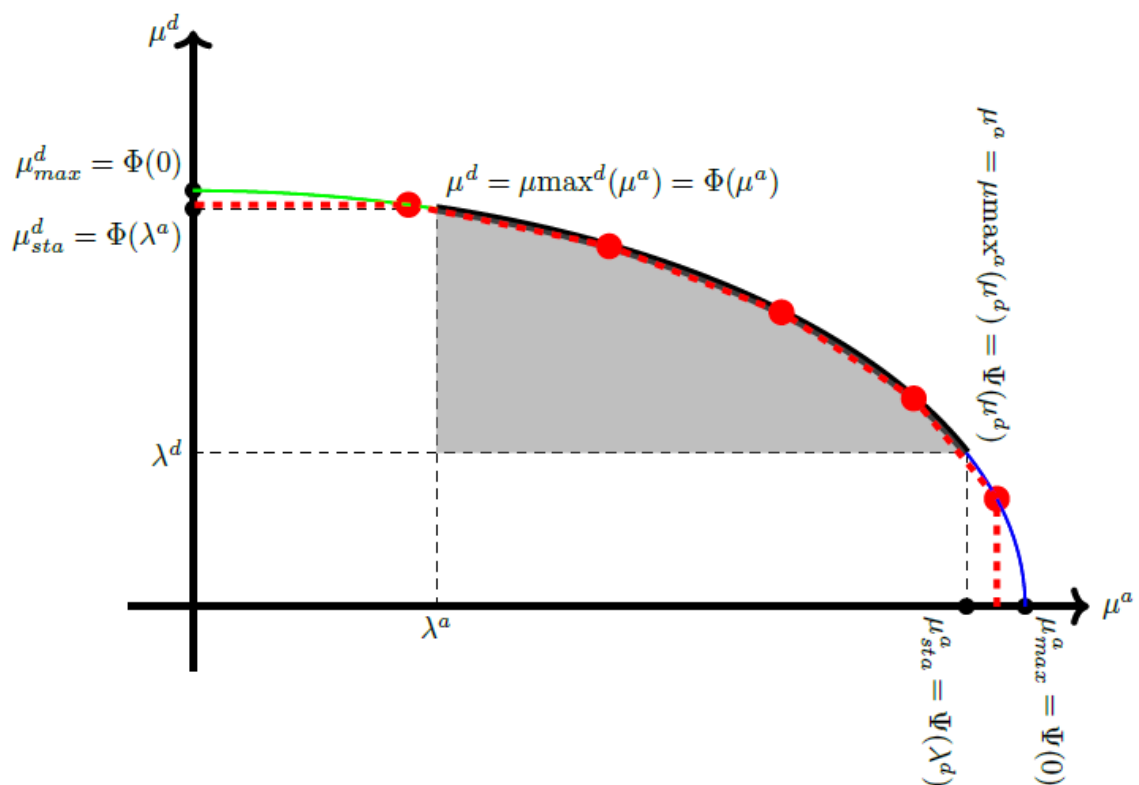


Figura 5.6 – Domínio de taxas de serviço para uma configuração concreta das pistas e serviços que produzem filas de espera estáveis para taxas de procura concretas

Tendo em conta a função de custo $z^a(\mu^a)$ ou $z^d(\mu^d)$ e as respetivas funções inversas $\mu^a(z^a)$ e $\mu^d(z^d)$, observa-se que:

- Na região $\mu^d > \lambda^d$, a função $z^d(\mu^d) = \frac{1}{\mu^d} + \frac{q^d \lambda^d}{2\mu^d(\mu^d - \lambda^d)}$ é contínua e estritamente decrescente.

- Os valores assumidos por $z^d(\mu^d)$ na região $\mu^d \in]\lambda^d, \mu_{sta}^d[$ são os valores do intervalo $]z^d(\mu_{sta}^d), +\infty[$. Denomina-se de $z_{sta}^d = z^d(\mu_{sta}^d)$, e garante-se que $z^d(\mu^d) > z_{sta}^d$ quando $\mu^d > \lambda^d$.

- Os valores assumidos por $z^d(\mu^d)$ na região $\mu^d \in]\mu_{sta}^d, \mu_{max}^d]$ são $[z^d(\mu_{max}^d), z_{sta}^d[$. Pelo que se pode chamar $z_{min}^d = z^d(\mu_{max}^d) < z^d(\mu_{sta}^d) = z_{sta}^d$.

- Acontecem propriedades análogas para os valores de $z^a(\mu^a)$.

- Os pontos na curva envolvente podem ser pontos (μ^a, μ^d) nas seguintes situações:

- Com $\mu^a > \lambda^a, \mu^d > \lambda^d$, na região estável, tem-se $z^a(\mu^a) > z_{sta}^a, z^d(\mu^d) > z_{sta}^d$.

- Tem-se os pontos com $\mu^a = \lambda^a$ ou $\mu^d = \lambda^d$, pontos nos quais a função z^a ou z^d não está definida (assume no limite o valor $+\infty$).

- Pontos onde $\mu^a < \lambda^a$, portanto com $\mu^d > \mu_{sta}^d$, logo $z^d(\mu^d) < z_{sta}^d$.

- Pontos onde $\mu^a < \lambda^a$, portanto com $\mu^a > \mu_{sta}^a$, logo $z^a(\mu^a) < z_{sta}^a$.

- Deste modo, ao utilizar a transformação $(\mu^a, \mu^d) \leftrightarrow (z^a, z^d)$ para trabalhar com as novas variáveis, mais convenientes, pois a função objetivo assim é linear nas variáveis z , os pontos que se podem considerar admissíveis, ou seja, que levam a filas de espera estáveis, são exatamente os pontos (z^a, z^d) com $z^a > z_{sta}^a$ e $z^d > z_{sta}^d$. Devem ser excluídos todos os pontos onde $z^a < z_{sta}^a$ ou onde $z^d < z_{sta}^d$.

Tendo um conjunto de pontos da curva envolvente de capacidade de Gilbo, pode-se considerar um novo domínio no plano (z^a, z^d) , formado pelos pontos $(z^a(\mu^a), z^d(\mu^d))$, que satisfaz ao mesmo tempo $z^a > z_{sta}^a$ e $z^d > z_{sta}^d$.

Tem-se uma nova curva envolvente de capacidade. No entanto, esta capacidade é medida em termos de unidades de tempo de espera para cada avião que encontra o sistema numa situação estável e não em termos de número de operações por unidade de tempo. Neste caso, para representar a nova curva envolvente é necessário:

- Calcular os valores $\mu_{sta}^a = \Phi^{-1}(\lambda^d)$, $\mu_{sta}^d = \Phi(\lambda^a)$. Isto pode ser feito com ajuda da convexidade e de todos os segmentos lineares que unem pares de pontos. O corte destas linhas retas com a abcissa $x = \lambda^a$ tem um valor mínimo que é exatamente μ_{sta}^a . Do mesmo modo, o corte destas linhas retas com a ordenada $y = \lambda^d$ tem um valor mínimo que é exatamente μ_{sta}^d .

- Calcular os valores $z_{sta}^a = z^a(\mu_{sta}^a)$ e $z_{sta}^d = z^d(\mu_{sta}^d)$.

- Transformar os pontos (μ^a, μ^d) que caracterizam a envolvente em novos pontos (z^a, z^d) , calculando o primeiro através de μ^a, λ^a, q^a e o segundo através de μ^d, λ^d, q^d .

- Eliminar os pares de valores (z^a, z^d) onde $z^a < z_{sta}^a$ e onde $z^d < z_{sta}^d$.

Na figura 5.7 estão representados os valores z^a, z^d associados ao exemplo anterior, com parâmetros $q^a = 1.8, q^d = 2.9$.

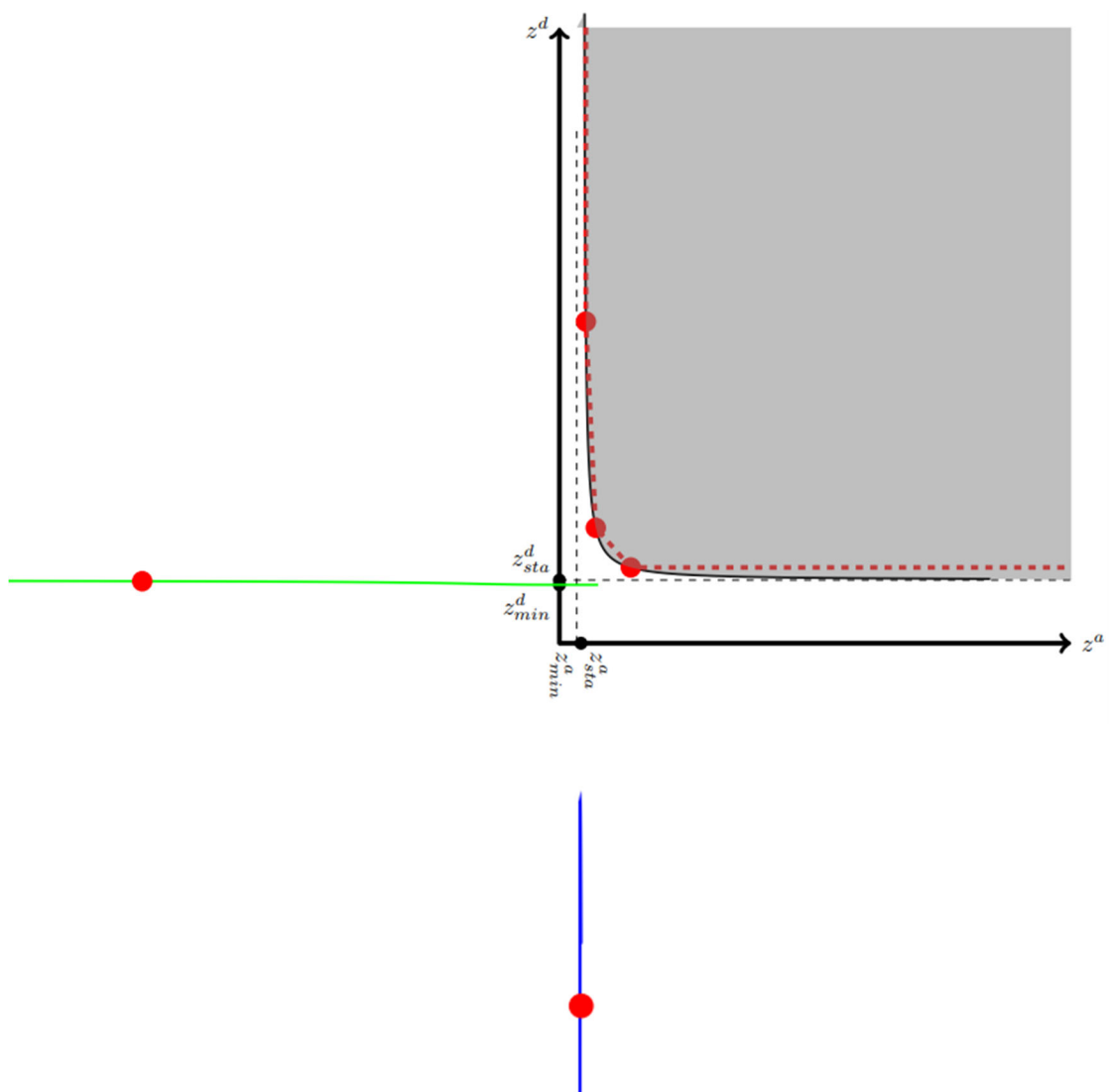


Figura 5.7 – Domínio de tempos de espera estáveis associados às taxas de serviço da configuração dada na figura 5.6, para taxas de procura e fatores quadráticos de momento específicos

Desde que a configuração das pistas permita utilizar taxas de serviço (μ^a, μ^d) que levem a filas de espera estáveis, pode ser procurado um equilíbrio entre o serviço fornecido nas operações de aterragem e de descolagem, através da identificação de qual é o tempo de espera

associado aos mesmos serviços, tendo em conta as taxas de procura existentes. Assim, pode-se trabalhar com as variáveis z^a, z^d no domínio agora descrito, e minimizar uma função linear nestas variáveis, como indicado na secção 5.3. Isto é feito no capítulo 6, no caso de existirem taxas de serviço apropriadas, que não levem a uma saturação ou congestionamento no sistema.

Consegue-se aplicar este algoritmo apenas se previamente houver uma política de chegada de clientes que garanta a existência de taxas de serviço nas condições descritas. Esta política é executada através da associação de aeronaves a slots temporais posteriores, caso seja necessário.

5.6. Associação de aeronaves a slots temporais posteriores

No gráfico da figura 5.8 verifica-se, para uma taxa de serviço concreta μ , a relação entre o tempo de atraso médio z no estado estável, que é medido em número de slots de espera, e a taxa de chegada de clientes λ , que se trata do número de chegadas por slot.

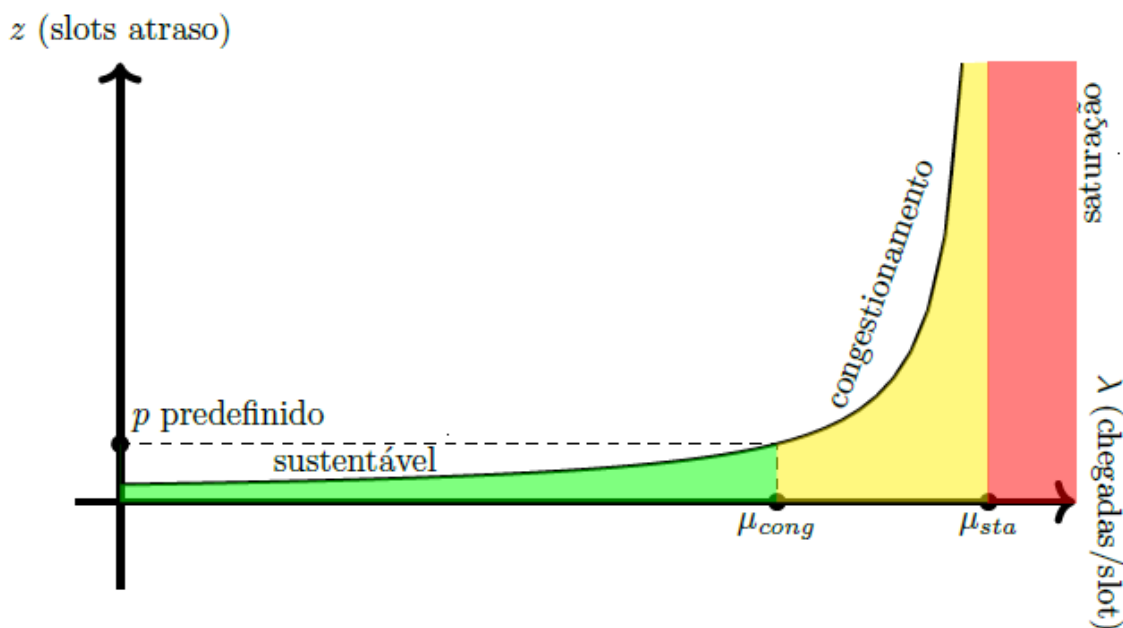


Figura 5.8 – Para uma dada taxa de serviço μ , certas taxas de procura λ podem levar a sistemas de fila de espera sustentáveis, saturados ou com congestionamento

Quando a taxa de chegadas for $\lambda \geq \mu$, não vai existir estado estável para o sistema e não existe um conceito de slots de atraso médios no estado estável. Assim, o sistema encontra-se num estado não estável e diz-se que $\mu_{sta} = \mu$ marca o limite a partir do qual começa a saturação. O sistema é não estável quando $\lambda \geq \mu_{sta}$, tendo-se saturação nestes casos – como assinalado a vermelho no gráfico anterior.

Caso seja pré-definida uma tolerância $p > \frac{1}{\mu}$ para atrasos, este valor determina um nível μ_{cong} de forma que, para taxas λ de chegada de clientes onde $\mu_{cong} < \lambda < \mu_{sta}$, o estado estável de fila de espera corresponde a valores z de atraso dos clientes situados por cima da tolerância marcada. O sistema está em congestionamento quando $\mu_{cong} < \lambda < \mu_{sta}$ – como assinalado a amarelo no gráfico anterior.

Caso a taxa de chegadas λ não seja demasiado elevada, mais concretamente no caso $\lambda \leq \mu_{cong}$, o sistema tem um estado estável no qual o número de slots de atraso experimentado pelos clientes, em média, não supera a tolerância p marcada. Nesta situação, o sistema está em condições sustentáveis, como assinalado a verde no gráfico anterior.

Pretende-se agora juntar dois sistemas: o de aterragem e o de descolagem, onde as taxas de serviço que podem ser escolhidas influenciam-se mutuamente. Como visto no capítulo 5.5, quando se conhece (λ^a, λ^d) o antigo domínio de Gilbo fica reduzido. Caso λ^a ou λ^d fossem demasiado elevados, ficar-se-ia sem opções de escolha de taxas de serviço, pois qualquer escolha provocaria saturação. Se não se encontrar uma escolha (μ^a, μ^d) de serviço nessas condições, pode-se adiar alguns voos, ou seja, fazer uma escolha alternativa $(\lambda^{a2}, \lambda^{d2}) < (\lambda^a, \lambda^d)$ de forma a garantir que exista um ponto (μ^a, μ^d) no domínio de Gilbo com $\lambda^{a2} < \mu^a$ e com $\lambda^{d2} < \mu^d$.

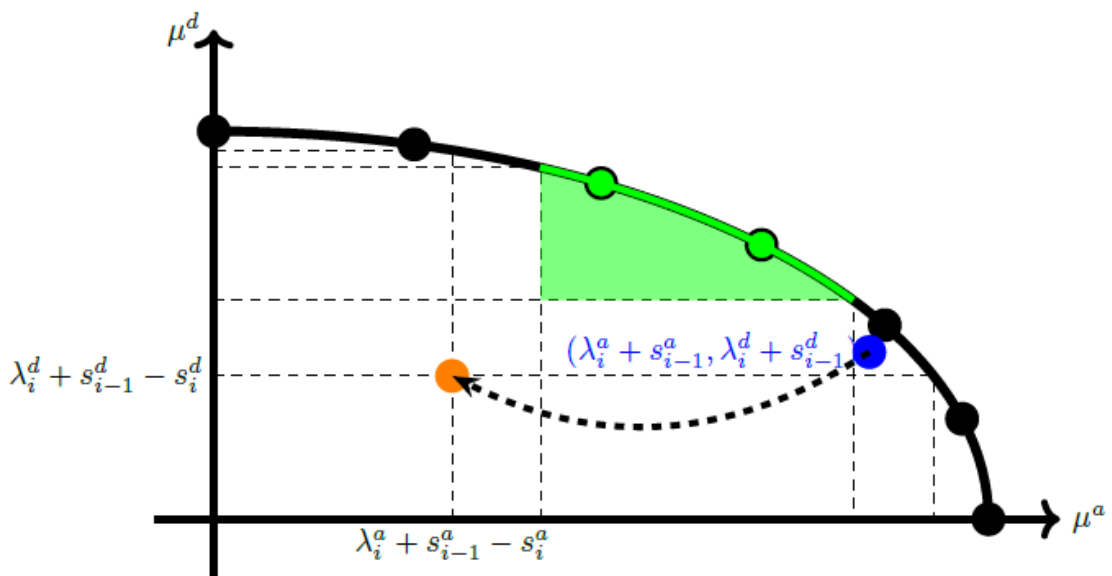


Figura 5.9 – Taxas de procura de serviço não compatíveis com a configuração de pistas e alteração para novas taxas compatíveis

Coloca-se a questão de como escolher $\lambda^{a2}, \lambda^{d2}$:

- Escolhendo $\lambda^{a2} = 0$, $\lambda^{d2} = 0$ adiam-se todos os voos, deixando o aeroporto sem operações nesse slot temporal e enviando todos os aviões para o slot seguinte, onde o problema persiste.

- Pode-se dizer que $\lambda^{a2} = \mu_{max}^a - 1$ e $\lambda^{d2} = 0$, sabendo que $(\mu_{max}^a, 0)$, é um ponto de controlo na curva envolvente de Gilbo e que as novas taxas de chegada de clientes permitem escolher este ponto como taxa de serviço. Ainda se pode fazer com que λ^{d2} seja tão elevado quanto possível, não longe de 0, de forma que para $(\mu_{max}^a - 1, \lambda^{d2}) < (\lambda^a, \lambda^d)$ ainda exista um ponto de controlo na curva envolvente de Gilbo.

Nesta situação, considera-se um sistema saturado e o número de aviões a serem retirados do slot é dado pelo valor máximo entre 0 e $\lambda^a - (\mu_{max}^a - 1)$ para as aterragens e pelo valor máximo entre 0 e $\lambda^d - (\mu_{max}^d - 1)$ para as descolagens. Esta relação é observável no gráfico da figura 5.10, onde se considera um majorante da taxa máxima de serviços de aterragem μ_{max}^a de 12 aeronaves num dado slot temporal i :

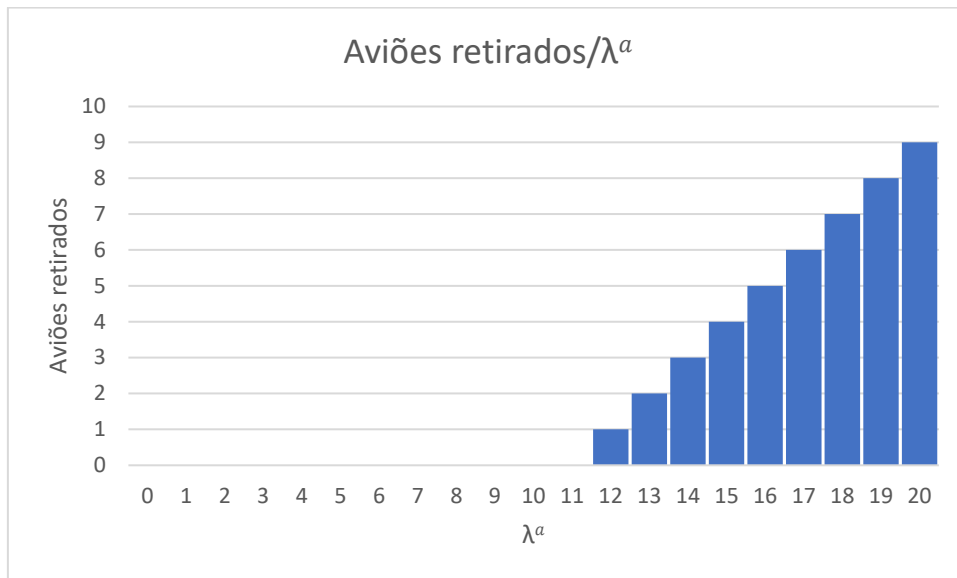


Figura 5.10 – Gráfico que relaciona o número de aviões retirados de cada slot temporal com a taxa de procura λ^a

A partir deste gráfico verifica-se o seguinte:

- No intervalo $\lambda^a \in [0,12[$ tem-se $\lambda^a < \mu_{max}^a$, pelo que neste slot temporal concreto o sistema não está saturado mas pode existir congestionamento;

- No intervalo $\lambda^a \in [12, +\infty[$ tem-se $\lambda^a \geq \mu_{max}^a$, logo, neste slot temporal concreto, existe saturação do sistema e o tamanho da fila aumenta.

Assim, garante-se que o novo valor da taxa de procura em cada slot temporal respeita a condição $\lambda^{a2} < \mu_{max}^a$ e que o ponto de controlo com a componente μ_{max}^a gera filas de espera estáveis. Na figura 5.11 tem-se um exemplo de gráfico antes da associação de aeronaves a slots temporais posteriores:

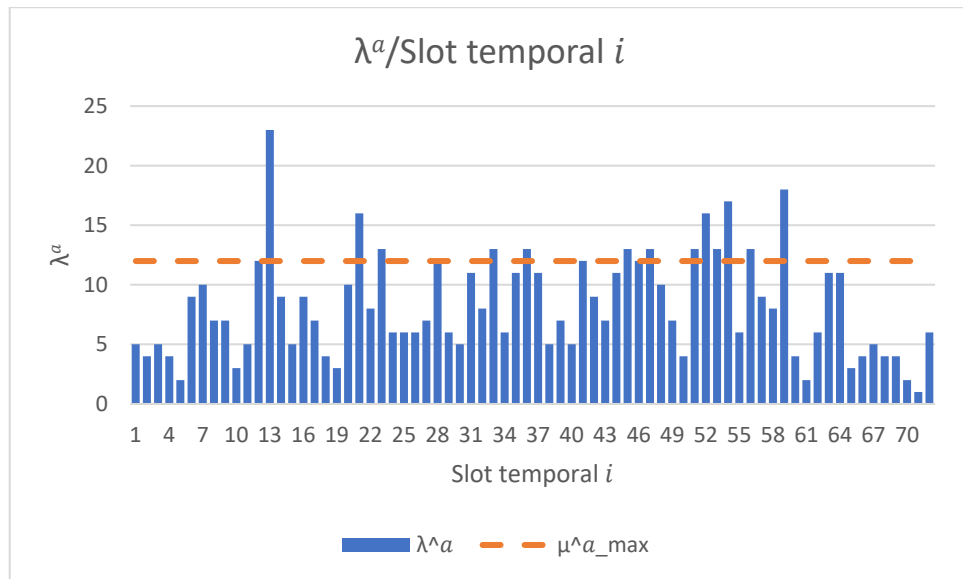


Figura 5.11 – Gráfico da variação da taxa de procura λ^a ao longo dos diferentes slots temporais i e ponto de controlo μ^a_{max}

Tem-se agora um exemplo de gráfico da saturação da pista, no qual se observa em que slots temporais a taxa de procura λ^a supera o majorante da taxa máxima de serviços de aterragem μ^a_{max} e o número de aviões retirados em cada slot:

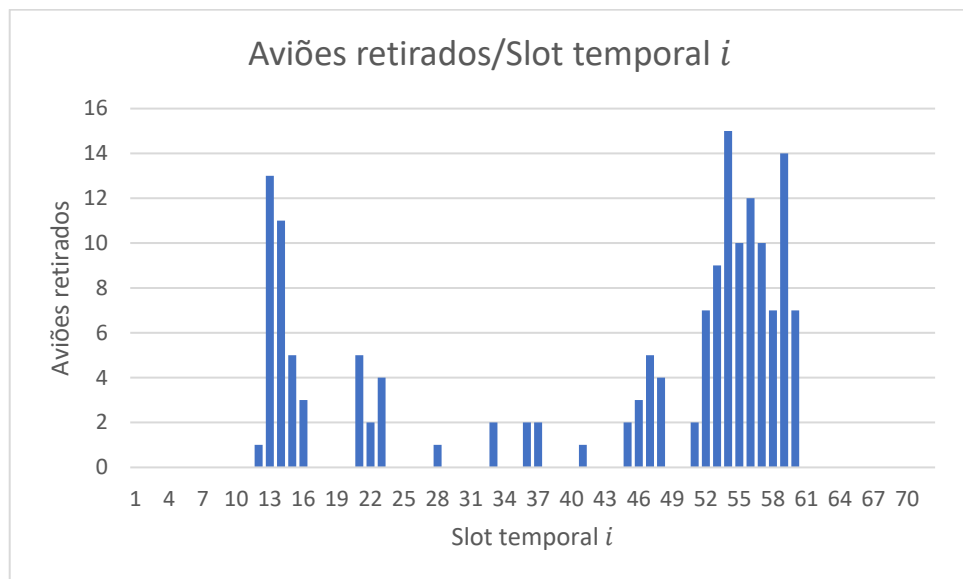


Figura 5.12 – Gráfico do número de aviões retirados de cada slot temporal i

E ainda um exemplo de gráfico após a transferência de aeronaves para slots temporais posteriores:

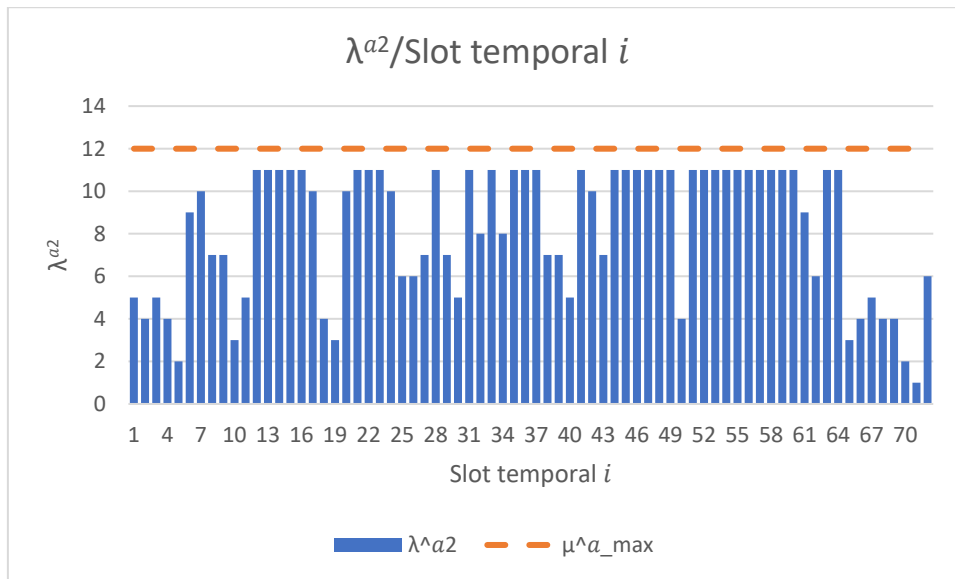


Figura 5.13 – Gráfico da variação da taxa de procura λ^{a2} ao longo dos diferentes slots temporais i e ponto de controlo μ_{max}^a

- A opção anterior tem o problema de dar prioridade quase absoluta às aterragens, deixando aterrar todos os aviões possíveis mas adiando quase todas as descolagens. Outro problema é que $\lambda^{a2} = \mu_{max}^a - 1$ seria próximo ao μ^a escolhido (que deverá estar entre $\mu_{max}^a - 1$ e μ_{max}^a) e isto implica uma opção onde o sistema de aterragens estaria num estado de congestionamento. Desta maneira, é preferível não usar $\lambda^{a2} = \mu_{max}^a - 1$, mas um valor que não possa produzir congestionamento nas aterragens nem nas descolagens.

Quando se tem uma envolvente operacional de Gilbo, caracterizada ou não pelos seus pontos de controlo, pode-se procurar quais as taxas de chegada ($\lambda^{a2}, \lambda^{d2}$) que, caso fossem usadas, permitiriam encontrar valores (μ^a, μ^d) na envolvente de Gilbo compatíveis com um estado não saturado, com $z^a < inf$ e $z^d < inf$.

Em vez de se focar na saturação, pode-se tentar evitar uma situação de congestionamento, o que implica fixar um nível de serviço (fixar um máximo para os atrasos esperados). A unidade de medida é o slot. Usa-se como atraso máximo, por exemplo, $\frac{1}{3} = 33\%$ de um slot nas aterragens (admitindo apenas atrasos pequenos nas aterragens) e 500% de um slot nas descolagens (admitindo atrasos elevados nas descolagens). Portanto, $p^a = 0,3333$, $p^d = 5,0$. Estes parâmetros dependem do modo como é gerido o aeroporto. Podem existir aeroportos que, por terem mais garantias perante imprevistos ou mais recursos de prevenção de acidentes, admitam tolerâncias maiores, e outros menores.

Lembrando que $\mu^a > \frac{1}{z^a}$ e que se pretende $z^a < p^a$, apenas se trabalha com pontos onde $\mu^a > \frac{1}{p^a}$. O mesmo se aplica para $\mu^d > \frac{1}{p^d}$. Deve-se eliminar, entre as taxas de serviço admissíveis, as que tiverem associado valores de μ^a ou μ^d demasiado baixos, pois estas taxas

de serviço implicam z^a ou z^d demasiado elevados e, portanto, congestionamento nas aterragens ou nas descolagens, no longo prazo.

Usando as fórmulas que determinam a taxa de chegada de clientes λ que corresponde a um tempo de espera z e a uma taxa de serviço μ :

$$\lambda = \frac{2(z\mu - 1)}{q + 2(z\mu - 1)} \times \mu \quad (5.40)$$

Ao considerar uma taxa de serviço de $\frac{1}{p^a}$ e de $\frac{1}{p^d}$, consegue-se transformar cada taxa de serviço (μ^a, μ^d) numa correspondente taxa de chegadas ($\lambda^{a2}, \lambda^{d2}$) que garante aquele tempo de espera. Assim:

$$\lambda^a = \frac{2(p^a\mu^a - 1)}{q^a + 2(p^a\mu^a - 1)} \times \mu^a \quad (5.41)$$

$$\lambda^d = \frac{2(p^d\mu^d - 1)}{q^d + 2(p^d\mu^d - 1)} \times \mu^d \quad (5.42)$$

Aplica-se esta transformação na região a cinzento, de maneira a encontrar a região a laranja no gráfico da figura 5.14:

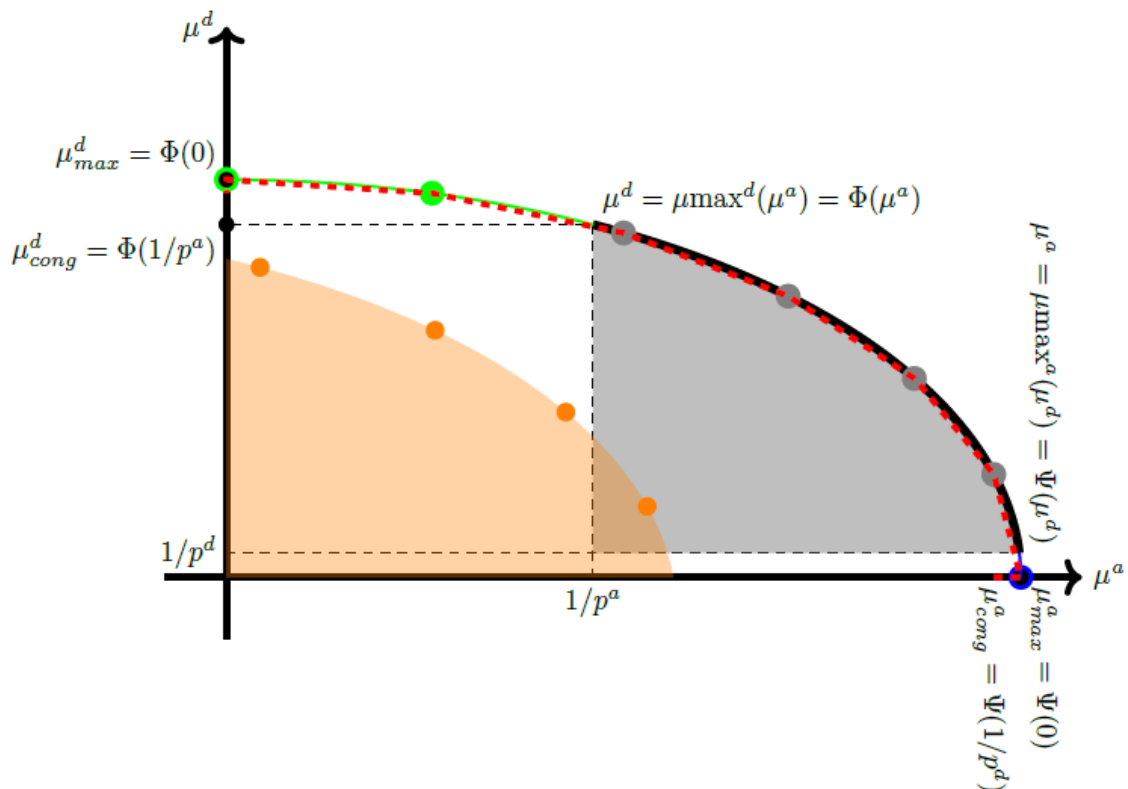


Figura 5.14 – Para a envolvente de Gilbo associada a uma configuração, determinam-se as taxas de procura que garantem a existência de um serviço dentro da tolerância predeterminada para as operações de aterragem e descolagem

Na região laranja observam-se taxas de chegada de clientes para as quais se pode manter o sistema em condições sustentáveis (esperas dentro da tolerância), desde que seja escolhida uma taxa de serviço adequada, dentro da envolvente de Gilbo.

As taxas de serviço (μ^a, μ^d) marcadas a cinzento são taxas de serviço que podem ser atingidas na configuração do aeroporto e que, ao mesmo tempo, permitem ter um sistema em condições sustentáveis (tempos de espera não demasiado elevados), desde que a taxa de chegada (λ^a, λ^d) seja escolhida de forma apropriada, ou seja, na região laranja.

Algumas taxas de serviço de controlo ficam fora da região por ter serviços de aterragem μ^a demasiado baixos – marcados a verde, e outros por terem serviços de descolagem μ^d demasiado baixos – marcados a azul. Não existem taxas de chegada de clientes que possam produzir um estado sustentável.

Em cada slot verificam-se duas possíveis situações:

- Que a taxa de chegadas (λ^a, λ^d) se encontre na região a laranja. Neste caso, pode-se trabalhar com estas taxas de chegada. Os valores z^a, z^d associados ficam dentro da tolerância e pode ser aplicada a teoria já vista com as variáveis z^a, z^d para minimizar a função objetivo.

- Que em algum slot temporal a taxa de chegada de clientes (λ^a, λ^d) não se situe na região laranja. Neste caso, com este número de aviões, o aeroporto encontra-se num estado de congestionamento. Esta situação pode ser alterada por “push-back”, ou seja, troca-se (λ^a, λ^d) nestes slots por outros valores ($\lambda^{a2}, \lambda^{d2}$) escolhidos entre os pontos laranjas, tratando-se estas das opções válidas. Ao escolher um dos (λ^a, λ^d) tem-se filas de espera de duração (p^a, p^d) e a taxa de serviço (μ^a, μ^d) associada ao ponto escolhido. Neste caso, depois de decidir quantos aviões se autorizam no slot, o serviço deve ser feito com os parâmetros (μ^a, μ^d) únicos possíveis (que levam a $z^a \leq p^a, z^d \leq p^d$). Um dos critérios para a escolha de um dado ponto laranja poderá ser o de minimizar o número total de aviões que são trocados de slot.

A aplicação deste critério leva a considerar um novo programa linear. Tem-se um programa original de chegada de clientes (λ_i^a, λ_i^d) nos diferentes slots temporais $i = 1, 2, \dots, N$. Tem-se ainda um nível de serviço predefinido (p^a, p^d). Em cada slot i existe uma configuração do sistema de pistas representada pelos pontos de controlo da correspondente curva envolvente de Gilbo. Este domínio, juntamente com os níveis de serviço predeterminados, determinam uma curva envolvente secundária de Gilbo (região a laranja) que identifica quais são as taxas de chegada de clientes para esse slot que permitem ao aeroporto funcionar num estado sustentável (sem saturação ou congestionamento).

Denomina-se de s_i^a, s_i^d (valores não negativos) o número de aviões do slot i que são adiados para o slot seguinte (apenas para $i = 1, 2, \dots, N - 1$, portanto $s^a(N) = 0, s^d(N) = 0$). Pode-se considerar estes números como não inteiros, pois tudo é medido como valores médios e os pontos de controlo usados não serão inteiros.

Desta maneira, o número de aviões que chegam em cada slot, depois do “pull-back” são $(\lambda_i^{a2}, \lambda_i^{d2}) = (\lambda_i^a, \lambda_i^d) + (s_{i-1}^a, s_{i-1}^d) - (s_i^a, s_i^d)$. Os valores λ_i^a, λ_i^d são conhecidos. As variáveis de decisão são os valores s_i^a, s_i^d . A restrição que deve ser imposta é que $\lambda_i^a + s_{i-1}^a - s_i^a, \lambda_i^d + s_{i-1}^d - s_i^d$ devem estar no domínio secundário de Gilbo (região laranja), impondo a condição de que estes números não são negativos.

Os valores ótimos de s_i^a, s_i^d são escolhidos para que a soma de todos estes números seja mínimo, minimizando o número total de aviões que são retirados dos diferentes slots. Numa versão mais avançada podem ser atribuídos pesos diferentes em função de o avião ser retirado de uma operação de aterragem ou de uma operação de descolagem.

Depois de resolvido este programa linear prévio, tem-se uma nova previsão horária de voos, na qual em cada slot existe certeza de que a fila não está num estado de congestionamento ou saturação. Surge o problema estudado originalmente, da escolha entre as várias taxas de serviço (μ^a, μ^d) disponíveis ou, equivalentemente, entre os diferentes tempos (z^a, z^d) . Os slots saturados são evitados ao serem retirados os valores (μ^a, μ^d) onde $\mu^a < \frac{1}{p^a}$ ou onde $\mu^d < \frac{1}{p^d}$.

Capítulo 6

Modelização em linguagem AMPL

AMPL (A Mathematical Programming Language) é uma linguagem de modelização desenvolvida nos anos 80 pela Bell Laboratories. Os modelos descritos através desta linguagem são reconhecidos e interpretados por muitos programas que implementam processos algorítmicos de resolução de programas lineares e não lineares.

Nesta dissertação pretende-se utilizar os algoritmos programados no pacote GLPK (Gnu Linear Programming Kit) para otimizar um modelo de pistas de aeroporto descrito em linguagem AMPL. Isto implica trabalhar apenas com restrições e funções objetivo lineares.

O programa GUSEK é uma interface visual do utilizador (front-end), um editor de texto com diferentes menus integrados que permite a criação e edição de ficheiros com um modelo matemático descrito em linguagem AMPL, a edição de ficheiros de dados e a execução dos algoritmos de diferentes *solvers* (por exemplo, os algoritmos programados no GLPK), de forma interativa e simples.

A principal restrição encontra-se no facto de se pretender dar uma descrição do modelo de pistas de aeroporto exclusivamente através de elementos lineares na sintaxe própria de AMPL.

Tendo em conta toda a teoria descrita nos capítulos anteriores, é agora descrito como esta teoria se implementa em linguagem AMPL (ver [35]). Numa primeira fase é criado um ficheiro com a extensão `.mod`. Este ficheiro contém o modelo de serviços de aterragem e descolagem para um dia de operação em aeroportos. O ambiente de trabalho utilizado para a edição deste ficheiro é a interface GUSEK e a descrição do modelo é feita na sintaxe própria da linguagem AMPL. Os dados específicos das características do aeroporto (configurações) ou dos horários previstos num dia de trabalho são dados num ficheiro separado (de dados), e a partir destes ficheiros o GUSEK permite chamar um programa externo (neste caso GLPK) onde estão implementados os algoritmos que permitem identificar a solução ótima do programa linear correspondente. Apresenta-se em seguida como é implementado o modelo na sintaxe AMPL.

6.1. Implementação dos horários e configurações no aeroporto

Inicialmente, consideram-se os seguintes elementos:

- O parâmetro N , inteiro e positivo, representa o número total de slots temporais de 15 minutos;

```
param N, integer, > 0;  
/*número de intervalos de 15 minutos*/
```

- O conjunto I representa o conjunto de slots temporais de 15 minutos, constituído pelo intervalo [1,N];

```
set I := 1..N;  
/*conjunto de intervalos de 15 minutos*/
```

- Os parâmetros lambdaA, lambdaD, não negativos, representam as taxas de procura de operações de aterragem e descolagem, em cada slot temporal i;

```
param lambdaA{i in I}, >= 0;  
/*taxa de procura para entradas no intervalo i*/  
param lambdaD{i in I}, >= 0;  
/*taxa de procura para saídas no intervalo i*/
```

- As variáveis muA, muD, não negativas, representam a política de serviços a aplicar no slot temporal i, ou seja, as taxas de aeronaves que podem concluir os serviços de aterragem e descolagem em cada slot temporal i;

```
var muA{i in I}, >= 0;  
/*taxa de serviço para entradas no aeroporto no intervalo i*/  
var muD{i in I}, >= 0;  
/*taxa de serviço para saídas no aeroporto no intervalo i*/
```

- O parâmetro M, inteiro e positivo, representa o número total de configurações de pista no aeroporto;

```
param M, integer, > 0;  
/*número de configurações do aeroporto*/
```

- O conjunto C representa o conjunto de configurações de pista no aeroporto, constituído pelo intervalo [1,M];

```
set C := 1..M;  
/*conjunto de configurações do aeroporto*/
```

- O parâmetro g, inteiro e não negativo, representa a configuração de pista utilizada no slot temporal i.

```
param g{i in I}, integer, >= 0;  
/*configuração utilizada no intervalo i*/
```

Estes são elementos gerais do programa necessários na modelação dos dados relativos aos horários de voo e das configurações de pista num determinado aeroporto durante um dia concreto.

A curva de capacidades de Gilbo não é linear, e como a linguagem AMPL resolve problemas de programação linear, são utilizados no modelo pontos de controlo e restrições linearizadas de modo a obter uma envolvente de Gilbo linearizada, tal como foi introduzida no capítulo 3.2.

- Os parâmetros μ_{Amax} , μ_{Dmax} , μ_{Amin} , μ_{Dmin} , μ_{Aint} , μ_{Dint} , não negativos, que em conjunto determinam a curva envolvente que limita o domínio de capacidades de Gilbo para uma configuração c , tal como descrito no capítulo 3.2.

```
param muAmax {c in C}, >= 0;
/*máximo de entradas no intervalo i*/
param muDmax {c in C}, >= 0;
/*máximo de saídas no intervalo i*/
param muAmin {c in C}, >= 0;
/*mínimo de entradas no intervalo i*/
param muDmin {c in C}, >= 0;
/*mínimo de saídas no intervalo i*/
param muAint {c in C}, >= 0;
/*valor intermédio de entradas no intervalo i*/
param muDint {c in C}, >= 0;
/*valor intermédio de saídas no intervalo i*/
```

E ainda os parâmetros q_A , q_D utilizados para determinar os novos valores dos pontos de controlo, tanto no caso da conversão em tempos de espera estáveis, como no caso da determinação do domínio de Gilbo secundário.

- Os parâmetros q_A , q_D , maiores do que 1, representam os fatores quadráticos de momentos dos serviços de aterragem e descolagem;

```
param qA, >= 1;
/*fator quadrático de momentos para o serviço de aterragem no intervalo i*/
param qD, >= 1;
/*fator quadrático de momentos para o serviço de descolagem no intervalo i*/
```

São implementados os níveis de serviço p_A , p_D , indicando a tolerância que existe para os tempos de espera em aterragem e descolagem, respetivamente.

- Os parâmetros p_A , p_D representam as tolerâncias ou níveis de serviço das filas de espera de aterragem e descolagem, definidos para um aeroporto concreto.

```
param pA, >= 0;
/*tolerância ou nível de serviço para as filas de espera de aterragem, definidos por um aeroporto concreto*/
param pD, >= 0;
/*tolerância ou nível de serviço para as filas de espera de descolagem, definidos por um aeroporto concreto*/
```

- Os parâmetros c_A , c_D , não negativos, representam os custos por unidade de tempo de espera de uma aeronave nas filas de espera de aterragem e descolagem no slot temporal i , respetivamente;

```
param cA{i in I}, >= 0;
/*custo por unidade de tempo de espera de um cliente de arrivals*/
param cD{i in I}, >= 0;
/*custo por unidade de tempo de espera de um cliente de departures*/
```

6.2. Otimização dos tempos de atraso esperados

Em seguida, são implementados no modelo em linguagem AMPL os novos parâmetros para a transformação dos pontos de controlo que caracterizam a envolvente de Gilbo em valores de tempos estáveis de espera, de acordo com a fórmula que relaciona μ e z apresentada anteriormente.

Em alternativa à definição do serviço no slot i por meio de valores μ_A , μ_D que indicam a taxa de serviço nesse slot, o serviço pode ser definido por meio de valores z_A , z_D que indicam o tempo de espera para os serviços estáveis nesse slot:

- As variáveis z_A , z_D representam os valores esperados dos tempos estáveis de espera desde que as aeronaves chegam às filas de espera de aterragem e descolagem até à conclusão do serviço, no slot temporal i ;

```
var zA{i in I};
/*variável associada ao valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de arrivals chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
var zD{i in I};
/*variável associada ao valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de departures chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
```

São implementados novos parâmetros para os valores dos pontos de interseção da abcissa $x = \lambda_A$ com as retas que unem pares de pontos da envolvente, sendo que o valor mínimo destas interseções corresponde ao valor de μ_{Asta} . Também são implementados novos parâmetros para os valores dos pontos de interseção da ordenada $y = \lambda_D$ com os mesmos segmentos lineares e o valor mínimo destas interseções corresponde ao valor de μ_{Dsta} :

- Os parâmetros $\mu_{Aintersec1}$, $\mu_{Aintersec2}$, $\mu_{Aintersec3}$ representam as abcissas dos pontos de interseção da reta $\mu_D = \lambda_D$ com os segmento retilíneo característicos da curva de Gilbo;

```
param muAintersec1 {i in I} := muAmax [g[i]];
/*abcissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo vertical que delinea a
área onde a taxa máxima de serviços de aterragem é menor ou igual ao majorante de muA*/
param muAintersec2 {i in I} := (lambdaD [i] * (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]) - muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] + muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muDmin [g[i]] - muDint
[g[i]]);
/*abcissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAintersec3 {i in I} := (lambdaD [i] * (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]) - muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] + muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muDint [g[i]] - muDmax
[g[i]]);
/*abcissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
```

- Os parâmetros $\mu_{Dintersec1}$, $\mu_{Dintersec2}$, $\mu_{Dintersec3}$ representam as ordenadas dos pontos de interseção da reta $\mu_A = \lambda_A$ com os segmentos retilíneos característicos da curva de Gilbo;

```
param muDintersec1 {i in I} := muDmax [g[i]];
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo horizontal que
delineia a área onde a taxa máxima de serviços de descolagem é menor ou igual ao majorante de muD*/
param muDintersec2 {i in I} := (lambdaA [i] * (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]) + muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] - muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muAint [g[i]] - muAmin
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec3 {i in I} := (lambdaA [i] * (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]) + muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] - muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muAmax [g[i]] - muAint
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
```

- Os parâmetros μ_{Asta} , μ_{Dsta} representam as taxas máximas de serviços para aterragem ou para descolagem que poderiam ser aplicadas para se manter uma situação estável,

não saturada, tendo em conta a envolvente de Gilbo e a procura existente destes serviços, no presente slot temporal.

```

param muAsta{i in I} := min (muAintersec1 [i], muAintersec2 [i], muAintersec3 [i]);
/*o valor de muA estável corresponde ao valor mínimo das abcissas dos pontos de interseção da reta muD
= lambdaD com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/
param muDsta{i in I} := min (muDintersec1 [i], muDintersec2 [i], muDintersec3 [i]);
/*o valor de muD estável corresponde ao valor mínimo das ordenadas dos pontos de interseção da reta muA
= lambdaA com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/

```

Nesta fase, são implementados no modelo em linguagem AMPL os novos parâmetros com a transformação dos valores μ^{asta} e μ^{dsta} em valores de tempos estáveis de espera, de acordo com a fórmula que relaciona μ e z apresentada anteriormente:

- Os parâmetros z^{asta} , z^{dsta} representam os valores esperados dos tempos estáveis de espera das aeronaves que pretendem aterrar e descolar, associados aos valores de μ^{asta} , μ^{dsta} no slot temporal i .

```

param zAsta{i in I} := (1 / muAsta [i]) + ((qA * lambdaA [i]) / (2 * muAsta [i] * (muAsta [i] - lambdaA [i])));
/*valor esperado do tempo estável de espera dos clientes de arrivals associado ao valor de muAsta*/
param zDsta{i in I} := (1 / muDsta [i]) + ((qD * lambdaD [i]) / (2 * muDsta [i] * (muDsta [i] - lambdaD [i])));
/*valor esperado do tempo estável de espera dos clientes de departures associado ao valor de muDsta*/

```

Pode acontecer que nem todos os pontos de controlo associados aos valores μ^{amax} , μ^{dmax} , μ^{amin} , μ^{dmin} , μ^{aint} , μ^{dint} se encontrem acima de λ^A , λ^D , pelo que esses pontos não geram estabilidade. Mais ainda, não só pretende-se que os pontos de controlo levem à estabilidade mas também que não provoquem congestionamentos. Isto significa que, com λ conhecido, existem valores μ^{acong} , μ^{dcong} que produzem tempos de espera p^A , p^D e portanto valores dos pontos de controlo acima de μ^{acong} , μ^{dcong} produzem tempos de espera inferiores a p^A , p^D .

- Os parâmetros μ^{acong} , μ^{dcong} representam as ordenadas/abcissas dos pontos que delimitam o domínio de Gilbo onde não surgem congestionamentos, no slot temporal i ;

```

param muAcong{i in I} := (1 + (lambdaA [i] * pA) + (sqrt(1 + ((lambdaA [i] ^ 2) * (pA ^ 2)) + (2 * lambdaA [i] * pA * (qA - 1)))) / (2 * pA);
/*o valor de muA que delimita o domínio de Gilbo onde não surgem congestionamentos*/
param muDcong{i in I} := (1 + (lambdaD [i] * pD) + (sqrt(1 + ((lambdaD [i] ^ 2) * (pD ^ 2)) + (2 * lambdaD [i] * pD * (qD - 1)))) / (2 * pD);
/*o valor de muD que delimita o domínio de Gilbo onde não surgem congestionamentos*/

```

É possível determinar se é necessário deslocar algum dos pontos de controlo que seja inferior aos parâmetros μ^{acong} , μ^{dcong} e determinar qual o novo valor desses pontos (μ^{acong} , $\varphi(\mu^{acong})$) e $(\varphi^{-1}(\mu^{dcong})$, μ^{dcong}) que respeite os níveis predeterminados de serviço, com ajuda das retas $\mu^A = \mu^{acong}$ e $\mu^D = \mu^{dcong}$. Para obter o valor $\varphi(\mu^{acong})$ ou o valor $\varphi^{-1}(\mu^{dcong})$, é calculada a interseção da curva poligonal envolvente de Gilbo $(x, \varphi(x))$ com a reta $x = \mu^{acong}$ e com a reta $y = \mu^{dcong}$.

- Os parâmetros $\mu^{aintersec4}$, $\mu^{aintersec5}$, $\mu^{aintersec6}$ representam as abcissas dos pontos de interseção da reta $\mu^D = \mu^{dcong}$ com os segmento retilíneo característicos da curva de Gilbo;

```

param muAintersec4 {i in I} := muAmax [g[i]];
/*abcissa do ponto de interseção da reta muD = muDcong com o segmento retilíneo vertical que delinea a
área onde a taxa máxima de serviços de aterragem é menor ou igual ao majorante de muA*/
param muAintersec5 {i in I} := (muDcong [i] * (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]) - muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] + muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muDmin [g[i]] - muDint
[g[i]]);
/*abcissa do ponto de interseção da reta muD = muDcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAintersec6 {i in I} := (muDcong [i] * (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]) - muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] + muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muDint [g[i]] - muDmax
[g[i]]);
/*abcissa do ponto de interseção da reta muD = muDcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/

```

- Os parâmetros muDintersec4, muDintersec5, muDintersec6 representam as ordenadas dos pontos de interseção da reta $\mu A = \mu A_{cong}$ com os segmentos retilíneos característicos da curva de Gilbo;

```

param muDintersec4 {i in I} := muDmax [g[i]];
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = muAcong com o segmento retilíneo horizontal que
delinea a área onde a taxa máxima de serviços de descolagem é menor ou igual ao majorante de muD*/
param muDintersec5 {i in I} := (muAcong [i] * (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]) + muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] - muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muAint [g[i]] - muAmin
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = muAcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec6 {i in I} := (muAcong [i] * (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]) + muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] - muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muAmax [g[i]] - muAint
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = muAcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/

```

- Os parâmetros muAphicong, muDphicong representam as taxas máximas de serviços para aterragem ou para descolagem que poderiam ser aplicadas para se manter uma situação sustentável, sem congestionamentos, tendo em conta a envolvente de Gilbo e a procura existente destes serviços, no presente slot temporal.

```

param muAphicong {i in I} := min (muAintersec4 [i], muAintersec5 [i], muAintersec6 [i]);
/*o valor de muAphicong corresponde ao valor mínimo das abcissas dos pontos de interseção da reta muD =
muDcong com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/
param muDphicong {i in I} := min (muDintersec4 [i], muDintersec5 [i], muDintersec6 [i]);
/*o valor de muDphicong corresponde ao valor mínimo das ordenadas dos pontos de interseção da reta muA =
muAcong com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/

```

Obtém-se assim na curva envolvente de Gilbo novos pontos de controlo, e todos estes correspondem com uma situação sem congestionamento, tendo em conta a configuração e o número de clientes previstos neste slot.

Utiliza-se o valor rompe = 999999999 quando no slot existe uma taxa de chegada de clientes que leva a que todas as decisões dentro do domínio de Gilbo resultem no congestionamento do aeroporto. Este valor rompe será depois somado na função objetivo, a qual irá trazer um valor elevado quando se minimizem os custos devido ao atraso.

- O parâmetro rompe representa o valor que identifica se existe algum slot temporal com congestionamento.

```

param rompe {i in I} := if muAcong [i] > muAphicong [i] then 999999999 ;
/* o parâmetro rompe identifica se existe algum slot não estável*/

```

- Os parâmetros μ_{muAmax} , μ_{muDmax} , μ_{muAmin} , μ_{muDmin} , μ_{muAint} , μ_{muDint} representam os novos valores dos pontos de controlo μ_{Amax} , μ_{Dmax} , μ_{Amin} , μ_{Dmin} , μ_{Aint} , μ_{Dint} que geram tempos de espera estáveis.

```

param  $\mu_{muAmax}$  {i in I} :=  $\mu_{Aphicong}$  [i];
/*novo valor do ponto de controlo  $\mu_{Amax}$  que gera tempos de espera estáveis*/
param  $\mu_{muDmin}$  {i in I} := max ( $\mu_{Dmin}$  [g[i]],  $\mu_{Dcong}$  [i]);
/*novo valor do ponto de controlo  $\mu_{Dmin}$  que gera tempos de espera estáveis*/
param  $\mu_{muDmax}$  {i in I} :=  $\mu_{Dphicong}$  [i];
/*novo valor do ponto de controlo  $\mu_{Dmax}$  que gera tempos de espera estáveis*/
param  $\mu_{muAmin}$  {i in I} := max ( $\mu_{Amin}$  [g[i]],  $\mu_{Acong}$  [i]);
/*novo valor do ponto de controlo  $\mu_{Amin}$  que gera tempos de espera estáveis*/
param  $\mu_{muAint}$  {i in I} := if  $\mu_{Aint}$  [g[i]] <  $\mu_{Acong}$  [i] then  $\mu_{Acong}$  [i] else if
 $\mu_{Aint}$  [g[i]] >  $\mu_{Aphicong}$  [i] then  $\mu_{Aphicong}$  else  $\mu_{Aint}$  [g[i]];
/*novo valor do ponto de controlo  $\mu_{Aint}$  que gera tempos de espera estáveis*/
param  $\mu_{muDint}$  {i in I} := if  $\mu_{Dint}$  [g[i]] <  $\mu_{Dcong}$  [i] then  $\mu_{Dcong}$  [i] else if
 $\mu_{Dint}$  [g[i]] >  $\mu_{Dphicong}$  [i] then  $\mu_{Dphicong}$  else  $\mu_{Dint}$  [g[i]];
/*novo valor do ponto de controlo  $\mu_{Dint}$  que gera tempos de espera estáveis*/

```

- Os parâmetros z_{Amax} , z_{Dmax} , z_{Amin} , z_{Dmin} , z_{Aint} , z_{Dint} representam os valores esperados de tempos de espera associados aos novos pontos de controlo (situação estável), com taxas de chegada λ conhecidas. Estes parâmetros correspondem aos novos pontos de controlo.

```

param  $z_{Amax}$  {i in I} := (1 /  $\mu_{muAmin}$  [i]) + (( $q_A$  *  $\lambda_{A}$  [i]) / (2 *  $\mu_{muAmin}$  [i] *
( $\mu_{muAmin}$  [i] -  $\lambda_{A}$  [i])));
/*majorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de arrivals chega à fila de espera
até ao término do serviço*/
param  $z_{Dmax}$  {i in I} := (1 /  $\mu_{muDmin}$  [i]) + (( $q_D$  *  $\lambda_{D}$  [i]) / (2 *  $\mu_{muDmin}$  [i] *
( $\mu_{muDmin}$  [i] -  $\lambda_{D}$  [i])));
/*majorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de departures chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
param  $z_{Amin}$  {i in I} := (1 /  $\mu_{muAmax}$  [i]) + (( $q_A$  *  $\lambda_{A}$  [i]) / (2 *  $\mu_{muAmax}$  [i] *
( $\mu_{muAmax}$  [i] -  $\lambda_{A}$  [i])));
/*minorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de arrivals chega à fila de espera
até ao término do serviço*/
param  $z_{Dmin}$  {i in I} := (1 /  $\mu_{muDmax}$  [i]) + (( $q_D$  *  $\lambda_{D}$  [i]) / (2 *  $\mu_{muDmax}$  [i] *
( $\mu_{muDmax}$  [i] -  $\lambda_{D}$  [i])));
/*minorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de departures chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
param  $z_{Aint}$  {i in I} := (1 /  $\mu_{muAint}$  [i]) + (( $q_A$  *  $\lambda_{A}$  [i]) / (2 *  $\mu_{muAint}$  [i] *
( $\mu_{muAint}$  [i] -  $\lambda_{A}$  [i])));
/*valor esperado do tempo de espera intermédio desde que o cliente de arrivals chega à fila de espera até
ao término do serviço*/
param  $z_{Dint}$  {i in I} := (1 /  $\mu_{muDint}$  [i]) + (( $q_D$  *  $\lambda_{D}$  [i]) / (2 *  $\mu_{muDint}$  [i] *
( $\mu_{muDint}$  [i] -  $\lambda_{D}$  [i])));
/*valor esperado do tempo de espera intermédio desde que o cliente de departures chega à fila de espera
até ao término do serviço*/

```

São introduzidas as restrições que garantem que nenhum ponto no domínio de Gilbo corresponde a tempos de espera superiores aos níveis de serviço p_A , p_D .

- As restrições $t_{toleranciaA}$, $t_{toleranciaD}$ representam as filtragens dos pontos na envolvente de Gilbo cuja componente z_A , z_D é igual ou inferior a p_A , p_D , no slot temporal i ;

```

s.t.  $t_{toleranciaA}$  {i in I}:  $z_A$  [i] <=  $p_A$ ;
/*o valor esperado dos tempos estáveis de espera na fila de espera de aterragens é igual ou inferior ao
valor da tolerância ou nível de serviço definido pelo aeroporto*/
s.t.  $t_{toleranciaD}$  {i in I}:  $z_D$  [i] <=  $p_D$ ;
/*o valor esperado dos tempos estáveis de espera na fila de espera de descolagens é igual ou inferior
ao valor da tolerância ou nível de serviço definido pelo aeroporto*/

```

São implementadas as restrições que garantem que nenhum ponto no domínio de Gilbo corresponde a tempos de espera inferiores aos tempos estáveis $zAsta$, $zDsta$:

- As restrições estabilidadeA, estabilidadeD representam as filtragens dos pontos na envolvente de Gilbo cuja componente zA , zD é igual ou superior a $zAsta$, $zDsta$, no slot temporal i .

```
s.t. estabilidadeA {i in I}: zA[i] >= zAsta [i];
/*o valor esperado dos tempos de espera na fila de espera de aterragens é igual ou superior ao valor do tempo estável de espera zAsta*/
s.t. estabilidadeD {i in I}: zD[i] >= zDsta [i];
/*o valor esperado dos tempos de espera na fila de espera de descolagens é igual ou superior ao valor do tempo estável de espera zDsta*/
```

Para cada slot temporal i , são introduzidas restrições (“s.t.”) para os valores de decisão zA , zD estarem no domínio correspondente à configuração e ao nível de serviço predeterminado. Estas restrições são dadas por 4 segmentos retilíneos:

```
s.t. segmento1 {i in I}: zA[i] >= zAmin [i];
/*segmento retilíneo horizontal que delinea a área onde o tempo de espera do cliente de arrivals é maior ou igual ao minorante do valor esperado para o tempo de espera do cliente de arrivals*/
s.t. segmento2 {i in I}: zD[i] >= zDmin [i];
/*segmento retilíneo vertical que delinea a área onde o tempo de espera do cliente de departures é maior ou igual ao minorante do valor esperado para o tempo de espera do cliente de departures*/
s.t. segmento3 {i in I}: zA[i] * (zDmin [i] - zDint [i]) - zD[i] * (zAmax [i] - zAint [i]) + zAmax [i] * zDint [i] - zAint [i] * zDmin [i] <= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (máximo zA, mínimo zD) e (intermédio zA, intermédio zD)*/
s.t. segmento4 {i in I}: zA[i] * (zDint [i] - zDmax [i]) - zD[i] * (zAint [i] - zAmin [i]) + zAint [i] * zDmax [i] - zAmin [i] * zDint [i] <= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (intermédio zA, intermédio zD) e (mínimo zA, máximo zD)*/
```

Ainda com os novos parâmetros e variáveis aleatórias é construída a função objetivo, onde se pretende minimizar o custo total dos tempos de espera das aeronaves em filas de espera de aterragem e descolagem:

```
minimize obj: sum {i in I} (cA[i] * lambdaA [i] * zA[i] + cD[i] * lambdaD [i] * zD[i] + rompe [i]);
/* função objetivo, minimizar o custo total dos tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e descolar*/
```

O modelo apresentado pode ser aplicado desde que a previsão de procura de serviço de aterragem e descolagem, em cada slot temporal, seja compatível com alguma taxa de serviço correspondente à configuração de pistas utilizada nesse slot, sem provocar congestionamento. Se existir congestionamento, o parâmetro *rompe* faz com que o valor da função objetivo seja muito elevada.

6.3. Otimização da alocação de voos em slots posteriores

Como já mencionado, o modelo descrito em 6.2. parte do pressuposto de que a procura de serviço de aterragem e descolagem em cada slot não correspondem obrigatoriamente a um estado de saturação para a configuração de pistas do aeroporto. Ou seja, o mesmo modelo pode ser aplicado desde que a configuração existente tenha alguma taxa de serviço no domínio de

Gilbo capaz de lidar com a procura. Caso contrário, é necessário alterar a procura prevista e adiar algumas aeronaves para slots posteriores.

Relativamente à transferência de aeronaves para slots posteriores, é criado um novo modelo para otimização do número de aviões a serem retirados de cada slot. Neste modelo são implementados novamente os elementos já referidos na secção 6.1.

Pretende-se aplicar o processo de adiamento de clientes no serviço de aterragem e descolagem que permite evitar o congestionamento dos serviços, minimizando dentro do possível o número de voos adiados, segundo o descrito na secção 5.6.

Os novos parâmetros e variáveis a serem implementados neste modelo são o número de aeronaves retiradas de cada slot sA , sD , os novos valores dos pontos de controlo do primeiro domínio de Gilbo, superiores a $1/pA$, $1/pD$, que não geram congestionamentos e os novos pontos de controlo que determinam a segunda região onde se encontram as taxas de procura que podem ser geridas ao mesmo tempo que se mantêm condições sustentáveis (livres de congestionamento):

- As variáveis sA , sD representam as folgas, ou seja, o número de aviões do slot temporal i , que pretendem aterrar ou descolar, a serem adiados para o slot seguinte;

```
var sA{i in I}, >= 0;
/*folga entre os valores lambdaA e lambdaA2, ou seja, o número de aviões do slot i que pretendem aterrar e
que são adiados para o slot seguinte*/
var sD{i in I}, >= 0;
/*folga entre os valores lambdaD e lambdaD2, ou seja, o número de aviões do slot i que pretendem descolar e
que são adiados para o slot seguinte*/
```

O domínio secundário de Gilbo indicado na secção 5.6, que mostra quais são as taxas de procura que resultam compatíveis com uma situação sustentável, é definido por pontos de controlo calculados de forma similar ao já feito em 6.2. No entanto, neste caso os valores limite a utilizar não são μA_{cong} , μD_{cong} mas sim $1/pA$, $1/pD$.

É possível determinar se é necessário deslocar algum dos pontos de controlo que seja inferior aos parâmetros $1/pA$, $1/pD$ e determinar qual o novo valor desses pontos ($1/pA$, μA_{cong}) e ($1/pD$, μD_{cong}) que respeite os níveis predeterminados de serviço, com ajuda das retas $\mu A = 1/pA$ e $\mu D = 1/pD$. Para obter o valor μA_{cong} ou o valor μD_{cong} , é calculada a intersecção da curva poligonal envolvente de Gilbo (x , $\varphi(x)$) com a reta $x=\mu A_{cong}$ e com a reta $y=\mu D_{cong}$.

- Os parâmetros $\mu A_{intersec1}$, $\mu A_{intersec2}$, $\mu A_{intersec3}$ representam as abcissas dos pontos de intersecção da reta $\mu D = 1/pD$ com os segmento retilíneo característicos da curva de Gilbo;

```

param muAintersec1 {i in I} := muAmax [g[i]];
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo vertical que delinea a
área onde a taxa máxima de serviços de aterragem é menor ou igual ao majorante de muA*/
param muAintersec2 {i in I} := ((1/pD) * (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]) - muAmax [g[i]]
* muDint [g[i]] + muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAintersec3 {i in I} := ((1/pD) * (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]) - muAint [g[i]]
* muDmax [g[i]] + muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/

```

- Os parâmetros muDintersec1, muDintersec2, muDintersec3 representam as ordenadas dos pontos de interseção da reta $\mu A = 1/pA$ com os segmentos retilíneos característicos da curva de Gilbo;

```

param muDintersec1 {i in I} := muDmax [g[i]];
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo horizontal que
delinea a área onde a taxa máxima de serviços de descolagem é menor ou igual ao majorante de muD*/
param muDintersec2 {i in I} := ((1/pA) * (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]) + muAint [g[i]]
* muDmax [g[i]] - muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec3 {i in I} := ((1/pA) * (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]) + muAmax [g[i]]
* muDint [g[i]] - muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/

```

- Os parâmetros muAcong, muDcong representam as taxas máximas de serviços para aterragem ou para descolagem que poderiam ser aplicadas para se manter uma situação sustentável, sem congestionamentos, tendo em conta a envolvente de Gilbo e a procura existente destes serviços, no presente slot temporal.

```

param muAcong {i in I} := min (muAintersec1 [i], muAintersec2 [i], muAintersec3 [i]);
/*o valor de muA a partir do qual não são originados congestionamentos corresponde ao valor mínimo
das abscissas dos pontos de interseção da reta muD = lambdaD com os segmentos retilíneos do
envelope de Gilbo*/
param muDcong {i in I} := min (muDintersec1 [i], muDintersec2 [i], muDintersec3 [i]);
/*o valor de muD a partir do qual não são originados congestionamentos corresponde ao valor mínimo das
ordenadas dos pontos de interseção da reta muA = lambdaA com os segmentos retilíneos do envelope de
Gilbo*/

```

Utiliza-se o valor rompe = 999999999 quando no slot existe uma taxa de chegada de clientes que leva a que todas as decisões dentro do domínio de Gilbo resultem no congestionamento do aeroporto. Este valor rompe será depois somado na função objetivo, a qual irá trazer um valor elevado quando se minimizem os custos devido ao atraso.

- O parâmetro rompe representa o valor que identifica se existe algum slot temporal com congestionamento.

```

param rompe {i in I} := if (1/pA) > muAcong [i] then 999999999 ;
/* o parâmetro rompe identifica se existe algum slot não estável*/

```

- Os parâmetros mmuA2max, mmuD2max, mmuA2min, mmuD2min, mmuA2int, mmuD2int representam os novos valores dos pontos de controlo que geram filas de espera sem congestionamentos;

```

param mmuA2max {i in I} := muAcong [i];
/*novo valor do ponto de controlo muAmax que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuD2min {i in I} := max (muDmin [g[i]], 1/pD);
/*novo valor do ponto de controlo muDmin que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuD2max {i in I} := muDcong [i];
/*novo valor do ponto de controlo muDmax que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuA2min {i in I} := max (muAmin [g[i]], 1/pA);
/*novo valor do ponto de controlo muAmin que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuA2int {i in I} := if muAint [g[i]] < 1/pA then 1/pA else if muAint [g[i]] >
muAcong [i] then muAcong [i] else muAint [g];
/*novo valor do ponto de controlo muAint que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuD2int {i in I} := if muDint [g[i]] < 1/pD then 1/pD else if muDint [g[i]] >
muDcong [i] then muDcong [i] else muDint [g];
/*novo valor do ponto de controlo muDint que gera filas de espera sem congestionamentos*/

```

São introduzidos os pontos de controlo que determinam um domínio secundário de Gilbo, descrito na secção 5.6, e caracterizado pelos novos parâmetros muA2, muD2.

- Os parâmetros muA2max, muD2max, muA2min, muD2min, muA2int, muD2int representam os novos valores dos pontos de controlo que delimitam o segundo domínio de Gilbo onde se encontram as taxas de procura lambdaA, lambdaD que estão associadas a alguma taxa de serviço que resulta admissível sem atingir congestionamentos.

```

param muA2max {i in I} := ((2 * (pA * mmuA2max [i] - 1)) / (qA + (2 * (pA * mmuA2max [i]
- 1)))) * mmuA2max [i];
/*novo valor de muAmax no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muD2max {i in I} := ((2 * (pD * mmuD2max [i] - 1)) / (qD + (2 * (pD * mmuD2max [i]
- 1)))) * mmuD2max [i];
/*novo valor de muDmax no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muA2min {i in I} := ((2 * (pA * mmuA2min [i] - 1)) / (qA + (2 * (pA * mmuA2min [i]
- 1)))) * mmuA2min [i];
/*novo valor de muAmin no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muD2min {i in I} := ((2 * (pD * mmuD2min [i] - 1)) / (qD + (2 * (pD * mmuD2min [i]
- 1)))) * mmuD2min [i];
/*novo valor de muDmin no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muA2int {i in I} := ((2 * (pA * mmuA2int [i] - 1)) / (qA + (2 * (pA * mmuA2int [i]
- 1)))) * mmuA2int [i];
/*novo valor de muAint no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muD2int {i in I} := ((2 * (pD * mmuD2int [i] - 1)) / (qD + (2 * (pD * mmuD2int [i]
- 1)))) * mmuD2int [i];
/*novo valor de muDint no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/

```

São implementadas restrições que garantem que os valores sA(i), sD(i) utilizados não produzem em nenhum slot temporal um número negativo de clientes à procura de serviço de aterragem ou de descolagem:

```

s.t. naonegatividadeA {i in I}: if i = 1 then lambdaA [i] - sA [i] else lambdaA [i] +
sA [i-1] - sA [i] >= 0;
/*os valores sA não produzem um número negativo de clientes à procura de serviço de aterragem*/
s.t. naonegatividadeD {i in I}: if i = 1 then lambdaD [i] - sD [i] else lambdaD [i] +
sD [i-1] - sD [i] >= 0;
/*os valores sD não produzem um número negativo de clientes à procura de serviço de descolagem*/

```

Para cada slot temporal i, são introduzidas restrições (“s.t.”) dependentes da configuração g prevista nesse slot e dos novos pontos de controlo característicos da região que resulta num sistema sustentável. Através destes pontos de controlo são identificados 4 segmentos retilíneos:

```

s.t. segmento1 {i in I}: if i = 1 then lambdaA [i] - sA [i] else lambdaA [i] + sA [i-1] -
sA [i] <= muA2max [g[i]];
/*segmento retilíneo vertical que delinea a área onde lambdaA2 é menor ou igual ao majorante muA2max*/
s.t. segmento2 {i in I}: if i = 1 then lambdaD [i] - sD [i] else lambdaD [i] + sD [i-1] -
sD [i] <= muD2max [g[i]];
/*segmento retilíneo horizontal que delinea a área onde lambdaD2 é menor ou igual ao majorante muA2max*/
s.t. segmento3 {i in I}: (if i = 1 then lambdaA [i] - sA [i] else lambdaA [i] + sA [i-1] -
sA [i]) * (muD2int [i] - muD2max [i]) - (if i = 1 then lambdaD [i] - sD [i] else lambdaD
[i] + sD [i-1] - sD [i]) * (muA2int [i] - muA2min [i]) + muA2int [i] * muD2max [i] -
muA2min [i] * muD2int [i] >= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (muA2int, muD2int) e (muA2min, muD2max)*/
s.t. segmento4 {i in I}: (if i = 1 then lambdaA [i] - sA [i] else lambdaA [i] + sA [i-1] -
sA [i]) * (muD2min [i] - muD2int [i]) - (if i = 1 then lambdaD [i] - sD [i] else lambdaD
[i] + sD [i-1] - sD [i]) * (muA2max [i] - muA2int [i]) + muA2max [i] * muD2int [i] -
muA2int [i] * muD2min [i] >= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (muA2max, muD2min) e (muA2int, muD2int)*/

```

Finalmente, tem-se a função objetivo que minimiza o número total de aviões que são retirados de cada slot temporal i:

```

minimize obj: sum {i in I} (sA [i] + sD [i] + rompe [i]);
/* função objetivo, minimizar o número total de aviões que são retirados de cada slot*/

```

6.4. Ficheiro de dados

Após a implementação da teoria em código AMPL, são realizadas experiências com dados realistas. Estes dados são colocados em ficheiros com extensão .dat para que seja possível correr o programa e obter resultados. Para além disto, o modelo no ficheiro .mod torna-se inconveniente de ler quando contém uma lista longa de dados, pelo que colocar os dados num ficheiro .dat é mais apropriado. Também podem ser abertos vários ficheiros de dados diferentes para facilitar a realização de diversas experiências sem que os dados tenham de ser alterados num ficheiro .mod sempre que seja necessário testar novos valores nos parâmetros.

6.4.1. Configurações concretas de aeroportos

É necessário inserir valores realistas sobre as capacidades existentes em diferentes aeroportos, para diferentes configurações das suas pistas. Estas capacidades são descritas por pontos de controlo. Como já referido no capítulo 3.2.3., estes valores são μ^{Amax} , μ^{Dmax} , μ^{Amin} , μ^{Dmin} , μ^{Aint} e μ^{Dint} , os quais dependem da configuração de pista num dado aeroporto que, por sua vez, depende das condições meteorológicas.

Existe uma lista de aeroportos com as correspondentes envolventes de Gilbo que podem ser consultadas em [Airport Capacity Profiles | Federal Aviation Administration \(faa.gov\)](https://www.faa.gov/airports/airport-capacity). A partir destas curvas de capacidade não lineares podem ser retirados os valores dos três pontos (μ^{amin} , μ^{dmax}), (μ^{amax} , μ^{dmin}) e (μ^{aint} , μ^{dint}) de forma a construir as envolventes de Gilbo linearizadas através das restrições no modelo em linguagem AMPL.

Por exemplo, tem-se uma configuração de pista do aeroporto de Miami, em condições meteorológicas visuais, no gráfico da figura 6.1:

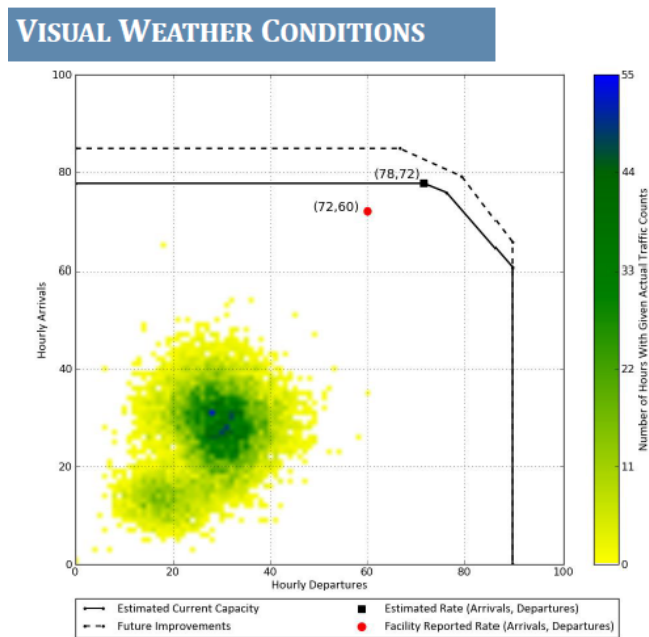


Figura 6.1 – Gráfico das capacidades de entrada e saída no aeroporto Miami, em condições meteorológicas visuais [25]

Se se considerarem as configurações de pista do aeroporto de Miami, nas diferentes condições meteorológicas, os parâmetros são implementados no ficheiro de dados como se apresenta em seguida:

```

param M := 3;

param g := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 2, 26 2, 27 2, 28 2, 29 2, 30 2, 31 2, 32 2, 33 2, 34 2, 35 2, 36 2, 37 2, 38 2, 39 2, 40 2
, 41 2, 42 2, 43 2, 44 2, 45 2, 46 2, 47 2, 48 2, 49 3, 50 3, 51 3, 52 3, 53 3, 54 3, 55 3, 56 3, 57 3, 58 3, 59 3, 60
3, 61 3, 62 3, 63 3, 64 3, 65 3, 66 3, 67 3, 68 3, 69 3, 70 3, 71 3, 72 3;

param muAmax := 1 78, 2 71, 3 64;
param muDmax := 1 89, 2 89, 3 82;
param muAmin := 1 61, 2 56, 3 20;
param muDmin := 1 72, 2 77, 3 31;
param muAint := 1 75, 2 61, 3 52;
param muDint := 1 75, 2 81, 3 48;

```

O parâmetro M assume o valor 3, pois no aeroporto de Miami existem 3 configurações de pista para as diferentes condições meteorológicas. O parâmetro g contém a configuração de pista a ser utilizada em cada slot temporal. Nesta experiência admite-se que a configuração modifica, entre as 3 disponíveis, ao longo do dia. Os parâmetros muAmax, muDmax, muAmin, muDmin, muAint e muDint apresentam os valores da envolvente de Gilbo linearizada, em cada configuração de pista.

6.4.2. Dados reais dos horários de voos num dia concreto

O ficheiro de dados tem agora os valores dos pontos associados a cada configuração de pista de um aeroporto e pretende-se inserir os dados referentes aos voos previstos para um dia concreto, dependendo do aeroporto que se irá analisar. Estes dados encontram-se depositados na página flightradar.com ([Airports in united states - Flightradar24](https://flightradar.com)), com a possibilidade de escolha do aeroporto para observação dos horários previstos num dia de operação. Para além da escolha do aeroporto, neste site existe a opção de escolha entre horários de aterragem e horários de descolagem, sendo ainda possível visualizar horários até cerca de dois dias previamente ao dia em que se visita a página.

Com os dados relativos a previsões de horários de aterragem e descolagem num dia concreto, podem ser criados no ficheiro de dados os slots temporais com os respetivos valores associados ao aeroporto pretendido, de forma a que o ficheiro de dados seja realista para as posteriores experiências e obtenção de resultados.

Por exemplo, caso se considerem os dados relativos aos horários de voo do aeroporto de Miami durante o dia 3 de Junho de 2023, entre as 6:00h e as 24:00h, os parâmetros são implementados no ficheiro de dados da seguinte forma:

```
param N := 72;
```

```
param lambdaA := 1 5, 2 4, 3 5, 4 4, 5 2, 6 9, 7 10, 8 7, 9 7, 10 3, 11 5, 12 12, 13 23, 14 9, 15 5, 16 9, 17 7, 18 4, 19 3, 20 10, 21 16, 22 8, 23 13, 24 6, 25 6, 26 6, 27 7, 28 12, 29 6, 30 5, 31 11, 32 8, 33 13, 34 6, 35 11, 36 13, 37 11, 38 5, 39 7, 40 5, 41 12, 42 9, 43 7, 44 11, 45 13, 46 12, 47 13, 48 10, 49 7, 50 4, 51 13, 52 16, 53 13, 54 17, 55 6, 56 13, 57 9, 58 8, 59 18, 60 4, 61 2, 62 6, 63 11, 64 11, 65 3, 66 4, 67 5, 68 4, 69 4, 70 2, 71 1, 72 6;
```

```
param lambdaD := 1 6, 2 3, 3 5, 4 3, 5 14, 6 6, 7 2, 8 4, 9 8, 10 2, 11 25, 12 14, 13 12, 14 8, 15 12, 16 5, 17 29, 18 18, 19 14, 20 11, 21 3, 22 5, 23 5, 24 1, 25 14, 26 17, 27 9, 28 6, 29 7, 30 6, 31 10, 32 6, 33 8, 34 9, 35 8, 36 10, 37 4, 38 4, 39 17, 40 8, 41 10, 42 10, 43 3, 44 8, 45 6, 46 5, 47 12, 48 12, 49 12, 50 6, 51 6, 52 8, 53 5, 54 4, 55 20, 56 11, 57 6, 58 10, 59 8, 60 7, 61 19, 62 15, 63 7, 64 3, 65 5, 66 3, 67 5, 68 6, 69 5, 70 2, 71 5, 72 1;
```

O parâmetro N assume o valor 72 pelo facto de existir, entre as 6:00h e as 24:00h, uma duração das operações do aeroporto de 18 horas, correspondente a 72 slots temporais de 15 minutos. Os parâmetros lambdaA e lambdaD contêm os valores do número de voos previstos para cada slot temporal, recolhidos a partir dos dados fornecidos pela página web referida acima.

6.4.3. Valores do fator quadrático de momentos para a duração do serviço

Na secção 4.3. foram referidas numerosas fontes com dados sobre a distribuição empírica de tempos de serviço em diferentes aeroportos. Neste capítulo pretende-se determinar os valores do fator quadrático de momentos para a duração dos serviços de aterragem e descolagem nos mesmos aeroportos. Os valores já estudados no capítulo 4 levam a considerar determinados valores típicos de q_A e de q_D .

Com os dados do artigo de Simaiakis [28] tem-se o valor do fator quadrático de momentos para o serviço de descolagem, no aeroporto internacional de Boston, dado por:

$$q_s = 1 + c_s^2 = 1 + 0.0197 = 1.0197$$

Com os dados do artigo de Idris [29] tem-se para o aeroporto de Logan o valor do fator quadrático de momentos q_s para a duração do serviço de descolagem:

$$q_s = 1 + c_s^2 = 1 + 0.0758 = 1.0758$$

Ainda com os dados do artigo de Idris [29] determina-se o valor do fator quadrático de momentos q_s para o tempo de taxi-out na situação das aeronaves não ultrapassadas no aeroporto de Logan:

$$q_s = 1 + c_s^2 = 1 + 0.1167 = 1.1167$$

Com os dados do artigo de Idris, Clarke, Bhuvra e Kang [31] calcula-se, para o aeroporto de Logan, o valor do fator quadrático de momentos para a duração do serviço de taxi-out:

$$q_s = 1 + c_s^2 = 1 + 0.1431 = 1.1431$$

Assim sendo, são introduzidos no ficheiro de dados os valores dos fatores quadráticos de momentos para a duração dos serviços de aterragem e descolagem, como por exemplo:

```
param qA := 1.1167;
param qD := 1.1431;
```

6.4.4. Modelos em linguagem AMPL

Apresenta-se em seguida o primeiro modelo para otimização dos custos associados aos tempos de espera em fila:

```
param N, integer, > 0;
/*número de intervalos de 15 minutos*/
set I := 1..N;
/*conjunto de intervalos de 15 minutos*/
param lambdaA {i in I}, >= 0;
/*taxa de procura para entradas no intervalo i*/
param lambdaD {i in I}, >= 0;
/*taxa de procura para saídas no intervalo i*/
var muA {i in I}, >= 0;
/*taxa de serviço para entradas no aeroporto no intervalo i*/
var muD {i in I}, >= 0;
/*taxa de serviço para saídas no aeroporto no intervalo i*/
param M, integer, > 0;
/*número de configurações do aeroporto*/
set C := 1..M;
/*conjunto de configurações do aeroporto*/
param g {i in I}, integer, >= 0;
/*configuração utilizada no intervalo i*/
```

```

param muAmax {c in C}, >= 0;
/*máximo de entradas no intervalo i*/
param muDmax {c in C}, >= 0;
/*máximo de saídas no intervalo i*/
param muAmin {c in C}, >= 0;
/*mínimo de entradas no intervalo i*/
param muDmin {c in C}, >= 0;
/*mínimo de saídas no intervalo i*/
param muAint {c in C}, >= 0;
/*valor intermédio de entradas no intervalo i*/
param muDint {c in C}, >= 0;
/*valor intermédio de saídas no intervalo i*/
param qA, >= 1;
/*fator quadrático de momentos para o serviço de aterragem no intervalo i*/
param qD, >= 1;
/*fator quadrático de momentos para o serviço de descolagem no intervalo i*/
param pA, >= 0;
/*tolerância ou nível de serviço para as filas de espera de aterragem, definidos por um aeroporto concreto*/
param pD, >= 0;
/*tolerância ou nível de serviço para as filas de espera de descolagem, definidos por um aeroporto concreto*/
param cA{i in I}, >= 0;
/*custo por unidade de tempo de espera de um cliente de arrivals*/
param cD{i in I}, >= 0;
/*custo por unidade de tempo de espera de um cliente de departures*/
var zA{i in I};
/*variável associada ao valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de arrivals chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
var zD{i in I};
/*variável associada ao valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de departures chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
param muAintersec1 {i in I} := muAmax [g[i]];
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo vertical que delinea a
área onde a taxa máxima de serviços de aterragem é menor ou igual ao majorante de muA*/
param muAintersec2 {i in I} := (lambdaD [i] * (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]) - muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] + muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muDmin [g[i]] - muDint
[g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAintersec3 {i in I} := (lambdaD [i] * (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]) - muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] + muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muDint [g[i]] - muDmax
[g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec1 {i in I} := muDmax [g[i]];
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo horizontal que
delinea a área onde a taxa máxima de serviços de descolagem é menor ou igual ao majorante de muD*/
param muDintersec2 {i in I} := (lambdaA [i] * (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]) + muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] - muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muAint [g[i]] - muAmin
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec3 {i in I} := (lambdaA [i] * (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]) + muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] - muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muAmax [g[i]] - muAint
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAsta{i in I} := min (muAintersec1 [i], muAintersec2 [i], muAintersec3 [i]);
/*o valor de muA estável corresponde ao valor mínimo das abscissas dos pontos de interseção da reta muD
= lambdaD com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/
param muDsta{i in I} := min (muDintersec1 [i], muDintersec2 [i], muDintersec3 [i]);
/*o valor de muD estável corresponde ao valor mínimo das ordenadas dos pontos de interseção da reta muA
= lambdaA com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/
param zAsta{i in I} := (1 / muAsta [i]) + ((qA * lambdaA [i]) / (2 * muAsta [i] * (muAsta

```

```

[i] - lambdaA [i]));
/*valor esperado do tempo estável de espera dos clientes de arrivals associado ao valor de muAsta*/
param zDsta {i in I} := (1 / muDsta [i]) + ((qD * lambdaD [i]) / (2 * muDsta [i] * (muDsta
[i] - lambdaD [i])));
/*valor esperado do tempo estável de espera dos clientes de departures associado ao valor de muDsta*/
param muAcong {i in I} := (1 + (lambdaA [i] * pA) + (sqrt(1 + ((lambdaA [i] ^ 2) * (pA ^
2)) + (2 * lambdaA [i] * pA * (qA - 1)))))) / (2 * pA);
/*o valor de muA que delimita o domínio de Gilbo onde não surgem congestionamentos*/
param muDcong {i in I} := (1 + (lambdaD [i] * pD) + (sqrt(1 + ((lambdaD [i] ^ 2) * (pD ^
2)) + (2 * lambdaD [i] * pD * (qD - 1)))))) / (2 * pD);
/*o valor de muD que delimita o domínio de Gilbo onde não surgem congestionamentos*/
param muAintersec4 {i in I} := muAmax [g[i]];
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = muDcong com o segmento retilíneo vertical que delinea a
área onde a taxa máxima de serviços de aterragem é menor ou igual ao majorante de muA*/
param muAintersec5 {i in I} := (muDcong [i] * (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]) - muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] + muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muDmin [g[i]] - muDint
[g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = muDcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAintersec6 {i in I} := (muDcong [i] * (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]) - muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] + muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muDint [g[i]] - muDmax
[g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = muDcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec4 {i in I} := muDmax [g[i]];
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = muAcong com o segmento retilíneo horizontal que
delinea a área onde a taxa máxima de serviços de descolagem é menor ou igual ao majorante de muD*/
param muDintersec5 {i in I} := (muAcong [i] * (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]) + muAint
[g[i]] * muDmax [g[i]] - muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muAint [g[i]] - muAmin
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = muAcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec6 {i in I} := (muAcong [i] * (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]) + muAmax
[g[i]] * muDint [g[i]] - muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muAmax [g[i]] - muAint
[g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = muAcong com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAphicong {i in I} := min (muAintersec4 [i], muAintersec5 [i], muAintersec6 [i]);
/*o valor de muAphicong corresponde ao valor mínimo das abscissas dos pontos de interseção da reta muD =
muDcong com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/
param muDphicong {i in I} := min (muDintersec4 [i], muDintersec5 [i], muDintersec6 [i]);
/*o valor de muDphicong corresponde ao valor mínimo das ordenadas dos pontos de interseção da reta muA =
muAcong com os segmentos retilíneos do envelope de Gilbo*/
param rompe {i in I} := if muAcong [i] > muAphicong [i] then 999999999 ;
/*o parâmetro rompe identifica se existe algum slot não estável*/
param mmuAmax {i in I} := muAphicong [i];
/*novo valor do ponto de controlo muAmax que gera tempos de espera estáveis*/
param mmuDmin {i in I} := max (muDmin [g[i]], muDcong [i]);
/*novo valor do ponto de controlo muDmin que gera tempos de espera estáveis*/
param mmuDmax {i in I} := muDphicong [i];
/*novo valor do ponto de controlo muDmax que gera tempos de espera estáveis*/
param mmuAmin {i in I} := max (muAmin [g[i]], muAcong [i]);
/*novo valor do ponto de controlo muAmin que gera tempos de espera estáveis*/
param mmuAint {i in I} := if muAint [g[i]] < muAcong [i] then muAcong [i] else if
muAint [g[i]] > muAphicong [i] then muAphicong else muAint [g[i]];
/*novo valor do ponto de controlo muAint que gera tempos de espera estáveis*/
param mmuDint {i in I} := if muDint [g[i]] < muDcong [i] then muDcong [i] else if
muDint [g[i]] > muDphicong [i] then muDphicong else muDint [g[i]];
/*novo valor do ponto de controlo muDint que gera tempos de espera estáveis*/
param zAmax {i in I} := (1 / mmuAmin [i]) + ((qA * lambdaA [i]) / (2 * mmuAmin [i] *
(mmuAmin [i] - lambdaA [i])));
/*majorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de arrivals chega à fila de espera
até ao término do serviço*/
param zDmax {i in I} := (1 / mmuDmin [i]) + ((qD * lambdaD [i]) / (2 * mmuDmin [i] *

```

```

(mmuDmin [i] - lambdaD [i]));
/*majorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de departures chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
param zAmin {i in I} := (1 / mmuAmax [i]) + ((qA * lambdaA [i]) / (2 * mmuAmax [i] *
(mmuAmax [i] - lambdaA [i])));
/*minorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de arrivals chega à fila de espera
até ao término do serviço*/
param zDmin {i in I} := (1 / mmuDmax [i]) + ((qD * lambdaD [i]) / (2 * mmuDmax [i] *
(mmuDmax [i] - lambdaD [i])));
/*minorante do valor esperado do tempo de espera desde que o cliente de departures chega à fila de
espera até ao término do serviço*/
param zAint {i in I} := (1 / mmuAint [i]) + ((qA * lambdaA [i]) / (2 * mmuAint [i] *
(mmuAint [i] - lambdaA [i])));
/*valor esperado do tempo de espera intermédio desde que o cliente de arrivals chega à fila de espera até
ao término do serviço*/
param zDint {i in I} := (1 / mmuDint [i]) + ((qD * lambdaD [i]) / (2 * mmuDint [i] *
(mmuDint [i] - lambdaD [i])));
/*valor esperado do tempo de espera intermédio desde que o cliente de departures chega à fila de espera
até ao término do serviço*/
s.t. toleranciaA {i in I}: zA[i] <= pA;
/*o valor esperado dos tempos estáveis de espera na fila de espera de aterragens é igual ou inferior ao
valor da tolerância ou nível de serviço definido pelo aeroporto*/
s.t. toleranciaD {i in I}: zD[i] <= pD;
/*o valor esperado dos tempos estáveis de espera na fila de espera de descolagens é igual ou inferior
ao valor da tolerância ou nível de serviço definido pelo aeroporto*/
s.t. estabilidadeA {i in I}: zA[i] >= zAsta [i];
/*o valor esperado dos tempos de espera na fila de espera de aterragens é igual ou superior ao valor do tempo
estável de espera zAsta*/
s.t. estabilidadeD {i in I}: zD[i] >= zDsta [i];
/*o valor esperado dos tempos de espera na fila de espera de descolagens é igual ou superior ao valor do
tempo estável de espera zDsta*/
s.t. segmentoz1 {i in I}: zA[i] >= zAmin [i];
/*segmento retilíneo horizontal que delinea a área onde o tempo de espera do cliente de arrivals é maior ou
igual ao minorante do valor esperado para o tempo de espera do cliente de arrivals*/
s.t. segmentoz2 {i in I}: zD[i] >= zDmin [i];

/*segmento retilíneo vertical que delinea a área onde o tempo de espera do cliente de departures é maior ou
igual ao minorante do valor esperado para o tempo de espera do cliente de departures*/
s.t. segmentoz3 {i in I}: zA[i] * (zDmin [i] - zDint [i]) - zD[i] * (zAmax [i] - zAint
[i]) + zAmax [i] * zDint [i] - zAint [i] * zDmin [i] <= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (máximo zA, mínimo zD) e (intermédio zA, intermédio zD)*/
s.t. segmentoz4 {i in I}: zA[i] * (zDint [i] - zDmax [i]) - zD[i] * (zAint [i] - zAmin
[i]) + zAint [i] * zDmax [i] - zAmin [i] * zDint [i] <= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (intermédio zA, intermédio zD) e (mínimo zA, máximo zD)*/
minimize obj: sum {i in I} (cA [i] * lambdaA [i] * zA [i] + cD [i] * lambdaD [i] * zD [i] +
rompe [i]);
/* função objetivo, minimizar o custo total dos tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e
descolar*/

solve ;

```

E ainda em seguida o segundo modelo em linguagem AMPL para otimização do número de aviões transferidos para slots temporais posteriores:

```

param N, integer, > 0;
/*número de intervalos de 15 minutos*/
set I := 1..N;
/*conjunto de intervalos de 15 minutos*/
param lambdaA {i in I}, >= 0;
/*taxa de procura para entradas no intervalo i*/
param lambdaD {i in I}, >= 0;
/*taxa de procura para saídas no intervalo i*/
var muA {i in I}, >= 0;
/*taxa de serviço para entradas no aeroporto no intervalo i*/
var muD {i in I}, >= 0;
/*taxa de serviço para saídas no aeroporto no intervalo i*/
param M, integer, > 0;
/*número de configurações do aeroporto*/
set C := 1..M;
/*conjunto de configurações do aeroporto*/
param g {i in I}, integer, >= 0;
/*configuração utilizada no intervalo i*/
param muAmax {c in C}, >= 0;
/*máximo de entradas no intervalo i*/
param muDmax {c in C}, >= 0;
/*máximo de saídas no intervalo i*/
param muAmin {c in C}, >= 0;
/*mínimo de entradas no intervalo i*/
param muDmin {c in C}, >= 0;
/*mínimo de saídas no intervalo i*/
param muAint {c in C}, >= 0;
/*valor intermédio de entradas no intervalo i*/
param muDint {c in C}, >= 0;
/*valor intermédio de saídas no intervalo i*/
param qA, >= 1;
/*fator quadrático de momentos para o serviço de aterragem no intervalo i*/
param qD, >= 1;
/*fator quadrático de momentos para o serviço de descolagem no intervalo i*/
param pA, >= 0;
/*tolerância ou nível de serviço para as filas de espera de aterragem, definidos por um aeroporto concreto*/
param pD, >= 0;
/*tolerância ou nível de serviço para as filas de espera de descolagem, definidos por um aeroporto concreto*/
var sA {i in I}, >= 0;
/*folga entre os valores lambdaA e lambdaA2, ou seja, o número de aviões do slot i que pretendem aterrar e
que são adiados para o slot seguinte*/
var sD {i in I}, >= 0;
/*folga entre os valores lambdaD e lambdaD2, ou seja, o número de aviões do slot i que pretendem descolar e
que são adiados para o slot seguinte*/
param cA {i in I}, >= 0;
/*custo por unidade de tempo de espera de um cliente de arrivals*/
param cD {i in I}, >= 0;
/*custo por unidade de tempo de espera de um cliente de departures*/
param muAintersec1 {i in I} := muAmax [g[i]];
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo vertical que delinea a
área onde a taxa máxima de serviços de aterragem é menor ou igual ao majorante de muA*/
param muAintersec2 {i in I} := ((1/pD) * (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]) - muAmax [g[i]]
* muDint [g[i]] + muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAintersec3 {i in I} := ((1/pD) * (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]) - muAint [g[i]]
* muDmax [g[i]] + muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]);
/*abscissa do ponto de interseção da reta muD = lambdaD com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec1 {i in I} := muDmax [g[i]];
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo horizontal que
delinea a área onde a taxa máxima de serviços de descolagem é menor ou igual ao majorante de muD*/

```

```

param muDintersec2 {i in I} := ((1/pA) * (muDint [g[i]] - muDmax [g[i]]) + muAint [g[i]]
* muDmax [g[i]] - muAmin [g[i]] * muDint [g[i]]) / (muAint [g[i]] - muAmin [g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmin, muDmax) e (muAint, muDint)*/
param muDintersec3 {i in I} := ((1/pA) * (muDmin [g[i]] - muDint [g[i]]) + muAmax [g[i]]
* muDint [g[i]] - muAint [g[i]] * muDmin [g[i]]) / (muAmax [g[i]] - muAint [g[i]]);
/*ordenada do ponto de interseção da reta muA = lambdaA com o segmento retilíneo intermédio definido por
(muAmax, muDmin) e (muAint, muDint)*/
param muAcong {i in I} := min (muAintersec1 [i], muAintersec2 [i], muAintersec3 [i]);
/*o valor de muA a partir do qual não são originados congestionamentos corresponde ao valor mínimo
das abcissas dos pontos de interseção da reta muD = lambdaD com os segmentos retilíneos do
envelope de Gilbo*/
param muDcong {i in I} := min (muDintersec1 [i], muDintersec2 [i], muDintersec3 [i]);
/*o valor de muD a partir do qual não são originados congestionamentos corresponde ao valor mínimo das
ordenadas dos pontos de interseção da reta muA = lambdaA com os segmentos retilíneos do envelope de
Gilbo*/
param rompe {i in I} := if (1/pA) > muAcong [i] then 999999999 ;
/* o parâmetro rompe identifica se existe algum slot não estável*/
param mmuA2max {i in I} := muAcong [i];
/*novo valor do ponto de controlo muAmax que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuD2min {i in I} := max (muDmin [g[i]], 1/pD);
/*novo valor do ponto de controlo muDmin que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuD2max {i in I} := muDcong [i];
/*novo valor do ponto de controlo muDmax que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuA2min {i in I} := max (muAmin [g[i]], 1/pA);
/*novo valor do ponto de controlo muAmin que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuA2int {i in I} := if muAint [g[i]] < 1/pA then 1/pA else if muAint [g[i]] >
muAcong [i] then muAcong [i] else muAint [g];
/*novo valor do ponto de controlo muAint que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param mmuD2int {i in I} := if muDint [g[i]] < 1/pD then 1/pD else if muDint [g[i]] >
muDcong [i] then muDcong [i] else muDint [g];
/*novo valor do ponto de controlo muDint que gera filas de espera sem congestionamentos*/
param muA2max {i in I} := ((2 * (pA * mmuA2max [i] - 1)) / (qA + (2 * (pA * mmuA2max [i]
- 1)))) * mmuA2max [i];
/*novo valor de muAmax no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muD2max {i in I} := ((2 * (pD * mmuD2max [i] - 1)) / (qD + (2 * (pD * mmuD2max [i]
- 1)))) * mmuD2max [i];
/*novo valor de muDmax no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muA2min {i in I} := ((2 * (pA * mmuA2min [i] - 1)) / (qA + (2 * (pA * mmuA2min [i]
- 1)))) * mmuA2min [i];
/*novo valor de muAmin no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muD2min {i in I} := ((2 * (pD * mmuD2min [i] - 1)) / (qD + (2 * (pD * mmuD2min [i]
- 1)))) * mmuD2min [i];
/*novo valor de muDmin no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muA2int {i in I} := ((2 * (pA * mmuA2int [i] - 1)) / (qA + (2 * (pA * mmuA2int [i]
- 1)))) * mmuA2int [i];
/*novo valor de muAint no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
param muD2int {i in I} := ((2 * (pD * mmuD2int [i] - 1)) / (qD + (2 * (pD * mmuD2int [i]
- 1)))) * mmuD2int [i];
/*novo valor de muDint no slot temporal i associado ao segundo domínio de Gilbo que limita os valores de
(lambdaA2, lambdaD2)*/
s.t. naonegatividadeA {i in I}: if i = 1 then lambdaA [i] - sA [i] else lambdaA [i] +
sA [i-1] - sA [i] >= 0;
/*os valores sA não produzem um número negativo de clientes à procura de serviço de aterragem*/
s.t. naonegatividadeD {i in I}: if i = 1 then lambdaD [i] - sD [i] else lambdaD [i] +
sD [i-1] - sD [i] >= 0;
/*os valores sD não produzem um número negativo de clientes à procura de serviço de descolagem*/
s.t. segmentol {i in I}: if i = 1 then lambdaA [i] - sA [i] else lambdaA [i] + sA [i-1] -

```

```

sA[i] <= muA2max [g[i]];
/*segmento retilíneo vertical que delinea a área onde lambdaA2 é menor ou igual ao majorante muA2max*/
s.t. segmento2 {i in I}: if i = 1 then lambdaD [i] - sD[i] else lambdaD [i] + sD[i-1] -
sD[i] <= muD2max [g[i]];
/*segmento retilíneo horizontal que delinea a área onde lambdaD2 é menor ou igual ao majorante muA2max*/
s.t. segmento3 {i in I}: (if i = 1 then lambdaA [i] - sA[i] else lambdaA [i] + sA[i-1] -
sA[i]) * (muD2int [i] - muD2max [i]) - (if i = 1 then lambdaD [i] - sD[i] else lambdaD
[i] + sD[i-1] - sD[i]) * (muA2int [i] - muA2min [i]) + muA2int [i] * muD2max [i] -
muA2min [i] * muD2int [i] >= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (muA2int, muD2int) e (muA2min, muD2max)*/
s.t. segmento4 {i in I}: (if i = 1 then lambdaA [i] - sA[i] else lambdaA [i] + sA[i-1] -
sA[i]) * (muD2min [i] - muD2int [i]) - (if i = 1 then lambdaD [i] - sD[i] else lambdaD
[i] + sD[i-1] - sD[i]) * (muA2max [i] - muA2int [i]) + muA2max [i] * muD2int [i] -
muA2int [i] * muD2min [i] >= 0;
/*segmento retilíneo intermédio definido por (muA2max, muD2min) e (muA2int, muD2int)*/
minimize obj: sum{i in I} (sA[i] + sD[i] + rompe [i]);
/* função objetivo, minimizar o número total de aviões que são retirados de cada slot*/

solve ;

```

Capítulo 7

Análise de Resultados

Nesta fase são efetuadas diversas simulações com ficheiros de dados de diferentes aeroportos, visando a otimização do fluxo de aterragens e descolagens nesses mesmos aeroportos, através de toda a programação matemática realizada em linguagem AMPL. Utilizam-se ficheiros de dados, cada um com os dados de um aeroporto específico, num dia concreto. Por exemplo, no caso do aeroporto de Miami, tem-se o ficheiro de dados relativo ao dia 3 de Junho de 2023 apresentado em seguida:

```
data;

param N := 72;

param lambdaA := 1 5, 2 4, 3 5, 4 4, 5 2, 6 9, 7 10, 8 7, 9 7, 10 3, 11 5, 12 12, 13 23, 14 9, 15 5, 16 9, 17 7, 18 4, 19
3, 20 10, 21 16, 22 8, 23 13, 24 6, 25 6, 26 6, 27 7, 28 12, 29 6, 30 5, 31 11, 32 8, 33 13, 34 6, 35 11, 36 13, 37 11
, 38 5, 39 7, 40 5, 41 12, 42 9, 43 7, 44 11, 45 13, 46 12, 47 13, 48 10, 49 7, 50 4, 51 13, 52 16, 53 13, 54 17, 55 6
, 56 13, 57 9, 58 8, 59 18, 60 4, 61 2, 62 6, 63 11, 64 11, 65 3, 66 4, 67 5, 68 4, 69 4, 70 2, 71 1, 72 6;

param lambdaD := 1 6, 2 3, 3 5, 4 3, 5 14, 6 6, 7 2, 8 4, 9 8, 10 2, 11 25, 12 14, 13 12, 14 8, 15 12, 16 5, 17 29, 18 18,
19 14, 20 11, 21 3, 22 5, 23 5, 24 1, 25 14, 26 17, 27 9, 28 6, 29 7, 30 6, 31 10, 32 6, 33 8, 34 9, 35 8, 36 10, 37
4, 38 4, 39 17, 40 8, 41 10, 42 10, 43 3, 44 8, 45 6, 46 5, 47 12, 48 12, 49 12, 50 6, 51 6, 52 8, 53 5, 54 4, 55 20,
56 11, 57 6, 58 10, 59 8, 60 7, 61 19, 62 15, 63 7, 64 3, 65 5, 66 3, 67 5, 68 6, 69 5, 70 2, 71 5, 72 1;

param M := 3;

param g := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 2, 26 2, 27 2, 28 2, 29 2, 30 2, 31 2, 32 2, 33 2, 34 2, 35 2, 36 2, 37 2, 38 2, 39 2, 40 2
, 41 2, 42 2, 43 2, 44 2, 45 2, 46 2, 47 2, 48 2, 49 3, 50 3, 51 3, 52 3, 53 3, 54 3, 55 3, 56 3, 57 3, 58 3, 59 3, 60
3, 61 3, 62 3, 63 3, 64 3, 65 3, 66 3, 67 3, 68 3, 69 3, 70 3, 71 3, 72 3;

param muAmax := 1 78, 2 71, 3 64;

param muDmax := 1 89, 2 89, 3 82;

param muAmin := 1 61, 2 56, 3 20;

param muDmin := 1 72, 2 77, 3 31;

param muAint := 1 75, 2 61, 3 52;

param muDint := 1 75, 2 81, 3 48;

param qA := 1.1167;

param qD := 1.1431;

param pA := 0.333;

param pD := 0.5;

param cA := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

param cD := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

end;
```

De modo a serem obtidos resultados das simulações é necessário criar um ficheiro de resultados com a extensão .out. Para tal, é ativada a opção de criação de um ficheiro de resultados em Tools > Generate Output File on Go, após o qual se corre o programa em Tools > Go. Em seguida, os resultados da simulação do programa de otimização do custo total dos

tempos de espera dos aviões que pretendem aterrizar e descolar, realizada com dados do aeroporto de Miami, no dia 3 de Junho de 2023:

1	zA[1]	B	0.0138651
2	zA[2]	B	0.0132074
3	zA[3]	B	0.0138651
4	zA[4]	B	0.0132074
5	zA[5]	B	0.0167037
6	zA[6]	B	0.0137542
7	zA[7]	B	0.0138732
8	zA[8]	B	0.0135263
9	zA[9]	B	0.0140997
10	zA[10]	B	0.0131068
11	zA[11]	B	0.0172107
12	zA[12]	B	0.0147514
13	zA[13]	B	0.015814
14	zA[14]	B	0.0137542
15	zA[15]	B	0.0172107
16	zA[16]	B	0.0137542
17	zA[17]	B	0.01758
18	zA[18]	B	0.0170358
19	zA[19]	B	0.0168669
20	zA[20]	B	0.0144787
21	zA[21]	B	0.0146678
22	zA[22]	B	0.0136386
23	zA[23]	B	0.0142522
24	zA[24]	B	0.013417
25	zA[25]	B	0.017392
26	zA[26]	B	0.017392
27	zA[27]	B	0.0149446
28	zA[28]	B	0.015684
29	zA[29]	B	0.0148104
30	zA[30]	B	0.0146803
31	zA[31]	B	0.0155263
32	zA[32]	B	0.0150831
33	zA[33]	B	0.0158471
34	zA[34]	B	0.017392
35	zA[35]	B	0.0155263
36	zA[36]	B	0.0158471
37	zA[37]	B	0.0155263
38	zA[38]	B	0.0146803
39	zA[39]	B	0.01758
40	zA[40]	B	0.0172107
41	zA[41]	B	0.015684
42	zA[42]	B	0.0152261
43	zA[43]	B	0.0149446
44	zA[44]	B	0.0155263
45	zA[45]	B	0.0158471
46	zA[46]	B	0.015684
47	zA[47]	B	0.0158471
48	zA[48]	B	0.0153737
49	zA[49]	B	0.020901
50	zA[50]	B	0.0201256
51	zA[51]	B	0.0228099
52	zA[52]	B	0.024003
53	zA[53]	B	0.0228099
54	zA[54]	B	0.0187806
55	zA[55]	B	0.0619646
56	zA[56]	B	0.0228099
57	zA[57]	B	0.0214782
58	zA[58]	B	0.021183
59	zA[59]	B	0.0249153
60	zA[60]	B	0.0201256
61	zA[61]	B	0.0531019
62	zA[62]	B	0.0206313
63	zA[63]	B	0.0221116
64	zA[64]	B	0.0174357
65	zA[65]	B	0.0198882
66	zA[66]	B	0.0201256
67	zA[67]	B	0.0203731
68	zA[68]	B	0.0201256
69	zA[69]	B	0.0201256
70	zA[70]	B	0.0196603
71	zA[71]	B	0.0514693
72	zA[72]	B	0.0165275

73	zD[1]	B	0.013996
74	zD[2]	B	0.014234
75	zD[3]	B	0.0138777
76	zD[4]	B	0.014234
77	zD[5]	B	0.0124347
78	zD[6]	B	0.0146105
79	zD[7]	B	0.0141157
80	zD[8]	B	0.0143558
81	zD[9]	B	0.0142433
82	zD[10]	B	0.0141157
83	zD[11]	B	0.0137445
84	zD[12]	B	0.0150823
85	zD[13]	B	0.0154765
86	zD[14]	B	0.0148812
87	zD[15]	B	0.0122368
88	zD[16]	B	0.0144813
89	zD[17]	B	0.0143399
90	zD[18]	B	0.012864
91	zD[19]	B	0.0124347
92	zD[20]	B	0.0146431
93	zD[21]	B	0.014234
94	zD[22]	B	0.0144813
95	zD[23]	B	0.0144813
96	zD[24]	B	0.0140007
97	zD[25]	B	0.0138201
98	zD[26]	B	0.01422
99	zD[27]	B	0.0151936
100	zD[28]	B	0.0147495
101	zD[29]	B	0.0149226
102	zD[30]	B	0.0147956
103	zD[31]	B	0.0153097
104	zD[32]	B	0.014778
105	zD[33]	B	0.0150088
106	zD[34]	B	0.0132277
107	zD[35]	B	0.0150252
108	zD[36]	B	0.0152928
109	zD[37]	B	0.0145045
110	zD[38]	B	0.0145417
111	zD[39]	B	0.01422
112	zD[40]	B	0.013119
113	zD[41]	B	0.0153015
114	zD[42]	B	0.0153249
115	zD[43]	B	0.0144092
116	zD[44]	B	0.0150252
117	zD[45]	B	0.0147413
118	zD[46]	B	0.0146214
119	zD[47]	B	0.0155948
120	zD[48]	B	0.0156205
121	zD[49]	B	0.0248024
122	zD[50]	B	0.0225344
123	zD[51]	B	0.0225344
124	zD[52]	B	0.0232148
125	zD[53]	B	0.0222179
126	zD[54]	B	0.0349895
127	zD[55]	B	0.0144435
128	zD[56]	B	0.0243733
129	zD[57]	B	0.0225344
130	zD[58]	B	0.0239668
131	zD[59]	B	0.0232148
132	zD[60]	B	0.0228663
133	zD[61]	B	0.0142972
134	zD[62]	B	0.0262457
135	zD[63]	B	0.0228663
136	zD[64]	B	0.0342335
137	zD[65]	B	0.0222179
138	zD[66]	B	0.0216272
139	zD[67]	B	0.0222179
140	zD[68]	B	0.0225344
141	zD[69]	B	0.0222179
142	zD[70]	B	0.021351
143	zD[71]	B	0.0126477
144	zD[72]	B	0.0328726

Objective : obj = 20.47144272 (MINimum)

É apresentado no ficheiro de resultados acima os valores ótimos das variáveis z^a e z^d que medem o tempo médio de espera para as aeronaves, desde que solicitam o serviço até que este é completado. Por fim, tem-se o valor mínimo da função objetivo Z , representativa do custo total dos tempos de espera dos clientes de aterragens e de descolagens acumulado no conjunto de todos os slots temporais.

A função de custo total de espera para os clientes de aterragens e de descolagens tem valor mínimo $Z = 20.4714$.

Em seguida, o resultado da simulação do programa de otimização do número total de aviões que são retirados de cada slot:

Objective: obj = 0 (MINimum)

De notar que, neste caso, não existem congestionamentos no dia indicado, pelo que não são associadas aeronaves a slots temporais posteriores. Ao aplicar o algoritmo de transferência de aviões entre slots temporais, é obtido o mesmo planeamento do que o original, dado que este não continha slots com congestionamento.

Considera-se agora o ficheiro de dados do aeroporto Atlanta Hartsfield-Jackson relativo ao dia 1 de Julho de 2023:

```
data;
param N := 72;

param lambdaA := 1 6, 2 11, 3 7, 4 4, 5 6, 6 18, 7 19, 8 17, 9 26, 10 19, 11 21, 12 21, 13 24, 14 3, 15 13, 16 22, 17 21,
18 10, 19 7, 20 11, 21 7, 22 13, 23 11, 24 8, 25 10, 26 12, 27 12, 28 20, 29 15, 30 7, 31 10, 32 17, 33 14, 34 19, 35
22, 36 19, 37 16, 38 12, 39 18, 40 22, 41 13, 42 22, 43 20, 44 14, 45 14, 46 12, 47 21, 48 13, 49 9, 50 13, 51 21, 52
22, 53 19, 54 19, 55 17, 56 17, 57 37, 58 19, 59 13, 60 15, 61 9, 62 11, 63 10, 64 14, 65 7, 66 2, 67 3, 68 6, 69 6,
70 4, 71 5, 72 11;

param lambdaD := 1 10, 2 6, 3 7, 4 4, 5 19, 6 10, 7 8, 8 6, 9 16, 10 32, 11 20, 12 11, 13 26, 14 13, 15 20, 16 30, 17 33,
18 6, 19 18, 20 15, 21 22, 22 21, 23 9, 24 8, 25 10, 26 23, 27 10, 28 10, 29 7, 30 10, 31 15, 32 18, 33 20, 34 7, 35
10, 36 13, 37 17, 38 18, 39 14, 40 23, 41 12, 42 15, 43 21, 44 10, 45 10, 46 13, 47 14, 48 16, 49 18, 50 11, 51 18, 52
12, 53 3, 54 10, 55 13, 56 24, 57 18, 58 9, 59 5, 60 28, 61 21, 62 16, 63 10, 64 15, 65 3, 66 11, 67 28, 68 14, 69 10
, 70 3, 71 3, 72 1;

param M := 3;

param g := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 2, 26 2, 27 2, 28 2, 29 2, 30 2, 31 2, 32 2, 33 2, 34 2, 35 2, 36 2, 37 2, 38 2, 39 2, 40 2
, 41 2, 42 2, 43 2, 44 2, 45 2, 46 2, 47 2, 48 2, 49 3, 50 3, 51 3, 52 3, 53 3, 54 3, 55 3, 56 3, 57 3, 58 3, 59 3, 60
3, 61 3, 62 3, 63 3, 64 3, 65 3, 66 3, 67 3, 68 3, 69 3, 70 3, 71 3, 72 3;

param muAmax := 1 134, 2 127, 3 114;

param muDmax := 1 123, 2 123, 3 120;

param muAmin := 1 128, 2 61, 3 53;

param muDmin := 1 121, 2 63, 3 85;

param muAint := 1 131, 2 126, 3 92;

param muDint := 1 122, 2 122, 3 108;

param qA := 1.1167;

param qD := 1.1431;

param pA := 0.333;

param pD := 0.5;

param cA := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

param cD := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

end;
```

Em seguida, os resultados da simulação do programa de otimização do custo total dos tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e descolar, realizada com dados do mesmo aeroporto, no dia 1 de Julho de 2023:

1 zA[1]	B	0.007658
2 zA[2]	B	0.00783533
3 zA[3]	B	0.00769235
4 zA[4]	B	0.0075909
5 zA[5]	B	0.007658
6 zA[6]	B	0.00810926
7 zA[7]	B	0.00815111
8 zA[8]	B	0.00806812
9 zA[9]	B	0.0084658
10 zA[10]	B	0.00815111
11 zA[11]	B	0.00823705
12 zA[12]	B	0.00823705
13 zA[13]	B	0.0083718
14 zA[14]	B	0.00755811
15 zA[15]	B	0.00791036
16 zA[16]	B	0.00828116
17 zA[17]	B	0.00823705
18 zA[18]	B	0.00779872
19 zA[19]	B	0.00769235
20 zA[20]	B	0.00783533
21 zA[21]	B	0.00769235
22 zA[22]	B	0.00791036
23 zA[23]	B	0.00783533
24 zA[24]	B	0.00772724
25 zA[25]	B	0.00824978
26 zA[26]	B	0.00833278
27 zA[27]	B	0.00833278
28 zA[28]	B	0.00869578
29 zA[29]	B	0.00846283
30 zA[30]	B	0.00813048
31 zA[31]	B	0.00824978
32 zA[32]	B	0.00855347
33 zA[33]	B	0.00841871
34 zA[34]	B	0.00864747
35 zA[35]	B	0.00879518
36 zA[36]	B	0.00864747
37 zA[37]	B	0.00850774
38 zA[38]	B	0.00833278
39 zA[39]	B	0.00860004
40 zA[40]	B	0.00879518
41 zA[41]	B	0.00837537
42 zA[42]	B	0.00879518
43 zA[43]	B	0.00869578
44 zA[44]	B	0.00841871
45 zA[45]	B	0.00841871
46 zA[46]	B	0.00833278
47 zA[47]	B	0.00874501
48 zA[48]	B	0.00837537
49 zA[49]	B	0.0115277
50 zA[50]	B	0.00940234
51 zA[51]	B	0.0126646
52 zA[52]	B	0.00994314
53 zA[53]	B	0.00975149
54 zA[54]	B	0.00975149
55 zA[55]	B	0.00963031
56 zA[56]	B	0.0122452
57 zA[57]	B	0.0111254
58 zA[58]	B	0.00975149
60 zA[60]	B	0.0120518
61 zA[61]	B	0.0115277
62 zA[62]	B	0.0116938
63 zA[63]	B	0.0116097
64 zA[64]	B	0.0119589
65 zA[65]	B	0.00909235
66 zA[66]	B	0.0110044
67 zA[67]	B	0.0195
68 zA[68]	B	0.011293
69 zA[69]	B	0.011293
70 zA[70]	B	0.00895003
71 zA[71]	B	0.0089966
72 zA[72]	B	0.009295

73 zD[1]	B	0.0085413
74 zD[2]	B	0.00836838
75 zD[3]	B	0.00841049
76 zD[4]	B	0.00828627
77 zD[5]	B	0.00897901
78 zD[6]	B	0.0085413
79 zD[7]	B	0.00845333
80 zD[8]	B	0.00836838
81 zD[9]	B	0.00882492
82 zD[10]	B	0.0097641
83 zD[11]	B	0.00903236
84 zD[12]	B	0.00858646
85 zD[13]	B	0.0093756
86 zD[14]	B	0.00867924
87 zD[15]	B	0.00903236
88 zD[16]	B	0.00962903
89 zD[17]	B	0.00983389
90 zD[18]	B	0.00836838
91 zD[19]	B	0.00892667
92 zD[20]	B	0.00877546
93 zD[21]	B	0.00914224
94 zD[22]	B	0.00908676
95 zD[23]	B	0.00849693
96 zD[24]	B	0.00845333
97 zD[25]	B	0.0085413
98 zD[26]	B	0.00919883
99 zD[27]	B	0.0085413
100 zD[28]	B	0.0085413
101 zD[29]	B	0.00841049
102 zD[30]	B	0.0085413
103 zD[31]	B	0.00877546
104 zD[32]	B	0.00892667
105 zD[33]	B	0.00903236
106 zD[34]	B	0.00841049
107 zD[35]	B	0.0085413
108 zD[36]	B	0.00867924
109 zD[37]	B	0.00887531
110 zD[38]	B	0.00892667
111 zD[39]	B	0.00872691
112 zD[40]	B	0.00919883
113 zD[41]	B	0.00863243
114 zD[42]	B	0.00877546
115 zD[43]	B	0.00908676
116 zD[44]	B	0.0085413
117 zD[45]	B	0.0085413
118 zD[46]	B	0.00867924
119 zD[47]	B	0.00872691
120 zD[48]	B	0.00882492
121 zD[49]	B	0.0103177
122 zD[50]	B	0.0127642
123 zD[51]	B	0.0103177
124 zD[52]	B	0.01287
125 zD[53]	B	0.0120107
126 zD[54]	B	0.0126613
127 zD[55]	B	0.0129788
128 zD[56]	B	0.0107713
129 zD[57]	B	0.0135712
130 zD[58]	B	0.012561
131 zD[59]	B	0.012185
132 zD[60]	B	0.0111115
133 zD[61]	B	0.0105367
134 zD[62]	B	0.0101796
135 zD[63]	B	0.00979927
136 zD[64]	B	0.0101128
137 zD[65]	B	0.0120107
138 zD[66]	B	0.0098594
139 zD[67]	B	0.00978292
140 zD[68]	B	0.0100474
141 zD[69]	B	0.00979927
142 zD[70]	B	0.0120107
143 zD[71]	B	0.0120107
144 zD[72]	B	0.0118448

Objective : obj = 18.83460215 (MINimum)

A função de custo total de espera para os clientes de aterragens e de descolagens tem valor mínimo $Z = 18.8346$.

Em seguida, o resultado da simulação do programa de otimização do número total de aviões que são retirados de cada slot:

Objective : obj = 0 (MINimum)

De notar que, neste caso, não existem congestionamentos no dia indicado, pelo que não são associadas aeronaves a slots temporais posteriores. Ao aplicar o algoritmo de transferência de aviões entre slots temporais, é obtido o mesmo planeamento do que o original, dado que este não continha slots com congestionamento.

Considerando o ficheiro de dados do aeroporto John F. Kennedy relativo ao dia 2 de Setembro de 2023, tem-se:

```
data;

param N := 72;

param lambdaA := 1 10, 2 4, 3 7, 4 3, 5 13, 6 12, 7 6, 8 9, 9 6, 10 3, 11 6, 12 7, 13 10, 14 7, 15 9, 16 9, 17 7, 18 6, 19
3, 20 10, 21 6, 22 7, 23 5, 24 6, 25 8, 26 12, 27 9, 28 12, 29 9, 30 6, 31 9, 32 14, 33 12, 34 15, 35 15, 36 11, 37 5
, 38 12, 39 7, 40 10, 41 9, 42 15, 43 12, 44 3, 45 9, 46 11, 47 9, 48 8, 49 11, 50 6, 51 12, 52 15, 53 12, 54 11, 55 5
, 56 10, 57 22, 58 7, 59 5, 60 6, 61 16, 62 8, 63 4, 64 10, 65 18, 66 11, 67 8, 68 6, 69 12, 70 7, 71 4, 72 9;

param lambdaD := 1 9, 2 1, 3 13, 4 7, 5 16, 6 3, 7 14, 8 7, 9 18, 10 11, 11 11, 12 6, 13 11, 14 11, 15 10, 16 10, 17 9, 18
2, 19 8, 20 12, 21 6, 22 9, 23 11, 24 4, 25 8, 26 9, 27 2, 28 11, 29 7, 30 8, 31 7, 32 13, 33 6, 34 3, 35 3, 36 19,
37 5, 38 12, 39 9, 40 13, 41 7, 42 7, 43 7, 44 14, 45 9, 46 10, 47 8, 48 10, 49 8, 50 15, 51 8, 52 11, 53 8, 54 13, 55
17, 56 7, 57 13, 58 9, 59 9, 60 15, 61 9, 62 5, 63 15, 64 12, 65 8, 66 8, 67 8, 68 9, 69 6, 70 3, 71 1, 72 8;

param M := 3;

param g := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 2, 26 2, 27 2, 28 2, 29 2, 30 2, 31 2, 32 2, 33 2, 34 2, 35 2, 36 2, 37 2, 38 2, 39 2, 40 2
, 41 2, 42 2, 43 2, 44 2, 45 2, 46 2, 47 2, 48 2, 49 3, 50 3, 51 3, 52 3, 53 3, 54 3, 55 3, 56 3, 57 3, 58 3, 59 3, 60
3, 61 3, 62 3, 63 3, 64 3, 65 3, 66 3, 67 3, 68 3, 69 3, 70 3, 71 3, 72 3;

param muAmax := 1 79, 2 55, 3 53;

param muDmax := 1 42, 2 59, 3 58;

param muAmin := 1 43, 2 38, 3 28;

param muDmin := 1 4, 2 17, 3 5;

param muAint := 1 54, 2 47, 3 42;

param muDint := 1 33, 2 38, 3 32;

param qA := 1.1167;

param qD := 1.1431;

param pA := 0.333;

param pD := 0.5;

param cA := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

param cD := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

end;
```

Em seguida, os resultados da simulação do programa de otimização do custo total dos tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e descolar, realizada com dados do mesmo aeroporto, no dia 2 de Setembro de 2023:

1	zA[1]	B	0.0271906
2	zA[2]	B	0.0193457
3	zA[3]	B	0.0257807
4	zA[4]	B	0.0242297
5	zA[5]	B	0.0288826
6	zA[6]	B	0.0214728
7	zA[7]	B	0.0253615
8	zA[8]	B	0.026693
9	zA[9]	B	0.0253615
10	zA[10]	B	0.0242297
11	zA[11]	B	0.0253615
12	zA[12]	B	0.0257807
13	zA[13]	B	0.0271906
14	zA[14]	B	0.0257807
15	zA[15]	B	0.026693
16	zA[16]	B	0.026693
17	zA[17]	B	0.0257807
18	zA[18]	B	0.019811
19	zA[19]	B	0.0242297
20	zA[20]	B	0.0271906
21	zA[21]	B	0.0253615
22	zA[22]	B	0.0257807
23	zA[23]	B	0.0249644
24	zA[24]	B	0.019811
25	zA[25]	B	0.030234
26	zA[26]	B	0.0330974
27	zA[27]	B	0.0240902
28	zA[28]	B	0.0330974
29	zA[29]	B	0.0308758
30	zA[30]	B	0.0290708
31	zA[31]	B	0.0308758
32	zA[32]	B	0.034887
33	zA[33]	B	0.0253497
34	zA[34]	B	0.0268452
35	zA[35]	B	0.0268452
36	zA[36]	B	0.032302
37	zA[37]	B	0.0285421
38	zA[38]	B	0.0330974
39	zA[39]	B	0.0296337
40	zA[40]	B	0.0315634
41	zA[41]	B	0.0308758
42	zA[42]	B	0.0268452
43	zA[43]	B	0.0253497
44	zA[44]	B	0.0275752
45	zA[45]	B	0.0308758
46	zA[46]	B	0.032302
47	zA[47]	B	0.0308758
48	zA[48]	B	0.030234
49	zA[49]	B	0.0285268
50	zA[50]	B	0.0411528
51	zA[51]	B	0.0291271
52	zA[52]	B	0.0311951
53	zA[53]	B	0.0291271
54	zA[54]	B	0.0486173
55	zA[55]	B	0.0400493
56	zA[56]	B	0.0279639
57	zA[57]	B	0.038433
58	zA[58]	B	0.0423613
59	zA[59]	B	0.0400493
60	zA[60]	B	0.0411528
61	zA[61]	B	0.0319905
62	zA[62]	B	0.0269375
63	zA[63]	B	0.0390378
64	zA[64]	B	0.0467927
65	zA[65]	B	0.0337801
66	zA[66]	B	0.0285268
67	zA[67]	B	0.0436907
68	zA[68]	B	0.0411528
69	zA[69]	B	0.0291271
70	zA[70]	B	0.0264683
71	zA[71]	B	0.0252089
72	zA[72]	B	0.0274352

73	zD[1]	B	0.0275209
74	zD[2]	B	0.0308443
75	zD[3]	B	0.0299098
76	zD[4]	B	0.0265312
77	zD[5]	B	0.0321839
78	zD[6]	B	0.032035
79	zD[7]	B	0.0306137
80	zD[8]	B	0.0265312
81	zD[9]	B	0.0340158
82	zD[10]	B	0.0286383
83	zD[11]	B	0.0286383
84	zD[12]	B	0.0260776
85	zD[13]	B	0.0286383
86	zD[14]	B	0.0286383
87	zD[15]	B	0.0280621
88	zD[16]	B	0.0280621
89	zD[17]	B	0.0275209
90	zD[18]	B	0.0314204
91	zD[19]	B	0.0270115
92	zD[20]	B	0.0292529
93	zD[21]	B	0.0260776
94	zD[22]	B	0.0275209
95	zD[23]	B	0.0286383
96	zD[24]	B	0.032692
97	zD[25]	B	0.0184687
98	zD[26]	B	0.0186929
99	zD[27]	B	0.0271514
100	zD[28]	B	0.0191692
101	zD[29]	B	0.0182532
102	zD[30]	B	0.0184687
103	zD[31]	B	0.0182532
104	zD[32]	B	0.0196869
105	zD[33]	B	0.0291359
106	zD[34]	B	0.027605
107	zD[35]	B	0.027605
108	zD[36]	B	0.0215506
109	zD[37]	B	0.0178461
110	zD[38]	B	0.0194225
111	zD[39]	B	0.0186929
112	zD[40]	B	0.0196869
113	zD[41]	B	0.0182532
114	zD[42]	B	0.0297121
115	zD[43]	B	0.0297121
116	zD[44]	B	0.019963
117	zD[45]	B	0.0186929
118	zD[46]	B	0.0189262
119	zD[47]	B	0.0184687
120	zD[48]	B	0.0189262
121	zD[49]	B	0.0372036
122	zD[50]	B	0.0206789
123	zD[51]	B	0.0372036
124	zD[52]	B	0.0406057
125	zD[53]	B	0.0372036
126	zD[54]	B	0.0200882
127	zD[55]	B	0.0213273
128	zD[56]	B	0.0362511
129	zD[57]	B	0.0434706
130	zD[58]	B	0.0190514
131	zD[59]	B	0.0190514
132	zD[60]	B	0.0206789
133	zD[61]	B	0.0382391
134	zD[62]	B	0.0345576
135	zD[63]	B	0.0206789
136	zD[64]	B	0.0198121
137	zD[65]	B	0.0372036
138	zD[66]	B	0.0372036
139	zD[67]	B	0.0188181
140	zD[68]	B	0.0190514
141	zD[69]	B	0.0353718
142	zD[70]	B	0.0330977
143	zD[71]	B	0.0318262
144	zD[72]	B	0.0372036

Objective : obj = 36.66144344 (MINimum)

A função de custo total de espera para os clientes de aterragens e de descolagens tem valor mínimo $Z = 36.6614$.

Em seguida, o resultado da simulação do programa de otimização do número total de aviões que são retirados de cada slot:

Objective : obj = 0 (MINimum)

De notar que, neste caso, não existem congestionamentos no dia indicado, pelo que não são associadas aeronaves a slots temporais posteriores. Ao aplicar o algoritmo de transferência de aviões entre slots temporais, é obtido o mesmo planeamento do que o original, dado que este não continha slots com congestionamento.

Em nenhum dos casos anteriores as taxas de procura superam o valor de todos os pontos de controlo, pelo que é simulado o ficheiro de dados do aeroporto de Miami relativo ao dia 3 de Junho de 2023, mas agora com valores de pA, pD mais exigentes, que reduzem o domínio de Gilbo, de forma a ser possível observar congestionamentos na pista em alguns dos slots temporais. Resulta o seguinte ficheiro de dados:

```
data;

param N := 72;

param lambdaA := 1 5, 2 4, 3 5, 4 4, 5 2, 6 9, 7 10, 8 7, 9 7, 10 3, 11 5, 12 12, 13 23, 14 9, 15 5, 16 9, 17 7, 18 4, 19 3, 20 10, 21 16, 22 8, 23 13, 24 6, 25 6, 26 6, 27 7, 28 12, 29 6, 30 5, 31 11, 32 8, 33 13, 34 6, 35 11, 36 13, 37 11, 38 5, 39 7, 40 5, 41 12, 42 9, 43 7, 44 11, 45 13, 46 12, 47 13, 48 10, 49 7, 50 4, 51 13, 52 16, 53 13, 54 17, 55 6, 56 13, 57 9, 58 8, 59 18, 60 4, 61 2, 62 6, 63 11, 64 11, 65 3, 66 4, 67 5, 68 4, 69 4, 70 2, 71 1, 72 6;

param lambdaD := 1 6, 2 3, 3 5, 4 3, 5 14, 6 6, 7 2, 8 4, 9 8, 10 2, 11 25, 12 14, 13 12, 14 8, 15 12, 16 5, 17 29, 18 18, 19 14, 20 11, 21 3, 22 5, 23 5, 24 1, 25 14, 26 17, 27 9, 28 6, 29 7, 30 6, 31 10, 32 6, 33 8, 34 9, 35 8, 36 10, 37 4, 38 4, 39 17, 40 8, 41 10, 42 10, 43 3, 44 8, 45 6, 46 5, 47 12, 48 12, 49 12, 50 6, 51 6, 52 8, 53 5, 54 4, 55 20, 56 11, 57 6, 58 10, 59 8, 60 7, 61 19, 62 15, 63 7, 64 3, 65 5, 66 3, 67 5, 68 6, 69 5, 70 2, 71 5, 72 1;

param M := 3;

param g := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1, 21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 2, 26 2, 27 2, 28 2, 29 2, 30 2, 31 2, 32 2, 33 2, 34 2, 35 2, 36 2, 37 2, 38 2, 39 2, 40 2, 41 2, 42 2, 43 2, 44 2, 45 2, 46 2, 47 2, 48 2, 49 3, 50 3, 51 3, 52 3, 53 3, 54 3, 55 3, 56 3, 57 3, 58 3, 59 3, 60 3, 61 3, 62 3, 63 3, 64 3, 65 3, 66 3, 67 3, 68 3, 69 3, 70 3, 71 3, 72 3;

param muAmax := 1 78, 2 71, 3 64;

param muDmax := 1 89, 2 89, 3 82;

param muAmin := 1 61, 2 56, 3 20;

param muDmin := 1 72, 2 77, 3 31;

param muAint := 1 75, 2 61, 3 52;

param muDint := 1 75, 2 81, 3 48;

param qA := 1.1167;

param qD := 1.1431;

param pA := 0.025;

param pD := 0.02;

param cA := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1, 21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40 1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1, 60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

param cD := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1, 21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40 1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1, 60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

end;
```

Em seguida, os resultados da simulação do programa de otimização do custo total dos tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e descolar, realizada com dados do mesmo aeroporto, no dia 3 de Junho de 2023:

Status : UNDEFINED
Objective : obj = 0 (MINimum)

A função de custo total de espera para os clientes de aterragens e de descolagens não tem um valor mínimo admissível. Isto acontece porque os valores $1/pA$, $1/pD$ são suficientemente exigentes de modo a que as taxas de procura λA , λD se encontrem fora do domínio secundário de Gilbo, pelo que é necessário transferir aviões para slots temporais posteriores, eliminando os congestionamentos existentes.

Em seguida, o resultado da simulação do programa de otimização do número total de aviões que são retirados de cada slot:

1	sA[1]	NL	0
2	sA[2]	NL	0
3	sA[3]	NL	0
4	sA[4]	NL	0
5	sA[5]	NL	0
6	sA[6]	NL	0
7	sA[7]	NL	0
8	sA[8]	NL	0
9	sA[9]	NL	0
10	sA[10]	NL	0
11	sA[11]	NL	0
12	sA[12]	NL	0
13	sA[13]	NL	0
14	sA[14]	NL	0
15	sA[15]	NL	0
16	sA[16]	NL	0
17	sA[17]	NL	0
18	sA[18]	NL	0
19	sA[19]	NL	0
20	sA[20]	NL	0
21	sA[21]	NL	0
22	sA[22]	NL	0
23	sA[23]	NL	0
24	sA[24]	NL	0
25	sA[25]	NL	0
26	sA[26]	NL	0
27	sA[27]	NL	0
28	sA[28]	NL	0
29	sA[29]	NL	0
30	sA[30]	NL	0
31	sA[31]	NL	0
32	sA[32]	NL	0
33	sA[33]	NL	0
34	sA[34]	NL	0
35	sA[35]	NL	0
36	sA[36]	NL	0

37	sA[37]	NL	0
38	sA[38]	NL	0
39	sA[39]	NL	0
40	sA[40]	NL	0
41	sA[41]	NL	0
42	sA[42]	NL	0
43	sA[43]	NL	0
44	sA[44]	NL	0
45	sA[45]	NL	0
46	sA[46]	NL	0
47	sA[47]	NL	0
48	sA[48]	NL	0
49	sA[49]	B	2.66614
50	sA[50]	NL	0
51	sA[51]	B	3.02033
52	sA[52]	B	10.9226
53	sA[53]	B	13.002
54	sA[54]	B	18.1403
55	sA[55]	B	24.1403
56	sA[56]	B	35.0594
57	sA[57]	B	34.0797
58	sA[58]	B	35.8639
59	sA[59]	B	45.7662
60	sA[60]	B	40.7275
61	sA[61]	B	42.7275
62	sA[62]	B	48.7275
63	sA[63]	B	51.4307
64	sA[64]	B	49.6282
65	sA[65]	B	41.7075
66	sA[66]	B	32.9049
67	sA[67]	B	26.9843
68	sA[68]	B	21.0046
69	sA[69]	B	14.084
70	sA[70]	B	2.34044
71	sA[71]	NL	0
72	sA[72]	NL	0
73	sD[1]	NL	0
74	sD[2]	NL	0
75	sD[3]	NL	0
76	sD[4]	NL	0
77	sD[5]	NL	0
78	sD[6]	NL	0
79	sD[7]	NL	0
80	sD[8]	NL	0
81	sD[9]	NL	0
82	sD[10]	NL	0
83	sD[11]	NL	0
84	sD[12]	NL	0
85	sD[13]	NL	0
86	sD[14]	NL	0
87	sD[15]	NL	0
88	sD[16]	NL	0
89	sD[17]	NL	0
90	sD[18]	NL	0
91	sD[19]	NL	0
92	sD[20]	NL	0
93	sD[21]	NL	0
94	sD[22]	NL	0
95	sD[23]	NL	0
96	sD[24]	NL	0
97	sD[25]	NL	0
98	sD[26]	NL	0
99	sD[27]	NL	0
100	sD[28]	NL	0
101	sD[29]	NL	0
102	sD[30]	NL	0
103	sD[31]	NL	0
104	sD[32]	NL	0
105	sD[33]	NL	0
106	sD[34]	NL	0
107	sD[35]	NL	0
108	sD[36]	NL	0

109	sD[37]	NL	0
110	sD[38]	NL	0
111	sD[39]	NL	0
112	sD[40]	NL	0
113	sD[41]	NL	0
114	sD[42]	NL	0
115	sD[43]	NL	0
116	sD[44]	NL	0
117	sD[45]	NL	0
118	sD[46]	NL	0
119	sD[47]	NL	0
120	sD[48]	NL	0
121	sD[49]	NL	0
122	sD[50]	NL	0
123	sD[51]	NL	0
124	sD[52]	NL	0
125	sD[53]	NL	0
126	sD[54]	NL	0
127	sD[55]	B	3.39425
128	sD[56]	NL	0
129	sD[57]	NL	0
130	sD[58]	NL	0
131	sD[59]	NL	0
132	sD[60]	NL	0
133	sD[61]	B	2.39425
134	sD[62]	B	0.788507
135	sD[63]	NL	0
136	sD[64]	NL	0
137	sD[65]	NL	0
138	sD[66]	NL	0
139	sD[67]	NL	0
140	sD[68]	NL	0
141	sD[69]	NL	0
142	sD[70]	NL	0
143	sD[71]	NL	0
144	sD[72]	NL	0

Objective: obj = 601.5051147 (MINimum)

A função que calcula o número total de aviões que são adiados de um slot para o seguinte tem como valor $Z = 601.505$.

De notar que, neste caso, existem congestionamentos em alguns slots temporais no dia indicado, pelo que são associadas aeronaves a slots temporais posteriores.

Em seguida, é possível conhecer o novo planeamento horário de voos onde não existem congestionamentos, tendo em conta o número de aeronaves a serem transferidas para slots temporais posteriores:

NEW SCHEDULE			
	Activity		Activity
lambdaA2 [1]	5	lambdaD2 [1]	6
lambdaA2 [2]	4	lambdaD2 [2]	3
lambdaA2 [3]	5	lambdaD2 [3]	5
lambdaA2 [4]	4	lambdaD2 [4]	3
lambdaA2 [5]	2	lambdaD2 [5]	14
lambdaA2 [6]	9	lambdaD2 [6]	6
lambdaA2 [7]	10	lambdaD2 [7]	2
lambdaA2 [8]	7	lambdaD2 [8]	4
lambdaA2 [9]	7	lambdaD2 [9]	8
lambdaA2 [10]	3	lambdaD2 [10]	2
lambdaA2 [11]	5	lambdaD2 [11]	25
lambdaA2 [12]	12	lambdaD2 [12]	14
lambdaA2 [13]	23	lambdaD2 [13]	12
lambdaA2 [14]	9	lambdaD2 [14]	8
lambdaA2 [15]	5	lambdaD2 [15]	12
lambdaA2 [16]	9	lambdaD2 [16]	5
lambdaA2 [17]	7	lambdaD2 [17]	29
lambdaA2 [18]	4	lambdaD2 [18]	18
lambdaA2 [19]	3	lambdaD2 [19]	14
lambdaA2 [20]	10	lambdaD2 [20]	11
lambdaA2 [21]	16	lambdaD2 [21]	3
lambdaA2 [22]	8	lambdaD2 [22]	5
lambdaA2 [23]	13	lambdaD2 [23]	5
lambdaA2 [24]	6	lambdaD2 [24]	1
lambdaA2 [25]	6	lambdaD2 [25]	14
lambdaA2 [26]	6	lambdaD2 [26]	17
lambdaA2 [27]	7	lambdaD2 [27]	9
lambdaA2 [28]	12	lambdaD2 [28]	6
lambdaA2 [29]	6	lambdaD2 [29]	7
lambdaA2 [30]	5	lambdaD2 [30]	6
lambdaA2 [31]	11	lambdaD2 [31]	10
lambdaA2 [32]	8	lambdaD2 [32]	6
lambdaA2 [33]	13	lambdaD2 [33]	8
lambdaA2 [34]	6	lambdaD2 [34]	9
lambdaA2 [35]	11	lambdaD2 [35]	8
lambdaA2 [36]	13	lambdaD2 [36]	10

lambdaA2 [37]	11	lambdaD2 [37]	4
lambdaA2 [38]	5	lambdaD2 [38]	4
lambdaA2 [39]	7	lambdaD2 [39]	17
lambdaA2 [40]	5	lambdaD2 [40]	8
lambdaA2 [41]	12	lambdaD2 [41]	10
lambdaA2 [42]	9	lambdaD2 [42]	10
lambdaA2 [43]	7	lambdaD2 [43]	3
lambdaA2 [44]	11	lambdaD2 [44]	8
lambdaA2 [45]	13	lambdaD2 [45]	6
lambdaA2 [46]	12	lambdaD2 [46]	5
lambdaA2 [47]	13	lambdaD2 [47]	12
lambdaA2 [48]	10	lambdaD2 [48]	12
lambdaA2 [49]	4.33386	lambdaD2 [49]	12
lambdaA2 [50]	6.66614	lambdaD2 [50]	6
lambdaA2 [51]	9.97967	lambdaD2 [51]	6
lambdaA2 [52]	8.09774	lambdaD2 [52]	8
lambdaA2 [53]	10.9206	lambdaD2 [53]	5
lambdaA2 [54]	11.8616	lambdaD2 [54]	4
lambdaA2 [55]	0	lambdaD2 [55]	16.6057
lambdaA2 [56]	2.08095	lambdaD2 [56]	14.3943
lambdaA2 [57]	9.97967	lambdaD2 [57]	6
lambdaA2 [58]	6.2158	lambdaD2 [58]	10
lambdaA2 [59]	8.09774	lambdaD2 [59]	8
lambdaA2 [60]	9.0387	lambdaD2 [60]	7
lambdaA2 [61]	0	lambdaD2 [61]	16.6057
lambdaA2 [62]	1.42109e-14	lambdaD2 [62]	16.6057
lambdaA2 [63]	8.29674	lambdaD2 [63]	7.78851
lambdaA2 [64]	12.8026	lambdaD2 [64]	3
lambdaA2 [65]	10.9206	lambdaD2 [65]	3
lambdaA2 [66]	12.8026	lambdaD2 [66]	3
lambdaA2 [67]	10.9206	lambdaD2 [67]	3
lambdaA2 [68]	9.97967	lambdaD2 [68]	6
lambdaA2 [69]	10.9206	lambdaD2 [69]	6
lambdaA2 [70]	13.7435	lambdaD2 [70]	5
lambdaA2 [71]	3.34044	lambdaD2 [71]	5
lambdaA2 [72]	6	lambdaD2 [72]	1

No gráfico da figura 7.1, pode-se observar o planeamento original de voos para o aeroporto de Miami, ao longo do dia 3 de Junho de 2023:

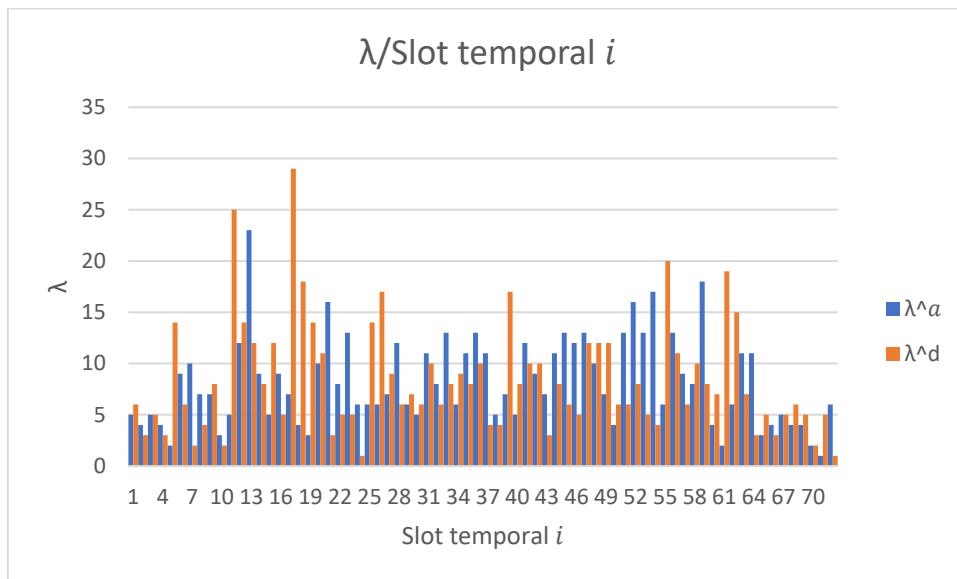


Figura 7.1 – Gráfico da variação das taxas de procura λ^a, λ^d ao longo dos diferentes slots temporais i , para o aeroporto de Miami no dia 3 de Junho de 2023

Após a execução do programa de otimização do número de aviões que são retirados de cada slot temporal, tem-se o gráfico da figura 7.2, com a distribuição de aviões transferidos para slots posteriores:

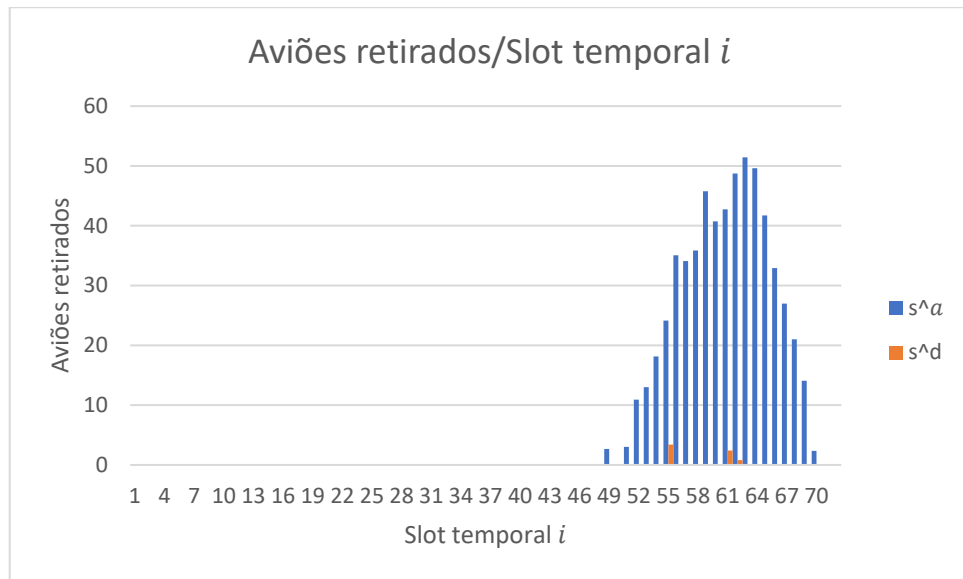


Figura 7.2 – Gráfico do número de aviões retirados de cada slot temporal i , para o aeroporto de Miami no dia 3 de Junho de 2023

Neste caso, os aviões transferidos são predominantes nos slots temporais correspondentes à configuração de pista associada a condições meteorológicas instrumentais. Como visto anteriormente no capítulo 3, a necessidade de recurso a instrumentos visuais de suporte ao piloto resulta numa configuração de pista mais restrita, que em combinação com os níveis de serviço mais exigentes, levam a um domínio secundário de Gilbo reduzido, onde mais facilmente o número de voos planeados geram congestionamentos e, consecutivamente, o número de aviões a serem retirados de cada slot temporal é superior.

Tem-se ainda o gráfico do novo planeamento horário de voos para o mesmo aeroporto, no dia 3 de Junho de 2023:

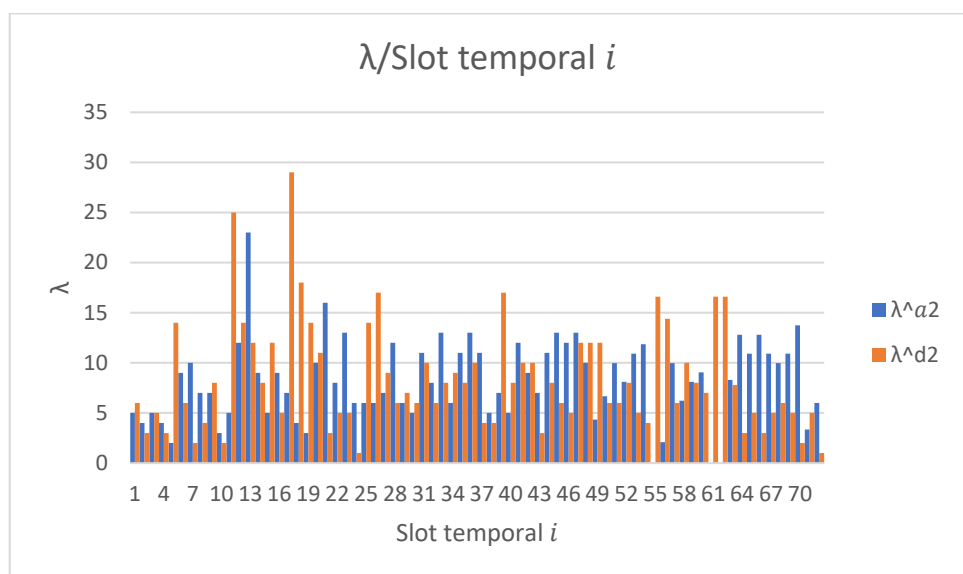


Figura 7.3 – Gráfico da variação das taxas de procura λ^{a2} , λ^{d2} ao longo dos diferentes slots temporais i , para o aeroporto de Miami no dia 3 de Junho de 2023

Para o aeroporto de Miami é simulado o ficheiro de dados com os valores de pA, pD do último caso e agora com o novo planeamento horário de voos, confirmando-se que este horário não resulta em congestionamentos. Em seguida, apresenta-se o respetivo ficheiro de dados relativo ao dia 3 de Junho de 2023:

```

data;

param N := 72;

param lambdaA := 1 5, 2 4, 3 5, 4 4, 5 2, 6 9, 7 10, 8 7, 9 7, 10 3, 11 5, 12 12, 13 23, 14 9, 15 5, 16 9, 17 7, 18 4, 19
3, 20 10, 21 16, 22 8, 23 13, 24 6, 25 6, 26 6, 27 7, 28 12, 29 6, 30 5, 31 11, 32 8, 33 13, 34 6, 35 11, 36 13, 37 11
, 38 5, 39 7, 40 5, 41 12, 42 9, 43 7, 44 11, 45 13, 46 12, 47 13, 48 10, 49 4.33386, 50 6.66614, 51 9.97967, 52
8.09774, 53 10.9206, 54 11.8616, 55 0, 56 2.08095, 57 9.97967, 58 6.2158, 59 8.09774, 60 9.0387, 61 0, 62 1.42109e-14 ,
63 8.29674, 64 12.8026, 65 10.9206, 66 12.8026, 67 10.9206, 68 9.97967, 69 10.9206, 70 13.7435, 71 3.34044, 72 6;

param lambdaD := 1 6, 2 3, 3 5, 4 3, 5 14, 6 6, 7 2, 8 4, 9 8, 10 2, 11 25, 12 14, 13 12, 14 8, 15 12, 16 5, 17 29, 18 18,
19 14, 20 11, 21 3, 22 5, 23 5, 24 1, 25 14, 26 17, 27 9, 28 6, 29 7, 30 6, 31 10, 32 6, 33 8, 34 9, 35 8, 36 10, 37
4, 38 4, 39 17, 40 8, 41 10, 42 10, 43 3, 44 8, 45 6, 46 5, 47 12, 48 12, 49 12, 50 6, 51 6, 52 8, 53 5, 54 4, 55
16.6057, 56 14.3943, 57 6, 58 10, 59 8, 60 7, 61 16.6057, 62 16.6057, 63 7.78851, 64 3, 65 5, 66 3, 67 5, 68 6, 69 5,
70 2, 71 5, 72 1;

param M := 3;

param g := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 2, 26 2, 27 2, 28 2, 29 2, 30 2, 31 2, 32 2, 33 2, 34 2, 35 2, 36 2, 37 2, 38 2, 39 2, 40 2
, 41 2, 42 2, 43 2, 44 2, 45 2, 46 2, 47 2, 48 2, 49 3, 50 3, 51 3, 52 3, 53 3, 54 3, 55 3, 56 3, 57 3, 58 3, 59 3, 60
3, 61 3, 62 3, 63 3, 64 3, 65 3, 66 3, 67 3, 68 3, 69 3, 70 3, 71 3, 72 3;

param muAmax := 1 78, 2 71, 3 64;

param muDmax := 1 89, 2 89, 3 82;

param muAmin := 1 61, 2 56, 3 20;

param muDmin := 1 72, 2 77, 3 31;

param muAint := 1 75, 2 61, 3 52;

param muDint := 1 75, 2 81, 3 48;

param qA := 1.1167;

param qD := 1.1431;

param pA := 0.025;

param pD := 0.02;

param cA := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

param cD := 1 1, 2 1, 3 1, 4 1, 5 1, 6 1, 7 1, 8 1, 9 1, 10 1, 11 1, 12 1, 13 1, 14 1, 15 1, 16 1, 17 1, 18 1, 19 1, 20 1,
21 1, 22 1, 23 1, 24 1, 25 1, 26 1, 27 1, 28 1, 29 1, 30 1, 31 1, 32 1, 33 1, 34 1, 35 1, 36 1, 37 1, 38 1, 39 1, 40
1, 41 1, 42 1, 43 1, 44 1, 45 1, 46 1, 47 1, 48 1, 49 1, 50 1, 51 1, 52 1, 53 1, 54 1, 55 1, 56 1, 57 1, 58 1, 59 1,
60 1, 61 1, 62 1, 63 1, 64 1, 65 1, 66 1, 67 1, 68 1, 69 1, 70 1, 71 1, 72 1;

end;

```

Em seguida, os resultados da simulação do programa de otimização do custo total dos tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e descolar, realizada com os dados apresentados neste ficheiro de dados:

1	zA[1]	B	0.0138651
2	zA[2]	B	0.0132074
3	zA[3]	B	0.0138651
4	zA[4]	B	0.0132074
5	zA[5]	B	0.0167037
6	zA[6]	B	0.0137542
7	zA[7]	B	0.0138732
8	zA[8]	B	0.0135263
9	zA[9]	B	0.0140997
10	zA[10]	B	0.0131068
11	zA[11]	B	0.0172107
12	zA[12]	B	0.0147514
13	zA[13]	B	0.015814
14	zA[14]	B	0.0137542
15	zA[15]	B	0.0172107
16	zA[16]	B	0.0137542
17	zA[17]	B	0.01758
18	zA[18]	B	0.0170358
19	zA[19]	B	0.0168669
20	zA[20]	B	0.0144787
21	zA[21]	B	0.0146678
22	zA[22]	B	0.0136386
23	zA[23]	B	0.0142522
24	zA[24]	B	0.013417
25	zA[25]	B	0.017392
26	zA[26]	B	0.017392
27	zA[27]	B	0.0149446
28	zA[28]	B	0.015684
29	zA[29]	B	0.0148104
30	zA[30]	B	0.0146803
31	zA[31]	B	0.0155263
32	zA[32]	B	0.0150831
33	zA[33]	B	0.0158471
34	zA[34]	B	0.017392
35	zA[35]	B	0.0155263
36	zA[36]	B	0.0158471
37	zA[37]	B	0.0155263
38	zA[38]	B	0.0146803
39	zA[39]	B	0.01758
40	zA[40]	B	0.0172107
41	zA[41]	B	0.015684
42	zA[42]	B	0.0152261
43	zA[43]	B	0.0149446
44	zA[44]	B	0.0155263
45	zA[45]	B	0.0158471
46	zA[46]	B	0.015684
47	zA[47]	B	0.0158471
48	zA[48]	B	0.0153737
49	zA[49]	B	0.025
50	zA[50]	B	0.023389
51	zA[51]	B	0.0246457
52	zA[52]	B	0.024618
53	zA[53]	B	0.0246761
54	zA[54]	B	0.0247177
55	zA[55]	B	0.025
56	zA[56]	B	0.025
57	zA[57]	B	0.0246457
58	zA[58]	B	0.025
59	zA[59]	B	0.024618
60	zA[60]	B	0.0246264
61	zA[61]	B	0.025
62	zA[62]	B	0.025
63	zA[63]	B	0.0246189
64	zA[64]	B	0.0247707
65	zA[65]	B	0.0246761
66	zA[66]	B	0.0247707
67	zA[67]	B	0.0246761
68	zA[68]	B	0.0246457
69	zA[69]	B	0.0246761
70	zA[70]	B	0.0248352
71	zA[71]	B	0.025
72	zA[72]	B	0.0217222

73	zD[1]	B	0.013996
74	zD[2]	B	0.014234
75	zD[3]	B	0.0138777
76	zD[4]	B	0.014234
77	zD[5]	B	0.0124347
78	zD[6]	B	0.0146105
79	zD[7]	B	0.0141157
80	zD[8]	B	0.0143558
81	zD[9]	B	0.0142433
82	zD[10]	B	0.0141157
83	zD[11]	B	0.0137445
84	zD[12]	B	0.0150823
85	zD[13]	B	0.0154765
86	zD[14]	B	0.0148812
87	zD[15]	B	0.0122368
88	zD[16]	B	0.0144813
89	zD[17]	B	0.0143399
90	zD[18]	B	0.012864
91	zD[19]	B	0.0124347
92	zD[20]	B	0.0146431
93	zD[21]	B	0.014234
94	zD[22]	B	0.0144813
95	zD[23]	B	0.0144813
96	zD[24]	B	0.0140007
97	zD[25]	B	0.0138201
98	zD[26]	B	0.01422
99	zD[27]	B	0.0149046
100	zD[28]	B	0.0141872
101	zD[29]	B	0.0146979
102	zD[30]	B	0.0146281
103	zD[31]	B	0.014774
104	zD[32]	B	0.0144463
105	zD[33]	B	0.0143679
106	zD[34]	B	0.0132277
107	zD[35]	B	0.0145061
108	zD[36]	B	0.0146312
109	zD[37]	B	0.0140153
110	zD[38]	B	0.0143789
111	zD[39]	B	0.01422
112	zD[40]	B	0.013119
113	zD[41]	B	0.0147031
114	zD[42]	B	0.014912
115	zD[43]	B	0.0141447
116	zD[44]	B	0.0145061
117	zD[45]	B	0.0141196
118	zD[46]	B	0.0140673
119	zD[47]	B	0.0149109
120	zD[48]	B	0.0151306
121	zD[49]	B	0.0197891
122	zD[50]	B	0.02
123	zD[51]	B	0.02
124	zD[52]	B	0.02
125	zD[53]	B	0.02
126	zD[54]	B	0.02
127	zD[55]	B	0.02
128	zD[56]	B	0.0198773
129	zD[57]	B	0.02
130	zD[58]	B	0.0197497
131	zD[59]	B	0.02
132	zD[60]	B	0.02
133	zD[61]	B	0.02
134	zD[62]	B	0.02
135	zD[63]	B	0.02
136	zD[64]	B	0.02
137	zD[65]	B	0.02
138	zD[66]	B	0.02
139	zD[67]	B	0.02
140	zD[68]	B	0.02
141	zD[69]	B	0.02
142	zD[70]	B	0.02
143	zD[71]	B	0.0179436
144	zD[72]	B	0.02

Objective : obj = 20.33597201 (MINimum)

A função de custo total de espera para os clientes de aterragens e de descolagens tem valor mínimo $Z = 20.336$.

Em seguida, o resultado da simulação do programa de otimização do número total de aviões que são retirados de cada slot:

Objective: obj = 0.0002912126403 (MINimum)

Para o novo planeamento horário não são associadas aeronaves a slots temporais posteriores, uma vez que não existem congestionamentos. De notar que o valor da função objetivo minimizada não é nula apenas devido aos arredondamentos aquando da criação do novo horário de voos.

Capítulo 8

Conclusões e Investigação Futura

O trabalho realizado permite uma resposta satisfatória a todas as questões formuladas na introdução.

- Será possível determinar um modelo linear para representar a dinâmica do serviço de aterragem/descolagem nas pistas de um aeroporto, do qual são conhecidos o horário e as configurações de pistas previstas ao longo de um dia?

Resposta à primeira questão: A dinâmica do serviço de aterragens e descolagens pode ser representada em forma linear, se se utilizar como variável de decisão os dois tempos esperados de trânsito no sistema, para os aviões de aterragem e de descolagem, em vez de se utilizar as taxas de serviço, como tinha sido feito em trabalhos anteriores. A utilização destes tempos faz sentido desde que a estimativa usada seja realista, o que acontece apenas quando as pistas estão a ser utilizadas em condições sustentáveis. A utilização sustentável das pistas exige um ajustamento prévio dos horários de voo, nos diferentes slots temporais ao longo do dia.

- Será possível representar, de forma linear, todas as restrições existentes para a relação entre aterragens e descolagens, e para as funções objetivo de interesse neste processo?

Resposta à segunda questão: É possível apresentar em forma linear as restrições associadas a uma configuração das pistas. Esta representação linear pode ser feita a partir dos pontos de controlo já usados na prática para descrever as capacidades máximas das pistas, quando combinadas de forma adequada com níveis predefinidos de tolerância para os tempos de espera de aviões em aterragem ou descolagem.

- Qual é a descrição do modelo como programa linear, qual a estrutura de dados necessários, e como pode ser isto implementado em linguagem AMPL?

Resposta à terceira questão: Foram formulados os dois modelos de programação linear e foi feita a sua implementação em linguagem AMPL. Os dados necessários para esta implementação são mínimos: conhecimento das configurações possíveis do aeroporto através de pontos de controlo, conhecimento dos fatores quadráticos de momentos associados às operações de aterragem ou de descolagem, conhecimento das tolerâncias predefinidas para atrasos nestes serviços e conhecimento da previsão de voos e das condições de operação, nos diferentes slots temporais de um determinado dia.

A informação mais essencial para caracterizar os tempos de espera dos aviões que pretendem aterrar e descolar, servidos por um sistema de pistas, é descrita em termos de uma envolvente de fluxo operacional, juntamente com os fatores quadráticos de momentos para os tempos entre chegadas e tempos de serviço. A envolvente de fluxo operacional é empírica na

sua natureza e é caracterizada por uma família finita de pontos de controlo, ao invés de uma expressão analítica explícita.

Esta informação permite estimar os atrasos esperados devido a filas de espera no caso estável, e determinar como estes atrasos se relacionam entre si dependendo do equilíbrio de serviço específico escolhido entre a prioridade de aterragem ou descolagem.

Ao fixar uma dada tolerância dos atrasos para as operações do sistema de pistas, o domínio de fluxo operacional determina um domínio secundário que contém todas as taxas de procura das operações que podem ser assumidas pelo sistema de pistas como um processo sustentável. Este domínio pode ser utilizado para determinar um problema linear que leva desde qualquer programa de voos até um programa de voos secundário, obtido por transferência de voos entre slots temporais, e que evita o congestionamento do aeroporto, enquanto minimiza os custos associados a essas transferências.

Mais ainda, dado um programa de voos que evita o congestionamento do aeroporto, surge um programa não linear aquando da tentativa de aplicação de políticas (equilíbrio de prioridades de aterragem/descolagem) que minimizam os custos agregados, associados aos tempos de espera de todos os aviões. Este programa não linear é resolvido através da utilização de uma descrição da política em termos de atrasos pretendidos em vez da utilização das taxas de serviço pretendidas. Com estes novos parâmetros, a função objetivo é linear e os pontos de controlo identificam uma linearização da região correspondente à operação sustentável do sistema de pistas.

A determinação de fatores quadráticos de momentos para a duração do serviço de aterragem pode ser dificultada pela ausência de fontes de informação suficientes com dados empíricos concretos para o tempo de duração deste serviço em particular. O mesmo não se aplica no caso do serviço de descolagem, para o qual existem diversas fontes que referenciam valores médios e desvios padrão dos tempos de taxi-out, provenientes de estudos preliminares.

Esta abordagem não assume nenhum modelo probabilístico para os tempos entre chegadas ou de serviço, mas assume a validade da extensão de Kingman da fórmula de Pollaczek-Khintchine, quando as filas de espera estão num estado sustentável. Isto representa uma alternativa a abordagens determinísticas ou outras abordagens na literatura que consideram um custo expressado como uma média ponderada do quadrado do tamanho das filas de espera ao longo do dia, com modelos específicos (Exponencial, Erlang) para todas as variáveis aleatórias envolvidas.

A abordagem apresentada determina uma relação funcional entre as taxas de chegada, as taxas de serviço e os tempos de espera. Sugere ainda a provável utilidade do registo de dados históricos que contêm estes três componentes de informação, para cada slot temporal de operação com uma configuração do sistema de pistas específica, e da determinação de até que ponto uma pequena fila de espera sustentável no início de qualquer slot temporal leva a uma

discrepância significativa nos valores observados e nos valores previstos pela fórmula de Kingman.

Esta abordagem também identifica a informação mais básica necessária para modelar um sistema de pistas de forma a que o seu desempenho (em termos de tempo de espera) possa ser estimado. A sua simplicidade permite o seu uso na determinação de características do sistema para um dado aeroporto, por exemplo, a determinação de custos marginais associados a tolerâncias dos atrasos ou a parâmetros da envolvente de fluxo operacional. Tais estudos podem ser interessantes para decisões estratégicas, como a escolha entre um novo projeto de sistema de pistas ou uma melhoria dos serviços aeroportuários que podem ampliar a tolerância dos atrasos.

O modelo pode também constituir a base para o design de ferramentas mais avançadas de forma a lidar com a complexidade do controlo de tráfego das pistas, que pode incluir outras variáveis. Por exemplo, quando se considera os tempos de serviço dependendo do tamanho da aeronave, ou quando a existência de voos de ligação é relevante. Esta estrutura básica pode ser extendida para esses casos, simplificando novos processos de decisão relacionados com prioridades de aterragem ou descolagem. Isto implica uma distinção de mais de dois tipos de serviços e uma coleção de dados históricos.

A teoria pode também ser aplicada em outras situações onde um único servidor fornece serviço a filas de espera de clientes com diferentes necessidades, taxas de procura que variam com o tempo e onde um gestor pode ajustar a proporção dos serviços a serem alocados nas diferentes classes de clientes, tendo em conta níveis de serviço predefinidos e horários de chegada de clientes. Por exemplo, pode-se considerar a movimentação de produtos numa refinaria (como gasóleos e gasolinas) e os enchimentos dos carros tanques. A movimentação dos produtos faz a gestão da tancagem da refinaria e o enchimentos dos carros tanques faz a gestão do enchimento dos camiões que saem com os produtos da refinaria. Os clientes são os próprios carros tanques e o servidor é a movimentação de produtos entre os tanques, as ilhas e os camiões. O gestor da movimentação de produtos recebe as requisições com o tipo e quantidade de produtos que os camiões tanques necessitam e a tomada de decisão é feita quanto à disponibilidade dos produtos e das ilhas de enchimento.

Bibliografia

- [1] C.-L. Wu and R. E. Caves, "Research review of air traffic management," *Transport Reviews*, pp. 115-132, 2002.
- [2] R. Horonjeff, F. X. McKelvey, W. Sproule and S. Young, "Planning and design of airports," *New York: McGraw-Hill*, vol. 3, 1962.
- [3] A. Blumstein, "An Analytical Investigation of Airport Capacity," *Cornell Aeronautical Lab INC Buffalo NY.*, 1960.
- [4] G. F. Newell, "Airport capacity and delays," *Transportation Science*, vol. 13(3), pp. 201-241, 1979.
- [5] J. A. Bennell, M. Mesgarpour and C. N. Potts, "Airport runway scheduling," *4OR*, vol. 9, pp. 115-138, 2011.
- [6] S. Ikli, C. Mancel, M. Mongeau, X. Olive and E. Rachelson, "The aircraft runway scheduling problem: A survey," *Computers & Operations Research*, p. 132, 2021.
- [7] M. S. Ahmed, "Maximizing runway capacity by mid-term prediction of runway configuration and aircraft sequencing using machine learning". *UNSW Sydney*.
- [8] E. P. Gilbo, "Airport capacity: Representation, estimation, optimization," *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 1(3), pp. 144-154, 1993.
- [9] R. Shone, K. Glazebrook and K. G. Zografos, "Resource allocation in congested queueing systems with time- varying demand: An application to airport operations," *European Journal of Operational Research*, vol. 276(2), pp. 566-581, 2013.
- [10] R. Shone, K. D. Glazebrook and K. Zografos, "Stochastic modelling of aircraft queues: A review," 2018.
- [11] D. Bertsimas, M. Frankovich and A. Odoni, "Optimal selection of airport runway configurations," *Operations research*, vol. 59(6), pp. 1407-1419, 2011.
- [12] P. Dell'Olmo and G. Lulli, "A dynamic programming approach for the airport capacity allocation problem," *IMA Journal of Management Mathematics*, vol. 14(3), pp. 235-249, 2003.
- [13] O. Gluchshenko, "Dynamic usage of capacity for arrivals and departures in queue minimization," *IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, pp. 139-146, September 2011.
- [14] A. Jacquillat and A. R. Odoni, "An integrated scheduling and operations approach to airport congestion mitigation," *Operations Research*, vol. 63(6), pp. 1390-1410, 2015.

- [15] M. Ignaccolo, "A simulation model for airport capacity and delay analysis," *Transportation Planning and Technology*, vol. 26(2), pp. 135-170, 2003.
- [16] H. Balakrishnan and I. Simaiakis, "On the Probabilistic Modeling of Runway Interdeparture Times," 2013.
- [17] N. Pujet, B. Delcaire and E. Feron, "Input-output modeling and control of the departure process of congested airports," *Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, p. 4299, August 1999.
- [18] B. Bubalo and J. R. Daduna, "Airport capacity and demand calculations by simulation- the case of Berlin-Brandenburg International Airport," *NETNOMICS: Economic Research and Electronic Networking*, vol. 12, pp. 161-181, 2011.
- [19] S. Pavlin, M. Žužić and S. Pavičić, "Runway occupancy time as element of runway capacity," *Promet-Traffic & Transportation*, vol. 18(4), pp. 293-299, 2006.
- [20] A. Jacquillat, A. R. Odoni and M. D. Webster, "Dynamic control of runway configurations and of arrival and departure service rates at JFK airport under stochastic queue conditions," *Transportation Science*, vol. 51(1), pp. 155-176, 2017.
- [21] E. P. Gilbo, "Optimizing Airport Capacity Utilization in Air Traffic Flow Management Subject to Constraints at Arrival and Departure Fixes," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 5, no. 5, September 1997.
- [22] B. Sridhar, S. R. Grabbe and A. Mukherjee, "Modeling and Optimization in Traffic Flow Management," *Proceedings of the IEEE*, vol. 96, no. 12, December 2008.
- [23] C. Barnhart, P. Beloba and A. Odoni, "Applications of Operations Research in the Air Transport Industry," *Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS)*, 2003.
- [24] A. Jacquillat and A. R. Odoni, "Endogenous Control of Service Rates in Stochastic and Dynamic Queuing Models of Airport Congestion," *ESD Working Paper Series*, July 2014.
- [25] Federal Aviation Administration, *Airport Capacity Profiles*, United States Department of Transportation, 2022.
- [26] J. Sztrik, "Basic Queueing Theory," 2012.
- [27] H. A. Taha, "Operations Research - An Introduction - 8th Edition," 2007.
- [28] I. Simaiakis, "Analysis, Modeling and Control of the Airport Departure Process," February 2013.
- [29] H. R. Idris, "Queueing Dynamics and Control of Departure Operations at Boston Logan Airport," 26 February 2001.
- [30] M. J. Frankovich, "Air Traffic Flow Management at Airports: A Unified Optimization Approach," September 2012.

- [31] H. Idris, J. Clarke, R. Bhuvan and L. Kang, "Queuing Model for Taxi-Out Time Estimation," *ATC Quarterly*, September 2001.
- [32] A. Willig, "A Short Introduction to Queueing Theory," *Telecommunication Networks Group*, July 1999.
- [33] J. D. C. Little, "Little's Law as Viewed on Its 50th Anniversary," *Operations Research*, vol. 59, no. 3, pp. 536-549, May-June 2011.
- [34] W. Whitt, "Planning Queuing Simulations," *STOR - Management Science*, vol. 35, no. 11, November 1989.
- [35] R. Fourer, D. M. Gay and B. W. Kernighan, "AMPL - A Modeling Language for Mathematical Programming," 2003.
- [36] C. Bernardes and C. Rodrigo, "A model for runway operation decisions with stable queues," preprint arXiv/2310.11995.